

UNIVERSIDAD PÚBLICA DE NAVARRA
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES
Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica



TESIS DOCTORAL

CONTROL DIGITAL DE LOS CONVERTIDORES
DE CUARTO ORDEN CONTINUA CONTINUA:
C_UK, SEPIC, ZETA Y X

JOSEP MARIA VALLS MARTÍ
Ingeniero Industrial

PAMPLONA, 11 de abril de 2017

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica
Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales y de
Telecomunicación



CONTROL DIGITAL DE LOS CONVERTIDORES
DE CUARTO ORDEN CONTINUA - CONTINUA:
ÇUK, SEPIC, ZETA Y X

Josep M. Valls Martí
Ingeniero Industrial

Director: Dr. Jesús María Corres Sanz
Codirector: Dr. Pedro María Gil Izco

III

Agradecimientos

Durante este largo periodo de mis estudios de doctorado querría agradecer inicialmente a mis profesores de la UNED (Universidad Nacional de Educación a Distancia) que me dieron la formación inicial y en especial a los profesores Dr. José Carpio Ibáñez y Dr. Juan Vicente Miguez Carmiña que fueron los que me hicieron un seguimiento más continuo. Al Dr. Salvador Martínez por su asignatura de "investigación en electrónica de potencia" en la que he fundamentado el estudio del convertidor X. Querría agradecer especialmente al profesor Dr. Juan Manuel Martín Sánchez por introducirme en el mundo del control adaptativo predictivo.

Hay una persona a la que me gustaría agradecer especialmente su labor formativa al Dr. Manuel Román-Lumbreras ya que en su asignatura de "Máquinas eléctricas y convertidores de energía" nos comentó que los convertidores eran duales y esta idea es la que apliqué para el desarrollo del convertidor X. También me gustaría reconocer la labor del doctor Dr. Josep Bordonau que me introdujo en el diseño de fuentes conmutadas y siempre me ha animado a continuar estudiando e investigando en la electrónica de potencia.

Hay numerosas personas que fuera de su labor docente me han apoyado en diversas fases del mismo como el Dr. Antonio Nevado por su apoyo en entender mejor la teoría de control y el editor de L^AT_EX , al Dr. Ángel de Castro por las conversaciones sobre como enfocar la tesis que tenía algún parecido con la suya, a los doctores Dr. Javier Calvente y Dr. Roberto Giral por sus aportaciones en el campo del control en modo de deslizamiento, al Dr. Miguel R. Wilhelmi por su ayuda a interpretar los polinomios de las funciones de transferencia y por organizar la estructura de mi tesis en L^AT_EX .

Me gustaría agradecer el trabajo publicado en la red, apuntes, artículos y monografías que me han ayudado en mi labor profesional y en el estudio de la electrónica de potencia, como al Dr. Alberto Martín-Pernía por su trabajo sobre los "snubbers" o al Dr. Richard Márquez por su plataforma OctaveRs.

Finalmente a la paciencia de mi familia, de mi esposa Merche y de mis hijas Teresa, Elisabet e Irene. También a Peio que me supo, apoyar y motivar para finalmente presentar este trabajo.

Índice general

Índice general	VII
Lista de acrónimos	XI
Índice de tablas	XVII
Índice de figuras	XIX
Lista de esquemas	XXVII
Introducción	1
I PLANTA	7
1. Convertidores de la clase del convertidor de Ćuk	9
1.1. Introducción	9
1.2. Descripción de la clase de convertidores de Ćuk	10
1.3. Síntesis del convertidor X	12
1.4. Reversibilidad de los convertidores	16
1.5. Aislamiento en los convertidores de la clase del de Ćuk	17
2. Convertidor de Ćuk	21
2.1. Introducción	21
2.2. Modelo dinámico y de pequeña señal	22
2.3. Funciones de transferencia	25
2.4. Modelo dinámico y de pequeña señal con pérdidas	30
2.5. Funciones de transferencia con pérdidas	35
2.5.1. Modo de conducción continua	36
2.5.2. Modo de conducción discontinua	37
2.5.3. Aplicación numérica y diagramas de Bode	39

3. Convertidor SEPIC	45
3.1. Introducción	45
3.2. Modelo dinámico y de pequeña señal	46
3.3. Funciones de transferencia	50
3.4. Modelo dinámico y de pequeña señal con pérdidas	54
3.5. Funciones de transferencia con pérdidas	60
3.5.1. Modo de conducción continua	60
3.5.2. Modo de conducción discontinua	62
3.5.3. Aplicación numérica y diagramas de Bode	63
4. Convertidor Zeta	69
4.1. Introducción	69
4.2. Modelo dinámico y de pequeña señal	70
4.3. Funciones de transferencia	73
4.4. Modelo dinámico y de pequeña señal con pérdidas	78
4.5. Funciones de transferencia con pérdidas	83
4.5.1. Modo de conducción continua	83
4.5.2. Modo de conducción discontinua	85
4.5.3. Aplicación numérica y diagramas de Bode	87
5. Convertidor X	93
5.1. Introducción	93
5.2. Modelo dinámico y de pequeña señal	94
5.3. Funciones de transferencia	97
5.4. Modelo dinámico y de pequeña señal con pérdidas	102
5.5. Funciones de transferencia con pérdidas	108
5.5.1. Modo de conducción continua	108
5.5.2. Modo de conducción discontinua	110
5.5.3. Aplicación numérica y diagramas de Bode	111
6. Bobinas Acopladas y Rizados de corriente y tensión	117
6.1. Bobinas Acopladas	117
6.1.1. Análisis del circuito en régimen permanente	119
6.2. Rizado de corriente y tensión en la entrada y la salida	123
6.2.1. Convertidor de Ćuk	123
6.2.2. Convertidor SEPIC	124
6.2.3. Convertidor Zeta	126
6.2.4. Convertidor X	128
II CONTROL	131
7. Control Digital	133

7.1.	Introducción	133
7.2.	Espacio de Estado	134
7.3.	Función de Transferencia	135
7.4.	Modelo ARMAX	136
7.5.	Introducción a varios tipos de control	137
7.6.	Control Sigma-Delta	138
7.7.	Control P.I.D. - Proporcional Integral Derivativo	140
7.8.	Control Predictivo	143
7.8.1.	Aplicación al convertidor de Ćuk	146
7.8.2.	Aplicación al convertidor SEPIC	147
7.8.3.	Aplicación al convertidor Zeta	148
7.8.4.	Aplicación al convertidor X	149
7.9.	Cálculo de la trayectoria (Bloque conductor)	149
7.10.	Identificación de sistemas y control adaptativo	153
8.	Control por Pico de Corriente	159
8.1.	Introducción	159
8.2.	Oscilación subarmónica con ciclo de trabajo mayor del 50 %	160
8.3.	Modelado dinámico	163
8.4.	Aplicación al convertidor de Ćuk	169
8.5.	Aplicación al convertidor SEPIC	173
8.6.	Aplicación al convertidor Zeta	177
8.7.	Aplicación al convertidor X	181
8.8.	Implementación digital	185
9.	Control en modo deslizante	189
9.1.	Introducción	189
9.2.	Sistemas de estructura variable	190
9.2.1.	Superficies deslizantes	192
9.2.2.	Control equivalente y dinámica de deslizamiento ideal	193
9.2.3.	Accesibilidad de la superficie deslizante	194
9.2.4.	Condiciones de invariancia para perturbaciones coincidentes	197
9.3.	Aplicación al convertidor BOOST	198
9.3.1.	Control directo	198
9.3.2.	Control indirecto	200
9.4.	Sistema de fase mínima	201
9.5.	Aplicación al convertidor de Ćuk	202
9.5.1.	Control directo	203
9.5.2.	Control indirecto	206
9.6.	Aplicación al convertidor SEPIC	208
9.6.1.	Control directo	209
9.6.2.	Control indirecto	212
9.7.	Aplicación al convertidor Zeta	214

9.7.1. Control directo	215
9.7.2. Control indirecto	218
9.8. Aplicación al convertidor X	220
9.8.1. Control directo	221
9.8.2. Control indirecto	224
9.9. Discretización del Control en Modo Deslizante	226
9.9.1. Implementación discreta del Control en Modo Deslizante	227
9.9.2. Control en Modo Deslizante en tiempo discreto	228
9.9.3. Sistemas lineales en tiempo discreto con parámetros conocidos	232
9.9.4. Sistemas bilineales en tiempo discreto	234
9.9.5. Control discreto del convertidor de Ćuk	237
9.9.6. Control discreto del convertidor SEPIC	238
9.9.7. Control discreto del convertidor Zeta	239
9.9.8. Control discreto del convertidor X	240
10. Datos Experimentales	243
10.1. Introducción	243
10.2. Convertidor Zeta - SEPIC	245
10.2.1. Desmagnetización del transformador de medida de corriente	245
10.2.2. Circuito de puerta del transistor MOSFET	248
10.2.3. Circuitos de medida de tensión y corriente media	251
10.3. Convertidor Ćuk - SEPIC o X - Zeta	255
10.4. Control digital	259
10.4.1. Implementación con Laser Bee de Silicon Labs	259
10.5. Caracterización experimental	275
10.6. Carga electrónica	276
III CONCLUSIONES, REFERENCIAS Y APÉNDICES	281
Conclusiones y Trabajo Futuro	283
Bibliografía	287
A. Métodos de cálculo	295
A.1. Proceso de control bilineal	295
A.1.1. Controlabilidad de sistemas bilineales	296
A.2. Linealización aproximada de un modelo bilineal	299
A.3. Modelo de interruptor en Modo de Conducción Continua	301
A.4. Modelo de interruptor en Modo de Conducción Discontinua	304
A.5. Método de Cenguelci	309
A.6. Filtros	318
A.7. Enteros escalados	318

B. Publicaciones	321
B.1. Listado de Publicaciones:	321
B.1.1. Artículo SAICA-2011	323
B.1.2. Presentación SAICA-2011	330
B.1.3. Artículo SAAEI-2014	344
B.1.4. Presentación SAAEI-2014	351
B.1.5. Bode G_{vd} Cuk	363
B.1.6. Bode G_{vd} SEPIC	368
B.1.7. Bode G_{vd} Zeta	373
B.1.8. Bode G_{vd} X	378
B.1.9. Bode G_{vd} SEPIC del modelo de Erickson	383
B.1.10. Influencia de parámetros en polos y zeros	389
B.1.11. Artículo SAAEI-2015	405
B.1.12. Poster presentado en SAAEI-2015	412
B.1.13. Funciones de Transferencia SEPIC	414
B.1.14. Funciones de Transferencia Cuk	429
B.1.15. Funciones de Transferencia Zeta	444
B.1.16. Funciones de Transferencia X	459
B.1.17. Poster presentado a las IV Jornadas Doctorales G-9	475
B.1.18. Función de Transferencia X con control por pico de corriente	477
B.1.19. Artículo ICMEPE-2016	486
B.1.20. Poster presentado en ICMEPE-2016	493
B.1.21. Artículo publicado en JEPE-2016	495
B.1.22. Función de Transferencia X con control por pico de corriente (Revisado)	499
B.1.23. Función de Transferencia CUK con control por pico de corriente	509
B.1.24. Función de Transferencia SEPIC con control por pico de corriente	519
B.1.25. Función de Transferencia Zeta con control por pico de corriente	529
C. Generador PWM	539
C.1. Diseño con CoolRunner II	539
C.1.1. Diseño de lógica programable - CoolRunner II	543
C.1.2. Diseño de aplicación de PC - CoolRunner II	554
C.2. Diseño con Spartan 3A de Avnet	557
C.2.1. Diseño de lógica programable - Spartan 3A	559
C.2.2. Diseño de aplicación de PC - Spartan 3A	586

Lista de acrónimos

ADC.....	<i>Analog to Digital Converter</i> , Convertidor analógico-digital
ADEX.....	<i>Control Adaptativo, Predictivo, Experto</i>
AENOR.....	<i>Asociación Española de Normalización y Certificación</i>
APEC.....	<i>Applied Power Electronics Conference and Exposition</i>
API.....	<i>Application Programming Interface</i>
BJT.....	<i>Bipolar Junction Transistor</i> , Bipolar
BOOST.....	<i>Convertidor Elevador</i>
BUCK.....	<i>Convertidor Reductor</i>
BUCK-BOOST	<i>Convertidor Elevador-Reductor</i>
CPLD.....	<i>Complex Programmable Logic Device</i>
ÇUK.....	<i>Çuk Converter</i> , Convertidor de Çuk
DAC.....	<i>Digital to Analog Converter</i> , Convertidor digital-analógico
DC/DC.....	<i>Direct Current - Direct Current</i> , Corriente Continua - Corriente Continua
DICM.....	<i>Discontinuous Inductor Current Mode</i>
DLL.....	<i>Dinamic Link Library</i>
DSMC.....	<i>Discrete Sliding Mode Control</i>
EPP.....	<i>Enhanced Parallel Port</i>
ESR.....	<i>Equivalent Series Resistance</i>
FIR.....	<i>Finite Impulse Response filter</i>
FPGA.....	<i>Field Programable Gate Array</i> , Lógica programable en campo

ICMEPE *International Conference on Modern Electrical Power Engineering (IC-MEPE'16)*

IIR *Infinite Impulse Response filter*

JEPE *Journal of Energy and Power Engineering*

LMS *Least Mean Squares filter*

MCC *Modo de Conducción Continua*

MCD *Modo de Conducción Discontinua*

MELECON *Mediterranean Electrotechnical Conference*

MOSFET *Metal-oxide-semiconductor Field-effect transistor*

MRAS *Model Reference Adaptive Systems*

PCC *Peak Current Control, Control por Pico de Corriente*

PCIM *Power Conversion and Intelligent Motion Conference*

PESC *Power Electronics Specialists Conference*

PID *Proporcional Integral Derivativo*

PWM *Pulse Width Modulation, Modulación por anchura de pulso*

RLS *Recursive least squares filter*

SAAEI *Seminario Anual de Automática, Electrónica industrial e Instrumentación*

SAICA *Seminar for Advanced Industrial Control Applications, SAICA*

SAPWIN *Symbolic Analysis Program for Windows*

SEPIC *Single Ended Primary Inductance, Convertidor SEPIC*

SEV *Sistemas de Estructura Variable*

SMC *Sliding Mode Control o Control en Modo Deslizante*

SMD *Surface Mount Device*

SPI *Serial Peripheral Interface*

STR *Self-Tunning Regulators*

UART	<i>Universal Asynchronous Receiver Transmitter</i>
UNED	<i>Universidad Nacional de Educación a Distancia</i>
UPM.....	<i>Universidad Politécnica de Madrid</i>
USB	<i>Universal Serial Bus</i>
VHDL	<i>V de VHSIC (Very High Speed Integrated Circuit) y HDL de Hardware Description Language</i>
X.....	<i>Variante topológica del convertidor BUCK-BOOST, de la clase de Ćuk</i>
ZETA	<i>Zeta Converter, Convertidor Zeta</i>

Índice de tablas

6.1. Interruptor activo cerrado.	120
6.2. Interruptor activo abierto.	120
8.1. Tabla de pendientes de las rampas.	164
10.1. Coste computacional de los algoritmos	274
C.1. Protocolo de comunicación entre PC y FPGA	559
C.2. Lectura de los interruptores	560
C.3. Escritura de Puntos Decimales	560

Índice de figuras

1.1. Etapas de entrada y salida del convertidor de Ćuk	10
1.2. Etapas de entrada y salida del convertidor SEPIC	11
1.3. Etapas de entrada y salida del convertidor Zeta	11
1.4. Comparativa de las etapas de entrada y salida: Ćuk, Zeta y SEPIC	12
1.5. Posibles divisiones de los convertidores elementales	13
1.6. Síntesis de los convertidores: Ćuk, Zeta y SEPIC	14
1.7. Síntesis del convertidor X	14
1.8. Esquema básico del convertidor X	15
1.9. Síntesis de los convertidores: Ćuk, Zeta, SEPIC y X	15
1.10. Reversibilidad de los convertidores	16
1.11. Circuito de aislamiento	17
1.12. Circuito de Ćuk aislado	17
1.13. Circuito SEPIC aislado	17
1.14. Circuito Zeta aislado	18
1.15. Circuito X aislado	18
1.16. Circuito X aislado o Flyback	18
2.1. Etapa de potencia del convertidor de Ćuk	22
2.2. Circuito promediado del convertidor de Ćuk	22
2.3. Etapa de potencia del convertidor de Ćuk con las pérdidas en las inductancias y los condensadores	30
2.4. Circuito promediado del convertidor de Ćuk con pérdidas en inductancias y condensadores	31
2.5. Interruptor PWM en convertidor de Ćuk para el modelo de Vorpèrian	35
2.6. Modelo promediado de circuitos para el convertidor de Ćuk	36
2.7. Esquema SAPWIN para la FT tensión de salida ciclo de trabajo en MCC	36
2.8. Esquema SAPWIN para la FT tensión de salida tensión de entrada en MCC	37
2.9. Modelo promediado de interruptor PWM en MCD	37
2.10. Esquema SAPWIN para la FT tensión de salida ciclo de trabajo en MCD	38
2.11. Esquema SAPWIN para la FT tensión de salida tensión de entrada en MCD	38
2.12. Bode diagrams of control to output TF	41

2.13. Bode diagrams of line to output TF	43
3.1. Etapa de potencia del convertidor SEPIC	46
3.2. Circuito promediado del convertidor SEPIC	46
3.3. Etapa de potencia del convertidor SEPIC con las pérdidas en las inductancias y los condensadores	54
3.4. Circuito promediado del convertidor SEPIC con pérdidas en inductancias y condensadores	55
3.5. Interruptor PWM en convertidor SEPIC para el modelo de Vorpèrian	60
3.6. Modelo promediado de circuitos para el convertidor de SEPIC	60
3.7. Esquema SAPWIN para la FT tensión de salida ciclo de trabajo en MCC	61
3.8. Esquema SAPWIN para la FT tensión de salida tensión de entrada en MCC	61
3.9. Modelo promediado de interruptor PWM en MCD	62
3.10. Esquema SAPWIN para la FT tensión de salida ciclo de trabajo en MCD	62
3.11. Esquema SAPWIN para la FT tensión de salida tensión de entrada en MCD	63
3.12. Bode diagrams of control to output TF	65
3.13. Bode diagrams of line to output TF	67
4.1. Etapa de potencia del convertidor Zeta	70
4.2. Circuito promediado del convertidor Zeta	70
4.3. Etapa de potencia del convertidor Zeta con las pérdidas en las inductancias y los condensadores	78
4.4. Circuito promediado del convertidor Zeta con pérdidas en inductancias y condensadores	79
4.5. Interruptor PWM en convertidor Zeta para el modelo de Vorpèrian	83
4.6. Modelo promediado de circuitos para el convertidor Zeta	84
4.7. Esquema SAPWIN para la FT tensión de salida ciclo de trabajo en MCC	84
4.8. Esquema SAPWIN para la FT tensión de salida tensión de entrada en MCC	85
4.9. Modelo promediado de interruptor PWM en MCD	85
4.10. Esquema SAPWIN para la FT tensión de salida ciclo de trabajo en MCD	86
4.11. Esquema SAPWIN para la FT tensión de salida tensión de entrada en MCD	86
4.12. Bode diagrams of control to output TF	89
4.13. Bode diagrams of line to output TF	91
5.1. Etapa de potencia del convertidor X	94
5.2. Circuito promediado del convertidor X	95
5.3. Etapa de potencia del convertidor X con las pérdidas en las inductancias y los condensadores	102

5.4.	Circuito promediado del convertidor X con pérdidas en inductancias y condensadores	103
5.5.	Interruptor PWM en convertidor X para el modelo de Vorpèrian	108
5.6.	Modelo promediado de circuitos para el convertidor X	108
5.7.	Esquema SAPWIN para la FT tensión de salida ciclo de trabajo en MCC	109
5.8.	Esquema SAPWIN para la FT tensión de salida tensión de entrada en MCC	109
5.9.	Modelo promediado de interruptor PWM en MCD	110
5.10.	Esquema SAPWIN para la FT tensión de salida ciclo de trabajo en MCD	110
5.11.	Esquema SAPWIN para la FT tensión de salida tensión de entrada en MCD	111
5.12.	Bode diagrams of control to output TF	113
5.13.	Bode diagrams of line to output TF	115
6.1.	Circuito equivalente de dos bobinas acopladas	118
6.2.	Acoplamiento de las inductancias en los convertidores: Ćuk, Zeta, SEPIC y X	118
6.3.	Rizado de tensión a la entrada y a la salida	123
6.4.	Rizado de tensión a la entrada	125
6.5.	Rizado de tensión a la la salida	126
6.6.	Rizado de tensión a la la salida	127
6.7.	Rizado de tensión a la salida	128
6.8.	Rizado de tensión a la la salida	129
7.1.	Control Δ Delta [Wik07]	138
7.2.	Control $\Sigma\Delta$ Sigma-Delta [Wik07]	138
7.3.	Del control Δ al $\Sigma\Delta$ [Wik07]	139
7.4.	Limitaciones del control $\Sigma\Delta$ Sigma-Delta	140
7.5.	Trayectoria de segundo orden	151
7.6.	Trayectoria con filtro de media móvil de dos puntos	152
7.7.	Trayectoria con filtro de media móvil de tres puntos	152
8.1.	Esquema de control por pico de corriente	160
8.2.	Efecto de una perturbación en la medida de corriente	161
8.3.	Efecto de una perturbación en la medida de corriente con una rampa de compensación	162
8.4.	Punto de trabajo en control por pico de corriente [Vor04, p. 442]	165
8.5.	Modelo de interruptor PWM para control en pico de corriente	169
8.6.	Modelo de convertidor de Ćuk para control en pico de corriente	169
8.7.	Esquema del modelo del convertidor Ćuk para la F.T. control-salida . . .	170
8.8.	Diagrama de Bode del convertidor Ćuk para la F.T. control-salida	171
8.9.	Esquema del modelo del convertidor Ćuk para la F.T. entrada-salida . .	172
8.10.	Diagrama de Bode del convertidor Ćuk para la F.T. entrada-salida	173

8.11. Modelo de convertidor SEPIC para control en pico de corriente	174
8.12. Esquema del modelo del convertidor SEPIC para la F.T. control-salida .	174
8.13. Diagrama de Bode del convertidor SEPIC para la F.T. control-salida . .	175
8.14. Esquema del modelo del convertidor SEPIC para la F.T. entrada-salida .	176
8.15. Diagrama de Bode del convertidor SEPIC para la F.T. entrada-salida . .	177
8.16. Modelo de convertidor Zeta para control en pico de corriente	178
8.17. Esquema del modelo del convertidor Zeta para la F.T. control-salida . . .	178
8.18. Diagrama de Bode del convertidor Zeta para la F.T. control-salida	179
8.19. Esquema del modelo del convertidor Zeta para la F.T. entrada-salida . .	180
8.20. Diagrama de Bode del convertidor Zeta para la F.T. entrada-salida . . .	181
8.21. Modelo de convertidor X para control en pico de corriente	182
8.22. Esquema del modelo del convertidor X para la F.T. control-salida	182
8.23. Diagrama de Bode del convertidor X para la F.T. control-salida	183
8.24. Esquema del modelo del convertidor X para la F.T. entrada-salida	184
8.25. Diagrama de Bode del convertidor X para la F.T. entrada-salida	185
8.26. Corriente del transistor con rampa de compensación digital [TGB09, p. 3526]	186
8.27. Corriente del transistor con rampa de compensación digital [TGB09, p. 3526]	187
9.1. Convertidor BOOST con conmutador ideal [SRSO06, p. 63]	191
9.2. Deslizamiento ideal a frecuencia infinita y conmutaciones a frecuencia finita [Eva12, p. 66]	193
9.3. Circuito promediado del convertidor de Čuk	202
9.4. Circuito promediado del convertidor SEPIC	209
9.5. Circuito promediado del convertidor Zeta	214
9.6. Circuito promediado del convertidor X	221
9.7. Implementación directa del Control en Modo Deslizante [UGS09, p. 208]	228
9.8. Implementación directa del Control en Modo Deslizante [UGS09, p. 211]	231
10.1. Esquema del Prototipo del Convertidor X	244
10.2. Esquema del Prototipo del Convertidor Zeta - SEPIC	246
10.3. Hoja de datos del transformador de medida	247
10.4. Captura de osciloscopio de la desmagnetización	247
10.5. Proceso de carga y descarga de la capacidad equivalente de puerta	248
10.6. Gráfica de carga equivalente - tensión de puerta	249
10.7. Captura de osciloscopio de carga de puerta	250
10.8. Captura de osciloscopio de carga de la meseta de Miller	250
10.9. Captura de osciloscopio de la descarga de puerta	251
10.10. Voltímetro para medida de tensiones y corrientes medias	252
10.11. Sensor efecto hall para medida de corrientes	252
10.12. Detalle del circuito adaptador de corriente	253
10.13. Tarjeta de pruebas funcionando como SEPIC	254

10.14	Tarjeta de pruebas funcionando como Zeta	254
10.15	Convertidores CC-CC Bipolares	255
10.16	Esquema del Convertidor Ćuk - SEPIC y X - Zeta	256
10.17	Tarjeta de pruebas funcionando como convertidor Ćuk - SEPIC	257
10.18	Tarjeta de pruebas funcionando como convertidor X - Zeta	257
10.19	Detalle de la tensión de entrada del convertidor X - Zeta	258
10.20	Detalle de la tensión de salida del convertidor X - Zeta	258
10.21	Esquema de la tarjeta de adaptación a la Laser Bee	260
10.22	Circuito de control para el convertidor Zeta	272
10.23	Circuito de control para el convertidor SEPIC	272
10.24	Captura de osciloscopio del sistema funcionando en Modo de Conducción Continua	273
10.25	Captura de osciloscopio del sistema funcionando en Modo de Conducción Discontinua	273
10.26	Captura de osciloscopio del sistema funcionando con Rectificación Normal	274
10.27	Captura de osciloscopio del sistema funcionando con Rectificación Síncrona	275
10.28	Superposición del Bode teórico y experimental del convertidor SEPIC . .	276
10.29	Superposición del Bode teórico y experimental del convertidor Zeta . . .	276
10.30	Esquema de la carga electrónica	278
A.1.	Diagrama de estado bilineal [Moh70, p. 192]	296
A.2.	Aproximación a una curva mediante la recta tangente [HSRLS05, p. 29] .	299
A.3.	Bloque promediado de interruptor PWM	301
A.4.	Interruptor PWM	301
A.5.	Invariantes en el interruptor PWM	302
A.6.	Modelo promediado de interruptor PWM en MCC	303
A.7.	Corrientes en los terminales del interruptor PWM	304
A.8.	Modelo promediado de interruptor PWM en MCD	305
A.9.	Modelo promediado de interruptor PWM en MCD	306
B.1.	Modelo de interruptor PWM para control en pico de corriente	501
B.2.	Modelo de interruptor PWM para control en pico de corriente	511
B.3.	Modelo de interruptor PWM para control en pico de corriente	521
B.4.	Modelo de interruptor PWM para control en pico de corriente	531
C.1.	Cool Runner-II Starter Board	539
C.2.	Esquema del circuito auxiliar para el Generador de PWM	540
C.3.	Conjunto de tarjetas del Generador de PWM	541
C.4.	Captura para $F = 100kHz$, $D = 50\%$ y $T_d = 480ns$	542
C.5.	Captura para $F = 100kHz$, $D = 25\%$ y $T_d = 480ns$	542
C.6.	Formulario de comunicación con Generador de PWM	554
C.7.	Spartan-3A Avnet Evaluation Board	557
C.8.	Esquema del circuito auxiliar para el Generador de PWM	558

C.9. Programa de AVNET para programar Spartan-3A	560
C.10. Captura para $F = 100kHz$, $D = 50\%$ y $T_d = 480ns$	561
C.11. Captura para $F = 100kHz$, $D = 25\%$ y $T_d = 480ns$	562
C.12. Programa de interfaz para configurar el generador de PWM	586
C.13. Pantalla de Espía de Comunicaciones	586

Lista de esquemas

1. Esquema de Carga electrónica
2. Esquema de Convertidor X -Pruebas-
3. Esquema auxiliar para Generador de PWM con Cool Runner II
4. Esquema auxiliar para Generador de PWM con Spartan - 3
5. Tarjeta de pruebas Zeta - SEPIC
6. Tarjeta de pruebas Cuk - SEPIC y X - Zeta
7. Tarjeta de adaptación para Laser Bee

Introducción

Los sistemas de electrónica de potencia son muy variados. Se podría hacer una primera clasificación entre sistemas analógicos y sistemas digitales. Los sistemas analógicos son aquellos que se controlan con señales analógicas como pueden ser la tensión de puerta de un transistor MOSFET (*Metal-oxide-semiconductor Field-effect transistor*) o la corriente de base de un transistor BJT (*Bipolar Junction Transistor*, Bipolar). Mientras que los sistemas digitales funcionan con interruptores abiertos o cerrados, conmutando entre ambas posiciones y controlando mediante un promediado de las funciones conmutadas para conseguir los valores analógicos deseados. Los sistemas digitales no obstante necesitan convertidores ADC (*Analog to Digital Converter*, Convertidor analógico-digital) o DAC (*Digital to Analog Converter*, Convertidor digital-analógico) para convertir los valores numéricos binarios en valores analógicos o viceversa.

Hay otra clasificación importante entre los sistemas de regulación lineal y los sistemas digitales conmutados. Los sistemas de regulación lineal se controlan por la disipación de calor de la energía sobrante, mientras que los sistemas conmutados operan mediante la conmutación de uno o varios interruptores, que tienen dos estados: conectado y desconectado.

En una discusión en el foro "Power supply design center"[wS14] de título: "Why Digital controllers will be dominant in the future" iniciado por Woody Smith.

"why:

- Maximum adaptability and program-ability in an embedded microprocessor based world
- minimum part count - minimum footprint
- and yes, lower overall system cost"

Aunque Smith describe las principales ventajas del control digital hay más elementos a tener en cuenta, Ángel de Castro [ndCM03] en su tesis da unas razones a favor y en contra del control digital:

Ventajas del control digital

1. *Posibilidad de implementar algoritmos complejos, como el control no lineal.*
2. *Capacidad de reprogramación o cambio del algoritmo de control sin cambiar el circuito.*
3. *Capacidad de monitorización y trazabilidad.*
4. *Disminución del tiempo de diseño.*
5. *Minimización de componentes discretos, sobre todo los de sintonización.*
6. *Aumento de la fiabilidad del sistema.*
7. *Sistema abierto a otras funcionalidades.*
8. *Posibilidad de interacción con la carga.*
9. *Disminución de la sensibilidad al envejecimiento y a las condiciones ambientales.*
10. *Menor influencia de la relación señal/ruido.*
11. *Parámetros modificables en tiempo de ejecución.*

Inconvenientes del control digital

1. *Necesidad de conversión ADC y en ocasiones de DAC.*
2. *Limitación de la resolución de medida y cálculo.*
3. *Limitación de la resolución de la señal de control.*
4. *Introducción de retardos en el control.*
5. *Limitación del ancho de banda del control.*
6. *Aumento del precio del controlador.*
7. *Adaptación del diseñador.*

Esta tesis está dedicada al estudio de una clase de convertidores de energía continua-continua y el control digital de los mismos. Los sistemas de regulación lineal tienen una eficiencia muy baja comparados con los conmutados y el futuro está en el control digital frente al control analógico. Por otra parte el control digital permite emplear herramientas más avanzadas que serán una parte del objeto de estudio del presente trabajo. Como planta para la aplicación del control se usará una familia de convertidores

conmutados de cuarto orden compuesto por el convertidor de Ćuk (*Ćuk Converter*, Convertidor de Ćuk) [SD77], el SEPIC (*Single Ended Primary Inductance*, Convertidor SEPIC) [MS77] o el Zeta (*Zeta Converter*, Convertidor Zeta) [KJ89] [JK89]. También se aplica a una variante topológica del convertidor BUCK-BOOST (*Convertidor Elevador-Reductor*) inversor que en este trabajo se llamará X (*Variante topológica del convertidor BUCK-BOOST, de la clase de Ćuk*), la síntesis de este convertidor está descrita en el capítulo 1 y el análisis en el capítulo 5. En la conferencia del SAAEI (*Seminario Anual de Automática, Electrónica industrial e Instrumentación*) de 2014 en Tánger se presentó una comunicación oral sobre la síntesis y el análisis del convertidor X.

El bajo coste de los microcontroladores y el número de periféricos que incluyen permite diseñar equipos de control con una relación calidad/precio muy optimizada. Para poder analizar diferentes métodos de control y estudiar su optimización es preciso el conocimiento del comportamiento dinámico de la planta, en este caso los convertidores de la familia del de Ćuk . Estos convertidores como se verá en los capítulos 2, 3, 4 y 5 tienen varias características que cabe destacar:

- Son convertidores de cuarto orden. Esto quiere decir que sus funciones de transferencia vienen determinadas por polinomios de cuarto grado.
- Son convertidores de tipo elevador-reductor BUCK-BOOST. Es decir que son capaces de producir una tensión de salida mayor o menor que la tensión de entrada.
- Son sistemas de inverso inestable o fase no-mínima. Significa que existe un equilibrio entre la necesidad de una rápida respuesta al escalón y tener pequeños subpicos [GCGS00].
- Son sistemas bilineales. Ya que en sus ecuaciones aparecen términos en los que se multiplica una variable de estado por la variable de control.
- Son sistemas reversibles que permiten suministrar o consumir energía como se muestra en el capítulo 1.
- Son sistemas versátiles en cuanto al aislamiento ya que es posible añadir un transformador para obtener un sistema aislado tal como se describe en el capítulo 1.

En la conferencia del SAAEI de 2015 en Zaragoza se presentó un poster sobre el análisis de polos y ceros de los convertidores de la familia del de Ćuk .

Como puede verse en el código publicado en OctaveRS que está en el apéndice B en la sección B.1.9, el análisis de estos sistemas como ideales no es realista, sobre todo en la fase de los diagramas de Bode, y es preciso añadir las pérdidas, como las resistencias de las inductancias o condensadores o las resistencias de los interruptores en conducción.

Lo que hace intratables las ecuaciones desde el punto de vista manual y ha sido preciso encontrar un método de trabajo para poder hacer un estudio analítico de las mismas. Por otra parte se ha intentado usar programas y plataformas gratuitos como el programa SAPWIN [oFD0ET01] o la plataforma OctaveRS [Mar16] (en el anexo B hay una serie de códigos publicados en plataforma). En la conferencia internacional del ICMEPE (*International Conference on Modern Electrical Power Engineering (ICMEPE'16)*) de 2016 en las Palmas de Gran Canaria se presentó un poster sobre el método usado para la obtención de las funciones de transferencia y posteriormente en octubre se publicó un artículo en la revista indexada JEPE (*Journal of Energy and Power Engineering*).

Se ha procedido a estudiar la forma de aplicar varios métodos de control. En un primer momento, cuando estaba matriculado en la UNED (*Universidad Nacional de Educación a Distancia*), se estudió la posibilidad de aplicación del control ADEX (*Control Adaptativo, Predictivo, Experto*). En esta fase se hizo una comunicación oral en el congreso SAICA (*Seminar for Advanced Industrial Control Applications, SAICA*) 2011 en Barcelona. En el capítulo 7 se describen además del control ADEX el clásico control PID (*Proporcional Integral Derivativo*). El algoritmo digital PID descrito en dicho capítulo está aplicado en unas cinco mil bases para la carga de las baterías de bicicletas de asistencia eléctrica en Madrid y San Sebastián.

El control analógico usado en más del 90 % de las fuentes conmutadas es el PCC (*Peak Current Control, Control por Pico de Corriente*), en el capítulo 8 se hace un estudio teórico de este control, pero no ha habido posibilidad de hacer pruebas prácticas del mismo. No obstante se ha previsto el sistema de pruebas para poder probar los algoritmos de control digital en PCC.

Uno de los sistemas de control que más literatura ha generado es el Control en Modo Deslizante, se ha dedicado el capítulo 9 al estudio teórico de este modo de control. Este capítulo está basado en [SRSO06] y se ha añadido la aplicación a los convertidores de la clase de Čuk . El profesor Sira Ramirez no entra en el control digital, por lo que se recurrió a [UGS09] para completar el control digital. Tampoco ha sido posible probar estos algoritmos de forma práctica, aunque si se ha previsto en las tarjetas de pruebas.

En el capítulo 10 se describe el control $\Sigma\Delta$ y las tarjetas de prueba que se han fabricado. Son dos circuitos impresos de las etapas de potencia de estos convertidores, para poder probar varios algoritmos de control y poder medir las variables de estado como corrientes y tensiones. El circuito planta-2 incorpora los cuatro convertidores, asociados por la etapa de entrada, de forma que permite trabajar con los convertidores SEPIC - Čuk o bien con Zeta - X. Por otra parte el circuito Planta-2B incorpora un circuito SEPIC o Zeta ya que ambos circuitos son el mismo visto en una dirección o en la contraria.

Este trabajo tiene dos partes diferenciadas, una primera parte en la que se estudia la planta, y una segunda parte donde se estudia el control. Por otra lado se han añadido una serie de anexos con las descripciones de las características de los sistemas bilineales, los métodos de cálculo, las publicaciones relacionadas con la tesis y los equipos desarrollados para el presente estudio. En el desarrollo de este trabajo se ha usado el convenio de circuitos eléctricos y magnéticos expuesto en la norma UNE-EN 60375 publicada por AENOR (*Asociación Española de Normalización y Certificación*) [NOR04].

Parte I

PLANTA

Capítulo 1

Convertidores de la clase del convertidor de Ćuk

Resumen

En el presente capítulo se describe la clase de convertidores de Ćuk , síntesis del convertidor X y sus características de aislamiento y reversibilidad.

1.1. Introducción

Hay tres convertidores continua-continua básicos que son: El convertidor reductor o BUCK (*Convertidor Reductor*), el convertidor elevador o BOOST (*Convertidor Elevador*) y el convertidor elevador-reductor BUCK-BOOST. A partir de estos se deriva una familia de convertidores donde se acopla un cuadripolo de entrada con otro de salida a través de un condensador de paso, todos ellos tienen una función de elevador-reductor, lo que significa que, en valor absoluto, la tensión de salida puede ser mayor o menor que la tensión de entrada. El primer convertidor de este tipo se describió en el año 1977, fue el convertidor de Ćuk [SD77], casi a la par se describió el convertidor SEPIC [MS77] y doce años después, en el año 1989, el convertidor Zeta [KJ89] [JK89]. Finalmente en esta tesis se describe de modo original una variante topológica del convertidor BUCK-BOOST inversor que ofrece la misma funcionalidad que el resto de convertidores de la clase de Ćuk y tiene su misma estructura, el convertidor X [Val14].

El nombre de convertidor X es debido a que, como la última letra del abecedario ya estaba ocupada por el convertidor Zeta y la poca aplicación práctica del mismo, no alentaban a usar un nombre descriptivo. Es más bien un convertidor que completa la clase de los convertidores derivados de Ćuk como se verá en la síntesis de este convertidor, aparece como un hueco no descrito al analizar los convertidores anteriores.

Con posterioridad a la síntesis por parte del autor del convertidor X se encontró una referencia [VI12] donde, usando un razonamiento parecido para la deducción del convertidor X, se encuentra el mismo, denominándolo the "missing" converter (pag. 17 Fig 1.16 del capítulo 1 "Converter Topologies" de los autores Siew-Chong Tan and Chi Kong Tse).

1.2. Descripción de la clase de convertidores de Ćuk

Los tres convertidores descritos hasta el momento: Ćuk , SEPIC y Zeta pueden describirse como una asociación de dos de los convertidores básicos. Podemos identificar en cada uno de ellos una etapa de entrada y una etapa de salida y la unión de ambas a través de un condensador de paso. En la Fig. 1.1 se muestra la descomposición de un convertidor de Ćuk entre una etapa de entrada tipo BOOST y una etapa de salida tipo BUCK:

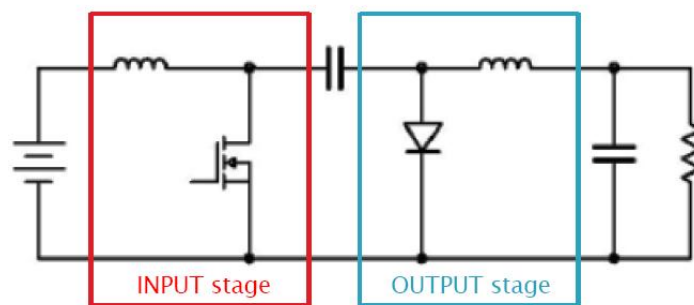


Figura 1.1: Etapas de entrada y salida del convertidor de Ćuk

De la misma forma se puede definir el convertidor SEPIC como el combinado entre una etapa de entrada tipo BOOST y una etapa de salida tipo BUCK-BOOST y esto es lo que se muestra en la Fig. 1.2:

Finalmente también se puede describir el convertidor Zeta como la combinación de una etapa de entrada tipo BUCK-BOOST y una de salida tipo BUCK que está representado en la Fig. 1.3:

En la Fig. 1.4 se puede observar que las etapas de entrada de Ćuk y Zeta son iguales y las etapas de salida de Ćuk y SEPIC también, pero de polaridad inversa.

También se observa que tanto la etapa de entrada como la de salida disponen de una inductancia. En la etapa de entrada está el interruptor principal y en la etapa de salida el interruptor secundario o rectificador. La etapa de entrada y la de salida están acopladas con un condensador que juntamente al condensador de filtro de salida y las dos inductancias hacen los cuatro elementos reactivos que componen el cuarto orden que caracteriza a esta clase.

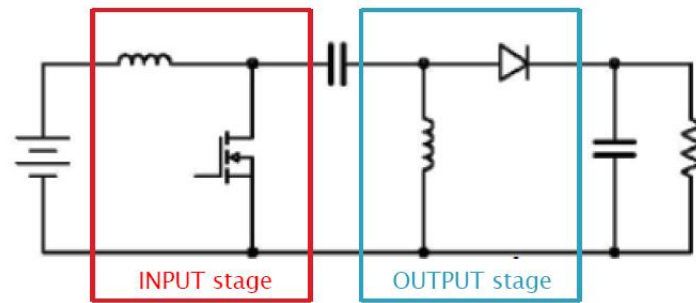


Figura 1.2: Etapas de entrada y salida del convertidor SEPIC

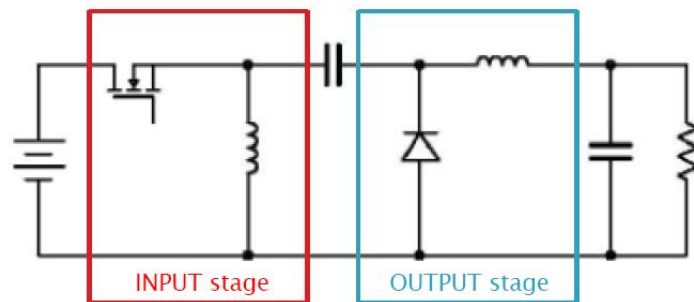


Figura 1.3: Etapas de entrada y salida del convertidor Zeta

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

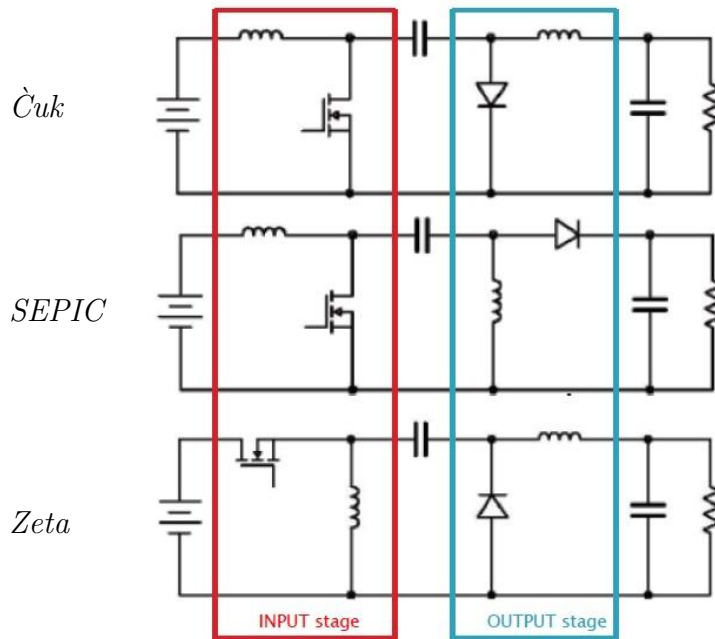


Figura 1.4: Comparativa de las etapas de entrada y salida: Ćuk, Zeta y SEPIC

Se puede decir que esta clase de convertidores tiene las siguientes características:

1. La etapa de entrada y la de salida disponen de una inductancia.
2. En la etapa de entrada está el interruptor principal.
3. En la etapa de salida está el interruptor secundario.
4. Las dos etapas están acopladas por un condensador de paso.
5. Estos convertidores tienen cuatro elementos reactivos lo que define su cuarto orden.
6. Todos los convertidores tienen la misma función de transferencia en gran señal, sólo el convertidor de Ćuk tiene inversión de polaridad.

1.3. Síntesis del convertidor X

Dadas las características de los convertidores expuestas en el apartado anterior, se estudiará cómo a partir de los convertidores elementales: Reductor BUCK, elevador BOOST e inversor BUCK-BOOST se pueden obtener el convertidor de Ćuk, SEPIC y Zeta.

Para ello se partirá del modelo equivalente con fuentes de tensión y corriente, donde las inductancias están representadas por una fuente de corriente y los condensadores por una fuente de tensión.

Inicialmente se han de dividir los convertidores elementales de forma que la parte que quede, contenga una fuente de corriente y el interruptor o el diodo, con lo que se obtienen cuatro partes distintas, como se muestra en la Fig. 1.5. Las partes que contengan la etapa de entrada tendrán el sufijo "a" y las que contengan la etapa de salida tendrán el sufijo "b".

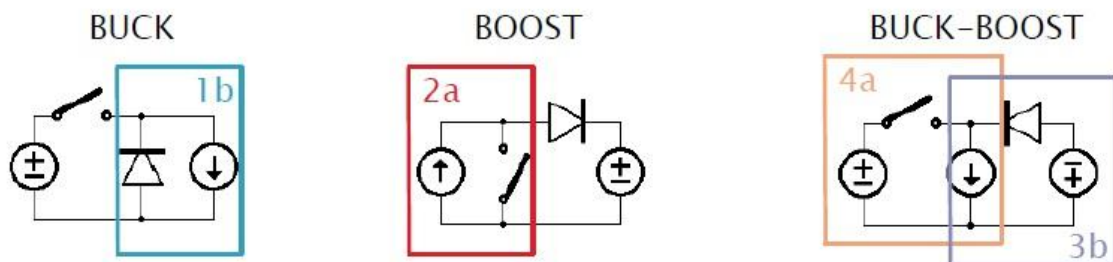


Figura 1.5: Posibles divisiones de los convertidores elementales

1. En el convertidor reductor BUCK sólo se puede obtener una parte que contenga una fuente de corriente y el diodo, por lo que formará parte de una etapa de salida, esta es la razón por la que se la denomina '1b'.
2. En el caso del convertidor elevador BOOST, también se puede obtener una sola parte que contenga una fuente de corriente y en este caso el interruptor, por lo que debe formar parte de una etapa de entrada, de ahí que se la denomine '2a'.
3. En el caso del convertidor inversor BUCK-BOOST se puede asociar la inductancia con el diodo: Parte '3b'.
4. O con el transistor: Parte '4a'.

Como puede observarse en la Fig. 1.6 El convertidor SEPIC puede obtenerse a partir de unir una etapa de entrada '2a' con una etapa de salida '3b', pero con polaridad inversa ya que el inversor BUCK-BOOST invierte la polaridad y el SEPIC no. Algo parecido ocurre con el convertidor de Ćuk, pero en este caso la etapa de salida es una parte '1b' invertida de polaridad. De igual forma se puede deducir el convertidor Zeta como la unión de una etapa de entrada '4a' con una etapa de salida '1b', en este caso sin invertir la polaridad.

La simple comparación de estos tres convertidores muestra que habiendo dos etapas de entrada tipo '2a' y dos de salida tipo '1b', una directa y otra invertida, falta un

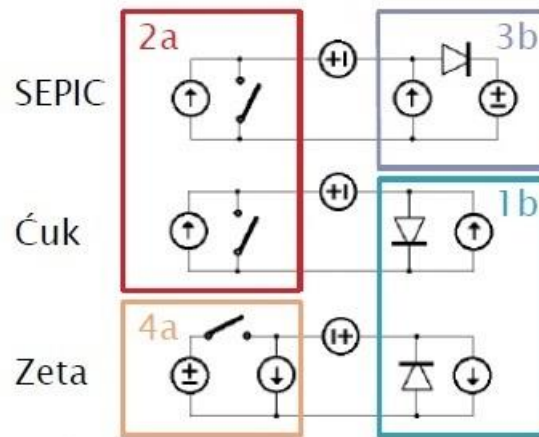


Figura 1.6: Síntesis de los convertidores: Ćuk, Zeta y SEPIC

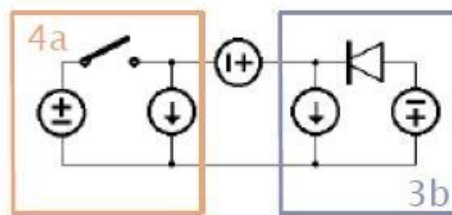


Figura 1.7: Síntesis del convertidor X

convertidor que tenga una etapa de entrada tipo '4a' y una etapa de salida tipo '3b' sin invertir porque el convertidor SEPIC la tiene invertida. Este es el convertidor que aparece en la Fig. 1.7 es el que se ha denominado como convertidor X.

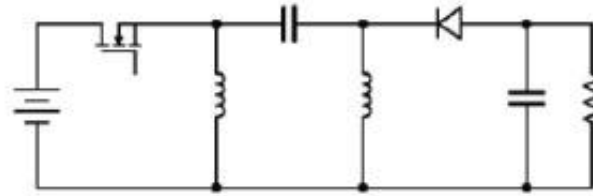


Figura 1.8: Esquema básico del convertidor X

En la Fig. 1.8 se ha dibujado el esquema básico del convertidor X, usando la nomenclatura del apartado anterior. Alguien puede decir que este convertidor es el BUCK-BOOST y que las dos inductancias están en paralelo ya que la tensión media del condensador de paso es cero. Evidentemente esto es cierto en valores medios, pero el hecho de tener dos inductancias y dos condensadores hace que el modelo dinámico sea de cuarto orden y no de segundo como correspondería al BUCK-BOOST.

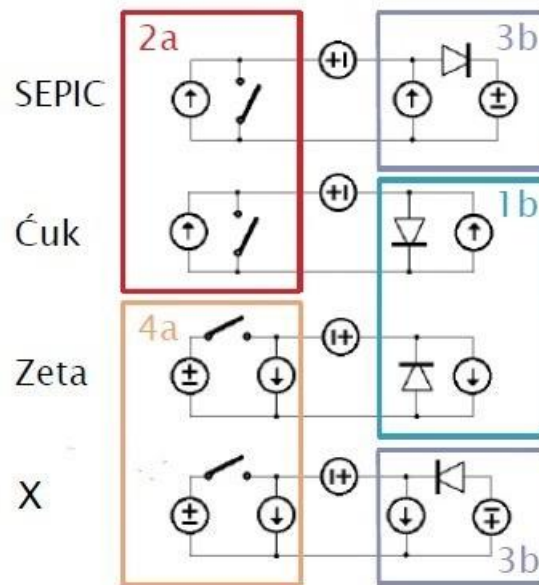


Figura 1.9: Síntesis de los convertidores: Ćuk, Zeta, SEPIC y X

Finalmente se muestra en la Fig. 1.9 el conjunto de la clase de los convertidores de la clase del de Ćuk que fue el primero en describirse. Los cuatro convertidores completan todas las posibilidades ya que hay dos convertidores que comparten cada una de las dos combinaciones de entrada: '2a' y '4a'. Además hay dos convertidores sin cambio de

polaridad: (SEPIC y Zeta) y dos con cambio de polaridad: (Ćuk y X) usando las dos posibles etapas de salida: '1b' y '3b', cambiando la polaridad cuando procede.

1.4. Reversibilidad de los convertidores

Los convertidores de la clase del de Ćuk pueden usarse de forma reversible, basta con intercambiar el diodo y el transistor. En la Fig. 1.10 pueden observarse los distintos convertidores en forma reversible. Es interesante notar que tanto el convertidor de Ćuk como el convertidor X quedan con la misma topología, observándose el mismo convertidor de forma directa o cambiando la salida por la entrada. No obstante los convertidores SEPIC y Zeta son uno el reverso del otro.

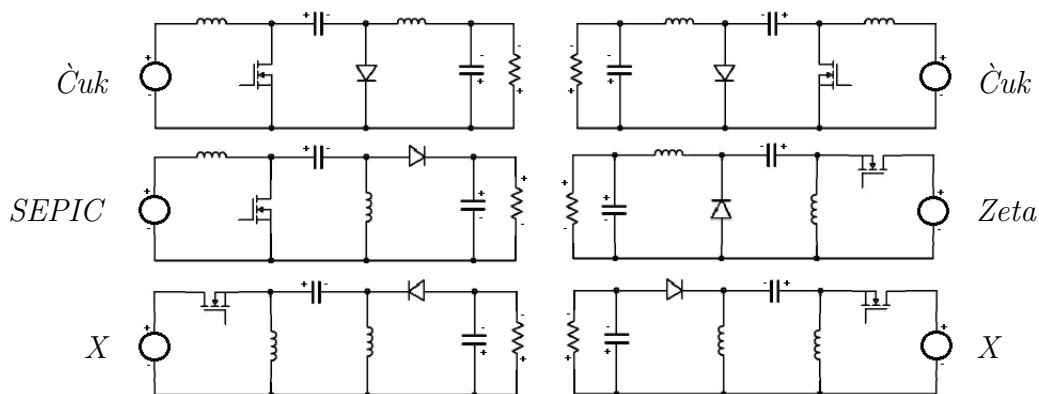


Figura 1.10: Reversibilidad de los convertidores

Se puede ver al convertidor SEPIC como el reverso del convertidor Zeta y viceversa. Y a los convertidores de Ćuk y X como autorreversibles.

La reversibilidad de los convertidores es una propiedad muy interesante para sistemas regenerativos, ya que en los momentos de recuperación de energía no es necesario cambiar de topología, basta con usar como rectificador un transistor que actuará como interruptor activo en la recuperación. Es un circuito parecido a la rectificación síncrona, pero que no se activa cuando actúa como rectificador.

1.5. Aislamiento en los convertidores de la clase del de Ćuk

Para conseguir el aislamiento en los convertidores de la clase del de Ćuk basta con substituir el condensador de paso por un transformador acoplado por dos condensadores y simplificar el circuito cuando sea posible. En la Fig. 1.11 se muestra el circuito que substituye al condensador de paso:

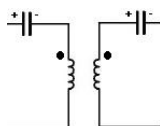


Figura 1.11: Circuito de aislamiento

En el convertidor de Ćuk no se puede hacer ninguna simplificación quedando según se muestra en la Fig. 1.12:

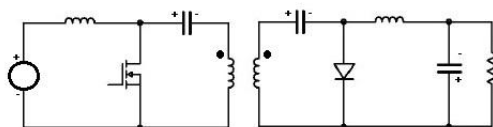


Figura 1.12: Circuito de Ćuk aislado

El hecho de aislar con un transformador hace que se aumente el orden del convertidor de Ćuk aislado cosa que no pasa en los otros convertidores.

En el convertidor SEPIC la inductancia de salida está en paralelo con el secundario del transformador, ya que se puede pasar la capacidad del secundario al primario y dejar la inductancia de salida en paralelo con el secundario del transformador como muestra la Fig. 1.13:

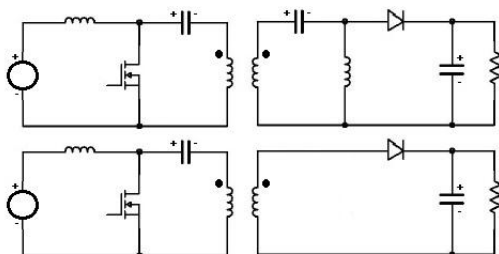


Figura 1.13: Circuito SEPIC aislado

En el convertidor Zeta es la inductancia de entrada la que está en paralelo con el primario del transformador como se muestra en la Fig. 1.14:

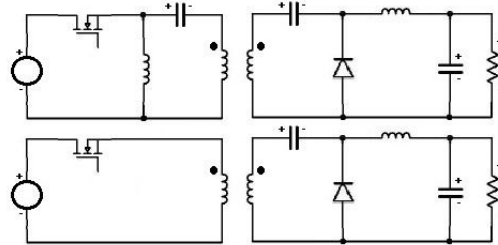


Figura 1.14: Circuito Zeta aislado

En el convertidor X la caída de tensión media en los condensadores es cero por lo que pueden eliminarse del circuito como muestra la Fig. 1.15.

Incluyendo las inductancias L_1 y L_2 en las inductancias de primario y secundario, el circuito se puede reducir al de la figura siguiente:

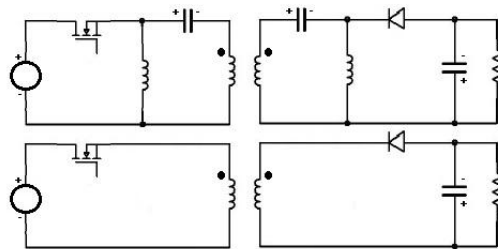


Figura 1.15: Circuito X aislado

Reordenando los componentes es más fácil reconocer el convertidor Flyback como se muestra en la Fig. 1.16:

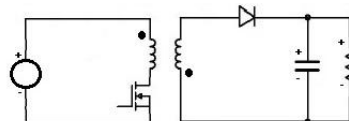


Figura 1.16: Circuito X aislado o Flyback

Si se tiene en cuenta el transformador como ideal, este no incluirá un nuevo elemento reactivo por lo que no influirá en el orden del sistema. Se puede observar que el convertidor de Ćuk aislado aumenta el orden del sistema en uno, el convertidor Flyback reduce en uno el orden del sistema y los convertidores SEPIC y Zeta lo mantienen.

Conclusión

La clase de Ćuk está formada por cuatro convertidores, dos con inversión de polaridad Ćuk y X, y otros dos sin inversión de polaridad SEPIC y Zeta . Los primeros son autorreversibles y los segundos son uno el reverso del otro. Los cuatro convertidores admiten aislamiento y como curiosidad el circuito aislado del convertidor X es el convertidor "Fly-back".

Capítulo 2

Convertidor de Ćuk

Resumen

El presente capítulo describe el convertidor de Ćuk, sus modelos dinámicos y de pequeña señal con o sin pérdidas y las funciones de transferencia de gran señal y de pequeña señal para aplicar un control clásico. Se hace el estudio tanto en MCC (*Modo de Conducción Continua*) como en MCD (*Modo de Conducción Discontinua*).

2.1. Introducción

El convertidor de Ćuk destaca por ser el primer convertidor de la clase descrito por Sloboban Ćuk del *California Institute of Technology* que presentó en 1977 en la *Power Electronics Specialists Conference* [SD77].

Otra de las características del convertidor de Ćuk es el poco rizado de las corrientes de entrada y salida del convertidor, al tener la entrada y salida acopladas por inductancias que además de la función del convertidor ayudan a filtrar las corrientes.

En la Fig. 2.1 se presenta de forma esquemática el circuito de potencia del convertidor de Ćuk. La tensión de entrada se marcará con la letra e , el condensador de paso será C_1 , la inductancia de la etapa de entrada se especificará como L_1 , la inductancia de la etapa de salida se señalará por L_2 , el condensador de salida por C_2 y la tensión de salida por v_o . Se señalarán en mayúsculas los valores medios constantes del punto de trabajo.

Para analizar el circuito y encontrar el sistema de ecuaciones del modelo dinámico se usará el método de promediado de circuitos. Se emplearán como variables de estado las

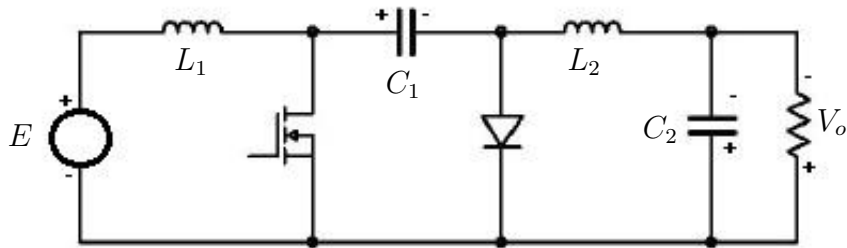


Figura 2.1: Etapa de potencia del convertidor de Čuk

corrientes de las bobinas i_{L_1} e i_{L_2} , la tensión del condensador de paso v_{C_1} y la tensión de salida v_o , en minúsculas al considerarse valores instantáneos.

2.2. Modelo dinámico y de pequeña señal

La aplicación de los conceptos usados en el modelo dinámico promediado de los convertidores de energía, lleva en el caso de las fuentes conmutadas a substituir el interruptor principal por una fuente de corriente y el interruptor secundario por una fuente de tensión. El valor de la fuente de corriente será la corriente promedio que circule por el transistor cuando esté cerrado por el valor instantáneo del ciclo de trabajo (en este caso la corriente que circula por el transistor será: $i(t) = i_{L_1}(t) + i_{L_2}(t)$) y el valor de la fuente de tensión será la tensión promedio que soporta el diodo estando abierto por el valor instantáneo del ciclo de trabajo (en este caso el valor de la tensión que debe soportar el diodo será: $v(t) = v_{C_1}(t)$). En la Fig. 2.2 aparece el circuito promediado:

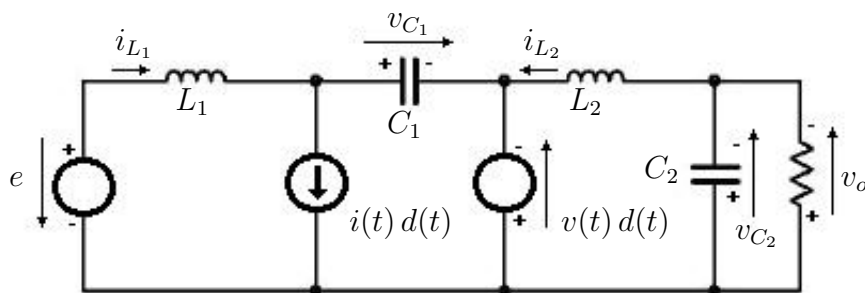


Figura 2.2: Circuito promediado del convertidor de Čuk

La ecuación (2.1a) representa la corriente de la fuente de corriente controlada del

circuito promediado y la ecuación (2.1b) es la tensión de la fuente de tensión controlada del circuito promediado. Se usará la notación i^* para indicar el carácter promediado de las variables.

$$i^*(t) d^*(t) = (i_{L_1}^*(t) + i_{L_2}^*(t)) d^*(t) \quad (2.1a)$$

$$v^*(t) d^*(t) = v_{C_1}^*(t) d^*(t) \quad (2.1b)$$

Para hallar las ecuaciones del modelo dinámico se procederá a aplicar las leyes de Kirchoff de tensión y corriente al modelo de circuito promediado, para posteriormente aislar cada una de las cuatro variables de estado. Si se aplica la ley de Kirchoff de tensión a la malla compuesta por la fuente de tensión de entrada e , la inductancia de entrada L_1 , el condensador de paso C_1 y la fuente de tensión que substituye al diodo y cuya tensión se expresa por la ecuación (2.1b), se obtiene la ecuación (2.2) que es la primera ecuación de estado del convertidor:

$$L_1 \frac{di_{L_1}^*(t)}{dt} = e^*(t) - v_{C_1}^*(t) + v_{C_1}^*(t) d^*(t) = e^*(t) - (1 - d^*(t)) v_{C_1}^*(t) \quad (2.2)$$

Si se procede de igual forma para obtener la ecuación de estado del modelo dinámico correspondiente a la segunda variable de estado $i_{L_2}^*$ en la malla compuesta por L_2 , la fuente de tensión que substituye al diodo y la carga R , se obtiene la ecuación (2.3):

$$L_2 \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} = v_{C_1}^*(t) d^*(t) - v_o^*(t) \quad (2.3)$$

Procediendo de la misma forma se puede aplicar la ley de Kirchoff de la corriente al nudo de entrada del condensador de paso C_1 y se obtiene la tercera ecuación del modelo dinámico del convertidor (2.4):

$$\begin{aligned} C_1 \frac{dv_{C_1}^*(t)}{dt} &= i_{L_1}^*(t) - (i_{L_1}^*(t) + i_{L_2}^*(t)) d^*(t) = \\ &= (1 - d^*(t)) i_{L_1}^*(t) - i_{L_2}^*(t) d^*(t) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Finalmente se puede hacer lo mismo con la tensión de salida como cuarta variable de estado, ya que es la misma tensión que el condensador de salida. En el caso de componentes reales, como se verá más adelante, la diferencia entre la tensión de salida y la del condensador es la caída en la resistencia interna del mismo. De cara a las funciones de transferencia es interesante la tensión de salida que es una variable observable en vez de la tensión del condensador que es no-observable debido a la resistencia interna del mismo. La cuarta ecuación del modelo dinámico será en este caso (2.5):

$$C_2 \frac{dv_o^*(t)}{dt} = i_{L_2}^*(t) - \frac{v_o^*(t)}{R} \quad (2.5)$$

Agrupando las ecuaciones de las cuatro variables de estado, (2.2), (2.3), (2.4) y (2.5), se obtiene el sistema de ecuaciones que describe el modelo dinámico (2.6):

$$\begin{cases} L_1 \frac{di_{L_1}^*(t)}{dt} = e^*(t) - (1 - d^*(t)) v_{C_1}^*(t) \\ C_1 \frac{dv_{C_1}^*(t)}{dt} = (1 - d^*(t)) i_{L_1}^*(t) - d^*(t) i_{L_2}^*(t) \\ L_2 \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} = v_{C_1}^*(t) d^*(t) - v_o^*(t) \\ C_2 \frac{dv_o^*(t)}{dt} = i_{L_2}^*(t) - \frac{v_o^*(t)}{R} \end{cases} \quad (2.6)$$

En estado estacionario o en el punto de equilibrio, las derivadas de las variables de estado serán cero ya que el valor de estas es constante, con lo que el sistema de ecuaciones puede escribirse como (2.7):

$$\begin{cases} 0 = -(1 - D) V_{C_1} + E \\ 0 = (1 - D) I_{L_1} - D I_{L_2} \\ 0 = D V_{C_1} - V_o \\ 0 = I_{L_2} - \frac{1}{R} V_o \end{cases} \quad (2.7)$$

Si se procede a linealizar la ecuación (2.2) se obtiene la ecuación del modelo de pequeña señal (2.8) después de simplificar:

$$\begin{aligned} L_1 \frac{d\hat{i}_{L_1}(t)}{dt} &= [E - (1 - D) V_{C_1}] + (e^*(t) - E) - D (v_{C_1}^*(t) - V_{C_1}) + V_{C_1} (d^*(t) - D) = \\ &= \hat{e}(t) - (1 - D) \hat{v}_{C_1}(t) + V_{C_1} \hat{d}(t) \end{aligned} \quad (2.8)$$

Si se aplica la transformada de Laplace y se agrupan a la izquierda los términos de las variables de estado y a la derecha el resto, nos queda (2.9):

$$L_1 s i_{L_1}(s) + (1 - D) v_{C_1}(s) = e(s) + V_{C_1} d(s) \quad (2.9)$$

Linealizando la ecuación (2.3) se obtiene (2.10):

$$\begin{aligned} L_2 \frac{d\hat{i}_{L_2}(t)}{dt} &= [V_{C_1} D - V_o] + D (v_{C_1}^*(t) - V_{C_1}) - (v_o^*(t) - V_o) + V_{C_1} (d^*(t) - D) = \\ &= D \hat{v}_{C_1}(t) - \hat{v}_o(t) + V_{C_1} \hat{d}(t) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Aplicando Laplace y agrupando términos se obtiene (2.11):

$$L_2 s i_{L_2}(s) - D v_{C_1}(s) + v_o(s) = V_{C_1} d(s) \quad (2.11)$$

Linealizando la ecuación (2.4) se obtiene (2.12):

$$\begin{aligned} C_1 \frac{d\hat{v}_{C_1}(t)}{dt} &= [(1-D)I_{L_1} - D I_{L_2}] + (1-D) (i_{L_1}^*(t) - I_{L_1}) - \\ &\quad - D (i_{L_2}^*(t) - I_{L_2}) - (I_{L_1} + I_{L_2}) (d^*(t) - D) = \\ &= (1-D)\hat{i}_{L_1}(t) - D\hat{i}_{L_2}(t) - (I_{L_1} + I_{L_2}) \hat{d}(t) \end{aligned} \quad (2.12)$$

Aplicando Laplace y agrupando términos se obtiene (2.13):

$$C_1 s v_{C_1}(s) - (1-D) i_{L_1}(s) + D i_{L_2}(s) = -(I_{L_1} + I_{L_2}) d(s) \quad (2.13)$$

Linealizando la ecuación (2.5) se obtiene (2.14):

$$C_2 \frac{d\hat{v}_o(t)}{dt} = \left[I_{L_2} - \frac{V_o}{R} \right] + (i_{L_2}^*(t) - I_{L_2}) - \frac{1}{R} (v_o^*(t) - V_o) = \frac{-1}{R} \hat{v}_o(t) + \hat{i}_{L_2}(t) \quad (2.14)$$

Aplicando Laplace y agrupando términos se obtiene (2.15):

$$\left(C_2 s + \frac{1}{R} \right) v_o(s) - i_{L_2}(s) = 0 \quad (2.15)$$

2.3. Funciones de transferencia

De (2.7) es fácil deducir la función de transferencia en régimen permanente, por ejemplo a través de la primera y tercera ecuaciones de este sistema homogéneo (2.16):

$$V_o = \frac{D}{1-D} E \quad (2.16)$$

Esta ecuación concuerda con la definición de la tensión de salida, ya que se ha definido como negativa. Otro valor importante es el de la tensión media que cae en el condensador de paso V_{C_1} y que se puede obtener eliminando el ciclo de trabajo de las dos ecuaciones anteriores y se obtiene (2.17):

$$V_{C_1} = E + V_o \quad (2.17)$$

También se puede encontrar la función de transferencia entre la corriente de entrada y la de salida. La corriente de salida puede expresarse como $I_o = V_o/R$ que corresponde con I_{L2} obtenida de la cuarta ecuación del sistema (2.7). De forma análoga se puede derivar que la corriente de entrada I_i es igual a la corriente media de la bobina de entrada I_{L1} , con lo que la función de transferencia de las corrientes será (2.18):

$$I_o = \frac{1-D}{D} I_i \quad (2.18)$$

Que puede derivarse también de la segunda ecuación del sistema homogéneo (2.7).

El modelo promediado de pequeña señal está compuesto por las ecuaciones (2.8), (2.10), (2.12) y (2.14) quedando como (2.19):

$$\begin{cases} L_1 \frac{d\hat{i}_{L_1}(t)}{dt} = \hat{e}(t) - (1-D) \hat{v}_{C_1}(t) + V_{C_1} \hat{d}(t) \\ C_1 \frac{d\hat{v}_{C_1}(t)}{dt} = (1-D) \hat{i}_{L_1}(t) - D \hat{i}_{L_2}(t) - (I_{L_1} + I_{L_2}) \hat{d}(t) \\ L_2 \frac{d\hat{i}_{L_2}(t)}{dt} = \hat{v}_{C_1}(t) D - \hat{v}_o(t) + V_{C_1} \hat{d}(t) \\ C_2 \frac{d\hat{v}_o(t)}{dt} = \frac{-1}{R} \hat{v}_o(t) + \hat{i}_{L_2}(t) \end{cases} \quad (2.19)$$

De forma matricial agrupando las ecuaciones de las variables de estado (2.9), (2.11), (2.13) y (2.15) en la matriz de sistema, y dejando los términos independientes a la derecha queda el sistema de ecuaciones (2.20) que define el modelo de pequeña señal:

Hay que tener en cuenta que $V_{C_1} = E + V_o$ y que la corriente media de las bobinas es la de entrada y salida respectivamente.

$$\begin{pmatrix} L_1 s & (1-D) & 0 & 0 \\ -(1-D) & C_1 s & D & 0 \\ 0 & -D & L_2 s & 1 \\ 0 & 0 & -1 & \frac{1}{R} + C_2 s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{L_1}(s) \\ v_{C_1}(s) \\ i_{L_2}(s) \\ v_o(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E + V_o \\ -(I_i + I_o) \\ E + V_o \\ 0 \end{pmatrix} d(s) + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e(s) \quad (2.20)$$

Para obtener la función de transferencia de la tensión de salida respecto del ciclo de trabajo se aplica Cramer de la siguiente forma (2.21):

$$\frac{v_o(s)}{d(s)} = \frac{\begin{vmatrix} L_1 s & (1-D) & 0 & E+V_o \\ -(1-D) & C_1 s & D & -(I_i+I_o) \\ 0 & -D & L_2 s & E+V_o \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_1 s & (1-D) & 0 & 0 \\ -(1-D) & C_1 s & D & 0 \\ 0 & -D & L_2 s & 1 \\ 0 & 0 & -1 & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}} \quad (2.21)$$

Haciendo los cálculos oportunos el desarrollo de los determinantes nos da la función de transferencia (2.22):

$$G_{vd}(s) = \frac{v_o(s)}{d(s)} = \frac{(C_1 L_1 (E + V_o))s^2 - (D L_1 (I_i + I_o))s + (1 - D)(E + V_o)}{Den(s)} \quad (2.22)$$

Siendo $Den(s)$ (2.23):

$$\begin{aligned} Den(s) = & (C_1 C_2 L_1 L_2) s^4 + \frac{C_1 L_1 L_2}{R} s^3 + (C_2 L_1 D^2 + C_2 L_2 (1 - D)^2 + C_1 L_1) s^2 + \\ & + \left(\frac{L_1 D^2}{R} + \frac{L_2 (1 - D)^2}{R} \right) s + (1 - D)^2 \end{aligned} \quad (2.23)$$

Se puede proceder de la misma forma para obtener la función de transferencia de la tensión de salida respecto de la tensión de entrada (2.24):

$$\frac{v_o(s)}{e(s)} = \frac{\begin{vmatrix} L_1 s & (1-D) & 0 & 1 \\ -(1-D) & C_1 s & D & 0 \\ 0 & -D & L_2 s & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_1 s & (1-D) & 0 & 0 \\ -(1-D) & C_1 s & D & 0 \\ 0 & -D & L_2 s & 1 \\ 0 & 0 & -1 & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}} \quad (2.24)$$

El denominador es el mismo que el de la función de transferencia anterior (2.23), ya que el determinante del denominador no ha cambiado, con lo que al desarrollar el numerador se obtiene (2.25):

$$G_{ve}(s) = \frac{v_o(s)}{e(s)} = \frac{D(1-D)}{Den(s)} \quad (2.25)$$

Hay otra función de transferencia que es preciso conocer si se hace un control por pico de corriente, en este caso se debe encontrar la relación entre la suma de las corrientes que circulan por cada una de las inductancias, que será la función que se controla. Para ello se encontrará la función de transferencia para cada una de las corrientes (2.26), (2.27) y se sumarán para hallar la función de transferencia deseada:

$$\frac{i_{L_1}(s)}{d(s)} = \frac{\begin{vmatrix} E + V_o & (1-D) & 0 & 0 \\ -(I_i + I_o) & C_1 s & D & 0 \\ E + V_o & -D & L_2 s & 1 \\ 0 & 0 & -1 & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_1 s & (1-D) & 0 & 0 \\ -(1-D) & C_1 s & D & 0 \\ 0 & -D & L_2 s & 1 \\ 0 & 0 & -1 & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}} \quad (2.26)$$

Para la inductancia de salida:

$$\frac{i_{L_2}(s)}{d(s)} = \frac{\begin{vmatrix} L_1 s & (1-D) & E + V_o & 0 \\ -(1-D) & C_1 s & -(I_i + I_o) & 0 \\ 0 & -D & E + V_o & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_1 s & (1-D) & 0 & 0 \\ -(1-D) & C_1 s & D & 0 \\ 0 & -D & L_2 s & 1 \\ 0 & 0 & -1 & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}} \quad (2.27)$$

La función de transferencia entre la corriente de control y que se denominará $i_c(s) = i_{L_1}(s) + i_{L_2}(s)$ respecto al ciclo de trabajo es (2.28):

$$\begin{aligned}
G_{id}(s) = \frac{i_c(s)}{d(s)} = & \frac{(C_1 C_2 (L_1 + L_2) (E + V_o)) s^3}{Den(s)} + \\
& + \frac{\left(((1-D)L_2 - DL_1) C_2 (I_i + I_o) + \frac{C_1 (L_1 + L_2) (E + V_o)}{R} \right) s^2}{Den(s)} - \\
& - \frac{\left(C_2 (E + V_o) + \frac{L_2 (1-D) - L_1 D}{R} (I_i + I_o) + C_1 (E + V_o) \right) s}{Den(s)} + \\
& + \frac{(1-D)(I_i + I_o) + \frac{E + V_o}{R}}{Den(s)}
\end{aligned} \tag{2.28}$$

Por otra parte la función de transferencia entre la corriente controlada y la tensión de entrada se halla al aplicar Cramer para resolver según el término independiente de la tensión de entrada (2.29) y (2.30):

$$\frac{i_{L_1}(s)}{e(s)} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & (1-D) & 0 & 0 \\ 0 & C_1 s & D & 0 \\ 0 & -D & L_2 s & 1 \\ 0 & 0 & -1 & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_1 s & (1-D) & 0 & 0 \\ -(1-D) & C_1 s & D & 0 \\ 0 & -D & L_2 s & 1 \\ 0 & 0 & -1 & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}} \tag{2.29}$$

Para la inductancia de salida:

$$\frac{i_{L_2}(s)}{e(s)} = \frac{\begin{vmatrix} L_1 s & (1-D) & 1 & 0 \\ -(1-D) & C_1 s & 0 & 0 \\ 0 & -D & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_1 s & (1-D) & 0 & 0 \\ -(1-D) & C_1 s & D & 0 \\ 0 & -D & L_2 s & 1 \\ 0 & 0 & -1 & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}} \tag{2.30}$$

Con lo que la función de transferencia es (2.31):

$$G_{ie}(s) = \frac{i_c(s)}{e(s)} = \frac{(C_1 C_2 L_2) s^3 + \left(\frac{C_1 L_1 L_2}{R} \right) s^2 + (C_2 D + C_1) s + \frac{D}{R}}{Den(s)} \quad (2.31)$$

2.4. Modelo dinámico y de pequeña señal con pérdidas

En la Fig. 2.3 se muestra el esquema con las resistencias de pérdidas de los condensadores y las inductancias:

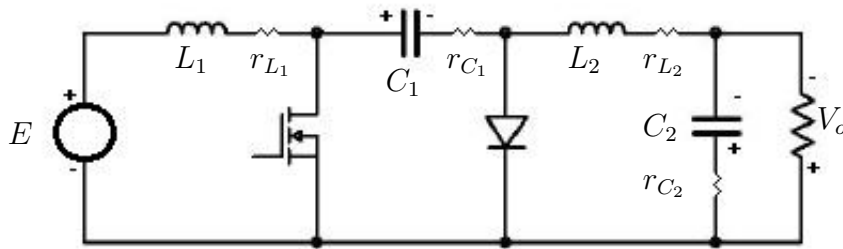


Figura 2.3: Etapa de potencia del convertidor de Ćuk con las pérdidas en las inductancias y los condensadores

Aplicando el método del promediado de circuitos como en la sección 2.2, el valor de la fuente de corriente controlada será la corriente promedio que circule por el transistor cuando esté cerrado por el valor promedio del ciclo de trabajo (en este caso el valor de la corriente promedio que circula por el transistor será el mismo que para el caso de componentes ideales: $i(t) = i_{L_1}(t) + i_{L_2}(t)$), y el valor de la fuente de tensión será la tensión promedio que soporta el diodo estando abierto (en este caso hay que restar la caída de tensión que se produce en la resistencia del condensador de paso quedando: $v(t) = v_{C_1}(t) - r_{C_1} i_{L_2}(t)$).

En la Fig. 2.4 aparece el circuito promediado:

Josep M. Valls

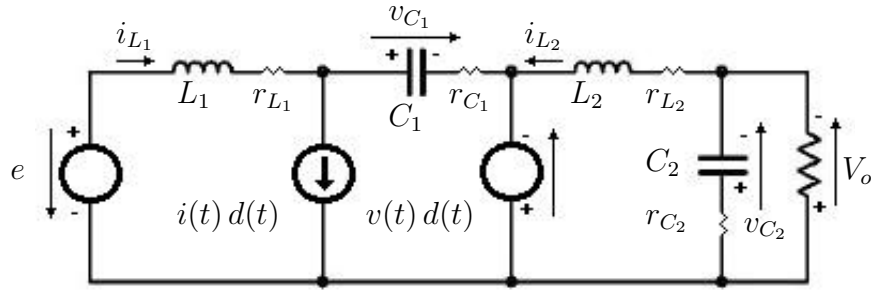


Figura 2.4: Circuito promediado del convertidor de Ćuk con pérdidas en inductancias y condensadores

La ecuación (2.32a) representa la corriente de la fuente de corriente del circuito promediado y la ecuación (2.32b) es la tensión de la fuente de tensión del circuito promediado:

$$i^*(t) d^*(t) = (i_{L_1}^*(t) + i_{L_2}^*(t)) d^*(t) \quad (2.32a)$$

$$v^*(t) d^*(t) = (v_{C_1}^*(t) - r_{C_1} i_{L_2}^*(t)) d^*(t) \quad (2.32b)$$

Si se resuelve el circuito promediado se obtendrá el sistema de ecuaciones que describe el modelo dinámico del circuito con pérdidas.

Empezando con la primera variable de estado que es la corriente que circula por la inductancia L_1 se obtiene (2.33):

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_{L_1}^*(t)}{dt} &= e^*(t) + (v_{C_1}^*(t) - r_{C_1} i_{L_2}^*(t)) d^*(t) - v_{C_1}^*(t) + \\ &+ ((i_{L_1}^*(t) + i_{L_2}^*(t)) d^*(t) - i_{L_1}^*(t)) r_{C_1} - r_{L_1} i_{L_1}^*(t) = \\ &= e^*(t) - (1 - d^*(t)) v_{C_1}^*(t) - (r_{L_1} + r_{C_1} (1 - d^*(t))) i_{L_1}^*(t) \end{aligned} \quad (2.33)$$

Linealizando se obtiene (2.34):

$$\begin{aligned} L_1 \frac{d\hat{i}_{L_1}(t)}{dt} &= [E - (1 - D) V_{C_1} - (r_{L_1} + (1 - D) r_{C_1}) I_{L_1}] + \\ &+ (e^*(t) - E) - (1 - D) (v_{C_1}^*(t) - V_{C_1}) - (r_{L_1} + (1 - D) r_{C_1}) \cdot \\ &\cdot (i_{L_1}^*(t) - I_{L_1}) + (V_{C_1} + r_{C_1} I_{L_1}) (d^*(t) - D) = \\ &= \hat{e}(t) - (1 - D) \hat{v}_{C_1}(t) - (r_{L_1} + (1 - D) r_{C_1}) \hat{i}_{L_1} + \\ &+ (V_{C_1} + r_{C_1} I_{L_1}) \hat{d}(t) \end{aligned} \quad (2.34)$$

Aplicado la transformada de Laplace y reordenando términos se obtiene (2.35):

$$(L_1 s + (r_{L_1} + (1 - D) r_{C_1})) \hat{i}_{L_1}(s) + (1 - D) \hat{v}_{C_1}(s) = \hat{e}(s) + (V_{C_1} + r_{C_1} I_i) \hat{d}(s) \quad (2.35)$$

Si se continúa con la corriente que circula por la inductancia L_2 se obtiene (2.36):

$$L_2 \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} = v_{C_1}^*(t) d^*(t) - (r_{L_2} + r_{C_1} d^*(t)) i_{L_2}^*(t) - v_o^*(t) \quad (2.36)$$

Linealizando se obtiene (2.37):

$$\begin{aligned} L_2 \frac{d\hat{i}_{L_2}^*(t)}{dt} &= [V_{C_1} D - (r_{L_2} + r_{C_1} D) I_{L_2} - V_o] + \\ &+ D (v_{C_1}^*(t) - V_{C_1}) - (r_{L_2} + r_{C_1} D) (i_{L_2}^*(t) - I_{L_2}) - \\ &- (v_o^*(t) - V_o) + (V_{C_1} - r_{C_1} I_{L_2}) (d^*(t) - D) = \\ &= \hat{v}_{C_1}(t) D - (r_{L_2} + r_{C_1} D) \hat{i}_{L_2}(t) - \hat{v}_o(t) + \\ &+ (V_{C_1} - r_{C_1} I_{L_2}) \hat{d}(t) \end{aligned} \quad (2.37)$$

Aplicando Laplace y agrupando términos se obtiene (2.38):

$$-D v_{C_1}(s) + (L_2 s + (r_{L_2} + r_{C_1} D)) i_{L_2}(s) + v_o(s) = (V_{C_1} - r_{C_1} I_{L_2}) d(s) \quad (2.38)$$

Las ecuaciones de la caída de tensión en el condensador de paso son las mismas que en el caso ideal ya que las pérdidas no afectan a las corrientes (2.39):

$$C_1 \frac{dv_{C_1}^*(t)}{dt} = (1 - d^*(t)) i_{L_1}^*(t) - i_{L_2}^*(t) d^*(t) \quad (2.39)$$

Linealizando se obtiene (2.40):

$$C_1 \frac{d\hat{v}_{C_1}(t)}{dt} = (1 - D) \hat{i}_{L_1}(t) - D \hat{i}_{L_2}(t) - (I_{L_1} + I_{L_2}) \hat{d}(t) \quad (2.40)$$

Aplicando Laplace y agrupando términos se obtiene (2.41):

$$C_1 s v_{C_1}(s) - (1 - D) i_{L_1}(s) + D i_{L_2}(s) = - (I_{L_1} + I_{L_2}) d(s) \quad (2.41)$$

Para la variable de estado de la tensión de salida, la ecuación hay que obtenerla del balance de corrientes a la entrada del condensador de filtro y despejar la tensión del condensador. La tensión de salida es una combinación lineal de la tensión del condensador y la intensidad de salida, pero es interesante usarla como variable de estado porque generalmente es el parámetro que se quiere controlar, además de ser una variable medible.

Al aplicar la segunda ley de Kirchoff al nodo de entrada del condensador de filtro se obtiene (2.42):

$$C_2 \frac{dv_{C_2}^*(t)}{dt} = i_{L_2}^*(t) - \frac{v_o^*(t)}{R} \quad (2.42)$$

La tensión del condensador se puede expresar como una combinación lineal de la tensión de salida y la corriente que circula por la inductancia de salida (2.43):

$$v_{C_2}^*(t) = v_o^*(t) - r_{C_2} \left(i_{L_2}^*(t) - \frac{v_o^*(t)}{R} \right) = \left(\frac{R + r_{C_2}}{R} \right) v_o^*(t) - r_{C_2} i_{L_2}^*(t) \quad (2.43)$$

La derivada de la tensión del condensador será (2.44):

$$\frac{dv_{C_2}^*(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\left(\frac{R + r_{C_2}}{R} \right) v_o^*(t) - r_{C_2} i_{L_2}^*(t) \right) = \frac{R + r_{C_2}}{R} \frac{dv_o^*(t)}{dt} - r_{C_2} \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} \quad (2.44)$$

Con lo que la ecuación del modelo dinámico queda (2.45)

$$C_2 \frac{R + r_{C_2}}{R} \frac{dv_o^*(t)}{dt} - C_2 r_{C_2} \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} = i_{L_2}^*(t) - \frac{v_o^*(t)}{R} \quad (2.45)$$

Como esta ecuación no es bilineal, o sea que no tiene productos de dos variables, la ecuación linealizada es igual a la del modelo dinámico (2.46):

$$C_2 \frac{R + r_{C_2}}{R} \frac{d\hat{v}_o(t)}{dt} - C_2 r_{C_2} \frac{d\hat{i}_{L_2}(t)}{dt} = \hat{i}_{L_2}(t) - \frac{\hat{v}_o(t)}{R} \quad (2.46)$$

Aplicando Laplace y agrupando términos se obtiene (2.47):

$$\frac{1}{R} ((R + r_{C_2}) C_2 s + 1) v_o(s) - (C_2 r_{C_2} s + 1) i_{L_2}(s) = 0 \quad (2.47)$$

El sistema de ecuaciones que describe el modelo dinámico del convertidor de Ćuk con pérdidas es el sistema compuesto por las ecuaciones (2.33), (2.36), (2.39) y (2.45) quedando como (2.48):

$$\begin{cases} L_1 \frac{di_{L_1}^*(t)}{dt} = e^*(t) - (1 - d^*(t)) v_{C_1}^*(t) - (r_{L_1} + r_{C_1} (1 - d^*(t))) i_{L_1}^*(t) \\ C_1 \frac{dv_{C_1}^*(t)}{dt} = (1 - d^*(t)) i_{L_1}^*(t) - d^*(t) i_{L_2}^*(t) \\ L_2 \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} = v_{C_1}^*(t) d^*(t) - (r_{L_2} + r_{C_1} d^*(t)) i_{L_2}^*(t) - v_o^*(t) \\ C_2 \frac{dv_o^*(t)}{dt} = \frac{R}{R + r_{C_2}} \left(C_2 r_{C_2} \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} + i_{L_2}^*(t) - \frac{v_o^*(t)}{R} \right) \end{cases} \quad (2.48)$$

La tensión media que soporta el condensador de paso está en función de las corrientes

de entrada y salida ya que las inductancias no son ideales con lo que V_{C_1} puede expresarse por la ecuación (2.49), las intensidades medias de entrada y salida son las mismas que las que circulan por las inductancias L_1 y L_2 :

$$V_{C_1} = E + V_o - (r_{L_1} + (1 - D)r_{C_1})I_i - (r_{L_2} + Dr_{C_1})I_o \quad (2.49)$$

Para hallar la función de transferencia en régimen permanente se puede resolver el siguiente sistema homogéneo (2.50):

$$\begin{cases} 0 = E - (1 - D)V_{C_1} - (r_{L_1} + (1 - D)r_{C_1})I_i \\ 0 = (1 - D)I_i - DI_o \\ 0 = DV_{C_1} - V_o - (r_{L_2} + Dr_{C_1})I_o \\ 0 = I_o - \frac{V_o}{R} \end{cases} \quad (2.50)$$

La función de transferencia de tensión en el circuito con pérdidas en función de la corriente de entrada (2.51) o de la corriente de salida (2.52) es:

$$V_o = \frac{D}{1 - D}E - rp_i I_i \quad (2.51)$$

$$V_o = \frac{D}{1 - D}E - rp_o I_o \quad (2.52)$$

Siendo las resistencias de pérdidas (2.53) y (2.54):

$$rp_i = \frac{D}{1 - D}(r_{L_1} + (1 - D)r_{C_1}) + \frac{1 - D}{D}(r_{L_2} + Dr_{C_1}) \quad (2.53)$$

$$rp_o = \frac{D^2}{(1 - D)^2}(r_{L_1} + (1 - D)r_{C_1}) + (r_{L_2} + Dr_{C_1}) \quad (2.54)$$

El sistema de ecuaciones que describe el modelo de pequeña señal del convertidor de Ćuk con pérdidas se describe por el sistema de ecuaciones (2.55) compuesto por las ecuaciones (2.34), (2.37), (2.40) y (2.46). A partir de este punto se cambiará la notación para acortar un poco las ecuaciones ($D' = (1 - D)$):

$$\left\{ \begin{array}{l} L_1 \frac{d\hat{i}_{L_1}(t)}{dt} = \hat{e}(t) - D' \hat{v}_{C_1}(t) - (r_{L_1} + D' r_{C_1}) \hat{i}_{L_1} + \\ \quad + (V_{C_1} + r_{C_1} I_{L_1}) \hat{d}(t) \\ C_1 \frac{d\hat{v}_{C_1}(t)}{dt} = D' \hat{i}_{L_1}(t) - D \hat{i}_{L_2}(t) - (I_{L_1} + I_{L_2}) \hat{d}(t) \\ L_2 \frac{d\hat{i}_{L_2}(t)}{dt} = \hat{v}_{C_1}(t) D - (r_{L_2} + D r_{C_1}) \hat{i}_{L_2}(t) - \hat{v}_o(t) + \\ \quad + (V_{C_1} - r_{C_1} I_{L_2}) \hat{d}(t) \\ C_2 \frac{R + r_{C_2}}{R} \cdot \frac{d\hat{v}_o(t)}{dt} - C_2 r_{C_2} \frac{d\hat{i}_{L_2}(t)}{dt} = \hat{i}_{L_2}(t) - \frac{\hat{v}_o(t)}{R} \end{array} \right. \quad (2.55)$$

2.5. Funciones de transferencia con pérdidas

Hasta este punto se ha utilizado una línea de desarrollo como la expuesta en la referencia [Mwe09], pero debido a la complejidad de las expresiones se cambia de forma de trabajo a la propuesta en la referencia [Cen08] que al automatizar los cálculos permite obtener directamente con MatLab o GNU Octave las funciones de transferencia concretas. Se han dibujado los diagramas de Bode con los valores numéricos de un ejemplo de Erickson (pag. 430 de [EM01]), para poder comparar los cuatro convertidores. Como se verá en el capítulo 3 el resultado del modelo obtenido es igual al que se describe en la referencia. En el Apéndice A se muestra la equivalencia de unas ecuaciones y otras para los dos métodos con los valores de ejemplo tomados de [EM01] y [RV06].

