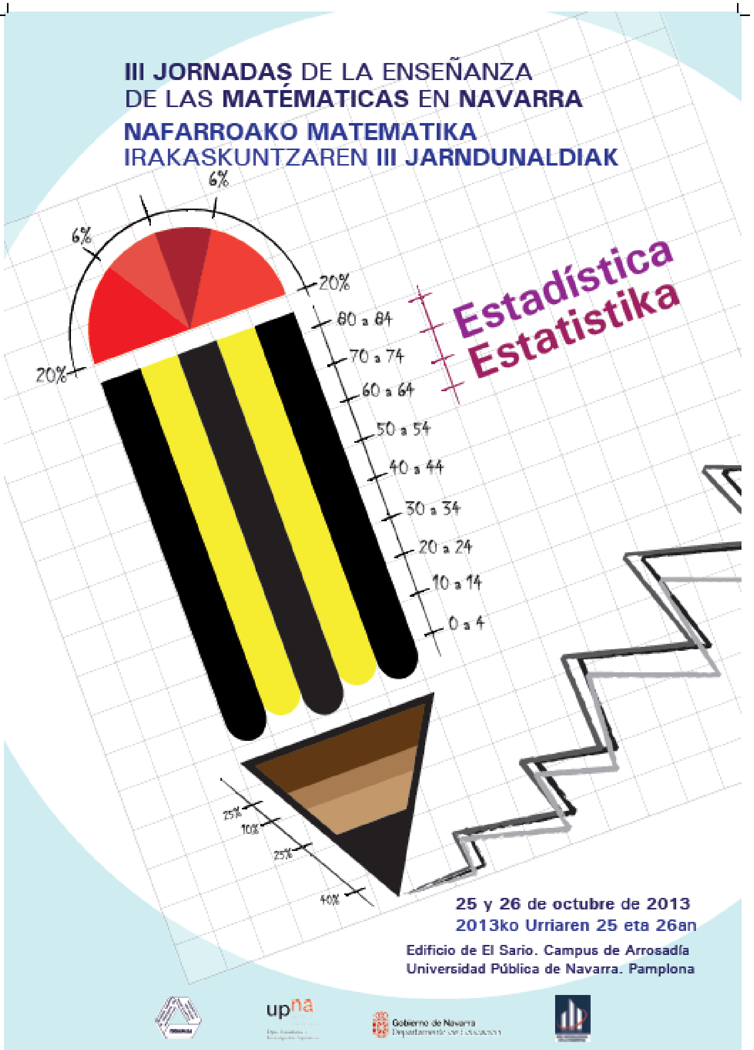
¿ Es predecible el azar?



Santiago Fernández
Asesor de matemáticas
Berritzegune Nagusia-Bilbao

Pamplona, 26, Octubre, 2013

2013

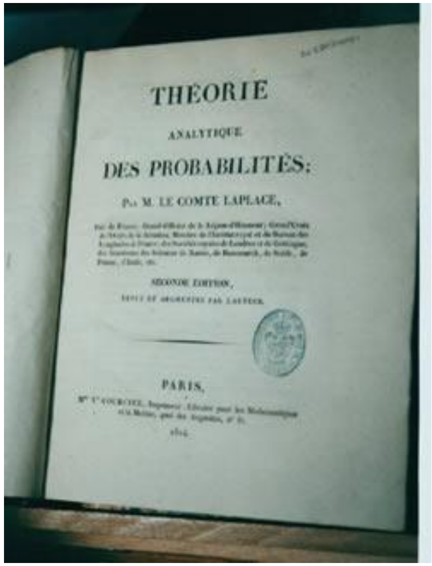
INTERNATIONAL YEAR OF STATISTICS


El año 2013
es el Año Internacional
de la Estadística
STATISTICS2013.ORG
INTERNATIONAL YEAR OF
STATISTICS
y no es la típica
desviación de la moda.
2013

J.Bernoulli(1654-1705)

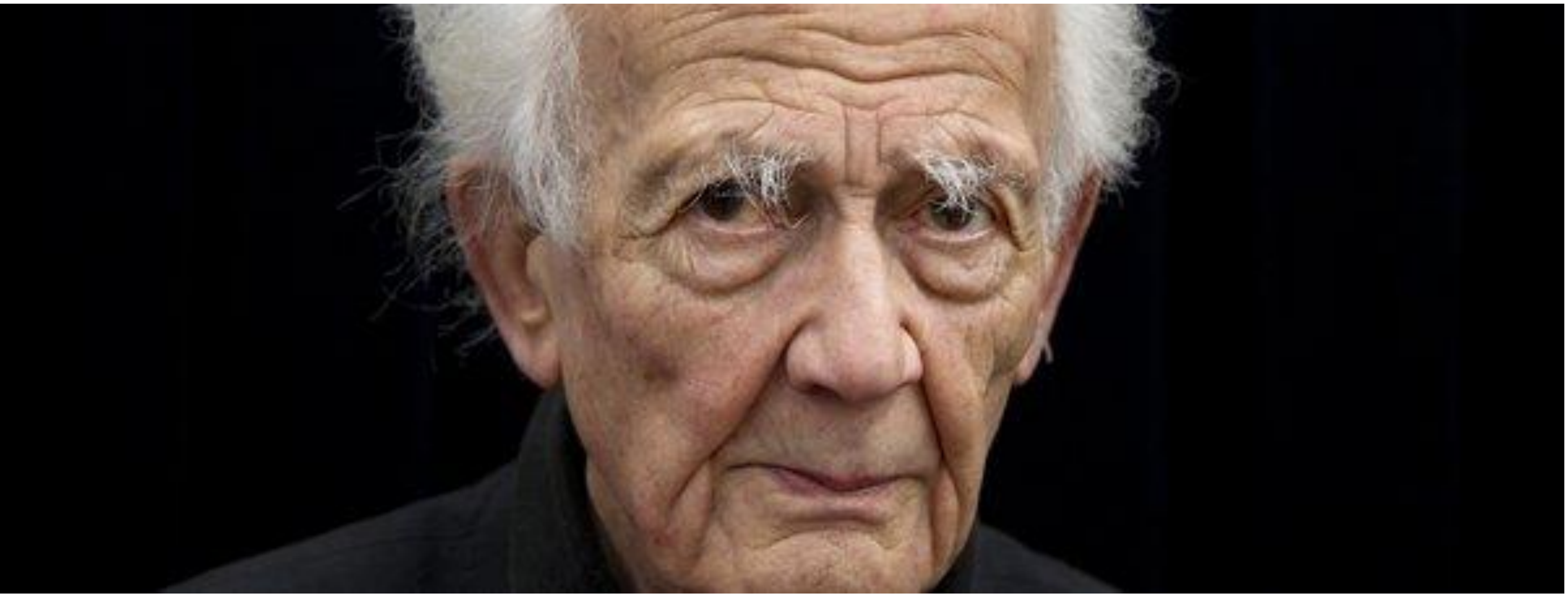
Ars Conjectandi (Arte de la conjetura),
1713

En **1812**, con la *Teoría Analítica de las Probabilidades*, expone los principios y las aplicaciones de lo que él llama "*geometría del azar*".



"*En el fondo, la teoría de las probabilidades* ***es sólo sentido común*** *expresado con números*".

"Hoy nuestra única certeza es la incertidumbre"



Zygmunt Bauman

Una aparente paradoja

Aunque la estadística y el azar se enseña en TODOS los niveles educativos la mayoría de los estudiantes finalizan los cursos sin aplicar ni conocer los conceptos y procedimientos estadísticos

Dos reflexiones:

1.- La relación entre la estadística y la "matemática" no es biunívoca: la estadística aplica los conocimientos matemáticos para el desarrollo de sus métodos, en cambio la matemática no usa conceptos estadísticos.

2.- La estadística tiene su propio razonamiento, que es necesario enseñar a los estudiantes.

El tratamiento de la información es un campo fundamental en la enseñanza de las matemáticas.

Nos permite:

1.- **Ampliar** el currículo matemático
2.- **Profundizar** en aspectos históricos
3.- **Desarrollar** intuiciones respecto al azar
4.- **Ser Críticos**, con fundamento, ante una avalancha de datos. Desmontar falsas intuiciones.
5.- **Realizar simulaciones** y proponer conjeturas razonables

6.- **Aplicar procedimientos** originales

7.- **Encontrar modelos** para resolver problemas

8.- **Utilizar las TICs**

9.- **Disfrutar** del pensamiento probabilístico

Datos

Tablas

Frecuencia

Variables

Parámetros

Estadística

Gráficas

Sucesos

Combinatoria

Probabilidad

Media

Laplace

Condicional

Independencia

Binomial

Normal

Desviación típica

Distribuciones

Inferencia

Bayes

Muestreo

Población

Correlación-Regresión

Causalidad

Fiabilidad

¿ Cómo trabajar la Estadística y la probabilidad?

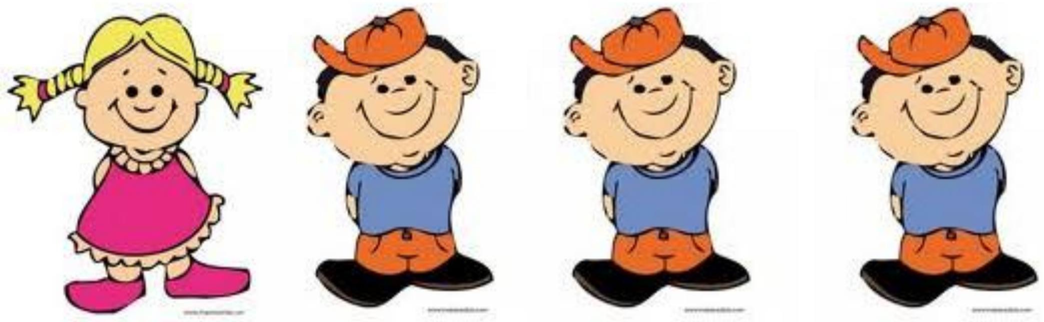
Generalmente , las clases de esta disciplina, se centran en presentar algunos conceptos y la descripción de algún tipo de procedimientos para posteriormente proponer problemas en el que se aplique dicho procedimiento

Esta estructura **no ayuda** a promover el razonamiento estadístico entre los estudiantes ¿ qué hacer?

PROPONER BUENOS PROBLEMAS y DISCUTIRLOS

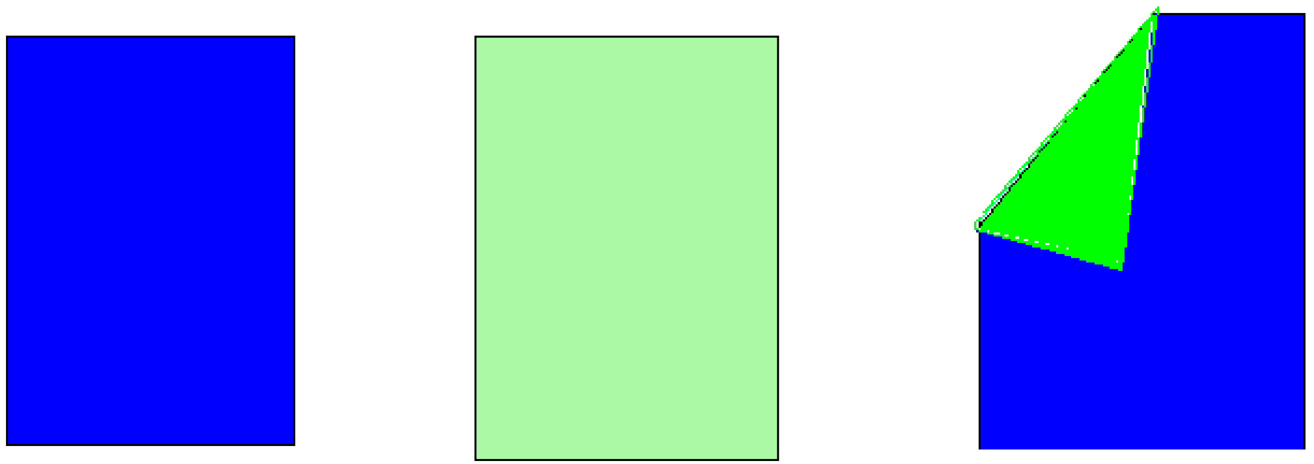
Para abrir Boca

A casi todo el mundo le sorprende que en familias de cuatro hijos lo más probable es que haya tres hijos de un sexo y uno del otro.



