

MATEMÁTICAS

María BERNAL GARCÍA

DISEÑO Y PUESTA EN PRÁCTICA
DE UN NUEVO MATERIAL PARA
EDUCACIÓN PRIMARIA

TFG/*GBL* 2014



Facultad de Ciencias Humanas y Sociales
Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea

Grado en Maestro de Educación Primaria
/
Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Grado en Maestro en Educación Primaria
Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Trabajo Fin de Grado
Gradu Bukaerako Lana

**DISEÑO Y PUESTA EN PRÁCTICA DE
UN NUEVO MATERIAL PARA
EDUCACIÓN PRIMARIA**

María BERNAL GARCÍA

FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y SOCIALES
GIZA ETA GIZARTE ZIENTZIEN FAKULTATEA

UNIVERSIDAD PÚBLICA DE NAVARRA
NAFARROAKO UNIBERTSITATE PUBLIKOA

Estudiante / Ikaslea

María BERNAL GARCÍA

Título / Izenburua

Diseño y puesta en práctica de un nuevo material para Educación Primaria

Grado / Gradu

Grado en Maestro en Educación Primaria / Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Centro / Ikastegia

Facultad de Ciencias Humanas y Sociales / Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea
Universidad Pública de Navarra / Nafarroako Unibertsitate Publikoa

Director-a / Zuzendaria

M^º Inmaculada LIZASOAIN IRISO

Departamento / Saila

Matemáticas/Matematika

Curso académico / Ikasturte akademikoa

2013/2014

Semestre / Seihilekoa

Primavera / Udaberrik

Preámbulo

El Real Decreto 1393/2007, de 29 de octubre, modificado por el Real Decreto 861/2010, establece en el Capítulo III, dedicado a las enseñanzas oficiales de Grado, que “estas enseñanzas concluirán con la elaboración y defensa de un Trabajo Fin de Grado [...] El Trabajo Fin de Grado tendrá entre 6 y 30 créditos, deberá realizarse en la fase final del plan de estudios y estar orientado a la evaluación de competencias asociadas al título”.

El Grado en Maestro en Educación Primaria por la Universidad Pública de Navarra tiene una extensión de 12 ECTS, según la memoria del título verificada por la ANECA. El título está regido por la *Orden ECI/3857/2007, de 27 de diciembre, por la que se establecen los requisitos para la verificación de los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Primaria*; con la aplicación, con carácter subsidiario, del reglamento de Trabajos Fin de Grado, aprobado por el Consejo de Gobierno de la Universidad el 12 de marzo de 2013.

Todos los planes de estudios de Maestro en Educación Primaria se estructuran, según la Orden ECI/3857/2007, en tres grandes módulos: uno, *de formación básica*, donde se desarrollan los contenidos socio-psico-pedagógicos; otro, *didáctico y disciplinar*, que recoge los contenidos de las disciplinas y su didáctica; y, por último, *Practicum*, donde se describen las competencias que tendrán que adquirir los estudiantes del Grado en las prácticas escolares. En este último módulo, se enmarca el Trabajo Fin de Grado, que debe reflejar la formación adquirida a lo largo de todas las enseñanzas. Finalmente, dado que la Orden ECI/3857/2007 no concreta la distribución de los 240 ECTS necesarios para la obtención del Grado, las universidades tienen la facultad de determinar un número de créditos, estableciendo, en general, asignaturas de carácter optativo.

Así, en cumplimiento de la Orden ECI/3857/2007, es requisito necesario que en el Trabajo Fin de Grado el estudiante demuestre competencias relativas a los módulos de formación básica, didáctico-disciplinar y practicum, exigidas para todos los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Primaria.

En este trabajo, el módulo *de formación básica* se encuentra presente en el primer apartado, el “marco teórico”. Éste nos ha permitido enmarcar nuestro proyecto a través de diferentes teorías y aspectos psicopedagógicos, haciendo referencia a diferentes autores como Piaget y Rousseau. A su vez, ha aportado los conocimientos necesarios para adecuar el material diseñado y las secuencias didácticas basadas en él a las características cognitivas de los alumnos en cada etapa escolar.

El módulo *didáctico y disciplinar*, localizado en el tercer y cuarto apartado, “nuevo material” y “secuencia didáctica”, es una de las partes fundamentales de nuestro trabajo, ya que en él se recogen diferentes actividades para llevar al aula a través de nuestro nuevo material, así como la descripción del mismo y su proceso de construcción.

Asimismo, el módulo *practicum*, concretado en el quinto apartado, “puesta en práctica y conclusiones obtenidas”, muestra el resultado de llevar las secuencias propuestas para primer ciclo de primaria a un aula real. Este apartado nos permite valorar la eficacia que nuestro nuevo material ha tenido dentro de un colegio y observar la respuesta de los alumnos ante una de las secuencias didácticas diseñadas.

Resumen

En este trabajo, se diseña un nuevo material físico que permite trabajar diferentes aspectos matemáticos referidos a los cuatro bloques de contenidos del primero, segundo y tercer ciclo de Educación Primaria. Asimismo, se proponen varias secuencias didácticas dirigidas a trabajar con este nuevo material a lo largo de los tres ciclos de educación primaria. Se emplea para ello una metodología constructivista, enfocada hacia un aprendizaje significativo y basada en las teorías evolutivas de Piaget.

Las conclusiones obtenidas tras llevar a la práctica algunas de estas secuencias en un aula de segundo curso de primaria, cierran el trabajo.

Palabras clave: Matemáticas; material didáctico; secuencia didáctica; material manipulativo; Educación Primaria.

Abstract

In this project we show the creation of a new physical material that enables to work different mathematical aspects that are in the four blocks of contents of first, second and third cycle of primary. Also, we include some didactic sequences for the three cycles of primary orientated to work with this new material. Methodological currents like constructivism and significant learning, as well as the evolutionary theories of Piaget, are used.

The conclusions reached after having carried the first cycle sequences to practice in a real classroom close the project.

Keywords: Mathematics; didactic material; didactic sequence; manipulative material; Primary Education.

Índice

Introducción	1
1. Marco teórico	3
1.1. Introducción e ideas generales	3
1.2. Conceptos matemáticos que van a ser tratados	8
2. Antecedentes	13
2.1. Introducción	13
2.2. Para trabajar la medida del tiempo	15
2.2.1. Reloj de arena	15
2.2.2. Reloj analógico.....	15
2.2.3. Reloj digital	16
2.3. Para trabajar simetrías	16
2.3.1. Geoplano	16
2.3.2. Tangram	17
2.3.3. Chinchetas mosaico	18
2.3.4. Geogebra	19
2.3.5. Otros	19
2.4. Para trabajar fracciones	20
2.4.1. Regletas Cuisenaire.....	20
2.4.2. Policubos.....	20
2.4.3. Círculo de fracciones	21
2.4.4. Dominó de fracciones	22
2.4.5. Geogebra (Ver apartado 2.3.4).....	23
2.5. Para trabajar ángulos	23
2.5.1. Círculo de ángulos.....	23
2.5.2. Geogebra (Ver apartado 2.3.4).....	23
2.6. Para trabajar gráficos de sectores	23
2.6.1. Geoplano (Ver apartado 2.3.1).....	23
2.6.2. Círculo de fracciones (Ver apartado 2.4.3.).....	23
2.6.3. Geogebra (Ver apartado 2.3.4).....	23
3. Nuevo material, el reloj sectorial	24
3.1. ¿Cómo llegamos a diseñar este material?	24
3.2. ¿Por qué diseñamos este material?.....	25
3.3. Descripción del reloj sectorial	27
3.3.1. Descripción	27
3.3.2. Actividades de construcción	31
4. Secuencias didácticas	33
4.1. Primer ciclo.....	33
4.1.1. Explicación y construcción del reloj sectorial	33
4.1.2. La hora (en analógico y digital).....	36
4.1.3. Simetría.....	42
4.2. Segundo ciclo	45
4.2.1. Las fracciones.....	45
4.2.2. Los ángulos	54
4.3. Tercer ciclo	57
4.3.1. Las fracciones equivalentes	57
4.3.2. Los porcentajes	60

5. Puesta en práctica y conclusiones obtenidas	64
5.1. Características del centro y las aulas	64
5.2. Secuencias prácticas	65
5.2.1. Actividades relacionadas con la construcción del reloj sectorial	66
5.2.2. Actividades relacionadas con las horas	67
5.2.3. Actividades relacionadas con la simetría	69
Conclusiones y cuestiones abiertas	71
Referencias	73
Anexos	75
Anexo I: Plantilla “ángulos”	75
Anexo II: Plantilla “segundos/minutos”	76
Anexo III: Plantilla “porcentajes”	77
Anexo IV: Materiales	78
Anexo V: Tiras de cartón dobladas	78
Anexo VI: Tiras pegadas al cartón.....	79
Anexo VII: Hora entera	80
Anexo VIII: Media hora I	80
Anexo IX: Media hora II	81
Anexo X: Esquema de reloj	81
Anexo XI: Doceavos en el reloj	82
Anexo XII: 5 minutos.....	82
Anexo XIII: 15 minutos.....	83
Anexo XIV: Plantilla de relojes	84
Anexo XV: Ejemplos de simetría.....	85
Anexo XVI: Plantilla de simetría	86
Anexo XVII: Hoja doblada (I).....	88
Anexo XVIII: Hoja doblada (II).....	88
Anexo XIX: Juego Serpientes y Escaleras.....	89
Anexo XX: Ejemplos de ángulos.....	90
Anexo XXI: Tabla ángulos	90
Anexo XXII: Goma eva marcando 50%	91
Anexo XXIII: Fotos primera sesión.....	91
Anexo XXIV: Fotos segunda sesión.....	94
Anexo XXV: Fotos cuarta sesión	95

INTRODUCCIÓN

El siguiente trabajo pertenece al área de Didáctica de las Matemáticas, más concretamente el tema referido al trabajo de los diferentes contenidos didácticos a través de materiales manipulativos.

Nuestro principal objetivo ha sido diseñar un nuevo material, llamado reloj sectorial, que nos permitiese trabajar diferentes contenidos recogidos en los cuatro bloques de matemáticas a lo largo de los tres ciclos de Educación Primaria. Los motivos que nos llevaron a la elección de este tema fueron varios, entre ellos, el deseo por investigar nuevos métodos de enseñar las matemáticas en primaria.

Es bien sabido que la mayoría de los estudiantes suelen ser propensos al rechazo de las matemáticas al no encontrar significado a las mismas ni verles ningún aliciente. Con este Trabajo de Fin de Grado pretendemos desterrar esta idea, trabajando los diferentes aspectos matemáticos a través de materiales y actividades dirigidas a la aplicación real de los conocimientos matemáticos de una forma atractiva para los niños y niñas.

1. MARCO TEÓRICO

1.1. Introducción e ideas generales

Tal y como nos indica el currículo de primaria, podemos definir las Matemáticas como “un conjunto de saberes asociados en una primera aproximación a los números y las formas, que se van progresivamente completando hasta constituir un modo valioso de analizar situaciones variadas.” (Decreto Foral 24/2007, p.103)

La importancia que tienen las matemáticas en nuestro día a día es incuestionable. Están presentes en nuestra vida cotidiana: en los precios cuando vamos a hacer la compra, en la hora, en los botones del ascensor, etc.

Sin embargo, no es este el único motivo al que se debe la importancia de las matemáticas. El currículo de primaria hace referencia a una doble función de las matemáticas:

1. Las matemáticas son útiles en otros ámbitos. Como ya hemos señalado, el saber matemático nos es útil en nuestro día a día, en la vida laboral, en la adquisición de otros saberes...
2. El aprendizaje de las matemáticas fomenta el desarrollo intelectual general y contribuye al desarrollo de “las destrezas susceptibles de ser utilizadas en una amplia gama de casos particulares, y que contribuyen, por sí mismas, a potenciar capacidades cognitivas de niños y niñas”. (Decreto Foral 24/2007, p.103)

Así pues, las matemáticas también nos permiten desarrollarnos cognitivamente, jerarquizando nuestros pensamientos, organizando nuestra mente.

Las matemáticas en educación primaria deben tener, pues, un carácter funcional y práctico. Deben ir dirigidas a que el niño adquiera las destrezas necesarias para valerse por sí mismo en un futuro.

Es por ello que las Matemáticas en educación primaria no deben centrarse en el aprendizaje memorístico de fórmulas, normas y procedimientos, sino en el entendimiento y la comprensión de los conceptos y conocimientos que se transmiten.

De hecho, uno de los principales problemas que presentan la mayoría de los niños y niñas en primaria, e incluso en secundaria, es la incapacidad de saber por qué a un problema planteado de forma escrita se le aplica un determinado algoritmo y no otro. Por qué aquí restamos y no sumamos, por ejemplo. Sin embargo, las dudas desaparecen cuando le presentamos el mismo problema aplicado a un contexto real, con objetos que él puede ver y tocar.

Al acudir al Decreto Foral 24/2007, vemos que nos habla de entender las matemáticas en Educación Primaria desde una perspectiva en la cual se pretende educar a los niños y niñas de manera que sean capaces de “enfrentarse con éxito a las situaciones cotidianas en las que intervengan los números y sus relaciones (...)” (Decreto Foral 24/2007, p.103-104)

Asimismo, también se indica en el Decreto Foral 24/2007 que los procesos de resolución de problemas constituyen uno de los ejes principales de la actividad matemática en el aula de primaria. Es muy importante que los niños y niñas trabajen las matemáticas desde su aspecto real, es decir, partiendo de las situaciones y problemas reales de sus vidas cotidianas.

Sin embargo, en muchos casos estos problemas se reducen, como señalan Hernán, F. y Carrillo, E. (1988), a los del tipo “relato”, es decir, aquellos problemas que solamente comprenden texto y se espera de los alumnos que entiendan el enunciado, elaboren las operaciones oportunas y calculen el resultado. En caso de que un alumno o alumna no haya entendido el problema, bien sea por no haber comprendido el texto o por haber aplicado incorrectamente los algoritmos, el profesor normalmente se limita a corregir el problema repitiéndolo él mismo. De esta manera, como indican Hernán, F. y Carrillo, E. (1988), lo único que logra es que el alumno siga sin ser capaz de solucionar el problema por sí mismo, creando una cadena recursiva en la cual, dado que el alumno o bien no ha comprendido el problema o ha olvidado la forma de proceder para su resolución, el profesor procede a resolverlo mientras el niño y niña observa

cómo lo hace. No obstante, al igual que nadie aprende a andar en bicicleta con tan solo mirar a otro hacerlo, nadie aprende a resolver problemas observando solamente cómo lo hace el maestro.

Las matemáticas deben ser experimentadas y vividas para ser aprendidas de forma significativa:

“El sentido de esta área en la Educación Primaria es eminentemente experiencial (...) Los niños y las niñas deben aprender Matemáticas utilizándolas en contextos funcionales relacionados con situaciones de la vida diaria, para adquirir progresivamente conocimientos más complejos a partir de las experiencias y los conocimientos previos.” (Decreto Foral 24/2007, p.104)

La misma idea nos muestra Rousseau en su obra Emilio:

“Haced de modo que el niño conozca todas estas experiencias, que las haga las que estén a su alcance y que las otras las encuentre por inducción, pero más quiero cien veces que no las sepa, si es necesario decírselas”. (Rousseau, 2000, p.180)

Y es que la educación matemática debe ir mucho más allá del aprendizaje memorístico de fórmulas y procedimientos a seguir para la resolución de un problema. Debemos tratar de lograr que los alumnos creen significados a partir de sus propias experiencias. Es aquí donde encontramos el papel que tienen los diferentes materiales y recursos existentes. Estos permiten a los alumnos la experimentación.

Asimismo, uno de los objetivos más importantes de la educación primaria en el área de las matemáticas debería ser captar el interés de los niños y niñas y motivarlos a través de experiencias propias en el trabajo de las matemáticas.

“(...) el uso escolar de recursos y materiales didácticos está justificado porque abre la atractiva posibilidad de experimentar con las matemáticas, permite la reflexión y análisis de procedimientos y resultados, desarrolla la motivación y potencia la capacidad creativa de los alumnos”. (González Marí, 2010, p.12)

Han sido muchos los materiales que han ido apareciendo con el fin de atraer a los alumnos a este mundo de las matemáticas, desde juegos lógicos hasta enigmas, adivinanzas, rompecabezas, etc.

A través de este gran número de materiales, lo que se ha pretendido hacer es facilitar, animar, apoyar y (tratar de) hacer más atractiva y gratificante la resolución de problemas matemáticos a los estudiantes. Es, en efecto, a través de la manipulación directa y la experimentación con objetos reales cuando el niño comienza a construir el pensamiento matemático desde edades tempranas. Por medio de esta observación directa, la persona comienza a discriminar, generalizar y establecer reglas y propiedades, a crear extrapolaciones y excepciones comparando y encontrando relaciones a partir de los datos extraídos de la realidad.

“El uso de materiales adecuados (...) constituye una actividad de primer orden que fomenta la observación, la experimentación y la reflexión necesarias para constituir sus propias ideas matemáticas. El trabajo con materiales debe ser un elemento activo y habitual en clase, y no puede reducirse a la visualización esporádica de algún modelo presentado por el profesor”. (MEC, 1992b, p. 533)

Es importantísimo, pues, favorecer y fomentar estos procesos en los que el alumno pueda experimentar y manipular objetos a través de situaciones de juego, ya que a partir de ellas se hace posible descubrir las innumerables funciones que tienen las matemáticas en la vida real.

Por otra parte, algo que hemos tenido en cuenta a la hora de diseñar nuestro material y establecer las actividades de los diferentes ciclos, ha sido la teoría de Piaget sobre los diferentes estadios por los que pasan los niños en su proceso de maduración cognitiva. Atender a este aspecto es indispensable para la labor del maestro, ya que permite averiguar el nivel o el estadio piagetiano en el que se encuentra cada niño y, de esta manera, adecuar las actividades y contenidos a enseñar a dicho nivel.

“La capacidad de comprensión y aprendizaje de la información nueva está determinada por el nivel de desarrollo cognitivo del sujeto (...) existen límites para el aprendizaje el cual está determinado por las capacidades de los

alumnos a medida que avanzan en su desarrollo cognitivo". (Carretero, M., 2009, p.43)

A continuación y de acuerdo con Carretero (2009), citamos las características más importantes del periodo operacional concreto, según la teoría de la evolución de Jean Piaget, y hablamos también de los subperiodos. Obviamos el primero de los periodos (periodo sensoriomotor, que llega hasta los 2 años) y el tercero (periodo operacional formal, que comprende las edades que van de los 12-15 años en adelante), ya que este trabajo está dirigido a la educación primaria (6-12 años). Nos centraremos, por tanto, en el segundo periodo, el operacional concreto, que comprende las edades de 2 a 12 años.

De acuerdo con M. Luisa Fiol y Josep M. Fortuny (1998), podemos dividir este periodo a su vez en dos subestadios: el preoperatorio (de 2 a 6-7 años) y el operacional concreto (de 6-7 a 12 años).

- Subestadio preoperatorio (de 2 a 6-7 años): El niño comienza este subperiodo habiendo adquirido ya la función simbólica, consistente en, como señala Ibarra, I. W. (2003), la capacidad de representar la realidad, un "significado" cualquiera (un objeto, esquema conceptual, un hecho...) a través de un "significante": el lenguaje, una imagen mental, un símbolo, etc. Esto es un hito muy importante en el desarrollo del niño, ya que la capacidad de comunicarse a través de símbolos es algo que define al ser humano. Es lo que en un futuro va a permitir al alumno comprender las instrucciones que pueda darle el profesor valiéndose del lenguaje, por ejemplo.

Asimismo, uno de los aspectos que caracterizan esta etapa es que el niño realiza la adquisición de conocimiento basándose en gran medida en lo que percibe a través de los sentidos. En estas edades es muy importante trabajar con materiales que el alumno pueda manipular y explorar.

- Subestadio operacional concreto (de 6-7 a 12 años): El cambio de etapa suele darse a mitad del primer ciclo de primaria. Al finalizar el subestadio anterior y comenzar el siguiente, el niño ya es capaz de, tras manipular, experimentar con objetos reales y reflexionar sobre dicha manipulación, realizar operaciones

concretas basadas en estas acciones. Sin embargo, aún requiere del trabajo con materiales concretos que pueda ver y tocar. Los razonamientos que lleva a cabo están siempre relacionados con los fenómenos que ve con sus propios ojos. Necesita comprobar a través de la experimentación estos fenómenos para poder comprenderlos.

Asimismo, durante esta etapa va adquiriendo ciertas nociones como longitud, tiempo, área..., que trabajaremos con el material diseñado en este trabajo.

Al finalizar este periodo y comenzar el periodo de las operaciones formales (de 12-15 años en adelante) el alumno ya es capaz de pensar de forma abstracta, no requiere de materiales manipulativos con los que comprobar sus hipótesis. A partir de este estadio, deja de depender tanto de las pruebas materiales en favor de un razonamiento de carácter más hipotético-deductivo. Los alumnos “son capaces de pensar en forma abstracta a partir de proposiciones verbales, explorando todas las posibilidades lógicas. No se encuentran atados por el “aquí y ahora””. (Corral, A. y Pardo, P., 2012, p.76)

1.2. Conceptos matemáticos que van a ser tratados

Son varios los contenidos que vamos a trabajar con este nuevo material, llamado reloj sectorial. Todos ellos aparecen recogidos en el cuadro de contenidos del punto 3.3. En este apartado, no obstante, nos centraremos en uno de ellos, que nos parece lo suficientemente representativo: las fracciones. Para ello nos basaremos la información que Godino (2003) nos ofrece en su libro *Matemáticas para maestros y Didáctica de las Matemáticas para maestros*.

Las fracciones “(...) surgen como necesidad de ampliación del campo numérico de los números enteros. Los números enteros no dan solución a la ecuación $bx = a$, donde b es distinto de cero, cuando a no es múltiplo de b ”. (Iglesias, M., Ronconi, C., Cremón, A. V., Villafañe, C. y di Francia, E. A., 2001, p.6).

