

UNIVERSIDAD PÚBLICA DE NAVARRA

TRABAJO FIN DE MÁSTER

MÁSTER EN ENERGÍAS RENOVABLES: GENERACIÓN ELÉCTRICA

**Análisis y Planteamiento de Solución para Mitigar  
Resonancias Subsíncronas en Parques Eólicos Basados en  
Generadores Doblemente Alimentados**

*Alejandro González Moreno*

Dirigido por  
Jesús López Taberna, *PhD.*

Septiembre, 2017



*Para Sarita.  
Como todas las cosas que  
yo pueda llegar a producir.*



Quiero expresar mis agradecimientos:

A Sarita, por su apoyo incondicional e invaluable.

A mis padres y hermanos, por todo lo que les debo.

A Jesús, por haberme guiado y acompañado en la realización de este trabajo  
(Naturalmente hablo de mi tutor, no confundir).

A todos los miembros del grupo INGEPER, por los diferentes momentos dentro y  
fuera de la sala.



# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>9</b>
1.1. Eventos SSR reportados . . . . .	10
1.2. Las SSR . . . . .	11
1.2.1. IGE: ¿Por qué se produce? . . . . .	12
1.2.2. SSCI: ¿Por qué se produce? . . . . .	16
1.2.3. Soluciones propuestas en la bibliografía . . . . .	17
<b>2. Modelado del Sistema</b>	<b>19</b>
2.1. Simplificaciones . . . . .	19
2.2. Modelo de la Máquina Asíncrona . . . . .	21
2.3. Modelo de la Máquina Asíncrona Conectada a Red Compensada . . . . .	24
2.4. Modelo de la Máquina Asíncrona Conectada a Red Compensada con control de Corrientes . . . . .	26
<b>3. Análisis de Estabilidad</b>	<b>29</b>
3.1. Estabilidad de la Máquina de Inducción conectada a Red . . . . .	29
3.2. Estabilidad de la Máquina de Inducción con Control de Corrientes . . . . .	31
3.3. Validación del Modelo . . . . .	34
<b>4. Solución</b>	<b>37</b>
4.1. Proceso de Deducción . . . . .	37
4.2. Propuesta . . . . .	39
4.3. Optimización . . . . .	43
<b>5. Conclusiones y Líneas Futuras</b>	<b>51</b>
<b>A. Transformadas</b>	<b>53</b>
A.1. Transformada de Clarke . . . . .	53
A.2. Transformada de Park . . . . .	55
<b>B. Parámetros Eléctricos</b>	<b>57</b>
<b>C. Matrices de Estado</b>	<b>59</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>61</b>





# Capítulo 1

## Introducción

A medida que aumenta la participación de las energías renovables en la generación eléctrica mundial, también lo hacen los retos que suponen su conexión a la red eléctrica. En el año 2015 la potencia instalada fue de 63[GW] para alcanzar 433[GW] de potencia eólica en todo el mundo: un incremento del 17% con respecto a los valores del año anterior (ver Figura 1.1).

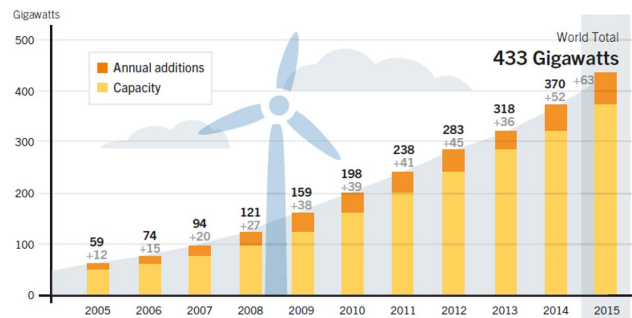


Figura 1.1: Potencia eólica instalada y adiciones (2005-2015) (tomado de [1])

Por la particularidad del recurso eólico, los puntos de generación no suelen estar cerca de los puntos de consumo, y esto hace que para poder ser integrado al sistema eléctrico se requieran extensas líneas de transmisión. Cinco de los seis países en los que más potencia eólica se instaló en 2015 (China, Estados Unidos, Brasil, India y Canadá, ver Figura 1.2) tienen un denominador común: grandes extensiones territoriales.

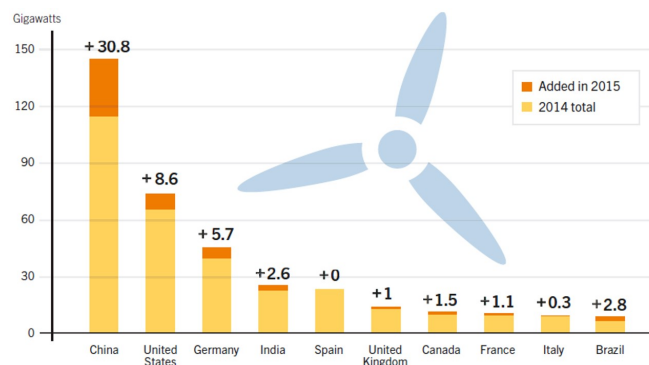


Figura 1.2: Capacidad eólica y adiciones 2015 (tomado de [1])

Las líneas muy extensas, al tener mayor resistencia e inductancia (ambas proporcionales a la longitud del conductor), son capaces de evacuar menos potencia sin sobrecalentarse, por lo tanto, para evacuar la misma potencia se tienen dos opciones:

1. Construir líneas en paralelo.
2. Compensar la reactancia inductiva de la línea a la frecuencia de red, conectando un condensador en serie con la línea.

La segunda alternativa suele ser la preferida pues, para líneas muy extensas, el costo asociado a los condensadores de potencia es inferior al de una línea entera en paralelo[2].

Si bien la incorporación de capacidades al sistema mejora la evacuación de potencia a la frecuencia de red (50 o 60[Hz]), también produce otros efectos no deseados, como la aparición de las denominadas SSR (*Sub-synchronous resonance*), a las cuales las máquinas doblemente alimentadas o DFIG (*Doubly-Fed Induction Generator*) son particularmente sensibles.

### 1.1. Eventos SSR reportados

El primer evento SSR en el que las máquinas doblemente alimentadas se vieron involucradas ocurrió en 2009 en el sur de Texas<sup>1</sup>. El evento es conocido en la bibliografía especializada por el nombre del gestor de la red de Texas: ERCOT<sup>2</sup>.

Dos parques eólicos, con un total de 100 máquinas de 2[MW], que en operación normal se encuentran conectados a la red a través de dos líneas de 345[kV]: *Ajo-Río Hondo* de 67[mi] (compensada al 50%) y *Ajo-Nelson Sharpe* de 37[mi] (sin compensar) (ver Figura 1.3); quedaron súbitamente conectados de forma radial a la red a través de la línea compensada debido al despeje de una falta en la línea *Ajo-Nelson Sharpe* [5].

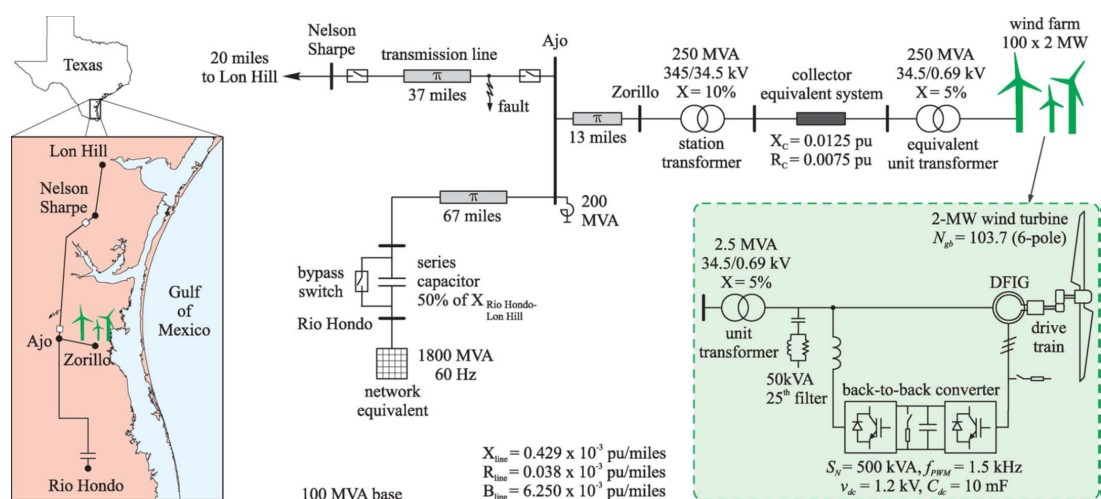


Figura 1.3: Esquema del evento ERCOT (tomado de [6])

<sup>1</sup>Los primeros casos de SSR ocurrieron en generadores síncronos y llevaron a la ruptura de ejes en la central térmica de Mohave en 1970 y 1971 [3].

<sup>2</sup>Si bien el primer evento ocurrió en 2009, un trabajo anterior ya había vislumbrado (en 2003) la vulnerabilidad de esta topología frente a las SSR [4].

Como consecuencia del evento, se produjeron daños a las turbinas debido a la aparición de sobrecorrientes un 300% por encima de lo normal[5]. El crecimiento de las corrientes ocurrió dentro de los 400[ms] posteriores a la desconexión de la línea *Ajo-Nelson Sharpe* y se ha estimado que los daños en el crowbar de las máquinas ocurrieron después de los primeros 200[ms] [5],[7]. Las sobre corrientes (y tensiones) ocurrieron a  $f \approx 20[Hz]$  [5]

Desde entonces se han reportado otros eventos:

- Buffalo Ridge (Minnesota,EEUU) en donde ocurrieron oscilaciones a 9-13[Hz] pero no se reportaron daños en los equipos[8].
- En 2012 en la provincia de Hebei (norte de China) ocurrieron oscilaciones a 6-8[Hz] y un gran número de turbinas tuvieron que ser desconectadas de la red [9].

A la luz de estos eventos y del número creciente de potencia eólica instalada en países con líneas débiles, que representan la mayor parte del mercado mundial (ver Figura 1.2), la preocupación sobre las SSR ha cobrado interés en el mundo de la eólica [10][11][12].

## 1.2. Las SSR

Las SSR hacen parte de un grupo de oscilaciones conocidas como SSI (*Sub-synchronous interactions*) o SSO (*Sub-synchronous oscillations*), estas oscilaciones ocurren a una frecuencia inferior a la de sincronismo de la red, de ahí su nombre, e implican el intercambio de grandes cantidades de energía. Se producen debido a interacciones entre diferentes elementos del sistema por la excitación de sus modos de vibración (o frecuencias naturales). Dependiendo de los elementos del sistema que se vean involucrados (control, generador eléctrico, tren mecánico, red) la oscilación se cataloga de manera diferente[2][6]:

- **SSI/SSO:**
  - **SSR:** Red compensada con la máquina de inducción.
    - **IGE** (*Induction generator effect*): Red compensada con el generador eléctrico.
    - **TI** (*Torsional interaction*): Red compensada con el tren mecánico.
  - **SSTI** (*Sub-synchronous torsional interactions*): Tren mecánico con el control de la electrónica de potencia.
  - **SSCI** (*Sub-synchronous control interactions*): Red compensada con el control de la electrónica de potencia.

Las oscilaciones que involucran al tren mecánico están fijadas por sus frecuencias naturales y son de baja frecuencia ( $f_n \lesssim 3[Hz]$  [13],[14]). Pero las que involucran únicamente el sistema eléctrico pueden ocurrir en un amplio rango de frecuencias (6 – 20[Hz], sólo teniendo en cuenta los eventos reportados), porque dependen del punto de operación del sistema: velocidad de giro, cantidad de máquinas conectadas,

nivel de compensación de la línea (ver una explicación más detallada adelante); y, por lo tanto, su análisis está revestido de una mayor complejidad.

En el marco de este trabajo nos centraremos en las oscilaciones de tipo IGE y SSCI, ambas involucran únicamente el sistema eléctrico.

### 1.2.1. IGE: ¿Por qué se produce?

El fenómeno se produce por la ocurrencia simultánea de dos procesos eléctricos. Por un lado, la aparición de una frecuencia de resonancia como consecuencia de conformar un circuito RLC con la conexión del condensador de potencia (ver Figura 1.4); y, por otro, un comportamiento particular de la máquina de inducción, para la cual, la resistencia del rotor, vista desde la red, es función de la frecuencia.

La frecuencia natural ( $\omega_n$ ) que se introduce en el sistema al agregar la compensación en serie es aquella a la que la oposición que realizan los elementos inductivos y capacitivos al paso de una oscilación se anula, esto es:

$$X(\omega_n) = 0 \implies X_L(\omega_n) + X_C(\omega_n) = 0 \implies j\omega_n L - \frac{j}{\omega_n C} = 0 \implies \omega_n^2 LC = 1$$

De ahí que:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{1}{LC}} [\text{rad/s}] \equiv f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}} [\text{Hz}] \quad (1.1)$$

Para generalizar (1.1) al sistema de la Figura 1.4 obtenemos la inductancia equivalente del sistema (1.2):

$$L_{eq} = L_{lin} + L_{sub} + L_t + L_{fs} + L_{mag} || L_{fr} \quad (1.2)$$

A partir de (1.1) y (1.2), es posible ver la relación entre la frecuencia de resonancia ( $f_n$ ) con la frecuencia de sincronismo de la red ( $f_b$ ).

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \frac{f_b}{f_b} \sqrt{\frac{1}{L_{eq}C}} = f_b \sqrt{\frac{1}{(2\pi f_b)^2 L_{eq}C}} = f_b \sqrt{\frac{1}{(2\pi f_b C)(2\pi f_b L_{eq})}} = f_b \sqrt{\frac{(2\pi f_b C)^{-1}}{2\pi f_b L_{eq}}}$$

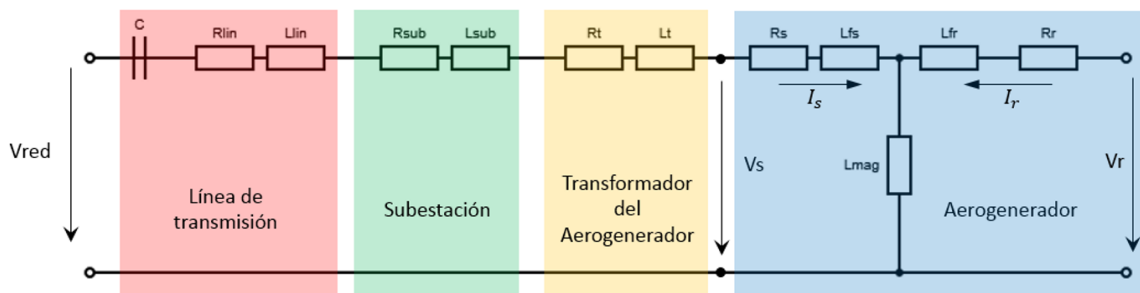


Figura 1.4: Circuito monofásico equivalente de un aerogenerador asíncrono conectado a una línea compensada

De donde se obtiene:

$$f_n = f_b \sqrt{\frac{X_C(@f_b)}{X_{Leq}(@f_b)}} = f_b \sqrt{\frac{X_C(@f_b)}{\sum X_L(@f_b)}} \quad (1.3)$$

Pero, normalmente, la reactancia capacitiva ( $X_C$ ) es una fracción ( $K$ ) de la inductiva de la línea ( $X_{Llin}$ ). De ahí:

$$X_C = KX_{Llin} \quad (1.4)$$

Y a partir de (1.3), (1.4) y (1.2):

$$f_n = f_b \sqrt{\frac{KX_{Llin}}{X_{Llin} + X_{Lsub} + X_{Lt} + X_{Lfs} + X_{Lmag} || X_{Lfr}}} \quad (1.5)$$

De (1.5) es evidente que  $KX_{Llin} < X_{Llin} + X_{Lsub} + X_{Lt} + X_{Lfs} + X_{Lmag} || X_{Lfr}$ , por tanto, el resultado de la raíz es menor que 1. Entonces se puede afirmar que  $f_n$  es una frecuencia inferior a la del sincronismo de la red ( $f_b$ ). De ahora en adelante nos referiremos a  $f_n$  como una resonancia subsíncrona ( $f_{ssr}$ ).

Por su definición, a esta frecuencia ( $f_{ssr}$ ), la resistencia (amortiguamiento) y por tanto estabilidad del sistema depende únicamente de sus elementos resistivos (ver Figura 1.4). Obteniendo la resistencia neta (1.6):

$$R_{neta}(f) = \sum R + R_s + R_{r,eq}(f) = \sum R + R_s + \frac{R_r}{s(f)} \quad (1.6)$$

En donde:

$\sum R$  representa todas las resistencias en serie que están desde los bornes del generador hasta el condensador.

$R_s$  resistencia del estator.

$R_r$  resistencia del rotor.

$R_{r,eq}$  es la resistencia equivalente del rotor, vista desde de la red. Se obtiene del modelo en régimen permanente de la máquina asíncrona (ver Figura 1.4), que no desarrollaremos aquí.

$$R_{r,eq} = \frac{R_r}{s} \quad (1.7)$$

$s$  el deslizamiento (que varía con la frecuencia) y se define como la razón entre la pulsación eléctrica del rotor ( $\omega_r$ ) y el estator ( $\omega_s$ ) (1.8);

$$s = \frac{\omega_r}{\omega_s} = \frac{\omega_s - \omega_m}{\omega_s} = 1 - \frac{\omega_m}{\omega_s} = 1 - \frac{f_m}{f_s} \quad (1.8)$$

$\omega_m$  es la velocidad mecánica pasada a referencia eléctrica mediante  $\omega_m = pp\Omega_m$ , en donde  $pp$  es el número de pares de polos y  $\Omega_m$  es la velocidad de rotación del rotor.

Al aparecer la frecuencia de resonancia subsíncrona ( $f_{SSR}$ ), la frecuencia del estator ( $f_s$ ) estará conformada por dos componentes frecuenciales ( $f_b$  y  $f_{SSR}$ ) y por lo tanto (a partir de (1.8)) habrá que definir dos deslizamientos:  $s_b$  y  $s_{SSR}$ .

En (1.8), cuando  $f_m$  es mayor que  $f_s$ , en este caso  $f_{SSR}$ , el deslizamiento se hace negativo. Si  $s_{SSR}$  es negativo, la resistencia equivalente del rotor será negativa y por lo tanto quitará amortiguamiento al sistema. En esta condición, el sistema se mantendrá estable mientras  $R_{r,eq}(f_{SSR})$  no supere la suma de todos los otros elementos resistivos, es decir, mientras  $R_{neta}(f_{SSR})$  se mantenga positiva.

En la Figura 1.5 se puede ver un caso concreto en el que ocurrirá una SSR debido al IGE. Nótese que:

$$\lim_{\frac{\omega_m}{\omega_b} \rightarrow \frac{f_{SSR}^+}{f_b}} R_{r,eq} = -\infty$$

y en el mismo punto de operación ( $\omega_m/\omega_b$ ) la reactancia total del sistema ( $X_L + X_C$ ) se hace 0.

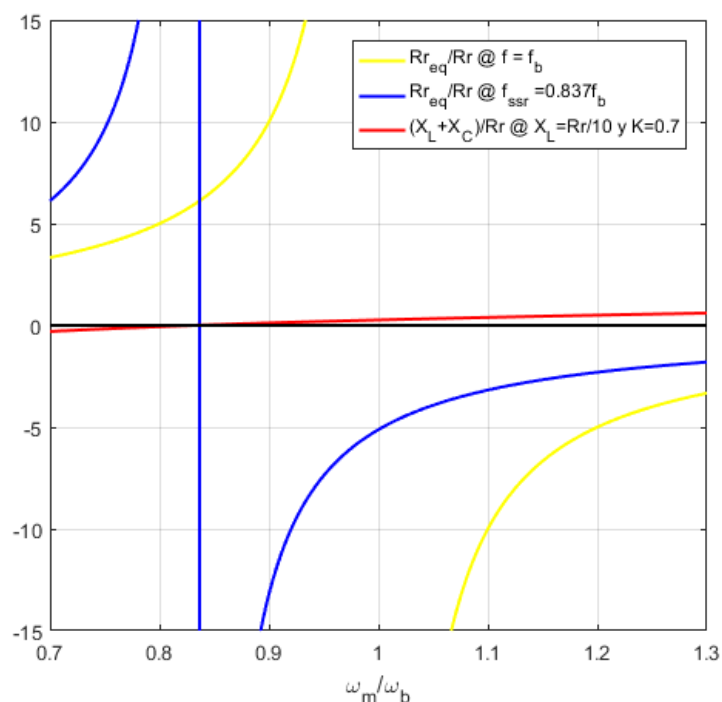


Figura 1.5: Variación de  $R_{r,eq}$  y  $X_L + X_C$  para diferentes velocidades de rotación ( $\omega_m$ )

### La influencia del número de aerogeneradores (N):

El análisis anterior se hizo suponiendo un parque de un único aerogenerador, en la práctica el parque estará conformado por una cantidad mucho mayor. Para tener en cuenta el número de aerogeneradores, el modelo equivalente estará conformado por la línea de transmisión y la subestación del parque en serie y  $N$  series de transformador-aerogenerador en paralelo (ver Figura 1.4).

Para simplificar el análisis se supondrá que todas las máquinas son exactamente iguales. De ser así, se podrá analizar el sistema como un único aerogenerador conformado por el agregado de los  $N$  aerogeneradores originales, esto es, un aerogenerador cuyas inductancias y resistencias son  $N$  veces más pequeñas que las uno de ellos.

Al configurar el modelo agregado anterior, ampliamente utilizado en el análisis de SSR, las ecuaciones (1.6) y (1.5) se reconvierten en (1.9) y (1.10), respectivamente:

$$R_{neta} = \sum R + (R_t + R_s + R_{r,eq})/N \quad (1.9)$$

$$f_{ssr} = f_b \sqrt{\frac{KX_{Llin}}{X_{Llin} + X_{Lsub} + (X_{Lt} + X_{Lfs} + X_{Lmag} \| X_{Lfr})/N}} \quad (1.10)$$

Sustituyendo (1.7), (1.8) y (1.10) en (1.9) se puede obtener una ecuación que muestra la influencia de los diferentes parámetros en la estabilidad del sistema ( $R_{neta}$ ) a la frecuencia de resonancia subsíncrona:

$$R_{neta}(f_{ssr}) = \sum R + (R_t + R_s)N^{-1} + \frac{R_r N^{-1}}{1 - \frac{f_m}{f_b \sqrt{\frac{KX_{Llin}}{X_{Llin} + X_{Lsub} + (X_{Lt} + X_{Lfs} + X_{Lmag} \| X_{Lfr})/N}}}} \quad (1.11)$$

Del análisis de (1.11) se puede concluir que si  $N$  es suficientemente grande el sistema será estable. Si  $N$  es suficientemente grande entonces  $N^{-1}$  será suficientemente pequeño y el producto  $R_r N^{-1}$  también, por lo que aun cuando  $s_{ssr}$  sea negativa, la disminución del amortiguamiento no comprometerá la estabilidad del sistema.