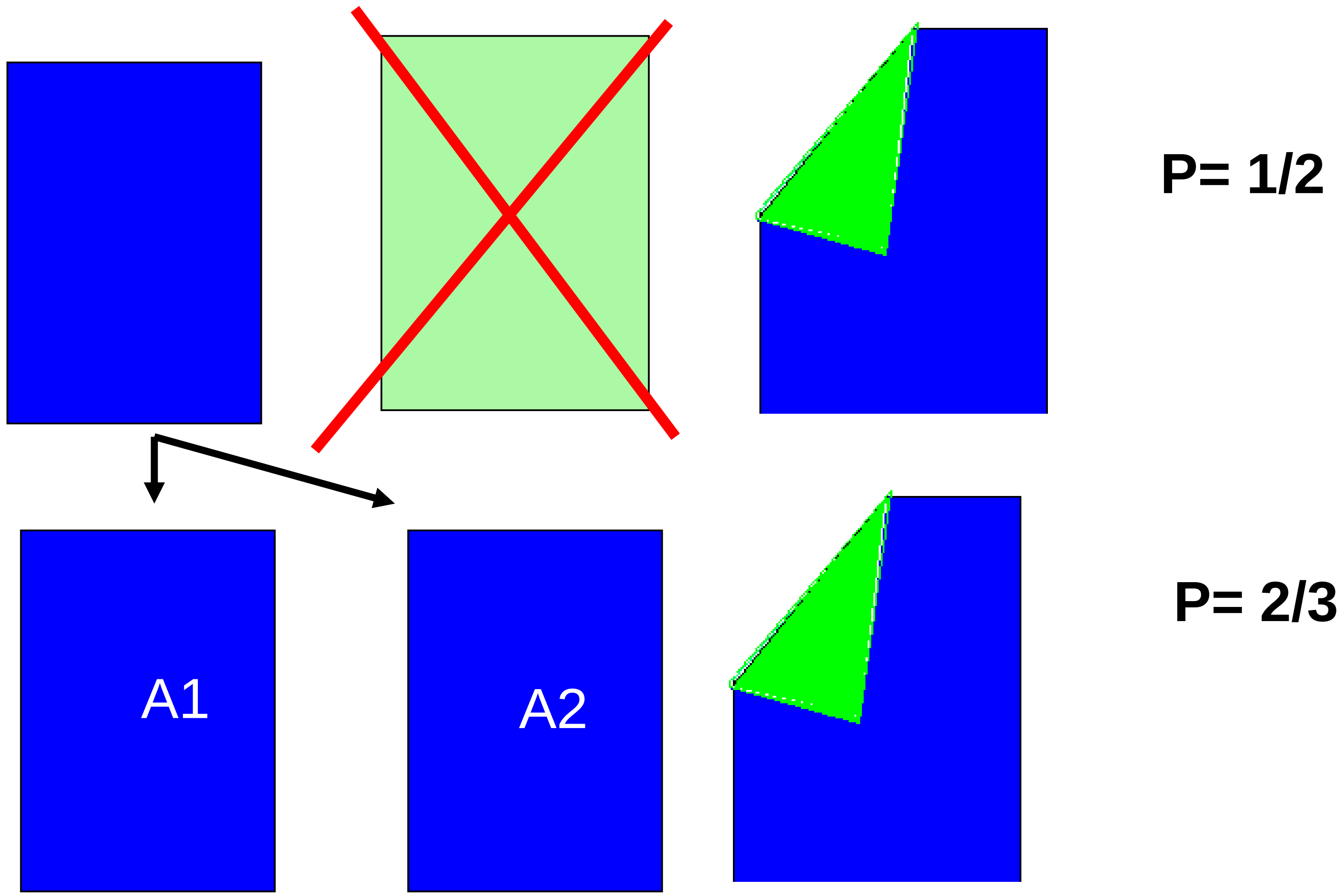
De aperitivo

Tenemos tres cartas: una con los dos caras azules, otra con las dos verdes y la tercera con una cara azul y otra verde:



Se toma una carta y se ve que tiene color azul (una de las caras)

¿ cuál es la probabilidad de que la otra cara también sea azul?

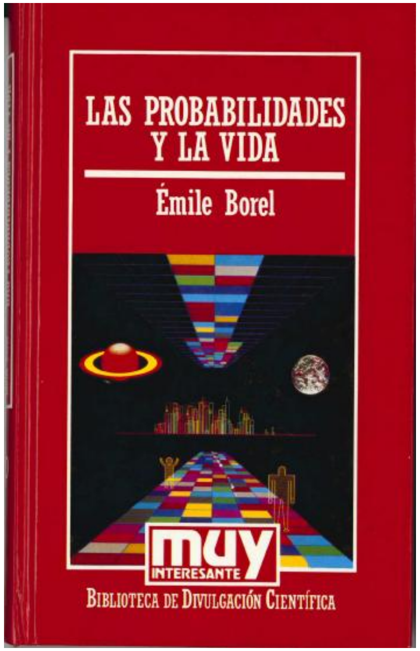


“La teoría de las probabilidades obedece a consideracionestan delicadas y no es raro que, partiendo de los mismos datos, dos personas lleguen a resultados distintos” *Ensayo filosófico de Laplace(1814)*

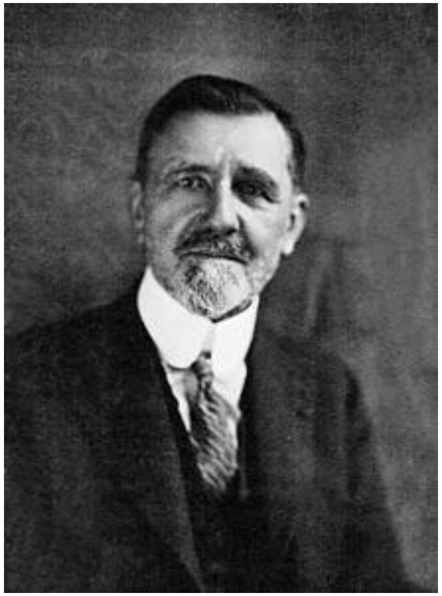
¿ Existen leyes del azar?

Parece evidente que la respuesta debería ser negativa, ya que precisamente el azar se define como característica de los fenómenos que no tienen ley, fenómenos cuyas causas son demasiado complejas para que podamos preverlas.

Sin embargo, a partir de Galileo, Pascal, Fermat, ... Se ha establecido una ciencia cuyo objeto es el estudio de las leyes del azar.



Emile Borel (1871-1956)



¿Cómo osamos hablar de leyes del azar?
¿No es, acaso, el azar la antítesis de cualquier ley?

Bertrand Russell

Es un hecho destacable que una ciencia que empezó analizando juegos de azar acabe convirtiéndose en el más importante objeto del conocimiento humano.

P.S. Laplace

¿Tiene leyes el azar?

Dos personas lanzan **150 veces** una moneda, los resultados obtenidos son los siguientes

:

http://www.tirardado.com/1/10.html

Clara:

C+C+ +CC+ +CC+C+C+ +C+ +C+CCC+ + +CCC+ + C+

+C+C+C+ +CC+CCC+C+C+CC+ + +CC+ +C+C+ +c C+C+

+CC + C+ +CC+CC + C+ + +C+ +CC+ +C+ +

C+C+CC+C+ +CC+C+C+ +CCC+CC+ +C+C+ +CC+ + +

C+++C+C++CCC++

Luisa

+CC+ + +C+ + + +C+CC+ + +CCCC+ + +CC+CCC+ + + C+ +

+ + + +C + C+C+C+ + + +CCCCCC+CCC+C+C

C + CCCCC+CCC++CCC + C + ccccccccc + + c + ccccccc

+ + + + +CCCC+ +C+C+CC+CC+CC+ + + + + +C+CC +

+CCC++CCC

¿ Hizo trampas alguna de ellas al tirar la moneda?

Cuando el número de realizaciones de un experimento aleatorio crece mucho la frecuencia relativa del suceso se va acercando cada vez más hacia un cierto valor. Este valor se denomina PROBABILIDAD del suceso.

(1ª Ley de los grandes números)

Es muy POCO PROBABLE que si efectuamos un número suficientemente grande de experimentos, la frecuencia de un acontecimiento se aparte notablemente de su probabilidad.

(1ª Ley de los grandes números)

De las 150 veces que se ha tirado la moneda

Frecuencias de caras y cruces en las secuencias

	C	+
Clara	72	78
Luisa	67	83
Teórica	75	75

Parece que la Proporción es buena

Frecuencia simple

Clara:

C+C+ +CC+ +CC+C+C+ +C+ +C+CCC+ + +CCC+ + C+

+C+C+C+ +CC+CCC+C+C+CC+ + +CC+ +C+C+ +c C+C+

+CC + C+ +CC+CC + C+ + +C+ +CC+ +C+ +

C+C+CC+C+ +CC+C+C+ +CCC+CC+ +C+C+ +CC+ + +

C+++C+C++CCC++

Luisa

+CC+ + +C+ + + +C+CC+ + +CCCC+ + +CC+CCC+ + + C+ +

+ + + +C + C+C+C+ + + +CCCCCCC+CCC+C+C

C + CCCCCC+CCC++CCC + C + ccccccccc + + c + ccccccc

+ + + + +CCCCC+ +C+C+CC+CC+CC+ + + + + +C+CC +

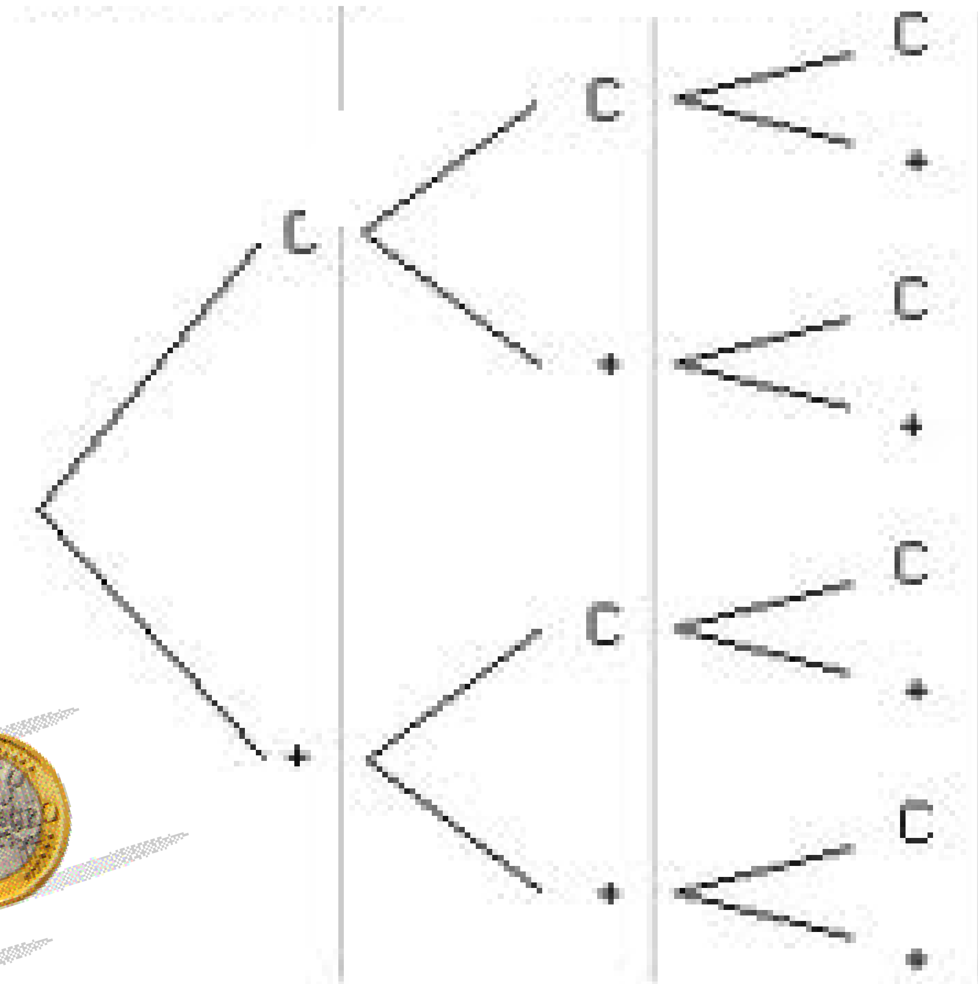
+CCC++CCC

Ahora analizamos lanzamientos dobles (total 75)

