

E.T.S. de Ingeniería Industrial,  
Informática y de Telecomunicación

**Aplicación en MATLAB para el análisis de la respuesta  
en bajas frecuencias de recintos pequeños de  
tipología rectangular**



Grado en Ingeniería  
en Tecnologías de Telecomunicación

**Trabajo Fin de Grado**

Ana Valencia Leoz

Director: Ricardo San Martín Murugarren

Pamplona, 28 de junio de 2017

## Resumen

En el presente proyecto se analizan los fenómenos de interferencia que aparecen en recintos de dimensiones pequeñas a frecuencias inferiores a la de Schroeder y que provocan una coloración dependiente de la posición del receptor. Para ello se desarrollan dos aplicaciones de predicción en Matlab basadas en condiciones de frontera rígida: la primera predice NPS de manera teórica, empleando como excitación una fuente puntual; la segunda los predice a partir de un conjunto de medidas realizadas en tres ejes de la sala, tomando como origen de coordenadas una de las esquinas. Las aplicaciones se evalúan en una sala de ensayo comparando los resultados de las predicciones con medidas reales en cuatro configuraciones de sala diferentes. Se observa cómo conforme la realidad se aleja de la hipótesis de paredes rígidas aumenta la sensibilidad de las herramientas diseñadas, lo que limita su capacidad de predecir niveles de presión en situaciones reales.

## Abstract

In the present project interference phenomena which appear in small rooms at frequencies lower than Schroeder's and cause a coloration dependent on the position of the receiver are analyzed. For this purpose, two prediction applications are developed in Matlab, based in rigid boundary conditions: the first one predicts sound pressure levels theoretically, using a point source as excitation; in the second one the predictions are obtained from a set of measurement made in three axes of the room, starting from one of the corners defined as the origin of coordinates. The applications are evaluated in a music rehearsal room comparing the results of both predictions with real measurements in four different room configurations. It is observed that when the reality moves away from the hypothesis of rigid walls the sensibility of the designed tools increases, which limits their ability to predict pressure levels in real situations.

## Palabras clave

- Modos propios
- Frecuencias propias
- Aplicaciones MATLAB
- Predicción modos propios
- Acústica en salas
- Medidas NPS
- Visualización NPS
- Caracterización acústica de salas

# Índice

1.	INTRODUCCIÓN TEÓRICA.....	5
1.1	Ecuación de ondas.....	5
1.2	Condiciones de frontera. Primera solución a la ecuación de ondas .....	7
1.3	Fuentes puntuales. Solución formal a la ecuación de ondas .....	10
1.4	Criterios de selección de proporciones en recintos .....	13
2.	PREDICCIÓN, MEDIDA Y VISUALIZACIÓN DE NIVELES DE PRESIÓN SONORA MEDIANTE MATLAB.....	16
2.1	Aplicación I: Predicción y visualización de niveles en salas excitadas con una fuente puntual .....	16
2.2	Aplicación II: Predicción y visualización de niveles en salas a partir de medidas. Procedimiento de medida.....	25
3.	CASO PRÁCTICO. CARACTERIZACIÓN Y ANÁLISIS DE MODOS PROPIOS .....	31
3.1	Descripción de la sala.....	31
3.2	Caracterización acústica.....	35
3.2.1	<i>Configuración de sala llena</i> .....	36
3.2.2	<i>Configuraciones A, B y C</i> .....	37
3.3	Análisis de modos propios .....	39
3.3.1	<i>Configuración C</i> .....	40
3.3.2	<i>Configuración B</i> .....	45
3.3.3	<i>Configuración A</i> .....	49
4.	VALIDACIÓN DE LAS APLICACIONES.....	57
5.	CONCLUSIONES .....	62
6.	LÍNEAS FUTURAS .....	64
	Referencias.....	66

# 1. INTRODUCCIÓN TEÓRICA

Cuando las dimensiones de un recinto son comparables a las longitudes de onda de las frecuencias excitadas en el mismo se originan interferencias por la interacción entre las ondas incidentes y las reflejadas. Dichas interferencias pueden ser constructivas o destructivas, sumándose en el primer caso y cancelándose en el segundo, obteniéndose máximos y mínimos de presión acústica en la sala. Las ondas estacionarias generadas de esta manera se conocen como modos propios y se relacionan con unas determinadas frecuencias, llamadas frecuencias propias o de resonancia.

Cuando estos modos propios no se distribuyen uniformemente en el espectro frecuencial sino que se concentran bandas de frecuencias estrechas se produce una coloración del sonido en la sala. Esto es habitual en recintos pequeños con paredes reflectantes en los que las bajas frecuencias del espectro audible tienen longitudes de onda comparables a sus dimensiones.

Con el fin de comprender este fenómeno para poder predecirlo y analizarlo en las aplicaciones objeto de este trabajo, es interesante desmenuzar el fundamento matemático que lo describe. El punto de partida es así la ecuación de ondas para la propagación de ondas acústicas en fluidos, continuando con la definición de las frecuencias propias de la sala como solución a dicha ecuación y hallando finalmente la fórmula que describe la respuesta frecuencial de una sala ante una excitación.

## 1.1 Ecuación de ondas

Para la obtención de la ecuación de ondas se plantean de las siguientes hipótesis:

- Ausencia de efectos gravitacionales (densidad de equilibrio  $\rho_0$  y presión total de equilibrio  $P_0$  constantes).
- Fluido homogéneo, isótropo y perfectamente elástico.
- Medio no disipativo (viscosidad nula).
- Acústica lineal (cambios de densidad pequeños).

Partiendo de estas hipótesis, se presentan las tres ecuaciones a partir de las cuales se alcanza la de ondas:

### ECUACIÓN DE ESTADO

Relaciona las variaciones de presión y densidad producidas en un fluido en procesos adiabáticos, es decir, procesos en los que no se intercambia energía calorífica con el exterior.

$$P - P_0 \cong \beta \left( \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right) \quad \rightarrow \quad \mathbf{p} = \beta \cdot \mathbf{s} \quad (1)$$

Donde:

$P \rightarrow$  Presión total instantánea  $P = P(x, y, z, t)$

$\rho \rightarrow$  Densidad instantánea  $\rho = \rho(x, y, z, t)$

$\beta \rightarrow$  Módulo adiabático de volumen, fuerza recuperadora con la que el medio se opone a las deformaciones inducidas por agentes exteriores.  $\beta = \rho_o \left( \frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{\rho_o}$

$s \rightarrow$  Condensación  $s = s(x, y, z, t)$ . Según la hipótesis de acústica lineal,  $|s| \ll 1$ .

### ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

Propiedad general que relaciona el movimiento del fluido con las compresiones o dilataciones producidas en el mismo.

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (2)$$

Donde:

$\vec{v} \rightarrow$  Velocidad de partícula  $v = v(x, y, z, t)$

### ECUACIÓN DE EULER

Aplicación de la segunda ley de Newton para medios continuos (proporcionalidad entre las fuerzas aplicadas sobre un sistema de partículas y el cambio en su aceleración).

$$\rho_o \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \cong -\nabla p \quad (3)$$

A continuación, operando sobre las ecuaciones anteriores se determina la ecuación de ondas para la propagación de ondas acústicas en fluidos. Primero, se toma el gradiente de la ecuación de Euler:

$$\nabla \left( \rho_o \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \right) = -\nabla^2 p \quad (4)$$

Teniendo en cuenta la propiedad  $\nabla(\alpha \cdot f) = \alpha \cdot \nabla f$ , siendo  $\alpha$  una constante, y el teorema de igualdad de las derivadas parciales mixtas,  $f_{xy} = f_{yx} \quad \forall(x, y) \in D$ :

$$\rho_o \cdot \frac{\partial}{\partial t} \cdot \nabla \cdot \vec{v} = -\nabla^2 p \quad (5)$$

En la ecuación de continuidad ya se tenía la divergencia de la velocidad de partícula, con lo que se puede sustituir en la ecuación recién obtenida:

$$\nabla \cdot \vec{v} = -\frac{\partial s}{\partial t} \quad (6)$$

$$\rho_o \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left( -\frac{\partial s}{\partial t} \right) = -\nabla^2 p \quad \rightarrow \quad -\rho_o \cdot \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = -\nabla^2 p \quad (7)$$

Despejando finalmente la variable condensación de la ecuación de estado e introduciéndola en la última fórmula, se llega a la ecuación de ondas buscada:

$$s = \frac{p}{\beta} \quad (8)$$

$$-\rho_o \cdot \frac{\partial^2 \left( \frac{p}{\beta} \right)}{\partial t^2} = -\nabla^2 p \quad \rightarrow \quad \frac{\rho_o}{\beta} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\nabla^2 p \quad \rightarrow \quad \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\nabla^2 p \quad (9)$$

Donde:

$$c = \sqrt{\frac{\beta}{\rho_o}} \rightarrow \text{Velocidad de propagación (m/s)}$$

Una vez obtenida la ecuación, interesa expresarla de forma que sea independiente del tiempo puesto que más adelante, al aplicarla al estudio de modos propios en salas pequeñas, interesará obtener para cada punto espacial la amplitud de presión existente y no su variación temporal.

$$p = p(x, y, z, t) = p(x, y, z) \cdot e^{j\omega t} \quad (10)$$

Incluyendo en la ecuación de ondas la expresión anterior y operando con esta:

$$\frac{1}{c^2} \cdot (-\omega^2 \cdot p(x, y, z) \cdot e^{j\omega t}) = -\nabla^2 p(x, y, z) \cdot e^{j\omega t} \quad \rightarrow \quad \nabla^2 p + k^2 p = 0 \quad (11)$$

Donde:

$$k \rightarrow \text{Número de onda } k = \frac{\omega}{c}$$

Esta es conocida como la *ecuación de Helmholtz*.

## 1.2 Condiciones de frontera. Primera solución a la ecuación de ondas

A continuación se plantea el caso más sencillo para el análisis de modos propios en salas: un recinto ortoédrico con paredes rígidas. Esto significa que en todas las superficies se cumplirán las siguientes condiciones de frontera:

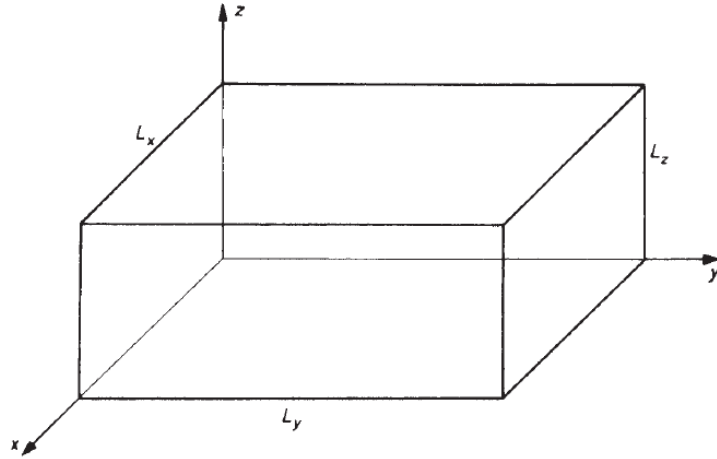
- Componente normal de la velocidad de partícula nula.
- Máximo de presión absoluta o, de manera equivalente, la primera derivada de la presión en las superficies será igual a 0.

$$\frac{dp_x}{dx} = 0 \quad \text{para } x = 0 \text{ y } x = L_x \quad (12. a)$$

$$\frac{dp_y}{dy} = 0 \quad \text{para } y = 0 \text{ e } y = L_y \quad (12. b)$$

$$\frac{dp_z}{dz} = 0 \quad \text{para } z = 0 \text{ y } z = L_z \quad (12. c)$$





**Figura 1.** Recinto perfectamente rectangular.

La variable  $p = p(x, y, z)$  introducida en las ecuaciones anteriores puede separarse en tres factores, siendo así  $p(x, y, z) = p(x) \cdot p(y) \cdot p(z)$ . Introduciendo cada uno de los factores por separado en la ecuación de Helmholtz:

$$\frac{d^2 p_x}{dx^2} + k_x^2 \cdot p_x = 0 \quad (13. a)$$

$$\frac{d^2 p_y}{dy^2} + k_y^2 \cdot p_y = 0 \quad (13. b)$$

$$\frac{d^2 p_z}{dz^2} + k_z^2 \cdot p_z = 0 \quad (13. c)$$

Aparecen así tres nuevas constantes  $k_x$ ,  $k_y$  y  $k_z$  relacionadas entre sí de la siguiente forma:

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2 \quad (14)$$

La solución general a la ecuación de Helmholtz simplificada para un solo factor de  $p(x, y, z)$  es:

$$p_x = A_1 \cos(k_x x) + B_1 \sin(k_x x) \quad (15)$$

Las constantes  $A_1$  y  $B_1$  se emplean para adaptar la solución a las condiciones de frontera definidas anteriormente. Así,  $B_1$  debe ser igual a 0 puesto que es la función coseno la que cumple que  $\frac{dp_x}{dx} = 0$  en  $x = 0$ . Además, para cumplir la misma condición para  $x = L_x$ , se necesita que  $\cos(k_x L_x) = \pm 1$ ; por lo tanto,  $k_x L_x$  debe ser un entero múltiplo de  $\pi$ :

$$k_x = \frac{n_x \pi}{L_x} \quad \text{para } n_x = 0, 1, 2, 3 \dots \quad (16. a)$$

La misma solución alcanzada para  $p_x$  es aplicable a  $p_y$  y  $p_z$ :

$$k_y = \frac{n_y \pi}{L_y} \quad \text{para } n_y = 0, 1, 2, 3 \dots \quad (16. b)$$

$$k_z = \frac{n_z \pi}{L_z} \quad \text{para } n_z = 0, 1, 2, 3 \dots \quad (16. c)$$

Incluyendo estas soluciones en la ecuación (14):

$$k_{n_x n_y n_z} = \pi \left[ \left( \frac{n_x}{L_x} \right)^2 + \left( \frac{n_y}{L_y} \right)^2 + \left( \frac{n_z}{L_z} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (17)$$

Siendo  $k_{n_x n_y n_z}$  los valores propios. Estos valores están relacionados con las frecuencias propias, las frecuencias en las que se van a localizar los modos propios de la sala rectangular de paredes rígidas, a través de la siguiente fórmula:

$$f_{n_x n_y n_z} = \frac{c}{2\pi} k_{n_x n_y n_z} \quad (18)$$

Donde:

$c \rightarrow$  Velocidad de propagación en el aire  $c = 340$  m/s

Recordando que  $p(x, y, z) = p(x) \cdot p(y) \cdot p(z)$  se obtiene las conocidas como funciones propias como la multiplicación de tres cosenos:

$$p_{n_x n_y n_z} = C \cdot \cos\left(\frac{n_x \pi x}{L_x}\right) \cdot \cos\left(\frac{n_y \pi y}{L_y}\right) \cdot \cos\left(\frac{n_z \pi z}{L_z}\right) \quad (19)$$

Que, sabiendo que  $\cos X = (e^{jX} + e^{-jX})/2$ , puede expresarse como

$$p_{n_x n_y n_z} = \frac{C}{8} \sum \exp \left[ j\pi \left( \pm \frac{n_x}{L_x} x \pm \frac{n_y}{L_y} y \pm \frac{n_z}{L_z} z \right) \right] \quad (20)$$

Donde el sumatorio se aplica a todas las ocho posibles combinaciones entre los signos dentro del exponente. Cada componente, una resultante de cada combinación, es una onda plana propagándose por el medio en una dirección definida por los ángulos  $\beta_x$ ,  $\beta_y$  y  $\beta_z$ , referenciados con el eje de coordenadas, siendo

$$\cos\beta_x : \cos\beta_y : \cos\beta_z = \left( \pm \frac{n_x}{L_x} \right) : \left( \pm \frac{n_y}{L_y} \right) : \left( \pm \frac{n_z}{L_z} \right) \quad (21)$$

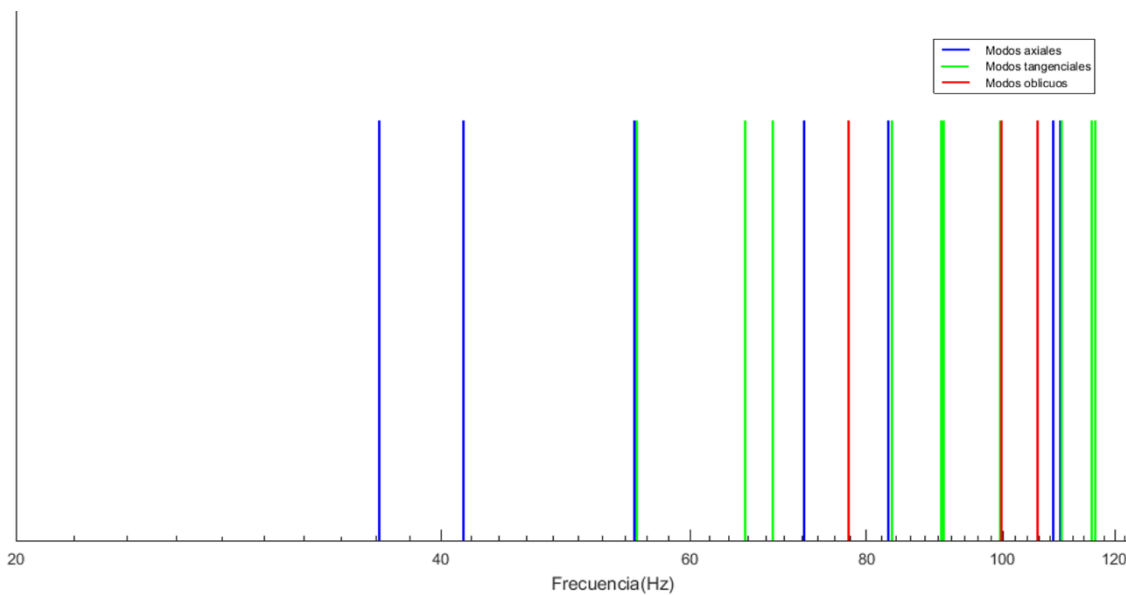
Cuando uno de los enteros característicos de la función ( $n_x$ ,  $n_y$  o  $n_z$ ) es nulo, se dice que el modo resultante es tangencial, puesto que en la dimensión correspondiente al entero nulo (por ejemplo, la dimensión  $x$  si  $n_x = 0$ ) la propagación es perpendicular al eje correspondiente,  $\beta_x = 90^\circ$ . Cuando dos de los enteros son nulos, la propagación de la onda es paralela al eje correspondiente al entero restante dando lugar a los denominados modos axiales. Por último, en el caso en el que todos los enteros son mayores a 0 se generan los modos oblicuos.

A modo de ejemplo, en la siguiente tabla se muestran las veinte primeras frecuencias propias en una sala de dimensiones 4,7 x 4,1 x 3,1 m<sup>3</sup>.

$f_{n_x n_y n_z}$	$n_x$	$n_y$	$n_z$	MODO
<b>36,17</b>	1	0	0	Axial
<b>41,46</b>	0	1	0	Axial
<b>54,84</b>	0	0	1	Axial
<b>55,02</b>	1	1	0	Tangencial
<b>65,69</b>	1	0	1	Tangencial
<b>68,75</b>	0	1	1	Tangencial
<b>72,34</b>	2	0	0	Axial
<b>77,68</b>	1	1	1	Oblicuo
<b>82,93</b>	0	2	0	Axial

83,38	2	1	0	Tangencial
90,47	1	2	0	Tangencial
90,78	2	0	1	Tangencial
99,42	0	2	1	Tangencial
99,80	2	1	1	Oblicuo
105,79	1	2	1	Oblicuo
108,51	3	0	0	Axial
109,68	0	0	2	Axial
110,05	2	2	0	Tangencial
115,49	1	0	2	Tangencial
116,16	3	1	0	Tangencial

**Tabla 1.** Frecuencias propias de una sala de  $4,7 \times 4,1 \times 3,1 \text{ m}^3$ .



**Figura 2.** Representación frecuencial de los modos propios de una sala de  $4,7 \times 4,1 \times 3,1 \text{ m}^3$ .

### 1.3 Fuentes puntuales. Solución formal a la ecuación de ondas

En el punto anterior se han encontrado las frecuencias propias para una sala ideal completamente rectangular y con paredes rígidas. A continuación, se busca la respuesta de la misma cuando se introduce excitación; es decir, hasta ahora no se ha tenido en cuenta la existencia de una fuente por lo que el espectro mostrado en la Figura 2 no es la función de transferencia de la sala, esta se va a obtener en este apartado.

Si son conocidos los valores y las funciones propias, en principio podría estimarse la respuesta en estado estacionario de la sala a cualquier fuente. Se supone ahora que existen fuentes distribuidas de forma continua en la sala, respondiendo a una función de densidad  $q(\mathbf{r})$  todas ellas con una misma frecuencia angular  $\omega$ . La ecuación de Helmholtz se transforma así en

$$\nabla^2 p + k^2 p = -j\omega\rho_0 q(\mathbf{r}) \quad (22)$$

Donde  $\mathbf{r}$  es la abreviatura de las coordenadas espaciales  $x, y, z$ .

Las funciones propias son un conjunto de funciones ortogonales, es decir:

$$\iiint_V p_n(\mathbf{r})p_m(\mathbf{r})dV = \begin{cases} K_n & \text{para } n = m \\ 0 & \text{para } n \neq m \end{cases} \quad (23)$$

Teniendo en cuenta esto, la función de fuente  $q(\mathbf{r})$  se puede definir como una serie de  $p_n$ :

$$q(\mathbf{r}) = \sum_n C_n p_n(\mathbf{r}) \quad \text{donde} \quad C_n = \frac{1}{K_n} \iiint_V p_n(\mathbf{r})q(\mathbf{r})dV \quad (24)$$

Donde el sumatorio incluye todas las posibles combinaciones de subíndices.

Así, igualmente, puede determinarse la  $p_w(\mathbf{r})$  buscada a partir de las funciones propias:

$$p_w(\mathbf{r}) = \sum_n D_n p_n(\mathbf{r}) \quad (25)$$

En este caso el problema radica en el desconocimiento de los coeficientes  $D_n$ . Para solventarlo se recurre a la ecuación de Helmholtz de nuevo, con el fin de hallar una relación entre los coeficientes  $D_n$  y los  $C_n$ , cuya descripción matemática ya se conoce.

$$\sum_n D_n (\nabla^2 p_n + k^2 p_n) = -j\omega\rho_o \sum_n C_n p_n \quad (26)$$

Sabiendo que cuando  $k$  es algún valor propio se cumple que  $\nabla^2 p_n = -k_n^2 p_n$ , se obtiene la relación entre ambos coeficientes:

$$D_n = j\omega\rho_o \frac{C_n}{k_n^2 - k^2} \quad (27)$$

A continuación se plantea el caso más sencillo de fuente, una fuente puntual situada en  $\mathbf{r}_o$ , para alcanzar una solución simple a las ecuaciones hasta ahora planteadas. Así, matemáticamente la fuente se representa como una delta:

$$q(\mathbf{r}) = Q\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_o) \quad (28)$$

Donde  $Q$  es la velocidad de volumen.

En este caso, recurriendo a la propiedad fundamental de la función delta

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau)\delta(t - \tau)d\tau$$

Los coeficientes  $C_n$  se pueden expresar como

$$C_n = \frac{1}{K_n} Q p_n(\mathbf{r}_o) \quad (29)$$

Así, acudiendo de nuevo a las ecuaciones (25) y (27), se halla la *función de Green* que define la presión acústica en un recinto excitado por una fuente puntual una señal sinusoidal con frecuencia angular  $\omega$ :

$$p_\omega(\mathbf{r}) = j\omega Q\rho_o \sum \frac{p_n(\mathbf{r})p_n(\mathbf{r}_o)}{K_n(k_n^2 - k^2)} \quad (30)$$

Se trata de una función simétrica, la expresión matemática del teorema de reciprocidad; es decir, si la fuente se coloca en las coordenadas  $\mathbf{r}_0$  y se mira el nivel de presión en  $\mathbf{r}$  el resultado encontrado será el mismo que si se cambia la fuente a  $\mathbf{r}$  y se mira en  $\mathbf{r}_0$ .

Por último, olvidando la solución simplificada alcanzada en el apartado anterior, donde los valores propios eran siempre reales, estos valores se describen de manera general con la siguiente forma compleja:

$$k_n = \frac{\omega_n}{c} + j \frac{\delta_n}{c} \quad (31)$$

Y asumiendo que  $\delta_n \ll \omega_n$ , se obtiene finalmente la función de transferencia entre dos puntos  $\mathbf{r}_0$  y  $\mathbf{r}$  de la sala:

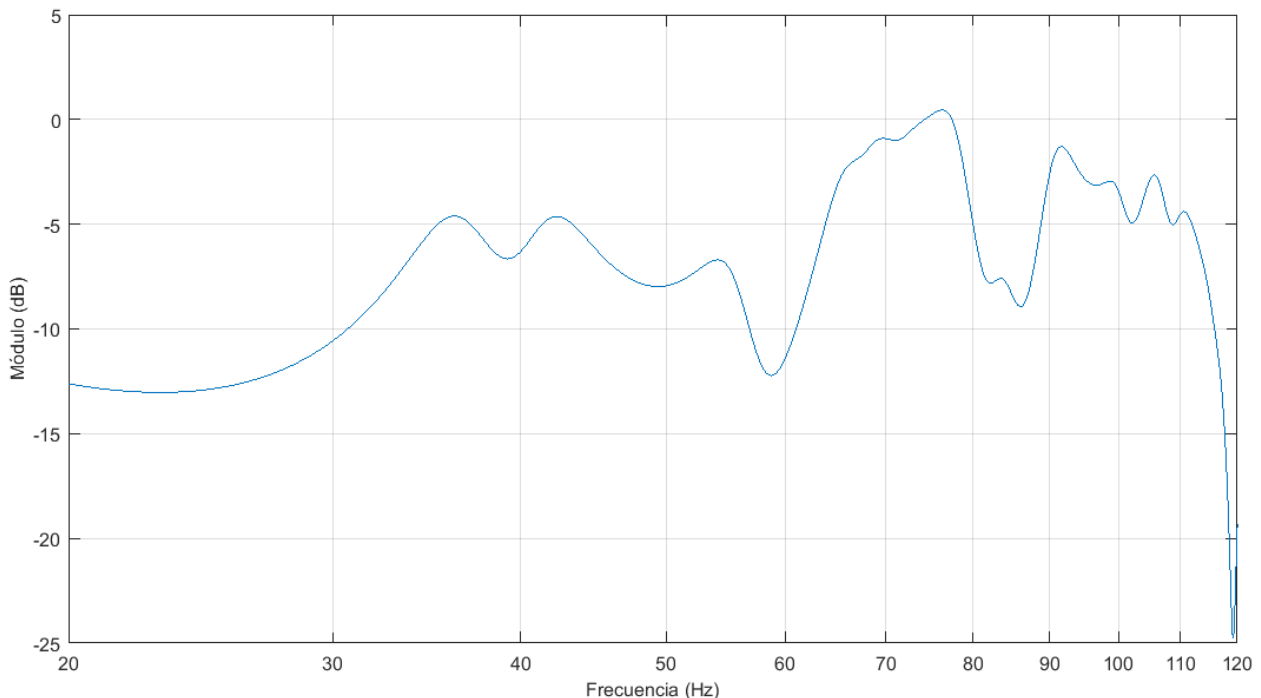
$$p_w(\mathbf{r}) = \rho_0 c^2 \omega Q \sum_n \frac{p_n(\mathbf{r}) p_n(\mathbf{r}_0)}{[2\delta_n \omega_n + j(\omega^2 - \omega_n^2)] K_n} \quad (32)$$

Donde:

$\delta_n \rightarrow$  Constantes de amortiguación.