Conocer y entender el concepto de fracción y saber aplicarlo a un problema real es algo que el niño de primaria debe haber logrado al acabar sexto curso debido a la gran

versatilidad y a la inmensa cantidad de aplicaciones a la vida real que tienen las fracciones.

El concepto de fracción positiva podemos definirlo como “un par ordenado de números naturales $\frac{a}{b}$ con $b > 0$. Al número a se le llama *numerador* y al b *denominador*.”

Cuando hacemos referencia a una fracción, es importante saber que una fracción no se entiende como una entidad autónoma, sino actuando sobre otro número o sobre un conjunto. Hablamos siempre de una fracción de algo. Además, son muchos los usos a los que pueden ser aplicadas. Podemos encontrar cinco usos diferentes para las fracciones:

1. Parte de un conjunto finito.

En este caso, el conjunto está formado por un número discreto de elementos. La fracción indica en cuántas partes tenemos que dividir ese número de elementos y cuántas de esas partes debemos considerar.

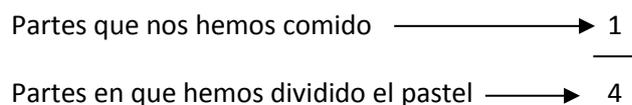
Por ejemplo, de veinte bocadillos que hemos preparado, $\frac{2}{5}$ llevan queso. Entendemos que hemos dividido el número de bocadillos en cinco partes (de $20 : 5 = 4$ bocadillos cada una) y que, de ellas, dos partes son bocadillos que llevan queso. Es decir, $4 \times 2 = 8$ bocadillos llevan queso.

2. Parte de una unidad homogénea.

Se emplea este significado cuando la fracción actúa sobre un objeto homogéneo que dividimos en diferentes partes. El número de estas partes se coloca en el denominador, y el número de partes que consideramos en el numerador. Por ejemplo, hemos dividido un pastel en cuatro partes y nos hemos comido una.



Figura 1. Tarta dividida en 4 partes



3. Parte de la unidad de medida.

Hace referencia a un caso particular del uso anterior. En este caso es la unidad de medida la que se utiliza como objeto homogéneo: el litro, el metro, el kilogramo...

Por ejemplo, de 5 litros que caben en esa botella, únicamente están ocupados $\frac{3}{4}$ litros. Entendemos que lo que estamos fraccionando en cuatro partes y tomando luego tres es la unidad de medida, es decir, 1 litro: lo que hay en esa botella son $\frac{3}{4}$ litros, no $\frac{3}{4}$ de 5 litros.

4. Reparto de varias unidades en varias partes.

Se trata de una fracción en la que el numerador indica el número de unidades de que disponemos, y el denominador el número de partes iguales en las que tenemos que dividir esa cantidad de unidades. En los casos en los que la división es inexacta, por ejemplo, tenemos cuatro pizzas a repartir entre siete amigos, no da un cociente entero (0,571428...), por lo que es conveniente dejar expresada esta división como $\frac{4}{7}$.

5. Razón entre dos variables.

Empleamos este uso cuando hacemos referencia a la relación que existe entre dos cantidades o conjuntos de unidades. Por ejemplo, si tenemos siete canicas, tres azules y cuatro rojas, podemos afirmar que la proporción es de tres azules a cuatro rojas, o lo que es lo mismo, el número de canicas azules es igual a $\frac{3}{4}$ del número de canicas rojas.

No todos estos usos serán recogidos en las secuencias descritas en el apartado 4. En concreto, los que nosotros trabajaremos serán los explicados en los puntos 1, 2 y 3. La razón de haberlos escogido es, básicamente, que el reloj sectorial se adapta mejor a la explicación de los mismos. Por otro lado, existen materiales que pueden resultar más adecuados para la explicación de los otros usos de las fracciones.

Por otra parte, según las indicaciones de Encarnación Castro y Manuel Torralbo (2001), existen varios modelos de representaciones. Los modelos de representaciones consisten en materiales estructurados que permiten dar una visión isomorfa del concepto, ayudando a entender las relaciones y propiedades del mismo. Podemos clasificar los distintos modelos en dos grupos:

- Los modelos continuos. Entre ellos se encuentran los modelos:
 - Lineal: Es un modelo basado en la representación de la recta real dentro de la cual cada fracción ocupa su propio lugar.

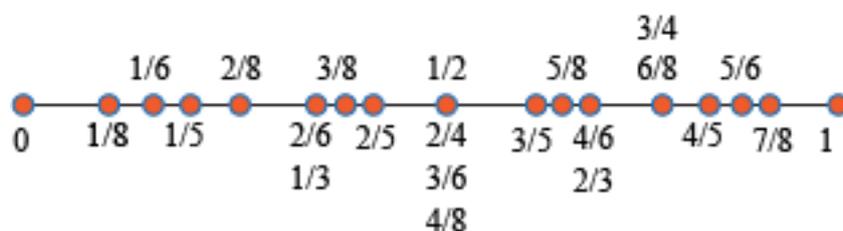


Figura 2. Recta real

- De área: En este modelo, la fracción es entendida como una parte de un área o figura plana considerada como la unidad. Se divide la figura plana en tantas secciones iguales como indique el denominador y se marcan tantas como señale el numerador.

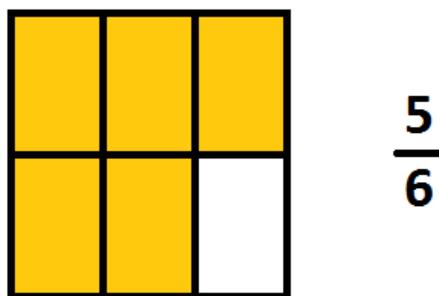


Figura 3. Modelo de área basado en rectángulos

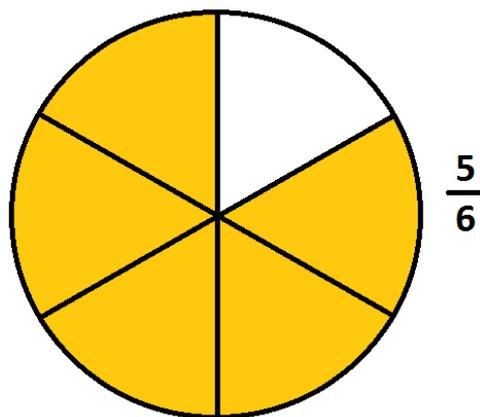


Figura 4. Modelo de área basado en sectores circulares

- Los modelos discretos: Estos modelos se basan en la representación de unidades separadas, no de un continuo. Entre ellos nos encontramos el modelo:
 - De conjunto. Puede entenderse desde dos significados diferentes:
 - Como razón: En la figura 4 existe una razón de tres bolas azules a cinco bolas verdes, es decir, $\frac{3}{5}$
 - Como parte de un todo: En la figura 4, las tres octavas partes de las bolas son azules, es decir, $\frac{3}{8}$ del total de bolas son azules.

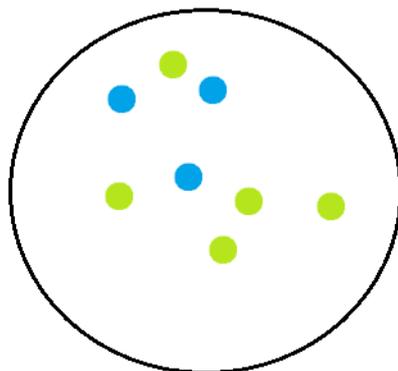


Figura 5. Modelo de conjunto

Cada uno de los modelos se emplea en función de los diferentes significados que tienen las fracciones. De hecho, “las representaciones ayudan en la comprensión del concepto, que en cada caso enfatizan el significado de la fracción que se está considerando”. (Castro, E. y Torralbo, M., 2001, p.292). Nosotros en nuestro trabajo con el nuevo material solamente emplearemos los modelos de área y de conjunto.

2. ANTECEDENTES

2.1. Introducción

La forma de enseñar las matemáticas ha cambiado mucho en los últimos años. De acuerdo con R. Skemp (1993), durante muchos años la enseñanza de las matemáticas estuvo reducida a la simple memorización de aprendizajes y a su puesta en práctica a través de problemas o ejercicios mecánicos sin tener en cuenta si el alumno entendía por qué se empleaba uno u otro procedimiento. Esto está cambiando en la actualidad. La situación ha ido evolucionando hasta llegar a entender la enseñanza de las matemáticas desde un punto de vista en el cual se deja en un segundo plano la transmisión unidireccional y sistemática de conocimientos, para dar mayor importancia al descubrimiento que el propio alumno va realizando, a que sea él quien piense, explore, experimente, actúe y razone. Y es que “el estudiante no necesita aceptar cualquier cosa que no sea agradable a su propia inteligencia: idealmente tiene el deber de no hacerlo”. (Skemp, R. 1993, p.122)

Es ahí donde entran los nuevos materiales didácticos y su importancia. Como indica González Marí (2010), los materiales y recursos didácticos hacen que los niños y niñas vivan experiencias individuales que les llevan verdaderamente a la construcción de conocimientos en los que el aprendizaje significativo está presente en todo momento. Son los que crean procesos motivadores, que encienden en el niño esa chispa de interés por lo que se le va a enseñar.

Entre otros aspectos señalados por González Marí (2010), los materiales didácticos:

- Favorecen el trabajo autónomo, tanto a nivel individual como de grupo.
- Motivan y estimulan el aprendizaje promoviendo una enseñanza activa, creativa y participativa.
- Facilitan el desarrollo del currículo.
- Fomentan el pensamiento matemático, la capacidad crítica, de análisis y síntesis, así como la de razonamiento.
- Favorecen la resolución de problemas.
- Estimulan la confianza en el propio pensamiento.

- Permiten adquirir procedimientos matemáticos, favoreciendo la comprensión de este tipo de conocimiento.

Son muchos los materiales, recursos y juegos matemáticos existentes que pueden ser utilizados para trabajar los conceptos y los contenidos curriculares que se pretenden abarcar con el nuevo recurso que se presenta en este trabajo. En el punto 3.3. concretaremos más específicamente los contenidos que trabajaremos a partir del reloj sectorial. Sin embargo, podemos hacernos una idea general de los conceptos que abarcamos, a partir de la siguiente relación:

- La *medida del tiempo*, dentro de la cual se incluye la lectura del reloj analógico y digital, así como las diferentes unidades de tiempo y sus transformaciones (equivalencias entre horas, minutos y segundos). (1º, 2º y 3º ciclo)
- La *simetría y regularidades*, dentro de las cuales entran las traslaciones, el reconocimiento de las simetrías en figuras, etc. (1º, 2º y 3º ciclo)
- Las *fracciones*. Entran aquí comparaciones entre diferentes fracciones y ordenación y representación gráfica, fracciones equivalentes y correspondencias entre fracciones sencillas y porcentajes. (2º y 3º ciclo)
- Las *longitudes* y la utilización de diferentes instrumentos para realizar mediciones de longitudes. (2º y 3º ciclo)
- *Ángulos*, así como su comparación y clasificación, el reconocimiento de diferentes ángulos en distintas posiciones y la medición de ellos. (2º y 3º ciclo)
- La *circunferencia y el círculo*. (2º y 3º ciclo)
- Unidades de *superficie* y comparación de superficies por superposición, descomposición y medición. (3º ciclo)
- Representación de información en *gráficos de sectores*. (3º ciclo)

Como se ha señalado previamente, para todos estos contenidos ya han sido creados numerosos materiales que pretenden facilitar tanto su enseñanza como su adquisición y aprendizaje. Estos materiales nos han servido de guía a medida que iba avanzando el diseño del reloj.

A continuación describiremos los más interesantes.

2.2. Para trabajar la medida del tiempo

2.2.1. Reloj de arena

- Descripción:
 - Definición: Se trata de un instrumento que sirve para medir un determinado transcurso del tiempo. Consta de dos receptáculos, uno encima de otro, unidos entre sí por un orificio estrecho en el centro. En el interior del receptáculo debe colocarse arena fina, de forma que, al poner el reloj boca-abajo, la arena caiga en el receptáculo vacío. Normalmente, los periodos más frecuentes que suelen medir estos relojes son 5, 7, 10, 15 o 30 minutos.
 - Utilidad:
 - Comprobar el transcurso de tiempo
 - Equivalencias de tiempo



Figura 6. Reloj de arena

2.2.2. Reloj analógico

- Descripción:
 - Definición: Consiste en una esfera numerada que indica la hora, los minutos y los segundos mediante manecillas. Los relojes analógicos pueden tener funcionamiento mecánico, eléctrico o electrónico. No obstante podemos encontrarnos con materiales didácticos basados en relojes analógicos, en cuyo caso sus agujas no tienen ningún mecanismo, ya que no se mueven.

- Utilidad:
 - Horas
 - Equivalencias de tiempo



Figura 7. Relojes analógicos

2.2.3. Reloj digital

- Descripción:
 - Definición: Consiste en un reloj que indica las horas a través de números digitales, al contrario que el analógico, que lo hace con agujas. Normalmente el funcionamiento de estos relojes es electrónico.
 - Utilidad:
 - Horas
 - Equivalencias de tiempo

2.3. Para trabajar simetrías

2.3.1. Geoplano

- Descripción:
 - Definición: Se trata de un tablero de madera cuadrículado en el que hay colocado un clavo en cada vértice. Gracias a los salientes pueden utilizarse gomas elásticas que formarán diversas figuras geométricas. El tamaño de este material depende del número de cuadrículas que tenga.
 - Utilidad:
 - Simetrías

- Comparaciones
- Geometría
- Orientación espacial
- Etc.



Figura 8. Geoplanos

2.3.2. *Tangram*

- Descripción:
 - Definición: Se trata de un juego de origen chino que consta de 7 figuras geométricas: cinco triángulos de tres tamaños diferentes, un cuadrado y un paralelogramo.
 - Utilidad: Es un juego con el que podemos trabajar aspectos que van desde la simetría hasta la geometría dependiendo de la forma en la que lo queramos emplear: realizar dibujos con las fichas, dibujar los contornos de las fichas para posteriormente trabajar con esos dibujos, descubrir las figuras ocultas...
 - Simetrías
 - Geometría
 - Etc.



Figura 9. Tangram

2.3.3. Chinchetas mosaico

- Descripción:
 - Definición: Se trata un juego de mosaico que contiene pivotes-chinchetas de plástico de diferentes tamaños, formas (redondas y cuadradas) y colores. El juego presenta una base de plástico que permite el encaje y ensamblaje de las chinchetas, pudiendo construir diferentes dibujos y mosaicos.
 - Utilidad:
 - Simetrías
 - Geometría
 - Motricidad fina
 - Análisis del espacio
 - Etc.



Figura 10. Chinchetas mosaico

2.3.4. Geogebra

- Descripción:
 - Definición: A través del software informático geogebra, pueden realizarse construcciones a partir de puntos, rectas, vectores, cónicas, etc. Se trata de en un procesador geométrico y algebraico, es decir, reúne geometría, álgebra y cálculo.
 - Utilidad:
 - Trabajo con ángulos
 - Trabajo con fracciones
 - Geometría
 - Análisis del espacio
 - Simetría
 - Etc.

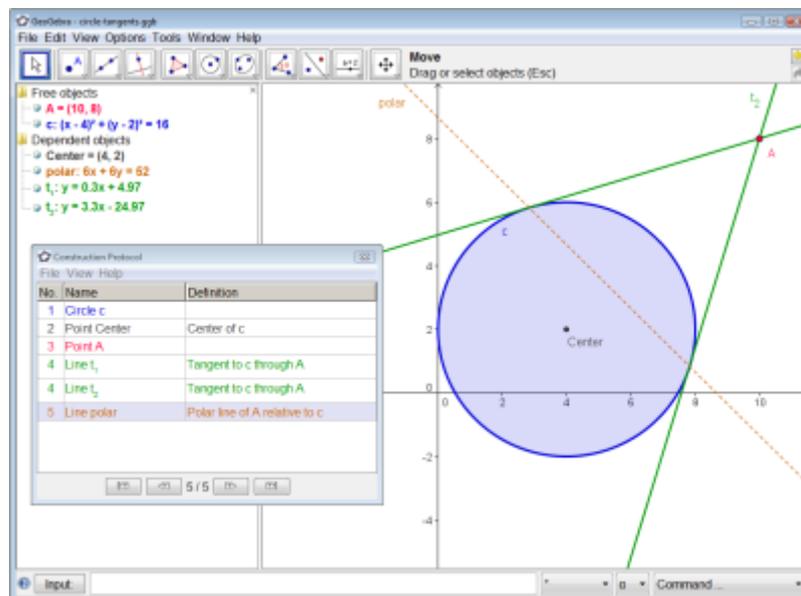


Figura 11. Geogebra

2.3.5. Otros

- Espejos
- Etc.

2.4. Para trabajar fracciones

2.4.1. Regletas Cuisenaire

- Descripción:
 - Definición: Este material consiste en un conjunto de regletas, generalmente de madera, aunque también pueden encontrarse de plástico, que presentan distintos tamaños y colores. Están organizadas en series, cada una de ellas formada por diez regletas de longitud variable, entre 1 y 10 centímetros. A cada longitud le corresponde un color y un número del uno al diez.
 - Utilidad: El objetivo principal de este material es trabajar la descomposición numérica y, además, facilitar la introducción al cálculo. Sin embargo, también pueden emplearse para trabajar otros aspectos matemáticos, entre ellos:
 - Las fracciones
 - La construcción libre
 - Las seriaciones
 - Las sumas y restas
 - Las descomposiciones de números y equivalencias
 - Etc.



Figura 12. Regletas Cuisenaire

2.4.2. Policubos

- Descripción:

- Definición: Se trata de un conjunto de bloques de plástico, generalmente 500. Estos elementos de plástico pueden contar con hasta 10 colores diferentes y pueden ser encajados entre sí.
- Utilidad:
 - Trabajo con fracciones
 - Construcción libre
 - Conjuntos
 - Geometría
 - Etc.



Figura 13. Policubos

2.4.3. *Círculo de fracciones*

- Descripción:
 - Definición: Se trata de dos círculos de papel o de plástico de colores diferentes con un corte en el radio. Uno de los círculos se gradúa hasta tener las fracciones $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$ y $\frac{1}{10}$. Se superponen los dos círculos por el corte en el radio y se hacen girar uno sobre otro hasta obtener la fracción deseada.
 - Utilidad:
 - Trabajo con fracciones
 - Trabajo con ángulos
 - Porcentajes

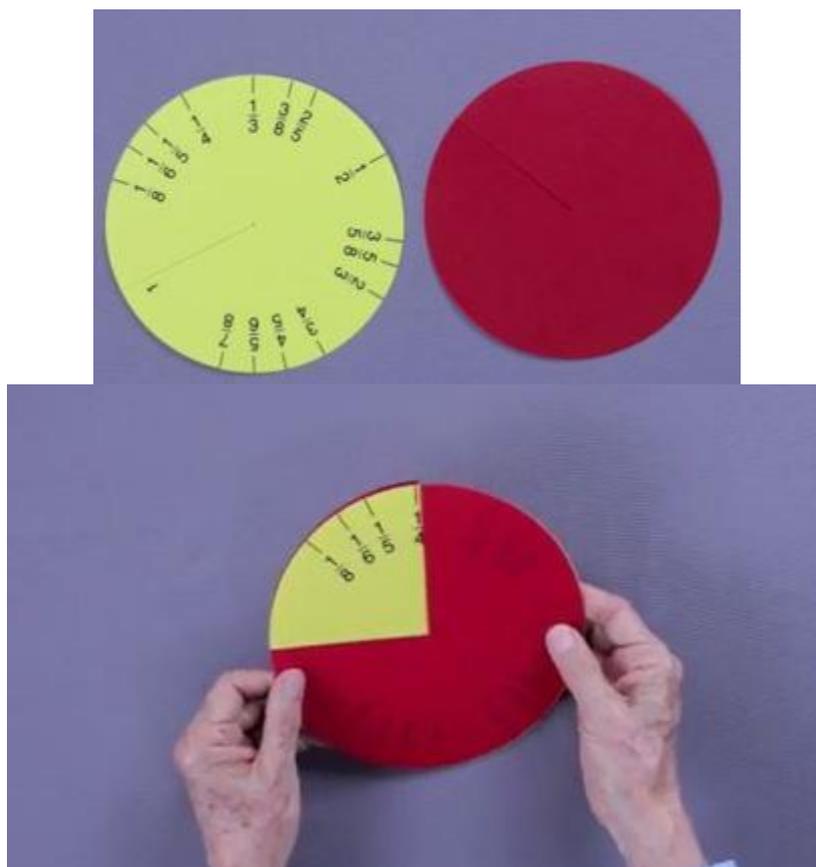


Figura 14. Círculos de fracciones

2.4.4. Dominó de fracciones

- Descripción:
 - Definición: Se trata del juego de dominó habitual, solo que en lugar de presentar números enteros, presenta fracciones. Según González Marí (2010), podemos encontrar dos tipos de dominós:
 - Dominó de fracciones equivalentes: en esta variante cada ficha presenta una fracción en cada mitad, de forma que se corresponde con otras fichas en las que aparecen fracciones equivalentes a la primera.
 - Dominó de operaciones con fracciones: aparecen operaciones elementales entre fracciones y fracciones que son el resultado de estas operaciones.
 - Utilidad:
 - Trabajo con fracciones



Figura 15. Dominó de fracciones

2.4.5. *Geogebra* (Ver apartado 2.3.4)

2.5. Para trabajar ángulos

2.5.1. *Círculo de ángulos*

- Descripción:
 - Definición: Se trata de dos círculos de papel o de plástico de colores diferentes con un corte en el radio. Uno de los círculos se gradúa. Se superponen los dos círculos por el corte en el radio y se hacen girar uno sobre otro hasta obtener la amplitud de ángulo deseada.
 - Utilidad:
 - Trabajo con ángulos
 - Trabajo con fracciones

2.5.2. *Geogebra* (Ver apartado 2.3.4)

2.6. Para trabajar gráficos de sectores

2.6.1. *Geoplano* (Ver apartado 2.3.1)

2.6.2. *Círculo de fracciones* (Ver apartado 2.4.3.)

2.6.3. *Geogebra* (Ver apartado 2.3.4)

3. NUEVO MATERIAL, EL RELOJ SECTORIAL

3.1. ¿Cómo llegamos a diseñar este material?