En la figura Fig. 2.5 se muestra la configuración del convertidor de Ćuk para poder substituir el modelo del interruptor PWM del doctor Vorpèrian.

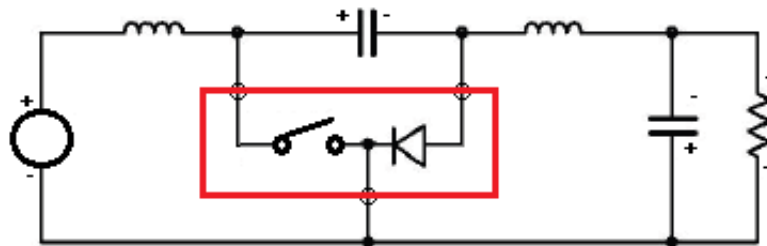


Figura 2.5: Interruptor PWM en convertidor de Ćuk para el modelo de Vorpèrian

2.5.1. Modo de conducción continua

Para aplicar el método de promediado de circuitos se substituirá el interruptor por una fuente de corriente controlada y el diodo por una fuente de tensión controlada como muestra la Fig. 2.6.

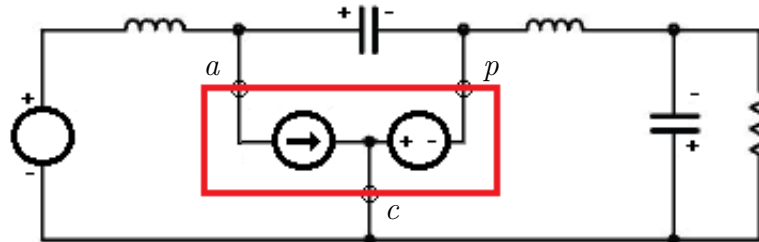


Figura 2.6: Modelo promediado de circuitos para el convertidor de Ćuk

La aplicación del método de promediado de circuitos del Dr. Vorpèrian al circuito con pérdidas de la Fig. 2.3, a través del programa SAPWIN [oFDoET01], para obtener la función de transferencia tensión de salida-ciclo de trabajo, se muestra en la Fig. 2.7:

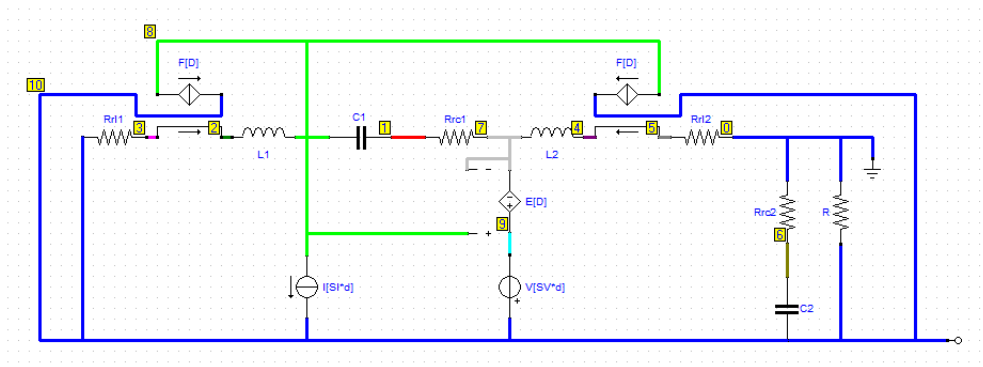


Figura 2.7: Esquema SAPWIN para la FT tensión de salida ciclo de trabajo en MCC

A fin de simplificar el esquema se ha substituido $V_{C1} = E + V_o$ por SV y la suma de corrientes $I_{L1} + I_{L2}$ por SI .

Procesando la salida con el programa de traducción a MATLAB / GNU Octave y aplicando los valores del ejemplo se obtiene el diagrama de Bode.

De la misma forma se aplica a la función de transferencia tensión de salida tensión de entrada de la Fig. 2.8:

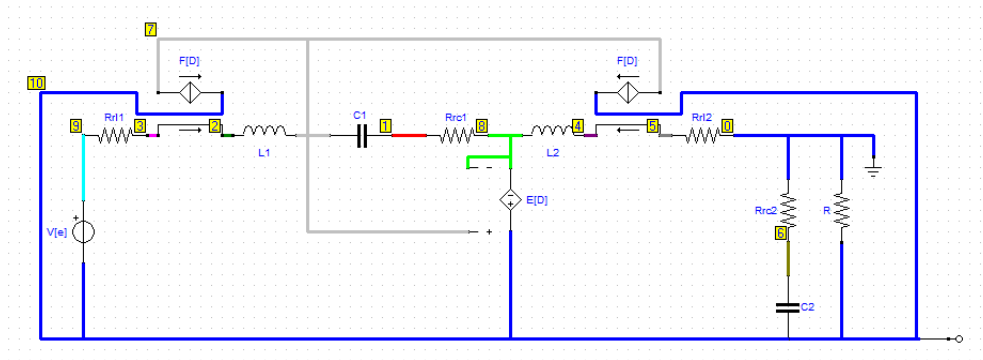


Figura 2.8: Esquema SAPWIN para la FT tensión de salida tensión de entrada en MCC

2.5.2. Modo de conducción discontinua

En los convertidores PWM (*Pulse Width Modulation*, Modulación por anchura de pulso) de un solo transistor y un solo diodo como son los de la clase del convertidor de Ćuk el modo de conducción discontinua de corriente en la bobina DICM (*Discontinuous Inductor Current Mode*) ocurre cuando se anula la corriente del diodo antes de que finalice el tiempo de desconexión del transistor [MC91]. El resultado de aplicar el modelo del interruptor en modo de conducción discontinua de doctor Vorpèrian que se describe en el apéndice A en la Fig. A.9, esta figura se repite para facilitar el desarrollo del tema.

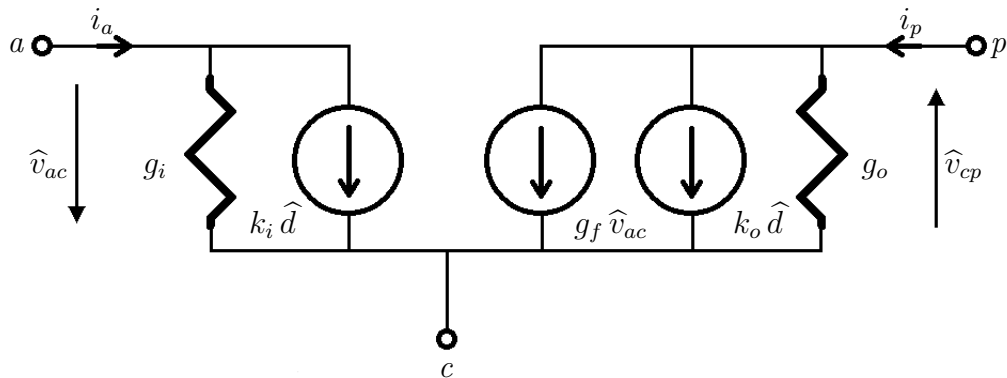


Figura 2.9: Modelo promediado de interruptor PWM en MCD

Teniendo en cuenta que $V_{ac} = E$, $V_{cp} = V_o$, $I_a = I_i$ y $I_p = I_o$. El esquema en el programa SAPWIN se muestra en la Fig. 2.10.

En el modo de conducción discontinua según Erickson [EM01] existen dos aproximaciones una de baja frecuencia [Vor90c] y otra de alta frecuencia. Aplicando el método

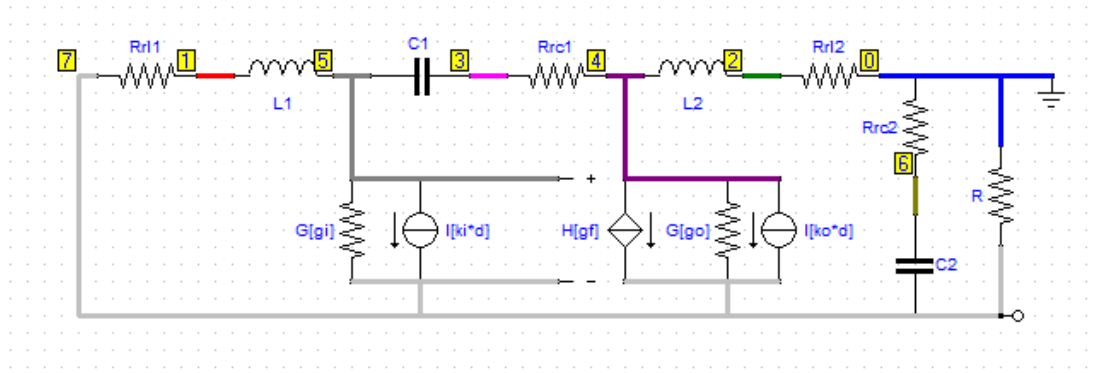


Figura 2.10: Esquema SAPWIN para la FT tensión de salida ciclo de trabajo en MCD

de promediado de circuitos del Dr. Vorpèrian al circuito con pérdidas de la Fig. 2.3 a través del programa SAPWIN [oFD0ET01] como se muestra en la Fig. 2.10, se obtiene la función de transferencia con la aproximación de baja frecuencia.

De la misma forma se aplica a la función de transferencia tensión de salida tensión de entrada de la Fig. 2.11:

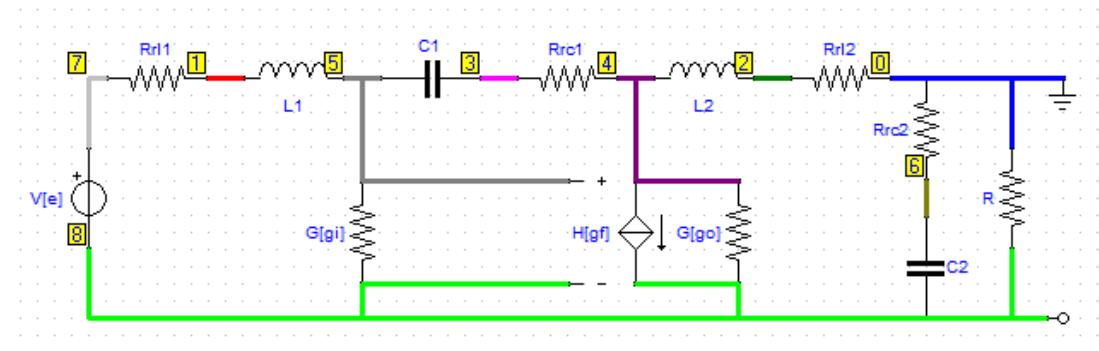


Figura 2.11: Esquema SAPWIN para la FT tensión de salida tensión de entrada en MCD

2.5.3. Aplicación numérica y diagramas de Bode

Los valores aplicados son los siguientes.

$$\begin{array}{ll} E = 120\text{V} & D = 0,4 \\ L_1 = 500\mu\text{H} & r_{L_1} = 0,1\Omega \\ C_1 = 47\mu\text{F} & r_{C_1} = 0\Omega \\ L_2 = 100\mu\text{H} & r_{L_2} = 0,02\Omega \\ C_2 = 200\mu\text{F} & r_{C_2} = 0\Omega \end{array}$$

El cambio del modo de conducción viene determinado por el coeficiente de conducción crítica [JSU92] que en este caso es $K_{crit} = (1 - D)^2 = 0,36$.

$$K_{crit} = (1 - D)^2 \begin{cases} \text{if } \frac{2 F_{sw}}{R} \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} < K_{crit} \Rightarrow DCM \\ \text{if } \frac{2 F_{sw}}{R} \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} > K_{crit} \Rightarrow CCM \end{cases} \quad (2.56)$$

Para una frecuencia de conmutación de $F_{sw} = 100\text{kHz}$, con una resistencia de $R = 40\Omega$ el resultado es $0,42 > 0,36$ por lo tanto está en MCC, mientras que para una resistencia de $R = 50\Omega$ el resultado es $0,33 < 0,36$, el modo de conducción es MCD.

Se han graficado el diagrama de Bode para el modo de conducción continua y discontinua en el mismo gráfico, obteniéndose los siguientes datos, por un lado se han listado los resultados de texto y por el otro se muestra la imagen de la figura del diagrama de Bode.

Listado del resultado de la función de transferencia tensión de salida ciclo de trabajo en el modo de conducción continua:

Duty-Cycle to Output-Voltage T.F. in Continuous Conduction Mode:

```
E = 120 V
L1 = 500 uH
L2 = 100 uH
C1 = 47 uF
C2 = 200 uH
R = 40 Ohm
D = 0.4
r11 = 0.10 Ohm
r12 = 0.02 Ohm
rc1 = 0.00 Ohm
rc2 = 0.00 Ohm
Vo = 80.05 V
Ii = 1.33 A
Io = 2.00 A
rpo = -0.02 Ohm
```

Transfer function 'Vod_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{0.000188 s^2 + 0.01094 s + 4796}{1.88e-14 s^4 + 9.87e-12 s^3 + 1.87e-06 s^2 + 0.0004897 s + 14.42}$$

Continuous-time model.

polos =

$$\begin{aligned} & -131.5 + 9535.8i \\ & -131.5 - 9535.8i \\ & -131.0 + 2901.4i \\ & -131.0 - 2901.4i \end{aligned}$$

ceros =

$$\begin{aligned} & -29.1 + 5049.9i \\ & -29.1 - 5049.9i \end{aligned}$$

Listado del resultado de la función de transferencia tensión de salida ciclo de trabajo en el modo de conducción discontinua:

Duty-Cycle to Output-Voltage T.F. in Discontinuous Conduction Mode:

$$\begin{aligned} F_{sw} &= 100 \text{ kHz} \\ R &= 50 \text{ Ohm} \\ V_o &= 83.14 \text{ V} \\ I_i &= 1.15 \text{ A} \\ I_o &= 1.66 \text{ A} \end{aligned}$$

Transfer function 'Vod_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{1.654e-05 s^2 + 0.001312 s + 415.3}{1.347e-15 s^4 + 2.828e-10 s^3 + 2.201e-07 s^2 + 0.01239 s + 2.002}$$

Continuous-time model.

polos =

$$\begin{aligned} & -2.0937e+05 + 0.0000e+00i \\ & -2.0441e+02 + 6.6188e+03i \\ & -2.0441e+02 - 6.6188e+03i \\ & -1.6192e+02 + 0.0000e+00i \end{aligned}$$

ceros =

$$\begin{aligned} & -39.7 + 5011.1i \\ & -39.7 - 5011.1i \end{aligned}$$

Diagrama de Bode de la función de transferencia tensión de salida ciclo de trabajo para los modos de conducción continuo y discontinuo:

Josep M. Valls

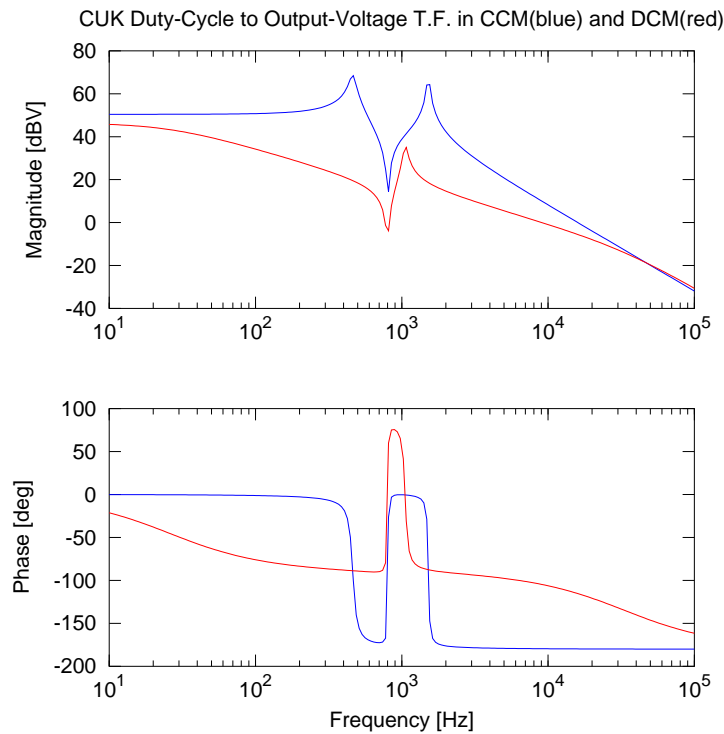


Figura 2.12: Bode diagrams of control to output TF

Listado de los resultados de la función de transferencia tensión de salida tensión de entrada en el modo de conducción continua:

Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in Continuous Conduction Mode:

$E = 120 \text{ V}$
 $L1 = 500 \text{ uH}$
 $L2 = 100 \text{ uH}$
 $C1 = 47 \text{ uF}$
 $C2 = 200 \text{ uH}$
 $R = 40 \text{ Ohm}$
 $D = 0.4$
 $r_{l1} = 0.10 \text{ Ohm}$
 $r_{l2} = 0.02 \text{ Ohm}$
 $r_{c1} = 0.00 \text{ Ohm}$
 $r_{c2} = 0.00 \text{ Ohm}$
 $V_o = 80.05 \text{ V}$
 $I_i = 1.33 \text{ A}$
 $I_o = 2.00 \text{ A}$
 $r_{po} = -0.02 \text{ Ohm}$

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

Transfer function 'Vod_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{9.6}{1.88e-14 s^4 + 9.87e-12 s^3 + 1.87e-06 s^2 + 0.0004897 s + 14.42}$$

Continuous-time model.

polos =
 -131.5 + 9535.8i
 -131.5 - 9535.8i
 -131.0 + 2901.4i
 -131.0 - 2901.4i

ceros = [] (0x0)

Listado de los resultados de la función de transferencia tensión de salida tensión de entrada en el modo de conducción discontinua:

Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in Discontinuous Conduction Mode:

Fsw = 100 kHz
 R = 50 Ohm
 Vo = 83.14 V
 Ii = 1.15 A
 Io = 1.66 A

Transfer function 'Vod_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{-0.00235 s + 1.386}{1.347e-15 s^4 + 2.828e-10 s^3 + 2.201e-07 s^2 + 0.01239 s + 2.002}$$

Continuous-time model.

polos =
 -2.0937e+05 + 0.0000e+00i
 -2.0441e+02 + 6.6188e+03i
 -2.0441e+02 - 6.6188e+03i
 -1.6192e+02 + 0.0000e+00i

ceros = 589.63

Diagrama de Bode de la función de transferencia tensión de salida tensión de entrada para los modos de conducción continuo y discontinuo:

Josep M. Valls

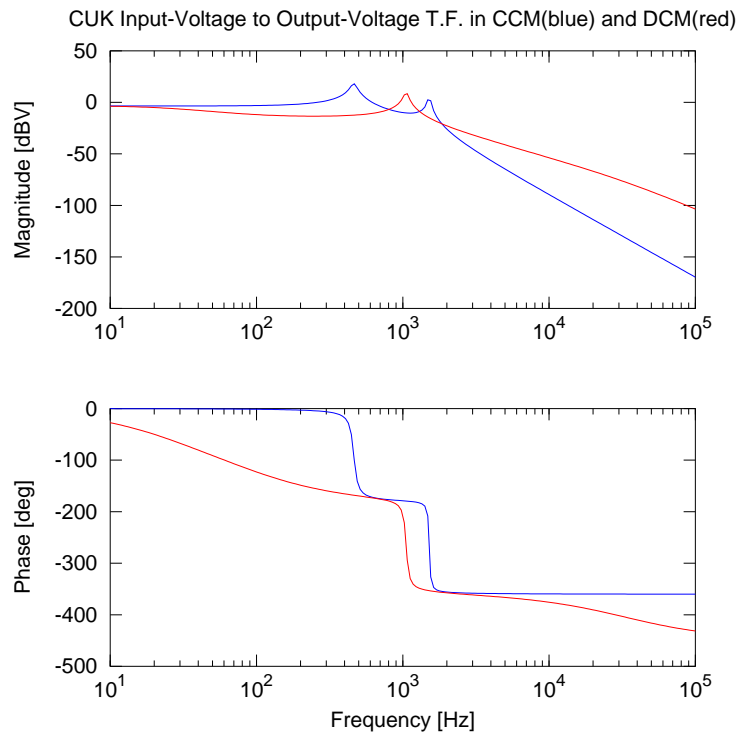


Figura 2.13: Bode diagrams of line to output TF

Conclusión

El estudio analítico de las funciones de transferencia del convertidor de Cuk se puede abordar con un programa de procesamiento simbólico como Matlab u Octave, pero cuando se añaden las resistencias de pérdidas de inductancias y condensadores es necesario un programa como SAPWIN para la obtención de la función de transferencia y usar un programa de cálculo matemático para hacer el análisis numérico y la obtención de polos, ceros y diagramas de Bode.

Capítulo 3

Convertidor SEPIC

Resumen

El presente capítulo describe el convertidor *Single Ended Primary Inductance*, Convertidor SEPIC, sus modelos dinámicos y de pequeña señal con o sin pérdidas y las funciones de transferencia de gran señal y de pequeña señal para aplicar un control clásico. Se hace el estudio tanto en MCC como en MCD.

3.1. Introducción

El convertidor SEPIC fue presentado por R. P. Massey y E. C. Snyder en 1977 en la *Power Electronics Specialists Conference* [MS77], al menos esta es la referencia que cita la mayor parte de la bibliografía, pero no se ha podido consultar el artículo original. Hay otras referencias bibliográficas que mencionan otro artículo de J. La Duca y R. P. Massey [DM75] presentado en la PESC (*Power Electronics Specialists Conference*) de 1975, pero tampoco se ha podido consultar dicho artículo.

La gran ventaja del convertidor SEPIC es que no produce inversión de polaridad y la principal desventaja es el rizado de tensión a la salida que es mucho más grande que en el convertidor de Čuk .

En la Fig. 3.1 se presenta de forma esquemática el circuito de potencia del convertidor SEPIC. La tensión de entrada se marcará con la letra e , el condensador de paso será C_1 , la inductancia de la etapa de entrada se especificará como L_1 , la inductancia de la etapa de salida se señalará por L_2 , el condensador de salida por C_2 y la tensión de salida por v_o . Se señalarán en mayúsculas los valores medios constantes del punto de trabajo.

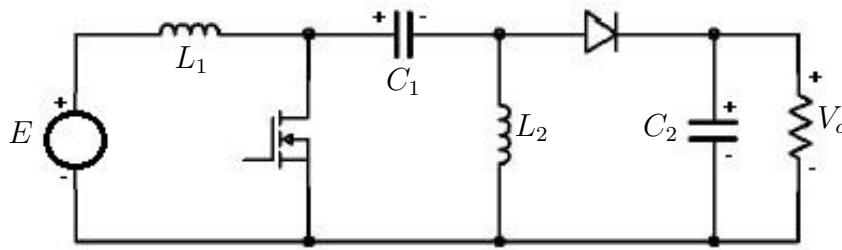


Figura 3.1: Etapa de potencia del convertidor SEPIC

Para analizar el circuito y encontrar el sistema de ecuaciones del modelo dinámico se usará el método de promediado de circuitos. Se emplearán como variables de estado las corrientes de las bobinas i_{L_1} e i_{L_2} , la tensión del condensador de paso v_{C_1} y la tensión de salida v_o , en minúsculas al considerarse valores instantáneos.

3.2. Modelo dinámico y de pequeña señal

Siguiendo el mismo desarrollo que se ha planteado en el convertidor de Ćuk se substituye el interruptor principal por una fuente de corriente controlada y el interruptor secundario por una fuente de tensión controlada. El valor de la fuente de corriente será la corriente promedio que circule por el transistor cuando esté cerrado por el valor promedio del ciclo de trabajo (en este caso la corriente que circula por el transistor será: $i(t) = i_{L_1}(t) + i_{L_2}(t)$) y el valor de la fuente de tensión será la tensión promedio que soporta el diodo estando abierto por el valor promedio del ciclo de trabajo (en este caso el valor de la tensión que debe soportar el diodo será: $v(t) = v_o(t) + v_{C_1}(t)$). En la Fig. 3.2 aparece el circuito promediado:

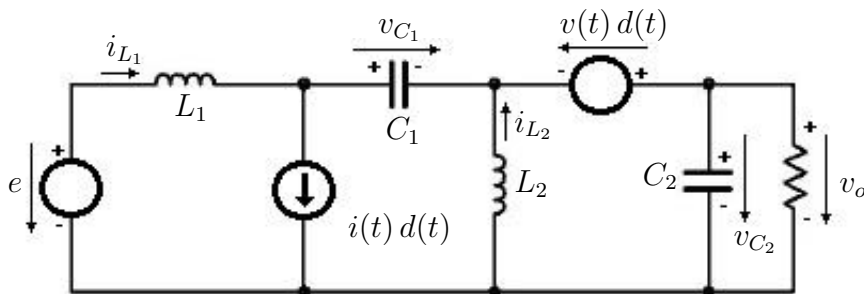


Figura 3.2: Circuito promediado del convertidor SEPIC

La ecuación (3.1a) representa la corriente de la fuente de corriente del circuito promediado y la ecuación (3.1b) es la tensión de la fuente de tensión del circuito promediado:

$$i^*(t) d^*(t) = (i_{L_1}^*(t) + i_{L_2}^*(t)) d^*(t) \quad (3.1a)$$

$$v^*(t) d^*(t) = (v_o^*(t) + v_{C_1}^*(t)) d^*(t) \quad (3.1b)$$

Para hallar las ecuaciones del modelo dinámico se procederá a aplicar las leyes de Kirchoff de tensión y corriente al modelo de circuito promediado, para posteriormente aislar cada una de las cuatro variables de estado. Si se aplica la ley de Kirchoff de tensión a la malla compuesta por la fuente de tensión de entrada e , la inductancia de entrada L_1 , el condensador de paso C_1 , la fuente de tensión que substituye al diodo y cuya tensión se expresa por la ecuación (3.1b) y la resistencia en la que cae tensión de salida v_o , se obtiene la ecuación (3.2) que es la primera ecuación de estado del convertidor:

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_{L_1}^*(t)}{dt} &= e^*(t) - v_{C_1}^*(t) + (v_o^*(t) + v_{C_1}^*(t)) d^*(t) - v_o^*(t) = \\ &= e^*(t) - (1 - d^*(t)) v_{C_1}^*(t) - (1 - d^*(t)) v_o^*(t) \end{aligned} \quad (3.2)$$

Si se procede de igual forma para obtener la ecuación de estado del modelo dinámico correspondiente a la segunda variable de estado $i_{L_2}^*$ en la malla compuesta por L_2 , la fuente de tensión que substituye al diodo y la carga, se obtiene la ecuación (3.3):

$$L_2 \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} = (v_o^*(t) + v_{C_1}^*(t)) d^*(t) - v_o^*(t) = v_{C_1}^*(t) d^*(t) - (1 - d^*(t)) v_o^*(t) \quad (3.3)$$

Procediendo de la misma forma se puede aplicar la ley de Kirchoff de la corriente al nudo de entrada del condensador de paso C_1 y se obtiene la tercera ecuación del modelo dinámico del convertidor (3.4):

$$\begin{aligned} C_1 \frac{dv_{C_1}^*(t)}{dt} &= i_{L_1}^*(t) - (i_{L_1}^*(t) + i_{L_2}^*(t)) d^*(t) = \\ &= (1 - d^*(t)) i_{L_1}^*(t) - i_{L_2}^*(t) d^*(t) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Finalmente se puede hacer lo mismo con la tensión de salida como cuarta variable de estado, ya que es la misma tensión que el condensador de salida. En el caso de componentes reales, como se verá más adelante, la diferencia entre la tensión de salida y la del condensador es la caída en la resistencia interna del mismo. De cara a las funciones de transferencia es interesante la tensión de salida que es una variable observable en vez de la tensión del condensador que es no observable. La cuarta ecuación del modelo dinámico será en este caso (3.5):

$$C_2 \frac{dv_o^*(t)}{dt} = i_{L_1}^*(t) + i_{L_2}^*(t) - (i_{L_1}^*(t) + i_{L_2}^*(t)) d^*(t) - \frac{v_o^*(t)}{R} \quad (3.5)$$

Agrupando las ecuaciones de las cuatro variables de estado, (3.2), (3.3), (3.4) y (3.5), se obtiene el sistema de ecuaciones que describe el modelo dinámico (3.6):

$$\begin{cases} L_1 \frac{di_{L_1}^*(t)}{dt} = e^*(t) - (1 - d^*(t))(v_{C_1}^*(t) + v_o^*(t)) \\ C_1 \frac{dv_{C_1}^*(t)}{dt} = (1 - d^*(t))i_{L_1}^*(t) - d^*(t)i_{L_2}^*(t) \\ L_2 \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} = d^*(t)v_{C_1}^*(t) - (1 - d^*(t))v_o^*(t) \\ C_2 \frac{dv_o^*(t)}{dt} = (1 - d^*(t))(i_{L_1}^*(t) + i_{L_2}^*(t)) - \frac{v_o^*(t)}{R} \end{cases} \quad (3.6)$$

En estado estacionario o el punto de equilibrio, las derivadas de las variables de estado serán cero ya que el valor de estas es constante, con lo que el sistema de ecuaciones puede escribirse como (3.7):

$$\begin{cases} 0 = -(1 - D)(V_{C_1} + V_o) + E \\ 0 = (1 - D)I_{L_1} - D I_{L_2} \\ 0 = D V_{C_1} - (1 - D) V_o \\ 0 = (1 - D)(I_{L_1} + I_{L_2}) - \frac{1}{R} V_o \end{cases} \quad (3.7)$$

Si se procede a linealizar la ecuación (3.2) se obtiene la ecuación del modelo de pequeña señal (3.8) después de simplificar:

$$\begin{aligned} L_1 \frac{d\hat{i}_{L_1}^*(t)}{dt} &= [E - (1 - D)V_{C_1} - (1 - D)V_o] + \\ &+ (e^*(t) - E) - (1 - D)(v_{C_1}^*(t) - V_{C_1}) + V_{C_1}(d^*(t) - D) - \\ &- (1 - D)(v_o^*(t) - V_o) + V_o(d^*(t) - D) = \\ &= \hat{e}(t) - (1 - D)\hat{v}_{C_1}(t) - (1 - D)\hat{v}_o(t) + (V_{C_1} + V_o)\hat{d}(t) \end{aligned} \quad (3.8)$$

Si se aplica la transformada de Laplace y se agrupan a la izquierda los términos de las variables de estado y a la derecha el resto, nos queda (3.9):

$$L_1 s i_{L_1}(s) + (1 - D)v_{C_1}(s) + (1 - D)v_o(s) = e(s) + (V_{C_1} + V_o)d(s) \quad (3.9)$$

Linealizando la ecuación (3.3) se obtiene (3.10):

$$\begin{aligned}
L_2 \frac{d\widehat{i}_{L_2}^*(t)}{dt} &= [V_{C_1} D - (1 - D) V_o] + \\
&+ D (v_{C_1}^*(t) - V_{C_1}) - (1 - D) (v_o^*(t) - V_o) + (V_{C_1} + V_o) (d^*(t) - D) = \\
&= D \widehat{v}_{C_1}(t) - (1 - D) \widehat{v}_o(t) + (V_{C_1} + V_o) \widehat{d}(t)
\end{aligned} \tag{3.10}$$

Aplicando Laplace y agrupando términos se obtiene (3.11):

$$L_2 s i_{L_2}(s) - D v_{C_1}(s) + (1 - D) v_o(s) = (V_{C_1} + V_o) d(s) \tag{3.11}$$

Linealizando (3.4) se obtiene la ecuación del modelo de pequeña señal (3.12):

$$\begin{aligned}
C_1 \frac{d\widehat{v}_{C_1}^*(t)}{dt} &= [(1 - D) I_{L_1} - D I_{L_2}] + (1 - D) (i_{L_1}^*(t) - I_{L_1}) - \\
&- D (i_{L_2}^*(t) - I_{L_2}) - (I_{L_1} + I_{L_2}) (d^*(t) - D) = \\
&= (1 - D) \widehat{i}_{L_1}(t) - D \widehat{i}_{L_2}(t) - (I_{L_1} + I_{L_2}) \widehat{d}(t)
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Aplicando Laplace y agrupando términos se obtiene (3.13):

$$C_1 s v_{C_1}(s) - (1 - D) i_{L_1}(s) + D i_{L_2}(s) = -(I_{L_1} + I_{L_2}) d(s) \tag{3.13}$$

Linealizando la ecuación (3.5) se obtiene (3.14):

$$\begin{aligned}
C_2 \frac{d\widehat{v}_o^*(t)}{dt} &= \left[(1 - D) (I_{L_1} + I_{L_2}) - \frac{V_o}{R} \right] + \\
&+ (1 - d^*(t)) (i_{L_1}^*(t) - I_{L_1}) + (1 - d^*(t)) (i_{L_2}^*(t) - I_{L_2}) - \frac{1}{R} (v_o^*(t) - V_o) = \\
&= (1 - D) \widehat{i}_{L_1}(t) + (1 - D) \widehat{i}_{L_2}(t) - \frac{1}{R} \widehat{v}_o(t) - (I_{L_1} + I_{L_2}) \widehat{d}(t)
\end{aligned} \tag{3.14}$$

Aplicando Laplace y agrupando términos se obtiene (3.15):

$$\left(C_2 s + \frac{1}{R} \right) v_o(s) - (1 - D) i_{L_1}(s) - (1 - D) i_{L_2}(s) = -(I_{L_1} + I_{L_2}) d(s) \tag{3.15}$$

3.3. Funciones de transferencia

De (3.7) es fácil deducir la función de transferencia en régimen permanente y en modo de conducción continuo, por ejemplo a través de la primera y tercera ecuaciones de este sistema homogéneo (3.16):

$$V_o = \frac{D}{1-D} E \quad (3.16)$$

Otro valor importante es el de la tensión media que cae en el condensador de paso V_{C1} y que se puede obtener eliminando el ciclo de trabajo de las dos ecuaciones anteriores y se obtiene (3.17):

$$V_{C1} = E \quad (3.17)$$

También se puede encontrar la función de transferencia entre la corriente de entrada y la de salida. La corriente de salida puede expresarse como $I_o = V_o/R$ que corresponde con I_{L2} obtenida de la cuarta ecuación del sistema (3.7). De forma análoga se puede derivar que la corriente de entrada I_i es igual a la corriente media de la bobina de entrada I_{L1} , con lo que la función de transferencia de las corrientes será (3.18):

$$I_o = \frac{1-D}{D} I_i \quad (3.18)$$

Que puede derivarse también de la segunda ecuación del sistema homogéneo (3.7).

El modelo promediado de pequeña señal está compuesto por las ecuaciones (3.8), (3.10), (3.12) y (3.14) quedando como (3.19):

$$\left\{ \begin{array}{l} L_1 \frac{d\hat{i}_{L1}(t)}{dt} = \hat{e}(t) - (1-D)\hat{v}_{C1}(t) - (1-D)\hat{v}_o(t) + (V_{C1} + V_o)\hat{d}(t) \\ C_1 \frac{d\hat{v}_{C1}(t)}{dt} = (1-D)\hat{i}_{L1}(t) - D\hat{i}_{L2}(t) - (I_{L1} + I_{L2})\hat{d}(t) \\ L_2 \frac{d\hat{i}_{L2}(t)}{dt} = D\hat{v}_{C1}(t) - (1-D)\hat{v}_o(t) + (V_{C1} + V_o)\hat{d}(t) \\ C_2 \frac{d\hat{v}_o(t)}{dt} = (1-D)\hat{i}_{L1}(t) + (1-D)\hat{i}_{L2}(t) - \frac{1}{R}\hat{v}_o(t) - (I_{L1} + I_{L2})\hat{d}(t) \end{array} \right. \quad (3.19)$$

De forma matricial agrupando las variables de estado en la matriz de sistema, (3.9), (3.11), (3.13) y (3.15) y dejando los términos independientes a la derecha queda la ecuación (3.20):

Hay que tener en cuenta que $V_{C1} = E$ y que la corriente media de las bobinas es la

de entrada y salida respectivamente.

$$\begin{pmatrix} L_1 s & (1-D) & 0 & (1-D) \\ -(1-D) & C_1 s & D & 0 \\ 0 & -D & L_2 s & (1-D) \\ -(1-D) & 0 & -(1-D) & \frac{1}{R} + C_2 s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{L_1}(s) \\ v_{C_1}(s) \\ i_{L_2}(s) \\ v_o(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E + V_o \\ -(I_i + I_o) \\ E + V_o \\ -(I_i + I_o) \end{pmatrix} d(s) + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e(s) \quad (3.20)$$

Para obtener la función de transferencia de la tensión de salida respecto del ciclo de trabajo se aplica Cramer de la siguiente forma (3.21):

$$\frac{v_o(s)}{d(s)} = \frac{\begin{vmatrix} L_1 s & (1-D) & 0 & E + V_o \\ -(1-D) & C_1 s & D & -(I_i + I_o) \\ 0 & -D & L_2 s & E + V_o \\ -(1-D) & 0 & -(1-D) & -(I_i + I_o) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_1 s & (1-D) & 0 & (1-D) \\ -(1-D) & C_1 s & D & 0 \\ 0 & -D & L_2 s & (1-D) \\ -(1-D) & 0 & -(1-D) & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}} \quad (3.21)$$

Haciendo los cálculos oportunos el desarrollo de los determinantes nos da la función de transferencia (3.22):

$$G_{vd}(s) = \frac{v_o(s)}{d(s)} = \frac{Num1(s)}{Den1(s)} \quad (3.22)$$

Siendo $Num1(s)$ (3.23a) y $Den1(s)$ (3.23b):

$$Num1(s) = -(C_1 L_1 L_2 (I_i + I_o)) s^3 + (C_1 (L_1 + L_2) (1-D) (E + V_o)) s^2 - (L_1 D (I_i + I_o)) s + (1-D) (E + V_o) \quad (3.23a)$$

$$Den1(s) = (C_1 C_2 L_1 L_2) s^4 + \frac{C_1 L_1 L_2}{R} s^3 + (C_2 L_1 D^2 + C_1 L_1 (1-D)^2 + C_1 L_2 (1-D)^2 + C_2 L_2 (1-D)^2) s^2 + \left(\frac{L_1 D^2}{R} + \frac{L_2 (1-D)^2}{R} \right) s + (1-D)^2 \quad (3.23b)$$

Se puede proceder de la misma forma para obtener la función de transferencia de la tensión de salida respecto de la tensión de entrada (3.24):

$$\frac{v_o(s)}{e(s)} = \frac{\begin{vmatrix} L_1 s & (1-D) & 0 & 1 \\ -(1-D) & C_1 s & D & 0 \\ 0 & -D & L_2 s & 0 \\ -(1-D) & 0 & -(1-D) & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_1 s & (1-D) & 0 & (1-D) \\ -(1-D) & C_1 s & D & 0 \\ 0 & -D & L_2 s & (1-D) \\ -(1-D) & 0 & -(1-D) & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}} \quad (3.24)$$

El denominador es el mismo que el de la función de transferencia anterior (3.23b), ya que el determinante del denominador no ha cambiado, con lo que al desarrollar el numerador se obtiene (3.25):

$$G_{ve}(s) = \frac{v_o(s)}{e(s)} = \frac{(C_1 L_2 (1-D))s^2 + D(1-D)}{Den1(s)} \quad (3.25)$$

Hay otra función de transferencia que es preciso conocer si se hace un control por pico de corriente, en este caso se debe encontrar la relación entre la suma de las corrientes que circulan por cada una de las inductancias, que será la función que se controla. Para ello se encontrará la función de transferencia para cada una de las corrientes (3.26), (3.27) y se sumarán para hallar la función de transferencia deseada:

$$\frac{i_{L_1}(s)}{d(s)} = \frac{\begin{vmatrix} E + V_o & (1-D) & 0 & (1-D) \\ -(I_i + I_o) & C_1 s & D & 0 \\ E + V_o & -D & L_2 s & (1-D) \\ -(I_i + I_o) & 0 & -(1-D) & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_1 s & (1-D) & 0 & (1-D) \\ -(1-D) & C_1 s & D & 0 \\ 0 & -D & L_2 s & (1-D) \\ -(1-D) & 0 & -(1-D) & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}} \quad (3.26)$$

Para la inductancia de salida:

$$\frac{i_{L_2}(s)}{d(s)} = \frac{\begin{vmatrix} L_1 s & (1-D) & E+V_o & (1-D) \\ -(1-D) & C_1 s & -(I_i+I_o) & 0 \\ 0 & -D & E+V_o & (1-D) \\ -(1-D) & 0 & -(I_i+I_o) & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_1 s & (1-D) & 0 & (1-D) \\ -(1-D) & C_1 s & D & 0 \\ 0 & -D & L_2 s & (1-D) \\ -(1-D) & 0 & -(1-D) & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}} \quad (3.27)$$

La función de transferencia entre la corriente que se controla y que se denominará $i_c(s) = i_{L_1}(s) + i_{L_2}(s)$ respecto al ciclo de trabajo es (3.28):

$$G_{id}(s) = \frac{i_c(s)}{d(s)} = \frac{Num1(s)}{Den1(s)} \quad (3.28)$$

Donde el numerador $Num1(s)$ es (3.29)

$$\begin{aligned} Num1(s) = & C_1 C_2 (L_1 + L_2) (E + V_o) s^3 + ((C_1 (1 - D) - C_2 D) L_1 (I_i + I_o) s^2 + \\ & + (C_1 + C_2) (1 - D) L_2 (I_i + I_o) s^2 + \frac{L_1 + L_2}{R} C_1 (E + V_o) s^2 + \\ & + C_2 (E + V_o) s + \frac{L_2 (1 - D) - L_1 D}{R} (I_i + I_o) s + (1 - D) (I_i + I_o) + \frac{E + V_o}{R} \end{aligned} \quad (3.29)$$

Por otra parte la función de transferencia entre la corriente controlada y la tensión de entrada se halla al aplicar Cramer para resolver según el término independiente de la tensión de entrada (3.30) y (3.31):

$$\frac{i_{L_1}(s)}{e(s)} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & (1-D) & 0 & (1-D) \\ 0 & C_1 s & D & 0 \\ 0 & -D & L_2 s & (1-D) \\ 0 & 0 & -(1-D) & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_1 s & (1-D) & 0 & (1-D) \\ -(1-D) & C_1 s & D & 0 \\ 0 & -D & L_2 s & (1-D) \\ -(1-D) & 0 & -(1-D) & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}} \quad (3.30)$$

Para la inductancia de salida:

$$\frac{i_{L_2}(s)}{e(s)} = \frac{\begin{vmatrix} L_1 s & (1-D) & 1 & (1-D) \\ -(1-D) & C_1 s & 0 & 0 \\ 0 & -D & 0 & (1-D) \\ -(1-D) & 0 & 0 & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_1 s & (1-D) & 0 & (1-D) \\ -(1-D) & C_1 s & D & 0 \\ 0 & -D & L_2 s & (1-D) \\ -(1-D) & 0 & -(1-D) & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}} \quad (3.31)$$

Con lo que la función de transferencia es (3.32):

$$G_{ie}(s) = \frac{i_c(s)}{e(s)} = \frac{(C_1 C_2 L_2) s^3 + \left(\frac{C_1 L_2}{R}\right) s^2 + (C_2 D) s + \frac{D}{R}}{Den1(s)} \quad (3.32)$$

3.4. Modelo dinámico y de pequeña señal con pérdidas

En la Fig. 3.3 se muestra el esquema con las resistencias de pérdidas de los condensadores y las inductancias:

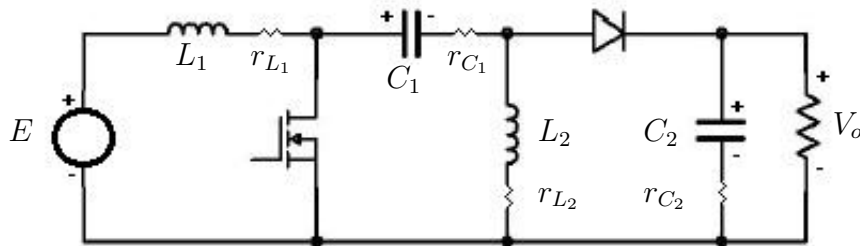


Figura 3.3: Etapa de potencia del convertidor SEPIC con las pérdidas en las inductancias y los condensadores

Aplicando el método del promediado de circuitos como en la sección 3.2, el valor de la fuente de corriente controlada será la corriente promedio que circule por el transistor

cuando esté cerrado por el valor promedio del ciclo de trabajo (en este caso el valor de la corriente que circula por el transistor será el mismo que para el caso de componentes ideales: $i(t) = i_{L_1}(t) + i_{L_2}(t)$), y el valor de la fuente de tensión controlada será la tensión promedio que soporta el diodo estando abierto (en este caso hay que restar la caída de tensión que se produce en la resistencia del condensador de paso quedando: $v(t) = v_{C_1}(t) - r_{C_1} i_{L_2}(t)$). En la Fig. 3.4 aparece el circuito promediado:

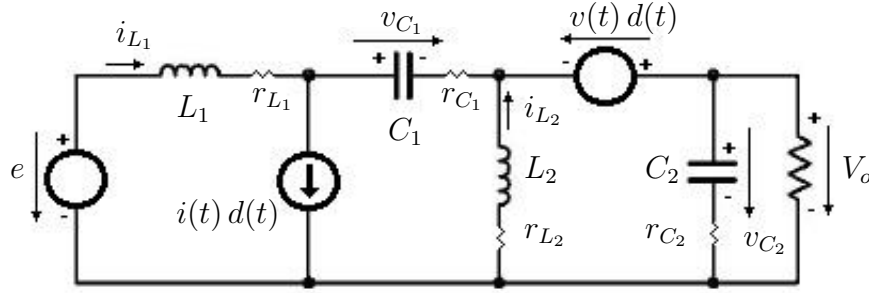


Figura 3.4: Circuito promediado del convertidor SEPIC con pérdidas en inductancias y condensadores

La ecuación (3.33a) representa la corriente de la fuente de corriente del circuito promediado y la ecuación (3.33b) es la tensión de la fuente de tensión del circuito promediado:

$$i^*(t) d^*(t) = (i_{L_1}^*(t) + i_{L_2}^*(t)) d^*(t) \quad (3.33a)$$

$$v^*(t) d^*(t) = (v_{C_1}^*(t) - r_{C_1} i_{L_2}^*(t)) d^*(t) \quad (3.33b)$$

Si se resuelve el circuito promediado se obtendrá el sistema de ecuaciones que describe el modelo dinámico del circuito con pérdidas.

Empezando con la primera variable de estado que es la corriente que circula por la inductancia L_1 se obtiene (3.34):

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_{L_1}^*(t)}{dt} &= e^*(t) - r_{L_1} i_{L_1}^*(t) - v_{C_1}^*(t) + (v_{C_1}^*(t) + v_o^*(t) + r_{C_1} i_{L_2}^*(t)) d^*(t) - \\ &\quad - (i_{L_1}^*(t) - (i_{L_1}^*(t) + i_{L_2}^*(t)) d^*(t)) r_{C_1} - v_o^*(t) = \\ &= e^*(t) - (1 - d^*(t)) v_{C_1}^*(t) - (1 - d^*(t)) v_o^*(t) - (r_{L_1} - r_{C_1} (1 - d^*(t))) i_{L_1}^*(t) \end{aligned} \quad (3.34)$$

Linealizando se obtiene (3.35):

$$\begin{aligned}
L_1 \frac{d\hat{i}_{L_1}(t)}{dt} &= [E - (1-D)V_{C_1} - (1-D)V_o - (r_{L_1} - (1-D)r_{C_1}) I_{L_1}] + \\
&\quad + (e^*(t) - E) - (1-D)(v_{C_1}^*(t) - V_{C_1}) - (1-D)(v_o^*(t) - V_o) - \\
&\quad - (r_{L_1} - (1-D)r_{C_1})(i_{L_1}^*(t) - I_{L_1}) + (V_{C_1} + V_o - r_{C_1} I_{L_1})(d^*(t) - D) = \quad (3.35) \\
&= \hat{e}(t) - (1-D)\hat{v}_{C_1}(t) - (1-D)\hat{v}_o(t) - (r_{L_1} + (1-D)r_{C_1})\hat{i}_{L_1} + \\
&\quad + (V_{C_1} + V_o - r_{C_1} I_{L_1})\hat{d}(t)
\end{aligned}$$

Aplicado la transformada de Laplace y reordenando términos se obtiene (3.36):

$$\begin{aligned}
(L_1 s + (r_{L_1} - (1-D)r_{C_1})) i_{L_1}(s) + (1-D)v_{C_1}(s) + (1-D)v_o(s) &= \\
= e(s) + (V_{C_1} + V_o - r_{C_1} I_i) d(s) &\quad (3.36)
\end{aligned}$$

Si se continúa con la corriente que circula por la inductancia L_2 se obtiene (3.37):

$$\begin{aligned}
L_2 \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} &= (v_{C_1}^*(t) + v_o^*(t) + r_{C_1} i_{L_2}^*(t)) d^*(t) - r_{L_2} i_{L_2}^*(t) - v_o^*(t) = \\
&= v_{C_1}^*(t) d^*(t) + (r_{C_1} d^*(t) - r_{L_2}) i_{L_2}^*(t) - (1-d^*(t)) v_o^*(t) \quad (3.37)
\end{aligned}$$

Linealizando se obtiene (3.38):

$$\begin{aligned}
L_2 \frac{d\hat{i}_{L_2}(t)}{dt} &= [V_{C_1} D - (D r_{C_1} - r_{L_2}) I_{L_2} - (1-D)V_o] + \\
&\quad + D(v_{C_1}^*(t) - V_{C_1}) + (D r_{C_1} - r_{L_2})(i_{L_2}^*(t) - I_{L_2}) - \\
&\quad - (1-D)(v_o^*(t) - V_o) + (V_{C_1} + V_o + r_{C_1} I_{L_2})(d^*(t) - D) = \quad (3.38) \\
&= D\hat{v}_{C_1}(t) + (D r_{C_1} - r_{L_2})\hat{i}_{L_2}(t) - (1-D)\hat{v}_o(t) + \\
&\quad + (V_{C_1} + V_o - r_{C_1} I_{L_2})\hat{d}(t)
\end{aligned}$$

Aplicando Laplace y agrupando términos se obtiene (3.39):

$$-D v_{C_1}(s) + (L_2 s - (D r_{C_1} - r_{L_2})) i_{L_2}(s) + (1-D)v_o(s) = (V_{C_1} + V_o + r_{C_1} I_{L_2}) d(s) \quad (3.39)$$

Las ecuaciones de la caída de tensión en el condensador de paso son las mismas que en el caso ideal ya que las pérdidas no afectan a las corrientes (3.40):

$$C_1 \frac{dv_{C_1}^*(t)}{dt} = (1-d^*(t)) i_{L_1}^*(t) - i_{L_2}^*(t) d^*(t) \quad (3.40)$$

Linealizando se obtiene (3.41):

$$C_1 \frac{d\hat{v}_{C_1}(t)}{dt} = (1-D)\hat{i}_{L_1}(t) - D\hat{i}_{L_2}(t) - (I_{L_1} + I_{L_2})\hat{d}(t) \quad (3.41)$$

Aplicando Laplace y agrupando términos se obtiene (3.42):

$$C_1 s v_{C_1}(s) - (1 - D) i_{L_1}(s) + D i_{L_2}(s) = -(I_{L_1} + I_{L_2}) d(s) \quad (3.42)$$

Para la variable de estado de la tensión de salida, la ecuación hay que obtenerla del balance de corrientes a la entrada del condensador de filtro y despejar la tensión del condensador. La tensión de salida es una combinación lineal de la tensión del condensador y la intensidad que circula por el condensador, pero es interesante usarla como variable de estado porque generalmente es el parámetro que se quiere controlar, además de ser una variable completamente observable.

Al aplicar la segunda ley de Kirchoff al nodo de entrada del condensador de filtro se obtiene (3.43):

$$\begin{aligned} C_2 \frac{dv_{C_2}^*(t)}{dt} &= i_{L_1}^*(t) + i_{L_2}^*(t) - (i_{L_1}^*(t) + i_{L_2}^*(t)) d^*(t) - \frac{v_o^*(t)}{R} = \\ &= (1 - d^*(t)) i_{L_1}^*(t) + (1 - d^*(t)) i_{L_2}^*(t) - \frac{v_o^*(t)}{R} = i_{C_2}^*(t) \end{aligned} \quad (3.43)$$

La tensión del condensador se puede expresar como una combinación lineal de la tensión de salida y la corriente que circula por el mismo (3.44):

$$\begin{aligned} v_{C_2}^*(t) &= v_o^*(t) - r_{C_2} \left((1 - d^*(t)) i_{L_1}^*(t) + (1 - d^*(t)) i_{L_2}^*(t) - \frac{v_o^*(t)}{R} \right) = \\ &= \frac{R + r_{C_2}}{R} v_o^*(t) - r_{C_2} (1 - d^*(t)) i_{L_1}^*(t) - r_{C_2} (1 - d^*(t)) i_{L_2}^*(t) \end{aligned} \quad (3.44)$$

La derivada de la tensión del condensador será (3.45):

$$\begin{aligned} \frac{dv_{C_2}^*(t)}{dt} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{R + r_{C_2}}{R} v_o^*(t) - r_{C_2} (1 - d^*(t)) i_{L_1}^*(t) - r_{C_2} (1 - d^*(t)) i_{L_2}^*(t) \right) = \\ &= \frac{R + r_{C_2}}{R} \frac{dv_o^*(t)}{dt} - r_{C_2} (1 - D) \frac{di_{L_1}^*(t)}{dt} - r_{C_2} (1 - D) \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} + \\ &\quad + (I_{L_1} + I_{L_2}) \frac{dd^*(t)}{dt} \end{aligned} \quad (3.45)$$

Con lo que la ecuación del modelo dinámico queda (3.46)

$$\begin{aligned} C_2 \frac{R + r_{C_2}}{R} \frac{dv_o^*(t)}{dt} - C_2 r_{C_2} (1 - D) \frac{di_{L_1}^*(t)}{dt} - C_2 r_{C_2} (1 - D) \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} + \\ + r_{C_2} (I_{L_1} + I_{L_2}) \frac{dd^*(t)}{dt} = (1 - d^*(t)) i_{L_1}^*(t) + (1 - d^*(t)) i_{L_2}^*(t) - \frac{v_o^*(t)}{R} \end{aligned} \quad (3.46)$$

Linealizando se obtiene (3.47):

$$\begin{aligned}
& C_2 \frac{R + r_{C_2}}{R} \frac{d\hat{v}_o(t)}{dt} - C_2 r_{C_2} (1 - D) \left(\frac{d\hat{i}_{L_1}(t)}{dt} + \frac{d\hat{i}_{L_2}(t)}{dt} \right) + r_{C_2} (I_{L_1} + I_{L_2}) \frac{d\hat{d}(t)}{dt} = \\
& = (1 - D) (\hat{i}_{L_1}(t) + \hat{i}_{L_2}(t)) - \frac{\hat{v}_o(t)}{R} - (I_{L_1} + I_{L_2}) \hat{d}(t)
\end{aligned} \tag{3.47}$$

Aplicando Laplace y agrupando términos se obtiene (3.48):

$$\frac{(R + r_{C_2}) C_2 s + 1}{R} v_o(s) - (1 - D) (1 + r_{C_2} C_2 s) (i_{L_1}(s) + i_{L_2}(s)) = -(I_{L_1} + I_{L_2}) (1 + r_{C_2} C_2 s) d(s) \tag{3.48}$$

El sistema de ecuaciones que describe el modelo dinámico del convertidor SEPIC con pérdidas es el compuesto por las ecuaciones (3.34), (3.37), (3.40) y (3.46) quedando como (3.49):

$$\left\{ \begin{array}{l}
L_1 \frac{di_{L_1}^*(t)}{dt} = e^*(t) - (1 - d^*(t)) v_{C_1}^*(t) - (1 - d^*(t)) v_o^*(t) - (r_{L_1} - r_{C_1} (1 - d^*(t))) i_{L_1}^*(t) \\
C_1 \frac{dv_{C_1}^*(t)}{dt} = (1 - d^*(t)) i_{L_1}^*(t) - i_{L_2}^*(t) d^*(t) \\
L_2 \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} = v_{C_1}^*(t) d^*(t) + (r_{C_1} d^*(t) - r_{L_2}) i_{L_2}^*(t) - (1 - d^*(t)) v_o^*(t) \\
C_2 \frac{dv_o^*(t)}{dt} = \frac{R}{R + r_{C_2}} \left(C_2 r_{C_2} (1 - D) \frac{di_{L_1}^*(t)}{dt} + C_2 r_{C_2} (1 - D) \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} \right) + \\
\quad + \frac{R}{R + r_{C_2}} \left((1 - d^*(t)) (i_{L_1}^*(t) + i_{L_2}^*(t)) - r_{C_2} (I_{L_1} + I_{L_2}) \frac{dd^*(t)}{dt} - \frac{v_o^*(t)}{R} \right)
\end{array} \right. \tag{3.49}$$

La tensión media que soporta el condensador de paso está en función de las corrientes de entrada y salida ya que las inductancias no son ideales con lo que V_{C_1} puede expresarse por la ecuación (3.50), las intensidades medias de entrada y salida son las mismas que las que circulan por las inductancias L_1 y L_2 :

$$V_{C_1} = E + (r_{L_1} - (1 - D) r_{C_1}) I_i + (r_{L_2} - D r_{C_1}) I_o \tag{3.50}$$

Para hallar la función de transferencia en estado estacionario se puede resolver el siguiente sistema homogéneo (3.51):

$$\begin{cases} 0 = E - (1 - D)(V_{C_1} + V_o) - (r_{L_1} - (1 - D)r_{C_1}) I_i \\ 0 = (1 - D) I_i - D I_o \\ 0 = D V_{C_1} - (1 - D) V_o - (r_{L_2} - D r_{C_1}) I_o \\ 0 = (1 - D)(I_i + I_o) - \frac{V_o}{R} \end{cases} \quad (3.51)$$

La función de transferencia de tensión en el circuito con pérdidas en función de la corriente de entrada (3.52) o de la corriente de salida (3.53) es:

$$V_o = \frac{D}{1 - D} E - r_{p_i} I_i \quad (3.52)$$

$$V_o = \frac{D}{1 - D} E - r_{p_o} I_o \quad (3.53)$$

Siendo las resistencias de pérdidas (3.54) y (3.55):

$$r_{p_i} = \frac{D}{1 - D} (r_{L_1} - (1 - D)r_{C_1}) + \frac{1 - D}{D} (r_{L_2} - D r_{C_1}) \quad (3.54)$$

$$r_{p_o} = \frac{D^2}{(1 - D)^2} (r_{L_1} - (1 - D)r_{C_1}) + (r_{L_2} - D r_{C_1}) \quad (3.55)$$

El sistema de ecuaciones que describe el modelo de pequeña señal del convertidor de SEPIC con pérdidas se describe por el sistema de ecuaciones (3.56) compuesto por las ecuaciones (3.35), (3.38), (3.41) y (3.47). A partir de este punto se cambiará la notación para acortar un poco las ecuaciones ($D' = (1 - D)$):

$$\begin{cases} L_1 \frac{d\hat{i}_{L_1}(t)}{dt} = \hat{e}(t) - D' \hat{v}_{C_1}(t) - D' \hat{v}_o(t) - (r_{L_1} + D' r_{C_1}) \hat{i}_{L_1}(t) + \\ \quad + (V_{C_1} + V_o - r_{C_1} I_{L_1}) \hat{d}(t) \\ C_1 \frac{d\hat{v}_{C_1}(t)}{dt} = D' \hat{i}_{L_1}(t) - D \hat{i}_{L_2}(t) - (I_{L_1} + I_{L_2}) \hat{d}(t) \\ L_2 \frac{d\hat{i}_{L_2}(t)}{dt} = D \hat{v}_{C_1}(t) + (D r_{C_1} - r_{L_2}) \hat{i}_{L_2}(t) - D' \hat{v}_o(t) + \\ \quad + (V_{C_1} + V_o - r_{C_1} I_{L_2}) \hat{d}(t) \\ C_2 \frac{R + r_{C_2}}{R} \frac{d\hat{v}_o(t)}{dt} - C_2 r_{C_2} D' \left(\frac{d\hat{i}_{L_1}(t)}{dt} + \frac{d\hat{i}_{L_2}(t)}{dt} \right) + r_{C_2} (I_{L_1} + I_{L_2}) \frac{d\hat{d}(t)}{dt} = \\ \quad = D' (\hat{i}_{L_1}(t) + \hat{i}_{L_2}(t)) - \frac{\hat{v}_o(t)}{R} - (I_{L_1} + I_{L_2}) \hat{d}(t) \end{cases} \quad (3.56)$$

3.5. Funciones de transferencia con pérdidas

Análogamente a la sección 2.5 de aquí en adelante, se cambia de forma de trabajo a la propuesta en la referencia [Cen08] que al automatizar los cálculos permite obtener directamente con MatLab o GNU Octave las funciones de transferencia concretas. Se han dibujado los diagramas de Bode con los valores numéricos de un ejemplo de Erickson (pag. 430 de [EM01]). En el Apéndice A se muestra la equivalencia de unas ecuaciones y otras para los dos métodos con unos valores de ejemplo de [EM01] y [RV06].

En la figura Fig. 3.5 se muestra la configuración del convertidor SEPIC para poder substituir el modelo del interruptor PWM del doctor Vorpèrian.

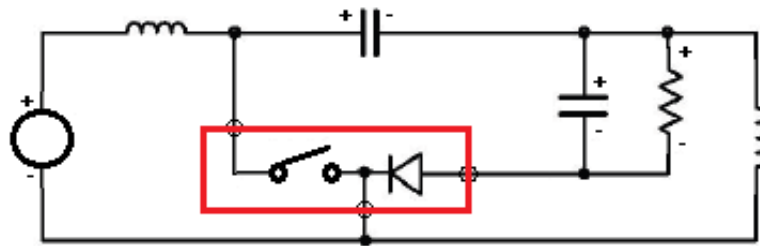


Figura 3.5: Interruptor PWM en convertidor SEPIC para el modelo de Vorpèrian

3.5.1. Modo de conducción continua

Para aplicar el método de promediado de circuitos se substituirá el interruptor por una fuente de corriente controlada y el diodo por una fuente de tensión controlada como muestra la Fig. 3.6.

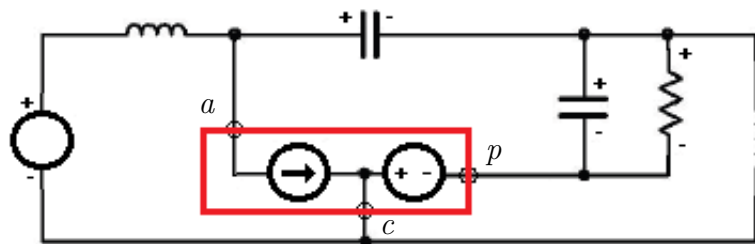


Figura 3.6: Modelo promediado de circuitos para el convertidor de SEPIC

La aplicación del método de promediado de circuitos del Dr. Vorpèrian al circuito con pérdidas de la Fig. 3.3, a través del programa SAPWIN [oFDoET01], para obtener la función de transferencia tensión de salida ciclo de trabajo, se muestra en la Fig. 3.7:

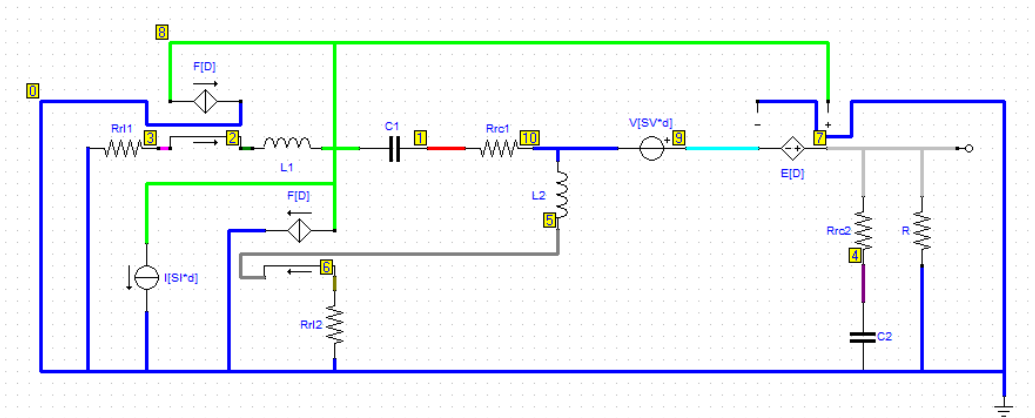


Figura 3.7: Esquema SAPWIN para la FT tensión de salida ciclo de trabajo en MCC

A fin de simplificar el esquema se ha substituido $V_{C_1} + V_o = E + V_o$ por SV y la suma de corrientes $I_{L_1} + I_{L_2}$ por SI .

Procesando la salida con el programa de traducción a MATLAB / GNU Octave y aplicando los valores del ejemplo se obtiene el diagrama de Bode.

De la misma forma se aplica a la función de transferencia tensión de salida tensión de entrada de la Fig. 3.8:

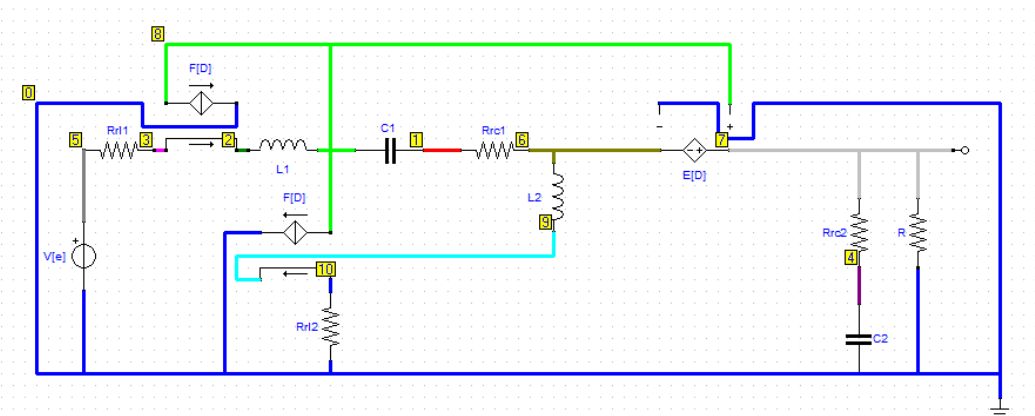


Figura 3.8: Esquema SAPWIN para la FT tensión de salida tensión de entrada en MCC

3.5.2. Modo de conducción discontinua

En los convertidores PWM de un solo transistor y un solo diodo como son los de la clase del convertidor de Ćuk el modo de conducción discontinua de corriente en la bobina DICM ocurre cuando se anula la corriente del diodo antes de que finalice el tiempo de desconexión del transistor [MC91]. El resultado de aplicar el modelo del interruptor en modo de conducción discontinua de doctor Vorpèrian que se describe en el apéndice A en la Fig. A.9, esta figura se repite para facilitar el desarrollo del tema.

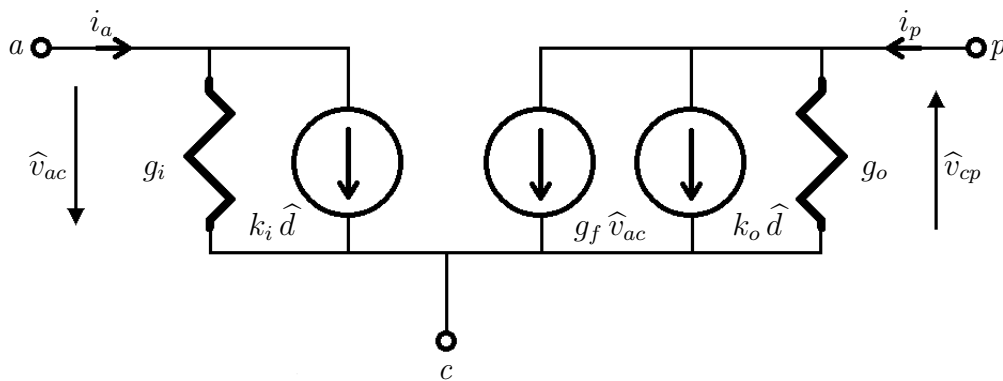


Figura 3.9: Modelo promediado de interruptor PWM en MCD

Hay que tener en cuenta que $V_{ac} = E$, $V_{cp} = V_o$, $I_a = I_i$ y $I_p = I_o$.

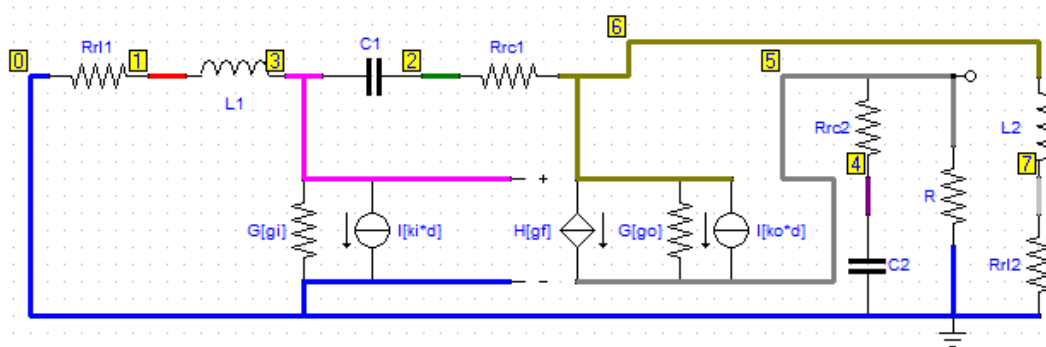


Figura 3.10: Esquema SAPWIN para la FT tensión de salida ciclo de trabajo en MCD

En el modo de conducción discontinua según Erickson [EM01] existen dos aproximaciones una de baja frecuencia [Vor90c] y otra de alta frecuencia. Aplicando el método de promediado de circuitos del Dr. Vorpèrian al circuito con pérdidas de la Fig. 3.3 a través del programa SAPWIN [oFDoET01] como se muestra en la Fig. 3.10.

De la misma forma se aplica a la función de transferencia tensión de salida tensión de entrada de la Fig. 3.11:

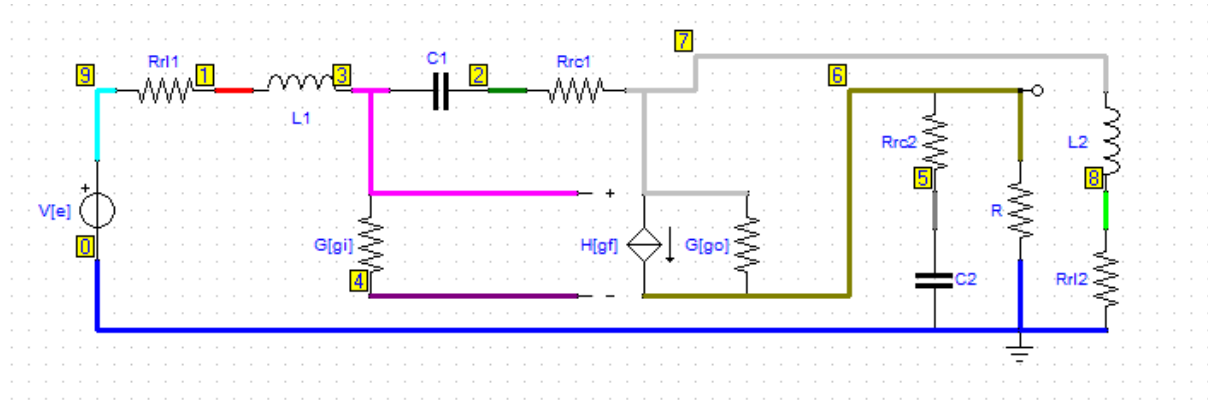


Figura 3.11: Esquema SAPWIN para la FT tensión de salida tensión de entrada en MCD

3.5.3. Aplicación numérica y diagramas de Bode

Los valores aplicados son los siguientes.

$$\begin{array}{ll} E = 120\text{V} & D = 0,4 \\ L_1 = 500\mu\text{H} & r_{L_1} = 0,1\Omega \\ C_1 = 47\mu\text{F} & r_{C_1} = 0\Omega \\ L_2 = 100\mu\text{H} & r_{L_2} = 0,02\Omega \\ C_2 = 200\mu\text{F} & r_{C_2} = 0\Omega \end{array}$$

El cambio del modo de conducción viene determinado por el coeficiente de conducción crítica [JSU92] que en este caso es $K_{crit} = (1 - D)^2 = 0,36$.

$$K_{crit} = (1 - D)^2 \begin{cases} \text{if } \frac{2 F_{sw}}{R} \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} < K_{crit} \Rightarrow DCM \\ \text{if } \frac{2 F_{sw}}{R} \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} > K_{crit} \Rightarrow CCM \end{cases} \quad (3.57)$$

Para una frecuencia de conmutación de $F_{sw} = 100\text{kHz}$, con una resistencia de $R = 40\Omega$ el resultado es $0,42 > 0,36$ por lo tanto está en MCC, mientras que para una resistencia de $R = 50\Omega$ el resultado es $0,33 < 0,36$, el modo de conducción es MCD.

Se han graficado el diagrama de Bode para el modo de conducción continua y discontinua en el mismo gráfico, obteniéndose los siguientes datos, por un lado se han listado

los resultados de texto y por el otro se muestra la imagen de la figura del diagrama de Bode.

Listado del resultado de la función de transferencia tensión de salida ciclo de trabajo en el modo de conducción continua:

Duty-Cycle to Output-Voltage T.F. in Continuous Conduction Mode:

```
E = 120 V
L1 = 500 uH
L2 = 100 uH
C1 = 47 uF
C2 = 200 uH
R = 40 Ohm
D = 0.4
r11 = 0.10 Ohm
r12 = 0.02 Ohm
rc1 = 0.00 Ohm
rc2 = 0.00 Ohm
Vo = 80.05 V
Ii = 1.33 A
Io = 2.00 A
rpo = -0.02 Ohm
```

Transfer function 'Vod_tf' from input 'u1' to output ...

```

          -4.387e-10 s^3 + 0.0001352 s^2 + 0.0003944 s + 4796
y1: -----
      2.632e-14 s^4 + 1.382e-11 s^3 + 1.799e-06 s^2 + 0.0004995 s + 24.03
```

Continuous-time model.

```

polos =
  -114.7 + 7073.8i
  -114.7 - 7073.8i
  -147.8 + 4268.2i
  -147.8 - 4268.2i

ceros =
  3.0837e+05 + 0.0000e+00i
  -5.8943e+01 + 5.9540e+03i
  -5.8943e+01 - 5.9540e+03i
```

Listado del resultado de la función de transferencia tensión de salida ciclo de trabajo en el modo de conducción discontinua:

Duty-Cycle to Output-Voltage T.F. in Discontinuous Conduction Mode:

Josep M. Valls

$F_{sw} = 100 \text{ kHz}$
 $R = 50 \text{ Ohm}$
 $V_o = 83.14 \text{ V}$
 $I_i = 1.15 \text{ A}$
 $I_o = 1.66 \text{ A}$

Transfer function 'Vod_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{-2.291e-11 s^3 + 1.171e-05 s^2 + 0.0003483 s + 415.3}{1.347e-15 s^4 + 2.828e-10 s^3 + 1.81e-07 s^2 + 0.01004 s + 2.002}$$

Continuous-time model.

Diagrama de Bode de la función de transferencia tensión de salida ciclo de trabajo para los modos de conducción continuo y discontinuo:

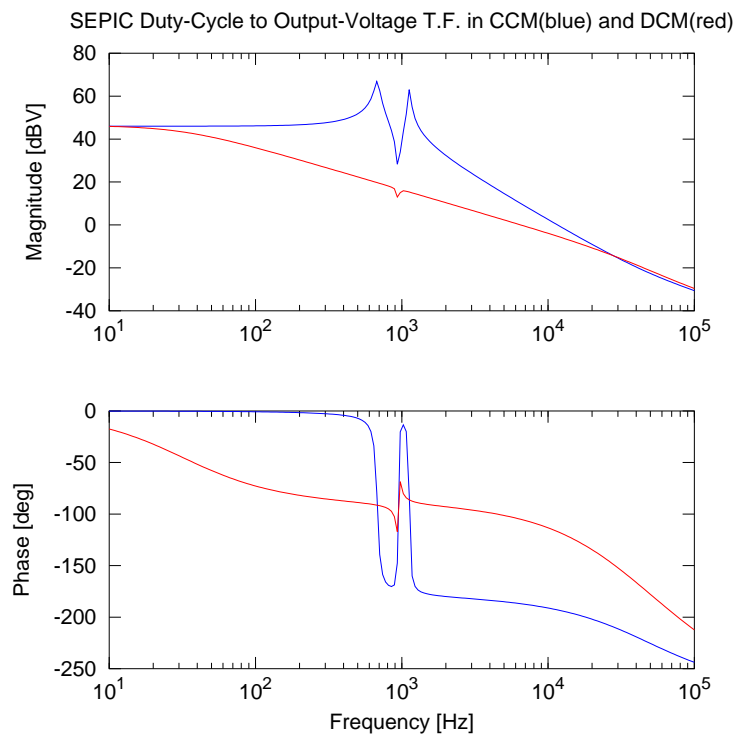


Figura 3.12: Bode diagrams of control to output TF

```

polos =
  -2.0948e+05 + 0.0000e+00i
  -1.3586e+02 + 5.9550e+03i
  -1.3586e+02 - 5.9550e+03i
  -2.0001e+02 + 0.0000e+00i

ceros =
  5.1127e+05 + 0.0000e+00i
  -4.9531e+01 + 5.9537e+03i
  -4.9531e+01 - 5.9537e+03i

```

Listado de los resultados de la función de transferencia tensión de salida tensión de entrada en el modo de conducción continua:

Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in Continuous Conduction Mode:

```

E = 120 V
L1 = 500 uH
L2 = 100 uH
C1 = 47 uF
C2 = 200 uH
R = 40 Ohm
D = 0.4
r11 = 0.10 Ohm
r12 = 0.02 Ohm
rc1 = 0.00 Ohm
rc2 = 0.00 Ohm
Vo = 80.05 V
Ii = 1.33 A
Io = 2.00 A
rpo = -0.02 Ohm

```

Transfer function 'Vod_tf' from input 'u1' to output ...

```

          1.579e-07 s^2 + 3.158e-05 s + 9.6
y1: -----
      2.632e-14 s^4 + 1.382e-11 s^3 + 1.799e-06 s^2 + 0.0004995 s + 24.03

```

Continuous-time model.

```

polos =
  -114.7 + 7073.8i
  -114.7 - 7073.8i
  -147.8 + 4268.2i
  -147.8 - 4268.2i

ceros =
  -100.0 + 7796.2i
  -100.0 - 7796.2i

```

Josep M. Valls

Listado de los resultados de la función de transferencia tensión de salida tensión de entrada en el modo de conducción discontinua:

Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in Discontinuous Conduction Mode:

F_{sw} = 100 kHz
 R = 50 Ohm
 V_o = 83.14 V
 I_i = 1.15 A
 I_o = 1.66 A

Transfer function 'Vod_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{4.512e-11 s^2 + 9.024e-09 s}{4.512e-18 s^4 + 2.71e-12 s^3 + 1.275e-09 s^2 + 9.617e-05 s + 0.0192}$$

Continuous-time model.

Diagrama de Bode de la función de transferencia tensión de salida tensión de entrada para los modos de conducción continuo y discontinuo:

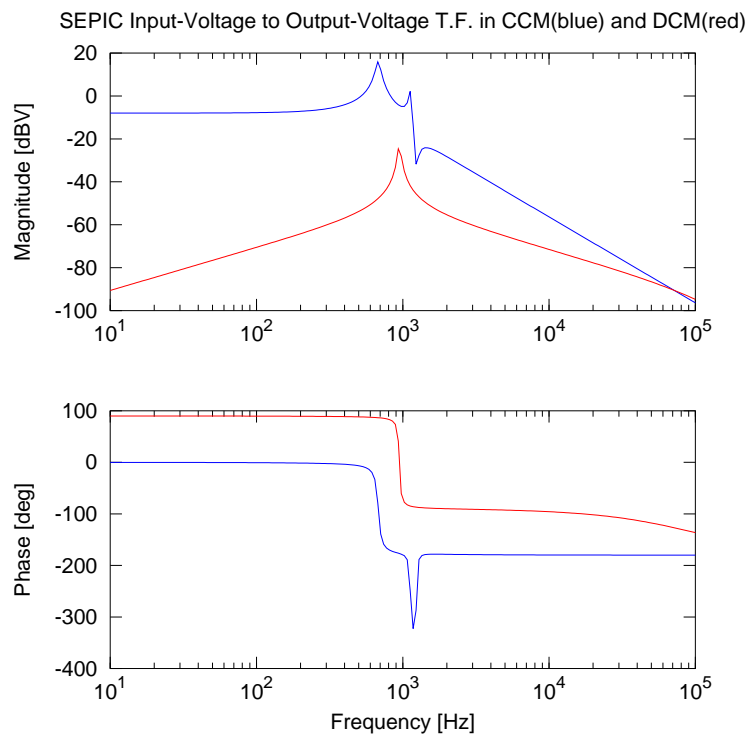


Figura 3.13: Bode diagrams of line to output TF

```
polos =  
-6.0010e+05 + 0.0000e+00i  
-1.0590e+02 + 5.9541e+03i  
-1.0590e+02 - 5.9541e+03i  
-2.0000e+02 + 0.0000e+00i  
  
ceros =  
-200  
0
```

Conclusión

El estudio analítico de las funciones de transferencia del convertidor SEPIC se puede abordar con un programa de procesamiento simbólico como Matlab u Octave, pero cuando se añaden las resistencias de pérdidas de inductancias y condensadores es necesario un programa como SAPWIN para la obtención de la función de transferencia y usar un programa de cálculo matemático para hacer el análisis numérico y la obtención de polos, ceros y diagramas de Bode.

Capítulo 4

Convertidor Zeta

Resumen

El presente capítulo describe el convertidor Zeta, sus modelos dinámicos y de pequeña señal con o sin pérdidas y las funciones de transferencia de gran señal y de pequeña señal para aplicar un control clásico. Se hace el estudio tanto en MCC como en MCD.

4.1. Introducción

El convertidor Zeta fue presentado por Marian Kazimierczuk y Jacek Józwick [JK89] en mayo del año 1989 en un artículo publicado en *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*.

Una característica interesante del convertidor Zeta es el bajo rizado de tensión a la salida sin inversión de polaridad.

En la Fig. 4.1 se presenta de forma esquemática el circuito de potencia del convertidor de Zeta. La tensión de entrada se marcará con la letra e , el condensador de paso será C_1 , la inductancia de la etapa de entrada se especificará como L_1 , la inductancia de la etapa de salida se señalará por L_2 , el condensador de salida por C_2 y la tensión de salida por v_o . Se señalarán en mayúsculas los valores medios constantes del punto de trabajo.

Para analizar el circuito y encontrar el sistema de ecuaciones del modelo dinámico se usará el método de promediado de circuitos. Se emplearán como variables de estado las corrientes de las bobinas i_{L_1} e i_{L_2} , las tensiones del condensador de paso v_{C_1} y la tensión de salida v_o , en minúsculas al considerarse valores instantáneos.

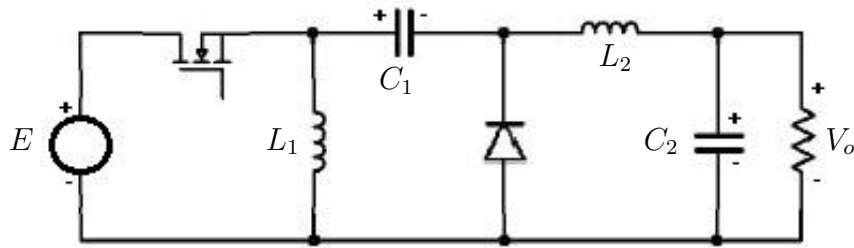


Figura 4.1: Etapa de potencia del convertidor Zeta

4.2. Modelo dinámico y de pequeña señal

La aplicación de los conceptos usados en el modelo dinámico promediado de los convertidores de energía, lleva en el caso de las fuentes conmutadas a substituir el interruptor principal por una fuente de corriente controlada y el interruptor secundario por una fuente de tensión controlada. El valor de la fuente de corriente será la corriente promedio que circule por el transistor cuando esté cerrado por el valor promedio del ciclo de trabajo (en este caso la corriente que circula por el transistor será: $i(t) = i_{L_1}(t) + i_{L_2}(t)$) y el valor de la fuente de tensión será la tensión promedio que soporta el diodo estando abierto por el valor promedio del ciclo de trabajo (en este caso el valor de la tensión que debe soportar el diodo será: $v(t) = e(t) - v_{C_1}(t)$). En la Fig. 4.2 aparece el circuito promediado:

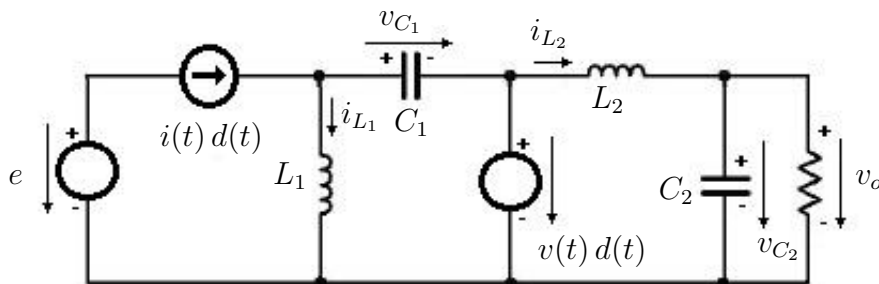


Figura 4.2: Circuito promediado del convertidor Zeta

La ecuación (4.1a) representa la corriente de la fuente de corriente controlada del circuito promediado y la ecuación (4.1b) es la tensión de la fuente de tensión controlada del circuito promediado:

$$i^*(t) d^*(t) = (i_{L_1}^*(t) + i_{L_2}^*(t)) d^*(t) \quad (4.1a)$$

$$v^*(t) d^*(t) = (e^*(t) - v_{C_1}^*(t)) d^*(t) \quad (4.1b)$$

Para hallar el modelo dinámico se procederá a aplicar las leyes de Kirchoff de tensión y corriente al modelo de circuito promediado, para posteriormente aislar cada una de las cuatro variables de estado. Si se aplica la ley de Kirchoff de tensión a la malla compuesta por la inductancia de entrada L_1 , el condensador de paso C_1 y la fuente de tensión que substituye al diodo y cuya tensión se expresa por la ecuación (4.1b), se obtiene la ecuación (4.2) que es la primera ecuación de estado del convertidor:

$$L_1 \frac{di_{L_1}^*(t)}{dt} = (e^*(t) - v_{C_1}^*(t)) d^*(t) + v_{C_1}^*(t) = e^*(t) d^*(t) + (1 - d^*(t)) v_{C_1}^*(t) \quad (4.2)$$

Si se procede de igual forma para obtener la ecuación de estado del modelo dinámico correspondiente a la segunda variable de estado i_{L_2} en la malla compuesta por L_2 , la fuente de tensión que substituye al diodo y la tensión de salida v_o , se obtiene la ecuación (4.3):

$$L_2 \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} = (e^*(t) - v_{C_1}^*(t)) d^*(t) - v_o^*(t) \quad (4.3)$$

Procediendo de la misma forma se puede aplicar la ley de Kirchoff de la corriente al nudo de entrada del condensador de paso C_1 y se obtiene la tercera ecuación del modelo dinámico del convertidor (4.4):

$$\begin{aligned} C_1 \frac{dv_{C_1}^*(t)}{dt} &= (i_{L_1}^*(t) + i_{L_2}^*(t)) d^*(t) - i_{L_1}^*(t) = \\ &= i_{L_2}^*(t) d^*(t) - (1 - d^*(t)) i_{L_1}^*(t) \end{aligned} \quad (4.4)$$

Finalmente se puede hacer lo mismo con la tensión de salida como cuarta variable de estado, ya que es la misma tensión que el condensador de salida. En el caso de componentes reales, como se verá más adelante, la diferencia entre la tensión de salida y la del condensador es la caída en la resistencia interna del mismo. De cara a las funciones de transferencia es interesante la tensión de salida que es una variable observable en vez de la tensión del condensador que es no observable. La cuarta ecuación del modelo dinámico será en este caso (4.5):

$$C_2 \frac{dv_o^*(t)}{dt} = i_{L_2}^*(t) - \frac{v_o^*(t)}{R} \quad (4.5)$$

Agrupando las ecuaciones de las cuatro variables de estado, (4.2), (4.3), (4.4) y (4.5), se obtiene el sistema de ecuaciones que describe el modelo dinámico (4.6):

$$\left\{ \begin{array}{l} L_1 \frac{di_{L_1}^*(t)}{dt} = e^*(t) d^*(t) + (1 - d^*(t)) v_{C_1}^*(t) \\ C_1 \frac{dv_{C_1}^*(t)}{dt} = i_{L_2}^*(t) d^*(t) - (1 - d^*(t)) i_{L_1}^*(t) \\ L_2 \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} = (e^*(t) - v_{C_1}^*(t)) d^*(t) - v_o^*(t) \\ C_2 \frac{dv_o^*(t)}{dt} = i_{L_2}^*(t) - \frac{v_o^*(t)}{R} \end{array} \right. \quad (4.6)$$

En estado estacionario o el punto de equilibrio, las derivadas de las variables de estado serán cero ya que el valor de estas es constante, con lo que el sistema de ecuaciones puede escribirse como (4.7):

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 = DE + (1 - D) V_{C_1} \\ 0 = DI_{L_2} - (1 - D) I_{L_1} \\ 0 = DE - DV_{C_1} - V_o \\ 0 = I_{L_2} - \frac{1}{R} V_o \end{array} \right. \quad (4.7)$$

Si se procede a linealizar (4.2) se obtiene la ecuación del modelo de pequeña señal (4.8) después de simplificar:

$$L_1 \frac{d\hat{i}_{L_1}(t)}{dt} = [DE + (1 - D) V_{C_1}] + D(e^*(t) - E) + (1 - D)(v_{C_1}^*(t) - V_{C_1}) + (E - V_{C_1})(d^*(t) - D) = D\hat{e}(t) + (1 - D)\hat{v}_{C_1}(t) + (E - V_{C_1})\hat{d}(t) \quad (4.8)$$

Si se aplica la transformada de Laplace y se agrupan a la izquierda los términos de las variables de estado y a la derecha el resto, nos queda (4.9):

$$L_1 s \hat{i}_{L_1}(s) - (1 - D) v_{C_1}(s) = D e(s) + (E - V_{C_1}) d(s) \quad (4.9)$$

Linealizando (4.3) se obtiene la ecuación (4.10):

$$\begin{aligned} L_2 \frac{d\hat{i}_{L_2}(t)}{dt} &= [ED - V_{C_1} D - V_o] D(e^*(t) - E) - D(v_{C_1}^*(t) - V_{C_1}) - (v_o^*(t) - V_o) + \\ &+ (E - V_{C_1})(d^*(t) - D) = \\ &= D\hat{e} - D\hat{v}_{C_1}(t) - \hat{v}_o(t) + (E - V_{C_1})\hat{d}(t) \end{aligned} \quad (4.10)$$

Aplicando Laplace y agrupando términos se obtiene (4.11):

$$L_2 s i_{L_2}(s) + D v_{C_1}(s) + v_o(s) = D e(s) + (E - V_{C_1}) d(s) \quad (4.11)$$

Linealizando (4.4) se obtiene la ecuación del modelo de pequeña señal (4.12):

$$\begin{aligned} C_1 \frac{d\hat{v}_{C_1}(t)}{dt} &= [D I_{L_2} - (1 - D) I_{L_1}] + D (i_{L_2}^*(t) - I_{L_2}) - \\ &\quad -(1 - D) (i_{L_1}^*(t) - I_{L_1}) + (I_{L_1} + I_{L_2}) (d^*(t) - D) = \\ &= D \hat{i}_{L_2}(t) - (1 - D) \hat{i}_{L_1}(t) + (I_{L_1} + I_{L_2}) \hat{d}(t) \end{aligned} \quad (4.12)$$

Aplicando Laplace y agrupando términos se obtiene (4.13):

$$C_1 s v_{C_1}(s) + (1 - D) i_{L_1}(s) - D i_{L_2}(s) = + (I_{L_1} + I_{L_2}) d(s) \quad (4.13)$$

Linealizando (4.5) se obtiene la ecuación (4.14):

$$C_2 \frac{d\hat{v}_o(t)}{dt} = \left[I_{L_2} - \frac{V_o}{R} \right] + (i_{L_2}^*(t) - I_{L_2}) - \frac{1}{R} (v_o^*(t) - V_o) = \frac{-1}{R} \hat{v}_o(t) + \hat{i}_{L_2}(t) \quad (4.14)$$

Aplicando Laplace y agrupando términos se obtiene (4.15):

$$\left(C_2 s + \frac{1}{R} \right) v_o(s) - i_{L_2}(s) = 0 \quad (4.15)$$

4.3. Funciones de transferencia

De (4.7) es fácil deducir la función de transferencia en modo de conducción continuo, por ejemplo a través de la primera y tercera ecuaciones de este sistema homogéneo (4.16):

$$V_o = \frac{D}{1 - D} E \quad (4.16)$$

Otro valor importante es el de la tensión media que cae en el condensador de paso V_{C_1} y que se puede obtener eliminando el ciclo de trabajo de las dos ecuaciones anteriores y se obtiene (4.17):

$$V_{C_1} = -V_o \quad (4.17)$$

También se puede encontrar la función de transferencia entre la corriente de entrada y la de salida. La corriente de salida puede expresarse como $I_o = V_o/R$ que corresponde con I_{L_2} obtenida de la cuarta ecuación del sistema (4.7). De forma análoga se puede

derivar que la corriente de entrada I_i es igual a la corriente media de la bobina de entrada I_{L1} , con lo que la función de transferencia de las corrientes será (4.18):

$$I_o = \frac{1-D}{D} I_i \quad (4.18)$$

Que puede derivarse también de la segunda ecuación del sistema homogéneo (4.7).