$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} \rightarrow$  Frecuencias de resonancia o frecuencias propias.

Cada término del sumatorio representa así una resonancia de la sala, siendo tanto mayor su valor cuanto más cerca esté  $\omega$  de  $\omega_n$ .



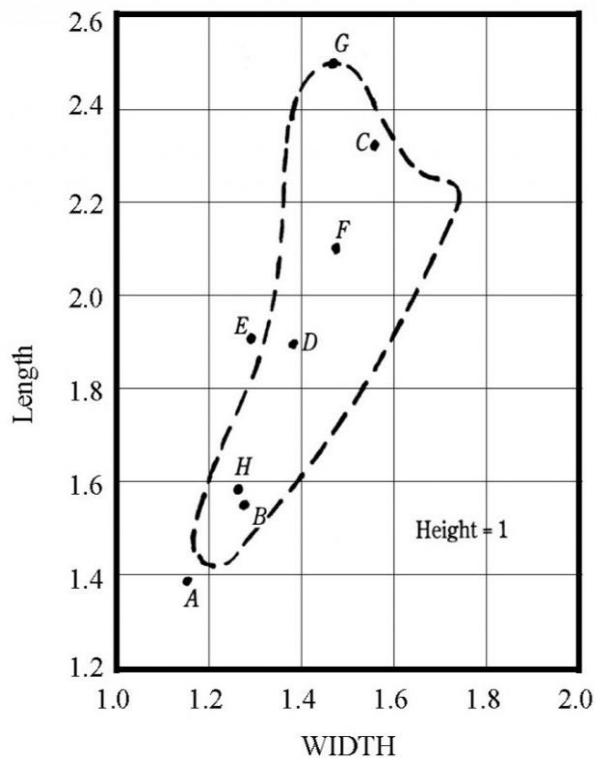
**Figura 3.** Respuesta en frecuencia de una sala de  $4,7 \times 4,1 \times 3,1 \text{ m}^3$ .

## 1.4 Criterios de selección de proporciones en recintos

Idealmente los modos de un recinto deberían estar equiespaciados en el eje frecuencial a fin de evitar la coloración indeseada de la sala. La localización de dichos modos propios depende de las proporciones del recinto, por lo que teóricamente bastaría con encontrar el diseño para el cual la respuesta modal fuese óptima. Con este objetivo, distintos investigadores han propuesto sus metodologías a lo largo de los años, basadas cada una de ellas en criterios diferentes. A continuación se presentan las más relevantes.

### **BOLT** <sup>[4]</sup>

Ideó un modelo que determina el número de modos que existen hasta una determinada frecuencia límite, así como el espaciado entre los mismos. Tomando como criterio este espaciado intermodal presenta la carta de Bolt en la cual se representa el conjunto de ratios considerados aceptables.



**Figura 4.** Carta de Bolt.

Entre todas las opciones, Bolt sugiere como óptimas:

ALTURA	ANCHURA	LONGITUD
2,00	3,00	5,00
1,00	1,26	1,59

### **BONELLO** <sup>[5]</sup>

La metodología que plantea es contar el número de modos en cada banda de tercio de octava, hallar así su energía y determinar si las dimensiones escogidas son aceptables. Criterios:

- 1) Cada banda debe tener como mínimo el mismo número de modos propios que la banda inmediatamente anterior.
- 2) No pueden coincidir varios modos en una misma frecuencia a no ser que en esa banda se encuentren más de 5.

### **GILFORD** <sup>[6]</sup>

Metodología más flexible. Las frecuencias modales se calculan y enumeran, buscando después agrupaciones de estas y huecos en el eje frecuencial asumiendo anchos de banda modales de unos 20 Hz. A continuación se reajustan las dimensiones y se realiza un nuevo cálculo. Se trata de un método iterativo que termina cuando se consigue una distribución uniforme satisfactoria.

Gilford alcanza dos conclusiones importantes. En primer lugar, comprueba que la sugerencia de Bolt de 2:3:5 no es óptima. Además, advierte que los modos axiales son más problemáticos y que en consecuencia deben tener una ponderación mayor.

### **SEPMeyer** <sup>[7]</sup>

No solo se fija en la distribución frecuencial de los modos sino también en la angular. Propone como óptimos tres conjuntos de ratios:

ALTURA	ANCHURA	LONGITUD
1,00	1,14	1,39
1,00	1,28	1,54
1,00	1,60	1,33

### **LOUDEN** <sup>[8]</sup>

Para valorar cuáles son las dimensiones óptimas de un recinto se fija en la desviación estándar del espaciado intermodal en vez de en el propio espaciado, como proponía Bolt. Para definir este criterio realiza cálculos de distribuciones modales para un gran número de recintos de distintas dimensiones.

De forma similar a Sepmeyer, propone tres conjuntos de ratios, siendo el primero el que considera óptimo:

ALTURA	ANCHURA	LONGITUD
1,00	1,40	1,90
1,00	1,30	1,90
1,00	1,50	2,10

### **WALKER** <sup>[9]</sup>

Defiende que el objetivo debe ser evitar los peores casos en vez de buscar proporciones óptimas. Así el conjunto de recomendaciones que derivan de esta metodología es muy amplio, basta con que cumplan los siguientes criterios:

$$\frac{L_y}{L_z} \leq \frac{L_x}{L_z} \leq \frac{4,5L_y}{L_z} - 4$$

$$L_x < 3L_z$$

$$L_y < 3L_z$$

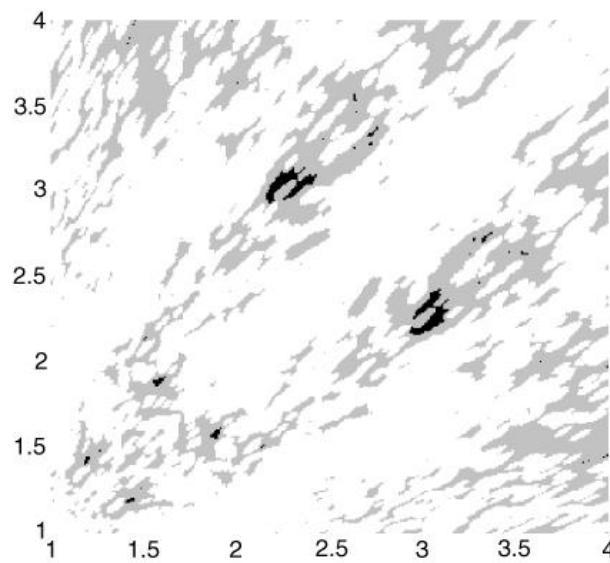
Además, considera como no apropiadas las proporciones  $L_x$ ,  $L_y$ ,  $L_z$  que estén dentro del  $\pm 5\%$  sobre un valor entero.

**TREVOR J. COX Y PETER D'ANTONIO** <sup>[10]</sup>

El criterio que proponen es que la respuesta frecuencial modal sea lo más plana posible. Para ello emplean un método basado en algoritmos computacionales.

Trabajos de investigadores posteriores profundizan en este método, perfeccionando los algoritmos empleados y añadiendo el estudio de la robustez de las proporciones ante cambios de tamaño del recinto debidos a tolerancias de construcción.

En la siguiente figura se muestra un gráfico que muestra la variación de la calidad de una sala para bajas frecuencias según sus proporciones. Así, las zonas más oscuras representan las proporciones óptimas siendo las más claras las peores.



**Figura 5.** Calidad de salas para bajas frecuencias según sus proporciones.



## 2. PREDICCIÓN, MEDIDA Y VISUALIZACIÓN DE NIVELES DE PRESIÓN SONORA MEDIANTE MATLAB

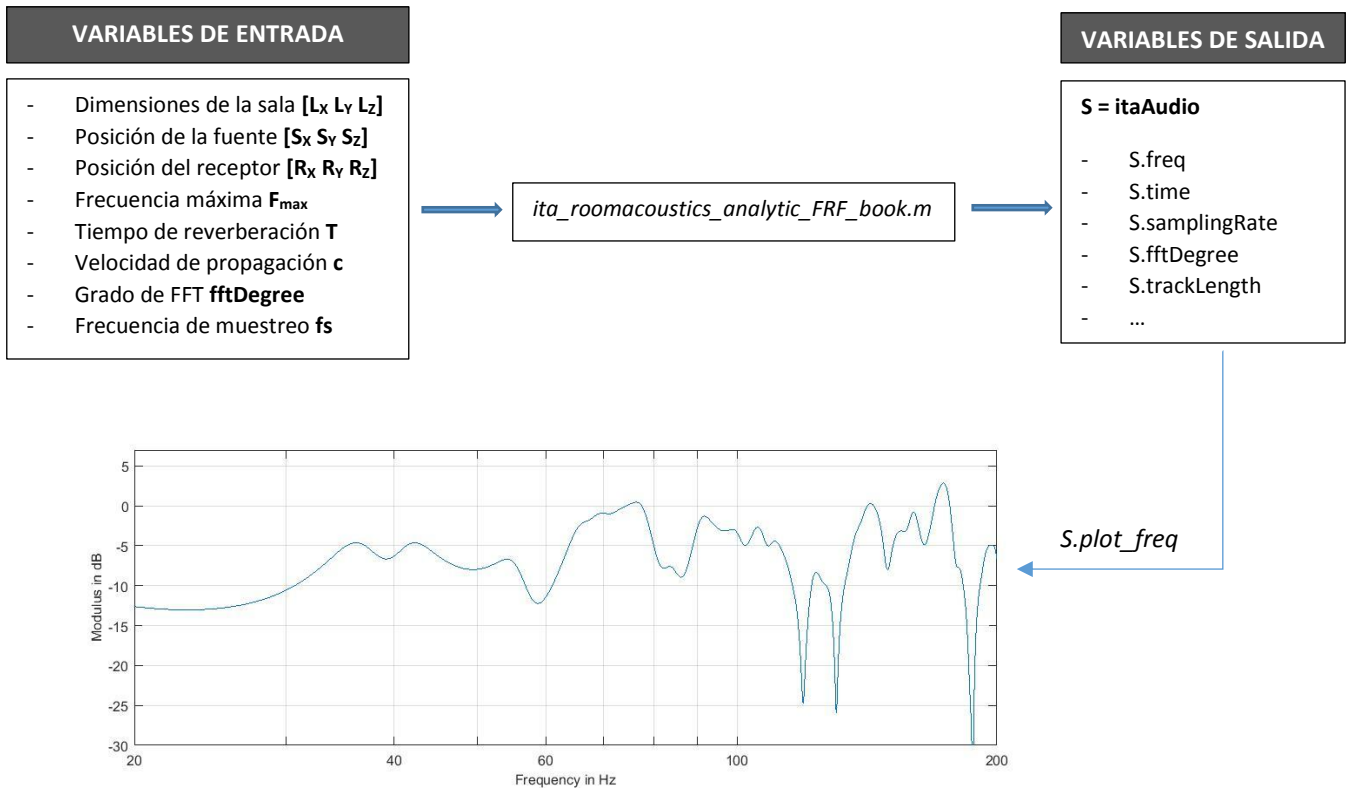
A la hora de analizar el comportamiento a bajas frecuencias de una sala y con el fin de diseñarla desde cero o bien diseñar soluciones que mejoren su respuesta, es interesante buscar una forma fiable de predecir dicha respuesta. En este trabajo se estudian dos métodos distintos:

- 1- Predicción de niveles en salas excitadas por fuentes puntuales.  
Este primer método se implementa en una aplicación en MATLAB empleando funciones incluidas en la toolbox de libre acceso desarrollada por el Instituto de Acústica Técnica (ITA) de la Universidad RWTH Aachen.
- 2- Predicción de niveles a partir de un conjunto de medidas realizadas en tres ejes de la sala, estableciéndose así como centro del correspondiente sistema de coordenadas la esquina del recinto en la que confluyen los tres.  
Para realizar esta segunda aplicación se parte del procedimiento propuesto en la tesis "Distribution of sound fields in rooms at low frequencies" (Torgeir Berge, 2005), detallado en el apartado 2.2.

### 2.1 Aplicación I: Predicción y visualización de niveles en salas excitadas con una fuente puntual

ITA toolbox se desarrolla por investigadores de RWTH Aachen University e incluye funciones orientadas al tratamiento de señales de audio, tanto adquisición como procesado, simulación o representación. Una de las aplicaciones que contiene, denominada "Room Acoustics" y fundamentada en la teoría de Kuttruff expuesta en el libro "Room Acoustics", ofrece herramientas para analizar los parámetros acústicos de distintas salas: tiempos de reverberación, claridad, definición, EDC...

En la aplicación "Room Acoustics" se encuentra la función en la que se basa la primera aplicación desarrollada en este trabajo, "ita\_roomacoustics\_analytic\_FRF\_book.m". Esta es capaz de calcular la respuesta de una sala en un punto determinado cuando es excitada por una fuente puntual. Así, llamando a la función con un conjunto de variables de entrada que describan la sala de interés y definan las posiciones de fuente y receptor, la función devuelve una variable que contiene la información de salida, la respuesta en dicho punto receptor. La variable de salida, además, es del tipo `itaAudio`, una variable creada en la herramienta que contiene la señal en dominio temporal y frecuencial, parámetros de dicha señal que se pueden emplear para pasar de un dominio al otro (frecuencia de muestreo, grado de la FFT...) y otra información de control. Se trata de una variable muy potente que además se representa de forma muy sencilla en ambos dominios empleando las funciones `plot_freq` y `plot_time`.



**Figura 6.** Esquema de la función "ita\_roomacoustics\_analytic\_FRF\_book.m".

La aplicación desarrollada en este trabajo parte de una modificación de esta función que permite obtener en una sola llamada las respuestas de la sala en todas las coordenadas [X Y Z]. Así la variable de entrada que definía en la función original la posición del receptor pasa a ser una matriz bidimensional 3xN que contiene para cada punto de la sala, separados entre sí según la resolución que defina el usuario, sus coordenadas.

8064x3 double

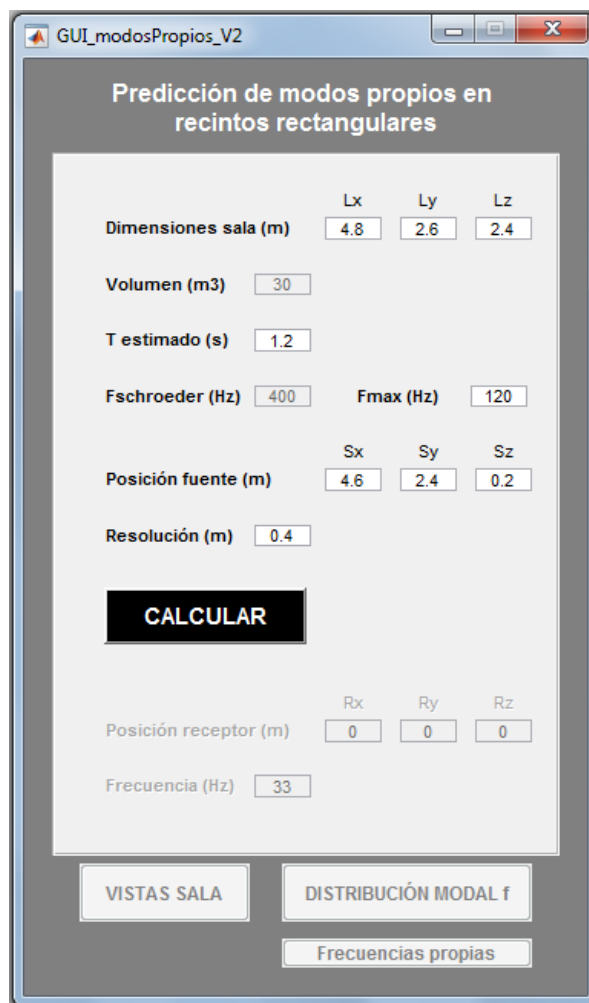
	1	2	3
1	0	0	0
2	0.2000	0	0
3	0.4000	0	0
4	0.6000	0	0
5	0.8000	0	0
6	1	0	0
7	1.2000	0	0
8	1.4000	0	0
9	1.6000	0	0
10	1.8000	0	0
11	2	0	0
12	2.2000	0	0
13	2.4000	0	0

**Figura 7.** Ejemplo de matriz de posiciones de una sala de 4,7 x 4,1 x 3,1 m<sup>3</sup> con una resolución de 0,2 m.

La salida de la función se convierte así en una matriz de variables `itaAudio`, una por cada punto de la sala. Además se obtienen otras variables de salida que serán empleadas para clarificar los resultados obtenidos facilitando al usuario su análisis:

- Vector de frecuencias propias de la sala.
- Matriz de índices  $n_x$ ,  $n_y$ ,  $n_z$  correspondientes a las distintas frecuencias propias.

Una vez probada la función modificada, "upna\_roomacoustics\_analytic\_FRF\_book.m", se procede a programar la aplicación completa, "GUI\_modosPropios.m". Esta se inicia con una interfaz de control simple e intuitiva en la que el usuario introduce los datos requeridos por el programa para realizar los cálculos pertinentes (vienen por defecto los datos de una sala que se empleará posteriormente como sala test para validar las aplicaciones desarrolladas).



**Figura 8.** Interfaz de control de la aplicación "GUI\_modosPropios.m".

Como criterio para poder definir una frecuencia máxima el programa muestra de forma automática la frecuencia crítica propuesta por Schroeder a partir de las dimensiones y el tiempo de reverberación estimado introducidos:

$$f_c = 2000 \sqrt{\frac{T}{V}}$$

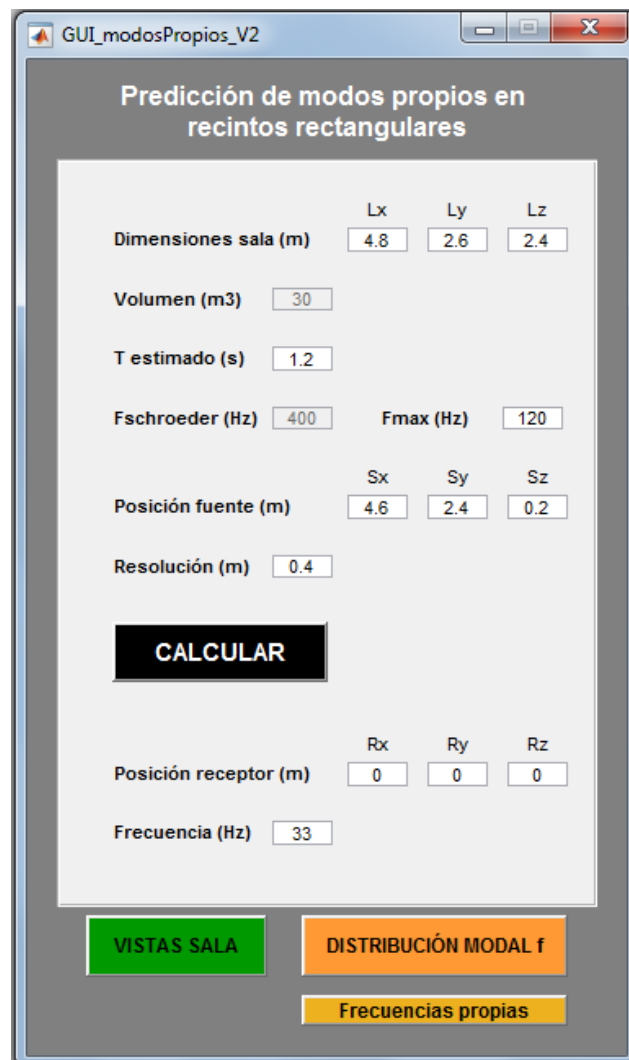
La frecuencia crítica se define como aquella a partir de la cual la densidad modal es suficientemente alta como para que los modos propios no provoquen coloración en la sala. Por ello, la frecuencia máxima que defina el usuario no interesa que sea superior a la frecuencia de Schroeder.

A partir de estos datos introducidos y al pulsar sobre el botón CALCULAR, la aplicación llama a la función "upna\_roomacoustics\_analytic\_FRF\_book.m" que obtiene la respuesta a una señal de excitación de fuente puntual en todos los puntos de la sala. La ecuación empleada por esta función, presente ya en la original de ITA, es la (32)

$$p_w(\mathbf{r}) = \rho_0 c^2 \omega Q \sum_n \frac{p_n(\mathbf{r}) p_n(\mathbf{r}_0)}{[2\delta_n \omega_n + j(\omega^2 - \omega_n^2)] K_n}$$

En la que  $p_n(\mathbf{r})$  corresponde a los distintos puntos de recepción, repartidos por toda la sala, y  $p_n(\mathbf{r}_0)$ , a la fuente.

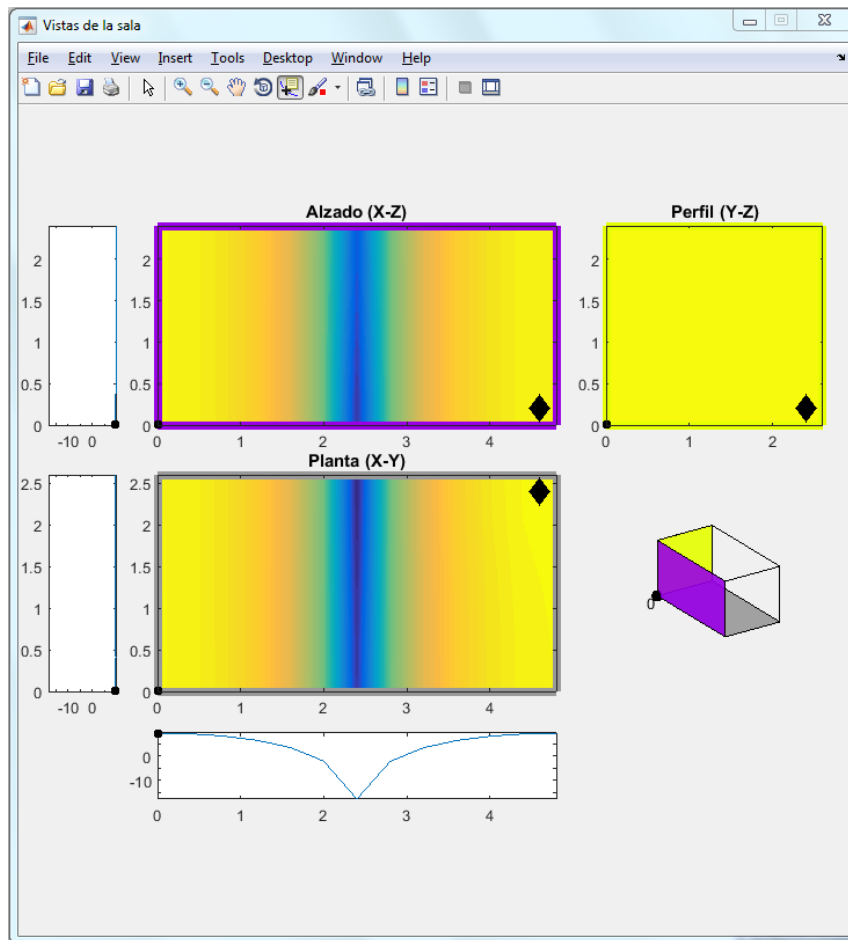
Una vez finalizado el cálculo se activan los campos y botones inactivos en la **Figura 8**, quedando su aspecto como se muestra a continuación.



**Figura 9.** Aspecto de la interfaz de control tras realizar los cálculos.

En este punto, el usuario puede analizar los resultados obtenidos:

- Mediante la ventana de vistas: pulsando sobre 'VISTAS SALA' se abre una nueva ventana que muestra los niveles de presión sonora de la sala para la frecuencia seleccionada (33 Hz en el ejemplo mostrado en la **Figura 9**) en tres vistas: planta, alzado y perfil. Además, muestra una imagen de la sala en 3D para ayudar al usuario a ubicarse al analizar los planos de las distintas vistas. En cada uno de los planos aparece un rombo en la posición en la que se coloca la fuente y un círculo en la del receptor. Junto a las tres figuras con las vistas aparecen tres gráficas que muestran la variación de niveles en cada uno de los ejes y con referencia a la posición del receptor. De este modo, resulta muy sencillo comprender la distribución de los modos propios en la sala.