La creación de este nuevo material tuvo mucho que ver con las Prácticas III llevadas a cabo este mismo semestre. Al llegar a un aula real se ven con mayor claridad aquellos conceptos que merecen un especial tratamiento, bien porque son difíciles de comprender o porque quizás, a través de un material manipulativo con el que experimentar, resultarían más sencillos de entender. Así pues, al llegar al colegio Buztintxuri de Pamplona, estaban trabajando las horas empleando como único material el reloj que había colgado en el aula y sus propios brazos para representar la aguja larga del reloj.

Fue entonces cuando comenzamos a plantearnos la creación de un material destinado a trabajar de una manera más lúdica y significativa los aspectos relacionados con las horas. Fue un reloj sencillo, de fácil construcción para que los niños pudiesen hacerlo, así como de manipulación sencilla para que pudiesen probar y experimentar con él todo lo que quisiesen.

Sin embargo, queríamos que este material pudiese servir para trabajar más contenidos presentes en los cuatro diferentes bloques de matemáticas a lo largo de primaria: aritmética, medidas, geometría y tratamiento de la información. Asimismo, pretendíamos que el nuevo material pudiese ser aprovechado en los tres ciclos de primaria y no quedase arrinconado tras el 1º ciclo.

Así pues, comenzamos a pensar en los diferentes aspectos que se podían llegar a abarcar a través de un material con forma de reloj. Uno de estos puntos fue el de las fracciones equivalentes. Hablando con varios profesores, llegamos a la conclusión de que uno de los temas que más dificultades plantean a los niños de primaria son las fracciones, concretamente las fracciones equivalentes. Esto era algo que se podía trabajar fácilmente con el nuevo material, por lo que una de las secuencias destinadas a 2º y 3º ciclo fue dirigida específicamente hacia este contenido.

Las posibilidades del reloj sectorial fueron creciendo a medida que se iba perfilando cada vez más. Uno de los contenidos presentes en el 3º ciclo respecto a las medidas de

tiempo es el de las “equivalencias y transformaciones entre horas, minutos y segundos”, por lo que creamos diferentes plantillas para trabajarlo, entre ellas una plantilla de segundos. Esta plantilla dio paso a la creación de otras nuevas que no estuviesen relacionadas directamente con las horas, pero que permitiesen trabajar conceptos como los ángulos o los tantos por ciento. De esta forma se fue ampliando la relación de contenidos susceptibles de ser trabajados con el nuevo material.

Por último, cabe mencionar que en un principio el reloj sectorial iba a ser de madera. Sin embargo, cambiamos la madera por materiales más fáciles de manipular y más económicos con el fin de que fuesen los niños y niñas de la clase los que construyesen su propio reloj. De esta manera, implicamos desde el primer momento a los alumnos con el material, algo que no lograríamos hacer si les diéramos todo hecho. Con esto conseguimos que estén más motivados con las futuras actividades que les presentaremos.

3.2. ¿Por qué diseñamos este material?

Como señala Cascallana (1998), el conocimiento matemático es una abstracción y es a lo que se aspira que llegue el niño a lo largo de toda su escolarización. Sin embargo, para llegar a esa abstracción, es preciso pasar primero por una serie de fases. A medida que la persona va adquiriendo una serie de conocimientos lógico-matemáticos, va pasando por tres fases diferentes:

- La fase manipulativa, en la que, para lograr la resolución de problemas lógicos, los niños tienen que manipular, que experimentar con materiales concretos y comprobar, a través de sus acciones, que la solución que han planteado es la correcta. El concepto de equivalencias entre fracciones es más sencillo de comprender si hacemos que el niño represente con objetos reales $1/2$ y $2/4$, por ejemplo. Sin embargo, llegar a esta fase no es suficiente.
- La fase representativa o simbólica es la siguiente. En ésta, el niño ya no requiere de materiales manipulativos. Sin embargo, todavía necesita representar gráficamente, mediante dibujos o esquemas, la operación que debe llevar a cabo. En esta fase el niño ya no necesitará de objetos que pueda

tocar para entender que $1/2$ y $2/4$ representan lo mismo, pero quizás si requiera dibujarlo sobre el papel.

- La última fase es la abstracta, la que se aspira alcanzar. En esta fase ya no son necesarios los dibujos ni las representaciones simbólicas y el niño pasa a operar directamente con signos abstractos, como son los números. Es aquí cuando ya se entiende el concepto de que $1/2$ y $2/4$ son representaciones de un mismo concepto, sin necesidad de verlo gráficamente con dibujos.

Este es uno de los aspectos que hemos tenido en cuenta para la creación de nuestro reloj sectorial y para la secuenciación de las actividades posteriores. El material creado ha sido pensado para que, en un primer momento, sirva de apoyo al niño en la fase manipulativa y, más adelante, pueda basarse en él para hacer sus representaciones gráficas. Será cuando el alumno ya no requiera ni de material ni de su representación para operar con conceptos abstractos cuando hayamos alcanzado nuestro propósito.

Del mismo modo, la secuencia de actividades que más adelante describiremos, está basada en la idea de que los niños empleen el material creado como facilitador de la adquisición de ciertos conceptos matemáticos. No es, por tanto, la utilización en sí misma del material el objetivo que queremos alcanzar, ya que la manipulación por sí sola no es creadora del conocimiento matemático. Lo que queremos lograr es que el reloj sectorial actúe como auxilio para que el alumno pueda comprender con mayor facilidad conceptos que, explicados únicamente a través de un discurso verbal y empleando solamente material abstracto, no lograría entender.

A través de las actividades creadas y con la ayuda del reloj, se pretende lograr que los alumnos sean capaces de elaborar conceptos por sí mismos gracias a lo que ellos van experimentando. Asimismo, el material debe servir para motivar al niño a través de las actividades adecuadas, intentando en todo momento que el alumno sea el protagonista de su propio aprendizaje y sea un sujeto activo en este proceso.

Por último, y resumiendo lo que indica Cascallana (1998), las actividades y el material ideados intentan seguir tres principios básicos:

- Es el niño el que debe ser el protagonista y el centro de su proceso de aprendizaje.

- No debemos presentar el conocimiento matemático que queremos que el alumno alcance separado de una realidad física y social.
- Lo que queremos lograr en última instancia es que el alumno alcance una autonomía intelectual y sea capaz de dirigir y controlar su propia actividad, siendo dueño de su propio aprendizaje.

3.3. Descripción del reloj sectorial

En el siguiente apartado se explica detalladamente cómo es el material, así como el proceso de construcción que se debe seguir para elaborarlo. Para ello, según el orden establecido por Cascallana (1998), daremos su descripción, dentro de la cual se incluye definición y utilidad, y describiremos las actividades de construcción. Aunque Cascallana incluye un apartado más, actividades de aplicación, ésta se explicará con mayor detenimiento en el apartado 4.

3.3.1. Descripción

- Definición:

El reloj sectorial consta de una base circular de cartón de 8 cm de radio con un borde que recorre todo su perímetro.

Esta base está pegada en el centro de otro círculo de cartulina de 10 cm de radio alrededor de la cual están escritos los números que podemos ver en un reloj analógico.

Además de ello, utilizaremos fracciones de goma eva. En principio cada reloj tendrá varios círculos completos de goma eva de 8 cm de radio divididos en diferentes fracciones: de $1/2$, de $1/3$, de $1/4$, de $1/5$, de $1/6$, de $1/8$, de $1/9$, de $1/10$ y hasta de $1/12$. Más adelante, se pueden añadir todas las fracciones con las que se quiera trabajar.

Además, a la base se le irán colocando encima diferentes plantillas circulares de 8 cm de diámetro en función de aquello que queramos trabajar con los niños.

Las plantillas que hemos utilizado se refieren a:

- Ángulos. (anexo I)

- Segundos/minutos. Emplearemos la misma plantilla tanto para los minutos como para los segundos. Dentro de ésta se encuentran colocadas con velcro adhesivo las dos agujas que podemos ver en un reloj analógico corriente. (anexo II)
- Porcentajes. (anexo III)

Se pueden ir añadiendo tantas plantillas como se deseen.

▪ Utilidad:

Se empleará como material auxiliar para entender ciertos conceptos matemáticos. En las siguientes tablas, se recogen los contenidos que pueden ser trabajados utilizando este material, aunque no todos ellos aparecen en las actividades que presentaremos a continuación.

Tabla 1. Contenidos de primer ciclo

Bloques	Contenidos
BLOQUE 1 Números y operaciones	<p><i>Operaciones:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Utilización en situaciones familiares de la suma para juntar o añadir; de la resta para separar o quitar; y de la multiplicación para calcular número de veces. <p><i>Estrategias de cálculo:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Construcción de las tablas de multiplicar del 2, 5 y 10 apoyándose en el número de veces, suma repetida, disposición en cuadrículas... - Desarrollo de estrategias personales de cálculo mental para la búsqueda del complemento de un número a la decena inmediatamente superior, para el cálculo de dobles y mitades de cantidades y para resolver problemas de sumas y restas.
BLOQUE 2 La medida: estimación y cálculo de magnitudes	<p><i>Medida del tiempo:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Unidades de medida del tiempo: el tiempo cíclico y los intervalos de tiempo (lectura del reloj, horas enteras, medias horas, cuartos de hora).
BLOQUE 3 Geometría	<p><i>Formas planas y espaciales:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Formación de figuras planas y cuerpos geométricos a partir de otras por composición y descomposición. <p><i>Regularidades y simetrías:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Búsqueda de elementos de regularidad en figuras y cuerpos a partir de la manipulación de objetos.
BLOQUE 4 Tratamiento de la información, azar y probabilidad	--

Tabla 2. Contenidos de segundo ciclo

Bloques	Contenidos
BLOQUE 1 Números y operaciones	<i>Números naturales y fracciones:</i> <ul style="list-style-type: none"> - Números fraccionarios para expresar particiones y relaciones en contextos reales, utilización del vocabulario apropiado. - Comparación entre fracciones sencillas mediante ordenación y representación gráfica.
BLOQUE 2 La medida: estimación y cálculo de magnitudes	<i>Longitud, peso/masa y capacidad:</i> <ul style="list-style-type: none"> - Realización de mediciones usando instrumentos y unidades de medida convencionales en contextos cotidianos. <i>Medida del tiempo:</i> <ul style="list-style-type: none"> - Unidades de medida del tiempo: lectura en el reloj analógico y digital. - Confianza en las propias posibilidades y por compartir con los demás los procesos que utilizan la medida para obtener y expresar informaciones y para resolver problemas en situaciones reales.
BLOQUE 3 Geometría	<i>La situación en el espacio, distancias, ángulos y giros</i> <i>Formas planas y espaciales:</i> <ul style="list-style-type: none"> - La circunferencia y el círculo. - Descripción de la forma de objetos utilizando el vocabulario geométrico básico. - Comparación y clasificación de ángulos. <i>Regularidades y simetrías:</i> <ul style="list-style-type: none"> - Transformaciones métricas: traslaciones y simetrías.
BLOQUE 4 Tratamiento de la información, azar y probabilidad	--

Tabla 3. Contenidos de tercer ciclo

Bloques	Contenidos
<p>BLOQUE 1 Números y operaciones</p>	<p><i>Números enteros, decimales y fracciones:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Números fraccionarios. Obtención de fracciones equivalentes. - Ordenación de números enteros, de decimales y de fracciones por comparación y representación gráfica. - Expresión de partes utilizando porcentajes. - Correspondencia entre fracciones sencillas, decimales y porcentajes. <p><i>Estrategias de cálculo:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Cálculo de tantos por ciento básicos en situaciones reales.
<p>BLOQUE 2 La medida: estimación y cálculo de magnitudes</p>	<p><i>Longitud, peso/masa, capacidad y superficie</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Realización de mediciones usando instrumentos y unidades de medida convencionales - Estimación de longitudes, superficies, elección de la unidad y de los instrumentos más adecuados para medir y expresar medida. - Utilización de unidades de superficie. - Comparación de superficies de figuras planas por superposición, descomposición y medición. <p><i>Medida del tiempo:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Unidades de medida del tiempo y sus relaciones. La precisión con los minutos y los segundos. - Equivalencias y transformaciones entre horas, minutos y segundos en situaciones reales. <p><i>Medida de ángulos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - El ángulo como medida de un giro o abertura. Medida de ángulos y uso de instrumentos convencionales para medir ángulos.
<p>BLOQUE 3 Geometría</p>	<p><i>La situación en el plano y en el espacio, distancias, ángulos y giros:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Ángulos en distintas posiciones. <p><i>Formas planas y espaciales:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Formación de figuras planas y cuerpos geométricos a partir de otras por composición y descomposición. <p><i>Regularidades y simetrías:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Reconocimiento de simetrías en figuras y objetos.
<p>BLOQUE 4 Tratamiento de la información, azar y probabilidad</p>	<p><i>Gráficos y parámetros estadísticos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Distintas formas de representar la información. Tipos de gráficos estadísticos.

3.3.2. Actividades de construcción

La construcción del reloj sectorial está pensada de manera que la realicen los alumnos. Para ello, el profesor se encargará previamente de reunir todo el material necesario para ello. Los materiales que emplearemos serán, básicamente, goma eva, cartón y cartulinas debido a la facilidad que presentan para trabajar con ellos. Para la realización de un único reloj requeriremos de:

- Un círculo de cartón de 8 cm de radio (este puede estar recortado si los niños todavía no pueden hacerlo, dibujado en un cartón para que sea el niño quien lo recorte o, si estamos hablando de 2º y 3º ciclo, darles solamente el cartón para que sean ellos los encargados de marcar la circunferencia).
- Una cartulina con un círculo de 10 cm de radio ya marcado listo para recortar o, al igual que con los cartones si los niños ya pueden hacerlo, dejar que ellos marquen la circunferencia.
- Varios folios con círculos de 8 cm de radio ya marcados o listos para marcar. Estos serán las plantillas de las que hemos hablado antes y su contenido variará en función de lo que queramos trabajar. En el caso de la plantilla de los minutos, irán marcados o haremos que los niños marquen los minutos con 60 líneas a 6 grados de distancia unas de otras.
- Goma eva con círculos de 8 cm ya marcados. Será con este material con el que trabajaremos las fracciones, por lo que las fracciones marcadas o que marcarán los niños serán aquellas con las que queramos trabajar.
- Una cartulina con dos tiras dibujadas o preparadas para dibujar de dimensiones de 3 x 27 cm².
- Flechas de cartulina para simular las agujas del reloj. La aguja grande y la pequeña serán de colores diferentes.
- Tijeras.
- Pegamento de barra.
- Pinturas, rotuladores, lápices.
- Velcro adhesivo

Para ver los materiales ir al anexo IV.

Los pasos a seguir para la construcción serán los siguientes:

- Marcar y recortar el círculo de cartón de 8 cm de radio si no está ya hecho.
- Marcar y recortar dos tiras de $3 \times 27 \text{ cm}^2$ y doblarlas por la mitad. En uno de los lados doblados realizar cortes en forma de cuña hasta la marca del doblado con el fin de que puedan doblar la tira alrededor del círculo de cartón (anexo V).
- Pegar las tiras de $3 \times 27 \text{ cm}^2$ ya recortadas y con las cuñas ya hechas alrededor de un círculo de cartón de 8 cm. Deberá quedar de la siguiente manera: Anexo VI.
- Realizar (si son capaces) y recortar las plantillas de los círculos de papel de 8 cm de radio. Las plantillas irán colocadas encima del círculo de cartón rodeado por las tiras.
- Marcar y recortar un círculo de cartulina 10 cm de radio.
- Pegar el círculo de cartón en el centro de la de 10 cm de radio.
- Colocar a lo largo del borde que sobresale del círculo de 10 cm los números del 1 al 12 (las horas). Para colocarlos en las posiciones correctas los alumnos tendrán que marcar dichas posiciones con líneas espaciadas 30 grados unas de otras con la ayuda de un compás. Si todavía no son capaces, lo hará el maestro.
- Recortar y decorar las agujas del reloj.
- Colocar el velcro que servirá como sujeción de las agujas en el centro de la plantilla de los minutos.
- Marcar y recortar círculos de goma eva de 8 cm de radio con diferentes fracciones dibujadas en ellos.

En todo momento, hemos señalado que los alumnos sean los que marquen las líneas a recortar. Será el profesor quien decida si merece la pena que ellos realicen este trabajo o si todavía no tienen los conocimientos suficientes para hacerlo y necesitan que ya se les dé todo marcado.

La idea inicial para trabajar con el reloj sectorial es que sea en primer ciclo cuando los niños y niñas construyan su propio reloj y, de esta forma, reutilizarlo en los años siguientes. Sin embargo, cabe la posibilidad de que queramos comenzar a trabajar con este recurso en cursos posteriores. En tal caso, podemos aprovechar la actividad de construcción del material planteada de tal forma que podamos trabajar más contenidos. En primero, por ejemplo, los niños todavía no son capaces de medir un

círculo de radio determinado y dibujarlo con el compás. Sin embargo, en segundo ciclo éstos ya serán capaces de realizar esta medición.

Otra posible propuesta podría tratarse también de que los niños más mayores (tercer ciclo de primaria) se encargasen de dejar preparadas las marcas de los materiales que emplearán los alumnos pequeños (primer ciclo de primaria). De esta manera, podemos hacer por ejemplo que sean ellos quienes calculen los grados que tienen que señalar para colocar en posición correcta las horas y los minutos, para crear las porciones de goma eva con sus fracciones, etc. y repasarían estos contenidos al mismo tiempo.

4. SECUENCIAS DIDÁCTICAS

El orden de las actividades planteadas en la secuencia es el que consideramos más adecuado. Sin embargo, esto no quiere decir que entre una actividad y otra no podamos meter una tercera. El profesor que quiera poner en práctica estas sesiones será el que decida sobre este asunto.

Asimismo, una misma actividad puede llevarse a cabo en días diferentes, no es necesario realizarla entera un mismo día. El tiempo de duración indicado es tan solo una aproximación a lo que creemos que necesitaremos para llevar a cabo la sesión. Sin embargo siempre se puede parar a mitad de una sesión para continuarla al día siguiente si el profesor lo considera oportuno.

Por último, las actividades indicadas a continuación son las que nosotros hemos presentado. No obstante, el material desarrollado permite llevar a cabo muchas más. Eso queda a la imaginación del profesor.

4.1. Primer ciclo

4.1.1. Explicación y construcción del reloj sectorial

1º Actividad: Presentación del nuevo material

Duración: 10'

Materiales:

- Ejemplar del reloj sectorial.

Desarrollo:

En primer lugar, mostraremos a los niños y niñas el nuevo material con el que vamos a trabajar. Para ello el profesor deberá tener ya construido un ejemplo de este con antelación.

Lo enseñará en clase y lo pasará uno por uno a todos los niños para que lo vean bien y puedan manipularlo y explorarlo.

2º Actividad: Construimos el reloj sectorial

Duración: 1 hora y 20'/30'

Materiales:

- Círculos de cartón de 8 cm de radio ya recortados (en edades posteriores ellos podrían recortarlos e incluso marcarlos).
- Cartulinas con círculos de 10 cm de radio ya marcados.
- Folios con círculos de 8 cm de radio ya marcados. En ellos irán marcados los minutos con 60 líneas a 6 grados de distancia unas de otras. Los números no estarán escritos, pero los lugares en los que irán “en punto”, “y cuarto”, “y media” y “menos cuarto” irán señalados con marcas azules. “Y cinco”, “y diez”, “y veinte” y todos los demás múltiplos de cinco que no vayan ya de azul se marcarán de naranja.
- Goma eva con círculos de 8 cm ya marcados, así como sus mitades, cuartos y doceavos.
- Cartulinas con tiras dibujadas de dimensiones de 3x27cm².
- Flechas de cartulina para simular las agujas del reloj. La aguja grande y la pequeña serán de colores diferentes.
- Tijeras.
- Pegamento de barra.
- Pinturas, rotuladores, lápices.
- Velcro adhesivo.

Desarrollo:

Comenzamos con su construcción.

La forma ideal de trabajar con este reloj sería que cada niño y niña tuviera su propia maqueta. Sin embargo, también existe la posibilidad de realizar una maqueta por parejas y, más adelante, compartirla. En la descripción de la actividad se elige la opción de construir un recurso por cada pareja de niños. Sin embargo, en última instancia, el profesor será el que decida si lo hacen individualmente o no. Optando por la construcción por parejas fomentamos el trabajo cooperativo entre los alumnos. Asimismo, los niños más “torpes” serán ayudados por otros que se manejen mejor. Otro aspecto positivo del trabajo en parejas es que, mientras uno va recortando la cartulina, el otro se encarga de escribir los números en el minuterero. De esta forma, se reparten el trabajo de manera que lo acaban antes y queda más tiempo para dedicar al recurso en sí. Sin embargo también tiene sus aspectos negativos, como que el empleo del material por dos personas al mismo tiempo en un ejercicio individual, puede resultar algo engorroso. Cada opción tiene sus ventajas e inconvenientes. Es el profesor que lleve a cabo la actividad quien deberá sopesarlas en función al contexto del aula y seleccionar la que crea más conveniente.

Así pues, en primer lugar, se dividirá a los alumnos/as en parejas. Desde el primer momento el maestro deberá dejar bien claro que será él quien decida las parejas a fin de que no se hagan una idea equivocada y se dispersen. Los grupos los formará el profesor teniendo en cuenta una serie de características, entre ellas:

- Colocar niños de niveles más o menos heterogéneos.
- Tener en cuenta emparejar personalidades más o menos compatibles para que no haya conflictos graves.

A continuación, el maestro indicará los pasos a seguir para construir más relojes. Para ello, los escribirá en la pizarra mientras explica el proceso. De esta forma, el alumnado tendrá un guion escrito que podrá seguir en caso de que se haya perdido algún paso.

Los pasos serán los mencionados en el punto 3.3, “actividades de construcción”. En este ciclo consideramos que los niños todavía no poseen los conocimientos suficientes como para marcar los puntos de corte en los círculos, en las tiras a recortar, recortar los círculos de cartón, marcar los puntos en los que irán los números de las horas y los minutos, etc. por lo que el maestro lo dará todo realizado previamente.

