

ESTUDIO DE LA POSIBILIDAD DE UTILIZAR MODOS DE ORDEN SUPERIOR EN GUÍAS DE ONDA CUASI-ÓPTICAS

Carlos del Río, Ramón Gonzalo, Miguel Marín, Mario Sorolla, Arnold Möbius y Manfred Thumm**

*Grupo de Comunicaciones
E.T.S.I.I. y Telecomunicación
Universidad Pública de Navarra
Campus Arrosadía s/n. 31006 Pamplona*

*(*Forschungszentrum Karlsruhe
Institute for Technical Physics
Gyrotron Development and Microwave Technology
D-76021 Karlsruhe, Alemania*

ABSTRACT

The possibility to employ low power gyrotron tubes (10-30 kW, CW) at millimeter wave frequencies (30-100 GHz) has potential applications in advanced ceramic sintering, surface coating, radar, remote sensing, etc.. In materials processing applications, the final shape of the beam is not relevant, because the experiment have to be done in a cavity which has a metallic mode stirrer in order to obtain inside a uniform distribution of the electromagnetic fields.

In this paper, we present a preliminar study, showing that it is possible to use high order modes in the transmission line to carry the power to the final experiment efficiently.

1. INTRODUCCIÓN

Son bien conocidas las características de las líneas de transmisión cuasi-ópticas, y las ventajas que suponen frente a las guías de onda convencionales [1]. En esta comunicación queremos dar un paso más y estudiar la posibilidad de contemplar guías de onda cuasi-ópticas para modos de orden superior.

El objetivo es aprovechar, si es posible, el mismo modo de salida del gyrotrón para transformarlo a una estructura gaussiana, con la idea de conducirla hasta la carga mediante una línea cuasi-óptica diseñada al efecto. Esto nos resultará ventajoso en sistemas en los cuales, los requerimientos de apuntamientos no sean muy restrictivos, como es el caso de procesamiento de materiales, ya que en estos sistemas se busca una distribución de campo uniforme mediante una estructura aleatorizadora al final de la línea, por lo que poco nos importa la forma en que viaje la energía hasta la cavidad final. La ventaja mayor será la simplicidad y sencillez del sistema de transmisión resultante.

Como se demuestra en la comunicación "*Antenas de bocina optimizadas para acoplar modos gaussianos de orden superior*" [2], que se presenta en este mismo simposium, es posible generar cierto tipo de modos gaussianos de orden superior a partir de modos de guía de onda. Aquí nos centraremos en estudiar cómo son estos modos gaussianos de orden superior y en la posibilidad de guiarlos.

2. MODOS GAUSSIANOS

Los modos gaussianos que aquí se presentan, son una familia de soluciones exactas a la ecuación paraxial de Helmholtz. En principio, los modos de esta familia son ortogonales [3], por lo que podemos considerarlos como una base generadora de cualquier distribución de campos en un semiespacio sin fuentes, siempre y cuando nos encontremos dentro de la zona paraxial, como podremos ver más adelante.

En estas soluciones, cada una de las componentes del campo eléctrico transversal en coordenadas cilíndricas tienen la forma siguiente [3] y [4]:

$$E_a^{b,\varphi_0} = A_a^{b,\varphi_0} \cdot \Psi_a^{b,\varphi_0} \cdot e^{-jkz} \quad (1)$$

siendo A_a^{b,φ_0} una amplitud compleja y Ψ_a^{b,φ_0} la función estructural, definida como:

$$\Psi_a^{b,\varphi_0}(r, \varphi, z) = \frac{1}{\sqrt{1+\xi^2}} \left(\frac{\sqrt{2}r}{\varpi_0 \sqrt{1+\xi^2}} \right)^b \cos(b\varphi - \varphi_0) L_a^{(b)} \left(\frac{2r^2}{\varpi_0^2(1+\xi^2)} \right) e^{j(b+2a+1)\text{tg}^{-1}(\xi)} \cdot e^{-\frac{r^2}{\varpi_0^2(1-j\xi)}} \quad (2)$$

donde ξ es una función de z , definida de la forma,

$$\xi = \frac{\lambda z}{\pi \varpi_0^2} = \frac{z}{z_0} \quad (3)$$

siendo $L_a^{(b)}$ los polinomios de Laguerre, ϖ_0 será la anchura de haz mínima, “beam waist”, del modo fundamental, λ la longitud de onda en el medio correspondiente y z_0 será la profundidad focal, que se define como la distancia a la cual el ancho de haz se ha incrementado en un factor $\sqrt{2}$. En estas fórmulas, los haces generados se suponen centrados en $z = 0$, o lo que es lo mismo, todos los modos tendrán la anchura mínima en $z = 0$, que en el caso del haz fundamental corresponderá a ϖ_0 .