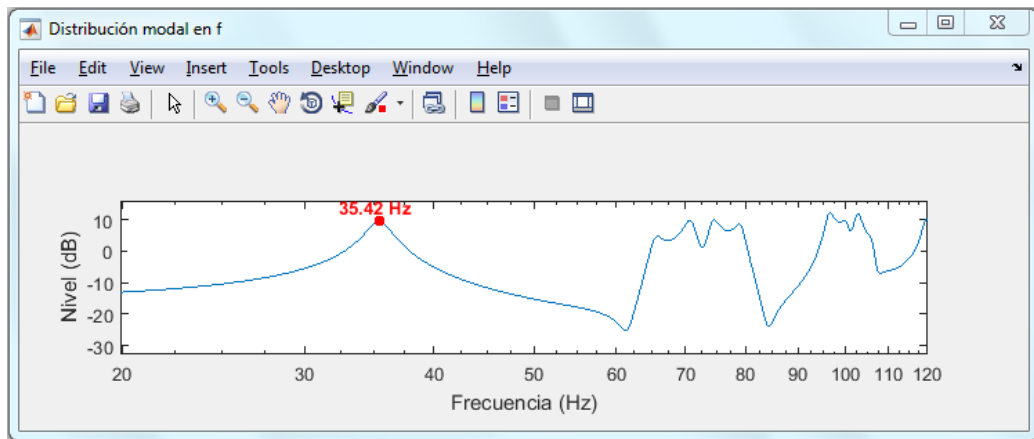
**Figura 10.** Vistas de una sala de  $4,8 \times 2,6 \times 2,4 \text{ m}^3$  a una frecuencia seleccionada de  $35,42 \text{ Hz}$  (frecuencia a la que se encuentra el primer modo propio, axial correspondiente a la dimensión X).

En la **Figura 10** se observan las vistas de la sala cuando se excita el primer modo axial, que según las ecuaciones (17) y (18) se corresponde con la frecuencia propia:

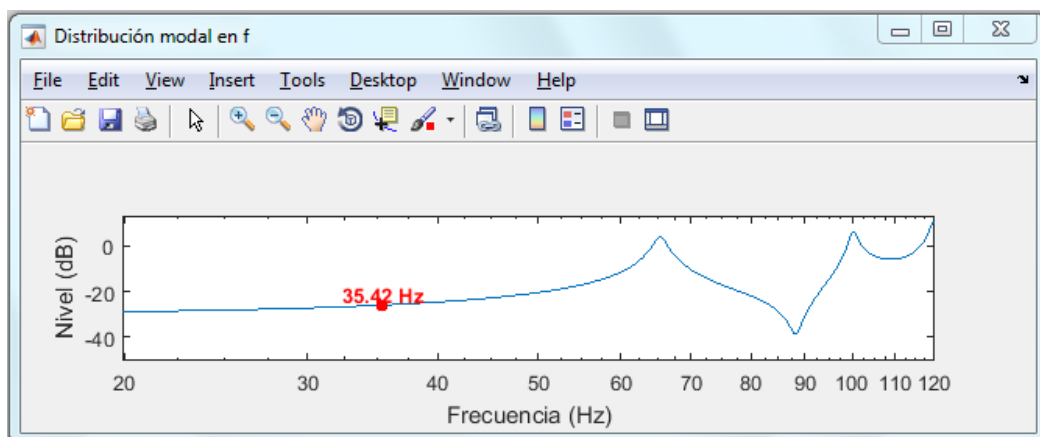
$$f_{100} = \frac{c}{2} \left( \frac{1}{L_x} \right) = \frac{340}{2} \left( \frac{1}{4,8} \right) \approx 35,42 \text{ Hz}$$

Observando las figuras de las vistas, así como los gráficos que las acompañan, se identifica de forma sencilla la variación sinusoidal a lo largo del eje X, encontrándose los máximos de presión en los extremos y un único mínimo en el centro. En los otros dos ejes, la variación de presión es prácticamente nula.

- A través de la respuesta frecuencial: pulsando sobre 'DISTRIBUCIÓN MODAL f' se puede observar la respuesta en frecuencia de la sala en la posición de receptor. Resulta muy interesante cómo varía este gráfico al desplazar el receptor por la sala. Así, al colocarlo en una posición en la que se halla un máximo correspondiente a un modo propio, en la respuesta en frecuencia se verá claramente la existencia de este, mientras que si se hace coincidir con un mínimo, desaparecerá el pico a dicha frecuencia. Como en los límites de un recinto siempre se encuentran máximos de los modos propios, las esquinas son los lugares más apropiados para obtener diagramas en los que observar la máxima cantidad posible de modos.

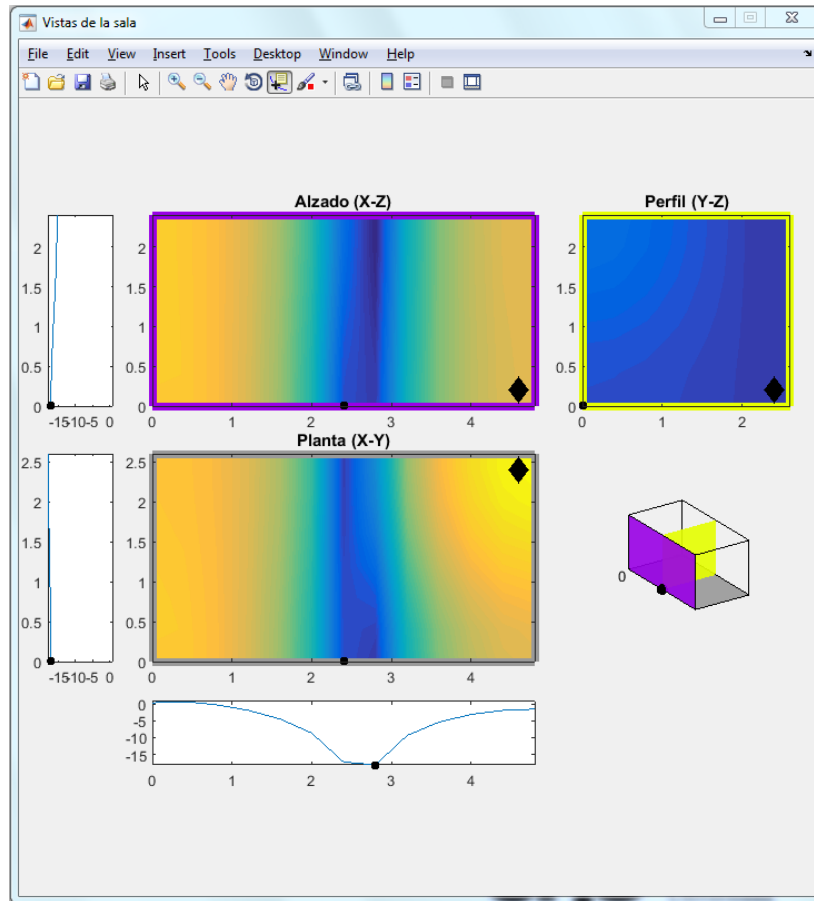


**Figura 11.** Distribución de los modos propios en el eje frecuencial correspondiente a la posición de receptor ( $X = 0$   $Y = 0$   $Z = 0$ ) en una sala de  $4,8 \times 2,6 \times 2,4 \text{ m}^3$ , a la frecuencia del primer axial y con la fuente colocada en ( $X = 4,6$   $Y = 2,4$   $Z = 0$ ).



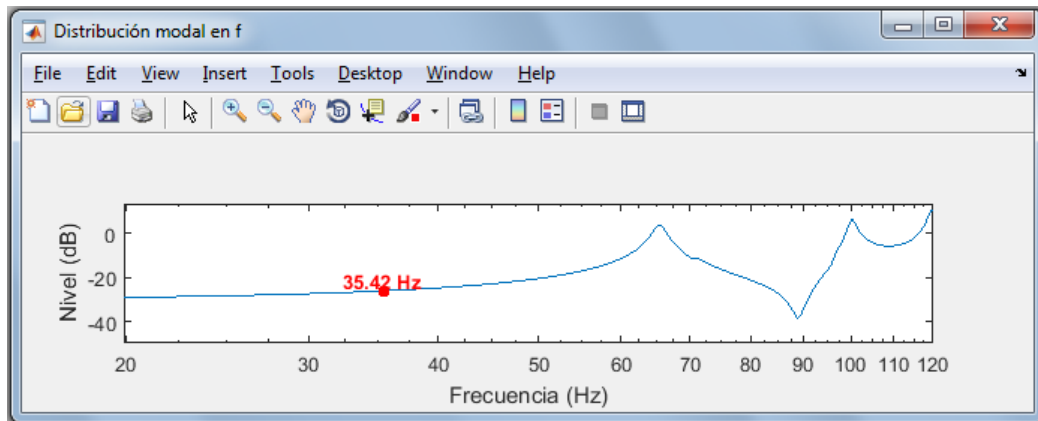
**Figura 12.** Distribución de los modos propios en el eje frecuencial correspondiente a la posición de receptor ( $X = 2,4$   $Y = 0$   $Z = 0$ ) en una sala de  $4,8 \times 2,6 \times 2,4 \text{ m}^3$ , a la frecuencia del primer axial y con la fuente colocada en ( $X = 4,6$   $Y = 2,4$   $Z = 0$ ).

Se observa cómo al trasladar el receptor a una zona con mínimos en determinados modos propios de la sala bajo estudio, estos dejan de ser identificables en la respuesta en frecuencia. No obstante, aunque no se distinguen en esta representación, dichos modos siguen presentes en la sala, como se puede comprobar mirando las vistas de planta, perfil y alzado:

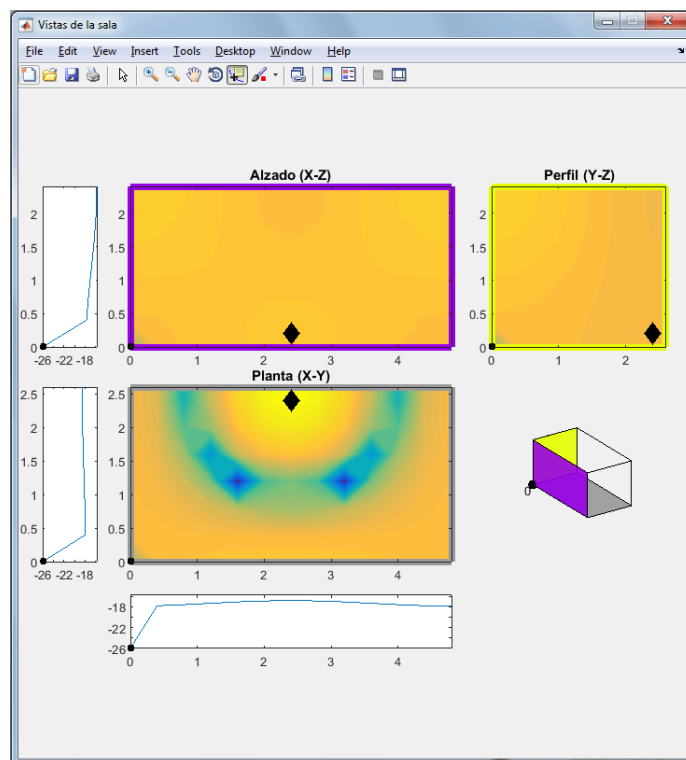


**Figura 13.** Vistas de una sala de  $4,8 \times 2,6 \times 2,4 \text{ m}^3$  a una frecuencia seleccionada de  $35,42 \text{ Hz}$  (frecuencia a la que se encuentra el primer axial) con la fuente colocada en el punto  $(X = 2,4 \ Y = 2,6 \ Z = 2,4)$  y el receptor en la esquina  $(X = 0 \ Y = 0 \ Z = 0)$ .

Por último, se puede comprobar que cuando es la fuente la que se coloca en una posición en la que hay un mínimo se fuerza la presión sonora en ese punto, obligando a que desaparezca ese mínimo y con ello deje de establecerse en la sala el modo propio correspondiente. Siguiendo con el ejemplo del primer axial de una sala de  $4,8 \times 2,6 \times 2,4 \text{ m}^3$ , si se coloca la fuente en la posición  $[X = 2,4 \ Y = 2,6 \ Z = 2,4]$  se fuerza la desaparición de dicho modo propio, así como la de cualquier otro tangencial u oblicuo en el que el índice  $n_x$  sea 1. Para observar este fenómeno, además de mostrar la distribución de modos propios en el eje frecuencial también se muestran las vistas de la sala para la frecuencia propia  $f = 35,42 \text{ Hz}$ :



**Figura 14.** Distribución de los modos propios en el eje frecuencial en la posición de receptor ( $X = 0$   $Y = 0$   $Z = 0$ ) en una sala de  $4,8 \times 2,6 \times 2,4$  m<sup>3</sup> cuando la fuente está situado en ( $X = 2,4$   $Y = 2,6$   $Z = 2,4$ ) y la frecuencia seleccionada es la del primer axial.



**Figura 15.** Vistas de una sala de  $4,8 \times 2,6 \times 2,4$  m<sup>3</sup> a una frecuencia seleccionada de 35,42 Hz (frecuencia a la que se encuentra el primer axial) con la fuente colocada en el punto ( $X = 2,4$   $Y = 2,6$   $Z = 2,4$ ) y el receptor en la esquina ( $X = 0$   $Y = 0$   $Z = 0$ ).

Así se concluye que la excitación de modos propios en una sala depende de la posición de la fuente.

- Revisando las frecuencias propias: al pulsar el botón 'Frecuencias propias' se obtiene una tabla en la que se muestra la relación de cada una de las frecuencias con sus índices  $n_x$ ,  $n_y$ ,  $n_z$  y se determina si el modo propio correspondiente es axial, tangencial u oblicuo. Según se ha observado en el punto anterior, la aparición de modos propios depende de



la fuente; así, en las frecuencias propias de una sala, obtenidas mediante las ecuaciones (17) y (18), los modos propios correspondientes se pueden establecer o no según la posición de la fuente.

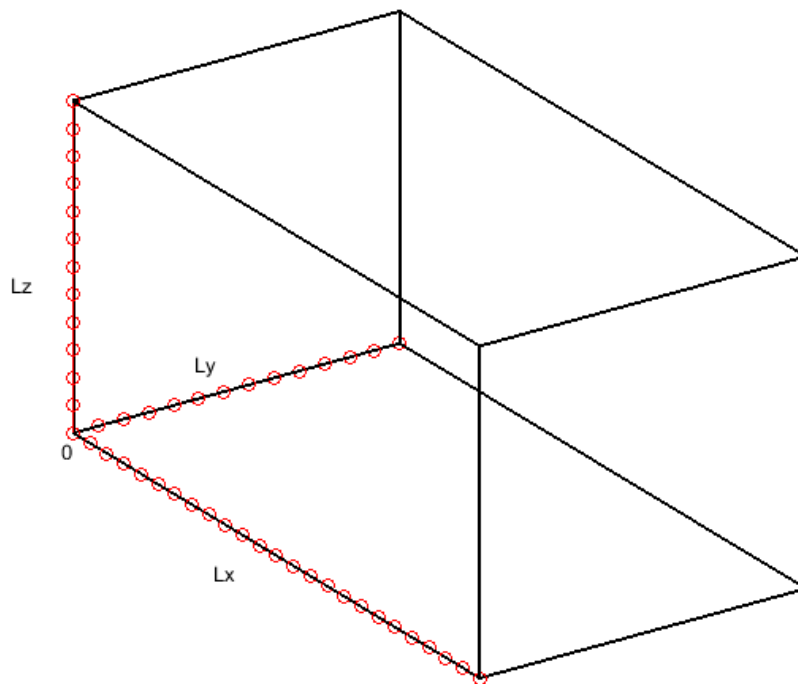
Frecuencias propias (Hz)	Nx	Ny	Nz	Modos
35.4200	1	0	0	0 Axial
65.3800	0	1	0	0 Axial
70.8300	0	0	1	1 Axial
70.8300	2	0	0	0 Axial
74.3600	1	1	0	0 Tangencial
79.1900	1	0	1	1 Tangencial
96.4000	0	1	1	1 Tangencial
96.4000	2	1	0	0 Tangencial
100.1700	2	0	1	1 Tangencial
102.7000	1	1	1	1 Oblicuo
106.2500	3	0	0	0 Axial
119.6200	2	1	1	1 Oblicuo

**Figura 16.** Tabla con la lista de frecuencias propias de una sala hasta la frecuencia máxima de 120 Hz, sus correspondientes índices  $N_x$ ,  $N_y$ ,  $N_z$  y el tipo de modo que se puede generar a cada una de las frecuencias.

Por último, para que la aplicación sea resistente ante posibles fallos y a modo de guía para el usuario, en caso de que los datos introducidos sean erróneos o sean insuficientes el programa avisa mediante un mensaje de error en la misma pantalla de configuración. Si está incompleto algún campo necesario para realizar la predicción el programa informa al usuario con el mensaje “¡Error! Datos incompletos”; si el error está en la posición de fuente, que no queda dentro de la sala, el mensaje es “¡Error! Posición de fuente no válida”; y el campo de frecuencia está vacío, el mensaje mostrado es “¡Error! Frecuencia no seleccionada”.

## 2.2 Aplicación II: Predicción y visualización de niveles en salas a partir de medidas. Procedimiento de medida

El método empleado en esta aplicación solo es aplicable en recintos rectangulares en los que es válido el modelo simplificado de distribución de NPS descrito en el apartado 1.2. En estos casos, se define una de las esquinas de la sala como (0,0,0) en el sistema de coordenadas. A lo largo de los ejes X, Y, Z que parten de dicho punto se marcan posiciones de medida equiespaciadas sobre las que se irá colocando de forma sucesiva el micrófono para realizar medidas de respuesta al impulso<sup>[3]</sup>.



**Figura 17.** Posiciones de medida sobre los ejes X, Y, Z de una sala.

La resolución escogida es de 20 cm, suficiente para medir frecuencias inferiores a 850 Hz.

$$\text{Teorema de Nyquist: } f_s \geq 2f_{max}$$

$$d_s = \frac{c}{f_s} \rightarrow 0,2 \text{ m} = \frac{340 \text{ m/s}}{f_s} \rightarrow f_s = 1700 \text{ Hz}$$

$$f_{max} = \frac{f_s}{2} = 850 \text{ Hz}$$

Donde:

$f_s \rightarrow$  frecuencia de muestreo (Hz).

$d_s \rightarrow$  distancia de muestreo (m).

Así, la distancia de 20 cm será apropiada siempre y cuando la frecuencia máxima analizada no supere los 850 Hz, correcto si la frecuencia crítica de Schroeder tampoco los supera.

La fuente se coloca en la esquina opuesta de la sala, en la posición  $(L_x, L_y, 0)$  por dos motivos: el primero es que en la esquina confluyen tres paredes, lo que significa que se excitan todos los modos propios de la sala; el segundo, que en esta posición se evita realizar medidas en puntos cercanos a la fuente. Esto es conveniente dado que  $p = (p_{dir} + p_{refl})$  y la presión del sonido directo decae de manera proporcional a  $r$ , con lo que cuando  $r \rightarrow 0, p_{dir} \rightarrow \infty$ . Si la fuente no es omnidireccional, debe colocarse mirando hacia la esquina para excitar al máximo posible los modos propios de la sala<sup>[3]</sup>.

Una vez preparada la configuración de las medidas en la sala, se coloca el micrófono en una posición que se defina como inicial, se genera un sweep mediante WinMLS, se emite a través de la fuente y se graban los valores de presión medidos por el micrófono. Se repite el proceso en todas las posiciones marcadas a lo largo de los tres ejes.

Una vez acabada la fase de medidas se inicia la de predicción. Considerando ahora solo dos dimensiones, como la X y la Y por ejemplo, se puede obtener la presión sonora en cualquier punto del plano de la siguiente manera<sup>[3]</sup>:

$$p(x, y) = p(x_{ref}, y_{ref}) \cdot \frac{p(x, y_{ref})}{p(x_{ref}, y_{ref})} \cdot \frac{p(x_{ref}, y)}{p(x_{ref}, y_{ref})} \quad (33)$$

Donde:

$p(x_{ref}, y_{ref}) \rightarrow$  Origen (0,0).

$p(x, y_{ref}) \rightarrow$  Puntos del eje X del sistema de coordenadas.

$p(x_{ref}, y) \rightarrow$  Puntos del eje Y del sistema de coordenadas.

En cada uno de esos puntos se obtiene el nivel de presión sonora  $NPS = 20 \cdot \log_{10}(p(x, y))$ .

La segunda aplicación diseñada en este trabajo, "GUI\_modosPropios\_medidas.m", parte de un conjunto de medidas ya realizadas que se introducen como datos de entrada y se basa en una función "prediction" en la que se implementa la ecuación (33) para calcular los NPS de todas las posiciones de la sala. La función comienza calculando los NPS de los puntos presentes en dos de los planos, XY y XZ, con una resolución de 20 cm. Conocer los niveles de esos dos planos equivale a conocer los ejes de cualquier plano YZ de la sala en los cuales X permanece constante y varía 20 cm entre planos consecutivos. Por lo tanto, con un bucle sencillo se barre la dimensión X hallando los planos YZ correspondientes de nuevo aplicando la ecuación (33). La ecuación (33) realiza la predicción a partir de los niveles de presión medidos en frecuencia. Por ello, la entrada a la función "prediction" deben ser los resultados del procedimiento de medida transformados a frecuencia mediante variables itaAudio. A la salida, la función devuelve una matriz tridimensional [X,Y,Z] con un vector de NPS en frecuencia en cada posición.

La predicción en la aplicación se ejecuta al pulsar el botón 'MEDIDAS' y cargar las medidas de cada eje a través de las ventanas emergentes. Se debe seleccionar en cada pantalla todas las medidas del eje correspondiente en orden, empezando por la del origen de coordenadas.



Figura 18. Interfaz de control de la aplicación "GUI\_modosPropios\_medidas.m".

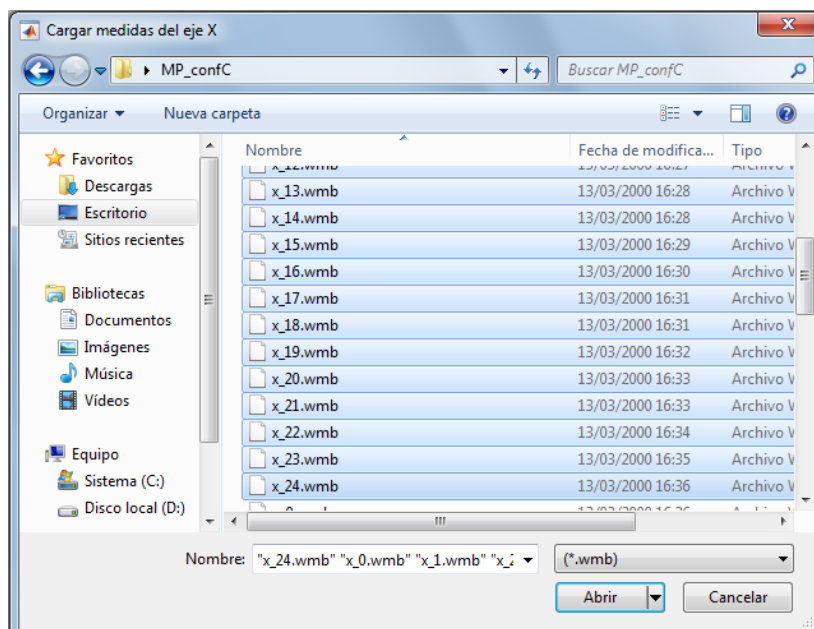
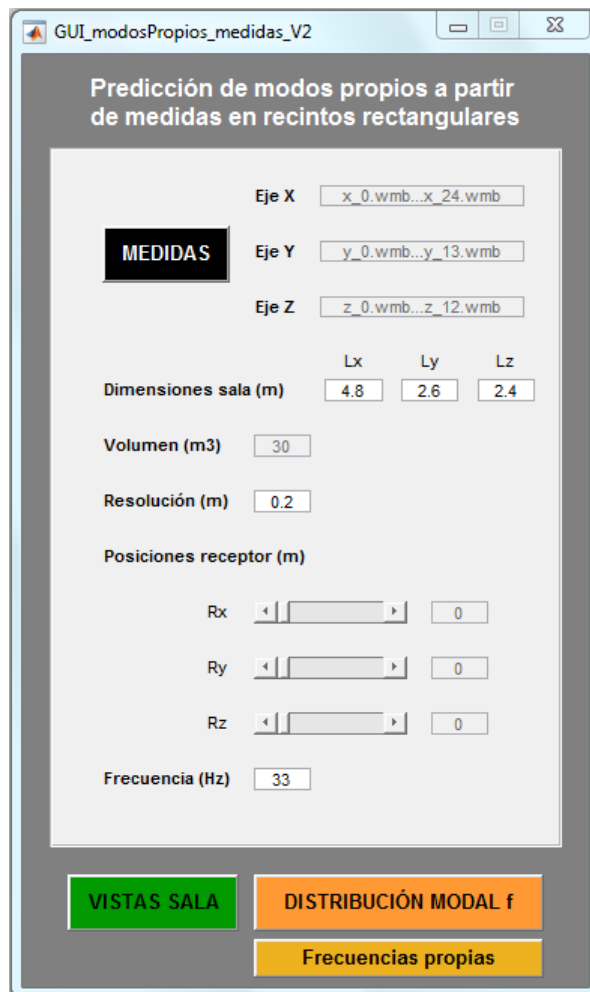


Figura 19. Ventana emergente que permite cargar las medidas del eje X.

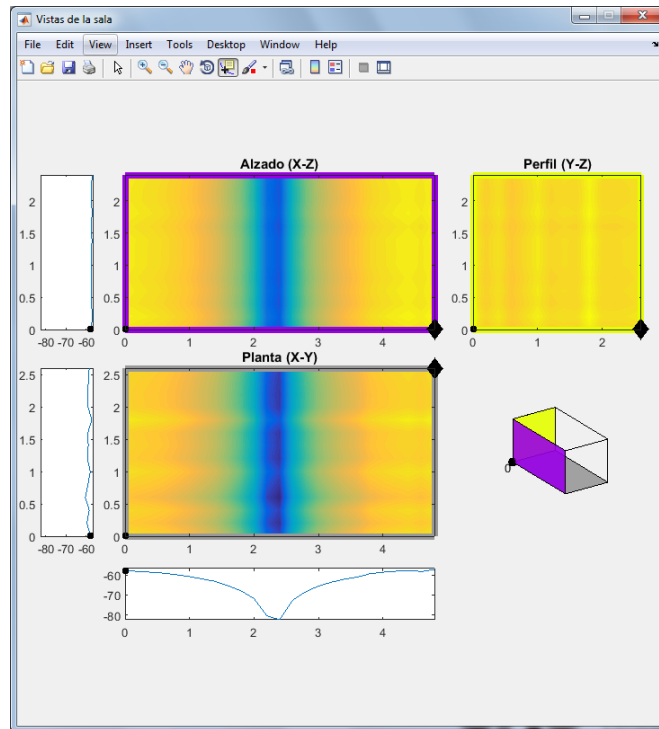


**Figura 20.** Aspecto de la interfaz de control tras cargar las medidas y realizar la predicción.

La aplicación utiliza por defecto una resolución de 20 cm, puesto que es la definida en el método de medida propuesto, pero puede modificarse. Esto supondría una modificación de las dimensiones de la sala, que se calculan multiplicando el número de medidas realizadas en cada eje por la resolución. Estas dimensiones pueden además modificarse manualmente para que se definan las reales y no las calculadas por el programa de manera automática, que tienen un error de  $\pm 20$  cm que afectará al cálculo de las frecuencias propias de la sala.