El modelo promediado de pequeña señal está compuesto por las ecuaciones (4.8), (4.10), (4.12) y (4.14) quedando como (4.19):

$$\begin{cases} L_1 \frac{d\hat{i}_{L1}(t)}{dt} = D\hat{e}(t) + (1-D)\hat{v}_{C1}(t) + (E - V_{C1})\hat{d}(t) \\ C_1 \frac{d\hat{v}_{C1}(t)}{dt} = D\hat{i}_{L2}(t) - (1-D)\hat{i}_{L1}(t) + (I_{L1} + I_{L2})\hat{d}(t) \\ L_2 \frac{d\hat{i}_{L2}(t)}{dt} = D\hat{e} - D\hat{v}_{C1}(t) - \hat{v}_o(t) + (E - V_{C1})\hat{d}(t) \\ C_2 \frac{d\hat{v}_o(t)}{dt} = \frac{-1}{R}\hat{v}_o(t) + \hat{i}_{L2}(t) \end{cases} \quad (4.19)$$

De forma matricial agrupando las variables de estado en la matriz de sistema, (4.9), (4.11), (4.13) y (4.15) y dejando los términos independientes a la derecha queda la ecuación (4.20):

Hay que tener en cuenta que $V_{C1} = -V_o$ y que la corriente media de las bobinas es la de entrada y salida respectivamente.

$$\begin{pmatrix} L_1 s & -(1-D) & 0 & 0 \\ (1-D) & C_1 s & -D & 0 \\ 0 & D & L_2 s & 1 \\ 0 & 0 & -1 & \frac{1}{R} + C_2 s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{L1}(s) \\ v_{C1}(s) \\ i_{L2}(s) \\ v_o(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E + V_o \\ I_i + I_o \\ E + V_o \\ 0 \end{pmatrix} d(s) + \begin{pmatrix} D \\ 0 \\ D \\ 0 \end{pmatrix} e(s) \quad (4.20)$$

Para obtener la función de transferencia de la tensión de salida respecto del ciclo de trabajo se aplica Cramer de la siguiente forma (4.21):

$$\frac{v_o(s)}{d(s)} = \frac{\begin{vmatrix} L_1 s & -(1-D) & 0 & E + V_o \\ (1-D) & C_1 s & -D & I_i + I_o \\ 0 & D & L_2 s & E + V_o \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_1 s & -(1-D) & 0 & 0 \\ (1-D) & C_1 s & -D & 0 \\ 0 & D & L_2 s & 1 \\ 0 & 0 & -1 & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}} \quad (4.21)$$

Haciendo los cálculos oportunos el desarrollo de los determinantes nos da la función de transferencia (4.22):

$$G_{vd}(s) = \frac{v_o(s)}{d(s)} = \frac{(C_1 L_1 (E + V_o))s^2 - (L_1 D (I_i + I_o))s + (1-D)(E + V_o)}{Den(s)} \quad (4.22)$$

Siendo $Den(s)$ (4.23):

$$\begin{aligned} Den(s) = & (C_1 C_2 L_1 L_2) s^4 + \frac{C_1 L_1 L_2}{R} s^3 + (C_2 L_1 D^2 + C_2 L_2 (1-D)^2 + C_1 L_1) s^2 + \\ & + \left(\frac{L_1 D^2}{R} + \frac{L_2 (1-D)^2}{R} \right) s + (1-D)^2 \end{aligned} \quad (4.23)$$

Se puede proceder de la misma forma para obtener la función de transferencia de la tensión de salida respecto de la tensión de entrada (4.24):

$$\frac{v_o(s)}{e(s)} = \frac{\begin{vmatrix} L_1 s & -(1-D) & 0 & D \\ (1-D) & C_1 s & -D & 0 \\ 0 & D & L_2 s & D \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_1 s & -(1-D) & 0 & 0 \\ (1-D) & C_1 s & -D & 0 \\ 0 & D & L_2 s & 1 \\ 0 & 0 & -1 & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}} \quad (4.24)$$

El denominador es el mismo que el de la función de transferencia anterior (4.23), ya que el determinante del denominador no ha cambiado, con lo que al desarrollar el numerador se obtiene (4.25):

$$G_{ve}(s) = \frac{v_o(s)}{e(s)} = \frac{DC_1 L_1 s^2 + D(1-D)}{Den(s)} \quad (4.25)$$

Hay otra función de transferencia que es preciso conocer si se hace un control por pico de corriente, en este caso se debe encontrar la relación entre la suma de las corrientes que circulan por cada una de las inductancias, que será la función que se controla. Para ello se encontrará la función de transferencia para cada una de las corrientes (4.26), (4.27) y se sumarán para hallar la función de transferencia deseada:

$$\frac{i_{L_1}(s)}{d(s)} = \frac{\begin{vmatrix} E + V_o & -(1-D) & 0 & 0 \\ I_i + I_o & C_1 s & -D & 0 \\ E + V_o & D & L_2 s & 1 \\ 0 & 0 & -1 & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_1 s & -(1-D) & 0 & 0 \\ (1-D) & C_1 s & -D & 0 \\ 0 & D & L_2 s & 1 \\ 0 & 0 & -1 & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}} \quad (4.26)$$

Para la inductancia de salida:

$$\frac{i_{L_2}(s)}{d(s)} = \frac{\begin{vmatrix} L_1 s & -(1-D) & E + V_o & 0 \\ (1-D) & C_1 s & I_i + I_o & 0 \\ 0 & D & E + V_o & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_1 s & -(1-D) & 0 & 0 \\ (1-D) & C_1 s & -D & 0 \\ 0 & D & L_2 s & 1 \\ 0 & 0 & -1 & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}} \quad (4.27)$$

La función de transferencia entre la corriente de control y que se denominará $i_c(s) = i_{L_1}(s) + i_{L_2}(s)$ respecto al ciclo de trabajo es (4.28):

$$\begin{aligned}
G_{id}(s) = \frac{i_c(s)}{d(s)} = & \frac{(C_1 C_2 (L_1 + L_2) (E + V_o)) s^3}{Den(s)} + \\
& + \frac{\left(((1-D)L_2 - DL_1) C_2 (I_i + I_o) + \frac{C_1 (L_1 + L_2) (E + V_o)}{R} \right) s^2}{Den(s)} - \\
& - \frac{\left(C_2 (E + V_o) + \frac{L_2 (1-D) - L_1 D}{R} (I_i + I_o) + C_1 (E + V_o) \right) s}{Den(s)} + \\
& + \frac{(1-D)(I_i + I_o) + \frac{E + V_o}{R}}{Den(s)}
\end{aligned} \tag{4.28}$$

Por otra parte la función de transferencia entre la corriente controlada y la tensión de entrada se halla al aplicar Cramer para resolver según el término independiente de la tensión de entrada (4.29) y (4.30):

$$\frac{i_{L_1}(s)}{e(s)} = \frac{\begin{vmatrix} D & -(1-D) & 0 & 0 \\ 0 & C_1 s & -D & 0 \\ D & D & L_2 s & 1 \\ 0 & 0 & -1 & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_1 s & -(1-D) & 0 & 0 \\ (1-D) & C_1 s & -D & 0 \\ 0 & D & L_2 s & 1 \\ 0 & 0 & -1 & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}} \tag{4.29}$$

Para la inductancia de salida:

$$\frac{i_{L_2}(s)}{e(s)} = \frac{\begin{vmatrix} L_1 s & -(1-D) & D & 0 \\ (1-D) & C_1 s & 0 & 0 \\ 0 & D & D & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_1 s & -(1-D) & 0 & 0 \\ (1-D) & C_1 s & -D & 0 \\ 0 & D & L_2 s & 1 \\ 0 & 0 & -1 & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}} \tag{4.30}$$

Con lo que la función de transferencia es (4.31):

$$G_{ie}(s) = \frac{i_c(s)}{e(s)} = \frac{(DC_1C_2(L_1 + L_2))s^3 + \left(\frac{DC_1(L_1 + L_2)}{R}\right)s^2 + D(C_1 + C_2)s + \frac{D}{R}}{Den(s)} \quad (4.31)$$

4.4. Modelo dinámico y de pequeña señal con pérdidas

En la Fig. 4.3 se muestra el esquema con las resistencias de pérdidas de los condensadores y las inductancias:

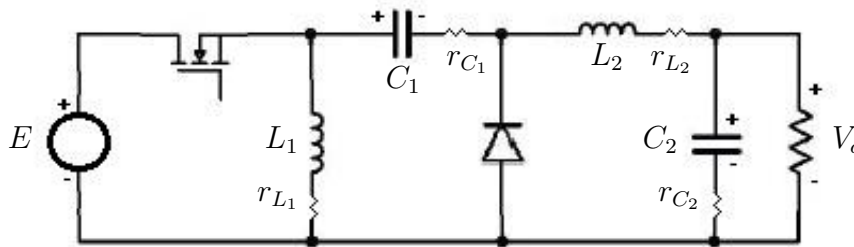


Figura 4.3: Etapa de potencia del convertidor Zeta con las pérdidas en las inductancias y los condensadores

Aplicando el método del promediado de circuitos como en la sección 4.2, el valor de la fuente de corriente controlada será la corriente promedio que circule por el transistor cuando esté cerrado por el valor promedio del ciclo de trabajo (en este caso el valor de la corriente que circula por el transistor será el mismo que para el caso de componentes ideales: $i(t) = i_{L_1}(t) + i_{L_2}(t)$), y el valor de la fuente de tensión controlada será la tensión promedio que soporta el diodo estando abierto (en este caso hay que restar la caída de tensión que se produce en la resistencia del condensador de paso quedando: $v(t) = e(t) - v_{C_1}(t) - r_{C_1} i_{L_2}(t)$). En la Fig. 4.4 aparece el circuito promediado:

La ecuación (4.32a) representa la corriente de la fuente de corriente del circuito promediado y la ecuación (4.32b) es la tensión de la fuente de tensión del circuito promediado:

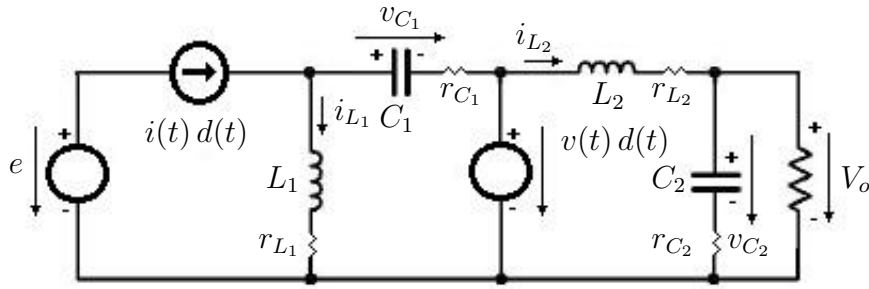


Figura 4.4: Circuito promediado del convertidor Zeta con pérdidas en inductancias y condensadores

$$i^*(t) d^*(t) = (i_{L_1}^*(t) + i_{L_2}^*(t)) d^*(t) \quad (4.32a)$$

$$v^*(t) d^*(t) = (e^*(t) - v_{C_1}^*(t) - r_{C_1} i_{L_2}^*(t)) d^*(t) \quad (4.32b)$$

Si se resuelve el circuito promediado se obtendrá el sistema de ecuaciones que describe el modelo dinámico del circuito con pérdidas.

Empezando con la primera variable de estado que es la corriente que circula por la inductancia L_1 se obtiene (4.33):

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_{L_1}^*(t)}{dt} &= v_{C_1}^*(t) + (e^*(t) - v_{C_1}^*(t) - r_{C_1} i_{L_2}^*(t)) d^*(t) + r_{C_1} i_{L_2}^*(t) - r_{L_1} i_{L_1}^*(t) = \\ &= (1 - d^*(t)) v_{C_1}^*(t) - (r_{L_1} + r_{C_1} (1 - d^*(t))) i_{L_1}^*(t) + d^*(t) e^*(t) \end{aligned} \quad (4.33)$$

Linealizando se obtiene (4.34):

$$\begin{aligned} L_1 \frac{d\hat{i}_{L_1}(t)}{dt} &= [(1 - D) V_{C_1} - (r_{L_1} + (1 - D) r_{C_1}) I_{L_1} + D E] + \\ &+ (1 - D) (v_{C_1}^*(t) - V_{C_1}) - (r_{L_1} + (1 - D) r_{C_1}) (i_{L_1}^*(t) - I_{L_1}) + \\ &+ (E - V_{C_1} + r_{C_1} I_{L_1}) (d^*(t) - D) + D (e^*(t) - E) = \\ &= (1 - D) \hat{v}_{C_1}(t) - (r_{L_1} + (1 - D) r_{C_1}) \hat{i}_{L_1}(t) + D \hat{e}(t) + \\ &+ (E - V_{C_1} + r_{C_1} I_{L_1}) \hat{d}(t) \end{aligned} \quad (4.34)$$

Aplicado la transformada de Laplace y reordenando términos se obtiene (4.35):

$$(L_1 s + (r_{L_1} + (1 - D) r_{C_1})) i_{L_1}(s) - (1 - D) v_{C_1}(s) = D e(s) + (E - V_{C_1} + r_{C_1} I_i) d(s) \quad (4.35)$$

Si se continúa con la corriente que circula por la inductancia L_2 se obtiene (4.36):

$$\begin{aligned} L_2 \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} &= (e^*(t) - v_{C_1}^*(t) - r_{C_1} i_{L_2}^*(t)) d^*(t) - r_{L_2} i_{L_2}^*(t) - v_o^*(t) = \\ &= -d^*(t) v_{C_1}^*(t) - (r_{L_2} + d^*(t) r_{C_1}) i_{L_2}^*(t) + e^*(t) d^*(t) - v_o^*(t) \end{aligned} \quad (4.36)$$

Linealizando se obtiene (4.37):

$$\begin{aligned} L_2 \frac{d\hat{i}_{L_2}(t)}{dt} &= [D V_{C_1} - (r_{L_2} + D r_{C_1}) I_{L_2} + D E - V_o] + \\ &\quad - D (v_{C_1}^*(t) - V_{C_1}) - (r_{L_2} + r_{C_1} D) (i_{L_2}^*(t) - I_{L_2}) + D (e^*(t) - E) - \\ &\quad - (v_o^*(t) - V_o) + (E - V_{C_1} - r_{C_1} I_{L_2}) (d^*(t) - D) = \\ &= -\hat{v}_{C_1}(t) D - (r_{L_2} + D r_{C_1}) \hat{i}_{L_2}(t) - \hat{v}_o(t) + D \hat{e}(t) + \\ &\quad + (E - V_{C_1} - r_{C_1} I_{L_2}) \hat{d}(t) \end{aligned} \quad (4.37)$$

Aplicando Laplace y agrupando términos se obtiene (4.38):

$$D v_{C_1}(s) + (L_2 s + (r_{L_2} + D r_{C_1})) i_{L_2}(s) + v_o(s) = D e(s) + (E - V_{C_1} - r_{C_1} I_{L_2}) d(s) \quad (4.38)$$

Las ecuaciones de la caída de tensión en el condensador de paso son las mismas que en el caso ideal ya que las pérdidas no afectan a las corrientes (4.39):

$$C_1 \frac{dv_{C_1}^*(t)}{dt} = -(1 - d^*(t)) i_{L_1}^*(t) + i_{L_2}^*(t) d^*(t) \quad (4.39)$$

Linealizando se obtiene (4.40):

$$C_1 \frac{d\hat{v}_{C_1}(t)}{dt} = -(1 - D) \hat{i}_{L_1}(t) + D \hat{i}_{L_2}(t) + (I_{L_1} + I_{L_2}) \hat{d}(t) \quad (4.40)$$

Aplicando Laplace y agrupando términos se obtiene (4.41):

$$C_1 s v_{C_1}(s) + (1 - D) i_{L_1}(s) - D i_{L_2}(s) = (I_{L_1} + I_{L_2}) d(s) \quad (4.41)$$

Para la variable de estado de la tensión de salida, la ecuación hay que obtenerla del balance de corrientes a la entrada del condensador de filtro y despejar la tensión del condensador. La tensión de salida es una combinación lineal de la tensión del condensador y la intensidad de salida, pero es interesante usarla como variable de estado porque generalmente es el parámetro que se quiere controlar, además de ser una variable medible.

Al aplicar la segunda ley de Kirchoff al nodo de entrada del condensador de filtro se obtiene (4.42):

$$C_2 \frac{dv_{C_2}^*(t)}{dt} = i_{L_2}^*(t) - \frac{v_o^*(t)}{R} \quad (4.42)$$

La tensión del condensador se puede expresar como una combinación lineal de la tensión de salida y la corriente que circula por la inductancia de salida (4.43):

$$v_{C_2}^*(t) = v_o^*(t) - r_{C_2} \left(i_{L_2}^*(t) - \frac{v_o^*(t)}{R} \right) = \left(\frac{R + r_{C_2}}{R} \right) v_o^*(t) - r_{C_2} i_{L_2}^*(t) \quad (4.43)$$

La derivada de la tensión del condensador será (4.44):

$$\frac{dv_{C_2}^*(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\left(\frac{R + r_{C_2}}{R} \right) v_o^*(t) - r_{C_2} i_{L_2}^*(t) \right) = \frac{R + r_{C_2}}{R} \frac{dv_o^*(t)}{dt} - r_{C_2} \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} \quad (4.44)$$

Con lo que la ecuación del modelo dinámico queda (4.45)

$$C_2 \frac{R + r_{C_2}}{R} \frac{dv_o^*(t)}{dt} - C_2 r_{C_2} \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} = i_{L_2}^*(t) - \frac{v_o^*(t)}{R} \quad (4.45)$$

Como esta ecuación no es bilineal, o sea que no tiene productos de dos variables, la ecuación linealizada es igual a la del modelo dinámico (4.46):

$$C_2 \frac{R + r_{C_2}}{R} \frac{d\hat{v}_o(t)}{dt} - C_2 r_{C_2} \frac{d\hat{i}_{L_2}(t)}{dt} = \hat{i}_{L_2}(t) - \frac{\hat{v}_o(t)}{R} \quad (4.46)$$

Aplicando Laplace y agrupando términos se obtiene (4.47):

$$\frac{(R + r_{C_2}) C_2 s + 1}{R} v_o(s) - (C_2 r_{C_2} s + 1) i_{L_2}(s) = 0 \quad (4.47)$$

El sistema de ecuaciones que describe el modelo dinámico del convertidor de Zeta con pérdidas es el compuesto por las ecuaciones (4.33), (4.36), (4.39) y (4.45) quedando como (4.48):

$$\begin{cases} L_1 \frac{di_{L_1}^*(t)}{dt} = (1 - d^*(t)) v_{C_1}^*(t) - (r_{L_1} + r_{C_1} (1 - d^*(t))) i_{L_1}^*(t) + d^*(t) e^*(t) \\ C_1 \frac{dv_{C_1}^*(t)}{dt} = -(1 - d^*(t)) i_{L_1}^*(t) + d^*(t) i_{L_2}^*(t) \\ L_2 \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} = -d^*(t) v_{C_1}^*(t) - (r_{L_2} + d^*(t) r_{C_1}) i_{L_2}^*(t) + e^*(t) d^*(t) - v_o^*(t) \\ C_2 \frac{dv_o^*(t)}{dt} = \frac{R}{R + r_{C_2}} \left(C_2 r_{C_2} \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} + i_{L_2}^*(t) - \frac{v_o^*(t)}{R} \right) \end{cases} \quad (4.48)$$

La tensión media que soporta el condensador de paso está en función de las corrientes de entrada y salida ya que las inductancias no son ideales con lo que V_{C_1} puede expresarse por la ecuación (4.49), las intensidades medias de entrada y salida son las mismas que las que circulan por las inductancias L_1 y L_2 :

$$V_{C_1} = -V_o + (r_{L_1} + (1 - D)r_{C_1})I_i - (r_{L_2} + Dr_{C_1})I_o \quad (4.49)$$

Para hallar la función de transferencia en estado estacionario se puede resolver el siguiente sistema homogéneo (4.50):

$$\begin{cases} 0 = DE + (1 - D)V_{C_1} - (r_{L_1} + (1 - D)r_{C_1})I_i \\ 0 = -(1 - D)I_i + DI_o \\ 0 = DE - DV_{C_1} - V_o - (r_{L_2} + Dr_{C_1})I_o \\ 0 = I_o - \frac{V_o}{R} \end{cases} \quad (4.50)$$

La función de transferencia de tensión en el circuito con pérdidas en función de la corriente de entrada (4.51) o de la corriente de salida (4.52) es:

$$V_o = \frac{D}{1 - D}E - rp_i I_i \quad (4.51)$$

$$V_o = \frac{D}{1 - D}E - rp_o I_o \quad (4.52)$$

Siendo las resistencias de pérdidas (4.53) y (4.54):

$$rp_i = \frac{D}{1 - D}(r_{L_1} + (1 - D)r_{C_1}) + \frac{1 - D}{D}(r_{L_2} + Dr_{C_1}) \quad (4.53)$$

$$rp_o = \frac{D^2}{(1 - D)^2}(r_{L_1} + (1 - D)r_{C_1}) + (r_{L_2} + Dr_{C_1}) \quad (4.54)$$

El sistema de ecuaciones que describe el modelo de pequeña señal del convertidor Zeta con pérdidas se describe por el sistema de ecuaciones (4.55) compuesto por las ecuaciones (4.34), (4.37), (4.40) y (4.46). A partir de este punto se cambiará la notación para acortar un poco las ecuaciones ($D' = (1 - D)$):

$$\left\{ \begin{array}{l} L_1 \frac{d\hat{i}_{L_1}(t)}{dt} = D\hat{e}(t) + D'\hat{v}_{C_1}(t) - (r_{L_1} + D'r_{C_1})\hat{i}_{L_1} + \\ \quad + (E - V_{C_1} + r_{C_1}I_{L_1})\hat{d}(t) \\ C_1 \frac{d\hat{v}_{C_1}(t)}{dt} = -D'\hat{i}_{L_1}(t) + D\hat{i}_{L_2}(t) + (I_{L_1} + I_{L_2})\hat{d}(t) \\ L_2 \frac{d\hat{i}_{L_2}(t)}{dt} = -D\hat{v}_{C_1}(t) - (r_{L_2} + D'r_{C_1})\hat{i}_{L_2}(t) + D\hat{e}(t) - \hat{v}_o(t) + \\ \quad + (E - V_{C_1} - r_{C_1}I_{L_2})\hat{d}(t) \\ C_2 \frac{R + r_{C_2}}{R} \cdot \frac{d\hat{v}_o(t)}{dt} - C_2 r_{C_2} \frac{d\hat{i}_{L_2}(t)}{dt} = \hat{i}_{L_2}(t) - \frac{\hat{v}_o(t)}{R} \end{array} \right. \quad (4.55)$$

4.5. Funciones de transferencia con pérdidas

Análogamente a la sección 2.5 de aquí en adelante, se cambia de forma de trabajo a la propuesta en la referencia [Cen08] que al automatizar los cálculos permite obtener directamente con MatLab o GNU Octave las funciones de transferencia concretas. Se han dibujado los diagramas de Bode con los valores numéricos de un ejemplo de Erickson (pag. 430 de [EM01]). En el Apéndice A se muestra la equivalencia de unas ecuaciones y otras para los dos métodos con unos valores de ejemplo de [EM01] y [RV06].

En la figura Fig. 4.5 se muestra la configuración del convertidor Zeta para poder substituir el modelo del interruptor PWM del doctor Vorpèrian.

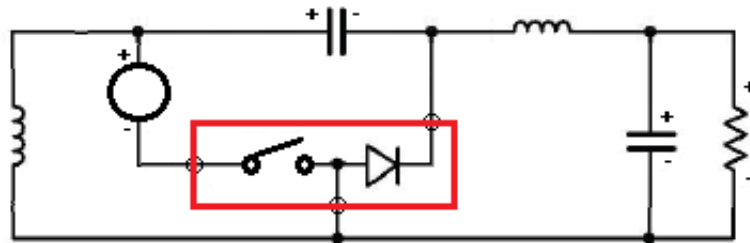


Figura 4.5: Interruptor PWM en convertidor Zeta para el modelo de Vorpèrian

4.5.1. Modo de conducción continua

Para aplicar el método de promediado de circuitos se substituirá el interruptor por una fuente de corriente controlada y el diodo por una fuente de tensión controlada como muestra la Fig. 4.6.

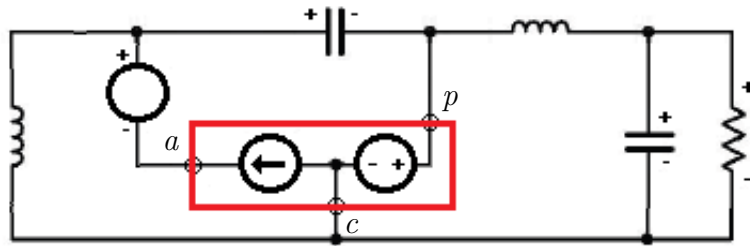


Figura 4.6: Modelo promediado de circuitos para el convertidor Zeta

La aplicación del método de promediado de circuitos del Dr. Vorpèrian al circuito con pérdidas de la Fig. 2.3, a través del programa SAPWIN [oFDoET01], para obtener la función de transferencia tensión de salida ciclo de trabajo , se muestra en la Fig. 4.7:

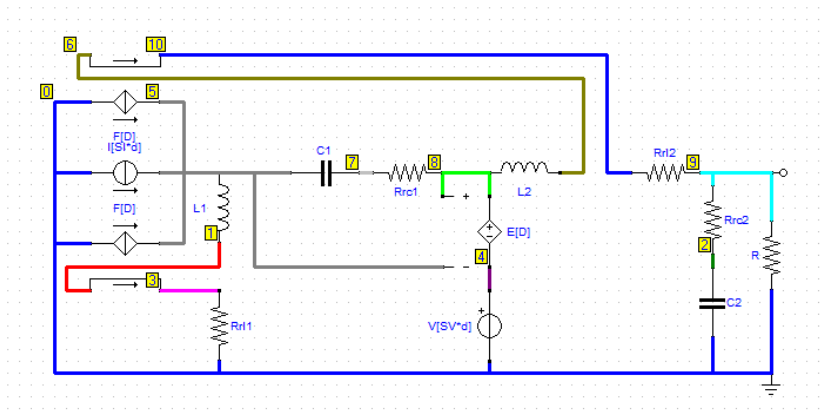


Figura 4.7: Esquema SAPWIN para la FT tensión de salida ciclo de trabajo en MCC

A fin de simplificar el esquema se ha substituido $E - V_{C_1} = E + V_o$ por SV y la suma de corrientes $I_{L_1} + I_{L_2}$ por SI .

Procesando la salida con el programa de traducción a MATLAB / GNU Octave y aplicando los valores del ejemplo se obtiene el diagrama de Bode.

De la misma forma se aplica a la función de transferencia tensión de salida tensión de entrada de la Fig. 4.8:

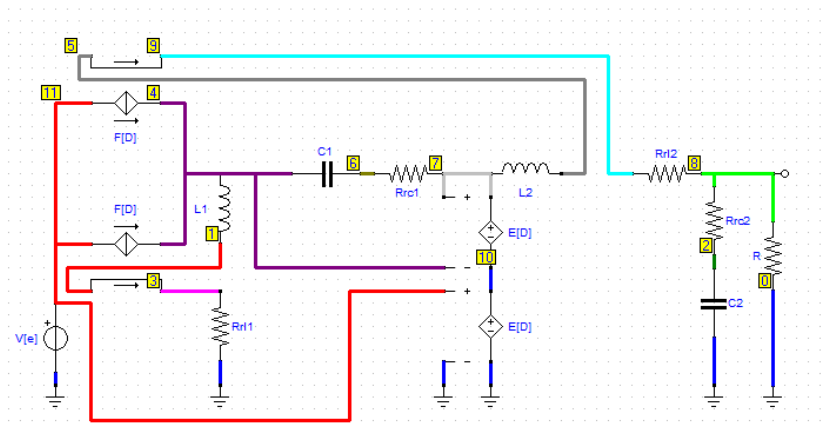


Figura 4.8: Esquema SAPWIN para la FT tensión de salida tensión de entrada en MCC

4.5.2. Modo de conducción discontinua

En los convertidores PWM de un solo transistor y un solo diodo como son los de la clase del convertidor de Ćuk el modo de conducción discontinua de corriente en la bobina DICM ocurre cuando se anula la corriente del diodo antes de que finalice el tiempo de desconexión del transistor [MC91]. El resultado de aplicar el modelo del interruptor en modo de conducción discontinua de doctor Vorpèrian que se describe en el apéndice A en la Fig. A.9, esta figura se repite para facilitar el desarrollo del tema.

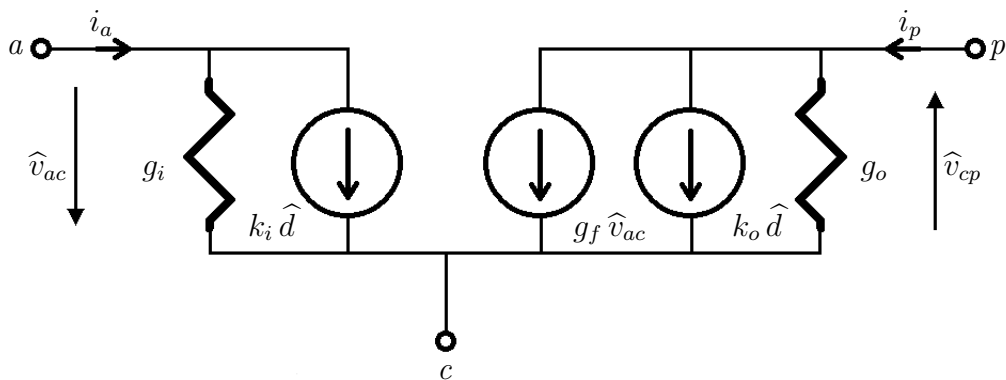


Figura 4.9: Modelo promediado de interruptor PWM en MCD

En el modo de conducción discontinua según Erickson [EM01] existen dos aproximaciones una de baja frecuencia [Vor90c] y otra de alta frecuencia. Aplicando el método de promediado de circuitos del Dr. Vorpèrian a través del programa SAPWIN [oFDoET01] como se muestra en la Fig. 4.10.

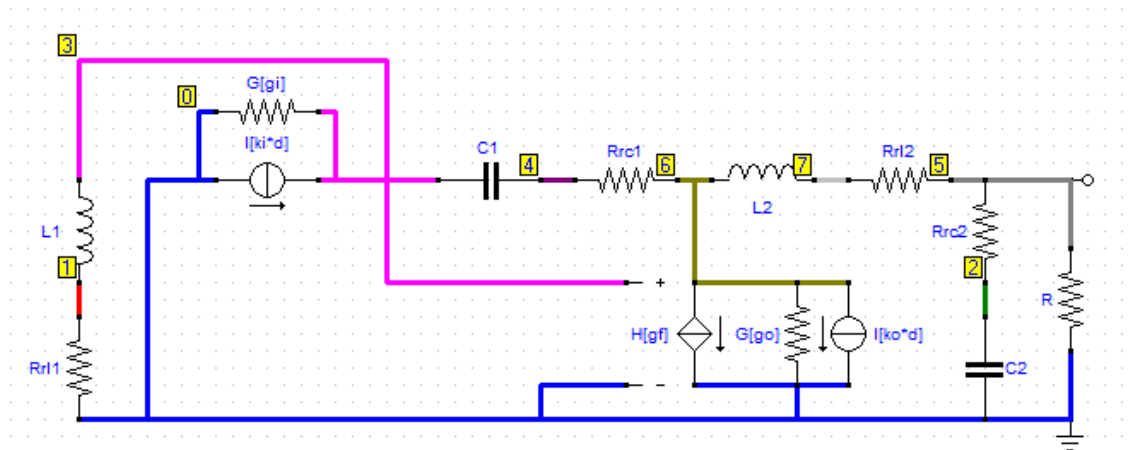


Figura 4.10: Esquema SAPWIN para la FT tensión de salida ciclo de trabajo en MCD

Hay que tener en cuenta que $V_{ac} = E$, $V_{cp} = V_o$, $I_a = I_i$ y $I_p = I_o$. El esquema en el programa SAPWIN se muestra en la Fig. 4.10.

De la misma forma se aplica a la función de transferencia tensión de salida tensión de entrada de la Fig. 4.11:

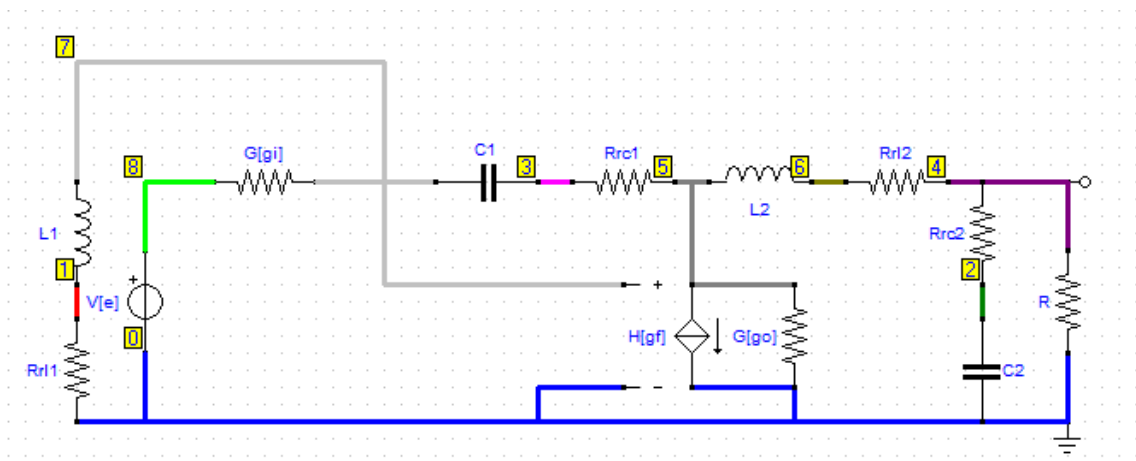


Figura 4.11: Esquema SAPWIN para la FT tensión de salida tensión de entrada en MCD

4.5.3. Aplicación numérica y diagramas de Bode

Los valores aplicados son los siguientes.

$$\begin{array}{ll} E = 120\text{V} & D = 0,4 \\ L_1 = 500\mu\text{H} & r_{L_1} = 0,1\Omega \\ C_1 = 47\mu\text{F} & r_{C_1} = 0\Omega \\ L_2 = 100\mu\text{H} & r_{L_2} = 0,02\Omega \\ C_2 = 200\mu\text{F} & r_{C_2} = 0\Omega \end{array}$$

El cambio del modo de conducción viene determinado por el coeficiente de conducción crítica [JSU92] que en este caso es $K_{crit} = (1 - D)^2 = 0,36$.

$$K_{crit} = (1 - D)^2 \begin{cases} \text{if } \frac{2 F_{sw}}{R} \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} < K_{crit} \Rightarrow DCM \\ \text{if } \frac{2 F_{sw}}{R} \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} > K_{crit} \Rightarrow CCM \end{cases} \quad (4.56)$$

Para una frecuencia de conmutación de $F_{sw} = 100\text{kHz}$, con una resistencia de $R = 40\Omega$ el resultado es $0,42 > 0,36$ por lo tanto está en MCC, mientras que para una resistencia de $R = 50\Omega$ el resultado es $0,33 < 0,36$, el modo de conducción es MCD.

Se han graficado el diagrama de Bode para el modo de conducción continua y discontinua en el mismo gráfico, obteniéndose los siguientes datos, por un lado se han listado los resultados de texto y por el otro se muestra la imagen de la figura del diagrama de Bode.

Listado del resultado de la función de transferencia tensión de salida ciclo de trabajo en el modo de conducción continua:

Duty-Cycle to Output-Voltage T.F. in Continuous Conduction Mode:

```
E = 120 V
L1 = 500 uH
L2 = 100 uH
C1 = 47 uF
C2 = 200 uH
R = 40 Ohm
D = 0.4
r11 = 0.10 Ohm
r12 = 0.02 Ohm
rc1 = 0.00 Ohm
rc2 = 0.00 Ohm
Vo = 80.05 V
Ii = 1.33 A
Io = 2.00 A
rpo = -0.02 Ohm
```

Transfer function 'Vod_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{0.000188 s^2 + 0.01094 s + 4796}{1.88e-14 s^4 + 9.87e-12 s^3 + 1.87e-06 s^2 + 0.0004897 s + 14.42}$$

Continuous-time model.

polos =
 -131.5 + 9535.8i
 -131.5 - 9535.8i
 -131.0 + 2901.4i
 -131.0 - 2901.4i

ceros =
 -29.1 + 5049.9i
 -29.1 - 5049.9i

Listado del resultado de la función de transferencia tensión de salida ciclo de trabajo en el modo de conducción discontinua:

Duty-Cycle to Output-Voltage T.F. in Discontinuous Conduction Mode:

Fsw = 100 kHz
 R = 50 Ohm
 Vo = 83.14 V
 Ii = 1.15 A
 Io = 1.66 A

Transfer function 'Vod_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{-3.001e-06 s^2 - 0.006586 s - 416.9}{1.347e-15 s^4 + 2.828e-10 s^3 + 2.201e-07 s^2 + 0.01239 s + 2.002}$$

Continuous-time model.

polos =
 -2.0937e+05 + 0.0000e+00i
 -2.0441e+02 + 6.6188e+03i
 -2.0441e+02 - 6.6188e+03i
 -1.6192e+02 + 0.0000e+00i

ceros =
 -1.0974e+03 + 1.1736e+04i
 -1.0974e+03 - 1.1736e+04i

Josep M. Valls

Diagrama de Bode de la función de transferencia tensión de salida ciclo de trabajo para los modos de conducción continuo y discontinuo:

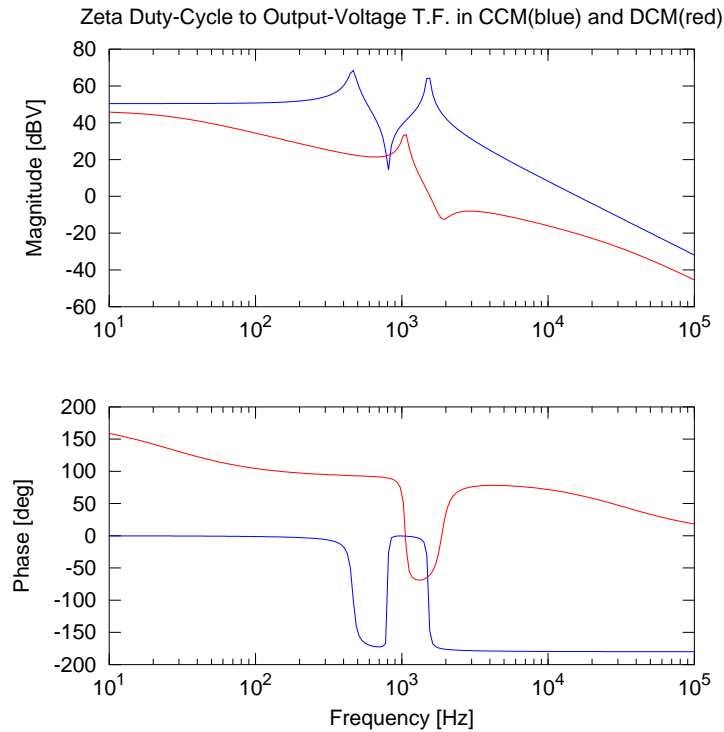


Figura 4.12: Bode diagrams of control to output TF

Listado de los resultados de la función de transferencia tensión de salida tensión de entrada en el modo de conducción continua:

Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in Continuous Conduction Mode:

$E = 120 \text{ V}$
 $L1 = 500 \text{ uH}$
 $L2 = 100 \text{ uH}$
 $C1 = 47 \text{ uF}$
 $C2 = 200 \text{ uH}$
 $R = 40 \text{ Ohm}$
 $D = 0.4$
 $r11 = 0.10 \text{ Ohm}$
 $r12 = 0.02 \text{ Ohm}$
 $rc1 = 0.00 \text{ Ohm}$
 $rc2 = 0.00 \text{ Ohm}$
 $V_o = 80.05 \text{ V}$

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

```

Ii = 1.33 A
Io = 2.00 A
rpo = -0.02 Ohm

```

Transfer function 'Vod_tf' from input 'u1' to output ...

```

              3.76e-07 s^2 + 7.52e-05 s + 9.6
y1: -----
      1.88e-14 s^4 + 9.87e-12 s^3 + 1.87e-06 s^2 + 0.0004897 s + 14.42

```

Continuous-time model.

```

polos =
-131.5 + 9535.8i
-131.5 - 9535.8i
-131.0 + 2901.4i
-131.0 - 2901.4i

```

```

ceros =
-100.0 + 5051.9i
-100.0 - 5051.9i

```

Listado de los resultados de la función de transferencia tensión de salida tensión de entrada en el modo de conducción discontinua:

Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in Discontinuous Conduction Mode:

```

Fsw = 100 kHz
R = 50 Ohm
Vo = 83.14 V
Ii = 1.15 A
Io = 1.66 A

```

Transfer function 'Vod_tf' from input 'u1' to output ...

```

              1.128e-08 s^2 - 4.395e-06 s - 0.00133
y1: -----
      1.347e-15 s^4 + 2.828e-10 s^3 + 2.201e-07 s^2 + 0.01239 s + 2.002

```

Continuous-time model.

```

polos =
-2.0937e+05 + 0.0000e+00i
-2.0441e+02 + 6.6188e+03i
-2.0441e+02 - 6.6188e+03i
-1.6192e+02 + 0.0000e+00i

```

```

ceros =
589.63
-200.00

```

Josep M. Valls

Diagrama de Bode de la función de transferencia tensión de salida tensión de entrada para los modos de conducción continuo y discontinuo:

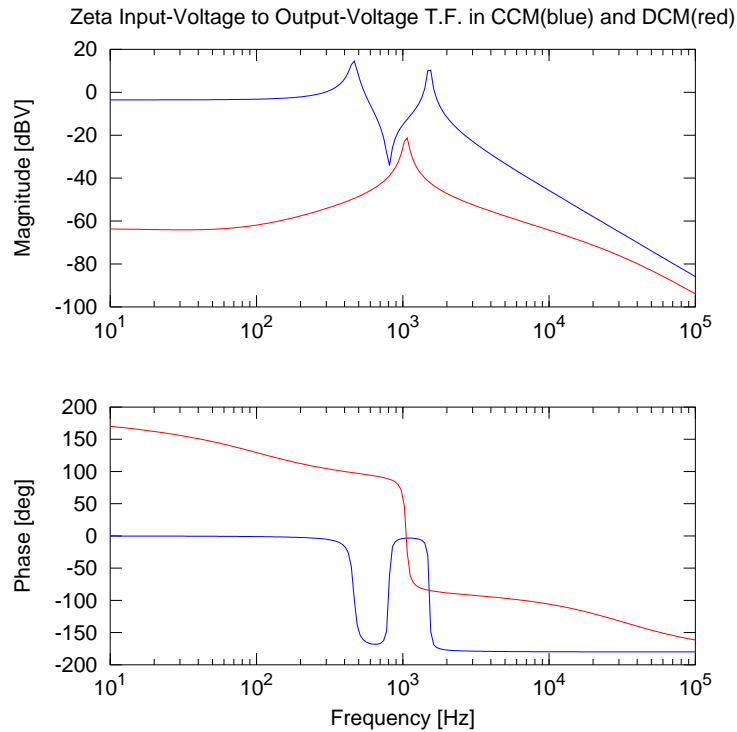


Figura 4.13: Bode diagrams of line to output TF

Conclusión

El estudio analítico de las funciones de transferencia del convertidor Zeta se puede abordar con un programa de procesamiento simbólico como Matlab u Octave, pero cuando se añaden las resistencias de pérdidas de inductancias y condensadores es necesario un programa como SAPWIN para la obtención de la función de transferencia y usar un programa de cálculo matemático para hacer el análisis numérico y la obtención de polos, ceros y diagramas de Bode.

Capítulo 5

Convertidor X

Resumen

El presente capítulo describe el convertidor X, sus modelos dinámicos y de pequeña señal con o sin pérdidas y las funciones de transferencia de gran señal y de pequeña señal para aplicar un control clásico. Se hace el estudio tanto en MCC como en MCD.

5.1. Introducción

El convertidor X fue presentado por el autor [Val14] en el congreso *Seminario Anual de Automática, Electrónica industrial e Instrumentación* en junio del año 2014.

Con posterioridad a la síntesis por parte del autor del convertidor X se encontró una referencia [VI12] donde, usando un razonamiento parecido para la deducción del convertidor X, se encuentra el mismo, denominándolo the "missing" converter (pag. 17 Fig 1.16 del capítulo 1 "Converter Topologies" de los autores Siew-Chong Tan and Chi Kong Tse).

Otra referencia de este convertidor es [Wil14], en este artículo Barry W. Williams analiza varias topologías y en este artículo aparece el convertidor X como "New Q5".

Este convertidor no destaca por sus características que son las peores del resto de la clase, en el sentido que tanto la corriente de entrada al convertidor como la de salida son pulsantes. La importancia de este convertidor es el completar la clase de convertidores de la clase del de Ćuk .

En la Fig. 5.1 se presenta de forma esquemática el circuito de potencia del convertidor

de X. La tensión de entrada se marcará con la letra e , el condensador de paso será C_1 , la inductancia de la etapa de entrada se especificará como L_1 , la inductancia de la etapa de salida se señalará por L_2 , el condensador de salida por C_2 y la tensión de salida por v_o . Se señalarán en mayúsculas los valores medios constantes del punto de trabajo.

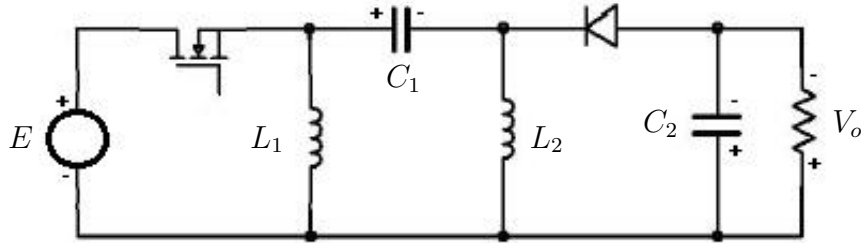


Figura 5.1: Etapa de potencia del convertidor X

Para analizar el circuito y encontrar el sistema de ecuaciones del modelo dinámico se usará el método de promediado de circuitos. Se emplearán como variables de estado las corrientes de las bobinas i_{L_1} e i_{L_2} , la tensión del condensador de paso v_{C_1} y la tensión de salida v_o , en minúsculas al considerarse valores instantáneos.

5.2. Modelo dinámico y de pequeña señal

La aplicación de los conceptos usados en el modelo dinámico promediado de los convertidores de energía, lleva en el caso de las fuentes conmutadas a substituir el interruptor principal por una fuente de corriente controlada y el interruptor secundario por una fuente de tensión controlada. El valor de la fuente de corriente será la corriente promedio que circule por el transistor cuando esté cerrado por el valor promedio del ciclo de trabajo (en este caso la corriente que circula por el transistor será: $i(t) = i_{L_1}(t) + i_{L_2}(t)$) y el valor de la fuente de tensión será la tensión promedio que soporta el diodo estando abierto por el valor promedio del ciclo de trabajo (en este caso el valor de la tensión que debe soportar el diodo será: $v(t) = e(t) - v_{C_1}(t) + v_o(t)$). En la Fig. 5.2 aparece el circuito promediado:

La ecuación (5.1a) representa la corriente de la fuente de corriente del circuito promediado y la ecuación (5.1b) es la tensión de la fuente de tensión del circuito promediado:

$$i^*(t) d^*(t) = (i_{L_1}^*(t) + i_{L_2}^*(t)) d^*(t) \quad (5.1a)$$

$$v^*(t) d^*(t) = (e^*(t) - v_{C_1}^*(t) + v_o^*(t)) d^*(t) \quad (5.1b)$$

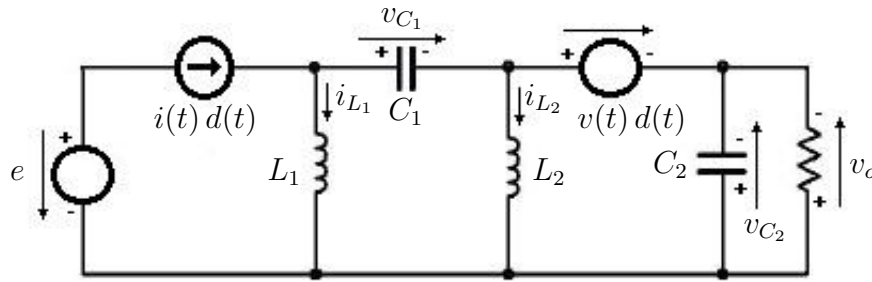


Figura 5.2: Circuito promediado del convertidor X

Para hallar el modelo dinámico se procederá a aplicar las leyes de Kirchoff de tensión y corriente al modelo de circuito promediado, para posteriormente aislar cada una de las cuatro variables de estado. Si se aplica la ley de Kirchoff de tensión a la malla compuesta por la inductancia de entrada L_1 , el condensador de paso C_1 , la fuente de tensión que substituye al diodo y cuya tensión se expresa por la ecuación (5.1b) y la tensión de salida v_o , se obtiene la ecuación (5.2) que es la primera ecuación de estado del convertidor:

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_{L_1}^*(t)}{dt} &= v_{C_1}^*(t) + (e^*(t) - v_{C_1}^*(t) + v_o^*(t)) d^*(t) - v_o^*(t) = \\ &= (1 - d^*(t)) v_{C_1}^*(t) - (1 - d^*(t)) v_o^*(t) + e^*(t) d^*(t) \end{aligned} \quad (5.2)$$

Si se procede de igual forma para obtener la ecuación de estado del modelo dinámico correspondiente a la segunda variable de estado i_{L_2} en la malla compuesta por L_2 , la fuente de tensión que substituye al diodo y la tensión de salida v_o , se obtiene la ecuación (5.3):

$$\begin{aligned} L_2 \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} &= (e^*(t) - v_{C_1}^*(t) + v_o^*(t)) d^*(t) - v_o^*(t) = \\ &= e^*(t) d^*(t) - v_{C_1}^*(t) d^*(t) - (1 - d^*(t)) v_o^*(t) \end{aligned} \quad (5.3)$$

Procediendo de la misma forma se puede aplicar la ley de Kirchoff de la corriente al nudo de entrada del condensador de paso C_1 y se obtiene la tercera ecuación del modelo dinámico del convertidor (5.4):

$$\begin{aligned} C_1 \frac{dv_{C_1}^*(t)}{dt} &= (i_{L_1}^*(t) + i_{L_2}^*(t)) d^*(t) - i_{L_1}^*(t) = \\ &= i_{L_2}^*(t) d^*(t) - (1 - d^*(t)) i_{L_1}^*(t) \end{aligned} \quad (5.4)$$

Finalmente se puede hacer lo mismo con la tensión de salida como cuarta variable de estado, ya que es la misma tensión que el condensador de salida. En el caso de componentes reales, como se verá más adelante, la diferencia entre la tensión de salida y la del condensador es la caída en la resistencia interna del mismo. De cara a las funciones de transferencia es interesante la tensión de salida que es una variable observable en vez

de la tensión del condensador que es no observable. La cuarta ecuación del modelo dinámico será en este caso (5.5):

$$C_2 \frac{dv_o^*(t)}{dt} = i_{L_1}^*(t) + i_{L_2}^*(t) - (i_{L_1}^*(t) + i_{L_2}^*(t)) d^*(t) - \frac{v_o^*(t)}{R} \quad (5.5)$$

Agrupando las ecuaciones de las cuatro variables de estado, (5.2), (5.3), (5.4) y (5.5), se obtiene el sistema de ecuaciones que describe el modelo dinámico (5.6):

$$\begin{cases} L_1 \frac{di_{L_1}^*(t)}{dt} = (1 - d^*(t)) v_{C_1}^*(t) - (1 - d^*(t)) v_o^*(t) + e^*(t) d^*(t) \\ C_1 \frac{dv_{C_1}^*(t)}{dt} = i_{L_2}^*(t) d^*(t) - (1 - d^*(t)) i_{L_1}^*(t) \\ L_2 \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} = e^*(t) d^*(t) - v_{C_1}^*(t) d^*(t) - (1 - d^*(t)) v_o^*(t) \\ C_2 \frac{dv_o^*(t)}{dt} = (1 - d^*(t)) (i_{L_1}^*(t) + i_{L_2}^*(t)) - \frac{v_o^*(t)}{R} \end{cases} \quad (5.6)$$

En estado estacionario o el punto de equilibrio, las derivadas de las variables de estado serán cero ya que el valor de estas es constante, con lo que el sistema de ecuaciones puede escribirse como (5.7):

$$\begin{cases} 0 = (1 - D) (V_{C_1} - V_o) + D E \\ 0 = D I_{L_2} - (1 - D) I_{L_1} \\ 0 = D E - D V_{C_1} - (1 - D) V_o \\ 0 = (1 - D) (I_{L_1} + I_{L_2}) - \frac{1}{R} V_o \end{cases} \quad (5.7)$$

Si se procede a linealizar (5.2) se obtiene la ecuación del modelo de pequeña señal (5.8) después de simplificar y hacer el cambio de variables:

$$\begin{aligned} L_1 \frac{d\hat{i}_{L_1}(t)}{dt} &= [(1 - D) V_{C_1} - (1 - D) V_o + D E] + \\ &D (e^*(t) - E) + (1 - D) (v_{C_1}^*(t) - V_{C_1}) - (1 - D) (v_o^*(t) - V_o) + \\ &+ (E - V_{C_1} + V_o) (d^*(t) - D) = \\ &= D \hat{e}(t) + (1 - D) \hat{v}_{C_1}(t) - (1 - D) \hat{v}_o(t) + (E - V_{C_1} + V_o) \hat{d}(t) \end{aligned} \quad (5.8)$$

Si se aplica la transformada de Laplace y se agrupan a la izquierda los términos de las variables de estado y a la derecha el resto, nos queda (5.9):

$$L_1 s \hat{i}_{L_1}(s) - (1 - D) v_{C_1}(t) + (1 - D) v_o(t) = D e(s) + (E - V_{C_1} + V_o) d(s) \quad (5.9)$$

Linealizando (5.3) se obtiene la ecuación (5.10):

$$\begin{aligned}
L_2 \frac{d\hat{i}_{L_2}(t)}{dt} &= [D E - D V_{C_1} - (1 - D) V_o] + D (e^*(t) - E) - D (v_{C_1}^*(t) - V_{C_1}) - \\
&\quad -(1 - D) (v_o^*(t) - V_o) + (E - V_{C_1} + V_o) (d^*(t) - D) = \\
&= D \hat{e}(t) - D \hat{v}_{C_1}(t) - (1 - D) \hat{v}_o(t) + (E - V_{C_1} + V_o) \hat{d}(t)
\end{aligned} \tag{5.10}$$

Aplicando Laplace y agrupando términos se obtiene (5.11):

$$L_2 s \hat{i}_{L_2}(s) + D v_{C_1}(s) + (1 - D) v_o(s) = D e(s) + (E - V_{C_1} + V_o) d(s) \tag{5.11}$$

Linealizando (5.4) se obtiene la ecuación del modelo de pequeña señal (5.12):

$$\begin{aligned}
C_1 \frac{d\hat{v}_{C_1}(t)}{dt} &= [D I_{L_2} - (1 - D) I_{L_1}] + D (i_{L_2}^*(t) - I_{L_2}) - \\
&\quad -(1 - D) (i_{L_1}^*(t) - I_{L_1}) + (I_{L_1} + I_{L_2}) (d^*(t) - D) = \\
&= D \hat{i}_{L_2}(t) - (1 - D) \hat{i}_{L_1}(t) + (I_{L_1} + I_{L_2}) \hat{d}(t)
\end{aligned} \tag{5.12}$$

Aplicando Laplace y agrupando términos se obtiene (5.13):

$$C_1 s v_{C_1}(s) + (1 - D) i_{L_1}(s) - D i_{L_2}(s) = (I_{L_1} + I_{L_2}) d(s) \tag{5.13}$$

Linealizando (5.5) se obtiene la ecuación (5.14):

$$\begin{aligned}
C_2 \frac{d\hat{v}_o(t)}{dt} &= \left[(1 - D) (I_{L_1} + I_{L_2}) - \frac{V_o}{R} \right] + \\
&\quad + (1 - d^*(t)) (i_{L_1}^*(t) - I_{L_1}) + (1 - d^*(t)) (i_{L_2}^*(t) - I_{L_2}) - \frac{1}{R} (v_o^*(t) - V_o) = \\
&= (1 - D) \hat{i}_{L_1}(t) + (1 - D) \hat{i}_{L_2}(t) - \frac{1}{R} \hat{v}_o(t) - (I_{L_1} + I_{L_2}) \hat{d}(t)
\end{aligned} \tag{5.14}$$

Aplicando Laplace y agrupando términos se obtiene (5.15):

$$\left(C_2 s + \frac{1}{R} \right) v_o(s) - (1 - D) i_{L_1}(s) - (1 - D) i_{L_2}(s) = -(I_{L_1} + I_{L_2}) d(s) \tag{5.15}$$

5.3. Funciones de transferencia

De (5.7) es fácil deducir la función de transferencia en modo de conducción continuo, por ejemplo a través de la primera y tercera ecuaciones de este sistema homogéneo (5.16):

$$V_o = \frac{D}{1-D} E \quad (5.16)$$

Esta ecuación concuerda con la definición de la tensión de salida, ya que se ha definido como positiva. Otro valor importante es el de la tensión media que cae en el condensador de paso V_{C_1} y que se puede obtener eliminando el ciclo de trabajo de las dos ecuaciones anteriores y se obtiene (5.17):

$$V_{C_1} = 0 \quad (5.17)$$

También se puede encontrar la función de transferencia entre la corriente de entrada y la de salida. La corriente de salida puede expresarse como $I_o = V_o/R$ que corresponde con I_{L_2} obtenida de la cuarta ecuación del sistema (5.7). De forma análoga se puede derivar que la corriente de entrada I_i es igual a la corriente media de la bobina de entrada I_{L_1} , con lo que la función de transferencia de las corrientes será (5.18):

$$I_o = \frac{1-D}{D} I_i \quad (5.18)$$

Que puede derivarse también de la segunda ecuación del sistema homogéneo (5.7).

El modelo promediado de pequeña señal está compuesto por las ecuaciones (5.8), (5.10), (5.12) y (5.14) quedando como (5.19):

$$\left\{ \begin{array}{l} L_1 \frac{d\hat{i}_{L_1}(t)}{dt} = \hat{e}(t) + (1-D)\hat{v}_{C_1}(t) - (1-D)\hat{v}_o(t) + (E - V_{C_1} + V_o)\hat{d}(t) \\ C_1 \frac{d\hat{v}_{C_1}(t)}{dt} = D\hat{i}_{L_2}(t) - (1-D)\hat{i}_{L_1}(t) + (I_{L_1} + I_{L_2})\hat{d}(t) \\ L_2 \frac{d\hat{i}_{L_2}(t)}{dt} = D\hat{e}(t) - D\hat{v}_{C_1}(t) - (1-D)\hat{v}_o(t) + (E - V_{C_1} + V_o)\hat{d}(t) \\ C_2 \frac{d\hat{v}_o(t)}{dt} = (1-D)\hat{i}_{L_1}(t) + (1-D)\hat{i}_{L_2}(t) - \frac{1}{R}\hat{v}_o(t) - (I_{L_1} + I_{L_2})\hat{d}(t) \end{array} \right. \quad (5.19)$$

De forma matricial agrupando las variables de estado en la matriz de sistema, (5.9), (5.11), (5.13) y (5.15) y dejando los términos independientes a la derecha queda la ecuación (5.20):

Hay que tener en cuenta que $V_{C_1} = 0$ y que la corriente media de las bobinas es la de entrada y salida respectivamente.

$$\begin{pmatrix} L_1 s & -(1-D) & 0 & (1-D) \\ (1-D) & C_1 s & -D & 0 \\ 0 & D & L_2 s & (1-D) \\ -(1-D) & 0 & -(1-D) & \frac{1}{R} + C_2 s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{L_1}(s) \\ v_{C_1}(s) \\ i_{L_2}(s) \\ v_o(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E + V_o \\ I_i + I_o \\ E + V_o \\ -(I_i + I_o) \end{pmatrix} d(s) + \begin{pmatrix} D \\ 0 \\ D \\ 0 \end{pmatrix} e(s) \quad (5.20)$$

Para obtener la función de transferencia de la tensión de salida respecto del ciclo de trabajo se aplica Cramer de la siguiente forma (5.21):

$$\frac{v_o(s)}{d(s)} = \frac{\begin{vmatrix} L_1 s & -(1-D) & 0 & E + V_o \\ (1-D) & C_1 s & -D & I_i + I_o \\ 0 & D & L_2 s & E + V_o \\ -(1-D) & 0 & -(1-D) & -(I_i + I_o) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_1 s & -(1-D) & 0 & (1-D) \\ (1-D) & C_1 s & -D & 0 \\ 0 & D & L_2 s & (1-D) \\ -(1-D) & 0 & -(1-D) & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}} \quad (5.21)$$

Haciendo los cálculos oportunos el desarrollo de los determinantes nos da la función de transferencia (5.22):

$$G_{vd}(s) = \frac{v_o(s)}{d(s)} = \frac{Num1(s)}{Den1(s)} \quad (5.22)$$

Siendo $Num1(s)$ (5.23a) y $Den1(s)$ (5.23b):

$$\begin{aligned} Num1(s) &= -(C_1 L_1 L_2 (I_i + I_o)) s^3 + (C_1 (L_1 + L_2) (1-D) (E + V_o)) s^2 - \\ &\quad -(L_1 D (I_i + I_o)) s + (1-D) (E + V_o) \end{aligned} \quad (5.23a)$$

$$\begin{aligned} Den1(s) &= (C_1 C_2 L_1 L_2) s^4 + \frac{C_1 L_1 L_2}{R} s^3 + \\ &\quad + (C_2 L_1 D^2 + C_1 L_1 (1-D)^2 + C_1 L_2 (1-D)^2 + C_2 L_2 (1-D)^2) s^2 + \\ &\quad + \left(\frac{L_1 D^2}{R} + \frac{L_2 (1-D)^2}{R} \right) s + (1-D)^2 \end{aligned} \quad (5.23b)$$

Se puede proceder de la misma forma para obtener la función de transferencia de la tensión de salida respecto de la tensión de entrada (5.24):

$$\frac{v_o(s)}{e(s)} = \frac{\begin{vmatrix} L_1 s & -(1-D) & 0 & D \\ (1-D) & C_1 s & -D & 0 \\ 0 & D & L_2 s & D \\ -(1-D) & 0 & -(1-D) & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_1 s & -(1-D) & 0 & (1-D) \\ (1-D) & C_1 s & -D & 0 \\ 0 & D & L_2 s & (1-D) \\ -(1-D) & 0 & -(1-D) & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}} \quad (5.24)$$

El denominador es el mismo que el de la función de transferencia anterior (5.23b), ya que el determinante del denominador no ha cambiado, con lo que al desarrollar el numerador se obtiene (5.25):

$$G_{ve}(s) = \frac{v_o(s)}{e(s)} = \frac{(D(1-D)C_1(L_1+L_2))s^2 + D(1-D)}{Den1(s)} \quad (5.25)$$

Hay otra función de transferencia que es preciso conocer si se hace un control por pico de corriente, en este caso se debe encontrar la relación entre la suma de las corrientes que circulan por cada una de las inductancias, que será la función que se controla. Para ello se encontrará la función de transferencia para cada una de las corrientes (5.26), (5.27) y se sumarán para hallar la función de transferencia deseada:

$$\frac{i_{L_1}(s)}{d(s)} = \frac{\begin{vmatrix} E + V_o & -(1-D) & 0 & (1-D) \\ I_i + I_o & C_1 s & -D & 0 \\ E + V_o & D & L_2 s & (1-D) \\ -(I_i + I_o) & 0 & -(1-D) & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_1 s & -(1-D) & 0 & (1-D) \\ (1-D) & C_1 s & -D & 0 \\ 0 & D & L_2 s & (1-D) \\ -(1-D) & 0 & -(1-D) & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}} \quad (5.26)$$

Para la inductancia de salida:

$$\frac{i_{L_2}(s)}{d(s)} = \frac{\begin{vmatrix} L_1 s & -(1-D) & E+V_o & (1-D) \\ (1-D) & C_1 s & I_i+I_o & 0 \\ 0 & D & E+V_o & (1-D) \\ -(1-D) & 0 & -(I_i+I_o) & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_1 s & -(1-D) & 0 & (1-D) \\ (1-D) & C_1 s & -D & 0 \\ 0 & D & L_2 s & (1-D) \\ -(1-D) & 0 & -(1-D) & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}} \quad (5.27)$$

La función de transferencia entre la corriente que se controla y que se denominará $i_c(s) = i_{L_1}(s) + i_{L_2}(s)$ respecto al ciclo de trabajo es (5.28):

$$G_{id}(s) = \frac{i_c(s)}{d(s)} = \frac{Num2(s)}{Den1(s)} \quad (5.28)$$

Donde el numerador $Num2(s)$ es (5.29)

$$\begin{aligned} Num2(s) = & C_1 C_2 (L_1 + L_2) (E + V_o) s^3 + ((C_1 (1 - D) - C_2 D) L_1 (I_i + I_o) s^2 + \\ & + (C_1 + C_2) (1 - D) L_2 (I_i + I_o) s^2 + \frac{L_1 + L_2}{R} C_1 (E + V_o) s^2 - \\ & - C_2 (E + V_o) s - \frac{L_1 D + L_2 (1 - D)}{R} (I_i + I_o) s - \\ & - (1 - D) (I_i + I_o) (1 + 2(1 - D)) - \frac{E + V_o}{R} \end{aligned} \quad (5.29)$$

Por otra parte la función de transferencia entre la corriente controlada y la tensión de entrada se halla al aplicar Cramer para resolver según el término independiente de la tensión de entrada (5.30) y (5.31):

$$\frac{i_{L_1}(s)}{e(s)} = \frac{\begin{vmatrix} D & -(1-D) & 0 & (1-D) \\ 0 & C_1 s & -D & 0 \\ D & D & L_2 s & (1-D) \\ 0 & 0 & -(1-D) & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_1 s & -(1-D) & 0 & (1-D) \\ (1-D) & C_1 s & -D & 0 \\ 0 & D & L_2 s & (1-D) \\ -(1-D) & 0 & -(1-D) & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}} \quad (5.30)$$

Para la inductancia de salida:

$$\frac{i_{L_2}(s)}{e(s)} = \frac{\begin{vmatrix} L_1 s & -(1-D) & D & (1-D) \\ (1-D) & C_1 s & 0 & 0 \\ 0 & D & D & (1-D) \\ -(1-D) & 0 & 0 & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_1 s & -(1-D) & 0 & (1-D) \\ (1-D) & C_1 s & -D & 0 \\ 0 & D & L_2 s & (1-D) \\ -(1-D) & 0 & -(1-D) & \frac{1}{R} + C_2 s \end{vmatrix}} \quad (5.31)$$

Con lo que la funcion de transferencia es (5.32):

$$G_{ie}(s) = \frac{i_c(s)}{e(s)} = \frac{(D C_1 C_2 (L_1 + L_2)) s^3 + \left(\frac{D C_1 (L_1 + L_2)}{R} \right) s^2 + (D C_2) s + \frac{D}{R}}{Den1(s)} \quad (5.32)$$

5.4. Modelo dinámico y de pequeña señal con pérdidas

En la Fig. 5.3 se muestra el esquema con las resistencias de pérdidas de los condensadores y las inductancias:

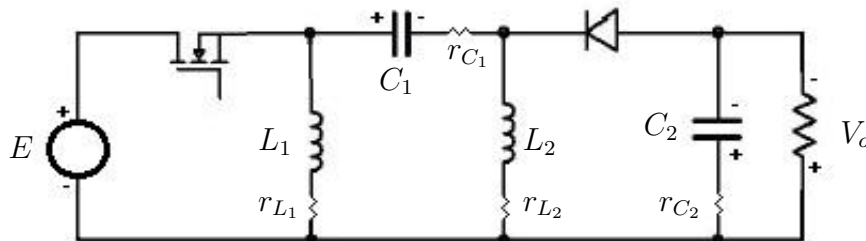


Figura 5.3: Etapa de potencia del convertidor X con las pérdidas en las inductancias y los condensadores

Aplicando el método del promediado de circuitos como en 5.2, el valor de la fuente de corriente controlada será la corriente promedio que circule por el transistor cuando esté cerrado por el valor promedio del ciclo de trabajo (en este caso el valor de la corriente que circula por el transistor será el mismo que para el caso de componentes ideales: $i(t) = i_{L_1}(t) + i_{L_2}(t)$), y el valor de la fuente de tensión controlada será la tensión promedio que soporta el diodo estando abierto (en este caso hay que restar la caída de tensión que se produce en la resistencia del condensador de paso quedando: $v(t) = e(t) - v_{C_1}(t) + v_o(t) - r_{C_1} i_{L_2}(t)$) por el valor promedio del ciclo de trabajo. En la Fig. 5.4 aparece el circuito promediado:

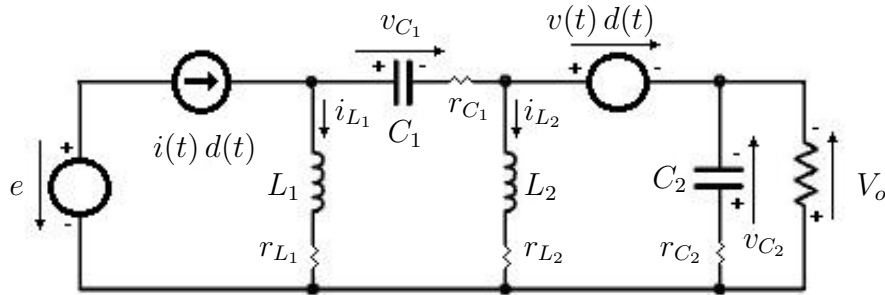


Figura 5.4: Circuito promediado del convertidor X con pérdidas en inductancias y condensadores

La ecuación (5.33a) representa la corriente de la fuente de corriente del circuito promediado y la ecuación (5.33b) es la tensión de la fuente de tensión del circuito promediado:

$$i^*(t) d^*(t) = (i_{L_1}^*(t) + i_{L_2}^*(t)) d^*(t) \quad (5.33a)$$

$$v^*(t) d^*(t) = (e^*(t) - v_{C_1}^*(t) + v_o^*(t) - r_{C_1} i_{L_2}^*(t)) d^*(t) \quad (5.33b)$$

Si se resuelve el circuito promediado se obtendrá el sistema de ecuaciones que describe el modelo dinámico del circuito con pérdidas.

Empezando con la primera variable de estado que es la corriente que circula por la inductancia L_1 se obtiene (5.34):

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_{L_1}^*(t)}{dt} &= v_{C_1}^*(t) + (e^*(t) - v_{C_1}^*(t) + v_o^*(t) - r_{C_1} i_{L_2}^*(t)) d^*(t) - \\ &\quad - r_{L_1} i_{L_1}^*(t) + d^*(t) r_{C_1} i_{L_2}^*(t) + (1 - d^*(t)) r_{C_1} i_{L_1}^*(t) - v_o^*(t) = \\ &= (1 - d^*(t)) v_{C_1}^*(t) - (1 - d^*(t)) v_o^*(t) - (r_{L_1} - (1 - d^*(t)) r_{C_1}) i_{L_1}^*(t) + e^*(t) d^*(t) \end{aligned} \quad (5.34)$$

Linealizando se obtiene (5.35):

$$\begin{aligned}
L_1 \frac{d\hat{i}_{L_1}(t)}{dt} &= [D E + (1 - D) V_{C_1} - (1 - D) V_o - (r_{L_1} - (1 - D) r_{C_1}) I_{L_1}] + \\
&\quad + D (e^*(t) - E) + (1 - D) (v_{C_1}^*(t) - V_{C_1}) - (1 - D) (v_o^*(t) - V_o) - \\
&\quad - (r_{L_1} - (1 - D) r_{C_1}) (i_{L_1}^*(t) - I_{L_1}) + (E - V_{C_1} + V_o - r_{C_1} I_{L_1}) (d^*(t) - D) = \\
&= D \hat{e}(t) + (1 - D) \hat{v}_{C_1}(t) - (1 - D) \hat{v}_o(t) - (r_{L_1} - (1 - D) r_{C_1}) \hat{i}_{L_1} + \\
&\quad + (E - V_{C_1} + V_o - r_{C_1} I_{L_1}) \hat{d}(t)
\end{aligned} \tag{5.35}$$

Aplicado la transformada de Laplace y reordenando términos se obtiene (5.36):

$$\begin{aligned}
(L_1 s + (r_{L_1} - (1 - D) r_{C_1})) i_{L_1}(s) - (1 - D) v_{C_1}(s) + (1 - D) v_o(s) &= \\
= D e(s) + (E - V_{C_1} + V_o - r_{C_1} I_i) d(s)
\end{aligned} \tag{5.36}$$

Si se continúa con la corriente que circula por la inductancia L_2 se obtiene (5.37):

$$\begin{aligned}
L_2 \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} &= (e^*(t) - v_{C_1}^*(t) + v_o^*(t) - r_{C_1} i_{L_2}^*(t)) d^*(t) - r_{L_2} i_{L_2}^*(t) - v_o^*(t) = \\
&= e^*(t) d^*(t) - v_{C_1}^*(t) d^*(t) - (r_{L_2} + r_{C_1} d^*(t)) i_{L_2}^*(t) - (1 - d^*(t)) v_o^*(t)
\end{aligned} \tag{5.37}$$

Linealizando se obtiene (5.38):

$$\begin{aligned}
L_2 \frac{d\hat{i}_{L_2}(t)}{dt} &= [E D - V_{C_1} D - (r_{L_2} + D r_{C_1}) I_{L_2} - (1 - D) V_o] + \\
&\quad D (e^*(t) - E) - D (v_{C_1}^*(t) - V_{C_1}) - (r_{L_2} + D r_{C_1}) (i_{L_2}^*(t) - I_{L_2}) - \\
&\quad - (1 - D) (v_o^*(t) - V_o) + (E - V_{C_1} + V_o - r_{C_1} I_{L_2}) (d^*(t) - D) = \\
&= D \hat{e}(t) - D \hat{v}_{C_1}(t) - (r_{L_2} + D r_{C_1}) \hat{i}_{L_2}(t) - (1 - D) \hat{v}_o(t) + \\
&\quad + (E - V_{C_1} + V_o - r_{C_1} I_{L_2}) \hat{d}(t)
\end{aligned} \tag{5.38}$$

Aplicando Laplace y agrupando términos se obtiene (5.39):

$$D v_{C_1}(s) + (L_2 s + (r_{L_2} + D r_{C_1})) i_{L_2}(s) + (1 - D) v_o(s) = D e(s) + (E - V_{C_1} + V_o - r_{C_1} I_{L_2}) d(s) \tag{5.39}$$

Las ecuaciones de la caída de tensión en el condensador de paso son las mismas que en el caso ideal ya que las pérdidas no afectan a las corrientes (5.40):

$$C_1 \frac{dv_{C_1}^*(t)}{dt} = -(1 - d^*(t)) i_{L_1}^*(t) + i_{L_2}^*(t) d^*(t) \tag{5.40}$$

Linealizando se obtiene (5.41):

$$C_1 \frac{d\widehat{v}_{C_1}(t)}{dt} = -(1-D)\widehat{i}_{L_1}(t) + D\widehat{i}_{L_2}(t) + (I_{L_1} + I_{L_2})\widehat{d}(t) \quad (5.41)$$

Aplicando Laplace y agrupando términos se obtiene (5.42):

$$C_1 s \widehat{v}_{C_1}(s) + (1-D)\widehat{i}_{L_1}(s) - D\widehat{i}_{L_2}(s) = (I_{L_1} + I_{L_2})\widehat{d}(s) \quad (5.42)$$

Para la variable de estado de la tensión de salida, la ecuación hay que obtenerla del balance de corrientes a la entrada del condensador de filtro y despejar la tensión del condensador. La tensión de salida es una combinación lineal de la tensión del condensador y la intensidad que circula por el condensador, pero es interesante usarla como variable de estado porque generalmente es el parámetro que se quiere controlar, además de ser una variable medible.

Al aplicar la segunda ley de Kirchoff al nodo de entrada del condensador de filtro se obtiene (5.43):

$$\begin{aligned} C_2 \frac{dv_{C_2}^*(t)}{dt} &= -i_{L_1}^*(t) - i_{L_2}^*(t) + (i_{L_1}^*(t) + i_{L_2}^*(t))d^*(t) - \frac{v_o^*(t)}{R} = \\ &= -(1-d^*(t))i_{L_1}^*(t) - (1-d^*(t))i_{L_2}^*(t) - \frac{v_o^*(t)}{R} = i_{C_2}^*(t) \end{aligned} \quad (5.43)$$

La tensión del condensador se puede expresar como una combinación lineal de la tensión de salida y la corriente que circula por el mismo (5.44):

$$\begin{aligned} v_{C_2}^*(t) &= v_o^*(t) - r_{C_2} \left(-(1-d^*(t))i_{L_1}^*(t) - (1-d^*(t))i_{L_2}^*(t) - \frac{v_o^*(t)}{R} \right) = \\ &= \frac{R+r_{C_2}}{R} v_o^*(t) + r_{C_2} (1-d^*(t))i_{L_1}^*(t) + r_{C_2} (1-d^*(t))i_{L_2}^*(t) \end{aligned} \quad (5.44)$$

La derivada de la tensión del condensador será (5.45):

$$\begin{aligned} \frac{dv_{C_2}^*(t)}{dt} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{R+r_{C_2}}{R} v_o^*(t) + r_{C_2} (1-d^*(t))i_{L_1}^*(t) + r_{C_2} (1-d^*(t))i_{L_2}^*(t) \right) = \\ &= \frac{R+r_{C_2}}{R} \frac{dv_o^*(t)}{dt} + r_{C_2} (1-D) \frac{di_{L_1}^*(t)}{dt} + r_{C_2} (1-D) r_{C_2} \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} - \\ &\quad -(I_{L_1} + I_{L_2}) \frac{dd^*(t)}{dt} \end{aligned} \quad (5.45)$$

Con lo que la ecuación del modelo dinámico queda (5.46)

$$\begin{aligned}
C_2 \frac{R + r_{C_2}}{R} \frac{dv_o^*(t)}{dt} + C_2 r_{C_2} (1 - D) \frac{di_{L_1}^*(t)}{dt} + C_2 r_{C_2} (1 - D) \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} - \\
-r_{C_2} C_2 (I_{L_1} + I_{L_2}) \frac{dd^*(t)}{dt} = (1 - d^*(t)) i_{L_1}^*(t) + (1 - d^*(t)) i_{L_2}^*(t) - \frac{v_o^*(t)}{R}
\end{aligned} \quad (5.46)$$

Linealizando se obtiene (5.47):

$$\begin{aligned}
C_2 \frac{R + r_{C_2}}{R} \frac{d\hat{v}_o(t)}{dt} + C_2 r_{C_2} (1 - D) \left(\frac{d\hat{i}_{L_1}(t)}{dt} + \frac{d\hat{i}_{L_2}(t)}{dt} \right) - r_{C_2} C_2 (I_{L_1} + I_{L_2}) \frac{d\hat{d}(t)}{dt} = \\
= (1 - D) (\hat{i}_{L_1}(t) + \hat{i}_{L_2}(t)) - \frac{\hat{v}_o(t)}{R} - (I_{L_1} + I_{L_2}) \hat{d}(t)
\end{aligned} \quad (5.47)$$

Aplicando Laplace y agrupando términos se obtiene (5.48):

$$\frac{(R + r_{C_2}) C_2 s + 1}{R} v_o(s) + (1 - D) (r_{C_2} C_2 s - 1) (i_{L_1}(s) + i_{L_2}(s)) = -(I_{L_1} + I_{L_2}) (1 + r_{C_2} C_2 s) d(s) \quad (5.48)$$

El sistema de ecuaciones que describe el modelo dinámico del convertidor X con pérdidas es el compuesto por las ecuaciones (5.34), (5.37), (5.40) y (5.46) quedando como (5.49):

$$\left\{ \begin{array}{l}
L_1 \frac{di_{L_1}^*(t)}{dt} = d^*(t) e^*(t) + (1 - d^*(t)) (v_{C_1}^*(t) - v_o^*(t)) - (r_{L_1} - r_{C_1} (1 - d^*(t))) i_{L_1}^*(t) \\
C_1 \frac{dv_{C_1}^*(t)}{dt} = -(1 - d^*(t)) i_{L_1}^*(t) + i_{L_2}^*(t) d^*(t) \\
L_2 \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} = d^*(t) e^*(t) - v_{C_1}^*(t) d^*(t) - (r_{L_2} + r_{C_1} d^*(t)) i_{L_2}^*(t) - (1 - d^*(t)) v_o^*(t) \\
C_2 \frac{dv_o^*(t)}{dt} = \frac{-R}{R + r_{C_2}} \left(C_2 r_{C_2} (1 - D) \frac{di_{L_1}^*(t)}{dt} + C_2 r_{C_2} (1 - D) \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} \right) + \\
+ \frac{R}{R + r_{C_2}} \left((1 - d^*(t)) (i_{L_1}^*(t) + i_{L_2}^*(t)) - r_{C_2} C_2 (I_{L_1} + I_{L_2}) \frac{dd^*(t)}{dt} - \frac{v_o^*(t)}{R} \right)
\end{array} \right. \quad (5.49)$$

La tensión media que soporta el condensador de paso está en función de las corrientes de entrada y salida ya que las inductancias no son ideales con lo que V_{C_1} puede expresarse por la ecuación (5.50), las intensidades medias de entrada y salida son las mismas que las que circulan por las inductancias L_1 y L_2 :

$$V_{C_1} = (r_{L_1} - (1 - D) r_{C_1}) I_i - (r_{L_2} + D r_{C_1}) I_o \quad (5.50)$$

Para hallar la función de transferencia en estado estacionario se puede resolver el siguiente sistema homogéneo (5.51):

$$\begin{cases} 0 = DE + (1-D)(V_{C_1} - V_o) - (r_{L_1} - (1-D)r_{C_1})I_i \\ 0 = -(1-D)I_i + DI_o \\ 0 = D(E - V_{C_1}) - (1-D)V_o - (r_{L_2} + Dr_{C_1})I_o \\ 0 = (1-D)(I_i + I_o) - \frac{V_o}{R} \end{cases} \quad (5.51)$$

La función de transferencia de tensión en el circuito con pérdidas en función de la corriente de entrada (5.52) o de la corriente de salida (5.53) es:

$$V_o = \frac{D}{1-D} E - rp_i I_i \quad (5.52)$$

$$V_o = \frac{D}{1-D} E - rp_o I_o \quad (5.53)$$

Siendo las resistencias de pérdidas (5.54) y (5.55):

$$rp_i = \frac{D}{1-D} (r_{L_1} - (1-D)r_{C_1}) + \frac{1-D}{D} (r_{L_2} + Dr_{C_1}) \quad (5.54)$$

$$rp_o = \frac{D^2}{(1-D)^2} (r_{L_1} - (1-D)r_{C_1}) + (r_{L_2} + Dr_{C_1}) \quad (5.55)$$

El sistema de ecuaciones que describe el modelo de pequeña señal del convertidor de X con pérdidas se describe por el sistema de ecuaciones (5.56) compuesto por las ecuaciones (5.35), (5.38), (5.41) y (5.47). A partir de este punto se cambiará la notación para acortar un poco las ecuaciones ($D' = (1-D)$):

$$\left\{ \begin{array}{l} L_1 \frac{d\hat{i}_{L_1}(t)}{dt} = D\hat{e}(t) + D'\hat{v}_{C_1}(t) - D'\hat{v}_o(t) - (r_{L_1} - D'r_{C_1})\hat{i}_{L_1} + \\ \quad + (E - V_{C_1} + V_o - r_{C_1}I_{L_1})\hat{d}(t) \\ C_1 \frac{d\hat{v}_{C_1}(t)}{dt} = -D'\hat{i}_{L_1}(t) + D\hat{i}_{L_2}(t) + (I_{L_1} + I_{L_2})\hat{d}(t) \\ L_2 \frac{d\hat{i}_{L_2}(t)}{dt} = D\hat{e}(t) - D\hat{v}_{C_1}(t) + (r_{L_2} - Dr_{C_1})\hat{i}_{L_2}(t) - D'\hat{v}_o(t) + \\ \quad + (E - V_{C_1} + V_o - r_{C_1}I_{L_2})\hat{d}(t) \\ C_2 \frac{R + r_{C_2}}{R} \frac{d\hat{v}_o(t)}{dt} + C_2 r_{C_2} D' \left(\frac{d\hat{i}_{L_1}(t)}{dt} + \frac{d\hat{i}_{L_2}(t)}{dt} \right) - r_{C_2} C_2 (I_{L_1} + I_{L_2}) \frac{d\hat{d}(t)}{dt} = \\ \quad = D'(\hat{i}_{L_1}(t) + \hat{i}_{L_2}(t)) - \frac{\hat{v}_o(t)}{R} - (I_{L_1} + I_{L_2})\hat{d}(t) \end{array} \right. \quad (5.56)$$

5.5. Funciones de transferencia con pérdidas

Análogamente a la sección 2.5 de aquí en adelante, se cambia de forma de trabajo a la propuesta en la referencia [Cen08] que al automatizar los cálculos permite obtener directamente con MatLab o GNU Octave las funciones de transferencia concretas. Se han dibujado los diagramas de Bode con los valores numéricos de un ejemplo de Erickson (pag. 430 de [EM01]). En el Apéndice A se muestra la equivalencia de unas ecuaciones y otras para los dos métodos con unos valores de ejemplo de [EM01] y [RV06].

En la figura Fig. 5.5 se muestra la configuración del convertidor X para poder substituir el modelo del interruptor PWM del doctor Vorpèrian.

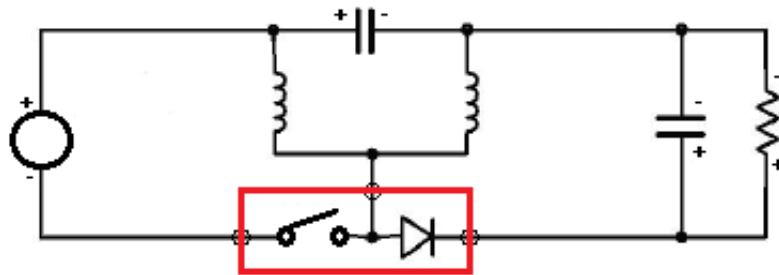


Figura 5.5: Interruptor PWM en convertidor X para el modelo de Vorpèrian

5.5.1. Modo de conducción continua

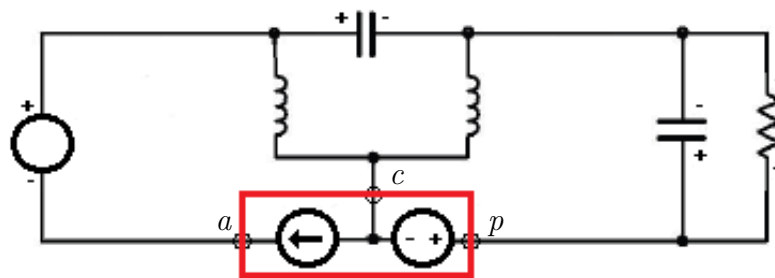


Figura 5.6: Modelo promediado de circuitos para el convertidor X

Para aplicar el método de promediado de circuitos se substituirá el interruptor por una fuente de corriente controlada y el diodo por una fuente de tensión controlada como muestra la Fig. 5.6.