	CC	C+	+C	++
Clara	12	30	18	15
Luisa	25	21	12	17
Teórica	18	18	18	18

Parece que hay una ligera desviación

Primer lanzamiento **Segundo** **Tercero**



CCC

CC+

C+C

C+C

+CC

+C+

++C

+++

Analizamos lanzamientos triples (50 lanzamientos)

Frecuencias de los diferentes resultados al lanzar las monedas 3 a 3

	CCC	CC+	C+C	C++	+CC	+C+	++C	+++
Clara	0	2	14	9	6	7	10	1
Luisa	8	11	6	4	6	4	5	6
Teórica	6	6	6	6	6	6	6	6

!!Parece que la que hace trampas el Clara!!

Aunque tenemos la sospecha de que Clara hace trampas, serían necesarias nuevas pruebas para dejar a Luisa libre de toda sospecha. ¿ cuáles?

Contrastes Chi-cuadrado, etc.

En todo caso hablaríamos en términos de probabilidad.

Analizar los datos

Ejemplo:

Un taxi se ve envuelto en accidente nocturno, en una ciudad en la que hay un 15% taxis azules y un 85 % taxis verdes

- Una persona dice que es <u>azul</u>
- Le hacen una prueba de visión y el 80% de las veces contesta bien

¿ cuál es la probabilidad de que el taxi sea azul?

15 azules	12	3
85 verdes	17	68
	29	71
	Azul	Verde

P(azul) dado que el testigo decía azul = 12 / 29 = 0,41

Falacia de la proporción básica(Segunda variante)

Ejemplo:

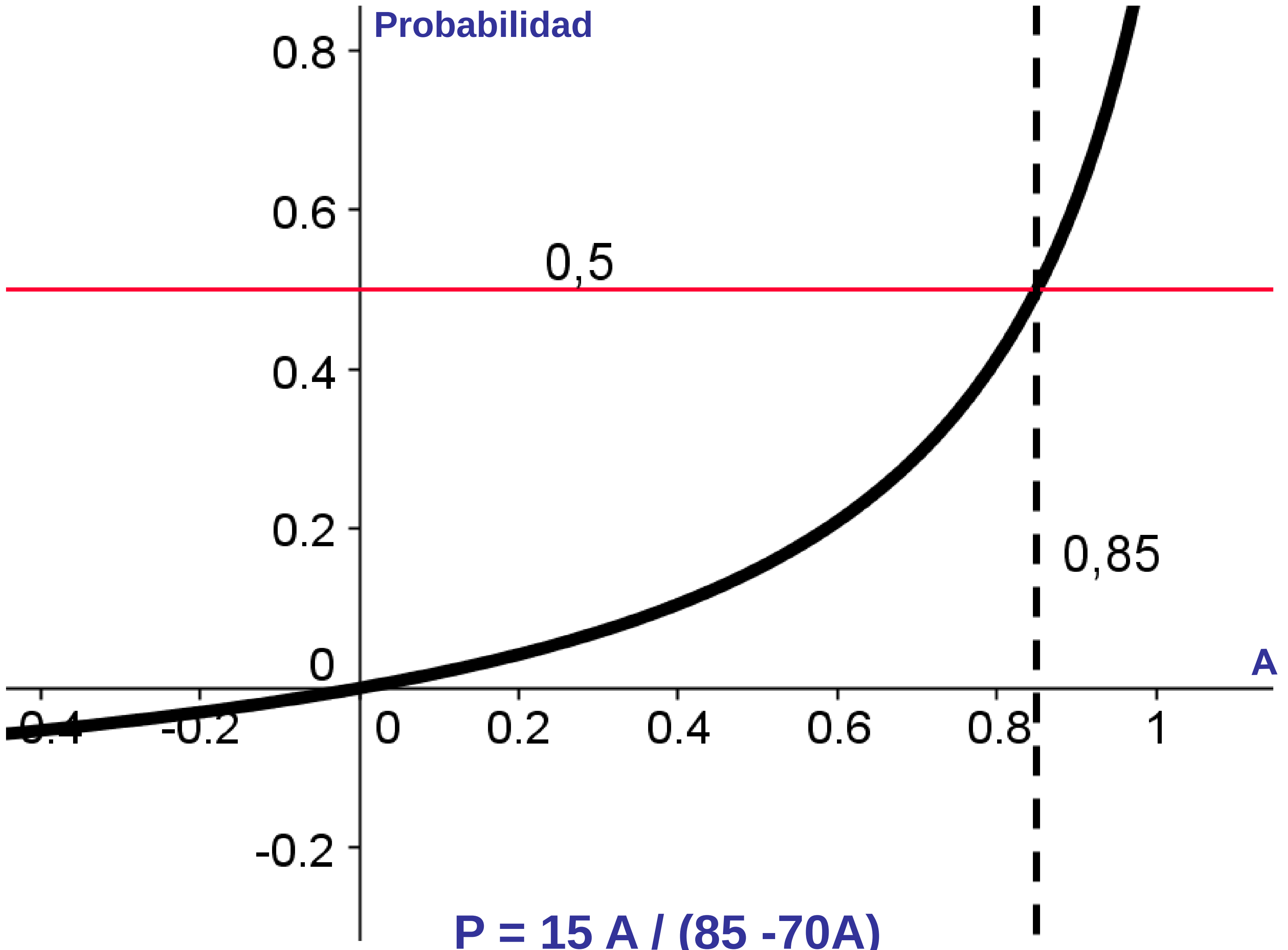
Un taxi se ve envuelto en accidente nocturno, en una ciudad en la que hay un 15% taxis azules y un 85 % taxis verdes

- **Una persona dice que es azul**
- **Le hacen una prueba de visión y el A % de las veces contesta bien**

¿ cuál es la probabilidad de que el taxi sea azul?

15 azules	**15A**	**15(1-A)**
85 verdes	**85(1-A)**	**85A**
	85-70A	**15+70A**
	Azul	**Verde**

P(azul) dado que el testigo decía azul = 15 A / (85 -70A)


Probabilidad
0.8
0.6
0,5
0.4
0.2
0
-0.2
A
-0.4
-0.2
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
0,85
P = 15 A / (85 -70A)

Falacia de la proporción básica(tercera variante)

Ejemplo:

Un taxi se ve envuelto en accidente nocturno, en una ciudad en la que hay un M % taxis azules y un (100-M) % taxis verdes

- Una persona dice que es <u>azul</u>
- Le hacen una prueba de visión y el A % de las veces contesta bien

¿ cuál es la probabilidad de que el taxi sea azul?

M azules		
100-M verdes		
	Azul	**Verde**

P(azul) dado que el testigo decía azul = ???

¿ Cuales son nuestras percepciones respecto al azar?

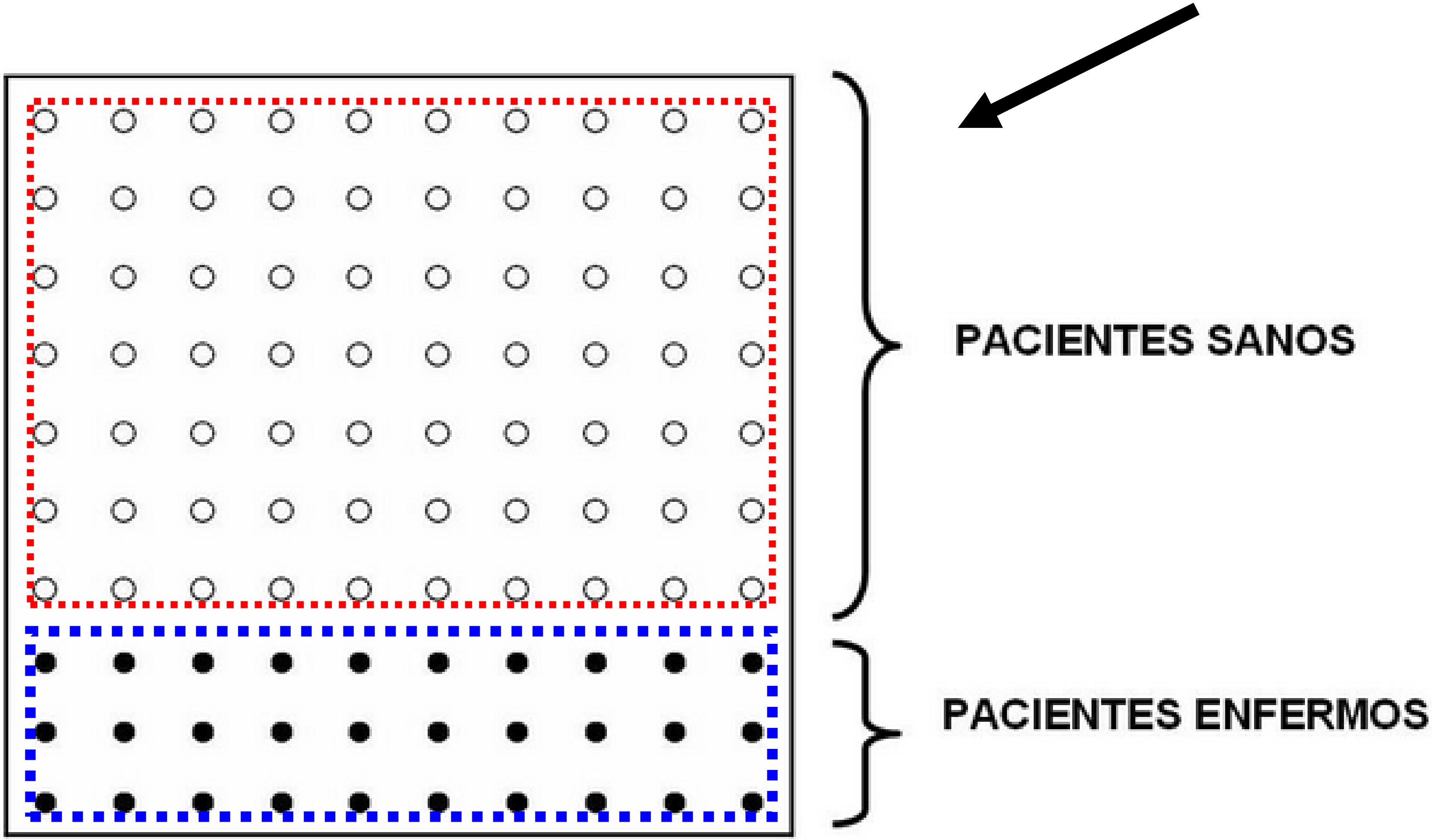
100 personas con fuerte dolor abdominal
En estos casos se sabe que alrededor del 30% tiene apendicitis
Se realizan pruebas mediante ultrasonidos a TODOS
Las pruebas dan positivo en un 80% de los enfermos
Mientras que el 10% de los sanos dan positivo (falso positivo)

