

MATEMÁTICAS

Adriana ZUGASTI VIDEGAIN

MATEMÁTICAS: APRENDIZAJE
DEL ALUMNADO CON N.E.E
MEDIANTE EL USO DE
MATERIALES MANIPULATIVOS

TFG/*GBL* 2017

upna
Universidad
Pública de Navarra
Nafarroako
Unibertsitate Publikoa

Facultad de Ciencias Humanas y Sociales
Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea

Grado en Maestro de Educación Primaria
/ Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Grado en Maestro en Educación Primaria
Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Trabajo Fin de Grado
Gradu Bukaerako Lana

**MATEMÁTICAS: APRENDIZAJE DEL
ALUMNADO CON N.E.E MEDIANTE EL USO DE
MATERIALES MANIPULATIVOS**

Adriana ZUGASTI VIDEGAIN

FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y SOCIALES
GIZA ETA GIZARTE ZIENTZIEN FAKULTATEA

UNIVERSIDAD PÚBLICA DE NAVARRA
NAFARROAKO UNIBERTSITATE PUBLIKOA

Estudiante / Ikaslea

Adriana ZUGASTI VIDEGAIN

Título / Izenburua

Matemáticas: aprendizaje del alumnado con N.E.E mediante el uso de materiales manipulativos

Grado / Gradu

Grado en Maestro en Educación Primaria / Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Centro / Ikastegia

Facultad de Ciencias Humanas y Sociales / Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea
Universidad Pública de Navarra / Nafarroako Unibertsitate Publikoa

Director-a / Zuzendaria

Gustavo OCHOA LEZAUN

Departamento / Saila

Departamento de Matemáticas / Matematika saila

Curso académico / Ikasturte akademikoa

2016/2017

Semestre / Seihilekoa

Primavera / Udaberria

Preámbulo

El Real Decreto 1393/2007, de 29 de octubre, modificado por el Real Decreto 861/2010, establece en el Capítulo III, dedicado a las enseñanzas oficiales de Grado, que “estas enseñanzas concluirán con la elaboración y defensa de un Trabajo Fin de Grado [...] El Trabajo Fin de Grado tendrá entre 6 y 30 créditos, deberá realizarse en la fase final del plan de estudios y estar orientado a la evaluación de competencias asociadas al título”.

El Grado en Maestro en Educación Primaria por la Universidad Pública de Navarra tiene una extensión de 12 ECTS, según la memoria del título verificada por la ANECA. El título está regido por la *Orden ECI/3857/2007, de 27 de diciembre, por la que se establecen los requisitos para la verificación de los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Primaria*; con la aplicación, con carácter subsidiario, del reglamento de Trabajos Fin de Grado, aprobado por el Consejo de Gobierno de la Universidad el 12 de marzo de 2013.

Todos los planes de estudios de Maestro en Educación Primaria se estructuran, según la Orden ECI/3857/2007, en tres grandes módulos: uno, *de formación básica*, donde se desarrollan los contenidos socio-psico-pedagógicos; otro, *didáctico y disciplinar*, que recoge los contenidos de las disciplinas y su didáctica; y, por último, *Practicum*, donde se describen las competencias que tendrán que adquirir los estudiantes del Grado en las prácticas escolares. En este último módulo, se enmarca el Trabajo Fin de Grado, que debe reflejar la formación adquirida a lo largo de todas las enseñanzas. Finalmente, dado que la Orden ECI/3857/2007 no concreta la distribución de los 240 ECTS necesarios para la obtención del Grado, las universidades tienen la facultad de determinar un número de créditos, estableciendo, en general, asignaturas de carácter optativo.

Así, en cumplimiento de la Orden ECI/3857/2007, es requisito necesario que en el Trabajo Fin de Grado el estudiante demuestre competencias relativas a los módulos de formación básica, didáctico-disciplinar y practicum, exigidas para todos los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Primaria.

En este trabajo, el módulo *de formación básica* se encuentra presente en el segundo apartado del trabajo, en el "marco teórico", y nos ha permitido enmarcar nuestra propuesta a través de diferentes teorías y aspectos psicopedagógicos, haciendo referencia a diversos autores; es decir, nos ha permitido fundamentar y plantear una serie de requisitos para poder desarrollar la propuesta didáctica.

El módulo *didáctico y disciplinar* se refleja en el tercer y cuarto punto del trabajo, a la hora de la elaboración de las actividades a llevar a cabo en nuestra propuesta, teniendo en cuenta el currículo. Se trata de una de las partes fundamentales y relevantes de nuestro trabajo ya que ha posibilitado la creación de una propuesta dirigida fundamentalmente a trabajar contenidos matemáticos.

Asimismo, el módulo *practicum* ha permitido aprehender e integrar los conocimientos adquiridos en los dos módulos anteriores. Está concretado en el último apartado del trabajo y muestra el desarrollo y resultado de llevar la propuesta a un aula real. El *practicum* resulta una vivencia sin la cual no podríamos enfocar el trabajo de manera realista, adaptada a las aulas y al alumnado inmerso en un contexto sociocultural determinado. Esto nos permite valorar la eficacia y la respuesta del alumnado ante las actividades diseñadas.

Uso lingüístico y género

En el presente trabajo se ha hecho uso del desdoblamiento de sustantivos y de opciones y estrategias lingüísticas ausentes de sexismo lingüístico, que visibilizan a ambos sexos, sin que por ello quebrantemos las normas gramaticales.

Resumen

No cabe duda de que las Matemáticas son una ciencia compleja caracterizada principalmente por su abstracción. Esto provoca que, ya desde la etapa de Educación Primaria, los niños y niñas presenten dificultades para su aprendizaje. Concretamente, este trabajo se centra en el alumnado de Necesidades Educativas Especiales y dificultades de aprendizaje, quienes presentan dificultades mayores que el resto del alumnado para acceder a los aprendizajes que se determinan en el currículo correspondiente por su edad.

Se diseña una propuesta didáctica basada en el uso de materiales manipulativos, con el fin de que el alumnado indague los conceptos matemáticos a través de actividades con este material. Este sería el primer paso para lograr en ellos un aprendizaje significativo y lograr su máximo desarrollo.

Además, atendiendo al principio de inclusión, se trata de una propuesta que será realizada por todo un grupo-aula con la intención de que logren afianzar conceptos básicos.

Palabras clave: Matemáticas; material manipulativo; Necesidades Educativas Especiales; dificultad de aprendizaje; aprendizaje significativo.

Abstract

It is clear that Mathematics is a complex science mainly characterized by its abstraction. This provokes that children present difficulties in their learning from the stage of Primary Education. Specifically, this project focuses on students with Special Educational Needs: disabilities and learning difficulties. They present greater difficulties to access to the learning determined by the corresponding curriculum for their age than the rest of the students.

In order to allow students to investigate the mathematical concepts through activities, a didactic project is designed based on the use of manipulative materials. This would be the first step to achieve meaningful learning in them and achieve their maximum development.

In addition, considering the principle of inclusion, it is a project carried out by an entire classroom group with the purpose of achieving basic concepts.

Keywords: Mathematics; manipulative material; Special Educational Needs; learning difficulty; significant learning.

Laburpena

Argi da Matematikak zientzia konplexu bat direla, bere abstrakzioaz karakterizatuak batezere. Honek hurrek lehen hezkuntzatik ikaskuntza zailtasunak izatea eragiten du. Konkretuki lan hau Hezkuntza Premia Bereziak eta ikaskuntza zailtasunak dituzten ikasleei zuzentzen da, ikasle hauek zailtasun handiagoa dute beren adinari zehazten zaion ikaskuntza curriculumari heltzeko.

Proposamen didaktiko bat diseinatu egiten da manipulatu daitezken materialetan oinarriturik, helburua ikasleek material hauekin kontzeptu matematikoak aztertzea da. Hau izango litzateke beraiengan ikaskuntza esanguratsu eta garapen maximo bat lortzeko lehenengo pausoa.

Horretaz aparte, sartzearen-printzipioan oinarrituz, talde batean aurrera eramango den proposamen bat da kontzeptu basikoak barneratzeko intentzioarekin.

Hitz gakoak: Matematikak; material manipulatzailerak; Hezkuntza Premia Bereziak; ikaskuntza zailtasunak; ikaskuntza esanguratsu.

Índice

Introducción	1
1. Antecedentes, objetivos y cuestiones	3
1.1. Antecedentes	3
1.2. Objetivos	5
1.3. Cuestiones	6
2. Marco teórico: fundamentación y su relación con la práctica docente	8
2.1. Características psicoevolutivas	8
2.1.1. Características generales	8
2.1.2. Características del alumnado de N.E.E y dificultades de aprendizaje	10
2.2. Modelos de enseñanza-aprendizaje	10
2.3. Matemáticas y neurociencias	16
2.3.1. Matemáticas y neurodesarrollo	17
2.3.2. Matemáticas y áreas cerebrales	18
2.3.2.1. Evolución	18
2.3.2.2. Regiones cerebrales y funciones	19
3. El valor de los materiales manipulativos como recurso didáctico con alumnado de N.E.E	21
3.1. Concepto	21
3.2. Ventajas, relevancia e importancia de los materiales manipulativos	22
3.3. Clasificación general	27
3.3.1. Bloques multibase	28
3.3.2. Regletas Cuisenaire	30
4. Propuesta didáctica	31
4.1. Contexto	31
4.2. Objetivos	33
4.2.1. Objetivos generales	33
4.2.2. Objetivos y competencias	34
4.2.3. Objetivos didácticos	36
4.3. Metodología	37
4.4. Recursos	39
4.5. Temporalización	39
4.6. Desarrollo	41
4.7. Resultados	46
Conclusiones	51
Futuras líneas de investigación	54

Referencias	56
Anexos	61
Anexo I. Bloques multibase: representación de números	61
Anexo II. Bloques multibase: suma	63
Anexo III. Bloques multibase: resta	65
Anexo IV. Bloques multibase: multiplicación	67
Anexo V. Bloques multibase: división	68
Anexo VI. Regletas: representación de números	69
Anexo VII. Regletas: suma	71
Anexo VIII. Regletas: resta	72
Anexo IX. Tabla sistema decimal	73
Anexo X. Bloques multibase y regletas: problemas	74

INTRODUCCIÓN

Las matemáticas son una disciplina que ha existido a lo largo de toda la historia de la humanidad. Múltiples hallazgos, como los murales babilónicos o los papiros egipcios, lo confirman, ya que muestran información acerca del pensamiento matemático propio que tenían en cada cultura. A pesar de ello, a día de hoy, las matemáticas son consideradas por los alumnos y alumnas como una disciplina "difícil" y "poco útil en su vida cotidiana".

Respecto a su dificultad, reconocemos que aunque se trata de una ciencia exacta, es compleja debido a que es muy abstracta. En relación a su poca utilidad, rechazamos totalmente esta idea ya que en cualquier situación de la vida diaria sentimos la necesidad de utilizarlas. Quizás el problema esté en la forma de enseñar las matemáticas, que puede hacer que parezcan innecesarias.

Para romper y acabar con esa idea, como docentes, será fundamental que intentemos buscar un aprendizaje significativo, objetivo que se persigue en todo momento a lo largo de esta propuesta didáctica.

Además, utilizaremos materiales manipulativos para intentar comprender esa parte abstracta de la disciplina. En muchas ocasiones, en las aulas, se intenta ir directamente a la estructuración de algoritmos utilizando signos y símbolos matemáticos. Desde nuestra propuesta, se apoya para el estudio de las matemáticas el enfoque metodológico CPA, usado en el método Singapur, que pasa de lo concreto a lo pictórico y de lo pictórico, finalmente, a lo abstracto. Por tanto, será fundamental esa etapa concreta en la que indagan los conceptos matemáticos a través de actividades con material manipulativo.

Concretamente, queremos utilizar esos materiales manipulativos con alumnado de Necesidades Educativas Especiales y dificultades de aprendizaje. Aprender matemáticas implica un esfuerzo continuo que incluye procesos cerebrales simples como atención, memoria, o procesos mentales más complejos como la organización de

ideas, la comparación, el análisis, el razonamiento, seguir pasos, cumplir reglas y realizar toma de decisiones. Como sabemos, este perfil de alumnado, encuentra mayores dificultades en algunos de estos procesos y por tanto, tiene mayores dificultades en esta área. Por consiguiente, haremos uso de materiales manipulativos con este alumnado para lograr un aprendizaje significativo en ellos.

Igualmente, defendiendo totalmente el principio de inclusión, se trabajará con estos alumnos dentro del aula, junto al resto de sus compañeros y compañeras, lo que también les servirá a ellos para afianzar los conceptos básicos.

1. ANTECEDENTES, OBJETIVOS Y CUESTIONES

1.1 Antecedentes

A pesar de que el uso de materiales para el aprendizaje de las matemáticas parezca algo novedoso y se vaya implantando poco a poco en los centros educativos, la realidad es que la utilización de estos para la realización de operaciones matemáticas se remonta a tiempos antiguos, donde utilizaban piedras, quemaduras en maderas o simples nudos en cuerdas.

Fue el filósofo empirista Comenius (1592-1670) quien propuso el uso de objetos o imágenes cotidianas, de la vida real, en el aula; pues afirmaba que el origen y desarrollo del conocimiento estaba basado en los sentidos.

El pedagogo suizo Johann Heinrich Pestalozzi (1746-1827), también conocido como Enrique Pestalozzi, creó tres tablas con el fin de enseñar la aritmética a sus alumnos y alumnas y poder enseñar el sistema decimal. Optaba por el aprendizaje de las matemáticas por medio de los sentidos, hecho que reformó la educación del siglo XVIII.

Destacamos a su vez a Friedrich Fröebel (1782-1850), fundador de la primera escuela infantil en Alemania, quien utilizaba un método educativo basado en el juego y en donde el alumnado contaba con material didáctico ordenado en cajas también llamadas dones o regalos.

Además, hay que mencionar la influencia de otros autores, como Ovide Decroly y María Montessori, quienes sostienen que el aprendizaje parte de la respuesta de los sentidos, parte de lo concreto, y no de la facultad intelectual. Como veremos posteriormente, Montessori (1909) apuesta por el uso de materiales artificiales, mientras que Decroly (1965), por el contrario, se basa en fenómenos a través de la observación analítica.