Una vez explicados los pasos a seguir, a cada grupo se les repartirán los materiales necesarios para llevar el proyecto a cabo.

Tras haber finalizado la actividad, los niños y niñas ya tendrán su versión del reloj y estarán en disposición de trabajar con él.

4.1.2. La hora (en analógico y digital)

1º Actividad: Las horas: “en punto” e “y media”

Duración:10’

Materiales:

- Relojes sectoriales

Desarrollo:

En primer lugar señalaremos las partes que tiene un reloj ayudándonos de nuestro nuevo recurso. Destacaremos una pantalla en la que están escritos los números del 1 al 12, dos manecillas, una pequeña y una grande, y el minuterio con los minutos dispuestos de 5 en 5.

Tras ello también preguntaremos al gran grupo la función de cada una de las agujas y los números. Señalaremos, si no lo han hecho ellos ya, que la aguja pequeña nos señalará la hora que es y la aguja grande los minutos que han pasado desde la hora en punto.

Después comenzaremos con preguntas cercanas a ellos, como por ejemplo si saben a qué hora se entra al colegio, o a qué hora nos vamos a casa por la tarde, a qué hora suelen acostarse, a qué hora emiten su programa de televisión favorito, etc.

Cogeremos el ejemplo de a qué hora entramos y salimos del colegio (por ejemplo, 9:00 y 16:30). Les diremos que entramos a las nueve en punto y salimos a las cuatro y media.

Primero comenzaremos colocando en el reloj del maestro las agujas de manera que marquen las 9:00. Los niños y niñas, observando el reloj del profesor deberán hacer lo propio en el suyo. Haremos que presten atención en que la aguja pequeña señala el número 9, indicando que son las nueve, y que la grande señala el 12 (o el 0 si miramos

el minuterero), indicando que han pasado 0 minutos. Decimos, por lo tanto, que son las 9 en punto. Recalamos que cuando la aguja grande señala el número 12 de las horas será “x horas en punto”. En la pizarra dibujaremos una circunferencia y colocaremos una aguja larga en posición de “en punto”, escribiendo debajo “en punto”.

A continuación nos iremos al ejemplo de las 16:30. Antes de nada, colocaremos “las cuatro en punto” y preguntaremos qué hora marca nuestro reloj. Acaban de ver un ejemplo de “en punto”, por lo que intentaremos que nos den la respuesta acertada. Tras ello el maestro preguntará a qué hora salen del colegio. “No salimos a las cuatro, salimos un poco más tarde. ¿Alguien sabe a qué hora?”. Tras acordar la hora de salida, las cuatro y media, les mostraremos las fracciones $\frac{1}{2}$ de goma eva juntas (anexo VII) y señalaremos que el círculo completo es una hora completa.

A través de preguntas como “No salimos a las cuatro en punto, salimos a las cuatro y media, media hora más. Si el círculo entero es la hora entera ¿cómo será media hora? ¿La mitad de la hora?” guiaremos a los alumnos para que razonen que $\frac{1}{2}$ de goma eva representa la media hora. Al mismo tiempo que el profesor va explicando que “comenzamos las horas en punto en la parte superior del reloj, en el 00 del minuterero, así que colocamos la media hora de la siguiente manera” (anexo VIII), lo va ejemplificando en su reloj y los niños y niñas van haciendo lo propio en los suyos. El maestro preguntará “si la media hora termina aquí (anexo IX), ¿hacia dónde mirará la aguja de los minutos?”. Haremos que coloquen en sus relojes las cuatro y media.

Mecanizaremos este concepto a través de un juego. Cada vez que la profesora diga “en punto” ellos, semejando su brazo a la aguja de los minutos, señalarán hacia arriba. Cuando el maestro diga “y media”, señalarán hacia abajo. Quien se confunda irá siendo eliminado.

2º Actividad: Introducción de “y cuarto” y “menos cuarto”

Duración: 10’

Materiales:

- Reloj sectorial

- Reloj analógico

Desarrollo:

Con la ayuda de la goma eva de las fracciones de $\frac{1}{4}$, haremos que se den cuenta de que podemos partir la circunferencia del reloj en 4 partes iguales. No utilizaremos el concepto de división ya que no lo han estudiado todavía. Asimismo tampoco mencionaremos las fracciones como tales, simplemente diremos que cada una de esas cuatro partes se llama un cuarto, porque es una de cuatro.

Al igual que con la media hora, explicaremos cómo cuando la aguja ha recorrido un cuarto de la circunferencia (lo representaremos con las fracciones de goma eva), se entiende que ha pasado un cuarto de hora y se le llama “las x y cuarto”. Para que se le quede el concepto pondremos varios ejemplos y pediremos que ellos coloquen cualquier hora y cuarto en sus relojes y digan en voz alta qué hora es. Haciendo que sean ellos mismos quienes coloquen en la posición correcta las agujas haremos hincapié también en que la aguja pequeña es la de las horas y la grande la de los minutos.

El concepto de hora menos cuarto es más complicado de entender. Las principales dudas suelen surgir en torno a por qué, por ejemplo, si la aguja pequeña señala las 9, se dice que son las 10 menos cuarto. Es en ese aspecto en el que más incidiremos. Para ello debemos enseñar que, mientras el minuterero avanza, la aguja de las horas también lo hace. Nos valdremos de un reloj analógico real para mostrar este hecho. Cuando la aguja de los minutos esté señalando “y media”, la aguja de las horas estará exactamente a medio camino entre dos números. Si seguimos avanzando, cada vez se acercará más a la siguiente hora. Siempre tendremos en cuenta el número al que esté más cercana. Dibujaremos en la pizarra el esquema del anexo X y explicaremos que, si la aguja grande señala el número seis o alguno menor añadiremos la palabra “y” a lo que indique la aguja de los minutos. En cambio, si pasa del número seis, añadiremos la palabra “menos”.

Ponemos el ejemplo de las 5:45. Vemos que la aguja de las horas está entre los números cinco y seis. Dado que está más cerca del número seis y que la aguja grande ha pasado ya de “y media”, diremos que son las seis menos cuarto.

Después de esto, explicaremos el mismo concepto ayudándonos de los fragmentos de goma eva. En primer lugar colocaremos los cuatro cuartos tapando la circunferencia al completo. Tras esto colocaremos las agujas marcando una hora menos cuarto (por ejemplo: 2:45). Haremos que vean como la aguja de los minutos ha recorrido toda la circunferencia hasta llegar a marcar menos cuarto y explicaremos cómo, si la aguja siguiese moviéndose hasta llegar a las doce otra vez, la hora cambiaría a las 3 y la aguja pequeña marcaría este número. Sin embargo, todavía no ha llegado, por lo que le quitamos el último cuarto de goma eva. Le hemos restado a la siguiente hora, que son las 3, un cuarto de hora, por lo que se dice que son las 3 menos cuarto.

Una vez hayan entendido el concepto, lo repasaremos una vez más entre todos. Al igual que en la actividad anterior, mecanizaremos lo aprendido a través del mismo juego que antes, solo que añadiremos “y cuarto” y “menos cuarto” a las posibilidades. Cuando el maestro diga “y cuarto” en niño señalará hacia la derecha, y cuando diga “menos cuarto” hacia la izquierda. Luego será la profesora quien haga de manecillas del reloj y los alumnos tendrán que decir si son “y media”, “en punto”, “menos cuarto” o “y cuarto”.

3º Actividad: Repaso de las horas.

Duración: 5-10'

Materiales:

- Reloj sectorial
- Reloj analógico

Desarrollo:

Las parejas que han realizado el material jugarán entre ellos con el reloj. Por turnos colocarán una hora en el reloj (deberá ser siempre y cuarto, y media, menos cuarto y en punto) y el compañero tratarán de decir qué hora es.

Asimismo, sería interesante que de vez en cuando a lo largo de todo el curso, el maestro preguntase a un niño o niña al azar qué hora es (para ello requeriríamos de un reloj real en clase). De esta forma evitaríamos que se les fuese olvidando.

4º Actividad: Paso de analógico a digital (en punto, y cuarto, y media)

Duración: 10-15'

Materiales:

- Reloj sectorial
- Reloj digital

Desarrollo:

Comenzaremos ahora con la explicación del reloj digital. Es bastante probable que algún niño disponga de un reloj digital muñequero, pero si no se diera el caso, el maestro podría recurrir a uno suyo.

En primer lugar mostraríamos a los alumnos y alumnas un reloj digital. Les haríamos una serie de preguntas: ¿Qué diferencias existen entre el reloj que hemos trabajado antes y el actual? ¿Podemos pensar en qué pueden significar los números que vemos? Etc.

Es posible que alguno de los niños y niñas señale que el primer número anterior a los dos puntos corresponde a las horas y los siguientes números a los minutos. Si no se diese el caso, sería el maestro quien lo comentase directamente. Una vez llegados a este punto, el profesor pediría a los alumnos que se fijasen en nuestro recién construido reloj, en concreto en la circunferencia de los minutos. En ésta estarán señalados los minutos de 5 en 5, lo que nos será de utilidad para explicar el reloj digital.

Señalaremos en el reloj de la profesora una hora determinada, por ejemplo, las 9:00. Preguntaremos a los niños y niñas qué hora marca (esperaremos a que ellos nos digan las 9 en punto). En este momento dibujaremos en la pizarra un reloj analógico que señale esta hora. Debajo comenzaremos escribiendo las horas, el número 9. Tras esto los minutos. En voz alta preguntaremos “ahora, después de los dos puntos se ponen los minutos. ¿Cuántos minutos han pasado desde las 9?”. No habrá pasado ningún minuto, por lo que pondremos “00”.

Haremos lo mismo con la “hora y cuarto” y la “y media”. Comenzaremos con “y cuarto”. Explicaremos en primer lugar cómo podemos partir el reloj en 12 partes iguales. Para ello emplearemos los doceavos de goma eva. Los colocaremos como podemos ver en el anexo XI para que vean que las doce partes juntas forman la hora completa. Explicaremos ayudándonos del minuterero, que cada doceavo son 5 minutos (anexo XII).

A continuación, colocaremos la aguja larga señalando en el minuterero el número quince. Para llegar hasta el número quince hacen falta tres doceavos (anexo XIII). Los colocarán y haremos que sumen tres veces cinco (una por cada doceavo de goma eva que pongamos hasta cubrir un cuarto de hora), para llegar a quince. No es necesario que sumen los doceavos en todo momento ya que en la plantilla del minuterero les vienen indicados los minutos. Sin embargo, lo hacemos esta vez para que vean como el tiempo es acumulativo y que los minutos van acumulándose.

Dibujaremos en la pizarra otro reloj analógico con la hora “las x y cuarto” dibujada y debajo: “x:15”.

La hora “y media” la explicaremos de la misma forma.

La hora menos cuarto es más compleja de entender debido a la “incoherencia” de que mientras son las “cuatro menos cuarto”, en el reloj digital son las “3:45”. Es por ello que hemos decidido obviar el “menos cuarto” en el reloj digital. Será más adelante cuando ellos mismos intuyan de manera lógica este concepto.

5º Actividad: Practicamos con el reloj digital.

Duración: 10’

Materiales:

- Material de escritura
- Reloj sectorial

Desarrollo:

Por parejas, uno de ellos irá poniendo una hora que marque “en punto”, “y cuarto” e “y media” en el reloj construido, para que la adivine el compañero. Quien tenga que

adivinar la hora que es, dibujará en una hoja el reloj analógico que le haya tocado, escribirá debajo con palabras la hora que marque, por ejemplo “son las cuatro y media” (para que también vayan practicando y no se les olvide) y, debajo, la hora en formato digital.

El maestro irá pasándose entre las mesas comprobando si se ha captado bien el contenido.

6º Actividad: Practicamos lo aprendido

Duración: 25’

Materiales:

- Reloj sectorial
- Plantilla proporcionada por el profesor (anexo XIV)

Desarrollo:

Después de la manipulación del material el profesor repartirá una plantilla con ejercicios para practicar el paso del lenguaje gráfico (el dibujo del reloj analógico) a la escritura de la hora con palabras y su homólogo en el reloj digital y viceversa.

4.1.3. Simetría

1º Actividad: Explicación inicial (primer acercamiento)

Duración: 10’

Materiales:

- Espejo de mano.
- Objetos simétricos presentes en la naturaleza y en el aula.
- Ejemplos dibujados en papel y recortados

Desarrollo:

En gran grupo, el maestro explicará el concepto de simetría. Para ello empleará elementos u objetos presentes en la naturaleza que sean simétricos, como pueden ser una mariposa, una cara humana, una flor, etc. Destacará que una de las características que comparten todos estos elementos es que cada uno de ellos posee, como mínimo,

un eje de simetría, es decir, una línea imaginaria que corta el objeto por la mitad dividiéndolo en dos partes, una reflejo de la otra. Para comprobar este fenómeno podemos hacer uso de un espejo de mano con borde recto colocándolo en el eje de simetría.

Asimismo, también tendrá preparados varios ejemplos dibujados en un papel (anexo XV) con los que comprobará delante de los alumnos que puede doblarlos por su eje de simetría y hacer que sus mitades coincidan. Los pasará uno por uno a los niños y niñas para que ellos mismos lo comprueben también.

A continuación el profesor pedirá a los y las alumnas que piensen en otros objetos simétricos. Se comprobarán todos con el espejo. Podemos buscar desde letras o números simétricos, hasta objetos presentes en el aula.

2º Actividad: Nos entrenamos en la simetría

Duración: 10-15'

Materiales:

- Espejo de mano.
- Hoja con objetos dibujados.

Desarrollo:

Ahora toca entrenar con el concepto de simetría. Para ello el profesor dibujará en la pizarra varios elementos que pueden ser simétricos o no (también se puede hacer con tarjetas). En ronda uno por uno y en gran grupo preguntaremos a los niños y niñas si el elemento que nosotros señalaremos es simétrico o no. En caso de que lo fuese, sacaríamos a la pizarra al alumno para que él mismo dibujase el eje de simetría. Podría ser utilizado el espejo de mano en caso de que algún niño no comprendiese algún eje de simetría.

Al final de la clase pediremos a los niños y niñas que nos den su propia definición de qué es una simetría.

3º Actividad: Practicamos con los fragmentos de goma eva

Duración: 25-30'

Materiales:

- Fragmentos de goma eva.
- Plantilla (anexo XVI).

Desarrollo:

El maestro/a repartirá entre los niños y niñas unas plantillas. Por parejas y con la ayuda de los fragmentos de goma eva deberán completarla. Uno de los ejercicios consistirá en reproducir las situaciones mostradas con los fragmentos de goma eva y crear su simétrico a la derecha realizando un “flip” o “volteo”. Tras ello deberán dibujar y colorear el dibujo inicial y su simétrico. Haremos que pongan especial atención en el hecho de que el número de cuadros tendrá que ser respetado.

Tras esto ellos crearán con fragmentos de goma eva sus propias imágenes simétricas y las dibujarán luego en un papel.

4º Actividad: Cuadros simétricos

Duración: 1 hora 20’/30’

Materiales:

- Pintura témpera.
- Hojas en sucio.
- Cartulinas blancas.
- Portafolios.
- Celo.
- Lápiz y goma de borrar.

Desarrollo:

En esta actividad no requeriremos de los relojes ni de las fracciones de goma eva.

Llevaremos a cabo un dibujo simétrico a través de una actividad lúdica y divertida de manera que a los alumnos les quede claro el concepto de simetría.

Antes de comenzar a explicar a los niños qué vamos a hacer, preguntaremos si recuerdan qué significaba que un objeto o dibujo fuese simétrico. Cuando obtengamos una respuesta satisfactoria, comenzaremos la explicación.

En primer lugar, a cada niño le proporcionaremos un papel en sucio en el que tendrá que crear un dibujo (no es necesario que este dibujo sea simétrico). Cuando hayan terminado su boceto, les pediremos que doblen por la mitad el papel de forma que el dibujo se vea por fuera. Deberán escoger la mitad del dibujo que más les guste y borrar la otra. A continuación, el profesor les dará una cartulina blanca que deberán doblar por la mitad también y dibujar a lápiz en uno de sus lados la mitad del dibujo que han escogido. Cuando estén satisfechos con su dibujo, meterán la mitad de la cartulina que esté en blanco en un portafolios, dejando la otra mitad fuera y lo sujetarán con un pedazo de celo por detrás a fin de que no se mueva el plástico. El maestro les proporcionará pintura témpera y pinceles y ellos deberán colorear la mitad del dibujo. Cuando terminen y antes de que la pintura se seque, sacarn la cartulina del portafolios y la doblarn por la mitad, haciendo que la pintura quede impresa en la mitad blanca. Al abrir la cartulina tendrn su dibujo simétrico listo.

4.2. Segundo ciclo

Para este ciclo se presupone que los niños ya tienen construido su reloj desde 1  ciclo. En caso de no ser así, tendrn que construirlo ahora siguiendo la misma secuencia que la mostrada en el apartado 3.3.

Los contenidos que se pueden trabajar con el nuevo material en segundo ciclo son más amplios que los que aparecen en las actividades que explicaremos a continuación. Lo mismo ocurrirá en tercer ciclo. En esta secuenciación solo se incluyen aquellos que consideramos más interesantes para trabajar.

4.2.1. Las fracciones

1  Actividad:  Qu  son las fracciones?

Duración: 30 – 40'

Materiales:

- Folios
- Tijeras

Desarrollo:

Esta primera actividad está basada en una de las que aparecen en el libro de Llinares Ciscar y Sánchez García (1988), y está dirigida hacia una primera aproximación a las fracciones ya que suponemos que los alumnos no han trabajado antes este nuevo concepto.

En primer lugar, el maestro proporcionará a cada alumno varios folios de papel rectangulares que puedan doblarse fácilmente. Antes de comenzar a doblar, el profesor acordará llamar al folio entero, la “unidad”. Cada alumno tendrá una unidad, que no será doblada y quedará en todo momento presente frente al niño para que disponga de una representación concreta de esta.

Tras ello, el maestro pedirá a los alumnos que doblen otra hoja por la mitad (anexo XVII). A cada una de las partes resultantes le llamaremos “una de las dos” (1 de las 2, $1/2$). Con una de las partes cubrirán la “unidad” para que vean que se trata de la mitad de esta.

A continuación, se indicará a los alumnos que vuelvan a doblar por la mitad el medio. Una propuesta interesante sería no indicarles la manera en la que tengan que hacerlo y dejarles libertad para ello. De esta manera, obtendríamos más de una representación de $1/4$ (anexo XVIII), que podríamos emplear para promover una breve discusión sobre el hecho de obtener un cuarto de la misma unidad con formas diferentes. Asimismo, también sería interesante probar a doblar cuartillas de forma irregular, de forma que quedaran más grandes unos fragmentos que otros. Mostrarles uno de los errores más comunes que suelen cometer como error (el no tener en cuenta que las partes fragmentadas deben ser iguales) puede ayudarles a asimilar la idea correcta, es decir, que las partes en las que dividimos la unidad deben ser siempre equiparables.

Tras desdoblar de nuevo la hoja y ver que la unidad ha quedado “partida” en cuatro partes, denominaríamos a cada una de las partes creadas un cuarto (uno de cuatro). Más adelante, suscitaríamos un pequeño debate a partir de preguntas como:

- ¿Cuántos medios caben en la unidad? ¿Y cuántos cuartos?
- ¿Cuántos cuartos caben en un medio?
- ¿Es lo mismo un medio que dos cuartos? ¿Por qué?

- ¿Es lo mismo dos medios que la unidad? ¿Y que cuatro cuartos?
- ...

Después de este breve cuestionario, el profesor indicará a sus alumnos que vayan doblando hojas hasta que les queden:

- Dos medios
- Cuatro cuartos
- Tres tercios
- Seis sextos
- Ocho octavos
- Nueve novenos
- Etc.

Pintarán cada folio de un color diferente, por ejemplo, los cuartos azules, los sextos rojos, etc., escribirán con letra, no con números, las fracciones que representan cada porción (ej.: “un cuarto”) y luego recortarán las porciones. Cuando hayan terminado, el maestro les invitará a que averigüen de cuántas formas diferentes pueden formar la unidad (dos cuartos y cuatro octavos; un tercio y dos sextos; tres novenos y dos tercios...).

Con esta actividad inicial, queremos que los alumnos tengan claro desde el primer momento el concepto de unidad (algo que suele olvidarse con frecuencia al trabajar con fracciones y que es fuente de muchas dudas para los niños y niñas). Asimismo, algo muy importante a tener en cuenta es el hecho de que las partes en las que repartimos la unidad deben ser iguales.

Por el momento, en esta primera actividad, no hemos introducido nociones acerca de la escritura numérica de fracciones, que irá en la siguiente actividad. Sin embargo, el exigir que los niños y niña llamen a cada fragmento en relación al número de partes en el que se ha dividido la unidad (por ejemplo, si hemos dividido la unidad en seis partes, una de esas partes se llamara un sexto) ayuda y prepara para entender más adelante la expresión numérica-de las fracciones.

2º Actividad: Expresión numérica de una fracción.

Duración: 30-40'

Materiales:

- Reloj sectorial
- Rotuladores permanentes
- Material de escritura y pintura
- Hojas o cuaderno de matemáticas

Desarrollo:

En la siguiente actividad procederemos a trabajar la escritura de las fracciones. Para ello requeriremos de los círculos de fracciones de goma eva y de la base del reloj. A ser posible, intentaremos que los círculos de fracciones no estén recortados, aunque sí marcados.

Llevaremos a cabo una actividad similar a la anterior. La unidad la representaremos con la base del reloj: el círculo completo será la unidad. A continuación el profesor dará a los alumnos el círculo de medios para recortar. Cuando lo tengan, preguntaremos si se acuerdan del nombre que le habíamos dado en la sesión anterior a cada una de las partes obtenidas (“uno de dos”, “un medio”).

Una vez hayan respondido correctamente explicaremos la expresión numérica de la fracción. Antes de comenzar, evaluaremos los conocimientos previos que tuviesen sobre la escritura de las fracciones de forma oral a través de preguntas (“¿Alguien puede decirme cómo se escriben las fracciones? ¿Qué números forman una fracción?”). Es muy probable que algunos alumnos tengan ya alguna idea formada sobre las fracciones. A través de esta breve evaluación podremos saber cuáles son estas nociones y seremos capaces de corregir algún preconcepto erróneo, etc.