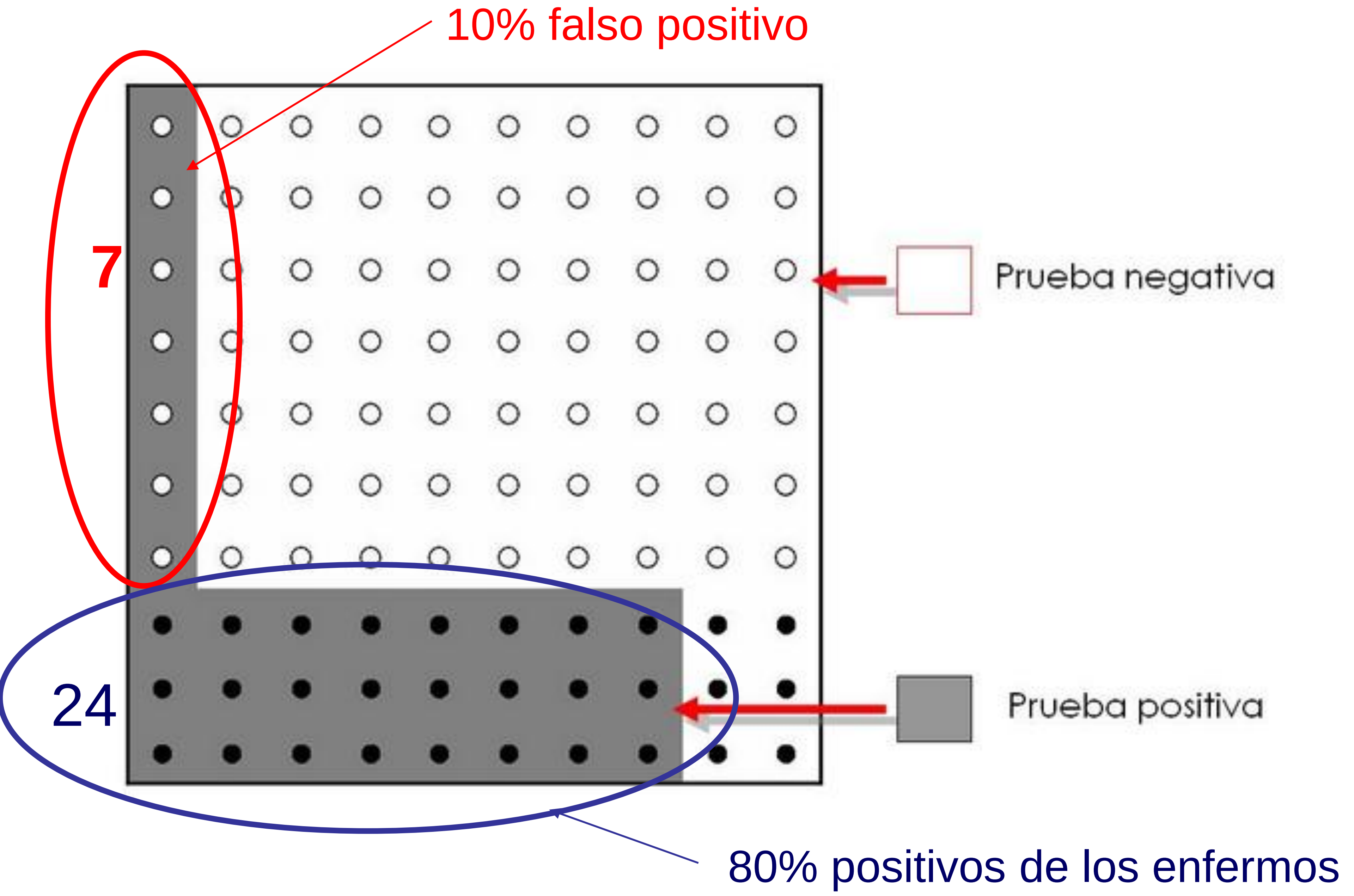
¿Cuál es la probabilidad de que una persona esté enferma si la prueba ha resultado positiva?

¿Cuál es la probabilidad de que una persona esté sana si la prueba ha resultado negativa?

El 30% enfermos

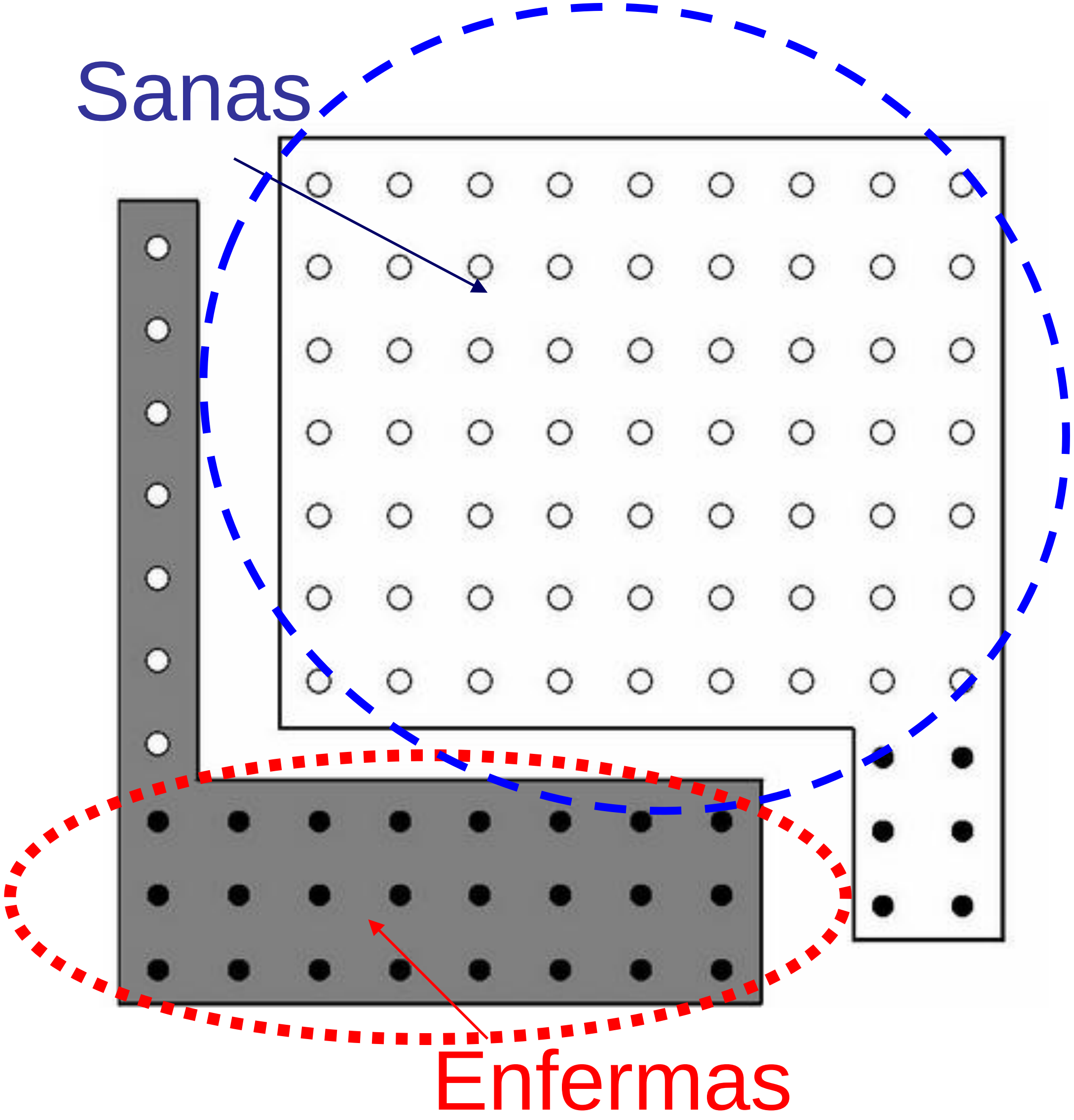
Se sabe que alrededor del 30% tiene apendicitis





10% falso positivo
7
Prueba negativa
24
Prueba positiva
80% positivos de los enfermos

Un nuevo universo



¿Cuál es la probabilidad de que una persona esté enferma si la prueba ha resultado positiva?

24/31 = 77%

¿Cuál es la probabilidad de que una persona esté sana si la prueba ha resultado negativa?

63/69 = 91%

Hubo una vez un Rayo que cayó dos veces en el mismo sitio; pero encontró que ya la primera había hecho suficiente daño, que ya no era necesario, y se deprimió mucho.

Augusto Monterroso

Un hombre que viajaba mucho estaba preocupado por la posibilidad de que hubiera una bomba en su avión. Calculó la probabilidad exacta de que fuera así y, aunque ésta era muy baja, no lo era lo suficiente como para dejarlo tranquilo.

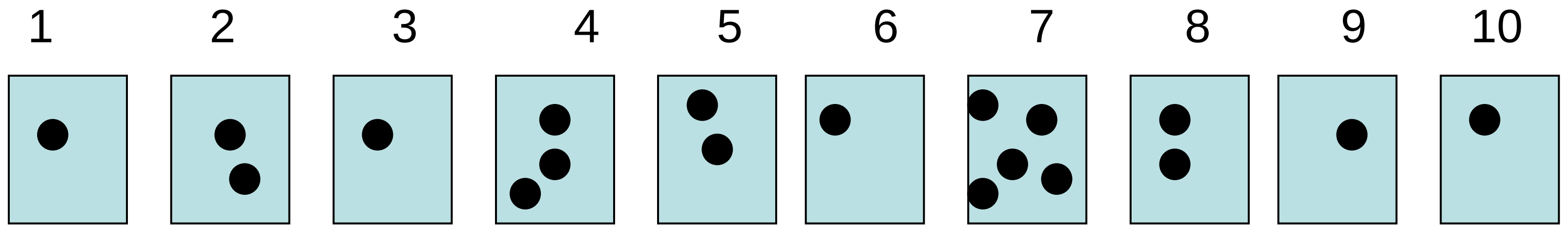
Desde entonces lleva siempre una bomba en la maleta. Según él, la probabilidad de que haya dos bombas a bordo es infinitesimal.

J. A. Paulos

Colección de Cromos ¿ cuántos?

Colección de 10 cromos en total

Nº cromo: 2, 6, 4, 5, 7,4, 7, 7, 7, 4, 9, 5, 2, 7, 0, 8,1, 8, 3



Hemos tenido que comprar 19 cromos para completar la colección de 10 cromos
¿ son pocos? ¿ es lo esperable?

ESQUEMA DIDÁCTICO PARA AFRONTAR EL MUNDO DEL AZAR

1.- EXPERIMENTACIÓN

2.- DESCUBRIR REGULARIDADES

3.-CONJETURAR

4. REPRESENTAR Y COMUNICAR

5.- FORMALIZAR Y COMPROBAR

Un acercamiento formal al problema.

Supongamos que la colección tiene 50 cromos.

Es claro que el primero que compremos no lo tenemos, con el segundo la probabilidad de no tenerlo es de 49/50, …..