La aplicación del método de promediado de circuitos del Dr. Vorpèrian al circuito con pérdidas de la Fig. 5.3, a través del programa SAPWIN [oFDoET01], para obtener la función de transferencia tensión de salida ciclo de trabajo, se muestra en la Fig. 5.7:

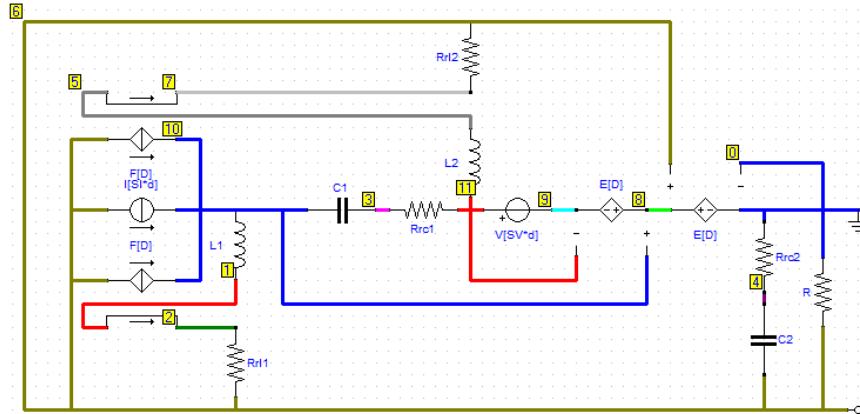


Figura 5.7: Esquema SAPWIN para la FT tensión de salida ciclo de trabajo en MCC

A fin de simplificar el esquema se ha substituido $SV = E + V_o$ y la suma de corrientes $I_{L1} + I_{L2}$ por SI .

Procesando la salida con el programa de traducción a MATLAB / GNU Octave y aplicando los valores del ejemplo se el diagrama de Bode.

De la misma forma se aplica a la función de transferencia tensión de salida tensión de entrada de la Fig. 5.8:

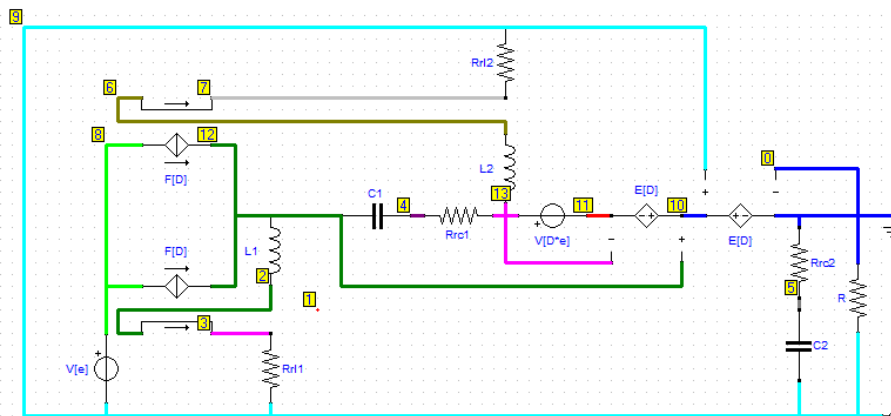


Figura 5.8: Esquema SAPWIN para la FT tensión de salida tensión de entrada en MCC

5.5.2. Modo de conducción discontinua

En los convertidores PWM de un solo transistor y un solo diodo como son los de la clase del convertidor de Ćuk el modo de conducción discontinua de corriente en la bobina DICM ocurre cuando se anula la corriente del diodo antes de que finalice el tiempo de desconexión del transistor [MC91]. El resultado de aplicar el modelo del interruptor en modo de conducción discontinua de doctor Vorpèrian que se describe en el apéndice A en la Fig. A.8, esta figura se repite para facilitar el desarrollo del tema.

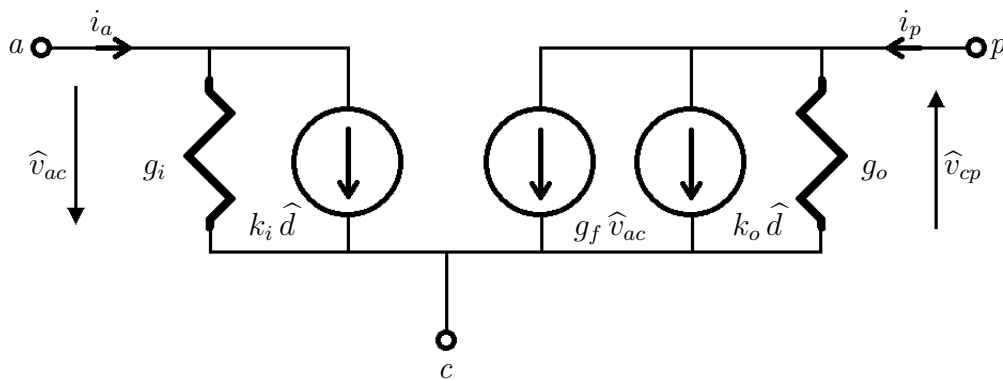


Figura 5.9: Modelo promediado de interruptor PWM en MCD

Teniendo en cuenta que $V_{ac} = E$, $V_{cp} = V_o$, $I_a = I_i$ y $I_p = I_o$. El esquema en el programa SAPWIN se muestra en la Fig. 5.10.

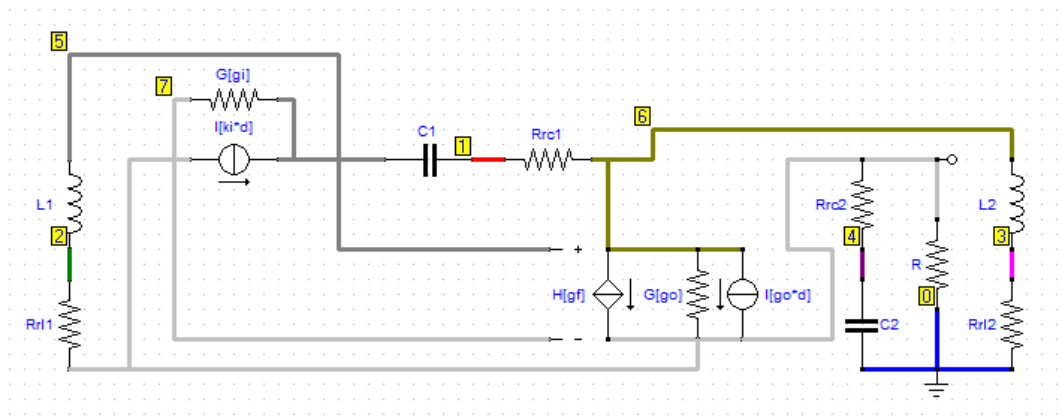


Figura 5.10: Esquema SAPWIN para la FT tensión de salida ciclo de trabajo en MCD

En el modo de conducción discontinua según Erickson [EM01] existen dos aproximaciones una de baja frecuencia [Vor90c] y otra de alta frecuencia. Aplicando el método

de promediado de circuitos del Dr. Vorpèrian al circuito con pérdidas de la Fig. 5.3 a través del programa SAPWIN [oFDoET01] como se muestra en la Fig. 5.10.

De la misma forma se aplica a la función de transferencia tensión de salida tensión de entrada de la Fig. 5.11:

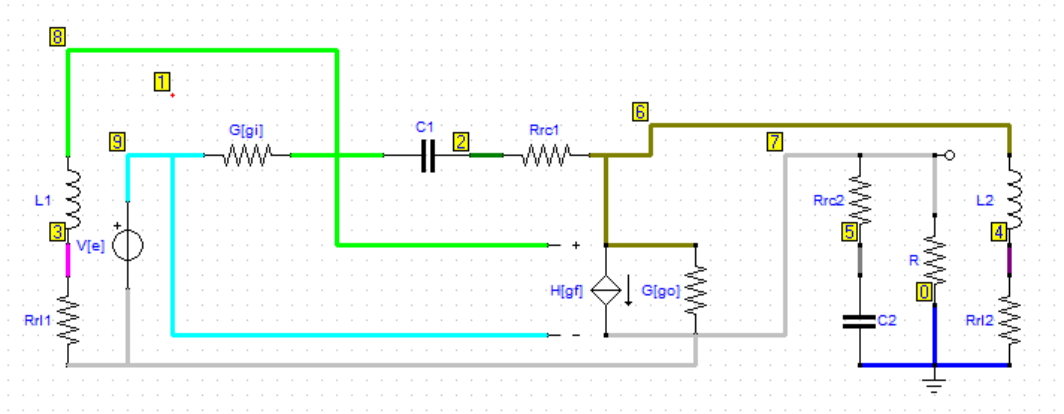


Figura 5.11: Esquema SAPWIN para la FT tensión de salida tensión de entrada en MCD

5.5.3. Aplicación numérica y diagramas de Bode

Los valores aplicados son los siguientes.

$$\begin{array}{ll}
 E = 120\text{V} & D = 0,4 \\
 L_1 = 500\mu\text{H} & r_{L_1} = 0,1\Omega \\
 C_1 = 47\mu\text{F} & r_{C_1} = 0\Omega \\
 L_2 = 100\mu\text{H} & r_{L_2} = 0,02\Omega \\
 C_2 = 200\mu\text{F} & r_{C_2} = 0\Omega
 \end{array}$$

El cambio del modo de conducción viene determinado por el coeficiente de conducción crítica [JSU92] que en este caso es $K_{crit} = (1 - D)^2 = 0,36$.

$$K_{crit} = (1 - D)^2 \begin{cases} \text{if } \frac{2 F_{sw}}{R} \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} < K_{crit} \Rightarrow DCM \\ \text{if } \frac{2 F_{sw}}{R} \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} > K_{crit} \Rightarrow CCM \end{cases} \quad (5.57)$$

Para una frecuencia de conmutación de $F_{sw} = 100\text{kHz}$, con una resistencia de $R = 40\Omega$ el resultado es $0,42 > 0,36$ por lo tanto está en MCC, mientras que para una resistencia de $R = 50\Omega$ el resultado es $0,33 < 0,36$, el modo de conducción es MCD.

Se han graficado el diagrama de Bode para el modo de conducción continua y discontinua en el mismo gráfico, obteniéndose los siguientes datos, por un lado se han listado los resultados de texto y por el otro se muestra la imagen de la figura del diagrama de Bode.

Listado del resultado de la función de transferencia tensión de salida ciclo de trabajo en el modo de conducción continua:

Duty-Cycle to Output-Voltage T.F. in Continuous Conduction Mode:

```
E = 120 V
L1 = 500 uH
L2 = 100 uH
C1 = 47 uF
C2 = 200 uH
R = 40 Ohm
D = 0.4
r11 = 0.10 Ohm
r12 = 0.02 Ohm
rc1 = 0.00 Ohm
rc2 = 0.00 Ohm
Vo = 80.05 V
Ii = 1.33 A
Io = 2.00 A
rpo = -0.02 Ohm
```

Transfer function 'Vod_tf' from input 'u1' to output ...

```

          -3.133e-10 s^3 + 0.0001353 s^2 + 0.0003994 s + 4796
y1: -----
      1.88e-14 s^4 + 9.87e-12 s^3 + 1.336e-06 s^2 + 0.0003829 s + 14.42
```

Continuous-time model.

```

polos =
  -111.7 + 7594.4i
  -111.7 - 7594.4i
  -150.8 + 3643.7i
  -150.8 - 3643.7i
ceros =
  4.3180e+05 + 0.0000e+00i
  -4.2521e+01 + 5.9535e+03i
  -4.2521e+01 - 5.9535e+03i
```

Listado del resultado de la función de transferencia tensión de salida ciclo de trabajo en el modo de conducción discontinua:

Duty-Cycle to Output-Voltage T.F. in Discontinuous Conduction Mode:

F_{sw} = 100 kHz
 R = 50 Ohm
 V_o = 83.14 V
 I_i = 1.15 A
 I_o = 1.66 A

Transfer function 'Vod_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{-6.745e-06 s^2 + 0.002646 s + 1.799}{1.347e-15 s^4 + 2.828e-10 s^3 + 2.201e-07 s^2 + 0.01239 s + 2.002}$$

Continuous-time model.

Diagrama de Bode de la función de transferencia tensión de salida ciclo de trabajo para los modos de conducción continuo y discontinuo:

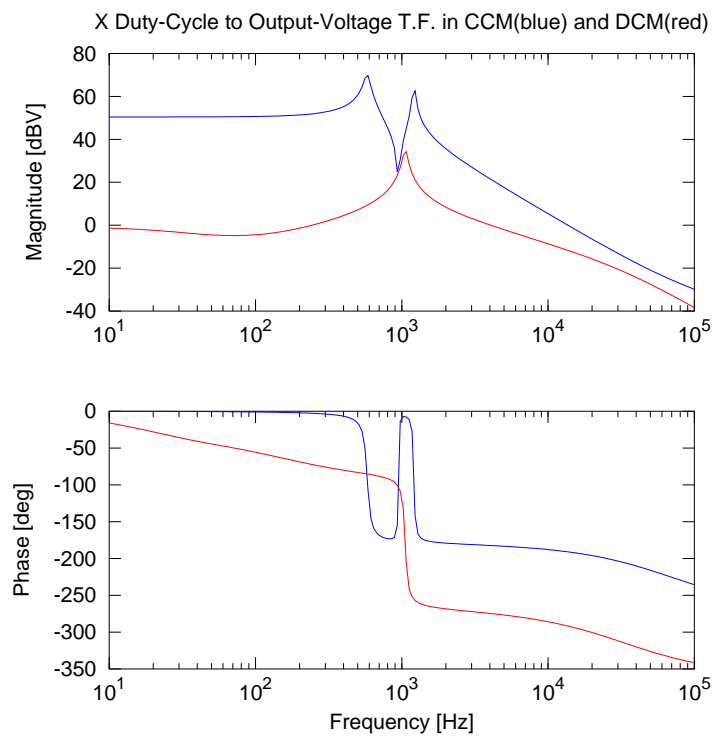


Figura 5.12: Bode diagrams of control to output TF

```

polos =
    -2.0937e+05 + 0.0000e+00i
    -2.0441e+02 + 6.6188e+03i
    -2.0441e+02 - 6.6188e+03i
    -1.6192e+02 + 0.0000e+00i

ceros =
    748.69
    -356.29

```

Listado de los resultados de la función de transferencia tensión de salida tensión de entrada en el modo de conducción continua:

Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in Continuous Conduction Mode:

```

E = 120 V
L1 = 500 uH
L2 = 100 uH
C1 = 47 uF
C2 = 200 uH
R = 40 Ohm
D = 0.4
r11 = 0.10 Ohm
r12 = 0.02 Ohm
rc1 = 0.00 Ohm
rc2 = 0.00 Ohm
Vo = 80.05 V
Ii = 1.33 A
Io = 2.00 A
rpo = -0.02 Ohm

```

Transfer function 'Vod_tf' from input 'u1' to output ...

```

                2.707e-07 s^2 + 5.414e-05 s + 9.6
y1: -----
    1.88e-14 s^4 + 9.87e-12 s^3 + 1.336e-06 s^2 + 0.0003829 s + 14.42

```

Continuous-time model.

```

polos =
    -111.7 + 7594.4i
    -111.7 - 7594.4i
    -150.8 + 3643.7i
    -150.8 - 3643.7i

ceros =
    -100.0 + 5954.1i
    -100.0 - 5954.1i

```

Josep M. Valls

Listado de los resultados de la función de transferencia tensión de salida tensión de entrada en el modo de conducción discontinua:

Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in Discontinuous Conduction Mode:

F_{sw} = 100 kHz
 R = 50 Ohm
 V_o = 83.14 V
 I_i = 1.15 A
 I_o = 1.66 A

Transfer function 'Vod_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{-4.384e-08 s^2 - 8.769e-06 s - 1.386}{1.347e-15 s^4 + 2.828e-10 s^3 + 2.201e-07 s^2 + 0.01239 s + 2.002}$$

Continuous-time model.

Diagrama de Bode de la función de transferencia tensión de salida tensión de entrada para los modos de conducción continuo y discontinuo:

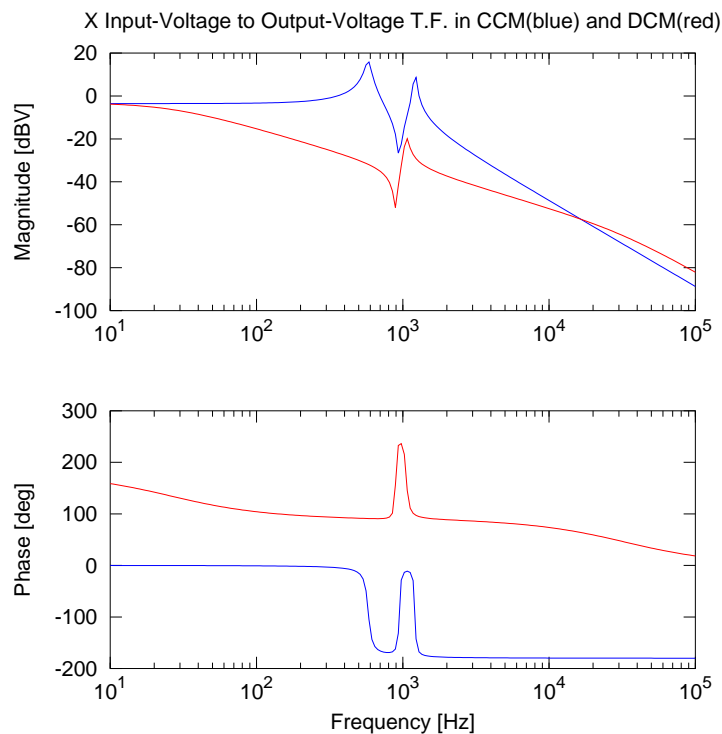


Figura 5.13: Bode diagrams of line to output TF

```
polos =  
-2.0937e+05 + 0.0000e+00i  
-2.0441e+02 + 6.6188e+03i  
-2.0441e+02 - 6.6188e+03i  
-1.6192e+02 + 0.0000e+00i  
  
ceros =  
-100.0 + 5620.8i  
-100.0 - 5620.8i
```

Conclusión

El estudio analítico de las funciones de transferencia del convertidor X se puede abordar con un programa de procesamiento simbólico como Matlab u Octave, pero cuando se añaden las resistencias de pérdidas de inductancias y condensadores es necesario un programa como SAPWIN para la obtención de la función de transferencia y usar un programa de cálculo matemático para hacer el análisis numérico y la obtención de polos, ceros y diagramas de Bode.

Capítulo 6

Bobinas Acopladas y Rizados de corriente y tensión

Resumen

El presente capítulo describe como se modifica el análisis de los convertidores al tener las dos bobinas acopladas, o lo que es lo mismo bobinadas sobre el mismo núcleo. Este análisis es común para los cuatro convertidores de la clase del de Čuk .

Una de las características diferenciadoras de estos convertidores son los rizados de corriente y tensión en entrada y salida que redundarán en el diseño de los filtros y el dimensionado de los condensadores de filtro. En la segunda parte del capítulo se estudiarán estas características.

6.1. Bobinas Acopladas

Una de las características de esta familia de convertidores es que las dos inductancias están en fase, o sea que se cargan y descargan al mismo tiempo en cada ciclo. Esta propiedad del convertidor permite bobinar las dos inductancias sobre el mismo núcleo consiguiéndose reducir el rizado de corriente y aumentar la densidad de potencia. En las referencias [ENN06] y [ENP08] puede encontrarse el desarrollo descrito en este capítulo.

En la Fig. 6.1 se muestra el circuito equivalente del acoplamiento de las bobinas. Donde v_{L_1} y v_{L_2} son las diferencias de tensión que soportan la inductancias L_1 y L_2 respectivamente, i_1 e i_2 son las corrientes que circulan por las inductancias L_1 y L_2 respectivamente, k_c es el factor de acoplamiento de las dos inductancias y $1 : n$ la relación de vueltas entre las inductancias L_1 y L_2 .

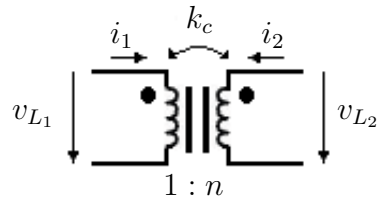


Figura 6.1: Circuito equivalente de dos bobinas acopladas

En la Fig. 6.2 se muestra la forma de acoplar las bobinas para los cuatro convertidores, de manera que estén en fase y las inductancias se sumen y no se resten.

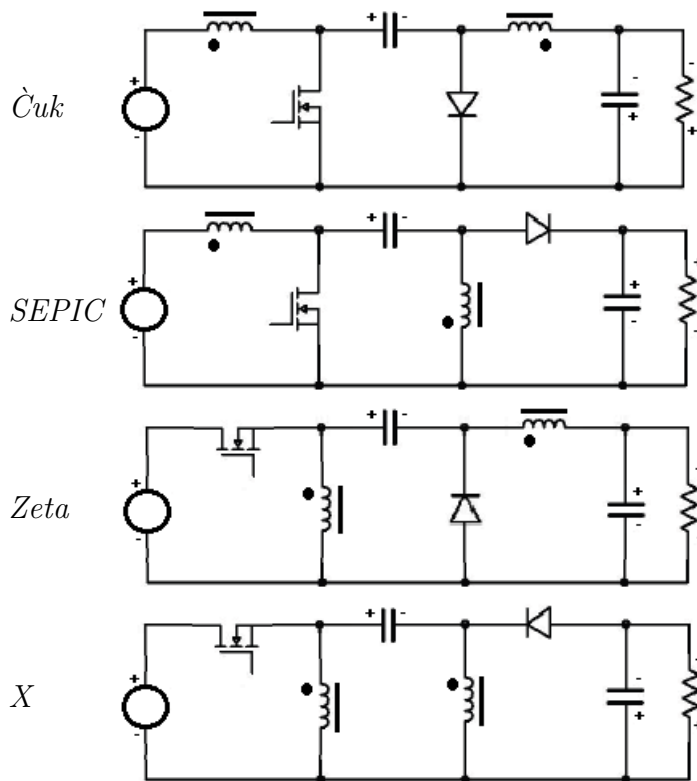


Figura 6.2: Acoplamiento de las inductancias en los convertidores: Ćuk, Zeta, SEPIC y X

6.1.1. Análisis del circuito en régimen permanente

Las ecuaciones (6.1a) y (6.1b) describen la relación entre la caída de tensión en las inductancias y las intensidades que circulan en las mismas:

$$v_{L_1}(t) = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \quad (6.1a)$$

$$v_{L_2}(t) = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \quad (6.1b)$$

Siendo L_1 la inductancia de entrada, L_2 la inductancia de salida y M la inductancia mútua (esta última se describe en alguna de las referencias como L_M para diferenciarla de la relación de tensión entre entrada y salida $V_o = M E$ que también se describe por M).

Despejando las derivadas de las corrientes:

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{v_{L_1}(t) L_2}{L_1 L_2 - M^2} - \frac{v_{L_2}(t) M}{L_1 L_2 - M^2} \quad (6.2a)$$

$$\frac{di_2}{dt} = \frac{v_{L_2}(t) L_1}{L_1 L_2 - M^2} - \frac{v_{L_1}(t) M}{L_1 L_2 - M^2} \quad (6.2b)$$

Que también se puede expresar en función del coeficiente de acoplamiento k_c y n la relación de vueltas entre L_1 y L_2 :

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{v_{L_1}(t) - \frac{k_c v_{L_2}(t)}{n}}{(1 - k_c^2) L_1} \quad (6.3a)$$

$$\frac{di_2}{dt} = \frac{v_{L_2}(t) - k_c n v_{L_1}(t)}{(1 - k_c^2) L_2} \quad (6.3b)$$

Tanto en el modo de conducción continua como en el modo de conducción discontinua la diferencia de tensión que aparece en la inductancia de entrada será constante durante la parte del periodo en que el transistor o interruptor activo esté en conducción. Por otra parte la energía almacenada en las inductancias, en régimen estacionario debe descargarse por completo en la fase de no conducción del interruptor activo, esta fase será todo el resto del periodo en caso de conducción continua o parte del mismo en modo de conducción discontinua.

Las tensiones que aparecen en los distintos convertidores cuando el interruptor activo está cerrado se muestran en la tabla 6.1 y cuando está abierto en la tabla 6.2. La obtención de estas tensiones se describe en los capítulos anteriores:

Donde E denota la tensión de entrada, V_o es la tensión de salida y V_{C_1} es la tensión media del condensador. Si se substituye la tensión media del condensador en las

Tabla 6.1: Interruptor activo cerrado.

Convertidor	v_{L_1}	v_{L_2}	v_{C_1}
Ćuk	E	$V_{C_1} - V_o = E$	$E + V_o$
SEPIC	E	$V_{C_1} = E$	E
Zeta	E	$E + V_o - V_{C_1} = E$	V_o
X	E	$E - V_{C_1} = E$	0

expresiones donde aparece, se observa que en todos los convertidores la tensión que ven las bobinas con el interruptor cerrado es E y con el interruptor abierto es $-V_o$. Lo que significa que el estudio es el mismo para todos los convertidores.

Tabla 6.2: Interruptor activo abierto.

Convertidor	v_{L_1}	v_{L_2}	v_{C_1}
Ćuk	$E - V_{C_1} = -V_o$	$-V_o$	$E + V_o$
SEPIC	$E - V_{C_1} - V_o = -V_o$	$-V_o$	E
Zeta	$-V_{C_1} = -V_o$	$-V_o$	V_o
X	$-V_o - V_{C_1} = -V_o$	$-V_o$	0

Cuando el interruptor activo está abierto, el interruptor pasivo está cerrado, por lo que la tensión aplicada a las bobinas de la etapa de salida es $-V_o$ y en las bobinas de la etapa de entrada los valores de la tabla 6.2, que si sustituimos el valor de V_{C_1} nos da como resultado también $-V_o$.

Como conclusión de lo expuesto en las tablas anteriores se puede decir que $v_{L_1} = v_{L_2} = E$ cuando el interruptor activo está cerrado y $v_{L_1} = v_{L_2} = -V_o$ cuando está abierto, para los cuatro convertidores de la clase.

Si sustituimos en (6.3a) y (6.3b) los valores de v_{L_1} y v_{L_2} con $0 \leq t \leq D_1 T_s$ se tiene (6.4a) y (6.4b):

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{\left(1 - \frac{k_c}{n}\right) E}{(1 - k_c^2) L_1} \quad (6.4a)$$

$$\frac{di_2}{dt} = \frac{(1 - k_c n) E}{(1 - k_c^2) L_2} \quad (6.4b)$$

Por otro lado en el caso de $D_1 T_s \leq t \leq (D_1 + D_2) T_s$ se tiene (6.5a) y (6.5b):

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{-\left(1 - \frac{k_c}{n}\right) V_o}{(1 - k_c^2) L_1} \quad (6.5a)$$

$$\frac{di_2}{dt} = \frac{-(1 - k_c n) V_o}{(1 - k_c^2) L_2} \quad (6.5b)$$

Siendo D_1 el ciclo de trabajo del interruptor y D_2 la parte del ciclo de trabajo de descarga de la bobina que en el modo de conducción continua corresponde con $(1 - D_1)$. Debe cumplirse la siguiente ecuación en estado permanente:

$$D_1 \frac{\left(1 - \frac{k_c}{n}\right) E}{(1 - k_c^2) L_1} = D_2 \frac{\left(1 - \frac{k_c}{n}\right) V_o}{(1 - k_c^2) L_1} \quad (6.6a)$$

$$D_1 \frac{(1 - k_c n) E}{(1 - k_c^2) L_2} = D_2 \frac{(1 - k_c n) V_o}{(1 - k_c^2) L_2} \quad (6.6b)$$

En el modo de conducción continua se obtiene la función de transferencia encontrada para el caso de bobinas no acopladas, con lo que se puede deducir que el efecto de acoplar las bobinas se puede estudiar con la substitución de las mismas por otras equivalentes de inductancia superior según la siguientes ecuaciones (6.7a) y (6.7b):

$$L_{1e} = \frac{(1 - k_c^2) L_1}{1 - \frac{k_c}{n}} \quad (6.7a)$$

$$L_{2e} = \frac{(1 - k_c^2) L_2}{1 - k_c n} \quad (6.7b)$$

Suponiendo L_1 y L_2 iguales, las inductancias equivalentes serán iguales al ser $n = 1$ y el límite de la función (6.7a) cuando $k_c \rightarrow 1$, es una indeterminación del tipo 0/0, donde es posible aplicar la regla de L'Hôpital, con lo que el valor de la inductancia final será (6.8):

$$\lim_{k_c \rightarrow 1} \frac{(1 - k_c^2) L}{(1 - k_c)} = \frac{0}{0} \Big|_{L'H} = \lim_{k_c \rightarrow 1} \frac{-2k_c L}{-1} = 2L \quad (6.8)$$

El hecho de acoplar las bobinas supone casi llegar a duplicar la inductancia de las mismas.

Siempre se puede expresar la inductancia de una bobina acoplada como la suma de la inductancia del camino disperso más la inductancia del camino mútuo (6.9):

$$L_1 = L_{d_1} + L_M = \frac{N_1^2}{\mathfrak{R}_{d_1}} + \frac{N_1^2}{\mathfrak{R}_M} = N_1^2 \left(\frac{1}{\mathfrak{R}_{d_1}} + \frac{1}{\mathfrak{R}_M} \right) = N_1^2 \frac{\mathfrak{R}_{d_1} + \mathfrak{R}_M}{\mathfrak{R}_{d_1} \mathfrak{R}_M} = \frac{N_1^2}{\mathfrak{R}_1} \quad (6.9)$$

De igual forma para la inductancia L_2 (6.10):

$$L_2 = L_{d_2} + L_M = \frac{N_2^2}{\mathfrak{R}_{d_2}} + \frac{N_2^2}{\mathfrak{R}_M} = N_2^2 \left(\frac{1}{\mathfrak{R}_{d_2}} + \frac{1}{\mathfrak{R}_M} \right) = N_2^2 \frac{\mathfrak{R}_{d_2} + \mathfrak{R}_M}{\mathfrak{R}_{d_2} \mathfrak{R}_M} = \frac{N_2^2}{\mathfrak{R}_2} \quad (6.10)$$

Para que la reluctancia de la bobina L_1 (\mathfrak{R}_1) sea igual a la reluctancia de la bobina L_2 (\mathfrak{R}_2) ha de cumplirse forzosamente que $\mathfrak{R}_{d_1} = \mathfrak{R}_{d_2}$ que en un transformador fijo es una hipótesis asumible ya que intentan construirse de forma en que se minimice dicha inductancia a base de partir los bobinados en distintas capas, de forma que la distancia media al núcleo sea la misma para cada bobinado.

Si además tenemos en cuenta que $n = N_2/N_1$, podemos asumir que $L_1 = L$ y que $L_2 = n^2 L$.

6.2. Rizado de corriente y tensión en la entrada y la salida

El rizado de las corrientes de entrada y salida afectan a los filtros, normalmente condensadores, que hay que colocar en la entrada y salida. En el convertidor de Ćuk las inductancias de entrada y salida limitan el rizado de corriente y ayudan al filtrado de la tensión, mientras que el caso opuesto el convertidor X las inductancias no influyen en el rizado de corriente ni de entrada ni de salida.

6.2.1. Convertidor de Ćuk

En el convertidor de Ćuk las formas de onda de las corrientes de entrada y de salida son triangulares ya que a la entrada y salida se dispone de una inductancia, con lo que el rizado de las tensiones de entrada y salida serán pequeños.

Suponiendo que el condensador de entrada C_{in} (que no se describe) o el condensador de salida C_2 son lo suficientemente grandes para compensar el rizado de corriente, según se describe en los apuntes del profesor Leopoldo García Franquelo [Fra08], se puede expresar el rizado de tensión como la variación de carga del condensador dividido por la capacidad del mismo. En la Fig. 6.3 se muestra el rizado de tensión y la corriente de carga:

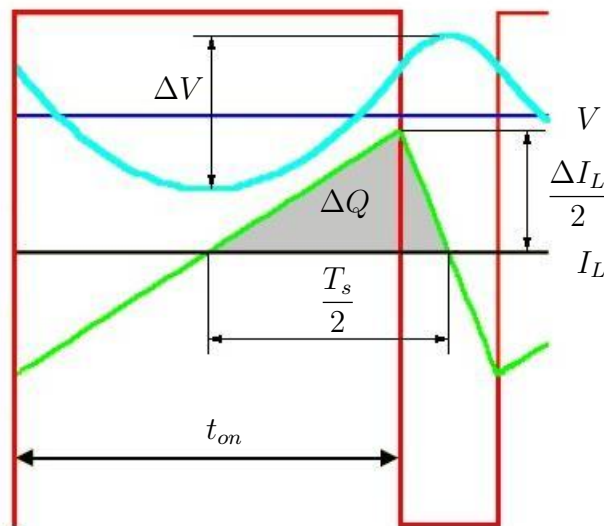


Figura 6.3: Rizado de tensión a la entrada y a la salida

El área del triángulo sombreada indica el incremento de la carga del condensador

(6.11):

$$\Delta Q = \left(\frac{1}{2} \frac{\Delta I_L T_s}{2} \right) \quad (6.11)$$

Como el periodo T_s puede expresarse también como la frecuencia f la variación de tensión será (6.12):

$$\Delta V = \frac{\Delta Q}{C} = \frac{1}{C} \left(\frac{\Delta I_L T_s}{8} \right) = \frac{\Delta I_L}{8 C f} \quad (6.12)$$

El incremento de corriente depende de si es la corriente de entrada (6.13a) o la de salida (6.13b) para cada caso:

$$\Delta I_{L_1} = \frac{E}{L_1} D \quad (6.13a)$$

$$\Delta I_{L_2} = \frac{V_o}{L_2} (1 - D) \quad (6.13b)$$

Por lo que el rizado de tensión en la entrada (6.14a) y a la salida (6.14b) será:

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{D}{8 L_1 C_{in} f} = \frac{D T_s}{8 L_1 C_{in}} \quad (6.14a)$$

$$\frac{\Delta V_o}{V_o} = \frac{(1 - D)}{8 L_2 C_2 f} = \frac{(1 - D) T_s}{8 L_2 C_2} \quad (6.14b)$$

6.2.2. Convertidor SEPIC

En el convertidor SEPIC la forma de onda de la corriente de entrada es triangular, pero la forma de onda de la corriente de salida es trapezoidal.

Suponiendo que el condensador de entrada C_{in} (que no se describe) o el condensador de salida C_2 son lo suficientemente grandes para compensar el rizado de corriente, según se describe en los apuntes del profesor Leopoldo García Franquelo [Fra08], se puede expresar el rizado de tensión como la variación de carga del condensador dividido por la capacidad del mismo. En la Fig. 6.4 se muestra el rizado de tensión de entrada:

El área del triángulo sombreada indica el incremento de la carga del condensador (6.15):

$$\Delta Q = \left(\frac{1}{2} \frac{\Delta I_{L_1} T_s}{2} \right) \quad (6.15)$$

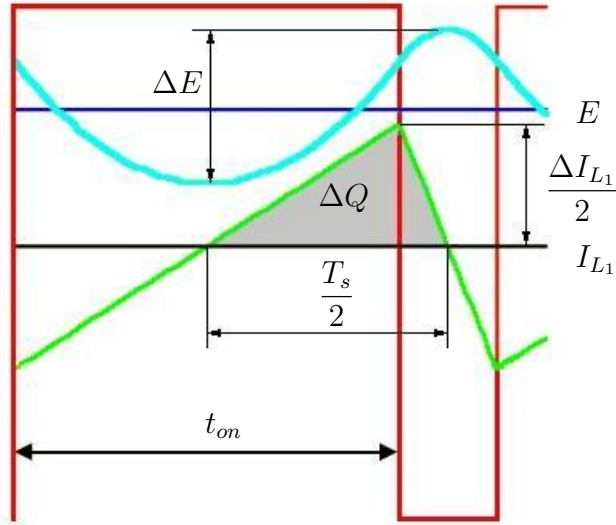


Figura 6.4: Rizado de tensión a la entrada

Como el periodo T_s puede expresarse también como la frecuencia f la variación de tensión será (6.16):

$$\Delta E = \frac{\Delta Q}{C_{in}} = \frac{1}{C_{in}} \left(\frac{\Delta I_{L1} T_s}{8} \right) = \frac{\Delta I_{L1}}{8 C_{in} f} \quad (6.16)$$

Por lo que el rizado de tensión en la entrada (6.17) será:

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{D}{8 L_1 C_{in} f} = \frac{D T_s}{8 L_1 C_{in}} \quad (6.17)$$

Por otra parte el rizado de la tensión de salida se muestra en la Fig. 6.5:

Como el estado es estacionario, el condensador C_2 tiene un balance de carga igual a cero, lo que significa que la parte positiva y negativa de la área sombreada deben ser iguales, por lo tanto el incremento de la carga del condensador será (6.18):

$$\Delta Q = I_o t_{on} = I_o D T_s \quad (6.18)$$

Por lo tanto la variación de tensión de salida puede expresarse como (6.19):

$$\Delta V_o = \frac{\Delta Q}{C_2} = \frac{I_o D T_s}{C_2} = \frac{V_o D T_s}{R C_2} = \frac{V_o D}{R C_2 f} \quad (6.19)$$

Por lo tanto el rizado de la tensión de salida será (6.20):

$$\frac{\Delta V_o}{V_o} = \frac{D T_s}{R C_2} = \frac{D}{R C_2 f} \quad (6.20)$$

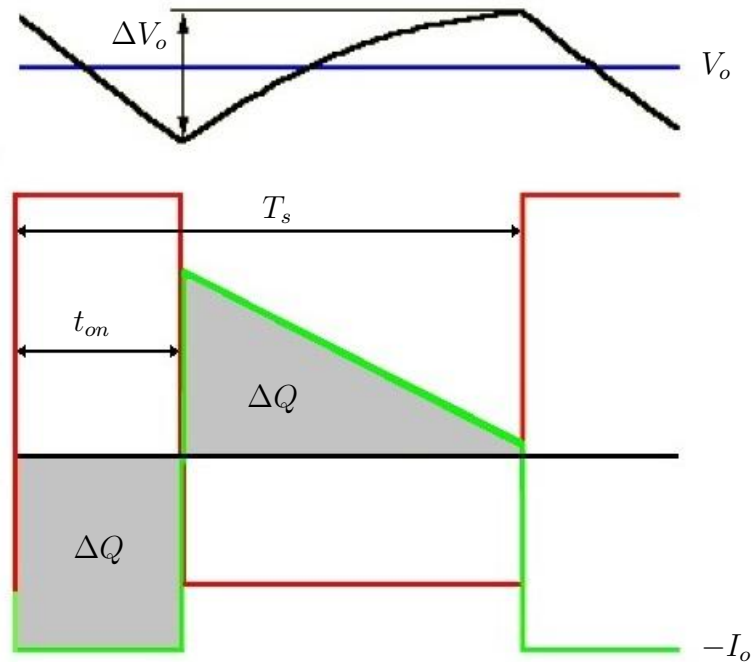


Figura 6.5: Rizado de tensión a la salida

6.2.3. Convertidor Zeta

En el convertidor Zeta la forma de onda de la corriente de salida es triangular, pero la forma de onda de la corriente de entrada es trapezoidal.

Suponiendo que el condensador de entrada C_{in} (que no se describe) o el condensador de salida C_2 son lo suficientemente grandes para compensar el rizado de corriente, según se describe en los apuntes del profesor Leopoldo García Franquelo [Fra08], se puede expresar el rizado de tensión como la variación de carga del condensador dividido por la capacidad del mismo. El rizado de la tensión de entrada se muestra en la Fig. 6.6:

En el estado estacionario, el condensador C_{in} tiene un balance de carga igual a cero, lo que significa que la parte positiva y negativa de la área sombreada deben ser iguales, por lo tanto el incremento de la carga del condensador será (6.21):

$$\Delta Q = I_i t_{on} = I_i D T_s \quad (6.21)$$

Por lo tanto la variación de tensión a la entrada puede expresarse como (6.22):

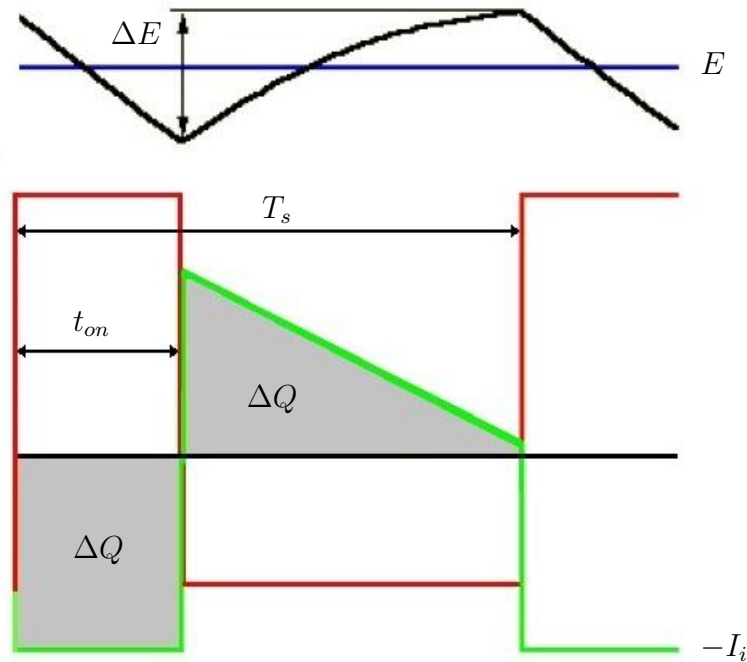


Figura 6.6: Rizado de tensión a la la salida

$$\Delta E = \frac{\Delta Q}{C_{in}} = \frac{I_i D T_s}{C_{in}} = \frac{E D T_s}{R C_{in}} = \frac{E D}{R C_{in} f} \quad (6.22)$$

Por lo tanto el rizado de la tensión de salida será (6.23):

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{D T_s}{R C_{in}} = \frac{D}{R C_{in} f} \quad (6.23)$$

En la Fig. 6.7 se muestra el rizado de tensión de salida:

El área del triángulo sombreada indica el incremento de la carga del condensador (6.24):

$$\Delta Q = \left(\frac{1}{2} \frac{\Delta I_{L2} T_s}{2} \right) \quad (6.24)$$

Como el periodo T_s puede expresarse también como la frecuencia f la variación de tensión será (6.25):

$$\Delta V_o = \frac{\Delta Q}{C_2} = \frac{1}{C_2} \left(\frac{\Delta I_{L2} T_s}{8} \right) = \frac{\Delta I_{L1}}{8 C_2 f} \quad (6.25)$$

Por lo que el rizado de tensión en la salida (6.26) será:

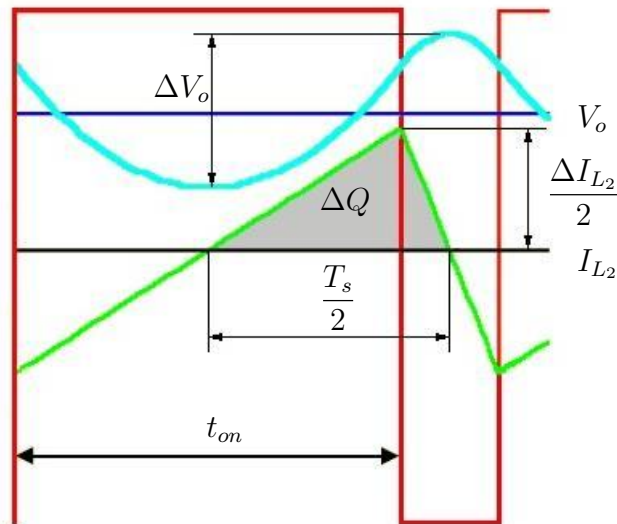


Figura 6.7: Rizado de tensión a la salida

$$\frac{\Delta V_o}{V_o} = \frac{D}{8 L_1 C_2 f} = \frac{D T_s}{8 L_2 C_2} \quad (6.26)$$

6.2.4. Convertidor X

En el convertidor X la forma de onda de la corriente de entrada y salida es trapezoidal.

Suponiendo que el condensador de entrada C_{in} (que no se describe) o el condensador de salida C_2 son lo suficientemente grandes para compensar el rizado de corriente, según se describe en los apuntes del profesor Leopoldo García Franquelo [Fra08], se puede expresar el rizado de tensión como la variación de carga del condensador dividido por la capacidad del mismo. El rizado de la tensión de entrada o salida se muestra en la Fig. 6.8:

En el estado estacionario, el condensador C tiene un balance de carga igual a cero, lo que significa que la parte positiva y negativa de la área sombreada deben ser iguales, por lo tanto el incremento de la carga del condensador será (6.27):

$$\Delta Q = I t_{on} = I D T_s \quad (6.27)$$

Por lo tanto la variación de tensión a la entrada (6.28a) o a la salida (6.28b) pueden expresarse como:

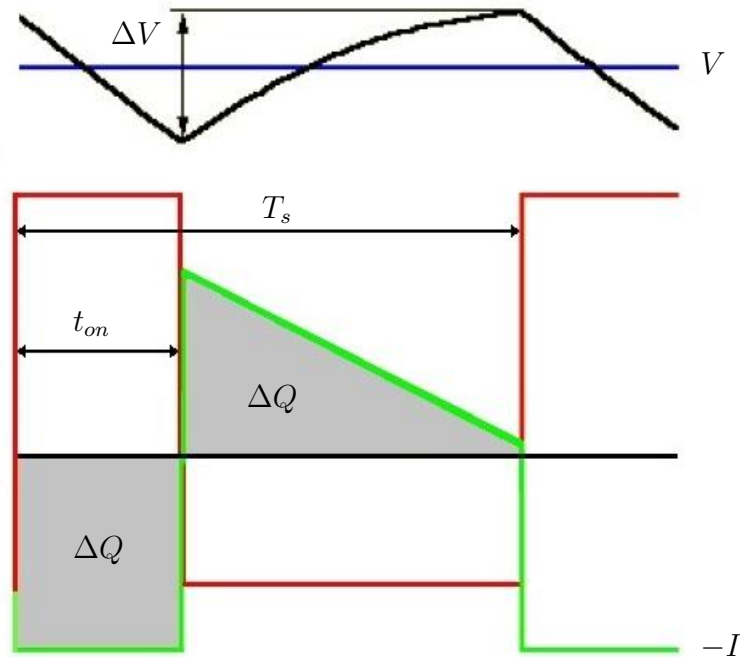


Figura 6.8: Rizado de tensión a la la salida

$$\Delta E = \frac{\Delta Q}{C_{in}} = \frac{I_i D T_s}{C_{in}} = \frac{E D T_s}{R C_{in}} = \frac{E D}{R C_{in} f} \quad (6.28a)$$

$$\Delta V_o = \frac{\Delta Q}{C_2} = \frac{I_o D T_s}{C_2} = \frac{V_o D T_s}{R C_2} = \frac{V_o D}{R C_2 f} \quad (6.28b)$$

Por lo tanto el rizado de la tensión de entrada (6.29a) y salida serán (6.29b):

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{D T_s}{R C_{in}} = \frac{D}{R C_{in} f} \quad (6.29a)$$

$$\frac{\Delta V_o}{V_o} = \frac{D T_s}{R C_2} = \frac{D}{R C_2 f} \quad (6.29b)$$

Conclusión

El análisis de los circuitos con bobinas acopladas es igual al análisis de los circuitos sin bobinas acopladas pero con un valor de inductancia equivalente un poco mayor. Los rizados de corriente de entrada o salida depende de si la inductancia está en serie o en paralelo, cuando está en serie la forma de onda de la corriente es triangular, mientras que cuando está en paralelo es rectangular. El convertidor que tiene un rizado más suave y por consiguiente más fácil de filtrar es el de Čuk , mientras que el convertidor con una característica peor es el convertidor X.

Parte II

CONTROL

Capítulo 7

Control Digital

Resumen

Este capítulo es una introducción al control y en particular a distintas técnicas de control digital, desde el punto de vista del control lineal. Se hará una introducción a algunos algoritmos de control como pueden ser el control predictivo con un modelo de referencia, a la identificación de sistemas y al control adaptativo. También se describen algoritmos que favorecen la dinámica de control como puede ser el bloque conductor o la especificación de determinadas trayectorias del sistema cuando hay un cambio de referencia.

7.1. Introducción

Todo sistema susceptible de ser controlado se denomina planta y debe describirse mediante ecuaciones, para esto se utiliza el espacio de estado. En un sistema de control se excita la planta con una determinada entrada para conseguir la salida deseada.

Básicamente hay dos tipos de sistemas de control, los de bucle abierto y los de bucle cerrado o realimentados. Un sistema de control en bucle abierto es aquel en que la salida no tiene efecto en la entrada, mientras que en un sistema realimentado la entrada se ve afectada por el valor de la salida a fin de obtener la salida deseada.

Se dice que un sistema es discreto si está definido en unos instantes determinados, mientras que un sistema continuo es aquel que está definido en todos los instantes dentro de un intervalo. Las plantas físicas son siempre sistemas continuos, pero el uso de sistemas digitales para controlarlas, ya sean procesadores o sistemas lógicos programables, no permite tratar variables continuas, estas deben ser discretizadas a través de convertidores analógico-digitales. A fin de obtener una salida continua para excitar el

proceso se usan convertidores digital-analógicos, o en el caso que se estudia interruptores conmutados, muchas veces con modulación PWM.

7.2. Espacio de Estado

El estado de un sistema es el conjunto más pequeño de variables (variables de estado) que lo determinan en un instante inicial t_0 y su evolución con una entrada determinada para $t > t_0$ [Oga96].

Las ecuaciones de estado en tiempo continuo para sistemas lineales pueden expresarse como (7.1):

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A x(t) + B u(t) \\ y(t) &= C x(t) + D u(t)\end{aligned}\tag{7.1}$$

donde:

$x(t)$	Es el vector de estado de n variables
$y(t)$	Es el vector de salidas de m variables
$u(t)$	Es el vector de control de r variables
$A(t)$	Es la matriz de estado de $n \times n$
$B(t)$	Es la matriz de entrada de $n \times r$
$C(t)$	Es la matriz de salida de $m \times n$
$D(t)$	Es la matriz de transmisión directa $m \times r$

Como puede observarse la ecuación de estado no es única, depende de las variables de estado elegidas. Hay dos propiedades de los sistemas de control [Dor02] que es interesante tener en cuenta de cara al control y que se describen de manera intuitiva como:

Observabilidad: Se dice que un sistema es observable si se puede determinar el valor de las variables de estado a través de las entradas y salidas.

Controlabilidad: Se dice que un sistema es controlable si puede cambiar a un estado determinado con una entrada determinada.

Aunque en la ecuación de estado sólo aparece la derivada de primer orden, ésta aparece como vector y es usual escoger como variables de estado, esta misma más sus derivadas. Por ejemplo en un movimiento unidimensional se escogen posición $x(t)$ y velocidad $v(t) = \partial x(t)/\partial t$ y en un sistema eléctrico carga $q(t)$ e intensidad $i(t) = \partial q(t)/\partial t$.

7.3. Función de Transferencia

En tiempo discreto la expresión cambia ligeramente, considerando el periodo de muestreo como infinitesimal, dentro del entorno de trabajo, se asocia a la derivada el valor de la variable en el estado siguiente. Por lo tanto la ecuación de estado para un sistema en tiempo discreto y lineal puede expresarse como (7.2):

$$\begin{aligned}x(k+1) &= Gx(k) + Hu(k) \\y(k) &= Cx(k) + Du(k)\end{aligned}\tag{7.2}$$

Donde G es la matriz de estado en tiempo discreto y H la matriz de entrada en tiempo discreto. La relación entre las matrices A y G se expresa en (7.3) y la relación entre las matrices A , B y H se expresa en la ecuación (7.4).

$$G = e^{A\Delta t}\tag{7.3}$$

$$H = \int_0^{\Delta t} e^{A(\Delta t-\tau)} B d\tau\tag{7.4}$$

Si se saca la transformada z se tiene (7.5):

$$\begin{aligned}zx(z) - zx(0) &= Gx(z) + Hu(z) \\y(z) &= Cx(z) + Du(z)\end{aligned}\tag{7.5}$$

Si se supone que el estado inicial $x(0) = 0$ y despejando $x(z)$ queda (7.6):

$$x(z) = (zI - G)^{-1} Hu(z)\tag{7.6}$$

Si se substituye en la ecuación de salida queda (7.7):

$$y(z) = [C(zI - G)^{-1} H + D] u(z) = F(z) u(z)\tag{7.7}$$

Donde $F(z)$ se conoce como la matriz de función de transferencia pulso (7.8):

$$F(z) = C(zI - G)^{-1} H + D\tag{7.8}$$

Con lo cual tenemos una función que relaciona la entrada y la salida para un sistema lineal donde el valor inicial de las variables de estado es cero.

7.4. Modelo ARMAX

El modelo autorregresivo de media móvil o Auto Regresive Moving Average es la herramienta para expresar las ecuaciones que describen el proceso en tiempo discreto. En la referencia [GS09] se define como modelo DARMA añadiendo el término determinista a la descripción, ya que se conoce la entrada y no es aleatoria como en otros tratamientos del modelo.

También se denominan ecuaciones en diferencias ya que se basan en una serie temporal de valores separados por un intervalo de tiempo constante.

El modelo ARMAX (7.9) está formado por dos partes: Un modelo autorregresivo que describe una serie temporal (parte de la izquierda de (7.9)), en este caso de la variable a controlar o de salida y un filtro de desplazamiento de media ponderado de la variable de control o entrada (parte derecha de (7.9)).

Este modelo es postulado por George E.P. Box y F.M. Jenkins en la década de los 70 del siglo pasado [BJ76], no obstante es ya usado en todas las fuentes de control discreto consultadas donde también se le denomina forma canónica de la ecuación de estado.

$$a_0 y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_n y(k-n) = b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + \dots + b_n u(k-n) \quad (7.9)$$

En muchos casos, como en el desarrollo de la referencia [SR05], se suprime el término b_0 que expresa el retardo de discretización. La salida no se ve afectada por la entrada que se aplica en este mismo instante ya que es necesario un tiempo para discretizar una determinada variable. Hay que notar que el término a_0 es siempre igual a uno ($a_0 = 1$), los valores son normalizados a la variable de salida.

Es un modelo especialmente útil ya que los procesos de discretización de señales, convertidores Analógico Digitales, suelen hacer conversiones a una frecuencia constante, que se denomina frecuencia de muestreo.

El modelo autorregresivo (7.10) describe una función a través de una serie de valores temporales de la misma, con una diferencia de tiempo constante y de unos parámetros que pueden ser constantes (invariantes) o variables con el tiempo:

$$y(k) = -a_1 y(k-1) - a_2 y(k-2) - \dots - a_n y(k-n) + \epsilon \quad (7.10)$$

El filtro de desplazamiento de media (7.11) es un filtro recursivo paso bajo que obtiene una señal suavizada, con una buena respuesta en el dominio del tiempo, pero con una mala respuesta en el dominio de la frecuencia. En este caso la respuesta viene modulada por los coeficientes.

$$\bar{u} = b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + \dots + b_n u(k-n) \quad (7.11)$$

Una de las propiedades más importantes de este modelo es su fácil transformación a la variable z , o más concretamente a z^{-1} ya que:

$$Z \{b_n u(k-n)\} = b_n z^{-n}$$

Por lo tanto la función de transferencia teniendo en cuenta el retardo de discretización o sea $b_0 = 0$ viene definido por (7.12)

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}} = \frac{b_1 z^{n-1} + \dots + b_m z^{n-m}}{z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n} \quad (7.12)$$

El orden de la función de transferencia es el máximo entre m y n . Hay que tener en cuenta que por el principio de causalidad $n \geq m$ ya que una salida en un instante debe estar influenciada por lo menos por una entrada en este instante o instantes anteriores.

7.5. Introducción a varios tipos de control

Entre las numerosas estrategias de control [AW08], los que interesan en este estudio, son los sistemas realimentados. Cabe destacar el control de realimentación negativa que es aquel que modifica la acción de control en función del error entre la salida obtenida y la referencia deseada. El control de este tipo más conocido y más usado es el regulador PID, en este grupo también está el control Sigma-Delta ($\Sigma\Delta$) que es el que se ha usado, por su sencillez, en la puesta en marcha de las tarjetas de prueba.

El control por modelo de referencia consiste en modificar la acción de control en función de la salida proporcionada por un modelo y si es el caso modificar los parámetros de este. En este grupo estarían el control predictivo y el predictivo-adaptativo.

Dentro del control adaptativo hay varias técnicas posibles:

Sistemas adaptativos basados en modelo de referencia MRAS (Model Reference Adaptive Systems): Es el método que se va a estudiar, consiste en identificar un modelo de la planta y adaptarlo a las variaciones dinámicas de esta.

Reguladores autosintonizados STR (Self-Tuning Regulators): Es el método más extendido por su aplicación sobre el controlador más universal el PID. Consiste en usar técnicas de identificación de los parámetros del controlador, ya sea en funcionamiento o previamente en la puesta en marcha.

Ganancia programada (Gain Scheduling): Cuando los sistemas tiene modos de fun-

cionamiento distintos es posible dividir el campo de actuación del controlador en determinados segmentos, usando unos u otros parámetros.

Casi toda la teoría de control se basa en procesos lineales, para controlar procesos no lineales es preciso linealizarlos, ya sea aproximadamente alrededor de un punto de equilibrio, de forma extendida o de forma exacta con un cambio de variables de estado.

7.6. Control Sigma-Delta

El control Delta (Δ), de la Fig. 7.1, consiste en incrementar la salida, si la variable controlada es menor a la referencia, o decrementar la salida, si la variable controlada es mayor que la referencia, en un Δ fijo. Este controlador tiene un coste computacional muy bajo, ya que lo único que hay que hacer es restar la variable controlada menos la referencia e incrementar o decrementar la salida en función del signo.

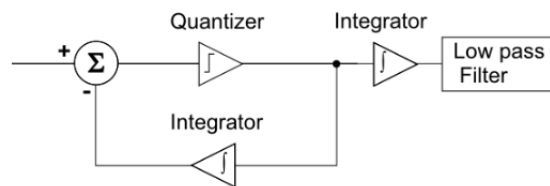


Figura 7.1: Control Δ Delta [Wik07]

El controlador Sigma-Delta ($\Sigma\Delta$), de la Fig. 7.2, es una evolución del controlador Delta (Δ), en la que se considera la integral del error en lugar de simplemente el error. El coste computacional es un poco mayor, en este caso se opera con el signo de la integral del error.

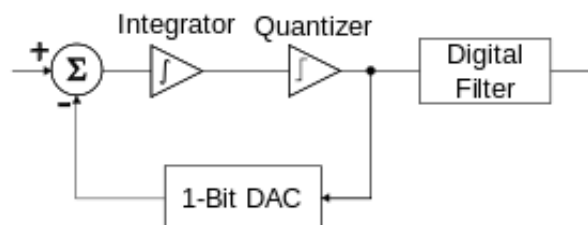


Figura 7.2: Control $\Sigma\Delta$ Sigma-Delta [Wik07]

Como puede observarse en la Fig. 7.3 la señal de salida, que en el caso que nos ocupa es el PWM, es integrada a través de la planta. La variable que se usa para realimentar es la tensión de salida que es una función de la integral de la acción de control.

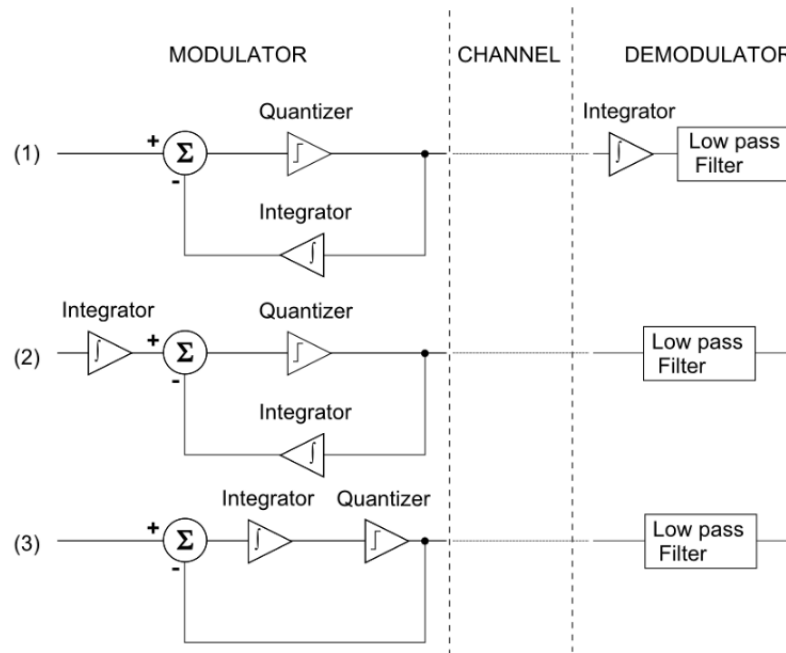


Figura 7.3: Del control Δ al $\Sigma\Delta$ [Wik07]

El integrador puede colocarse también a la entrada, antes del restador, o bien colocarlo después del restador, el diagrama de control que queda es el del control $\Sigma\Delta$ o Sigma-Delta [Par91] Fig. 7.2.

El problema de este controlador es que es lento y que no es exacto debido a los problemas de sobrecarga de pendiente y de ruido granular que se exponen en la Fig. 7.4

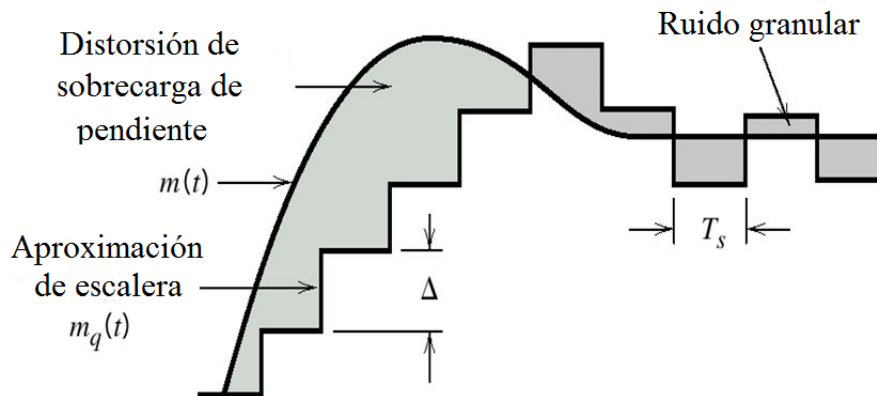


Figura 7.4: Limitaciones del control $\Sigma\Delta$ Sigma-Delta

Para superar el problema de la distorsión de sobrecarga de pendiente se hace el escalón variable en función del error, a esta modalidad de controlador se la denomina Sigma-Delta adaptativo.

7.7. Control P.I.D. - Proporcional Integral Derivativo

El control de realimentación negativa o "feedback" en inglés, consiste en controlar un sistema en función del error entre el valor deseado y el valor obtenido, de forma que el controlador tienda a reducir el error. El algoritmo más representativo tanto por el uso como por los desarrollos que se han hecho del mismo es el PID que produce una actuación proporcional al error, a su integral y a su derivada (7.13).

$$u(t) = K_p \left(e(t) + T_d \frac{de}{dt} + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt \right) \quad (7.13)$$

Si se hace la transformada de Laplace de esta ecuación (7.14).

$$u(s) = K_p \left(1 + T_d s + \frac{1}{T_i s} \right) \quad (7.14)$$

Una expresión discreta del controlador PID podría ser la siguiente (7.15) de [San13]:

$$\begin{aligned}
 u(k) &= u(k-1) + q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2) \\
 q_0 &= K_p \left(1 + \frac{T_d}{T} \right) \\
 q_1 &= K_p \left(-1 + \frac{T}{T_i} - 2 \frac{T_d}{T} \right) \\
 q_2 &= K_p \frac{T_d}{T}
 \end{aligned}
 \tag{7.15}$$

Siendo u la salida del controlador o la señal de control y e el error entre la salida de la planta y la consigna.

Los términos: K_p - Constante proporcional, T_i - Tiempo de integración y T_d - Tiempo de derivación, son los propios de este tipo de control. Mientras que T es el tiempo de muestreo.

En este controlador hay que limitar el WIND-UP o saturación de la salida por la integración, y el cambio brusco de la consigna que provoca una respuesta excesiva del término derivativo.

Este algoritmo presenta dos problemas, el primero es la necesidad de sintonizar los parámetros y el segundo que si la planta varía con el tiempo esta sintonía se pierde y es preciso algún mecanismo de resintonización, hay varios trabajos en la línea de autosintonización y adaptación de los parámetros del PID.

A continuación, a modo de ejemplo se expone el algoritmo implementado en un cargador de baterías Li-Ion, controlado por un convertidor Buck. Este PID está implementado sobre el microcontrolador de 8 bits C8051F580 de Silicon Labs.

```

// *****
// ***** MÓDULO DE CARGA de la BATERIA *****
// *****

// _____
// _____ Definiciones y variables del PID _____
// _____

// #define AD           // Definir en caso de querer Acción Derivativa
#define AI           // Definir en caso de querer Acción Integral

#define T  0.001      // Tiempo de ciclo lms
#define Kp 0.4219     // Ganancia Proporcional
#define Td 0          // Ganancia Derivativa
#define Ti 0.844     // Ganancia Integral
#define N  100       // Constante de filtro de derivada
#define pd Td / (Td + N * T)
#define qd (Kp * Td * N) / (Td + N * T)
#define qi Kp * T / Ti

```

```

#define umin 0.0          // El PWM es de 256 pasos
#define umax 255.0

#define VMAX 4150        // Tensión máxima 41,5 V
#define VMIN 3000        // Tensión mínima 30,0 V

float xdata u, D, I, e0, e1, r0, r1, sp;

```

Se han definido una serie de macros para los distintos parámetros del control PID, además se usa el compilado condicional para poder activar o desactivar la acción integral y derivativa.

```

// =====
// ----- Prototipos y funciones -----
// =====

BYTE PID(int y0);

// ----- Rutina de Bloque Conductor -----
void BloqueConductor(void){
    r0 = (sp + r0 + r1) / 3;
    r1 = r0;
}

```

Se usa la estrategia de usar un bloque conductor, que se describe en el apartado 7.9, para mantener la variación de la referencia acotada. En este caso el bloque conductor es una media móvil de tres valores.

```

// ----- Rutina de cálculo del PID -----
BYTE PID(int y0){
    BloqueConductor();          // Cálculo de la referencia por el bloque conductor
    e0 = r0 - y0;              // Cálculo del ERROR

#ifdef AD                      // Cálculo del término derivativo si procede
    D = pd * D + qd * (float)(e0 - e1);
#endif

#ifdef AI                      // Cálculo del término integral si procede. Con anti - WINDUP
    if (((u > umin) || (e0 > 0)) && ((u < umax) || (e0 < 0))) I = I + qi * (float)e0;
#endif

    u = Kp * (float)e0;        // Cálculo del término proporcional

#ifdef AD
    u += D;                    // Suma del término Derivativo si procede
#endif

#ifdef AI
    u += I;                    // Suma del término Integral si procede
#endif

    if (u < umin) u = umin;    // Comprobación de saturación
    if (u > umax) u = umax;
    e1 = e0;

    return((BYTE) u);
}

```

Se ha optado por un algoritmo PID paralelo, calculando cada uno de los componentes por separado, y mediante la compilación condicional poder cambiar de control entre: P-Proporcional, PI - Proporcional Integral, PD - Proporcional Derivativo y PID

7.8. Control Predictivo

El control predictivo basado en un modelo, consiste en predecir el comportamiento de la planta en función de un modelo que se ha identificado de la misma. Como se dispone del mismo, es sencillo controlar el sistema ya que se puede obtener la entrada necesaria para desplazar la salida al valor deseado.

La gran ventaja del control predictivo, frente al control clásico de realimentación negativa es su anticipación. Mientras el control clásico, dada una variación de estado, corrige a partir del error obtenido, el control predictivo actúa sin necesidad de que aparezca el error. Es lo mismo que decir que mientras el control clásico se espera a que haya un error para actuar, el control predictivo actúa. Esto supone que se defina una trayectoria realizable entre el estado actual y el nuevo estado deseado, que se use un modelo fiable de la planta y que la planta sea invariante en el tiempo.

Hay tres propiedades que caracterizan el enfoque del control predictivo basado en modelos [VI12]:

1. Un modelo explícito que se utilizará para describir el comportamiento de la planta a lo largo de un horizonte de tiempo finito.
2. Un criterio de coste que se utilizará para describir el comportamiento en bucle cerrado deseado de la planta
3. El procedimiento empleado para controlar el sistema en bucle cerrado es el de horizonte errante. Que consiste en desplazar el horizonte de predicción hacia adelante.

Se asume un sistema en tiempo discreto como:

$$\hat{x}_{l+1} = f(x_l, u_l) \quad (7.16)$$

que describe un modelo del comportamiento de la planta, donde $\hat{x}_{l+1} \in \mathbb{R}^n$ es el estado predicho, y $u_l \in \mathbb{R}^m$ es la acción de control. En cada instante k , el estado x_k de la planta es medido o estimado. El comportamiento de la planta se prevé en un horizonte temporal, desde el momento actual k hasta el instante $k+N$, donde $N \geq 1$ es el horizonte de predicción. La predicción viene dada por la respuesta \hat{x}_l , donde $l = k, \dots, k+N$ de

(7.16) a la acción de control u_l , con $l = k, \dots, k + N - 1$, con el estado x_k como estado inicial.

El enfoque del control predictivo basado en un modelo puede resumirse de la siguiente manera. En cada instante de tiempo k

1. Se mide o estima el instante actual x_k
2. Resolver el problema de control óptimo en un horizonte de tiempo finito.

$$\text{minimizar} \quad \sum_{l=k}^{k+N-1} J(x_{l+1}, u_l|l) \quad (7.17a)$$

$$\text{sujeto a: } \hat{x}_{l+1} = f(x_l, u_l) \text{ con } l = k, \dots, k + N - 1 \quad (7.17b)$$

$$g(x_{l+1}, u_l) \leq 0 \text{ con } l = k, \dots, k + N - 1 \quad (7.17c)$$

$$\hat{x}_k = x_k \quad (7.17d)$$

3. aplicar la primera componente \hat{u}_k

Una de las posibles soluciones es la aplicada en [SR05] donde la acción de control se obtiene de un modelo tipo ARMAX (7.18):

$$\hat{y}(k) = \sum_{i=1}^n a_i y(k-i) + \sum_{i=1}^m b_i u(k-i) + \sum_{i=0}^l c_i w(k-i) \quad (7.18)$$

La variable de salida y está con acento circunflejo porque es la salida predicha por el modelo, su exactitud dependerá de la bondad del modelo. Los parámetros a , b y c son los del modelo, no los de la planta. En este caso se ha considerado un modelo que además de la acción de control tiene en cuenta la acción de una perturbación medible. En este último término se tiene en consideración la misma en el instante de medida, ya que se supone que se habrá producido durante el periodo de control anterior.

En este caso la acción de control se calcularía de la siguiente forma (7.19):

$$u(k) = \frac{y_d(k+1|k) - \sum_{i=1}^n a_i y(k-i) - \sum_{i=2}^m b_i u(k-i) - \sum_{i=0}^l c_i w(k-i)}{b_1} \quad (7.19)$$

En esta ecuación hay un elemento nuevo que es la salida deseada en el instante $k + 1$ calculada con los datos del instante k que es $y_d(k + 1|k)$

Si se pasa a una notación vectorial esta ecuación en diferencias con $n = m = 2$ y sin tener en cuenta la perturbación (7.20).

$$y(k) = a_1 y(k - 1) + a_2 y(k - 2) + b_1 u(k - 1) + b_2 u(k - 2) \quad (7.20)$$

Con un vector de parámetros θ :

$$\theta = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$$

Un vector de entradas salidas Φ_k , también llamado vector de correlación (matriz cuando el sistema es multivariable):

$$\Phi_k = \begin{pmatrix} y(k - 1) \\ y(k - 2) \\ u(k - 1) \\ u(k - 2) \end{pmatrix}$$

Queda una expresión como (7.21):

$$y(k) = \theta^T \Phi_k \quad (7.21)$$

Si el vector de parámetros está obtenido de una predicción se representará con acento circunflejo, así mismo cada uno de los parámetros.

Para poder expresar el valor concreto de la entrada $u(k)$ se descompone el vector de parámetros en dos:

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}_0(k) + \hat{\theta}_1(k) = \begin{pmatrix} \hat{a}_1(k) \\ \hat{a}_2(k) \\ \hat{b}_2(k) \end{pmatrix} + \hat{b}_1(k)$$

De la misma forma que el vector o matriz de correlación:

$$\Phi_0(k) = \begin{pmatrix} y(k) \\ y(k - 1) \\ u(k - 1) \end{pmatrix}$$

Con lo que la expresión de la entrada necesaria queda como (7.22):

$$u(k) = \frac{y_d(k + 1) - \hat{\theta}_0(k)^T \Phi_0(k)}{\hat{\theta}_1(k)} \quad (7.22)$$

En caso de tener en cuenta la perturbación los coeficientes c_i estarían como nuevas filas de θ_0 y $w(k) \cdots w(k-l)$ como nuevas filas de Φ_0

Por otro lado si fuese un sistema multivariable Φ sería una matriz con tantas columnas como variables se tuvieran en cuenta.

El control predictivo tiene el gran inconveniente de la exactitud del modelo identificado, por consiguiente es imprescindible identificar el modelo con mucha precisión y que la planta sea invariante en el tiempo, pues de lo contrario la predicción se alejará de la salida de la planta.

Hay otro problema que afecta sobremanera al control predictivo, es la planta de inverso inestable o de fase no mínima. Esto sucede cuando los ceros de la función de transferencia están fuera del círculo unidad o bien hay un cero doble sobre el círculo unidad. Esto produce que para obtener una salida determinada haya que aplicar al sistema una entrada infinita u oscilante, según sea el caso. A fin de solucionar este problema se usa el horizonte de predicción y la estrategia extendida de predicción, que consiste en controlar a partir de una predicción más lejana que la del instante siguiente. Otra forma de abordar el problema con un control predictivo-adaptativo consiste en no adaptar si el modelo resultante llega a ser de inverso inestable, es preferible tener un modelo de inverso estable, aunque sea menos fiable que uno de inverso inestable. Esta característica dificulta el uso de estas técnicas en los sistemas de los convertidores de cuarto orden, ya que son todos de fase no mínima como se verá en posteriores capítulos.

7.8.1. Aplicación al convertidor de Ćuk

Si se parte de la ecuación (2.19), se pueden obtener las matrices del sistema. A continuación se repite el sistema de ecuaciones de pequeña señal para el convertidor de Ćuk .

$$\left\{ \begin{array}{l} L_1 \frac{d\hat{i}_{L_1}(t)}{dt} = \hat{e}(t) - (1-D) \hat{v}_{C_1}(t) + V_{C_1} \hat{d}(t) \\ C_1 \frac{d\hat{v}_{C_1}(t)}{dt} = (1-D) \hat{i}_{L_1}(t) - D \hat{i}_{L_2}(t) - (I_{L_1} + I_{L_2}) \hat{d}(t) \\ L_2 \frac{d\hat{i}_{L_2}(t)}{dt} = \hat{v}_{C_1}(t) D - \hat{v}_o(t) + V_{C_1} \hat{d}(t) \\ C_2 \frac{d\hat{v}_o(t)}{dt} = \frac{-1}{R} \hat{v}_o(t) + \hat{i}_{L_2}(t) \end{array} \right.$$

Ténganse en cuenta el valor de la tensión media del condensador de paso que es $V_{C_1} = E + V_o = \Sigma V$ y que las corrientes medias de las inductancias se corresponden a la corriente de entrada y salida, por lo tanto $I_i + I_o = \Sigma I$.

$$\dot{x}(t) = F_o x(t) + G_o u(t) + G_e e(t) + G_i i_o(t) \quad (7.23)$$

Siendo $x(t) = (i_{L_1}(t), v_{C_1}(t), i_{L_2}(t), v_o(t))^T$ el vector de estado del sistema, $e(t)$ la tensión de entrada y $i_o(t)$ la corriente de salida, que son las perturbaciones medibles del sistema.

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{-D'}{L_1} & 0 & 0 \\ \frac{D'}{C_1} & 0 & \frac{-D}{C_1} & 0 \\ 0 & \frac{D}{L_2} & 0 & \frac{-1}{L_2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_2} & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e(t) + \begin{pmatrix} \frac{\Sigma V}{L_1} \\ \frac{-\Sigma I}{C_1} \\ \frac{\Sigma V}{L_2} \\ 0 \end{pmatrix} u(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{-1}{C_2} \end{pmatrix} i_o(t) \quad (7.24)$$

7.8.2. Aplicación al convertidor SEPIC

Si se parte de la ecuación (3.19), se pueden obtener las matrices del sistema. A continuación se repite el sistema de ecuaciones de pequeña señal para el convertidor SEPIC.

$$\begin{cases} L_1 \frac{d\hat{i}_{L_1}(t)}{dt} = \hat{e}(t) - (1-D)\hat{v}_{C_1}(t) - (1-D)\hat{v}_o(t) + (V_{C_1} + V_o)\hat{d}(t) \\ C_1 \frac{d\hat{v}_{C_1}(t)}{dt} = (1-D)\hat{i}_{L_1}(t) - D\hat{i}_{L_2}(t) - (I_{L_1} + I_{L_2})\hat{d}(t) \\ L_2 \frac{d\hat{i}_{L_2}(t)}{dt} = D\hat{v}_{C_1}(t) - (1-D)\hat{v}_o(t) + (V_{C_1} + V_o)\hat{d}(t) \\ C_2 \frac{d\hat{v}_o(t)}{dt} = (1-D)\hat{i}_{L_1}(t) + (1-D)\hat{i}_{L_2}(t) - \frac{1}{R}\hat{v}_o(t) - (I_{L_1} + I_{L_2})\hat{d}(t) \end{cases}$$

Ténganse en cuenta el valor de la tensión media del condensador de paso que es $V_{C_1} = E$, por lo que la suma de $V_{C_1} + V_o = E + V_o = \Sigma V$ y que las corrientes medias de las inductancias se corresponden a la corriente de entrada y salida, por lo tanto $I_i + I_o = \Sigma I$.

La ecuación (7.23) para el caso del convertidor SEPIC es (7.25)

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{-D'}{L_1} & 0 & \frac{-D'}{L_1} \\ \frac{D'}{C_1} & 0 & \frac{-D}{C_1} & 0 \\ 0 & \frac{D}{L_2} & 0 & \frac{-D'}{L_2} \\ \frac{D'}{C_2} & 0 & \frac{D'}{C_2} & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e(t) + \begin{pmatrix} \frac{\Sigma V}{L_1} \\ \frac{-\Sigma I}{C_1} \\ \frac{\Sigma V}{L_2} \\ \frac{-\Sigma I}{C_2} \end{pmatrix} u(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{-1}{C_2} \end{pmatrix} i_o(t) \quad (7.25)$$

7.8.3. Aplicación al convertidor Zeta

Si se parte de la ecuación (4.19), se pueden obtener las matrices del sistema. A continuación se repite el sistema de ecuaciones de pequeña señal para el convertidor ZETA.

$$\begin{cases} L_1 \frac{d\hat{i}_{L_1}(t)}{dt} = D\hat{e}(t) + (1-D)\hat{v}_{C_1}(t) + (E - V_{C_1})\hat{d}(t) \\ C_1 \frac{d\hat{v}_{C_1}(t)}{dt} = D\hat{i}_{L_2}(t) - (1-D)\hat{i}_{L_1}(t) + (I_{L_1} + I_{L_2})\hat{d}(t) \\ L_2 \frac{d\hat{i}_{L_2}(t)}{dt} = D\hat{e} - D\hat{v}_{C_1}(t) - \hat{v}_o(t) + (E - V_{C_1})\hat{d}(t) \\ C_2 \frac{d\hat{v}_o(t)}{dt} = \frac{-1}{R}\hat{v}_o(t) + \hat{i}_{L_2}(t) \end{cases}$$

Ténganse en cuenta el valor de la tensión media del condensador de paso que es $V_{C_1} = -V_o$, por lo que la suma de $E - V_{C_1} = E + V_o = \Sigma V$ y que las corrientes medias de las inductancias se corresponden a la corriente de entrada y salida, por lo tanto $I_i + I_o = \Sigma I$.

La ecuación (7.23) para el caso del convertidor Zeta es (7.26)

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{D'}{L_1} & 0 & 0 \\ \frac{-D'}{C_1} & 0 & \frac{D}{C_1} & 0 \\ 0 & \frac{-D}{L_2} & 0 & \frac{-1}{L_2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_2} & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} \frac{D}{L_1} \\ 0 \\ \frac{D}{L_1} \\ 0 \end{pmatrix} e(t) + \begin{pmatrix} \frac{\Sigma V}{L_1} \\ \frac{\Sigma I}{C_1} \\ \frac{\Sigma V}{L_2} \\ 0 \end{pmatrix} u(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{-1}{C_2} \end{pmatrix} i_o(t) \quad (7.26)$$

7.8.4. Aplicación al convertidor X

Si se parte de la ecuación (5.19), se pueden obtener las matrices del sistema. A continuación se repite el sistema de ecuaciones de pequeña señal para el convertidor X.

$$\begin{cases} L_1 \frac{d\hat{i}_{L_1}(t)}{dt} = \hat{e}(t) + (1-D)\hat{v}_{C_1}(t) - (1-D)\hat{v}_o(t) + (E - V_{C_1} + V_o)\hat{d}(t) \\ C_1 \frac{d\hat{v}_{C_1}(t)}{dt} = D\hat{i}_{L_2}(t) - (1-D)\hat{i}_{L_1}(t) + (I_{L_1} + I_{L_2})\hat{d}(t) \\ L_2 \frac{d\hat{i}_{L_2}(t)}{dt} = D\hat{e}(t) - D\hat{v}_{C_1}(t) - (1-D)\hat{v}_o(t) + (E - V_{C_1} + V_o)\hat{d}(t) \\ C_2 \frac{d\hat{v}_o(t)}{dt} = (1-D)\hat{i}_{L_1}(t) + (1-D)\hat{i}_{L_2}(t) - \frac{1}{R}\hat{v}_o(t) - (I_{L_1} + I_{L_2})\hat{d}(t) \end{cases}$$

Ténganse en cuenta el valor de la tensión media del condensador de paso que es $V_{C_1} = 0$, por lo que la suma de $E - V_{C_1} + V_o = E + V_o = \Sigma V$ y que las corrientes medias de las inductancias se corresponden a la corriente de entrada y salida, por lo tanto $I_i + I_o = \Sigma I$.

La ecuación (7.23) para el caso del convertidor X es (7.27)

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{D'}{L_1} & 0 & \frac{-D'}{L_1} \\ \frac{-D'}{C_1} & 0 & \frac{D}{C_1} & 0 \\ 0 & \frac{D}{L_2} & 0 & \frac{-D'}{L_2} \\ \frac{D'}{C_2} & 0 & \frac{D'}{C_2} & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ \frac{-D}{L_2} \\ 0 \end{pmatrix} e(t) + \begin{pmatrix} \frac{\Sigma V}{L_1} \\ \frac{\Sigma I}{C_1} \\ \frac{\Sigma V}{L_2} \\ \frac{-\Sigma I}{C_2} \end{pmatrix} u(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{-1}{C_2} \end{pmatrix} i_o(t) \quad (7.27)$$

7.9. Cálculo de la trayectoria (Bloque conductor)

La salida deseada se calcula en función de una trayectoria escogida para la transición del estado actual al estado deseado, en el controlador ADEX esto se llama bloque conductor.

En este caso se escoge una trayectoria de segundo orden, por su sencillez, que proporciona un despegue relativamente rápido del estado actual y un alcance lento del estado deseado. Esta trayectoria responde a una ecuación en diferencias como (7.28):

$$y_r(k+1) = \alpha_1 y_r(k) + \alpha_2 y_r(k-1) + \beta_1 y_{sp}(k) + \beta_2 y_{sp}(k-1) \quad (7.28)$$

Con $y_r(0) = y_0$ e $y_r(-1) = y_1$ son los valores de la referencia en el instante inicial y el anterior e y_{sp} los valores de la consigna. Hay que tener en cuenta en esta ecuación que el valor de la consigna cambia en el instante 0 por lo tanto:

$$y_{sp}(-1) = y_r(-1)$$

Esta ecuación debe tener ganancia uno lo que significa que si se toma su función de transferencia entre y_r/y_{sp} se tiene (7.29):

$$\frac{Y_r(z)}{Y_{sp}(z)} = \frac{\beta_1 z^{-1} + \beta_2 z^{-2}}{1 - (\alpha_1 z^{-1} + \alpha_2 z^{-2})} = \frac{\beta_1 z + \beta_2}{z^2 - \alpha_1 z - \alpha_2} \quad (7.29)$$

Con una ganancia (7.30):

$$G = \frac{\beta_1 + \beta_2}{1 - (\alpha_1 + \alpha_2)} \quad (7.30)$$

Si además se quiere que tenga un amortiguamiento crítico, los dos polos deben estar sobre el eje real positivo y tener un módulo inferior a la unidad.

$$(z - p_1)(z - p_2) = z^2 - (p_1 + p_2)z + p_1 p_2$$

si se hace además que $p_1 = p_2 = p$ se tiene

$$(z - p)^2 = z^2 - 2pz + p^2$$

con lo que el valor de las constantes α_1 y α_2 queda:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= p_1 + p_2 = 2p \\ \alpha_2 &= -p_1 p_2 = -p^2 \end{aligned}$$

Por ejemplo si se tiene un punto inicial $y(0) = 0$ y si en este instante se cambia la referencia a $y_{sp} = 10$ y si se escogen los valores de α para tener un polo doble en $p = 0,6$ y los β para que la función de transferencia tenga ganancia unidad la trayectoria resultante se muestra en la Fig. 7.5:

Cuanto más cerca del origen estén los polos, más rápido se llegará al valor deseado, mientras que cuanto más cerca estén del círculo unidad más periodos de control se tardarán en llegar al valor de la referencia o destino.

Es posible crear un bloque conductor sin tanto control de la trayectoria, aplicando un simple filtro de media móvil, tiene la limitación de que el primer salto es:

$$y(1) = \frac{y_{SP} - y(0)}{n}$$

siendo n el número de puntos usados para el cálculo de la media y que no es controlable

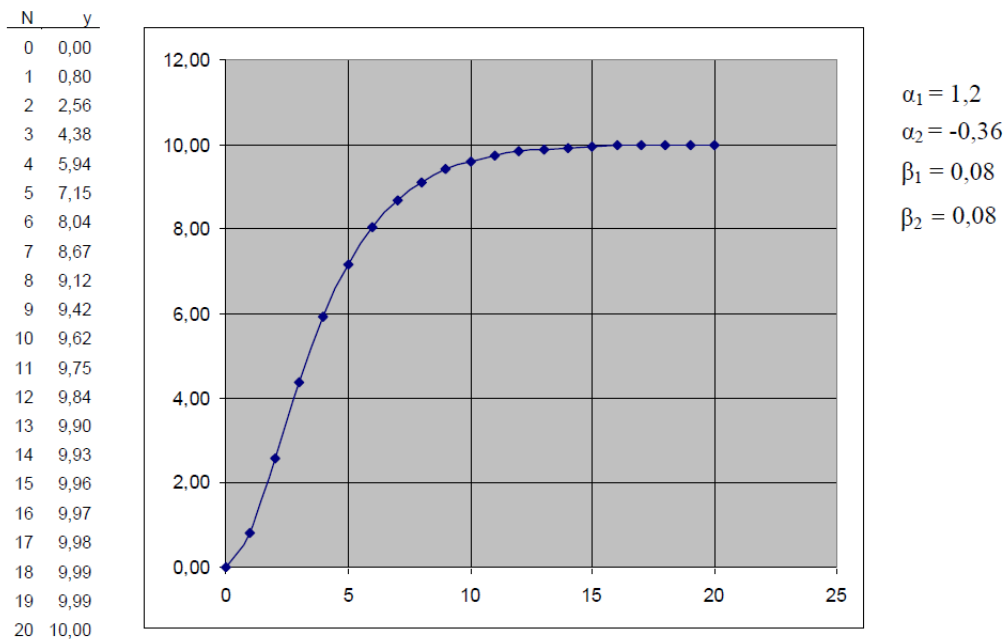


Figura 7.5: Trayectoria de segundo orden

el tiempo en que se alcanza el valor de referencia como ocurre con el caso anterior:

Media móvil de dos puntos 7.6 :

Se puede conseguir un cierto control con una media móvil ponderada, por ejemplo en el caso de una media móvil de tres puntos,

$$y(1) = \frac{y_r + 2y_{SP}}{3}$$

porque el peso de la referencia es de sólo una tercera parte.

Media móvil de tres puntos 7.7 :

Si el cambio de la referencia no es excesivo puede usarse un bloque conductor de media móvil por su sencillez. En los convertidores con control analógico esto se consigue con el llamado soft-start, con un filtro paso bajo de primer orden en la referencia, en este caso la carga de un condensador.

Una de las propiedades del bloque conductor es evitar una respuesta excesiva al cambio de la referencia ya que esta no cambia de forma brusca, pasando por una trayectoria realizable.