Tanto en la función estructural, como en las expresiones de campo, hemos utilizado tres índices diferentes. El índice φ_0 será un número real, que define un posible desfase espacial, únicamente producirá un giro de la estructura de campos. Los índices a y b tienen la misma interpretación que los índices de los modos en guía de onda circular, variaciones radiales y azimutales respectivamente.

Vamos a comentar uno a uno cada componente de la ecuación (2), con la intención de entender de la mejor manera posible la propagación y forma de estas estructuras gaussianas:

- $e^{-\frac{r^2}{\varpi_0^2(1-j\xi)}}$, es sin duda el término más importante, ya que es el responsable del carácter gaussiano; este término no depende del modo y viene definido por constantes del sistema como λ y ϖ_0 .
- $L_a^{(b)}\left(\frac{2r^2}{\varpi_0^2(1+\xi^2)}\right)$, son los polinomios de Laguerre, que junto con $\left(\frac{\sqrt{2}r}{\varpi_0\sqrt{1+\xi^2}}\right)^b$ serán las funciones que “modularán” al término gaussiano. Estos polinomios serán diferentes para cada modo en particular.
- $\cos(b\varphi - \varphi_0)$, será el término que definirá las variaciones azimutales de los modos, ya que únicamente depende del índice azimutal b. Para $b = 0$, tendremos estructuras de campos con simetría de revolución.
- $\frac{1}{\sqrt{1+\xi^2}}$, será un término de normalización, necesario para mantener la potencia total constante conforme se va expandiendo el haz al propagarse.
- $e^{j(b+2a+1)\text{tg}^{-1}(\xi)}$, será un término de fase que será diferente para cada modo gaussiano de orden superior.

2.1. Modo fundamental: características principales

A modo de ejemplo, veamos muy rápidamente el caso del haz gaussiano fundamental para poder ver posteriormente las diferencias con los modos de orden superior. La función $\Psi_0^0(r, \varphi, z)$ quedará de la forma:

$$\Psi_0^0(r, \varphi, z) = \frac{1}{\sqrt{1+\xi^2}} e^{-\frac{r^2}{\varpi_0^2(1+\xi^2)}} e^{j\text{tg}^{-1}(\xi)} \cdot e^{-j\frac{r^2\xi}{\varpi_0^2(1+\xi^2)}} \quad (4)$$

donde se han separado los términos que afectan al módulo, y los términos de fase. Observese que la estructura obtenida tiene simetría de revolución, por lo que el índice φ_0 es totalmente irrelevante. Si no tenemos en cuenta el término de normalización, podemos deducir rápidamente las expresiones de expansión del modo gaussiano, fijandonos en la evolución de un nivel relativo determinado. Si por ejemplo, nos fijamos en la caída $1/e$ con respecto al máximo en cada valor de z, estaremos definiendo el ancho de haz para el modo fundamental:

$$\varpi(z) = \varpi_0 \sqrt{1+\xi^2} = \varpi_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi\varpi_0^2}\right)^2} \quad (5)$$

que también se puede interpretar como el radio de una circunferencia que encierra aproximadamente un 86% de la potencia para cualquier valor de z.

En cuanto a los frentes de fase, se asumen esféricos, con un radio de curvatura definido según la ecuación siguiente:

$$R(z) = z \left(1 + \left(\frac{z_0}{z}\right)^2 \right) = z \left(1 + \left(\frac{\pi\varpi_0^2}{\lambda z}\right)^2 \right) \quad (6)$$

esto es relativamente cierto en la zona más paraxial, que es justo donde tiene concentrada la mayor parte de la potencia. Puede resultar interesante resaltar que para $z = 0$ tenemos un frente de fase plano, y que para distancias grandes los frentes de fase se pueden considerar esferas cuyos radios de curvatura son directamente el valor de la distancia desde dicho frente de onda hasta la posición de $\bar{\omega}_0$.