Baez y Hernández (2002) realizan un recorrido histórico entre los años sesenta y ochenta señalando:

“El uso de materiales concretos, como un primer acercamiento, parece ser que se asume en forma incuestionable. La aparición de los materiales concretos ocurre en la década de los años sesenta, con la publicación de las bases teóricas propuestas por Zoltan Dienes (1960) y por Jerome Bruner (1961) y que a partir de ese hecho, varios estudios desde entonces se publicaron, haciendo referencia a la efectividad del uso de los materiales concretos y los resultados fueron variados: Fennema (1972), argumentó a favor del uso de materiales concretos para los primeros años, aunque no así para estudiantes mayores, indicando que éstos no necesariamente se beneficiarían con el uso de este tipo de materiales. Por otra parte, Svydam e Higgins (1977), reportaron patrones de beneficio para todas las edades en los estudiantes. [...] Fuson y Briars (1990) reportaron un éxito inaudito con el uso de los mismos materiales en la enseñanza de los algoritmos de sustracción y adición. Mientras, Wearme e Hiebert (1988) reportaron un éxito consistente en el uso de materiales concretos para ayudar a los estudiantes sobre la comprensión de fracciones y numeración decimal.”

Ya en el siglo XX, Puig Adam, didacta español y miembro de la CIEAEM (Comisión Internacional para el Estudio y Mejora de la Enseñanza Matemática), escribe “El material de la enseñanza matemática” debido a la realización de la XI reunión de esta comisión, donde visualizamos diversos modelos y materiales didácticos para la enseñanza de las matemáticas.

Aquí se cita al profesor Servais, quien afirma buscar dejar de lado los métodos tradicionales y pasivos, para pasar a basarse en métodos en los que los alumnos y las alumnas sean partícipes de su propio aprendizaje mediante la manipulación de materiales.

La celebración de este certamen fue muy importante ya que marcó el inicio de la difusión de los materiales manipulativos, pues se pudo demostrar que el uso de este tipo de materiales lleva a la interiorización de propiedades y conceptos matemáticos.

Por tanto, de acuerdo con Fischbein (1987), los conceptos matemáticos y las operaciones matemáticas son básicamente creaciones abstractas y formales, pero nuestra naturaleza no nos permite movernos únicamente en contextos puramente simbólicos sólo con restricciones formales, así que con frecuencia producimos modelos mentales que proporcionan algún significado práctico o unificador a estos símbolos. Considerando que en el proceso de enseñanza-aprendizaje no es fácil lograr el desarrollo de la capacidad de razonamiento abstracto, interesa promover la actividad manipulativa y deductiva de los conceptos matemáticos, permitiendo así visualizar la abstracción e ir de lo concreto a lo abstracto para proporcionar a los alumnos y alumnas elementos para la construcción de sus propias ideas matemáticas.

Así pues, recalcamos más aún esta idea cuando se trata del aprendizaje de alumnos y alumnas con necesidades educativas especiales o dificultades de aprendizaje, ya que el desarrollo de la capacidad de razonamiento abstracto es un proceso más complejo y más lento para ellos, suponiendo así un mayor problema.

Por ello, podemos utilizar este tipo de materiales manipulativos para que este perfil de alumnado realice un aprendizaje más sencillo y una posible interiorización como ya lo mencionaban Itard y Séguin, quienes basaron su método en la utilización materiales didácticos por medio de los sentidos para la enseñanza a niños y niñas con dificultades en el aprendizaje. (González, 2010).

1.2 Objetivos

Con la realización de este trabajo y basándonos en todo lo anterior, se plantean y persiguen una serie de objetivos que se pueden resumir en los siguientes:

- Conocer cuáles son los elementos fundamentales del desarrollo lógico matemático y los factores que influyen en el aprendizaje de las matemáticas.
- Indagar sobre las dificultades generales que presenta el área de matemáticas en niños y niñas de la etapa de Educación Primaria.

- Realizar una aproximación al desarrollo del pensamiento matemático desde una perspectiva biológica.
- Analizar las ventajas e inconvenientes de la utilización de materiales manipulativos en el aula.
- Conocer cuáles son las características de los niños y niñas que presentan Necesidades Educativas Especiales y dificultades de aprendizaje y cómo esto afecta en su aprendizaje del área de las matemáticas, entre otras.
- Crear una propuesta didáctica concreta basada en la manipulación de materiales con una metodología inclusiva y motivadora.
- Comprobar si la utilización de materiales físicos ayudándose de la experimentación y la manipulación da resultados positivos en niños y niñas que presentan N.E.E y dificultades de aprendizaje.

1.3 Cuestiones

A continuación se recogen una serie de cuestiones surgidas previamente y durante la realización del trabajo, que esperamos poder resolver mediante la elaboración del mismo:

- ¿Por qué el área de las matemáticas presenta tantas dificultades en los alumnos y alumnas? ¿De qué manera podemos trabajarlas para una mejor comprensión?
- ¿Cómo es el proceso de desarrollo de las capacidades lógico-matemáticas en Educación Primaria?
- Respecto a los alumnos y alumnas con N.E.E y dificultades de aprendizaje, ¿logran comprenderlas? ¿cómo es su proceso?
- ¿Qué estrategias, materiales y recursos didácticos podemos utilizar para que verdaderamente interioricen y desarrollen los conceptos básicos?

- ¿La experimentación y manipulación de materiales físicos ayuda a la comprensión de las matemáticas en niños y niñas, y además, de manera concreta, en aquellos que presentan N.E.E y dificultades de aprendizaje?
- ¿Qué puede aportar al alumnado con N.E.E y dificultades de aprendizaje el trabajo con estos materiales físicos manipulativos?

2. MARCO TEÓRICO: FUNDAMENTACIÓN Y SU RELACIÓN CON LA PRÁCTICA DOCENTE

2.1 Características psicoevolutivas

2.1.1 Generales

La propuesta que se presenta a continuación no es hipotética, es decir, está dirigida y aplicada a un grupo de estudiantes en concreto. A pesar de ello, se van a realizar diversas actividades de manera inclusiva con el resto de compañeros y compañeras que se encuentren en el aula, es decir, todos y todas realizarán la propuesta. Por ello, se considera adecuado dedicar un pequeño apartado a las características psicoevolutivas propias del alumnado de 4º de Educación Primaria. Es por ello que recurrimos a autores excepcionales, como Piaget, para conocer referencias sobre las características generales.

Piaget (1984) concibe el desarrollo cognitivo como una sucesión de estadios y subestadios que se caracterizan por la presencia de distintos esquemas de conocimiento. Los estadios son los siguientes: estadio sensoriomotor (0-2 años), estadio preoperacional (2-7 años), estadio de las operaciones concretas (7-11 años) y estadio de las operaciones formales (11 en adelante).

Por tanto, siguiendo la teoría de Piaget, nuestro alumnado se encontraría en el estadio del pensamiento operacional concreto, período en el que empiezan a utilizar la lógica para sacar conclusiones válidas (siempre y cuando las premisas sean concretas), los sistemas de categorías para clasificar aspectos de la realidad se vuelven notablemente complejos y el estilo de pensamiento deja de ser tan egocéntrico. De manera más extensa, las características serían las siguientes:

- Los niños y niñas utilizan más el pensamiento lógico a la hora de observar personas, objetos, animales...
- Manejan el concepto de conservación de un número específico (6 años), el concepto de masa o cantidad (7 años) y el concepto de peso (9 años).

- Su pensamiento egocéntrico se desvanece poco a poco y comienzan a tener más experiencias con la gente de su alrededor: compañeros y compañeras, amigos y amigas, hermanos y hermanas...
- Comienzan a entender que se pueden dar diferentes puntos de vista. Se dan cuenta de que existen otros puntos de vista aparte del suyo y al darse cuenta de esto aprenden que las apariencias resultan engañosas algunas veces.
- Agrupan objetos por serie (de pequeño a mayor, por ejemplo) o los comparan por pares. Es decir, los niños y niñas a esta edad ven el panorama completo, por ejemplo colocar diez o doce objetos en orden sin tener que comparar cada objeto con los otros.
- Pueden memorizar textos aunque no los entiendan.
- Realizan rompecabezas de diez o doce piezas y pueden comparar recipientes que contienen cierta cantidad de líquido si estos son iguales, pero les cuesta reconocer qué recipiente tiene más líquido o menos si ellos son diferentes.
- Dominan el lenguaje, por lo que pueden organizar de manera adecuada su pensamiento. A su vez dominan símbolos y signos.
- En cuanto al desarrollo físico-motor, dominan la psicomotricidad fina y gruesa en el espacio y en el tiempo. Dominan el gesto y el movimiento, mediante los cuales pueden expresar ideas y sentimientos.
- En cuanto al desarrollo afectivo-social, consolidan la propia identidad diferenciándose en intereses, necesidades y gustos. Experimentan un mayor control de las emociones, aunque aparecen otras preocupaciones como el miedo al ridículo. Aparece el sentido de la justicia y la cooperación, que podemos verlo manifestado en los juegos de equipos.

A pesar de la existencia de estas características generales, se es consciente de que existe una gran diversidad de ritmos de aprendizaje por lo que habrá que estar pendiente de ellos.

2.1.2 Alumnado de N.E.E y dificultades de aprendizaje

Como hemos visto podemos hablar de características psicoevolutivas generales en el alumnado de esta edad, pero no podemos hacerlo de la misma forma con alumnado de N.E.E y dificultades especiales de aprendizaje, ya que dependen de muchos factores y se da en diferentes grados.

Un alumno o alumna presenta necesidades educativas especiales cuando tiene dificultades mayores que las del resto de los alumnos para acceder al currículo común de su edad (sea por causas internas o por un planteamiento educativo inadecuado) y necesita, para compensar esas dificultades, unas condiciones especialmente adaptadas en los diferentes elementos de la propuesta curricular ordinaria o la provisión de unos recursos específicos distintos de los que la escuela ofrece a la mayoría de los alumnos (MEC).

Los alumnos y alumnas con dificultades especiales en el aprendizaje muestran alguna perturbación en uno o más de los procesos psicológicos fundamentalmente relacionados con el empleo del lenguaje, sea hablado o escrito. Sin embargo, no se trata de impedimentos visuales, auditivos, retraso mental, etc. (Aranda, 2002)

Como el presente trabajo se va a centrar en este perfil concreto de alumnado, expondremos las características propias de los sujetos en el apartado contextualización de la propuesta.

2.2 Modelos de enseñanza-aprendizaje

Existen diversos modos de plantear la docencia y el aprendizaje del alumnado. Esto depende de la perspectiva psicológica y educativa que tomemos como maestros y maestras. Por tanto, existen diferentes modelos, paradigmas y teorías sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje. Los paradigmas vigentes en psicología y educación se concretan en los siguientes modelos de enseñanza:

- Modelos conductuales/asociacionistas

- Modelos cognitivos/estructuralistas
- Modelos interactivos/constructivistas

El conductismo surge como teoría psicológica en rechazo a la introspección (como proceso interno). Se fundamenta en el estudio de la conducta del ser humano, es decir, de procesos observables y cuantificables; y define el aprendizaje como un cambio en el comportamiento de la persona. Representantes de este modelo son Paulov, Thorndike, Skinner, Gagné y Watson. El conductismo está basado en el modelo de estímulo y respuesta. La enseñanza está centrada en el resultado, logrando la respuesta adecuada ante el estímulo. Estudia el comportamiento humano y los problemas relacionados con la conducta humana. Este modelo es el precursor de la asignación de calificaciones, recompensas y/o castigos. Los principios de esta teoría pueden ser aplicados con éxito en la adquisición de conocimientos memorísticos.

Respecto a la concepción del estudiante, el alumno o alumna es considerado como receptor pasivo, es decir, sólo obedece. Su desempeño y aprendizaje por tanto dependerá del medio externo (método, contenido, etc., aplicado por el docente). Como hemos nombrado anteriormente, realiza el aprendizaje de memoria. Por su parte, el docente, es quien tiene el control del conocimiento y quien controla los estímulos. Su relación con el alumno es poco interactiva o lleva a cabo una evaluación cuantitativa.

Como expone la "Ley del ejercicio" de Thorndike, los docentes asociacionistas descomponen una idea compleja en otras más simples y exigen que el alumnado ejercite las tareas más simples con el fin de aumentar la probabilidad de que se dé la respuesta deseada. Además, refuerzan o castigan las respuestas a estas tareas para favorecer o eliminar su aparición ("ley del efecto" de Thorndike).

Paulov formuló la teoría del condicionamiento clásico, la cual establece que el sujeto aprende cuando el estímulo previamente condicionado provoca la respuesta condicionada sin la presencia del estímulo condicionado. En cambio, fue Skinner el representante de la teoría del condicionamiento operante, basada en la ley del efecto

de Thorndike, quien sostiene que el sujeto tiende a repetir las conductas que han sido reforzadas y disminuir aquellas que sean penalizadas o no conlleven consecuencias positivas.

Por último, no se puede dejar de mencionar el modelo del aprendizaje jerárquico acumulativo de Gagné, probablemente uno de los modelos asociacionistas más significativos en relación con el aprendizaje de las matemáticas. Con el fin de lograr un mayor número de éxitos, el autor trata de establecer jerarquías de aprendizaje, es decir, intenta organizar las lecciones según la complejidad de las tareas. Descompone la conducta a lograr en partes más simples, crea una “secuencia de instrucción” para lograr una capacidad superior. Así, destaca en la secuencia las destrezas con las que debe partir (pre-requisitos), para pasar al aprendizaje de conceptos y, en último lugar, el ejercicio de las destrezas. (Flores, 2008).

En líneas generales vemos cómo esta teoría expone un estilo de aprendizaje netamente memorístico, donde el protagonista es el o la docente y no el alumno/a, pues sus prácticas van dirigidas a todo el grupo de estudiantes en general. Sus estrategias son totalmente repetitivas porque trabajan con estímulos-respuestas, consecuencias-recompensas y reforzamientos. Se centra solo en conceptos y no toma en cuenta al alumno con todas sus potencialidades y talentos, sino que obvia la parte cognoscitiva ya que el aprendizaje siempre es dirigido.

El modelo cognitivista surge para sustituir la perspectiva conductista, enfocándose en el estudio de las representaciones mentales del sujeto como resultado de las relaciones previas con su entorno físico y social. Se fundamenta en el estudio de las dimensiones de lo cognitivo (atención, percepción, memoria, inteligencia, lenguaje y pensamiento). Su representante fundamental es Piaget, aunque también podemos citar a Bandura, autor que se sitúa entre los modelos conductuales y cognitivos.

En esta teoría el aprendizaje se produce a partir de la experiencia. Considera que cada persona organiza, evalúa e interpreta la información de forma distinta, a través de estructuras o esquemas mentales y dependiendo de su interacción con la realidad.

Asimismo, estimula la creación de estrategias de aprendizaje por parte del alumno o alumna y contribuye al conocimiento de algunas capacidades esenciales para el proceso de enseñanza y aprendizaje, como la atención, la memoria y el razonamiento.