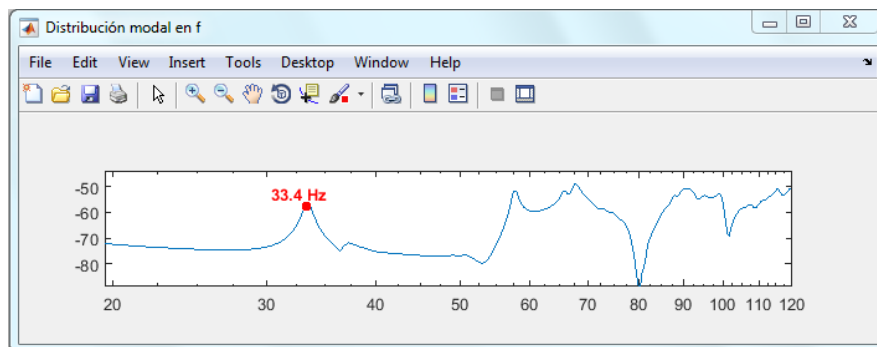
Una vez terminado el proceso de predicción, se activan los botones de visualización de resultados. Su funcionalidad no varía respecto a la aplicación anterior:

- Vistas de la sala: pulsando sobre el botón 'VISTAS SALA' se activa una ventana en la que se muestran planta, perfil y alzado de la sala con los niveles de presión sonora calculados a la frecuencia seleccionada representados con colores. Junto a cada una de las figuras aparece una gráfica que muestra la variación de los NPS en el eje correspondiente, definiéndose como origen de coordenadas la posición del receptor indicada en la pantalla de control.



**Figura 21.** Vistas de una sala de  $5,09 \times 2,85 \times 2,58 \text{ m}^3$  a una frecuencia seleccionada de  $33,4 \text{ Hz}$  (frecuencia a la que se encuentra el primer modo propio, axial correspondiente a la dimensión X).

- **Respuesta frecuencial:** pinchando en el botón 'DISTRIBUCIÓN MODAL f' se abre una nueva ventana mostrando la respuesta de la sala en frecuencia. Por defecto, el eje X de la gráfica abarca desde los 20 Hz hasta los 120 Hz. No obstante, si la frecuencia seleccionada es superior a 120 Hz, el eje aumenta hasta dos veces esa frecuencia.



**Figura 22.** Distribución de los modos propios en el eje frecuencial correspondiente a la posición de receptor ( $X = 0 \ Y = 0 \ Z = 0$ ) en una sala de  $5,09 \times 2,85 \times 2,58 \text{ m}^3$ , a la frecuencia del primer axial y con la fuente colocada en la esquina opuesta al receptor.

- **Tabla de frecuencias propias:** al seleccionar el botón 'Frecuencias propias' se muestra una tabla en la que la primera columna es el listado de frecuencias propias halladas hasta 120 Hz (o hasta la frecuencia seleccionada si es mayor de ese valor), las tres siguientes se corresponden con los índices  $N_x$ ,  $N_y$ ,  $N_z$  de cada una de ellas y la última identifica el tipo de modo propio excitado a esa frecuencia.

Frecuencias propias (Hz)	Nx	Ny	Nz	Modos
33.4000	1	0	0	0 Axial
59.6500	0	1	0	0 Axial
65.8900	0	0	1	1 Axial
66.8000	2	0	0	0 Axial
68.3600	1	1	0	0 Tangencial
73.8700	1	0	1	1 Tangencial
88.8800	0	1	1	1 Tangencial
89.5500	2	1	0	0 Tangencial
93.8300	2	0	0	1 Tangencial
94.9500	1	1	1	1 Oblicuo
100.2000	3	0	0	0 Axial
111.1800	2	1	1	1 Oblicuo
116.6100	3	1	0	0 Tangencial
119.3000	0	2	0	0 Axial
119.9200	3	0	1	1 Tangencial
123.8900	1	2	0	0 Tangencial
131.7800	0	0	2	2 Axial
133.6000	4	0	0	0 Axial
133.9400	3	1	1	1 Oblicuo
135.9500	1	0	2	2 Tangencial
136.2900	0	2	1	1 Tangencial
136.7300	2	2	0	0 Tangencial

**Figura 23.** Tabla de frecuencias propias menores a una frecuencia seleccionada de 140 Hz correspondientes a una sala de 5,09 x 2,85 x 2,58 m<sup>3</sup>.

Por último, también en esta aplicación se muestran los errores cometidos por el usuario al definir los parámetros de la interfaz de control. En este caso, como son menos los parámetros configurables, descienden los posibles errores detectables por el programa. Concretamente, el programa informará con el mensaje “¡Error! Frecuencia no seleccionada” si el campo frecuencia queda vacío, “¡Error! Medidas no seleccionadas” si no se cargan medidas en las pantallas emergentes y “¡Error! Resolución no definida” si el campo resolución no se completa.

### 3. CASO PRÁCTICO. CARACTERIZACIÓN Y ANÁLISIS DE MODOS PROPIOS

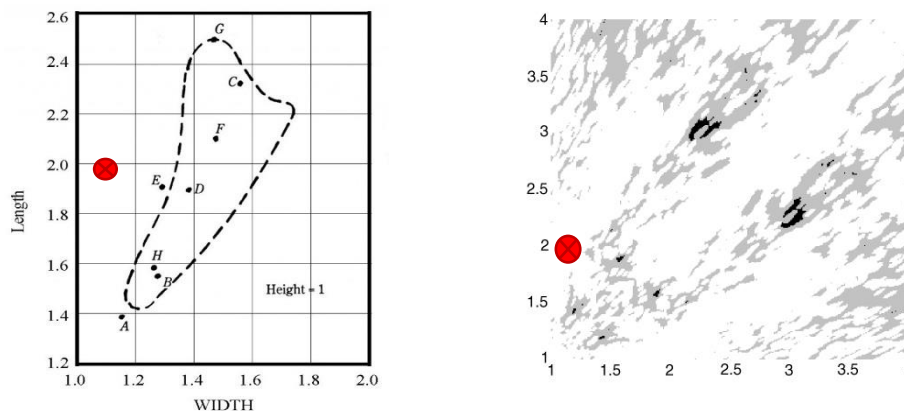
En este apartado se presenta un análisis realizado en una sala de ensayo, empezando por su descripción física (dimensiones, elementos que la componen...), continuando con su caracterización acústica (T30) y terminando con un análisis de modos propios.

#### 3.1 Descripción de la sala

La sala bajo estudio fue diseñada y construida como sala de ensayo en el interior de una bajera, con una puerta doble fabricada con paneles absorbentes como único punto de conexión con el exterior. Sus dimensiones son:

- $L_x = 509,2$  cm
- $L_y = 285,2$  cm
- $L_z = 258,0$  cm

En base a los criterios presentados en el apartado 1.4, la sala no es óptima en cuanto a proporciones:



**Figura 24.** Localización de la sala en la carta de Bolt (izquierda) y la de Trevor J. Cox (derecha) según sus proporciones. Proporciones no recomendadas.<sup>[4][10]</sup>

Con la finalidad de mejorar la acústica del recinto se colocaron una serie de elementos en las paredes y techos:

- Paneles absorbentes móviles de distintos tamaños repartidos por las paredes.
- Difusores de madera fijados en el techo, colocados para evitar efectos indeseados como el eco flutter.
- Alfombra, utilizada como base sobre la cual colocar la batería.





*Figura 25. Imagen de la sala en su estado habitual, preparada como sala de ensayo.*



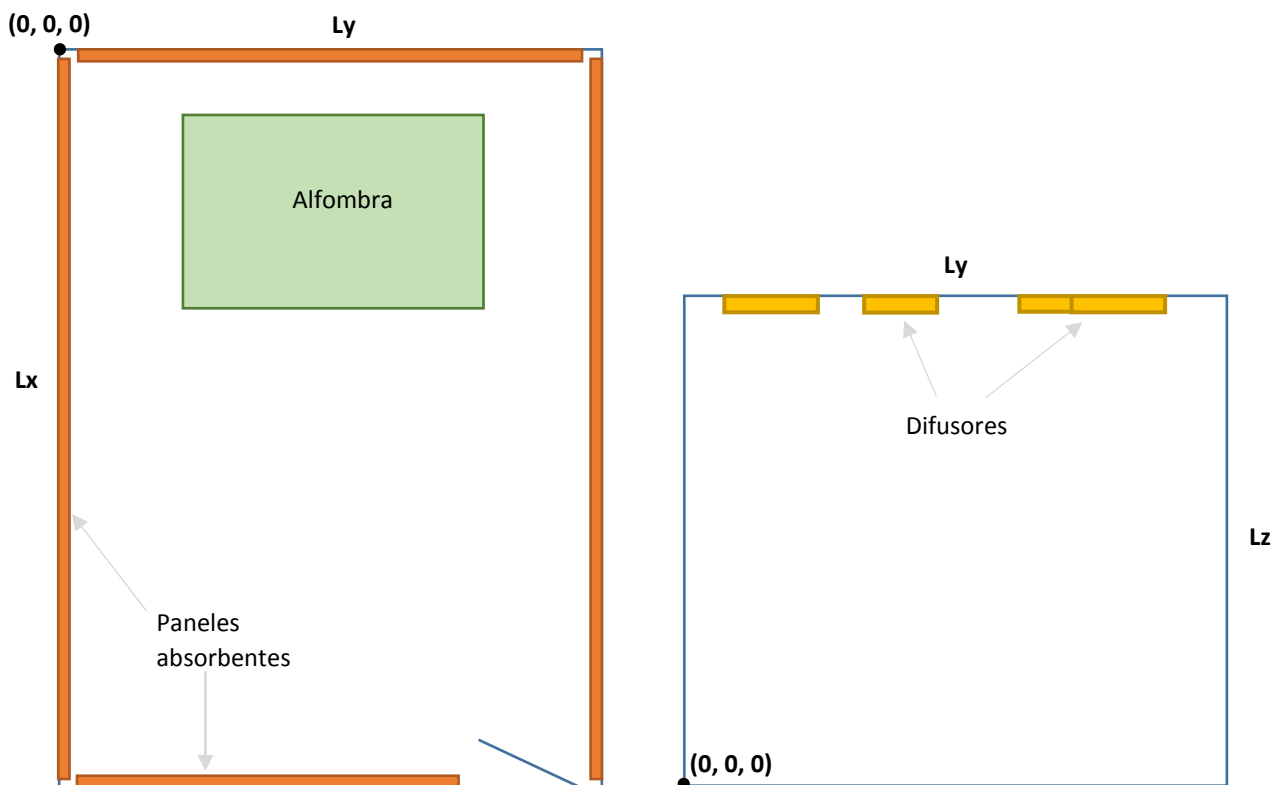
*Figura 26. Puerta doble construida con paneles aislantes.*



**Figura 27.** Paneles absorbentes móviles y difusores fijos presentes en la sala de ensayo.

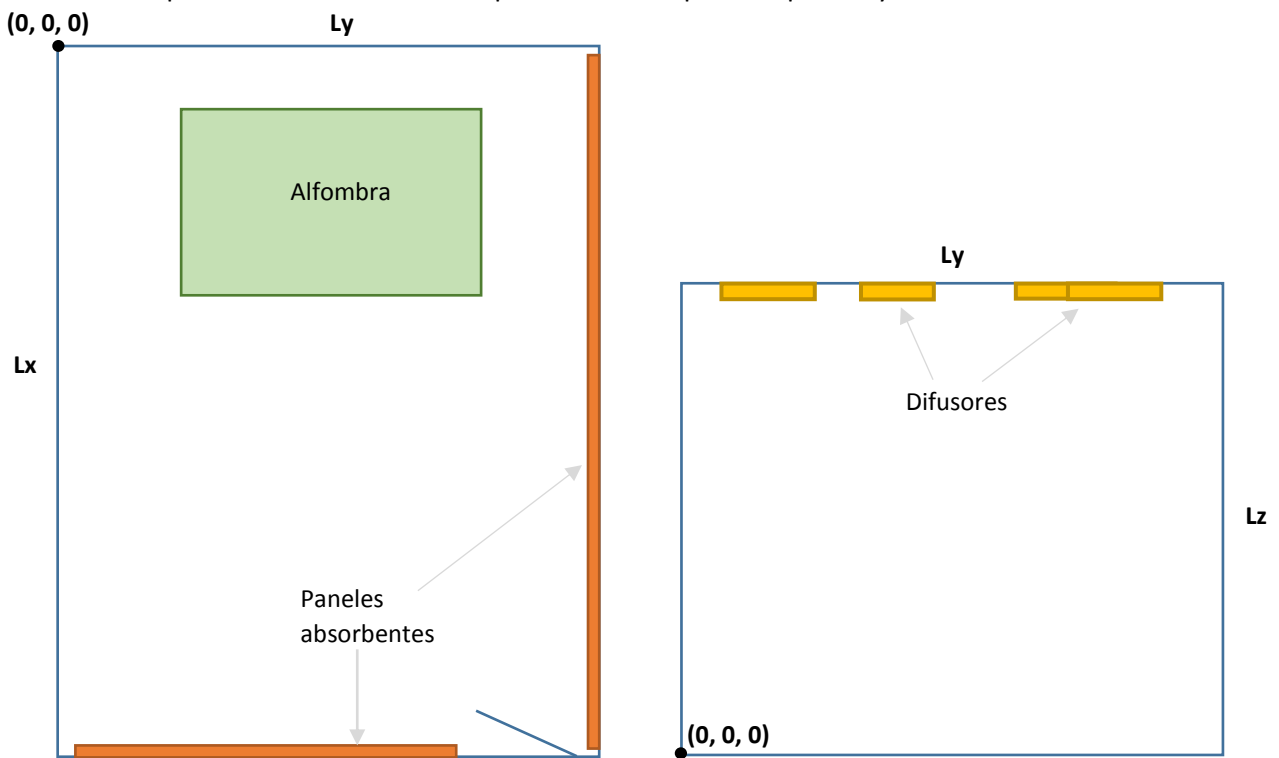
Aprovechando la movilidad de algunos de estos elementos (paneles y alfombra), se proponen tres configuraciones diferentes para el análisis, además de la configuración inicial de sala llena:

**CONFIGURACIÓN A** → Es la configuración habitual de la sala, extrayendo tan solo el mobiliario y los instrumentos. Tanto la alfombra como los absorbentes de la sala se dejan en su lugar.



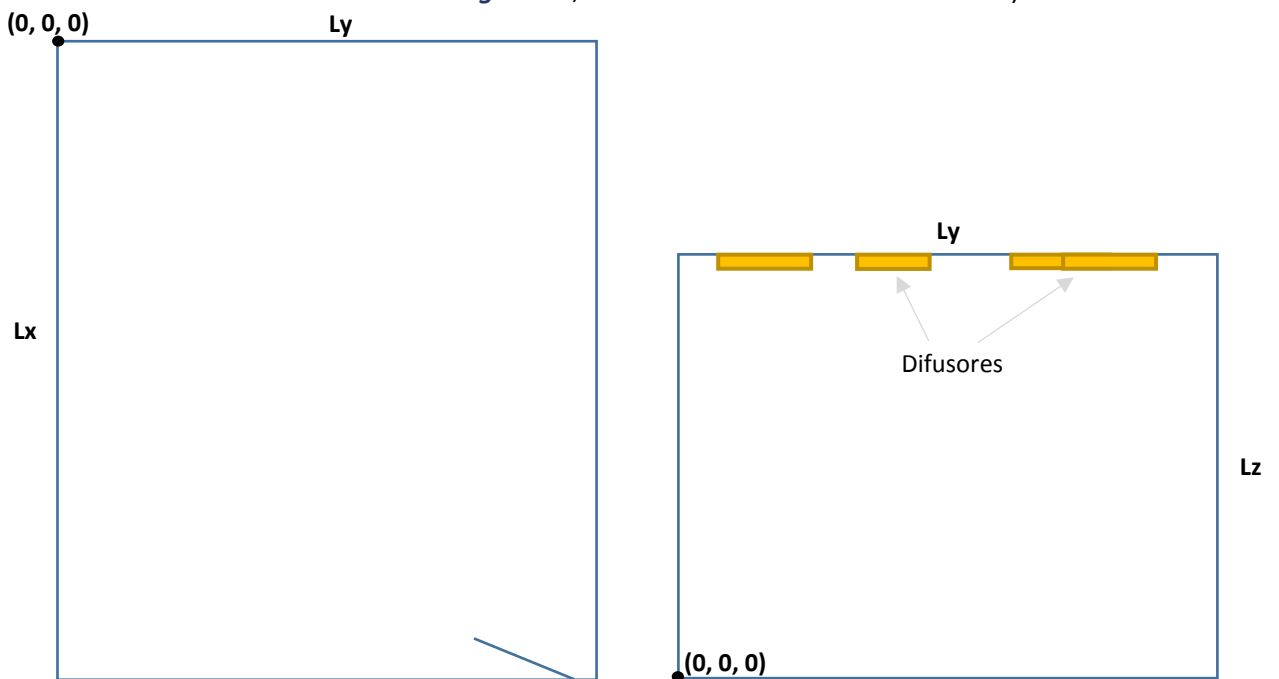
**Figura 28.** Esquema de la configuración A de la sala.

**CONFIGURACIÓN B** → Quedan fuera de la sala el mobiliario, los instrumentos y los paneles absorbentes correspondientes a la pared izquierda y la del fondo.



*Figura 29. Esquema de la configuración B de la sala.*

**CONFIGURACIÓN C** → Se extrae todo elemento móvil de la sala: instrumentos, mobiliario, alfombra y paneles absorbentes (alguno no es móvil debido a su posición, como el de color azul de la **Figura 25**, colocado tras el tubo de ventilación).



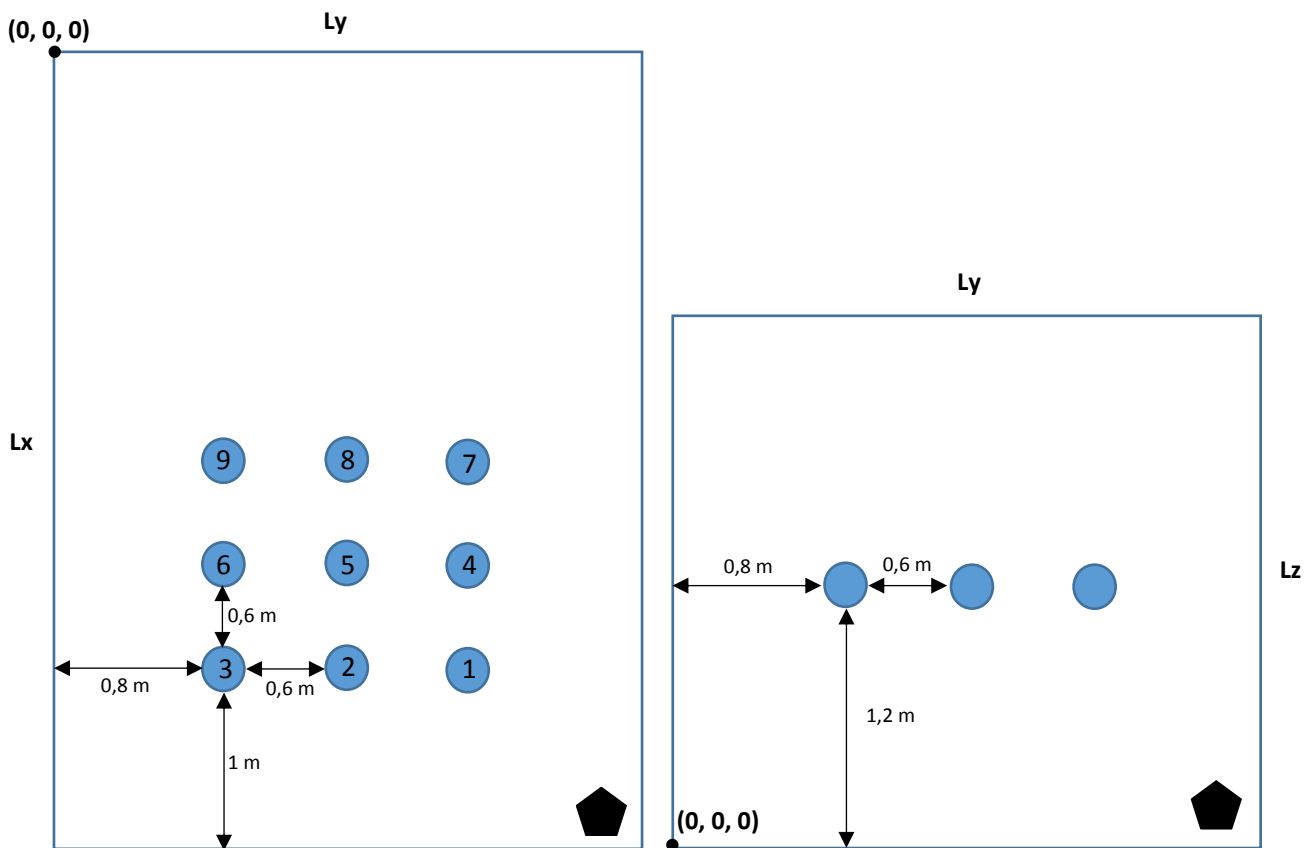
*Figura 30. Esquema de la configuración C de la sala.*

En cada una de las configuraciones se caracteriza acústicamente la sala de ensayo, obteniendo los valores del T30 para bandas de tercio de octava, y se analizan los modos propios.

### 3.2 Caracterización acústica

Se marcan 9 posiciones de receptor en el interior de la sala. Interesa que dichas posiciones abarquen un área suficientemente amplia como para que entre ellas exista una diferencia notable en cuanto a distancia a la fuente y distancia a las paredes, factores que afectan a la respuesta de la sala. Como norma es recomendable que dicha área coincida al menos parcialmente con la zona habitual de escucha<sup>[3]</sup> dado que estas posiciones serán utilizadas además de para la caracterización para validar el método de predicción a partir de medidas.

En la sala bajo estudio se definen las siguientes posiciones:



**Figura 31.** Esquema de las nueve posiciones de receptor determinadas. La fuente aparece representada con un pentágono.

A continuación se genera un sweep mediante WinMLS que recorre el rango de 16 Hz a 20 kHz con una frecuencia de muestreo de 48000 Hz, una duración de 20 s y una longitud de respuesta al impulso de 2,5 s. El sweep generado se emite a través de una fuente dodecaédrica situada en  $(X = 4,8 \ Y = 2,5 \ Z = 0,3)$ , representada en la **Figura 31**, una vez en cada posición. Este

procedimiento se realiza en la sala con la configuración inicial (sala llena) y se repite posteriormente en las tres configuraciones explicadas al inicio del apartado.

### 3.2.1 Configuración de sala llena

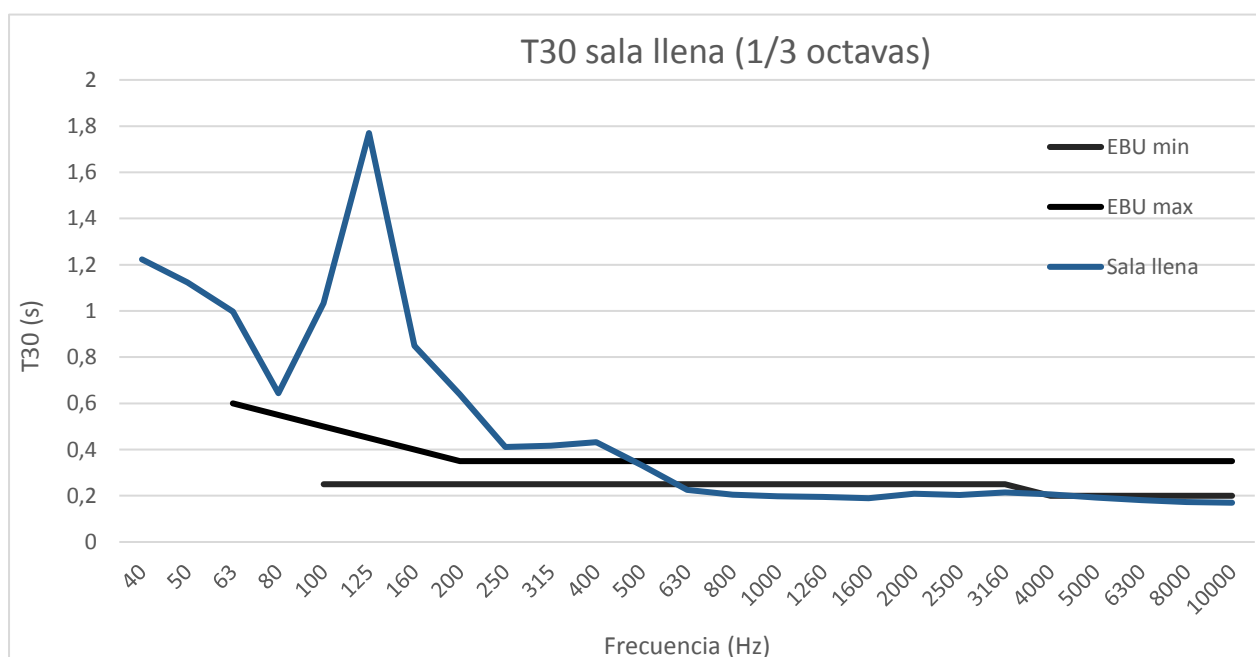
En primer lugar, se lleva a cabo una serie de medidas con la sala llena para obtener los tiempos de reverberación T30 de la sala en su estado normal en bandas de tercio de octava. Se realiza una medida por cada posición de receptor y después se promedian los valores T30 obtenidos.