Una vez hayamos comprobado sus ideas previas, explicaremos la escritura de las fracciones: “Una fracción escrita consta de dos números separados por una barra. Estos números se llaman numerador y denominador. El denominador va abajo y nos indica en cuántas partes iguales hemos dividido la unidad. El numerador va arriba y nos señala cuántas partes hemos tomado. En el caso de “un medio” ¿en cuántas partes iguales hemos dividido la unidad? (respuesta de los alumnos) ¿Y cuántas partes hemos

cogido? (respuesta de los alumnos) Entonces, si hemos tomado una parte de dos, ¿cómo creéis que deberíamos escribir esta fracción? (respuesta de los alumnos)”.

Pondremos mucho cuidado en que quede bien claro el orden de los factores, ya que, como menciona Godino (2003), uno de los errores más frecuentes suele ser la inversión de las fracciones: por ejemplo, considerar $1/7$ y $7/1$ como equivalentes. Para ello, intentaremos que los alumnos mecanicen la escritura a través de la frase “cojo uno de siete. Primero el uno y debajo el siete”.

Una vez hayamos acordado que un medio se escribe $1/2$, pediremos que lo escriban en cada fragmento de goma eva con rotulador permanente.

Les proporcionaremos los demás círculos de fracciones y les dejaremos libertad para que intuyan y razonen cómo se llamará cada fracción en grupos de tres o cuatro niños. El maestro irá pasándose entre las mesas y actuará como guía cuando sea preciso, siempre dejando que sea el alumno el que averigüe y razone la grafía de las fracciones.

Por último, como en la anterior actividad, el maestro les invitará a que averigüen de cuántas formas diferentes pueden formar la unidad valiéndose de los fragmentos de goma eva. Esta vez les indicaremos que vayan colocando las sumas en una hoja o en el cuaderno de la siguiente manera:

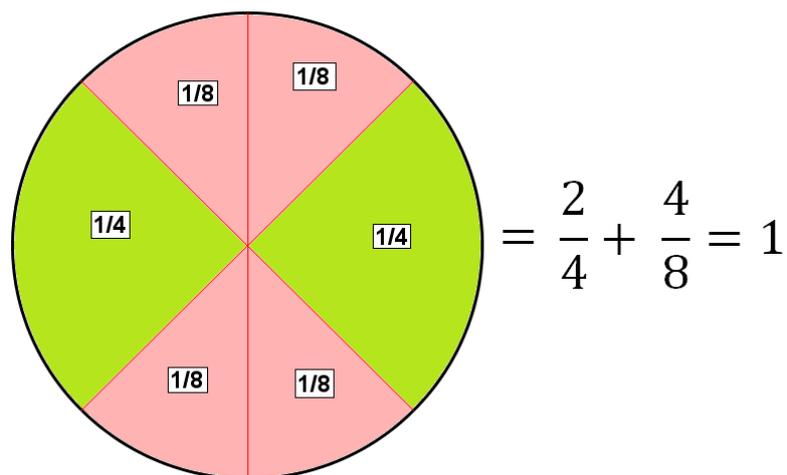


Figura 16. Ejemplo de escritura de fracciones

3º Actividad: Comparación de fracciones.

Duración: 25-30'

Materiales:

- Reloj sectorial
- Hojas o cuaderno de matemáticas
- 100 caramelos (la cantidad puede variar)

Desarrollo:

La siguiente actividad será presentada como un juego y será necesario que el profesor traiga al aula 100 caramelos. Los niños se colocarán en grupos de 4 o 5 alumnos y el profesor comenzará la explicación.

Comentará que ha traído al aula 100 caramelos y que quiere repartirlos entre los alumnos. Sin embargo, el reparto lo harán los niños. Explicará este hecho con un problema de prueba:

El maestro comentará que a unos les dará $\frac{1}{4}$ de los caramelos, mientras que a otros les dará $\frac{1}{5}$. Los alumnos, por grupos, serán los que elijan cual es la fracción que quieren (la que tenga más caramelos), y por qué han elegido esa fracción. Para ello, deberán averiguar cuántos caramelos representa cada fracción. En el primer problema, el profesor los irá guiando a través de comentarios y preguntas: "Si yo tengo en total 100 caramelos ¿qué debo hacer para saber cuántos caramelos serán $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{5}$ de 100? Imaginemos los círculos de goma eva del día anterior. El círculo completo era la unidad, el total. Para saber qué era $\frac{1}{4}$ bastaba con dividir el círculo en cuatro partes iguales y coger una. Pues con los caramelos lo mismo, dividimos el total en cuatro partes y cogemos una. Para saber cuánto es $\frac{1}{5}$ hacemos lo mismo: repartimos cien en cinco partes y cogemos una. ¿Cuántos caramelos son cada fracción? ¿Qué fracción elegiríais?"

Tras el problema de prueba comienza el juego real. El profesor irá preguntando entre dos fracciones dadas, cuál es la mayor. Los niños apuntarán el problema en su cuaderno de matemáticas y, haciendo las cuentas necesarias en él, deberán averiguar cuántos caramelos significa cada fracción. El profesor comprobará los resultados de los niños dividiendo los caramelos en las partes que indique cada fracción y ejemplificando el problema con materiales reales.

Los alumnos del grupo que acierte tanto cuál es la mayor como el número de caramelos que corresponden a dicha fracción, ganará un caramelo por persona. En el cuaderno irán apuntando qué fracción entre las dos indicadas es mayor de la siguiente forma:

$$\frac{1}{2} < \frac{3}{4}$$

A la representación numérica le acompañará también una representación gráfica.

El total de caramelos irá disminuyendo cada vez que un grupo acierte, nunca tendremos la misma unidad. De esta manera reforzaremos el hecho de que la fracción siempre va unida a un total. Cuando hablamos de una fracción siempre tenemos que preguntarnos “¿una fracción de qué?”.

Al comenzar el juego, los grupos pueden ayudarse a saber qué fracción es mayor valiéndose de las fracciones de goma eva. Sin embargo, la idea es que poco a poco vayan intuyéndolo sin necesidad de recurrir a éstas.

4º Actividad: Suma y resta de fracciones.

Duración: 25-30'

Materiales:

- Reloj sectorial
- Ficha proporcionada por el profesor
- Hojas o cuaderno de matemáticas

Desarrollo:

En la siguiente sesión explicaremos la suma y la resta entre fracciones con el mismo denominador. Las operaciones con diferente denominador las dejamos para tercer ciclo, cuando ya sepan realizar equivalencias entre fracciones.

Al comenzar la clase, el maestro expondrá un problema valiéndose de las fracciones de goma eva: “Imaginemos que el círculo entero es una pizza que he horneado para mis amigos y que he dividido la pizza en ocho partes iguales. Primero un amigo ha comido

$\frac{2}{8}$ del total, y luego ha llegado una amiga y ha comido $\frac{4}{8}$ de la pizza entera. ¿Qué fracción han comido entre los dos? ¿Qué fracción de pizza nos queda todavía?”.

Los niños y niñas, valiéndose de las fracciones de goma eva, deberán representar el caso y responder a las preguntas formuladas oralmente. Este primer ejercicio lo realizarán de forma intuitiva, valiéndose de los materiales proporcionados, sin realizar ninguna operación en el cuaderno.

Cuando hayan resuelto correctamente el problema de manera oral, el profesor deberá representarlo gráficamente y escribirlo con números en la pizarra. Para ello, pedirá la ayuda de los alumnos y alumnas; ellos tendrán que decirle al profesor qué debe escribir. El profesor irá guiándoles a través de comentarios: “Primero vamos a saber qué fracción de pizza se han comido entre los dos. Uno ha comido $\frac{2}{8}$ y la otra $\frac{4}{8}$, por lo tanto, para saber cuánto han comido entre los dos, ¿qué haremos? (Sumar las fracciones)”. Lo haremos al mismo tiempo con la goma eva. Indicaremos la operación de suma como siempre lo hemos hecho, con el signo “+”:

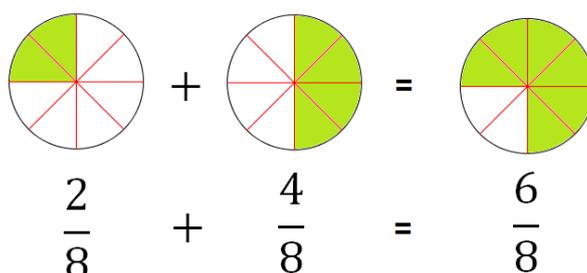


Figura 17. Suma de fracciones

“Ya sabemos cuánto se han comido entre los dos. Ahora queremos saber cuánto ha sobrado. ¿Cómo lo haremos? (Restándole a la unidad, el total que han comido entre los dos)”.

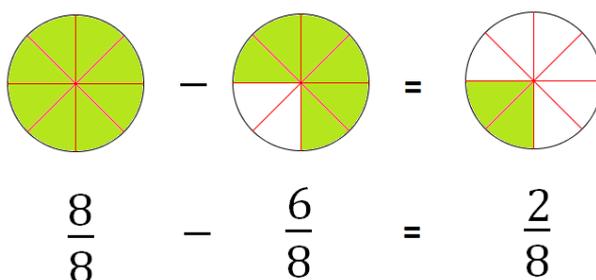


Figura 18. Resta de fracciones

A continuación, haremos que observen cómo el denominador sigue siendo el mismo a lo largo de todas las operaciones. Uno de los errores más frecuentes al principio es que resten tanto numerador como denominador. Sin embargo, representando la operación con materiales que pueden ver y tocar, se dan cuenta rápidamente de por qué el denominador siempre es el mismo: las partes en las que dividimos la unidad siempre son las mismas.

Tras este primer ejemplo, el maestro les dará una hoja con diferentes problemas de sumas y restas de fracciones. Los niños tendrán que realizarlos en su cuaderno con la ayuda de las fracciones de goma eva.

5º Actividad: Practicamos la suma y la resta.

Duración: 1 hora 20-30'

Materiales:

- Reloj sectorial
- Tarjetas en blanco
- Material de escritura
- Dados
- Fichas de parchís

Desarrollo:

La siguiente actividad será presentada como un juego. En primer lugar, agruparemos a los niños y niñas por parejas. Estas parejas deberán inventarse diferentes problemas de sumas y restas de fracciones basándose en las realizadas en la sesión anterior. Les indicaremos que el número en el que dividimos la unidad en cada problema será el mismo, aunque puede cambiar de un problema a otro. Apuntarán el enunciado de estos problemas junto con la respuesta correcta por la parte de atrás en unas tarjetas blancas que les proporcionará el profesor.

Cuando finalicen, mezclaremos todas las tarjetas de problemas creadas y colocaremos a las parejas en grupos de cuatro (cuatro parejas en cada grupo). A cada grupo le daremos un tablero con el juego "Serpientes y Escaleras" (anexo XIX), un dado, cuatro

fichas y un montoncito de problemas. Cada pareja tirará el dado y comenzará el juego la pareja que haya sacado el mayor número. Las reglas del juego serán las siguientes:

- Comenzamos en la casilla nº1.
- La pareja mueve su ficha el nº de casillas que indique su dado.
- Se cogerá una tarjeta de las del montón y se colocará en la mesa de forma que quede el problema a la vista y el resultado oculto.
- Uno de los jugadores leerá el problema en voz alta.
- La pareja que lo resuelva más rápidamente, será la encargada de tirar el dado otra vez y mover su ficha tantas casillas como indique.
- Existen varias casillas especiales:
 - Quien caiga en las casillas nº 3, 24, 29 y 48 avanzará tantas casillas como indique la escalera dibujada.
 - Quien caiga en las casillas nº 19, 27, 58 y 62 retrocederá tantas casillas como indique la serpiente.
 - Quien caiga en las casillas 16 y 59 (las marcadas con el sol), volverá a tirar sin necesidad de resolver ningún problema.
 - Quien caiga en las casillas 43 y 52 (las marcadas con una serpiente), perderá el turno y le tocará tirar a la pareja que se encuentre a su derecha.
 - Ganará la pareja que llegue primero a la casilla 64.

Cada pareja resolverá los problemas en un cuaderno o folio, y deberá incluir una representación gráfica. Pueden ayudarse con las fracciones de goma eva.

4.2.2. Los ángulos

1º Actividad: ¿Qué son los ángulos?

Duración: 10'

Materiales:

- Libro
- Percha
- Carpeta

- Tizas de colores

Desarrollo:

Esta actividad consistirá en la explicación de los ángulos y los tipos de ángulos que existen. Para ello, presentaremos varios objetos con diferentes ángulos: un libro, una percha y una carpeta abierta formando un ángulo obtuso.

Mostraremos a los niños y niñas estos tres objetos y les pediremos que observen las “esquinas” que forman y nos indiquen qué diferencias encuentran. Tras discutir un rato sobre estos objetos, explicaremos que estos objetos presentan tres tipos diferentes de ángulos. Asimismo, comentaremos que con ángulos nos referimos a la región, con mayor o menor apertura, existente entre dos rectas que se cortan. Para ejemplificar este hecho, dibujaremos los tres objetos en la pizarra y, con una tiza de un color diferente, remarcaremos estas rectas (anexo XX).

Tras ello, les indicaremos que estiren la mano de manera que formen una “L” entre el pulgar y el índice. El ángulo que se ha formado entre sus dedos se llama “ángulo recto”. Sabiendo esto, les pediremos que nos digan cuál de los tres objetos mostrados tiene un “ángulo recto”. Cuando lo hayan localizado, les diremos que los ángulos rectos miden 90° y que, para acordarse de cómo era un ángulo recto, siempre tendrán su mano como referencia.

A continuación señalaremos que existe otro tipo de ángulo llamado agudo. Tras señalar que la apertura de este ángulo es menor a la del ángulo recto, es decir, menor de 90° , preguntaremos a los alumnos cuál de los objetos de la pizarra tiene un ángulo agudo.

Seguiremos el mismo procedimiento con el ángulo obtuso.

2º Actividad: ¿Cómo se miden los ángulos?

Duración: 10-15'

Materiales:

- Libro
- Percha

María BERNAL GARCÍA

- Carpeta
- Reloj sectorial con la plantilla de ángulos (anexo I)

Desarrollo:

Repartiremos a cada niño una plantilla de ángulos y les enseñaremos a usarla como transportador. Para ello, realizaremos un pequeño ejemplo con los objetos mencionados en la actividad anterior.

Comenzaremos con el libro. En este caso podemos dar a cada alumno un libro para que vaya siguiendo los pasos del maestro al mismo tiempo que él. En primer lugar, doblaremos la plantilla por la mitad, dejando los ángulos de 0 a 180° en un lado y de 180 a 360° en el otro. Colocaremos la cruz en el vértice donde se cortan las dos rectas que forman el ángulo de 90° (la “esquina” del libro) y hacemos que una de sus rectas pase por la raya que indica 0° en nuestra plantilla. A continuación miramos qué número señala la otra recta (90°). Por lo tanto, la esquina del libro tiene 90° de amplitud.

Continuaremos con la percha. En este caso, al igual que con el libro, podemos dar a cada alumno un ejemplar. Seguiremos los mismos pasos que antes y, tras obtener el ángulo exacto que tiene la percha, el profesor anotará el número en la pizarra.

En el caso del portátil es más complicado dado que no es viable contar con tantos aparatos como niños en el aula. Sin embargo, podemos hacer que se acerquen por grupos hasta la mesa del profesor para ver el mismo proceso que antes, pero con el ordenador.

3º Actividad: ¿Qué nos encontramos en el aula?

Duración: 15-20'

Materiales:

- Reloj sectorial con la plantilla de ángulos (anexo I)
- Cuaderno de matemáticas y material de escritura

Desarrollo:

En la siguiente actividad deberán poner en práctica lo que han aprendido y clasificar los ángulos que encuentren en los objetos del aula en función de si son agudos, rectos u obtusos. Para ello realizarán una tabla (anexo XXI) en su cuaderno y, con la ayuda de la plantilla de ángulos, medirán todos los ángulos que encuentren.

4.3. Tercer ciclo

4.3.1. Las fracciones equivalentes

1º Actividad: Iniciación a las fracciones equivalentes

Duración: 30'

Materiales:

- Folios
- Pinturas

Desarrollo:

Para esta sesión, suponemos que los alumnos tienen conocimientos previos sobre las fracciones (qué son, qué representan, operaciones de suma, resta, multiplicación y división, etc.). Por ello, nos centraremos directamente en la explicación de la equivalencia de fracciones directamente, sin llevar a cabo ningún repaso previo. Será el profesor/a que lleve a cabo esta secuencia quien juzgue si ello es necesario o no.

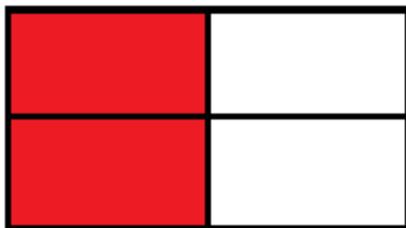
A través de esta actividad explicaremos cómo obtener fracciones equivalentes multiplicando numerador y denominador por un mismo número, así como la razón para hacer esto.

Para ejemplificar este concepto, dibujaremos en una hoja de papel un medio y pintaremos uno de los fragmentos de un color. Pediremos a los niños que nos digan qué fracción está representada en la hoja.



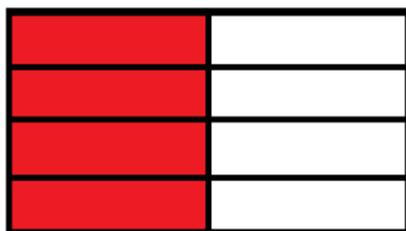
Figura 19. Un medio

A continuación, duplicaremos el número de porciones en las que hemos dividido la hoja dibujando una línea en medio como indicamos en la figura 20.

**Figura 20.** Dos cuartos

Preguntaremos qué fracción está representada ahora: $2/4$. Haremos que se den cuenta que si duplicamos, es decir, multiplicamos por dos el denominador, el numerador también tiene que multiplicarse por dos para tratarse de la misma fracción.

Preguntaremos a los alumnos qué fracción creen que obtendremos si volvemos a duplicar el número de fragmentos en el que hemos repartido la hoja. Cuando hayan dado sus respuestas, mostraremos la solución con un dibujo.

**Figura 21.** Cuatro octavos

Dado que hemos multiplicado el denominador por dos ($4 \times 2 = 8$), debemos hacer lo mismo con el numerador ($2 \times 4 = 8$).

Para que este concepto de multiplicar numerador y denominador les quede claro, realizaremos varios ejemplos con folios.

Tras haber comprendido estos ejercicios, el profesor indicará que este tipo de fracciones que tienen diferente numeración pero un mismo valor se llaman equivalentes.

2º Actividad: Fracciones equivalentes

Duración: 30'

Materiales:

- Reloj sectorial

Desarrollo:

Comenzaremos la actividad planteándoles el siguiente problema: “Encuentra una fracción mayor que $\frac{2}{3}$, pero que no llegue a ser la unidad”. Para la resolución de este ejercicio, los niños deberán buscar una fracción equivalente a $\frac{2}{3}$ ($\frac{4}{6}$) y sumarle una porción más.

Los niños y niñas se ayudarán con las fracciones de goma eva para la resolución de este problema. El maestro irá guiándolos a través de comentarios e indicaciones, como por ejemplo: “Vamos a colocar la fracción de $\frac{2}{3}$ en la base del reloj. Queremos una fracción mayor que esta que hemos puesto. Sin embargo, si añadimos una porción más, llegamos a la unidad. ¿De qué manera se os ocurre hacerlo?”

Si a los alumnos no se les ocurriese cambiar el denominador a seis y ver la equivalencia de $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{6}$, el profesor les ayudaría a seguir y comprender este razonamiento haciendo con él la transformación valiéndose de las gomas eva.

Al terminar este problema, el maestro pondría más ejercicios de ese tipo para que los alumnos los resolviesen en su cuaderno, ayudándose de las fracciones de goma eva: “Encuentra una fracción mayor que $\frac{4}{5}$ sin que llegue a ser la unidad” o “encuentra una fracción menor que $\frac{1}{2}$ sin llegar a cero”.

3º Actividad: Refuerzo de las fracciones equivalentes

Duración: 25-30'

Materiales:

- Reloj sectorial
- Bolsa con 120 globos de agua (la cantidad puede ser variable)
- Cuaderno de matemáticas

Desarrollo:

María BERNAL GARCÍA

Este ejercicio será similar al explicado en el apartado 4.2.1., ejercicio nº3. El profesor llevará al aula 200 globos de agua e indicará que los quiere repartir entre los alumnos y alumnas. Colocará a los niños en grupos de 4 o 5 y comenzará la explicación con un problema de prueba parecido al mencionado en el apartado 4.2.1. (ver dicho apartado para mayor aclaración). Después de ello, pasará al juego real.

Lo único en que cambia este ejercicio con respecto al del ciclo anterior es que, además de emplear globos en lugar de caramelos, compararemos sumas y restas de fracciones en vez de simplemente comparar fracciones. Esto quiere decir que en lugar de comparar $1/4$ y $1/5$ de 120, compararemos $(7/8 - 1/12)$ de 120 y $(2/5 + 1/6)$ de 120, por ejemplo. Para ello, en primer lugar deberán hallar las fracciones equivalentes de $7/8$ y $1/12$ cuyo denominador sea el mismo para poder restarlas (lo mismo con $2/5$ y $1/6$), y en segundo lugar, hallar el número de globos que representa las fracciones obtenidas.

En el cuaderno de matemáticas, realizarán las operaciones necesarias para obtener la respuesta a los problemas anteriores.

4.3.2. Los porcentajes

1º Actividad: ¿Qué son los porcentajes?

Duración: 15-20'

Materiales:

- Casos de porcentajes presentes en el aula.