2.2. Módulo de los modos gaussianos de orden superior

Los modos superiores, van a ‘modular’ el comportamiento gaussiano ideal, con unos polinomios que podíamos definir:

$$P_a^{(b)}(r,z) = \left(\frac{\sqrt{2}r}{\bar{\omega}(z)}\right)^b L_a^{(b)}\left(\frac{2r^2}{\bar{\omega}(z)^2}\right) \quad (7)$$

Si hacemos la suposición de campo lejano, distancias muy grandes, la ecuación (5) quedará de la forma:

$$\bar{\omega}(z) \approx \frac{\lambda z}{\pi \bar{\omega}_0} \quad (8)$$

que aplicándolo en el ecuación (7), llegamos a que las variables r y z tienen una relación de proporcionalidad, que si tenemos en cuenta la geometría del problema, el cociente de r y z nos está definiendo la tangente del ángulo de elevación del punto o circunferencia definida por r y z . Esto nos confirma la idea ya conocida de que los modos gaussianos mantienen la estructura de campos, si bien se van expandiendo de forma lineal al propagarse a lo largo del eje z .

En la figura 1, tenemos representado el módulo de los primeros modos gaussianos en un plano perpendicular al eje de propagación. Se puede observar que al ir aumentando el valor de los índices, la potencia se va dispersando cada vez más. También es fácil apreciar la simetría de revolución existente para $b = 0$.

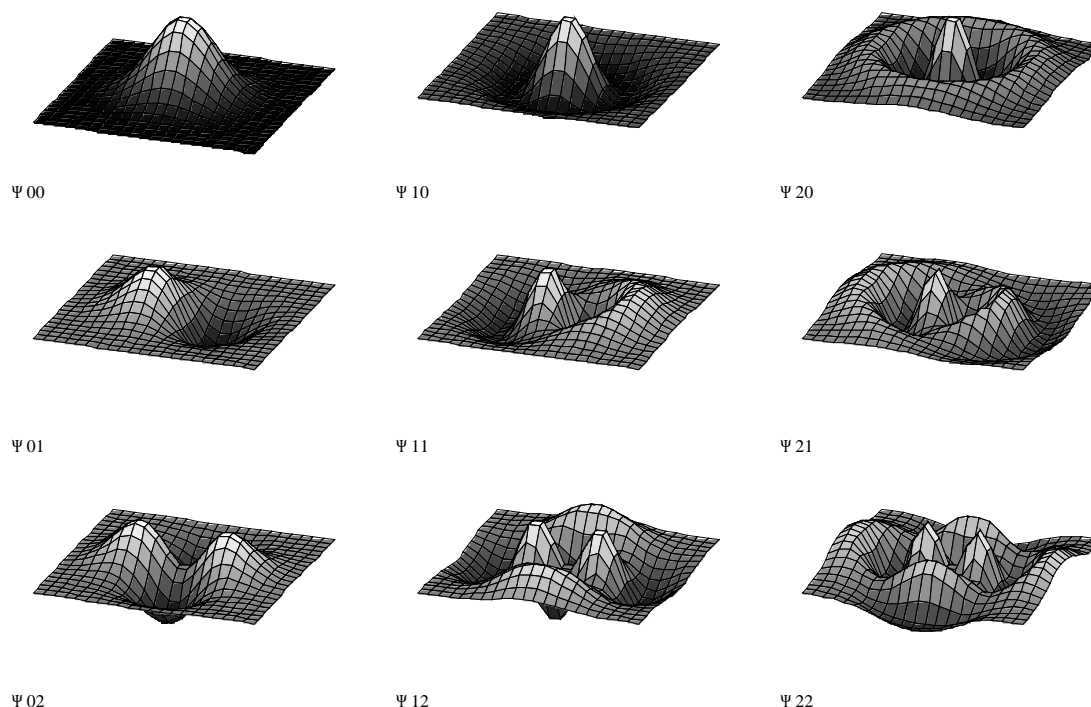


Figura 1: Representación de los términos del módulo de los primeros modos gaussianos, la notación es Ψ_{ab} , siendo a el índice radial y b el azimutal.

2.3. Frentes de fase de los modos gaussianos de orden superior

Las diferencias en cuanto a frentes de fase son mucho más pequeñas, ya que únicamente hay un término que depende del modo; a distancias largas, nos incluirá un cambio del valor de la fase, pero no alterará la forma de los frentes.