Respecto a la concepción del estudiante, éste es considerado como una persona totalmente activa, capaz de resolver problemas, situaciones reales, etc., a través del procesamiento de la información por esquemas, planes o estrategias. El docente, por su parte, promueve la reflexión y el desarrollo de aptitudes. Parte de la idea de que los y las estudiantes aprendan a aprender y a pensar y para ello diseña las estrategias didácticas que lo promuevan. Adapta la enseñanza a la capacidad cognitiva del alumnado.

De manera general, esta teoría evalúa la disposición, las preferencias, los patrones de conducta, las habilidades y las estrategias de aprendizaje para lograr que el proceso de aprendizaje-enseñanza sea significativo. En consecuencia, el estudiante observa, piensa, reflexiona actúa (construye conocimiento).

Piaget realiza aportaciones en estos términos: la asimilación, la acomodación, y la “equilibración”. En el modelo de Piaget el aprendizaje es una construcción personal que se realiza con dos dimensiones complementarias: la asimilación y la acomodación. "La asimilación mental consiste en la incorporación de los objetos dentro de los esquemas de comportamiento, esquemas que no son otra cosa sino el armazón de acciones que el hombre puede reproducir activamente en la realidad" (Piaget, 1984). En definitiva, se trata del proceso por el cual el sujeto interpreta la información que proviene de la realidad, en función de sus esquemas o estructuras conceptuales disponibles. La acomodación consiste en cualquier modificación de un esquema de conocimiento causada por los elementos que se asimilan. Ambas interactúan en un proceso que Piaget denomina “equilibración”. Para Piaget el aprendizaje supone la modificación de los esquemas de conocimiento, entendiendo que los esquemas son una estructura de conocimiento que sirve para organizarlo. Así, los esquemas del sujeto se adaptan a las nuevas informaciones por asimilación y acomodación, dando lugar a la “equilibración”. Para que se produzca esta “equilibración”, se hace necesario

el conflicto cognitivo, una ruptura del equilibrio entre los esquemas que ya se tienen y la nueva información que proporciona el medio. Basándose en estos conceptos, Piaget concibe el desarrollo cognitivo como una sucesión de estadios y sub-estadios caracterizados por la presencia de diferentes esquemas de conocimiento, como ya se ha exployado en el apartado anterior al tratar las características psicoevolutivas.

Albert Bandura y sus colaboradores desarrollaron la teoría cognitiva social del aprendizaje. Según el autor, no necesitamos experimentar todas las cosas que tenemos que aprender por ensayo y error, gran parte de las conductas humanas se aprenden mediante modelos, es decir, por observación de experiencias ajenas. De todas formas, la observación no es suficiente para el aprendizaje, se requiere además que el sujeto atienda, retenga lo observado, lo reproduzca y que se motive. (Prados, Reina y Del Rey, 2014)

Por último, la teoría constructivista surge como posición compartida por diferentes tendencias y plantea que el conocimiento previo da nacimiento a un conocimiento nuevo. Los autores más influyentes de este modelo interactivo son Vygotsky, Bruner, Ausubel y Feuerstein. Este modelo sostiene que el aprendizaje es activo: lo nuevo que se aprende se incorpora a experiencias previas y se crean estructuras mentales propias; por lo que el alumno/a construye conocimientos partiendo de su experiencia e integrándola con la información que recibe.

El papel del estudiante es el del constructor de su propio conocimiento. Es activo y responsable de su propio aprendizaje, llevando lo teórico a lo práctico, principalmente en contextos reales. Es el protagonista del proceso enseñanza-aprendizaje, mientras que el docente tiene un papel de guía y promotor de la construcción del aprendizaje mediante la enseñanza indirecta. El docente promueve el desarrollo y la autonomía de los alumnos.

Esta teoría trabaja de la mano con la teoría constructivista y ambas constituyen la base esencial en la teoría de las inteligencias múltiples. Valora los procesos de participación y sistematización del alumno considerando que cada uno es responsable activo de la

construcción de su aprendizaje. Considera al estudiante protagonista y al docente simplemente como una guía que orienta y abre espacios para crear aprendizaje cooperativo, retroalimentación y construcción de saberes. Es decir, el o la docente planifica actividades que retengan los conocimientos de los estudiantes para obligarlos positivamente a crear su aprendizaje, valorando los puntos de vista de cada uno e integrándolos o unificándolos en uno solo. Este modelo considera la importancia de identificar las habilidades de sus estudiantes.

Vygotsky entiende que el desarrollo psicológico y el aprendizaje humano son procesos sociales e interactivos. Así pues, determina que el desarrollo de las funciones psicológicas superiores como lo son el lenguaje o la conciencia, se dan primero en el ámbito interpersonal y después en el ámbito intrapersonal. Para ello se requiere de la mediación instrumental o social, la interiorización y la actividad o ensayo. El sujeto interioriza lo aprendido a través de la actividad que comparte con los otros. El aprendizaje es social porque los contenidos objeto de aprendizaje se construyen socialmente y porque aprendemos en interacción con nuestros semejantes. (Prados, Reina y Del Rey, 2014)

Otra de las grandes aportaciones de Vygotsky (1979) es el concepto de "zona de desarrollo próximo", zona que se sitúa entre el nivel de desarrollo real -las adquisiciones ya consolidadas- y el nivel de desarrollo potencial -aprendizaje al que se puede llegar con ayuda de un adulto-.

Otra aportación similar es el concepto de "andamiaje" propuesto por Bruner. El andamio es la ayuda que se le ofrece al alumno para que alcance un nivel de competencia por encima de su nivel de desarrollo real. Este autor consideraba que el aprendizaje debía ser significativo, lo cual se lograba cuando los nuevos aprendizajes se relacionaban con aquellos que ya se tenían.

Por su parte, Ausubel distingue entre aprendizaje por recepción -presentación de conocimientos acabados- y por descubrimiento -los conocimientos no están acabados y deben ser descubiertos. Presenta, además, su concepción del aprendizaje

significativo. Lo concibe como aquel opuesto al aprendizaje memorístico o repetitivo. En el aprendizaje significativo los nuevos aprendizajes se relacionan con los otros que ya posee el sujeto. Para que el aprendizaje sea verdaderamente significativo para el alumnado, los contenidos deben ser significativos para ellos; debe haber una relación entre lo conocido y aquello por conocer, deben enriquecer los esquemas cognoscitivos. Además, apunta que este tipo de aprendizaje requerirá un gran esfuerzo por parte del sujeto, por lo que deberá estar motivado para aprender de esta manera. (González-Garzón, 2009)

Finalmente, Feuersten, considera que lo realmente relevante son los procesos. Según su modelo didáctico, las actividades de aprendizaje deben partir de una explicitación de los objetivos, los alumnos y alumnas deben desarrollar actividades individuales seguidas de intercambios de puntos de vista entre los iguales y el docente. Estas discusiones deben provocar conocimiento meta-cognitivo y favorecer la formación de principios generales que vayan más allá de la situación concreta. También, considera fundamental provocar el “puenteo”, proceso que permite generalizar los aprendizajes realizados a otras situaciones diversas. (González-Garzón, 2009)

En esta propuesta didáctica tendremos en cuenta los conocimientos previos del alumnado, siendo esencial el diálogo para poder construir el conocimiento y lograr el aprendizaje significativo. Además, está fundamentada en los principios metodológicos del constructivismo, aunque se es consciente de que no es tan sencillo seguir al pie de la letra un modelo, sino que, consciente o inconscientemente, se utilizan métodos y estrategias consideradas convenientes de diferentes modelos.

2.3 Matemáticas y neurociencias

La disciplina de las matemáticas forma parte de nuestro día a día y por ello es muy común plantearse diversas cuestiones en torno a las matemáticas y su función cerebral: ¿los conceptos matemáticos son innatos o se aprenden?, ¿cómo se aprenden?, ¿qué zonas son las encargadas de las cuestiones matemáticas?. Desde el área de las neurociencias se intenta resolver estas preguntas, ya que la información

resulta muy útil para mejorar el desempeño de los individuos en estas áreas. Además, esto nos puede servir en nuestro trabajo para ver cómo un niño o niña puede encontrar mayores dificultades con las matemáticas debido a una lesión cerebral y pase a ser diagnosticado con alguna N.E.E, bien sea exclusivamente del cálculo como la discalculia o acalculia, o de cualquier otro tipo TEL (Trastorno Específico del Lenguaje) que indirectamente influya en el desarrollo de las mismas.

2.3.1 Matemáticas y neurodesarrollo

Ya los niños y niñas de preescolar tienen conceptos sobre operaciones matemáticas básicas y aproximaciones. (Wood y Spelke, 2005). Pequeños y pequeñas que aun no tienen adquirido ni el lenguaje ya pueden distinguir de manera numérica entre pocos objetos. Lo mismo ocurre con algunos animales como los chimpancés, (Bongard y Nieder, 2010), por lo que se comparte la idea de que esta es una característica innata, mientras que el pensamiento matemático simbólico y verbalizado, es algo adquirido.

Se han realizado estudios en niños y niñas pequeños de aproximadamente un año de edad donde se interpreta la existencia de una capacidad innata de pensamiento matemático. Estos estudios consistían en mostrar un juguete y ocultarlo. Seguidamente, se mostraba otro objeto y se volvía a ocultar tras la misma pantalla. Si retiran esa pantalla y aparece exclusivamente un objeto, el niño o niña reaccionaba sorprendiéndose de ese resultado no lógico.

También encontramos relaciones entre el razonamiento viso-espacial y matemático. En estas investigaciones se mostraba al niño o niña dos filas con la misma cantidad de objetos. Una fila era más larga que la otra, ya que hay mayor espacio entre los objetos. Así pues, el niño y niña responde siempre que hay más objetos en la fila larga. Por tanto, vemos la capacidad de estimación ya que el niño relaciona tamaño con cantidad.

En ambos estudios destaca la capacidad viso-espacial, la cual está relacionada con la corteza occipital y la corteza parietal.

Conforme van creciendo y aprendiendo la matemática simbólica, van utilizando el cuerpo para la realización de cálculos. Principalmente, destacamos el uso de los dedos para contar y hacer operaciones básicas como la resta o la suma (Fischer y Brugger, 2011). Entonces, son relevantes las cortezas motora y sensorial.

Por tanto, generalmente, el cerebro usa inicialmente el sentido viso-espacial de la cantidad, y después lo combina con los símbolos matemáticos que aprende y que están relacionados con el lenguaje (De Smedt, Holloway y Ansari, 2011). Cuando queremos realizar un cálculo, ambos sistemas empiezan a funcionar. Estos procesos pueden ser realizados de manera independiente o conjuntamente. Como remarcaremos más adelante, los cálculos exactos dependen del lóbulo frontal izquierdo, encargado del lenguaje y la asociación entre palabras. Las aproximaciones o estimaciones matemáticas utilizan el hemisferio derecho, aunque también puede participar el hemisferio izquierdo.

2.3.2 Matemáticas y áreas cerebrales

2.3.2.1 Evolución

La frenología, promovida por el médico alemán Franz Joseph Gall, es una disciplina que trataba de relacionar el cráneo con la personalidad de los individuos. Aunque en un primer momento tuvo un gran impacto, seguidamente decayó ya que se trataba de una teoría que no contaba con bases científicas. A pesar de ello, sirvió de base para plantear el estudio de las funciones cerebrales.

Fue a finales del siglo XIX cuando se comenzó a investigar y estudiar sobre las funciones cerebrales. En 1861 el médico francés Paul Pierre Broca concluyó que existía una relación entre lenguaje y función cerebral, pues lesiones en el área prefrontal izquierda causaban una alteración del lenguaje, como pudo comprobar tras la muerte de un paciente que desde los 31 años de edad padecía un trastorno de lenguaje. (Vargas, 2013)

Posteriormente aparecen nuevos trabajos, como el del médico alemán Karl Wernicke, quien trabajó con pacientes con problemas en la comprensión del lenguaje. Eran casos en los que los pacientes hablaban de manera fluida, pero no comprendían lo que se le decía. Se comprobó que el área afectada en ellos era la zona superior del lóbulo temporo-parietal, posteriormente denominada área de Wernicke.

Hubo que esperar unos años, hasta 1908 aproximadamente, para empezar a encontrar estudios sobre las matemáticas y las zonas cerebrales afectadas. Max Lewandowsky (1876-1916) y Ernst Stadelmann (1835-1921) son quienes trabajan e investigan a fondo un caso de alteración en la capacidad del cálculo, que posteriormente, en 1919, fue acuñado por el neurólogo sueco Salomon Henschen (1847-1930) bajo el nombre de acalculia. (Vargas, 2013)

Actualmente, con el avance de la tecnología, se ha logrado acumular más datos y conocer más en detalle qué regiones cerebrales están relacionadas con ciertos procesos, como veremos en el apartado siguiente.

2.3.2.2 Regiones cerebrales y funciones

Cada hemisferio cerebral tiene unas funciones particulares. Si intentamos analizar cuáles son las regiones involucradas en el procesamiento matemático, encontramos las siguientes:

- Lóbulo frontal, donde destacamos la corteza prefrontal, la corteza premotora y el área motora primaria.
- Lóbulo parietal, destacando el área somatosensorial primaria y la corteza de asociación del lóbulo parietal.
- Lóbulo occipital, donde vemos involucradas la corteza visual primaria y la corteza de asociación del lóbulo occipital.
- Lóbulo temporal, incluyendo la corteza auditiva primaria, la corteza superior temporal y la corteza de asociación del lóbulo temporal.

La maduración de estas áreas se realiza progresivamente. Ciertas áreas se irán activando con el desarrollo cerebral y con el estímulo que reciba el individuo. En cambio, otras de estas áreas siempre serán activas, como el surco intraparietal superior, área activa tanto en especies animales con capacidad matemática básica como en niños y adultos. Respecto a la maduración, en primer lugar madurarán las áreas primarias: motoras, somatosensorial, visual y auditiva. Las zonas que continúan en maduración son las secundarias motoras y sensoriales y por último las áreas de asociación. Las últimas áreas que maduran son la corteza prefrontal y la corteza temporal superior, ya que finalizan la etapa de maduración al final de la segunda década de vida. (Serra-Grabulosa, Adan, Pérez-Pàmies, Lachica y Membrives, 2010).

Por otro lado, diferenciamos nuestro cerebro en dos partes: hemisferio izquierdo y hemisferio derecho. El hemisferio derecho tiene la capacidad para reconocer los símbolos numéricos y hacer estimaciones y aproximaciones matemáticas. Por el contrario, el hemisferio izquierdo reconoce la escritura alfabética matemática, lo cual está relacionado con su función lingüística (Zarnhofer et al., 2012). Además de ello, también se le reconoce la capacidad de realizar cálculos exactos (Price, Mazzocco y Ansari, 2013).

De manera resumida, recogemos la idea que el procesamiento matemático depende de un desarrollo en armonía de todas las áreas corticales, que a su vez depende de un desarrollo psicomotor adecuado. Una lesión en una de estas áreas o trastornos en el desarrollo cerebral normal, afectan a la capacidad del individuo para aprender conceptos y procedimientos matemáticos.