Desarrollo:

Para esta actividad, el profesor llevará a clase algunos ejemplos en los que observan porcentajes y los mostrará a los alumnos:

“¿Alguna vez habéis visto por la calle algo parecido a esto? (Descuento del 30%). ¿O habéis oído a alguien decir que un recipiente estaba lleno al cien por cien? (Escribe en la pizarra 100%) Podemos encontrar este símbolo (%) incluso en nuestra ropa. Miraos la etiqueta del jersey. ¿Sabría alguien decirme qué significa este símbolo? (Refiriéndose a “%”)”.

El maestro esperará las respuestas de los alumnos. Tras haber escuchado sus conocimientos previos acerca de los porcentajes, el profesor procederá a explicar este concepto. Lo definirá como representable por una fracción de la cual el denominador es el número 100:

“Los porcentajes podemos verlos como una fracción en la cual el número de partes en las que dividimos la unidad es 100. Por ejemplo, si alguna vez os habéis fijado, en la etiqueta de la fanta de naranja pone que contiene un 8% de zumo de naranja. Esto significa que, de todo el contenido que tenemos en la lata, solo un $8/100$ es zumo de naranja. Es decir, dividimos los 33cl que tiene la lata en 100 partes, y de esas 100 solo 8 partes son de zumo, es decir, 2'64 cl. Bastante poco, ¿verdad?”.

El maestro pondrá dos o tres ejemplos más para que el concepto quede claro y, a continuación, pedirá a los niños que sean ellos quienes pongan los ejemplos. Para ello pueden fijarse en objetos presentes en la clase, como etiquetas de prendas, botes de pintura, alguna revista o periódico, etc. El alumno que proponga algún ejemplo, saldrá a la pizarra y escribirá el porcentaje y su correspondiente fracción decimal. En todo momento, se les insistirá en que aclaren cuál es el objeto total del que dan un tanto por ciento. Si, como en el caso de la fanta, conociéramos la medida de ese objeto total (en centímetros, gramos,...), también hallaríamos la medida representada por el porcentaje que hayan indicado.

2º Actividad: Representamos los porcentajes

Duración: 20-25'

Materiales:

- Ficha de porcentajes (anexo III).
- Medio folio.
- $3/4$ partes de una manzana.
- $1/4$ de 24 pinturas.
- La pizarra entera.
- Cuaderno de matemáticas y material de escritura.

Desarrollo:

En esta actividad procuraremos que los alumnos y alumnas asocien los porcentajes más comunes a fracciones sencillas. Para ello, mostraremos varios ejemplos con objetos comunes:

- Medio folio.
- $\frac{3}{4}$ partes de una manzana.
- $\frac{1}{4}$ de 24 pinturas.
- La pizarra entera.

Tras haberles enseñado estos objetos, preguntaremos qué se les ocurre para obtener el porcentaje de estas fracciones. Queremos que lo primero que hagan sea buscar en cada caso la fracción equivalente cuyo denominador sea 100.

Para ello, le daremos a cada alumno una plantilla de porcentajes. Antes de que comiencen a resolver los ejercicios planteados, comentaríamos ciertos aspectos sobre la plantilla con el fin de que los alumnos y alumnas se fijasen en ciertas características:

“¿En cuántas partes está dividido este círculo? (100) Entonces, si por ejemplo cojo 50 partes de estas 100 que hay, ¿cómo lo representaríais con una fracción? ($\frac{50}{100}$) ¿Y con un porcentaje? (50%) ¿Y con un dibujo? (Para el dibujo se ayudarán de la plantilla de porcentajes)”.

Tras esto, trataremos de reducir el $\frac{50}{100}$ a $\frac{1}{2}$. Para ello, les recordaremos el concepto de fracción equivalente. Con el dibujo de los $\frac{50}{100}$ presente en todo momento, preguntaremos si se les ocurre otra manera de dividir el círculo modificando el número de partes en el que lo repartimos, de forma que este número sea el menor posible. La fracción que estamos buscando es $\frac{1}{2}$. Cuando hayan obtenido esta fracción equivalente, indicaremos que, dado que $\frac{1}{2}$ es lo mismo que $\frac{50}{100}$, y este a su vez, lo mismo que 50%, entonces $\frac{1}{2}$ es igual a 50%.

Tras resolver las dudas que pudieran tener, realizaríamos el proceso inverso valiéndonos del ejemplo del medio folio: “El medio folio lo hemos dividido en dos partes y hemos cogido una, pero si quisiéramos dividirlo en 100 partes, ¿qué debería hacer para saber cuántos fragmentos debo escoger de 100? ¿Por qué número hemos

tenido que multiplicar 2 para que nos de 100? (50) Por lo tanto, ¿por qué número multiplicaremos 1 para saber cuántas porciones de 100 debemos coger? (50)”.

Tras estas operaciones, que el profesor irá escribiendo en la pizarra al tiempo que los alumnos harán lo propio en su cuaderno, obtendremos que $1/2$ y $50/100$ son equivalentes y que, por lo tanto, $1/2$ es lo mismo que 50%. Comprobarán este hecho empleando las fracciones de goma eva y colocando la fracción $1/2$ en la plantilla de los porcentajes (anexo XXII).

A continuación, los niños y niñas irán obteniendo los porcentajes de los demás objetos mencionados al principio siguiendo este proceso.

3º Actividad: Realizamos un estudio (sectores circulares)

Duración: 40-45’

Materiales:

- Reloj sectorial con la plantilla de porcentajes (anexo III).
- Cuaderno de matemáticas y material de escritura.

Desarrollo:

En la siguiente actividad realizaremos un estudio sobre los niños y niñas del aula acerca de sus deportes favoritos y representaremos los resultados empleando sectores circulares.

Para ello, en primer lugar el profesor explicará a los alumnos en qué consistirá el trabajo de la sesión. Primero deberán recopilar la información que más adelante representarán con dibujos. Por lo tanto, un alumno o alumna de clase será el encargado de salir a la pizarra para apuntar los deportes favoritos de sus compañeros. Cuando estén todos los datos, se llevará a cabo un recuento de los mismo y del número de alumnos que han participado (el tamaño de la muestra, que tomaremos como unidad). Los alumnos copiarán todos estos datos en su cuaderno empleando para ello una tabla de datos.

Cada uno en su cuaderno obtendrá la fracción de alumnos que practica cada deporte colocando en el numerador el número de personas que han votado por ese deporte y en el denominador el número total de alumnos.

Se llevará a cabo la equivalencia de fracciones hasta encontrar una cuyo denominador sea 100. A partir de esta fracción decimal, obtendremos el porcentaje de alumnos que corresponde a cada deporte. Pueden aparecer porcentajes con decimales, pero suponemos que ya los han visto de antemano y que no supone ningún problema trabajar con ellos.

Con la ayuda del reloj de goma-eva que tendrán colocada la plantilla de porcentajes, irán completando en el cuaderno un gráfico basado en sectores circulares. Al terminar pintarán cada sector de un color y señalarán en cada uno de ellos, el porcentaje al que corresponde.

5. PUESTA EN PRÁCTICA Y CONCLUSIONES OBTENIDAS

Las sesiones programadas para el primer ciclo de primaria han sido llevadas a un aula real, en el colegio público de Buztintxuri.

Esta experiencia ha sido de gran utilidad para el trabajo, ya que se ha podido comprobar qué aspectos de la secuencia funcionan y cuáles convendría modificar y mejorar.

5.1. Características del centro y las aulas

Las actividades que más adelante explicaremos con mayor detenimiento fueron llevadas a cabo en dos grupos de 2º de primaria (7-8 años). Estos grupos cuentan con 25 y 26 niños y niñas respectivamente, de muy diversas nacionalidades. Si algo es destacable en este centro es la gran pluralidad en cuanto a procedencias que hay en el alumnado. Sin embargo, todos tienen adquiridas las competencias necesarias en lengua castellana oral (el idioma en el que se han impartido las sesiones) como para seguir la explicación con facilidad.

Existen, sin embargo, varios niños que presentan dificultades en cuanto al lenguaje escrito. Por ello, en las sesiones en las que había que responder a una serie de preguntas escritas, han tenido bastantes dificultades y se les ha tenido que ayudar tanto en la lectura de las cuestiones como en la posterior escritura de las respuestas.

Asimismo, los niveles de conocimiento presentes en el aula también son muy heterogéneos. Desde estos niños que todavía tienen serios problemas con la lectoescritura, no llegando a identificar en ocasiones grafía y sonido o números escritos de dos cifras, hasta niños con niveles que destacan sobre la media.

En cuanto al centro, una de sus características más destacables es la metodología que emplea. Es una metodología basada en proyectos, en la cual partiendo de las necesidades y los intereses del alumnado, se pretende llegar a un aprendizaje significativo.

La organización establecida en las aulas del centro también es bastante peculiar. No existen horarios tradicionales en los que a cada asignatura se le asigna un tiempo determinado y un momento específico de la semana. Por el contrario, las diferentes áreas se trabajan a través de los llamados rincones de aula. Los rincones son, como su nombre indica, diferentes espacios dentro del aula en los que se llevan a cabo distintas tareas.

Al igual que no existen asignaturas repartidas en un horario como suele ser habitual, tampoco existen timbres que nos indiquen que se ha pasado el tiempo de hacer una determinada tarea y cambiar a otra, sino que son los propios alumnos y alumnas, con la ayuda y guía del tutor, los que autorregulan todo este proceso. Este es un aspecto muy importante a tener en cuenta respecto a las sesiones prácticas, ya que gracias a esta ausencia de timbres se pudieron hacer algunas de ellas más largas sin estar pendiente de los cambios de asignatura. Un ejemplo de ello fue la cuarta actividad mencionada en el apartado 4.1.6., que abarcó toda una tarde.

5.2. Secuencias prácticas

La secuencia didáctica que fue llevada a cabo en las dos clases de segundo de primaria se realizó en ocho sesiones diferentes, cuatro para cada clase. Las sesiones fueron de una hora y 40 minutos cada una.

5.2.1. Actividades relacionadas con la construcción del reloj sectorial

Una semana antes de comenzar con la construcción del reloj, se les fue pidiendo a los niños y niñas que trajesen al aula cajas de zapatos o cartones con el fin de recopilar el material necesario para trabajar.

El día 26 de marzo empezaron a traer los cartones. Se les dejó tiempo hasta el 31 de marzo para traerlos, ya que el martes 1 de abril llevamos a cabo nuestra primera experiencia con los relojes con la primera clase.

Para la primera experiencia empleamos las dos últimas sesiones de la mañana, después del recreo, y las dos últimas sesiones de la tarde, después de comer.

Las secuencias seguidas con los niños fueron similares a las antes explicadas en el apartado 4.1.1. Sin embargo, hubo algunos aspectos que hubo que cambiar debido a situaciones concretas que se iban observando en el aula. Además, al dar la misma clase a dos grupos diferentes, se pudieron apreciar deficiencias en la primera sesión y corregirlas en la siguiente. Serán estos cambios, junto con las reflexiones acerca de esta experiencia, las que se destacarán especialmente.

Primera sesión

Esta primera sesión fue llevada a cabo, como ya hemos mencionado, el día 1 de abril. Con un grupo se realizó entre el recreo y la hora de comer y con el otro, desde las 2:50 de la tarde (que es cuando entran después de comer) hasta las 4:20 (que es cuando salen del colegio).

La primera clase resultó muy bien acogida por los niños y niñas. Enseguida se motivaron y mostraron muy participativos en todo momento al ver que iban a tener una clase un poco diferente a las que solían dar, y más al mostrarles el nuevo material y explicarles que iban a tener que construir un reloj similar.

La explicación de la construcción del reloj sectorial fue llevada tal y como se explica en el apartado 4.1.1. salvo en un aspecto. En la secuencia explicada anteriormente, al mismo tiempo que se realiza la explicación de la construcción del reloj, se escriben los pasos en la pizarra. Sin embargo, en la experiencia realizada el primer día, se aprovechó el tiempo del recreo para escribir en la pizarra los pasos que tendrían que seguir y que explicaríamos en voz alta más adelante. De esta forma se ahorraría tiempo y podríamos estar más atentos a si los niños entendían o no la explicación, así como a sus dudas. Este cambio dio un buen resultado.

Tras el reparto de materiales y durante el tiempo de construcción, a pesar de haber puesto énfasis en que los pasos a seguir estaban escritos en la pizarra, observamos que los alumnos apenas les habían hecho caso. Muchos no seguían el orden que debían, por lo que tuvieron que despegar partes ya unidas o borrar números mal colocados. Este aspecto fue uno de los que se corrigieron en la otra clase, y para ello, fueron ellos quienes los leyeron los pasos en alto para que se dieran cuenta de que los tenían ahí en todo momento.

Otro error cometido fue no dejar claro desde el principio que las parejas no se formarían libremente, por lo que al mencionar que la construcción la haríamos por parejas, comenzaron a alborotarse y a llamarse entre ellos. En la clase posterior se incidió desde el principio en que las parejas no se harían libremente, y de este modo se evitó el conflicto que se formó en la primera clase.

Por lo demás, las clases no sufrieron ningún percance. Los dos grupos terminaron los relojes en el tiempo previsto. Sin embargo, no recortaron las fracciones de gomas. Asimismo, hubo algunas parejas a las que les dio tiempo incluso de jugar con el reloj antes de pedirles que ayudasen a otros compañeros.

(Ir al anexo XXIII para ver fotos de la primera sesión).

5.2.2. Actividades relacionadas con las horas

Segunda sesión

La segunda sesión estuvo dedicada a las horas. Fue llevada a cabo durante las horas de la tarde de los días 3 y 4 de abril (un día por grupo).

En el momento de llevar a cabo la sesión, los niños del colegio de Buztintxuri ya conocían en el reloj analógico la hora “en punto”, “y cuarto” e “y media”. Sin embargo desconocían “menos cuarto” y la conversión de analógico al digital. Fue esto lo que más trabajamos en esta secuencia.

Comenzamos con un breve repaso de las horas que se suponía sabían a través del juego de la representación de las agujas con los brazos localizado al final de la segunda actividad del punto 4.1.2. No obstante, observamos que algunos niños y niñas todavía no tenían demasiado asimilados los conceptos. Fue por eso que decidimos explicar con mayor detenimiento los conceptos de “y media” e “y cuarto”, que era donde más fallaban. Para ello realizamos la primera y segunda actividad del punto 4.1.2. con las gomas eva. No nos detuvimos mucho tiempo, tampoco nos hizo demasiada falta. En cuanto explicamos con las gomas por qué se denominaban así las posiciones “y media” e “y cuarto” lo entendieron rápidamente. También lo hizo la mayoría cuando procedimos a explicar “menos cuarto” en el reloj analógico.

La mayor parte de la sesión fue bien, incluida la hora digital, que fue explicada tal y como se indica en la cuarta actividad del punto 4.1.1. Sin embargo, en el primer grupo cometimos el error de incluir la hora “menos cuarto” en digital. Esto les desorientó muchísimo e hizo que, aunque hubieran entendido la hora “menos cuarto” en analógico, se hiciesen un gran lío y dejaran de comprenderla. No entendían cómo era posible que si, por ejemplo, se dice que son las seis menos cuarto, se escriba como “5:45”. El número reflejado en el hueco de las horas debería ser un seis, no un cinco.

Por mucho que intentamos explicarlo, no lo llegaron a entender, por lo que en el otro grupo ni siquiera se mencionó la hora “menos cuarto” en digital. Al llegar el momento de completar la plantilla que se indica en la actividad nº 6 del punto 4.1.2., este grupo lo hizo bastante mejor en las horas “menos cuarto” (analógico).

Hablando más adelante con la tutora de los niños y niñas, llegamos a la conclusión de que quizás eran todavía demasiado pequeños para entender esa “incongruencia”, por lo que sería conveniente esperar un año o dos hasta que fuesen ellos mismos quienes, por intuición, fuesen entendiendo la forma digital de “menos cuarto”.

Las actividades contenidas en esta sesión no fueron quizás las que más los motivaron. Sin embargo, parecieron estar atentos e interesados en todo momento.

(Ir al anexo XXIV para ver fotos de la segunda sesión).

5.2.3. Actividades relacionadas con la simetría

Tercera sesión

Comenzamos esta sesión con los dos grupos el día 10 de abril. El primer grupo tuvo la sesión tras el patio y el segundo por la tarde.

En primer lugar, para la explicación inicial de simetría, seguimos la secuencia reflejada en la primera actividad del punto 4.1.3. Tras explicar en qué consistía que un objeto o dibujo fuese simétrico y pedir a los niños y niñas que diesen ejemplos de simetría, procedimos a seguir con la segunda actividad del punto 4.1.3. La gran mayoría de los niños de las dos clases realizaron a la perfección tanto la actividad anterior como esta actividad en la que debían señalar si un dibujo era simétrico o no.

El problema surgió en la tercera actividad, con la plantilla que preparamos. El eje de simetría de las figuras presentadas lo reconocieron prácticamente todos sin ningún esfuerzo. Sin embargo, al pedirles que fuesen ellos quienes dibujasen el simétrico de un dibujo ya marcado, muchos de los niños no fueron capaces de realizarlo bien. En la mayoría de los casos al realizar el ejercicio nº3 del anexo XVI, dibujaban la chimenea de la casa, originalmente situada en el lado izquierdo, otra vez en ese mismo lado. Esto nos llevó a pensar que, aunque quizás el concepto esté entendido y sean capaces de reconocer figuras u objetos simétricos a simple vista y delimitar el eje de simetría, la construcción de objetos simétricos a partir de una mitad del objeto, supone para ellos una dificultad mayor y que, al pedirles que dibujasen el simétrico de un objeto, no eran capaces de comprender la necesidad de invertir el dibujo.

Esto quizás podría corregirse haciéndoles observar un ejemplo de simetría que siempre van a tener a su alcance: sus propias manos. Al colocar las dos manos extendidas con los pulgares hacia arriba, podrán observar como el pulgar de la mano izquierda se encuentra en el lado izquierdo de la mano, mientras que el pulgar de la mano derecha estará en el lado derecho.

También hubo errores en cuanto a la conservación de las longitudes de los objetos por la simetría. Sin embargo, este hecho nos pareció natural puesto que, en segundo de primaria, los niños no tiene todavía completamente adquirida la noción de conservación de las distancias.

Cuarta sesión

Esta actividad se desarrolló los días 8 y 9 de mayo (tuvieron un día por grupo).

Dado que había pasado casi un mes desde la última vez que vimos la simetría, hubo que recordarles el concepto poniéndoles un ejemplo y pidiendo que ellos también pusiesen algún otro. Sin embargo, rápidamente recordaron el concepto.

Tras haberles refrescado la memoria, explicamos qué era lo que íbamos a realizar ese día (ver la sesión 4 del apartado 4.1.3.).

La actividad realizada con los niños y niñas resultó ser muy motivadora, lúdica y divertida y, al mismo tiempo que disfrutaban con ella, reforzaron sus conocimientos acerca de la simetría. La actividad fue diseñada para hacer énfasis en las dudas que tuvieron en la sesión anterior, así como en las características en las que más errores habían cometido.

La sesión fue llevada a cabo sin problemas. Sin embargo, uno de los inconvenientes que observamos fue que a los niños que iban más lentos pintando el dibujo, la pintura se les iba secando antes de poder doblar el folio y dejar impresa la mitad del cuadro en la otra mitad del papel. En estos casos, hubo que repasar las zonas del dibujo donde la pintura no quedaba bien definida.

Fue una actividad con la que disfrutaron todos los alumnos.

(Ir al anexo XXV para ver fotos del resultado de la cuarta sesión).

CONCLUSIONES Y CUESTIONES ABIERTAS

Como ya hemos mencionado a lo largo de este trabajo, desde siempre, la enseñanza de las matemáticas ha ido vinculada al aprendizaje memorístico de fórmulas y algoritmos, provocando, en muchos casos, un rechazo sistemático por parte de los alumnos.

En este trabajo, se analizan los diferentes materiales que existen en el mercado. El uso de estas herramientas y materiales manipulativos ha hecho mucho para combatir esta concepción acerca de las matemáticas, ya que estos materiales promueven el aprendizaje significativo, basado en el entendimiento y la experiencia.

El diseño de un nuevo material didáctico, construido por ellos, surge por lo tanto de la necesidad de enseñar a los alumnos nuevas formas de aprender las matemáticas haciendo de ella una valiosa experiencia y mostrándoles su importancia en la vida real.

Hemos comprobado que el hecho de haberlo construido ellos mismos, ha resultado más motivador que el empleo de materiales que ellos ya encuentran hechos en el mercado. Mientras construían el reloj sectorial, el docente les animaba continuamente a preguntarse la razón por la que había que dar uno u otro paso en la construcción, fomentando su espíritu crítico de cara a las actividades para las que luego se utilizaría el material.

Aunque en un principio, nuestro material iba dirigido al primer ciclo de Educación Primaria, se ha demostrado con el diseño de las secuencias didácticas realizadas en este trabajo, que también tiene cabida en los ciclos superiores. Por otro lado, en las actividades diseñadas para estas secuencias, se comprueba que su uso no se limita al estudio de las medidas de tiempo, sino que abarca contenidos propios de los cuatro bloques del currículum de Matemáticas en Educación Primaria.

La puesta en práctica de la sesión diseñada para el primer ciclo ha permitido comprobar que los alumnos han sido capaces de construir el nuevo material didáctico por ellos mismos. Además, se ha constatado su eficacia de cara a la mejor comprensión de los conceptos matemáticos trabajados (medida del tiempo, simetría, fracciones sencillas, ...)

No obstante, uno de los aspectos que hemos echado en falta ha sido haber tenido la oportunidad de verificar la eficacia de nuestro reloj sectorial con la puesta en práctica de todas las secuencias aquí descritas para el resto de los ciclos de primaria. Pese a ello, estamos seguros de que, más adelante, tendremos la oportunidad de experimentar y poder constatar el valor de esta nueva herramienta desde el punto de vista de tutor de aula.

Podemos concluir este trabajo afirmando pues que, a través de nuestro nuevo material y de las secuencias didácticas desarrolladas, hemos logrado crear el ambiente de aprendizaje que pretendíamos y mejorar así la adquisición de los conceptos matemáticos trabajados.