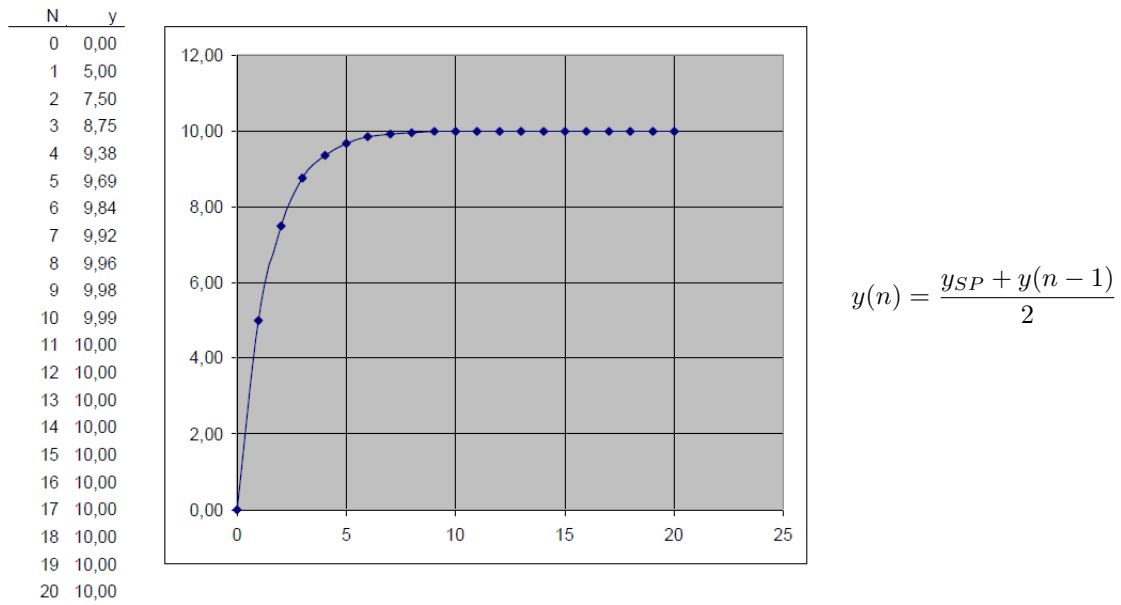


Figura 7.6: Trayectoria con filtro de media móvil de dos puntos

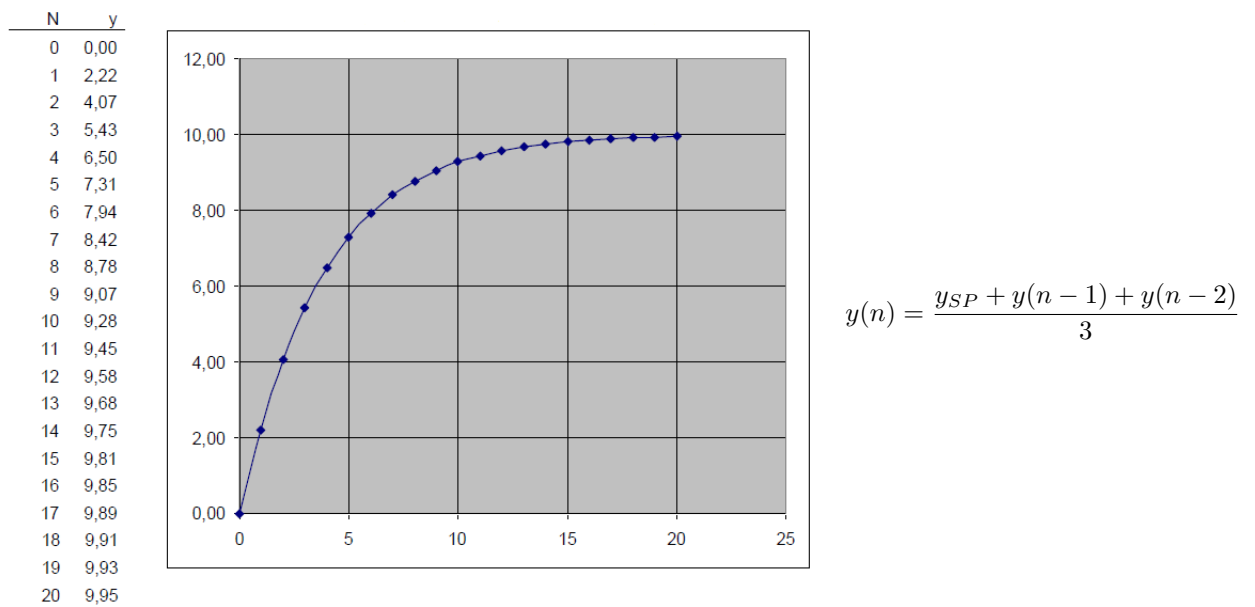


Figura 7.7: Trayectoria con filtro de media móvil de tres puntos

Josep M. Valls

7.10. Identificación de sistemas y control adaptativo

La identificación de sistemas es la base de los procesos de adaptación, dentro de estos se describirán someramente los procesos recursivos que se aplican como filtros.

Muchas referencias empiezan explicando el filtro discreto de Wiener. En [IJ93] se demuestra que muchos de estos algoritmos adaptativos pueden verse como adaptaciones de este filtro. En este caso dos señales x_k e y_k se aplican simultáneamente al filtro. Generalmente y_k tiene una componente correlacionada con x_k y otra no. El filtro de Wiener produce la estimación óptima de la parte de y_k que está correlacionada con x_k que es restada de y_k para obtener e_k .

El vector o matriz Φ_k es de correlación o de valores de entrada y salida. Siendo cada elemento uno de los valores de entrada y salida, medidos en los instantes k y anteriores: $y(k-1), y(k-2), \dots, y(k-n), u(k), u(k-1), \dots, u(k-m), w(k), w(k-1), \dots, w(k-l)$

Según la nomenclatura usada se tendría:

$$e(k) = y(k) - \theta^T \Phi_k$$

si se eleva al cuadrado:

$$e^2(k) = y^2(k) - 2y(k)\theta^T \Phi_k + \theta^T \Phi_k \Phi_k^T \theta$$

La función de coste para minimizar el error J se obtiene por la Esperanza matemática del cuadrado del error:

$$J = E(e^2(k)) = E(y^2(k)) - 2E(y(k)\theta^T \Phi_k) + E(\theta^T \Phi_k \Phi_k^T \theta)$$

que simplificando términos puede expresarse como:

$$J = \sigma^2 + 2C^T \theta + \theta^T P \theta$$

donde σ^2 es la varianza de $y(k)$, $C = E(y(k)\Phi_k)$ es la correlación cruzada y $P = E(\Phi_k \Phi_k^T)$ es la matriz de autocorrelación.

Para obtener el valor óptimo del vector θ se obtiene el gradiente de la función de coste ∇J y se iguala a cero.

$$\nabla J = \frac{dJ}{d\theta} = \frac{d\sigma^2}{d\theta} + \frac{d(2C^T \theta)}{d\theta} + \frac{d(\theta^T P \theta)}{d\theta}$$

si se calcula el resultado de cada uno de los términos:

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma^2}{d\theta} &= 0 \\ \frac{d(2C^T\theta)}{d\theta} &= -2C \\ \frac{d(\theta^T P\theta)}{d\theta} &= 2P\theta\end{aligned}$$

se obtiene:

$$\nabla J = -2C + 2P\theta = 0$$

Con esto el vector θ de peso óptimo (7.31) se conoce como la ecuación o solución de Wiener-Hopf (1942), este filtro también se conoce como filtro de error de mínimos cuadrados LMS (*Least Mean Squares filter*).

$$\theta_{opt} = P^{-1}C = \frac{\Phi_k^T y(k)}{\Phi_k \Phi_k^T} \quad (7.31)$$

Como puede observarse se requiere el cálculo de P^{-1} o invertir la matriz P , que es un proceso costoso a nivel computacional.

Existe una versión recursiva del mismo RLS (*Recursive least squares filter*) que evita tener que calcular la inversa de la matriz de autocorrelación.

En la referencia [ANRS06] se demuestra que el filtro de Kalman (7.32) y el método de los mínimos cuadrados recursivos RLS dan la misma expresión, de hecho algunos autores lo consideran como uno sólo. En este caso Φ será un vector e $y(k)$ un escalar, para el caso de una variable o una matriz y un vector respectivamente para el caso multivariable:

$$\begin{aligned}K_k &= \frac{P_{k-1} \Phi_k}{\lambda + (\Phi_k^T P_{k-1} \Phi_k)} \\ \hat{\theta}_k &= \hat{\theta}_{k-1} + K_k (y(k) - \hat{\theta}_{k-1}^T \Phi_k) \\ P_k &= \frac{1}{\lambda} (I - K_k \Phi_k^T) P_{k-1}\end{aligned} \quad (7.32)$$

El vector K_k se denomina Ganancia de Kalman y es el factor de ponderación del error de estimación de salida del proceso.

$$K_k = \begin{pmatrix} k_k^1 \\ k_k^2 \\ \dots \\ k_k^n \end{pmatrix}$$

Josep M. Valls

Donde cada elemento es el valor de ponderación que se aplica a cada parámetro del vector θ calculado en el instante k .

La matriz P_k es la covarianza del error de identificación paramétrica que se define como (7.33):

$$P_k = (\Phi_k \Phi_k^T)^{-1} \quad (7.33)$$

Es una matriz cuadrada de dimensión la suma $n+m+l$, de variables $y(k-1) \cdots y(k-n)$, $u(k-1) \cdots u(k-m)$, $w(k-1) \cdots w(k-l)$ que es lo mismo que el número de parámetros del vector $\theta \rightarrow a_1 \cdots a_n, b_1 \cdots b_m, c_0 \cdots c_l$

El factor λ es un escalar de valor entre 0 y 1, que se denomina factor de olvido, y se usa para dar más peso a las medidas recientes frente a las más antiguas y posiblemente obsoletas, sobre todo en sistemas dinámicos, donde los coeficientes varíen con el paso del tiempo. Cuando la ganancia K es cero o cercana a cero, la matriz de covarianzas P crece de forma exponencial y decrece la velocidad de aprendizaje.

La propiedad más importante de este método es que se obtiene un estimador de máxima verosimilitud o lo que es lo mismo se consigue el mejor estimador posible de los parámetros del sistema.

Se define error de estimación a priori (7.34) como la diferencia entre la salida de la planta y la del modelo calculada con los valores del instante $k-1$.

$$e(k|k-1) = y(k) - \hat{y}(k|k-1) = y(k) - \theta_{k-1}^T \Phi_k \quad (7.34)$$

Así mismo se define el error de estimación a posteriori (7.35) como la diferencia entre la salida de la planta y la del modelo calculada con los valores del instante k .

$$e(k|k) = y(k) - \hat{y}(k|k) = y(k) - \theta_k^T \Phi_k \quad (7.35)$$

Teniendo en cuenta que el proceso se describa mediante una ecuación como:

$$y(k+1) = \theta_k^T \Phi_k$$

En el desarrollo del profesor Juan Manuel Martín Sánchez [SR05] se presupone un modelo un poco más genérico en el que se incluye la posibilidad de que existan retardos puros además del de discretización, estos se expresan mediante una constante d , que vale 0 en caso de que no haya ningún retardo adicional o el valor del retardo expresado en periodos de control.

$$y(k+1) = \theta_k^T \Phi_{k-d}$$

Para poder comparar los distintos algoritmos se supondrá $d = 0$.

La relación entre ambos puede expresarse como (7.36):

$$e(k|k) = \frac{e(k|k-1)}{1 + \Phi_k^T B \Phi_k} \quad (7.36)$$

El modelo ADEX [SR05] usa una expresión parecida derivada de la expresión del error a posteriori mediante el siguiente algoritmo (7.37):

$$\hat{\theta}_k = \sum_{h=1}^k e(h|h) B \Phi_h + \hat{\theta}_0 \quad (7.37)$$

Que puede escribirse de la siguiente forma recursiva (7.38):

$$\hat{\theta}_k = e(k|k) B \Phi_k + \hat{\theta}_{k-1} \quad (7.38)$$

Substituyendo en (7.38) el error de predicción a posteriori, por la expresión de relación de errores (7.36) y la expresión del error de predicción a priori por su definición, el mecanismo de adaptación ADEX queda como (7.39):

$$\begin{aligned} K_k &= \frac{B \Phi_k}{1 + (\Phi_k^T B \Phi_k)} \\ \hat{\theta}_k &= \hat{\theta}_{k-1} + K_k \left(y(k) - \hat{\theta}_{k-1}^T \Phi_k \right) \end{aligned} \quad (7.39)$$

Como puede verse en el modelo ADEX se substituye la matriz P por una matriz diagonal constante de términos positivos B . En este caso tampoco se usa el factor de olvido, se hace $\lambda = 1$ ya que no hay peligro de que P pueda crecer al ser una matriz constante.

Además si el error de estimación a priori es menor que un cierto límite no se adapta, ya que se considera que la aportación mayor es el ruido, con esto se consigue no tener que usar el factor de olvido, pero se pierde la propiedad de la máxima verosimilitud. También se simplifican los cálculos ya que no hay que calcular la nueva P .

$$\text{Si } e(k|k) = y(k) - \hat{\theta}_{k-1}^T \Phi_k \leq \Delta \text{ No adaptar}$$

Según se demuestra en la referencia [SR05], no es necesario identificar plenamente un sistema para poderlo controlar, basta que el error de estimación esté acotado. Incluso con diferencia de estructuras entre el modelo y la planta se puede controlar un sistema siempre que la diferencia entre la predicción del modelo y la salida de la planta sea inferior a un determinado valor.

Puede observarse que si el sistema trabaja con una sola variable de control, no es necesario invertir ninguna matriz, ya que el denominador de K_k es un producto escalar de dos vectores por lo tanto un escalar.

Hay otros métodos de adaptación como los descritos en la referencia [Men73] en los que se adapta en el sentido de que el gradiente de la variación del vector de parámetros θ lleve a minimizar una función de coste que es el cuadrado del error de identificación que se define como \tilde{y} . La forma recursiva de este método lleva a (7.40):

$$\begin{aligned}\hat{\theta}_{k+1} &= \hat{\theta}_k - R_k \Phi_k \tilde{y}(k) \\ \hat{\theta}_{k+1} &= \hat{\theta}_k - R_k \Phi_k \left(y(k) - \hat{\theta}_k^T \Phi_k \right)\end{aligned}\quad (7.40)$$

Como puede observarse esta es la misma expresión que se usa anteriormente, con la diferencia de que la ganancia de Kalman o vector de peso se expresa como (7.41):

$$K_k = R_k \Phi_k \quad (7.41)$$

La matriz R_k puede tener varias expresiones. En 1967, Nagumo y Noda propusieron la siguiente elección (7.42):

$$R_k = \frac{\alpha I}{\|\Phi_k\|^2} \quad (7.42)$$

Con un valor de alfa entre cero y dos: $0 < \alpha < 2$

De hecho el filtro discreto de Wiener puede verse como un caso concreto de gradiente determinista, lo mismo que el filtro de Kalman o RLS.

Otra aproximación de gradiente es la identificación del sistema de error estocástico, que según la referencia [Men73] puede expresarse como (7.43):

$$\hat{\theta}(k+1) = [I + R(k) \Sigma_n - R(k) M] \hat{\theta}(k) + R(k) r(k) \tilde{z}(k) - R(k) \lambda \quad (7.43)$$

Que es una aproximación mucho más compleja que las halladas anteriormente y que se desestima por la sencillez buscada.

Conclusión

El control Delta o Sigma-Delta es el más sencillo de todos los controles aplicados, es robusto ya que el cambio brusco de carga o de la acción de control no lo desestabilizan, pero es un controlador muy lento de reacción, además ofrece el problema del ruido granular.

El control clásico PID es una de las primeras opciones que un diseñador se plantea en un primer momento. Si la planta que se desea controlar tiene deriva obliga a una resintonización de los parámetros del controlador, en estos casos un control adaptativo

podría ser una solución. El estudio realizado de la planta nos proporciona un modelo fiable para poder aplicar un control predictivo de la misma, la gran ventaja de esta estrategia de control es su carácter anticipativo.

Capítulo 8

Control por Pico de Corriente

Resumen

El presente capítulo describe como controlar los convertidores de la clase de Ćuk mediante el conocido método del control por pico de corriente [EM01, Vor04, Vor90a, Gu05]. Este método es el empleado por la mayoría de controladores analógicos ya que favorece la estabilidad al desplazar un polo a alta frecuencia, que no tiene efecto en el entorno de control. Dicho de otra manera es como si se redujese el orden del sistema.

8.1. Introducción

El control por pico de corriente consiste en usar la corriente que circula por el interruptor principal como variable de control. Para generar el PWM se genera una señal de reloj CLK que pone en conducción al transistor principal, en este momento empieza a circular corriente desde la fuente hasta la inductancia de entrada, esta crece de forma lineal, cuando alcanza el valor del comparador de la tensión de salida se corta el transistor [Dei78]. El circuito analógico viene mostrado en la Fig. 8.1. El presente desarrollo se ha basado en los apuntes del director de la tesis [Gil14].

Este circuito permite que la corriente que circula por el transistor intervenga en la función de control y no solo la tensión de salida o del condensador de filtro como en otros métodos. En el control por tensión mediante PWM se usa una rampa fija, mientras que en este caso se usa la de la corriente que circula por el transistor que en los convertidores que se estudian es también la suma de las corrientes que circulan por cada una de las inductancias.

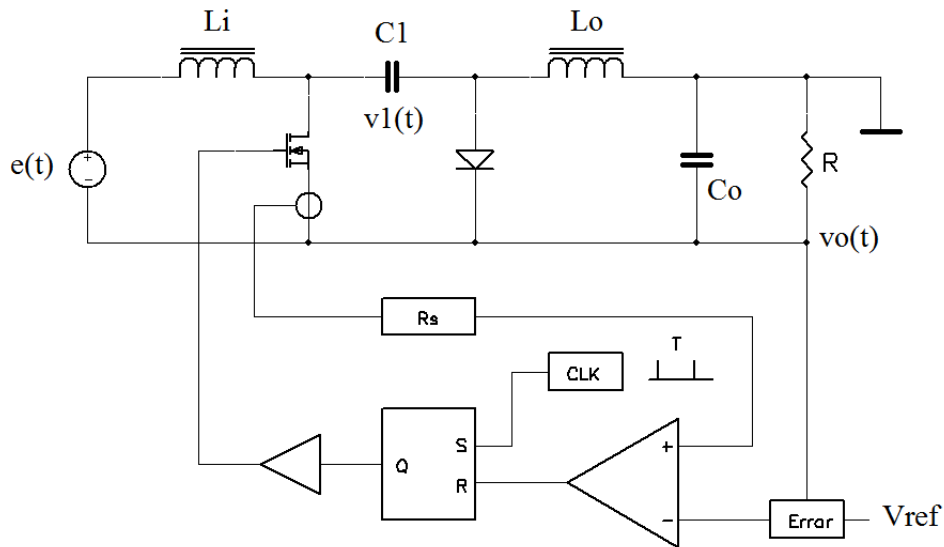


Figura 8.1: Esquema de control por pico de corriente

8.2. Oscilación subarmónica con ciclo de trabajo mayor del 50 %

Este método de control que es más robusto que el control de tensión, como se verá más adelante, tiene un problema de oscilación cuando el ciclo de trabajo es mayor del 50 % ($D > 0,5$) como puede observarse en la Fig. 8.2. Como puede observarse el ciclo de trabajo tiende a aumentar indefinidamente cuando parte de un valor mayor del 50 % lo que hacía que en este método tuviese que limitarse el ciclo de trabajo para que no fuese inestable.

La medida de corriente se hace normalmente a través de una resistencia expresándose de la siguiente forma: $V_s = R_s I$.

Si en el ciclo T se introduce una perturbación en la corriente de valor $R_s \Delta I(0)$, esto hace que la corriente alcance antes el valor de la señal de control reduciendo así el ciclo de trabajo. La propagación de perturbación hace que en el momento $2T$ tome un valor igual $R_s \Delta I(1)$

Las rampas de subida m_1 y de bajada m_2 cumplen la siguiente relación (8.1).

$$\frac{\Delta I(0)}{\Delta T} = m_1, \quad \frac{\Delta I(1)}{\Delta T} = m_2 \Rightarrow \Delta I(1) = \Delta I(0) \frac{m_2}{m_1} \quad (8.1)$$

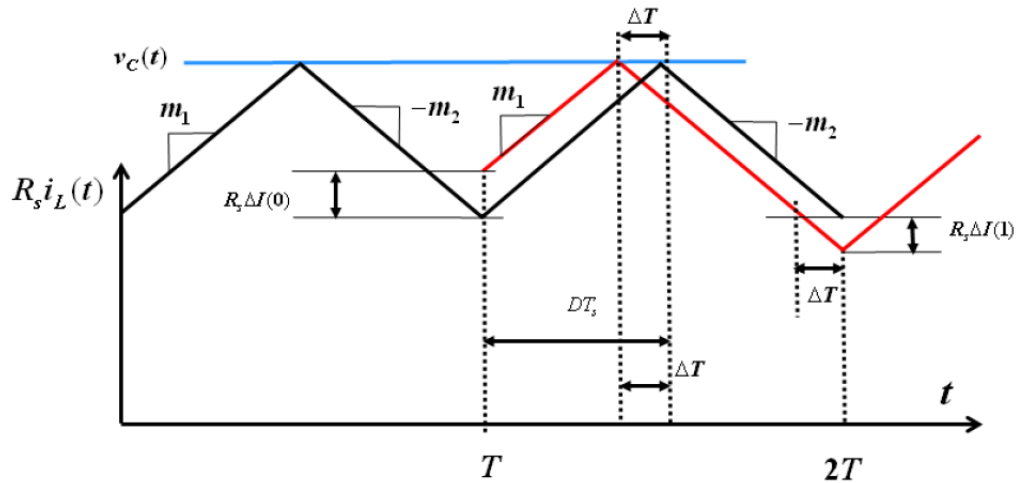


Figura 8.2: Efecto de una perturbación en la medida de corriente

Generalizando la expresión anterior, la propagación para el ciclo n se expresa como (8.2).

$$\Delta I(n) = \Delta I(n-1) \frac{m_2}{m_1} = \Delta I(n-2) \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^2 = \dots = \Delta I(0) \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^n \quad (8.2)$$

Por lo tanto se deduce que para anular la perturbación inicial, la razón de las pendientes de subida y bajada tiene que ser menor que la unidad (8.3):

$$\frac{m_2}{m_1} < 1 \quad (8.3)$$

Expresándolo en función del ciclo de trabajo (8.4):

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{D}{1-D} < 1 \Rightarrow D < \frac{1}{2} \quad (8.4)$$

Inicialmente los controladores debían calcularse de modo que el ciclo de trabajo fuera inferior al 50% en todo momento, posteriormente se viene aplicando la técnica de introducir una rampa artificial, bien en la medida de corriente o bien en la tensión de control. En este caso se aplicará sobre la tensión de control $v_c(t)$, puede verse el efecto de corrección de la rampa en la Fig. 8.3. Examinando la geometría de los triángulos de esta figura se pueden obtener las dos siguientes expresiones para $\Delta I(0)$ (8.5a) y $\Delta I(1)$ (8.5b).

$$\Delta I(0) = BD = BC + CD = m_c \Delta T(0) + m_1 \Delta T(0) = (m_c + m_1) \Delta T(0) \quad (8.5a)$$

$$\Delta I(1) = AB = AC - BC = m_2 \Delta T(0) - m_c \Delta T(0) = (m_2 - m_c) \Delta T(0) \quad (8.5b)$$

Si observamos la relación entre las corrientes, de igual forma como se ha hecho antes se tiene (8.6):

$$\Delta I(1) = \Delta I(0) \frac{m_2 - m_c}{m_1 + m_c} \quad (8.6)$$

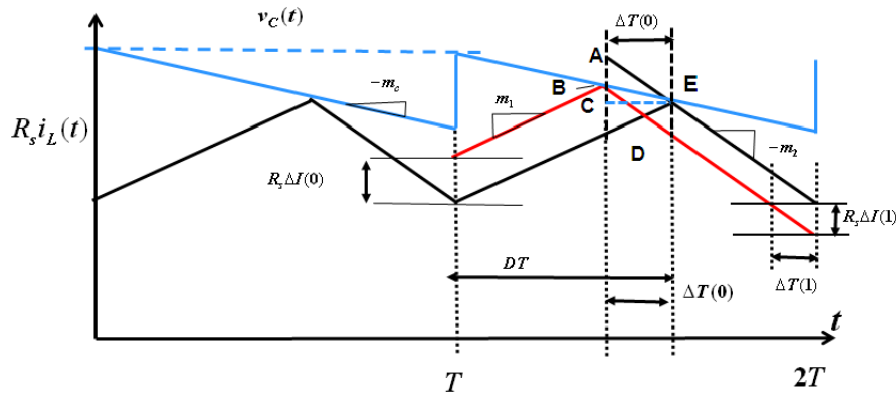


Figura 8.3: Efecto de una perturbación en la medida de corriente con una rampa de compensación

Si se obtiene la relación al cabo de n-ciclos (8.7):

$$\Delta I(n) = \Delta I(n-1) \frac{m_2 - m_c}{m_1 + m_c} = \Delta I(n-2) \left(\frac{m_2 - m_c}{m_1 + m_c} \right)^2 = \dots = \Delta I(0) \left(\frac{m_2 - m_c}{m_1 + m_c} \right)^n \quad (8.7)$$

Para que la perturbación desaparezca debe cumplir que (8.8):

$$|\alpha| = \left| \frac{m_2 - m_c}{m_1 + m_c} \right| < 1 \quad (8.8)$$

Tanto si α es positivo como negativo es preciso que sea menor que uno en valor absoluto para que se autoextinga la perturbación. Llegados a este punto basta con coger

un valor de m_c que cumpla con la ecuación (8.8).

Un valor comúnmente usado es (8.9):

$$m_c = \frac{1}{2}m_2 \quad (8.9)$$

Puede demostrarse [EM01] que este valor de m_c hace que $\alpha = -1$ con $D = 1$ y que $|\alpha| < 1$ para $0 \leq D < 1$ y este es el mínimo valor de m_c que hace que se cumpla (8.8).

Otro valor característico es (8.10):

$$m_c = m_2 \quad (8.10)$$

Este valor hace que $\alpha = 0$ para cualquier valor de D , cualquier perturbación es corregida en el ciclo siguiente, este tipo de corrección en un solo ciclo se conoce como "deadbeat control" o "finite settling time".

8.3. Modelado dinámico

La corriente controlada es la que circula por el transistor, en el caso estudiado en este trabajo es la suma de las corrientes que circulan por cada una de las inductancias $i_L = i_{L_1} + i_{L_2}$. La ecuación del punto de equilibrio linealizada la define Erickson [EM01] como (12.64) (8.11):

$$\hat{i}_L(t) = \hat{i}_c(t) - M_a T_s \hat{d}(t) - \frac{D^2 T_s}{2} \hat{m}_1(t) - \frac{(1-D)^2 T_s}{2} \hat{m}_2(t) \quad (8.11)$$

La solución de esta ecuación para $d(t)$ se muestra en (8.12):

$$\hat{d}(t) = \frac{1}{M_a T_s} \left[\hat{i}_c(t) - \hat{i}_L(t) - \frac{D^2 T_s}{2} \hat{m}_1(t) - \frac{(1-D)^2 T_s}{2} \hat{m}_2(t) \right] \quad (8.12)$$

En esta ecuación M_a es la pendiente de la rampa de compensación y que se considerará constante, por otra parte en la tabla 8.1 se muestra el valor de las pendientes de carga m_1 y de descarga m_2 .

Hay algunos autores [Gu05], [Vor90a], [Vor04] que hacen una simplificación que consiste en sustituir el valor de v_1 por su valor medio, o sea V_{C_1} , esta simplificación produce un resultado mucho más amortiguado.

Tabla 8.1: Tabla de pendientes de las rampas.

Convertidor	m_1	m_2
CUK	$m_1 = \left[\frac{e(t)}{L_i} + \frac{v_1(t) + v_o(t)}{L_o} \right]$	$m_2 = \left[\frac{e(t) - v_1(t)}{L_i} + \frac{v_o(t)}{L_o} \right]$
SEPIC	$m_1 = \left[\frac{e(t)}{L_i} + \frac{v_1(t)}{L_o} \right]$	$m_2 = \left[\frac{-e(t) + v_1(t) + v_o(t)}{L_i} + \frac{v_o(t)}{L_o} \right]$
Zeta	$m_1 = \left[\frac{e(t)}{L_i} + \frac{e(t) + v_1(t) + v_o(t)}{L_o} \right]$	$m_2 = \left[\frac{-v_1(t)}{L_i} + \frac{v_o(t)}{L_o} \right]$
X	$m_1 = \left[\frac{e(t)}{L_i} + \frac{e(t) - v_1(t)}{L_o} \right]$	$m_2 = \left[\frac{v_o(t) + v_1(t)}{L_i} + \frac{v_o(t)}{L_o} \right]$

En el convertidor de Ćuk se cumple que la tensión media en el condensador de paso es: $V_1 = E - V_o$, si se substituye $v_1(t) = e(t) - v_o(t)$ en las ecuaciones de m_1 y m_2 se tiene (8.13):

$$\begin{aligned}
 m_1^* &= \left[\frac{e(t)}{L_i} + \frac{v_1(t) + v_o(t)}{L_o} \right] = \left[\frac{e(t)}{L_i} + \frac{e(t) - v_o(t) + v_o(t)}{L_o} \right] = \left[\frac{e(t)}{L_i} + \frac{e(t)}{L_o} \right] = \frac{e(t)}{L_i || L_o} \\
 m_2^* &= \left[\frac{e(t) - v_1(t)}{L_i} + \frac{v_o(t)}{L_o} \right] = \left[\frac{e(t) - e(t) + v_o(t)}{L_i} + \frac{v_o(t)}{L_o} \right] = \left[\frac{v_o(t)}{L_i} + \frac{v_o(t)}{L_o} \right] = \frac{v_o(t)}{L_i || L_o}
 \end{aligned}
 \tag{8.13}$$

En el convertidor SEPIC la tensión media que soporta el condensador de paso es $V_1 = E$, si se substituye $v_1(t) = e(t)$ en las ecuaciones de m_1 y m_2 se tiene (8.14):

$$\begin{aligned}
 m_1 &= \left[\frac{e(t)}{L_i} + \frac{v_1(t)}{L_o} \right] = \left[\frac{e(t)}{L_i} + \frac{e(t)}{L_o} \right] = \frac{e(t)}{L_i || L_o} \\
 m_2 &= \left[\frac{-e(t) + v_1(t) + v_o(t)}{L_i} + \frac{v_o(t)}{L_o} \right] = \left[\frac{-e(t) + e(t) + v_o(t)}{L_i} + \frac{v_o(t)}{L_o} \right] = \left[\frac{v_o(t)}{L_i} + \frac{v_o(t)}{L_o} \right] = \frac{v_o(t)}{L_i || L_o}
 \end{aligned}
 \tag{8.14}$$

De forma análoga en el convertidor Zeta la tensión media en el convertidor de paso es: $V_1 = -V_o$, por lo que si se substituye $v_1(t) = -v_o(t)$ en las ecuaciones de m_1 y m_2 se

tiene (8.15):

$$\begin{aligned} m_1 &= \left[\frac{e(t)}{L_i} + \frac{e(t) + v_1(t) + v_o(t)}{L_o} \right] = \left[\frac{e(t)}{L_i} + \frac{e(t) - v_o(t) + v_o(t)}{L_o} \right] = \left[\frac{e(t)}{L_i} + \frac{e(t)}{L_o} \right] = \frac{e(t)}{L_i || L_o} \\ m_2 &= \left[\frac{-v_1(t)}{L_i} + \frac{v_o(t)}{L_o} \right] = \left[\frac{v_o(t)}{L_i} + \frac{v_o(t)}{L_o} \right] = \frac{v_o(t)}{L_i || L_o} \end{aligned} \quad (8.15)$$

Aplicando lo mismo al convertidor X la tensión media en el convertidor de paso es: $V_1 = 0$, por lo que si se substituye $v_1(t) = 0$ en las ecuaciones de m_1 y m_2 se tiene (8.16):

$$\begin{aligned} m_1 &= \left[\frac{e(t)}{L_i} + \frac{e(t) - v_1(t)}{L_o} \right] = \left[\frac{e(t)}{L_i} + \frac{e(t)}{L_o} \right] = \frac{e(t)}{L_i || L_o} \\ m_2 &= \left[\frac{v_1(t) + v_o(t)}{L_i} + \frac{v_o(t)}{L_o} \right] = \left[\frac{v_o(t)}{L_i} + \frac{v_o(t)}{L_o} \right] = \frac{v_o(t)}{L_i || L_o} \end{aligned} \quad (8.16)$$

La ecuación (8.11) se obtiene a partir del análisis de las pendientes de subida y de bajada alrededor del punto de trabajo, no obstante la ecuación usada por Vorperian usa sólo la rampa de bajada.

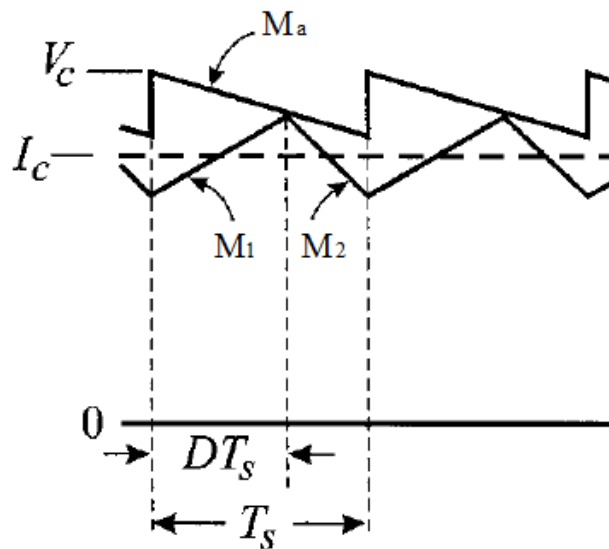


Figura 8.4: Punto de trabajo en control por pico de corriente [Vor04, p. 442]

Para el modelo promediado del interruptor PWM se cumple (8.17):

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

$$\begin{cases} M_1 = \frac{V_{ac}}{L_{eq}} R_i = \frac{V_{ap}(1-D)}{L_{eq}} R_i \\ M_2 = \frac{V_{cp}}{L_{eq}} R_i \end{cases} \quad (8.17)$$

Donde $L_{eq} = L_i || L_o$ para los convertidores de estudio. Según la Fig. 8.4 en el instante de conmutación se cumple:

$$V_c = I_c R_i + \frac{M_2(1-D)T_s}{2} + M_a D T_s \quad (8.18)$$

En [GVM89] se cuestiona el siguiente paso que consiste en considerar este punto de equilibrio como una relación válida de variables instantáneas. El modelo de Vorperian considera que esta relación se cumple también con las variables instantáneas. Substituyendo los términos variables por las instantáneas muestreadas en el instante de conmutación:

$$\begin{cases} i_c = \frac{v_c}{R_i} - M_a \frac{dT_s}{R_i} - \frac{m_2(1-d)T_s}{2R_i} \\ i_a = di_c \\ v_{cp} = dv_{ap} \end{cases} \quad (8.19)$$

Si se substituye $d = v_{cp}/v_{ap}$ y $m_2 = v_{cp} R_i/L_{eq}$ se obtiene:

$$\begin{cases} i_c = \frac{v_c}{R_i} - \frac{T_s M_a}{R_i} \frac{v_{cp}}{v_{ap}} - \frac{T_s}{2L_{eq}} v_{cp} + \frac{T_s}{2L_{eq}} \frac{v_{cp}^2}{v_{ap}} \\ i_a = i_c \frac{v_{cp}}{v_{ap}} \end{cases} \quad (8.20)$$

Es preciso linealizar alrededor del punto de trabajo, para ello se deriva la expresión respecto a cada una de las variables manteniendo el resto constantes y se substituyen por los valores del punto de trabajo. La primera ecuación queda como:

$$\hat{i}_c = \frac{1}{R_i} \hat{v}_c - \frac{T_s M_a}{V_{ap} R_i} \hat{v}_{cp} + \frac{V_{cp} T_s M_a R_i}{V_{ap}^2 R_i^2} \hat{v}_{ap} - \frac{T_s}{2L_{eq}} \hat{v}_{cp} + \frac{2V_{cp} T_s}{V_{ap} 2L_{eq}} \hat{v}_{cp} - \frac{T_s V_{cp}^2}{2L_{eq} V_{ap}^2} \hat{v}_{ap} \quad (8.21)$$

Agrupando términos:

$$\hat{i}_c = \frac{1}{R_i} \hat{v}_c - \left(\frac{T_s M_a}{V_{ap} R_i} + \frac{T_s}{2L_{eq}} - \frac{2V_{cp} T_s}{V_{ap} 2L_{eq}} \right) \hat{v}_{cp} + \left(\frac{V_{cp} T_s M_a R_i}{V_{ap}^2 R_i^2} - \frac{T_s V_{cp}^2}{2L_{eq} V_{ap}^2} \right) \hat{v}_{ap} \quad (8.22)$$

Simplificando y teniendo en cuenta que $D = V_{cp}/V_{ap}$ se tiene:

$$\hat{i}_c = \frac{1}{R_i} \hat{v}_c - \left(\frac{T_s M_a}{V_{ap} R_i} + \frac{T_s}{2 L_{eq}} - \frac{D T_s}{L_{eq}} \right) \hat{v}_{cp} + \left(\frac{D T_s M_a}{V_{ap} R_i} - \frac{T_s D^2}{2 L_{eq}} \right) \hat{v}_{ap} \quad (8.23)$$

De la expresión de M_1 se puede sacar:

$$M_1 = \frac{V_{ap}(1-D)}{L_{eq}} R_i \Rightarrow V_{ap} R_i = \frac{M_1 L_{eq}}{(1-D)} \quad (8.24)$$

Con lo que la expresión se simplifica como:

$$\hat{i}_c = \frac{1}{R_i} \hat{v}_c - \frac{T_s}{L_{eq}} \left(\frac{M_a(1-D)}{M_1} + \frac{1}{2} - D \right) \hat{v}_{cp} + \frac{T_s}{L_{eq}} \left(\frac{D(1-D) M_a}{M_1} - \frac{D^2}{2} \right) \hat{v}_{ap} \quad (8.25)$$

La ecuación linealizada que rige la corriente del puerto común es (8.26):

$$\hat{i}_c = k_o \hat{v}_c + g_f \hat{v}_{ap} - g_o \hat{v}_{cp} \quad (8.26)$$

Donde sus coeficientes vienen dados por:

$$\begin{cases} k_o = \frac{1}{R_i} \\ g_o = \frac{T_s}{L_{eq}} \left(\frac{M_a(1-D)}{M_1} + \frac{1}{2} - D \right) \\ g_f = \frac{T_s}{L_{eq}} \left(\frac{D(1-D) M_a}{M_1} - \frac{D^2}{2} \right) \end{cases} \quad (8.27)$$

Hay que tener en cuenta que la corriente I_c está tomada como positiva si sale del convertidor, en el caso contrario el término k_o debe cambiar de signo, una forma de tener esto en cuenta es multiplicar k_o por $I_c/|I_c|$ que no modifica el módulo, pero sí el signo.

El profesor Vorperian expresa g_f en función de g_o según (8.28):

$$g_f = D g_o - \frac{D(1-D) T_s}{2 L_{eq}} \quad (8.28)$$

Que si descomponemos y agrupamos queda:

$$\begin{aligned}
g_f &= D \frac{T_s}{L_{eq}} \left(\frac{M_a (1-D)}{M_1} + \frac{1}{2} - D \right) - \frac{T_s}{L_{eq}} \frac{D(1-D)}{2} = \\
&= \frac{T_s}{L_{eq}} \left(\frac{M_a D (1-D)}{M_1} + \frac{D}{2} - D^2 - \frac{D(1-D)}{2} \right) = \\
&= \frac{T_s}{L_{eq}} \left(\frac{D(1-D) M_a}{M_1} - \frac{D^2}{2} \right)
\end{aligned} \tag{8.29}$$

el mismo resultado obtenido en (8.27) para g_f .

Por otro lado aplicando la linealización a la segunda ecuación de (8.20) tenemos:

$$\hat{i}_a = \frac{V_{cp}}{V_{ap}} \hat{i}_c + \frac{I_c}{V_{ap}} \hat{v}_{cp} - \frac{I_c V_{cp}}{V_{ap}^2} \hat{v}_{ap} \tag{8.30}$$

Si se aplica la relación $D = V_{cp}/V_{ap}$ y posteriormente $I_a = D/I_c$ se tiene:

$$\hat{i}_a = D \hat{i}_c + \frac{I_c}{V_{ap}} \hat{v}_{cp} - \frac{I_c D}{V_{ap}} \hat{v}_{ap} = D \hat{i}_c + \frac{I_c}{V_{ap}} \hat{v}_{cp} - \frac{I_a}{V_{ap}} \hat{v}_{ap} \tag{8.31}$$

También hay que tener en cuenta que el controlador hace que se cumpla la relación $\hat{i}_c = \hat{v}_c/R_i$ por lo que la ecuación linealizada que rige la corriente del puerto activo es (8.32):

$$\hat{i}_a = k_i \hat{v}_c + g_i \hat{v}_{ap} + g_r \hat{v}_{cp} \tag{8.32}$$

Donde sus coeficientes vienen dados por:

$$\begin{cases} k_i = \frac{D}{R_i} \\ g_i = -\frac{I_a}{V_{ap}} \\ g_r = \frac{I_c}{V_{ap}} \end{cases} \tag{8.33}$$

Con lo que el modelo del interruptor para el control en pico de corriente se muestra en la Fig. 8.5.

Este modelo añade un término más que es un condensador C_s entre el puerto común y el pasivo que pretende modelar la oscilación subarmónica que aparece con ciclos de trabajo superiores al 50%.

El valor de este condensador tiene que ser tal que el sistema sea resonante a la frecuencia que nos interesa que en este caso es la mitad de la frecuencia de conmutación,

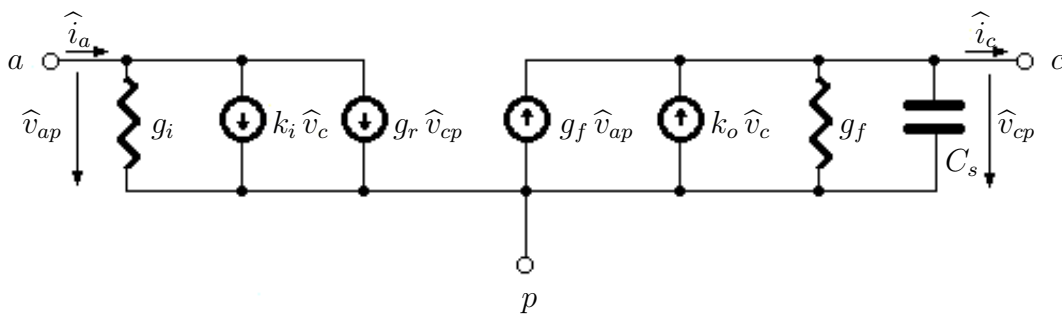


Figura 8.5: Modelo de interruptor PWM para control en pico de corriente

y el condensador debe resonar con la inductancia equivalente del circuito:

$$\frac{\omega_s}{2} = \frac{1}{\sqrt{L_{eq} C_s}} \Rightarrow C_s = \frac{4}{L_{eq} \omega_s^2} \quad (8.34)$$

8.4. Aplicación al convertidor de Ćuk

El modelo del convertidor de Ćuk controlado por pico de corriente se muestra en la figura 8.6.

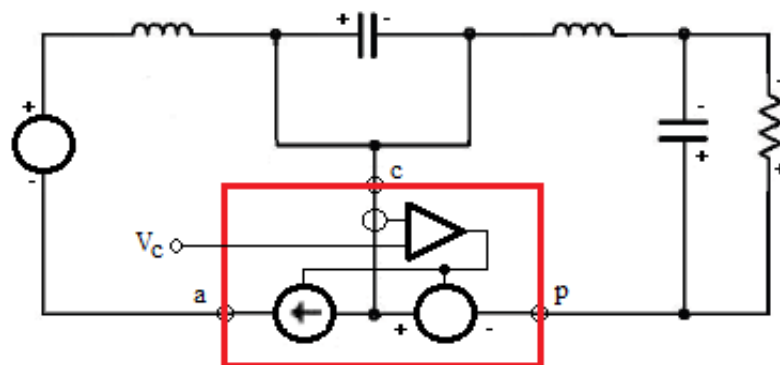


Figura 8.6: Modelo de convertidor de Ćuk para control en pico de corriente

Aplicando el método de Cengcelci [Cen08] como en B.1.23 el esquemático de SAPWIN [oFDoET01] para obtener la función de transferencia control-salida se muestra en la Fig. 8.7

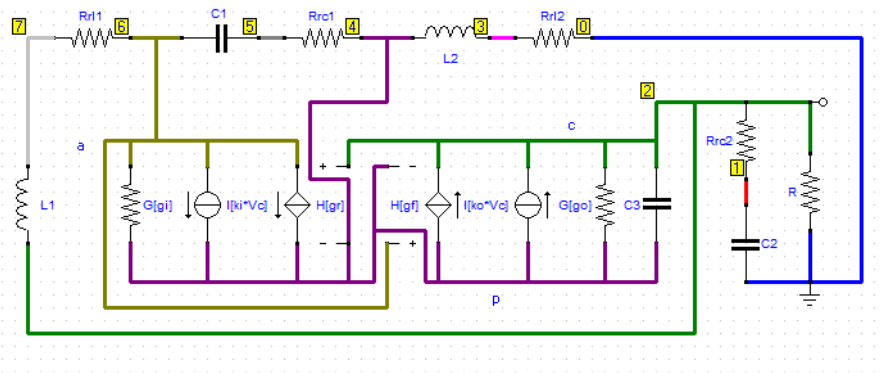


Figura 8.7: Esquema del modelo del convertidor Ćuk para la F.T. control-salida

Produciendo los siguientes resultados al aplicarlo en la plataforma OctaveRS [Mar16]:

Control to Output-Voltage T.F. in CCM with Peak Current Control:

```

E = 120 V
L1 = 500 uH
L2 = 100 uH
C1 = 47 uF
C2 = 200 uF
R = 40 Ohm
D = 0.4
r11 = 0.10 Ohm
r12 = 0.02 Ohm
rc1 = 0.00 Ohm
rc2 = 0.00 Ohm
Vo = 79.87 V
Ii = 1.33 A
Io = 2.00 A
rpo = 0.06 Ohm
Ri = 0.10 Ohm
fsw = 100 kHz
Tsw = 10 us
Leq = 83.33 uH
Cs = 121.59 nF

```

Transfer function 'Vovc_tf' from input 'u1' to output ...

```

y1: -----
          9.4e-06 s^2 + 0.0005458 s + 239.7
2.286e-21 s^5 + 6.769e-16 s^4 + 2.261e-10 s^3 + 1.057e-07 s^2 + 0.009892 s + 2.263

```

Josep M. Valls

Continuous-time model.

poles =

```
-1.4791e+05 + 2.7728e+05i
-1.4791e+05 - 2.7728e+05i
-5.4053e+01 + 6.6153e+03i
-5.4053e+01 - 6.6153e+03i
-2.2903e+02 + 0.0000e+00i
```

zeros =

```
-29.0 + 5050.0i
-29.0 - 5050.0i
```

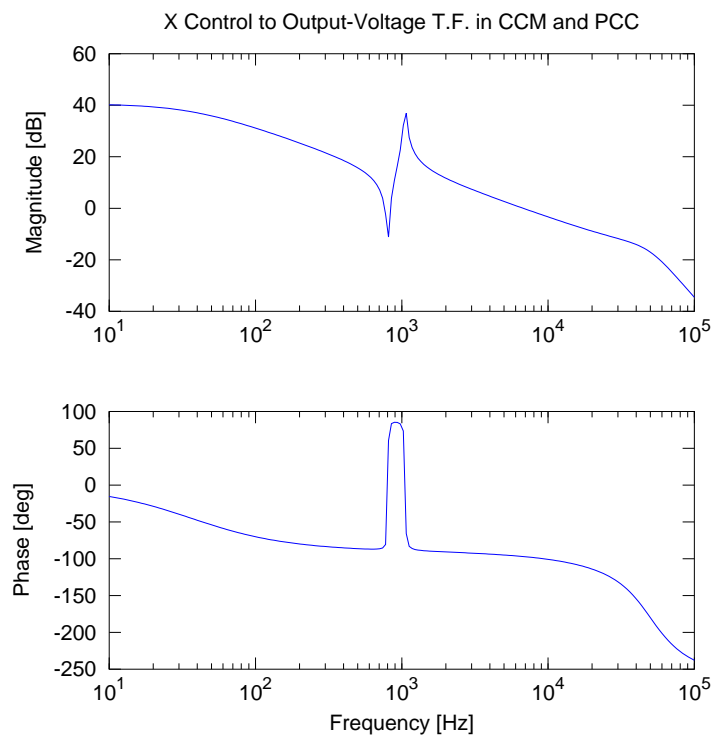


Figura 8.8: Diagrama de Bode del convertidor Ćuk para la F.T. control-salida

Para la función de transferencia tensión de entrada-tensión de salida se muestra en la Fig. 8.9

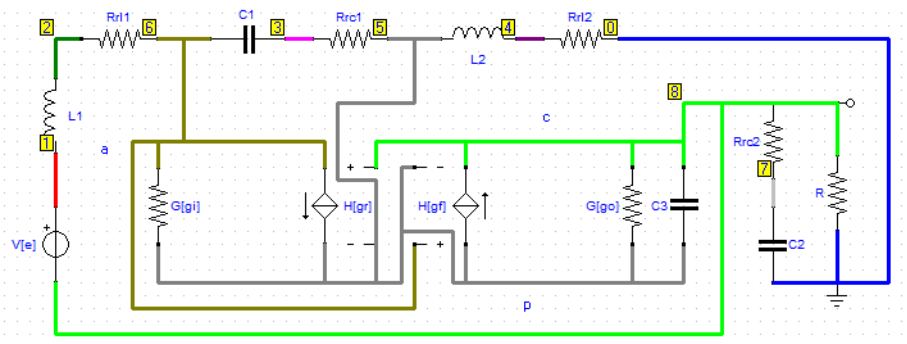


Figura 8.9: Esquema del modelo del convertidor Cuk para la F.T. entrada-salida

Produciendo los siguientes resultados al aplicarlo en la plataforma OctaveRS:

Transfer function 'Voe_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{-0.00188 s + 0.2665}{2.286e-21 s^5 + 6.769e-16 s^4 + 2.261e-10 s^3 + 1.076e-07 s^2 + 0.008012 s + 2.263}$$

Continuous-time model.

poles =

$$\begin{aligned} & -1.4791e+05 + 2.7728e+05i \\ & -1.4791e+05 - 2.7728e+05i \\ & -5.4053e+01 + 6.6153e+03i \\ & -5.4053e+01 - 6.6153e+03i \\ & -2.2903e+02 + 0.0000e+00i \end{aligned}$$

zeros = 141.74

Josep M. Valls

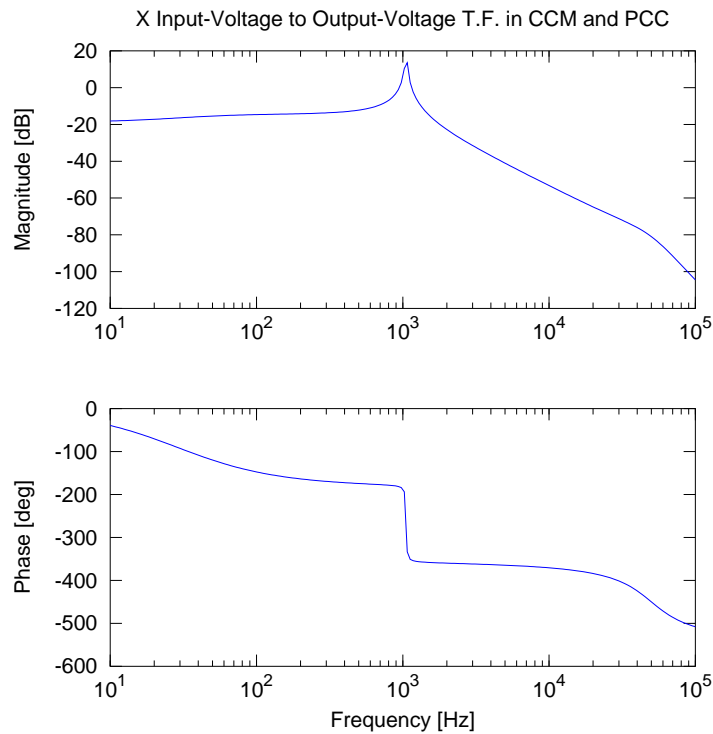


Figura 8.10: Diagrama de Bode del convertidor Ćuk para la F.T. entrada-salida

Si se comparan estos resultados con los del lazo abierto se observa que los ceros son los mismos para la función de transferencia control-salida y en el caso entrada-salida aparece un cero, al ser el numerador un polinomio de primer orden. Mientras que en los polos, aparece un nuevo polo real por el condensador que simula la oscilación subarmónica, mientras uno de los pares de polos conjugados se desplaza de 10^2 a 10^5 y el otro se acerca ligeramente al origen.

8.5. Aplicación al convertidor SEPIC

El modelo del convertidor SEPIC controlado por pico de corriente se muestra en la figura 8.11.

Aplicando el método de Cengelci como en B.1.24 el esquemático de SAPWIN para obtener la función de transferencia control-salida se muestra en la Fig. 8.12

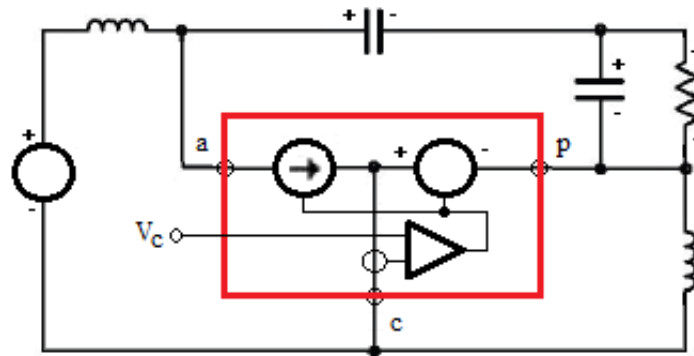


Figura 8.11: Modelo de convertidor SEPIC para control en pico de corriente

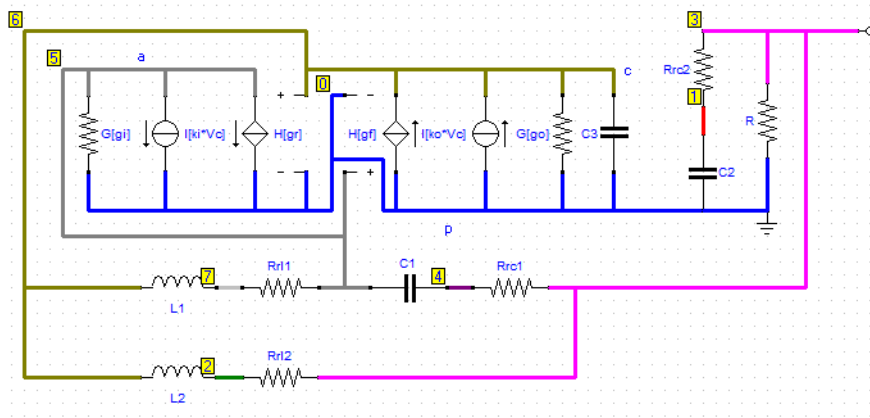


Figura 8.12: Esquema del modelo del convertidor SEPIC para la F.T. control-salida

Produciendo los siguientes resultados al aplicarlo en la plataforma OctaveRS:

Nota: Se omiten los valores de los componentes que son los mismo que en caso anterior.

Transfer function 'Vovc_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{-4.572e-17 s^4 - 1.57e-11 s^3 + 6.762e-06 s^2 + 1.878e-05 s + 239.7}{2.286e-21 s^5 + 6.769e-16 s^4 + 2.261e-10 s^3 + 1.076e-07 s^2 + 0.008012 s + 2.263}$$

Continuous-time model.

poles =

$$-1.4787e+05 + 2.7729e+05i$$

Josep M. Valls

```

-1.4787e+05 - 2.7729e+05i
-4.3681e+01 + 5.9529e+03i
-4.3681e+01 - 5.9529e+03i
-2.8284e+02 + 0.0000e+00i

```

zeros =

```

-5.9283e+05 + 0.0000e+00i
 2.4960e+05 + 0.0000e+00i
-4.2490e+01 + 5.9529e+03i
-4.2490e+01 - 5.9529e+03i

```

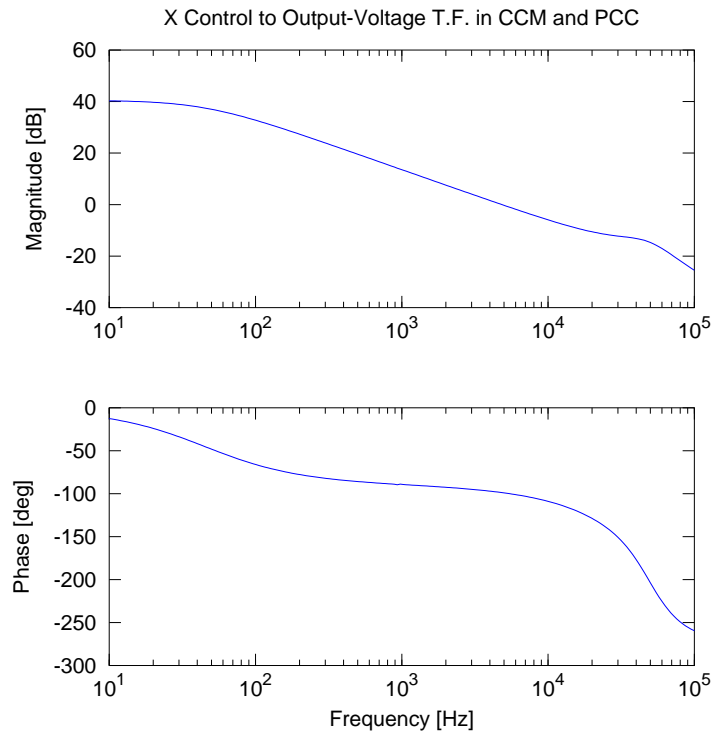


Figura 8.13: Diagrama de Bode del convertidor SEPIC para la F.T. control-salida

Para la función de transferencia tensión de entrada-tensión de salida se muestra en la Fig. 8.14

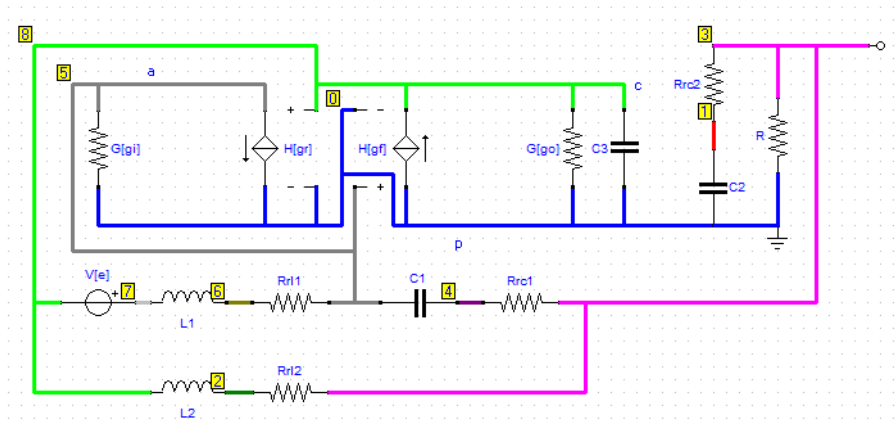


Figura 8.14: Esquema del modelo del convertidor SEPIC para la F.T. entrada-salida

Produciendo los siguientes resultados al aplicarlo en la plataforma OctaveRS:

Transfer function 'Voe_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{2.286e-14 s^3 + 7.196e-09 s^2 + 1.438e-06 s + 0.2665}{2.286e-21 s^5 + 6.769e-16 s^4 + 2.261e-10 s^3 + 1.076e-07 s^2 + 0.008012 s + 2.263}$$

Continuous-time model.

poles =

$$\begin{aligned} & -1.4787e+05 + 2.7729e+05i \\ & -1.4787e+05 - 2.7729e+05i \\ & -4.3681e+01 + 5.9529e+03i \\ & -4.3681e+01 - 5.9529e+03i \\ & -2.8284e+02 + 0.0000e+00i \end{aligned}$$

zeros =

$$\begin{aligned} & -3.1475e+05 + 0.0000e+00i \\ & -4.1125e+01 + 6.0857e+03i \\ & -4.1125e+01 - 6.0857e+03i \end{aligned}$$

Josep M. Valls

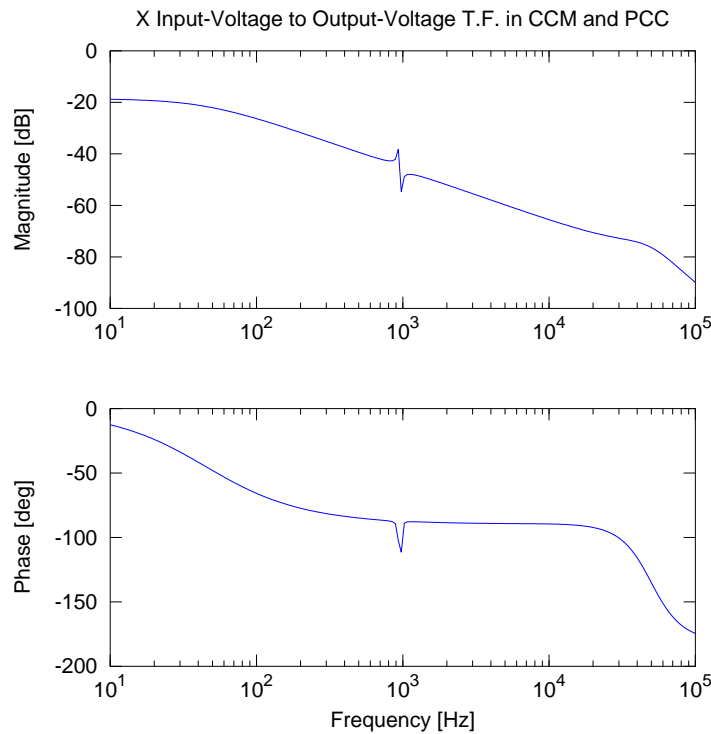


Figura 8.15: Diagrama de Bode del convertidor SEPIC para la F.T. entrada-salida

Si se comparan los polos con el resultado del análisis en bucle abierto, se observa el mismo comportamiento que en el caso del convertidor de Ćuk, no obstante en los ceros no pasa lo mismo. En este caso aparece un cero real de más negativo y de magnitud parecida al cero positivo que junto con el cero complejo conjugado son del mismo orden de los ceros que se habían encontrado antes.

8.6. Aplicación al convertidor Zeta

El modelo del convertidor Zeta controlado por pico de corriente se muestra en la figura 8.16.

Aplicando el método de Cengelci como en B.1.25 el esquemático de SAPWIN para obtener la función de transferencia control-salida se muestra en la Fig. 8.17

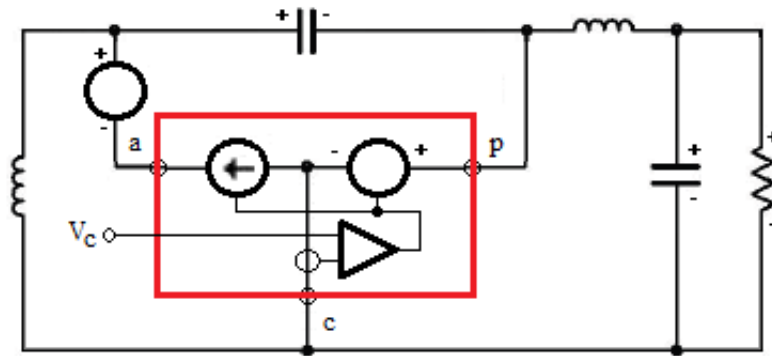


Figura 8.16: Modelo de convertidor Zeta para control en pico de corriente

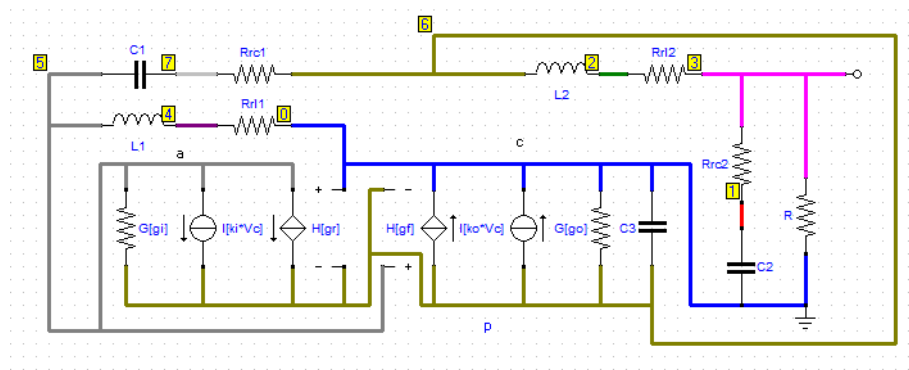


Figura 8.17: Esquema del modelo del convertidor Zeta para la F.T. control-salida

Produciendo los siguientes resultados al aplicarlo en la plataforma OctaveRS:

Nota: Se omiten los valores de los componentes que son los mismo que en caso anterior.

Transfer function 'Vovc_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{-9.4e-06 s^2 - 0.0005458 s - 239.7}{2.286e-21 s^5 + 6.769e-16 s^4 + 2.261e-10 s^3 + 1.057e-07 s^2 + 0.009892 s + 2.263}$$

Continuous-time model.

poles =

$$\begin{aligned} & -1.4791e+05 + 2.7728e+05i \\ & -1.4791e+05 - 2.7728e+05i \end{aligned}$$

Josep M. Valls

```

-5.4053e+01 + 6.6153e+03i
-5.4053e+01 - 6.6153e+03i
-2.2903e+02 + 0.0000e+00i

```

zeros =

```

-29.0 + 5050.0i
-29.0 - 5050.0i

```

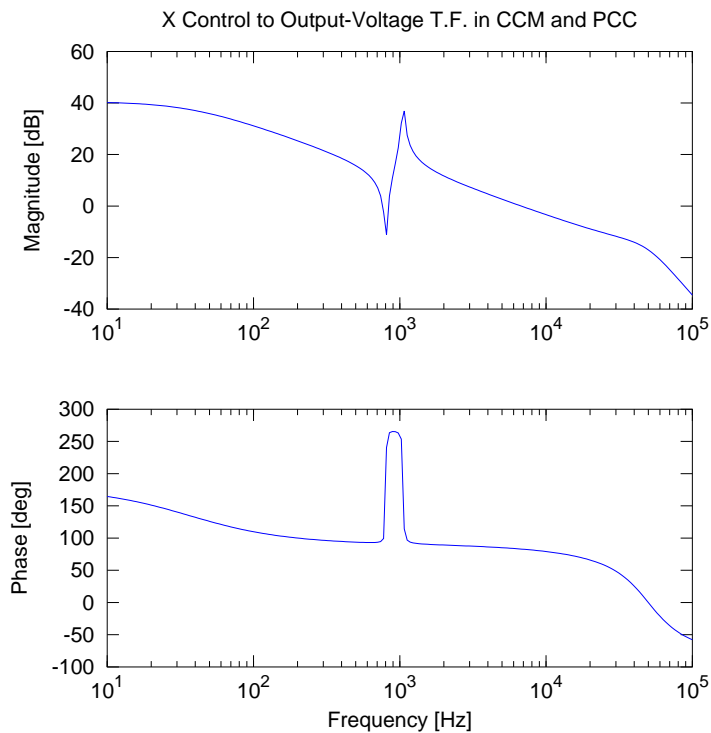


Figura 8.18: Diagrama de Bode del convertidor Zeta para la F.T. control-salida

Para la función de transferencia tensión de entrada-tensión de salida se muestra en la Fig. 8.19

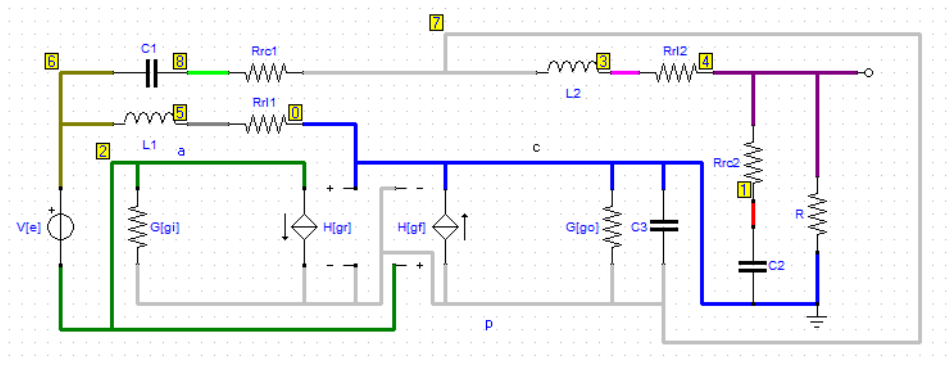


Figura 8.19: Esquema del modelo del convertidor Zeta para la F.T. entrada-salida

Produciendo los siguientes resultados al aplicarlo en la plataforma OctaveRS:

Transfer function 'Voe_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{-1.454e-11 s^2 - 2.908e-09 s + 0.2665}{2.286e-21 s^5 + 6.769e-16 s^4 + 2.261e-10 s^3 + 1.057e-07 s^2 + 0.009892 s + 2.263}$$

Continuous-time model.

poles =

$$\begin{aligned} & -1.4791e+05 + 2.7728e+05i \\ & -1.4791e+05 - 2.7728e+05i \\ & -5.4053e+01 + 6.6153e+03i \\ & -5.4053e+01 - 6.6153e+03i \\ & -2.2903e+02 + 0.0000e+00i \end{aligned}$$

zeros =

$$\begin{aligned} & -1.3548e+05 \\ & 1.3528e+05 \end{aligned}$$

Josep M. Valls

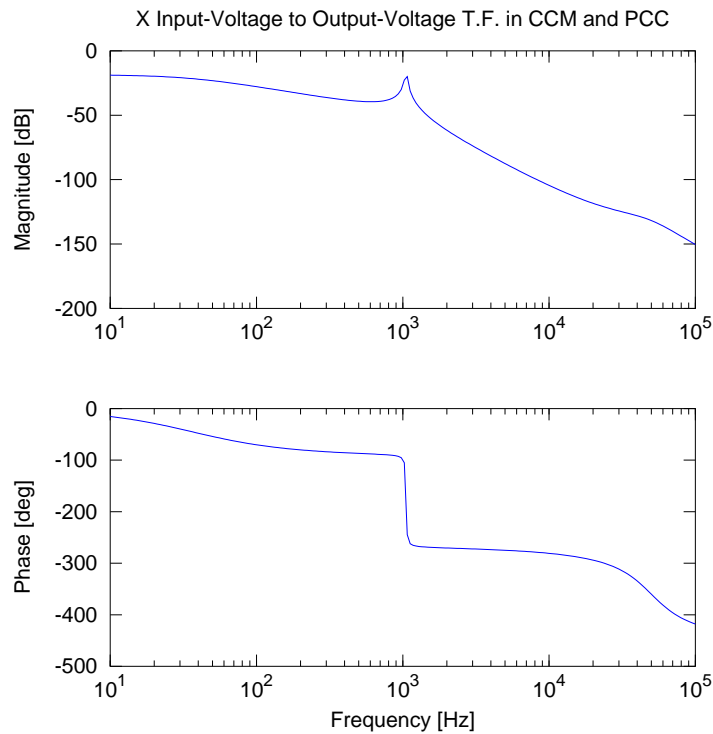


Figura 8.20: Diagrama de Bode del convertidor Zeta para la F.T. entrada-salida

En la función de transferencia control-salida el análisis de polos y ceros es igual que en el convertidor de Ćuk, mientras que en la función de transferencia entrada-salida en vez de un cero complejo conjugado de parte real -100 aparecen dos ceros reales simétricos respecto al eje de ordenadas y de módulo $1,3 \cdot 10^5$.

8.7. Aplicación al convertidor X

El modelo del convertidor X controlado por pico de corriente se muestra en la figura 8.21.

Aplicando el método de Cengelci como en B.1.18 el esquemático de SAPWIN para obtener la función de transferencia control-salida se muestra en la Fig. 8.22

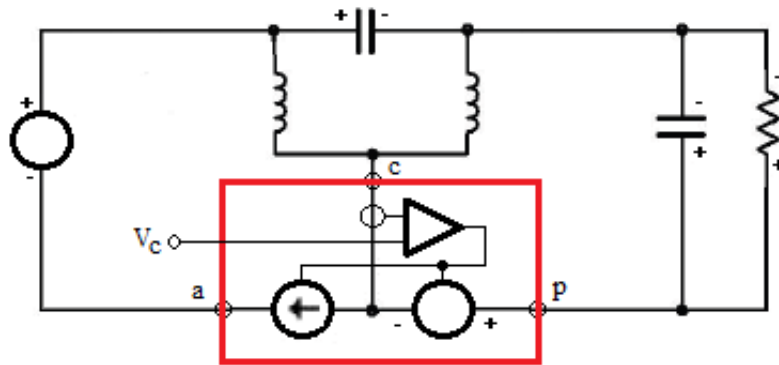


Figura 8.21: Modelo de convertidor X para control en pico de corriente

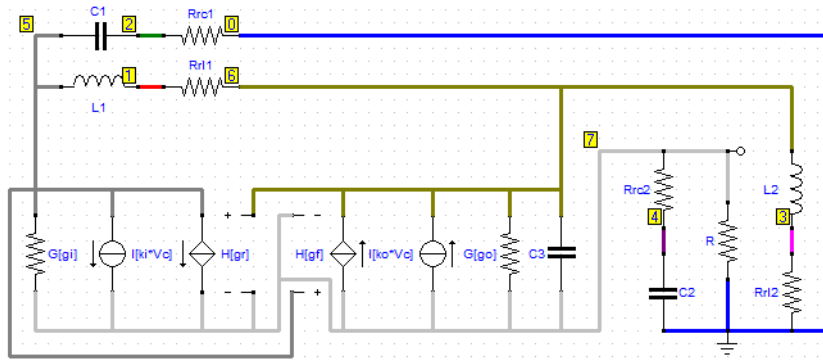


Figura 8.22: Esquema del modelo del convertidor X para la F.T. control-salida

Produciendo los siguientes resultados al aplicarlo en la plataforma OctaveRS:

Nota: Se omiten los valores de los componentes que son los mismo que en caso anterior.

Transfer function 'Vovc_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{4.572e-17 s^4 + 1.57e-11 s^3 - 6.762e-06 s^2 - 1.878e-05 s - 239.7}{2.286e-21 s^5 + 6.769e-16 s^4 + 2.261e-10 s^3 + 1.076e-07 s^2 + 0.008012 s + 2.263}$$

Continuous-time model.

poles =

$$-1.4787e+05 + 2.7729e+05i$$

Josep M. Valls

```

-1.4787e+05 - 2.7729e+05i
-4.3681e+01 + 5.9529e+03i
-4.3681e+01 - 5.9529e+03i
-2.8284e+02 + 0.0000e+00i

```

zeros =

```

-5.9283e+05 + 0.0000e+00i
 2.4960e+05 + 0.0000e+00i
-4.2490e+01 + 5.9529e+03i
-4.2490e+01 - 5.9529e+03i

```

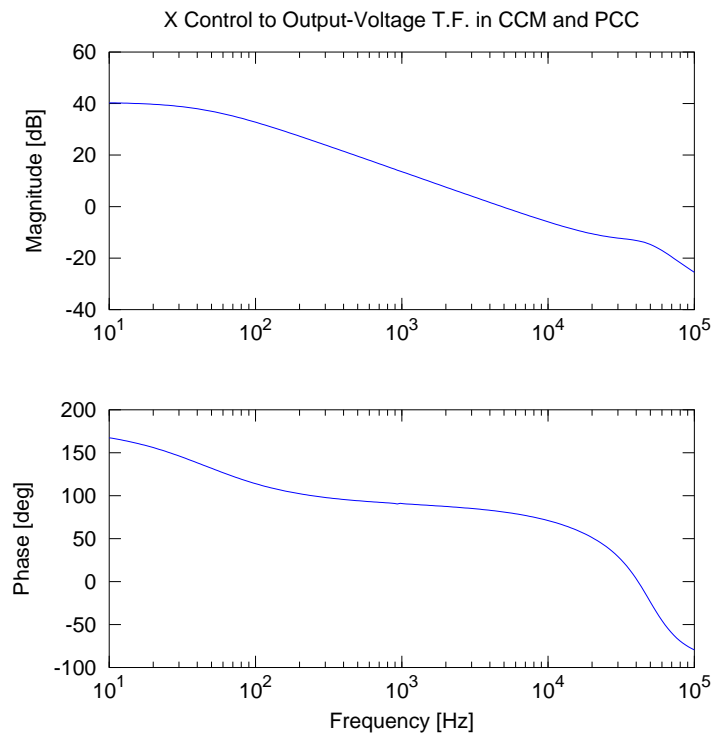


Figura 8.23: Diagrama de Bode del convertidor X para la F.T. control-salida

Para la función de transferencia tensión de entrada-tensión de salida se muestra en la Fig. 8.24

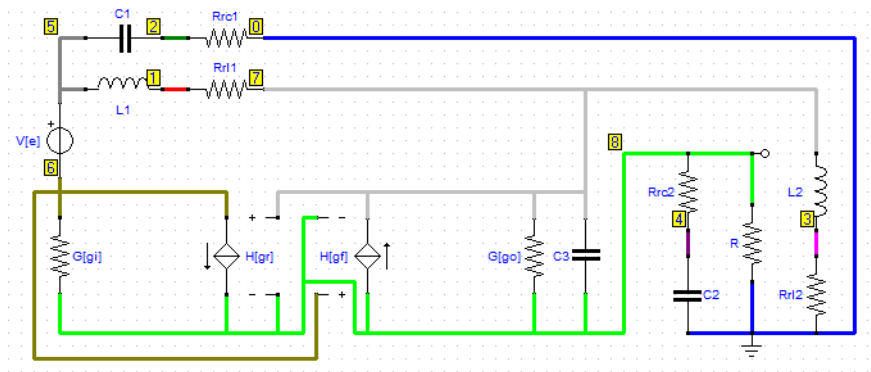


Figura 8.24: Esquema del modelo del convertidor X para la F.T. entrada-salida

Produciendo los siguientes resultados al aplicarlo en la plataforma OctaveRS:

Transfer function 'Voe_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{7.631e-20 s^4 + 2.261e-14 s^3 + 7.523e-09 s^2 + 1.504e-06 s + 0.2665}{2.286e-21 s^5 + 6.769e-16 s^4 + 2.261e-10 s^3 + 1.076e-07 s^2 + 0.008012 s + 2.263}$$

Continuous-time model.

poles =

$$\begin{aligned} & -1.4787e+05 + 2.7729e+05i \\ & -1.4787e+05 - 2.7729e+05i \\ & -4.3681e+01 + 5.9529e+03i \\ & -4.3681e+01 - 5.9529e+03i \\ & -2.8284e+02 + 0.0000e+00i \end{aligned}$$

zeros =

$$\begin{aligned} & -1.4806e+05 + 2.7677e+05i \\ & -1.4806e+05 - 2.7677e+05i \\ & -4.6743e+01 + 5.9531e+03i \\ & -4.6743e+01 - 5.9531e+03i \end{aligned}$$

Josep M. Valls

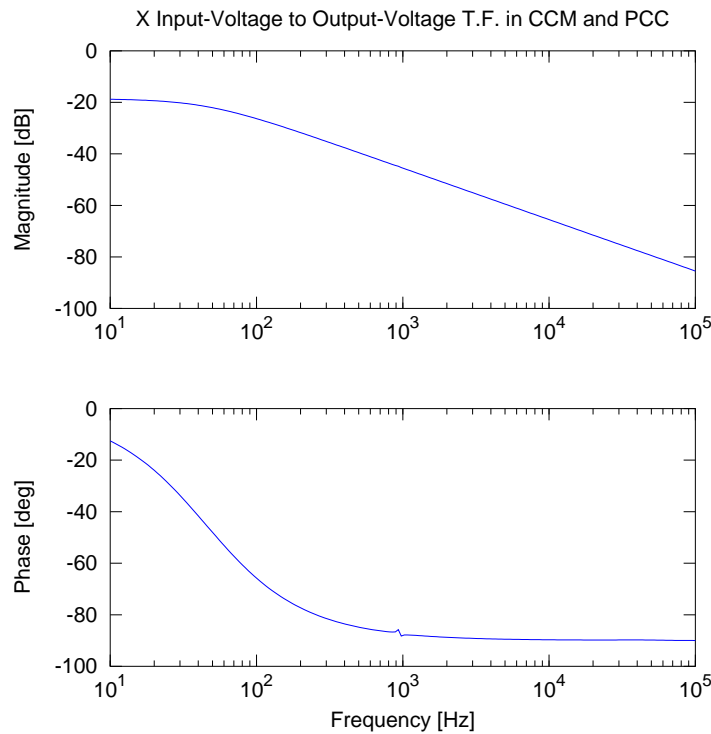


Figura 8.25: Diagrama de Bode del convertidor X para la F.T. entrada-salida

8.8. Implementación digital

Para poder implementar de forma digital el control por pico de corriente [TGB09] hay que comparar la corriente analógica que circula por el transistor con un valor de realimentación de las tensiones de entrada y salida más la rampa de compensación para evitar la oscilación subarmónica. Como muestrear esta corriente a una frecuencia, por ejemplo, cien veces superior a la de conmutación es una tarea inviable para sistemas digitales de bajo coste, la citada referencia propone comparar la rampa de corriente que circula por el transistor con un valor precalculado cada ciclo de conmutación. Este método se muestra en la Fig. 8.26.

El nivel de corriente de comparación i_{cmp} , se calcula previamente mediante el mínimo de la corriente i_n que circula por el transistor, esto se puede expresar como

$$i_{cmp} = i_n + m_1 D T_s \quad (8.35)$$

o

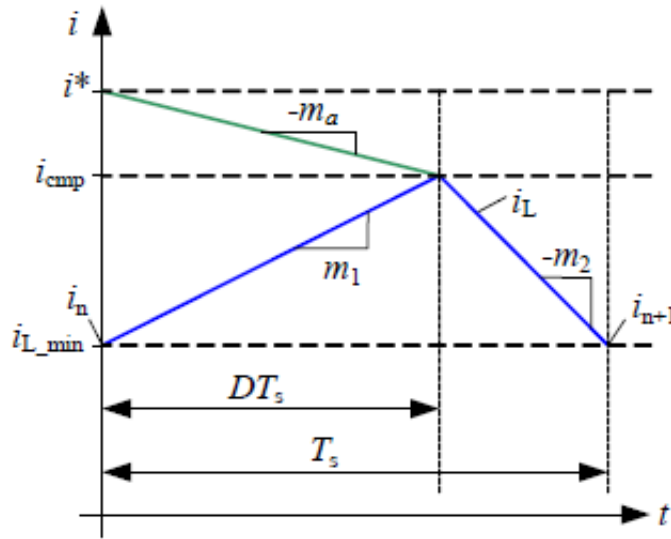


Figura 8.26: Corriente del transistor con rampa de compensación digital [TGB09, p. 3526]

$$i_{cmp} = i^* - m_a DT_s \quad (8.36)$$

Restando (8.35) de (8.36) se obtiene

$$DT_s = \frac{i^* - i_n}{m_1 + m_a} \quad (8.37)$$

Substituyendo (8.37) en (8.36) se tiene

$$i_{cmp} = i^* - m_a \frac{i^* - i_n}{m_1 + m_a} \quad (8.38)$$

En este punto se introduce el factor de compensación k_a como

$$k_a = \frac{m_a}{m_1} \quad (8.39)$$

Así 8.38 puede expresarse como

$$i_{cmp} = i^* - \frac{k_a}{1 + k_a} (i^* - i_n) = \frac{1}{1 + k_a} (i^* + k_a i_n) \quad (8.40)$$

En la Fig. 8.27 se muestra la estrategia de control propuesta. La corriente de referencia i^* se calcula a partir de la señal de error del controlador de tensión, que puede ser un controlador PID. El factor de compensación se calculará a partir de las tensiones de entrada y salida, en [TGB09] para los convertidores del tipo BUCK-BOOST, como

son los de la familia de Ćuk, da un valor mínimo y uno óptimo (8.41) que coinciden con los que se han obtenido antes:

$$[k_a]_{min} = \frac{V_o - E}{2E} \quad \text{o} \quad [k_a]_{opt} = \frac{V_o}{E} \quad (8.41)$$

Para calcular i_{cmp} se usa la ecuación (8.40), y para obtener el mínimo de i_n se debe muestrear al inicio del ciclo de conmutación cuando el transistor se conecta.

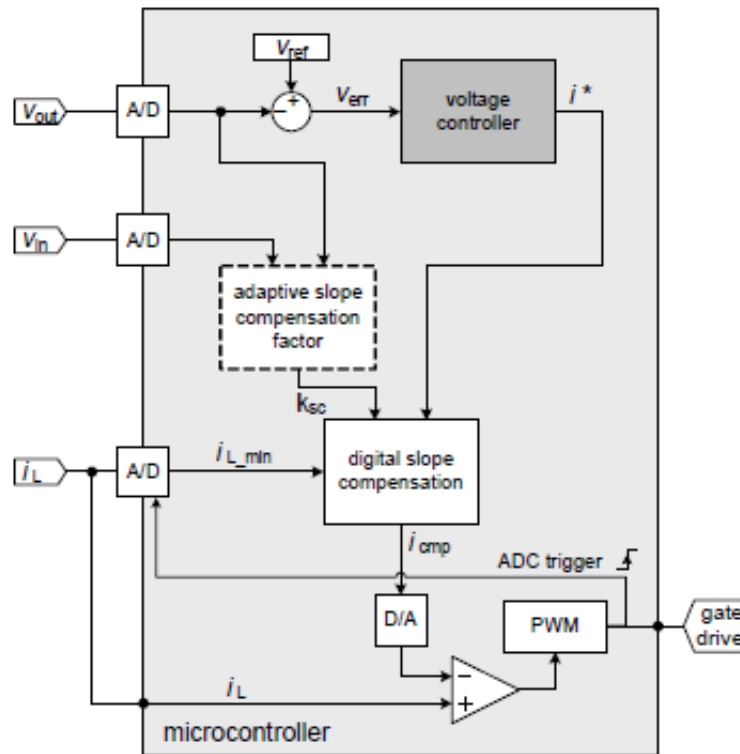


Figura 8.27: Corriente del transistor con rampa de compensación digital [TGB09, p. 3526]

Hay que tener en cuenta que esta técnica no requiere conocer los parámetros físicos del convertidor como es el valor de las inductancias o condensadores.

Conclusión

El control en pico de corriente mejora sustancialmente la controlabilidad de los convertidores ya que los diagramas de Bode salen mucho más amortiguados. Además desplaza uno de los polos conjugados en tres órdenes de magnitud. Es un método pensado para trabajar con chips analógicos, aquí se ha presentado una alternativa para trabajar con un procesador digital, con el único inconveniente de que requiere intervenir en cada ciclo de conmutación.

El método usado en el análisis del sistema dinámico, propuesto por el profesor Vorpèrian, requiere de un análisis más completo, sobre todo en el cálculo de la tensión de las rampas, en las que no se considera el valor instantáneo de la tensión del condensador de paso. También sería preciso, en la linealización de la ecuación de control, en la que se considera que la relación de valores promedio se mantiene para los valores instantáneos.

Capítulo 9

Control en modo deslizante

Resumen

En este capítulo se aborda una de las técnicas de control empleadas en el control de los convertidores de la clase de Ćuk . El SMC (*Sliding Mode Control* o Control en Modo Deslizante) consiste en encontrar una trayectoria de evolución del sistema de estado cerca de una superficie (superficie de deslizamiento) en la que se cumple la condición de la ley de control.

9.1. Introducción

Este capítulo se dedica a la descripción de una metodología de control no lineal, especialmente adaptada a los SEV (*Sistemas de Estructura Variable*), como pueden ser los convertidores de potencia o energía DC/DC (*Direct Current - Direct Current*, Corriente Continua - Corriente Continua). El SMC es una tecnología aplicada a los sistemas de realimentación discontinua que ha sido desarrollada en numerosos libros como: 'Applied nonlinear control' de J. Slotine y W. Li [SL91] y 'Nonlinear systems' de S. Sastry [Sas99] entre otros, también hay libros que son más concretos con las aportaciones en electrónica de potencia como 'Control Design Techniques in Power Electronics Devices' de H. Sira-Ramirez y R. Silva-Ortigoza [SRSO06], sobre el que se basa el desarrollo de este capítulo, 'Variable structure systems: from principles to implementation' de A. Savanovic, L. Fridman y S. Spurgeon [SFS04] o 'Sliding Mode Control of Switching Power Converters: Techniques and Implementation' de Siew-Chong Tan, Yuk-Ming Lai y Chi Kong Tse [TLT12].

El control en modo deslizante se describe inicialmente por científicos rusos de la antigua Unión Soviética, una completa descripción de modos deslizantes o regímenes deslizantes se encuentra en libros como el de Emelyanov [Eme67] o Utkin [Utk78], [Utk92] o Utkin y otros [UGS99]. La parte final del capítulo dedicada al control discreto está basada en [UGS09].

En este capítulo se hará una introducción al control en modo deslizante aplicado básicamente a los convertidores DC/DC de la clase de Ćuk .

9.2. Sistemas de estructura variable

Se define un sistema de estructura variable como aquel donde su dinámica pasa por diferentes topologías o bien que su modelo dinámico depende de la región del espacio de estados donde se encuentre. Donde la acción de control es discontinua y de cambios abruptos voluntarios por parte del operador, debidos a la conmutación de uno o varios de los interruptores del sistema o por la variación de determinados valores temporales de los parámetros del sistema. Los sistemas de electrónica de potencia donde la acción de control es conmutada pueden considerarse dentro de los SEV.

Se plantea el estudio de un sistema no lineal representado por las siguientes ecuaciones en el espacio de estado:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x)\end{aligned}\tag{9.1}$$

Donde $x \in R^n$, $u \in \{0, 1\}$, $y \in R$. Las funciones vectoriales $f(x)$ y $g(x)$ representan campos vectoriales continuos, p.e. campos vectoriales infinitamente diferenciables, definidos sobre el espacio tangente a R^n . La función de salida $h(x)$ es una función escalar continua de x que toma valores en la recta real R . La variable x se refiere al estado del sistema. La variable u es conocida como la entrada de control o simplemente el control. La variable y es la salida del sistema. La función $f(x)$ se conoce como función de estado y $g(x)$ como función de entrada de control.

La característica principal de los sistemas considerados es el valor binario de la variable de control. Sin perder generalidad se asume que la variable de control toma uno de los dos valores del conjunto discreto $\{0, 1\}$. Téngase en cuenta que si el conjunto de posibles valores de la entrada de control escalar u , es el conjunto discreto $\{W_1, W_2\}$ con $W_i \in R$, $i = 1, 2$, entonces la siguiente transformación simétrica de coordenadas: $v = (u - W_2)/(W_1 - W_2)$, $u = W_2 + v/(W_1 - W_2)$ hace que la nueva variable de control v una variable de control binaria que toma valores en el conjunto $\{0, 1\}$.

Se usará el mismo ejemplo que propone Sira-Ramirez en [SRSO06] para el desarrollo teórico del SMC ya que presenta características muy parecidas a los sistemas estudiados, pero es un sistema mucho más sencillo.

Ejemplo 1. El circuito representado en la Fig. 9.1 es un ejemplo de convertidor de potencia DC/DC, conocido como BOOST o convertidor elevador de un solo conmutador, presentado en [SRSO06, p.62-64]:

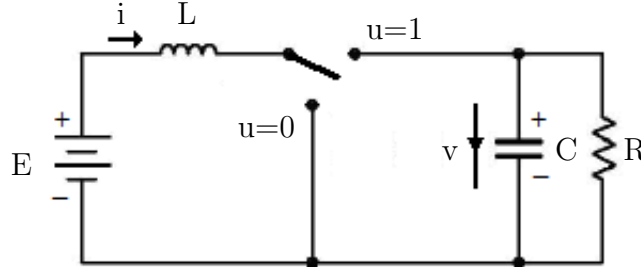


Figura 9.1: Convertidor BOOST con conmutador ideal [SRSO06, p. 63]

Las ecuaciones diferenciales que describen al sistema vienen dadas por:

$$\begin{aligned} L \frac{di}{dt} &= -uv + E \\ C \frac{dv}{dt} &= ui - \frac{1}{R}v \end{aligned} \quad (9.2)$$

Donde i es la corriente de entrada y también la que pasa por la inductancia, v es la tensión de salida y también la del condensador y u es la función de posición del interruptor que satisface $u \in \{0, 1\}$.