Se muestran los resultados obtenidos en bandas de tercio de octava, promediados entre las nueve posiciones, y comparados con los valores límite calculados a partir de la norma EBU Tech. 3276.

T30 (s)	40	50	63	80	100	125	160	200	250	315	400	500	630
EBU min	-	-	-	-	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
EBU max	-	-	0,6	0,55	0,5	0,45	0,4	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35
Sala llena	1,22	1,12	1,00	0,64	1,03	1,77	0,85	0,64	0,41	0,42	0,43	0,33	0,23

T30 (s)	800	1000	1260	1600	2000	2500	3160	4000	5000	6300	8000	10000
EBU min	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
EBU max	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35
Sala llena	0,21	0,20	0,20	0,19	0,21	0,20	0,22	0,21	0,19	0,18	0,17	0,17

**Tabla 2.** Tabla de valores T30 promedio de la sala en bandas de tercio de octava, comparadas con los valores límite obtenidos a partir de la EBU Tech. 3276.



**Figura 32.** Gráfica de los valores T30 correspondiente a la **Tabla 2.**

Se observa en la gráfica anterior que el T30 no está dentro del rango recomendado para este tipo de salas prácticamente a ninguna frecuencia, salvo en la bandas de 500 a 630 Hz. Para frecuencias inferiores a dicha banda, el T30 resultante es mucho mayor al máximo recomendado, apareciendo un pico máximo que alcanza los 1,8 s en la banda de 125 Hz. Este pico no esperado debe estar ocasionado por la presencia de algún objeto con una frecuencia propia en esa banda. Observando los elementos presentes en la sala y sus dimensiones, podría ser una frecuencia propia del bombo de la batería o alguno de los toms, estableciéndose al emitir el sweep una onda estacionaria entre las membranas del elemento. Después de este pico, el T30 comienza un descenso brusco que se estabiliza a partir de la banda de 630 Hz alrededor de los 0,2 s, quedando por debajo del límite inferior.

### 3.2.2 Configuraciones A, B y C

Se repite el mismo procedimiento en las tres configuraciones de sala sin mobiliario (A, B y C): se procesa la respuesta de la sala recibida en cada una de las nueve posiciones de receptor para obtener el T30 en bandas de tercio de octava y se calcula el promedio entre todas ellas.

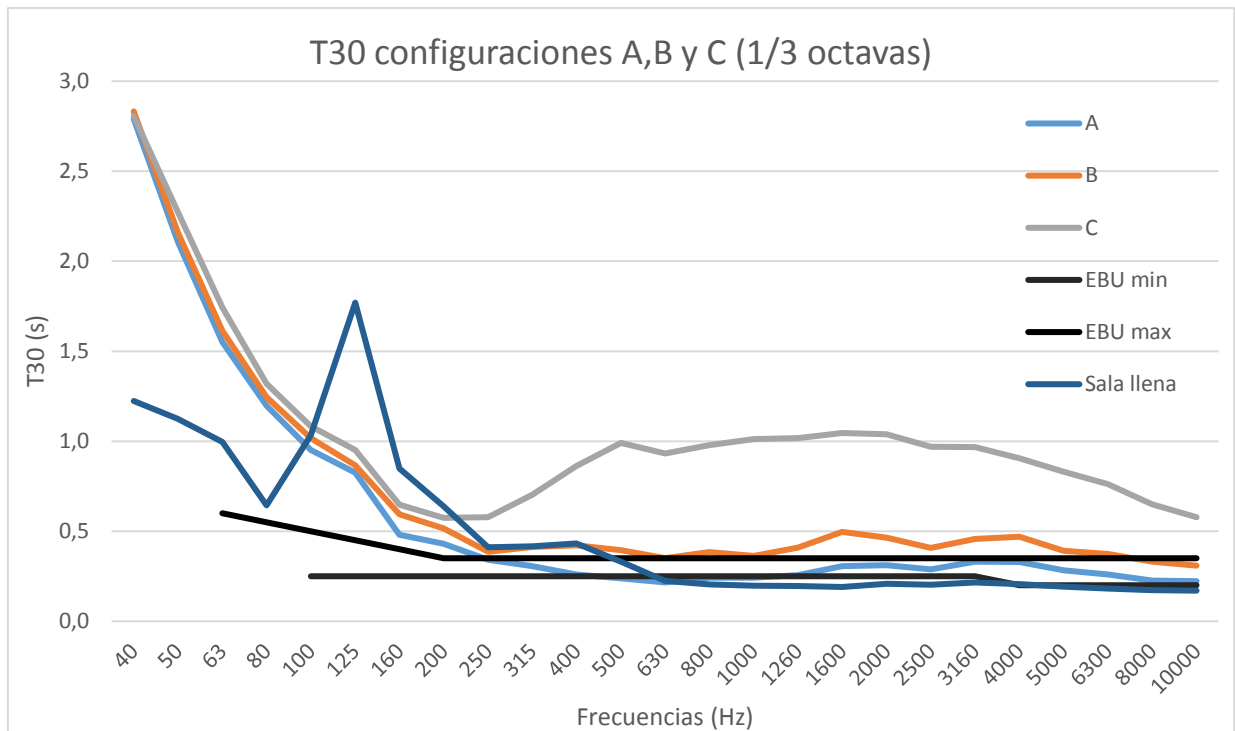
A continuación, se muestran los resultados superpuestos a los obtenidos en la configuración de sala llena, con el fin de poder valorar el efecto de la reducción progresiva de elementos absorbentes.

T30 (s)	40	50	63	80	100	125	160	200	250	315	400	500	630	800
A	2,79	2,11	1,55	1,20	0,95	0,83	0,48	0,43	0,34	0,31	0,26	0,24	0,22	2,79
B	2,83	2,16	1,61	1,24	1,02	0,87	0,59	0,52	0,39	0,41	0,42	0,39	0,35	2,83
C	2,81	2,27	1,74	1,32	1,08	0,95	0,65	0,57	0,58	0,70	0,86	0,99	0,93	2,81

T30[s]	800	1000	1260	1600	2000	2500	3160	4000	5000	6300	8000	10000
A	0,24	0,24	0,26	0,31	0,31	0,29	0,33	0,33	0,28	0,26	0,23	0,22
B	0,38	0,36	0,41	0,50	0,46	0,41	0,46	0,47	0,39	0,37	0,33	0,31
C	0,98	1,01	1,02	1,05	1,04	0,97	0,97	0,90	0,83	0,76	0,65	0,58

**Tabla 3.** Tabla de valores T30 promedio de la sala en bandas de tercio de octava para las configuraciones A, B y C.





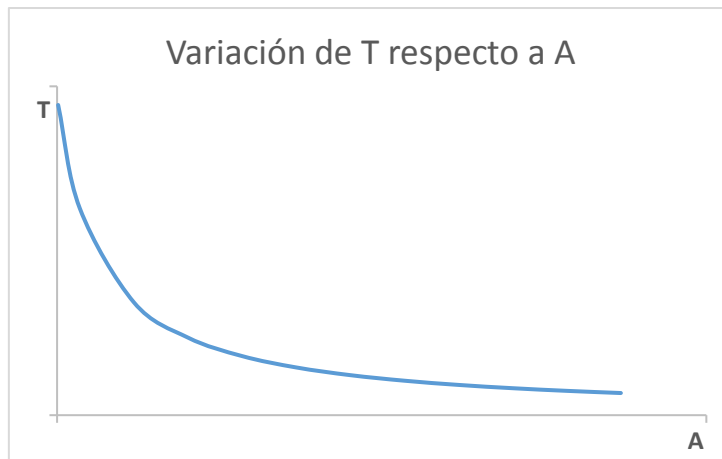
**Figura 33.** Gráfica de los valores T30 correspondiente a las configuraciones A, B, C y sala llena, comparados con los valores límite calculados a partir de la EBU Tech. 3276.

En la gráfica de la **Figura 33** se realizan varias observaciones interesantes. En primer lugar, el pico a 125 Hz que aparecía cuando la sala estaba amueblada y con instrumentos desaparece por completo en las tres configuraciones de sala vacía. Esto demuestra que la hipótesis de que en ese pico se localizaba una frecuencia propia de alguno de los elementos presentes en la sala es correcta. Sería interesante, aunque no se toma como objetivo de este trabajo, realizar más pruebas para localizar el objeto causante de este efecto.

En segundo lugar, se comprueba que el hecho de amueblar un recinto de estas dimensiones supone una reducción importante del T30 en bajas frecuencias, obviando el efecto anormal en la banda de 125 Hz en este caso particular. En altas frecuencias también se observa una reducción de este parámetro, pero mucho menos notable que en bajas.

En tercer lugar se observa que el material absorbente con el que están fabricados los paneles de las paredes es poco efectivo a bajas frecuencias ( $f < 200$  Hz). Hasta esa frecuencia las diferencias visibles en T30 entre las configuraciones A, B y C son mínimas ( $\Delta T30 < 0,1$  s).

Por último, se puede comprobar observando el gráfico a partir de la banda de 400 Hz cómo el T30 disminuye tal y como indica Sabine:



$$T = 0,161 \frac{V}{A}$$

Donde:

$V \rightarrow$  volumen del recinto ( $m^3$ )

$A \rightarrow$  área de superficie absorbente ( $m^2$ )

Así, si en una sala con poca absorción, caso de la configuración C, se aumenta el área de absorbente A, el tiempo de reverberación disminuye notablemente. Una vez estamos en esta segunda situación, que se corresponde con la configuración B, al añadir una cantidad de superficie absorbente similar al caso anterior no se consigue la misma reducción en T, sino mucho menor. Es decir, aumentos pequeños sobre valores bajos de A causan grandes disminuciones de T; sin embargo, sobre valores grandes de A son necesarias variaciones muy grandes para provocar reducciones mínimas en T. En la gráfica el paso de la configuración C (sala diáfana) a la B (sala con un 50% de elementos absorbentes) se refleja en diferencias de unos 0,5 s en las bandas entre 500 y 3100 Hz, mientras que el paso de B a A supone diferencias de menos de 0,2 s en T para el mismo rango frecuencial.

Como comentario final a la gráfica, se observa que en el caso de la configuración A (sin mobiliario) a partir de 250 Hz los valores de T30 están dentro o muy próximos a los rangos de valores aceptables para este tipo de sala, definidos a partir de la EBU Tech. 3276. Al diseñar una sala es aconsejable tener en cuenta que el mobiliario supone una reducción del tiempo de reverberación y que es esa situación la que interesa que entre dentro de los límites EBU tanto para frecuencias altas como para bajas.

### 3.3 Análisis de modos propios

Acudiendo a la teoría de modos propios se pueden calcular las frecuencias propias de una sala, y con ello los modos propios que se formarían al excitarse dichas frecuencias, aplicando las fórmulas (17) y (18). Esto es lo que las dos aplicaciones calculan y muestran al pulsar sobre el botón 'Frecuencias propias'. Para una sala de las dimensiones de la sala de ensayo bajo estudio se genera la siguiente tabla de frecuencias propias:



Frecuencias propias (Hz)	Nx	Ny	Nz	Modos
33.3900	1	0	0	0 Axial
59.6100	0	1	0	0 Axial
65.8900	0	0	1	1 Axial
66.7700	2	0	0	0 Axial
68.3200	1	1	0	0 Tangencial
73.8700	1	0	1	1 Tangencial
88.8500	0	1	1	1 Tangencial
89.5100	2	1	0	0 Tangencial
93.8100	2	0	1	1 Tangencial
94.9200	1	1	1	1 Oblicuo
100.1600	3	0	0	0 Axial
111.1400	2	1	1	1 Oblicuo
116.5500	3	1	0	0 Tangencial
119.2100	0	2	0	0 Axial
119.8900	3	0	1	1 Tangencial

**Figura 34.** Tabla de frecuencias propias de la sala bajo estudio, cuyos parámetros aparecen configurados en la interfaz de control mostrada en la parte izquierda.

A continuación, se estudia la aparición de los modos propios mostrados en la tabla anterior. Para ello se recurre al procedimiento de medida explicado en el apartado 2.2: medidas de puntos equiespaciados en los ejes X, Y, Z, siendo el origen de coordenadas la esquina opuesta a la posición de fuente. En este apartado se explicaba que este procedimiento se empleaba en la aplicación II para predecir los niveles obtenidos en cualquier punto de la sala a partir de los medidos en los puntos de los ejes. En este caso no se necesita recurrir a la predicción puesto que solo interesa visualizar la variación de niveles en las frecuencias propias a lo largo de los ejes, que es donde se encuentran los máximos y por lo tanto es más sencillo discernir los modos.

Se compararán los resultados de las medidas con las predicciones teóricas, base de la aplicación I, para las tres configuraciones de sala vacía (A, B y C) y para distintas frecuencias propias, concretamente para  $f_{100} = 33,39 \text{ Hz}$  y  $f_{300} = 100,16 \text{ Hz}$ . La primera frecuencia propia se escoge por ser la correspondiente al primer axial y ser la más aislada (el siguiente modo propio aparece a 59,61 Hz), con lo que el modo propio generado será el más sencillo de reconocer. La frecuencia propia  $f_{300}$  se escoge justo por lo contrario, por tener otras frecuencias propias cercanas ( $f_{111} = 94,92 \text{ Hz}$ ,  $f_{211} = 111,14 \text{ Hz}$ ) que afectarán al modo propio originado.

### 3.3.1 Configuración C

Esta configuración es la que más se asemeja al modelo teórico de paredes rígidas, por lo que cabe esperar que las medidas realizadas sean las que más se parezcan a las predicciones teóricas. Empleando la aplicación "Room Acoustics" de la toolbox de ITA y ejecutando el script

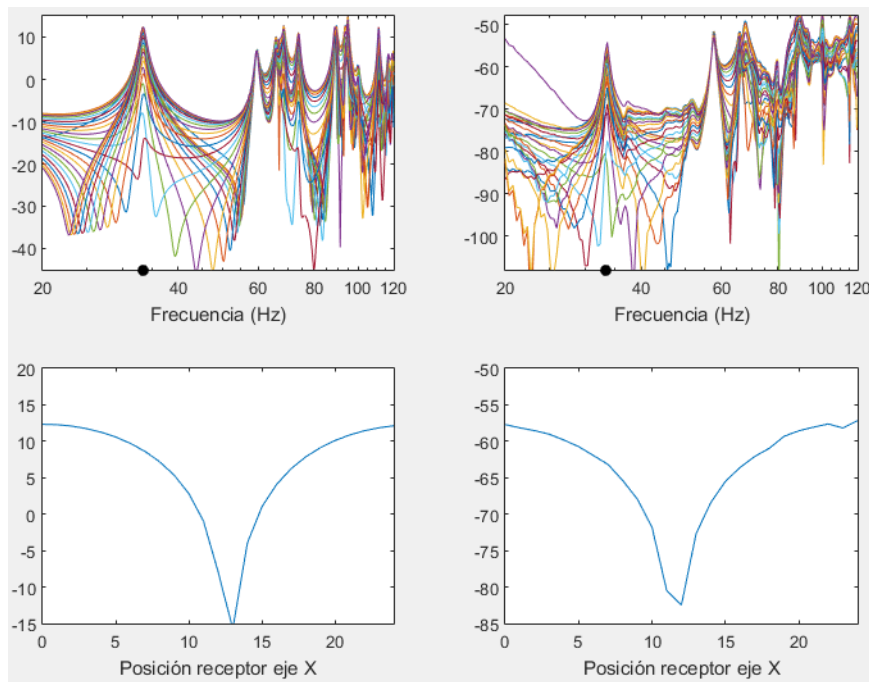
“ita\_roomacoustics.m” se obtiene el tiempo de reverberación T60 en bandas de tercio de octava para cada una de las 9 posiciones de medida de la caracterización de la sala. Observando las gráficas de todos los puntos y para las tres configuraciones, se define el ‘T estimado (s)’ de la aplicación I para los cálculos teóricos, como el valor máximo encontrado: 2 s. Es importante tener en cuenta que este dato de T introducido el programa lo toma como un valor promedio e independiente de la frecuencia. De este modo, al comparar la teoría con las medidas reales, se debería distinguir aquellas frecuencias para las cuales el valor es menor al real y aquellas para las cuales es mayor.

**Modo (1,0,0)**

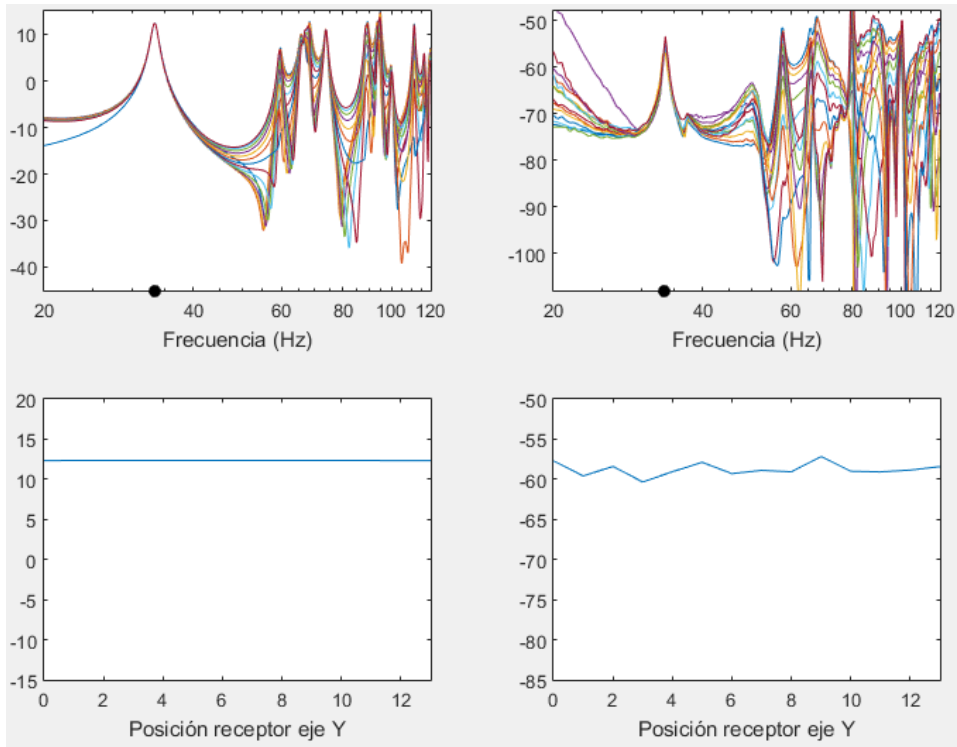
Correspondiente a la frecuencia propia  $f_{100} = 33,39$  Hz.

Empleando la aplicación I se obtiene una matriz de posiciones de receptor separadas entre sí 20 cm en todos los ejes. En cada posición, su correspondiente vector de respuesta en frecuencia. Por otro lado, en la aplicación II se obtiene la matriz de medidas y predicción, una matriz similar a la de la aplicación I en la que los valores de los ejes X, Y, Z se cargan directamente como medidas y el resto se predice. A partir de estas dos matrices, se representa para cada eje:

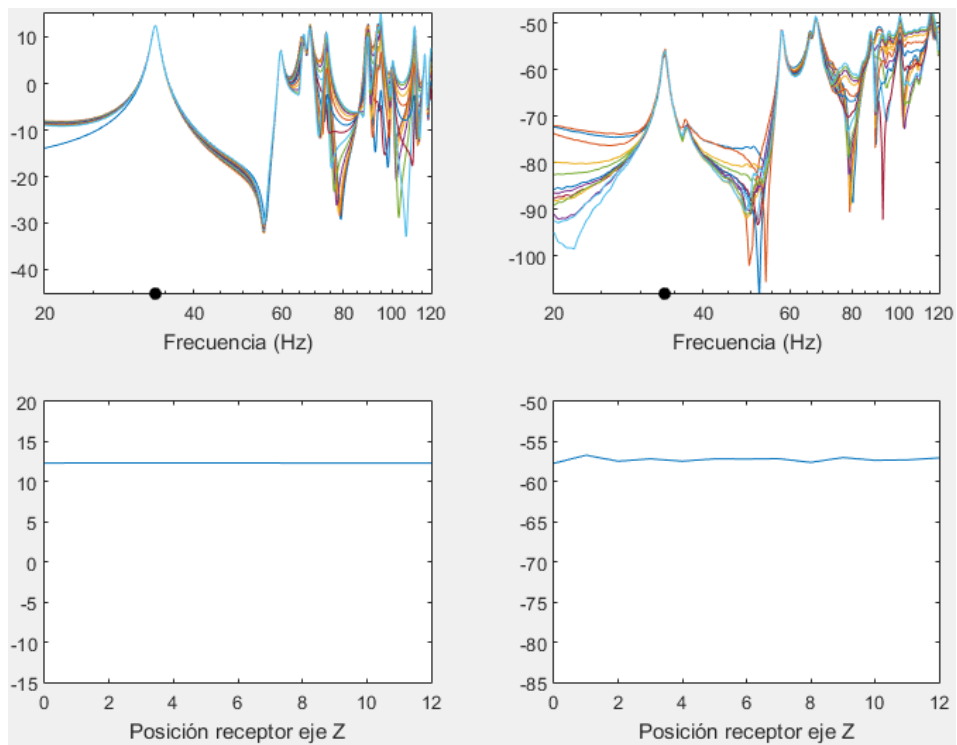
- La respuesta en frecuencia en todos los puntos del eje predicha por el modelo teórico.
- La distribución predicha para la frecuencia del modo propio, 33,39 Hz, a lo largo del eje.
- La respuesta en frecuencia medida en todos los puntos del eje.
- La distribución medida para la frecuencia del modo propio, 33,39 Hz, a lo largo del eje.



**Figura 35.** Respuestas en frecuencia y distribución espacial a la frecuencia del modo (1,0,0) obtenidas de manera teórica (izquierda) y medidas (derecha) para el eje X y en configuración C.



**Figura 36.** Respuestas en frecuencia y distribución espacial a la frecuencia del modo (1,0,0) obtenidas de manera teórica (izquierda) y medidas (derecha) para el eje Y y en configuración C.



**Figura 37.** Respuestas en frecuencia y distribución espacial a la frecuencia del modo (1,0,0) obtenidas de manera teórica (izquierda) y medidas (derecha) para el eje Z y en configuración C.

En las distribuciones de las figuras anteriores se observa cómo en el eje X se establece una onda estacionaria con un solo mínimo y en los ejes Y, Z no se establece, lo que se corresponde con el modo (1,0,0). Además, observando las respuestas en frecuencia de los tres ejes a 33,39 Hz se encuentra cómo varía la amplitud del pico generado con la excitación del modo, primero disminuyendo y luego volviendo a aumentar, tanto en la predicción teórica como en las medidas.

A la hora de comparar los resultados de la predicción con los de las medidas interesa más fijarse en las formas de las ondas que en los niveles. Es necesario recordar que los primeros se obtienen a partir de cálculos teóricos en los que la excitación es una fuente puntual, mientras que los segundos se obtienen a partir de medidas reales, en las que se emplea una fuente dodecaédrica con un determinado comportamiento en frecuencia (responde mejor a altas frecuencias que a bajas). Este comportamiento no ha sido estudiado y definido, por lo que no se pueden aplicar correcciones sobre los resultados para equilibrar los NPS con los de las gráficas teóricas. No obstante, para este análisis no es relevante.

Atendiendo por tanto a las formas de onda se alcanza la conclusión de que el tiempo de reverberación establecido en la aplicación I de predicción teórica es menor al real para la frecuencia del primer modo propio. Esto se demuestra por la relación existente entre este factor y la anchura del modo propio  $BW_{-3\text{ dB}}^{[1]}$ :

$$(BW_{-3\text{ dB}})_n = \frac{\delta_n}{\pi} \quad (34)$$

$$T_n \approx \frac{6,91}{\langle \delta_n \rangle} \quad (35)$$

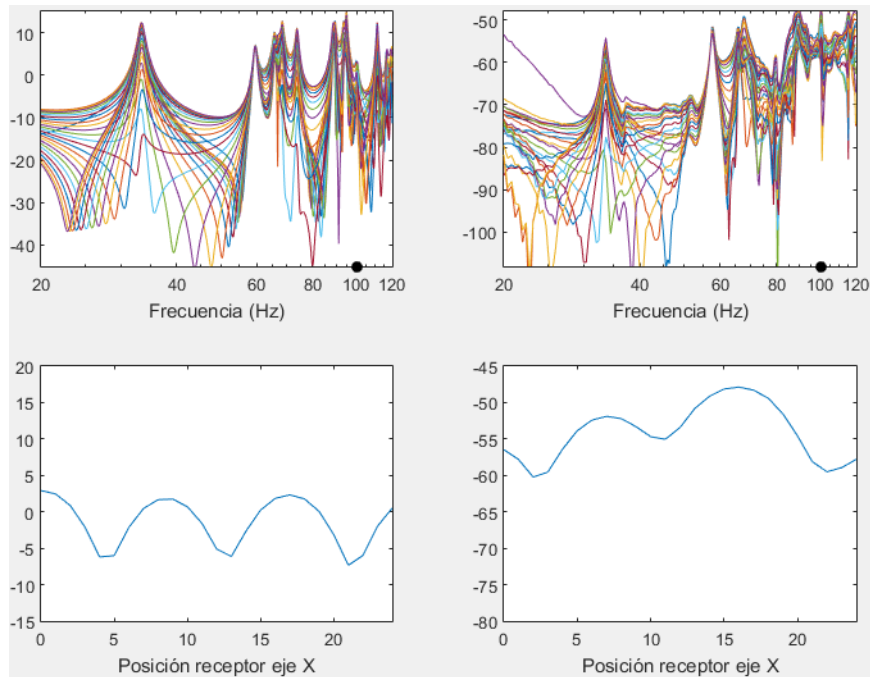
Siendo  $\delta_n$  el amortiguamiento en la frecuencia propia  $f_n$ .