REFERENCIAS

- Carretero, M. (2009). *Constructivismo y educación: Voces de la educación*. (2a) Buenos Aires: Paidós.
- Cascallana, M. T. (2002). *Iniciación a la Matemática: materiales y recursos didácticos*. (2a) Madrid: Santillana.
- Castro, E. y Torralbo, M. (2001). Fracciones en el currículo de la Educación Primaria. En Castro, E (Eds.), *Didáctica de la Matemática en la Educación Primaria*, (pp. 285-314). Madrid: Síntesis.
- Corral, A. y Pardo, P. (2012). *Psicología evolutiva I. Volumen 1. Introducción al desarrollo*. [Disponible en (23/05/2014): <http://books.google.es/books?id=OWwEiL-8vGMC&printsec=frontcover&hl=es#v=onepage&q&f=false>]
- DECRETO FORAL 24/2007, de 19 de marzo, por el que se establece el currículo de las enseñanzas en Educación Primaria en la Comunidad Foral de Navarra.
- Fiol, M^aL; Fortuny, J. (1998). *Proporcionalidad directa. La forma y el número*. Madrid: Editorial Síntesis, S.A.
- Godino, J. D. (2003). *Matemáticas para maestros y Didáctica de las Matemáticas para maestros*. Granada: Edumat-Maestros.
- González Marí, J. L. (2010). *Recursos, material didáctico y juegos y pasatiempos: Consideraciones generales*. [Disponible en (18/05/2014): http://www.gonzalezmari.es/materiales_infantil_primaria_y_ESO.Consideraciones_generales.pdf]
- Hernán, F.; Carrillo, E. (1988). *Recursos en el aula de Matemática*. Madrid: Síntesis.
- Ibarra, I. W. (2003). Función simbólica. En *Etapas del desarrollo cognitivo*. [Disponible en (20/05/2014): <http://www.monografias.com/trabajos14/piaget-desarr/piaget-desarr.shtml#FUNCION>]
- Iglesias, M., Ronconi, C., Cremón, A. V., Villafañe, C. y di Francia, E. A. (2001). *La enseñanza de las fracciones en el 2do ciclo de la Educación General Básica*.

[Disponible en (26/05/2014):

<http://www.gpdmatematica.org.ar/publicaciones/fraccionesmodulo2.pdf>]

Llinares Ciscar, S. y Sánchez García, M. V. (1988). *Fracciones. La relación parte todo*. Madrid: Síntesis.

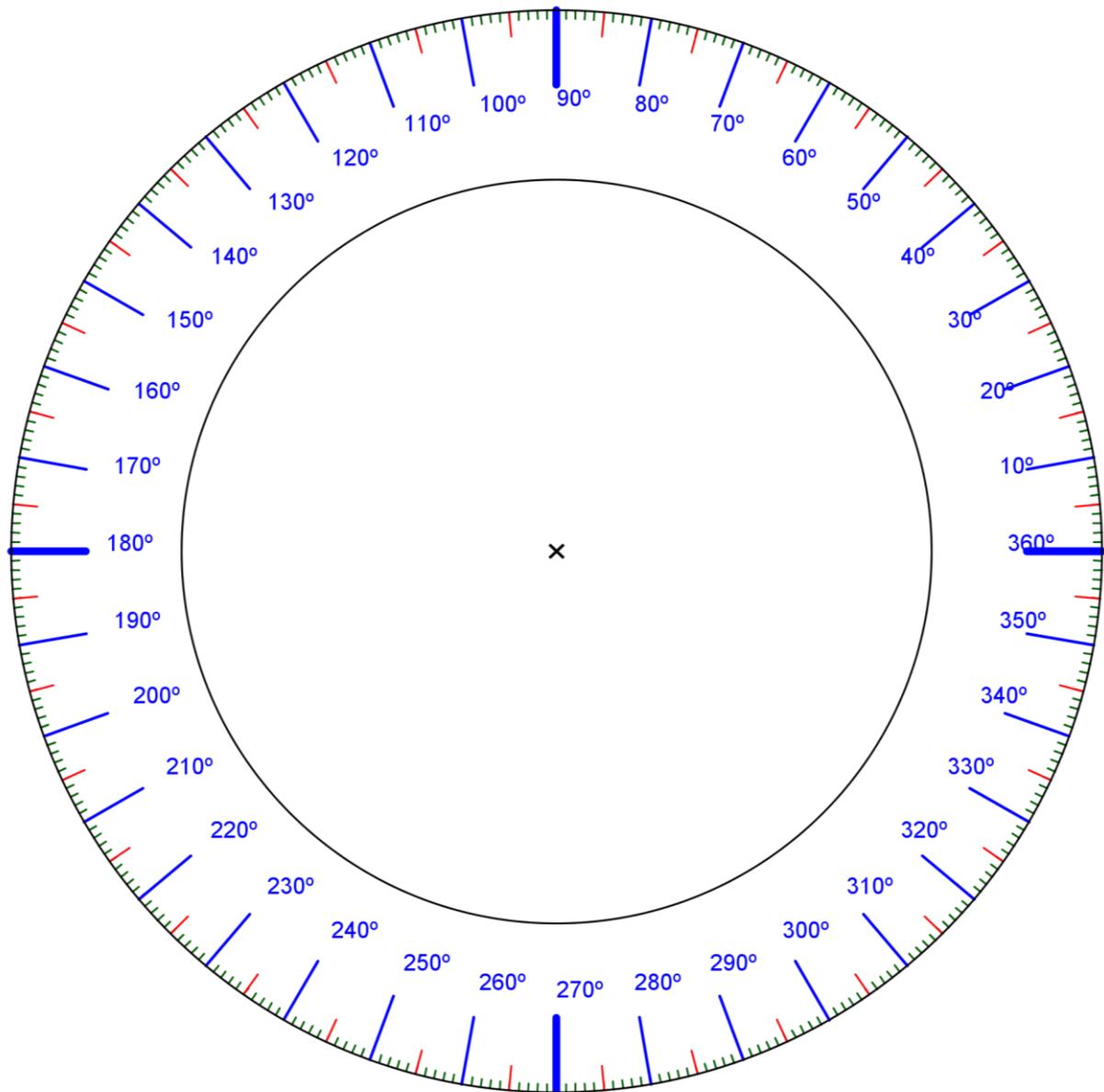
Ministerio de Educación y Ciencia (1992). Área de Matemáticas. Primaria. Madrid: MEC.

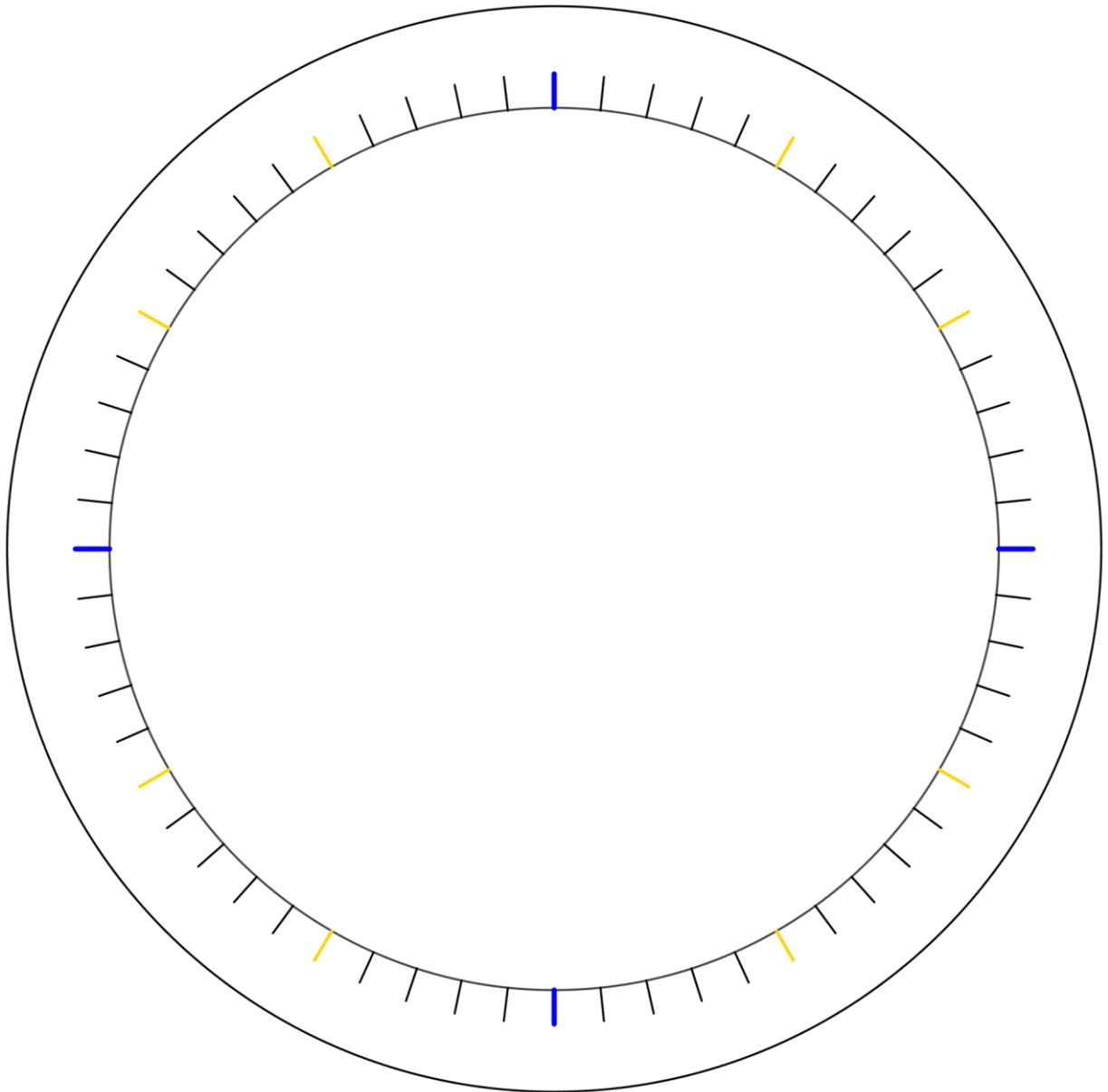
Rousseau, J. J. (2000). *El Emilio o la educación* (Ricardo Viñas, trad.). (Obra originalmente publicada en 1762). [Disponible en (15/05/2014): <http://www.unsl.edu.ar/librosgratis/gratis/emilio.pdf>]

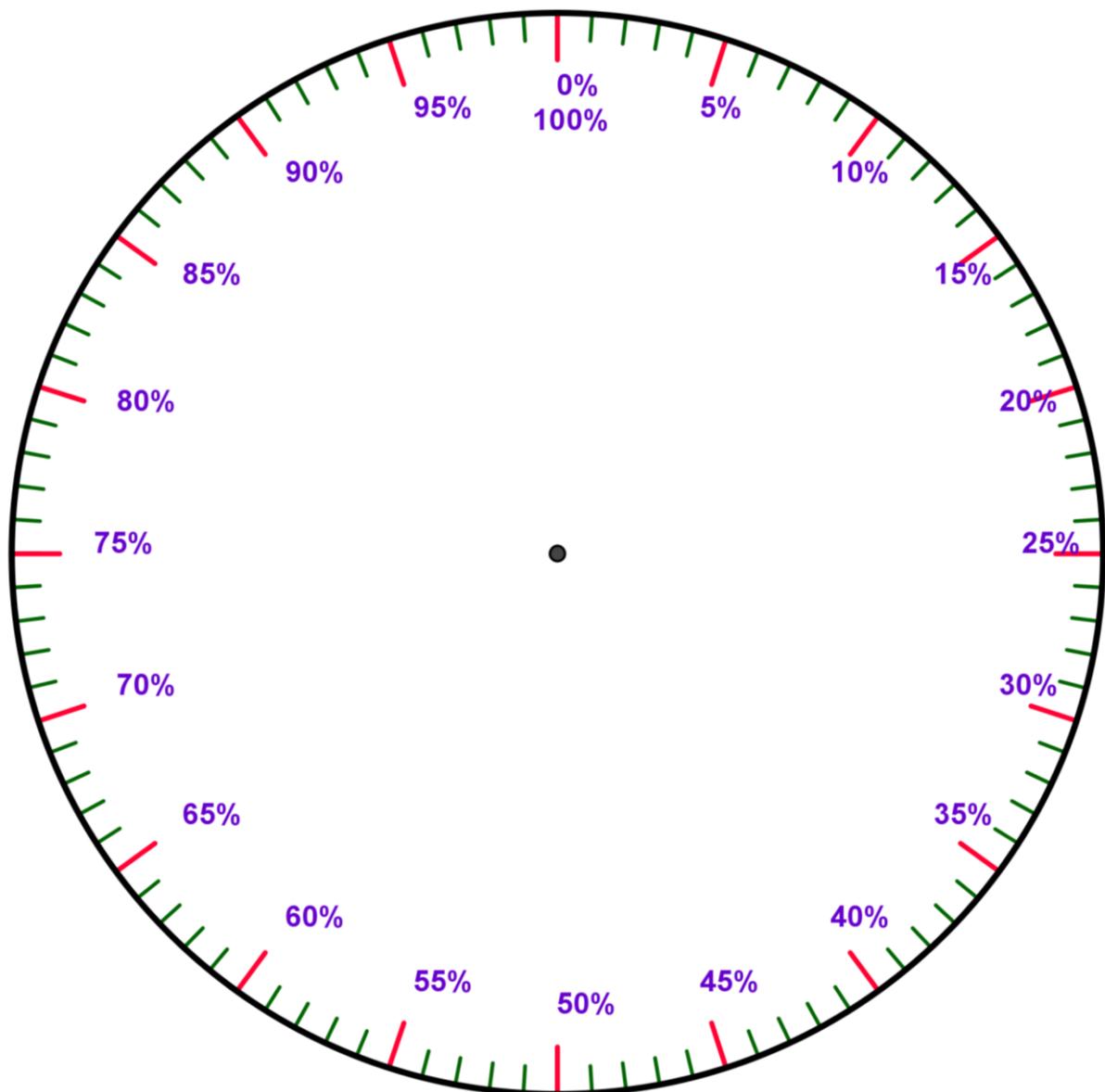
Skemp, R. (1993). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. (2a) Madrid: Morata.

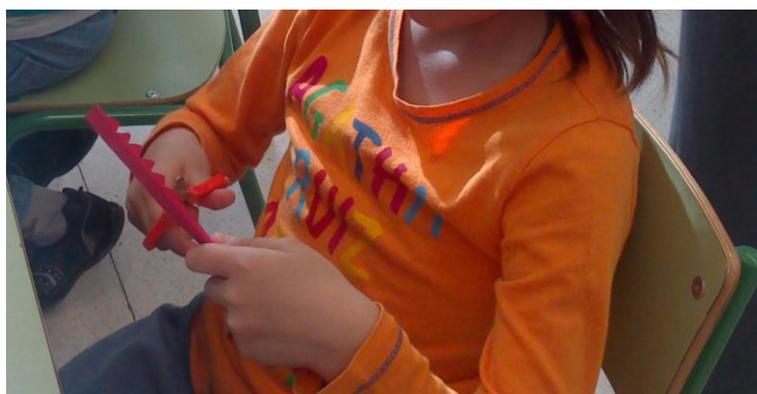
ANEXOS

Anexo I: Plantilla "ángulos"

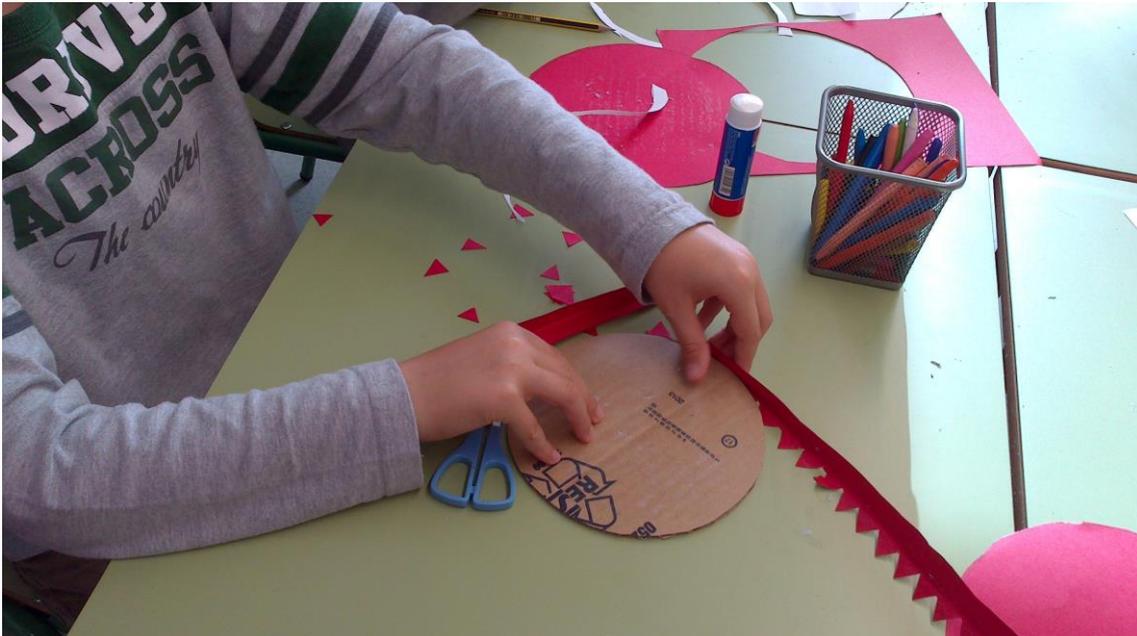


Anexo II: Plantilla “segundos/minutos”

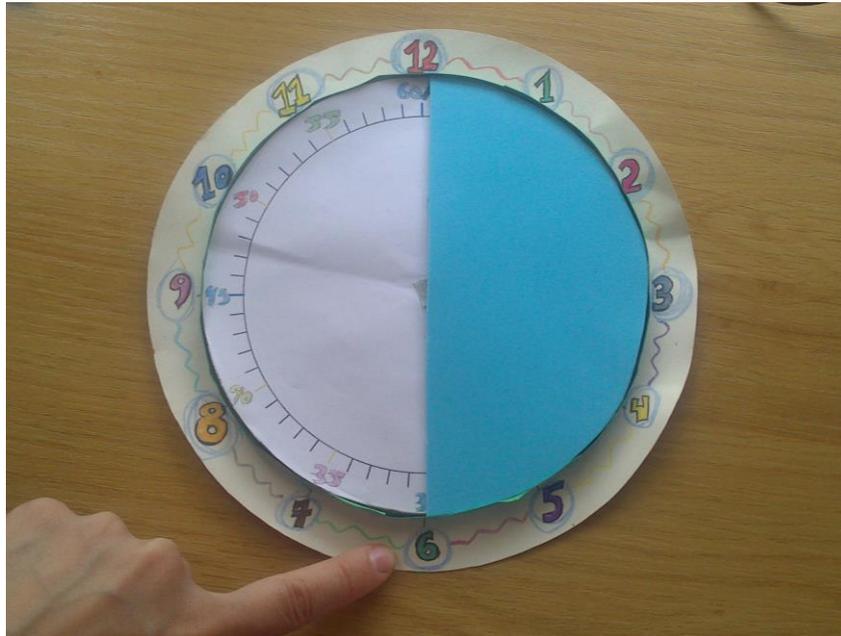
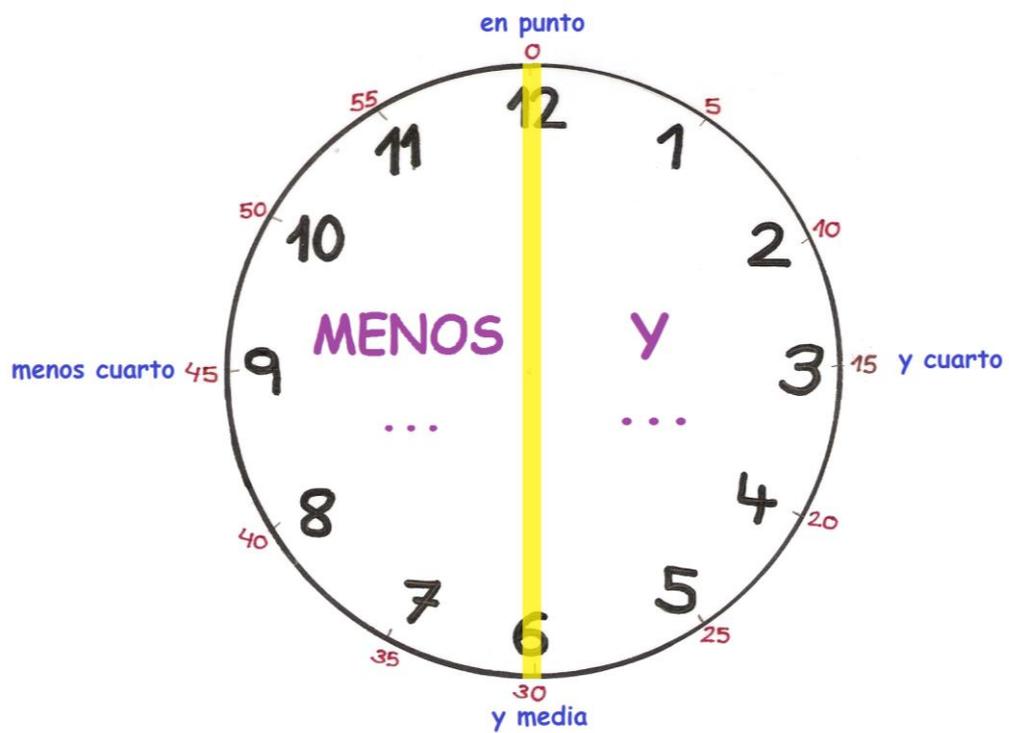
Anexo III: Plantilla “porcentajes”

Anexo IV: Materiales**Anexo V: Tiras de cartón dobladas**

Anexo VI: Tiras pegadas al cartón



Anexo VII: Hora entera**Anexo VIII: Media hora I**

Anexo IX: Media hora II**Anexo X: Esquema de reloj**

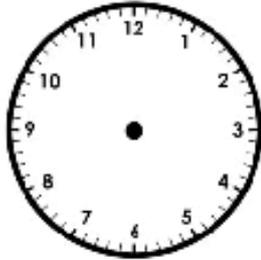
Anexo XI: Doceavos en el reloj**Anexo XII: 5 minutos**

Anexo XIII: 15 minutos

Anexo XIV: Plantilla de relojes

¿Qué hora es?