El límite de lo suficientemente grande para  $N$  depende de la velocidad de rotación ( $f_m$ ) y del nivel de compensación de la línea ( $K$ ). Para  $N$  grande  $(R_t + R_s)N^{-1} \rightarrow 0$ , por lo tanto el amortiguamiento del sistema dependerá fundamentalmente de  $\sum R$ , en esta condición, para mantener la estabilidad:

$$\sum R + \frac{R_r N^{-1}}{1 - \frac{f_m}{f_b \sqrt{\frac{KX_{Llin}}{X_{Llin} + X_{Lsub}}}}} > 0$$

y por tanto:

$$\frac{N \sum R}{R_r} > \frac{1}{\frac{f_m}{f_b} \frac{1}{\sqrt{\frac{KX_{Llin}}{X_{Llin} + X_{Lsub}}}} - 1} \quad (1.12)$$

Entonces  $N$  será suficientemente grande si para una combinación de  $f_m$  y  $K$  se cumple (1.12).

A partir de (1.12) también se pueden comprobar cómo afectan el nivel de compensación y la velocidad de rotación la estabilidad del sistema a la frecuencia  $f_{SSR}$ . Analizando el término derecho se ve que el sistema es más vulnerable a bajas velocidades: ya se demostró que el término de la raíz es menor que 1, por lo tanto, cuanto más alta sea la velocidad de rotación ( $f_m$ ), más grande será el denominador y, por tanto, más pequeño será el término completo y se cumplirá (1.12); por el contrario, a velocidades bajas puede darse la condición en que el denominador sea positivo pero muy pequeño, con lo cual el resultado tiende a infinito, incumpliendo (1.12) y haciendo el sistema inestable.

Entre más grande sea  $K$ , la velocidad para la que se incumple (1.12) será mayor, acercándose a las velocidades de funcionamiento del parque, es decir, el sistema será inestable en un mayor rango de velocidades.

En resumen, de forma general se puede afirmar sobre los parámetros que afectan al IGE:

$N$ : cuantas más turbinas conformen el parque, este será menos vulnerable<sup>3</sup>.

$\omega_m$ : a mayores velocidades de giro (altas velocidades de viento), mayor será la estabilidad del sistema.

$K$ : cuanto mayor sea el nivel de compensación de la línea, mayor será el rango de velocidades a las que el sistema es vulnerable al IGE.

### 1.2.2. SSCI: ¿Por qué se produce?

El SSCI en máquinas DFIG es un empeoramiento del IGE, y se produce por los efectos de los parámetros de control del convertidor del rotor, principalmente la ganancia proporcional del lazo de corriente. La tensión impuesta por el convertidor del rotor vendrá dada por el algoritmo de control del lazo, típicamente un PI:

$$V_r = k_p(I_r^* - I_r) + \frac{k_i}{s}(I_r^* - I_r) \quad (1.13)$$

Puede comprobarse cómo la  $k_p$  actúa como una resistencia, de hecho, un fácil análisis dimensional muestra cómo sus unidades son ohmios. Para todos los efectos prácticos, la ganancia proporcional del lazo de corriente se comporta como una resistencia adicional en el rotor, visto desde la red, como si la resistencia del rotor fuera mayor<sup>4</sup>.

Como la ganancia del control de corriente produce un incremento en la resistencia aparente del rotor, teniendo en cuenta (1.12), puede verse que para una misma combinación de nivel de compensación y velocidad de rotación, un parque basado en DFIG tendrá mayor riesgo de SSR que uno de conformado por máquinas *Jaula de Ardilla*.

---

<sup>3</sup>En el Capítulo 3 se verá que esto solo es cierto parcialmente.

<sup>4</sup>Esta afirmación puede corroborarse comparando las matrices de estados de la máquina asíncrona con y sin control (Apéndice C, p.59). El desarrollo seguido para obtenerlas se encuentra en el próximo capítulo.

Los efectos negativos de la  $k_p$  sobre la estabilidad se pueden apreciar en la Figura 3.3 (p.32).



### 1.2.3. Soluciones propuestas en la bibliografía

Las diferentes propuestas para mitigar el problema de las SSR en parque eólicos han discurrido por dos vertientes. La primera involucra la instalación y control de sistemas flexibles de transmisión AC o FACTS, por sus siglas en inglés, y aunque son una alternativa eficaz, implican un coste adicional tanto para nuevos proyectos, como para parques existentes que no dispongan de alguno de estos equipos.

La segunda vertiente consiste en la introducción de señales suplementarias en el control de los convertidores. Existen diferentes alternativas: actuar en el convertidor del rotor (RSC) [6],[15], [16] y [17]; en el convertidor de red (GSC) [14] y [18] o en ambos [19].

Las propuestas que actúan sobre el GSC lo hacen porque han demostrado que actuar sobre el RSC reduce la estabilidad de otros modos de vibración diferentes al subsíncrono. Sin embargo, la variable empleada para construir la señal suplementaria de control es la tensión del condensador de potencia, que es una señal que no está disponible en la práctica. Para salvar este obstáculo proponen métodos para *estimarla* [14] y [18].

Quienes optan por actuar en el control del RSC lo hacen porque las variables del rotor tienen mayor influencia sobre la resonancia. De hecho, ya se mencionó (y se verá en el Capítulo 3) que es el lazo de control de corrientes del RSC quien hace particularmente vulnerable a la topología DFIG frente a SSR. Frente a la implementación en el GSC se menciona que debido a este hecho, es necesario emplear más energía para atenuar la oscilación (debido a la necesidad de emplear ganancias proporcionales mayores)[15].

A continuación se presenta una tabla-resumen en la que se plasman las principales características de las soluciones publicadas:

		Propuestas						
		[6]	[15]	[16]	[17] <sup>+</sup>	[14]	[18] <sup>*</sup>	[19]
<b>Convertidor</b>	RSC	x	x	x	x			x
	GSC					x	x	x
<b>Lazo</b>	Interno	x	x	x	x		x	x
	Externo					x	x	x
<b>Tipo de Control</b>	Proporcional	x	x	x		x	x	x
	Derivativo							x
	Filtro Notch				x			
	<i>Lead-Lag</i>		x					x
	Observador de Estados	x		x				
<b>Variable Utilizada</b>	$I_s$	x		x				
	$I_r$	x		x				x
	$P$		x					
	$V_c$					x	x	x

<sup>+</sup> Este artículo propone filtrar el error de  $I_{rd}$  y no la utilización de alguna señal adicional.

<sup>\*</sup> Este artículo propone las mejores posiciones para introducir la señal suplementaria de control, pero no explicita cual. Se menciona que en cualquiera de las ubicaciones de la fase  $d$  del GSC se podría implementar.



# Capítulo 2

## Modelado del Sistema

### 2.1. Simplificaciones

El sistema completo involucrado en el fenómeno puede estar conformado por un gran número de elementos:  $N$  aerogeneradores (con electrónica de potencia, tren mecánico de una o más etapas y transformador de media tensión), subestación de transformación y la red (como se ve en la Figura 2.1). Un modelo detallado tendría dimensiones desproporcionadas para realizar un análisis eficiente, por esta razón, el primer paso que se suele hacer para analizar un parque eólico en su modelización es la reducción del número de turbinas. Esto se consigue mediante el agrupamiento de las  $N$  turbinas iniciales en un único aerogenerador que, para un mismo punto de operación, generaría la misma cantidad de potencia que todo el parque (también se conoce como modelo agregado). Si todas las máquinas son exactamente iguales, un rápido análisis de impedancias muestra que la máquina equivalente tendrá:

$$Z_{eq} = \left( \sum_{i=1}^N \frac{1}{Z_i} \right)^{-1} = \left( N \frac{1}{Z} \right)^{-1}$$

Entonces:

$$Z_{eq} = \frac{Z}{N} \tag{2.1}$$

Incluso con esta simplificación el orden de un modelo que tenga en cuenta las dinámicas mecánicas, eléctricas y del control puede ser superior a 20 [18], [20]. Además, aunque se ha simplificado notablemente su tamaño, sigue siendo un sistema difícil de analizar debido a su comportamiento no lineal. Para lidiar con la no linealidad y obtener resultados en diferentes puntos de operación se tienen dos opciones: primero, realizar una simulación por cada escenario, lo cual resulta muy costoso en tiempo y hace difícil el análisis de la influencia de parámetros; y segundo, linealizar el modelo alrededor de cada punto de operación y utilizar las herramientas de análisis para sistemas lineales (análisis en pequeña señal).

Como el enfoque de este trabajo está en el análisis del IGE y el SSCI se ignorarán las dinámicas mecánicas. El análisis de participación hecho en [20] y [18] demuestra la poca relación entre los modos de vibración mecánicos y las variables eléctricas.

También se prescindirá del GSC (cuyas dinámicas poco influyen en el fenómeno), del lazo externo del RSC (que tiene un cierto grado de atenuación en el rango de las frecuencias de resonancia) y el bus DC. Otras simplificaciones se tendrán en cuenta, todas relacionadas de una u otra forma con el control:

- Medición de variables: el lazo de corriente calcula el error con la corriente directamente y no con una medición filtrada de ésta (como se ve en la Figura 2.3), que agregaría variables de estado adicionales.
- Discretización de variables: el modelo en *espacio de estados* del control es un modelo continuo, como lo es el de la máquina y la red compensada. En la práctica el control se implementa de forma digital. Se requeriría acoplar el modelo discreto del control con los modelos continuos de la máquina y la red, por ejemplo, con la aproximación de Euler-Tustin.
- Conmutaciones del convertidor: en la práctica la tensión sintetizada por el convertidor es, en un periodo de conmutación, **el valor medio** de la tensión deseada. Se han ignorado todas las componentes frecuenciales derivadas de dicha conmutación.

La razón para estas simplificaciones es, fundamentalmente, que las frecuencias a las que ocurren estos fenómenos están suficientemente por encima del rango frecuencial de interés para las SSR ( $\approx 1-60\text{Hz}$ ).

Además, cuando el sistema de control calcula las variables en los ejes  $dq$ , lo hace gracias a un algoritmo PLL (Phase Locked Loop, fundamentalmente un PI) que genera el ángulo necesario para alinear adecuadamente el vector tensión a los ejes  $dq$ . Las dinámicas asociadas a la PLL se han ignorado.

El enfoque empleado en este trabajo usará un modelo en pequeña señal, linealizado alrededor de la velocidad de rotación de la máquina. La construcción del modelo se hará gradualmente: primero la máquina asíncrona, luego la conexión de esta a la red y finalmente el control de corriente del convertidor del rotor (RSC).

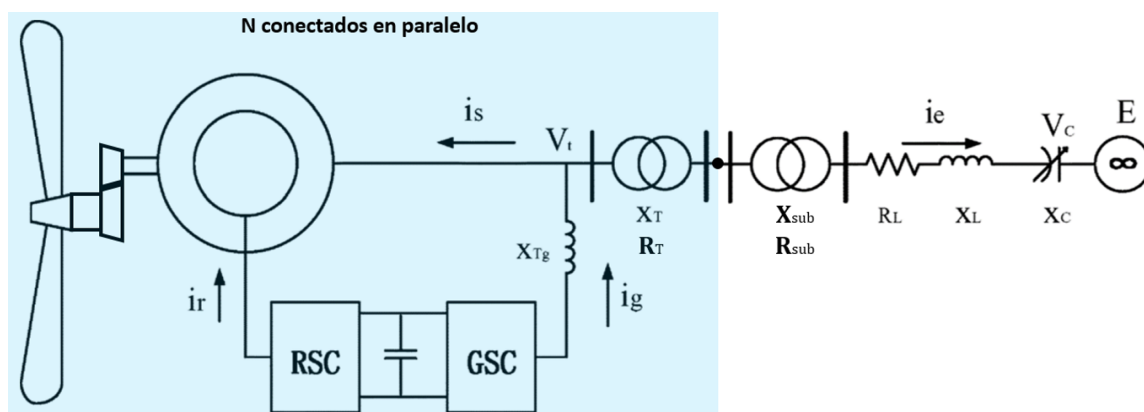


Figura 2.1: Diagrama unifilar del sistema completo (modificado a partir de [14])

## 2.2. Modelo de la Máquina Asíncrona

El sistema de ecuaciones matriciales que rigen al generador de inducción se obtiene a partir de la ley generalizada de Ohm:

$$\begin{pmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{pmatrix} = \mathbb{R}_s \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{\psi}_A \\ \dot{\psi}_B \\ \dot{\psi}_C \end{pmatrix} = \mathbb{R}_s \vec{I}_{ABC} + \dot{\vec{\psi}}_{ABC} \quad (2.2)$$

Y de forma análoga para el rotor<sup>1</sup>:

$$\begin{pmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{pmatrix} = \mathbb{R}_r \begin{pmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{\psi}_a \\ \dot{\psi}_b \\ \dot{\psi}_c \end{pmatrix} = \mathbb{R}_r \vec{I}_{abc} + \dot{\vec{\psi}}_{abc} \quad (2.3)$$

En donde  $\mathbb{R}_s$  y  $\mathbb{R}_r$  son las matrices de resistencias del estator y el rotor

$$\mathbb{R}_s = R_s \mathbb{I}_3$$

$$\mathbb{R}_r = R_r \mathbb{I}_3$$

Siendo  $\mathbb{I}_3$  la matriz identidad de tres dimensiones.

A su vez, las ecuaciones para los flujos magnéticos son

$$\psi_{ABC} = \begin{pmatrix} \psi_A \\ \psi_B \\ \psi_C \end{pmatrix} = \mathbb{L}_{s,ABC} \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} + \mathbb{L}_{mag} \begin{pmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

$$\psi_{abc} = \begin{pmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{pmatrix} = \mathbb{L}_{mag}^t \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} + \mathbb{L}_{r,abc} \begin{pmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Donde  $\mathbb{L}_{s,ABC}$  es la matriz de inductancias que crean flujo en el estator a partir de sus corrientes,  $\mathbb{L}_{r,abc}$  son las inductancias que crean flujo en el rotor a partir de sus corrientes,  $\mathbb{L}_{mag}$  y  $\mathbb{L}_{mag}^t$  son las matrices de inductancias mutuas, que son responsables de flujo creado en el estator debido a las corrientes del rotor y viceversa. Las matrices de inductancias están definidas por:

$$\mathbb{L}_{s,ABC} = \begin{pmatrix} L_{fs} + L_{mag} & -\frac{1}{2}L_{mag} & -\frac{1}{2}L_{mag} \\ -\frac{1}{2}L_{mag} & L_{fs} + L_{mag} & -\frac{1}{2}L_{mag} \\ -\frac{1}{2}L_{mag} & -\frac{1}{2}L_{mag} & L_{fs} + L_{mag} \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

$$(2.7)$$

$$\mathbb{L}_{r,abc} = \begin{pmatrix} L_{fr} + L_{mag} & -\frac{1}{2}L_{mag} & -\frac{1}{2}L_{mag} \\ -\frac{1}{2}L_{mag} & L_{fr} + L_{mag} & -\frac{1}{2}L_{mag} \\ -\frac{1}{2}L_{mag} & -\frac{1}{2}L_{mag} & L_{fr} + L_{mag} \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

<sup>1</sup>En este trabajo todos los parámetros del rotor estarán referidos a la tensión de estator a menos que se indique lo contrario.

$$\mathbb{L}_{mag} = L_{mag} \begin{pmatrix} \cos(\theta_m) & \cos(\theta_m + \frac{2}{3}\pi) & \cos(\theta_m - \frac{2}{3}\pi) \\ \cos(\theta_m - \frac{2}{3}\pi) & \cos(\theta_m) & \cos(\theta_m + \frac{2}{3}\pi) \\ \cos(\theta_m + \frac{2}{3}\pi) & \cos(\theta_m - \frac{2}{3}\pi) & \cos(\theta_m) \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

$L_{fs}$ ,  $L_{fr}$  y  $L_{mag}$  son las inductancias de fugas de estator y rotor, y la inductancia magnética de cada devanado (pueden verse en la Figura 1.4).

$\theta_m$  es el ángulo de desplazamiento que existe entre el devanado A (del estator) y el devanado a (del rotor), y, como es previsible, cambia en función de la velocidad de giro del rotor.

Lo anterior supone una dificultad para analizar sistema de ecuaciones planteado, pues  $\mathbb{L}_{mag}$  presenta coeficientes que cambian con el tiempo. Para solucionar esta dificultad se suele representar el sistema completo en otro marco de referencia, esto se logra mediante la aplicación de dos transformaciones lineales al sistema de ecuaciones (2.2)-(2.5).

La primera de estas transformaciones se denomina *Transformada de Clarke* y es el paso de un sistema de referencia de tres ejes coplanares a un sistema de tres ejes ortogonales (de ABC a  $\alpha\beta 0$ ). La segunda es el cambio de un sistema de coordenadas ortogonal estático a un sistema de coordenadas ortogonal giratorio respecto al eje 0 (de  $\alpha\beta 0$  a  $dq 0$ ) y junto con la *Transformada de Clarke* se denomina *Transformada de Park*<sup>2</sup>.

Aplicando la *Transformada de Park* a (2.2) se obtiene (2.10):

$$\begin{aligned} \vec{V}_{s,dq} &= \mathbb{P}_{\omega_s} \vec{V}_{ABC} = \mathbb{P}_{\omega_s} \left[ \mathbb{R}_s \vec{I}_{ABC} + \dot{\vec{\psi}}_{ABC} \right] = \mathbb{P}_{\omega_s} \mathbb{R}_s \vec{I}_{ABC} + \mathbb{P}_{\omega_s} \dot{\vec{\psi}}_{ABC} \\ &= \mathbb{P}_{\omega_s} \mathbb{R}_s (\mathbb{P}_{\omega_s}^t \vec{I}_{s,dq}) + \mathbb{P}_{\omega_s} \frac{d}{dt} (\mathbb{P}_{\omega_s}^t \vec{\psi}_{s,dq}) = \mathbb{R}_{s,dq} \vec{I}_{s,dq} + \mathbb{P}_{\omega_s} \left( \frac{d\mathbb{P}_{\omega_s}^t}{dt} \vec{\psi}_{s,dq} + \mathbb{P}_{\omega_s}^t \dot{\vec{\psi}}_{s,dq} \right) \\ &= \mathbb{R}_{s,dq} \vec{I}_{s,dq} + \begin{pmatrix} 0 & -\omega_s \\ \omega_s & 0 \end{pmatrix} \vec{\psi}_{s,dq} + \dot{\vec{\psi}}_{s,dq} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Y de forma similar para (2.3), (2.4) y (2.5), quedando:

$$\vec{V}_{r,dq} = \mathbb{P}_{\omega_r} \vec{V}_{abc} = \mathbb{R}_{r,dq} \vec{I}_{r,dq} + \begin{pmatrix} 0 & -\omega_r \\ \omega_r & 0 \end{pmatrix} \vec{\psi}_{r,dq} + \dot{\vec{\psi}}_{r,dq} \quad (2.11)$$

$$\vec{\psi}_{s,dq} = \mathbb{P}_{\omega_s} \vec{\psi}_{ABC} = \mathbb{L}_{s,dq} \vec{I}_{s,dq} + \mathbb{L}_m \vec{I}_{r,dq} \quad (2.12)$$

$$\vec{\psi}_{r,dq} = \mathbb{P}_{\omega_r} \vec{\psi}_{abc} = \mathbb{L}_m \vec{I}_{s,dq} + \mathbb{L}_{r,dq} \vec{I}_{r,dq} \quad (2.13)$$

<sup>2</sup>Una explicación más detallada de estas transformaciones puede verse en A.1 y A.2.

Con:

$$\mathbb{R}_{s,dq} = \mathbb{P}_{\omega_s} \mathbb{R}_s \mathbb{P}_{\omega_s}^t = \begin{pmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

$$\mathbb{R}_{r,dq} = \mathbb{P}_{\omega_r} \mathbb{R}_r \mathbb{P}_{\omega_r}^t = \begin{pmatrix} R_r & 0 \\ 0 & R_r \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

$$\mathbb{L}_m = \mathbb{P}_{\omega_s} \mathbb{L}_{mag} \mathbb{P}_{\omega_s}^t = \mathbb{P}_{\omega_r} \mathbb{L}_{mag} \mathbb{P}_{\omega_r}^t = \begin{pmatrix} 1,5L_{mag} & 0 \\ 0 & 1,5L_{mag} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_m & 0 \\ 0 & L_m \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

$$\mathbb{L}_{s,dq} = \mathbb{P}_{\omega_s} \mathbb{L}_{s,ABC} \mathbb{P}_{\omega_s}^t = \begin{pmatrix} L_{fs} + L_m & 0 \\ 0 & L_{fs} + L_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_s & 0 \\ 0 & L_s \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

$$\mathbb{L}_{r,dq} = \mathbb{P}_{\omega_r} \mathbb{L}_{r,ABC} \mathbb{P}_{\omega_r}^t = \begin{pmatrix} L_{fr} + L_m & 0 \\ 0 & L_{fr} + L_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_r & 0 \\ 0 & L_r \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

Al sustituir (2.12) y (2.13) en (2.10) y (2.11) se obtiene:

$$\vec{V}_{s,dq} = \mathbb{R}_{s,dq} \vec{I}_{s,dq} + \begin{pmatrix} 0 & -\omega_s \\ \omega_s & 0 \end{pmatrix} (\mathbb{L}_{s,dq} \vec{I}_{s,dq} + \mathbb{L}_m \vec{I}_{r,dq}) + (\mathbb{L}_{s,dq} \dot{\vec{I}}_{s,dq} + \mathbb{L}_m \dot{\vec{I}}_{r,dq}) \quad (2.19)$$

$$\vec{V}_{r,dq} = \mathbb{R}_{r,dq} \vec{I}_{r,dq} + \begin{pmatrix} 0 & -\omega_r \\ \omega_r & 0 \end{pmatrix} (\mathbb{L}_m \vec{I}_{s,dq} + \mathbb{L}_{r,dq} \vec{I}_{r,dq}) + (\mathbb{L}_m \dot{\vec{I}}_{s,dq} + \mathbb{L}_{r,dq} \dot{\vec{I}}_{r,dq}) \quad (2.20)$$

Que, al agruparse y ordenarse convenientemente, forman (2.21):

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \vec{V}_s \\ \vec{V}_r \end{pmatrix}_{dq} &= \begin{pmatrix} \mathbb{R}_{s,dq} & \mathbb{O} \\ \mathbb{O} & \mathbb{R}_{r,dq} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{I}_s \\ \vec{I}_r \end{pmatrix}_{dq} + \begin{pmatrix} \mathbb{W}_s & \mathbb{O} \\ \mathbb{O} & \mathbb{W}_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbb{L}_{s,dq} & \mathbb{L}_m \\ \mathbb{L}_m & \mathbb{L}_{r,dq} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{I}_s \\ \vec{I}_r \end{pmatrix}_{dq} + \begin{pmatrix} \mathbb{L}_{s,dq} & \mathbb{L}_m \\ \mathbb{L}_m & \mathbb{L}_{r,dq} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\vec{I}}_s \\ \dot{\vec{I}}_r \end{pmatrix}_{dq} \\ &= \left[ \begin{pmatrix} \mathbb{R}_{s,dq} & \mathbb{O} \\ \mathbb{O} & \mathbb{R}_{r,dq} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbb{W}_s & \mathbb{O} \\ \mathbb{O} & \mathbb{W}_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbb{L}_{s,dq} & \mathbb{L}_m \\ \mathbb{L}_m & \mathbb{L}_{r,dq} \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \vec{I}_s \\ \vec{I}_r \end{pmatrix}_{dq} + \begin{pmatrix} \mathbb{L}_{s,dq} & \mathbb{L}_m \\ \mathbb{L}_m & \mathbb{L}_{r,dq} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\vec{I}}_s \\ \dot{\vec{I}}_r \end{pmatrix}_{dq} \\ &= [\mathbb{R} + \mathbb{W}\mathbb{L}] \begin{pmatrix} \vec{I}_s \\ \vec{I}_r \end{pmatrix}_{dq} + \mathbb{L} \begin{pmatrix} \dot{\vec{I}}_s \\ \dot{\vec{I}}_r \end{pmatrix}_{dq} = [\mathbb{R} + \mathbb{W}\mathbb{L}] \vec{I}_{dq} + \mathbb{L} \dot{\vec{I}}_{dq} \end{aligned} \quad (2.21)$$

$\mathbb{W}_s$  y  $\mathbb{W}_r$  son:

$$\mathbb{W}_s = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_s \\ \omega_s & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbb{W}_r = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_r \\ \omega_r & 0 \end{pmatrix}$$

A partir de (2.21) se puede encontrar una representación en *espacio de estados*[21] para la máquina asíncrona, de la forma:

$$\dot{X} = \mathbb{A}X + \mathbb{B}U \quad (2.22)$$

$$Y = \mathbb{C}X + \mathbb{D}U \quad (2.23)$$

En donde:

$X$  Vector de estados.  $\dim X = nx1$ .