Si ya tenemos 40 cromos diferentes la probabilidad de que al comprar uno nuevo no lo tengamos es de 10/50, es por tanto esperable que tengamos que comprar 5 cromos (el inverso de 50/10), al igual pasa en los otros casos:

Por tanto el número total de cromos a comprar es:

$$N = \frac{50}{50} + \frac{50}{49} + \ldots + \frac{50}{10} + \ldots + \frac{50}{3} + \frac{50}{2} + 50$$

$$N = 50.\left(\frac{1}{50} + \frac{1}{49} + \ldots + \frac{1}{10} + \ldots + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + 1\right)$$

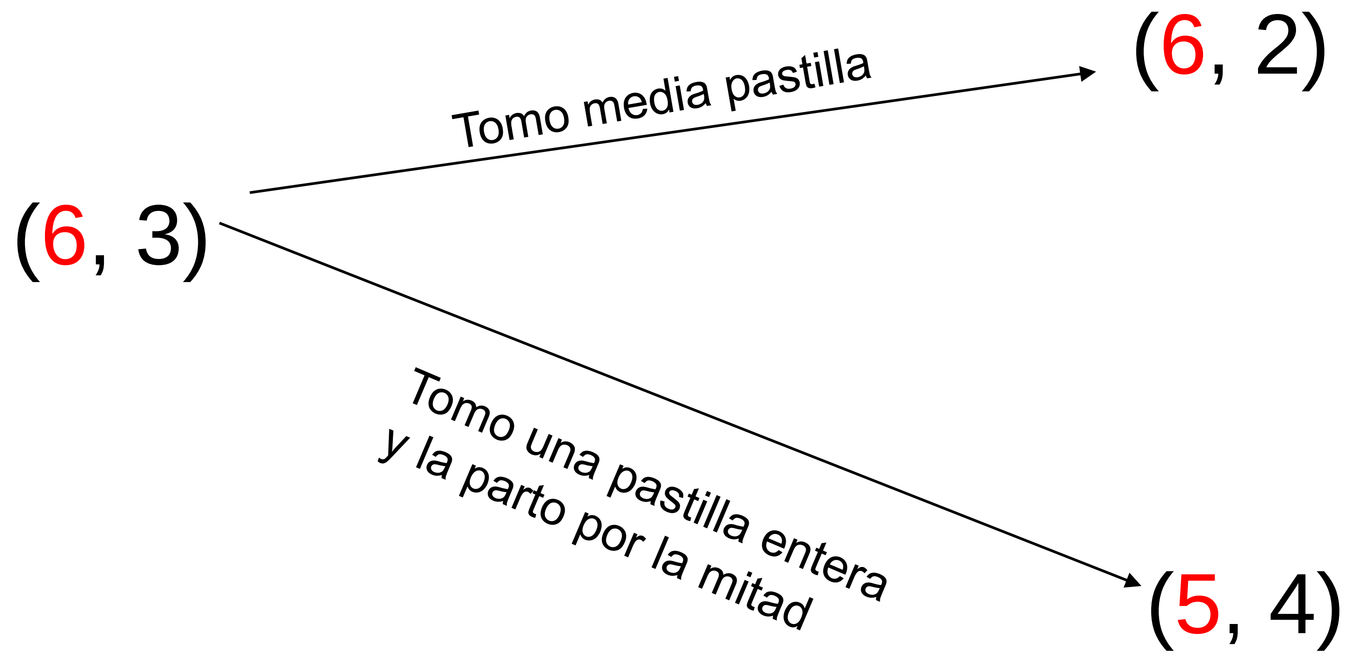
N= 50 (4.5) =225 cromos

Las Pastillas

Una caja contiene inicialmente n pastillas, que se han de tomar en dosis mitad. Cada comprimido se retira de la caja al azar; si resulta ser una pastilla entera, se parte en dos y se deja una mitad en la caja; si se trata de media pastilla, se retira sin más.
Cuando ya no queda ninguna pastilla entera, nos preguntamos por las probabilidades de que el número de medias pastillas que restan sea 1, 2, 3,..

Notación adecuada

Para seguir el proceso supongamos que en un momento hay 6 pastillas enteras y 3 medias pastillas. Este estado concreto lo denominaremos (6, 3)



1
2
2
3

									10,0
								9,1	
							8,2		9,0
						7,3		8,1	
					6,4		7,2		8,0
				5,5		6,3		7,1	
			4,6		5,4		6,2		7.0
		3,7		4,5		5,3		6,1	
	2,8		3,6		4,4		5,2		6,0
1,9		2,7		3,5		4,3		5,1	
	1,8		2,6		3,4		4,2		5.0
0,9		1,7		2,5		3,3		4,1	
	0,8		1,6		2,4		3,2		4,0
		0,7		1,5		2,3		3,1	
			0,6		1,4		2,2		3,0
				0,5		1,3		2,1	
					0,4		1,2		2,0
						0,3		1,1	
							0,2		1,0
								0,1	

(0,10)

1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 5, 5, 4, 4, 3, 3, 2, 2, 1

Si calculamos el número máximo de estados posibles, si se exceptúan el estado inicial (n, 0) y el de la caja vacía (0, 0), es igual a

$$E = (n^2 + 3n - 2) / 2$$

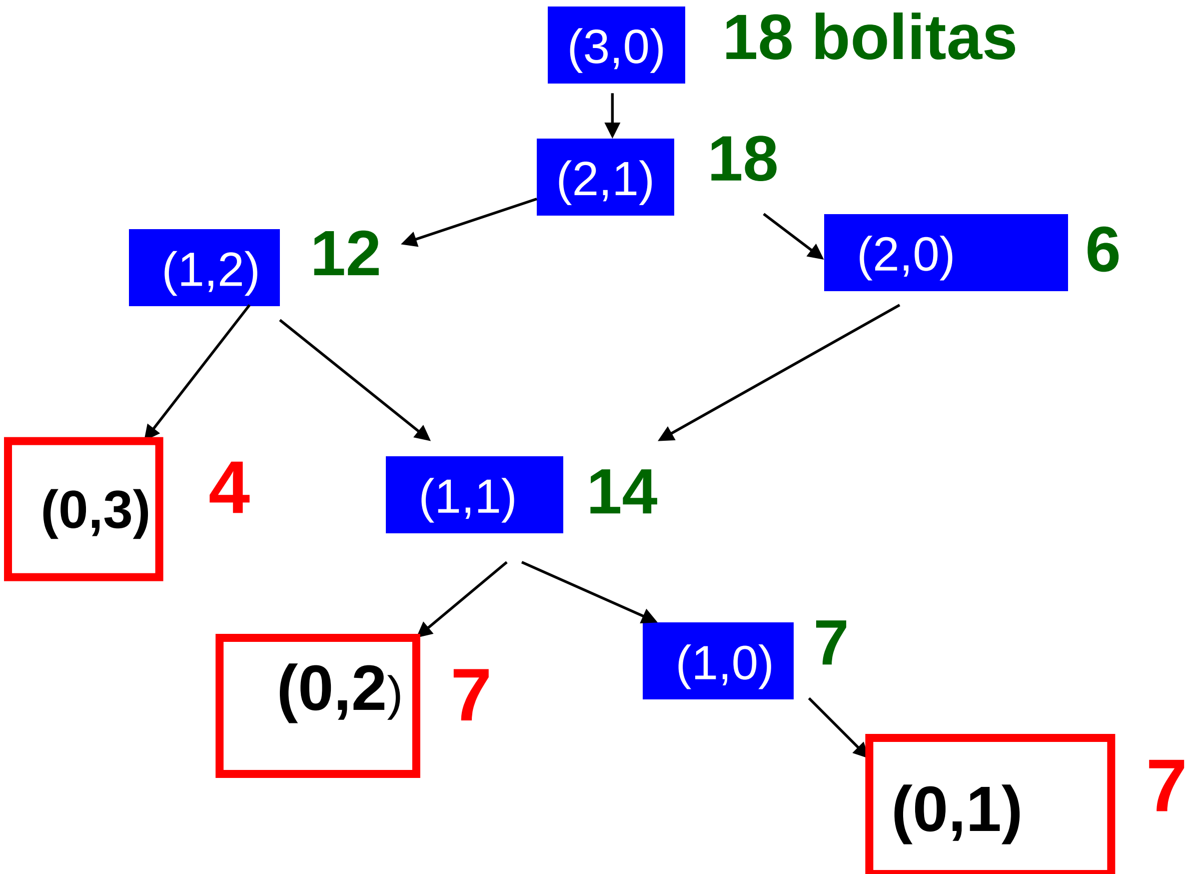
n	Estados
1	1
2	5
7	34
10	64
100	5148

Tomemos 3 pastillas enteras

Estado 0				(3,0)	
Estado 1			(2,1)		
Estado 2		(1,2)		(2,0)	
Estado 3	(0,3)		(1,1)		
Estado 4		(0,2)		(1, 0)	
Estado 5			(0,1)		

Realmente estamos interesados en las probabilidades de los estados del tipo (0,m), por tanto para su cálculo habremos de considerarlos estados finales (hojas terminales del árbol).

Para ello basta con eliminar las transiciones (0,m) → (0, m-1). De este modo obtendremos las probabilidades que nos interesan

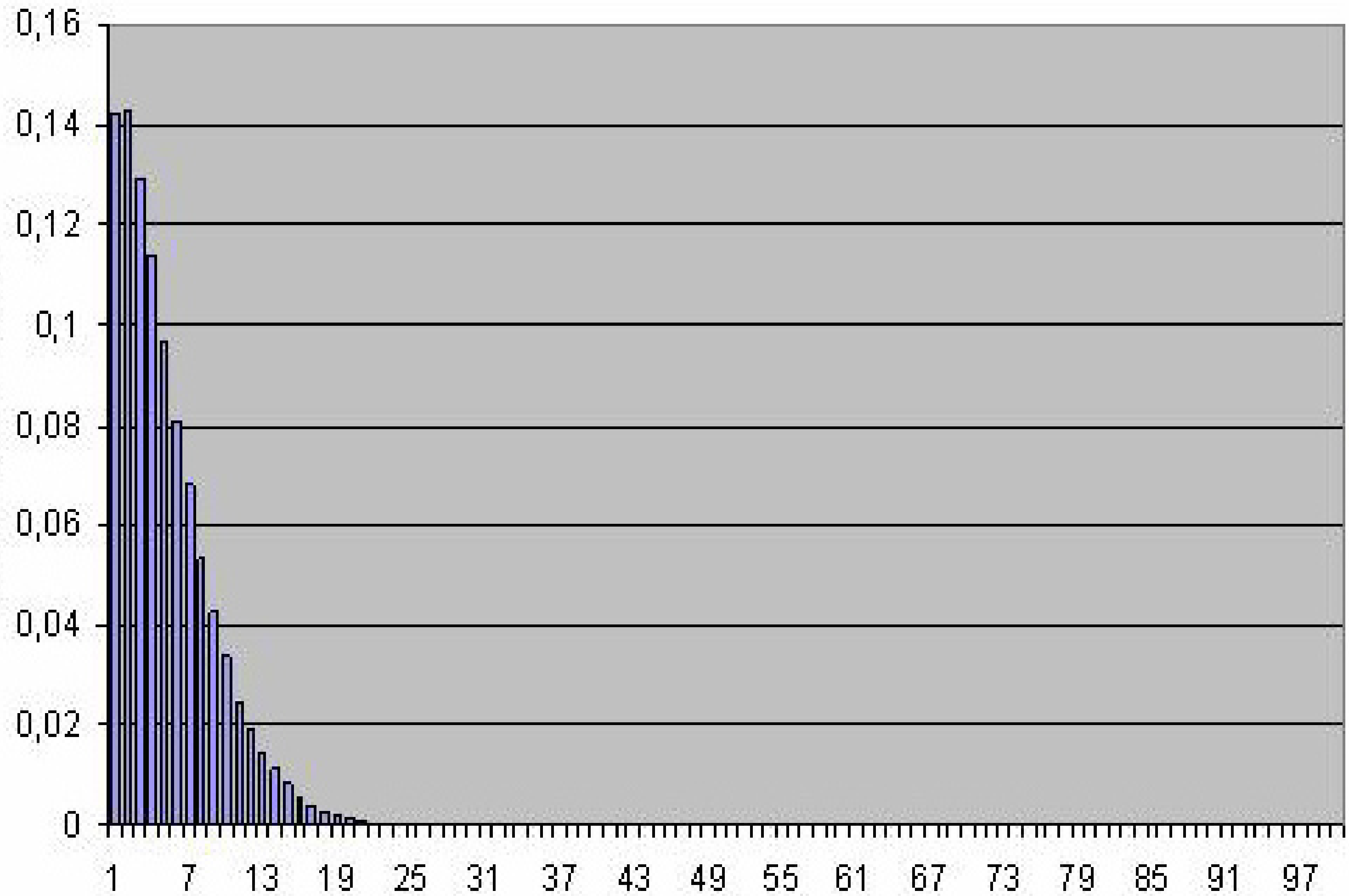


Es evidente que la suma de todas las probabilidades de las medias pastillas ha de ser 1,

$$p(0,n) + p(0,n-1) + \ldots + p(0,2) + p(0,1) = 1$$

Simulación mediante un ordenador

Pastillas Medias finales	Probabilidad calculada	Frecuencia ensayo
1	0,238557094	0,238189
2	0,238557094	0,238793
3	0,198144990	0,198143
4	0,144262185	0,143843
5	0,092546956	0,093087
6	0,051628725	0,051639
7	0,024315122	0,024281
8	0,009153107	0,009254
9	0,002471847	0,002405
10	0,000362880	0,000366