La descripción matricial del convertidor BOOST viene dada por:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{v}{L} \\ \frac{i}{C} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9.3)$$

Si se escogen como variables de estado i y v de forma que $x = [x_1 \ x_2]^T = [i \ v]^T$, se tiene:

$$\begin{aligned} f(x) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ -\frac{x_2}{RC} \end{bmatrix} \\ g(x) &= \begin{bmatrix} -\frac{x_2}{L} \\ \frac{x_1}{C} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9.4)$$

9.2.1. Superficies deslizantes

Se define como superficie deslizante S al conjunto de vectores de estado de R^n que cumplen la restricción $h(x) = 0$ donde $h : R^n \rightarrow R$ es una función escalar continua del sistema.

$$S = \{x \in R^n \mid h(x) = 0\} \quad (9.5)$$

El conjunto S es un subconjunto continuo de dimensión $n - 1$ dentro de R^n . Se supone que existen acciones de control $u(x)$, posiblemente de naturaleza discontinua, que cumplen localmente la restricción: $h(x) = 0$ dentro de una trayectoria del vector de estado $x(t)$. El movimiento del vector de estado x , sobre la superficie de deslizamiento ideal, produce el comportamiento deseado del sistema controlado. La restricción de la evolución del estado se cumple gracias a la apropiada acción de control que satisface $u \in \{0, 1\}$.

Una de las principales características del diseño de realimentaciones de control en sistemas conmutados es, el hecho de que la especificación de la función escalar continua $h(x)$, es parte del problema de diseño. Escoger la función de salida adecuada $y = h(x)$, y por lo tanto la superficie deslizante S , dependen enteramente del diseñador y de las especificaciones del diseño.

Ejemplo 2. *En el convertidor BOOST del ejemplo previo, la superficie deslizante de control es la propuesta por la siguiente especificación:*

$$h(x) = v - \bar{v} = x_2 - V_d \quad (9.6)$$

Donde $\bar{v} = V_d$ es la tensión media de salida que se desea controlar. Siempre que se cumpla la condición especificada, el estado estará sobre la superficie deslizante y la tensión de salida será la deseada.

Otra posible superficie deslizante, a considerar en este caso, es la especificada por:

$$h(x) = i - \bar{i} = x_1 - I_d \quad (9.7)$$

Donde $\bar{i} = I_d = \frac{V_d^2}{RE}$ representa la corriente de entrada deseada, con una tensión de salida media deseada.

Cada una de las dos superficies representan un comportamiento deseable del sistema, aunque sólo una de las dos es posible, debido a las consideraciones de estabilidad internas.

9.2.2. Control equivalente y dinámica de deslizamiento ideal

Para controlar un sistema de estructura variable se hace conmutar el sistema a frecuencia lo más alta posible, idealmente infinita, a fin de mantener la trayectoria del sistema de estados dentro de un entorno de la superficie de deslizamiento escogida. Este procedimiento se denomina control equivalente. Si la frecuencia no es infinita la trayectoria real del sistema se alejará de la superficie de deslizamiento, dentro de un entorno mayor.

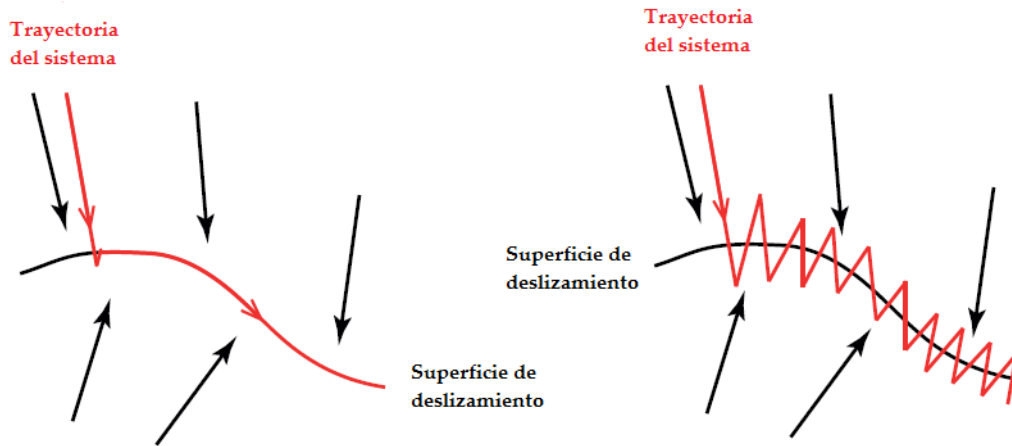


Figura 9.2: Deslizamiento ideal a frecuencia infinita y conmutaciones a frecuencia finita [Eva12, p. 66]

Definición 1. Se define como control equivalente $u_{eq}(x)$ a aquella función suave que mantiene la trayectoria del estado del sistema sobre la superficie de deslizamiento S o en su defecto en un entorno suficientemente restringido. Cuando el estado inicial del sistema $x(t_0) = x_0$ está localizado precisamente sobre la misma superficie S en la que se cumple $h(x_0) = 0$.

La función de salida $h(x)$ cumple entonces la siguiente condición de invariancia.

$$\dot{h}(x) = \frac{\partial h}{\partial x}(f(x) + g(x)u_{eq}(x)) = 0 \quad (9.8)$$

Definición 2. Sea $f(x)$ un campo vectorial suave tal que $f(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, y sea $h(x)$ una función suave tal que $h(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$. La derivada de Lie de la función $h(x)$ con respecto al campo vectorial $f(x)$, es la siguiente función suave:

$$L_f h(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial h}{\partial x} f_i(x) \quad L_f h(x) + [L_g h(x)] u_{eq}(x) = 0 \quad (9.9)$$

Esta función corresponde al producto escalar del gradiente de $h(x)$ por $f(x)$ y toma la notación $L_f h(x)$. [Cla01]

Expresando la condición de invarianza con la notación de las derivadas de Lie se tiene, el control equivalente como el cociente:

$$u_{eq} = -\frac{L_f h(x)}{L_g h(x)} \quad (9.10)$$

El campo vectorial de control, $f(x) + g(x)u_{eq}(x)$, y la correspondiente evolución sobre la superficie de deslizamiento S , se expresa como,

$$\dot{x} = f(x) - g(x)\frac{L_f h(x)}{L_g h(x)} \quad (9.11)$$

Téngase en cuenta que para cualquier estado inicial que no se encuentre en la superficie de deslizamiento, evolucionará bajo la acción de control $u_{eq}(x)$, de tal manera que la función $h(x)$ se mantenga constante mientras la variación de la salida \dot{y} sea cero. Por lo tanto un valor constante de $y = h(x)$ sólo adopta el valor cero si el estado inicial x_0 está sobre la superficie de deslizamiento.

9.2.3. Accesibilidad de la superficie deslizante

Sea x un punto representativo de la trayectoria del estado del sistema, ubicado en un entorno abierto de la superficie S (Este entorno contiene la intersección con la superficie deslizante). Supóngase que en este punto la función de salida $h(x)$ de la superficie S es estrictamente positiva, es decir, $h(x) > 0$. Se puede decir que este punto está situado encima de la superficie S . Nuestro objetivo es establecer una acción de control adecuada que garantice que la trayectoria del sistema alcanza y atraviesa la superficie S . La derivada temporal de $h(x)$ en este punto está dada por:

$$\frac{d}{dt}h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} (f(x) + g(x)u) = L_f h(x) + [L_g h(x)] u \quad (9.12)$$

Si se supone que $L_g h(x) > 0$ en un entorno de S (por ejemplo si $L_g h(x)$ es estrictamente positiva, "encima" y "debajo" de S en un entorno de esta superficie), entonces se requiere que la derivada temporal de $h(x)$ sea estrictamente negativa en el punto x .

Con este supuesto, $L_g h(x) > 0$, se debe escoger una acción de control que elimine el incremento positivo que este término tiene sobre la derivada de h . Se debe elegir $u = 0$. La derivada temporal de $h(x)$ para esta entrada de control coincide totalmente con la derivada direccional $L_f h(x)$. De ello se deduce que al ser $L_g h(x) > 0$ en un entorno abierto de S , es necesario que $L_f h(x)$ sea estrictamente negativa en un entorno de S .

Si ahora se supone que el punto "x" está situado "debajo" de la superficie, es decir, $h(x) < 0$, entonces es fácil ver que para que las trayectorias lleguen y crucen la superficie deslizante S , se debe cumplir que la derivada temporal de $h(x)$ debe ser estrictamente positiva. En otras palabras, $L_f h(x) + [L_g h(x)] u > 0$. Mientras $L_g h(x) > 0$ y $L_f h(x) < 0$ se deberá escoger $u = 1$ con el fin de magnificar el efecto del incremento positivo de $L_g h(x)$ sobre la derivada temporal de $h(x)$, pero, además, es necesario que este término positivo sea de tal magnitud que compense el efecto negativo del término $L_f h(x)$ en la derivada temporal de $h(x)$.

Se concluye que, suponiendo $L_g h(x) > 0$, en un entorno abierto de S , la condición necesaria para la existencia de un régimen deslizante en S es que $L_g h(x) > -L_f h(x) > 0$. En otras palabras, dividiendo esta desigualdad por la cantidad estrictamente positiva $L_g h(x)$, es necesario que:

$$1 > -\frac{L_f h(x)}{L_g h(x)} > 0 \quad (9.13)$$

Téngase en cuenta que esta desigualdad debe ser válida en un entorno abierto de \mathbb{R}^n exhibiendo una intersección, no vacía con S . En particular si esta desigualdad es válida localmente para $x \in S$, entonces también es válida en un entorno abierto de S en \mathbb{R}^n , dado el carácter suave de la función $h(x)$ y de la superficie S .

Bajo el supuesto de que $L_g h(x) > 0$ alrededor de S , es fácil ver que la condición necesaria de existencia discutida anteriormente es también suficiente.

De hecho, si el punto de estado está localizado encima de la superficie de deslizamiento S , por la desigualdad $L_f h(x) < 0$, con lo que bastará que $u = 0$ para que $\dot{h}(x) < 0$ en cualquier entorno abierto de S . La trayectoria de estado se acercará y cruzará la superficie de deslizamiento desde cualquier punto que esté en el entorno de la superficie situado sobre la misma. Por el contrario si el punto está por debajo de la superficie de deslizamiento, entonces por la desigualdad $L_f h(x) + L_g h(x) > 0$, por lo tanto al elegir $u = 1$ se fuerza la condición de que $\dot{h}(x) > 0$ para cualquier punto de un entorno abierto de S . Lo que significa que la trayectoria del estado se acerca a S .

Téngase en cuenta que si localmente $L_g h(x) < 0$, entonces se debe cumplir que $L_f h(x) > 0$, por lo que estando el punto de partida encima de la superficie se escogería $u = 1$ y si estuviese por debajo se escogería $u = 0$.

La condición $L_g h(x) > 0$ es especialmente importante y determina la política de conmutación local que logra un régimen deslizante sobre la superficie de deslizamiento S . Esta característica es lo que se denomina *condición de transversabilidad* [SRSO06]. En el caso que $L_g h(x) = 0$ en un conjunto abierto alrededor de la superficie de deslizamiento, el sistema no es controlable y no es posible encontrar un valor para que $\dot{h}(x)$ cambie

de signo en ese entorno de S . Por lo tanto, la *condición de transversabilidad* es una condición necesaria para la existencia local de un régimen deslizante.

En virtud del hecho de que la cantidad $-L_f h(x) / L_g h(x)$ coincide con el control equivalente se puede concluir que el siguiente teorema es válido.

Teorema 1. *La condición necesaria y suficiente para la existencia local de un régimen deslizante sobre la superficie suave $S = \{x | h(x) = 0\}$ es que el control equivalente satisfaga:*

$$0 < u_{eq}(x) < 1, \quad x \in S$$

La condición de transversabilidad $L_g h(x) > 0$, o más generalmente, $L_g h(x) \neq 0$, nos dice que si la función $h(x)$ de la superficie deslizante S se considera como la función de salida $y = h(x)$, esta debe ser, al menos localmente de primer grado, alrededor del valor $y = 0$. Téngase en cuenta que para $y = 0$, la dinámica cero coincide totalmente con la dinámica ideal de deslizamiento dada por,

$$\dot{x} = f(x) - g(x) \frac{L_f h(x)}{L_g h(x)} = f(x) + g(x) u_{eq}(x)$$

Bajo el supuesto que la condición de transversabilidad adopta la forma:

$$L_g h(x) > 0$$

En un entorno abierto suficientemente grande de la superficie de deslizamiento, la ley de control, que obliga a la trayectoria de estado local para alcanzar la superficie deslizante y adquirir así la posibilidad de "cruzar" esta superficie, es dada por

$$u = \begin{cases} 1 & \text{si } h(x) < 0 \\ 0 & \text{si } h(x) > 0 \end{cases}, \quad u = \frac{1}{2} [1 - \text{sign } h(x)]$$

Evidentemente, cualquier incursión de la trayectoria de estado hacia el "otro lado" de la superficie de deslizamiento, provoca una inmediata reacción del control, ordenando cambiar la posición del interruptor al otro valor disponible. Como consecuencia, la trayectoria se ve obligada a regresar hacia la superficie y posiblemente cruzarla de nuevo, con el correspondiente cambio en la posición del interruptor. El movimiento resultante alrededor de un pequeño entorno de la superficie deslizante, se caracteriza por un movimiento en "zig-zag" (conocido también por el término inglés de "chattering") cuya frecuencia es, teóricamente hablando, infinitamente grande y este movimiento es conocido como un régimen o un modo deslizante.

9.2.4. Condiciones de invariancia para perturbaciones coincidentes

Una de las principales características de los regímenes deslizantes, o control en modo deslizante, es su robustez con respecto a determinadas entradas de perturbación externa que afectan al comportamiento del sistema. En esta sección se va a explorar qué tipo de condiciones deben ser cumplidas por las perturbaciones, para ser rechazadas automáticamente a partir de la descripción de la dinámica deslizante ideal.

Considerar el siguiente sistema no lineal con la suma de la perturbación $\varepsilon(x)$:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + \varepsilon(x) \quad (9.14)$$

controlado por un único conmutador y , además, sea S una superficie de deslizamiento suave sobre la cual se puede crear un régimen deslizante local, a pesar de la presencia de la perturbación. Se asume que el campo de perturbación $\varepsilon(x)$ es una función suave del estado x desconocida y se supone que sus valores están limitados.

La existencia de tal régimen deslizante implica la existencia de un control equivalente, u_{eq} que, idealmente, y posiblemente localmente, produce las trayectorias de estado en la superficie suave S . El control equivalente es, necesariamente, una función del campo de perturbación desconocido ε y es dado por

$$u_{eq} = -\frac{L_f h(x) + L_\varepsilon h(x)}{L_g h(x)} \quad (9.15)$$

La dinámica ideal de deslizamiento, con $x \in S$, se obtiene como

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) - g(x) \frac{L_f h(x) + L_\varepsilon h(x)}{L_g h(x)} + \varepsilon(x) = \\ &= \left[I - \frac{1}{L_g h(x)} g(x) \frac{\partial h}{\partial x^T} \right] f(x) + \\ &\quad + \left[I - \frac{1}{L_g h(x)} g(x) \frac{\partial h}{\partial x^T} \right] \varepsilon(x) \end{aligned} \quad (9.16)$$

El vector de perturbación $\varepsilon(x)$ puede descomponerse en dos componentes una paralela al control $g(x)$ y otra perpendicular al mismo:

$$\varepsilon(x) = \alpha(x)g(x) + \beta(x) \quad (9.17)$$

La componente $\alpha(x)$ presenta la propiedad de invariancia fuerte que satisface la condición de acoplamiento y que se describe por

$$\varepsilon \in \text{span}\{g\} \quad (9.18)$$

Como la dinámica es la misma que la de la función de control se cumple:

$$\left[I - \frac{1}{L_g h(x)} g(x) \frac{\partial h}{\partial x^T} \right] \alpha(x) = 0 \quad (9.19)$$

Con lo que la dinámica general coincide con la dinámica del sistema sin perturbar. Ahora bien cuando la propiedad de invariancia es débil, en otras palabras, cuando la componente de la perturbación es perpendicular al control, la dinámica ideal de deslizamiento se verá afectada por la perturbación como se observa en la siguiente ecuación.

$$\dot{x} = \left[I - \frac{1}{L_g h(x)} g(x) \frac{\partial h}{\partial x^T} \right] f(x) + \beta(x) \quad (9.20)$$

9.3. Aplicación al convertidor BOOST

En el ejemplo 1 de un convertidor DC/DC de tipo BOOST el objetivo de control consiste en conseguir una tensión de salida deseada V_d . Para ello según se mostraba en el ejemplo 2 hay dos posibles soluciones, la primera consiste en controlar con la tensión de salida y que se denomina **control directo** y la segunda consiste en controlar a través de la corriente de entrada y que se denomina **control indirecto**.

9.3.1. Control directo

Se definen como variables de estado $x_1 = i$ y $x_2 = v$ con lo que las ecuaciones de estado quedan como:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{x_2}{L} \\ \frac{x_1}{C} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Con lo que las funciones de estado y control quedan definidas por

$$f(x) = \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ \frac{x_2}{RC} \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} -\frac{x_2}{L} \\ \frac{x_1}{C} \end{bmatrix}$$

Considérese la superficie de deslizamiento definida por la función de salida siguiente:

$$h(x) = x_2 - \bar{x}_2$$

Obligando a que la función de salida tome el valor cero $h(x) = 0$ por medio del control discontinuo, significa que la tensión de salida coincide con la tensión media deseada. Sin embargo, se desea encontrar si esta superficie de deslizamiento es estable o inestable, para ello se determinará el control equivalente.

$$\begin{aligned} L_f h(x) &= \frac{\partial h}{\partial x^T} f(x) = \frac{-x_2}{RC} \\ L_g h(x) &= \frac{\partial h}{\partial x^T} g(x) = \frac{x_1}{C} \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta que:

$$\frac{\partial h}{\partial x^T} = \left(\frac{\partial h}{\partial x_1}, \frac{\partial h}{\partial x_2} \right) = \left(\frac{\partial(x_2 - \bar{x}_2)}{\partial x_1}, \frac{\partial(x_2 - \bar{x}_2)}{\partial x_2} \right) = (0, 1)$$

Con lo que el control equivalente encontrado es el siguiente.

$$u_{eq}(x) = -\frac{L_f h(x)}{L_g h(x)} = -\frac{\frac{-x_2}{RC}}{\frac{x_1}{C}} = \frac{1}{R} \left(\frac{x_2}{x_1} \right)$$

En el punto de equilibrio, como está sobre la superficie de deslizamiento, la variable $x_2 = \bar{x}_2$ con lo que la estabilidad la definirá la variable x_1 , con lo que se tiene,

$$\dot{x}_1 = \frac{-x_2}{L} u + \frac{E}{L} = \frac{-x_2}{L} \frac{1}{R} \left(\frac{x_2}{x_1} \right) + \frac{E}{L} = \frac{-1}{RL} \left(\frac{x_2^2}{x_1} \right) + \frac{E}{L} = \frac{-1}{RL} \left(\frac{\bar{x}_2^2}{x_1} \right) + \frac{E}{L}$$

Para estudiar la estabilidad se puede aplicar el criterio de Lyapunov, para ello interesa redefinir la dinámica cero correspondiente a $h(x) = 0$ como:

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{x_1} \left(\frac{E}{L} x_1 - \frac{\bar{x}_2^2}{RL} \right)$$

Considérese la siguiente función de Lyapunov en el espacio de la variable x_1

$$V(x_1) = \frac{1}{2} \left(\frac{E}{L} x_1 - \frac{\bar{x}_2^2}{RL} \right)^2$$

Para calcular la derivada hay que aplicar la regla de la cadena sabiendo que ya se conoce la derivada temporal de $f(x)$ que es $\dot{x}_1 = f'(x)$

$$\frac{d}{dx} g(f(x)) = g' f(x) f'(x) \quad \text{con} \quad f(x) = \left(\frac{E}{L} x_1 - \frac{\bar{x}_2^2}{RL} \right)$$

La derivada de esta función, teniendo en cuenta que $x_1 > 0$ viene dada por

$$\dot{V}(x_1) = \left(\frac{E}{L} x_1 - \frac{\bar{x}_2^2}{RL} \right) \frac{1}{x_1} \left(\frac{E}{L} x_1 - \frac{\bar{x}_2^2}{RL} \right) = \frac{1}{x_1} \left(\frac{E}{L} x_1 - \frac{\bar{x}_2^2}{RL} \right)^2 \geq 0$$

Por lo tanto, la dinámica cero es inestable.

9.3.2. Control indirecto

La alternativa es utilizar, como una superficie deslizante y función de salida, una función que, cuando vale cero, reproduce el equilibrio deseado a partir del valor de la entrada de corriente de la inductancia, que corresponde con la tensión de salida deseada.

$$h_1(x) = x_1 - \bar{x}_1$$

Para especificar esta función, en términos de la tensión de salida deseada, se puede calcular el punto de equilibrio del sistema bajo las condiciones de deslizamiento ideal. Se escribe el valor de equilibrio de la corriente en términos del valor de equilibrio de la tensión de salida como,

$$\bar{x}_1 = \frac{\bar{x}_2^2}{RE}$$

En este caso la derivada direccional de $h(x)$ es

$$\frac{\partial h}{\partial x^T} = \left(\frac{\partial h}{\partial x_1}, \frac{\partial h}{\partial x_2} \right) = \left(\frac{\partial(x_1 - \bar{x}_1)}{\partial x_1}, \frac{\partial(x_1 - \bar{x}_1)}{\partial x_2} \right) = (1, 0)$$

Por consiguiente,

$$L_f h(x) = \frac{E}{L} \quad L_g h(x) = \frac{-x_2}{L}$$

Y el control equivalente,

$$u_{eq} = -\frac{L_f h(x)}{L_g h(x)} = -\frac{\frac{E}{L}}{\frac{-x_2}{L}} = \frac{E}{x_2}$$

En este caso en el punto de equilibrio la variable fijada es la x_1 , con lo que la estabilidad se deberá evaluar en la otra variable:

$$\dot{x}_2 = \frac{-x_2}{RC} + \frac{\bar{x}_1}{C} u_{eq} = \frac{-x_2}{RC} + \frac{\bar{x}_2^2}{RE} \frac{E}{x_2} = \frac{1}{RC} \left(\frac{\bar{x}_2^2}{x_2} - x_2 \right)$$

Es fácil ver que el único punto de equilibrio de la dinámica cero es un punto de

equilibrio asintóticamente estable.

En efecto, considérese la siguiente función de Lyapunov candidata, definida en el espacio x_2 en el cual esta variable describe la dinámica deslizante ideal, o dinámica cero,

$$V(x_2) = \frac{1}{2} (x_2 - \bar{x}_2)^2$$

La derivada temporal de esta función candidata viene dada por

$$\dot{V}(x_2) = (x_2 - \bar{x}_2) \frac{1}{RC} \left(\frac{\bar{x}_2^2}{x_2} - x_2 \right) = -\frac{1}{RC x_2} (x_2 - \bar{x}_2) (x_2^2 - \bar{x}_2^2)$$

O expresándolo de otra forma

$$\dot{V}(x_2) = -\frac{1}{RC x_2} (x_2 - \bar{x}_2)^2 (x_2 + \bar{x}_2) < 0$$

Evidentemente, la última expresión es definida negativa alrededor del punto de equilibrio, dado que $x_2 > 0$. La dinámica de deslizamiento ideal presenta un punto de equilibrio asintóticamente estable para la tensión deseada.

Según la teoría desarrollada, la superficie de deslizamiento es alcanzable, o accesible, por medio de las siguientes estrategias de conmutación,

$$u = \begin{cases} 1 & \text{si } h(x) = (x_1 - \bar{x}_1) > 0 \\ 0 & \text{si } h(x) = (x_1 - \bar{x}_1) < 0 \end{cases}$$

En otras palabras, la estrategia de control viene dada por

$$u = \frac{1}{2} [1 - \text{sign } h(x) = (x_1 - \bar{x}_1)]$$

Donde x_2 , es la corriente de entrada, es decir la que circula por la inductancia.

El hecho de que en el convertidor BOOST, la dinámica cero para la tensión sea inestable, es debido a que el convertidor BOOST para la tensión de salida se comporta como un sistema de fase no mínima, mientras que por el contrario para la corriente de la inductancia se comporta como un sistema de fase mínima. Este mismo comportamiento es el que se observa en los convertidores de la clase de Ćuk .

9.4. Sistema de fase mínima

Esta sección está más desarrollada en [Cla01]. También está la demostración de aplicabilidad a los sistemas bilineales, aunque aquí se describa exclusivamente para sistemas

lineales.

Definición 3. Se dice que un sistema es de fase mínima si x_e es un punto de equilibrio asintóticamente estable de la dinámica cero. Un sistema que no sea de fase mínima se dice que es de fase no-mínima.

Con esta definición, los sistemas lineales son de fase mínima sí y sólo sí todos los ceros tienen parte real negativa.

Como se ha visto en la descripción de los convertidores capítulos sobre el convertidor de Ćuk Capítulo 2, el convertidor SEPIC Capítulo 3, el convertidor Zeta Capítulo 4 y el convertidor X Capítulo 5, todos estos convertidores son de fase no-mínima para el control directo de la tensión de salida V_d .

9.5. Aplicación al convertidor de Ćuk

El convertidor de Ćuk que se muestra en la Fig. 9.3, se describe mediante el siguiente conjunto de ecuaciones.

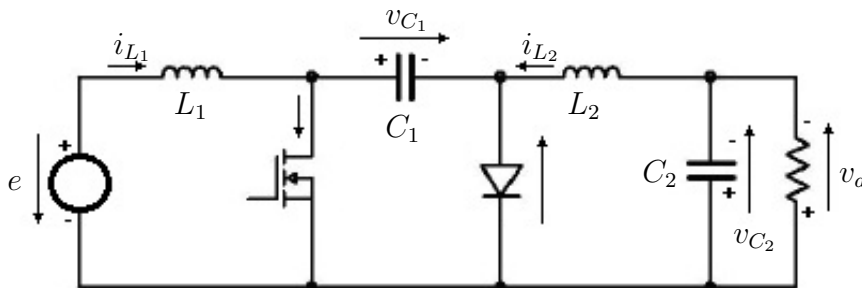


Figura 9.3: Circuito promediado del convertidor de Ćuk

Téngase en cuenta que la tensión de salida ha sido definida positiva para poder comparar con el resto de convertidores de la clase.

$$\begin{aligned}
 L_1 \frac{di_1}{dt} &= -(1-u)v_{C_1} + E \\
 C_1 \frac{dv_1}{dt} &= (1-u)i_{L_1} - u i_{L_2} \\
 L_2 \frac{di_2}{dt} &= u v_{C_1} - v_{C_2} \\
 C_2 \frac{dv_2}{dt} &= i_{L_2} - \frac{v_{C_2}}{R}
 \end{aligned}$$

Josep M. Valls

Usando la nomenclatura establecida se muestran los campos vectoriales que describen al sistema. Haciendo $x_1 = i_1$, $x_2 = v_1$, $x_3 = i_2$ y $x_4 = v_2$.

$$f(x) = \begin{bmatrix} -\frac{x_2}{L_1} + \frac{E}{L_1} \\ \frac{x_1}{C_1} \\ -\frac{x_4}{L_2} \\ \frac{x_3}{C_2} - \frac{x_4}{RC_2} \end{bmatrix} \quad g(x) = \begin{bmatrix} \frac{x_2}{L_1} \\ -\frac{x_1 + x_3}{C_1} \\ \frac{x_2}{L_2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Del mismo modo, como en los ejemplos anteriores, el objetivo es controlar de la tensión de salida, representada en este caso por la variable de estado x_4 , hacia el equilibrio deseado $x_4 = V_d$.

9.5.1. Control directo

Forzando la siguiente función de salida como superficie deslizante:

$$h(x) = x_4 - \bar{x}_4 = x_4 - V_d = 0$$

La función que define esta superficie deslizante, obliga a que la tensión de salida tenga el valor deseado V_d .

En este caso, se tiene

$$\frac{\partial h}{\partial x^T} = \left(\frac{\partial h}{\partial x_1}, \frac{\partial h}{\partial x_2}, \frac{\partial h}{\partial x_3}, \frac{\partial h}{\partial x_4} \right) = (0, 0, 0, 1)$$

con lo que

$$L_f h(x) = \frac{\partial h}{\partial x^T} f(x) = \frac{x_3}{C_2} - \frac{x_4}{RC_2}$$

$$L_g h(x) = \frac{\partial h}{\partial x^T} g(x) = 0$$

Al ser $L_g h(x) = 0$ el control equivalente no se puede definir. Por lo tanto se debe proponer otra superficie deslizante, la propuesta en [SRSO06] tiene la forma,

$$h_1(x) = \dot{x}_4 + \lambda(x_4 - V_d) = \frac{x_3}{C_2} - \frac{x_4}{RC_2} + \lambda(x_4 - V_d)$$

donde λ es una constante estrictamente positiva, escogida para simplificar el desarrollo

matemático.

En este caso la derivada de Lie o direccional de la función de salida es:

$$\frac{\partial h_1}{\partial x^T} = \left(\frac{\partial h_1}{\partial x_1}, \frac{\partial h_1}{\partial x_2}, \frac{\partial h_1}{\partial x_3}, \frac{\partial h_1}{\partial x_4} \right) = \left(0, 0, \frac{1}{C_2}, \lambda - \frac{1}{RC_2} \right)$$

con lo cual

$$L_g h_1(x) = \frac{\partial h_1}{\partial x^T} g(x) = \frac{x_2}{C_2 L_2} \neq 0$$

y por lo tanto el control equivalente queda bien definido.

Si $h_1(x) = 0$, la dinámica correspondiente a x_4 produce trayectorias con convergencia exponencial hacia el punto de equilibrio deseado $x_4 = V_d$. Ahora se puede evaluar la dinámica cero correspondiente a este comportamiento en estado estacionario.

La derivada de Lie de $f(x)$ para $h_1(x)$ es

$$L_f h_1(x) = \left(\frac{\lambda}{C_2} - \frac{1}{RC_2^2} \right) x_3 + \left(\frac{1}{R^2 C_2^2} - \frac{\lambda}{RC_2} - \frac{1}{L_2 C_2} \right) x_4$$

eligiendo $\lambda = \frac{1}{RC_2}$ con objeto de simplificar se obtiene:

$$L_f h_1(x) = -\frac{1}{L_2 C_2} x_4$$

con lo que el control equivalente, teniendo en cuenta que en el punto de equilibrio $x_4 = V_d$, resulta ser:

$$u_{eq} = -\frac{L_f h_1(x)}{L_g h_1(x)} = -\frac{\frac{-x_4}{L_2 C_2}}{\frac{x_2}{L_2 C_2}} = \frac{x_4}{x_2} = \frac{V_d}{x_2}$$

De la ecuación (9.21) se puede observar que \dot{x}_4 no depende del control u por lo que alrededor del punto de equilibrio en régimen permanente se tiene

$$\frac{x_3}{C_2} = \frac{x_4}{RC_2} = \frac{V_d}{RC_2} \quad x_3 = \bar{x}_3 = \frac{V_d}{R}$$

Con lo que la dinámica cero queda caracterizada por

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -\frac{x_2}{L_1} + \frac{1}{L_1} (x_2 + E) u_{eq} = \frac{1}{L_1} [(V_d - x_2) + E] \\ \dot{x}_2 &= \frac{x_1}{C_1} - \frac{1}{C_1} (x_1 + x_3) u_{eq} = \frac{1}{C_1} \left[\left(1 - \frac{V_d}{x_2}\right) x_1 - \frac{V_d^2}{R x_2} \right]\end{aligned}$$

En el punto de equilibrio las derivadas temporales son cero, con lo que solucionando el sistema homogéneo anterior se tiene

$$\begin{aligned}0 &= (V_d - x_2) + E && \longrightarrow x_2 = V_d + E \\ 0 &= \left(1 - \frac{V_d}{x_2}\right) x_1 - \frac{V_d^2}{R x_2} && \longrightarrow x_1 = \frac{V_d^2}{R E}\end{aligned}$$

Uno de los métodos para evaluar la estabilidad del sistema es linealizar alrededor del punto de equilibrio [SRSO06], lo que significa derivar parcialmente la función por la variable correspondiente, teniendo en cuenta que el resto de variables son constantes, y su valor es el del punto de equilibrio.

$$\begin{aligned}\left. \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_1} \right|_{pe} &= \left. \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{1}{L_1} [(V_d - x_2) + E] \right|_{pe} = 0 \\ \left. \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_2} \right|_{pe} &= \left. \frac{\partial}{\partial x_2} \frac{1}{L_1} [(V_d - x_2) + E] \right|_{pe} = \frac{-1}{L_1} \\ \left. \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_1} \right|_{pe} &= \left. \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{1}{C_1} \left[\left(1 - \frac{V_d}{x_2}\right) x_1 - \frac{V_d^2}{R x_2} \right] \right|_{pe} = \frac{1}{C_1} \frac{E}{(V_d + E)} \\ \left. \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_2} \right|_{pe} &= \left. \frac{\partial}{\partial x_2} \frac{1}{C_1} \left[\left(1 - \frac{V_d}{x_2}\right) x_1 - \frac{V_d^2}{R x_2} \right] \right|_{pe} = \frac{1}{C_1} \frac{V_d^2}{R E (V_d + E)}\end{aligned}$$

Que expresado de forma matricial es

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{1\delta} \\ \dot{x}_{2\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{L_1} \\ \frac{1}{C_1} \frac{E}{(V_d + E)} & \frac{1}{C_1} \frac{V_d^2}{R E (V_d + E)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1\delta} \\ x_{2\delta} \end{bmatrix}$$

Cuyo polinomio característico es

$$s^2 - \frac{1}{C_1} \frac{V_d^2}{R E (V_d + E)} s + \frac{1}{C_1 L_1} \frac{E}{(V_d + E)} = 0$$

Que claramente tiene, como mínimo, una raíz inestable en el plano complejo. Como se ha visto en el Capítulo 2, este convertidor es de fase no-mínima en el control respecto a la tensión de salida, ya que la función de transferencia presenta al menos un cero positivo. Por lo tanto, como se ha comprobado, el sistema no permite ser controlado directamente.

9.5.2. Control indirecto

La alternativa es entonces usar una superficie de deslizamiento y una función de salida con las que se consiga el mismo objetivo de control, pero que tengan en cuenta la intensidad de entrada o lo que es lo mismo la corriente que circula por la inductancia de entrada x_1 .

$$h(x) = x_1 - \bar{x}_1 = x_1 - \frac{V_d^2}{R E}$$

En este caso, se tiene

$$\frac{\partial h}{\partial x^T} = \left(\frac{\partial h}{\partial x_1}, \frac{\partial h}{\partial x_2}, \frac{\partial h}{\partial x_3}, \frac{\partial h}{\partial x_4} \right) = (1, 0, 0, 0)$$

con lo que

$$\begin{aligned} L_f h(x) &= \frac{\partial h}{\partial x^T} f(x) = \frac{-x_2}{L_1} + \frac{E}{L_1} \\ L_g h(x) &= \frac{\partial h}{\partial x^T} g(x) = \frac{x_2}{L_1} \end{aligned}$$

y el control equivalente en este caso, está bien definido y vale

$$u_{eq} = -\frac{L_f h(x)}{L_g h(x)} = -\frac{\frac{-x_2}{L_1} + \frac{E}{L_1}}{\frac{x_2}{L_1}} = 1 - \frac{E}{x_2} \quad (9.21)$$

que con valores fuera de la saturación, satisface

$$0 < u_{eq}(x) < 1$$

y mientras $x_2 \in (E, +\infty)$.

La dinámica de deslizamiento ideal o la dinámica cero, correspondiente para \bar{x}_1 , viene dada por:

$$\begin{aligned} C_1 \dot{x}_2 &= \bar{x}_1 \frac{E}{x_2} - \left(1 - \frac{E}{x_2}\right) x_3 = \frac{1}{x_2} \left(\frac{V_d^2}{R} - (x_2 - E) x_3 \right) \\ L_2 \dot{x}_3 &= x_2 \left(1 - \frac{E}{x_2}\right) - x_4 = x_2 - E - x_4 \\ C_2 \dot{x}_4 &= x_3 - \frac{x_4}{R} \end{aligned}$$

El punto de equilibrio de la dinámica ideal de deslizamiento viene dado por

$$\bar{x}_1 = \frac{V_d^2}{R E} \quad \bar{x}_2 = E + V_d \quad \bar{x}_3 = \frac{V_d}{R} \quad \bar{x}_4 = V_d$$

A fin de evaluar la estabilidad de la dinámica cero, se propone la siguiente función de Lyapunov candidata

$$V(x_2, x_3, x_4) = \frac{1}{2} [C_1 (x_2 - \bar{x}_2)^2 + L_2 (x_3 - \bar{x}_3)^2 + C_2 (x_4 - \bar{x}_4)^2] + \gamma + f(x)$$

Dónde γ es un parámetro constante estrictamente positivo, que se supone suficientemente grande para asegurar que V sea estrictamente positiva.

La derivada temporal de V a lo largo de la solución del sistema de ecuaciones diferenciales viene dada por

$$\dot{V}(x_2, x_3, x_4) = C_1 (x_2 - \bar{x}_2) \frac{dx_2}{dt} + L_2 (x_3 - \bar{x}_3) \frac{dx_3}{dt} + C_2 (x_4 - \bar{x}_4) \frac{dx_4}{dt} + f'(x)$$

desarrollando

$$\begin{aligned} \dot{V}(x_2, x_3, x_4) &= \frac{(x_2 - \bar{x}_2)}{x_2} (\bar{x}_3 V_d - (x_2 - E) x_3) + \\ &+ (x_3 - \bar{x}_3) (x_2 - E - x_4) + \\ &+ (x_4 - \bar{x}_4) \left(x_3 - \frac{x_4}{R} \right) + f'(x) \end{aligned}$$

si se agrupa términos

$$\begin{aligned} \dot{V}(x_2, x_3, x_4) &= \frac{(x_2 - \bar{x}_2)}{x_2} (-(x_2 - \bar{x}_2) x_3 - (x_3 - \bar{x}_3) V_d) + \\ &+ (x_3 - \bar{x}_3) ((x_2 - \bar{x}_2) - (x_4 - \bar{x}_4)) + \\ &+ (x_4 - \bar{x}_4) \left((x_3 - \bar{x}_3) - \frac{1}{R} (x_4 - \bar{x}_4) \right) + f'(x) \end{aligned}$$

simplificando

$$\begin{aligned} \dot{V}(x_2, x_3, x_4) &= -\frac{(x_2 - \bar{x}_2)^2}{x_2} x_3 + \frac{(x_2 - \bar{x}_2)(x_3 - \bar{x}_3)}{x_2} (x_2 - V_d) - \\ &- \frac{1}{R} (x_4 - \bar{x}_4)^2 + f'(x) \end{aligned}$$

si se reestructura la ecuación

$$\begin{aligned} \dot{V}(x_2, x_3, x_4) = & -\frac{(x_2 - \bar{x}_2)^2}{x_2} \bar{x}_3 + \frac{(x_2 - \bar{x}_2)(x_3 - \bar{x}_3)}{x_2} E - \\ & - \frac{1}{R} (x_4 - \bar{x}_4)^2 + f'(x) \end{aligned}$$

a modo de simplificación se hace

$$f'(x) = -\frac{(x_2 - \bar{x}_2)(x_3 - \bar{x}_3)}{x_2} E$$

La derivada temporal de V vale

$$\dot{V}(x_2, x_3, x_4) = -\frac{(x_2 - \bar{x}_2)^2}{x_2} \bar{x}_3 - \frac{1}{R} (x_4 - \bar{x}_4)^2 \leq 0$$

y $f(x)$ es

$$f(x) = -\int_0^t \frac{(x_2(t) - \bar{x}_2)(x_3(t) - \bar{x}_3)}{x_2(t)} E dt$$

La variable de estado $x_2 \in (E, +\infty)$ es estrictamente positiva, por otra parte la variable x_3 está definida de manera que sea estrictamente positiva, aunque el convertidor de Ćuk invierte la polaridad, la corriente de salida no puede ser de valor negativo a como se ha definido por la construcción del circuito. Por otra parte la única trayectoria, contenida en la superficie, cuya derivada es cero es la que se mantiene en el propio punto de equilibrio [SRSO06, p. 85]. Por lo tanto existe una constante $\gamma > 0$ que limita el valor de la integral.

Está claro que el sistema controlado por la corriente media de entrada es una salida de fase mínima, lo que significa que se puede mantener el sistema controlado y con un valor de tensión de salida deseada con la siguiente ley de control:

$$u = \begin{cases} 1 & \text{si } h(x) = (x_1 - \bar{x}_1) > 0 \\ 0 & \text{si } h(x) = (x_1 - \bar{x}_1) < 0 \end{cases}$$

9.6. Aplicación al convertidor SEPIC

El convertidor SEPIC que se muestra en la Fig. 9.4, se describe mediante el siguiente conjunto de ecuaciones.

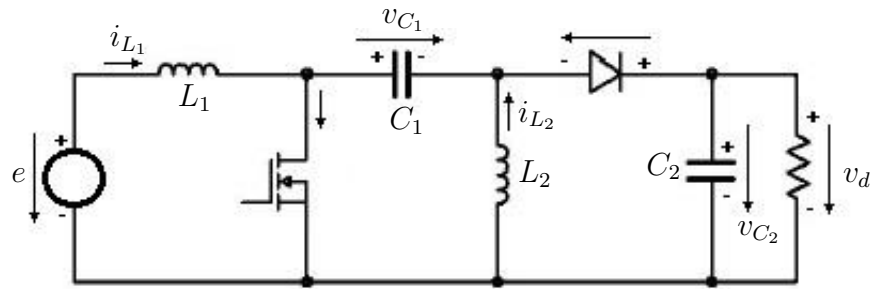


Figura 9.4: Circuito promediado del convertidor SEPIC

$$\begin{aligned}
 L_1 \frac{di_1}{dt} &= -(1-u)(v_{C_1} + v_{C_2}) + E \\
 C_1 \frac{dv_1}{dt} &= (1-u)i_{L_1} - u i_{L_2} \\
 L_2 \frac{di_2}{dt} &= u v_{C_1} - (1-u)v_{C_2} \\
 C_2 \frac{dv_2}{dt} &= (1-u)(i_{L_1} + i_{L_2}) - \frac{v_{C_2}}{R}
 \end{aligned}$$

Si se pone en forma matricial, con la misma nomenclatura que en el caso anterior. Teniendo en cuenta que $x_1 = i_1$, $x_2 = v_1$, $x_3 = i_2$ y $x_4 = v_2$.

$$f(x) = \begin{bmatrix} -\frac{x_2 + x_4}{L_1} + \frac{E}{L_1} \\ \frac{x_1}{C_1} \\ -\frac{x_4}{L_2} \\ \frac{x_1 + x_3}{C_2} - \frac{x_4}{RC_2} \end{bmatrix} \quad g(x) = \begin{bmatrix} \frac{x_2 + x_4}{L_1} \\ -\frac{x_1 + x_3}{C_1} \\ \frac{x_2 + x_4}{L_2} \\ -\frac{x_1 + x_3}{C_2} \end{bmatrix}$$

Del mismo modo, como en los ejemplos anteriores, el objetivo es controlar la tensión de salida, representada en este caso por la variable de estado x_4 , hacia el equilibrio deseado $x_4 = V_d$.

9.6.1. Control directo

Se usará la siguiente función de salida como superficie deslizante:

$$h(x) = x_4 - \bar{x}_4 = x_4 - V_d$$

La función de salida fuerza que la tensión de salida tenga el valor deseado V_d .

En este caso, la derivada direccional de $h(x)$, viene dada por

$$\frac{\partial h}{\partial x^T} = \left(\frac{\partial h}{\partial x_1}, \frac{\partial h}{\partial x_2}, \frac{\partial h}{\partial x_3}, \frac{\partial h}{\partial x_4} \right) = (0, 0, 0, 1)$$

con lo que

$$\begin{aligned} L_f h(x) &= \frac{\partial h}{\partial x^T} f(x) = \frac{x_1 + x_3}{C_2} - \frac{x_4}{R C_2} \\ L_g h(x) &= \frac{\partial h}{\partial x^T} g(x) = -\frac{x_1 + x_3}{C_2} \end{aligned}$$

el control equivalente, teniendo en cuenta que en el punto de equilibrio $x_4 = V_d$, queda como:

$$u_{eq} = -\frac{L_f h_1(x)}{L_g h_1(x)} = -\frac{\frac{x_1 + x_3}{C_2} - \frac{x_4}{R C_2}}{-\frac{x_1 + x_3}{C_2}} = 1 - \frac{x_4}{(x_1 + x_3) R} = 1 - \frac{V_d}{(x_1 + x_3) R}$$

El punto de equilibrio viene definido por:

$$\bar{x}_1 = \frac{V_d^2}{R E} \quad \bar{x}_2 = E \quad \bar{x}_3 = \frac{V_d}{R} \quad \bar{x}_4 = V_d$$

La estabilidad del sistema de control se evalúa con el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} L_1 \dot{x}_1 &= E - \frac{x_2 V_d}{(x_1 + x_3) R} - \frac{V_d^2}{(x_1 + x_3) R} = E - \frac{(x_2 + V_d) V_d}{(x_1 + x_3) R} \\ C_1 \dot{x}_2 &= -x_3 + \frac{V_d}{R} \\ L_2 \dot{x}_3 &= x_2 - \frac{x_2 V_d}{(x_1 + x_3) R} - \frac{V_d^2}{(x_1 + x_3) R} = x_2 - \frac{(x_2 + V_d) V_d}{(x_1 + x_3) R} \end{aligned}$$

Si se linealiza alrededor del punto de equilibrio se tiene

$$\begin{aligned}
\left. \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_1} \right|_{pe} &= \left. \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{1}{L_1} \left[E - \frac{(x_2 + V_d) V_d}{(x_1 + x_3) R} \right] \right|_{pe} = \frac{R E^2}{(V_d + E) V_d L_1} \\
\left. \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_2} \right|_{pe} &= \left. \frac{\partial}{\partial x_2} \frac{1}{L_1} \left[E - \frac{(x_2 + V_d) V_d}{(x_1 + x_3) R} \right] \right|_{pe} = -\frac{E}{(V_d + E) L_1} \\
\left. \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_3} \right|_{pe} &= \left. \frac{\partial}{\partial x_3} \frac{1}{L_1} \left[E - \frac{(x_2 + V_d) V_d}{(x_1 + x_3) R} \right] \right|_{pe} = \frac{R E^2}{(V_d + E) V_d L_1} \\
\left. \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_1} \right|_{pe} &= \left. \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{1}{C_1} \left[-x_3 + \frac{V_d}{R} \right] \right|_{pe} = 0 \\
\left. \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_2} \right|_{pe} &= \left. \frac{\partial}{\partial x_2} \frac{1}{C_1} \left[-x_3 + \frac{V_d}{R} \right] \right|_{pe} = 0 \\
\left. \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_3} \right|_{pe} &= \left. \frac{\partial}{\partial x_3} \frac{1}{C_1} \left[-x_3 + \frac{V_d}{R} \right] \right|_{pe} = -\frac{1}{C_1} \\
\left. \frac{\partial \dot{x}_3}{\partial x_1} \right|_{pe} &= \left. \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{1}{L_2} \left[E - \frac{(x_2 + V_d) V_d}{(x_1 + x_3) R} \right] \right|_{pe} = \frac{R E^2}{(V_d + E) V_d L_2} \\
\left. \frac{\partial \dot{x}_3}{\partial x_2} \right|_{pe} &= \left. \frac{\partial}{\partial x_2} \frac{1}{L_2} \left[E - \frac{(x_2 + V_d) V_d}{(x_1 + x_3) R} \right] \right|_{pe} = -\frac{E}{(V_d + E) L_2} \\
\left. \frac{\partial \dot{x}_3}{\partial x_3} \right|_{pe} &= \left. \frac{\partial}{\partial x_3} \frac{1}{L_2} \left[E - \frac{(x_2 + V_d) V_d}{(x_1 + x_3) R} \right] \right|_{pe} = \frac{R E^2}{(V_d + E) V_d L_2}
\end{aligned}$$

Si se hace

$$\alpha = \frac{E}{V_d + E} \quad \beta = \frac{R E^2}{(V_d + E) V_d}$$

Si ahora se aplica la transformada de Laplace, se obtiene el sistema homogéneo siguiente

$$\begin{aligned}
0 &= \left(\frac{\beta}{L_1} - s \right) x_1 - \frac{\alpha}{L_1} x_2 + \frac{\beta}{L_1} x_3 \\
0 &= -s x_2 - \frac{1}{C_1} x_3 \\
0 &= \frac{\beta}{L_2} x_1 - \frac{\alpha}{L_2} x_2 + \left(\frac{\beta}{L_2} - s \right) x_3
\end{aligned}$$

Que tiene como ecuación característica

$$s^3 - \frac{\beta(L_1 + L_2)}{L_1 L_2} s^2 - \frac{\alpha}{C_1 L_2} s = 0$$

De lo que se deduce que una raíz es cero y al menos otra es positiva con lo que el sistema es inestable al tener un polo de valor cero y al menos un polo positivo.

9.6.2. Control indirecto

La alternativa es entonces usar una superficie de deslizamiento y una función de salida con las que se consiga el mismo objetivo de control, pero que tengan en cuenta la intensidad de entrada o lo que es lo mismo la corriente que circula por la inductancia de entrada x_1 .

$$h(x) = x_1 - \bar{x}_1 = x_1 - \frac{V_d^2}{RE}$$

En este caso, se tiene

$$\frac{\partial h}{\partial x^T} = \left(\frac{\partial h}{\partial x_1}, \frac{\partial h}{\partial x_2}, \frac{\partial h}{\partial x_3}, \frac{\partial h}{\partial x_4} \right) = (1, 0, 0, 0)$$

con lo que

$$\begin{aligned} L_f h(x) &= \frac{\partial h}{\partial x^T} f(x) = -\frac{x_2 + x_4}{L_1} + \frac{E}{L_1} \\ L_g h(x) &= \frac{\partial h}{\partial x^T} g(x) = \frac{x_2 + x_4}{L_1} \end{aligned}$$

y el control equivalente, en este caso, está bien definido y vale

$$u_{eq} = -\frac{L_f h(x)}{L_g h(x)} = -\frac{-\frac{x_2 + x_4}{L_1} + \frac{E}{L_1}}{\frac{x_2 + x_4}{L_1}} = 1 - \frac{E}{x_2 + x_4} \quad (9.22)$$

que con valores fuera de la saturación, satisface

$$0 < u_{eq}(x) < 1$$

y mientras $(x_2 + x_4) \in (E, +\infty)$.

La dinámica de deslizamiento ideal o la dinámica cero, correspondiente para \bar{x}_1 , viene dada por:

$$\begin{aligned} C_1 \dot{x}_2 &= \bar{x}_1 \frac{E}{x_2 + x_4} - \frac{x_2 + x_4 - E}{x_2 + x_4} x_3 = \frac{E(\bar{x}_1 + x_3)}{x_2 + x_4} - x_3 \\ L_2 \dot{x}_3 &= (x_2 + x_4) \left(1 - \frac{E}{x_2 + x_4} \right) - x_4 = x_2 - E \\ C_2 \dot{x}_4 &= \frac{E}{x_2 + x_4} (\bar{x}_1 + x_3) - \frac{x_4}{R} = \frac{E(\bar{x}_1 + x_3)}{x_2 + x_4} - \frac{x_4}{R} \end{aligned}$$

El punto de equilibrio de la dinámica ideal de deslizamiento resulta en

$$\bar{x}_1 = \frac{V_d^2}{R E} \quad \bar{x}_2 = E \quad \bar{x}_3 = \frac{V_d}{R} \quad \bar{x}_4 = V_d$$

A fin de evaluar la estabilidad de la dinámica cero, se propone la siguiente función de Lyapunov candidata

$$V(x_2, x_3, x_4) = \frac{1}{2} [C_1 (x_2 - \bar{x}_2)^2 + L_2 (x_3 - \bar{x}_3)^2 + C_2 (x_4 - \bar{x}_4)^2] + \gamma + f(x)$$

Dónde γ es un parámetro constante estrictamente positivo, que se supone suficientemente grande para asegurar que V sea estrictamente positiva.

La derivada temporal de V a lo largo de la solución del sistema de ecuaciones diferenciales viene dada por

$$\dot{V}(x_2, x_3, x_4) = C_1 (x_2 - \bar{x}_2) \frac{dx_2}{dt} + L_2 (x_3 - \bar{x}_3) \frac{dx_3}{dt} + C_2 (x_4 - \bar{x}_4) \frac{dx_4}{dt} + f'(x)$$

desarrollando

$$\begin{aligned} \dot{V}(x_2, x_3, x_4) = & (x_2 - \bar{x}_2) \frac{E(\bar{x}_1 + x_3)}{x_2 + x_4} - (x_2 - \bar{x}_2)x_3 + \\ & + (x_3 - \bar{x}_3)x_2 - (x_3 - \bar{x}_3)E + \\ & + \frac{(x_4 - \bar{x}_4)(\bar{x}_1 + x_3)E}{x_2 - x_4} - \frac{(x_4 - \bar{x}_4)x_4}{R} + f'(x) \end{aligned}$$

si se agrupa términos y se simplifica

$$\begin{aligned} \dot{V}(x_2, x_3, x_4) = & -(x_2 - \bar{x}_2)\bar{x}_3 - \frac{1}{R}(x_4 - \bar{x}_4)x_4 + \\ & + \frac{E(\bar{x}_1 + x_3)(x_2 - \bar{x}_2)(x_4 - \bar{x}_4)}{x_2 + x_4} + f'(x) \end{aligned}$$

si se hace

$$f'(x) = -\frac{E(\bar{x}_1 + x_3)(x_2 - \bar{x}_2)(x_4 - \bar{x}_4)}{x_2 + x_4}$$

La derivada temporal de V vale

$$\dot{V}(x_2, x_3, x_4) = -(x_2 - \bar{x}_2)\bar{x}_3 - \frac{1}{R}(x_4 - \bar{x}_4)x_4 \leq 0$$

y $f(x)$ es

$$f(x) = - \int_0^t \frac{(\bar{x}_1 + x_3(t))(x_2(t) - \bar{x}_2)(x_4(t) - \bar{x}_4)}{x_2(t) + x_4(t)} E dt$$

Las variables de estado son estrictamente positivas y acotadas por lo tanto existe una constante $\gamma > 0$ que limita el valor de la integral.

Está claro que el sistema controlado por la corriente media de entrada es una salida de fase mínima, lo que significa que se puede mantener el sistema controlado y con un valor de tensión de salida deseada con la siguiente ley de control:

$$u = \begin{cases} 1 & \text{si } h(x) = (x_1 - \bar{x}_1) > 0 \\ 0 & \text{si } h(x) = (x_1 - \bar{x}_1) < 0 \end{cases}$$

9.7. Aplicación al convertidor Zeta

El convertidor Zeta que se muestra en la Fig. 9.5, se describe mediante el siguiente conjunto de ecuaciones.

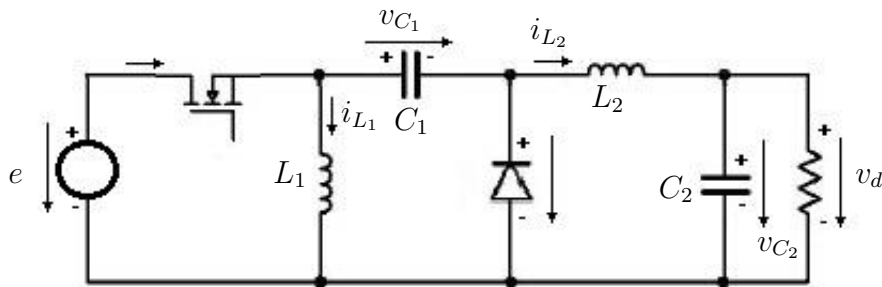


Figura 9.5: Circuito promediado del convertidor Zeta

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_1}{dt} &= (1 - u) v_{C_1} + u E \\ C_1 \frac{dv_1}{dt} &= -(1 - u) i_{L_1} + u i_{L_2} \\ L_2 \frac{di_2}{dt} &= -u v_{C_1} - v_{C_2} + u E \\ C_2 \frac{dv_2}{dt} &= i_{L_2} - \frac{v_{C_2}}{R} \end{aligned}$$

Si se pone en forma matricial, con la misma nomenclatura que en el caso anterior.

Teniendo en cuenta que $x_1 = i_1$, $x_2 = v_1$, $x_3 = i_2$ y $x_4 = v_2$.

$$f(x) = \begin{bmatrix} \frac{x_2}{L_1} \\ -\frac{x_1}{C_1} \\ -\frac{x_4}{L_2} \\ \frac{x_3}{C_2} - \frac{x_4}{RC_2} \end{bmatrix} \quad g(x) = \begin{bmatrix} \frac{E - x_2}{L_1} \\ \frac{x_1 + x_3}{C_1} \\ \frac{E - x_2}{L_2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Del mismo modo, como en los ejemplos anteriores, el objetivo es controlar la tensión de salida, representada en este caso por el estado la variable x_4 , hacia el equilibrio deseado $x_4 = V_d$.

9.7.1. Control directo

Se usará la siguiente función de salida como superficie deslizando:

$$h(x) = x_4 - \bar{x}_4 = x_4 - V_d$$

La función de salida que define esta superficie deslizando, fuerza que la tensión de salida tenga el valor deseado V_d .

En este caso, se tiene

$$\frac{\partial h}{\partial x^T} = \left(\frac{\partial h}{\partial x_1}, \frac{\partial h}{\partial x_2}, \frac{\partial h}{\partial x_3}, \frac{\partial h}{\partial x_4} \right) = (0, 0, 0, 1)$$

con lo que

$$L_f h(x) = \frac{\partial h}{\partial x^T} f(x) = \frac{x_3}{C_2} - \frac{x_4}{RC_2}$$

$$L_g h(x) = \frac{\partial h}{\partial x^T} g(x) = 0$$

Al ser $L_g h(x) = 0$ el control equivalente no se puede definir. Por lo tanto se debe proponer una superficie deslizando con una salida de la forma [SRSO06],

$$h_1(x) = \dot{x}_4 + \lambda(x_4 - V_d) = \frac{x_3}{C_2} - \frac{x_4}{RC_2} + \lambda(x_4 - V_d)$$

donde λ es una constante estrictamente positiva y escogida como en el caso del convertidor de Ćuk .

En este caso la derivada de Lie o direccional de la función de salida es:

$$\frac{\partial h_1}{\partial x^T} = \left(\frac{\partial h_1}{\partial x_1}, \frac{\partial h_1}{\partial x_2}, \frac{\partial h_1}{\partial x_3}, \frac{\partial h_1}{\partial x_4} \right) = \left(0, 0, \frac{1}{C_2}, \lambda - \frac{1}{RC_2} \right)$$

con lo cual

$$L_g h_1(x) = \frac{\partial h_1}{\partial x^T} g(x) = \frac{E - x_2}{C_2 L_2} \neq 0$$

y por lo tanto el control equivalente queda definido.

Si $h_1(x) = 0$, la dinámica correspondiente a x_4 produce trayectorias con convergencia exponencial hacia el punto de equilibrio deseado $x_4 = V_d$. Ahora se puede evaluar la dinámica cero correspondiente a este comportamiento alrededor del punto de equilibrio.

La derivada de Lie de $f(x)$ para $h_1(x)$ es

$$L_f h_1(x) = \left(\frac{\lambda}{C_2} - \frac{1}{RC_2^2} \right) x_3 + \left(\frac{1}{R^2 C_2^2} - \frac{\lambda}{RC_2} - \frac{1}{L_2 C_2} \right) x_4$$

que si se escoge $\lambda = \frac{1}{RC_2}$ se simplifica como:

$$L_f h_1(x) = -\frac{1}{L_2 C_2} x_4$$

con lo que el control equivalente, teniendo en cuenta que en el punto de equilibrio $x_4 = V_d$, queda como:

$$u_{eq} = -\frac{L_f h_1(x)}{L_g h_1(x)} = -\frac{\frac{-x_4}{L_2 C_2}}{\frac{E - x_2}{L_2 C_2}} = \frac{x_4}{E - x_2} = \frac{V_d}{E - x_2}$$

De la cuarta ecuación se puede observar que \dot{x}_4 no depende del control por lo que alrededor del punto de equilibrio en régimen permanente se tiene

$$\frac{x_3}{C_2} = \frac{x_4}{RC_2} = \frac{V_d}{RC_2} \quad x_3 = \bar{x}_3 = \frac{V_d}{R}$$

Con lo que la dinámica cero queda caracterizada por

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{x_2}{L_1} + \frac{1}{L_1} (E - x_2) u_{eq} = \frac{V_d + x_2}{L_1} \\ \dot{x}_2 &= -\frac{x_1}{C_1} + \frac{1}{C_1} (x_1 + x_3) u_{eq} = \frac{1}{C_1} \left[\left(\frac{V_d}{E - x_2} - 1 \right) x_1 + \frac{V_d^2}{R(E - x_2)} \right] \end{aligned}$$

En régimen permanente las derivadas temporales son cero, con lo que solucionando el sistema homogéneo anterior se tiene

$$\begin{aligned} 0 &= V_d + x_2 && \longrightarrow x_2 = -V_d \\ 0 &= \left(\frac{V_d}{E - x_2} - 1 \right) x_1 + \frac{V_d^2}{R(E - x_2)} && \longrightarrow x_1 = \frac{V_d^2}{R E} \end{aligned}$$

Linealizar alrededor del punto de equilibrio significa derivar parcialmente la función por la variable correspondiente, teniendo en cuenta que el resto de variables son constantes con el valor del punto de equilibrio.

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_1} \right|_{pe} &= \left. \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{1}{L_1} [V_d + x_2] \right|_{pe} = 0 \\ \left. \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_2} \right|_{pe} &= \left. \frac{\partial}{\partial x_2} \frac{1}{L_1} [V_d + x_2] \right|_{pe} = \frac{1}{L_1} \\ \left. \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_1} \right|_{pe} &= \left. \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{1}{C_1} \left[\left(\frac{V_d}{E - x_2} - 1 \right) x_1 + \frac{V_d^2}{R(E - x_2)} \right] \right|_{pe} = \frac{1}{C_1} \frac{-E}{(V_d + E)} \\ \left. \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_2} \right|_{pe} &= \left. \frac{\partial}{\partial x_2} \frac{1}{C_1} \left[\left(\frac{V_d}{E - x_2} - 1 \right) x_1 + \frac{V_d^2}{R(E - x_2)} \right] \right|_{pe} = \frac{1}{C_1} \frac{V_d^2}{R E (V_d + E)} \end{aligned}$$

Que expresado de forma matricial es

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{1\delta} \\ \dot{x}_{2\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L_1} \\ \frac{1}{C_1} \left(\frac{-E}{(V_d + E)} \right) & \frac{1}{C_1} \frac{V_d^2}{R E (V_d + E)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1\delta} \\ x_{2\delta} \end{bmatrix}$$

Cuyo polinomio característico es

$$s^2 - \frac{1}{C_1} \frac{V_d^2}{R E (V_d + E)} s + \frac{1}{C_1 L_1} \frac{E}{(V_d + E)} = 0$$

Que claramente tiene, como mínimo, una raíz inestable en el plano complejo.

Como se ha visto en capítulos anteriores, este convertidor es de fase no mínima en el control respecto a la tensión de salida, ya que la función de transferencia presenta al menos un cero positivo. Por lo tanto el sistema no permite ser controlado directamente como se ha comprobado.

9.7.2. Control indirecto

La alternativa es entonces usar una superficie de deslizamiento y una función de salida con las que se consiga el mismo objetivo de control, pero que tengan en cuenta la intensidad de entrada o lo que es lo mismo la corriente que circula por la inductancia de entrada x_1 .

$$h(x) = x_1 - \bar{x}_1 = x_1 - \frac{V_d^2}{RE}$$

En este caso, se tiene

$$\frac{\partial h}{\partial x^T} = \left(\frac{\partial h}{\partial x_1}, \frac{\partial h}{\partial x_2}, \frac{\partial h}{\partial x_3}, \frac{\partial h}{\partial x_4} \right) = (1, 0, 0, 0)$$

con lo que

$$\begin{aligned} L_f h(x) &= \frac{\partial h}{\partial x^T} f(x) = \frac{x_2}{L_1} \\ L_g h(x) &= \frac{\partial h}{\partial x^T} g(x) = \frac{E - x_2}{L_1} \end{aligned}$$

y el control equivalente en este caso, está bien definido y vale

$$u_{eq} = -\frac{L_f h(x)}{L_g h(x)} = -\frac{\frac{x_2}{L_1}}{\frac{E - x_2}{L_1}} = \frac{-x_2}{E - x_2} \quad (9.23)$$

que con valores fuera de la saturación, satisface

$$0 < u_{eq}(x) < 1$$

y mientras $(E - x_2) \in (E, +\infty)$, hay que tener en cuenta que $\bar{x}_2 = -V_d$.

La dinámica de deslizamiento ideal o la dinámica cero, correspondiente para \bar{x}_1 , viene dada por:

$$\begin{aligned} C_1 \dot{x}_2 &= \bar{x}_1 \frac{E}{E - x_2} + \frac{x_2}{E - x_2} x_3 = \frac{1}{E - x_2} \left(\frac{V_d^2}{R} + x_2 x_3 \right) \\ L_2 \dot{x}_3 &= \frac{x_2}{E - x_2} x_2 - x_4 - \frac{x_2}{E - x_2} E = -x_2 - x_4 \\ C_2 \dot{x}_4 &= x_3 - \frac{x_4}{R} \end{aligned}$$

El punto de equilibrio de la dinámica ideal de deslizamiento resulta en

$$\bar{x}_1 = \frac{V_d^2}{R E} \quad \bar{x}_2 = -V_d \quad \bar{x}_3 = \frac{V_d}{R} \quad \bar{x}_4 = V_d$$

A fin de evaluar la estabilidad de la dinámica cero, se propone la siguiente función de Lyapunov candidata

$$V(x_2, x_3, x_4) = \frac{1}{2} [C_1 (x_2 - \bar{x}_2)^2 + L_2 (x_3 - \bar{x}_3)^2 + C_2 (x_4 - \bar{x}_4)^2] + \gamma + f(x)$$

Dónde γ es un parámetro constante estrictamente positivo, que se supone suficientemente grande para asegurar que V sea estrictamente positiva.

La derivada temporal de V a lo largo de la solución del sistema de ecuaciones diferenciales viene dada por

$$\dot{V}(x_2, x_3, x_4) = C_1 (x_2 - \bar{x}_2) \frac{dx_2}{dt} + L_2 (x_3 - \bar{x}_3) \frac{dx_3}{dt} + C_2 (x_4 - \bar{x}_4) \frac{dx_4}{dt} + f'(x)$$

desarrollando

$$\begin{aligned} \dot{V}(x_2, x_3, x_4) &= \frac{(x_2 - \bar{x}_2)}{E - x_2} (\bar{x}_3 V_d + x_2 x_3) + \\ &+ (x_3 - \bar{x}_3) (-x_2 - x_4) + \\ &+ (x_4 - \bar{x}_4) \left(x_3 - \frac{x_4}{R} \right) + f'(x) \end{aligned}$$

si se agrupa términos

$$\begin{aligned} \dot{V}(x_2, x_3, x_4) &= \frac{(x_2 - \bar{x}_2)}{E - x_2} ((x_2 - \bar{x}_2) x_3 - (x_3 - \bar{x}_3) V_d) - \\ &- (x_3 - \bar{x}_3) ((x_2 - \bar{x}_2) + (x_4 - \bar{x}_4)) + \\ &+ (x_4 - \bar{x}_4) \left((x_3 - \bar{x}_3) - \frac{1}{R} (x_4 - \bar{x}_4) \right) + f'(x) \end{aligned}$$

simplificando

$$\begin{aligned} \dot{V}(x_2, x_3, x_4) &= \frac{(x_2 - \bar{x}_2)^2}{E - x_2} x_3 - \frac{(x_2 - \bar{x}_2)(x_3 - \bar{x}_3)}{E - x_2} (x_2 + V_d - E) - \\ &- \frac{1}{R} (x_4 - \bar{x}_4)^2 + f'(x) \end{aligned}$$

si se vuelve a agrupar términos

$$\dot{V}(x_2, x_3, x_4) = \frac{(x_2 - \bar{x}_2)^2}{x_2} \bar{x}_3 + \frac{(x_2 - \bar{x}_2)(x_3 - \bar{x}_3)}{E - x_2} E - \frac{1}{R} (x_4 - \bar{x}_4)^2 + f'(x)$$

si se hace

$$f'(x) = -\frac{(x_2 - \bar{x}_2)(x_3 - \bar{x}_3)}{E - x_2} E$$

La derivada temporal de V vale

$$\dot{V}(x_2, x_3, x_4) = \frac{(x_2 - \bar{x}_2)^2}{E - x_2} \bar{x}_3 - \frac{1}{R} (x_4 - \bar{x}_4)^2 \leq 0$$

y $f(x)$ es

$$f(x) = -\int_0^t \frac{(x_2(t) - \bar{x}_2)(x_3(t) - \bar{x}_3)}{E - x_2(t)} E dt$$

La variable de estado $x_2 \in (-0, -\infty)$ es estrictamente negativa, por otra parte la variable x_3 está definida de manera que sea estrictamente positiva. Por lo que la única trayectoria, contenida en la superficie, cuya derivada es cero es la que se mantiene en el propio punto de equilibrio [SRSO06, p. 90]. Por lo tanto existe una constante $\gamma > 0$ que limita el valor de la integral.

Está claro que el sistema controlado por la corriente media de entrada es de fase mínima respecto al control, lo que significa que se puede mantener el sistema controlado y con un valor de tensión de salida deseada, con la siguiente ley de control:

$$u = \begin{cases} 1 & \text{si } h(x) = (x_1 - \bar{x}_1) > 0 \\ 0 & \text{si } h(x) = (x_1 - \bar{x}_1) < 0 \end{cases}$$

9.8. Aplicación al convertidor X

El convertidor X que se muestra en la Fig. 9.6, se describe mediante el siguiente conjunto de ecuaciones.

Josep M. Valls

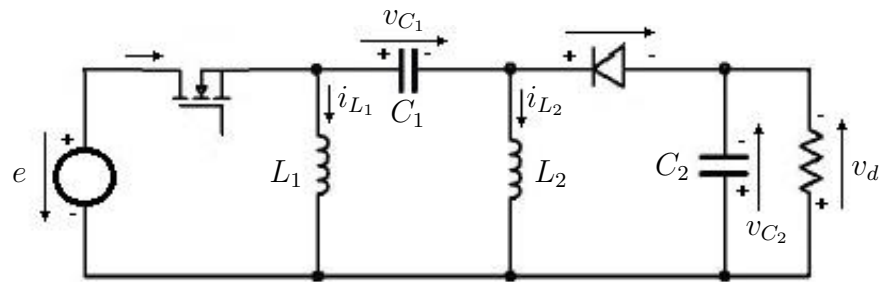


Figura 9.6: Circuito promediado del convertidor X

$$\begin{aligned}
 L_1 \frac{di_1}{dt} &= (1-u)(v_{C_1} - v_{C_2}) + uE \\
 C_1 \frac{dv_1}{dt} &= -(1-u)i_{L_1} + u i_{L_2} \\
 L_2 \frac{di_2}{dt} &= -u v_{C_1} - (1-u)v_{C_2} + uE \\
 C_2 \frac{dv_2}{dt} &= (1-u)(i_{L_1} + i_{L_2}) - \frac{v_{C_2}}{R}
 \end{aligned}$$

Si se pone en forma matricial, con la misma nomenclatura que en el caso anterior. Teniendo en cuenta que $x_1 = i_1$, $x_2 = v_1$, $x_3 = i_2$ y $x_4 = v_2$.

$$f(x) = \begin{bmatrix} \frac{x_2 - x_4}{L_1} \\ x_1 \\ -\frac{x_4}{C_1} \\ -\frac{x_4}{L_2} \\ \frac{x_1 + x_3}{C_2} - \frac{x_4}{RC_2} \end{bmatrix} \quad g(x) = \begin{bmatrix} \frac{-x_2 + x_4 + E}{L_1} \\ \frac{x_1 + x_3}{C_1} \\ \frac{-x_2 + x_4 + E}{L_2} \\ \frac{x_1 + x_3}{C_2} \end{bmatrix}$$

Del mismo modo, como en los ejemplos anteriores, el objetivo es controlar la tensión de salida, representada en este caso por la variable de estado x_4 , hacia el equilibrio deseado $x_4 = V_d$.

9.8.1. Control directo

Se usará la siguiente función de salida como superficie deslizante:

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

$$h(x) = x_4 - \bar{x}_4 = x_4 - V_d$$

La función de salida que define esta superficie deslizante, fuerza que la tensión de salida tenga el valor deseado V_d .

En este caso, se tiene

$$\frac{\partial h}{\partial x^T} = \left(\frac{\partial h}{\partial x_1}, \frac{\partial h}{\partial x_2}, \frac{\partial h}{\partial x_3}, \frac{\partial h}{\partial x_4} \right) = (0, 0, 0, 1)$$

con lo que

$$\begin{aligned} L_f h(x) &= \frac{\partial h}{\partial x^T} f(x) = \frac{x_1 + x_3}{C_2} - \frac{x_4}{R C_2} \\ L_g h(x) &= \frac{\partial h}{\partial x^T} g(x) = \frac{x_1 + x_3}{C_2} \end{aligned}$$

El control equivalente, queda como:

$$u_{eq} = -\frac{L_f h_1(x)}{L_g h_1(x)} = -\frac{\frac{x_1 + x_3}{C_2} - \frac{x_4}{R C_2}}{\frac{x_1 + x_3}{C_2}} = \frac{x_4}{(x_1 + x_3) R} - 1 = \frac{V_d}{(x_1 + x_3) R} - 1$$

El punto de equilibrio viene definido por:

$$\bar{x}_1 = \frac{V_d^2}{R E} \quad \bar{x}_2 = 0 \quad \bar{x}_3 = \frac{V_d}{R} \quad \bar{x}_4 = V_d$$

La estabilidad del sistema viene dada por el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} L_1 \dot{x}_1 &= (x_2 - x_4) + (-x_2 + E + V_d) \left(\frac{V_d}{(x_1 + x_3) R} - 1 \right) \\ C_1 \dot{x}_2 &= \frac{V_d}{R} - 2x_1 - x_3 \\ L_2 \dot{x}_3 &= -x_4 + (-x_2 + E + V_d) \left(\frac{V_d}{(x_1 + x_3) R} - 1 \right) \end{aligned}$$

Si se linealiza alrededor del punto de equilibrio se tiene

$$\begin{aligned}
\left. \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_1} \right|_{pe} &= \left. \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{L_1 \dot{x}_1}{L_1} \right|_{pe} = \frac{-R E^2}{(V_d + E) V_d L_1} \\
\left. \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_2} \right|_{pe} &= \left. \frac{\partial}{\partial x_2} \frac{L_1 \dot{x}_1}{L_1} \right|_{pe} = \frac{2}{L_1} - \frac{E}{(V_d + E) L_1} \\
\left. \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_3} \right|_{pe} &= \left. \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{L_1 \dot{x}_1}{L_1} \right|_{pe} = \frac{-R E^2}{(V_d + E) V_d L_1} \\
\left. \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_1} \right|_{pe} &= \left. \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{C_1 \dot{x}_2}{C_1} \right|_{pe} = -\frac{2}{C_1} \\
\left. \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_2} \right|_{pe} &= \left. \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{C_1 \dot{x}_2}{C_1} \right|_{pe} = 0 \\
\left. \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_3} \right|_{pe} &= \left. \frac{\partial}{\partial x_2} \frac{C_1 \dot{x}_2}{C_1} \right|_{pe} = -\frac{1}{C_1} \\
\left. \frac{\partial \dot{x}_3}{\partial x_1} \right|_{pe} &= \left. \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{L_2 \dot{x}_3}{L_2} \right|_{pe} = \frac{-R E^2}{(V_d + E) V_d L_2} \\
\left. \frac{\partial \dot{x}_3}{\partial x_2} \right|_{pe} &= \left. \frac{\partial}{\partial x_2} \frac{L_2 \dot{x}_3}{L_2} \right|_{pe} = \frac{1}{L_2} - \frac{E}{(V_d + E) L_2} \\
\left. \frac{\partial \dot{x}_3}{\partial x_3} \right|_{pe} &= \left. \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{L_2 \dot{x}_3}{L_2} \right|_{pe} = \frac{-R E^2}{(V_d + E) V_d L_2}
\end{aligned}$$

Si se hace

$$\alpha = \frac{E}{V_d + E} \quad \beta = \frac{R E^2}{(V_d + E) V_d}$$

Si ahora se aplica la transformada de Laplace, se obtiene el sistema homogéneo siguiente

$$0 = -(\beta + L_1 s) x_1 + (2 - \alpha) x_2 - \beta x_3$$

$$0 = -2 x_1 - C_1 s x_2 - x_3$$

$$0 = -\beta x_1 + (1 - \alpha) x_2 - (\beta + L_2 s) x_3$$

Que tiene como ecuación característica

$$s^3 + \frac{\beta(L_1 + L_2)}{L_1 L_2} s^2 - \frac{(\alpha - 1)L_1 + (2\alpha - 4)L_2}{C_1 L_1 L_2} s - \frac{\beta}{C_1 L_1 L_2} = 0$$

Si se aplican las dos principales relaciones de Cardano que dicen:

Dado el siguiente polinomio $P(s) = a_0 + a_1 s + \dots + a_{k-1} s^{k-1} + a_k s^k$ de grado k se

cumplen k relaciones entre sus raíces z_k y sus coeficientes. De las cuales la primera y la última son:

$$z_0 * z_1 * \cdots * z_{k-1} = \prod_{i=0}^{k-1} z_i = (-1)^k \frac{a_0}{a_k}$$

$$z_0 + z_1 + \cdots + z_{k-1} = \sum_{i=0}^{k-1} z_i = -\frac{a_{k-1}}{a_k}$$

Como $\beta > 0$, $L_1 > 0$ y $L_2 > 0$ son estrictamente positivas la suma de las raíces es negativa, por lo menos hay una raíz negativa pero como su producto es positivo, hay una de las raíces que es positiva y por lo tanto el sistema es inestable.

9.8.2. Control indirecto

La alternativa es entonces usar una superficie de deslizamiento y una función de salida con las que se consiga el mismo objetivo de control, pero que tengan en cuenta la intensidad de entrada o lo que es lo mismo la corriente que circula por la inductancia de entrada x_1 .

$$h(x) = x_1 - \bar{x}_1 = x_1 - \frac{V_d^2}{R E}$$

En este caso, se tiene

$$\frac{\partial h}{\partial x^T} = \left(\frac{\partial h}{\partial x_1}, \frac{\partial h}{\partial x_2}, \frac{\partial h}{\partial x_3}, \frac{\partial h}{\partial x_4} \right) = (1, 0, 0, 0)$$

con lo que

$$L_f h(x) = \frac{\partial h}{\partial x^T} f(x) = \frac{x_2 - x_4}{L_1}$$

$$L_g h(x) = \frac{\partial h}{\partial x^T} g(x) = -\frac{x_2 - x_4 - E}{L_1}$$

y el control equivalente en este caso, está bien definido y vale

$$u_{eq} = -\frac{L_f h(x)}{L_g h(x)} = -\frac{\frac{x_2 - x_4}{L_1}}{-\frac{x_2 - x_4 - E}{L_1}} = \frac{x_2 - x_4}{x_2 - x_4 - E} \quad (9.24)$$

que con valores fuera de la saturación, satisface

$$0 < u_{eq}(x) < 1$$

La dinámica de deslizamiento ideal o la dinámica cero, correspondiente para \bar{x}_1 , viene dada por:

$$\begin{aligned} C_1 \dot{x}_2 &= \frac{E}{x_2 - x_4 - E} \bar{x}_1 + \frac{x_2 - x_4}{x_2 - x_4 - E} x_3 = \frac{E \bar{x}_1 + (x_2 - x_4) x_3}{x_2 - x_4 - E} \\ L_2 \dot{x}_3 &= \frac{x_4 - x_2}{x_2 - x_4 - E} x_2 + \frac{E}{x_2 - x_4 - E} x_4 = \frac{x_2(x_4 - x_2) + E x_4}{x_2 - x_4 - E} \\ C_2 \dot{x}_4 &= \frac{-E}{x_2 - x_4 - E} (\bar{x}_1 + x_3) - \frac{x_4}{R} = \frac{-E(\bar{x}_1 + x_3)}{x_2 - x_4 - E} - \frac{x_4}{R} \end{aligned}$$

El punto de equilibrio de la dinámica ideal de deslizamiento resulta en

$$\bar{x}_1 = \frac{V_d^2}{R E} \quad \bar{x}_2 = 0 \quad \bar{x}_3 = \frac{V_d}{R} \quad \bar{x}_4 = V_d$$

A fin de evaluar la estabilidad de la dinámica cero, se propone la siguiente función de Lyapunov candidata

$$V(x_2, x_3, x_4) = \frac{1}{2} [C_1 (x_2 - \bar{x}_2)^2 + L_2 (x_3 - \bar{x}_3)^2 + C_2 (x_4 - \bar{x}_4)^2] + \gamma + f(x)$$

Dónde γ es un parámetro constante estrictamente positivo, que se supone suficientemente grande para asegurar que V sea estrictamente positiva.

La derivada temporal de V a lo largo de la solución del sistema de ecuaciones diferenciales viene dada por

$$\dot{V}(x_2, x_3, x_4) = C_1 (x_2 - \bar{x}_2) \frac{dx_2}{dt} + L_2 (x_3 - \bar{x}_3) \frac{dx_3}{dt} + C_2 (x_4 - \bar{x}_4) \frac{dx_4}{dt} + f'(x)$$

desarrollando

$$\begin{aligned} \dot{V}(x_2, x_3, x_4) &= (x_2 - \bar{x}_2) \frac{E \bar{x}_1 + x_2 x_3 - x_3 x_4}{x_2 - x_4 - E} + \\ &+ (x_3 - \bar{x}_3) \frac{x_2(x_4 - x_2) + E x_4}{x_2 - x_4 - E} - \\ &- (x_4 - \bar{x}_4) \left(\frac{E(\bar{x}_1 + x_3)}{x_2 - x_4 - E} - \frac{x_4}{R} \right) + f'(x) \end{aligned}$$

si se agrupa términos y se simplifica

$$\dot{V}(x_2, x_3, x_4) = \frac{(x_4 - \bar{x}_4)(x_2 + x_4)\bar{x}_3}{x_4 + E - x_2} - \frac{(x_4 - \bar{x}_4)x_4}{R} + f'(x)$$

si se hace

$$f'(x) = -\frac{(x_4 - \bar{x}_4)(x_2 + x_4)\bar{x}_3}{x_4 + E - x_2}$$

La derivada temporal de V vale

$$\dot{V}(x_2, x_3, x_4) = -\frac{(x_4 - \bar{x}_4)x_4}{R} \leq 0$$

y $f(x)$ es

$$f(x) = -\int_0^t \frac{(x_4(t) - \bar{x}_4)(x_2(t) + x_4(t))\bar{x}_3}{x_4(t) + E - x_2(t)} dt$$

Las variables de estado son estrictamente positivas y acotadas excepto x_2 que tiene de valor medio cero, por lo tanto existe una constante $\gamma > 0$ que limita el valor de la integral.

Está claro que el sistema controlado por la corriente media de entrada es de fase mínima respecto al control, lo que significa que se puede mantener el sistema controlado y con un valor de tensión de salida deseada con la siguiente ley de control:

$$u = \begin{cases} 1 & \text{si } h(x) = (x_1 - \bar{x}_1) > 0 \\ 0 & \text{si } h(x) = (x_1 - \bar{x}_1) < 0 \end{cases}$$

9.9. Discretización del Control en Modo Deslizante

El SMC presenta un problema a la hora de su implementación que es el conocido "chattering" (término inglés que significa parloteo) y que consiste en una serie de oscilaciones alrededor del punto de equilibrio, debido a que la frecuencia de conmutación no es infinita. Esto se ve agravado por el hecho de la discretización y el uso de una frecuencia de muestreo limitada a la que hay que añadir el tiempo de proceso. En el capítulo 9 de [UGS09] se desarrolla el concepto de control en modo deslizante discreto que se presenta en esta sección.

9.9.1. Implementación discreta del Control en Modo Deslizante

La primera aproximación a la implementación del SMC consiste en hacer una implementación discreta, véase como ejemplo la aplicación a un sistema continuo de primer orden:

$$\dot{x}(t) = g(x(t)) + u(t) \quad (9.25)$$

con $x(t)$ que representa al estado del sistema, con una dinámica del mismo acotada $|g(x)| \leq \bar{g}$ y una entrada de control $u(t)$. Se define una superficie deslizante de la forma:

$$\sigma = \{x : x(t) = 0\} \quad (9.26)$$

con una ley de control discontinua definida por:

$$u(t) = -u_0 \operatorname{sign}(x(t)) \quad (9.27)$$

si se hace que $u_0 > \bar{g}$.

El análisis de estabilidad basado en la función candidata de Lyapunov siguiente.

$$V = \frac{x^2(t)}{2} \quad (9.28)$$

cuya derivada es:

$$\dot{V}(t) = x(t) (g(x(t))) - u_0 \operatorname{sign}(x(t)) \leq -|x(t)| (u_0 - \bar{g}) \quad (9.29)$$

que al ser una función estrictamente negativa asegura la estabilidad del sistema y la existencia de un control equivalente siempre que se cumpla la condición $u_0 > \bar{g}$ impuesta anteriormente.

La implementación discreta mediante un intervalo de muestreo Δt resultará en:

$$x_{k+1} = x_k + (g_k + u_k) \Delta t \quad (9.30)$$

$$u_k = -u_0 \operatorname{sign}(x_k) \quad (9.31)$$

$$k = 1, 2, \dots \quad (9.32)$$

donde el subíndice k denota los puntos de muestreo, o lo que es lo mismo el estado del sistema x_k en el instante $t_k = k \Delta t$.

Como puede observarse en la Fig. 9.7 la trayectoria de la variable de estado no puede alcanzar el valor $x = 0$ debido a que la acción de control se calcula exclusivamente en los puntos de muestreo k y la acción de control tiene que tener un valor suficientemente

grande para poder controlar el sistema con una frecuencia de conmutación que depende de la frecuencia de muestreo $f = 1/\Delta t$. Durante el intervalo de muestreo Δt el control es constante y el sistema se comporta como si estuviese en lazo abierto.

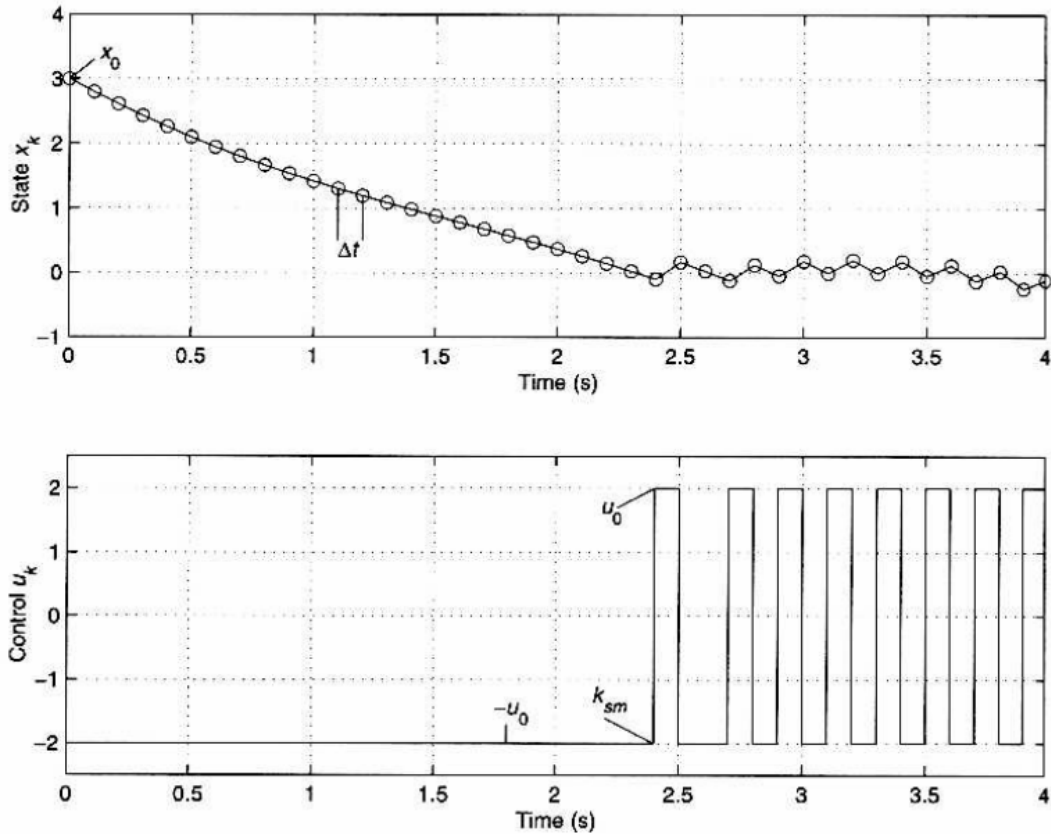


Figura 9.7: Implementación directa del Control en Modo Deslizante [UGS09, p. 208]

Obsérvese que el incremento de la frecuencia de muestreo decrementa la amplitud de la oscilación, pero no elimina el fenómeno de la digitalización hasta que $\Delta t \rightarrow 0$.

9.9.2. Control en Modo Deslizante en tiempo discreto

Sea el siguiente sistema general en tiempo continuo:

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (9.33)$$

con una ley escalar de control discontinua:

Josep M. Valls

$$u = \begin{cases} u_0 & \text{si } h(x) \geq 0 \\ -u_0 & \text{si } h(x) < 0 \end{cases} \quad (9.34)$$

y la superficie deslizante $h(x) = 0$.

Ténganse en cuenta las siguientes características de los modos deslizantes:

- El intervalo de tiempo entre el punto inicial $t = 0$ y el que alcanza la superficie deslizante $s = \{x : h(x) = 0\}$ en el tiempo t_{sm} es finito, en contraste con los sistemas con una ley de control continua, el cual presenta convergencia asintótica para cualquier región consistente de las trayectorias de estado.
- Una vez que el sistema ha alcanzado la superficie deslizante para todo instante de tiempo $t \geq t_{sm}$, el movimiento se confina dentro de un entorno de la superficie $\sigma = \{x : h(x) = 0\}$ y el orden de la dinámica del sistema en lazo cerrado es menor que el orden del sistema sin control.
- Después de que la dinámica de deslizamiento se ha iniciado t_{sm} , las trayectorias del sistema no pueden retroceder más allá de un entorno de la región $\sigma = \{x : h(x) = 0\}$ como en sistemas sin discontinuidades. En otras palabras, para cualquier instante $t_0 \geq t_{sm}$, no es posible determinar el tiempo t_{sm} , o para calcular en forma inversa la trayectoria para $t < t_{sm}$ basada en información del estado del sistema en el tiempo t_0 .