$B$  Matriz de entrada.  $\dim B = nxm$ .

$U$  Vector de entradas  $\dim U = mx1$ .

$C$  Matriz de matriz de salida.  
 $\dim C = pxn$ .

$Y$  Vector de salidas.  $\dim Y = px1$ .

$D$  Matriz de transmisión directa.  
 $\dim D = pxm$ .

$A$  Matriz de estados.  $\dim A = nxn$ .

Si se definen las corrientes como salidas del sistema, entonces:  $C$  es una matriz identidad de dimensión 4 y  $D = 0$ . Se puede convertir (2.21) a la forma de (2.22)<sup>3</sup>:

$$\dot{I} = -\mathbb{L}^{-1} [\mathbb{R} + \mathbb{W}\mathbb{L}]I + \mathbb{L}^{-1}V \quad (2.24)$$

Y puede verse cómo<sup>4</sup>

$$A = -\mathbb{L}^{-1} [\mathbb{R} + \mathbb{W}\mathbb{L}] \quad (2.25)$$

$$B = \mathbb{L}^{-1} \quad (2.26)$$

Las ecuaciones (2.25) y (2.26) pueden generalizarse para hacer el modelo agregado de  $N$  máquinas si:

$$\mathbb{R} = \frac{1}{N} \begin{pmatrix} \mathbb{R}_s & \mathbb{O} \\ \mathbb{O} & \mathbb{R}_r \end{pmatrix} \quad y \quad \mathbb{L} = \frac{1}{N} \begin{pmatrix} \mathbb{L}_s & \mathbb{L}_m \\ \mathbb{L}_m & \mathbb{L}_r \end{pmatrix}$$

### 2.3. Modelo de la Máquina Asíncrona Conectada a Red Compensada

La conexión de la máquina a la red se hace, como se ve en la Figura 2.1, a través de un transformador (por cada máquina) que eleva la tensión de baja a media y posteriormente una subestación (para todo el parque) que eleva la tensión de media a alta para conectarse a la red de distribución (compensada).

De forma similar a como se hizo en la sección anterior, se puede construir el modelo agregado en *espacio de estados* referido a los ejes  $d$  y  $q$  para el sistema combinado del transformador de media, la subestación y la red compensada:

$$\begin{pmatrix} \dot{I} \\ \dot{V}_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\mathbb{L}_{TG}^{-1} [\mathbb{R}_{TG} + \mathbb{W}_s \mathbb{L}_{TG}] & -\mathbb{L}_{TG}^{-1} \\ 1/c\mathbb{I}_2 & -\mathbb{W}_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ V_c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\mathbb{L}_{TG}^{-1} & \mathbb{L}_{TG}^{-1} \\ \mathbb{O} & \mathbb{O} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_s \\ V_g \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

<sup>3</sup>A partir de este punto se ignorarán los subíndices “dq” ya que el análisis completo se realizará en este marco de referencia (a menos que se indique lo contrario).

También, por entenderse que son vectores, se omitirán los símbolos para de identificarlos ( $\vec{x}$ ). Por eso, cuando se escriba  $I_s$  deberá entenderse  $\vec{I}_{s,dq}$ .

<sup>4</sup>A partir de ahora se usará el subíndice  $IG$ , cuando pueda haber confusión, para referirse a las matrices de la máquina de inducción desarrolladas en esta sección.



En donde:

$I$ corriente de línea en $d$ y $q$ .	$\mathbb{I}_2$ matriz identidad de orden 2.
$V_c$ tensión del condensador $d$ y $q$ .	$\mathbb{L}_{TG}$ matriz de inductancias.
$V_s$ tensión de estator.	$\mathbb{L}_{TG} = [L_t/N + L_{sub} + L_{lin}]\mathbb{I}_2$ .
$V_g$ tensión de red.	$\mathbb{R}_{TG}$ matriz de resistencias.
$C$ capacidad del condensador.	$\mathbb{R}_{TG} = [R_t/N + R_{sub} + R_{lin}]\mathbb{I}_2$ .

El orden del modelo desarrollado es 4 y el de la máquina de inducción de la sección anterior también, por lo que a primera vista se podría pensar que el orden del modelo combinado es 8. Sin embargo, hay que notar que la corriente del primero y la corriente  $I_s$  del segundo son la misma, por lo que el orden correcto del sistema acoplado debe ser 6.

La unión de los sistemas de ecuaciones (2.24) y (2.27) debe hacerse en dos pasos: primero, agrupar los elementos inductivos en un sólo sistema (este calculará la corriente a partir de las tensiones de entrada y el circuito capacitivo generará la tensión a partir de la corriente de entrada); y segundo, combinar ambos sistemas a partir de una variable común (que se encuentra a una tensión  $V_s'$ ).

La separación en dos sistemas, uno inductivo y otro capacitivo, se puede ver, para una fase y en los ejes  $ABC$ , en la Figura 2.2. Nótese que para efectos prácticos es como si la inductancia de fugas del estator ( $L_{fs}$ ) fuera más grande ( $\sum L$ ) y la resistencia de la línea de transmisión también (comparar con la Figura 1.4)<sup>5</sup>. Esto implica unificar las matrices de inductancias  $\mathbb{L}_{IG}$  y  $\mathbb{L}_{TG}$ :

$$\mathbb{L} = \begin{pmatrix} \mathbb{L}_s & \mathbb{L}_m \\ \mathbb{L}_m & \mathbb{L}_r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbb{L}_{TG} & \mathbb{O} \\ \mathbb{O} & \mathbb{O} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/N [\mathbb{L}_s + L_t \mathbb{I}_2] + [L_{sub} + L_{lin}] \mathbb{I}_2 & 1/N \mathbb{L}_m \\ 1/N \mathbb{L}_m & 1/N \mathbb{L}_r \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

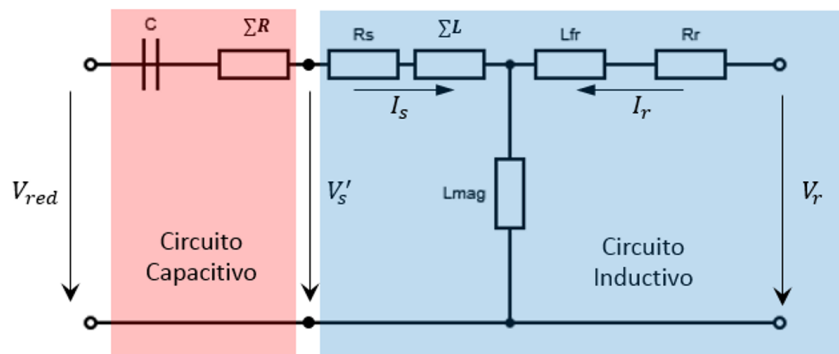


Figura 2.2: Circuito monofásico equivalente de la conexión de la máquina asíncrona a la red compensada

<sup>5</sup>También es posible agrupar las resistencias en la resistencia del estator pero no se ha hecho así para que la tensión  $V_s'$  sea lo más parecida posible a  $V_s$ .

La unión de los dos sistema se hará despejando  $V_s$  de (2.27) (teniendo en cuenta que  $V_s$  es ahora  $V_s'$  y que todas las inductancias están agrupadas en la inductancia de fugas del estator):

$$V_s' = V_g - \mathbb{R}_{TG}I_s - V_c \quad (2.29)$$

y reemplazándolo en (2.24):

$$\begin{aligned} \dot{I} &= \mathbb{A}_{IG}I + \mathbb{B}_{IG} \begin{pmatrix} V_g - \mathbb{R}_{TG}I_s - V_c \\ V_r \end{pmatrix} \\ &= \mathbb{A}_{IG}I + \begin{pmatrix} \mathbb{B}_{IG}(1) & \mathbb{B}_{IG}(2) \\ \mathbb{B}_{IG}(3) & \mathbb{B}_{IG}(4) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_g - \mathbb{R}_{TG}I_s - V_c \\ V_r \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.30)$$

Pero en (2.30) el vector de entradas contiene algunas variables de estado ( $I_s$  y  $V_c$ ), por lo que hay que operar, reordenar e introducir la ecuación matricial de estado de  $V_c$  (segunda fila de (2.27)):

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{I} \\ \dot{V}_c \end{pmatrix} &= \left[ \begin{pmatrix} \mathbb{A}_{IG} & \mathbb{O}_{4 \times 2} \\ \mathbb{O}_{2 \times 4} & \mathbb{O}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\mathbb{B}_{IG}(1)\mathbb{R}_{TG} & \mathbb{O}_2 & -\mathbb{B}_{IG}(1) \\ -\mathbb{B}_{IG}(3)\mathbb{R}_{TG} & \mathbb{O}_2 & -\mathbb{B}_{IG}(3) \\ 1/cI_2 & \mathbb{O}_2 & -\mathbb{W}_s \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} I \\ V_c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbb{B}_{IG} \\ \mathbb{O}_{2 \times 4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_g \\ V_r \end{pmatrix} \\ &= \mathbb{A}_{IGTG} \begin{pmatrix} I \\ V_c \end{pmatrix} + \mathbb{B}_{IGTG} \begin{pmatrix} V_g \\ V_r \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.31)$$

Como puede verse, la nueva matriz de estados ( $\mathbb{A}_{IGTG}$ ) es la suma de la matriz de estados del sistema anterior ( $\mathbb{A}_{IG}$ ), adecuadamente ampliada, con una matriz adicional que se obtiene al operar  $\mathbb{B}_{IG}$  con el vector de entradas en (2.30) e incluir la ecuación matricial de estado de  $V_c$ .

## 2.4. Modelo de la Máquina Asíncrona Conectada a Red Compensada con control de Corrientes

La implementación del control de corrientes del rotor es análoga a la inclusión de la red compensada en el apartado anterior. Así como la conexión de la máquina síncrona a la red se hizo teniendo en cuenta la tensión  $V_s'$ , ahora la conexión del control se hará teniendo en cuenta la tensión  $V_r$ , que, de hecho, es la salida del algoritmo de control de corriente (ver Figura 2.3).

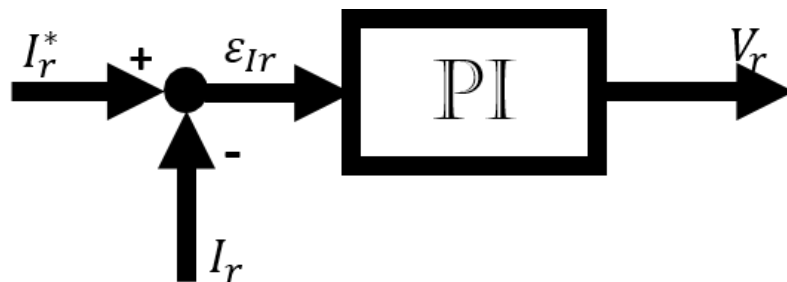


Figura 2.3: Esquema básico del control de corriente

En la práctica, el control de las máquinas suele hacerse en los ejes  $dq$ , por lo que el planteamiento de las ecuaciones a partir de Figura 2.3 es directo:

$$\begin{aligned}
 V_r &= \frac{1}{N} \begin{pmatrix} k_{pd} & 0 \\ 0 & k_{pq} \end{pmatrix} \left[ \varepsilon_{Ir} + \begin{pmatrix} T_{nd}^{-1} & 0 \\ 0 & T_{nq}^{-1} \end{pmatrix} \int_0^t \varepsilon_{Ir} dt \right] \\
 &= \frac{1}{N} \begin{pmatrix} k_{pd} & 0 \\ 0 & k_{pq} \end{pmatrix} \varepsilon_{Ir} + \frac{1}{N} \begin{pmatrix} k_{id} & 0 \\ 0 & k_{iq} \end{pmatrix} \int_0^t \varepsilon_{Ir} dt \\
 &= \mathbb{K}_p \varepsilon_{Ir} + \mathbb{K}_i \int_0^t \varepsilon_{Ir} dt = \mathbb{K}_p (I_r^* - I_r) + \mathbb{K}_i \int_0^t \varepsilon_{Ir} dt
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

Al reemplazar en (2.31):

$$\begin{pmatrix} \dot{I} \\ \dot{V}_c \end{pmatrix} = \mathbb{A}_{IGTG} \begin{pmatrix} I \\ V_c \end{pmatrix} + \mathbb{B}_{IGTG} \begin{pmatrix} V_g \\ \mathbb{K}_p (I_r^* - I_r) + \mathbb{K}_i \int_0^t \varepsilon_{Ir} dt \end{pmatrix} \tag{2.33}$$

En (2.33), al igual que en (2.30), el vector de entradas contiene variables de estado ( $I_r$  y  $\int_0^t \varepsilon_{Ir} dt$ ), por lo que se repite el proceso seguido en el apartado anterior, definiendo previamente la ecuación de estado para  $\int_0^t \varepsilon_{Ir} dt$ :

$$\frac{d}{dt} \left( \int_0^t \varepsilon_{Ir} dt \right) = I_r^* - I_r \tag{2.34}$$

Ahora se puede definir la nueva ecuación de estados del sistema integrado:

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} \dot{I} \\ \dot{V}_c \\ \varepsilon_{Ir} \end{pmatrix} &= \left[ \begin{pmatrix} \mathbb{A}_{IGTG} & \mathbb{O}_{6 \times 2} \\ \mathbb{O}_{2 \times 6} & \mathbb{O}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbb{O}_2 & -\mathbb{B}_{IG}(2)\mathbb{K}_p & \mathbb{O}_2 & \mathbb{B}_{IG}(2)\mathbb{K}_i \\ \mathbb{O}_2 & -\mathbb{B}_{IG}(4)\mathbb{K}_p & \mathbb{O}_2 & \mathbb{B}_{IG}(4)\mathbb{K}_i \\ \mathbb{O}_2 & \mathbb{O}_2 & \mathbb{O}_2 & \mathbb{O}_2 \\ \mathbb{O}_2 & -\mathbb{I}_2 & \mathbb{O}_2 & \mathbb{O}_2 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} I \\ V_c \\ \int \varepsilon_{Ir} \end{pmatrix} \\
 &+ \begin{pmatrix} \mathbb{B}_{IG}(1) & \mathbb{B}_{IG}(2)\mathbb{K}_p \\ \mathbb{B}_{IG}(3) & \mathbb{B}_{IG}(4)\mathbb{K}_p \\ \mathbb{O}_2 & \mathbb{O}_2 \\ \mathbb{O}_2 & \mathbb{I}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_g \\ I_r^* \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.35}$$

Si, al igual que en el caso de la máquina asíncrona, se definen las corrientes como salidas, entonces:  $\mathbb{C}_{4 \times 8} = (\mathbb{I}_4 \quad \mathbb{O}_4)$  y  $\mathbb{D} = 0$ .



# Capítulo 3

## Análisis de Estabilidad

Ahora que se tiene la representación del modelo en *espacio de estados* se puede comprobar cómo se ve afectado por los diferentes parámetros ya estudiados (a partir de un modelo en régimen permanente) en el Capítulo 1: la velocidad de rotación ( $\omega_m$ ), el nivel de compensación de la línea ( $K$ ) y el número de máquinas ( $N$ ).

La estabilidad de un sistema está determinada por la parte real de sus polos (raíces del polinomio característico o, para el caso de análisis en *espacio de estados*, valores propios de la matriz de estados). El sistema será estable siempre y cuando la parte real de cada uno de sus polos se mantenga en el semiplano izquierdo, o lo que es lo mismo, que su parte real sea negativa.

Para analizar la estabilidad del sistema se implementaron en MATLAB los modelos en *espacios de estados* desarrollados y se obtuvieron sus polos para diferentes escenarios con la función *eig*, que calcula los valores propios de  $\mathbb{A}$  encontrando numéricamente todos los valores de  $p$  que satisfacen  $\det(\mathbb{A} - p\mathbb{I}) = 0$ . Los valores de  $p$  encontrados son los polos del sistema.

También se realizaron simulaciones (en SIMULINK) de algunos puntos para validar el análisis en *espacio de estados*.

Para calcular los polos hay que darles valores numéricos a las matrices desarrolladas, los valores empleados pueden verse en el Apéndice B (p.57).

### 3.1. Estabilidad de la Máquina de Inducción conectada a Red

Primero se analizará la estabilidad de la máquina asíncrona sin control. Se hará un barrido de escenarios (velocidad de rotación, número de turbinas y nivel de compensación) para los cuales se calculan los polos del sistema y se observa la estabilidad en un gráfico de polos (ver Figura 3.1)<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>Como los gráficos de polos son simétricos respecto al eje real, sólo se representará la parte positiva del eje imaginario.

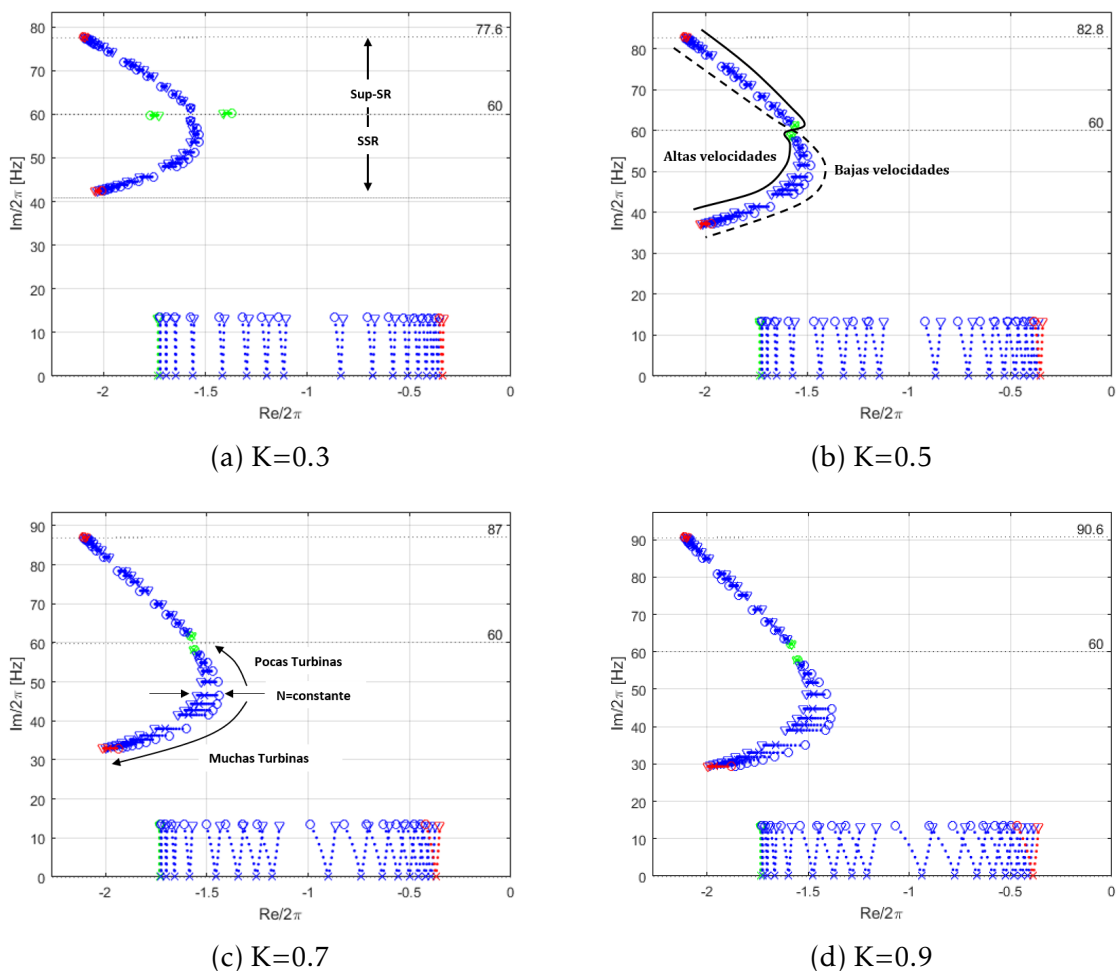


Figura 3.1: Diagramas de polos de la máquina asíncrona para diferentes niveles de compensación.  $N=1$ (verde)-1000(rojo),  $\Omega_m [rpm] = 1400(\circ)$ -1800( $\times$ )-2200( $\nabla$ ).