3. EL VALOR DE LOS MATERIALES MANIPULATIVOS COMO RECURSO DIDÁCTICO CON ALUMNADO DE N.E.E

3.1 Concepto

Existe una gran variedad de concepciones a la hora de hablar de material manipulativo; destacamos las siguientes:

Alsina, Burgués y Fortuny (1988) cuando hablan de "material" se refieren al conjunto de objetos, aparatos o medios de comunicación por los cuales se propicia el descubrimiento, entendimiento y la consolidación de los principales conceptos, y por ello, del conocimiento matemático.

Hernán y Carrillo (1988) hablan de material y recurso, incluyendo a los materiales dentro de los recursos. Por el contrario, Carretero, Coriat y Nieto (1995) distinguen los recursos de los materiales didácticos, afirmando que el material didáctico ha sido diseñado con una finalidad educativa, mientras que para los recursos, como la pizarra o el papel, su finalidad no es específicamente el aprendizaje de un concepto.

Álvarez (1996) lo define como todo objeto, juego o medio técnico capaz de ayudar al estudiante a suscitar preguntas, sugerir conceptos o materializar ideas abstractas.

Más en relación con nuestro interés, Cascallana (2002) afirma que dentro de un aula hay una gran heterogeneidad. Por consiguiente, la utilización exclusiva de una estrategia no contempla las diferencias entre el alumnado y sobre todo, las necesidades de cada alumno o alumna. Es por ello que destaca la importancia de utilizar otros recursos, como lo son los materiales manipulativos.

Así mismo, "Los recursos materiales son uno de los elementos de acceso al currículo y de apoyo imprescindible para el proceso de enseñanza- aprendizaje, por lo que las escuelas deben disponer de ellos" (Antequera et al., 2008, p. 43).

Para Molina (1999, p. 316) “el uso de recursos materiales es clave para el aprendizaje de las nociones matemáticas en niños con deficiencia mental, entre otros”.

Finalmente, Castro y Molina (2011) defienden que desde el punto de vista didáctico, “el uso de materiales en el área de matemáticas, sirve como mediador en el aprendizaje de los conceptos matemáticos” (p. 67).

3.2 Ventajas, relevancia e importancia de los materiales manipulativos

Desde principios del siglo XX, numerosos psicólogos/as, pedagogos/a, docentes y otros expertos han investigado sobre la adquisición y el desarrollo de conocimientos matemáticos a través de la manipulación de materiales didácticos, y las ventajas que esto tiene.

Alsina y Planas (2008) sugieren que la manipulación de materiales no es solo una manera lúdica y divertida de adquirir conocimientos, sino que es una forma de aprender más eficaz. Además, este tipo de materiales promueven el desarrollo de la autonomía de los aprendices ya que los adultos participan únicamente en momentos clave del aprendizaje.

Del mismo modo, Alsina propone un decálogo para el desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdicos-manipulativos", en el cual expone:

1. El juego compone la parte más real de los niños y niñas, y que, utilizándolo como recurso metodológico, se consigue trasladar su realidad a la escuela y que éstos descubran la importancia y utilidad de aprender matemáticas.
2. Las actividades lúdicas crean en el alumnado una motivación, lo que provoca que se impliquen mucho más y las tomen más en serio que en las actividades tradicionales.
3. Se abordan diferentes tipos de conocimientos, habilidades y actitudes hacia esta materia.
4. Mediante el juego se consigue reducir el miedo al fracaso en las matemáticas.

5. Este tipo de metodología permite que el alumnado aprenda de sus propios errores y del resto de compañeros y compañeras.
6. Respeta la heterogeneidad del alumnado, ya que todos pueden participar a pesar de las diferencias que existen entre las capacidades de unos y de otros.
7. Favorece la atención y la concentración, la percepción, la memoria, la resolución de problemas y búsqueda de estrategias, procesos psicológicos fundamentales en el aprendizaje matemático.
8. Contribuye en el proceso de socialización e integración, al mismo tiempo que favorece la autonomía personal de los niños y las niñas.
9. El currículum actual hace hincapié en la utilización de estos materiales lúdicos en el área de matemáticas y su acercamiento a la realidad.
10. Favorece y desarrolla el aprendizaje significativo.

Justificando el por qué del aprendizaje con materiales manipulativos, aludimos a María Montessori, una de las precursoras de los materiales manipulativos, quien asegura que "el niño tiene la inteligencia en la mano" y el aprendizaje de los conceptos se desarrolla por medio de los recursos manipulativos y la experimentación de los objetos.

Canals (2001) afirma que si sabemos proponer la experimentación de forma adecuada en cada edad, y a partir de aquí fomentar el dialogo y la interacción necesarias, el material, lejos de ser un obstáculo que nos haga perder el tiempo o dificulte el paso a la abstracción, la facilitará en gran manera, porque fomentará el descubrimiento y hará posible un aprendizaje sólido y significativo.

Decroly (1965) expone en su libro "Iniciación general al método Decroly" que la observación de la naturaleza y la manipulación son la clave para despertar el interés y la intuición del alumnado.

Asimismo, Freinet (1968) considera que es necesario partir de las propias experiencias para adquirir nuevos conocimientos. Apoya el uso de materiales y defiende la relación existente entre los conocimientos matemáticos y el entorno.

Dienes, creador de los bloques lógicos, hace una demostración ya con niños y niñas de corta edad, haciendo ver que se pueden enseñar las estructuras matemáticas a través de materiales.

Mialaret (1984) defiende que la manipulación es necesaria pero deber ser completada con procesos como el lenguaje, es decir, la necesidad de la verbalización de la acción.

Concretamente, Cascallana (2002) distingue la manipulación libre y la manipulación guiada por el docente. Por un lado, la libre manipulación permite percibir las propiedades físicas del objeto. Posteriormente, la manipulación dirigida estará enmarcada en un fin concreto; con una serie de propuestas de forma que los alumnos y alumnas avancen en el proceso de abstracción de los conocimientos matemáticos.

María Antonia Canals, matemática española de relevada importancia que ha desarrollado la matemática recreativa, afirma que hoy en día constatamos con preocupación el fenómeno de que en nuestras escuelas de Primaria se mantiene infravalorado el uso de material manipulable para la enseñanza de las matemáticas.

El aprendizaje de las matemáticas en Primaria queda, por su misma naturaleza y desde el principio, situado “en el camino de lo concreto a lo abstracto”. Sabemos que las nociones matemáticas pertenecen al dominio de lo abstracto, pero esto nunca podrá justificar que deba abordarse su aprendizaje situándonos en este dominio abstracto desde el principio. El aprendizaje es un camino, y se nos acaba de decir claramente que este camino que conduce a lo abstracto empieza precisamente en lo concreto.

La afirmación de que el primer paso es la manipulación, no se presenta como algo aconsejable o como una posible metodología mejor que otra, sino que se presenta como un hecho simplemente incuestionable, a pesar de las dificultades que a menudo supone. Esto es debido a que el material les permite partir de una situación a su medida, asequible y concreta, y, al actuar para resolverla, les lleva a relacionar las informaciones y los resultados que van obteniendo, entre sí y con otros resultados adquiridos en anteriores ocasiones. Es entonces cuando se genera el aprendizaje que hoy llamamos significativo, es decir el que construye auténticos conocimientos.

El material despierta el interés y permite a los niños y niñas no solamente ver lo que está pasando, sino incluso prever lo que probablemente vendrá.

Además, la utilización del material manipulable permite adquirir distintas destrezas matemáticas tanto manuales como motoras (de movimiento, uso de instrumentos), de expresión verbal y plástica y de tipo mental o conceptuales (relación, búsqueda de estrategias, imaginación, cálculo mental, memoria...)

En relación con el material:

- Si representamos una situación con material, no sólo les ofrece una información más amplia, sino que les proporciona la ocasión de analizarla mucho más fácilmente y desde distintos puntos de vista.
- A menudo en este análisis de la información surgen interrogantes. Entonces se aprende a concretar y formular cuáles son los puntos que hay que resolver. En esta tarea el material es una gran ayuda.
- El planteamiento de juegos y actividades a resolver con material es siempre un tipo de situación que provoca que la persona tenga que buscar necesariamente una estrategia para resolverlo.
- Muchas veces el material sugiere a la imaginación soluciones anticipadas, es decir, el material favorece la estimación previa de resultados.
- Tanto a partir de las estimaciones previas, como de los resultados parciales, los niños y niñas practican espontáneamente el tanteo y la comprobación, una o diversas veces, según convenga.
- La búsqueda de las soluciones trae a veces nuevos interrogantes, y nuevos tanteos hasta llegar a una comprobación satisfactoria. Es lo que llamamos investigación
- Tanto los problemas abiertos como algunos juegos y actividades que se realizan con material, admiten diversas soluciones posibles. En estos casos, que son los más deseables, conviene que los niños y niñas aprendan a tener en cuenta y a discutir las soluciones propias y las de los compañeros, optando por una de ellas. También en este análisis posterior el material es una ayuda.

- Es después de estas investigaciones, o en el transcurso de las mismas, cuando la persona descubre normalmente alguna relación o propiedad matemáticas. Puede ser que no sea precisamente la propiedad que nosotros habíamos previsto, pero lo que vale es que él o ella lo ha descubierto. Es algo que no le ha llegado de fuera como una información, sino de algo surgido de él mismo. Esto es lo que llamamos descubrimiento.
- La repetición de las experiencias de investigación, con los consiguientes descubrimientos realizados en muchos casos concretos, conduce a los niños y niñas a una maduración de su pensamiento lógico que les permite dar un gran salto en su forma de comprender, hacia el final de la etapa de primaria.

Tras las afirmaciones de los anteriores autores, se puede considerar la manipulación de materiales didácticos como un medio imprescindible para la adquisición de las matemáticas. Aunque también hay que señalar, que esta manipulación de materiales tiene que ir acompañada de otros métodos y recursos, puesto que su utilización aislada no va a ser tan eficaz como si es complementada con otros.

Por ello, cerramos este apartado haciendo referencia al decálogo para trabajar con materiales manipulables propuesto por María Antonia Canals y recogido en sus monografías:

1. Presentar una propuesta de trabajo, a poder ser en forma de una “pequeña investigación”.
2. Invitar a la acción, dejando bien claro qué es lo que vamos a hacer.
3. Observar a niños y niñas, sus reacciones, sus intereses, y acoger las posibles ideas o iniciativas
4. Estar dispuesto a cambiar el camino previsto para seguirlas, aceptando lo imprevisto.
5. Pedir la estimación de resultados en las medidas y cálculos (base del cálculo mental) y la anticipación de fenómenos geométricos en el espacio.

6. Provocar y acompañar el descubrimiento de alguna cosa nueva. Cuando lo han hecho, maravillarse y felicitarles calurosamente.
7. Potenciar el diálogo, invitando a los alumnos a que expresen aquello que han hecho y que han visto. Pedirles una explicación oral coherente.
8. Resumir aquello que se ha hecho, se ha dicho y, sobre todo, aquello que se ha aprendido. Ayudar a formar conclusiones.
9. Relacionarlo con conceptos que se han trabajado con anterioridad y, en ocasiones, con otras actividades (calculadora, estadística...)
10. De manera opcional pasar alguna cosa a lenguaje escrito, primero coloquial y después matemático (con cifras y signos).

3.3 Clasificación general

De manera general, antes de centrarnos en los materiales manipulativos a utilizar, realizamos una clasificación de los materiales atendiendo a diversos criterios:

- En primer lugar, la clasificación más relevante: según su funcionalidad. Cascallana (2002) propone una clasificación de los materiales en función de su estructuración: material no estructurado y material estructurado. El material estructurado se trata de cualquier objeto del entorno que el niño o niña manipula a lo largo de su vida, de su evolución. En cambio, el material estructurado tiene como fin la enseñanza de las matemáticas.
- En función de la versatilidad, de la variedad de formas en las que el material puede ser utilizado para el estudio de una gran o menor cantidad de diversos conceptos y propiedades matemáticas.
- Diferenciación entre materiales manipulativos y virtuales o no manipulativos (González, 2010).
- Según su utilidad y el formato en el que se presenta (Flores, Lupiáñez, Berenguer, Marín y Molina, 2011).
- En función del momento en el que se utiliza (Corbalán, 1994): pre-instruccional, co-instruccional y post-instruccional.

- Diferenciando el fin que persigue: mostrar-observar, proponer-manipular, plantear-resolver problemas y buscar-desarrollar estrategias.
- Finalmente, encontramos la clasificación según el tipo de aprendizaje que se busca: memorizar, retener y recuperar información, comprender y hacer relaciones, resolver problemas, aplicar algoritmos y ejercitarse, dominar la técnica.

3.3.1 Bloques multibase

Los bloques multibase son un material manipulativo diseñado para que los niños y niñas logren comprender los sistemas de numeración, concretamente, nuestro sistema de numeración decimal. Dentro de la clasificación general descrita anteriormente, este material se encuentra dentro del grupo "material estructurado", debido a que posee una serie de atributos propios de la estructura matemática y por tanto, está diseñado para que sea el fundamento de los conceptos que se desea que el alumno aprenda. Castro y Molina (2011) describen los bloques multibase como un "material manipulativo con la misma estructura que los sistemas de numeración aditivos con base, que se basa en el principio de agrupamiento" (p. 69).

Como hemos nombrado, permite comprender y visualizar de forma concreta el sistema de numeración decimal, pero también sirve para realizar operaciones matemáticas con números reales de una manera muy visual (suma, resta, multiplicación, división y raíces cuadradas hasta 999).

Este material es muy relevante ya que la numeración decimal es un concepto muy importante que los niños deben adquirir y que les resulta muy confuso. Es de gran relevancia comprender cómo funciona el sistema decimal, pues es la base para poder dar un paso más y comenzar a realizar las operaciones aritméticas.

El material consta de una serie de piezas que representan las unidades de primer, segundo, tercer y cuarto orden; es decir, las unidades, decenas, centenas y unidades de millar.

Las unidades son elementos sueltos en forma de cubo de un centímetro de lado. Las decenas son representadas por barras compuestas por diez cubos de los anteriores. Las centenas, en representación al tercer orden, son placas compuestas por diez barras y por tanto, cien cubos pequeños. Finalmente, encontramos unos cubos grandes que ocupan lo mismo que diez placas de centenas apiladas, ya que representan los millares.

Hay distintas versiones de este material, realizadas en plástico y en madera. También existen otros tipos de bloques multibase como el material de María Montessori denominado juego del banco. En este caso, en vez de estar compuesto por cubos, está formado por un conjunto de bolitas doradas que pueden estar sueltas (unidades), juntas de diez en diez (decenas), formando placas de diez barras una junto a otra (centenas) y un cubo grande equivalente a juntar diez placas (millar).