Es decir, la disminución del tiempo de reverberación a una frecuencia propia está relacionada con el aumento de la anchura del modo propio correspondiente, y viceversa. Para  $f = 33,39$  Hz, el ancho de banda del modo en la predicción es mayor al de las medidas, luego el tiempo de reverberación a esa frecuencia es en realidad mayor.

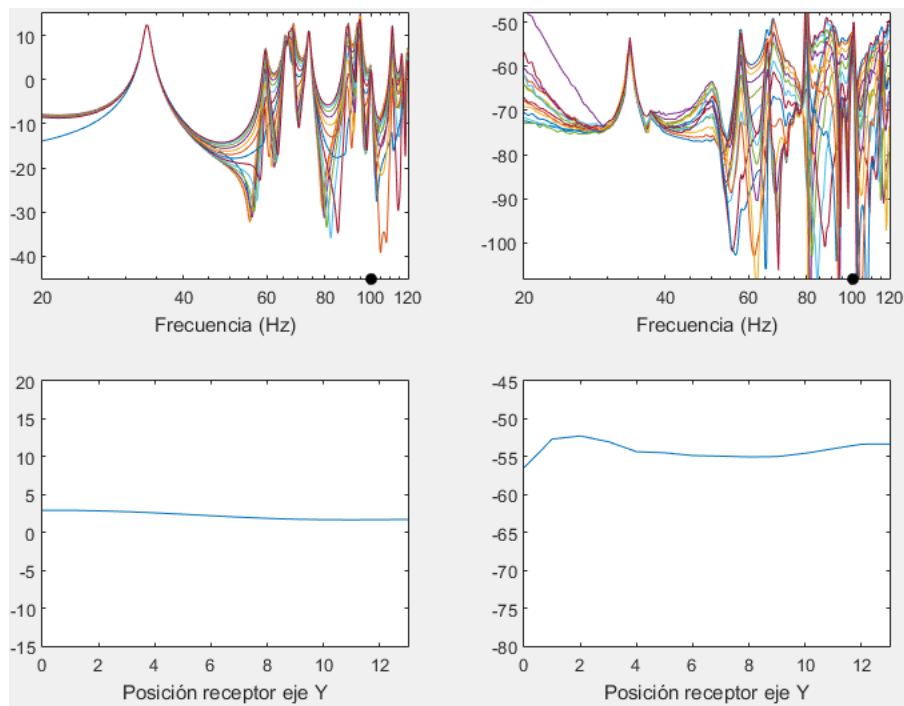
El valor de  $T = 2$  s parece corresponderse más con el de la banda de 63 Hz, por eso las gráficas de respuesta en frecuencia se parecen mucho en este punto. Para frecuencias superiores, donde  $T$  cae según se ha visto en el apartado 3.2, se encuentran modos propios más anchos, que se solapan más que lo predicho por la teoría.

**Modo (3,0,0)**

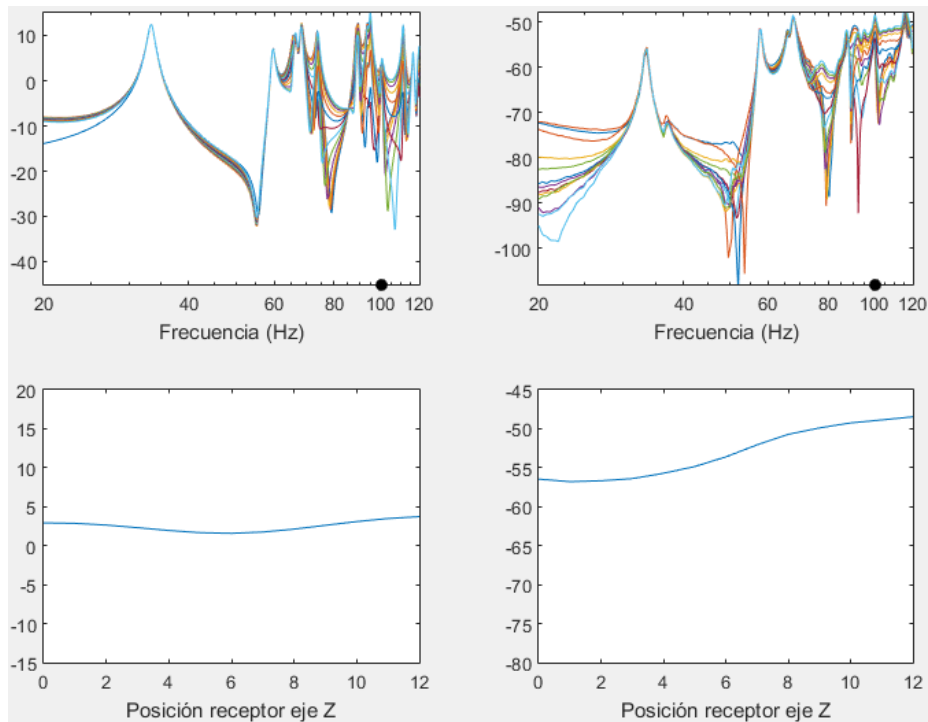
Correspondiente a la frecuencia propia  $f_{300} = 100,16$  Hz.



**Figura 38.** Respuestas en frecuencia y distribución espacial a la frecuencia del modo (3,0,0) obtenidas de manera teórica (izquierda) y medidas (derecha) para el eje X y en configuración C.



**Figura 39.** Respuestas en frecuencia y distribución espacial a la frecuencia del modo (3,0,0) obtenidas de manera teórica (izquierda) y medidas (derecha) para el eje Y y en configuración C.



**Figura 40.** Respuestas en frecuencia y distribución espacial a la frecuencia del modo (3,0,0) obtenidas de manera teórica (izquierda) y medidas (derecha) para el eje Z y en configuración C.

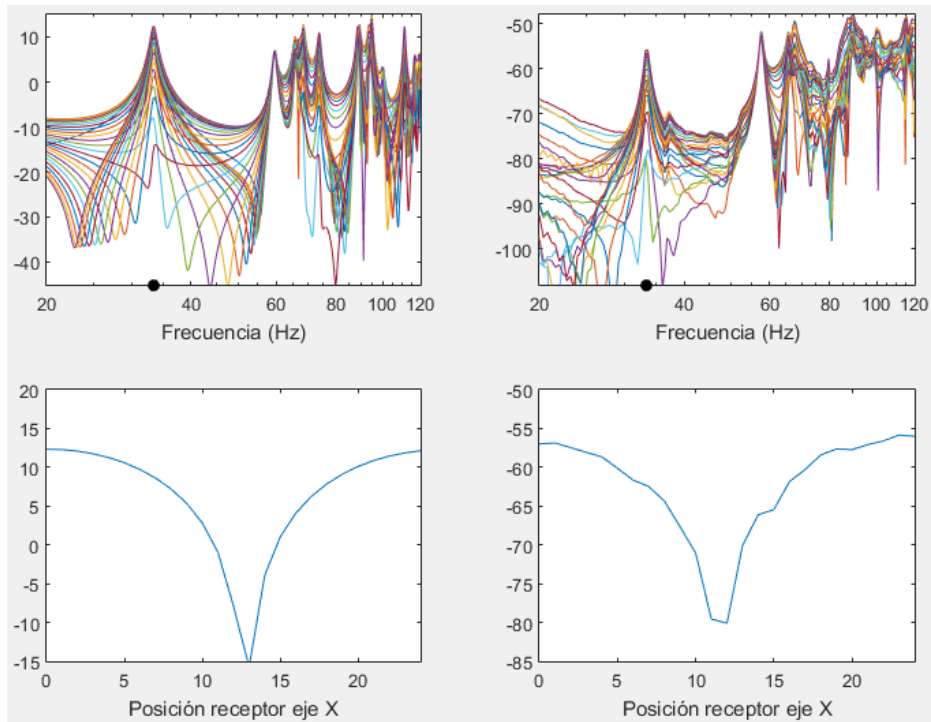
En las distribuciones teóricas se distingue perfectamente el modo axial (3,0,0), con su onda estacionaria en el eje X con tres mínimos y sus distribuciones planas en los ejes Y, Z. Sin embargo, en las distribuciones reales las formas de onda resultantes se alejan de lo esperado. Esto se debe a solapamientos con modos vecinos próximos, concretamente los oblicuos (1,1,1) y (2,1,1) que aparecen a las frecuencias propias  $f_{111} = 94,92$  Hz y  $f_{211} = 111,14$  Hz.

### 3.3.2 Configuración B

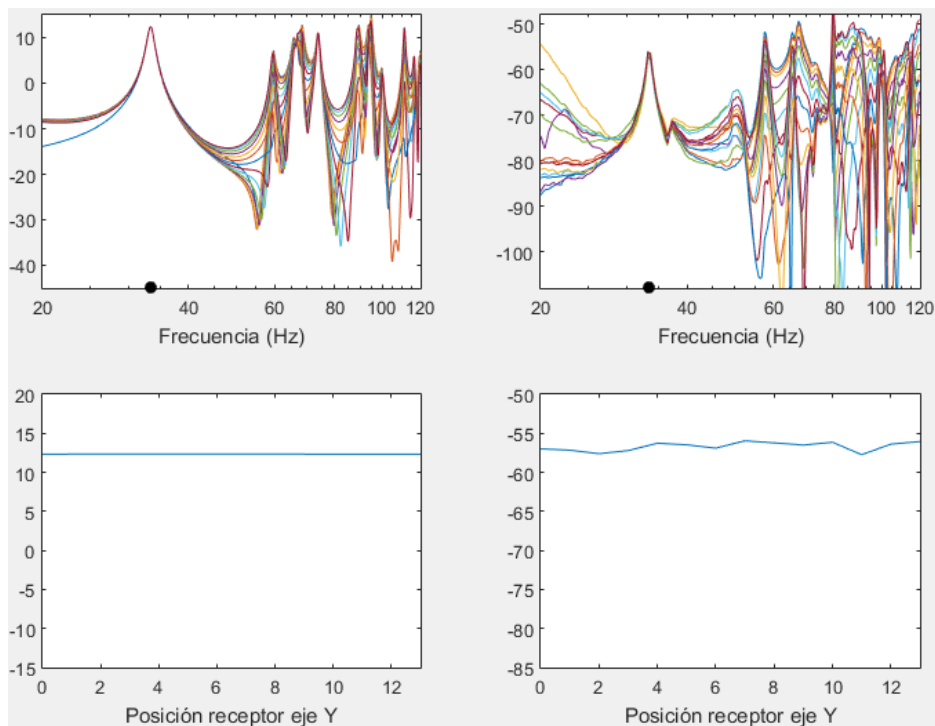
Esta configuración se aleja del modelo teórico al introducir paneles absorbentes en dos de sus paredes. Así, en este caso tenemos un modelo asimétrico con una pared no rígida en cada par.

**Modo (1,0,0)**

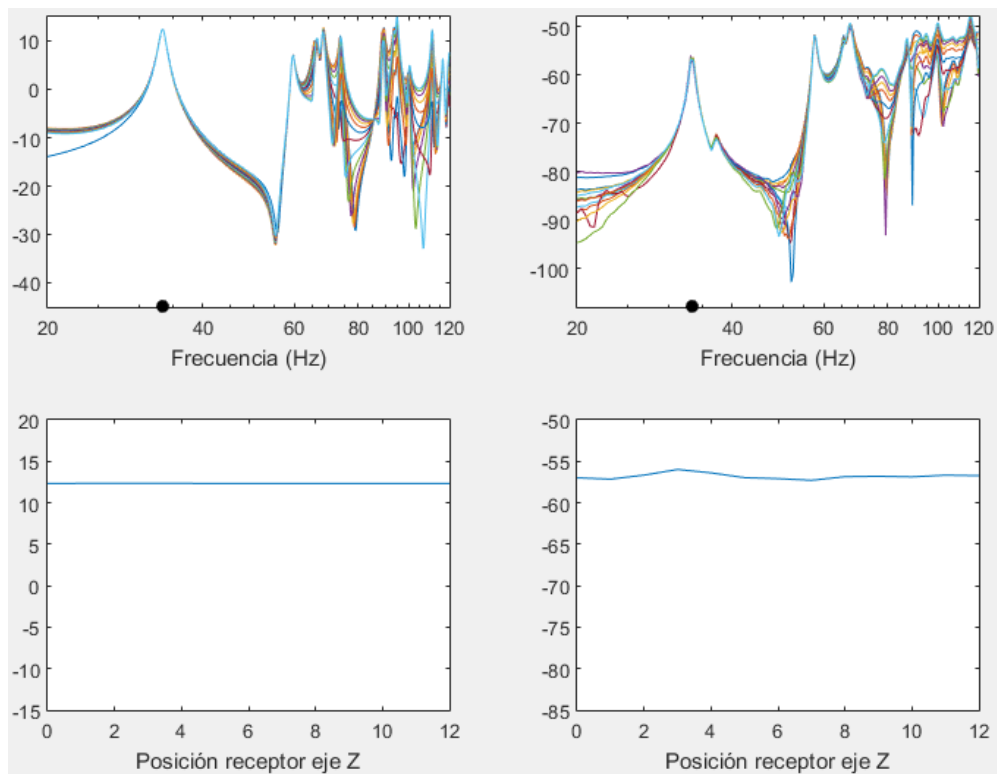
Correspondiente a la frecuencia propia  $f_{100} = 33,39$  Hz.



**Figura 41.** Respuestas en frecuencia y distribución espacial a la frecuencia del modo (1,0,0) obtenidas de manera teórica (izquierda) y medidas (derecha) para el eje X y en configuración B.



**Figura 42.** Respuestas en frecuencia y distribución espacial a la frecuencia del modo (1,0,0) obtenidas de manera teórica (izquierda) y medidas (derecha) para el eje Y y en configuración B.



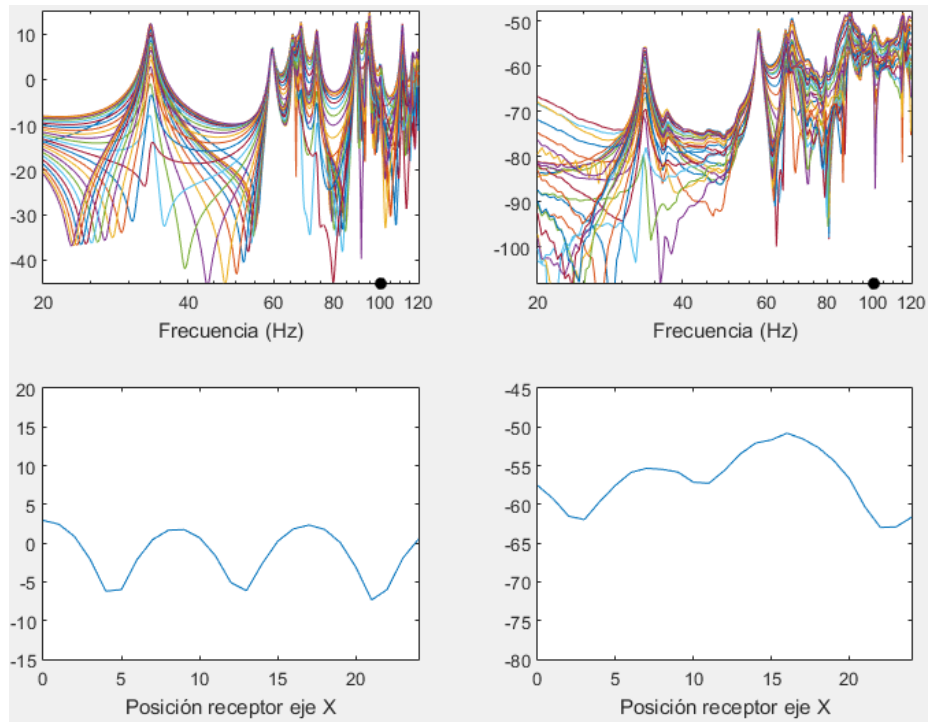
**Figura 43.** Respuestas en frecuencia y distribución espacial a la frecuencia del modo (1,0,0) obtenidas de manera teórica (izquierda) y medidas (derecha) para el eje Z y en configuración B.

En este caso se vuelve a distinguir perfectamente, tanto en la predicción como en las medidas, el modo axial (1,0,0). Comparando los resultados reales con los del mismo modo pero en configuración C, se aprecia un ligero aumento en la anchura del modo y consecuentemente una disminución de amplitud en la gráfica de distribución. Esto se puede discernir más fácilmente en la **Figura 41**. Se observa que la amplitud real de la onda estacionaria es menor que la teórica y algo menor que la medida en configuración C. No obstante esta variación provocada por el material absorbente colocado es mínima (aprox. 1,5 dB).

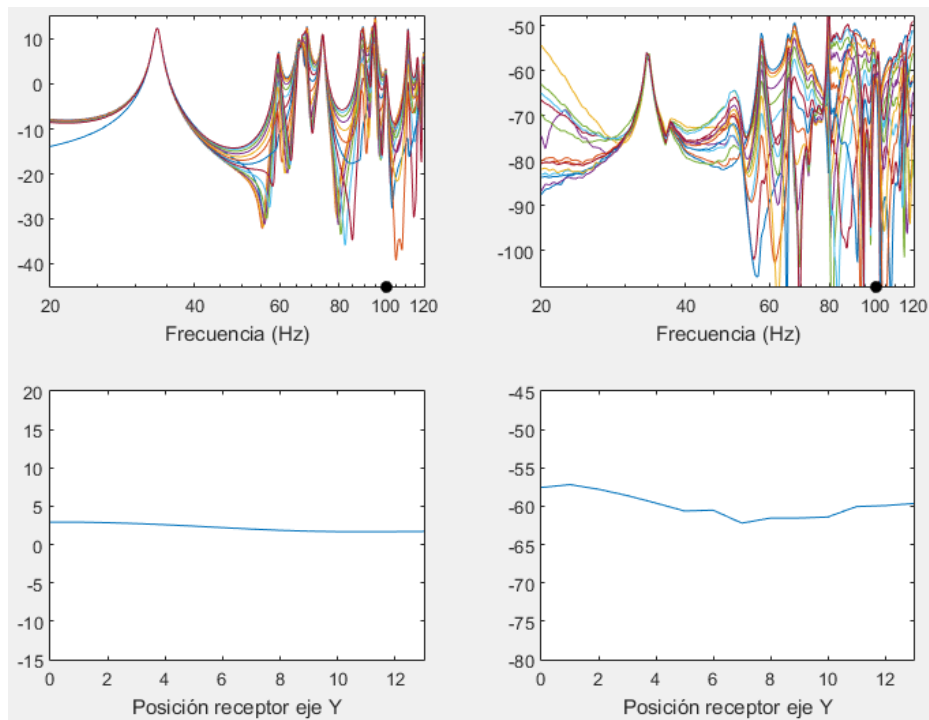


**Modo (3,0,0)**

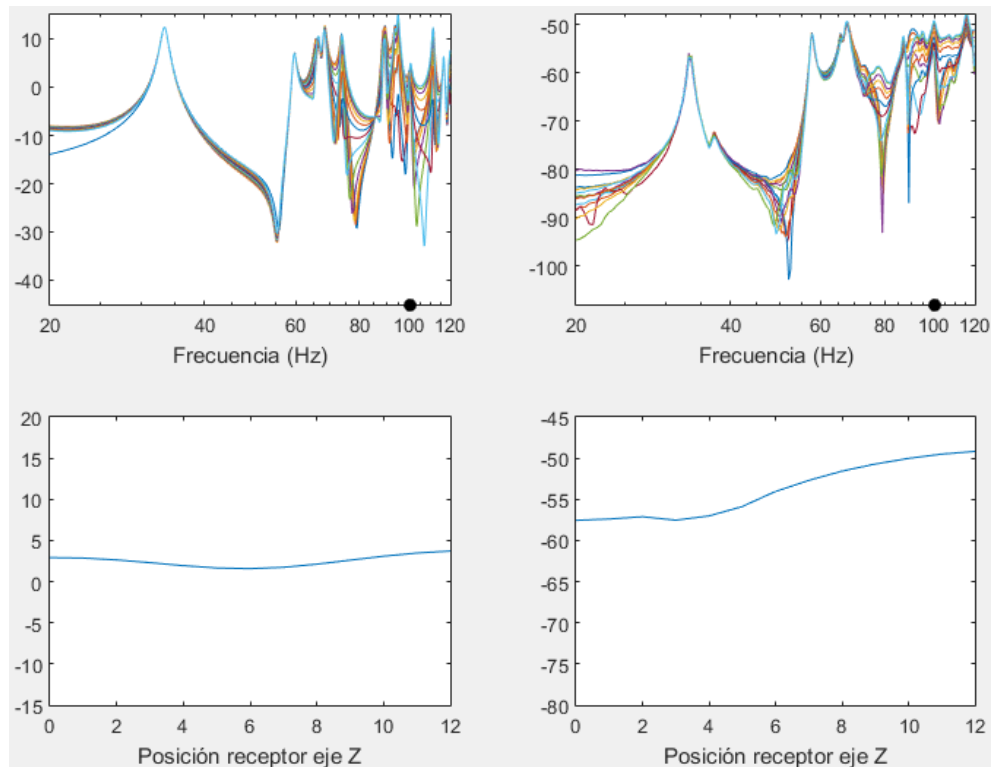
Correspondiente a la frecuencia propia  $f_{300} = 100,16$  Hz.



**Figura 44.** Respuestas en frecuencia y distribución espacial a la frecuencia del modo (3,0,0) obtenidas de manera teórica (izquierda) y medidas (derecha) para el eje X y en configuración B.



**Figura 45.** Respuestas en frecuencia y distribución espacial a la frecuencia del modo (3,0,0) obtenidas de manera teórica (izquierda) y medidas (derecha) para el eje Y y en configuración B.



**Figura 46.** Respuestas en frecuencia y distribución espacial a la frecuencia del modo (3,0,0) obtenidas de manera teórica (izquierda) y medidas (derecha) para el eje Z y en configuración B.

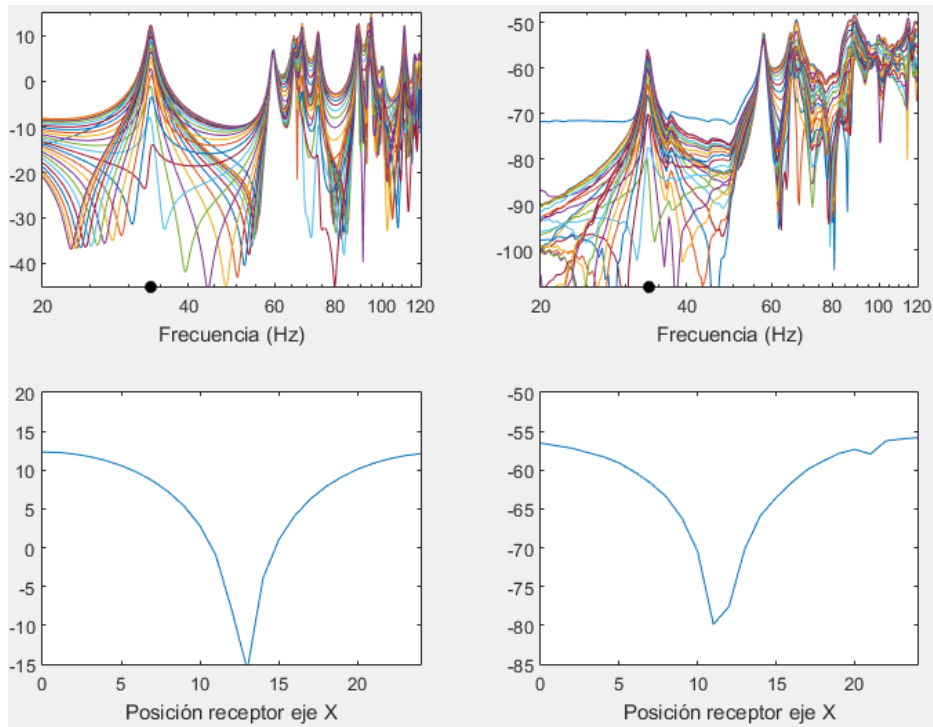
En este modo axial (3,0,0) centrado en la frecuencia propia  $f_{300} = 100,16$  Hz se percibe una variación mayor tanto en forma como en amplitud de las distribuciones reales obtenidas respecto a las de la configuración C. Se debe al aumento de la absorción, que hace que la anchura de los modos aumente y así el solapamiento con los modos cercanos (1,1,1) y (2,1,1) también es mayor.

### 3.3.3 Configuración A

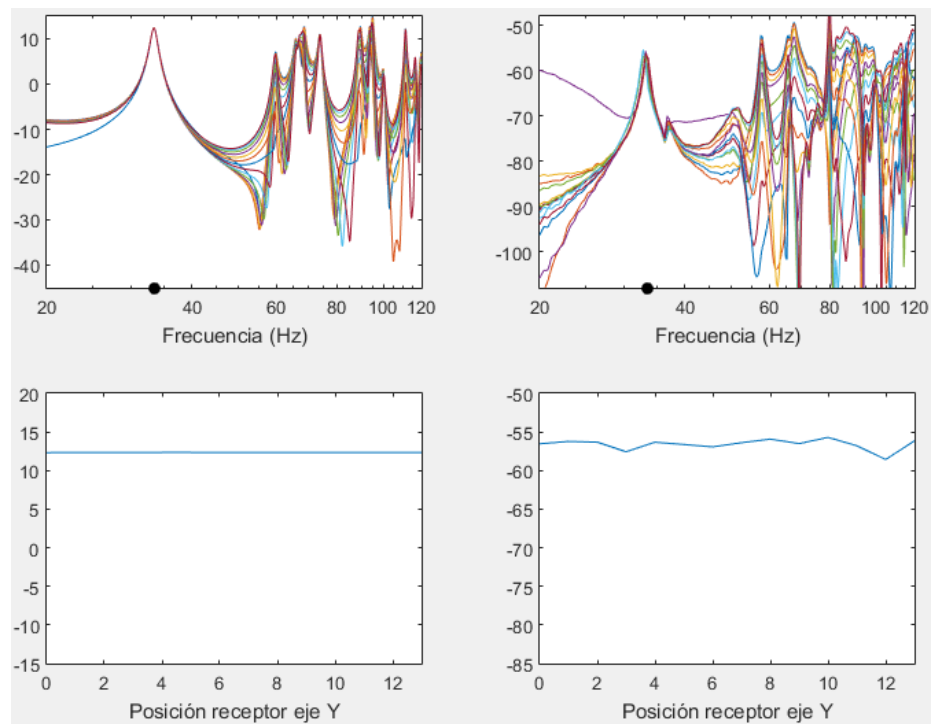
De nuevo se introducen paneles absorbentes, esta vez en las dos paredes que se dejaron vacías en la configuración B. En las zonas que ocupan se deja así de cumplir la condición de paredes rígidas, alejándose más aún del modelo teórico.