Del análisis de la Figura 3.1 se desprenden varios resultados: se aprecian claramente los polos subsíncronos y supersíncronos, por debajo y por encima de la línea de  $60[Hz]$ , respectivamente. Para una combinación cualquiera de  $N$  y  $K$  los polos sub y super síncronos se mueven en horizontal dependiendo de la velocidad: los subsíncronos más inestables a menor velocidad y los supersíncronos al contrario. Para un mismo número de turbinas, a medida que aumenta el nivel de compensación también lo hace la frecuencia de resonancia. Aunque no se inestabiliza el sistema en ningún caso, se ve cómo es *menos* estable a medida que aumenta el nivel de compensación: en el punto de menos estabilidad de (a) su parte real es menor que  $-1.5$ , el punto de menos estabilidad en (d) es mayor a  $-1.4$ .

También se aprecia un resultado no previsto en el análisis del modelo de estado estable llevado a cabo en el Capítulo 1. Se había previsto que a mayor número de turbinas, mayor sería la estabilidad del sistema, porque para una misma  $\Omega_m$  el valor de  $R_{r,eq}$  sería menor. Sin embargo, observando el punto de menor estabilidad de los polos subsíncronos se ve cómo se encuentra para un número de turbinas intermedio. Por lo tanto, en la zona de “pocas” turbinas, el incremento de  $N$  hace más inestable al sistema y en otra ocurre lo contrario. El número de turbinas que hace al sistema menos estable aumenta con el nivel de compensación.

## 3.2. Estabilidad de la Máquina de Inducción con Control de Corrientes

En la Figura 3.2 se puede ver un barrido de escenarios similar al del la Figura 3.1, salvo que en esta ocasión se ha implementado el control de corrientes del RSC<sup>2</sup>, esto agrega dos polos adicionales al sistema y, como se observa con claridad, disminuye la estabilidad de los polos SSR, llegando incluso a inestabilizarlos. La cantidad de polos que se hacen inestables aumenta con el incremento de  $K$ .

Este resultado no es el único interesante, también se observa que las frecuencias de resonancia no cambian, sólo lo hace su amortiguamiento<sup>3</sup>. Por lo demás, todos los resultados del análisis de la Figura 3.1 pueden extenderse a la Figura 3.2.

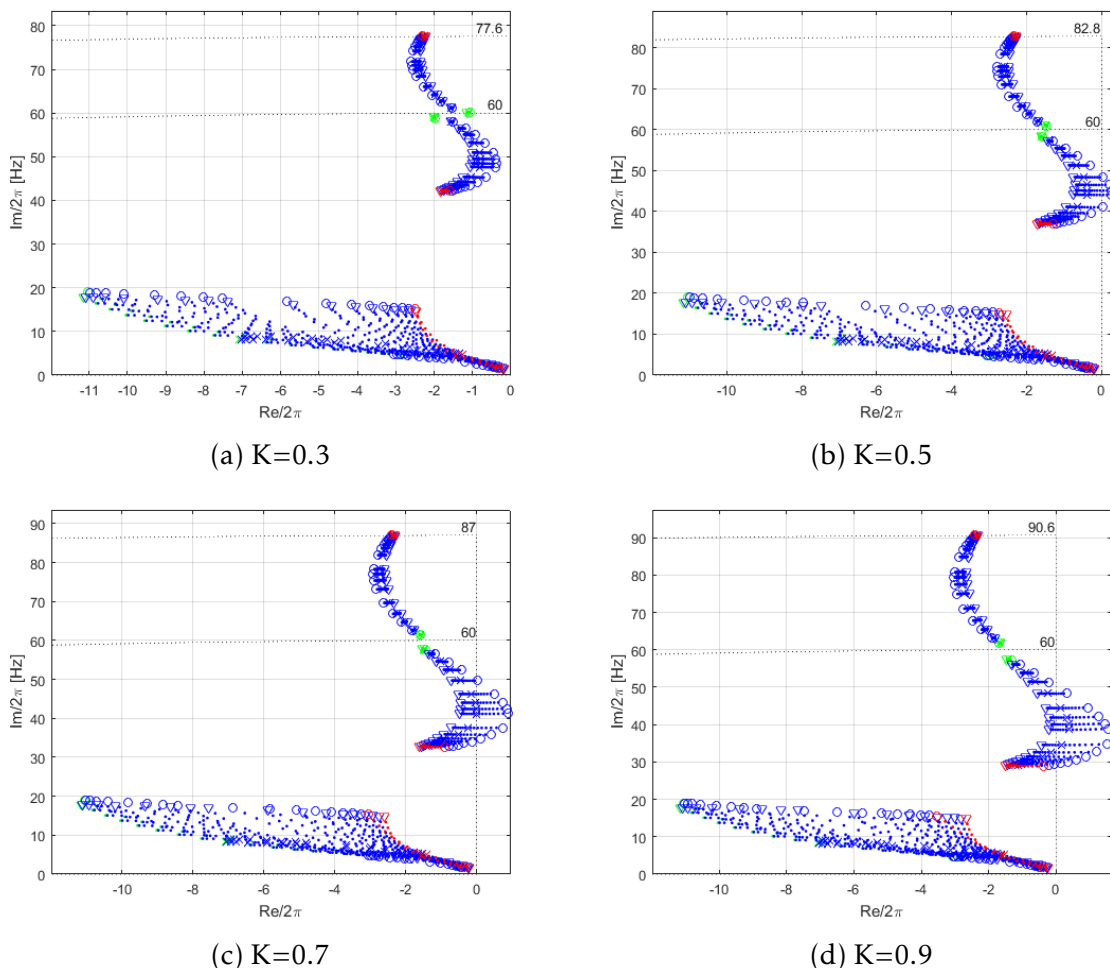


Figura 3.2: Diagramas de polos de la máquina asíncrona con control de corrientes para diferentes niveles de compensación ( $k_p = 0,014$   $T_n = 16[ms]$ ).  $N=1$ (verde)-1000(rojo),  $\Omega_m[rpm] = 1400(\circ)$ -1800( $\times$ )-2200( $\nabla$ ).

<sup>2</sup>Para simplificar el análisis, se han supuesto iguales los parámetros de control para los ejes  $d$  y  $q$ .

<sup>3</sup>Tanto en la Figura 3.1 como en la Figura 3.2 se ha dibujado el segmento de circunferencia correspondiente a la mayor frecuencia de resonancia de los polos supersíncronos (el valor se encuentra escrito junto al eje imaginario), puede comprobarse cómo para iguales niveles de compensación estos valores no cambian de una figura a la otra.

Falta por ver cómo afectan los parámetros de control a la estabilidad. Para ello se realizará otro barrido, pero esta vez se mantendrá fijo el nivel de compensación y se tomará un  $K$  razonable de  $0.7^4$ .

Se corrobora en la Figura 3.3 el efecto negativo de los valores elevados de  $k_p$  sobre la estabilidad del sistema (un punto mencionado en la página 16): incrementar la ganancia proporcional incrementa la inestabilidad del sistema. Esto es un elemento a tener en cuenta, pues, para un algoritmo de control PI, la velocidad con la que se alcanza la referencia depende fundamentalmente de  $k_p$  [21], el lazo de corriente del RSC tiene que ser un lazo rápido, por lo que presenta valores elevados de  $k_p$  y, por tanto, se demuestra que la topología DFIG es más vulnerable frente a SSR que la *Jaula de Ardilla*.

Si se comparan los valores de  $k_p$  empleados con  $R_r$  ( $2 \cdot 10^{-3}[\Omega]$ , ver Apéndice B) y se comparan las matrices de estados (C.2) con (C.3) queda claro por qué se hacen cada vez más inestables los polos con el incremento de  $k_p$ .

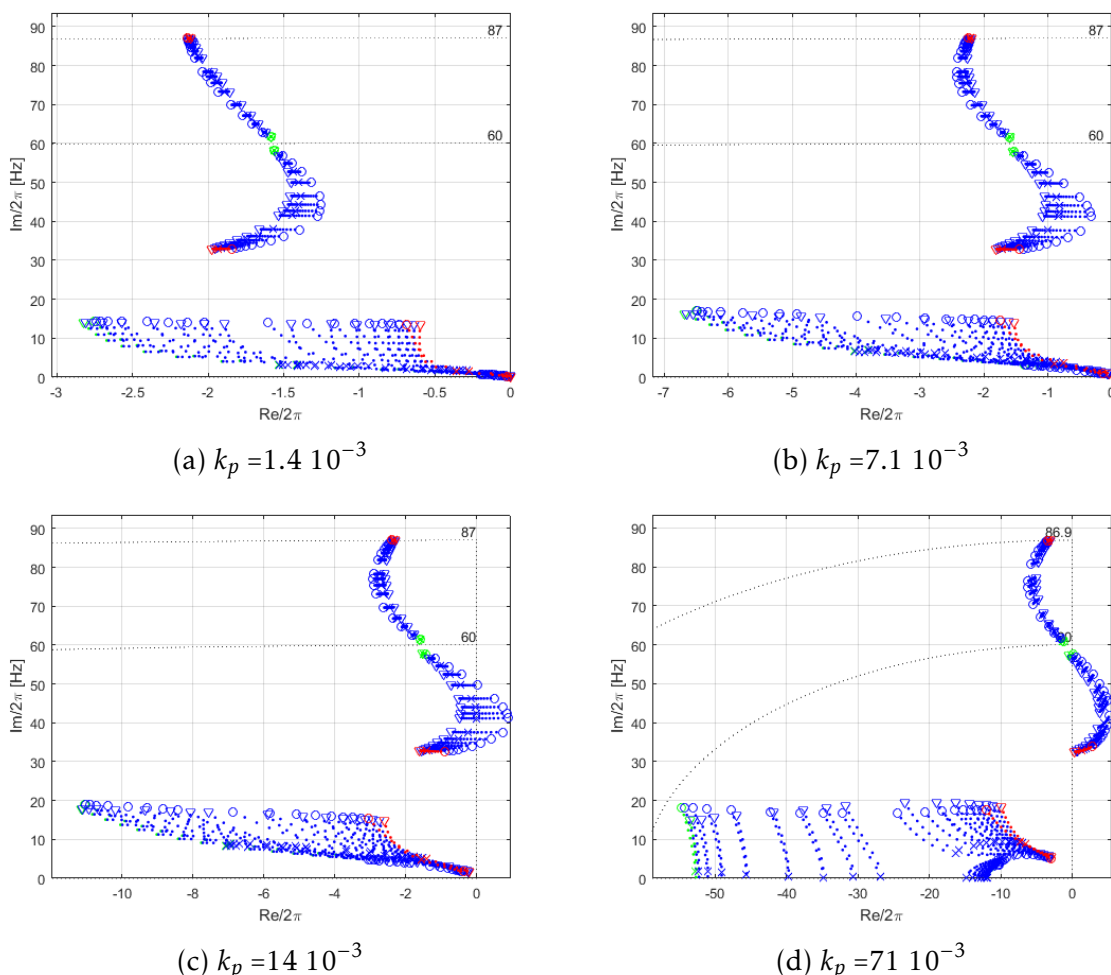


Figura 3.3: Diagramas de polos de la máquina asíncrona para diferentes ganancias del control de corrientes del RSC ( $K = 0,7$   $T_n = 16[ms]$ ).  $N=1$ (verde)-1000(rojo),  $\Omega_m[rpm] = 1400(\circ)$ -1800( $\times$ )-2200( $\nabla$ ).

<sup>4</sup>Los niveles de compensación rara vez toman valores superiores. El nivel de compensación del *Caso ERCOT* (p.10) fue, después de la desconexión de la línea *Ajo-Nelson Sharpe*, de 0.75 [5].



En (C.3) se ve que el término  $R_r + k_p$  ha reemplazado a  $R_r$  en todas las posiciones de éste en (C.2). Inclusive para valores de  $k_p$  reducidos, como  $1.7 \cdot 10^{-3}$  en la Figura 3.3a, la resistencia *aparente* del rotor prácticamente se ha duplicado ( $R_r + k_p = 3.7 \cdot 10^{-3} \approx 2R_r$ ). Pueden compararse las Figuras 3.3a y 3.1c (sólo difieren en que la segunda no tiene implementado el control) y verificar que los polos SSR y Sup-SR han sufrido un desplazamiento hacia el eje imaginario, se han hecho menos estables. Esta condición empeora cuanto más grande se haga  $k_p$ , en la Figura 3.3d  $k_p + R_r = 73 \cdot 10^{-3} \approx 40R_r$  y se ha llegado a una situación tal, que sólo los polos correspondientes a 1 aerogenerador (verdes) se mantienen estables.

También se aprecia cómo el valor de  $k_p$  prácticamente no tiene influencia en la frecuencia de resonancia: comparar, para los polos supersíncronos y 1000 turbinas(rojo), los 87[Hz] cuando  $k_p = 1.4 \cdot 10^{-3}$  con los 86.9[Hz] si  $k_p = 71 \cdot 10^{-3}$ .

Ahora cabe preguntarse qué pasa con  $T_n$ . En la Figura 3.4 encontramos cómo se mueven los polos del sistema ante la variación de  $T_n$ . Se encuentra que para valores muy pequeños (Figura 3.4a) ocurre una fuerte desestabilización de los polos subsíncronos, pero para el resto de valores (en b, c y d) la interferencia con la estabilidad de estos polos es mínima y sólo modifica otros dos pares de polos (uno relacionado con la red y otro con la parte integral del PI), y esto da un indicio del porqué.

Así como a partir de (1.13) se pudo entender el efecto de  $k_p$ , también se puede hacer con el efecto de  $T_n$  ( $k_i = k_p/T_n$ ). La parte integral del control de corrientes *almacena* el error, lo multiplica por una constante y el resultado es una tensión; haciendo un análisis dimensional se puede ver que la integral del error tiene unidades de carga eléctrica. El condensador es el elemento cuya tensión es proporcional a la carga. Por lo tanto, la ganancia integral ( $k_i$ ) es análoga a  $1/C$ .

Si emplear una ganancia proporcional es análogo a introducir una resistencia adicional en el rotor, introducir la ganancia integral equivale a conectar un condensador. Ahora, recordando la Figura 1.4, agregando un condensador de valor  $C_{ki} = T_n/k_p$  e ignorando la inductancia de magnetización ( $L_{mag}$ ), puede verse que existen dos condensadores en serie y que la capacidad equivalente es:

$$C_{eq} = (C^{-1} + C_{ki}^{-1})^{-1} = \frac{C \cdot C_{ki}}{C + C_{ki}} = \frac{C_{ki}}{1 + C_{ki}/C} = \frac{C}{C/C_{ki} + 1} \quad (3.1)$$

Para valores de  $C_{ki}$  grandes, el valor de (3.1) siempre será menor que  $C$  pero tenderá a  $C$ . En cambio, si ocurre lo contrario:  $C_{ki}$  pequeños, o  $k_i = k_p/T_n$  grandes, el valor de  $C_{eq}$  tenderá a  $C_{ki}$ , si esto ocurre, es como si se hubiera modificado el nivel de compensación de la línea.

$$K = \frac{X_c}{X_{Lin}} = \frac{\frac{1}{\omega C}}{\omega L_{lin}} = \frac{1}{\omega^2 L_{lin} C} \quad (3.2)$$

Como se ve en (3.2) si disminuye  $C$  aumenta  $K$  y, como ya se vio, el incremento del nivel de compensación disminuye la estabilidad de los modos sub y super síncronos.

Esto explica el comportamiento de la Figura 3.4a ( $T_n$  pequeño  $\rightarrow k_i$  grande): la inestabilidad de los polos subsíncronos y un cambio (sutil) de las frecuencias de resonancia; y por qué, para valores de  $T_n$  mayores, no se percibe ninguna perturbación en estos polos. De paso también explica el cambio de las frecuencias para valores elevados de  $k_p$  (Figura 3.3d).

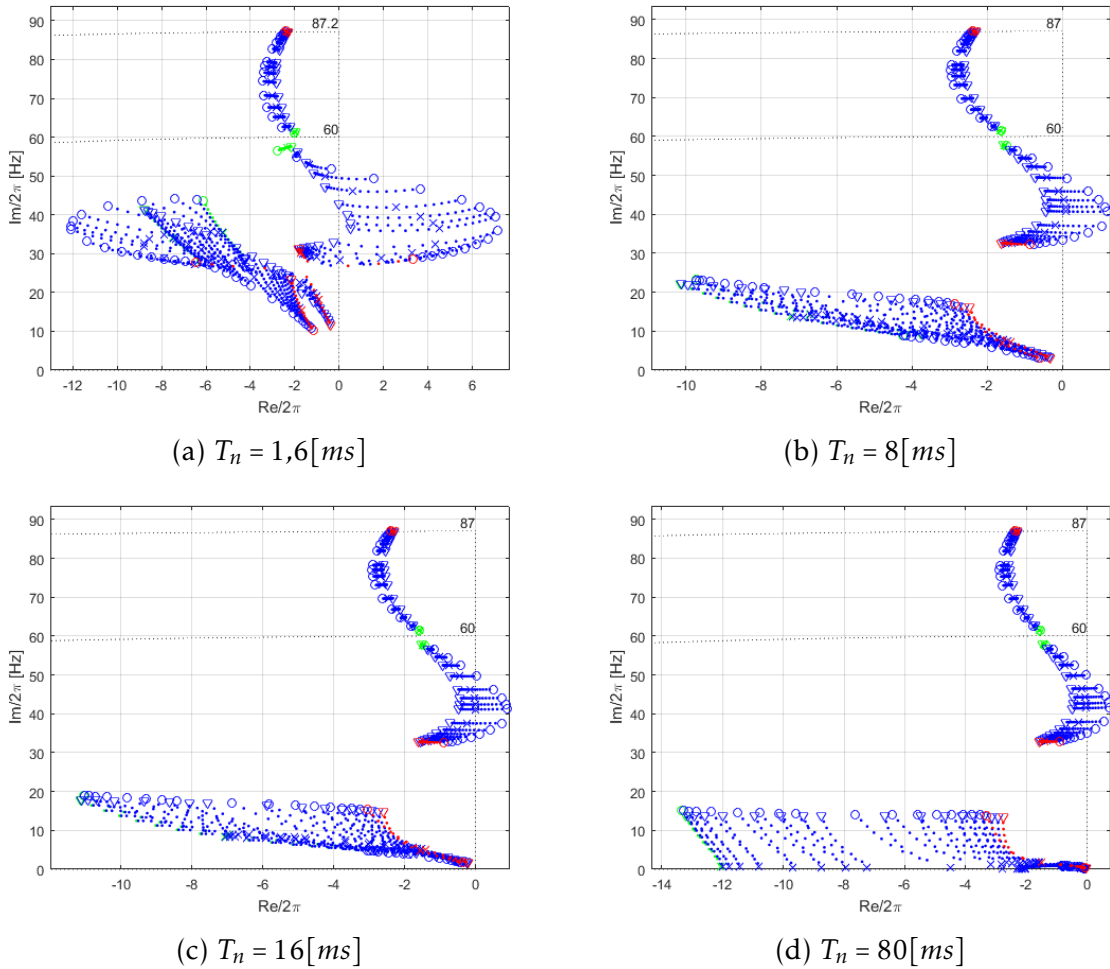


Figura 3.4: Diagramas de polos de la máquina asíncrona con control de corrientes para diferentes valores de  $T_n$  ( $K = 0,7$   $k_p = 0,014$ ).  $N=1$ (verde)-1000(rojo),  $\Omega_m [rpm] = 1400(\circ)$ -1800( $\times$ )-2200( $\nabla$ ).

### 3.3. Validación del Modelo

Para validar el análisis hecho hasta el momento se realizaron simulaciones en la frontera de estabilidad para comprobar los límites de predichos. En la Figura 3.5 se ha representado un *mapa de estabilidad*, en el que se hace una variación de dos parámetros (manteniendo todos los demás constantes). Se indica si el sistema es estable (blanco) o inestable (negro).

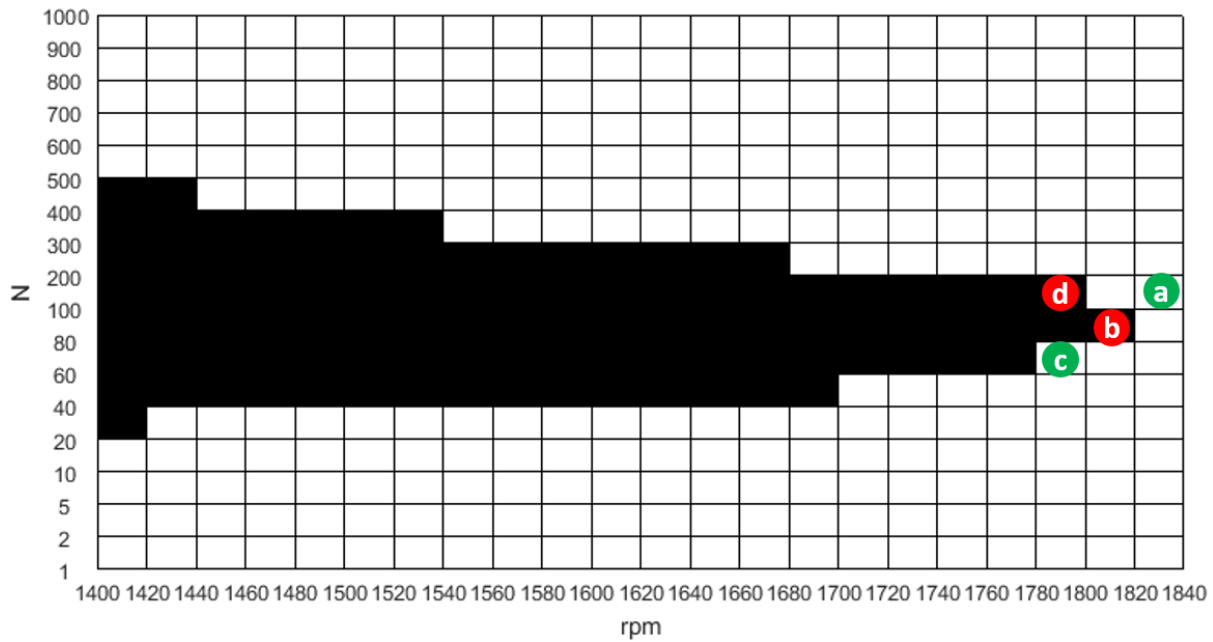


Figura 3.5: Mapa de Estabilidad:  $K=0.7$ ,  $k_p=0.014$ ,  $T_n = 16[ms]$ . Zonas negras inestables

En la Figura 3.5 se han señalado unos puntos concretos, la simulación de dichos puntos se muestra a continuación. La línea no se encuentra compensada inicialmente y la capacidad se conecta súbitamente en el instante  $t = 1s$ . Se muestran los dos segundos posteriores a la compensación:

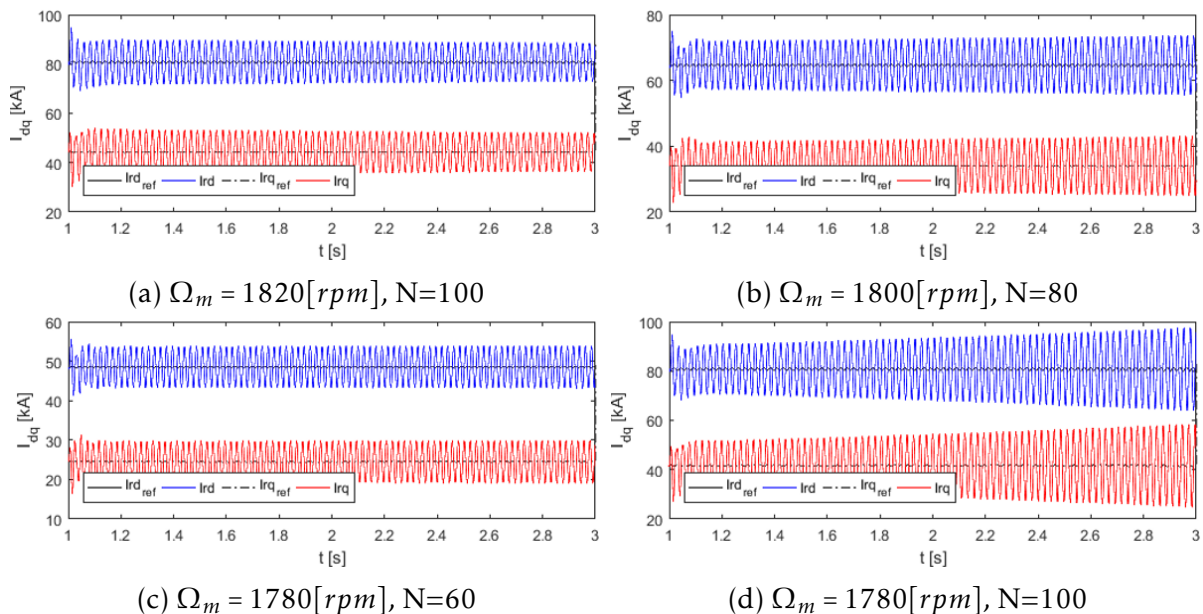


Figura 3.6: Simulaciones de los casos a, b, c y d de la Figura 3.5.  $K = 0.7$ ,  $k_p = 0.014$  y  $T_n = 16[ms]$

Puede corroborarse que el único de los resultados de simulación en el que no se puede decir, a simple vista, si concuerda o no es el caso de la Figura 3.6c, tras dos segundos no es claro si la oscilación se atenúa. En los otros tres casos las predicciones y las simulaciones concuerdan.