A pesar de haber diferentes versiones, con todos ellos se desarrollan los mismos contenidos. En primer lugar, con él comprendemos el sistema decimal de numeración; trabajamos el concepto de unidad, agrupamiento, tipos y órdenes de unidades, el valor posicional de las cifras... También lo podemos utilizar para la realización y comprensión de las operaciones aritméticas, hacer una aproximación a los algoritmos y como iniciación al álgebra. Permite el desarrollo de las habilidades operacionales, la estimulación del razonamiento deductivo, el desarrollo de estrategias para la resolución de problemas aplicables a los sistemas de numeración en distintas bases, aunque principalmente se trabaje en base diez. Si vamos más allá, incluso nos permite abordar temas relacionados con medida, longitud, área, volumen y capacidad.

En concreto, los bloques de contenidos -según los establecidos en el currículo de la Comunidad Foral de Navarra- que se pueden mejorar mediante el uso de los bloques multibase son: bloque 2: números, aunque con posibles aplicaciones en el bloque 3: medidas y bloque 4: geometría.

3.3.2 Regletas Cuisenaire

Inicialmente las regletas fueron diseñadas por María Montessori. Años después, George Cuisenaire (1891-1975), maestro belga, las perfeccionó y es por ello que tienen mayor fama y son conocidas como “regletas Cuisenaire”. Además, existen otras variantes como las regletas encajables creadas por M^a Antonia Canals o las regletas planas.

Las regletas son un conjunto de pequeñas barras que representan los números del uno al diez. El tamaño y el color varían según el número que representen. El uno es representado por una barrita de un centímetro de largura y el número diez por una barrita de diez centímetros; es decir, su largura es proporcional al número que representan. En este caso, el número se considera en su totalidad, no como una adición de unidades.

Mediante la manipulación de este material, se adquieren diversas competencias numéricas desarrollando diferentes contenidos. Sirve para mejorar el conocimiento de los números naturales: su ordenación y su comparación-equivalencias entre ellos, así como para aprender la composición y descomposición de los números naturales.

Un paso más allá es la introducción de las operaciones aritméticas como la suma, resta, multiplicación o división, favoreciendo así el cálculo mental. Del mismo modo, se puede trabajar con ellos algunas propiedades de las matemáticas como la propiedad conmutativa, asociativa o distributiva.

Por tanto, los alumnos y alumnas adquieren de manera progresiva el sentido numérico con el fin de aplicar estos buenos razonamientos cuantitativos en contextos reales.

En concreto, el bloques de contenidos -según los establecidos en el currículo de la Comunidad Foral de Navarra- que se puede mejorar mediante el uso de las regletas es principalmente el bloque 2: números.

También, con el uso tanto de las regletas como de los bloques multibase, trabajamos el bloque 1: procesos, métodos y actitudes en matemáticas.

4. PROPUESTA DIDÁCTICA

4.1 Contexto

La siguiente propuesta de intervención didáctica, correspondiente al campo de las matemáticas, se va a llevar a cabo en el colegio público "García Galdeano", situado en un barrio periférico de la comarca de Pamplona. En concreto, se va a realizar en el grupo-clase de 4ºA de Educación Primaria, aprovechando el período de prácticas en dicho centro.

Se trata de una comunidad de aprendizaje, lo que implica que todas las personas influyen en el aprendizaje y el desarrollo de las y los estudiantes de forma directa o indirecta, incluyendo a profesorado, familiares, amigos y amigas, vecinos y vecinas del barrio, miembros de asociaciones y organizaciones vecinales y locales, personas voluntarias, etc. Ofrece educación infantil y educación primaria, dando la posibilidad de cursarlo en el en el modelo G (todas las asignaturas en castellano) o en el modelo A (castellano y asignatura de euskera), y presenta una realidad compleja desde hace ya varios años.

En el curso actual 2016/17 cuenta con un total de 203 estudiantes, de los que 140 son socialmente desfavorecidos y sólo 63 no son socialmente desfavorecidos. Analizando la nacionalidad de origen, 78 son de España, de los que 43 pertenecen a minorías; y 125 son de otras nacionalidades.

Siguiendo con el perfil del alumnado y centrándonos en las necesidades educativas especiales, observamos que:

Tabla 1. Alumnado con N.E.E en el centro

ACNEE	14
NEE ATENDIDAS	17
NEE SIN ATENDER	17

DESFASE CURRICULAR	31
OTROS	124

El grupo-clase en el cual se lleva a cabo la propuesta, está compuesto por 13 alumnos y alumnas en total, de los cuales 11 son niños y 2 niñas. Además, sólo 3 no son repetidores. De estos 13 alumnos y alumnas, 9 precisan medidas del programa de apoyo y/o atención especializada.

Analizando las características generales del grupo, vemos cómo el nivel curricular no es el correspondiente a un 4º de Educación Primaria ordinario, sino que es un nivel más bajo debido a las características explicadas anteriormente y necesidades que presentan.

Más concretamente, los alumnos con los que trabajamos la propuesta didáctica son los siguientes:

Tabla 2. Alumnado con N.E.E a intervenir

ALUMNADO	DIAGNÓSTICO	P.T.	A.L.	NEE GRUPO ORD.
ALUMNO 1	AC. CEREB-VASC. + AFASIA + FUNC. EJEC.	7G	3ss 50´	ACS +CUIDADOR
ALUMNO 2	CAP.INT. LÍMITE + TEL MIXTO	5G		ACS LENGUA
ALUMNO 3	KLINEFELTER: TEL + LECT. + ESCRIT.	5G		ACS LENGUA
ALUMNO 4	D.I.LEVE Y TRASTORNO LECTO-ESCRITURA	5 G		
ALUMNO 5	TEL MIXTO + T. LECTURA + RASGOS AUT.	7G	3ss 50´	ACS Y ACCESO + CUIDADOR

Debido a que este curso en el que se están realizando las prácticas presenta un alumnado con este perfil y además, están abordando un repaso de conceptos que a nivel curricular se debían de haber impartido en niveles más bajos, pero aun no lo tienen asimilado, se consideró conveniente aprovechar la oportunidad para poder

aplicar los materiales en el aula y así realizar una reflexión sobre la incidencia de los materiales manipulativos en la adquisición de conocimientos matemáticos en el alumnado.

4.2 Objetivos

4.2.1 Objetivos generales

En el artículo 7 del Real Decreto 126/2014, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria, se enumeran una serie de objetivos generales a desarrollar a lo largo de toda la etapa de Educación Primaria. En la presente propuesta didáctica se contribuirá a desarrollar en los niños y niñas unas capacidades que les permitan:

b) Desarrollar hábitos de trabajo individual y de equipo, de esfuerzo y de responsabilidad en el estudio, así como actitudes de confianza en sí mismo, sentido crítico, iniciativa personal, curiosidad, interés y creatividad en el aprendizaje, y espíritu emprendedor.

e) Conocer y utilizar de manera apropiada la lengua castellana y, si la hubiere, la lengua cooficial de la Comunidad Autónoma y desarrollar hábitos de lectura.

g) Desarrollar las competencias matemáticas básicas e iniciarse en la resolución de problemas que requieran la realización de operaciones elementales de cálculo, conocimientos geométricos y estimaciones, así como ser capaces de aplicarlos a las situaciones de su vida cotidiana.

m) Desarrollar sus capacidades afectivas en todos los ámbitos de la personalidad y en sus relaciones con los demás, así como una actitud contraria a la violencia, a los prejuicios de cualquier tipo y a los estereotipos sexistas.

4.2.2 Objetivos y competencias

Según la Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la Educación Primaria, la Educación Secundaria Obligatoria y el Bachillerato; las competencias clave del currículo son las siguientes:

- a) Comunicación lingüística.
- b) Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.
- c) Competencia digital.
- d) Aprender a aprender.
- e) Competencias sociales y cívicas.
- f) Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor.
- g) Conciencia y expresiones culturales.

Por ello, en nuestra propuesta didáctica se contribuye al desarrollo de estas competencias básicas mediante los objetivos detallados en la siguiente tabla:

Tabla 3. Objetivos y competencias básicas

COMPETENCIAS	OBJETIVOS
COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA	<p>Incorporar lo esencial del lenguaje matemático a la expresión habitual y la adecuada precisión en su uso.</p> <p>Incidir en los contenidos asociados a la descripción verbal de los razonamientos y procesos; expresar las ideas, datos, reflexiones y soluciones.</p> <p>Facilitar la expresión y propiciar la escucha activa de las explicaciones de los demás, desarrollando la propia comprensión, el espíritu crítico y la mejora de las destrezas comunicativas.</p> <p>Participar activamente.</p>

<p>COMPETENCIA MATEMÁTICA Y COMPETENCIAS BÁSICAS EN CIENCIA Y TECNOLOGÍA</p>	<p>Utilizar sus conocimientos para enfrentarse a las múltiples ocasiones en las que niños y niñas emplean las matemáticas fuera del aula.</p> <p>Aproximarse a las Matemáticas de una manera lúdica.</p> <p>Activar conocimientos matemáticos previos junto a la adquisición de nuevas estrategias.</p>
<p>COMPETENCIA DIGITAL</p>	<p>Seleccionar y extraer la información necesaria de las fuentes disponibles.</p> <p>Proporcionar destrezas asociadas al uso de los números, tales como la comparación, la aproximación o las relaciones entre las diferentes formas de expresarlos, facilitando así la comprensión de informaciones que incorporan cantidades o medidas.</p>
<p>APRENDER A APRENDER</p>	<p>Adquirir estrategias de trabajo autónomo e individual.</p> <p>Aprender estrategias de trabajo en equipo.</p> <p>Adquirir conceptos de un tema sin aislarlo, relacionándolo así con otras materias y dentro de un contexto.</p>
<p>COMPETENCIAS SOCIALES Y CÍVICAS</p>	<p>Aceptar otros puntos de vistas distintos al propio, en particular a la hora de utilizar estrategias personales de resolución de problemas.</p> <p>Adquirir valores como la solidaridad, el respeto a los demás y la tolerancia.</p> <p>Adquirir habilidades sociales y afectivas. Aprender a argumentar las opiniones y reflexiones propias y a exponerlas ante un público.</p> <p>Aprender las normas de convivencia necesarias para el trabajo cooperativo y crear un clima ideal de trabajo dentro del aula.</p>

<p>SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR</p>	<p>Fomentar la participación.</p> <p>Adquirir seguridad en uno mismo.</p> <p>Desarrollar el sentido crítico y la iniciativa personal.</p> <p>Aprender estrategias de trabajo autónomo e individual.</p> <p>Confiar en la propia capacidad para enfrentarse con éxito a situaciones inciertas.</p>
<p>CONCIENCIA Y EXPRESIONES CULTURALES</p>	<p>Considerar el conocimiento matemático como contribución al desarrollo cultural de la humanidad.</p>

4.2.3 *Objetivos didácticos*

Los objetivos didácticos principales con el desarrollo de esta propuesta son:

- Comprender nuestro sistema decimal de numeración.
- Interiorizar los procesos a la hora de realizar las operaciones de adición y sustracción con el fin de afianzarlas y realizarlas con soltura.
- Introducir la multiplicación como suma de sumandos iguales y la división como particiones y repartos.

Por un lado, los objetivos que podremos conseguir con la utilización de los bloques multibase son:

- Llegar a comprender el valor posicional de las cifras, así, un cubo tiene diferente valor que una barra.
- Manejar los conceptos de unidades de orden superior con un apoyo concreto.
- Realizar las operaciones adición y sustracción de forma manipulativa.
- Comprender de forma práctica la suma y resta con llevadas.

- Trabajar los conceptos de doble y mitad.
- Iniciar de forma manipulativa las operaciones de multiplicación y división.
- Trabajar de forma intuitiva la multiplicación como suma de sumandos iguales.
- Realizar particiones y repartos como introducción a la división.
- Ayudar en la resolución de problemas cotidianos con las operaciones de números naturales.

Por otro lado, los objetivos que pretendemos mediante la utilización de las regletas son:

- Formar la serie de numeración del 1 al 10, identificando cada número con un color y viceversa.
- Comprobar la relación de inclusión en la serie numérica. En cada número están incluidos los anteriores.
- Trabajar manipulativamente las relaciones de “ser mayor que”, “ser menor que” y “ser equivalente” de los números, basándose en la comparación de longitudes.
- Iniciar las cuatro operaciones de forma manipulativa.
- Comprobar empíricamente las propiedades de las operaciones.

4.3 Metodología

La metodología usada en esta propuesta está basada en el aprendizaje cooperativo. Como Johnson, Johnson & Holubec (1999) afirmaban, el aprendizaje cooperativo es el empleo didáctico de grupos reducidos en los que los alumnos trabajan juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás. Este modelo de aprendizaje plantea el uso del trabajo en grupo para que cada individuo mejore su aprendizaje y el de los demás.

Los agrupamientos favorecedores del trabajo cooperativo no son los de grupos de estudiantes realizando tareas individualmente sentados alrededor de la misma mesa mientras mantienen conversaciones, sino que un grupo cooperativo tiene un sentido

de responsabilidad individual lo que significa que todo el mundo es partícipe de tarea propia y de la de los demás, y se implica en ésta entendiendo que su trabajo es imprescindible para el éxito del grupo. El trabajo cooperativo es, así mismo, una vía para conocer a las otras personas que participan en él de un modo más profundo, estableciendo otro tipo de relaciones más igualitarias y solidarias.

Además, otro principio que respetamos y tenemos en cuenta a lo largo de esta intervención es el de inclusión; pues en palabras de Pujolàs (2012) “Educación Inclusiva y Aprendizaje Cooperativo son dos conceptos estrechamente relacionados” (P. 90)

El término “inclusión”, es un concepto pedagógico que hace referencia al modo en que la escuela debe responder a la diversidad de todo su alumnado. Se trata de un proceso que ofrece a todo el alumnado la oportunidad de desarrollar sus capacidades en el centro ordinario.

La inclusión significa apostar por una escuela que acoge la diversidad en general, sin exclusión alguna (ni por motivos de discriminación entre distintos tipos de necesidades, ni por motivos relacionados con las posibilidades que ofrece la escuela). La educación inclusiva es asistencia, participación y rendimiento de todos los alumnos/as. Por ello, la inclusión empieza aceptando las diferencias, sintiéndonos cómodos ante la diversidad y no percibiéndola como un problema, sino como un desafío y una oportunidad para enriquecer el entorno de aprendizaje.

En la práctica la inclusión necesita minimizar e incluso eliminar totalmente las barreras para que todos participen sin importar sus características físicas, mentales, sociales, contextos culturales, etc. Por tanto, si tratamos de minimizar las barreras, lo que fomentaremos es hacer uso de elementos facilitadores y apoyos para que sea posible esta educación inclusiva.