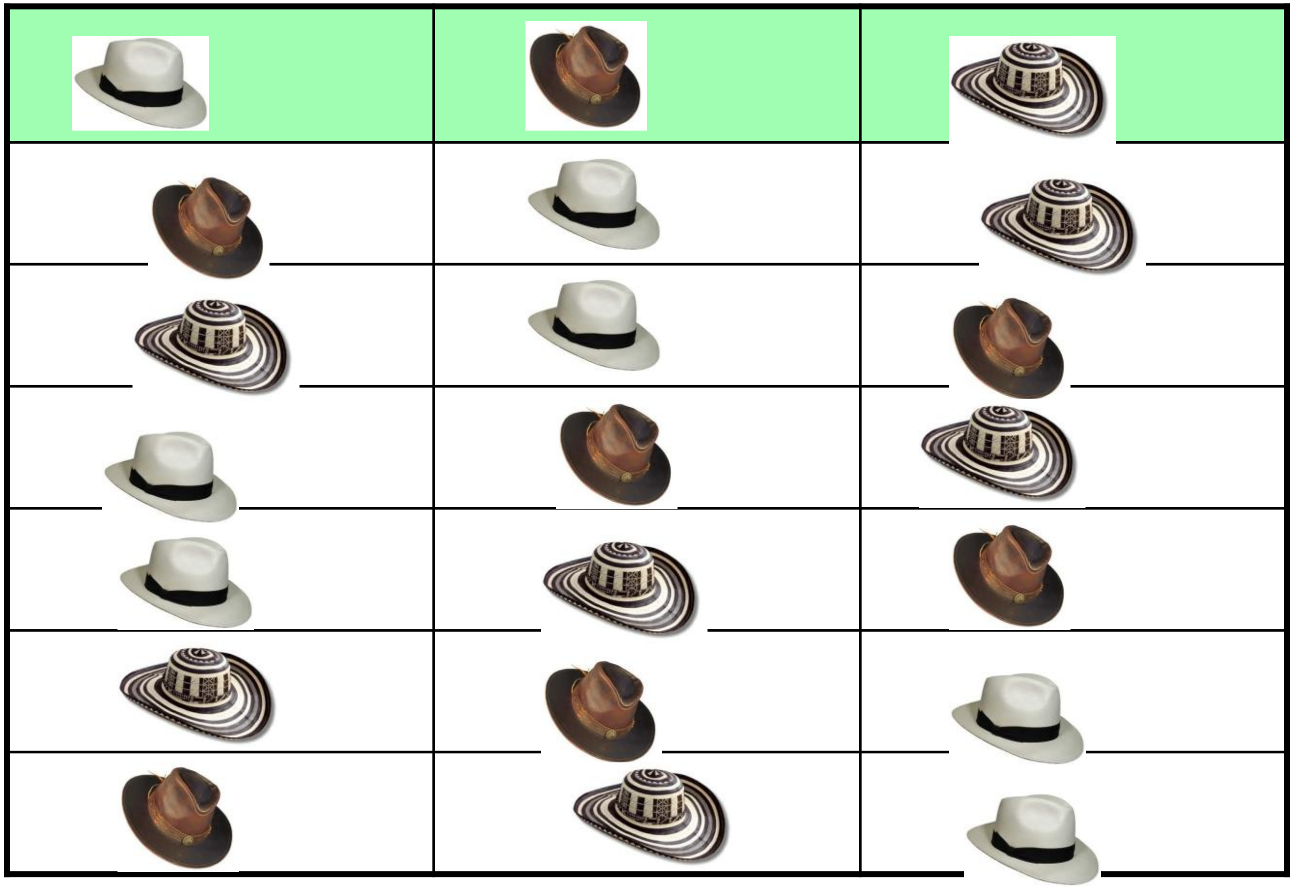
Medias pastillas finales(100 iniciales)

De acuerdo a la simulación se aprecia la concentración de las frecuencias significativas en los valores pequeños del número final de medias pastillas. El descenso de las frecuencias tiene la apariencia de ser de tipo exponencial,

El problema de las coincidencias, de los sombreros, de Euler,

Cuatro señores, cada uno con su sombrero, van a la ópera y al entrar dejan los sombreros en el guardarropa.
A la salida cada uno toma al azar un sombrero.
¿Cuál es la probabilidad de que ninguno de los señores reciba su sombrero?

Este problema fue estudiado, en un caso particular, por el científico francés Pierre Remond de Montmort en 1708



Posición original

Con 3 sombreros en 2 casos no hay ninguna coincidencia.

Efectivamente, existe tal relación, encontrada por L. Euler

$$P(n) = (n-1).\,[P(n-1) + P(n-2)]$$

y también obtuvo que :

$$P(n) = n.P(n-1)+(-1)^n$$

Nº de permutaciones en las que <u>ninguna</u> ocupa su posición original, P(n)
P(1) = 0
P(2) = 1
P(3) = 2
P(4) = 9
P(5) = 44

¿ Podemos encontrar alguna relación de recurrencia entre los distintos valores de P(n)?

$$Lim(Pn) = \lim\left(\frac{P(n)}{n!}\right) --> 1/e = 0,3678$$

$$P(n) = n!\left[1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \ldots + \frac{(-1)^n}{n!}\right]$$

Por tanto la probabilidad de **NO coincidencia** es :

$$Pn = \frac{P(n)}{n!}$$

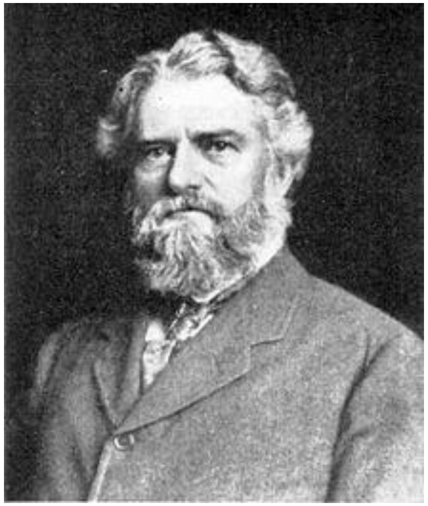
P3 = 0,333
P4 = 0, 375
P5 = 0, 366
P6 = 0, 368

P23 =0, 3678
P24 = 0, 3678

Parece que se estabiliza en torno a 0,3678

Ley de Benford

Estamos en los primeros meses del año **1881**, el astrónomo norteamericano **S. Newcomb** estaba usando un libro de logaritmos, cuando observó que las páginas del libro estaban más viejas y usadas cuanto más cercanas estaban del principio



S. Newcomb (1835-1909)

Actualmente equivaldría a examinar el desgaste de la **tecla "1"** en calculadoras u ordenador ¿A qué se debía?¿ Había alguna razón?

Sólo podía tener una explicación: a lo largo de los años había consultado mucho más el logaritmo de los números que comenzaban por 1 que de los que comenzaban por números más altos.

Este hecho fue olvidado durante años, hasta que en **1938**, **Frank Benford**, un físico de la compañía General Electric, se dio cuenta del mismo patrón.

Frank Benford
(1883-1948)

Entusiasmado por el descubrimiento, estudió 20.229 números provenientes de 20 muestras de todo tipo: constantes y magnitudes físicas, longitudes de ríos, estadísticas de béisbol, direcciones de personas... incluso cifras sacadas de portadas de revistas.

A partir de los datos extraídos del mundo real, comprobó que la probabilidad de que en una serie de muchos datos el primer digito de un número sea 1 es del 30%, 17,6% para un 2, 12'5% para el 3 y así va decreciendo...

AUTO REPUESTOS SUYAPA S. De R. L.

Frente al Boulevard del Norte
Salida a Olancho
Comayagüela, M.D.C., Honduras
Tel: (504) 223-0588 Telfax: (504) 223-0748
Email: auto.repuestos.suyapa@gmail.com

R.T.N. 08019995298341

FECHA			FACTURA №	VENDEDOR
DIA	MES	AÑO		
16	OCTUBRE	2007	00254	LENIN SALGADO

NOMBRE DEL CLIENTE	TIPO DE FACTURA
AUTO FRENOS BOULEVARD	CONTADO

CANT.	CODIGO	DESCRIPCCION	PRECIO UNITARIO	TOTAL
10	7313570013	ADITIVO DE MOTOR 14.5 OZS	40.00	400.00
3	731357012	ETER	60.00	180.00
10	AD-35	BANDAS DENTADAS	2.50	25.00
25	8-94218-497-0	RELAY PARA ISUZU 5P 12V	25.00	625.00
75	40222-18000	TORNILLO DE RUEDA DATSUN 210	2.50	187.50
10	90311-180754	RETENEDOR RUEDA DELANTERA TOYOTA	75.00	750.00
2	4651	SILVINES CAJA DE 12 UNIDADES	50.00	100.00
30	1034AMARILLO	FOCOS DE STOP AMARILLO	7.20	216.00
10	AT-111-35	FUSES HACHITA MINIATURA 35 AMP	1.80	18.00

1- No se aceptan cambios ni devoluciones
2- Despues de la fecha de vencimiento de esta factura devengara un recargo equivalente al interes maximo del sistema bancario
3- Por cada cheque devuelto por el banco se cobraran Lps. 300.00 de recargo

SUB TOTAL	L. 2,501.50
I.S.V.	L. 300.18
TOTAL	L. 2,801.68

"ORIGINAL"

"GRACIAS POR SU PREFERENCIA"

La factura es beneficio de todos, Exíjala

CONTRA RECIBO № 00254 FECHA DE ENTREGA 16/10/2007

Nosotros: AUTO FRENOS BOULEVARD

Hemos recibido de **Auto Repuestos Suyapa**, la factura No 00254

por un valor de 2801.68 para tramite de pago, La cual nos

comprometos a pagar durante los 30 dias de la fecha de emision de dicha factura.