Ahora otra comprobación. Tomando un caso concreto (c) se pueden calcular los polos y comparar la frecuencia de la oscilación en la simulación (Figura 3.7a) con la frecuencias de los polos subsíncronos (Figura 3.7b).

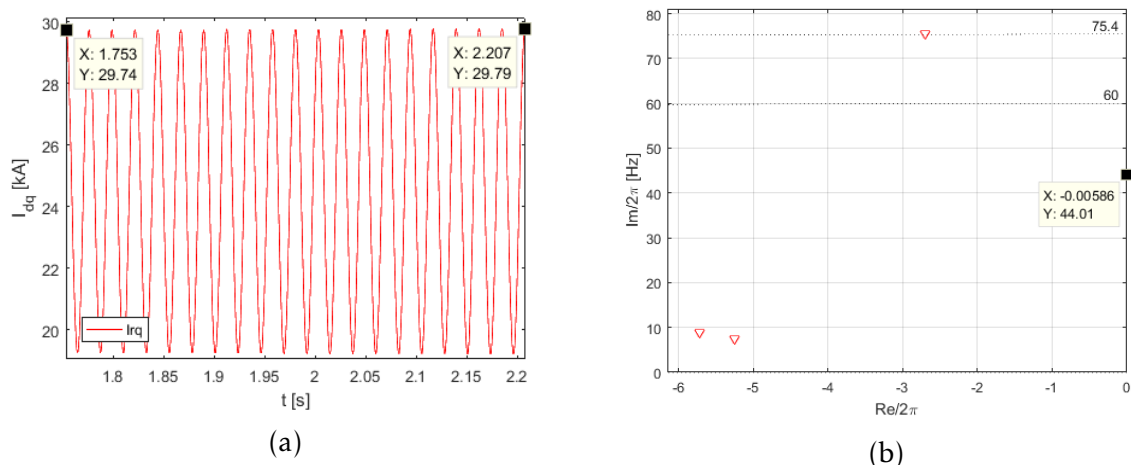


Figura 3.7: (a) Ampliación de la Figura 3.6c. (b) Polos de la Figura 3.6c

En la Figura 3.7a se muestran 20 periodos completos de la oscilación y se puede calcular su frecuencia<sup>5</sup>:

$$f_{ssr} = \frac{n}{\Delta t} = \frac{20[\text{ciclos}]}{(2,207 - 1,753)[s]} = 44,05[Hz]$$

que sólo difiere en  $0,04[Hz]$  de los  $44,01[Hz]$  predichos en la Figura 3.7b. El modelo desarrollado en *espacio de estados* queda validado.

<sup>5</sup>También se puede ver que el sistema es inestable, aunque mínimamente: en  $0.4540[s]$  la amplitud se incrementa  $0.05$  [kA]. En la Figura 3.7b se observa que la parte real de los polos SSR es  $-0.005886$ . La discrepancia parece darse en una zona muy estrecha en torno al eje imaginario y a gran escala es despreciable.

# Capítulo 4

## Solución

En este capítulo se seguirá el proceso para deducir posibles soluciones frente a las SSR, se evaluará su desempeño y se pondrá a punto para obtener parámetros de respuesta dinámica satisfactorios.

### 4.1. Proceso de Deducción

Ya se vio que a velocidades bajas los polos SSR son menos estables que a velocidades altas (Capítulo 3). ¿Qué pasa entonces si la velocidad de rotación pudiera incrementarse indefinidamente? A continuación se presenta el movimiento de los polos al incrementar la velocidad de rotación.

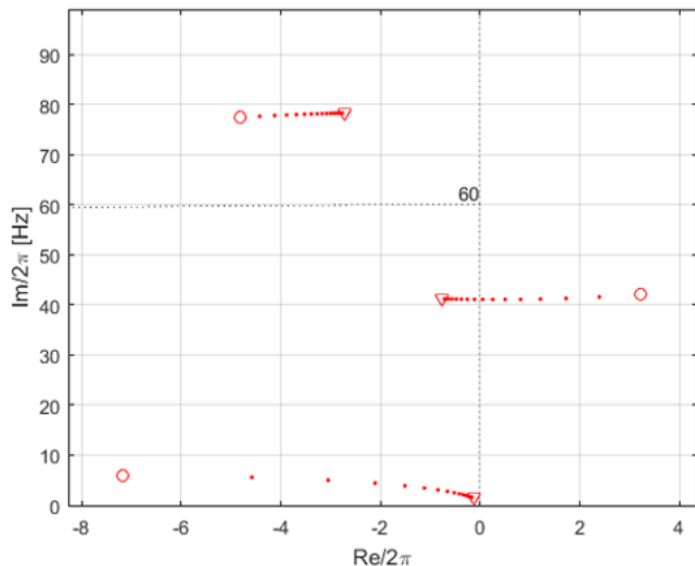


Figura 4.1: Movimiento de los polos al incrementar  $\Omega_m$ : 2500(○)-10000(▽)[rpm].  $N = 100$ ,  $K = 0.7$ ,  $k_p = 0.071$ ,  $T_n = 16$ [ms]

En la Figura 4.1 se ve cómo los polos inestables han entrado al semiplano izquierdo. Otros polos se han movido hacia el eje imaginario pero sin hacerse inestables. Es decir, sólo el incremento de la velocidad de rotación logró incrementar la estabilidad del sistema entero.

El incremento de velocidades de giro en la Figura 4.1 se hizo en intervalos de 500[rpm], la frontera de estabilidad se encuentra entre 6000 y 6500. Las simulaciones confirman este resultado (Figura 4.2).

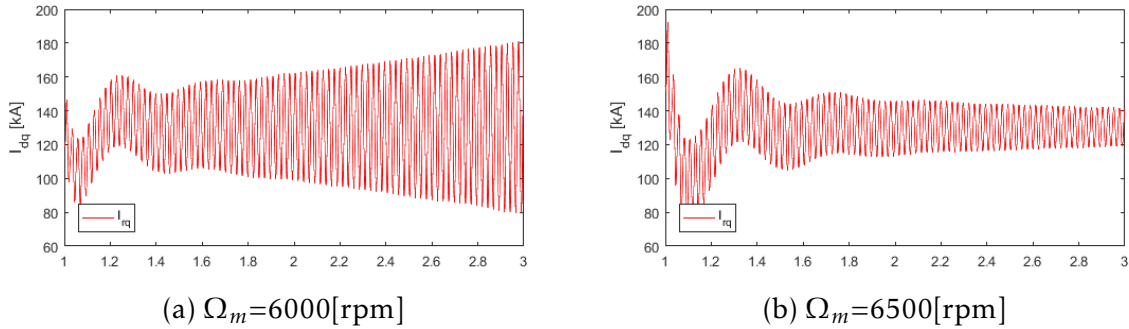


Figura 4.2: Comprobación del límite de estabilidad a altas velocidades.  $N = 100$ ,  $K = 0.7$ ,  $k_p = 0.071$ ,  $T_n = 16[\text{ms}]$

El hecho de incrementar la velocidad mecánica en la matriz de estados causó la estabilización de los polos subsíncronos. Esto conduce a la pregunta: ¿en dónde está  $\Omega_m$  en la matriz de estados?

Si bien en la matriz obtenida (2.35), que se puede ver detalladamente en (C.3), no aparecen de forma explícita, sí lo está de forma implícita, pues de pulsación eléctrica del rotor ( $\omega_r$ ) es:

$$\omega_r = \omega_s - \omega_m = \omega_s - pp\Omega_m \quad (4.1)$$

en donde  $pp$  son los pares de polos de la máquina. Por lo tanto, la respuesta a la pregunta anterior equivale a buscar en dónde está  $\omega_r$  en la matriz de estados. Se copian aquí sólo los términos de interés:

$$\mathbf{A}_8 = \begin{matrix} \dot{I}_{sd} \\ \dot{I}_{sq} \\ \dot{I}_{rd} \\ \dot{I}_{rq} \end{matrix} \begin{pmatrix} I_{sd} & I_{sq} & I_{rd} & I_{rq} & \dots \\ \frac{L_r R_s}{L_\sigma^2} & \frac{L_m^2 \omega_r - L_r L_s \omega_s}{L_\sigma^2} & -\frac{L_m (R_r + k_p)}{L_\sigma^2} & \frac{L_m L_r (\omega_r - \omega_s)}{L_\sigma^2} & \dots \\ \frac{L_r L_s \omega_s - L_m^2 \omega_r}{L_\sigma^2} & \frac{L_r R_s}{L_\sigma^2} & \frac{L_m L_r (\omega_s - \omega_r)}{L_\sigma^2} & -\frac{L_m (R_r + k_p)}{L_\sigma^2} & \dots \\ -\frac{L_m R_s}{L_\sigma^2} & \frac{L_m L_s (\omega_s - \omega_r)}{L_\sigma^2} & \frac{L_s (R_r + k_p)}{L_\sigma^2} & \frac{L_m^2 \omega_s - L_r L_s \omega_r}{L_\sigma^2} & \dots \\ \frac{L_m L_s (\omega_r - \omega_s)}{L_\sigma^2} & -\frac{L_m R_s}{L_\sigma^2} & \frac{L_r L_s \omega_r - L_m^2 \omega_s}{L_\sigma^2} & \frac{L_s (R_r + k_p)}{L_\sigma^2} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

En (4.2) se puede apreciar que  $\omega_r$  está solamente en los “términos cruzados”<sup>1</sup>, las perturbaciones en  $d$  que tienen las corrientes en  $q$  y viceversa. Las corrientes controladas son las del rotor, no las del estator, por lo que los términos  $a_{12}$ ,  $a_{21}$ ,  $a_{32}$  y  $a_{41}$  no pueden ser modificados; sin embargo, los términos restantes sí, porque dependen de  $I_r$ .

Hay que notar que los términos  $a_{23}-a_{14}$  y  $a_{34}-a_{43}$  son iguales en valor absoluto, porque en todos  $\omega_r$  tiene signo contrario a  $\omega_s$  y sus coeficientes respectivos no cambian.

<sup>1</sup>Los términos  $a_{21}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{32}$ ,  $a_{41}$ ,  $a_{23}$ ,  $a_{14}$ ,  $a_{34}$  y  $a_{43}$ .

## 4.2. Propuesta

El objetivo es “aparentar” el efecto de una velocidad de rotación elevada en el rotor para buscar estabilizar el sistema. Si  $\omega_m$  es superior a la velocidad de sincronismo, entonces  $\omega_r$  será negativa, ese es el efecto que se quiere buscar en los términos de la matriz de estados. Se hará mediante la introducción cruzada de las corrientes con una ganancia  $k_{\omega r}$ :

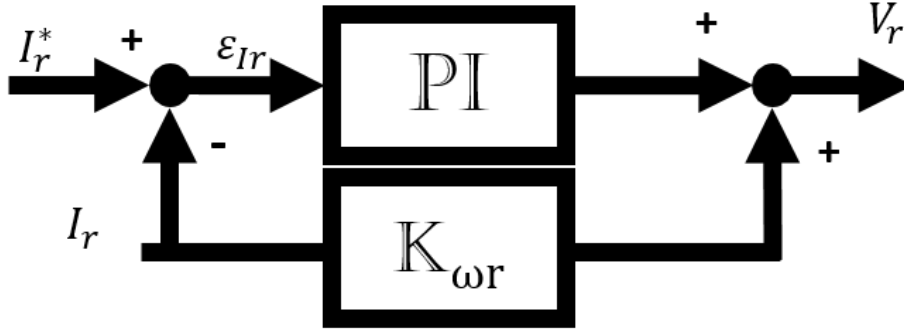


Figura 4.3: Modificación en el lazo de control: alimentación cruzada de las corrientes.

En donde  $\mathbb{K}_{\omega r}$  es la matriz:

$$\mathbb{K}_{\omega r} = \frac{k_{\omega r}}{N} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

Con el cambio en la estrategia de control el cálculo de la tensión  $V_r$  en (2.32) se ve modificado:

$$\begin{aligned} V_r &= \mathbb{K}_p (I_r^* - I_r) + \mathbb{K}_{\omega r} I_r + \mathbb{K}_i \int_0^t \epsilon_{Ir} dt \\ &= \mathbb{K}_p I_r^* + [\mathbb{K}_{\omega r} - \mathbb{K}_p] I_r + \mathbb{K}_i \int_0^t \epsilon_{Ir} dt \end{aligned} \quad (4.4)$$

Por lo que la matriz de estados queda:

$$\mathbb{A}_8 = \left[ \begin{pmatrix} \mathbb{A}_{IGTG} & \mathbb{O}_{6 \times 2} \\ \mathbb{O}_{2 \times 6} & \mathbb{O}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbb{O}_2 & \mathbb{B}_{IG}(2)[\mathbb{K}_{\omega r} - \mathbb{K}_p] & \mathbb{O}_2 & \mathbb{B}_{IG}(2)\mathbb{K}_i \\ \mathbb{O}_2 & \mathbb{B}_{IG}(4)[\mathbb{K}_{\omega r} - \mathbb{K}_p] & \mathbb{O}_2 & \mathbb{B}_{IG}(4)\mathbb{K}_i \\ \mathbb{O}_2 & \mathbb{O}_2 & \mathbb{O}_2 & \mathbb{O}_2 \\ \mathbb{O}_2 & -\mathbb{I}_2 & \mathbb{O}_2 & \mathbb{O}_2 \end{pmatrix} \right] \quad (4.5)$$

Falta por terminar el valor mínimo que debe tomar  $k_{\omega r}$ . Definiendo  $\omega_r^{\tilde{}}$  como la pulsación que se quiere emular (para el caso simulado en la Figura 4.2 sería la correspondiente a 6500[rpm]), entonces:

$$\omega_r^{\tilde{}} = \omega_s - pp\Omega_m^{\tilde{}} \quad (4.6)$$

Igualando los términos  $a_{43}$  de (4.2) y (4.5) <sup>2</sup>:

$$\begin{aligned} L_r L_s \omega_r \tilde{\omega}_r - L_m^2 \omega_s &= (L_r L_s \omega_r - L_s k_{\omega r}) - L_m^2 \omega_s \\ L_r L_s \omega_r \tilde{\omega}_r &= L_r L_s \omega_r - L_s k_{\omega r} \\ k_{\omega r} &= L_r (\omega_r - \omega_r \tilde{\omega}_r) = L_r (\omega_m \tilde{\omega}_m - \omega_m) \end{aligned} \quad (4.7)$$

Para el caso de estudio:

$$\begin{aligned} k_{\omega r} &= 2824,5 [\mu H] \left( 2 \cdot (6500 - 1400) \left[ \frac{rev}{min} \right] \right) \frac{2\pi [min]}{[rev] 60[s]} \\ &= 3,02 [\Omega] \end{aligned}$$

Lo cual concuerda dimensionalmente. Ahora se verifica la nueva posición de polos del sistema y se valida mediante simulación:

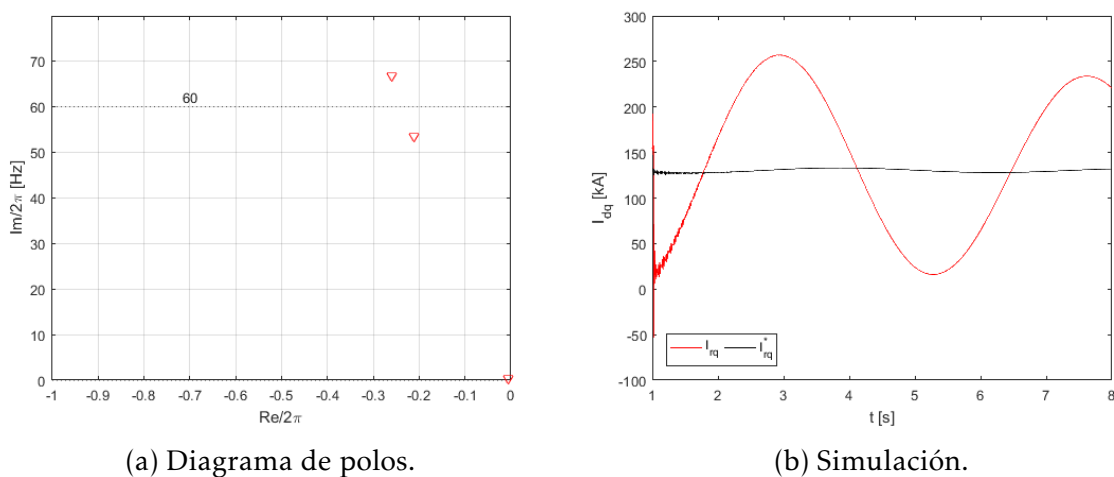


Figura 4.4: Comportamiento del sistema con alimentación de los términos cruzados.  $k_{\omega r} = 3.02, \Omega_m = 1400$  [rpm],  $N = 100, K = 0.7, k_p = 0.071, T_n = 16$  [ms].

Como se puede ver en la Figura 4.4 el sistema se ha estabilizado, tanto en los polos como en la simulación. Sin embargo, el lazo de control de corriente presenta una dinámica inaceptable, su tiempo de establecimiento es mucho mayor a los 7[s] representados en la Figura 4.4b. Este resultado se debe al par de polos que se han acercado al origen (ahora más inestables que los subsíncronos) y que son de muy baja frecuencia ( $\approx 0.2$  [Hz]). El desplazamiento excesivo de estos polos puede deberse a un valor de  $k_{\omega r}$  muy superior al necesario: si se estuviera cerca del límite de estabilidad las oscilaciones subsíncronas tardarían más tiempo en desaparecer (Figura 4.4b) y los polos SSR (inicialmente inestables) serían los más próximos al eje imaginario (Figura 4.4a).

La Figura 4.5 muestra el movimiento de los polos para una variación de  $k_{\omega r}$  y se evidencia una elección elevada del valor de la ganancia. Se demuestra que (4.7) da como resultado un valor sobrestimado<sup>3</sup>, existe un valor mínimo para  $k_{\omega r}$  que puede

<sup>2</sup>Que se puede ver detalladamente en (C.4), p.60.

<sup>3</sup>El cálculo de  $k_{\omega r}$  se basó en un intento de “emular” el efecto de una velocidad de rotación elevada en las variables de estado, pero debido a la configuración del control no se pueden modificar los términos asociados con  $I_s$ . Sólo reproduciendo el efecto de la velocidad en las corrientes del rotor se logra una disminución de la inestabilidad más eficaz, puesto que requiere una ganancia menor.



garantizar la estabilidad del sistema frente a SSR sin reducir en exceso la estabilidad de otros polos.

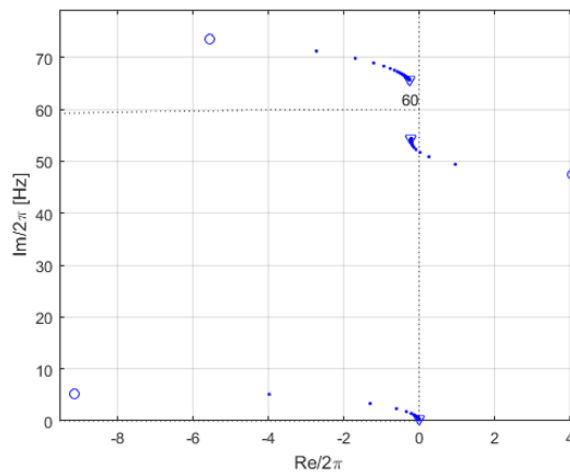


Figura 4.5: Movimiento de los polos con la variación de  $k_{\omega r}$ : 0( $\circ$ )-3( $\nabla$ ).  $\Omega_m = 1400$ [rpm],  $N = 100$ ,  $K = 0.7$ ,  $k_p = 0.071$ ,  $T_n = 16$ [ms].

En la Figura 4.6 se muestran los valores mínimos de  $k_{\omega r}$  para estabilizar el sistema, obtenidos mediante el modelo en *espacio de estados*. Si bien para cada velocidad de rotación existe un valor diferente para la ganancia, el máximo se encuentra a la velocidad de rotación mínima, por lo que, garantizando la estabilidad para este punto, también lo hace para el resto de velocidades de operación.