Por consiguiente, dividimos el aula en 2 grupos con 4 componentes cada uno y uno de 5, que se trata del grupo en el que nos vamos a centrar en esta propuesta. A cada grupo se le va a repartir una determinada cantidad del material manipulativo que se trabaja en cada sesión (bloques/regletas) y cada componente cuenta con una ficha de

actividades que deben realizar de manera grupal, entre todos, siguiendo el aprendizaje cooperativo.

La intervención con el grupo deseado, por tanto, se realiza dentro del aula ordinaria, a la vez que el resto del alumnado trabaja con los mismos materiales manipulativos otras actividades de mayor complejidad. De este modo, atendemos el principio de inclusión.

4.4 Recursos

Para el desarrollo de esta propuesta didáctica van a ser necesarios recursos tanto materiales, ambientales, como humanos.

- Ambientales: el aula ordinaria, que cuenta con suficiente espacio para que los alumnos y alumnas se dispongan en grupos de 4-5 personas.
- Humanos: además del alumnado al que se le presenta la propuesta, se va a contar con la presencia del tutor del curso, la especialista en pedagogía terapéutica del centro y una cuidadora. Mientras que la cuidadora actuará como espectadora, el tutor y la PT intervendrán y ayudarán en la realización de las actividades.
- Materiales: principalmente serán los materiales manipulativos descritos en las páginas anteriores: bloques multibase y tres cajas de regletas. También se utilizarán las fichas que contienen las actividades, así como un lápiz para su realización.

4.5 Temporalización

Esta intervención educativa será puesta en práctica durante el periodo de tiempo, en un principio, de tres semanas. Está programada para ser realizada en 12 sesiones, aunque se dispone de más sesiones sueltas por si se necesita más tiempo, en función del ritmo de aprendizaje que el alumnado tenga y los resultados que se vayan obteniendo.

Tabla 4. Temporalización de la propuesta (I)

	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES
9.00-9.50	Sesión 1 (Explicación general material de bloques multibase)		Sesión 3 (Bloques. Adición)		
9.50-10.40		Sesión 2 (Bloques. Representación números)			
11.10-12.00					
12.00-12.50					
15.00-15.50				Sesión 4 (Bloques. Adición)	
15.50-16.40					

Tabla 5. Temporalización de la propuesta (II)

	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES
9.00-9.50	Sesión 5 (Bloques. Sustracción)		Sesión 7 (Bloques. Multiplicación)		
9.50-10.40		Sesión 6 (Bloques. Sustracción)			
11.10-12.00					
12.00-12.50					
15.00-15.50				Sesión 8 (Bloques. División)	
15.50-16.40					

Tabla 6. Temporalización de la propuesta (III)

	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES
9.00-9.50	Sesión 9 (Explicación general material de regletas Cuisenaire)		Sesión 11 (Regletas. Sustracción)		
9.50-10.40		Sesión 10 (Regletas. Adición)			
11.10-12.00					
12.00-12.50					
15.00-15.50				Sesión 12 (Taller de problemas con bloques y regletas)	
15.50-16.40					

4.6 Desarrollo

Esta propuesta es desarrollada de una manera secuencial, es decir, está pensada para realizarla en un determinado orden para ir aumentando gradualmente la complejidad de las actividades o ejercicios. A la hora de realizar las actividades propuestas, trabajamos primero la etapa manipulativa, después la gráfica y posteriormente la simbólica a lo largo de toda la intervención. Con todo ello, comenzamos a trabajar con los bloques multibase.

En la primera sesión, explicamos de manera oral el funcionamiento de este material. Nos colocamos todos en un semicírculo sentados en el suelo. Inicialmente, colocamos en columna los números de un dígito (del 1 al 9) y al lado de cada uno colocamos cubos pequeños explicando que la unidad es representada con estos cubos. Representaron de este modo hasta llegar al 9. A continuación los alumnos, siguiendo la lógica, añadieron una unidad más para, supuestamente, representar el 10. Es entonces

cuando se cambia esos 10 cubos pequeños por una barra, explicando que el 10, la decena, es representada con una barra.

Posteriormente, procedimos a colocar los números de dos dígitos en otra columna (10,20,30,40,50,60,70,80,90) y a su lado las barras en su representación.

Tras ello, fue el turno de los números de tres dígitos, donde introducimos las placas en representación del número 100. Una vez dominado el trabajo con cubos pequeños, barras y placas; introducimos el número mil de la misma forma, agregando un cubo para representar el número mil y establecer las equivalencias correspondientes.

En esta sesión, tras la explicación, estuvimos trabajando de forma oral lanzando preguntas como: “¿cómo representaríamos el número 19?”; mientras que los alumnos cogían las piezas necesarias para ello. De este modo, los alumnos iban familiarizándose con el material y comenzamos a trabajar con nuestro sistema decimal de numeración.

En la siguiente sesión, repasamos los diez minutos iniciales lo visto en la anterior sesión y trabajamos del mismo modo. Después, entregamos una ficha para continuar trabajando la representación de los números (Anexo 1). La realizaron de manera cooperativa, en grupo. Además, disponían de los bloques multibase en el centro de las mesas por si era necesario. En varias ocasiones, a pesar de tenerlo gráficamente en el papel, cogieron los bloques y los manipularon para saber de qué número se trataba. Lo mismo ocurrió de manera inversa; cuando se les planteaba un número y tenían que dibujar los cubos, barras o placas, primero lo hacían manipulativamente con el material, y posteriormente lo dibujaban en el papel. Finalmente se trabajó un ejercicio de descomposición de números.

En la tercera sesión, una vez ya dominada la representación, comenzamos a manejar nuestro sistema decimal a través de la adición. Cabe recordar que el alumnado tenía conocimientos previos sobre este proceso, pero debido a que no estaba muy claro, lo íbamos a reforzar. Comenzamos con la suma sin llevadas. En un primer momento lo explicamos de manera oral y seguido les entregamos la segunda ficha (Anexo 2), donde aparecían una serie de sumas, que también las hicimos entre todos de manera colaborativa.

El proceso fue el siguiente: en primer lugar, representaron los sumandos por separado; luego, juntaban las representaciones y realizaban el conteo total. Empezamos con operaciones sencillas donde no hubo que hacer transformaciones (sustituir cubos/barras, etc.) en el resultado. Tras trabajar varias sumas añadimos la dificultad, pues comenzamos la suma con llevadas. Introdujimos sumandos que permitían hacer transformaciones con el total. Es decir, si en el resultado había 10 o más cubos, sustituían por barras y dejaban solamente una cantidad de cubos menor a 10. Por ejemplo, en la suma "8+5" cogían 8 unidades (cubitos) y otras 5 unidades (cubitos). El resultado eran 13 unidades (cubitos) que debían ~~de~~ cambiarlas por una barra (en representación de las 10 unidades) y 3 cubitos (3 unidades).

Habiendo dominado esta transformación de cubos a barras -unidades a decenas-, continuamos con sumas que contengan transformaciones de barras a placas -decenas a centenas-. Incluso propusimos, al final, una transformación de placas a cubos -centenas a unidad de millar-.

En la cuarta sesión, debido a que la anterior fue de varias explicaciones y ejemplificaciones orales junto a la participación activa de todo el alumnado, la empleamos para finalizar la ficha ya entregada de sumas. Esta sesión sirvió para terminarla y además, solventar las dudas que tenían respecto a las transformaciones (en las sumas con llevadas).

La quinta y la sexta sesiones fueron dedicadas a trabajar la sustracción. El proceso mediante el cual realizaban las restas era representar el número del minuendo y a esa representación del minuendo, retiraban la cantidad que representaba el sustraendo. El método fue similar al de las sumas: comenzamos con operaciones sencillas y luego introdujimos restas con llevadas donde tenían que "pedir prestado". La complejidad con las transformaciones fue aumentando progresivamente: primero tratamos con transformaciones de barras a cubos (ejemplo: 12-5), después de placas a barras y cubos (ejemplo: 145-77) y finalmente, de bloque a placas, barras y cubos.

Comenzamos mostrando unos ejemplos de manera oral al grupo y realizando otros ejemplos que iban surgiendo. Después, comenzaron a manipular el material entre todos para hacer la ficha entregada respecto a la sustracción (Anexo 3).

Tal y como estaba previsto en nuestra temporalización, fueron necesarias estas dos sesiones ya que la sustracción presentaba mayor complejidad, pues las transformaciones se realizan de una unidad mayor a una unidad menor. Además, quisimos hacer hincapié en las restas, puesto que este año es cuando se ha comenzado a trabajar con ellas y no tenían bien asimilado el proceso.

En las dos siguientes sesiones, fueron introducidas operaciones más complejas como la multiplicación y división. Nos centramos más en la multiplicación, ya que era el contenido que acababan de comenzar a trabajar (previamente a la realización de esta propuesta).

En esta séptima sesión, la multiplicación fue vista como suma de sumandos iguales (Anexo 4). Para ello era necesario representar la cantidad y el número de veces que se repetía. Iniciamos con el ejemplo 7×4 , donde el alumnado realizaba la representación de 7 veces 4 y después, 4 veces 7. De este modo, también se trabajó la propiedad conmutativa de la multiplicación. Al expresar el resultado, era fundamental que el alumnado realizara las transformaciones necesarias. Finalizamos esta sesión trabajando los conceptos de doble y mitad.

Desde el concepto "mitad" partimos la siguiente sesión, lo cual nos sirvió como introducción a la división (Anexo 5). En esta ocasión no queríamos recalcar el proceso, los pasos de cómo realizar una división (ya que esto se realizaría más adelante), sino que quisimos que vieran de manera general la división como la realización de particiones y repartos. Debido a esto trabajaron con números bajos, puesto que tenían que representar el dividendo y repartirlo o dividirlo en tantos grupos como indicaba el divisor.

Tras haber trabajado estas 8 sesiones con los bloques multibase, introdujimos el segundo material manipulativo a trabajar: las regletas Cuisenaire. Los alumnos ya habían trabajado con las mismas en cursos anteriores por lo que están más familiarizados con estas herramientas. En cambio, en esta propuesta se consideró fundamental trabajar con los bloques multibase en un primer momento para mostrar mejor el funcionamiento de nuestro sistema decimal. Ahora, es turno de manipular las regletas.

En la novena sesión, por tanto, hicimos una breve explicación de las mismas y pasamos a completar una ficha (Anexo 6) a modo de repaso respecto al valor de las regletas y el color que las representa. En esta misma sesión les pedimos que se lanzaran a representar números y definir qué números eran los representados en las actividades. También se realizó un ejercicio donde se trabajaban manipulativamente las relaciones de “ser mayor que”, “ser menor que” y “ser equivalente” de los números, basándose en la comparación de las longitudes de las regletas.

A continuación, en la décima y la undécima sesión, utilizamos las regletas para hacer cálculo mental. En la suma (Anexo 7), los alumnos tomaban las regletas de los dos números que se quería sumar y las ponían una a continuación de otra. Después, debían buscar un conjunto de regletas que fuesen tan largas como la fila que ya tenían y tras ello, escribirlo con números. La actividad a su vez fue propuesta en sentido inverso: dando el resultado de una suma, donde los alumnos buscaban sumas (conjunto de regletas) que daban ese resultado.

En la resta (Anexo 8), se tomaban las regletas de los dos números que se querían restar. Las regletas debían estar colocadas en línea. Se colocaba el número más grande e inmediatamente debajo se ponía el número más pequeño. Por tanto, la tarea que debían realizar era buscar la regleta/regletas que le faltaban al pequeño para llegar a ser el grande.

Para la realización de estas operaciones se les facilitó una tabla (Anexo 9) donde podían colocar más fácilmente las regletas para operar.

Para finalizar con toda la propuesta didáctica, elaboraron una última ficha de actividades (Anexo 10) de manera grupal, en la que se formulaban una serie de problemas cotidianos con el fin de resolverlos manipulativamente y posteriormente, plasmar el resultado en el papel. Para ello, podían hacer uso del material que más les conviniera o prefiriesen.

4.7 Resultados

En primer lugar, debido a que las primeras 8 sesiones de la propuesta didáctica se realizaron con los bloques multibase, analizaremos los resultados de la intervención con este material. Este material manipulativo no les resultaba familiar al alumnado, ya que nunca habían trabajado con él. Por ello, las primeras sesiones fueron fundamentales para su primer acercamiento a éste y su posterior comprensión.

La elección de trabajar con un material manipulativo, distribuyéndose en pequeños grupos, facilitó una mayor motivación e implicación por parte de los alumnos. Esto se pudo notar desde la primera sesión de introducción a los bloques, donde el alumnado participó activamente realizando cuestiones e interaccionando el uno con el otro.

Comenzando con las actividades propuestas, se pedía en un primer momento escribir los números representados con el material multibase. En este tipo de actividad, el error más frecuente era cambiar la posición de las cifras de un número. Es decir, en el ejercicio que tenían el número 32, lo descomponían y representaban como 3U y 2D. Este procedimiento se repitió muy frecuentemente, aunque finalmente se logró adquirir este conocimiento de manera mecánica y eliminar el error.

El siguiente nivel que se les pedía en las actividades era la realización de sumas. Como explicamos en el apartado anterior, estas iban aumentando su complejidad progresivamente (sin llevadas, con 0, con llevadas...). A pesar de ello, todas se realizaron de manera muy satisfactoria. El único error inicial con el que se incurrió, en concreto un alumno, fue que sumaba unidades y decenas como si tuvieran el mismo valor. Esto fue corregido desde el principio, lo que le permitió avanzar y no volver a cometerlo.

Algún otro despiste que se observó en un determinado alumno era que al realizar la suma, aunque la realizaba correctamente, se le olvidaba transformar el resultado. Es decir, en el segundo ejercicio donde debía realizar la suma $8 + 5$, el alumno la realizaba correctamente (13) pero representaba el resultado con 13 cubos, en vez de transformar 10 cubos a una barrita (transformar 10 unidades a una decena) y dejar 3 cubos. Esto no tuvo mayores implicaciones ya que al recordarle que debía realizar las transformaciones necesarias, el alumno dejó de realizar este despiste.

Fue la resolución de restas la actividad que mayor dificultad tuvo y provocó errores más repetidos por parte de todos los alumnos.

Frente al dominio de restas sin llevadas se hallaba una gran confusión con la realización de restas con llevadas, ya que no se realizaban grupos de diez unidades para cambiarlos por una decena, es decir, cuando se trataba de quitar unidades, no descomponían una decena en diez unidades (llevar la llevada) y por tanto, no sabían cómo seguir restando.