Sin embargo, durante los intervalos de tiempo antes y después de alcanzar la dinámica de deslizamiento, las trayectorias de estado son funciones continuas en el tiempo, y la relación entre los dos valores del estado de un intervalo de tiempo finito $t = [t_0, t_0 + \Delta t]$ pueden calcularse como:

$$x(t_0 + \Delta t) = F(x(t_0)) \quad (9.35)$$

donde $F(x(t))$ es también una función continua. La forma general expresada en la notación de tiempo discreto queda como:

$$x_{k+1} = F(x_k) \quad x_k = x(k \Delta t) \quad (9.36)$$

Iniciando desde el instante de tiempo t_{sm} , las trayectorias de estado pertenecen a la superficie de deslizamiento para $h(x(t)) = 0$, o para alguna $k_{sm} \geq t_{sm}/\Delta t$,

$$h(x_k) = 0, \quad \forall k \geq k_{sm} \quad (9.37)$$

Parece razonable definir este movimiento como un "Modo Deslizante en Tiempo Discreto". Obsérvese que $F(x(t))$ es una función de estado continua, por lo que se hace necesario derivar una ley de control en tiempo discreto que genere una trayectoria que alcance la superficie deslizante en un sistema en tiempo discreto. Supóngase que la solución para una acción de control u y un estado inicial $x(0)$ es:

$$x(t) = F(x(0), u) \quad (9.38)$$

Ahora supóngase que la acción de control u puede elegirse arbitrariamente. Para seleccionar la acción de control se empleará el siguiente procedimiento:

1. En el instante $t = 0$ se selecciona un valor constante $u(x(t = 0), \Delta t)$ para un intervalo de tiempo dado Δt tal que $s(x(t = \Delta t)) = 0$.
2. Para un instante $t = \Delta t$ encontrar la constante $u(x(t = \Delta t), \Delta t)$ de forma que $h(x(t = 2\Delta t)) = 0$.
3. En general, para cada $k = 0, 1, 2, \dots$ en el instante $t = k\Delta t$ se selecciona la constante $u(x_k, \Delta t)$ tal que $s(x_{k+1}) = 0$.

En otras palabras, en cada punto de muestreo k , se selecciona u_k de forma que esta entrada de control, sea constante durante el próximo intervalo de muestreo Δt , se alcanzará $h(x_{k+1}) = 0$. Durante el intervalo de muestreo, el estado $x(k\Delta t < t < (k+1)\Delta t$ pueda no pertenecer a la superficie deslizante, $h(x(t)) \neq 0$ es posible para $k\Delta t < t < (k+1)\Delta t$. Sin embargo, el sistema en tiempo discreto

$$x_{k+1} = F(x_k, u_k) \quad u_k = u(x_k) \quad (9.39)$$

llega a la superficie de deslizamiento con éxito para cada punto de muestreo, con lo que $h(x_{k+1}) = 0 \forall k = 0, 1, 2, \dots$ es un hecho.

Debido a que $F(x(0), u)$ tiende a $x(0)$ como $\Delta t \rightarrow 0$, la función $u(x(0), \Delta t)$ puede exceder los recursos de control u_0 . Como resultado, el control acotado que se muestra en la Fig. 9.8 se dirige al estado x_k a cero sólo después de un número finito de pasos k_{sm} . Es entonces cuando la superficie de deslizamiento se alcanza después de un intervalo de tiempo finito $t_{sm} = k_{sm} \Delta t$ y después de esto el estado x_k permanece en la misma. Obsérvese que la dinámica deslizante es generada en los sistemas de tiempo discreto con una ley de control $-u_0 \leq u \leq u_0$ como una función continua del estado x_k y permanece constante durante todo el intervalo de muestreo.

Definición 4. *En la dinámica del sistema de tiempo discreto*

$$x_{k+1} = F(x_k, u_k) \quad x \in \mathbb{R}^n \quad u \in \mathbb{R}^m \quad m \leq n \quad (9.40)$$

Los modos deslizantes en tiempo discreto se encuentran en un subconjunto Σ de la superficie de deslizamiento $s = \{x : h(x) = 0\}$, $s \in \mathbb{R}^m$, si existe un entorno abierto \mathbb{X} de este subconjunto de forma que para cada $x \in \mathbb{X}$, conlleva $s(F(x_{k+1})) \in \Sigma$.

En contraste con los sistemas continuos, los modos deslizantes pueden aparecer en los sistemas de tiempo discreto con una función continua al lado derecho de la ecuación del sistema en lazo cerrado. No obstante, las características mencionadas de los modos

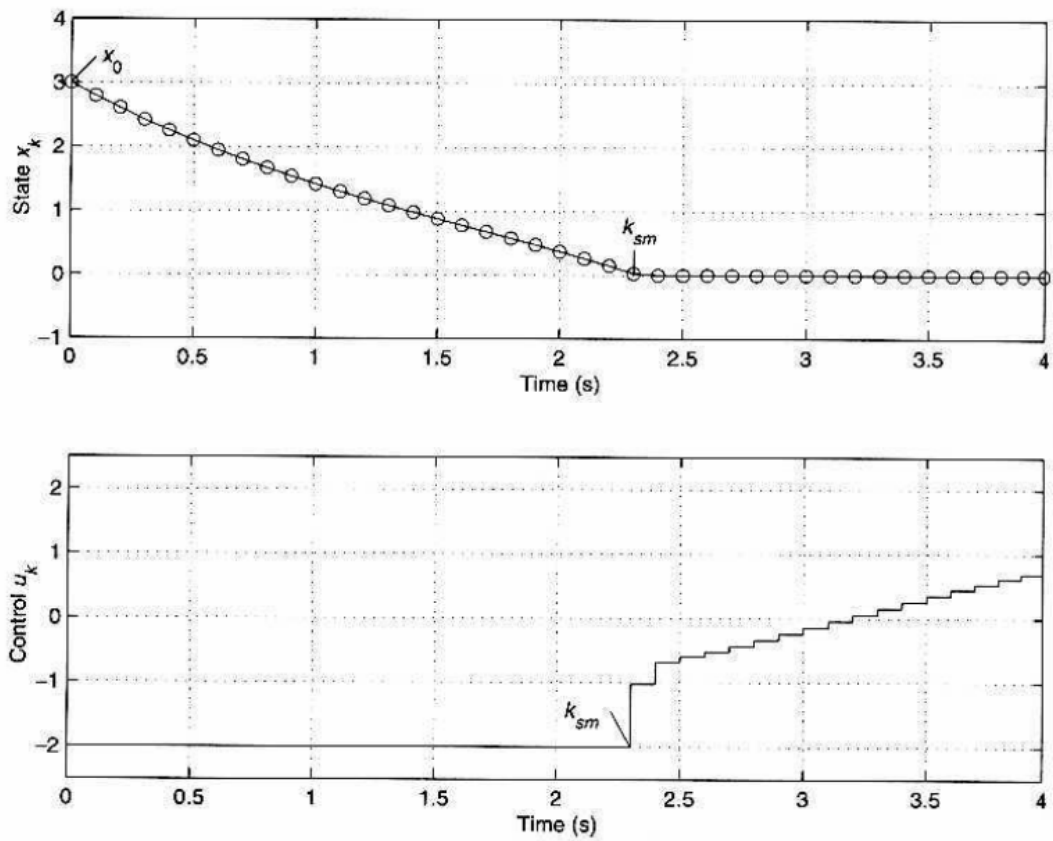


Figura 9.8: Implementación directa del Control en Modo Deslizante [UGS09, p. 211]

deslizantes en tiempo continuo se han transferido a los modos deslizantes en tiempo discreto.

9.9.3. Sistemas lineales en tiempo discreto con parámetros conocidos

Supóngase un régimen deslizante lineal para un sistema en tiempo discreto de orden n , está definido por $x_{k+1} = F(x_k)$ con una superficie de deslizamiento como $h_k = C x_k$ con $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$ y m entradas de control. De acuerdo con la definición 9.40, la condición de existencia de un régimen deslizante es de la forma

$$h_{k+1} = C(F(x_k)) \quad (9.41)$$

para cualquier $x_k \in \mathbb{X}$. Para diseñar una ley de control en tiempo discreto en régimen deslizante basada en la condición anterior 9.41, considérese la representación en tiempo continuo del sistema lineal e invariante con el tiempo

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) + D r(t) \quad (9.42)$$

con el vector de estado $x(t) \in \mathbb{R}^n$, el control $u(t) \in \mathbb{R}^m$, la entrada de referencia $r(t)$, y las matrices constantes del sistema A , B y D . La representación en tiempo discreto con el intervalo de muestreo Δt viene dada por

$$x_{k+1} = A^* x_k + B^* u_k + D^* r_k \quad (9.43)$$

donde

$$A^* = e^{A \Delta t}, \quad B^* = \int_0^{\Delta t} e^{A(\Delta t - \tau)} B d\tau, \quad D^* = \int_0^{\Delta t} e^{A(\Delta t - \tau)} D d\tau \quad (9.44)$$

y la entrada de referencia $r(t)$ se supone que es constante durante el intervalo de muestreo Δt . De acuerdo con la ecuación 9.41, el régimen deslizante existe si la matriz $C B^*$ tiene inversa y el control u_k se diseña como la solución de

$$h_{k+1} = C A^* x_k + C D^* r_k + C B^* u_k = 0 \quad (9.45)$$

En otras palabras el control debe escogerse como

$$u_k = -(C B^*)^{-1} (C A^* x_k + C D^* r_k) \quad (9.46)$$

Por analogía con los sistemas en tiempo continuo, la ley de control 9.46 que corresponde a la superficie deslizante $s = 0$ se denominará "control equivalente". Para revelar la estructura de u_{eq} , se representará mediante la suma de dos funciones lineales:

$$u_k = -(C B^*)^{-1} s_k - (C B^*)^{-1} ((C A^* - C) x_k + C D^* r_k) \quad (9.47)$$

y

$$h_{k+1} = h_k + (C A^* - C) x_k + C D^* r_k + C B^* u_k \quad (9.48)$$

Como en el ejemplo anterior del sistema de primer orden, u_{eq} puede exceder los recursos disponibles de control con $\Delta t \rightarrow 0$ para un valor inicial $s_k \neq 0$, debido a que $(C B^*)^{-1} \rightarrow \infty$ lo que significa que $(C B^*)^{-1} (C A^* - C)$ y $(C B^*)^{-1} C D^*$ toman valores finitos. Debido a que en la realidad la acción de control u_k está acotada, por lo que este hecho no debe pasar inadvertido.

Supóngase que el control puede variar dentro de $|u_k| \leq u_0$ y los recursos de control disponibles son tales que

$$|(C B^*)^{-1}| |(C A^* - C) x_k + C D^* r_k| < u_0 \quad (9.49)$$

Obsérvese que de otra forma, los recursos de control son insuficientes para estabilizar el sistema.

El control

$$u_k = \begin{cases} u_{keq} & \text{para } |u_{keq}| \leq u_0 \\ u_0 \frac{u_{keq}}{|u_{keq}|} & \text{para } |u_{keq}| > u_0 \end{cases} \quad (9.50)$$

cumple con las acotaciones de los recursos de control. Como se demuestra arriba, $u_k = u_{keq}$ para $|u_{keq}| \leq u_0$ se obtiene el régimen deslizante en la superficie $s = 0$. Para probar la convergencia a esta superficie, considérese el caso $|u_{keq}| > u_0$, pero de acuerdo con la ecuación (9.49). De las ecuaciones (9.47) hasta (9.50) se sigue que

$$h_{k+1} = (h_k + (C A^* - C) x_k + C D^* r_k) \left(1 - \frac{u_0}{|u_{keq}|} \right) \text{ con } u_0 < |u_{keq}| \quad (9.51)$$

Entonces,

$$\begin{aligned} |h_{k+1}| &= (h_k + (C A^* - C) x_k + C D^* r_k) \left(1 - \frac{u_0}{|u_{keq}|} \right) \\ &\leq |h_k| + |(C A^* - C) x_k + C D^* r_k| - \frac{u_0}{|(C B^*)^{-1}|} \\ &< |h_k| \end{aligned} \quad (9.52)$$

como resultado de la ecuación (9.49).

El control (9.50) provee un deslizamiento libre de oscilaciones ("chattering") sobre la superficie $h = 0$ como se muestra en la Fig. 9.8, en contraste con la implementación directa del control discontinuo en la Fig. 9.7, produciendo una oscilación discretizada en un entorno de la superficie de deslizamiento. Similarmente al caso de sistemas de tiempo continuo, la ecuación $h = Cx = 0$ habilita la reducción del orden del sistema, y la dinámica de deslizamiento ideal puede ser diseñada mediante una selección apropiada de la matriz C .

9.9.4. Sistemas bilineales en tiempo discreto

Según la descripción de Utkin en [UGS09] los sistemas estudiados en este trabajo son bilineales, de la forma:

$$\dot{x} = Ax + uBx + D + uE \quad (9.53)$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estado; $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ son las matrices de entrada con coeficientes reales, $D, E \in \mathbb{R}^n$ son vectores que representan a los términos independientes y u es un escalar de control que toma valores en el conjunto discreto $U = \{0, 1\}$. Para el sistema de ecuaciones 9.53, dado su carácter bilineal, se puede diseñar un control discontinuo de la forma

$$u = \frac{1}{2}(1 - \text{sign}(h)) \quad (9.54)$$

donde h es la función escalar de conmutación en el sentido de la teoría de regímenes deslizantes, definida por

$$h = c^T x \quad (9.55)$$

con el vector $c = [\delta s / \delta x]$ y $c \in \mathbb{R}^n$ que es el gradiente de la función escalar h respecto al vector del espacio de estado x . El movimiento de la proyección del sistema de la ecuación (9.53) en el subespacio h puede obtenerse como

$$\begin{aligned} \dot{h} &= c^T \dot{x} = c^T Ax + u c^T Bx = \\ &= c^T Ax + \frac{1}{2} c^T Bx - \frac{1}{2} \text{sign}(h) c^T Bx \end{aligned} \quad (9.56)$$

Para que exista un régimen deslizante en la superficie $h = 0$, el sistema de ecuaciones (9.53) necesita satisfacer la condición de deslizamiento $h \dot{h} < 0$, lo que implica que

$$h \dot{h} = h \left(c^T Ax + \frac{1}{2} c^T Bx \right) - \frac{1}{2} |h| c^T Bx < 0 \quad (9.57)$$

De la desigualdad anterior se debe obtener la condición necesaria de la existencia de un régimen deslizante.

Si existe un régimen deslizante, entonces en un entorno de $s = 0$ se deben mantener las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} \dot{h}_{h>0} &= c^T A x < 0 \\ \dot{h}_{h<0} &= c^T B x > -c^T A x \end{aligned} \quad (9.58)$$

Para aplicar el método del control equivalente se hace $\dot{h} = 0$ y se soluciona la ecuación (9.56) para u que queda

$$u_{eq} = -\frac{c^T A x}{c^T B x} \quad (9.59)$$

La ecuación del movimiento del régimen deslizante viene gobernado por

$$\dot{x} = A x + u_{eq} B x \quad (h = 0) \quad (9.60)$$

Para que exista un régimen deslizante el control debe satisfacer el Teorema 1 de la existencia del control equivalente.

$$0 < u_{eq} = -\frac{c^T A x}{c^T B x} < 1 \quad (9.61)$$

Que teniendo en cuenta que la variable de control es constante en el intervalo de muestreo y que las variables de estado también, al proceder de un modelo promediado, la discretización de estas ecuaciones es de la forma:

$$x[k+1] = x[k] + T (A x[k] + u[k] B x[k] + u[k] D + E) \quad (9.62)$$

$$h[k] = x[k] - x_d[k] \quad (9.63)$$

$$u[k] = \frac{1}{2}(1 - \text{sign}(x[k] - x_d[k])) \quad (9.64)$$

$$u_{eq}[k] = -\frac{c^T A x[k]}{c^T B x[k]} \quad (9.65)$$

donde T es la duración del intervalo de muestreo y x_d el valor del estado deseado.

Dado que los convertidores que se estudian en este trabajo son de fase no-mínima respecto a la tensión de salida V_d , como se ha demostrado, hay que hacer un control indirecto con una superficie de deslizamiento definida por la función (9.66):

$$h = i_{L1} - \frac{V_d^2}{R E} = 0 \quad (9.66)$$

Si se calcula la ley de control con la ecuación (9.62) aparecerá una oscilación ("chat-

tering”) alrededor de la superficie de deslizamiento. Si por el contrario se quiere usar el control equivalente, para eliminar el ”chattering”, se debe encontrar la manera de poder definir el punto de trabajo, para ello se tiene la ecuación del estado que debe cumplirse para cada variable de estado.

$$x[k+1] = x[k] + T (Ax[k] + u[k] Bx[k] + u[k] D + E) \quad (9.67)$$

que también puede expresarse como

$$x[k+1] = A^* x[k] + u[k] (B^* x[k] + D^*) + E^* \quad (9.68)$$

donde $A^* = (I + TA)$, $B^* = TB$, $D^* = TD$ y $E^* = TE$

Se diseña un pseudo control de deslizamiento discreto que fuerza al sistema en bucle cerrado a seguir la trayectoria de estado deseada.

$$h_x[k] = x[k] - x_d \quad (9.69)$$

Con lo que la evolución de la función de salida se expresa como:

$$h_x[k+1] = A_i^* h_x[k] + u[k] (B_i^* x[k] + D_i^*) - u_{eq}[k] (B_i^* x_d + D_i^*) \quad (9.70)$$

donde el subíndice i denota la fila correspondiente de la matriz o vector de estado.

El sistema estará sobre la superficie deslizante si $h_x[k+1] = 0$, y además el control a aplicar sobre el valor deseado coincide con el control equivalente u_{eq} , con lo que el control a aplicar debe ser de la forma:

$$u[k] = \frac{u_{eq}[k] (B_i^* x_d + D_i^*) - A_i^* (x_i[k] - x_d)}{(B_i^* x[k] + D_i^*)} \quad (9.71)$$

Obsérvese que si se está sobre la superficie de deslizamiento el control a aplicar es precisamente el control equivalente.

En todos los controles que se estudian en este trabajo, el control hay que hacerlo de forma indirecta mediante la corriente de entrada. Esto supone que hay que evaluar un parámetro que normalmente se desconoce como es la resistencia de carga. Una posible manera de hacerlo es midiendo la corriente de salida ya que $R = V_d/I_o$, por lo tanto hay que medir tanto la corriente de entrada como la de salida, sobre todo si se desconoce el valor de la resistencia. Además como lo que realmente se quiere es medir la tensión de salida hay que medir ésta a fin de evaluar correctamente \bar{x}_1 .

9.9.5. Control discreto del convertidor de Ćuk

Las matrices y el control equivalente para el convertidor de Ćuk son:

$$A^* = \begin{pmatrix} 1 & -T/L_1 & 0 & 0 \\ T/C_1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -T/L_2 \\ 0 & 0 & T/C_2 & 1 - (T I_o)/C_2 \end{pmatrix}, B^* = \begin{pmatrix} 0 & T/L_1 & 0 & 0 \\ -T/C_1 & 0 & -T/C_1 & 0 \\ 0 & T/L_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$D^* = \begin{pmatrix} (T E)/L_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, E^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, x_d = \begin{pmatrix} (V_d I_o)/E \\ E + V_d \\ I_o \\ V_d \end{pmatrix}, u_{eq} = \frac{x_2 - E}{x_2}$$

Si ahora se aplica la ecuación (9.71) se tiene

$$u[k] = \frac{\frac{x_2[k] - E}{x_2[k]} (\bar{x}_2 + E) + (x_2[k] - \bar{x}_2) - \frac{(x_1[k] - \bar{x}_1) L_1}{T}}{x_2[k] + E} \quad (9.72)$$

sustituyendo $\bar{x}_2 = V_d + E$ y $\bar{x}_1 = (V_d I_o)/E$ en la ecuación (9.72) y añadiendo el muestreo de la tensión de entrada se obtiene

$$u[k] = 1 - \frac{E[k] (V_d + 2 E[k])}{x_2[k] (x_2[k] + E[k])} - \frac{\left(x_1[k] - \frac{V_d I_o[k]}{E[k]} \right) L_1}{T (x_2[k] + E[k])} \quad (9.73)$$

como $T (x_2[k] + E[k]) \gg (x_1[k] - (V_d I_o[k])/E[k]) L_1$, el término de la corriente puede despreciarse, con lo que la expresión del control resulta en

$$u[k] = 1 - \frac{E[k] (V_d + 2 E[k])}{x_2[k] (x_2[k] + E[k])} \quad (9.74)$$

Que como puede observarse, sobre la superficie deslizante donde $x_2 = \bar{x}_2 = V_d + E$ si $V_d \rightarrow 0$ entonces $u[k] \rightarrow 0$ y por el contrario, cuando $V_d \rightarrow \infty$ entonces $u[k] \rightarrow 1$.

Es de notar que para controlar el convertidor de Ćuk con un control DSMC (*Discrete Sliding Mode Control*) con una ley de control que tiene en cuenta la corriente de entrada, la medida más importante sea la tensión media que soporta el condensador de paso.

9.9.6. Control discreto del convertidor SEPIC

Las matrices para el convertidor SEPIC son:

$$A^* = \begin{pmatrix} 1 & -T/L_1 & 0 & -T/L_1 \\ T/C_1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -T/L_2 \\ T/C_2 & 0 & T/C_2 & 1 - (T I_o)/C_2 \end{pmatrix}, B^* = \begin{pmatrix} 0 & T/L_1 & 0 & T/L_1 \\ -T/C_1 & 0 & T/C_1 & 0 \\ 0 & T/L_2 & 0 & T/L_2 \\ -T/C_2 & 0 & -T/C_2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$D^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad E^* = \begin{pmatrix} (TE)/L_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad x_d = \begin{pmatrix} (V_d I_o)/E \\ E \\ I_o \\ V_d \end{pmatrix}, \quad u_{eq} = \frac{x_2 + x_4 - E}{x_2 + x_4}$$

Si ahora se aplica la ecuación (9.71) se tiene

$$u[k] = \frac{\frac{x_2[k] + x_4[k] - E}{x_2[k] + x_4[k]} (\bar{x}_2 + \bar{x}_4) + (x_2[k] + x_4[k]) - (\bar{x}_2 + \bar{x}_4) - \frac{(x_1[k] - \bar{x}_1) L_1}{T}}{x_2[k] + x_4[k]} \quad (9.75)$$

sustituyendo $\bar{x}_2 = E$, $\bar{x}_4 = V_d$ y $\bar{x}_1 = (V_d I_o)/E$ en la ecuación (9.75) y añadiendo el muestreo de la tensión de entrada se obtiene

$$u[k] = 1 - \frac{E[k] (E[k] + V_d)}{(x_2[k] + x_4[k])^2} - \frac{\left(x_1[k] - \frac{V_d I_o[k]}{E[k]} \right) L_1}{T (x_2[k] + x_4[k])} \quad (9.76)$$

como $T (x_2[k] + x_4[k]) \gg (x_1[k] - (V_d I_o[k])/E[k]) L_1$, el término de la corriente puede despreciarse, con lo que la expresión del control resulta en

$$u[k] = 1 - \frac{E[k] (E[k] + V_d)}{(x_2[k] + x_4[k])^2} \quad (9.77)$$

Que como puede observarse, sobre la superficie deslizante donde $x_2 = \bar{x}_2 = E$ si $V_d \rightarrow 0$ entonces $u[k] \rightarrow 0$ y por el contrario, cuando $V_d \rightarrow \infty$ entonces $u[k] \rightarrow 1$.

Es de notar que para controlar el convertidor SEPIC con un control DSMC con una ley de control que tiene en cuenta la corriente de entrada, la medida más importante sea la tensión media que soporta el condensador de paso.

9.9.7. Control discreto del convertidor Zeta

Las matrices para el convertidor Zeta son:

$$A^* = \begin{pmatrix} 1 & -T/L_1 & 0 & 0 \\ -T/C_1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -T/L_2 \\ 0 & 0 & T/C_2 & 1 - (T I_o)/C_2 \end{pmatrix}, \quad B^* = \begin{pmatrix} 0 & -T/L_1 & 0 & 0 \\ T/C_1 & 0 & T/C_1 & 0 \\ 0 & -T/L_2 & 0 & T/L_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$D^* = \begin{pmatrix} (T E)/L_1 \\ 0 \\ (T E)/L_2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad E^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad x_d = \begin{pmatrix} (V_d I_o)/E \\ -V_d \\ I_o \\ V_d \end{pmatrix}, \quad u_{eq} = \frac{-x_2}{E - x_2}$$

Si ahora se aplica la ecuación (9.71) se tiene

$$u[k] = \frac{\frac{-x_2[k]}{E - x_2[k]} (E - \bar{x}_2) + (x_2[k] - \bar{x}_2) - \frac{(x_1[k] - \bar{x}_1) L_1}{T}}{E - x_2[k]} \quad (9.78)$$

sustituyendo $\bar{x}_2 = -V_d$ y $\bar{x}_1 = (V_d I_o)/E$ en la ecuación (9.78) y añadiendo el muestreo de la tensión de entrada se obtiene

$$u[k] = \frac{E[k] + V_d}{E[k] - x_2[k]} - \frac{x_2[k] (E[k] + V_d)}{(E[k] - x_2[k])^2} - \frac{\left(x_1[k] - \frac{V_d I_o[k]}{E[k]}\right) L_1}{T (E[k] - x_2[k])} \quad (9.79)$$

como $T (E[k] - x_2[k]) \gg (x_1[k] - (V_d I_o[k])/E[k]) L_1$, el término de la corriente puede despreciarse, con lo que la expresión del control resulta en

$$u[k] = \frac{E[k] + V_d}{E[k] - x_2[k]} - \frac{x_2[k] (E[k] + V_d)}{(E[k] - x_2[k])^2} \quad (9.80)$$

Que como puede observarse, sobre la superficie deslizante donde $x_2 = \bar{x}_2 = -V_d$ si $V_d \rightarrow 0$ entonces $u[k] \rightarrow 0$ y por el contrario, cuando $V_d \rightarrow \infty$ entonces $u[k] \rightarrow 1$.

Es de notar que para controlar el convertidor Zeta con un control DSMC con una ley de control que tiene en cuenta la corriente de entrada, la medida más importante sea la tensión media que soporta el condensador de paso.

9.9.8. Control discreto del convertidor X

Las matrices para el convertidor X son:

$$A^* = \begin{pmatrix} 1 & T/L_1 & 0 & -T/L_1 \\ -T/C_1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -T/L_2 \\ T/C_2 & 0 & T/C_2 & 1 - (T I_o)/C_2 \end{pmatrix}, \quad B^* = \begin{pmatrix} 0 & -T/L_1 & 0 & T/L_1 \\ T/C_1 & 0 & T/C_1 & 0 \\ 0 & -T/L_2 & 0 & T/L_2 \\ T/C_2 & 0 & T/C_2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$D^* = \begin{pmatrix} (T E)/L_1 \\ 0 \\ (T E)/L_2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad E^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad x_d = \begin{pmatrix} (V_d I_o)/E \\ 0 \\ I_o \\ V_d \end{pmatrix}, \quad u_{eq} = \frac{x_2 - x_4}{x_2 - x_4 - E}$$

Si ahora se aplica la ecuación (9.71) se tiene

$$u[k] = \frac{\frac{x_4[k] - x_2[k]}{x_4[k] - x_2[k] + E} (\bar{x}_4 - \bar{x}_2 + E) - (x_4[k] - x_2[k]) + (\bar{x}_4 - \bar{x}_2) - \frac{(x_1[k] - \bar{x}_1) L_1}{T}}{x_4[k] - x_2[k] + E} \quad (9.81)$$

sustituyendo $\bar{x}_2 = 0$, $\bar{x}_4 = V_d$ y $\bar{x}_1 = (V_d I_o)/E$ en la ecuación (9.81) y añadiendo el muestreo de la tensión de entrada se obtiene

$$u[k] = \frac{(x_4[k] - x_2[k]) (V_d - (x_4[k] - x_2[k]))}{(x_4[k] - x_2[k] + E[k])^2} + \frac{V_d}{x_4[k] - x_2[k] + E[k]} - \frac{\left(x_1[k] - \frac{V_d I_o[k]}{E[k]} \right) L_1}{T (x_4[k] - x_2[k] + E[k])} \quad (9.82)$$

como $T (x_4[k] - x_2[k] + E[k]) \gg (x_1[k] - (V_d I_o[k])/E[k]) L_1$, el término de la corriente puede despreciarse, con lo que la expresión del control resulta en

$$u[k] = \frac{(x_4[k] - x_2[k]) (V_d - (x_4[k] - x_2[k]))}{(x_4[k] - x_2[k] + E[k])^2} + \frac{V_d}{x_4[k] - x_2[k] + E[k]} \quad (9.83)$$

Que como puede observarse, sobre la superficie deslizante donde $x_2 = \bar{x}_2 = 0$ si $V_d \rightarrow 0$ entonces $u[k] \rightarrow 0$ y por el contrario, cuando $V_d \rightarrow \infty$ entonces $u[k] \rightarrow 1$.

Es de notar que para controlar el convertidor X con un control DSMC con una ley de control que tiene en cuenta la corriente de entrada, la medida más importante sea la tensión media que soporta el condensador de paso.

Conclusión

El control en modo de deslizamiento no es un control digital propiamente dicho, pero es posible encontrar un control de deslizamiento equivalente, que es factible aplicar. Es preciso calcular el valor promediado de la tensión del condensador de paso, una posible forma de hacerlo es filtrar con un simple RC cada uno de los dos terminales del condensador de paso, y medir la diferencia de tensión entre ambos.

Capítulo 10

Datos Experimentales

Resumen

Para intentar comprobar experimentalmente los resultados teóricos se ha procedido a la construcción de tres prototipos de plantas de convertidor: Un convertidor X (Apéndice - B.1.4), un convertidor Zeta - SEPIC y un convertidor que incluye los cuatro convertidores estudiados. Además se ha hecho un estudio de las funciones de transferencia, que no resultó concluyente por el tipo de controlador utilizado. Se han construido dos generadores de PWM (Apéndice - C) para analizar el circuito en cadena abierta y una carga electrónica que no se incluye al no estar terminada.

Para poder hacer las pruebas con el analizador de redes se hizo un control simple con un modulador Delta, implementado en un microcontrolador de Silicon Labs un EFM8 Laser Bee, que posteriormente ha sido mejorado con un delta dinámico y con un Sigma-Delta.

En el circuito del convertidor Zeta - SEPIC se ha podido probar la rectificación síncrona, observándose que no se anula la corriente en las inductancias, por lo que se podría decir que no existe el modo de conducción discontinua con rectificación síncrona.

10.1. Introducción

Para el primer artículo del convertidor X que se presentó en el SAAEI-14 en Tanger se construyó un prototipo de etapa de potencia del convertidor, que era controlado por un generador en cadena abierta, para poder hacer medidas y sacar formas de onda en cada modo de conducción y poder comprobar las funciones de transferencia en régimen permanente Fig. 10.1.

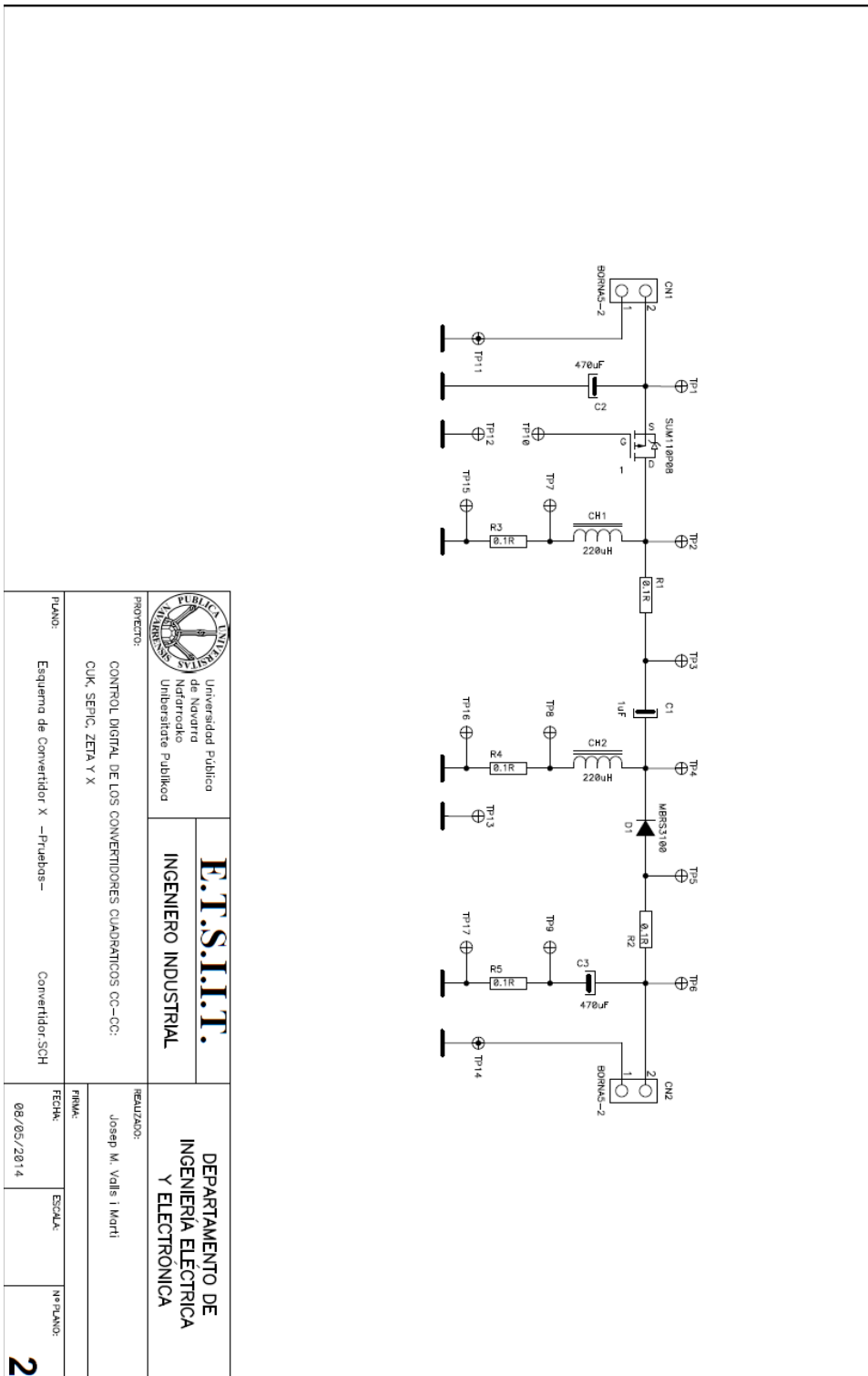


Figura 10.1: Esquema del Prototipo del Convertidor X

Josep M. Valls

Este circuito se diseñó en montaje superficial SMD (*Surface Mount Device*) y se usaron resistencias de $0,1\Omega$ para medir la corriente. Este método obliga a usar sondas diferenciales para la medida de la corriente en R1 y R2 lo que se desechó al conseguir un sensor de corriente Aim i-prober 520, con el que pueden medirse las corrientes sin interrumpir el circuito.

Al diseñar este circuito se estimó necesario diseñar un generador de PWM (Apéndice - C) para poder variar la frecuencia y el ciclo de trabajo lo que permite poder observar la planta en cadena abierta. En el diseño del generador se creyó conveniente añadir el ciclo inverso de trabajo y un tiempo muerto variable, para poder probar modos de funcionamiento como la rectificación síncrona.

Finalmente se estudió la posibilidad de diseñar una planta flexible con los cuatro convertidores, después de desechar distintos diseños se realizaron los dos circuitos mencionados anteriormente.

10.2. Convertidor Zeta - SEPIC

Este convertidor se diseñó para aprovechar la capacidad de reversibilidad de estos convertidores, teniendo en cuenta que si se coloca un transistor como rectificador, el circuito que se ve desde la entrada a la salida, es un convertidor Zeta , pero si se cambia la entrada por la salida es un convertidor SEPIC.

Este circuito permite explorar el comportamiento del convertidor con rectificación síncrona al controlar el transistor que se usa como rectificador con un ciclo de trabajo inverso. El problema que surgió fue que se debía controlar la corriente inversa que aparecía en el transformador de medida, esto se consiguió colocando el diodo D1 o D4 en paralelo con la serie de transformador de medida y transistor.

10.2.1. Desmagnetización del transformador de medida de corriente

Por otra parte hay que conseguir desmagnetizar el transformador de medida en cada ciclo, para obtener la componente continua y alterna de la corriente. Para esto es preciso colocar una resistencia alta para minimizar el tiempo de desmagnetización a un valor aceptable, sin que afecte en exceso al ciclo máximo de trabajo.

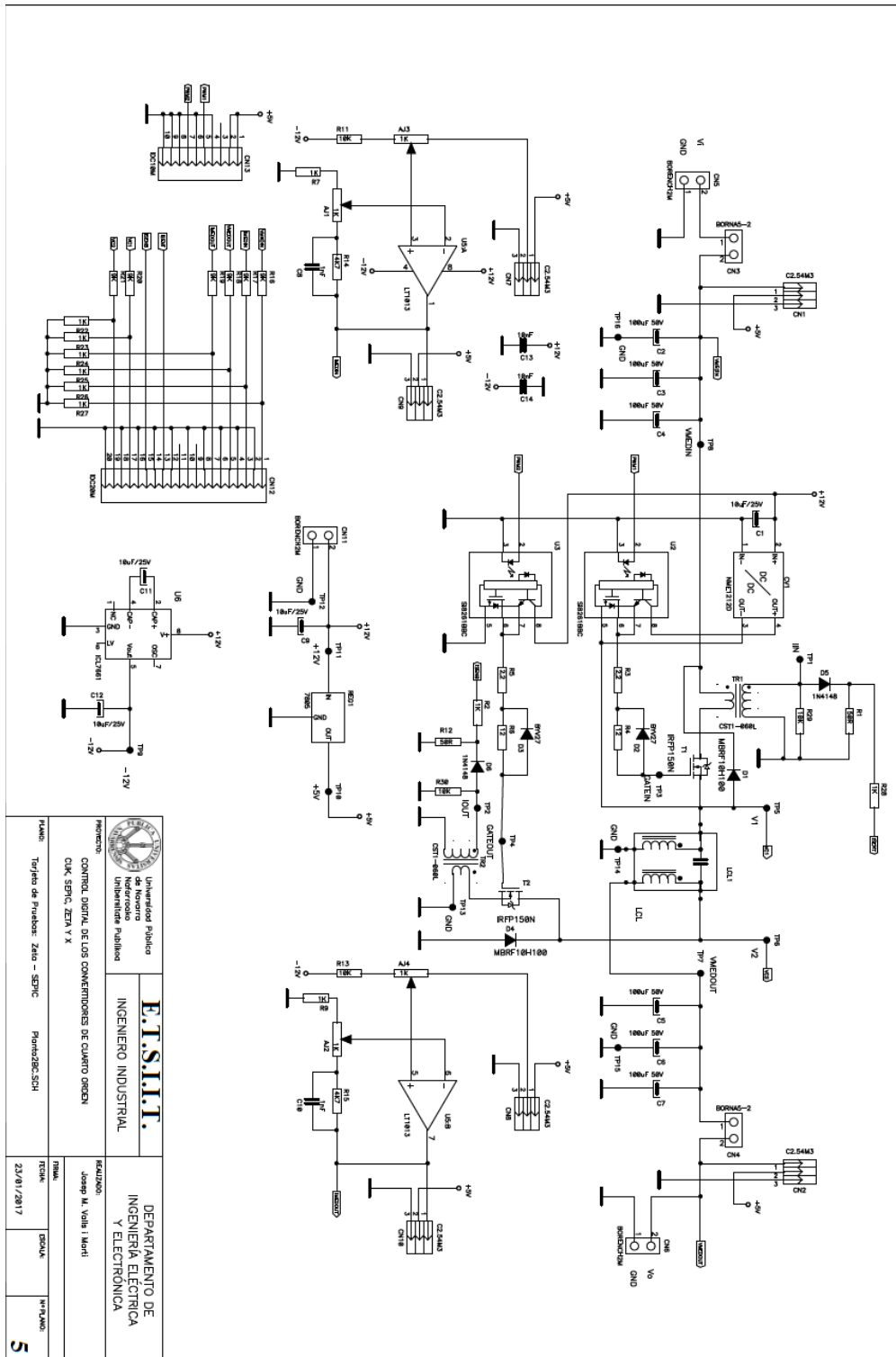
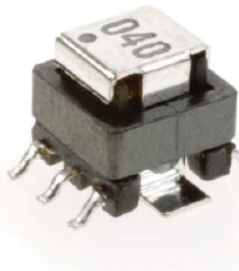


Figura 10.2: Esquema del Prototipo del Convertidor Zeta - SEPIC

Josep M. Valls

Para calcular el tiempo de desmagnetización se utiliza la fórmula (10.1), aplicando los valores de la hoja de datos del transformador Fig. 10.3 [Mur11], donde nos da una inductancia de magnetización de $2mH$ y usando una resistencia de $10k\Omega$, se obtiene un tiempo de desmagnetización de $t_d = 0,6\mu s$, como puede observarse en la captura de osciloscopio Fig. 10.4.

$$t_d = 3 \times \tau = 3 \times \frac{L}{R} = \frac{3 \times 2 mH}{10 k\Omega} = 0,6\mu s \quad (10.1)$$



SELECTION GUIDE						
Order Code	Turns Ratio	Min. Secondary Inductance mH	Max. DC Resistance		Isolation Voltage ¹ Vrms	Terminating Resistance to produce 1V _{out} /1A _w Ω
			Primary (8-7) m Ω	Secondary (1-3) Ω		
53020C	1:20	0.08	7.0	0.55	500	20
53030C	1:30	0.18	7.0	0.85	500	30
53040C	1:40	0.32	7.0	1.10	500	40
53050C	1:50	0.50	7.0	1.75	500	50
53060C	1:60	0.72	7.0	2.20	500	60
53070C	1:70	0.98	7.0	4.50	500	70
53100C	1:100	2.00	7.0	5.60	500	100
53125C	1:125	3.00	7.0	7.50	500	125
53150C	1:150	4.50	7.0	17.50	500	150
53200C	1:200	8.00	7.0	34.00	500	200

Figura 10.3: Hoja de datos del transformador de medida

Como puede observarse en la captura del osciloscopio Fig. 10.4, el tiempo necesario de desmagnetización es de $660ns$, produciendo una tensión de $42V$ que es inferior a la tensión máxima que soporta el diodo 1N4148 que es de $100V$ [Vis13].

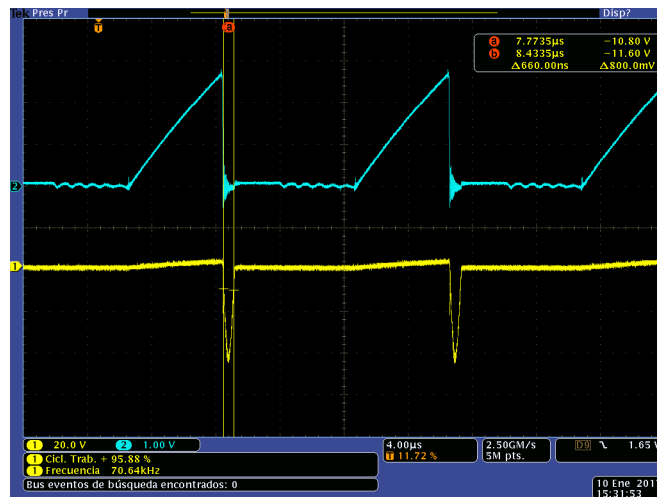


Figura 10.4: Captura de osciloscopio de la desmagnetización

10.2.2. Circuito de puerta del transistor MOSFET

La pendiente de conmutación del transistor de potencia es función de la resistencia de puerta que fija la carga o descarga de la capacidad del transistor. Como se muestra en la Fig. 10.5 el tiempo de activación del transistor (t_{on}) es el necesario para cargar la capacidad hasta el principio de la meseta de Miller, mientras que para desactivar el transistor (t_{off}) es necesario descargar por completo el condensador equivalente de la puerta.

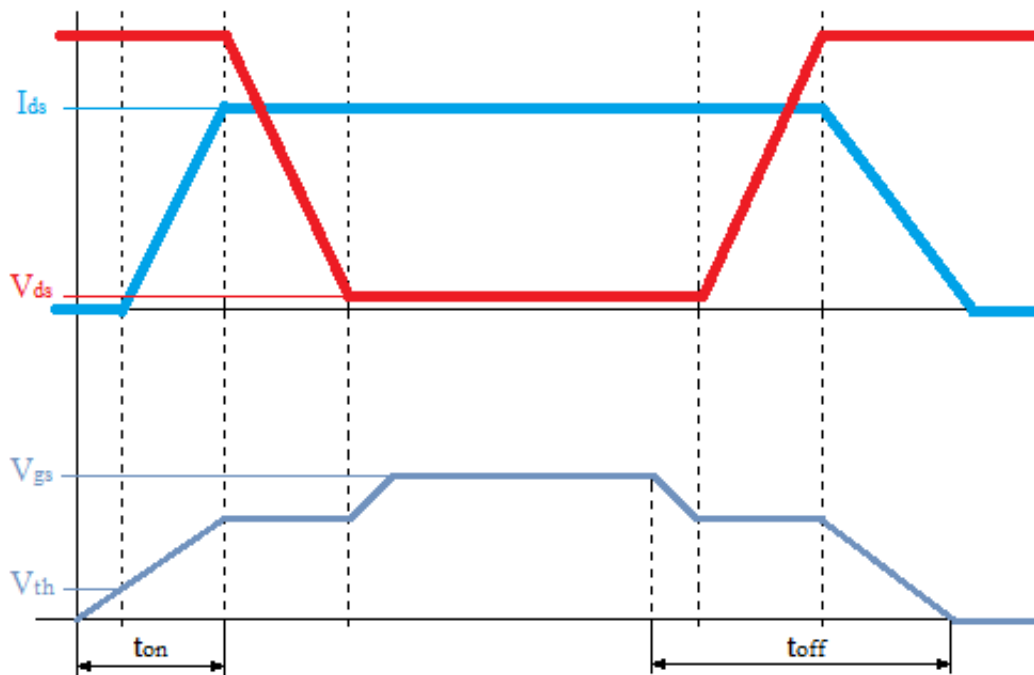


Figura 10.5: Proceso de carga y descarga de la capacidad equivalente de puerta

Consultando la hoja de datos "datasheet" del transistor IRFP150N [IRF02] se observa que para poner en conducción al transistor es necesario cargar $10nC$ en la capacidad equivalente de puerta y para cortarlo es preciso descargar $80nC$, como se muestra en la Fig. 10.6.

Si se calcula el tiempo para poner en conducción el transistor, teniendo en cuenta que la caída en el driver es máximo de $0,5V$ [Sil14] y la carga se hace a través de las resistencias de 12Ω y $2,2\Omega$ se tiene (10.2):

Josep M. Valls

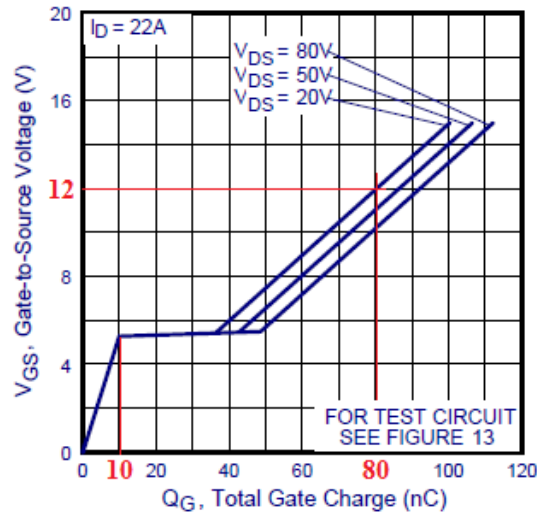


Figura 10.6: Gráfica de carga equivalente - tensión de puerta

$$\begin{aligned}
 i_{carga} &= \frac{V_{GS}}{R} = \frac{12V}{2} - 0,5V = 387mA \\
 t_{on} &= \frac{\Delta C}{i_{carga}} = \frac{10 \times 10^{-9}}{387 \times 10^{-3}} = 26ns
 \end{aligned}
 \tag{10.2}$$

Se puede comprobar que sólo difiere en $2ns$ con la medida hecha con el osciloscopio Fig. 10.7, con lo que puede considerarse el método de cálculo suficientemente aproximado.

Por otro lado el tiempo necesario para cargar la meseta de Miller (10.3), es a la tensión constante de la meseta $5,5V$ y corresponde a una carga de $20nC$.

$$\begin{aligned}
 i_{carga} &= \frac{V_{GS}}{R} = \frac{12V - 5,5V}{14,2\Omega} = 458mA \\
 t_{mM} &= \frac{\Delta C}{i_{carga}} = \frac{20 \times 10^{-9}}{458 \times 10^{-3}} = 44ns
 \end{aligned}
 \tag{10.3}$$

La medida hecha con el osciloscopio Fig. 10.8 nos da un valor de $41ns$.

El tiempo de descarga de la capacidad equivalente o total de puerta se calcula teniendo en cuenta que la caída en el driver es máximo de $200mV$ [Sil14] y la caída en el

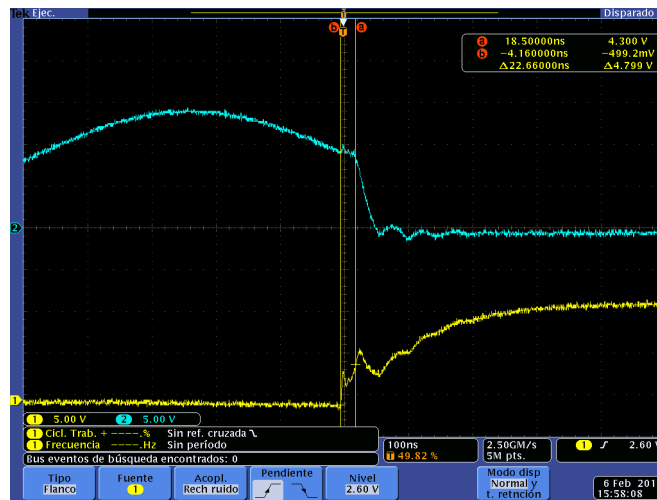


Figura 10.7: Captura de osciloscopio de carga de puerta

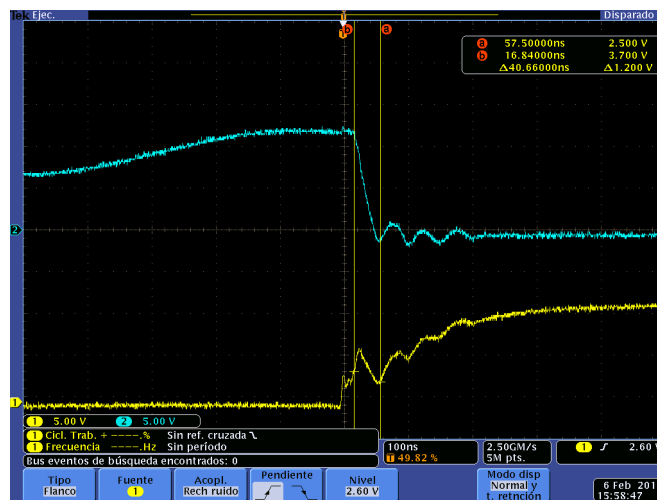


Figura 10.8: Captura de osciloscopio de carga de la meseta de Miller

Josep M. Valls

diodo se puede considerar en $1V$ [Vis12], a través de una resistencia de $2,2\Omega$, para una carga de $80nC$ con lo que se tiene (10.4):

$$i_{carga} = \frac{\frac{V_{GS}}{2} - 1V - 0,2V}{R} = \frac{1}{2} \frac{6V - 1,2V}{2,2\Omega} = 2,2A \quad (10.4)$$

$$t_{off} = \frac{\Delta C}{i_{carga}} = \frac{80 \times 10^{-9}}{1,9} = 44ns$$

La medida hecha con el osciloscopio Fig. 10.9 nos da un valor de $71ns$, prácticamente el doble lo que significa que la corriente que descarga la capacidad total de la puerta es la mitad de la calculada, esto puede ser debido a las resistencias o inductancias de soldaduras, pistas y pines y a que hay más caídas de tensión en el driver y el diodo. La corriente media para producir este retardo sería de $1,1A$

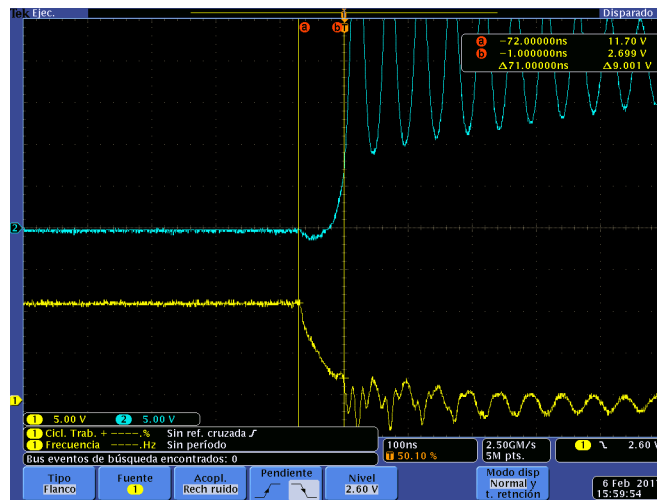


Figura 10.9: Captura de osciloscopio de la descarga de puerta

10.2.3. Circuitos de medida de tensión y corriente media

Para poder medir las tensiones y corrientes de entrada y salida medias, sin la necesidad de colocar un multímetro (tester), se diseñó el circuito para poder incorporar unos voltímetros económicos de fabricación china, que miden de $0 - 33V$ y se alimentan con $5V$, como el que se muestra en la Fig. 10.10:

Para la medida de corriente media se ha usado un sensor de efecto hall el ACS712-5A [All12] que se alimenta a $5V$ y da una tensión de salida de $185mV/A$ para $\pm 5A$, centrada en la mitad de la tensión de alimentación. El dispositivo se encuentra montado en un circuito de bajo coste que se muestra en la Fig. 10.11



Figura 10.10: Voltímetro para medida de tensiones y corrientes medias



Figura 10.11: Sensor efecto hall para medida de corrientes

Josep M. Valls

Para adaptar la señal al voltímetro se diseñó el siguiente circuito con un amplificador operacional, mostrado en la Fig. 10.12 y que es un detalle del plano 10.2

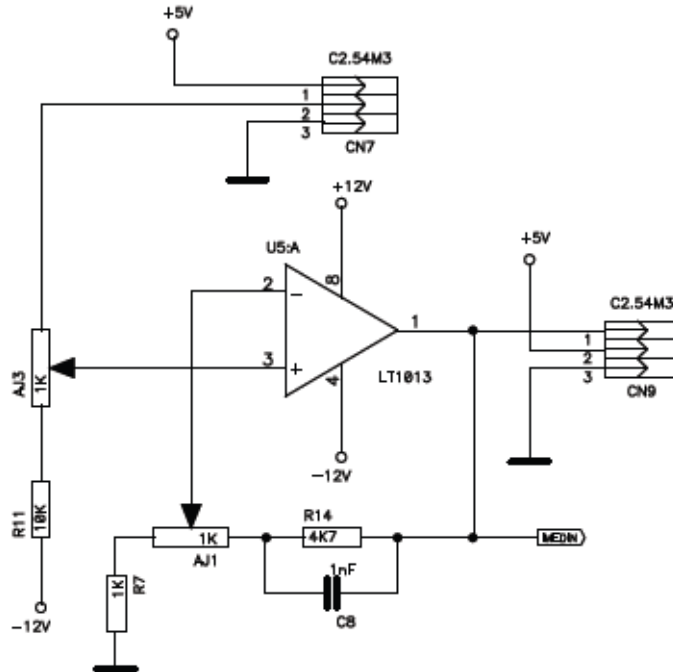


Figura 10.12: Detalle del circuito adaptador de corriente

Este circuito adapta la señal del sensor de corriente de $935mV$ para $5A$ a $5V$ y la desplaza (le resta el offset) de $2,5V$ a $0V$. Para la tarjeta de pruebas es preciso permutar los cables del sensor cuando se cambia de convertidor SEPIC a Zeta para poder medir un valor positivo, ya que el voltímetro no mide tensiones negativas. En las pruebas no se ha usado la medida de corriente media de entrada debido a que la corriente de entrada se puede leer en la fuente de alimentación, en este caso se ha colocado un cable entre las bornas de entrada y salida que iban al sensor de corriente.

En la Fig. 10.13 puede verse la tarjeta funcionando como convertidor SEPIC en modo de conducción discontinua, con una tensión de entrada de $10V$ y una tensión de salida de $5V$ con una corriente de $1A$.

De igual forma en la Fig. 10.14 puede verse la tarjeta trabajando como convertidor Zeta con las mismas condiciones que el caso anterior.

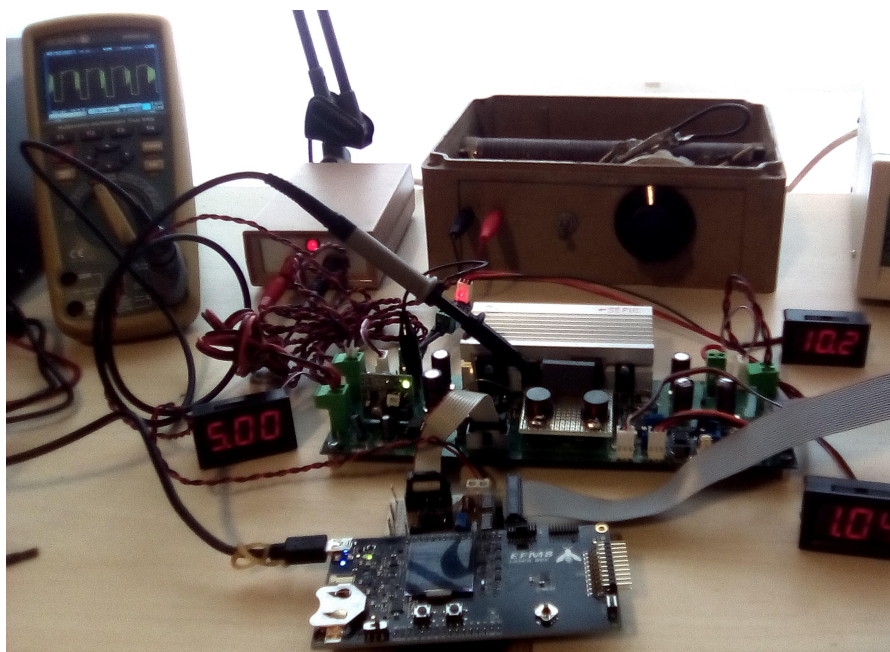


Figura 10.13: Tarjeta de pruebas funcionando como SEPIC

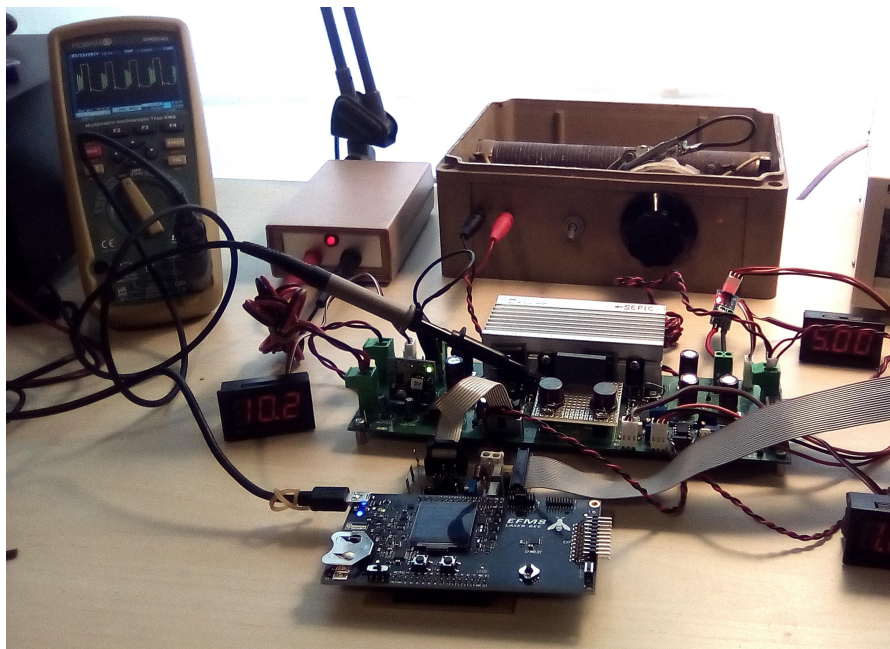


Figura 10.14: Tarjeta de pruebas funcionando como Zeta

Josep M. Valls

10.3. Convertidor Ćuk - SEPIC o X - Zeta

También se ha diseñado y montado un circuito para probar la configuración bipolar de los convertidores, aprovechando la particularidad de que dos a dos comparten la etapa de entrada.

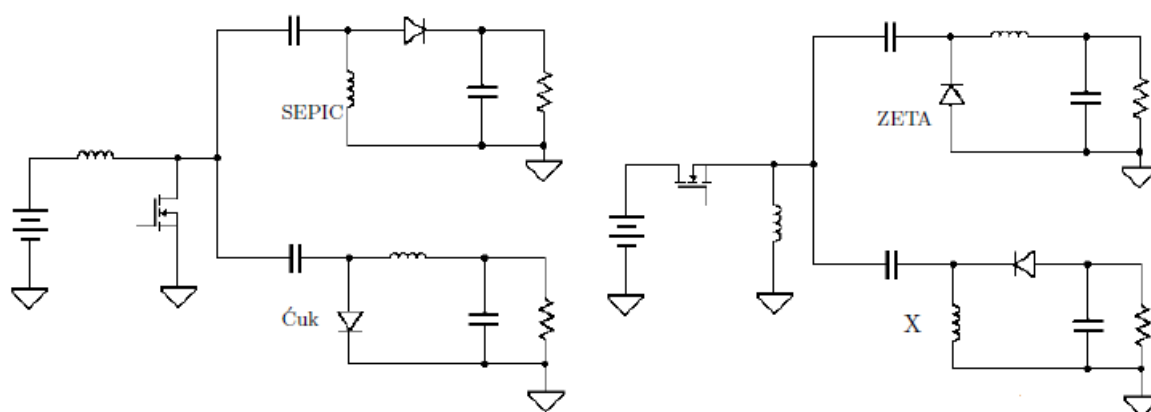


Figura 10.15: Convertidores CC-CC Bipolares

Este circuito está diseñado para probar el convertidor continua-continua bipolar compuesto por un convertidor SEPIC y un Ćuk o el compuesto por un Zeta y un X, como se muestra en la Fig. 10.15.

Esta tarjeta se ha puesto en marcha con el generador de PWM explicado en el apéndice C. En la Fig. 10.16 se muestra el esquema inicial del convertidor sin aplicar las correcciones que se han especificado en la puesta en marcha.

La solución adoptada para la medida de la tensión negativa es colocar un amplificador operacional que invierte la tensión y la divide por diez, pero esto significaría modificar uno de los voltímetros para que nos mostrase una tensión multiplicada por diez. Para las pruebas iniciales se ha cambiado la resistencia de realimentación $R32$ de $1k\Omega$ a $10k\Omega$ con esto la ganancia del operacional $G = R32/R30$ es uno.

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

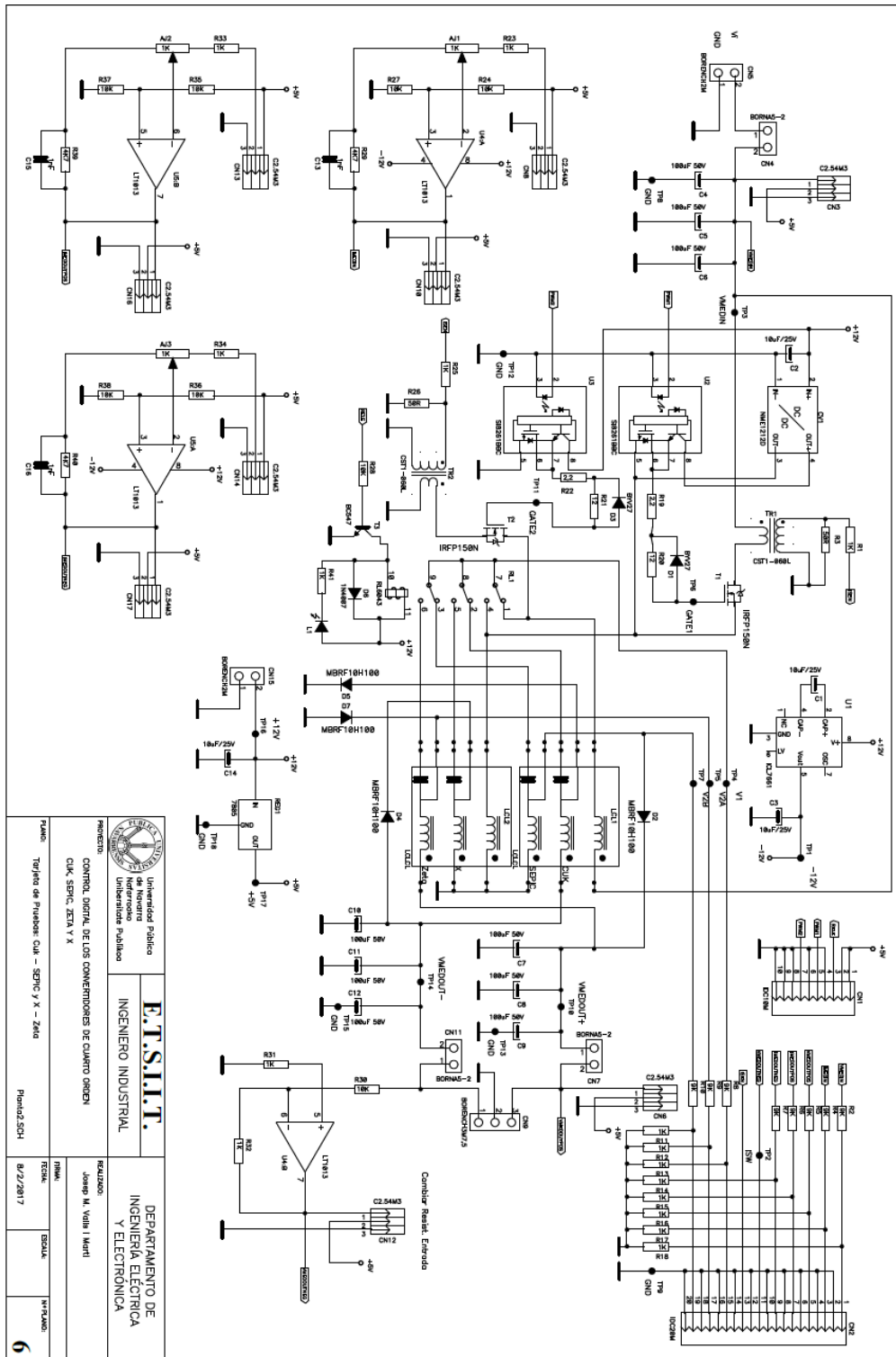


Figura 10.16: Esquema del Convertidor Cuk - SEPIC y X - Zeta

Josep M. Valls

	Universidad Pública de Navarra Universidad Pública	E.T.S.I.I.T. INGENIERO INDUSTRIAL	DEPARTAMENTO DE INGENIERIA ELECTRICA Y ELECTRONICA
	PROYECTO: CONTROL DIGITAL DE LOS CONVERTIDORES DE CUARTO ORDEN CUK, SEPIC, ZETA Y X REALIZADO: Josep M. Valls Martí		
FOLIO: 6 Tema de Prácticas Cuk - SEPIC y X - Zeta	PRACTICAS	FECHA: 8/2/2017	ESCALA:

En la Fig. 10.17 se muestra la tarjeta funcionando con un convertidor Ćuk para la parte negativa y con un convertidor SEPIC para la parte positiva.

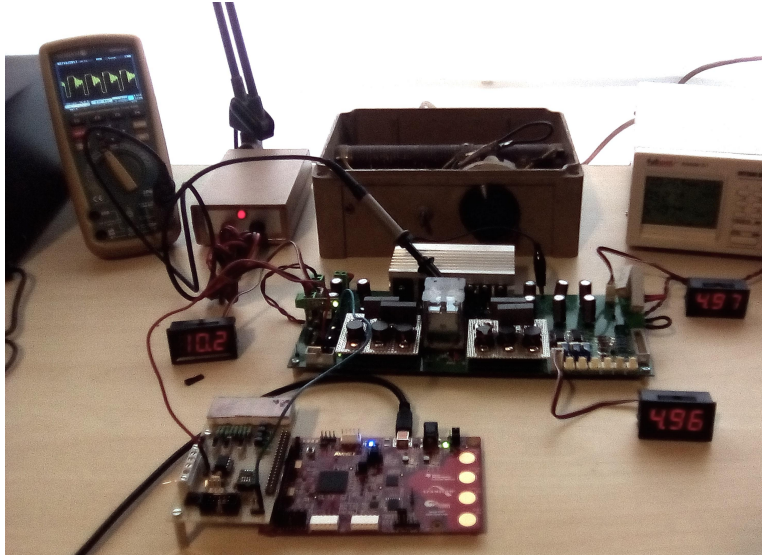


Figura 10.17: Tarjeta de pruebas funcionando como convertidor Ćuk - SEPIC

En la Fig. 10.18 se muestra la tarjeta funcionando con un convertidor X para la parte negativa y con un convertidor Zeta para la parte positiva.

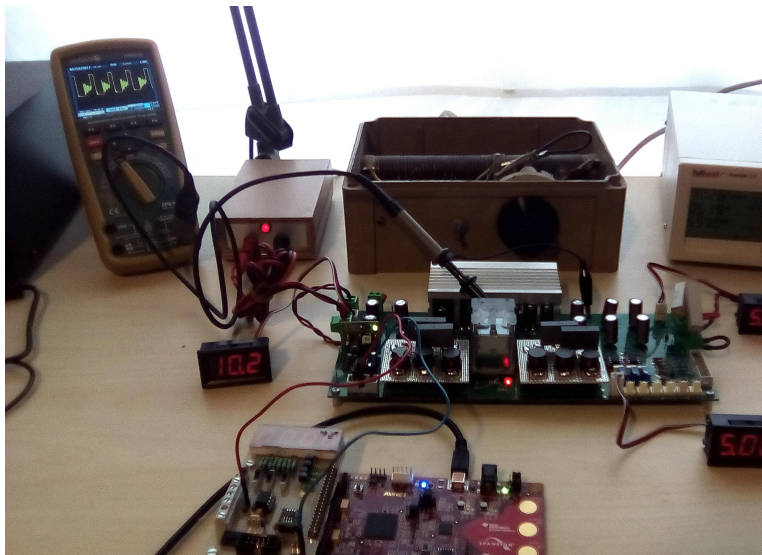


Figura 10.18: Tarjeta de pruebas funcionando como convertidor X - Zeta

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

En la Fig. 10.19 se muestra un detalla del circuito y de la tensión de entrada.

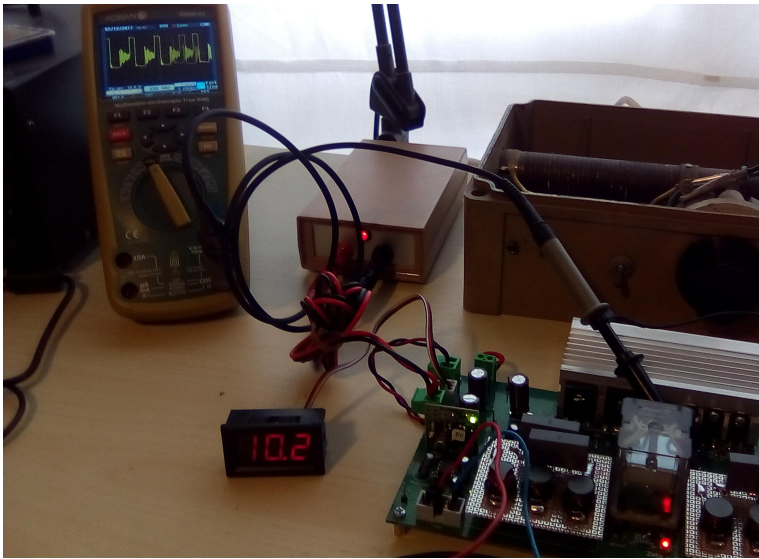


Figura 10.19: Detalle de la tensión de entrada del convertidor X - Zeta

En la Fig. 10.20 se muestra un detalla del circuito y de la tensión de salida simétrica. Hay que tener en cuenta que la tensión del voltímetro más cercano es negativa.

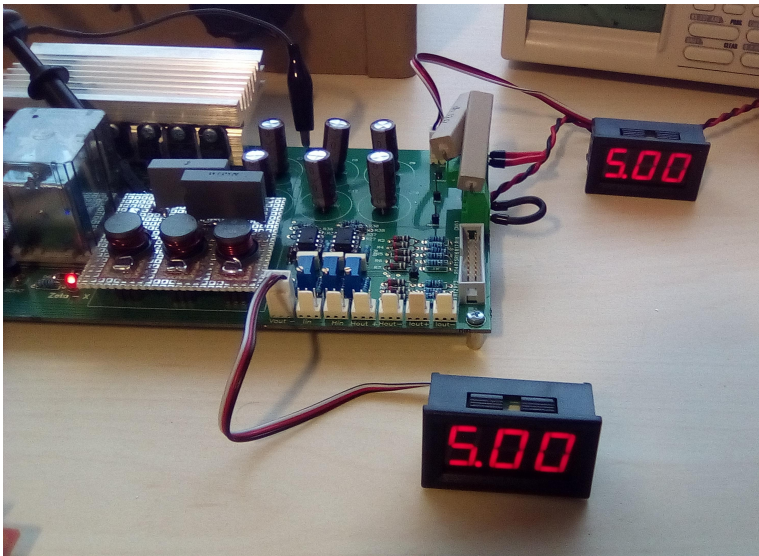


Figura 10.20: Detalle de la tensión de salida del convertidor X - Zeta

Josep M. Valls

10.4. Control digital

Todos los prototipos presentados son exclusivamente las etapas de potencia y como mucho los circuitos de acondicionamiento de las señales de medida. Para poder controlar estos convertidores en cadena abierta se diseñaron los generadores de PWM C, para hacer pruebas en cadena cerrada se usó una tarjeta de Silicon Labs la Laser Bee.

Era necesario un control en lazo cerrado para poder obtener los diagramas de Bode del convertidor en conducción continua, discontinua, de la planta y del control. El algoritmo de control más sencillo es el de modulación Delta que consiste en comparar la salida con la señal de referencia e incrementar o decrementar en un Δ la señal de control [Wik07].

10.4.1. Implementación con Laser Bee de Silicon Labs

Se ha hecho una implementación en el Starter Kit Laser Bee de Silicon Labs. A los recursos del kit se le han añadido dos convertidores analógico digitales Sigma Delta de Texas Instruments ADS1115 [Tex16] que disponen de cuatro entradas, pudiendo trabajar independientes o de forma diferencial.

En la Fig. 10.21 está el esquema de la tarjeta de adaptación entre la Laser Bee y las tarjetas de pruebas. Esta tarjeta es una placa base donde se pincha la tarjeta Laser Bee y dispone de conectores para conectarse a las tarjetas de pruebas. En esta tarjeta se han soldado una serie de terminales espada para poder colocar las sondas del osciloscopio.

A continuación está el listado del fichero "hardware.h" que es la cabecera principal del sistema. Se ha excluido por razones de espacio el resto de cabeceras.

```
#define TEST      P1_B1
#define Led_G     P1_B4
#define Led_B     P1_B5
#define Led_R     P1_B6

#define Push_0    P0_B2
#define Push_1    P0_B3

#define NPWM      P2_B2

// #define Delta      1
// #define SigmaDelta 2
// #define Adaptativo 3
// #define PID        4
#define SMC       5

#define SEPIC     40
// #define Zeta      50
```

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

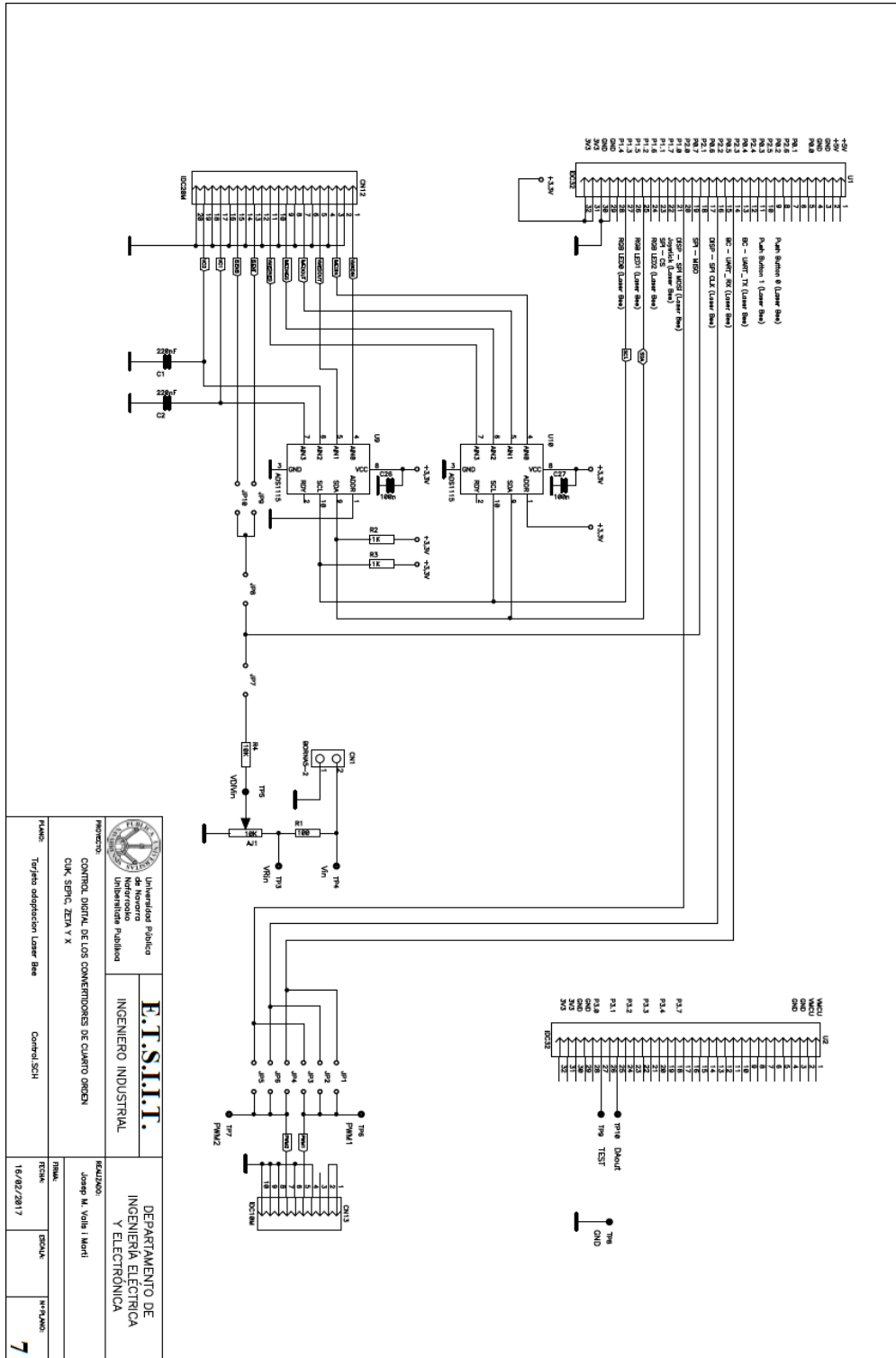


Figura 10.21: Esquema de la tarjeta de adaptación a la Laser Bee

Josep M. Valls


```

#define Frequency 1000

union TW{
    uint16_t w;
    uint8_t b[2];
};

extern uint16_t ADCJ;
extern uint16_t ADV[2], ADCV;
extern uint16_t xdata REF[2], VREF;
extern int16_t xdata ERR[2], ERROR;

extern int16_t xdata Vi, Vo, Vc, Ii, Io;

extern uint8_t timp0;
extern uint8_t timp1;
extern uint8_t tdelay;

extern bit tconv;
extern uint16_t cont_conv;

extern union TW PWM;
extern float xdata u;

// Configuración ADS1115
// b15 OS 1 - Start of Conversion
// MUX[2:0] 000 - AIN0+ AIN1- 001 - AIN0+ AIN3-
// 010 - AIN1+ AIN3- 011 - AIN2+ AIN3-
// 100 - AIN0+ GND 101 - AIN1+ GND
// 110 - AIN2+ GND 111 - AIN3+ GND
// b[11:9] PGA[2:0] 000 - 6,144V 001 - 4,096V 010 - 2,048V 011 - 1,024V
// 100 - 0,512V 101 - 0,256V 110 - 0,256V 111 - 0,256V
// b8 MODE 1 - Single shot
// b[7:5] DR[2:0] 000 - 8sps 001 - 16sps 010 - 32sps 011 - 64sps
// 100 - 128sps 101 - 250sps 110 - 475sps 111 - 860sps
// b4 COMP_MODE 0 - Traditional Comparator 1 - Window Comparator
// b3 COMP_POL 0 - Active LOW 1 - Active HIGH
// b2 COMPLATCH 0 - NO 1 - YES
// b1[1:0] COMP_QUE 00 - Assert after one conversion
// 01 - Assert after two conversions
// 10 - Assert after four conversions
// 11 - Disable Comparator

#define CNF_Vi 0xC5A3 // 1100 0101 1010 0011 SC + AIN0-GND + 2.048V + SS + 250 sps
+ 00011
#define CNF_Vo 0xD5A3 // 1101 0101 1010 0011 SC + AIN1-GND + 2.048V + SS + 250 sps
+ 00011
#define CNF_Vc 0xB5A3 // 1011 0101 1010 0011 SC + AIN2-AIN3 + 2.048V + SS + 250 sps
+ 00011
#define CNF_Io 0xC9A3 // 1100 1001 1010 0011 SC + AIN0-GND + 0.512V + SS + 250 sps
+ 00011
#define CNF_Ii 0xD9A3 // 1101 1001 1010 0011 SC + AIN0-GND + 0.512V + SS + 250 sps
+ 00011

#define I2CADR 0x90 // 1001 000R
#define I2CADR1 0x92 // 1001 001R

#ifndef PID
// -----
// ----- Definiciones y variables del PID -----
// -----
// #define AD // Definir en caso de querer Acción Derivativa
#define AI // Definir en caso de querer Acción Integral
#define T 0.001 // Tiempo de ciclo 1ms
#define Kp 0.4219 // Ganancia Proporcional

```

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

```

#define Td          0           // Ganancia Derivativa
#define Ti          0.844       // Ganancia Integral
#define N           100        // Constante de filtro de derivada
#define pd          Td / (Td + N * T)
#define qd          (Kp * Td * N) / (Td + N * T)
#define qi          Kp * T / Ti
#define umin        0.0        // El PWM es de 1024 pasos
#define umax        1000.0

extern float xdata D, In , e0 , e1;
#endif

```

Cabe destacar el hecho de que se ha empleado compilación condicional para poder tener en el mismo fichero fuente distintas posibilidades, así definiendo "Delta" o "SigmaDelta" tengo uno u otro controlador o comentando la definición de "Simple" puedo tener un controlador adaptativo. Al igual que para el PID o el SMC.

La definición de la unión "TW" me permite conectar con el byte alto o bajo de un word.

A continuación está el listado del módulo principal de programa que incluye la gestión del display, del LED tricolor, de los pulsadores y del joystick.

La función "enter_DefaultMode_from_RESET()" es la función de inicialización de los periféricos integrados y que es generada por un programa configurador incluido en el Simplicity Studio.

El convertidor ADS1115 se comunica con el microcontrolador por el puerto I2C o SMBUS que se gestiona sin interrupción.

```

//-----
// Includes
//-----
#include <SI_EFM8LB1_Register_Enums.h>           // SFR declarations
#include "Joystick.h"
#include "InitDevice.h"
#include "bsp.h"
#include "disp.h"
#include "render.h"
#include "hardware.h"
#include <string.h>
#include <float.h>
#include <stdio.h>

uint32_t mv;
uint8_t dir;
uint16_t ADCJ;
uint16_t ADV[2], ADCV; // Medida de tensión de realimentación
uint16_t xdata REF[2], VREF; // Medida de la referencia
int16_t xdata ERR[2], ERROR;

bit Pul0, MPul0; // Estado del pulsador 0 y memoria
bit Pul1, MPul1; // Estado del pulsador 1 y memoria

bit tconv; // Flag para la rutina de display de medidas

```

Josep M. Valls

```

uint16_t cont_conv;           // Contador para las medidas

uint8_t timp0;
uint8_t timp1;
uint8_t tdelay;

char xdata texto[32];

union TW PWM;

union TW AUXDA;
uint8_t STCONV;
int16_t xdata Vi, Vo, Vc, Ii, Io;

uint8_t y;
uint8_t line[DISP_BUF_SIZE];
float xdata v, i, rena, ren;
float xdata frq;
float xdata rend[5];
uint8_t irn;

float xdata u;

#ifdef PID
float xdata D, In , e0 , e1;
#endif

void delay(uint8_t tiempo) {
    tdelay = tiempo;
    while (tdelay);
}

void StartConv(uint8_t adr, uint16_t cnf) {
    union TW Conf;

    SFRPAGE = LEGACY_PAGE;
    Conf.w = cnf;
    SMB0CN0_STA = 1;
    SMB0CN0_SI = 0;           // Inicia el proceso (envía START)
    while (!SMB0CN0_SI);     // Espera a que acabe
    SMB0CN0_STA = 0;         // Limpia el Start
    SMB0CN0_STO = 0;
    SMB0DAT = adr;           // Escribe la dirección
    SMB0CN0_SI = 0;
    while (!SMB0CN0_SI);     // Espera a que acabe
    SMB0DAT = 0x01;           // Registro de Configuración
    SMB0CN0_SI = 0;
    while (!SMB0CN0_SI);     // Espera a que acabe
    SMB0DAT = Conf.b[0];     // Escribe la parte alta de la configuración
    SMB0CN0_ACK = 1;
    SMB0CN0_SI = 0;
    while (!SMB0CN0_SI);     // Espera a que acabe
    SMB0DAT = Conf.b[1];     // Escribe la parte alta de la configuración
    SMB0CN0_ACK = 0;
    SMB0CN0_SI = 0;
    while (!SMB0CN0_SI);     // Espera a que acabe
    SMB0CN0_STO = 1;         // Fin de la escritura
    SMB0CN0_SI = 0;
}

int16_t Conversion(uint8_t adr) {
    union TW Conv;

    SFRPAGE = LEGACY_PAGE;

```

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

```

SMB0CN0_STA = 1;
SMB0CN0_SI = 0;
while (!SMB0CN0_SI); // Espera a que acabe
SMB0CN0_STA = 0; // Limpia el Start
SMB0CN0_STO = 0;
SMB0DAT = adr; // Escribe la dirección
SMB0CN0_SI = 0;
while (!SMB0CN0_SI); // Espera a que acabe
SMB0DAT = 0x0; // Registro de Datos
SMB0CN0_SI = 0;
while (!SMB0CN0_SI); // Espera a que acabe

SMB0CN0_STA = 1;
SMB0CN0_SI = 0; // Envía START para continuar con la lectura
while (!SMB0CN0_SI); // Espera a que acabe
SMB0CN0_STA = 0; // Limpia el Start

SMB0DAT = adr | 1; // Escribe la parte alta de la dirección + READ
SMB0CN0_SI = 0; // Escribe el comando + parte alta de la dirección
while (!SMB0CN0_SI); // Espera a que acabe

SMB0CN0_SI = 0;
while (!SMB0CN0_SI);
Conv.b[0] = SMB0DAT;
SMB0CN0_SI = 0;
while (!SMB0CN0_SI);
Conv.b[1] = SMB0DAT;

SMB0CN0_STO = 1; // Fin de la escritura
SMB0CN0_SI = 0;
return (Conv.w);
}

//-----
// main() Routine
//-----
int main(void) {
// Call hardware initialization routine
enter_DefaultMode_from_RESET();

// Enable all interrupts
IE_EA = 1;

DISP_Init();

SFRPAGE = PG2PAGE; // Establecer el ciclo de control según Frequency
TMR4RLH = (0x10000 - 6000000 / Frequency) >> 8;
TMR4RLL = (0x10000 - 6000000 / Frequency) & 0xFF;
SFRPAGE = LEGACY_PAGE;

for (y = 0; y < FONTHEIGHT; y++) { // Escribir en la pantalla el tipo de
convertidor
#ifdef SEPIC
    RENDER_StrLine(line, 3, y, "Convertidor_-_SEPIC");
#endif
#ifdef Zeta
    RENDER_StrLine(line, 3, y, "Convertidor_-_Zeta");
#endif
    DISP_WriteLine(4 + y, line);
}

// Inicializar las variables de control
TEST = 1;
PWM.w = 10;
REF[0] = 10;

```

Josep M. Valls

```

REF[1] = 10;
VREF = 10;
ERR[0] = 0;
ERR[1] = 0;
#ifdef PID
    In = 0;          // Inicializar la acción integral en PID
#endif

// Desactiva la rectificación síncrona
NPWM = 0;
SFRPAGE = PG3.PAGE;
CLEN0 = CLEN0_C0EN_DISABLE | CLEN0_C1EN_DISABLE | CLEN0_C2EN_DISABLE
        | CLEN0_C3EN_DISABLE;
SFRPAGE = LEGACY_PAGE;
for (y = 0; y < FONT.HEIGHT; y++) {
    RENDER_StrLine(line, 3, y, "Sync_Rec_--OFF");
    DISP_WriteLine(20 + y, line);
}

// Imprime el tipo de control
for (y = 0; y < FONT.HEIGHT; y++) {
#ifdef Delta
#ifdef Adaptativo
    RENDER_StrLine(line, 3, y, "DELTA_--Adaptativo");
#else
    RENDER_StrLine(line, 3, y, "DELTA_--Normal");
#endif
#endif
#ifdef SigmaDelta
#ifdef Adaptativo
    RENDER_StrLine(line, 3, y, "SIGMA-DELTA_--Adap.");
#else
    RENDER_StrLine(line, 3, y, "SIGMA-DELTA_--Normal");
#endif
#endif
#ifdef PID
    sprintf(texto, "Control_P");
#ifdef AI
    sprintf(texto, "%I", texto);
#endif
#ifdef AD
    sprintf(texto, "%D", texto);
#endif
    RENDER_StrLine(line, 3, y, texto);
#endif
#ifdef SMC
    RENDER_StrLine(line, 3, y, "Sliding_Mode_Control");
#endif
    DISP_WriteLine(36 + y, line);
}

// Mide la frecuencia del ciclo de control
SFRPAGE = PG2.PAGE;
frq = 0x10000 - (TMR4RLH << 8 | TMR4RLL);
sprintf(texto, "Freq_--%3.1f_kHz", 6000 / frq);
SFRPAGE = LEGACY_PAGE;
for (y = 0; y < FONT.HEIGHT; y++) {
    RENDER_StrLine(line, 3, y, texto);
    DISP_WriteLine(52 + y, line);
}

// Arranca los convertidores

```

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

```

StartConv(I2CADR, CNF_Vi);
StartConv(I2CADR1, CNF_Ii);
STCONV = 0;
Vi = 0;
irn = 0;

// Bucle infinito del programa principal
while (1) {

    mv = ((uint32_t) ADCJ) * 3300 / 1024;

    dir = JOYSTICK_convert_mv_to_direction(mv);

    if (dir == JOYSTICK_W) {
        Led_R = 0;
        P2_B2 = 0;
        SFRPAGE = PG3_PAGE;
        CLEN0 = CLEN0_C0EN_DISABLE | CLEN0_C1EN_DISABLE
                | CLEN0_C2EN_DISABLE | CLEN0_C3EN_DISABLE;
        SFRPAGE = LEGACY_PAGE;

        for (y = 0; y < FONTHEIGHT; y++) {
            RENDER_StrLine(line, 3, y, "Sync..Rec.._OFF");
            DISP_WriteLine(20 + y, line);
        }
    }
    if (dir == JOYSTICK_N)
        Led_B = 0;
    if (dir == JOYSTICK_E) {
        Led_G = 0;
        SFRPAGE = PG3_PAGE;
        CLEN0 = CLEN0_C0EN_DISABLE | CLEN0_C1EN_DISABLE
                | CLEN0_C2EN_ENABLE | CLEN0_C3EN_DISABLE;
        SFRPAGE = LEGACY_PAGE;

        for (y = 0; y < FONTHEIGHT; y++) {
            RENDER_StrLine(line, 3, y, "Sync..Rec.._ON");
            DISP_WriteLine(20 + y, line);
        }
    }
    if (dir == JOYSTICK_S) {
        Led_R = 0;
        Led_B = 0;
        Led_G = 0;
    }
    if (dir == JOYSTICK_NONE) {
        Led_R = 1;
        Led_B = 1;
        Led_G = 1;
    }
    if (dir == JOYSTICK_C) {
        Led_R = 0;
        Led_B = 0;
    }
}

if (!Push_0 && !timp0) Pul0 = 1;
if (Push_0) {
    timp0 = 5;
    Pul0 = 0;
}
if (!Push_1 && !timp1) Pul1 = 1;
if (Push_1) {
    timp1 = 5;
    Pul1 = 0;
}

```

Josep M. Valls

```

    }

    if (Pul0 && !MPul0) {
        if (PWM.w < 1000)
            PWM.w += 100; // 1003 = 1023 - 20
        else
            PWM.w = 1000;
    }
    if (Pul1 && !MPul1) {
        if (PWM.w > 100)
            PWM.w -= 100; // 1003 = 1023 - 20
        else
            PWM.w = 0;
    }

    MPul0 = Pul0;
    MPul1 = Pul1;

    if (tconv) {
        tconv = 0;

        switch (STCONV) {
            case 0:
#ifdef Zeta
                Vi = Conversion(I2CADR);
#endif
#ifdef SEPIC
                Vo = Conversion(I2CADR);
#endif
                Ii = Conversion(I2CADR1);
                delay(10);
                StartConv(I2CADR, CNF_Vo);
                StartConv(I2CADR1, CNF_Io);
                STCONV = 1;
                break;
            case 1:
#ifdef Zeta
                Vo = Conversion(I2CADR);
#endif
#ifdef SEPIC
                Vi = Conversion(I2CADR);
#endif
                Io = Conversion(I2CADR1);
                delay(10);
                StartConv(I2CADR, CNF_Vc);
                STCONV = 2;
                break;
            case 2:
#ifdef Zeta
                Vc = Conversion(I2CADR);
#endif
#ifdef SEPIC
                Vc = -Conversion(I2CADR);
#endif
                delay(10);
                StartConv(I2CADR, CNF_Vi);
                StartConv(I2CADR1, CNF_Ii);
                STCONV = 0;
                break;
        }
    }

    v = Vi * 20.48 / 32767;
    i = Ii * 5.12 / 32767;
    rena = v * i;

```

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

```

    sprintf(texto, "Vi=_%4.1fV__Ii=_%4.2fA", v, i);
    for (y = 0; y < FONT_HEIGHT; y++) {
        RENDER_StrLine(line, 3, y, texto);
        DISP_WriteLine(84 + y, line);
    }
    v = Vo * 20.48 / 32767;
    i = Io * 5.12 / 32767;
    rend[irn] = v * i / rena;
    irn++;
    irn %= 5;

    ren = 0;
    for (y=0; y < 5; y++) ren += rend[y];
    ren /= 5;

    sprintf(texto, "Vo=_%4.1fV__Io=_%4.2fA", v, i);
    for (y = 0; y < FONT_HEIGHT; y++) {
        RENDER_StrLine(line, 3, y, texto);
        DISP_WriteLine(100 + y, line);
    }
    v = Vc * 20.48 / 32767;
    sprintf(texto, "Vc=_%4.1fV__r=_%4.1f%%", v, ren * 100);
    for (y = 0; y < FONT_HEIGHT; y++) {
        RENDER_StrLine(line, 3, y, texto);
        DISP_WriteLine(116 + y, line);
    }
}
}
}

```

Para probar la estabilidad del sistema cada uno de los pulsadores desplaza el PWM en 100 puntos.