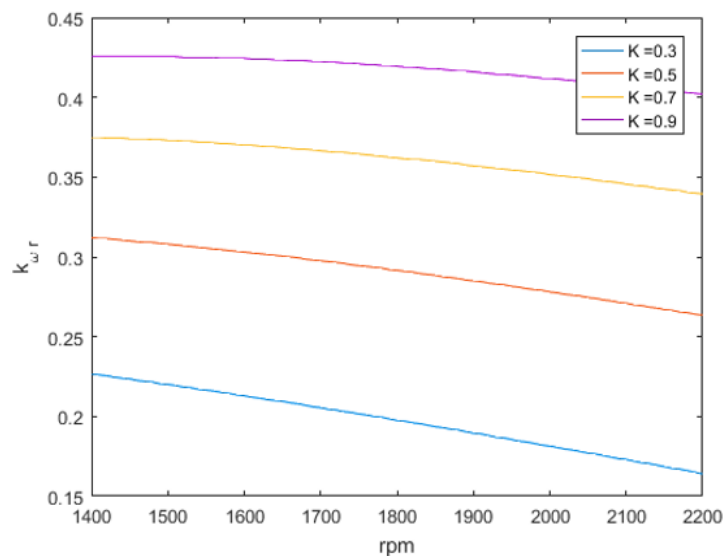


Figura 4.6: Obtención de los  $k_{\omega r}$  mínimos para estabilizar el sistema.  $N = 100$ ,  $k_p = 0.071$ ,  $T_n = 16$ [ms].

De acuerdo con la Figura 4.6, el valor de  $k_{\omega r}$  que estabiliza el caso de estudio ( $K = 0.7$ ,  $N = 100$ ,  $k_p = 0.071$ ,  $T_n = 16$ [ms]) es 0.375. A continuación se muestra una comprobación mediante simulaciones:

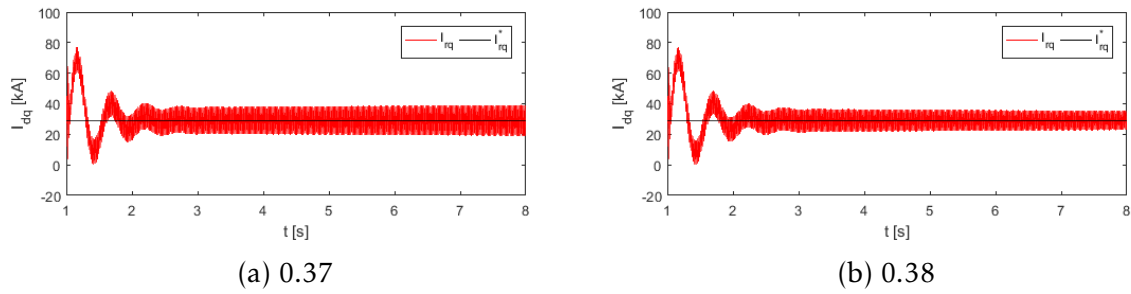


Figura 4.7: Comprobación de la estabilidad para  $k_{\omega_r}$ .

En la Figura 4.7 se comprueba el resultado obtenido mediante espacio de estados. Sin embargo, la atenuación de la resonancia, para el valor mínimo de  $k_{\omega_r}$ , es muy pequeña. Para un valor mayor mejora la atenuación de los polos subsíncronos, pero se disminuye la de otros, haciendo la dinámica del sistema inaceptablemente lenta (Figura 4.4b).

Mediante la inspección de un intervalo más reducido en la Figura 4.5 se puede encontrar una ganancia que establezca lo suficiente a los polos subsíncronos sin hacer que otros polos se hagan más inestables que ellos (Figura 4.8).

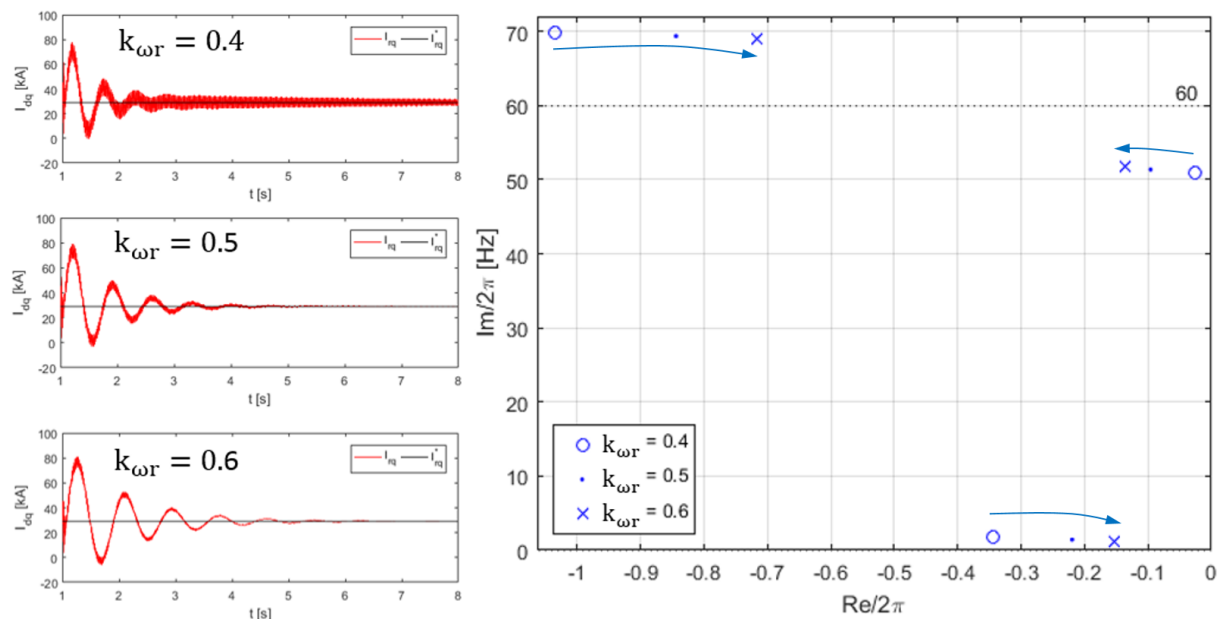


Figura 4.8: Comprobación de la respuesta temporal para valores intermedios de  $k_{\omega_r}$ .

La Figura 4.8 indica que no es posible obtener, con la combinación de parámetros elegida, una dinámica que entre en los rangos requeridos por el lazo de control de corrientes (tiempos de establecimiento del orden de decenas de milisegundos), incluso aunque se haya estabilizado el sistema.

Es preciso hacer una optimización de los parámetros de control para encontrar si existen combinaciones de  $k_p$ ,  $T_n$  y  $k_{\omega_r}$  que, estabilizando el sistema, tengan un comportamiento dinámico adecuado.

### 4.3. Optimización

Hasta este momento se ha encontrado una modificación en el control de corrientes que mejora el comportamiento de parques eólicos basados en generadores doblemente alimentados frente a las SSR. Resta ahora poner a punto el sistema para que además de la estabilidad, cumpla los requisitos necesarios de dinámica: tiempo de establecimiento (que puede ser del 1, 2 o 5%) en el orden de las centésimas de segundo y bajos sobre picos (en torno al 20%).

Se busca un tiempo de estabilización mínimo con un sobrepasamiento aceptable, especificaciones que dependen de 6 parámetros diferentes: las constantes del control de control ( $k_p$ ,  $T_n$  y  $k_{\omega r}$ ), el nivel de compensación de la línea, la velocidad de rotación de la máquina y el número de turbinas.

El primer paso en la optimización será reducir a tres el número de parámetros. Como se ha hecho en a lo largo de este capítulo, se escoge un escenario que resulte significativo: un número de turbinas representativo para un parque eólico (100), un nivel de compensación razonable (0.7) y, teniendo en cuenta el peor escenario para esa combinación, la mínima velocidad de rotación para los aerogeneradores (1400[rpm]).

A continuación se calcula la ganancia  $k_{\omega r}$  mínima para todas las combinaciones en un barrido a lo largo de  $k_p$  y  $T_n$ . El resultado se muestra a continuación:

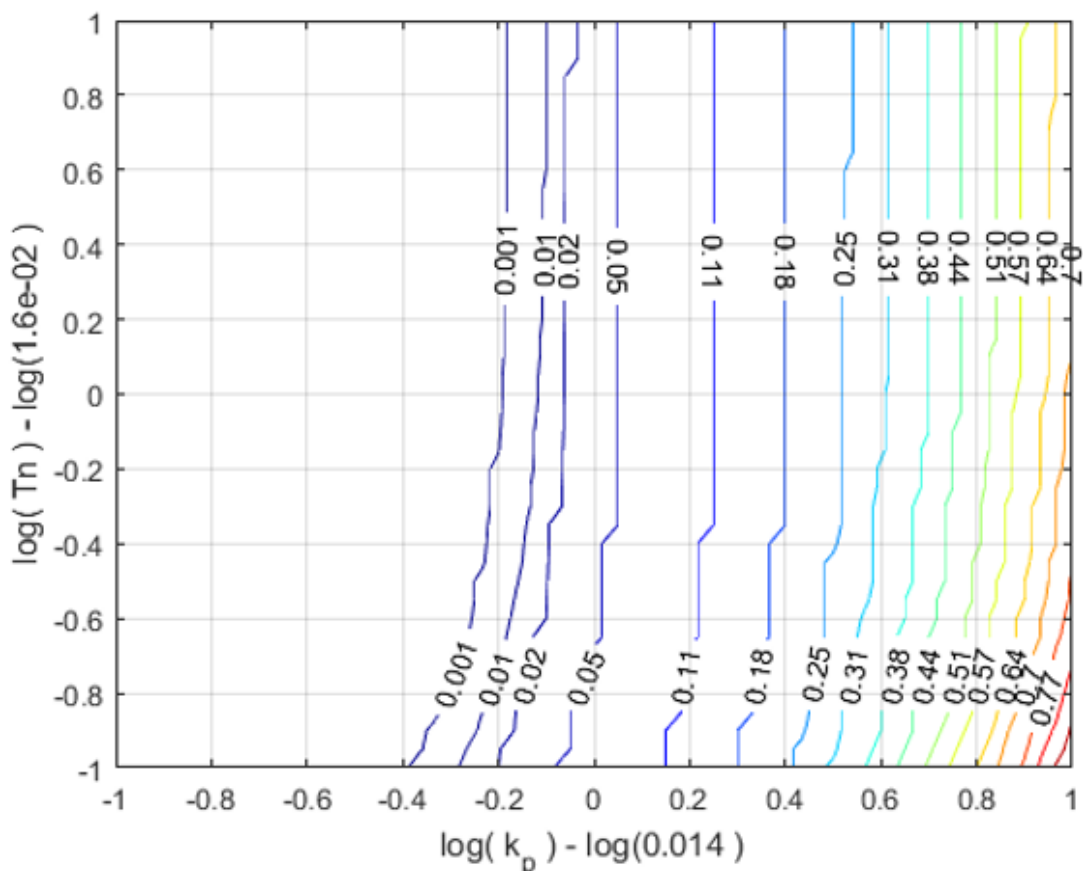


Figura 4.9:  $k_{\omega r}$  mínimos para diferentes combinaciones de  $k_p$  y  $T_n$ .  $\Omega_m = 1400$  [rpm],  $N = 100$ ,  $K = 0.7$

Una vez que se tienen los valores mínimos de la compensación, se hace también un barrido (menos detallado) tomando valores de  $k_{\omega r}$  superiores a  $k_{\omega r_{min}}$  para todas las parejas  $(k_p, T_n)$  consideradas, se obtiene la respuesta temporal y se calculan los valores para el tiempo de establecimiento (del 5%) y el sobre pico.

Los resultados se han obtenido para un sistema sin compensar ya que se ha fijado como objetivo que la solución esté en todo momento activa y así evitar los problemas de detección de resonancias. La respuesta del sistema compensado será igual a la del sistema no compensado más la resonancia subsíncrona atenuándose (pues ya se ha garantizado su estabilidad, puede verse en la Figura 4.14), el tiempo que tarde en desaparecer la resonancia disminuye con el incremento de  $k_{\omega r}$ .

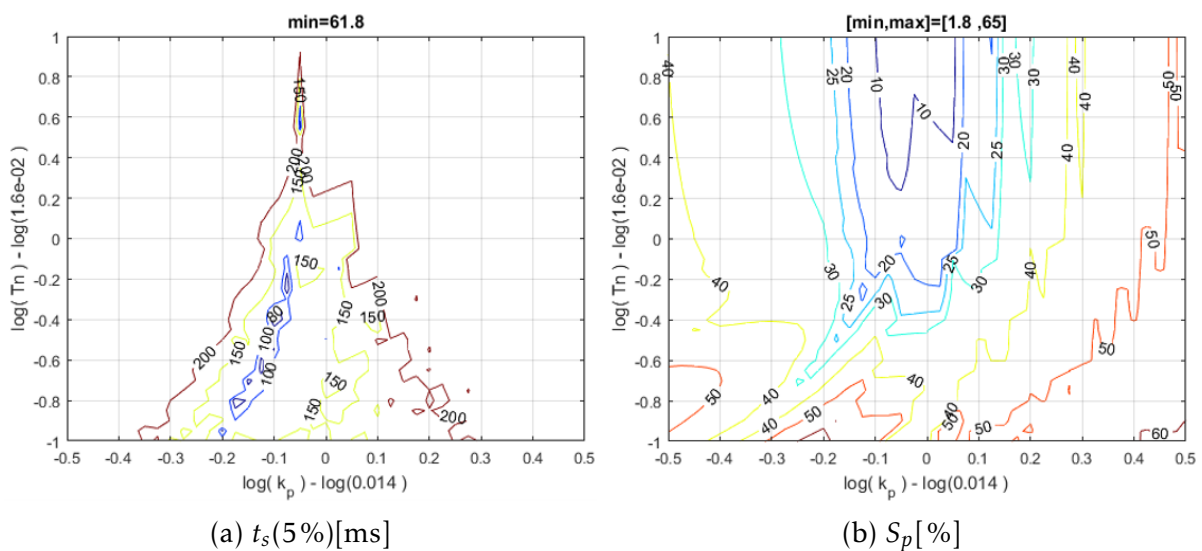


Figura 4.10: Tiempo de establecimiento ( $t_s$ ) y sobre pico ( $S_p$ ) ( $k_{\omega r}=k_{\omega r_{min}}$ ).  $\Omega_m = 1400$  [rpm],  $N = 100$ ,  $K = 0.7$

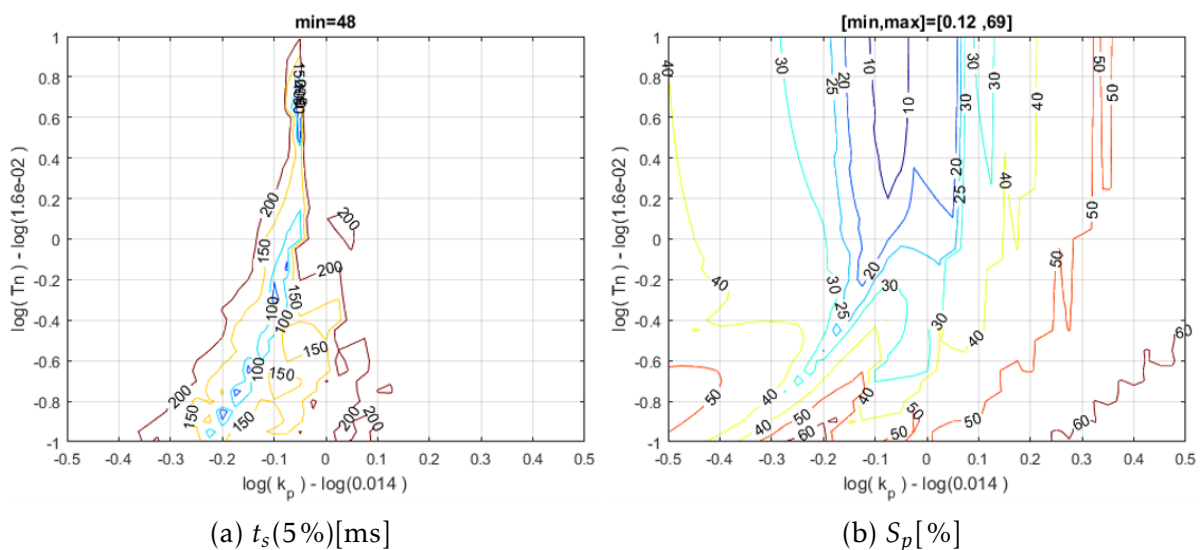


Figura 4.11: Tiempo de establecimiento ( $t_s$ ) y sobre pico ( $S_p$ ) ( $k_{\omega r}=1.2 \cdot k_{\omega r_{min}}$ ).  $\Omega_m = 1400$  [rpm],  $N = 100$ ,  $K = 0.7$

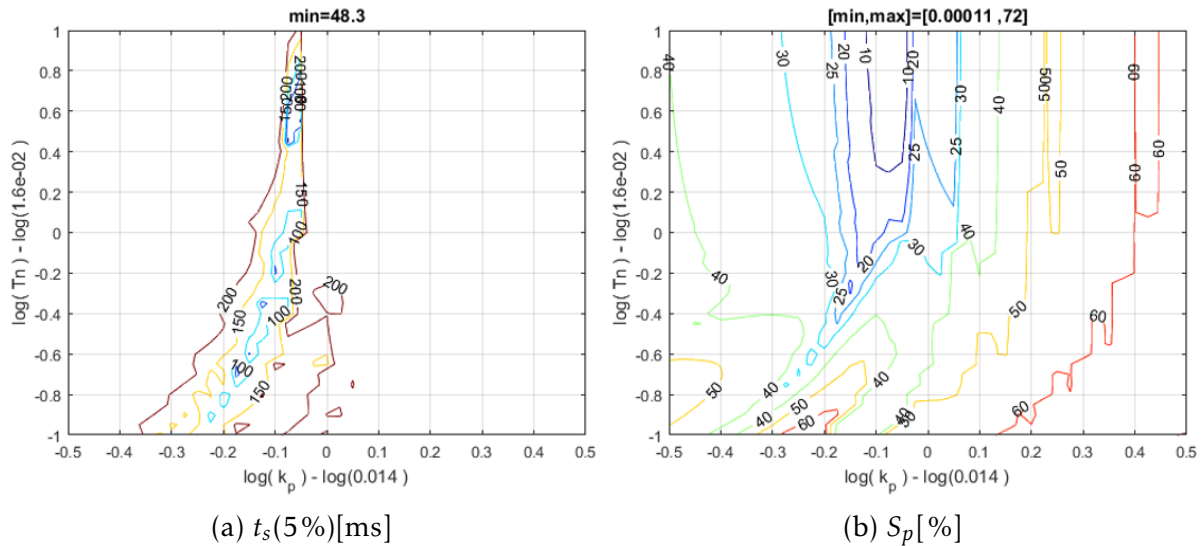


Figura 4.12: Tiempo de establecimiento ( $t_s$ ) y sobre pico ( $S_p$ ) ( $k_{\omega r} = 1.4 \cdot k_{\omega r_{min}}$ ).  $\Omega_m = 1400$  [rpm],  $N = 100$ ,  $K = 0.7$

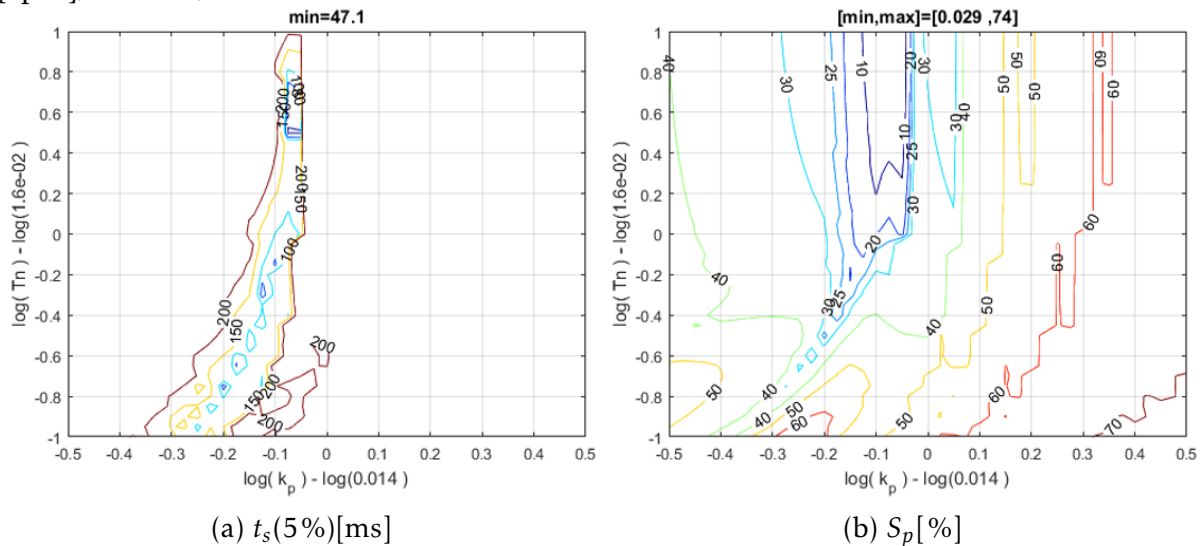


Figura 4.13: Tiempo de establecimiento ( $t_s$ ) y sobre pico ( $S_p$ ) ( $k_{\omega r} = 1.6 \cdot k_{\omega r_{min}}$ ).  $\Omega_m = 1400$  [rpm],  $N = 100$ ,  $K = 0.7$

En las Figuras 4.10-4.13 se muestran los resultados de los barridos. Se evidencia que la región en la que se encuentran los menores tiempos de establecimiento se hace más estrecha a medida que se incrementa  $k_{\omega r}$ . La distribución de los sobre picos varía poco con la variación de  $k_{\omega r}$ .

Los tiempos de establecimiento más bajos son apenas inferiores a 50[ms] y coinciden con la zona de los mínimos sobrepasamientos. Una barrido más detallado a la zona de interés (para  $k_{\omega r} = 1.2k_{\omega r}$ ) permite encontrar que el punto  $(-0.0425, 0.5)$  presenta un tiempo de establecimiento de 45.07[ms] con un sobre pico del 5%. Los parámetros de control para este punto son:

$$k_p = 0,014 \cdot 10^{-0,0425} = 0,0128$$

$$T_n = 0,016 \cdot 10^{0,5} = 50,6[ms]$$

$$k_{\omega r} = 1,2 \cdot 0,019 = 0,0228$$

Con estos parámetros se simularon dos escenarios, uno en el que la red no se encuentra compensada y otro en el que la red se compensa súbitamente (en  $t=1[s]$ ). Para el caso de la línea compensada se muestra desde el instante en que se conecta el condensador hasta 2 segundos después, con un escalón en la referencia de corriente en el medio. Puede comprobarse cómo la resonancia se va atenuando (Figura 4.14a). Para el caso de la línea sin compensar se muestra sólo el escalón en la referencia (Figura 4.14b) y las líneas del  $\pm 5\%$ .