**Modo (1,0,0)**

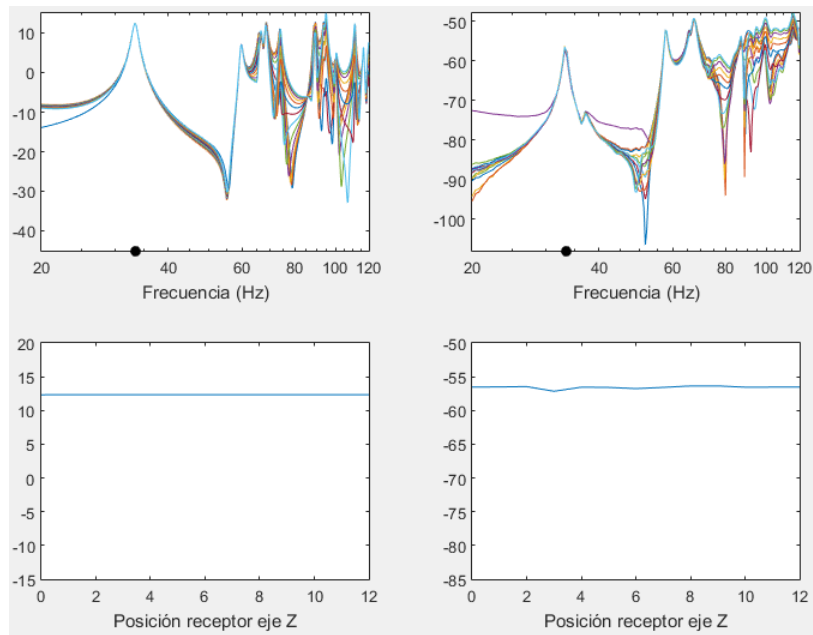
Correspondiente a la frecuencia propia  $f_{100} = 33,39$  Hz.



**Figura 47.** Respuestas en frecuencia y distribución espacial a la frecuencia del modo (1,0,0) obtenidas de manera teórica (izquierda) y medidas (derecha) para el eje X y en configuración A.



**Figura 48.** Respuestas en frecuencia y distribución espacial a la frecuencia del modo (1,0,0) obtenidas de manera teórica (izquierda) y medidas (derecha) para el eje Y y en configuración A.

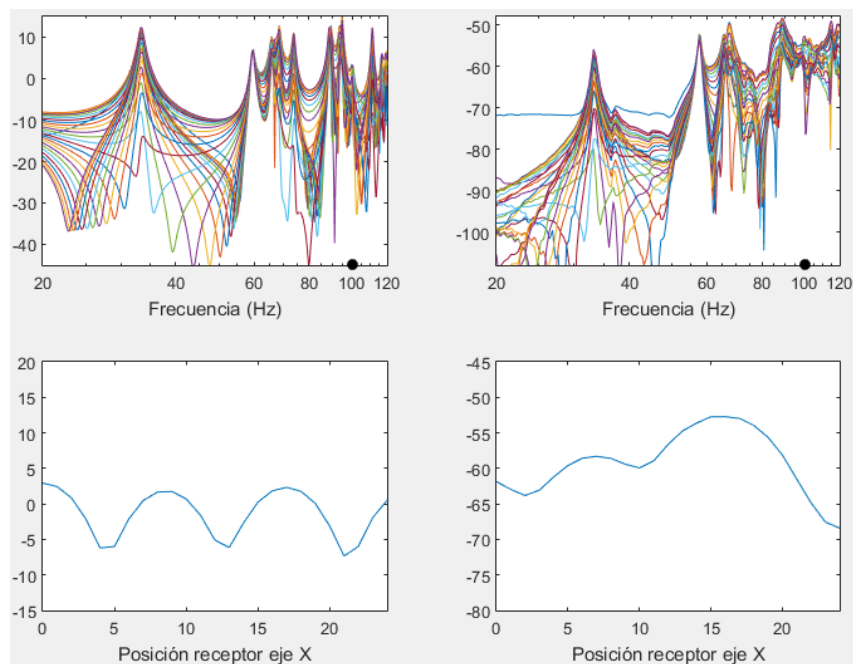


**Figura 49.** Respuestas en frecuencia y distribución espacial a la frecuencia del modo (1,0,0) obtenidas de manera teórica (izquierda) y medidas (derecha) para el eje Z y en configuración A.

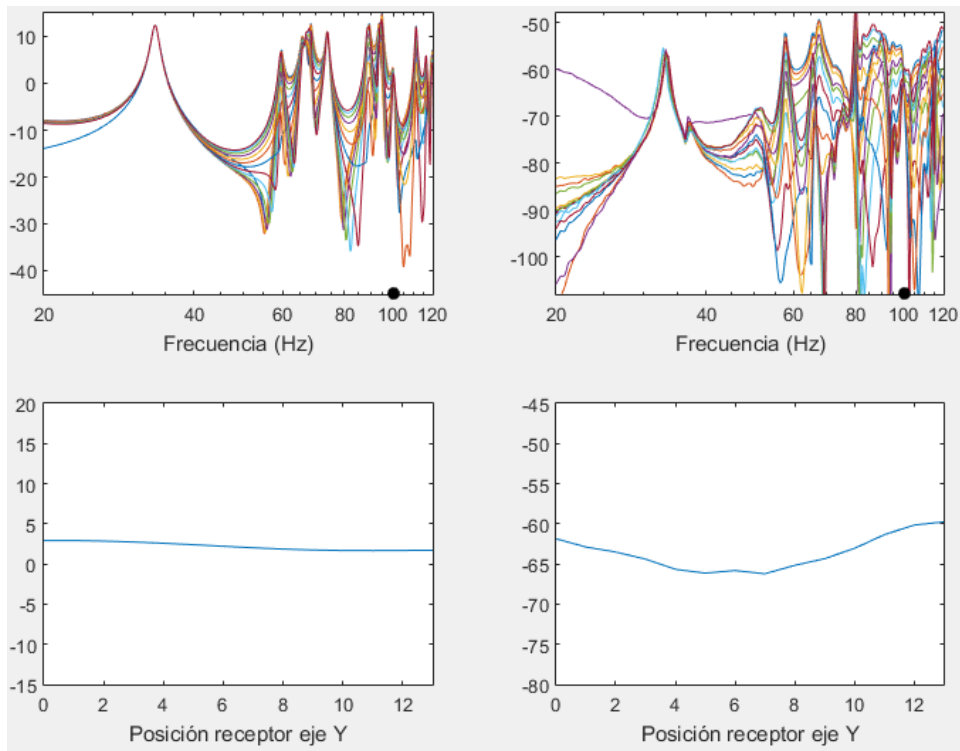
Para esta frecuencia de nuevo se encuentran pocos cambios al pasar a esta tercera configuración con más material absorbente. Desciende un poco más la amplitud del modo (1,0,0) respecto a la configuración B, 1 dB aproximadamente. En el resto de las gráficas no se aprecian variaciones.

### **Modo (3,0,0)**

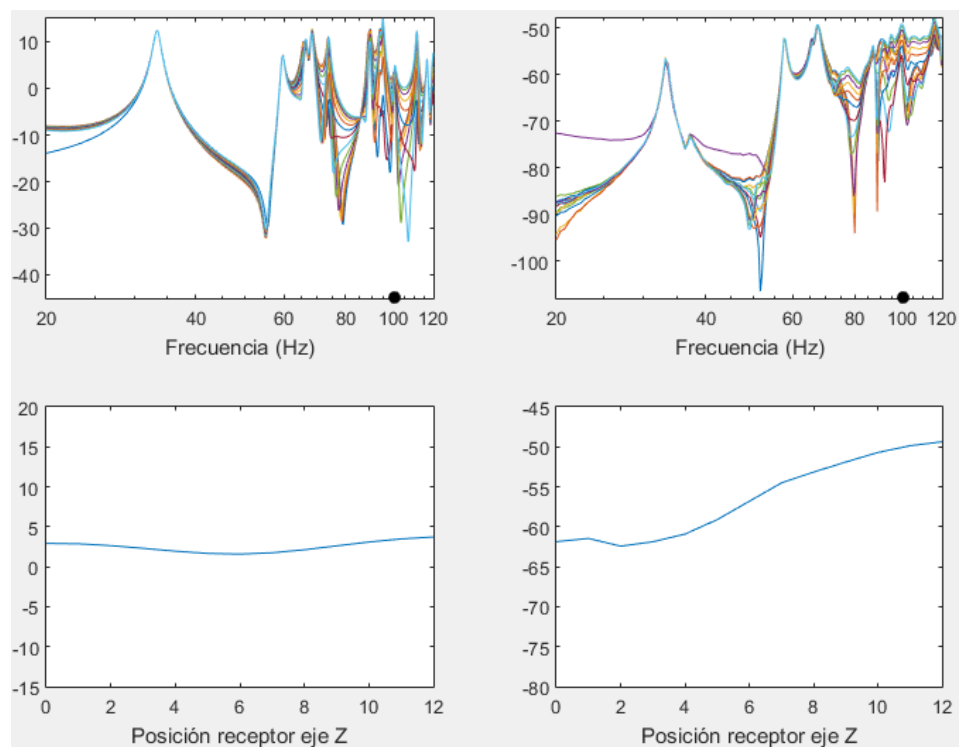
Correspondiente a la frecuencia propia  $f_{300} = 100,16$  Hz.



**Figura 50.** Respuestas en frecuencia y distribución espacial a la frecuencia del modo (3,0,0) obtenidas de manera teórica (izquierda) y medidas (derecha) para el eje X y en configuración A.

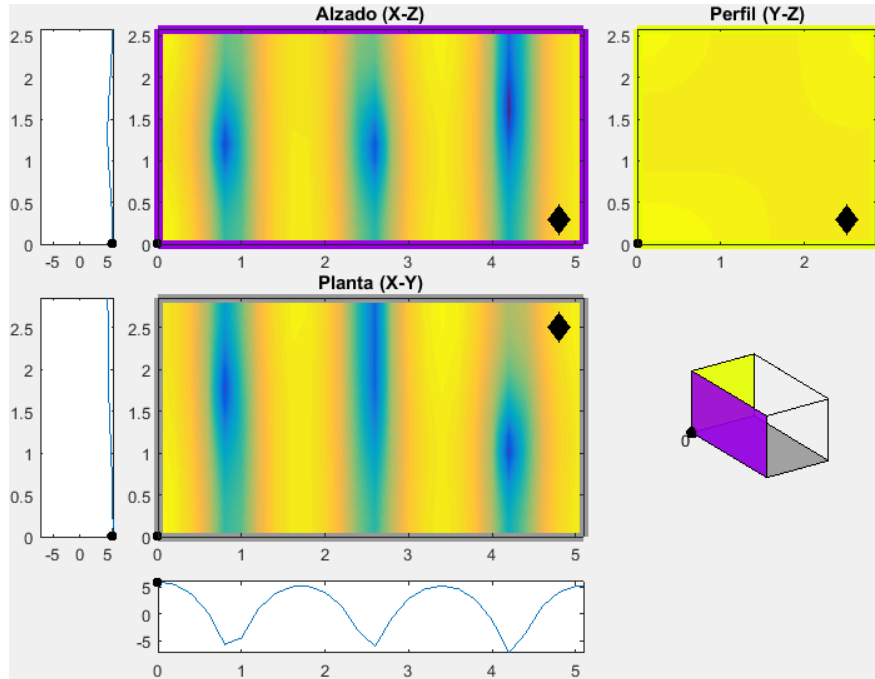


**Figura 51.** Respuestas en frecuencia y distribución espacial a la frecuencia del modo (3,0,0) obtenidas de manera teórica (izquierda) y medidas (derecha) para el eje Y y en configuración A.

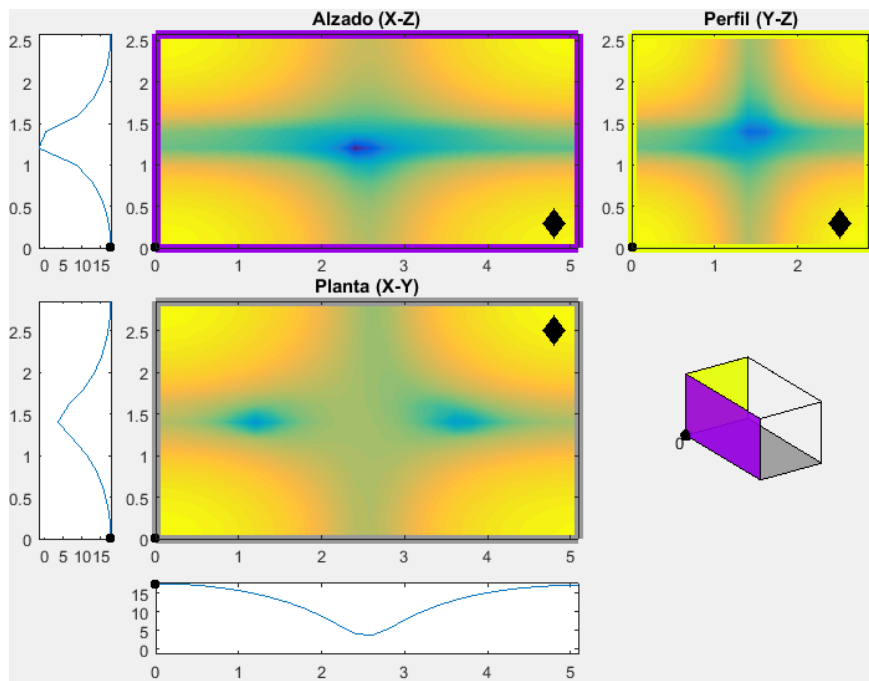


**Figura 52.** Respuestas en frecuencia y distribución espacial a la frecuencia del modo (3,0,0) obtenidas de manera teórica (izquierda) y medidas (derecha) para el eje Z y en configuración A.

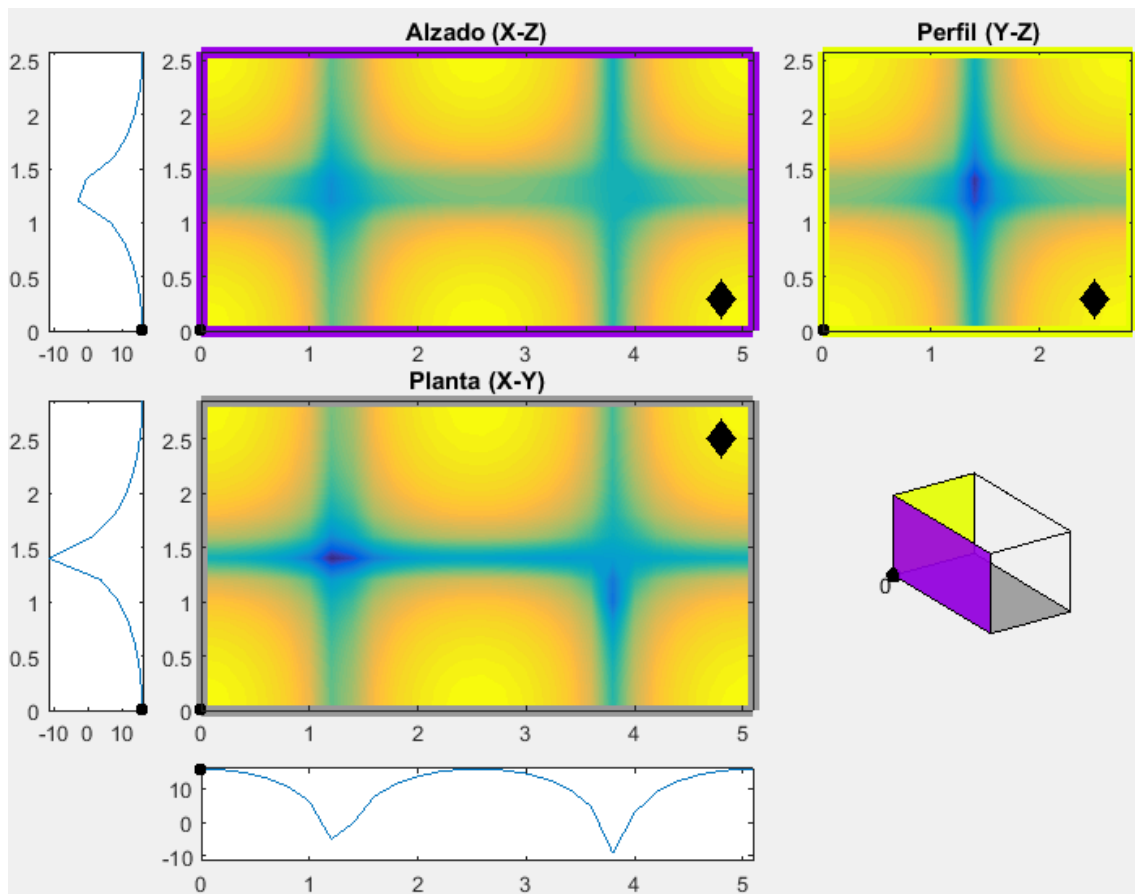
Con el aumento de la absorción vuelve a percibirse en el modo (3,0,0) un mayor solapamiento con los modos oblicuos vecinos. Con el fin de comprender el efecto de este solapamiento se acude de nuevo a la aplicación teórica. Introduciendo un valor T alto, se predicen modos con poco solapamiento, de forma que se puede apreciar su distribución sin efectos indeseados de los vecinos.



**Figura 53.** Vistas de la aplicación I cuando se selecciona la frecuencia  $f_{300} = 100,16$  Hz.

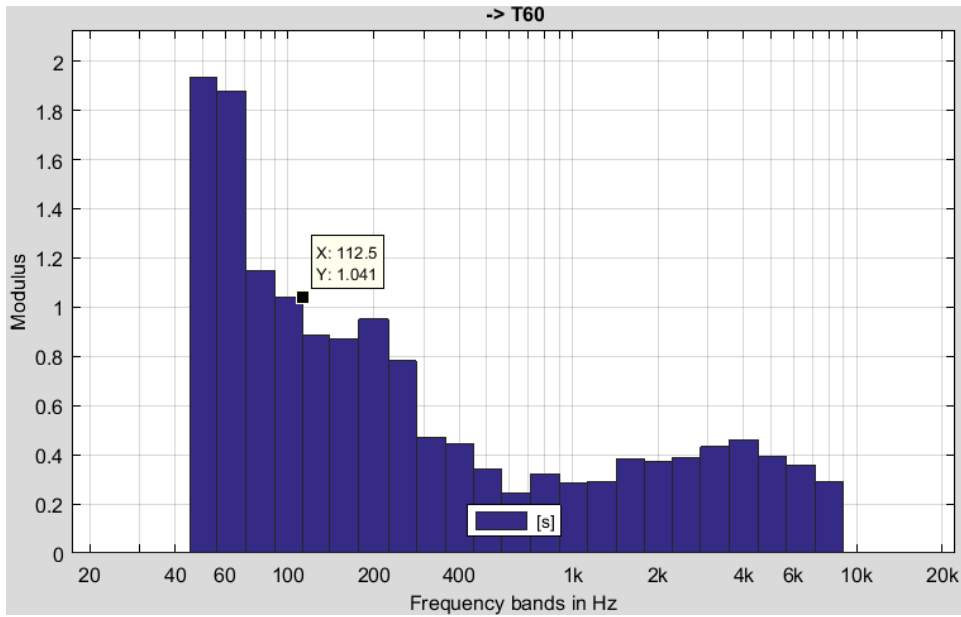


**Figura 54.** Vistas de la aplicación I cuando se selecciona la frecuencia  $f_{111} = 94,96$  Hz.



**Figura 55.** Vistas de la aplicación I cuando se selecciona la frecuencia  $f_{211} = 111,14$  Hz.

A continuación, en la misma aplicación, se vuelve a realizar una predicción pero modificando el tiempo de reverberación de manera que sea el T60 de la sala en configuración A para la banda de tercio de octava de 100 Hz. Se emplea la aplicación “Room Acoustics” de la toolbox de ITA, que al ejecutar el script “ita\_roomacoustics.m” muestra el tiempo de reverberación T60 en bandas de tercio de octava para cada una de las nueve posiciones de medida de la caracterización de la sala. Promediando a continuación los valores de la banda de 100 Hz de las nueve posiciones, se obtiene el valor a introducir como T.



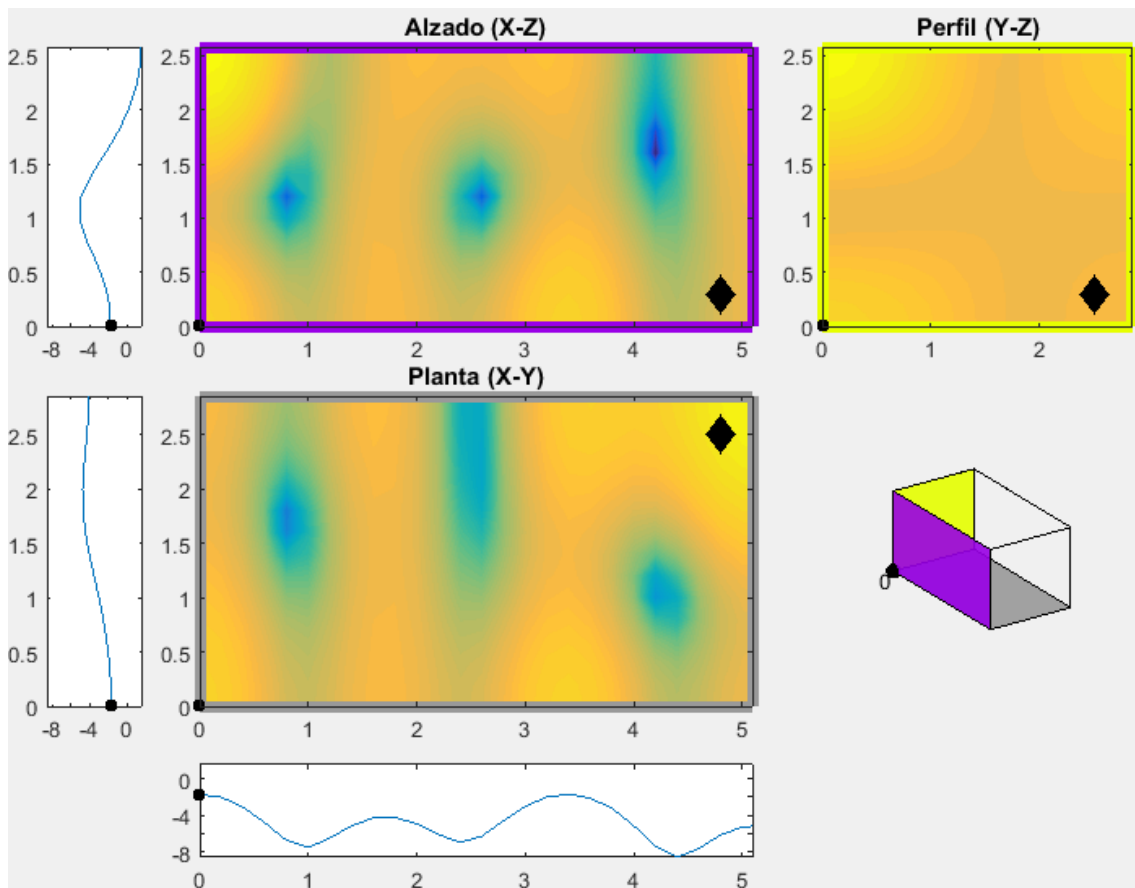
**Figura 56.** Obtención del T60 en bandas de tercio de octava para la posición de receptor 9 mediante la aplicación “Room Acoustics”.

	T60 (s)
<b>Posición 1</b>	1,04
<b>Posición 2</b>	0,94
<b>Posición 3</b>	0,89
<b>Posición 4</b>	0,91
<b>Posición 5</b>	0,90
<b>Posición 6</b>	0,87
<b>Posición 7</b>	1,00
<b>Posición 8</b>	0,92
<b>Posición 9</b>	0,95
<b>T60 PROMEDIO</b>	<b>0,94 s</b>

**Tabla 4.** Tabla de valores T60 en las nueve posiciones de receptor y promedio para 100 Hz.

Introduciendo este valor promedio como ‘T estimado (s)’ y seleccionando como frecuencia de representación la del modo (3,0,0), se obtiene una predicción teórica del solapamiento a dicha frecuencia:





**Figura 57.** Vistas de la aplicación I cuando se selecciona la frecuencia  $f_{211} = 111,14$  Hz con un tiempo de reverberación de 1,1 s.

Este resultado se asemeja mucho más al real, no obstante existen diferencias fácilmente apreciables al observar las gráficas de distribución. Estas diferencias se deben a dos factores:

- T dependiente de la frecuencia.  
El parámetro T está relacionado con A y varía con la frecuencia. Sin embargo, la predicción se calcula con un T no variable. Debido a esto, la anchura de los modos propios teóricos es distinta a la real; por lo tanto, el solapamiento no se calcula correctamente.
- Asimetría de la sala.  
En este caso, A y en consecuencia T tienen además una dependencia espacial debida a la presencia de paneles absorbentes ocupando zonas limitadas de pared. Es un caso de paredes no rígidas asimétricas, y esto no lo tiene en cuenta la aplicación.