Otro error común fue no diferenciar si la cifra correspondía al número del minuendo o del sustraendo. Este error se comenzó a dar cuando se introdujeron las restas con llevadas. Por ejemplo, en el segundo ejercicio se les pedía restar $12 - 5$. El alumnado siguiendo la lógica de restar al mayor el menor, restaban 2U a 5U ya que razonaban que no se podía quitar 5U a 2U. Este error desapareció cuando se comprendió que para realizar restas con llevadas tenían que descomponer 1D en 10U y de este modo, se podían quitar las unidades que fueran necesarias.

A continuación, se introducían las operaciones de multiplicación y división. Recalcando la idea que la multiplicación era la realización de grupos iguales y la división la repartición en grupos iguales, se desarrollaron las actividades correctamente.

Era un proceso lento ya que una vez realizadas las primeras multiplicaciones sencillas, se aumentaba la dificultad y debían realizar, por ejemplo, 25×6 ; es decir, bien hacer 25 grupos de 6 cubos o 6 grupos de 25 cubos, y les costaba tiempo realizar tantos grupos con tanta cantidad.

A pesar de no haber sido un objetivo propuesto, salió el contenido de la propiedad conmutativa de la multiplicación. Esto fue debido a que un alumno se dio cuenta que daba lo mismo, partiendo del ejemplo anterior, hacer 25 grupos de 6 cubos o 6 grupos de 25 cubos. Fue el mismo quien explicó esta propiedad al resto de sus compañeros y realizaron ejemplos con el material para comprobarlo.

Introduciéndose a la división, al principio varios alumnos la confundían con la multiplicación, ya que realizaban el mismo proceso que para multiplicar; realizaban grupos iguales en vez de reparticiones o divisiones en grupos iguales. Esto se cree que fue un problema debido al diseño de la propuesta, que no trabajó lo suficiente las multiplicaciones para su interiorización y diferenciación de las divisiones.

Respecto a los conceptos de doble y mitad no hubo dificultad alguna ya que el material manipulativo permitía mostrarlo muy bien.

La segunda parte de la propuesta didáctica era la intervención con regletas. Este material manipulativo les era familiar al alumnado ya que habían trabajado años anteriores con las mismas. Aun así, se consideró necesario repasar su uso, la colocación a la hora de realizar las adiciones o sustracciones, así como la asociación del color y número de cada regleta.

Partiendo de sus conocimientos previos y con la explicación dada, comenzaron a realizar la primera actividad sobre la representación de números con las regletas. Una dificultad encontrada fue a la hora de darles un número y ellos tener que representarlo con las regletas y posteriormente dibujarlo. A la hora de representarlo ellos gráficamente en el papel, no tenían en cuenta el tamaño de las regletas sino que sólo se fijaban en el color. Por ejemplo, cuando les tocaba dibujar el número 37 con regletas, dibujaban una barra de color verde (en representación del 3) y una barra de color negro (en representación del 7), pero la barra verde era más grande (larga) que la barra negra.

Otro ejercicio que se proponía era la representación de ciertos números y su ordenación de mayor a menor. Un alumno tras haberlos representado correctamente, ordenó los números según la barra que encontraba más grande. Por ejemplo, representaban el número 37 y 125, y como la barra dibujada en representación del 7 era más larga que el 1-2-5 del 125, concluía que el 37 era mayor que 125, sin tener en cuenta el valor de cada cifra.

En relación a las sumas con regletas se realizaron de manera muy satisfactoria y rápida, de modo que añadimos ejercicios extras orales para llenar el tiempo de la sesión. Con ello se mostró que el procedimiento a la hora de realizar una adición, bien sea con o sin llevadas, estaba interiorizado.

A la hora de realizar las sustracciones, tal y como ocurrió con los bloques multibase, aparecieron más dificultades y errores.

Las tres primeras restas se realizaron correctamente por la totalidad de alumnos, ya que se trataban de restas sin llevadas. Cuando se enfrentaron a la resta $72 - 34$ se atascaron puesto que no sabían que cambios realizar, pues a 2 no le podían quitar 4. Para intentar minimizar esas dificultades y problemas ocurridos, entregamos una tabla para que pudieran colocar las regletas en la posición correspondiente (unidades con unidades, decenas con decenas etc.). Esto sirvió de pista, tras haber trabajado y comprendido el valor posicional de las cifras con los bloques multibase, para concluir que había que realizar alguna transformación. Un alumno se dio cuenta que había que “pedir prestada” una a las decenas para darle a las unidades, de modo que las decenas se transformaban en una barrita inferior y a las unidades se les añadía una barrita naranja (representando 10 unidades).

Para cerrar la propuesta didáctica, se propusieron unos problemas con la libre elección del material manipulativo a usar (bloques multibase o regletas). Para el primer problema todos los alumnos decidieron realizarlo con la ayuda de las regletas, que habían sido trabajadas en las últimas sesiones. Al llegar al segundo ejercicio, debido a que identificaron que la operación que había que llevar a cabo era una multiplicación, decidieron hacerlo con los bloques multibase, ya que fue con estos con los que se introdujeron a la multiplicación. A partir de ahí, realizaron todos los problemas con los bloques multibase, lo que produjo satisfacción porque era un material que se había introducido nuevo en esta propuesta didáctica pero había sido comprendido y servido de ayuda.

En la realización de estos problemas se encontraron diferentes dificultades. Por un lado, había dos alumnos que no entendían el problema, a pesar de leerlo correctamente; era un problema de comprensión. Coincidió que estos dos alumnos estaban diagnosticados con “TEL mixto” y “TEL + lect. + escrit.”, por lo que había que explicárselo de diversas formas para que lo logaran comprender. Una vez comprendido, no mostraron ningún problema en la elección de la operación a realizar ni en su ejecución, mostrando la solución correcta.

Por otro lado, había otros alumnos que no lograban identificar qué operación tenían que realizar para resolver el problema. Esto ocurría principalmente cuando la operación correcta era la multiplicación o división, debido a que no estaban tan familiarizados con estas operaciones. A pesar de ello, representándolos mediante cubos y barras y con la ayuda de sus compañeros, identificaban finalmente la operación a realizar y no hubo ningún problema en su ejecución.

CONCLUSIONES

Con la realización de este trabajo se ha pretendido mostrar la importancia que puede tener la utilización de diferentes materiales manipulativos en el aprendizaje de las Matemáticas. Además, según los resultados obtenidos tras el desarrollo de la propuesta didáctica, se ha reafirmado esta idea y se considera realmente necesario y conveniente la utilización de diferentes materiales manipulativos en las clases de Educación Primaria, ya que en numerosas ocasiones se inicia un acercamiento hacia los mismos desde la etapa de Educación Infantil, pero no se saca verdadero provecho de ellos.

Trabajar con material manipulativo estimula el aprendizaje, motiva a los alumnos/as a tener una actitud más positiva hacia las Matemáticas, facilita el desarrollo de los contenidos y favorece una enseñanza activa, creativa y participativa. Asimismo, proporciona un soporte material para la fijación de esquemas de razonamiento. Igualmente, la forma en que los niños y niñas realizan las actividades con ellos constituye un indicador de las competencias necesarias para el desarrollo del pensamiento lógico.

Más aún, cuando trabajamos con alumnado diagnosticado con Necesidades Educativas Especiales o dificultades de aprendizaje. En muchas ocasiones el diagnóstico de este alumnado va unido a un “no puede”, pero mínimos son los esfuerzos para intentar lograr un aprendizaje significativo en ellos. Esto ocurre debido a que nos centramos única y exclusivamente en el diagnóstico de los mismos, etiquetándoles de esta forma.

Estas etiquetas tienen un peligro de estigmatización, puesto que tienen un sentido peyorativo que lo marca negativamente. Así pues, se crearán únicamente expectativas negativas, cerrando posibilidades y favoreciendo la "profecía auto-cumplida".

Añadido a eso, con el uso de esas etiquetas se pone todo el foco en la situación problemática y, ¿qué hay sobre sus otros puntos fuertes y sus capacidades?

Del mismo modo, atendiendo al diagnóstico, no solo un alumno o alumna diagnosticado con discalculia presenta dificultades en el área de Matemáticas, sino

que las dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas son debidas a diversas causas, como hemos podido nombrar en el presente trabajo. Entre otras, alteraciones en el desarrollo intelectual, porque este es más lento o porque el nivel de inteligencia es más bajo; alteraciones en el desarrollo del lenguaje, porque tienen dificultad de aprender vocablos nuevos y elaborar un lenguaje fluido, o porque tienen dificultad para pasar del plano concreto a la representación simbólica o porque tienen dificultad en la comprensión de problemas; alteraciones neurológicas que afectan a la dificultad en la numeración y operaciones escritas, en el planteamiento de problemas, en el cálculo mental; alteraciones afectivo-emocionales, etc.

Por supuesto, no debemos olvidar otras causas que facilitan la aparición de dificultades como los problemas socio-ambientales, absentismo escolar o las metodologías inadecuadas.

Respecto a las pautas metodológicas, las más apropiadas para este perfil de alumnado se encuadran más que nunca en el marco de un aprendizaje significativo. En primer lugar, observamos cuáles eran los conocimientos básicos del alumnado, porque los nuevos conceptos debían estar asentados sobre experiencias anteriores. Para que pudieran darse estos aprendizajes, se presentaron por medios concretos ayudándose de la experimentación y manipulación esencialmente. Por último, y no menos importante, nos dimos cuenta del trato afectivo de aliento, estímulo y seguridad que precisaban estos alumnos, reforzándoles reiteradamente a la hora de realizar las actividades.

Centrándonos en el aprendizaje, no dudábamos de que los procesos evolutivos de los alumnos con N.E.E iban a ir, con frecuencia, mucho más lentos que los procesos de aprendizaje en el nivel escolar en que se encuentra el alumno o alumna. Es más, en este trabajo se es consciente de ello en todo momento y por eso se decidió trabajar a un nivel curricular correspondiente al suyo, no al del curso matriculado; partiendo de la base de que todos los sujetos somos diferentes y por tanto, diferente debe ser la atención que a cada uno se dispense.

Comenzamos con unas actividades sencillas para que el alumnado conociera, se familiarizara y aprendiera el uso del material manipulativo seleccionado y, a continuación, pasamos a resolver diversas actividades siguiendo los objetivos didácticos propuestos a conseguir con ellos. A medida que se avanzaba con la propuesta, se notaba una evolución en la adquisición de estos conceptos, que eran clave para continuar con el aprendizaje de los siguientes contenidos.

Resumiendo todas las ideas anteriormente expresadas, con la utilización de materiales manipulativos se facilita el aprendizaje e interiorización de procesos y conceptos matemáticos de los alumnos y alumnas, y más aún de los que tienen perfil con Necesidades Educativas Especiales. Debemos buscar formas alternativas que faciliten la comprensión de conceptos y permitan a este alumnado alcanzar su máximo desarrollo, sin quedarnos en sus limitaciones y en un "no puede" debido a la "etiqueta" que le ponemos según su diagnóstico.

Para acabar, cerraré este apartado con una cita de Benjamin Franklin:

"Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo"

FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

La enseñanza de las matemáticas para personas con NEE es una tarea que, por afectar a un sector minoritario de la población, no debe quedar olvidada por parte de los investigadores. Por ello, a la vista del trabajo realizado, considero que sería interesante:

- Ampliar los tópicos matemáticos investigados, de manera que vayan más allá del campo numérico.
- Ampliar estudios provenientes de la neuropsicología, sobre la relación causal entre las habilidades aritméticas y las lesiones neurológicas en los lóbulos frontal, parietal y occipital del hemisferio izquierdo.
- Ampliar estudios provenientes de la neuropsicología, sobre la relación causal entre las habilidades geométricas y habilidades para resolver problemas y afecciones de ciertas zonas del hemisferio derecho.
- Estudios sobre errores, pero no única y exclusivamente en alumnos con discapacidad mental, ya que esta es la forma más estudiada de N.E.E. sino en cualquier tipo de diagnóstico.
- Desarrollar estudios que no se centren en que la respuesta de este perfil de alumnado es incorrecta, sino que se centren en los razonamientos o pensamientos matemáticos que emplean estos alumnos; es decir, saber qué han pensado o razonado para llegar a tal respuesta.
- Investigaciones con centro de interés en cómo aprenden matemáticas los estudiantes con discapacidad en las minorías étnicas o culturales.
- Realizar estudios más contextualizados con el aula o con los aspectos institucionales o sociales.
- Realizar estudios de intervención no generalizados, sino realizar intervenciones y recoger resultados según diagnósticos y necesidades. Es decir, realizar una intervención dedicada a alumnos sordos y sus resultados; con alumnos ciegos y sus resultados; discapacidad intelectual y sus resultados etc.

- Ampliar las investigaciones no sólo en la etapa de Educación Primaria, sino también en las etapas de Educación Infantil, secundaria y universidad.
- Estudios sobre cómo tratar la formación de los profesores que trabajan con los alumnos con N.E.E en matemáticas.

REFERENCIAS

LIBROS

Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J.M. (1988). *Materiales para construir la geometría*. Madrid: Síntesis

Alsina i Pastells, Á. (2008). *Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdico -manipulativos: Para niños y niñas de 6 a 12 años*. Madrid: Narcea.

Alsina, À. y Planas, N. (2008). *Matemática inclusiva: propuestas para una educación matemática accesible*. Madrid: Narcea.

Álvarez, A. (1996). *Actividades matemáticas con Materiales Didácticos*. Madrid: Narcea.

Antequera, M., Bachiller, B., Calderón, M.T., Cruz, A., Cruz, P.L. García, F.J., Luna, M., Montero, F., Orellana F.M. y Ortega, R. (2008). *Manual de atención al alumnado con necesidad específica de apoyo educativo derivadas de discapacidad intelectual*. Sevilla: Consejería de Educación de la Junta de Andalucía.

Aranda Rendruello R. (2002). *Educación Especial*. Madrid: Pearson.

Báez, M. y Hernández, S. (2002). *El uso de material concreto para la enseñanza de la matemática*. México: Planeta. [Disponible en (28/02/2017): <http://redexperimental.gob.mx/descargar.php?id=229>]

Canals, M. A. (2001). *Vivir las matemáticas*. Barcelona: Octaedro.

Cascallana, M. T. (2002). *Iniciación a la matemática: Materiales y recursos didácticos*. Madrid: Santillana.

Castro, E. y Molina, M. (2011). *Números naturales y sistemas de numeración*. Madrid: Pirámide.

Corbalán, F. (1994). *Juegos matemáticos para secundaria y bachillerato*. Madrid: Síntesis.

Decroly, O. (1965). *Iniciación general al método Decroly y ensayo de aplicación a la escuela primaria*. Buenos Aires: Losada.

Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics: an educational approach*. Holanda: Reidel.