También se comprueba que la tensión de control pueda ser suministrada por el convertidor (Figura 4.14c). La transformada de Park empleada en la simulación es el convenio europeo, por lo que la magnitud del vector tensión en los ejes  $dq$  es igual que la tensión eficaz de línea en los ejes  $ABC$  (690[V]). Como todos los parámetros están referidos a la tensión de estator, la máxima tensión que podría dar el convertidor, vista en los ejes  $dq$ , es 690[V]. Se comprueba entonces que el convertidor es capaz de sintetizar la tensión generada mediante el algoritmo de control.

A continuación se muestran los resultados de la simulación:

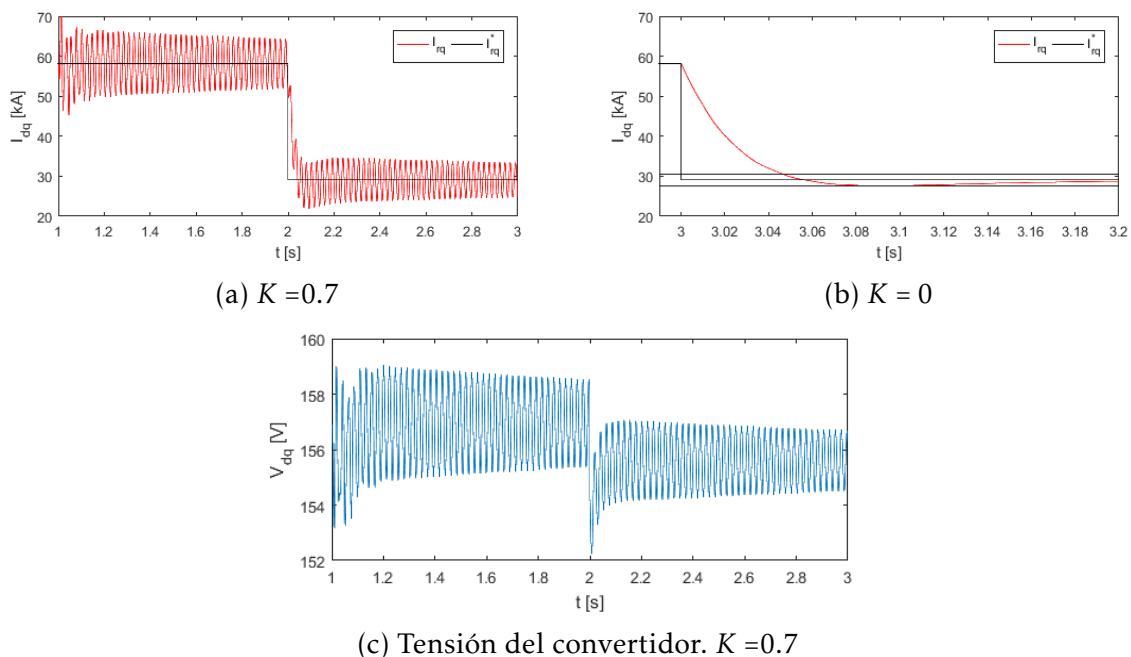
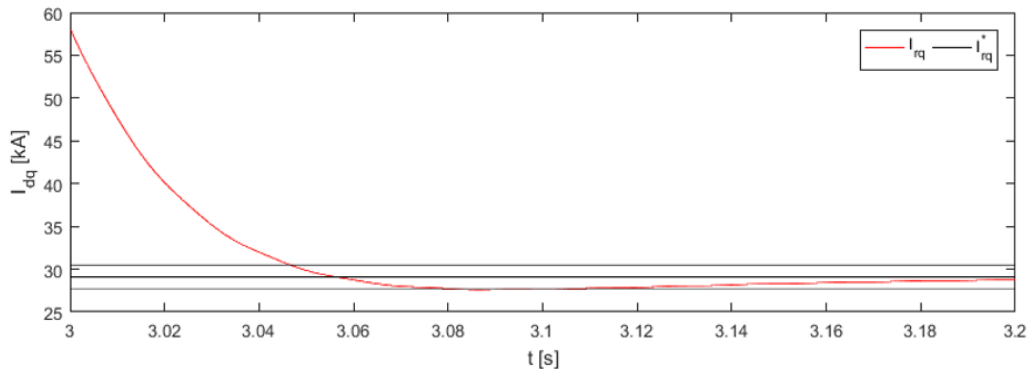
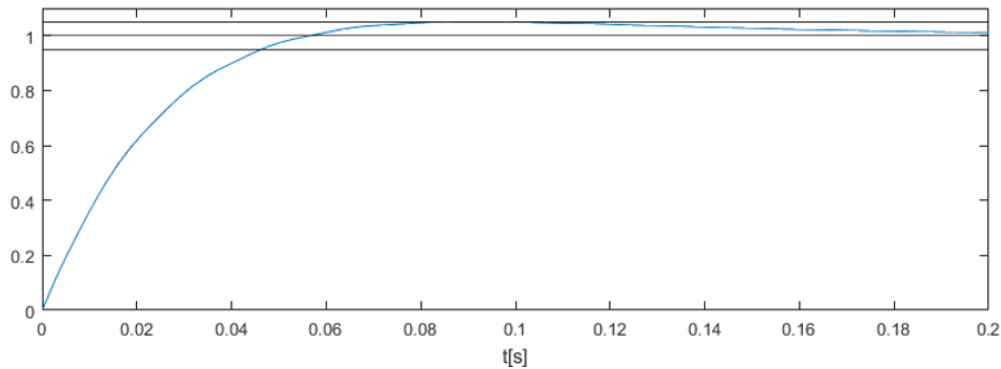


Figura 4.14: Respuesta al escalón para una solución equilibrada.  $k_{\omega r}=1.2k_{\omega r_{min}}$ ,  $k_p=0.0128$ ,  $T_n=50.6[ms]$ ,  $\Omega_m=1400[rpm]$ ,  $N=100$ .

De los resultados de la simulación se obtiene un tiempo de establecimiento de 89[ms] y un sobre pico del 5.06%. La razón para que los tiempos de establecimiento obtenidos con la simulación y el *espacio de estados* discrepen tanto es que en la simulación el sobrepasamiento se sale, por 0.06%, de la franja de  $\pm 5\%$  y eso incrementa a casi el doble el tiempo de estabilización. En la simulación realizada con el modelo de *espacio de estados* una vez que la corriente entra en la franja del 5% no se vuelve a salir. A continuación se comparan las dos respuestas temporales obtenidas:



(a) Simulación



(b) Espacio de estados

Figura 4.15: Comparación en la respuesta al escalón.  $k_{\omega r}=1.2k_{\omega r_{min}}$ ,  $k_p =0.0128$ ,  $T_n =50.6[\text{ms}]$ ,  $\Omega_m =1400[\text{rpm}]$ ,  $N =100$ ,  $K=0$ .

Con esta estrategia no ha sido posible encontrar un tiempo de establecimiento inferior a 40[ms], a pesar de que se logró estabilizar el sistema. Si es necesario un lazo de corriente más rápido otras configuraciones deben ser tenidas en cuenta. Se plantea una alternativas: compensar con el error y no con la corriente.

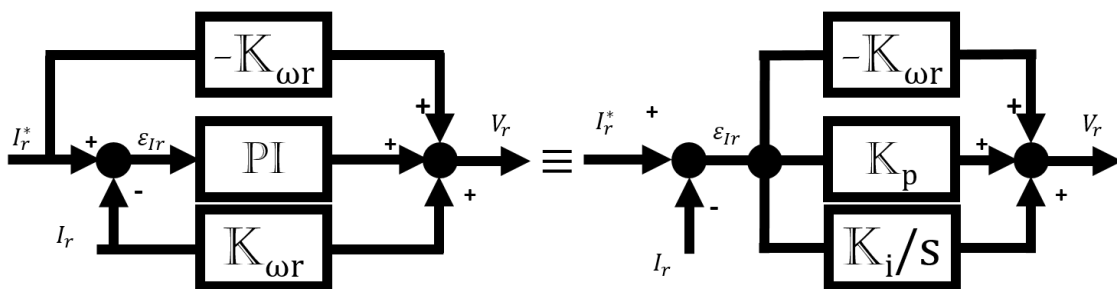
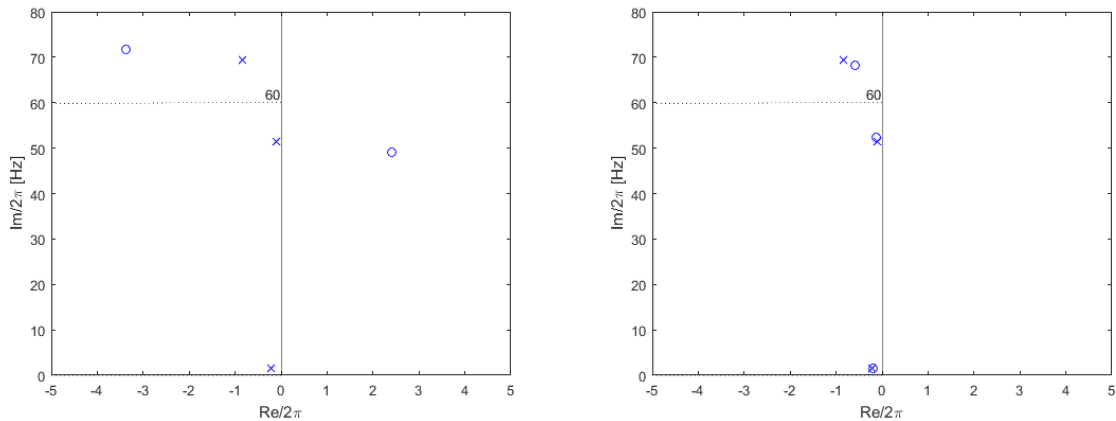


Figura 4.16: Modificación en el lazo de control: alimentación con el error.

Esta estrategia no cambia la estabilidad del sistema, porque no modifica sus polos, pero sí sus ceros. De hecho, esta variación consigue la cancelación, al menos parcial, de los polos más lentos (todos estables)[21], como lo confirma la Figura 4.17 en donde se han calculado los polos y ceros para  $I_{rq}^*$  como entrada y  $I_{rq}$  como salida.



(a) Uso de la corriente (Figura 4.3)

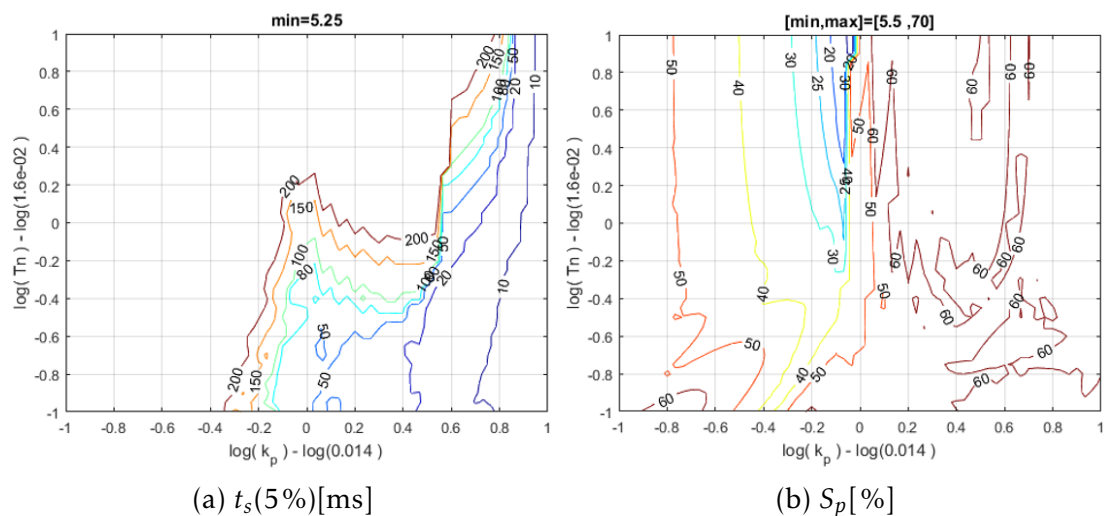
(b) Uso del error (Figura 4.16)

Figura 4.17: Mapa de polos( $\times$ ) y ceros ( $\circ$ ) para los esquemas de control presentados.  $k_{\omega r}=0.5$ ,  $\Omega_m=1400$  [rpm],  $N=100$ ,  $K=0.7$ ,  $k_p=0.071$ ,  $T_n=16$ [ms].

Esta nueva estructura de compensación modifica la matriz de entrada de (2.35), el modelo en *espacio de estados* del sistema con control de corrientes:

$$\mathbb{B} = \begin{pmatrix} \mathbb{B}_{IG}(1) & \mathbb{B}_{IG}(2)[\mathbb{K}_p - \mathbb{K}_{\omega r}] \\ \mathbb{B}_{IG}(3) & \mathbb{B}_{IG}(4)[\mathbb{K}_p - \mathbb{K}_{\omega r}] \\ \mathbb{O}_2 & \mathbb{O}_2 \\ \mathbb{O}_2 & \mathbb{I}_2 \end{pmatrix} \tag{4.8}$$

Como no se modifica la estabilidad, el valor mínimo necesario de  $k_{\omega r}$  (Figura 4.9) no cambia, pero sí el comportamiento dinámico del sistema. Se repitieron los barridos para la nueva topología:



(a)  $t_s(5\%)[ms]$

(b)  $S_p[\%]$

Figura 4.18: Tiempo de establecimiento ( $t_s$ ) y sobre pico ( $S_p$ ) ( $k_{\omega r}=k_{\omega r_{min}}$ ).  $\Omega_m=1400$  [rpm],  $N=100$ ,  $K=0.7$



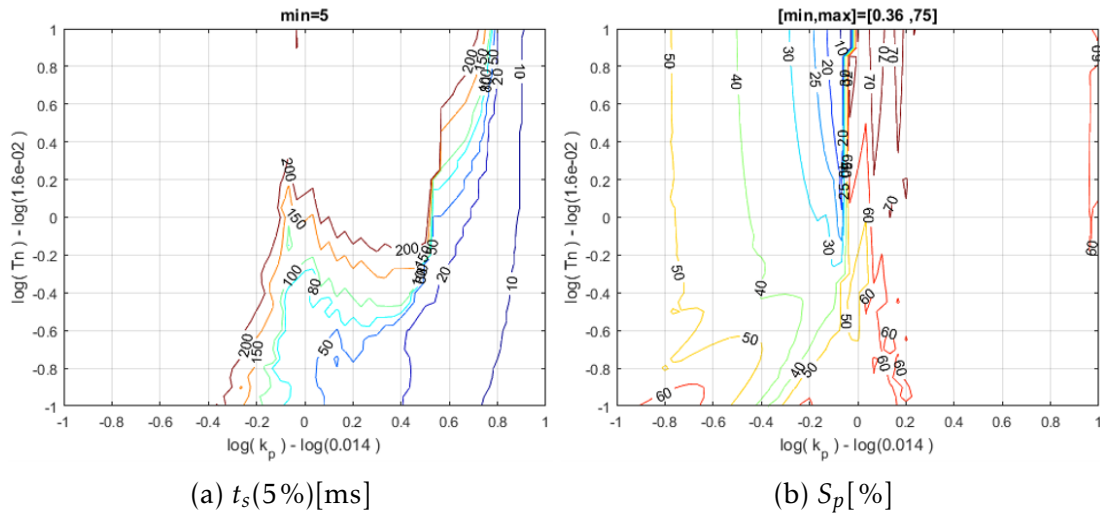


Figura 4.19: Tiempo de establecimiento ( $t_s$ ) y sobre pico ( $S_p$ ) ( $k_{\omega r} = 1.2 \cdot k_{\omega r_{min}}$ ).  $\Omega_m = 1400$  [rpm],  $N = 100$ ,  $K = 0.7$

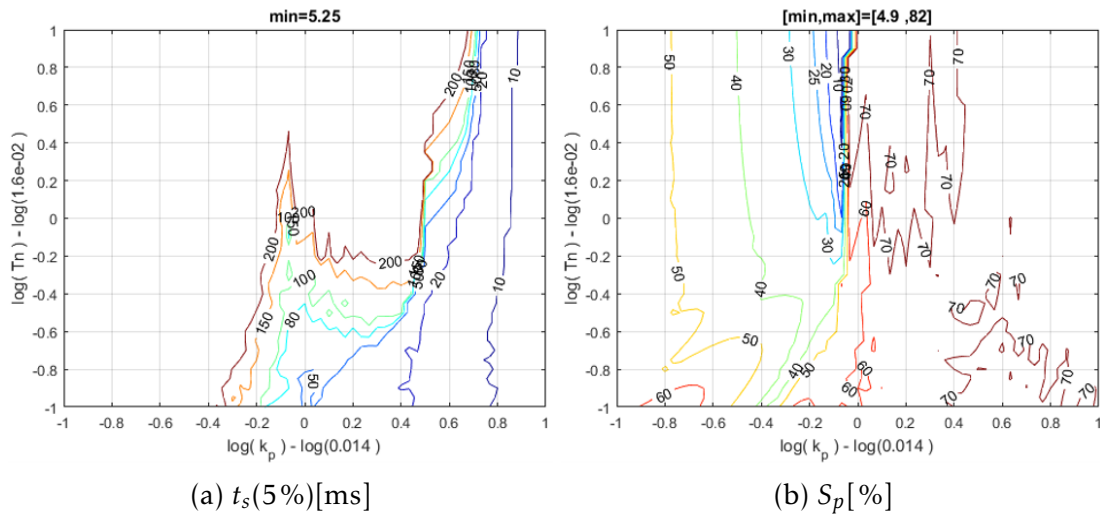


Figura 4.20: Tiempo de establecimiento ( $t_s$ ) y sobre pico ( $S_p$ ) ( $k_{\omega r} = 1.4 \cdot k_{\omega r_{min}}$ ).  $\Omega_m = 1400$  [rpm],  $N = 100$ ,  $K = 0.7$

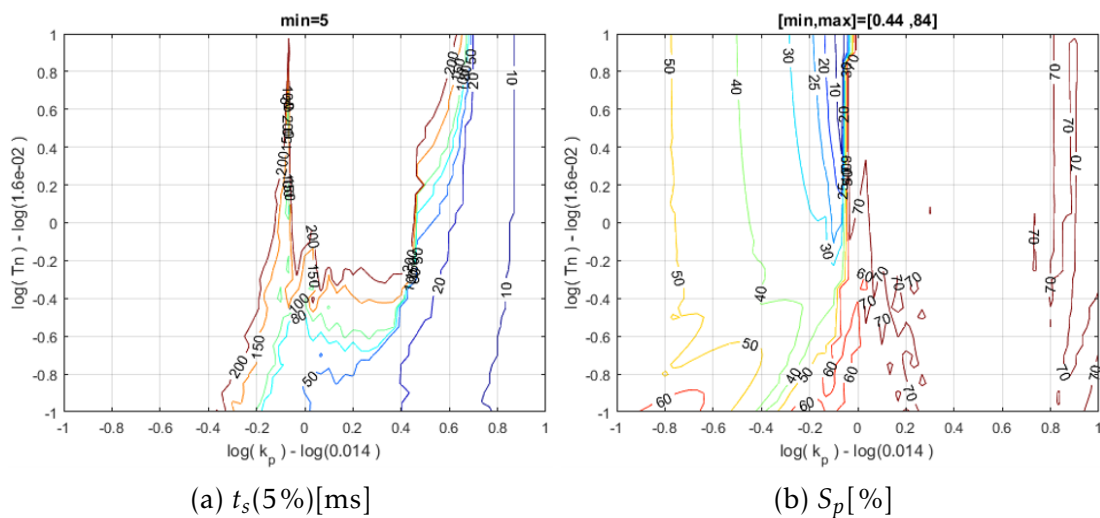


Figura 4.21: Tiempo de establecimiento ( $t_s$ ) y sobre pico ( $S_p$ ) ( $k_{\omega r} = 1.6 \cdot k_{\omega r_{min}}$ ).  $\Omega_m = 1400$  [rpm],  $N = 100$ ,  $K = 0.7$

Estas gráficas demuestran que con esta modificación se pueden conseguir tiempos de establecimiento muy bajos aunque a costa de grandes sobrepasamientos. Lograr un buen compromiso entre respuesta rápida y bajo sobre pico resulta ahora más difícil que en la propuesta original.

Tomando  $k_{\omega r} = 1.2k_{\omega r_{min}}$  (Figura 4.19) se escoge el punto (0.8667,0.05). Que se corresponde con los siguientes parámetros de control:

$$k_p = 0,014 \cdot 10^{0,8667} = 0,103$$

$$T_n = 0,016 \cdot 10^{0,05} = 18[ms]$$

$$k_{\omega r} = 1,2 \cdot 0,54 = 0,648$$

Las características de la respuesta para esta combinación de parámetros son 10.5[ms] de tiempo de establecimiento y 61.79(%) de sobre pico.

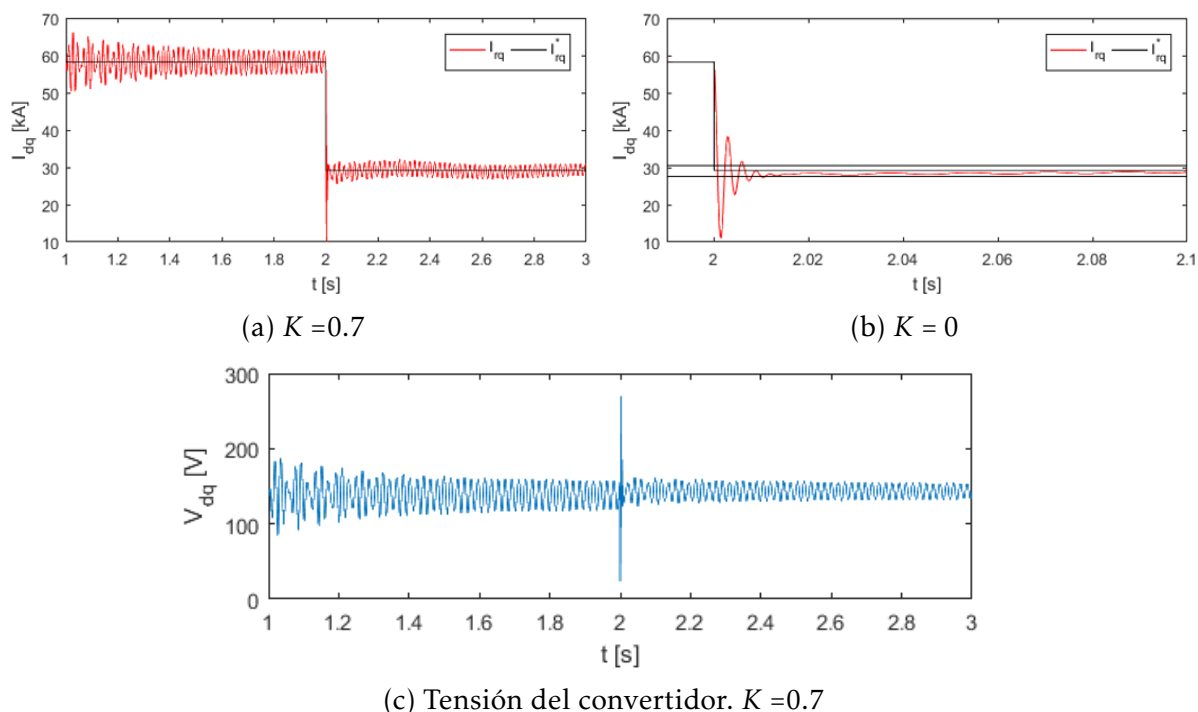


Figura 4.22: Respuesta al escalón para una solución equilibrada.  $k_{\omega r} = 1.6k_{\omega r_{min}}$ ,  $k_p = 0.103$ ,  $T_n = 18[ms]$ ,  $\Omega_m = 1400 [rpm]$ ,  $N = 100$ .