Nombre y firma del cobrador

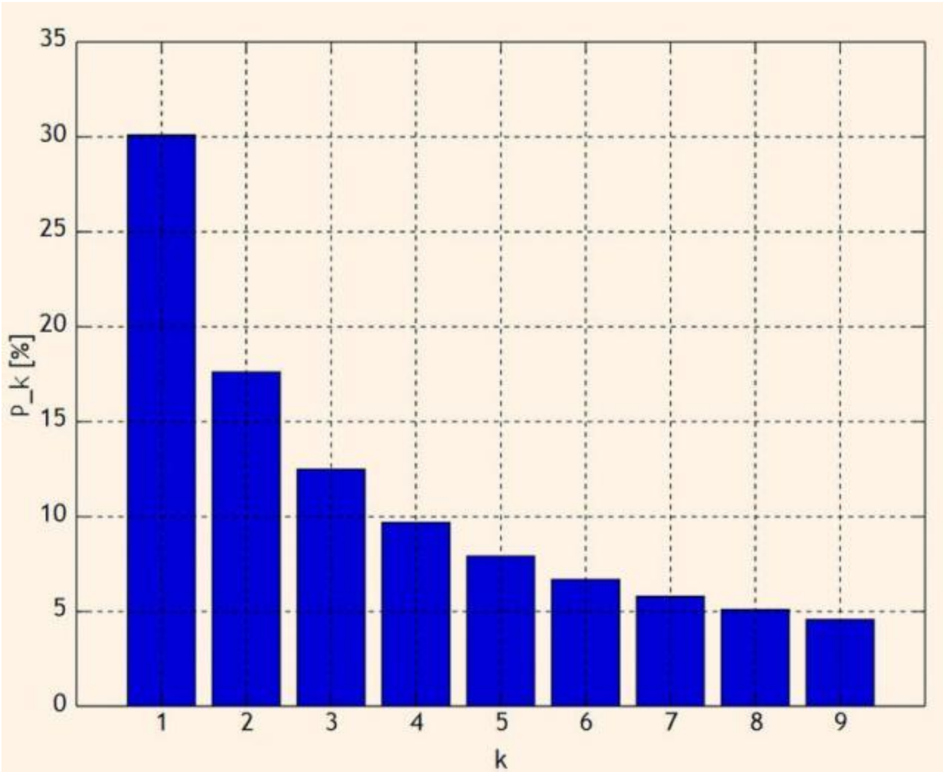
Nombre/firma/sello del Cliente

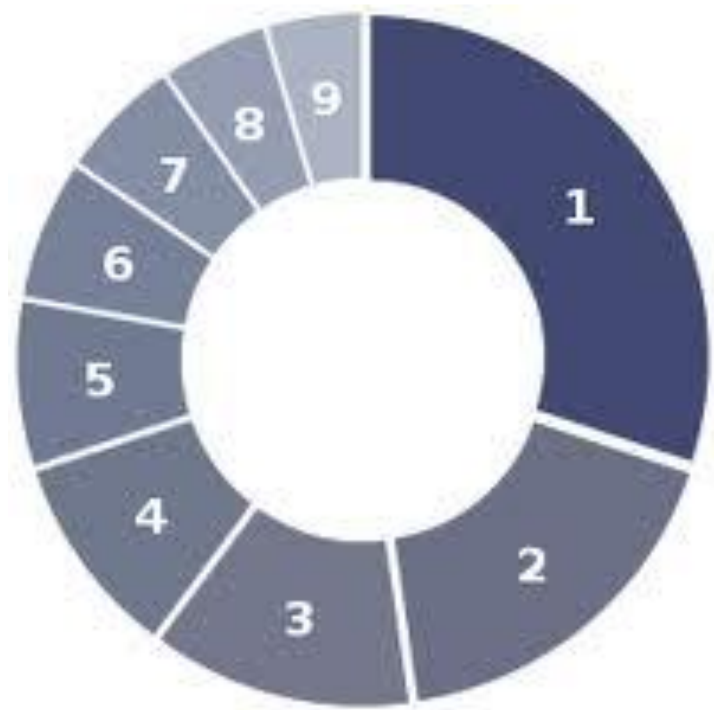
400, 25, 18, 625,
187, 100,….

Primera cifra	Probabilidad
1	30.1 %
2	17.6 %
3	12.5 %
4	9.7 %
5	7.9 %
6	6.7 %
7	5.8 %
8	5.1 %
9	4.6 %

La ley de Benford, también conocida como la **ley del primer dígito**

Esta ley, asegura que, en los números que existen en la vida real, en la primera cifra, el 1 aparece con mucha más frecuencia que el resto de los números.





Ley de Benford, o del primer dígito

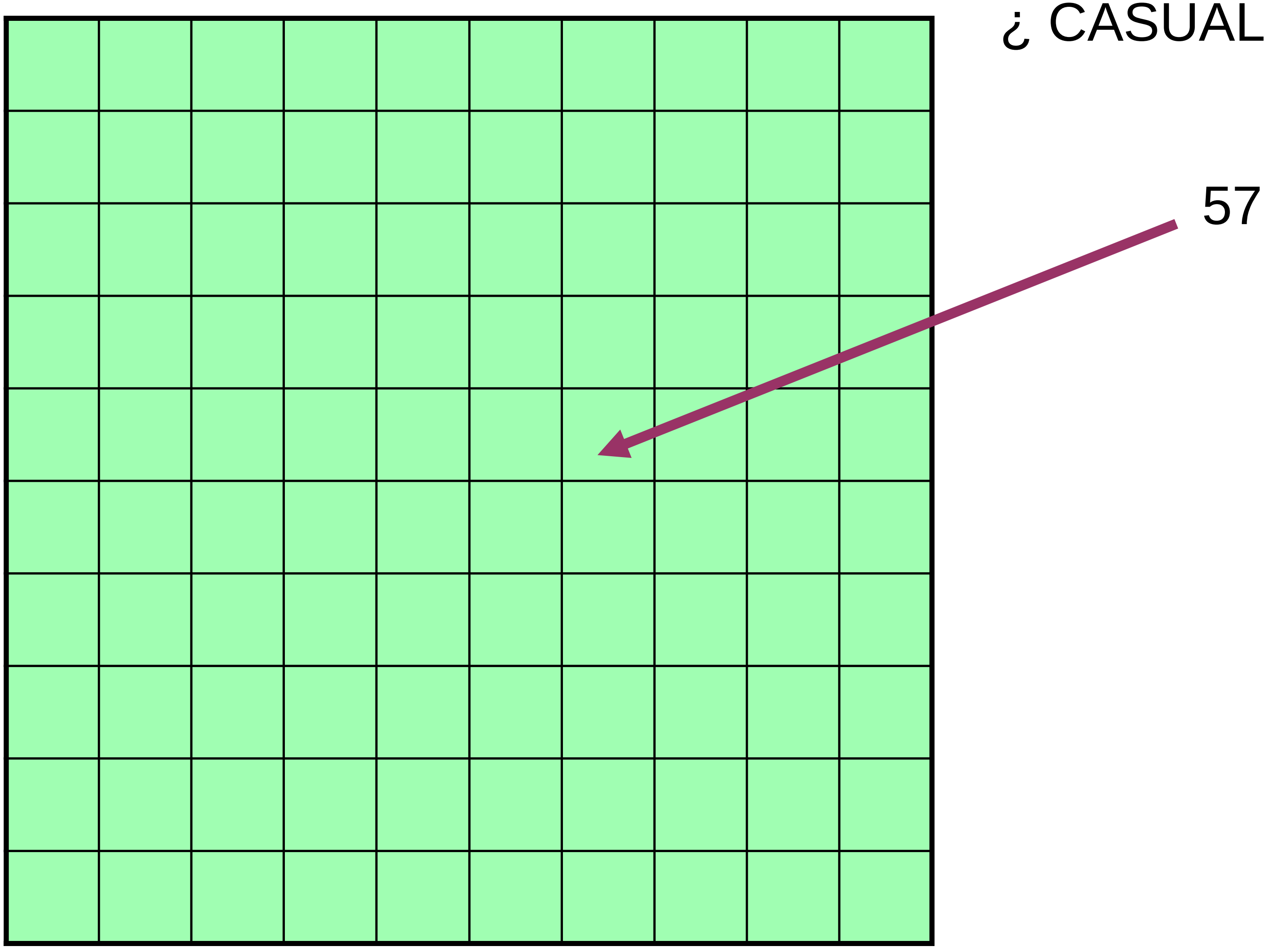
¿ Cuando se cumple la Ley de Benford?

Necesita datos que no sean totalmente aleatorios ni muy condicionados.

Los datos pueden ser de una gran variedad de fuentes y suelen ser el resultado típico de diversos procesos, con muchas influencias, como ocurre con la mayoría de datos extraídos de fenómenos naturales, sociales y económicos.

Ejemplos: a) Número de habitantes de los Pueblos de Bizkaia
c) Primos
d) Números aleatorios (No)

¿ CASUALIDADES?



Lanzamos dardos sobre una cuadrícula de 10x10 .

¿Cuántos dardos habrá que lanzar por término medio hasta que caigan dos dardos en la misma cuadrícula?

La aparente paradoja del cumpleaños

Usted entra en su clase y pregunta por el día del cumpleaños de todos y cada uno de sus alumnos y alumnas. Si en su clase hay 30 alumnos seguro que espera pocas coincidencias. Razona de la manera siguiente. El año tiene 365 días y solamente hay 30 alumnos, por tanto la posibilidad de coincidencia es muy pequeña ¿es esto cierto?

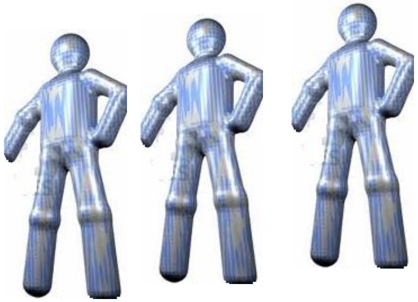
Haga la experiencia en su clase y seguro que se quedará sorprendido.

La probabilidad de que los dos alumnos no coincidan es:

$$\frac{365}{365}\cdot\frac{364}{365}=0{,}9973$$

Si razonamos de manera análoga, la probabilidad de que tres hayan nacido en días distintos será:

$$\frac{365}{365}\cdot\frac{364}{365}\cdot\frac{363}{365}=0{,}9918$$

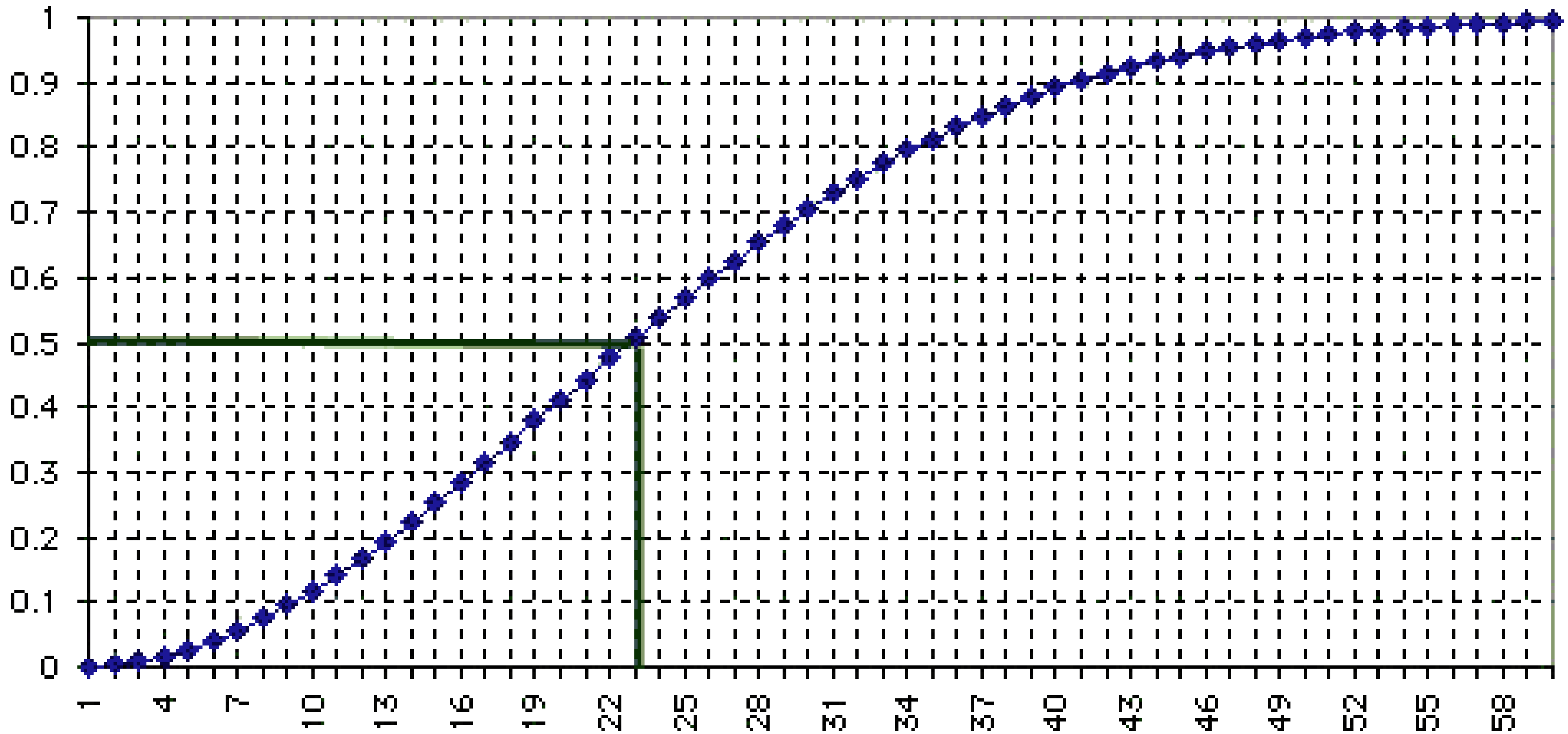


Y la probabilidad de que los 30 hayan nacido en días distintos (no existan coincidencias entre ellos) será:

$$\frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdot \cdots \frac{336}{365} = 0{,}2937$$

La probabilidad de que sí exista coincidencia, esto es que coincidan al menos dos personas en su cumpleaños, será igual a:

1- 0,2937 = 0,7063



P(coindencia entre n personas) $= \dfrac{365 \times 364 \times 363 \times \ldots (365 - n + 1)}{365^{n}}$

El 22 de agosto de 2002 la combinación ganadora fue la siguiente 13, 21, 24, 26, 32 y 34. Mientras que el 10 de Diciembre de 2009 fue la misma ¡qué casualidad!

Número total de posibles combinaciones: 13.983.816

Sorteos de la primitiva celebrado en estos años 2. 245 sorteos.

$$1-\frac{13.983.816}{13.983.816}\cdot\frac{13.983.815}{13.983.816}\cdot\ldots\cdot\frac{13.981.573}{13.983.816}\cdot\frac{13.981.572}{13.983.816}=0{,}16$$

Anotamos los dos números finales de las matrículas de coches y apostamos a que se repiten las dos últimas cifras de la matrícula en quince automóviles anotados al azar ¿es razonable mi apuesta?

Es equivalente a un año de 100 días y en este caso las personas son 15. Por tanto la probabilidad de coincidencia será igual a:

$$1-\frac{100}{100}.\frac{99}{100}....\frac{86}{100}=0,67$$

Precisión en el lenguaje, fallos

SOLUCIÓN !!

Lanzamos un dado

¿ En qué intento es más fácil de que salga el número 5 ?

En el primer intento
En el segundo
En el tercero
En el cuarto,….

No ha salido en el primero = (5/6)(1/6)

No ha salido ni en el 1º ni en 2º = (5/6)(5/6)(1/6)

En el N-esimo

No ha salido ni el 1º, ni 2º,.. Ni (N-1)º = (5/6)^N(1/6)

Los sabios también se equivocan…

Problema: Al tirar una moneda dos veces,
¿cuál es la probabilidad de obtener, por lo menos, una cara ?

C+, CC, +C, ++

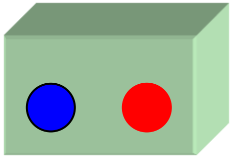
Solución -errónea- de D Alembert

Dudaba de que la probabilidad fuese 3/4, razonando que si una cara aparecía en la primera tirada, el juego habría terminado, pues no era necesario continuar con una segunda. Enumerando sólo tres casos posibles,

C , +C, ++ llegó a la probabilidad 2/3.

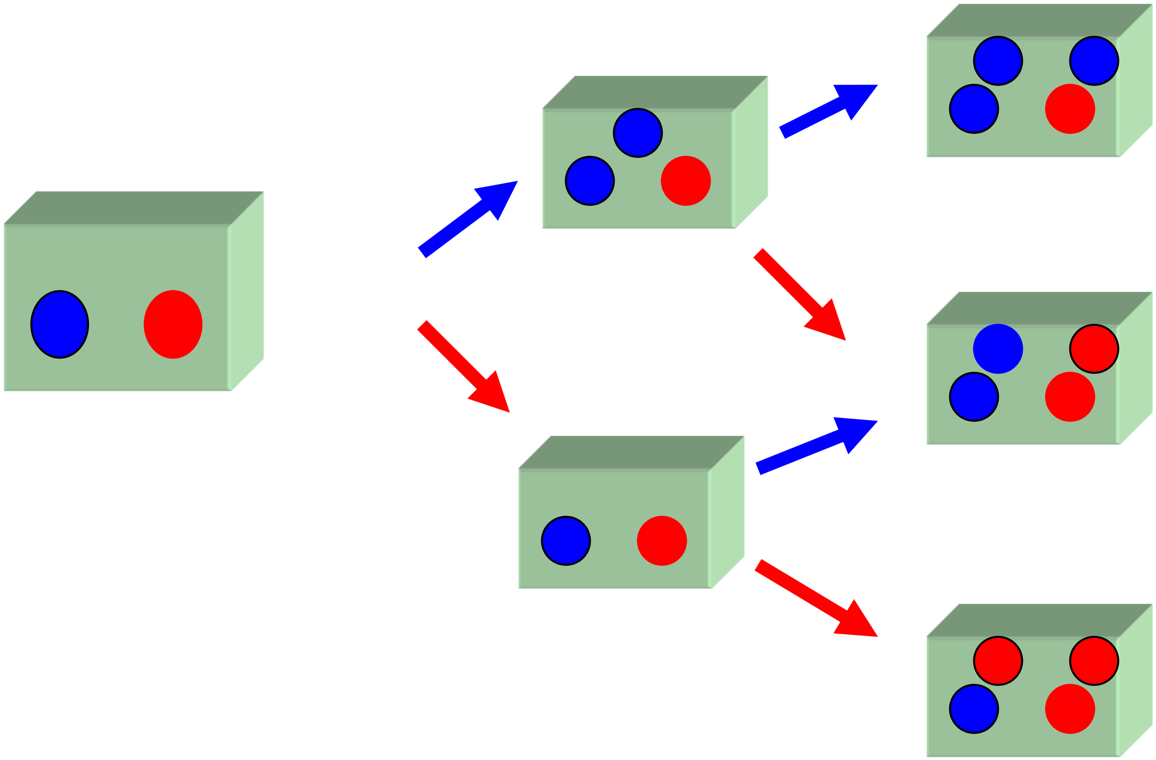
D Alembert (1717-83)

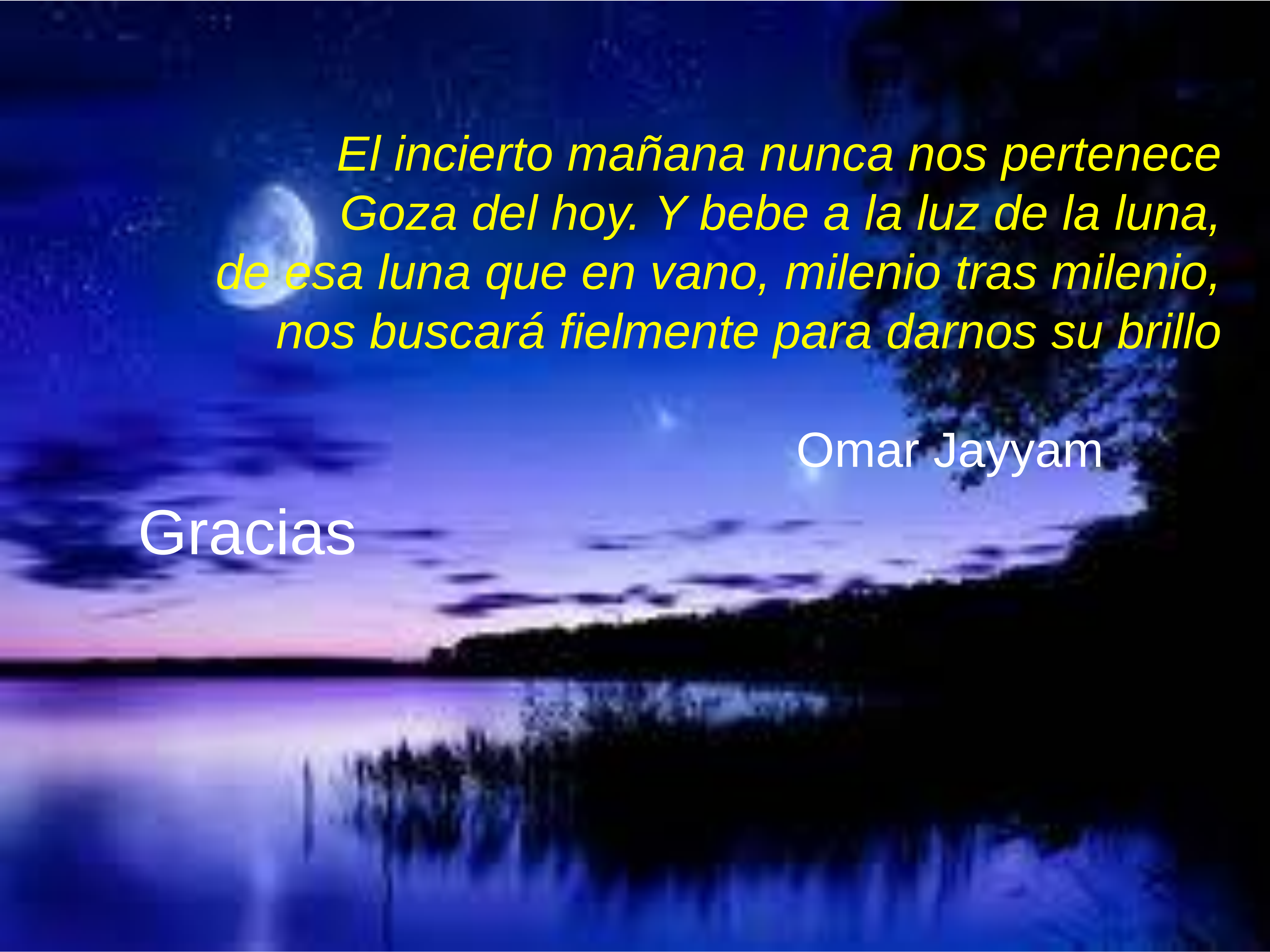
Urna de Polya



Disponemos de una urna, con 2 bolas (1 bola azul y 1 bola roja), acordamos el siguiente procedimiento: extraemos al azar una bola de la urna y dependiendo del color de dicha bola añadimos otra bola del mismo color que la extraída.,… y actuamos así sucesivamente. De manera que poco a poco se van añadiendo bolas a la urna.

El asunto consiste en estudiar la proporción de bolas azules y rojas a medida que el experimento avanza.





El incierto mañana nunca nos pertenece
Goza del hoy. Y bebe a la luz de la luna,
de esa luna que en vano, milenio tras milenio,
nos buscará fielmente para darnos su brillo

Omar Jayyam

Gracias