Flores, P. (2008). *Didáctica de la Matemática en Educación Primaria*. Madrid: Síntesis.

Flores, P., Lupiáñez, J. L., Berenguer, L., Marín, A. y Molina, M. (2011). *Materiales y recursos en el aula de matemáticas*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

Freinet, C. (1968). *Essai de psychologie sensible appliquée à l'éducation*. Neuchâtel: Delachaux et Niestle.

González-Garzón, L. (2009). *Modelos de Enseñanza/Aprendizaje*. Material no publicado.

Hernán, F. y Carrillo, E. (1988). *Recursos en el aula de matemáticas*. Madrid: Síntesis.

Mialaret, G. (1984). *Las Matemáticas: cómo se aprenden cómo se enseñan. Un texto base para psicólogos, enseñantes y padres*. Madrid: Visor.

Molina, S. (1999). *Deficiencia Mental. Aspectos psicoevolutivos y educativos*. Málaga: Aljibre.

Montessori, M; (1909). *El método de la pedagogía científica: aplicado a la educación de la infancia*. Italia: Biblioteca nueva.

Piaget, J.; Inhelder, B. (1984). *Psicología del niño*. Madrid: Morata.

Prados, M.M.; Reina, M.C. y Del Rey, R. (2014). *Manual de psicología de la educación. Para docentes de Educación Infantil y Primaria*. Madrid: Pirámide.

ARTÍCULOS

Bongard, S., y Nieder, A. (2010). Basic mathematical rules are encoded by primate prefrontal cortex neurons. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2277-2282, 107 (5). [Disponible en (31/03/2017): <http://www.pnas.org/content/107/5/2277.full>]

Carretero, R., Coriat, M. y Nieto, P. (1995). Secuenciación, organización de contenidos y actividades de aula. *Revista de materiales curriculares*, 65-173, 7.

De Smedt, B., Holloway, I. D. y Ansari, D. (2011). Effects of problem size and arithmetic operation on brain activation during calculation in children with varying levels of arithmetical fluency. *NeuroImage*, 771-781, 57(3). [Disponible en (08/04/2017): <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/21182966>]

Fischer, M. H. y Brugger, P. (2011). When digits help digits: spatial numerical associations point to finger counting as prime example of embodied cognition. *Frontiers in Psychology*, 2. [Disponible en (21/04/2017): <http://journal.frontiersin.org/article/10.3389/fpsyg.2011.00260/full>]

González Marí, J.L. (2010). Recursos, material didáctico y juegos y pasatiempos: consideraciones generales. *Revista UMA, Didáctica de la Matemática*, 1-24. [Disponible en (30/04/2017): <https://es.scribd.com/document/111973791/Materiales-Infantil-Primaria-y-ESO-Consideraciones-Generales>]

Price, G. R., Mazzocco, M. M. M., y Ansari, D. (2013). Why mental arithmetic counts: brain activation during single digit arithmetic predicts high school math scores. *The Journal of neuroscience*, 33 (1). [Disponible en (27/02/2017): <http://www.jneurosci.org/content/33/1/156.long>]

Serra-Grabulosa, J. M., Adan, A., Pérez-Pàmies, M., Lachica, J. y Membrives, S. (2010). Neural bases of numerical processing and calculation. *Revista de neurologia*, 39-46, 50 (1).

Wood, J. N., y Spelke, E. S. (2005). Chronometric studies of numerical cognition in five-month-old infants. *Cognition*, 23-39, 97 (1). [Disponible en (05/03/2017): <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC3129628/>]

Zarnhofer, S., Braunstein, V., Ebner, F., Koschutnig, K., Neuper, C., Reishofer, G., y Ischebeck, A. (2012). The Influence of verbalization on the pattern of cortical activation during mental arithmetic. *Behavioral and brain functions: BBF*, 8 (13). [Disponible en (15/02/2017): <https://behavioralandbrainfunctions.biomedcentral.com/articles/10.1186/1744-9081-8-13>]

LEGISLACIÓN

Departamento de Educación. Gobierno de Navarra (2014). Decreto Foral 60/2014, de 16 de julio, por el que se establece el currículo de las enseñanzas de Educación primaria en la Comunidad Foral de Navarra, Boletín Oficial de Navarra, 174, de 5 de

septiembre de 2014, 174-181. [Disponible en (01/04/2017): https://www.navarra.es/NR/rdonlyres/B62A9CFB-C17B-461E-BD7D-BBEE005C2096/0/F1410295_EducacionPrimaria.pdf]

Ministerio de Educación y Cultura (MEC) (2014). Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria, Boletín Oficial del Estado, 52, de 1 de marzo de 2014, 19349-19420. [Disponible en (28/03/2017): <https://www.boe.es/buscar/pdf/2014/BOE-A-2014-2222-consolidado.pdf>]

Ministerio de Educación y Cultura (MEC) (2015). Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato, Boletín Oficial del Estado, 25, de 29 de enero de 2015, 6986-7003. [Disponible en (21/03/2017): <http://www.boe.es/boe/dias/2015/01/29/pdfs/BOE-A-2015-738.pdf>]



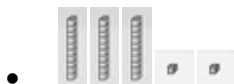
NOMBRE _____ FECHA _____

ANEXO 1: BLOQUES MULTIBASE: REPRESENTACIÓN DE NÚMEROS

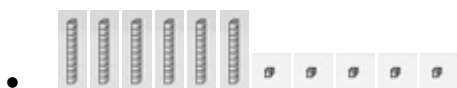
1. ¿Qué número se muestra en cada grupo?



Número:



Número:



Número:



Número:



Número:



Número:



NOMBRE _____ FECHA _____

BLOQUES MULTIBASE: REPRESENTACIÓN DE NÚMEROS

2. Representa los siguientes números con los bloques multibase y a continuación, dibújalos:

- 27

- 55

- 138

- 642

- 2451



NOMBRE _____ FECHA _____

ANEXO 2: BLOQUES MULTIBASE: SUMA

1. Realiza, con ayuda de los bloques, las siguientes sumas:

$\begin{array}{r} 2 \\ + \\ \hline 6 \end{array}$	$\begin{array}{r} 10 \\ + \\ \hline 8 \end{array}$	$\begin{array}{r} 21 \\ + \\ \hline 7 \end{array}$
---	--	--

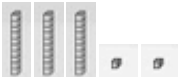
2. Realiza las siguientes sumas. **¡OJO A LAS TRANSFORMACIONES!**

•  + 

Resultado:

•  + 

Resultado:

•  + 

Resultado:



NOMBRE _____ FECHA _____

BLOQUES MULTIBASE: SUMA

3. Escribe el resultado de las siguientes sumas. Para ello, utiliza los bloques multibase:

$$\begin{array}{r} + 26 \\ 19 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 45 \\ 39 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 86 \\ 69 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 125 \\ 238 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 565 \\ 724 \\ \hline \end{array}$$



NOMBRE _____ FECHA _____

ANEXO 3: BLOQUES MULTIBASE: RESTA

1. Realiza, con ayuda de los bloques, las siguientes restas:

$\begin{array}{r} 9 \\ - 5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 19 \\ - 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 29 \\ - 8 \\ \hline \end{array}$
---	--	--

2. Realiza las siguientes restas. **¡OJO A LAS TRANSFORMACIONES!**

• -

Resultado:

• -

Resultado:

• -

Resultado:



NOMBRE _____ FECHA _____

BLOQUES MULTIBASE: RESTA

3. Escribe el resultado de las siguientes restas. Para ello, utiliza los bloques multibase:

$$\begin{array}{r} 145 \\ - 77 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 353 \\ - 199 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1.245 \\ - 896 \\ \hline \end{array}$$



NOMBRE _____ FECHA _____

ANEXO 4: BLOQUES MULTIBASE: MULTIPLICACIÓN

1. Realiza, con ayuda de los bloques, las siguientes multiplicaciones:

$$2 \times 3 =$$

$$3 \times 6 =$$

$$12 \times 4 =$$

$$7 \times 4 =$$

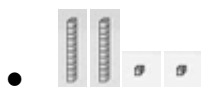
$$11 \times 3 =$$

$$25 \times 6 =$$

2. ¿Cuánto es el **DOBLE** de las siguientes cantidades?



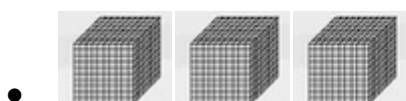
Resultado:



Resultado:



Resultado:



Resultado:



NOMBRE _____ FECHA _____

ANEXO 5: BLOQUES MULTIBASE: DIVISIÓN

1. Realiza, con ayuda de los bloques, las siguientes divisiones:



RECUERDA: dividir significa REPARTIR.

$$4:2=$$

$$6:3=$$

$$8:4=$$

$$10:2=$$

$$25:5=$$

$$68:4=$$

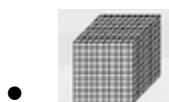
2. ¿Cuánto es la **MITAD** de las siguientes cantidades?



Resultado:



Resultado:



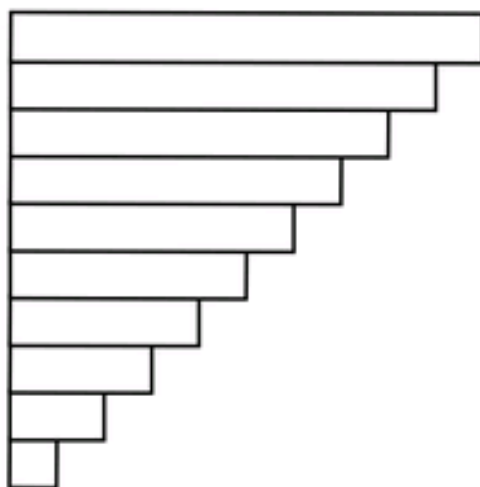
Resultado:



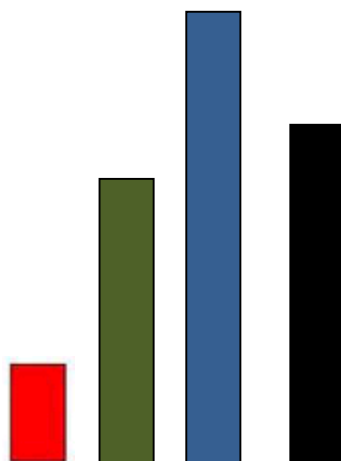
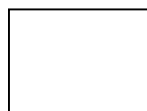
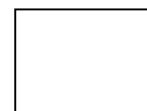
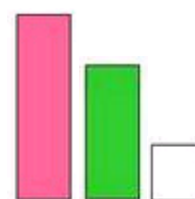
NOMBRE _____ FECHA _____

ANEXO 6: REGLITAS: REPRESENTACIÓN DE NÚMEROS

1. Pinta cada regleta del color que le corresponda y escribe el número que representa:



2. ¿Qué número representan las siguientes regletas?





NOMBRE _____

FECHA _____

REGLETAS: REPRESENTACIÓN DE NÚMEROS

1. Representa los siguientes números utilizando las regletas. Después, dibújalos:

37

628

1.253

3.402

2. Ordena de mayor a menor los siguientes números. Para ello, ayúdate de las regletas. Finalmente, dibújalos:

37

125

645

729

_____ > _____ > _____ > _____



NOMBRE _____ FECHA _____

ANEXO 7: REGLETAS: SUMAS

1. Realiza las siguientes sumas con la ayuda de las regletas.



RECUERDA: ¿CÓMO SE COLOCAN LAS REGLETAS A LA HORA DE SUMAR?

$$\begin{array}{r} 27 \\ + \\ \hline 21 \end{array}$$

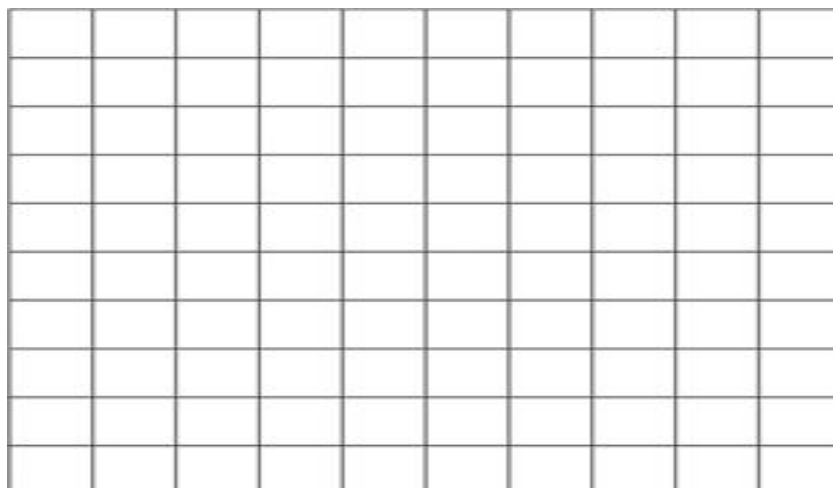
$$\begin{array}{r} 124 \\ + \\ \hline 240 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 564 \\ + \\ \hline 725 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1.246 \\ + \\ \hline 1.825 \end{array}$$

2. Haz la siguiente suma con las regletas y dibuja el resultado:

$$726+392$$





NOMBRE _____ FECHA _____

ANEXO 8: REGLETAS: RESTAS

1. Realiza las siguientes restas con la ayuda de las regletas.



**RECUERDA: ¿CÓMO SE COLOCAN LAS
REGLETAS A LA HORA DE RESTAR?**

$$\begin{array}{r} 65 \\ - 31 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 58 \\ - 41 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 276 \\ - 112 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 72 \\ - 34 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 733 \\ - 526 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1.266 \\ - 1.129 \\ \hline \end{array}$$

ANEXO 9

U.M.	C	D	U
UNIDAD DE MILLAR	CENTENA	DECENA	UNIDAD



NOMBRE _____ FECHA _____

ANEXO 10: BLOQUES MULTIBASE Y REGLETAS: PROBLEMAS

1. Mi hermano y yo queremos comprar un ordenador portátil nuevo. Él tiene ahorrados 345€ y yo tengo 389€. ¿Cuántos euros tenemos entre los dos?



2. Un año tiene 365 días. ¿Cuántos días hay en tres años?



3. El profesor de 4º de Primaria ha comprado para su aula 20 lápices. Si los tiene que repartir entre 5 alumnos, ¿cuántos lápices dará a cada uno?





NOMBRE _____ FECHA _____

BLOQUES MULTIBASE Y REGLETAS: PROBLEMAS

4. El libro que estoy leyendo tiene 52 páginas en total. Si ya he leído 27 páginas, ¿cuántas páginas me faltan por leer?



5. En mi clase hay 15 alumnos en total. ¿Cuántos alumnos hay en la clase de al lado si hay el doble?



6. ¿Cuántos kilos pesan 4 cajas de naranjas de 12 kilos cada una?