De la simulación se obtiene un sobre pico de 62(%) y un tiempo de establecimiento de 11[ms] (Figura 4.22b). La tensión puede ser generada por el convertidor (Figura 4.22c).

# Capítulo 5

## Conclusiones y Líneas Futuras

Se ha hecho una descripción del fenómeno conocido como *resonancias subsíncronas* (SSR) en parques eólicos basados en generadores doblemente alimentados (DFIG). Su origen, parámetros influyentes, vulnerabilidad de la topología e importancia de la solución han sido tratados.

Se ha construido un modelo lineal del sistema que, aunque reducido, tiene en cuenta las principales variables que intervienen en los fenómenos SSR, al menos los que involucran únicamente las dinámicas eléctricas (**IGE** y **SSCI**).

La capacidad del modelo para predecir el comportamiento del sistema ha sido validada mediante simulación y se ha demostrado la utilidad del mismo para realizar análisis de sensibilidad frente a los diferentes parámetros. Se ha estudiado cómo se ve afectado el comportamiento del sistema debido a cada uno de ellos.

Finalmente, se ha deducido, propuesto y comprobado una modificación en la estructura de control para lograr que el sistema sea capaz de atenuar la resonancia. Se han conseguido tiempos de establecimiento (5%) inferiores a 50[ms] si se compensa con las corrientes e inferiores a 20[ms] si se hace con el error (pero a costa de sobrepasamientos mayores a 50%). Este hecho apunta a que, de implementarse la solución, deberá hacerse de la mano de un algoritmo de detección de SSR para permitir su conexión-desconexión<sup>1</sup>.

Queda por comprobar la viabilidad de la solución en un modelo más completo del sistema. Por ejemplo incluyendo los lazos externos del control, el convertidor del lado de red o las dinámicas mecánicas del sistema. También sería interesante realizar la comparación frente otras propuestas.

---

<sup>1</sup>De las soluciones publicadas [6] y [15] muestran, aunque solo en el esquema de control, la posibilidad (¿necesidad?) de conectar y desconectar la solución, pero no indican cómo lo hacen. En otros casos: [16], [14], [18] y [19]; no hay ninguna mención al respecto.



# Apéndice A

## Transformadas

En el análisis de generadores eléctricos trifásicos suelen emplearse dos transformaciones lineales para lograr que las ecuaciones tengan coeficientes invariantes en el tiempo. A continuación se explican resumidamente:

### A.1. Transformada de Clarke

La primera transformación es una proyección de los sistemas de tres ejes coplanares  $ABC$  sobre un sistema de tres ejes ortonormales  $\alpha\beta 0$ . Esta transformación se conoce como la *Transformada de Clarke* y se consigue multiplicando a cada vector en el sistema de coordenadas de tres ejes ( $ABC$ ) por la matriz de proyección  $\mathbf{C}$ :

$$\mathbf{U}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{C}\mathbf{U}_{ABC}$$

Su representación gráfica puede verse en la Figura A.1. Es de notar que el eje  $\alpha$  está alineado con el devanado de la fase A.

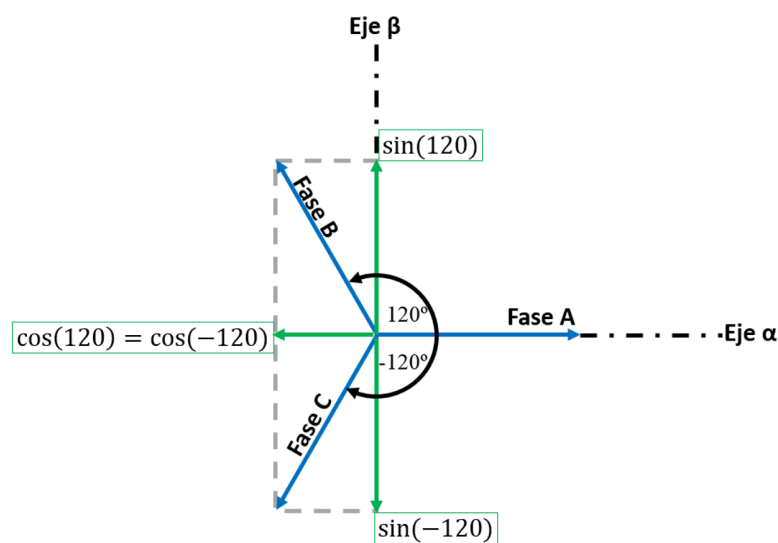


Figura A.1: Representación gráfica de la *Transformada de Clarke*

A partir de la Figura A.1 puede verse cómo las dos primeras filas de  $\mathbf{C}$  están defini-

das por:

$$\mathbb{C}_{ABC \rightarrow \alpha\beta} = \begin{pmatrix} \cos(0) & \cos(120) & \cos(-120) \\ \sin(0) & \sin(120) & \sin(-120) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

La tercera componente (0), que es normal al plano  $\alpha\beta$ , será nula cuando el neutro está aislada (y suele ignorarse); razón por la cual la transformada inversa de los ejes  $\alpha\beta$  a  $ABC$  puede representarse matricialmente como:

$$\mathbb{C}_{\alpha\beta \rightarrow ABC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 \end{pmatrix} = \mathbb{C}_{ABC \rightarrow \alpha\beta}^t \quad (\text{A.2})$$

En análisis de máquinas eléctricas suele emplearse una transformación escalada (multiplicada por una constante:  $k_c$ ), para conseguir que algunas variables tengan la misma magnitud en los ejes  $ABC$  y  $\alpha\beta$ . De tal manera (A.1) se convierte en:

$$\mathbb{C}_{ABC \rightarrow \alpha\beta} = k_c \begin{pmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

y (A.2) en:

$$\mathbb{C}_{\alpha\beta \rightarrow ABC} = \frac{1}{k_c} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

$k_c$	Particularidad	Nombre de la Transformación
1	Invariante en flujo	Convenio invariante en flujo
2/3	Invariante en tensión y corriente	Convenio americano
$\sqrt{2/3}$	Invariante en potencia	Convenio europeo

Cuadro A.1: Convenios para la *Transformada de Clarke*

## A.2. Transformada de Park

La *Transformada de Park* es el paso del sistema coordenado  $ABC$  a un sistema ortogonal rotatorio. Se obtiene aplicando a la *Transformada de Clarke* una segunda transformada: una rotación alrededor del eje 0 (como se ve en la Figura A.2).

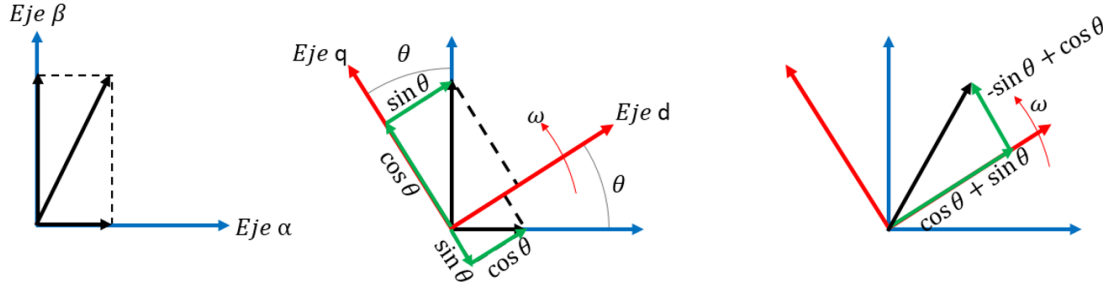


Figura A.2: Representación gráfica de la *Transformada de Park*

A partir de la Figura A.2 queda claro que:

$$\begin{pmatrix} u_d \\ u_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

Además, si  $\omega$  es constante:

$$\begin{pmatrix} u_d \\ u_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\omega t) & \sin(\omega t) \\ -\sin(\omega t) & \cos(\omega t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

La matriz de transformación ( $\mathbb{P}_{ABC \rightarrow dq}$ ) es entonces:

$$\begin{aligned} \mathbb{P}_{ABC \rightarrow dq} &= \begin{pmatrix} \cos(\omega t) & \sin(\omega t) \\ -\sin(\omega t) & \cos(\omega t) \end{pmatrix} \mathbb{C}_{ABC \rightarrow \alpha\beta} \\ &= k_c \begin{pmatrix} \cos(\omega t) & \cos(\omega t - 2\pi/3) & \cos(\omega t + 2\pi/3) \\ -\sin(\omega t) & -\sin(\omega t - 2\pi/3) & -\sin(\omega t + 2\pi/3) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

y la transformación inversa (de  $dq$  a  $ABC$ ) es:

$$\begin{aligned} \mathbb{P}_{dq \rightarrow ABC} &= \frac{1}{k_c} \mathbb{P}_{ABC \rightarrow dq}^t \\ &= \frac{1}{k_c} \begin{pmatrix} \cos(\omega t) & -\sin(\omega t) \\ \cos(\omega t - 2\pi/3) & -\sin(\omega t - 2\pi/3) \\ \cos(\omega t + 2\pi/3) & -\sin(\omega t + 2\pi/3) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$





# Apéndice B

## Parámetros Eléctricos

<b>Parámetros Eléctricos del Sistema</b> Todos los valores referidos a tensión de estator (690V)	
Pares de polos	2
$f_g$ [Hz]	60
$R_r$ [mΩ]	2.00
$L_{fr}$ [μH]	64.5
$L_m$ [μH]	$2.76 \cdot 10^3$
$R_s$ [mΩ]	1.50
$L_{fs}$ [μH]	61.0
$R_t$ [mΩ]	2.17
$L_t$ [μH]	62.3
$R_{sub}$ [mΩ]	$2.55 \cdot 10^{-2}$
$L_{sub}$ [μH]	0.858
$R_{lin}$ [mΩ]	$9.17 \cdot 10^{-3}$
$L_{lin}$ [μH]	0.428



# Apéndice C

## Matrices de Estado

Si se define  $L_\sigma^2 = L_m^2 - L_s L_r = -\sigma L_s L_r$  donde  $\sigma$  es el factor de fugas ( $\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}$ ), entonces, las matrices de estados desarrolladas son:

$\mathbb{A}_{IG}$

$$\left( \begin{array}{cccc} \frac{L_r R_s}{L_\sigma^2} & \frac{L_m^2 \omega_r - L_r L_s \omega_s}{L_\sigma^2} & -\frac{L_m R_r}{L_\sigma^2} & \frac{L_m L_r (\omega_r - \omega_s)}{L_\sigma^2} \\ \frac{L_r L_s \omega_s - L_m^2 \omega_r}{L_\sigma^2} & \frac{L_r R_s}{L_\sigma^2} & \frac{L_m L_r (\omega_s - \omega_r)}{L_\sigma^2} & -\frac{L_m R_r}{L_\sigma^2} \\ -\frac{L_m R_s}{L_\sigma^2} & \frac{L_m L_s (\omega_s - \omega_r)}{L_\sigma^2} & \frac{L_s R_r}{L_\sigma^2} & \frac{L_m^2 \omega_s - L_r L_s \omega_r}{L_\sigma^2} \\ \frac{L_m L_s (\omega_r - \omega_s)}{L_\sigma^2} & -\frac{L_m R_s}{L_\sigma^2} & \frac{L_r L_s \omega_r - L_m^2 \omega_s}{L_\sigma^2} & \frac{L_s R_r}{L_\sigma^2} \end{array} \right) \quad (C.1)$$

$\mathbb{A}_{IGTG}$

$$\left( \begin{array}{cccccc} \frac{L_r R_s}{L_\sigma^2} & \frac{L_m^2 \omega_r - L_r L_s \omega_s}{L_\sigma^2} & -\frac{L_m R_r}{L_\sigma^2} & \frac{L_m L_r (\omega_r - \omega_s)}{L_\sigma^2} & \frac{L_r}{L_\sigma^2} & 0 \\ \frac{L_r L_s \omega_s - L_m^2 \omega_r}{L_\sigma^2} & \frac{L_r R_s}{L_\sigma^2} & \frac{L_m L_r (\omega_s - \omega_r)}{L_\sigma^2} & -\frac{L_m R_r}{L_\sigma^2} & 0 & \frac{L_r}{L_\sigma^2} \\ -\frac{L_m R_s}{L_\sigma^2} & \frac{L_m L_s (\omega_s - \omega_r)}{L_\sigma^2} & \frac{L_s R_r}{L_\sigma^2} & \frac{L_m^2 \omega_s - L_r L_s \omega_r}{L_\sigma^2} & -\frac{L_m}{L_\sigma^2} & 0 \\ \frac{L_m L_s (\omega_r - \omega_s)}{L_\sigma^2} & -\frac{L_m R_s}{L_\sigma^2} & \frac{L_r L_s \omega_r - L_m^2 \omega_s}{L_\sigma^2} & \frac{L_s R_r}{L_\sigma^2} & 0 & -\frac{L_m}{L_\sigma^2} \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_s \\ 0 & \frac{1}{C} & 0 & 0 & -\omega_s & 0 \end{array} \right) \quad (C.2)$$

$\mathbb{A}_8$ :

$$\left( \begin{array}{cccccccc} \frac{L_r R_s}{L_\sigma^2} & \frac{L_m^2 \omega_r - L_r L_s \omega_s}{L_\sigma^2} & -\frac{L_m (R_r + k_p)}{L_\sigma^2} & \frac{L_m L_r (\omega_r - \omega_s)}{L_\sigma^2} & \frac{L_r}{L_\sigma^2} & 0 & \frac{L_m k_i}{L_\sigma^2} & 0 \\ \frac{L_r L_s \omega_s - L_m^2 \omega_r}{L_\sigma^2} & \frac{L_r R_s}{L_\sigma^2} & \frac{L_m L_r (\omega_s - \omega_r)}{L_\sigma^2} & -\frac{L_m (R_r + k_p)}{L_\sigma^2} & 0 & \frac{L_r}{L_\sigma^2} & 0 & \frac{L_m k_i}{L_\sigma^2} \\ -\frac{L_m R_s}{L_\sigma^2} & \frac{L_m L_s (\omega_s - \omega_r)}{L_\sigma^2} & \frac{L_s (R_r + k_p)}{L_\sigma^2} & \frac{L_m^2 \omega_s - L_r L_s \omega_r}{L_\sigma^2} & -\frac{L_m}{L_\sigma^2} & 0 & -\frac{L_s k_i}{L_\sigma^2} & 0 \\ \frac{L_m L_s (\omega_r - \omega_s)}{L_\sigma^2} & -\frac{L_m R_s}{L_\sigma^2} & \frac{L_r L_s \omega_r - L_m^2 \omega_s}{L_\sigma^2} & \frac{L_s (R_r + k_p)}{L_\sigma^2} & 0 & -\frac{L_m}{L_\sigma^2} & 0 & -\frac{L_s k_i}{L_\sigma^2} \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_s & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & 0 & 0 & -\omega_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \quad (C.3)$$

$\mathbb{A}_8$  con alimentación de los términos cruzados:

$$\left( \begin{array}{cccccccc} \frac{L_r R_s}{L_\sigma^2} & \frac{L_m^2 \omega_r - L_r L_s \omega_s}{L_\sigma^2} & -\frac{L_m(R_r + k_p)}{L_\sigma^2} & \frac{L_m L_r (\omega_r - \omega_s) - L_m k \omega_r}{L_\sigma^2} & \frac{L_r}{L_\sigma^2} & 0 & \frac{L_m k_i}{L_\sigma^2} & 0 \\ \frac{L_r L_s \omega_s}{L_\sigma^2} - \frac{L_m^2 \omega_r}{L_\sigma^2} & \frac{L_r R_s}{L_\sigma^2} & \frac{L_m L_r (\omega_s - \omega_r) + L_m k \omega_r}{L_\sigma^2} & -\frac{L_m(R_r + k_p)}{L_\sigma^2} & 0 & \frac{L_r}{L_\sigma^2} & 0 & \frac{L_m k_i}{L_\sigma^2} \\ -\frac{L_m R_s}{L_\sigma^2} & \frac{L_m L_s (\omega_s - \omega_r)}{L_\sigma^2} & \frac{L_s(R_r + k_p)}{L_\sigma^2} & \frac{L_m^2 \omega_s - L_r L_s \omega_r + L_s k \omega_r}{L_\sigma^2} & -\frac{L_m}{L_\sigma^2} & 0 & -\frac{L_s k_i}{L_\sigma^2} & 0 \\ \frac{L_m L_s (\omega_r - \omega_s)}{L_\sigma^2} & -\frac{L_m R_s}{L_\sigma^2} & \frac{L_r L_s \omega_r - L_m^2 \omega_s - L_s k \omega_r}{L_\sigma^2} & \frac{L_s(R_r + k_p)}{L_\sigma^2} & 0 & -\frac{L_m}{L_\sigma^2} & 0 & -\frac{L_s k_i}{L_\sigma^2} \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_s & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & 0 & 0 & -\omega_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \quad (C.4)$$

# Bibliografía

- [1] REN21, *Renewables 2016: Global Status Report*. Paris: REN21 Secretariat, 2016.
- [2] Subsynchronous Resonance Working Group of the System Dynamic Performance Subcommittee, “Reader’s guide to subsynchronous resonance,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 7, pp. 150–157, Feb. 1992.
- [3] D. N. Walker, C. E. J. Bowler, R. L. Jackson, and D. A. Hodges, “Results of subsynchronous resonance test at Mohave,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 94, pp. 1878–1889, Sept. 1975.
- [4] P. Pourbeik, R. J. Koessler, D. L. Dickmader, and W. Wong, “Integration of large wind farms into utility grids (part 2 - performance issues),” in *2003 IEEE Power Engineering Society General Meeting (IEEE Cat. No.03CH37491)*, vol. 3, p. 1525 Vol. 3, July 2003.
- [5] J. Adams, C. Carter, and S. H. Huang, “ERCOT experience with Sub-synchronous Control Interaction and proposed remediation,” in *Transmission and Distribution Conference and Exposition (T D), 2012 IEEE PES*, pp. 1–5, May 2012.
- [6] A. E. Leon and J. A. Solsona, “Sub-Synchronous Interaction Damping Control for DFIG Wind Turbines,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 30, pp. 419–428, Jan. 2015.
- [7] J. Adams, V. A. Pappu, and A. Dixit, “Ercot experience screening for Sub-Synchronous Control Interaction in the vicinity of series capacitor banks,” in *2012 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, pp. 1–5, July 2012.
- [8] K. Narendra, D. Fedirchuk, R. Midence, N. Zhang, A. Mulawarman, P. Mysore, and V. Sood, “New microprocessor based relay to monitor and protect power systems against sub-harmonics,” in *2011 IEEE Electrical Power and Energy Conference*, pp. 438–443, Oct. 2011.
- [9] L. Wang, X. Xie, Q. Jiang, H. Liu, Y. Li, and H. Liu, “Investigation of SSR in Practical DFIG-Based Wind Farms Connected to a Series-Compensated Power System,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 30, Sept. 2015.
- [10] ABB Inc., “CREZ reactive power compensation study,” Reporte Técnico, ABB Inc., 2010.
- [11] M. Bongiorno, A. Petersson, and E. Agneholm, “The impact of wind farms on subsynchronous resonance in power systems: Elforsk rapport 11:29,” Reporte Técnico, Vindforsk/Energimyndigheten/ELFORSK, abril 2011.

- [12] J. Conto, "Grid challenges on high penetration levels of wind power," in *2012 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, pp. 1–3, July 2012.
- [13] H. A. Mohammadpour, Y. J. Shin, and E. Santi, "SSR analysis of a DFIG-based wind farm interfaced with a gate-controlled series capacitor," in *2014 IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition - APEC 2014*, pp. 3110–3117, Mar. 2014.
- [14] L. Fan and Z. Miao, "Mitigating SSR Using DFIG-Based Wind Generation," *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 3, pp. 349–358, July 2012.
- [15] A. E. Leon, "Integration of DFIG-Based Wind Farms Into Series-Compensated Transmission Systems," *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 7, pp. 451–460, Apr. 2016.
- [16] H. A. Mohammadpour and E. Santi, "Analysis of subsynchronous control interactions in DFIG-based wind farms: ERCOT case study," in *2015 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, pp. 500–505, Sept. 2015.
- [17] H. Liu, X. Xie, Y. Li, H. Liu, and Y. Li, "Damping DFIG-associated SSR with subsynchronous suppression filters: A case study on a practical wind farm system," in *International Conference on Renewable Power Generation (RPG 2015)*, pp. 1–6, Oct. 2015.
- [18] H. A. Mohammadpour and E. Santi, "SSR Damping Controller Design and Optimal Placement in Rotor-Side and Grid-Side Converters of Series-Compensated DFIG-Based Wind Farm," *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 6, pp. 388–399, Apr. 2015.
- [19] P. H. Huang, M. S. E. Moursi, W. Xiao, and J. L. Kirtley, "Subsynchronous Resonance Mitigation for Series-Compensated DFIG-Based Wind Farm by Using Two-Degree-of-Freedom Control Strategy," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 30, May 2015.
- [20] L. Fan, C. Zhu, Z. Miao, and M. Hu, "Modal Analysis of a DFIG-Based Wind Farm Interfaced With a Series Compensated Network," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 26, pp. 1010–1020, Dec. 2011.
- [21] K. Ogata, *Modern Control Engineering*. Upper Saddle River: Pearson Education, 2010.