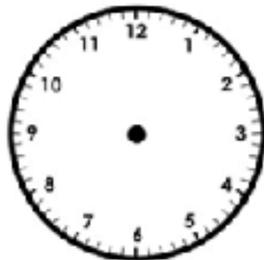
Escribe la hora en el reloj digital, analógico o con letras.

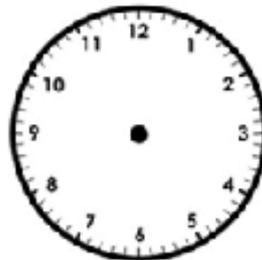






Son las doce y media.

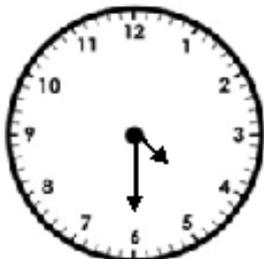


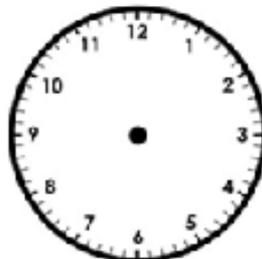




Son las dos menos

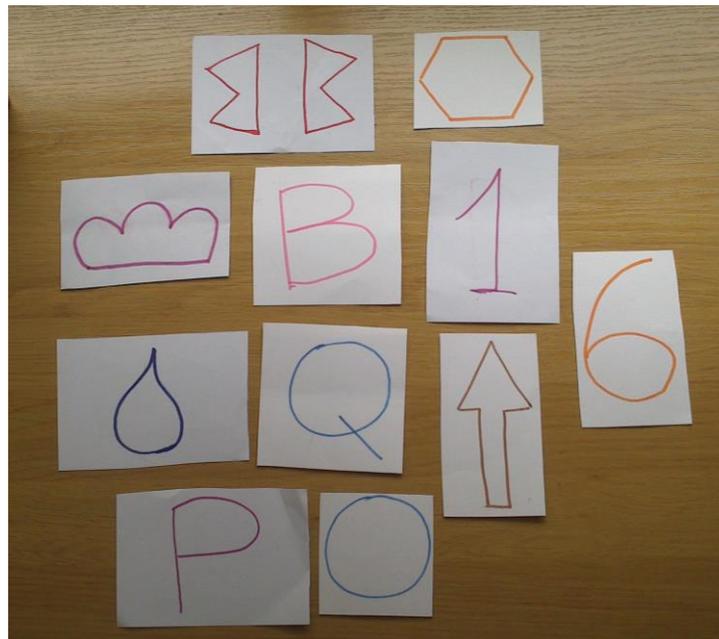
cuarto.





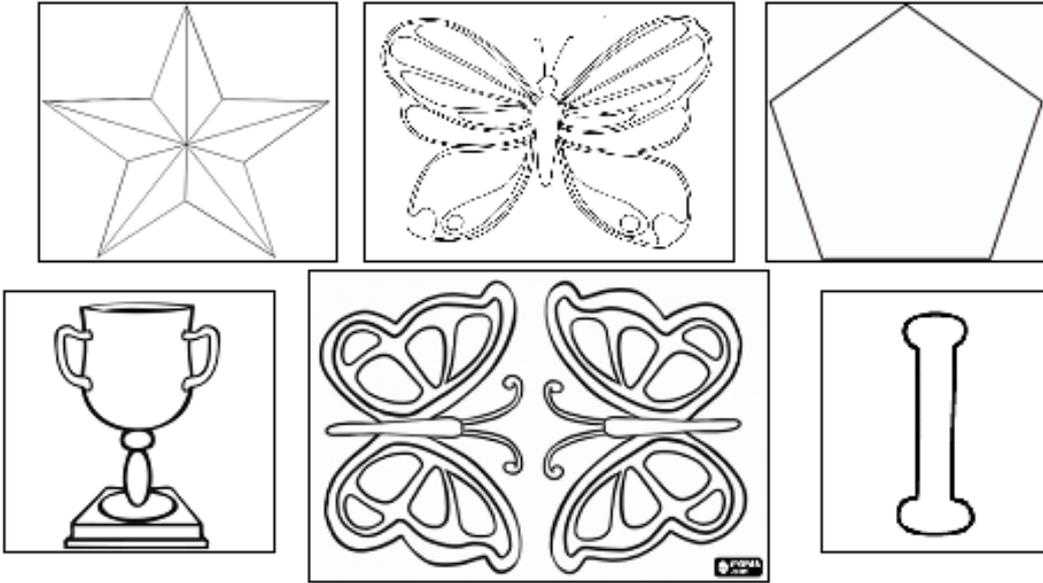


Es la una en punto.

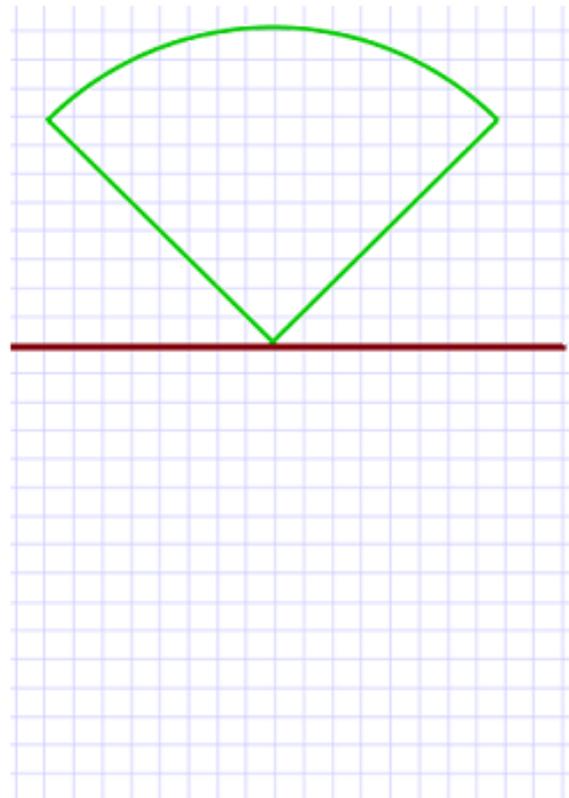
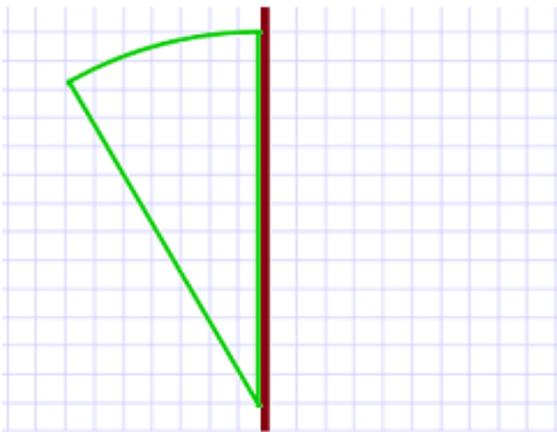
Anexo XV: Ejemplos de simetría

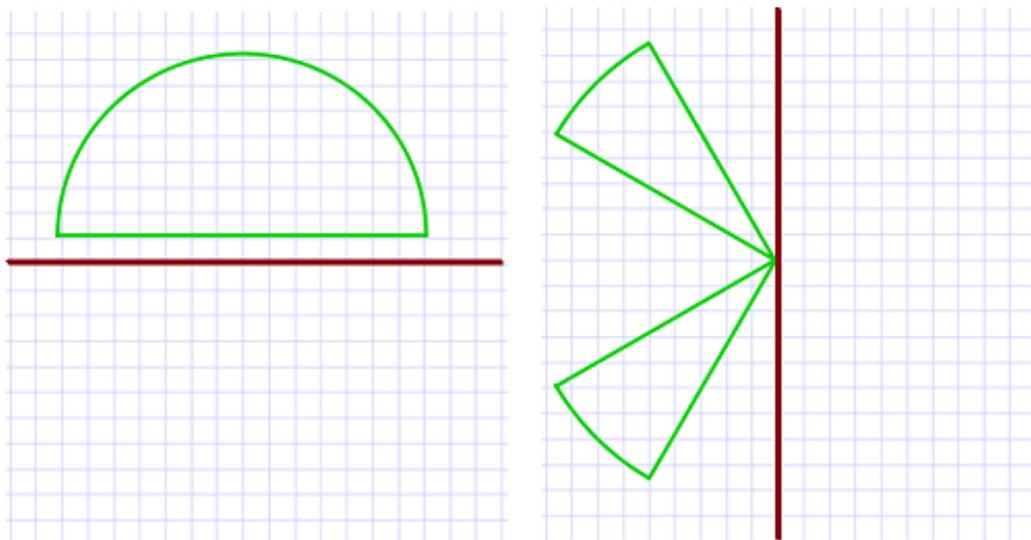
Anexo XVI: Plantilla de simetría**SIMETRÍA**

1. Dibuja el eje de simetría de las siguientes figuras:

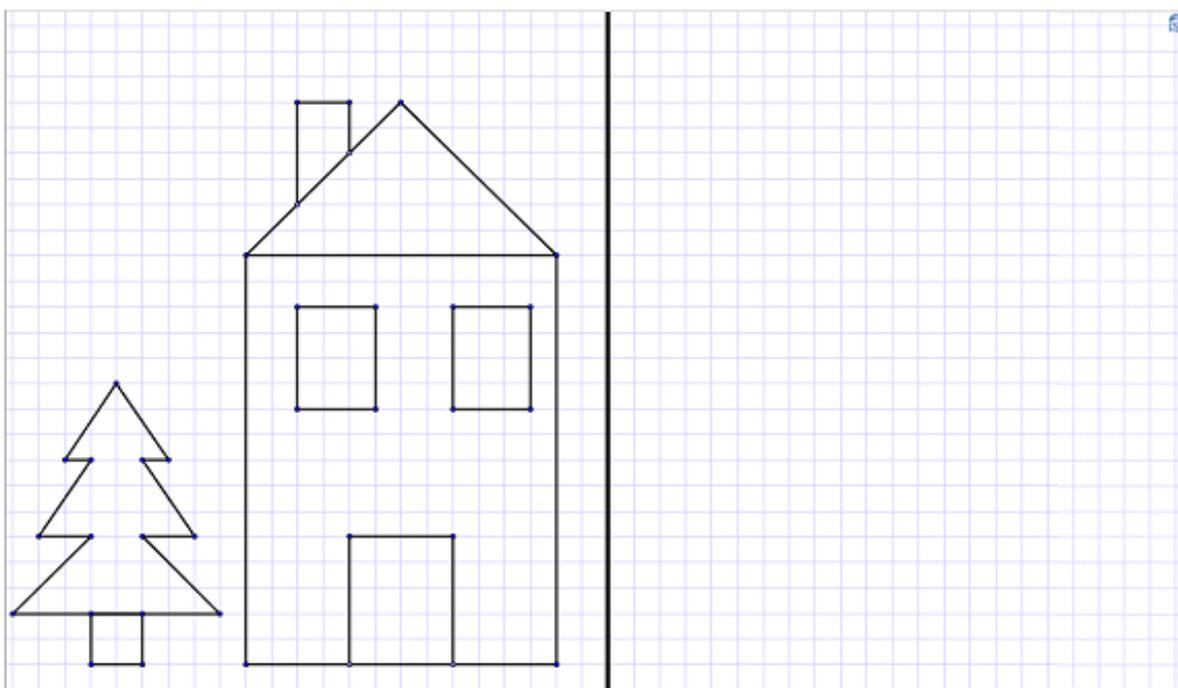


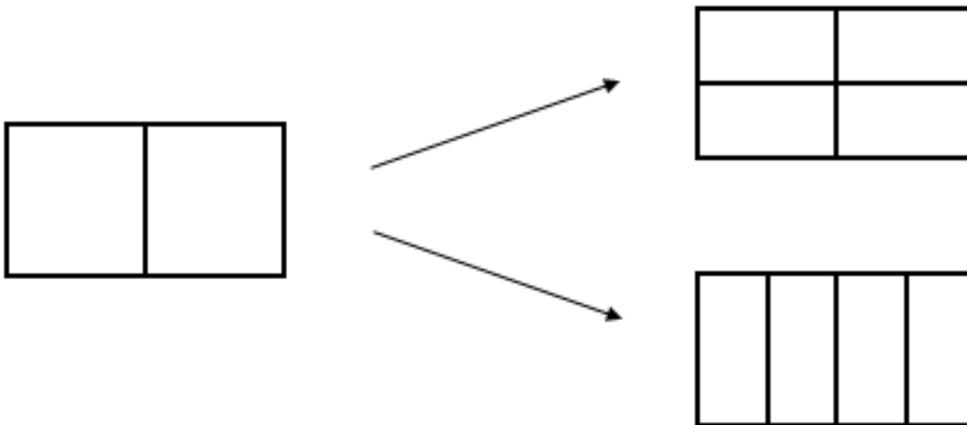
2. Forma las figuras simétricas de los siguientes dibujos ayudándote con la goma eva:



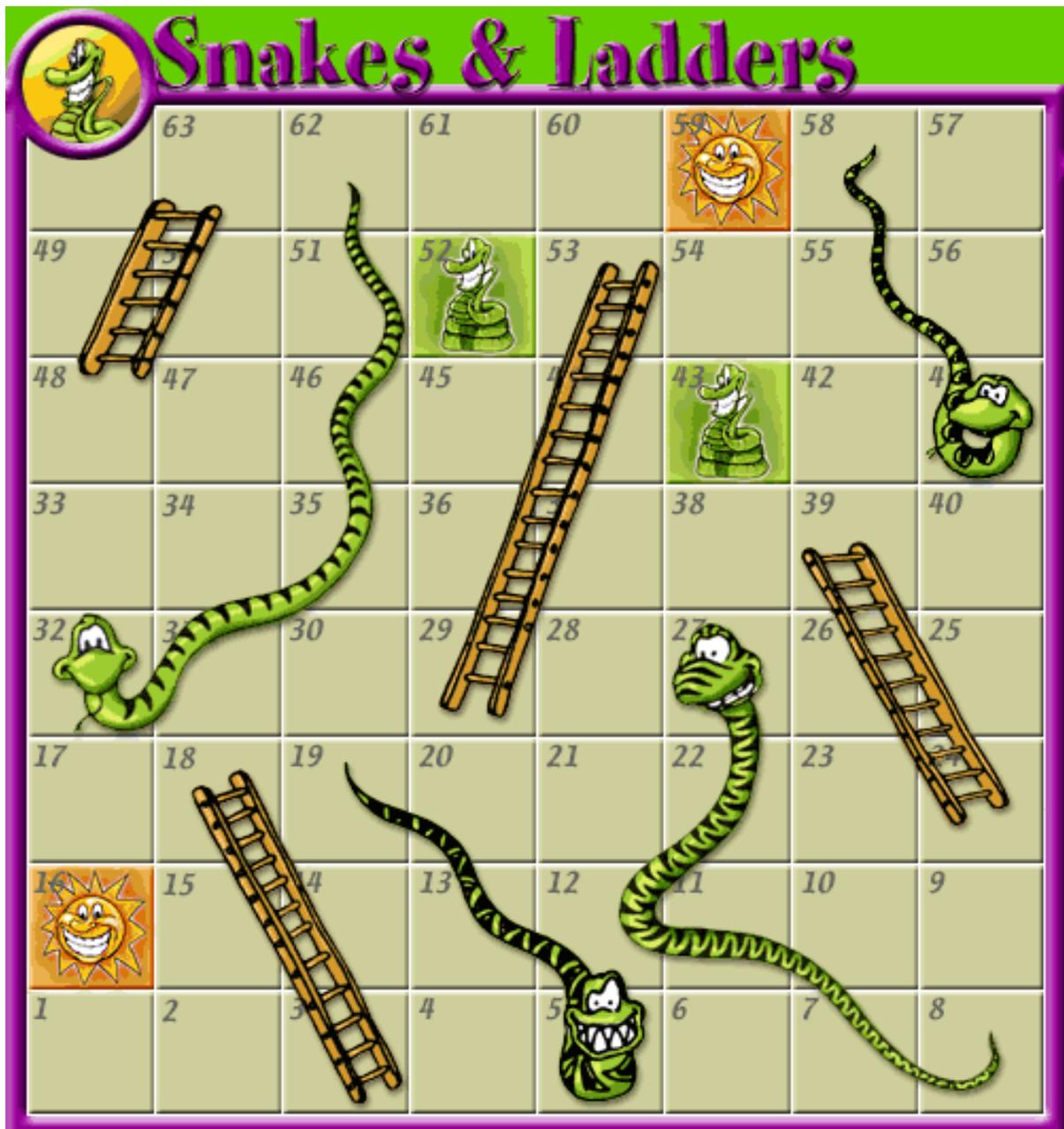


1. Completa el simétrico de este dibujo y pntalo.

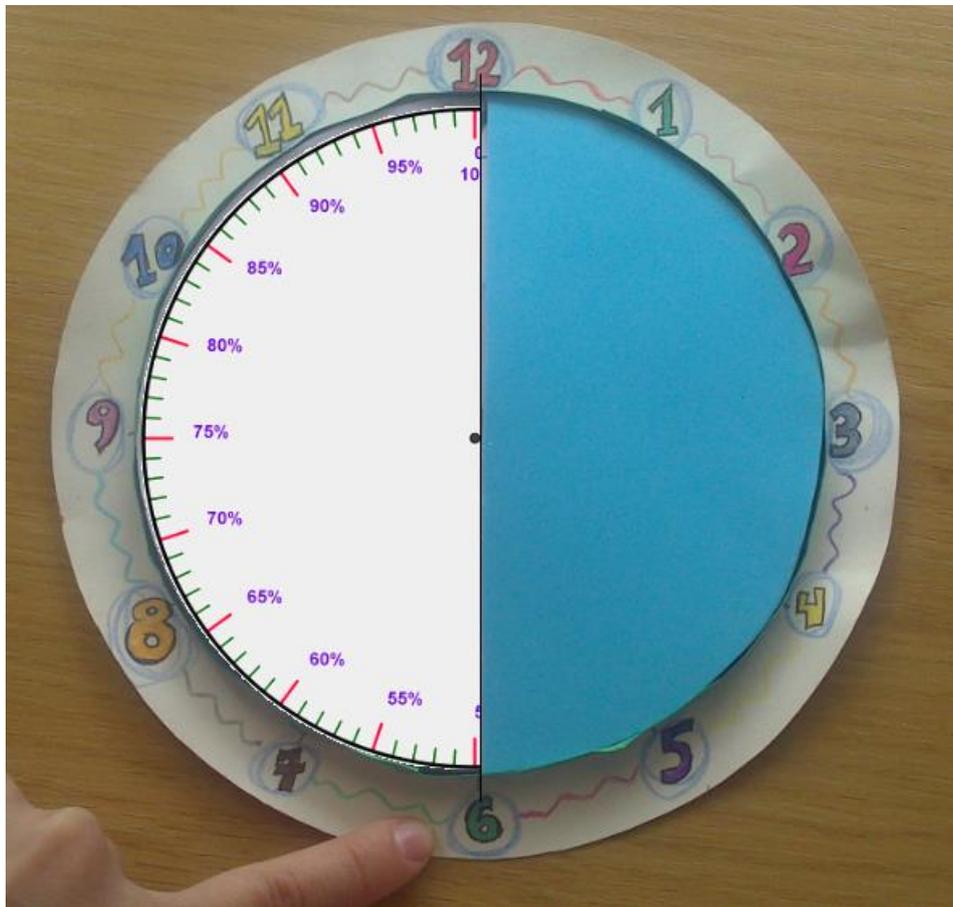


Anexo XVII: Hoja doblada (I)**Anexo XVIII: Hoja doblada (II)**

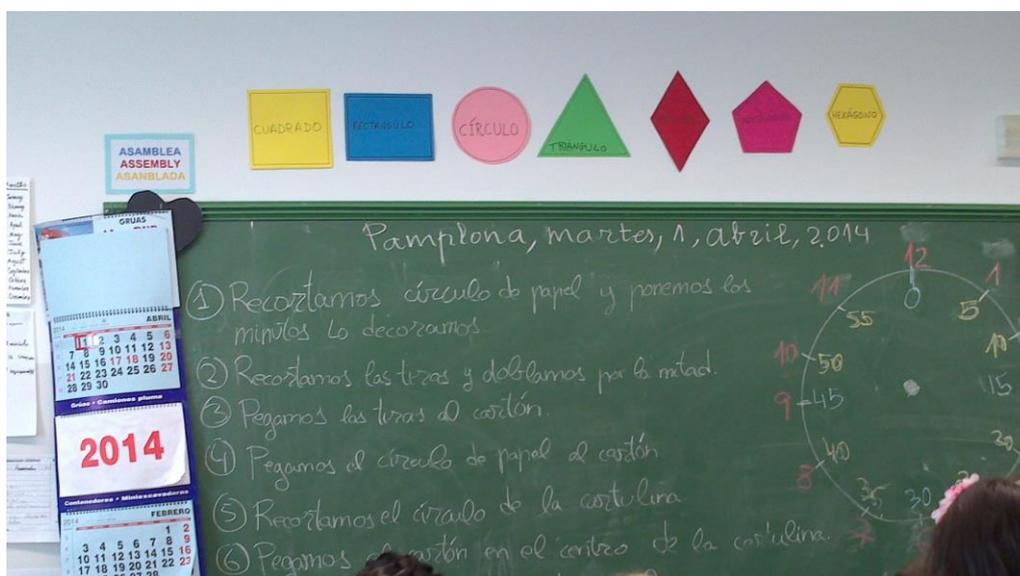
Anexo XIX: Juego Serpientes y Escaleras



Anexo XXII: Goma eva marcando 50%



Anexo XXIII: Fotos primera sesión







Anexo XXIV: Fotos segunda sesión

Anexo XXV: Fotos cuarta sesión