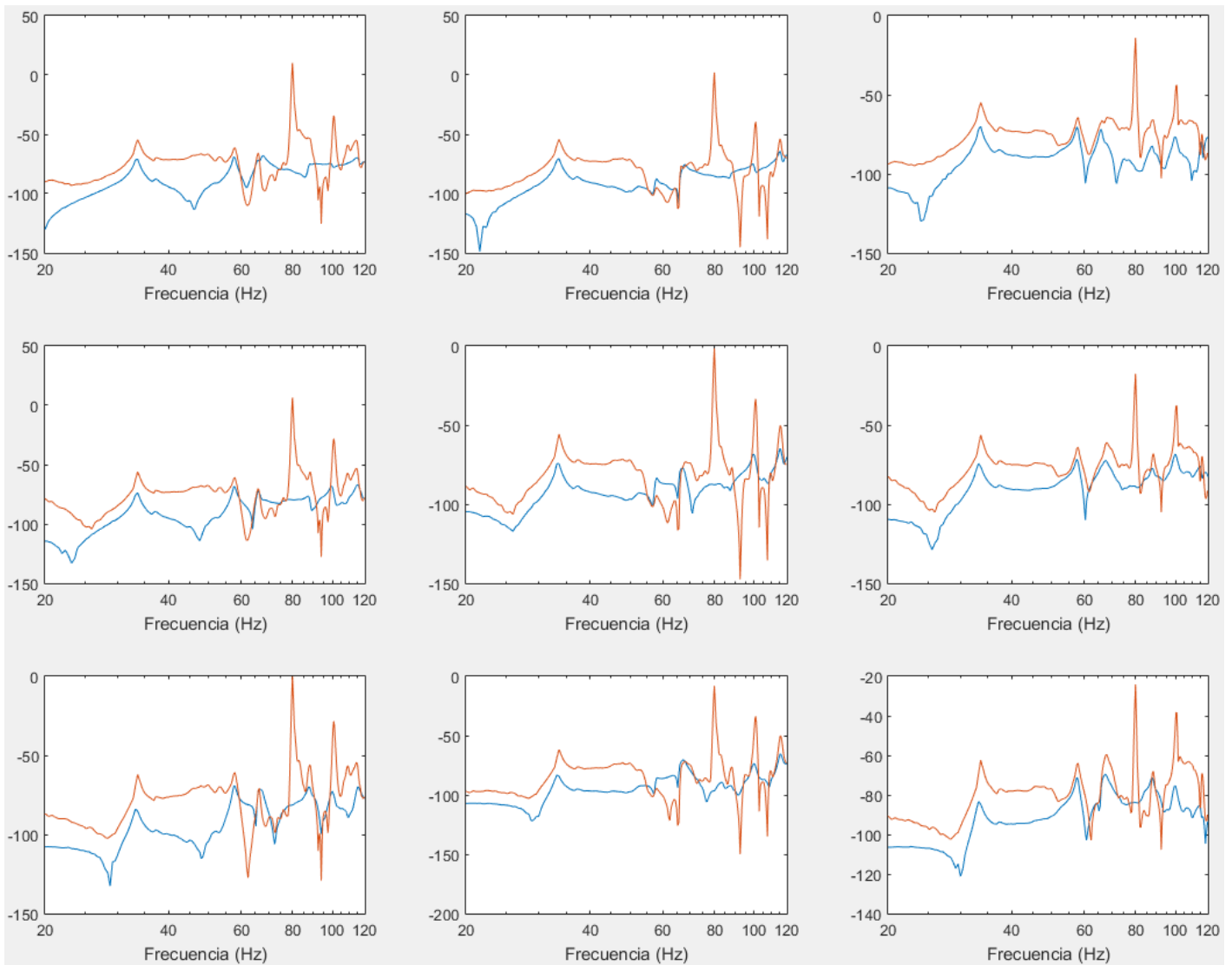
## 4. VALIDACIÓN DE LAS APLICACIONES

Como resumen, el objetivo central de este trabajo era la realización de dos aplicaciones mediante MATLAB para el estudio de la respuesta en bajas frecuencias de salas rectangulares. Así, se han programado las siguientes:

- Aplicación I: basada en modelos teóricos, busca ser una introducción sencilla e intuitiva al concepto complejo de la coloración y la aparición de modos propios así como su dependencia con parámetros estructurales y acústicos de las salas (tamaño, tiempo de reverberación). Su función es sobre todo didáctica y ha quedado probada en el apartado anterior.
- Aplicación II: se busca que realice predicciones de NPS en salas fiables a partir de un conjunto limitado de medidas, de forma que el procedimiento completo no resulte demasiado laborioso para el operario, y las muestre en una interfaz igual de intuitiva que la de la aplicación I. Se ha encontrado un posible método de predicción en la tesis "Distribution of sound fields in rooms at low frequencies"<sup>[3]</sup> que se ha empleado para implementar el código, no obstante es necesario comprobar el correcto funcionamiento de este procedimiento para poder validar el programa.

Por lo tanto, en este apartado se van a analizar los resultados obtenidos con el procedimiento de predicción propuesto en la tesis de Torgeir Berge. Para ello, se recurre a las medidas realizadas para la caracterización de la sala en nueve posiciones de la zona interior (no en los ejes). Se representarán las respuestas frecuenciales medidas en cada una de las posiciones junto con las correspondientes respuestas frecuenciales predichas, de manera que se pueda realizar una comparación rápida hallar las diferencias de niveles entre ellas para las distintas frecuencias. Se escoge para este análisis la configuración de sala C (sala vacía y sin paneles absorbentes).

A continuación se muestra una figura con las nueve gráficas correspondientes a las nueve posiciones de receptor. El orden seguido en la figura va de izquierda a derecha y de arriba abajo, de manera que las tres gráficas superiores se corresponden a las posiciones 1, 2 y 3.



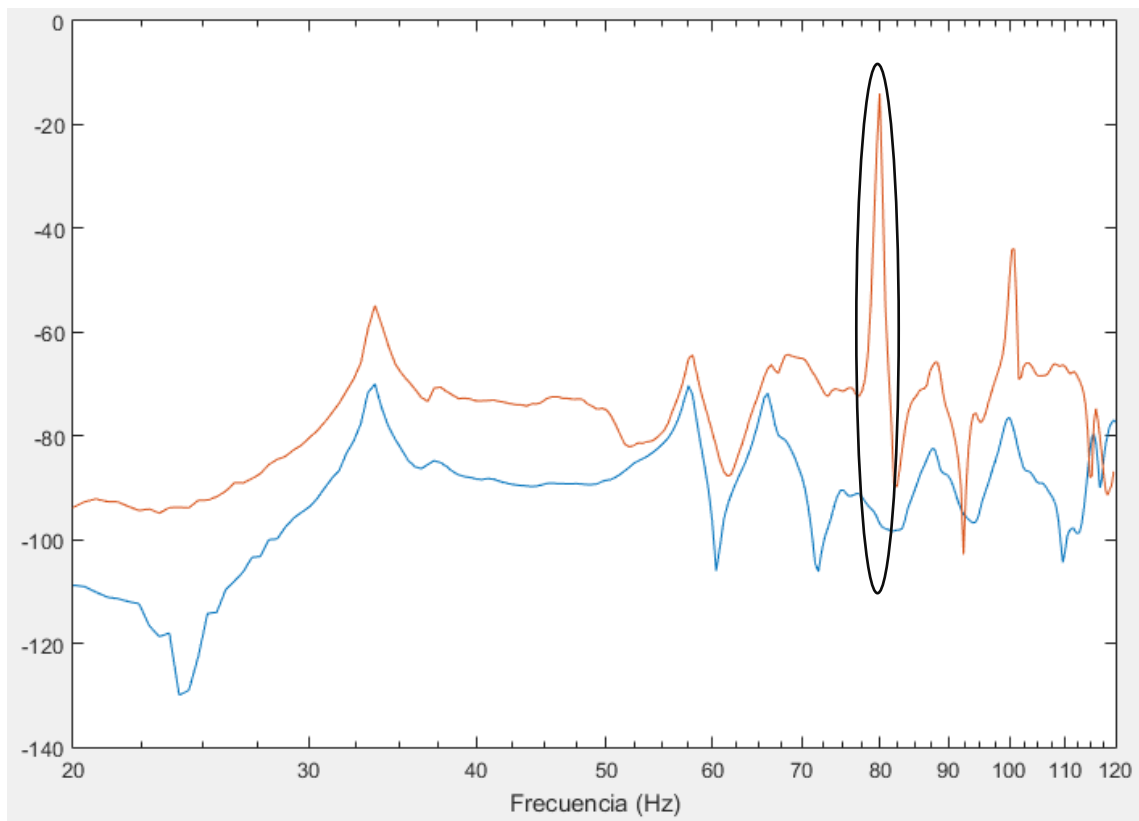
**Figura 58.** Comparativa de la respuesta en frecuencia predicha por la aplicación II y la respuesta medida para los nueve puntos de receptor con la sala en configuración C.

Observando las nueve gráficas se puede dividir la respuesta en frecuencia en dos zonas: la respuesta hasta 60 Hz (aproximadamente) y la respuesta a frecuencias superiores a esta. En la primera zona la forma de señal predicha (color rojo) es similar a la medida. A partir de 60 Hz empiezan a predecirse picos que no aparecen de ningún modo en las respuestas frecuenciales medidas.

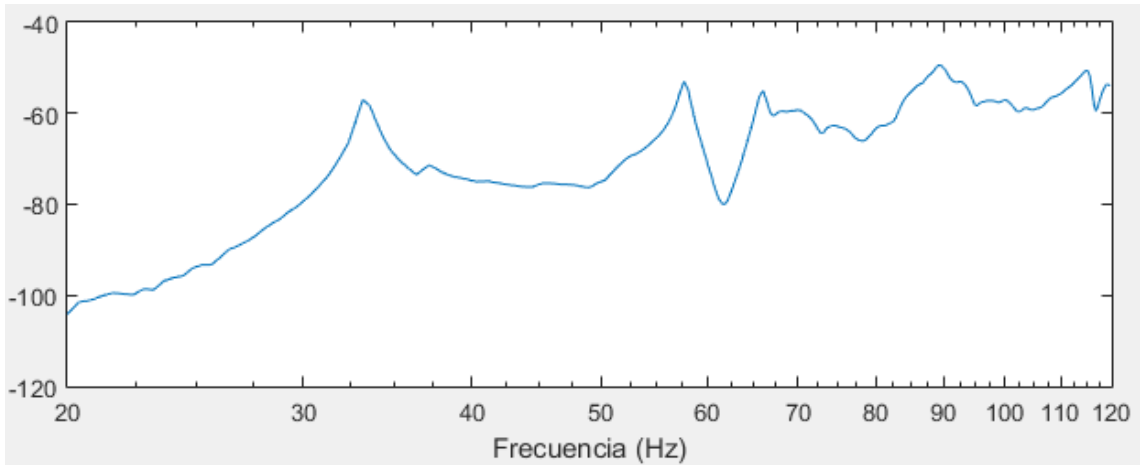
Resulta evidente, sin necesidad de observar las gráficas al detalle, que el error de predicción es alto para todas las frecuencias. En la zona inferior del eje ( $f \leq 60$  Hz) alcanza los 50 dB en frecuencias cercanas a 50 Hz en las posiciones de receptor 1,4 y 7, las más cercanas a la fuente, y el error mínimo, que aparece en frecuencias inferiores a la del axial 1,0,0 ( $f_{100} = 33,39$  Hz), varía entre los 5 y los 10 dB en las distintas gráficas. Para la zona superior del eje ni si quiera merece la pena valorar el error entre las predicciones y las medidas.

Lo más sorprendente de estas gráficas es la aparición de picos no esperados en las predicciones, en frecuencias concretas, las mismas para todas las posiciones. De hecho, en todas las gráficas aparece un pico centrado en 80 Hz cuando la respuestas frecuenciales de las medidas están prácticamente planas. Para entender el porqué de este pico, se acude a la ecuación (33). A partir de esta se deduce que los NPS en un punto  $(X_i, Y_i, Z_i)$  se predicen a partir de los de la posición de referencia (origen de coordenadas  $(0,0,0)$ ) y los de las posiciones en los ejes  $(X_i, 0, 0)$ ,  $(0, Y_i, 0)$  y  $(0, 0, Z_i)$ . Observando las respuestas en estos puntos de los que depende la predicción quizás se pueda encontrar el origen del pico a 80 Hz.

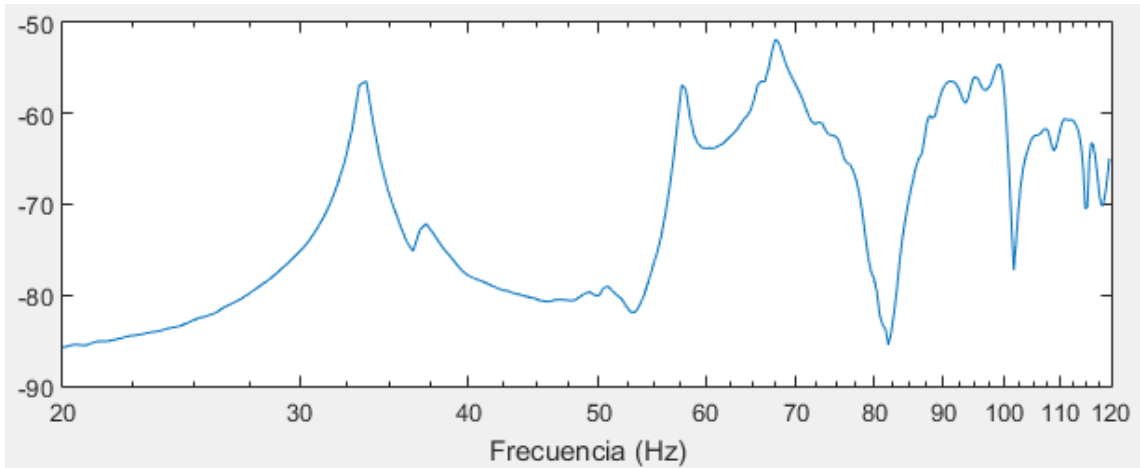
Tomando como ejemplo la posición 3 de receptor ( $X = 4\text{m}$ ,  $Y = 0,8\text{m}$ ,  $Z = 1,2\text{m}$ ), se representa en primer lugar la comparación predicción-medidas, se identifican los picos anormales y a continuación se muestran las respuestas frecuenciales de las posiciones a partir de las cuales se compone la de la posición 3 con el fin de determinar la causa de su aparición.



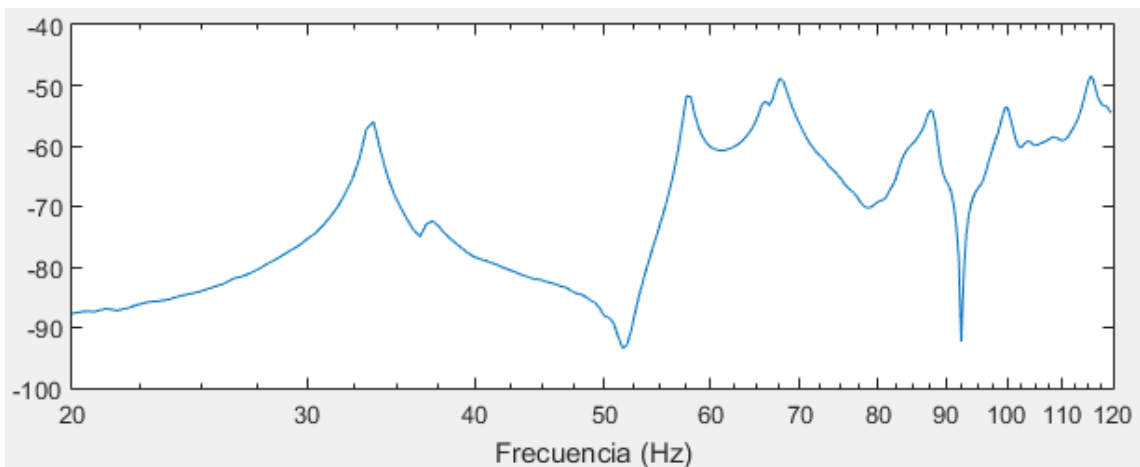
**Figura 59.** Gráfica que compara las respuestas en frecuencia medida y predicha en la posición 3 de receptor, con la sala en configuración C. Identificación de picos anómalos en la respuesta frecuencial calculada.



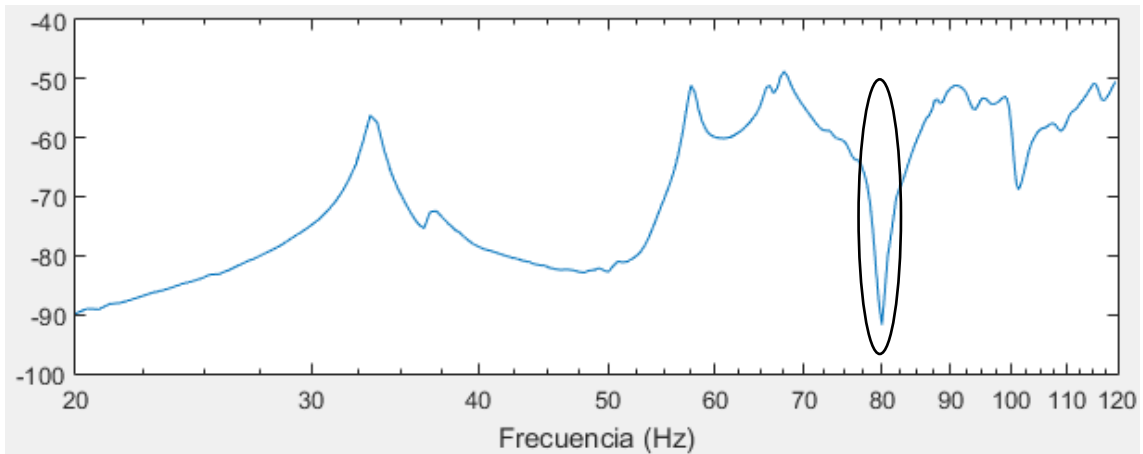
**Figura 60.** Respuesta frecuencial medida en la posición  $(X=4 \ Y=0 \ Z=0)$ , en el eje X.



**Figura 61.** Respuesta frecuencial medida en la posición  $(X=0 \ Y=0,8 \ Z=0)$ , en el eje Y.



**Figura 62.** Respuesta frecuencial medida en la posición  $(X=0 \ Y=0 \ Z=1,2)$ , en el eje Z.



**Figura 63.** Respuesta frecuencial medida en la posición de referencia ( $X=0$   $Y=0$   $Z=0$ ).

El origen del pico positivo predicho se encuentra en la respuesta frecuencial en la posición de referencia. Aparece aquí un mínimo a 80 Hz, debido a la distancia existente entre los dos modos propios vecinos, centrados en  $f_{101} = 73,87$  Hz y  $f_{011} = 88,84$  Hz. Como  $p_{ref}$  está en el denominador, se obtiene un máximo a la misma frecuencia en la predicción.

El método de predicción de niveles parece demasiado sensible a pequeñas desviaciones en las condiciones de frontera rígida, por lo que debería ser analizada en profundidad su capacidad de estimar los niveles de presión en situaciones reales, valorando al mismo tiempo otros posibles motivos por los que puedan aumentar los errores de predicción, como variaciones de las posiciones del receptor respecto a las marcadas.

## 5. CONCLUSIONES

- Se ha diseñado una herramienta didáctica intuitiva y sencilla mediante la que tomar un primer contacto con los efectos manifestados en recintos pequeños a bajas frecuencias. El resultado cumple ese propósito.  
La herramienta permite predecir NPS teóricos de una sala definida a través de las variables de entrada (dimensiones, parámetros acústicos característicos y localizaciones de fuente y receptor), visualizarlos en modo planta-perfil-alzado y dependiendo de la frecuencia seleccionada, visualizar distribuciones espaciales a lo largo de los ejes, analizar las respuestas frecuenciales en los distintos puntos de la sala trasladando el receptor, estudiar el efecto de la variación del tiempo de reverberación y la posición de fuente en la respuesta de la sala y calcular las frecuencias propias de la sala.
- Se ha diseñado una herramienta capaz de cargar medidas realizadas en los ejes X, Y, Z de una sala y predecir la respuesta de la sala en tres dimensiones. Permite visualizar las predicciones en las tres vistas de la sala seleccionando la frecuencia, visualizar distribuciones espaciales en los ejes, analizar las respuestas frecuenciales en los distintos puntos de la sala variando la posición del receptor y calcular las frecuencias propias de la sala. La herramienta debe ser depurada.
- Se observa la limitación de las aplicaciones para predecir niveles de presión sonora en situaciones reales debido a su sensibilidad a pequeñas desviaciones en las condiciones de frontera rígida.
- Se ha detectado la dependencia de la anchura de los modos propios con el tiempo de reverberación, relacionado a su vez con el amortiguamiento de las paredes de la sala que varía con la frecuencia.
- Se ha detectado la dependencia de la posición de fuente en la excitación de los modos propios de la sala, máxima en las esquinas.
- Se ha observado la dependencia de la posición de receptor en la detección de modos propios en la respuesta en frecuencia de la sala, registrándose en máximo en las esquinas del recinto.
- Las características acústicas de un recinto dependen de su diseño (proporciones, materiales de construcción empleados y presencia de elementos de comunicación con el exterior, como ventanas y puertas). Un mal diseño generará comportamientos frecuenciales indeseados y puede que no se puedan paliar de manera sencilla. Concretamente, en recintos pequeños pueden crearse coloraciones difíciles de corregir. La sala de analizada, con proporciones (1,97 ; 1,1 ; 1), no cumple los distintos criterios de proporciones recomendados.

- Se ha comprobado que los modos axiales son los que más problemas causan en la respuesta en bajas frecuencias de una sala, en especial cuando aparecen aislados debido a las dimensiones de la sala. En estos casos, los modos no se solapan con vecinos y no es sencillo controlar la coloración de la sala a esas frecuencias.



## 6. LÍNEAS FUTURAS

- **Mejoras en la aplicación I.**

Siendo apta para la función didáctica para la que ha sido diseñada, podría incrementarse sus capacidades tanto de predicción como de visualización. Por un lado, sería interesante que la aplicación permitiera cargar valores de T en bandas de tercio de octava. De este modo, los resultados calculados se asemejarían más a la realidad. Otra posible mejora es la implementación de una herramienta de evaluación de la sala en función de los criterios de proporciones recomendadas. Esto sería útil en fases de diseño o modificación de salas.

Con el fin de obtener predicciones lo más similares a la realidad restaría introducir de algún modo la fuente empleada en las predicciones. Para ello, primero habría que obtener la respuesta de la fuente, a ser posible en una cámara anecoica, y luego aplicarla sobre las respuestas frecuenciales predichas a modo de filtro corrector.

- **Análisis más profundo de las capacidades del método de predicción a partir de medidas.**

Depuración de la segunda herramienta programada. Es conveniente realizar más pruebas con la aplicación para determinar de forma más rigurosa las razones por las que aparecen errores altos de predicción. Además del hecho de que en situaciones reales es fácil que no se cumplan las condiciones de frontera rígida, puede haber errores en el proceso de medida, como por ejemplo que el receptor se desvíe ligeramente y se coloque en posiciones en las que no pueden predecirse después niveles debido a la resolución empleada en las posiciones de los ejes.

- **Implementación de una herramienta de medida integrada en la aplicación de predicción.**

Empleando las capacidades de ITA toolbox se puede diseñar una herramienta más completa que abarque todo el proceso, desde la realización de medidas hasta la visualización de las predicciones.

Por un lado, se puede implementar el método de medida explicado en el apartado 2.2 de forma que se registren los NPS de las posiciones definidas en los ejes X, Y, Z mediante Matlab y posteriormente se empleen para predecir los niveles en el resto de posiciones. Esto ahorraría el trabajo de transformar los formatos de las medidas para poder leer desde Matlab las obtenidas con WinMLS, que es como se funciona en este momento. Además, hay que recordar que WinMLS es un software antiguo que se va quedando desactualizado mientras que Matlab ofrece un amplio abanico de posibilidades de programación y visualización, como herramienta de cálculo es muy potente y el lenguaje de programación es intuitivo, con un tiempo de aprendizaje corto.

Se propone también otro procedimiento de medidas más completo y automatizado, que permita guardar los NPS reales en todas las posiciones de la sala sin necesidad de que el operario tenga que tomarlas de forma manual. Esto se logra gracias a un robot sencillo dotado de un par de motores que le permitan trazar líneas rectas y girar y con una placa Arduino en la que se cargue el recorrido a seguir. Así, bastaría con colocar el robot en un punto inicial y este se desplazaría de una posición a otra automáticamente,

comunicándose en cada detención con un programa generado en Matlab que mandaría el sweep a la fuente y recogería los datos captados por el receptor, situado encima del robot.

Este segundo procedimiento de medida tendría dos ventajas claras: la primera es que no haría falta que el operario estuviera presente más que en el momento inicial y al terminar las medidas y la segunda, que no se precisaría recurrir a la predicción y la sala quedaría caracterizada de forma rigurosa con los NPS reales de cada posición. Además, con la automatización se puede controlar mejor el error posicionamiento.

## Referencias

- [1] Heinrich Kuttruff (2009). *Room Acoustics* (5<sup>th</sup> ed.). New York: Spoon Press.
- [2] Lawrence E. Kinsler (2009). *Fundamentos de acústica*. Ed. Limusa.
- [3] Torgeir Berge Sjølingstad (2005). *Distribution of sound fields in rooms at low frequencies*. Institutt for elektronikk og telekommunikasjon. Norges Teknisk-Naturvitenskapelige Universitettrondheim.
- [4] R. H. Bolt (1946). Note on Normal Frequency Statistics for Rectangular Rooms. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 18.
- [5] O. J. Bonello (1981). A New Criterio for the Distribution of Normal Room Modes. *Journal of the Audio Engineering Society*.
- [6] C. L. S. Gilford (1979). The acoustic design of talk studios and listening rooms. *Journal of the Audio Engineering Society*.
- [7] L. W. Sepmeyer (1965). Computed Frequency and Angular Distribuion of the Normal Modes of Vibration in Rectangular Rooms. *The Journal of the Acoustical Society of America*.
- [8] M. M. Louden (1971). Dimension ratios of rectangular rooms with good distribution of eigentones. *Acta Acustica*.
- [9] R. Walker (1996). Optimum Dimension Ratios for Small Rooms. *100th Convention of the AES*.
- [10] Trevor J Cox and Peter D'Antonio (2000). Determining Optimum Room Dimensions for Critical Listening Environments: A New Methodology. *110th Convention of the AES*.
- [11] Operating Eurovision and Euroradio (1998). *EBU Tech. 3276: Listening conditions for the assessment of sound programme material: monophonic and two-channel stereophonic*. Geneve: EBU.