El problema mayor está en que la suposición de frentes de fase esféricos deja de ser aplicable para modos de orden superior, debido a que en estos la potencia está repartida en un sector mayor, en el que es menos válida esta aproximación. Los frentes de fase de los modos superiores siguen siendo prácticamente iguales al frente de fase del haz fundamental, solo que ahora nos interesa una región más grande, en el centro de la cual podremos seguir asumiendo frentes esféricos, pero no en los puntos más alejados del eje.

Las formas reales de los frentes de fase, las podemos definir a partir de los términos de fase de la ecuación (2) incluyendo el término de propagación de la ecuación (1), quedando una superficie definida de la siguiente manera:

$$r^2 = \frac{2R(z)}{k} [2\pi q + (b+2a+1) \operatorname{tg}^{-1}(\xi) - kz] \quad (9)$$

donde q es el valor concreto de fase del frente que queremos representar.

Además de estas consideraciones en cuanto a la forma de los frentes, podemos sacar alguna otra conclusión interesante de los términos de fase, como puede ser la condición siguiente:

$$\varpi_0 > \frac{\sqrt{b+2a+1}}{\sqrt{2\pi}} \lambda \quad (10)$$

Esta condición nos está limitando el número de modos gaussianos posibles para un valor de λ y ϖ_0 dados. En principio, esto podría resultar un tanto extraño, ya que hemos considerado los modos gaussianos como soluciones del espacio libre, en donde no deberíamos tener ninguna restricción de existencia de modos. Sin embargo, no podemos olvidar que hemos limitado nuestro sistema a soluciones paraxiales, por lo que no nos debe extrañar si nuestras soluciones tienen ciertas limitaciones de existencia, ya que vendrían a ser una consecuencia directa de la limitación de paraxialidad del sistema de partida.

3. CONSIDERACIONES PARA DISEÑO DE GUÍA CUASI-ÓPTICA

Como hemos podido comprobar, existen otros modos de orden superior con prácticamente las mismas propiedades que el gaussiano fundamental. El método de diseño de guías de onda cuasi-óptica será básicamente el mismo que el utilizado para guiar el modo gaussiano convencional [1], ya que cumplen una serie de pautas de comportamiento muy parecidas.

Para el diseño de guías de onda cuasi-ópticas para modos gaussianos de orden superior, deberemos tener en cuenta los siguientes factores diferenciales del caso fundamental:

- *tamaño de reflectores*: tendremos que aumentar ligeramente el tamaño de los reflectores para seguir teniendo las mismas pérdidas por difracción.
- *forma de los reflectores*: si queremos tener en cuenta que los frentes de fase no son del todo esféricos, deberemos utilizar sus formas reales, e igualar en fase los diferentes caminos, sabiendo que en la posición del "beam waist" de los haces incidente y reflejado tenemos un frente de fase plano.

4. CONCLUSIONES

Hemos presentado un estudio preliminar de los modos gaussianos soluciones de la ecuación paraxial de Helmholtz, para ser utilizados como medio de transporte de la energía mediante una guía de ondas basada en la reproducción reiterativa de los frentes de fase, utilizando reflectores adecuados. En según que aplicaciones nos puede resultar de mucha utilidad por su sencillez y simplicidad.

Este trabajo ha sido financiado por el MEC y el BMBF dentro del programa Acciones Integradas Hispano Alemanas 1995.

5. REFERENCIAS

- [1] M. Sorolla, C. del Río, R. Martín, J.R. Cepero, A. Sánchez y A. López, "Diseño de una guía de ondas cuasi-óptica", U.R.S.I. Canarias, septiembre 94, pp. 1131-1134.
- [2] C. del Río, R. Gonzalo, M. Marín y M. Sorolla, "Antenas de bocina optimizadas para acoplar modos gaussianos de orden superior", U.R.S.I. Valladolid, septiembre 95.
- [3] G. Wencker, "Rekursionsformeln und Entwicklungen der Strukturfunctiones Gaußscher Strahlen", A.E.U. Band 23, 1969, pp. 521-523.
- [4] Goubau, G. and Schwering, F. "On the guided propagation of electromagnetic wave beams", I.R.E. Trans. on Antennas and Propagation. Vol. AP-9 (3), pp. 248-256, May 1961.