Finalmente se lista el módulo de interrupciones "interrupts.h" que incluye una sola interrupción la del Timer4 que marca el tiempo del ciclo de control.

```

//=====
// src/Interrupts.c: generated by Hardware Configurator
//
// This file will be regenerated when saving a document.
// leave the sections inside the "$[...]" comment tags alone
// or they will be overwritten!!
//=====

// USER INCLUDES
#include <SI_EFM8LB1_Register_Enums.h>
#include "hardware.h"
#include <math.h>

union TW Aux;
#ifdef Adaptativo
uint16_t KP;
#endif

float xdata auxfn, auxfd;
uint16_t xdata PWMN[16];
uint8_t ipwm, j;

//=====
// TIMER4_ISR
//=====

```

Josep M. Valls


```

//
// TIMER4 ISR Content goes here. Remember to clear flag bits:
// TMR4CN0::TF4H (Timer # High Byte Overflow Flag)
// TMR4CN0::TF4L (Timer # Low Byte Overflow Flag)
//
//-----
__TIM4_IRQ_HANDLER__
__weak
void TIM4_IRQHandler(void)
{
    TEST = 0; // Pongo a cero la señal de TEST

    TMR4CN0 &&= ~TMR4CN0_TF4H_BMASK; // Limpio el flag de la interrupción

    SFRPAGE = LEGACY_PAGE; // Inicio la conversión de la variable
    ADC0CN0_ADINT = 0; // controlada
    ADCJ = ADC0;
    ADC0MX = ADC0MX_ADC0MX_ADC0P14;
    ADC0CN0_ADBUSY = 1;
    while (!ADC0CN0_ADINT); // Espero a que acabe el proceso de
        conversión
    ADC0CN0_ADINT = 0;
    ADCV = ADC0;
    ADC0MX = ADC0MX_ADC0MX_ADC0P13; // Reconfiguro el convertidor al Joystick
    ADC0CN0_ADBUSY = 1;

    ADV[1] = ADV[0]; // Actualizo las muestras
    ADV[0] = ADCV;

#ifdef Delta
#ifdef Adaptativo
    if (ADCV < VREF) {
        ERR[0] = VREF - ADCV; // u[n] = |x[n] - ya[n]|
        KP = ERR[0] >> 1;
        if (KP > 200) KP = 200;
        PWM.w += KP;
        if (PWM.w > 900) PWM.w = 900;
    }
    if (ADCV > VREF) {
        ERR[0] = ADCV - VREF; // u[n] = |x[n] - ya[n]|
        KP = ERR[0] >> 1;
        if (KP > 200) KP = 200;
        if (PWM.w > KP) PWM.w -= KP;
        else PWM.w = 0;
    }
}
#else
    if (ADCV < VREF) {
        if (PWM.w < 900) PWM.w++;
        else PWM.w = 900;
    }
    if (ADCV > VREF) {
        if (PWM.w > 0) PWM.w--;
        else PWM.w = 0;
    }
}
#endif
#endif

#ifdef SigmaDelta
ERR[0] = VREF - ADCV; // u[n] = x[n] - ya[n]
ERROR = ERR[0] + ERR[1]; // v[n] = u[n-1] + v[n-1]
#endif
#ifdef Adaptativo
    if (ERROR > 0 ) { // y[n] = 1 -> v[n] > 0
        KP = ERROR >> 1;
        if (KP > 200) KP = 200;
        PWM.w += KP;
        if (PWM.w > 900) PWM.w = 900;
    }
}

```

```

if (ERROR < 0) {
    KP = -ERROR >> 1;
    if (KP > 200) KP = 200;
    if (PWM.w > KP) PWM.w -= KP;
    else PWM.w = 0;
}
#else
if (PWM.w < 900) PWM.w++;
else PWM.w = 900;
if (ERROR < 0) {
    if (PWM.w > 0) PWM.w--;
    else PWM.w = 0;
}
#endif
#endif

#ifdef PID
// ----- Rutina de cálculo del PID -----
e0 = (float)VREF - (float)ADCV; // Cálculo del error

#ifdef AD // Cálculo del término derivativo si procede
D = pd * D + qd * (float) (e0 - e1) ;
#endif

#ifdef AI // Cálculo del término integral si procede. Con anti -
WINDUP
if (In < umin) In = umin;
if (In > umax) In = umax;
if (((u > umin) || (e0 > 0)) && ((u < umax) || (e0 < 0))) In = In + qi * e0;
#endif

u = Kp * e0 ; // Cálculo del término proporcional

#ifdef AD // Suma del término Derivativo si procede
u += D;
#endif

#ifdef AI // Suma del término Integral si procede
u += In ;
#endif

if (u < umin) u = umin ; // Comprobación de saturación
if (u > umax) u = umax;
e1 = e0 ;
PWM.w = u;
#endif

#ifdef SMC
if ((Vi > 8000) && (Vc > 8000)){
    auxfn = (float)(Vc/16 + VREF - Vi/16);
    auxfd = (float)(Vc/16 + ADV[0]);
}
else {
    auxfn = (float)VREF;
    auxfd = (float)(1000 + ADV[0]);
}
u = auxfn/auxfd;
if (u < 0) u = 0.1;
if (u > 0.9) u = 0.9;

PWM.w = u * 1000;
#endif
#endif

```

Josep M. Valls

```

// Activación de la Salida principal y la
// Salida complementaria para Rectificación síncrona
Aux.w = PWM.w + 10;
PCA0PWM |= PCA0PWMLARSEL_AUTORELOAD;
PCA0CPL0 = PWM.b[1];
PCA0CPH0 = PWM.b[0];
PCA0CPL3 = Aux.b[1];
PCA0CPH3 = Aux.b[0];
PCA0PWM &= ~PCA0PWMLARSEL_AUTORELOAD;

// Activación de una salida analógica de 12bits para el
// analizador de redes
Aux.w = PWM.w << 2;
SFRPAGE = PG4_PAGE;
DAC0H = Aux.b[0];
DAC0L = Aux.b[1];

ERR[1] = ERR[0]; // Actualización del error
TEST = 1; // Desactivación de la señal de TEST
}

//-----
// TIMER5_ISR
//-----
//
// TIMER5_ISR Content goes here. Remember to clear flag bits:
// TMR5CN0::TF5H (Timer # High Byte Overflow Flag)
// TMR5CN0::TF5L (Timer # Low Byte Overflow Flag)
//-----
SL_INTERRUPT (TIMER5_ISR, TIMER5_IRQn)
{
    if (timp0) timp0--;
    if (timp1) timp1--;
    if (tdelay) tdelay--;

    // Bloque conductor
    if (Vi >= 8000) { // Si la tensión de entrada es superior a 5,0V
        if (REF[0] < 500) REF[0]+=10;// Rampa de arranque.
    }
    else {
        REF[0] = 10;
    }
    REF[1] = REF[0]; // La rampa de referencia se actualiza a 1ms
    VREF = (REF[0] + REF[1]) / 2;

    cont_conv++;
    if (cont_conv == 250) {
        cont_conv = 0;
        tconv = 1;
    }

    // Overflows every 1000 us
    TMR5CN0 &= ~TMR5CN0_TF5H_BMASK;
}

```

En la Fig. 10.22 se muestra el circuito funcionando con el control del convertidor Zeta .

En la Fig. 10.23 se muestra la misma tarjeta con el programa de control del convertidor SEPIC.

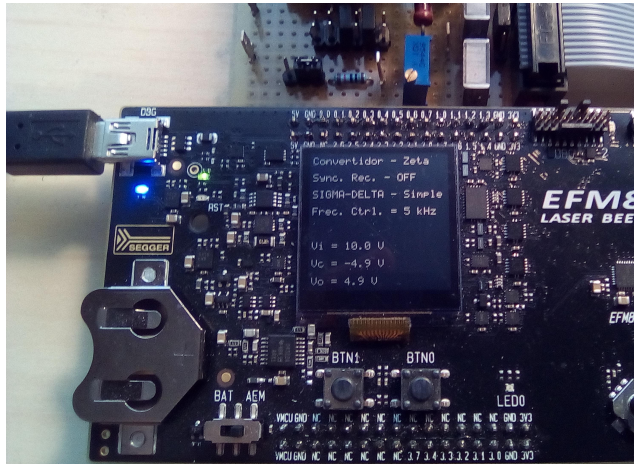


Figura 10.22: Circuito de control para el convertidor Zeta

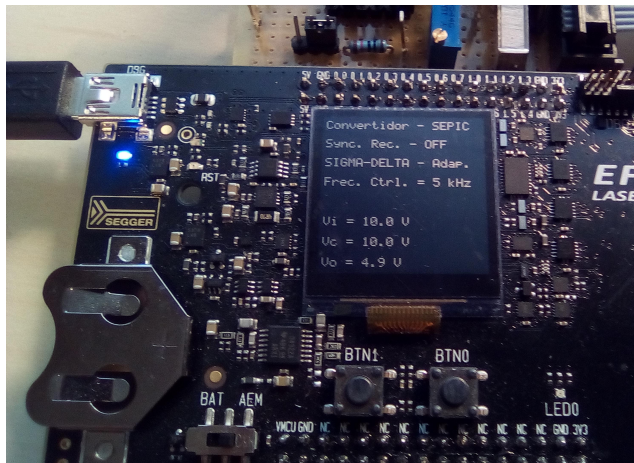


Figura 10.23: Circuito de control para el convertidor SEPIC

Josep M. Valls

En la Fig. 10.24 está la captura de pantalla del osciloscopio con el sistema funcionando en Modo de Conducción Continua y en la Fig. 10.25 está la captura de la pantalla del osciloscopio funcionando en Modo de Conducción Discontinua.

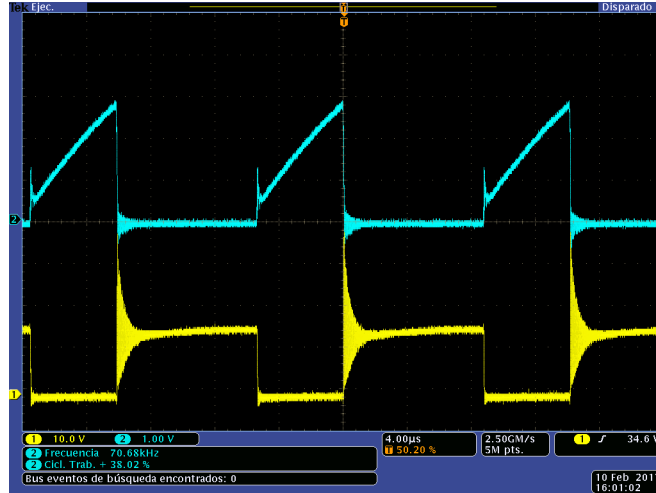


Figura 10.24: Captura de osciloscopio del sistema funcionando en Modo de Conducción Continua

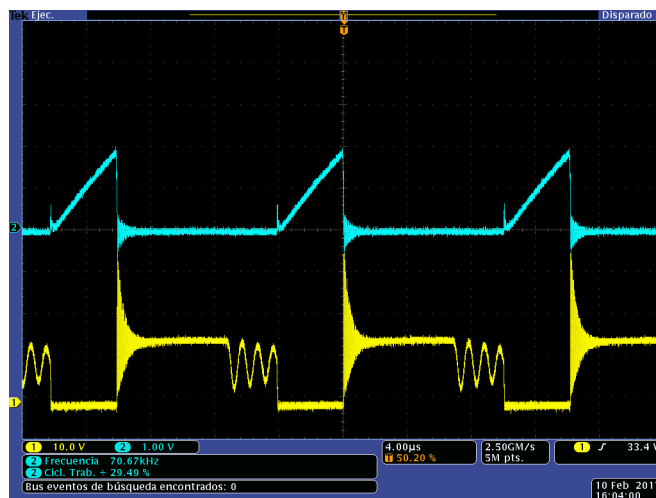


Figura 10.25: Captura de osciloscopio del sistema funcionando en Modo de Conducción Discontinua

En la tabla 10.1 se muestra el coste computacional en microsegundos de la interrupción según el algoritmo de control. La medida se hace en el pin P3.0 o señal de TEST, que se pone a cero al inicio de la interrupción y se vuelve a uno al final.

Tabla 10.1: Coste computacional de los algoritmos

Algoritmo	Tipo	Coste en μs
Delta (Δ)	Normal	3,4
Delta (Δ)	Adaptativo	3,9
Sigma-Delta ($\Sigma\Delta$)	Normal	3,7
Sigma-Delta ($\Sigma\Delta$)	Adaptativo	4,2
PID	PI (coma flotante)	52,4
SMC	Enteros escalados	64

En la Fig. 10.26 puede verse al sistema funcionando con rectificación normal y modo de conducción discontinua, y puede verse que la corriente se anula en la inductancia. En las mismas condiciones de ciclo de trabajo, carga y tensión de entrada, cuando se usa la rectificación síncrona, como se muestra en la Fig. 10.27 la corriente en la bobina no se anula, sino que pasa a ser negativa, por lo que se puede afirmar que el modo de conducción discontinuo con rectificación síncrona en estos circuitos no existe. Además el rendimiento del sistema funcionando con rectificación síncrona para cargas ligeras es peor que funcionando en modo de conducción discontinua [AP10].

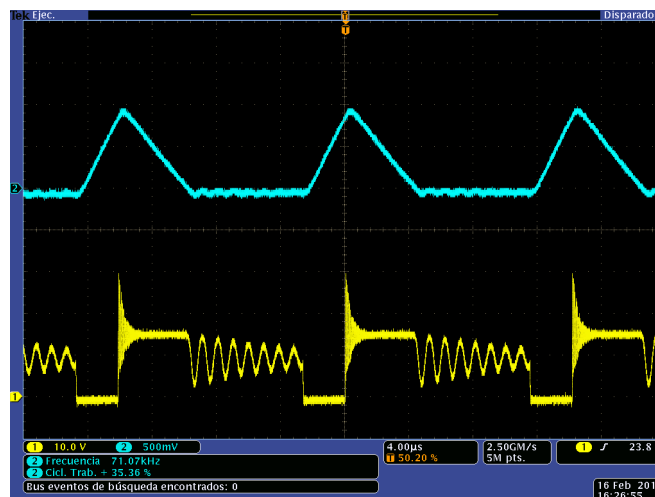


Figura 10.26: Captura de osciloscopio del sistema funcionando con Rectificación Normal

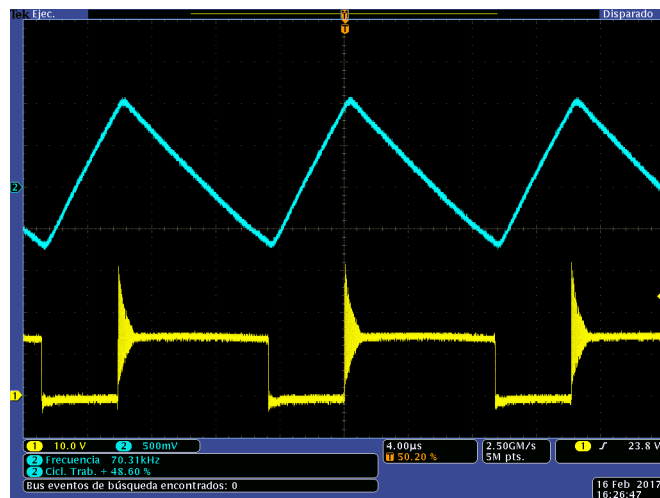


Figura 10.27: Captura de osciloscopio del sistema funcionando con Rectificación Síncrona

10.5. Caracterización experimental

Se intentó hacer una caracterización experimental de los convertidores [IEC06], pero el resultado no fue satisfactorio. Se supone que tanto el tiempo de ciclo del convertidor ($1ms$ a $25\mu s$) no permitía un análisis fiable.

En la Fig. 10.28 se muestra la superposición de los diagramas de Bode obtenidos por las funciones de transferencia en cadena abierta y el obtenido en cadena abierta con el equipo AP200, para el convertidor SEPIC.

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

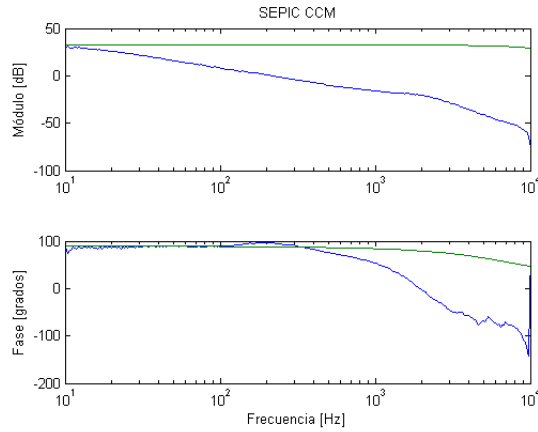


Figura 10.28: Superposición del Bode teórico y experimental del convertidor SEPIC

En la Fig. 10.29 es la misma composición, pero en este caso para el convertidor Zeta

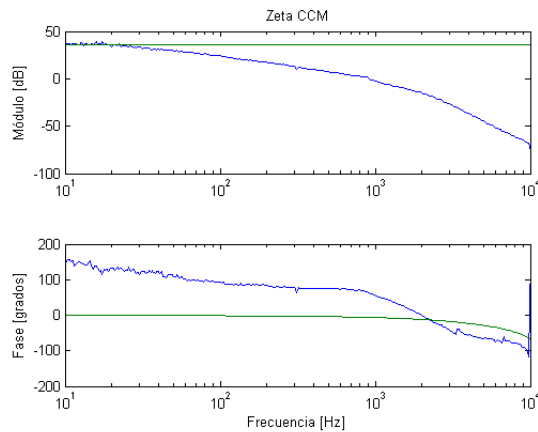


Figura 10.29: Superposición del Bode teórico y experimental del convertidor Zeta

10.6. Carga electrónica

Inicialmente se diseñó una carga electrónica para poder comprobar el comportamiento dinámico de los convertidores, hay un prototipo que en la actualidad está en fase de montaje y cuyo esquema se muestra en la Fig. 10.30.

Josep M. Valls

Este diseño se compone de tres cargas electrónicas que pueden trabajar en paralelo. Dos de ellas consisten en un generador de corriente analógico pilotado por uno de los dos convertidores analógicos digitales del microcontrolador. La tercera consiste en una carga fija que es conmutada por un transistor que trabaja con PWM produciendo una corriente media en función del ciclo de trabajo.

Aunque este fue uno de los primeros diseños que se hicieron, a la conclusión de este trabajo está en fase montaje y pruebas, por lo que simplemente se presenta el esquemático.

Conclusión

Se ha comprobado un algoritmo de control muy sencillo con un coste computacional muy bajo, aunque se ha preparado el firmware para implementar los algoritmos encontrados en el control por pico de corriente y el control deslizante, no se han podido probar.

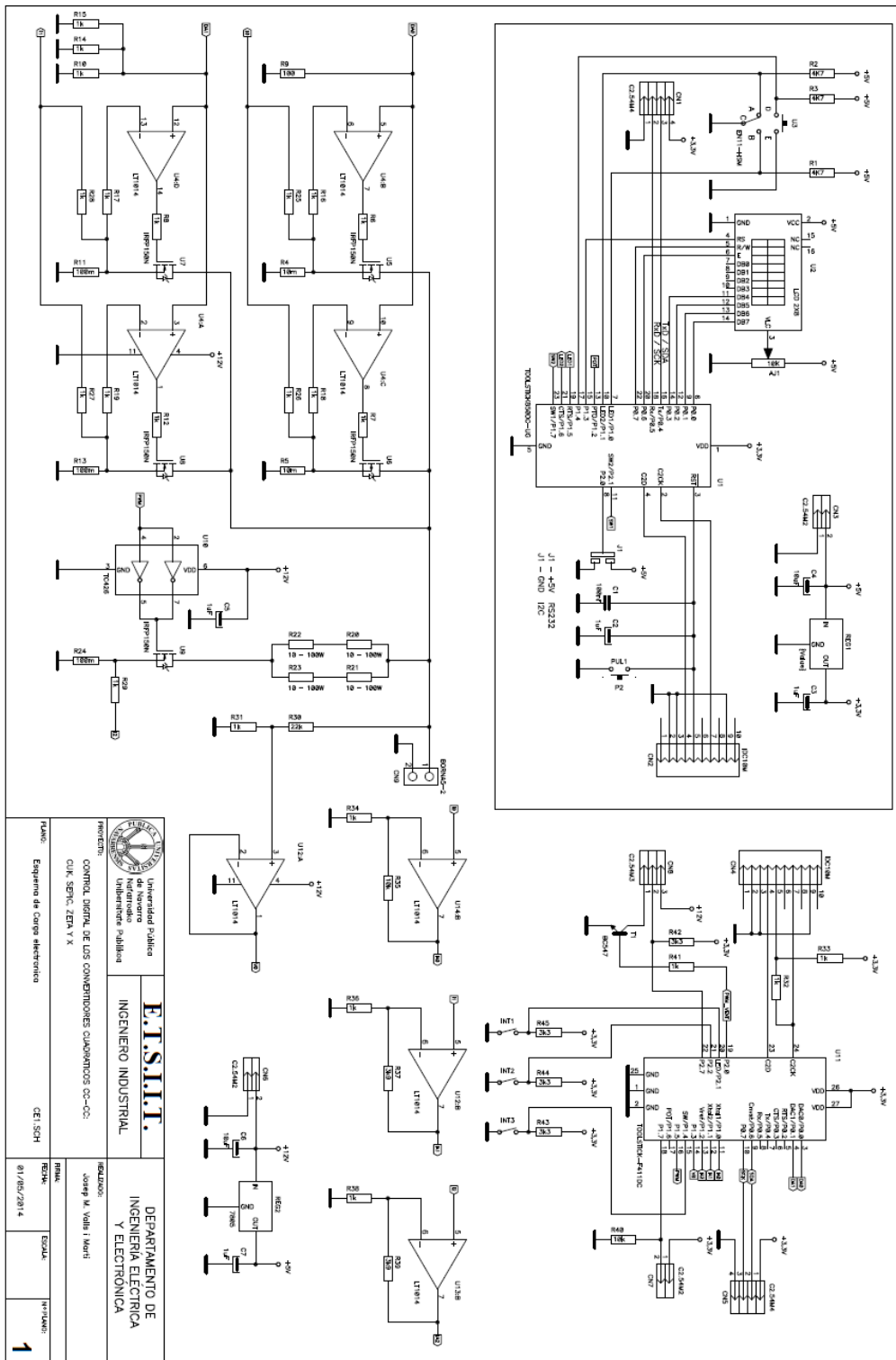


Figura 10.30: Esquema de la carga electrónica

Josep M. Valls

<p> Universidad pública de Navarra Universidad publikoa Nafarroako </p>	F.I.S.I.I.T. INGENIERO INDUSTRIAL	DEPARTAMENTO DE INGENIERIA ELECTRICA Y ELECTRONICA
	PROYECTO: CONTROL DIGITAL DE LOS CONVERTIDORES CUADRICONTOS CC-CC C.I.K. SEPIC, ZETA Y X	
PLAN: Esquema de carga electrónica	CEI SCH	FECHA: 01/06/2014
		ESCALA: 1

Parte III

**CONCLUSIONES, REFERENCIAS
Y APÉNDICES**

Conclusiones y Trabajo Futuro

El estudio de los convertidores de la clase de $\hat{C}uk$ ha permitido encontrar algunas de sus similitudes y sus diferencias, básicamente son el mismo convertidor, en el que la etapa de entrada genera una salida en onda cuadrada, acoplada mediante un condensador a una etapa de salida que actúa como un filtro paso bajo con una inductancia.

Hace ya varios años al estudiar los convertidores de $\hat{C}uk$, SEPIC y Zeta, observé que había una topología que no estaba descrita, al ir estudiando los convertidores y ver sus propiedades se encontraron poderosas razones para que nadie se aventurara en trabajar con este convertidor. El mayor inconveniente de este convertidor es que las corrientes de entrada y salida son de forma cuadrada generando mucho más rizado de corriente que requiere ser filtrado. Según este criterio el convertidor de $\hat{C}uk$ es el que tiene mejor comportamiento ya que las corrientes de entrada y salida son de forma triangular con mucho menos rizado. El convertidor Zeta tiene poco rizado en la corriente de salida y el convertidor SEPIC en la corriente de entrada. Es un convertidor que invierte la polaridad y hay otro convertidor más sencillo, el convertidor BUCK-BOOST que tiene sus mismas características, pero que sus funciones de transferencia son de segundo orden. Por otra parte al tener dos inductancias acopladas con un condensador, algunas personas no consideran que sea un convertidor distinto del BUCK-BOOST, la opinión del autor y de su director es que los modelos de pequeña señal son de cuarto orden como corresponde a los convertidores de la clase y la función de transferencia en gran señal es la misma que el convertidor BUCK-BOOST e igual al convertidor de $\hat{C}uk$. Quizás una de las pocas características interesantes es que su diagrama de Bode en el control por pico de corriente es mucho más liso que el de $\hat{C}uk$ o el Zeta o lo que es lo mismo que variaciones en la acción de control no producen modificaciones de ganancia bruscas y junto con el SEPIC es más fácil de controlar.

Una de las preguntas más frecuentes es porque se ha escogido el nombre de convertidor X, la razón es que ya habiendo un convertidor con el nombre de Zeta no podía usarse para denominarlo con la última letra del abecedario como convertidor menos significativo, el hecho de completar la clase de $\hat{C}uk$ y que en alguna referencia se denominaba como el convertidor perdido nos hizo pensar que "x" podía ser un buen nombre. De hecho el primer intento de publicar un artículo se escogió el título "X converter, the long lost brother of $\hat{C}uk$ family converters", pero parecía poco serio para un artículo

científico. En cierto momento surgió la duda de si el nombre podría ser interpretado como la incognita, sobrevalorando la importancia del mismo convertidor.

Estos circuitos son bilineales, esto quiere decir [HSRLS05] que el sistema es lineal en las variables de estado y en el control, pero no en ambas. Esto es debido a que hay productos de variables de estado con la variable de control. Estos sistemas requieren ser linealizados, pero tienen una mejor controlabilidad que los sistemas lineales.

La función de transferencia control-salida ($G_{vd} = V_o(s)/d(s)$) depende básicamente de la etapa de salida, lo que conlleva que el convertidor de Ćuk y Zeta tengan la misma función de transferencia y que SEPIC y X también, tanto en bucle abierto como en control por pico de corriente.

Por otra parte los cuatro convertidores presentan un control de fase no-mínima o inverso inestable, ya que tienen al menos un cero positivo. También se ha observado que si no se introduce ninguna resistencia de pérdidas, bien en los condensadores, bien en las inductancias el resultado de la función de transferencia es poco realista, presentando todos los ceros positivos cuando en realidad hay un cero complejo conjugado con parte real negativa.

El método de Vorperian de promediado de circuitos [Vor90b], [Vor90c], [Vor90a] y [Vor04], simplifica el análisis de estos circuitos no-lineales, al incluir en el modelo de interruptor PWM todas las no-linealidades del circuito. El modelo resultante es un modelo lineal y el problema se reduce al análisis de una red lineal.

A la hora de poder plantear las ecuaciones de las funciones de transferencia se observó que considerar el modelo de componentes ideales sin pérdidas era poco realista, de hecho la función de transferencia del convertidor SEPIC encontrada difería bastante de la que ofrecía Erickson en [EM01]. Al intentar resolver las ecuaciones diferenciales de cuarto orden que definían el sistema se empezó a usar el lenguaje simbólico de Matlab, pero requería un procesamiento posterior de simplificación importante. Se intentó encontrar alguna relación significativa a las matrices de sistema o a su determinante que es el denominador de la función de transferencia, pero fue un camino sin salida, al menos no se supo encontrar. Se encontró el artículo de Ekrem Cengelci [Cen08] que ofrecía un método automatizado que evitaba los errores de manipulación manual del álgebra asociada, gracias al programa SAPWIN [oFDoET01]. Gracias a Richard Márquez y su plataforma de código online OctaveRS [Mar16] se consiguió un método para aplicar valores a las funciones de transferencia y obtener los diagramas de Bode y los polos y ceros de las funciones de transferencia en cuestión de minutos. Este hallazgo permitió poder comparar las distintas funciones de transferencia, incluyendo o sacando resistencias de pérdidas, o analizar la función control-salida o entrada-salida de forma muy fácil añadiendo o sacando elementos de un esquema.

A lo largo del desarrollo del presente trabajo han aparecido nuevos temas que requerirían cada uno de ellos un capítulo como puede ser el modelo de Hammerstein [FAC08] que mediante un método adaptativo numérico permite encontrar una función de transferencia con simples medidas de tensión.

Otro tema interesante para tratar es el de los convertidores conmutados en un ciclo [SC91] - [SC95], que consiste en integrar la tensión a la entrada de la etapa de salida y de esta forma determinar en cada ciclo el ciclo de trabajo. Hay buenas perspectivas para utilizar una FPGA (*Field Programmable Gate Array*, Lógica programable en campo) en la integración y la determinación del ciclo de trabajo ya que el tiempo de descarga "reset" es muy pequeño igual a un periodo de la frecuencia del reloj de la FPGA (p.e. si se trabaja con 100MHz es de 10ns).

Bibliografía

- [All12] Allegro. Acs712 - fully integrated, hall effect-based linear current sensor ic, Nov 2012.
- [ANRS06] Pedro Cabrera Cámara Antonio Nevado Reviriego and Juan Manuel Martín Sánchez. *Conceptos básicos de filtrado, estimación e identificación*. UNED, Oct 2006.
- [AP10] Y. Chen; P. Asadi and P. Parto. Comparative analysis of power stage losses for synchronous buck converter in diode emulation mode vs. continuous conduction mode at light load condition. In *Proc. APEC (Applied Power Electronics Conference and Exposition) 2010*, pages 1578–1583, Mar 2010.
- [AVN08] AVNET. *Xilinx Spartan-3A Evaluation Kit, User Guide, Rev. 2.11*, Nov 2008.
- [AW08] K. J. Astrom and B. Wittenmark. *Adaptive Control*. Dover Publication, INC, second edition, 2008.
- [BJ76] George E.P. Box and F.M. Jenkins. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. Holden-Day, Oakland, CA, second edition, 1976.
- [Cen08] Ekrem Cengelci. Software makes transfer functions more manageable. *Power Electronics Technology*, Jun 2008.
- [Cla01] Fco. Javier Calvente Clavo. *Control en modo deslizante aplicado a sistemas de acondicionamiento de potencia de satélites*. PhD thesis, Instituto de Organización y Control de Sistemas Industriales, Barcelona, Spain, Junio 2001.
- [Dei78] Cecil W. Deisch. Simple switching control method changes power converter into a current source. In *Proc. PESC 1978*, pages 300–306. IEEE, Jun 1978.
- [Dig12] Digilent. *CoolRunner-II Starter Board, Reference Manual*, Mar 2012.
- [DM75] J. La Duca and R. P. Massey. Improved single-ended regulated dc/dc converter circuit. In *Proc. PESC'75*, pages 177–187. IEEE, 1975.

- [Dor02] John Dorsey. *Continuous and Discrete Control Systems. Modeling, Identification, Design, and Implementation*. Mc Graw Hill, New York, 2002.
- [EM01] R. W. Erickson and D. Maksimović. *Fundamentals of Power Electronics*. Kluwer Academic Publishers, second edition edition, 2001.
- [Eme67] S. V. Emelyanov. *Variable structure control Systems*. Nauka, Moscow, 1967.
- [ENN06] Dorina-Mioara Purcaru Elena Niculescu and M. C. Nuculescu. A steady-state analysis of pwm sepic converter. In *Proceedings of the 10th WSEAS International Conference on CIRCUITS*, pages 217–222, Vouliagmeni, Athens, Greece, July 10-12 2006. University of Craiova.
- [ENP08] M.C. Niculescu E. Niculescu and D.M. Purcaru. Modelling the pwm zeta converter in discontinuous conduction mode. In *Proc. MELECON'08*, pages 651 – 657. MELECON (*Mediterranean Electrotechnical Conference*), May 2008.
- [Eva12] Carolina A. Evangelista. Control de sistemas no lineales por modos deslizantes de segundo orden. aplicaciÓN a conversiÓN de energÍA eÓlica. Tesis doctoral, Facultad de IngenierÍA, Universidad de la Plata, mar 2012.
- [FAC08] F. D'Ippolito F. Alonge and T. Cangemi. Identification and robust control of dc/dc converter hammerstein model. *IEEE TRANSACTIONS ON POWER ELECTRONICS*, 23(6):2990–3003, Nov 2008.
- [Fra08] Leopoldo García Franquelo. Tema 14. convertidores conmutados cc-cc. topologías básicas con un solo interruptor sin aislamiento galvánico, Jun 2008.
- [GCGS00] Stefan F. Graebe Graham C. Goodwin and Mario E. Salgado. *Control System Design*. Prentice Hall, Jan 2000.
- [Gil14] Pedro M. Gil. Modelado y control de convertidores continua-continua conmutados (apuntes), Oct 2014.
- [GS09] Graham C. Goodwin and Kwai Sang Sin. *Adaptive Filtering Prediction and Control*. Dover Publications, Inc, 2009.
- [Gu05] Wei Gu. Small signal modeling for current mode controlled cuk and sepic converters. In *Proc. APEC'05*, volume 2, pages 906–910. IEEE APEC, Mar 2005.
- [GVM89] C. Bruzos G. Verghese and K. Mahabir. Averaged and sampled-data models for current mode control: a re-examination. In *Proc. PESC 1989*, pages 484 – 491. IEEE, Jun 1989.

- [HSRLS05] F. Rivas-Echeverría H. Sira-Ramírez, R. Márquez and O. Llanes-Santiago. *Control de sistemas no lineales, linealización aproximada, extendida, exacta*. Prentice Hall, Madrid, 2005.
- [IEC06] P.M. Gil I. Echeverria and J. Corres. Caracterización experimental del comportamiento dinámico de convertidores dc/dc conmutados. In *Proc. SAAEI 2006*, Sep 2006.
- [IJ93] Emmanuel C. Ifeachor and Barrie W. Jervis. *Digital Signal Processing. A practical Approach*. Pearson, second edition, 1993.
- [IRF02] IRF. Irfp150n - hexfet power mosfet, 2002.
- [JBM99] José A. Rodríguez y Asunción Moreno José B. Mariño, Francesc Vallverdú. *Tratamiento digital de la señal. Una introducción experimental*. Edicions UPC, third edition, 1999.
- [JK89] J. Jóźwik and M. K. Kazimierczuk. Dual sepic pwm switching-mode dc/dc power converter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 36(1):64–70, Feb 1989.
- [JSU92] P. Gil J. Sebastian, J. A. Cobos and J. Uceda. The determination of the boundaries between continuous and discontinuous conduction as power factor preregulators modes in pwm dc-to-dc converters used. In *Proc. PESC'92*, volume 2, pages 1061–1070. IEEE, Jul 1992.
- [KJ89] M.K. Kazimierczuk and J.J. Jozwik. Optimal topologies of resonant dc/dc converters. *Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 25(3):363 – 372, May 1989.
- [Mar16] R. Marquez. Octavers-share computational solutions with gnu octave or r (statistical package), 2014-2016.
- [MC91] D. Maksimović and S. Čuk. Switching converters with wide dc conversion range. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 6(1):151–157, Jan 1991.
- [Men73] Jerry M. Mendel. *Discrete Techniques of Parameter Estimation. The Equation Error Formulation*. Marcel Dekker, 1973.
- [Moh70] Ronald R. Mohler. Natural bilinear control processes. *IEEE Transactions on systems science and cybernetics*, 6(3):192–197, Jul 1970.
- [MS77] R. P. Massey and E. C. Snyder. High voltage single-ended dc-dc converter. In *Proc. PESC'77*, pages 156–159. IEEE, 1977.
- [Mur11] Murata. 5300 series - 10a current sensing transformers, 2011.

- [Mwe09] L. Haachitaba Mweene. Cramer's rule helps solve dc-dc converter transfer functions. *Power Electronics Technology*, Jul 2009.
- [ndCM03] Ángel de Castro Martín. *Aplicación del control digital basado en hardware específico para convertidores de potencia conmutados*. PhD thesis, Escuela técnica superior de ingenieros industriales, UPM (*Universidad Politécnica de Madrid*), Madrid, España, 2003.
- [NOR04] NORMA. Convenios relativos a los circuitos eléctricos y magnéticos. UNE-EN 60375, AENOR Comité técnico AEN/CTN 200, *Normas Básicas Eléctricas*, Jul 2004.
- [oFDoET01] University of Florence Department of Electronics and Telecommunications. Sapwin, symbolic analysis program for windows, 2001.
- [Oga96] Katsuhiko Ogata. *Sistemas de control en tiempo discreto*. Pearson, Prentice Hall, second edition, 1996.
- [Par91] Sangil Park. *Principles of Sigma Delta Modulation for Analog to Digital Converters*. Motorola Digital Signal Processors, 1991.
- [RV06] Dr. Ray Ridley and Dr. Vatché Vorperian. Analyzing the sepic converter. *EDN*, pages 14 – 18, Nov 2006.
- [San13] Roberto Sanchis. Apuntes de regulación automática. tema 1. implementación digital de controladores pid, Dic 2013.
- [Sas99] S. Sastry. *Nonlinear Systems, Analysis, Stability and Control*. Springer-Verlag, New York, 1999.
- [SC91] K. M. Smedley and S. Cuk. One-cycle control of switching converters. In *Proc. PESC 1991*, pages 888 – 896. IEEE, Jun 1991.
- [SC95] K.M. Smedley and Slodoban Ćuk. Dynamics of one-cycle controlled Ćuk converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 10(6):634 – 639, Nov 1995.
- [SD77] S.Cuk and R. D.Middlebrook. A new optimum topology switching dc-to-dc converter. In *Proc. PESC'77*, pages 160–179. IEEE, 1977.
- [SFS04] A. Savanovic, L. Fridman, and S. Spurgeon. *Variable structure systems: from principles to implementation*. IEE Press, London, 2004.
- [Sil14] Silabs. Si8261 - isolated gate drivers, 2014.
- [SL91] J. Slotine and W. Li. *Applied nonlinear control*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1991.

- [Smi99] Steven W. Smith. *The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing*. California Technical Publishing, second edition, 1999.
- [SR05] J. M. Martín Sánchez and J. Rodellar. *Control Adaptativo Predictivo Esperto ADEX. Metodología, Diseño y Aplicación*. UNED, 2005.
- [SRSO06] H. Sira-Ramirez and R. Silva-Ortigoza. *Control Design Techniques in Power Electronics Devices*. Springer-Verlag, London, 2006.
- [Tex16] Texas. Ads111x ultra-small, low-power, 2c-compatible, 860-sps, 16-bit adcs with internal reference, oscillator, and programmable comparator, Dec 2016.
- [TGB09] F. Schafmeister H. Figge N. Frohleke P. Ide T. Grote and J. Bocker. Adaptive digital slope compensation for peak current mode control. In *2009 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*, pages 3523 – 3529. IEEE, Sep 2009.
- [TLT12] Siew-Chong Tan, Yuk-Ming Lai, and Chi-Kong Tse. *Sliding Mode Control of Switching Power Converters: Techniques and Implementation*. CRC Press, Boca Ratón, 2012.
- [UGS99] V. Utkin, J. Guldner, and J. Shi. *Sliding mode control in electromechanical systems*. Taylor and Francis, London, 1999.
- [UGS09] Vadim Utkin, Jürgen Guldner, and Jingxin Shi. *Sliding Mode Control in Electro-Mechanical Systems*. CRC Press, Boca Ratón, USA, second edition, 2009.
- [Utk78] V. Utkin. *Sliding modes and their applications in variable structure systems*. Mir publishers, Moscow, 1978.
- [Utk92] V. Utkin. *Sliding modes in control and optimization*. Springer-Verlag, New York, 1992.
- [Val14] J. M. Valls. Analysis and synthesis of a new converter to complete the class of cuk, sepic and zeta converters. In *Proc. SAAEI 2014*, volume PCT2-1, Tangier, Morocco, Jun 2014.
- [VG16] J. Valls and P. Gil. A method to obtain complex transfer functions of four order dc-dc converters. *Journal of Energy and Power Engineering*, 10(10):615–622, Oct 2016.
- [VI12] Francesco Vasca and Luigi Iannelli(Ed.). *Dinamycs and Control of Switched Electronic Systems, Advanced Perspectives for Modeling, Simulation and Control of Power Converters*. Springer-Verlag, London, 2012.

- [Vis12] Vishay. Byv27 - ultra-fast avalanche sinterglass diode, Sep 2012.
- [Vis13] Vishay. 1n4148 - small signal fast switching diodes, Dec 2013.
- [Vor90a] V. Vorperian. Analysis of current-mode controlled pwm converters using of the model of the current-controlled pwm switch. In *Proc. PCIM'90*, pages 183 – 195. PCIM (*Power Conversion and Intelligent Motion Conference*), Oct 1990.
- [Vor90b] V. Vorperian. Simplified analysis of pwm converters using model of pwm switch. part i: Continuous conduction mode. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 26(3):490 – 496, May 1990.
- [Vor90c] V. Vorperian. Simplified analysis of pwm converters using model of pwm switch. part ii: Discontinuous conduction mode. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 26(3):497 – 505, May 1990.
- [Vor04] Vatché Vorpérian. *Fast analytical techniques for electrical and electronic circuits*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2004.
- [Wik07] Wikipedia. Modulaci3n sigma-delta, 2007.
- [Wil14] B. W. Williams. Generation and analysis of canonical switching cell dc-to-dc converters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 61(1):329–346, Jan 2014.
- [wS14] woody Smith. Why digital controllers will be dominant in the future, 2014.
- [Xil07] Xilinx. *XC2C256 CoolRunner-II CPLD, Data Sheet*, Mar 2007.
- [Xil10] Xilinx. *Spartan-3A FPGA Family, Data Sheet*, Aug 2010.
- [Xil11] Xilinx Inc. *CoolRunner-II Starter Board, Schematic*, Jul 2011.

Apéndice A

Métodos de cálculo

Resumen

Los sistemas de ecuaciones que describen el comportamiento dinámico de estos convertidores fueron denominados por Ronald R. Mohler [Moh70] como procesos de control bilineales. En este apéndice se describen dichos procesos y sus propiedades. En una segunda sección se describe como se pueden linealizar las ecuaciones de estado para poder usar las herramientas de sistemas lineales. Por último se describe el método de promediado de circuitos introducido por Vatché Vorperian [Vor90b] y [Vor90c], tanto para análisis del MCC como MCD.

A.1. Proceso de control bilineal

Herbert Sira-Ramírez [HSRLS05] define como sistema de control bilineal aquel que si, al observar el control y el estado independientemente, el sistema es lineal en el control u y es lineal respecto al estado x . Otra manera de explicarlo es que son sistemas que tienen productos u (variable de control) por x (variable de estado). Una de las características principales de los convertidores conmutados de energía en general es que son sistemas de estructura variable, su estructura cambia de estar el interruptor activo conectado a estar desconectado.

Se puede expresar matemáticamente como:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + \sum_{k=1}^m B_k u_k x + C u \quad (\text{A.1})$$

donde

- x vector de estado de dimensión n
- u vector de control de dimensión m
- A matriz constante $n \times n$
- B matriz constante $m \times n$
- B_k fila de la matriz de dimensión n
- C matriz constante $n \times m$

Más aún se asume que $u_k(t)$, $k = 1, \dots, m$ es una función continua definida a trozos con $u(t) \in U$ (un subconjunto compacto conectado de \mathbb{R}^m conteniendo el origen). En la Fig. A.1 se muestra el diagrama de estado de proceso de control bilineal definido por R. Mohler [Moh70]:

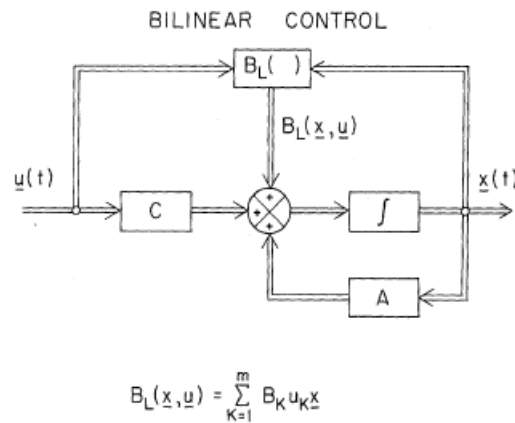


Figura A.1: Diagrama de estado bilineal [Moh70, p. 192]

A.1.1. Controlabilidad de sistemas bilineales

Se entiende por controlabilidad la capacidad de mover un sistema desde un estado inicial a un estado final con una señal de control aceptable en un tiempo finito. Si cualquier estado finito se puede alcanzar desde otro estado finito mediante una señal de control apropiada en un tiempo finito se dice que el sistema es completamente controlable. Sin duda, la controlabilidad completa es el tipo de controlabilidad más robusto, y un teorema sobre las condiciones necesarias y suficientes podría ser útil en el diseño de un sistema de control o incluso más para el análisis de sistemas generales.

El siguiente teorema da las condiciones suficientes para la completa controlabilidad local de los sistemas bilineales:

Teorema 2. *El sistema bilineal definido en (A.1) con $u \in U$, es completamente controlable si se cumple lo siguiente:*

1. *Si existen valores de la variable de control u^+ y u^- , que tengan la parte real de los valores propios de la matriz del sistema, positivos y negativos respectivamente, y que esos estados de equilibrio $x^e(u^+)$, $x^e(u^-)$ están contenidos en un entorno conectado del conjunto de equilibrio.*
2. *Para cada x en el conjunto de equilibrio, con una valor de la variable de control en el equilibrio, $u^e(x) \in U$, tal que $f(x, u^e(x)) = 0$, existe una $v \in \mathbb{R}^m$ de tal forma que los n vectores $Dv, EDv, E^2Dv, \dots, E^{n-1}Dv$ son linealmente independientes, donde U es un conjunto de control compacto.*

$$E = A + \sum_{k=1}^m u_k^e(u) B_k \quad (\text{A.2})$$

y

$$D = (B_1x, B_2x, \dots, B_mx) + C \quad (\text{A.3})$$

Aunque estas condiciones parecen muy costosas de aplicar, muchas veces se pueden simplificar. Por ejemplo, la primera condición se cumple si todos los valores propios de la matriz del sistema

$$A + \sum_{k=1}^m u_k^e(u) B_k$$

pueden desplazarse a través del eje imaginario del plano complejo sin pasar por cero cuando u varía continuamente sobre un subconjunto de U . También, para sistemas canónicos de fase variable ($x_1 = x$, $x_2 = \dot{x}$, \dots , $x_n = x^{n-1}$), la segunda condición siempre se satisface si C es una matriz no nula.

El hecho de que los sistemas bilineales tengan un límite máximo del valor de la variable de control y puedan ser completamente controlables es en si mismo una propiedad útil para la síntesis y el análisis de los mismos. Los sistemas lineales rara vez poseen esta propiedad. Por ejemplo, considérese el sistema lineal autónomo $\dot{x} = Ax$, donde las partes reales de los valores propios de A tienen partes reales negativas. Dado que este sistema lineal es estable, existe una forma cuadrática positiva (función de Lyapunov) $V(x)$ con $\dot{V}(x)$ una forma cuadrática definida negativa. Entonces las superficies $V(x) = K$ (constantes) son superficies que encierran el origen del espacio de estados.

Ahora considérese el mismo sistema al cual se ha agregado con un término de control lineal limitado

$$\dot{x} = Ax + Cu \quad (\text{A.4})$$

Para este sistema lineal, se demuestra a continuación que existe una superficie de Lyapunov $V(x) = M$ tal que Z apunta al interior del volumen que $V(x) = M$ limita, para cada control acotado u :

$$\dot{x} \frac{dV}{dx} = Ax \frac{dV}{dx} + Cu \frac{dV}{dx} = \dot{V} + Cu \frac{dV}{dx}$$

Dado que el último término es lineal en x , y dado que $\dot{V}(x)$ es una forma cuadrática definida negativa, esta suma es negativa para cada u con x (y por tanto M) suficientemente grande. En consecuencia, se puede afirmar el siguiente teorema.

Teorema 3. *El sistema lineal A.4 con una acción de control u limitada no es completamente controlable si los valores propios de A tienen partes reales negativas.*

Por ejemplo, el sistema lineal

$$\ddot{x} + a\dot{x} + x = u$$

con $a > 0$, $|u| \leq 1$, no es completamente controlable. Sin embargo, añadiendo un control bilineal para que

$$\ddot{x} + (a + u)\dot{x} + x = u$$

con $a > 0$, $|u| \leq 1$, el sistema es completamente controlable en el espacio de estado (x, \dot{x}) si $a < 1$ por el teorema anterior.

Para muchos sistemas como los convertidores estudiados en este trabajo, la controlabilidad completa con respecto a alguna región aislada es todo lo que se requiere.

A.2. Linealización aproximada de un modelo bilineal

La linealización aproximada consiste en considerar el sistema no lineal como una ecuación integral y se analizará el efecto de pequeñas perturbaciones alrededor de un punto de equilibrio constante [HSRLS05]. De forma análoga a como se aproxima una curva por su tangente como se muestra en la Fig. A.2:

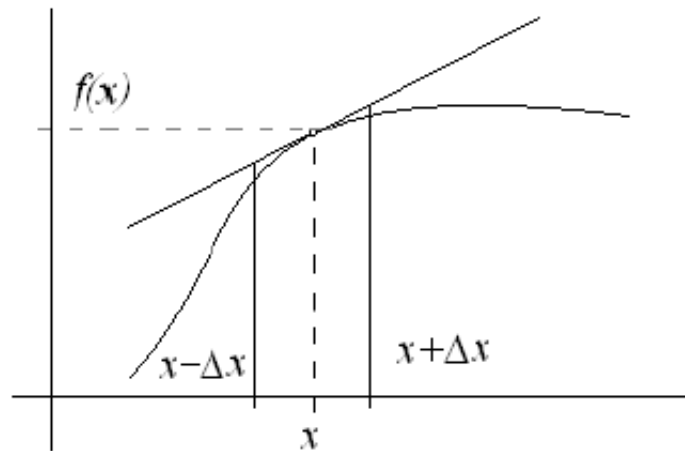


Figura A.2: Aproximación a una curva mediante la recta tangente [HSRLS05, p. 29]

Despreciando los términos de orden superior del efecto de tales perturbaciones y reteniendo solamente los términos lineales, se presenta en un solo esquema la linealización que aproxima el comportamiento del sistema perturbado.

En la presente tesis se ha usado este método para linealizar el modelo no lineal alrededor de un punto de trabajo. El modelo bilineal definido en (A.1) puede expresarse como:

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t), u(t)) \quad (\text{A.5})$$

Para linealizar una función no lineal $f(x)$ mediante una expansión en serie de Taylor alrededor de un punto x_0 se usará la siguiente fórmula:

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \left. \frac{d^k f(x)}{dx^k} \right|_{x_0} (x - x_0)^k \quad (\text{A.6})$$

La función A.5 expansionada en serie de Taylor (A.6) alrededor de un punto de trabajo (X, U) queda como:

$$\begin{aligned}
 f(x(t), u(t)) = & f(X, U) + \\
 & + \frac{\delta f(x(t), u(t))}{\delta x} \Big|_{X, U} (x - X) + \frac{\delta f(x(t), u(t))}{\delta u} \Big|_{X, U} (u - U) + \\
 & + \frac{1}{2} \frac{\delta^2 f(x(t), u(t))}{\delta x^2} \Big|_{X, U} (x - X)^2 + \frac{1}{2} \frac{\delta^2 f(x(t), u(t))}{\delta u^2} \Big|_{X, U} (u - U)^2 + \\
 & + \dots
 \end{aligned} \tag{A.7}$$

Truncando la serie después del término de primer orden:

$$f(x(t), u(t)) \approx f(X, U) + \frac{\delta f(x(t), u(t))}{\delta x} \Big|_{X, U} (x - X) + \frac{\delta f(x(t), u(t))}{\delta u} \Big|_{X, U} (u - U) \tag{A.8}$$

Como el punto (X, U) es un punto de trabajo donde se supone que el sistema está en equilibrio debe cumplirse $f(X, U) = 0$ por lo tanto el término de orden cero es siempre nulo.

Por otra parte si se hace una traslación del sistema al punto de trabajo se puede simplificar la expresión anterior (A.8). Para hacer la traslación se hace el siguiente cambio de variables $\hat{x} = x - X$ y $\hat{u} = u - U$, teniendo en cuenta que:

$$\frac{d}{dt} \hat{x}(t) = \frac{d}{dt} x(t)$$

Se obtiene como expresión linealizada la siguiente:

$$f(\hat{x}(t), \hat{u}(t)) \approx \frac{\delta f(\hat{x}(t), \hat{u}(t))}{\delta \hat{x}} \Big|_{X, U} \hat{x} + \frac{\delta f(\hat{x}(t), \hat{u}(t))}{\delta \hat{u}} \Big|_{X, U} \hat{u} \tag{A.9}$$

A.3. Modelo de interruptor en Modo de Conducción Continua

Vatché Vorperian presentó en mayo de 1990 en [Vor90b] un modelo de interruptor para analizar circuitos de potencia no lineales mediante un promediado del circuito. Inicialmente será preciso encontrar en el circuito que se estudia un bloque que tenga un puerto activo (transistor) otro pasivo (diodo) y uno común. En la Fig. A.3 se muestra como se obtiene el bloque de interruptor PWM para los cuatro convertidores estudiados:

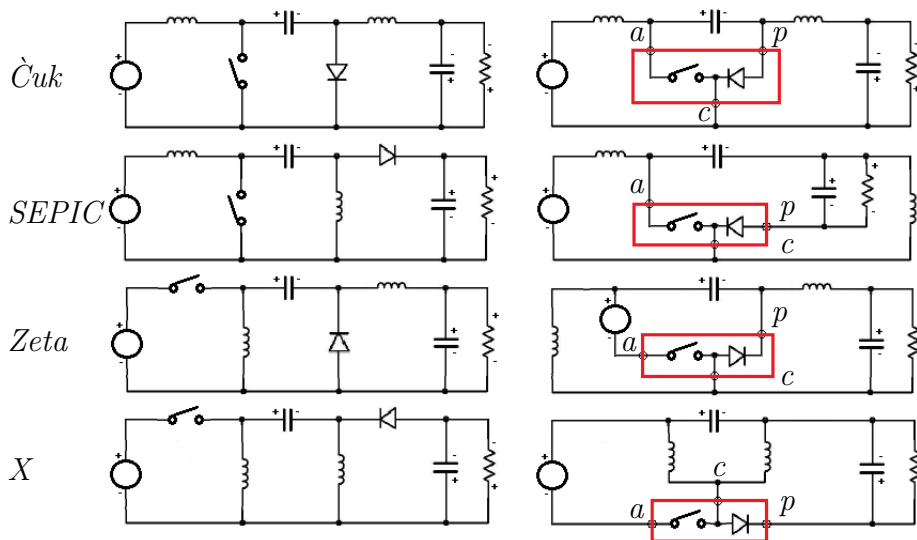


Figura A.3: Bloque promediado de interruptor PWM

Como puede observarse en los cuatro convertidores de la Fig. A.3 todas las no linealidades del circuito quedan incluidas en el bloque interruptor PWM que se muestra en la Fig. A.4:

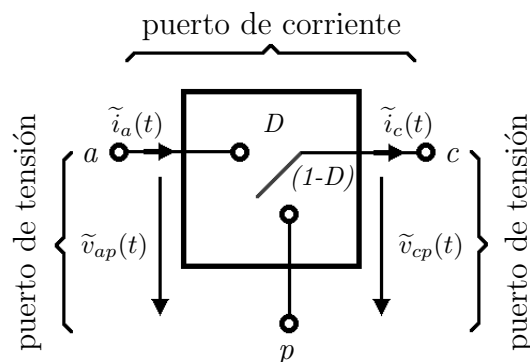


Figura A.4: Interruptor PWM

Estudiando las relaciones invariantes de tensión y corriente en los terminales del interruptor PWM mostradas en la Fig. A.5, se puede observar que la corriente instantánea

en el terminal activo es siempre la misma que en el terminal común en el intervalo de conducción del transistor (DT_s), independientemente de la configuración de interruptores implementada:

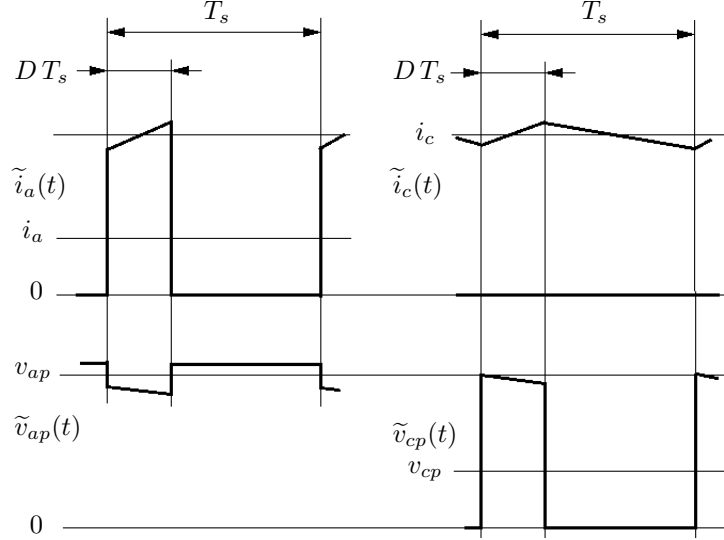


Figura A.5: Invariantes en el interruptor PWM

Además, la caída de tensión instantánea $\tilde{v}_{cp}(t)$ y $\tilde{v}_{ap}(t)$ son siempre coincidentes en el intervalo DT_s . Por lo tanto las relaciones invariantes vienen dadas por:

$$\tilde{i}_a(t) = \begin{cases} \tilde{i}_c(t) & \text{si } 0 \leq t \leq DT_s \\ 0 & \text{si } DT_s \leq t \leq T_s \end{cases} \quad (\text{A.10a})$$

$$\tilde{v}_{cp}(t) = \begin{cases} \tilde{v}_{ap}(t) & \text{si } 0 \leq t \leq DT_s \\ 0 & \text{si } DT_s \leq t \leq T_s \end{cases} \quad (\text{A.10b})$$

En los convertidores conmutados es importante el valor promediado a lo largo de un ciclo de trabajo, la relación entre las corrientes medias i_a e i_c es muy simple y viene dada por:

$$i_a = d i_c \quad (\text{A.11})$$

Lo mismo ocurre con los puertos de tensión con la salvedad de que hay que tener en cuenta las ESR (*Equivalent Series Resistance*) del condensador de paso, que produce una caída de tensión adicional, con lo que el invariante de tensión queda como:

$$v_{cp} = d(v_{ap} - r_{C_1} i_{L_2}) \quad (\text{A.12})$$

Hay que tener en cuenta que Vorperian en esta expresión no coloca i_{L_2} sino $i_c(1-d)$, pero teniendo en cuenta que $i_{L_2} = i_o$ y que $i_{L_1} = i_i$ se puede demostrar que es la misma expresión, simplemente partiendo de la relación entre las corrientes en MCC, $i_i = d/(1-d) i_o$:

$$i_c(1-d) = (i_{L_1} + i_{L_2})(1-d) = (i_i + i_o)(1-d) = \left(\frac{d}{1-d} i_o + i_o \right) (1-d) = (d + (1-d)) i_o = i_{L_2} \quad (\text{A.13})$$

Con lo que el interruptor PWM en modo de conducción continua puede substituirse por una fuente de corriente de valor $d i_c$ y una fuente de tensión de valor $d v_{ap}$ como indica la Fig. A.6 para MCC:

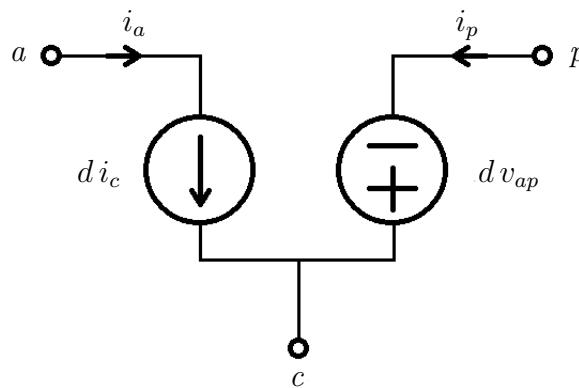


Figura A.6: Modelo promediado de interruptor PWM en MCC

Como conclusión se puede decir que en MCC la fuente de tensión tiene un valor igual a la tensión que ve el diodo cuando el transistor está conduciendo multiplicado por el ciclo de trabajo y que la fuente de corriente tiene un valor igual a la corriente que circula por el transistor cuando está conduciendo multiplicado por el ciclo de trabajo.

A.4. Modelo de interruptor en Modo de Conducción Discontinua

En el MCD no se puede obtener la relación invariante a partir exclusivamente del ciclo de trabajo ya que hay parte del periodo en el que tanto el transistor como el diodo están sin conducir, como muestra la Fig. A.7:

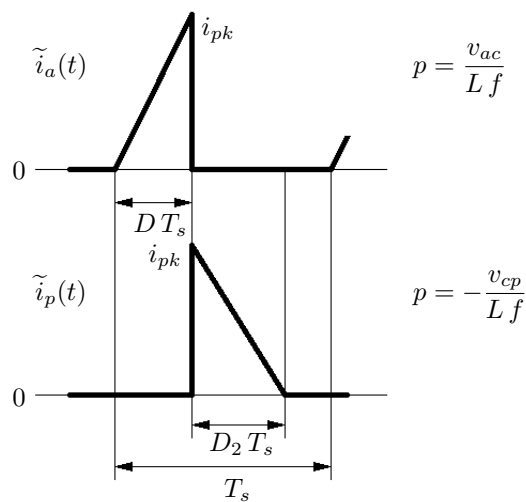


Figura A.7: Corrientes en los terminales del interruptor PWM

Teniendo en cuenta que la corriente llegará a un máximo en d y se anulará en d_2 se tienen las siguientes relaciones:

$$i_a = \frac{i_{pk}}{2} d \quad (\text{A.14})$$

$$i_p = \frac{i_{pk}}{2} d_2 \quad (\text{A.15})$$

$$v_{ac} = L \frac{i_{pk}}{d T_s} \quad (\text{A.16})$$

$$v_{cp} = L \frac{i_{pk}}{d_2 T_s} \quad (\text{A.17})$$

De las ecuaciones (A.14), (A.15), (A.16) y (A.17) se pueden obtener la siguientes relaciones:

$$i_a = \frac{d}{d_2} i_p \quad (\text{A.18})$$

$$v_{ac} = \frac{d_2}{d} v_{cp} \quad (\text{A.19})$$

$$d_2 = \frac{2 L F_s}{d} \frac{i_a}{v_{cp}} = \frac{2 L F_s}{d} \frac{i_p}{v_{ac}} \quad (\text{A.20})$$

Si se hace $\mu = d/d_2$ se obtiene el siguiente modelo dinámico bilineal:

$$i_a = \mu i_p \quad (\text{A.21})$$

$$v_{cp} = \mu v_{ac} \quad (\text{A.22})$$

$$\mu = \frac{d^2}{2 L F_s} \frac{v_{cp}}{i_a} = \frac{d^2}{2 L F_s} \frac{v_{ac}}{i_p} \quad (\text{A.23})$$

Con lo que el interruptor PWM en modo de conducción discontinua puede substituirse por una fuente de corriente de valor μi_p y una fuente de tensión de valor μv_{ac} como indica la Fig. A.8 para MCD.

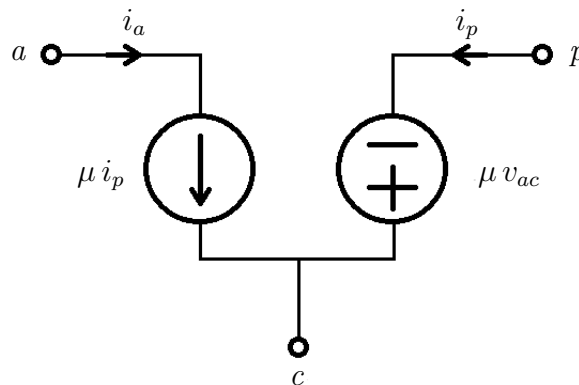


Figura A.8: Modelo promediado de interruptor PWM en MCD

Este modelo no es exactamente igual que el del MCC cambiando tanto las variables de estado como las de control. Por otro lado no es posible usar la variable μ ya que al ser distinta a la variable de control y depender de otras variables de estado complica su linealización.

Se puede encontrar un modelo en función de las variables tensión entre puertos y corriente de puerto además del ciclo de trabajo. De las ecuaciones (A.18) y (A.20) se obtiene:

$$i_a^* = \frac{d^{*2}}{2 L F_s} v_{ac}^* \quad (\text{A.24})$$

Que linealizando con linealización aproximada:

$$\hat{i}_a = \frac{D^2}{2 L F_s} \hat{v}_{ac} + \frac{V_{ac} D}{L F_s} \hat{d} = \frac{I_a}{V_{ac}} \hat{v}_{ac} + \frac{2 I_a}{D} \hat{d} = g_i \hat{v}_{ac} + k_i \hat{d} \quad (\text{A.25})$$

Por otro lado de las ecuaciones (A.19) y (A.20) se obtiene:

$$v_{ac}^* = \frac{2 L F_s i_p^* v_{cp}^*}{d^{*2} v_{ac}^*} \quad (\text{A.26})$$

Si se despeja i_p^* se obtiene:

$$i_p^* = \frac{d^{*2} v_{ac}^{*2}}{2 L F_s v_{cp}^*} \quad (\text{A.27})$$

Que linealizando con linealización aproximada:

$$\hat{i}_p = \frac{D^2 V_{ac}}{L F_s V_{cp}} \hat{v}_{ac} + \frac{V_{ac}^2 D}{L F_s V_{cp}} \hat{d} - \frac{V_{ac} D^2}{2 L F_s V_{cp}^2} \hat{v}_{cp} = \frac{2 I_p}{V_{ac}} \hat{v}_{ac} + \frac{2 I_p}{D} \hat{d} - \frac{I_p}{V_{cp}} \hat{v}_{cp} = g_f \hat{v}_{ac} + k_o \hat{d} - g_o \hat{v}_{cp} \quad (\text{A.28})$$

El modelo de la Fig. A.9 es el modelo linealizado del interruptor PWM para el modo de conducción discontinua:

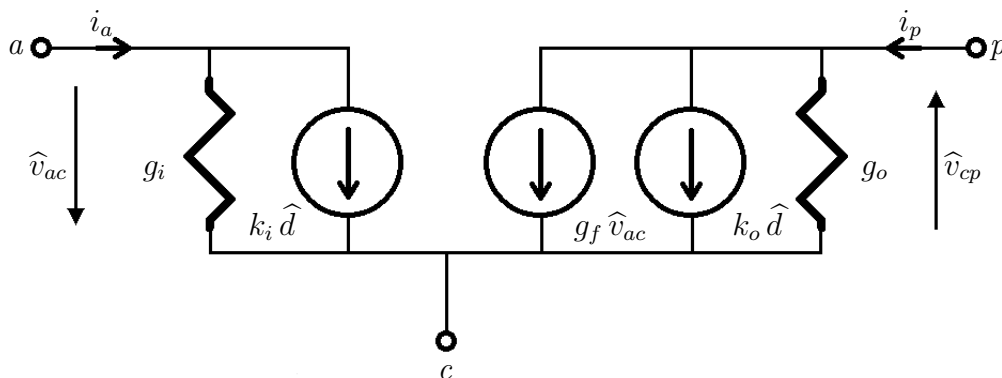


Figura A.9: Modelo promediado de interruptor PWM en MCD

Cuyos coeficientes pueden resumirse en las siguiente ecuaciones (A.29) para la fuente de corriente del terminal activo:

$$\hat{i}_a = g_i \hat{v}_{ac} + k_i \hat{d} \quad (\text{A.29})$$

Cuyos coeficientes vienen dados por (A.30):

$$q_i = \frac{I_a}{V_{ac}} \quad (\text{A.30a})$$

$$k_i = \frac{2 I_a}{D} \quad (\text{A.30b})$$

Y (A.31) para la fuente de corriente equivalente del elemento pasivo:

$$\hat{i}_p = g_f \hat{v}_{ac} + k_o \hat{d} - g_o \hat{v}_{cp} \quad (\text{A.31})$$

Cuyos coeficientes vienen dados por (A.32):

$$k_o = \frac{2 I_p}{D} \quad (\text{A.32a})$$

$$g_o = \frac{I_p}{V_{cp}} \quad (\text{A.32b})$$

$$g_f = \frac{2 I_p}{V_{ac}} \quad (\text{A.32c})$$

Regimen permanente

En régimen permanente, para los convertidores que se estudian se cumple que la caída de tensión en las bobinas es cero por lo que es fácil comprobar que $V_o = \mu V_{ac}$ y también se cumple que $V_{ac} = E$ por lo tanto se cumplirá (A.33):

$$V_o = \mu V_{ac} = \mu E \rightarrow M = \mu \quad (\text{A.33})$$

El factor de amplificación μ puede expresarse en función de los parámetros de los convertidores como (A.34):

$$\mu = \frac{D^2}{2 F_s (L_1 \parallel L_2)} \frac{V_{ac}}{I_p} = \frac{D^2}{K M} \quad (\text{A.34})$$

Donde se ha hecho uso de $V_{ac} = E$ y de $I_p = V_o/R$. También hay que tener en cuenta que la corriente que circula a través del terminal activo y pasivo es la suma de la corriente que circula por las inductancias L_1 y L_2 .

Substituyendo (A.34) en (A.33) se obtiene la ecuación cuadrática de M (A.35):

$$M^2 - \frac{D^2}{K} = 0 \quad (\text{A.35})$$

Que queda:

$$M = \frac{D}{\sqrt{K}} \quad (\text{A.36})$$

Teniendo en cuenta que:

$$M = \frac{V_o}{E} \quad (\text{A.37})$$

y que:

$$K = \frac{2LF_s}{R} \quad (\text{A.38})$$

En todo el análisis es aplicable que $L = L_1 \parallel L_2$, con lo que la expresión anterior queda como:

$$K = \frac{2F_s}{R} \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \quad (\text{A.39})$$

El valor crítico de K que determina la frontera entre el MCC y el MCD se obtiene haciendo $M = D/(1 - D)$ que es la relación de conversión de estos convertidores para el MCC:

$$K_{crit} = (1 - D)^2 \quad (\text{A.40})$$

Pero también se puede expresar en función M ya que $D = M/(1 + M)$ con lo que la expresión anterior queda como:

$$K_{crit} = \frac{1}{(1 + M)^2} \quad (\text{A.41})$$

Esta expresión se encuentra desarrollada en [Vor90c] y en [JSU92].

A.5. Método de Ekrem Cenguelci para desarrollar funciones de transferencia

Ekrem Cenguelci desarrolló un método para obtener funciones de transferencia complejas [Cen08], apoyándose en el programa SAPWIN (*Symbolic Analysis Program for Windows*) [oFDoET01]. La principal ventaja de este método es que es un método gráfico en el que introduciendo el esquema se puede obtener la función de transferencia y procesarla después a través de MATLAB o GNU Octave para poder obtener diagramas de Bode con valores determinados. Varias de las publicaciones expuestas en el apéndice B usan este método.

Para poder procesar la función obtenida del programa SAPWIN en MATLAB o GNU Octave es preciso un programa de traducción que está listado a continuación:

Listado del programa de traducción:

```
Imports System.Text.RegularExpressions

Module Module1
    Dim args As String()
    Dim fileIN As IO.StreamReader
    Dim fileOUT As IO.StreamWriter
    Dim FileNameIN As String
    Dim FileNameOUT As String
    Dim Linea As String
    Dim salida As String
    Dim suma As Boolean
    Dim fun As String
    Dim var As String

    Sub Main()

        Console.WriteLine("SimplifySAPWIN ver:1.0.0 2016")
        args = GetCommandLineArgs()
        If args.Count < 4 Then
            Console.WriteLine("Error: Not enough arguments")
            Console.WriteLine("Please use:")
            Console.WriteLine("SimplifySAPWIN fileNameIN fileNameOUT ")
            Console.WriteLine("functionName Variable")
            Console.WriteLine("Press any key to continue...")
            Console.ReadLine()
        End If

        FileNameIN = args(0)
        FileNameOUT = args(1)
        fun = args(2)
```

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

```

var = args(3)

Try
    fileIN = New IO.StreamReader(FileNameIN)
Catch ex As Exception
    Console.WriteLine("Error: " & ex.Message)
    Console.ReadLine()
End
End Try

Try
    fileOUT = New IO.StreamWriter(FileNameOUT)
Catch ex As Exception
    fileIN.Close()
    Console.WriteLine("Error: " & ex.Message)
    Console.ReadLine()
End
End Try

salida = var & " = 1;"          'Para dividir por la variable de control
fileOUT.WriteLine(salida)     'se le asigna el valor neutro (1)
salida = "s = tf('s');"
fileOUT.WriteLine(salida)
salida = fun & " = ("
fileOUT.Write(salida)
suma = False
While Not fileIN.EndOfStream
    Linea = fileIN.ReadLine()
    If Linea <> "" Then
        If Linea.Contains("-----") Then
            salida = ")/("
            fileOUT.Write(salida)
            suma = False
        Else
            If (suma) Then fileOUT.Write(" + ")
            ProcesaLinea(Linea)
            fileOUT.Write(salida)
        End If
    End If
End While
salida = ")"          'Para que el script muestre la función de transferencia
fileOUT.WriteLine(salida)

fileIN.Close()
fileOUT.Close()
Console.Write("Function: " & fun & " for variable '" & var & "' of input ")
Console.Write("file: " & FileNameIN & " Processed OK in file: ")
Console.WriteLine(FileNameOUT)
Console.WriteLine("Press any key to continue...")
Console.ReadLine()
End Sub

```

Josep M. Valls

```

Function GetCommandLineArgs() As String()
    ' Declare variables.
    Dim separators As String = " "
    Dim commands As String = Microsoft.VisualBasic.Interaction.Command()
    Dim args() As String = commands.Split(separators.ToCharArray)
    Return args
End Function

Sub ProcesaLinea(ByVal Linea As String)
    Linea = CambiaE(Linea)
    Linea = CambiaF(Linea)
    Linea = CambiaG(Linea)
    Linea = CambiaH(Linea)
    Linea = CambiaI(Linea)
    Linea = CambiaV(Linea)
    Linea = CambiaCOR(Linea)
    Linea = CambiaRrL(Linea)
    Linea = CambiaRrC(Linea)
    Linea = CambiaL(Linea)
    Linea = CambiaC(Linea)
    Linea = CambiaR(Linea)
    Linea = Cambias(Linea)
    Linea = DelEspacios(Linea)
    Linea = Delxx(Linea)
    Linea = Delmasx(Linea)
    Linea = Delmenosx(Linea)
    Linea = Delxpar(Linea)
    salida = Linea
    suma = True
End Sub

Function DelEspacios(ByVal Linea As String) As String
    Dim Retorno As String
    Dim i As Integer

    Retorno = ""
    For i = 0 To Linea.Length - 1
        If Linea.Chars(i) <> " " Then
            Retorno = Retorno & Linea.Chars(i)
        End If
    Next
    Return (Retorno)
End Function

Function CambiaE(ByVal Linea As String) As String
    Dim pattern As String = "(E\[)"
    Dim replacement As String = ""
    Dim salida As String

    salida = Regex.Replace(Linea, pattern, replacement)

```

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

```
Return salida
End Function

Function CambiaF(ByVal Linea As String) As String
    Dim pattern As String = "(F\[)]"
    Dim replacement As String = ""
    Dim salida As String

    salida = Regex.Replace(Linea, pattern, replacement)
    Return salida
End Function

Function CambiaG(ByVal Linea As String) As String
    Dim pattern As String = "(G\[)]"
    Dim replacement As String = ""
    Dim salida As String

    salida = Regex.Replace(Linea, pattern, replacement)
    Return salida
End Function

Function CambiaH(ByVal Linea As String) As String
    Dim pattern As String = "(H\[)]"
    Dim replacement As String = ""
    Dim salida As String

    salida = Regex.Replace(Linea, pattern, replacement)
    Return salida
End Function

Function CambiaI(ByVal Linea As String) As String
    Dim pattern As String = "(I\[)]"
    Dim replacement As String = ""
    Dim salida As String

    salida = Regex.Replace(Linea, pattern, replacement)
    Return salida
End Function

Function CambiaV(ByVal Linea As String) As String
    Dim pattern As String = "(V\[)]"
    Dim replacement As String = ""
    Dim salida As String

    salida = Regex.Replace(Linea, pattern, replacement)
    Return salida
End Function

Function CambiaCOR(ByVal Linea As String) As String
    Dim pattern As String = "(\\)]"
    Dim replacement As String = "*"

```

Josep M. Valls

```
    Dim salida As String

    salida = Regex.Replace(Linea, pattern, replacement)
    Return salida
End Function

Function CambiaRrL(ByVal Linea As String) As String
    Dim pattern As String = "(Rr1)"
    Dim replacement As String = "*r1"
    Dim salida As String

    salida = Regex.Replace(Linea, pattern, replacement)
    Return salida
End Function

Function CambiaRrC(ByVal Linea As String) As String
    Dim pattern As String = "(Rrc)"
    Dim replacement As String = "*rc"
    Dim salida As String

    salida = Regex.Replace(Linea, pattern, replacement)
    Return salida
End Function

Function CambiaL(ByVal Linea As String) As String
    Dim pattern As String = "[L]"
    Dim replacement As String = "*L"
    Dim salida As String

    salida = Regex.Replace(Linea, pattern, replacement)
    Return salida
End Function

Function CambiaC(ByVal Linea As String) As String
    Dim pattern As String = "[C]"
    Dim replacement As String = "*C"
    Dim salida As String

    salida = Regex.Replace(Linea, pattern, replacement)
    Return salida
End Function

Function CambiaR(ByVal Linea As String) As String
    Dim pattern As String = "[R]"
    Dim replacement As String = "*R"
    Dim salida As String

    salida = Regex.Replace(Linea, pattern, replacement)
    Return salida
End Function
```

```

Function Cambias(ByVal Linea As String) As String
    Dim pattern As String = "[s]"
    Dim replacement As String = "*s"
    Dim salida As String

    salida = Regex.Replace(Linea, pattern, replacement)
    Return salida
End Function

Function Delxx(ByVal Linea As String) As String
    Dim pattern As String = "(\\*\\*)"
    Dim replacement As String = "*"
    Dim salida As String

    salida = Regex.Replace(Linea, pattern, replacement)
    Return salida
End Function

Function Delmasx(ByVal Linea As String) As String
    Dim pattern As String = "(\\+\\*)"
    Dim replacement As String = "+"
    Dim salida As String

    salida = Regex.Replace(Linea, pattern, replacement)
    Return salida
End Function

Function Delmenosx(ByVal Linea As String) As String
    Dim pattern As String = "(\\-\\*)"
    Dim replacement As String = "-"
    Dim salida As String

    salida = Regex.Replace(Linea, pattern, replacement)
    Return salida
End Function

Function Delxpar(ByVal Linea As String) As String
    Dim pattern As String = "(\\*\\))"
    Dim replacement As String = ")"
    Dim salida As String

    salida = Regex.Replace(Linea, pattern, replacement)
    Return salida
End Function

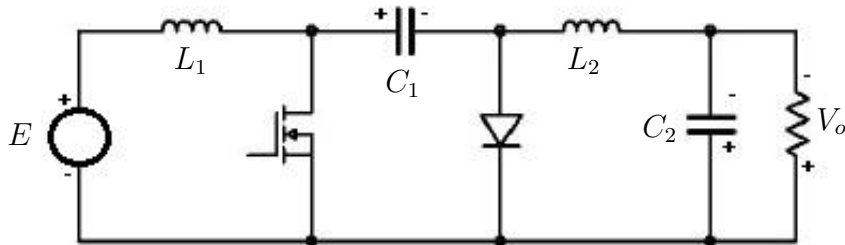
End Module

```

Para comprobar el método se aplicará a la obtención de una función de transferencia que se haya obtenido por el método manual y la solución del sistema de ecuaciones diferenciales por el método de Cramer [Mwe09], para comprobar si se obtiene el mismo

resultado.

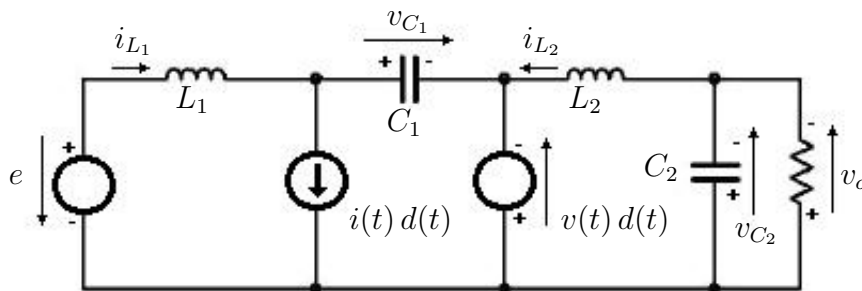
Si aplicamos al circuito de Ćuk sin resistencias de pérdidas Fig. 2.1 y que se repite a continuación:



En el cálculo de la función de transferencia tensión de salida ciclo de control que se obtuvo en el capítulo 2 y que tenía esta ecuación (2.22) que se pone a continuación:

$$G_{vd}(s) = \frac{(C_1 L_1 (E + V_o)) s^2 - (D L_1 (I_i + I_o)) s + D' (E + V_o)}{(C_1 C_2 L_1 L_2) s^4 + \frac{C_1 L_1 L_2}{R} s^3 + (C_2 L_1 D^2 + C_2 L_2 D'^2 + C_1 L_1) s^2 + \left(\frac{L_1 D^2}{R} + \frac{L_2 D'^2}{R} \right) s + D'^2}$$

Para poder aplicar el programa SAPWIN se ha de partir del modelo de interruptor PWM de Vatchè Vorpèrian [Vor90b] como se muestra en la figura 2.2 que se repite a continuación:



Teniendo en cuenta que las ecuaciones (2.1a) y (2.1b) que se repiten a continuación:

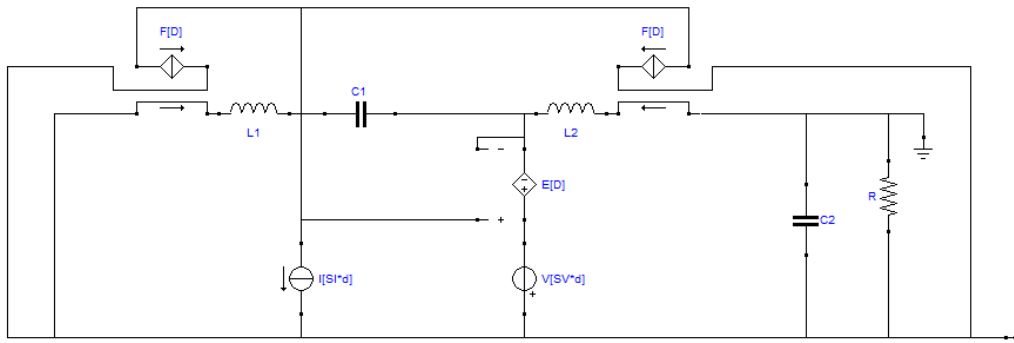
$$\begin{aligned} i(t) d(t) &= (i_{L_1}(t) + i_{L_2}(t)) d(t) \\ v(t) d(t) &= v_{C_1}(t) d(t) \end{aligned}$$

Que si se linealizan se tiene:

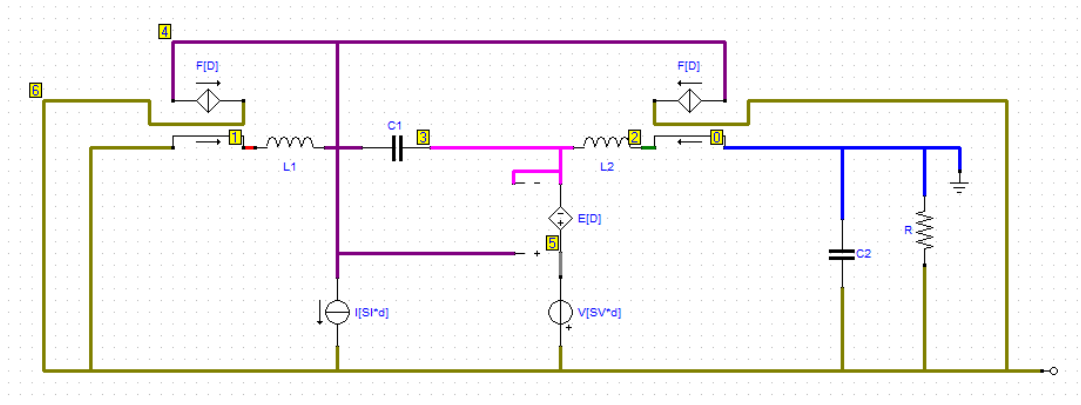
$$\begin{aligned} \hat{i}(t) \hat{d}(t) &= (\hat{i}_{L_1}(t) + \hat{i}_{L_2}(t)) D + SI \hat{d}(t) \\ \hat{v}(t) \hat{d}(t) &= \hat{v}_{C_1}(t) D + SV \hat{d}(t) \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta que $SI = I_{L_1} + I_{L_2}$ y $SV = V_{C_1} = E + V_o$

Puesto en forma gráfica queda:



Al resolver el circuito el programa usa los siguientes nodos:



Y genera la siguiente ecuación:

$$\begin{pmatrix} -V[SV*d] & F[D] & R & + & V[SV*d] & R \\ - & I[SI*d] & E[D] & L1 & R & s \\ + & V[SV*d] & C1 & L1 & R & s^2 \end{pmatrix}$$

Josep M. Valls


```
( + F[D] E[D] R - E[D] R - F[D] R + R)
( + F[D] E[D] L2 + F[D] E[D] L1 - E[D] L2 - F[D] L2 + L2) s
( + C1 L1 R + F[D] E[D] C2 L2 R + F[D] E[D] C2 L1 R - E[D] C2 L2 R - F[D] C2 L2 R +
C2 L2 R) s^2
( + C1 L1 L2) s^3
( + C2 C1 L1 L2 R) s^4
```

Se puede observar que en el numerador todos los sumandos están multiplicados por d , por lo que será preciso dividir por el ciclo de trabajo para obtener la función de transferencia. Para dividir por la variable sobre la que se estudia la función de transferencia y hacerlo numéricamente se asigna el valor neutro para la multiplicación que es 1, de esta forma no es necesario el análisis simbólico. De todas formas hay que procesar este resultado para poder trabajar en MATLAB o GNU Octave. Una vez procesado se obtiene:

```
d = 1;
s = tf('s');
Vod_tf = ((-SV*d*D*R+SV*d*R) + (-SI*d*D*L1*R)*s + (+SV*d*C1*L1*R)*s^2)/((+D*D*R-D*R-
D*R+R) + (+D*D*L2+D*D*L1-D*L2-D*L2+L2)*s + (+C1*L1*R+D*D*C2*L2*R+D*D*C2*L1*R-D*C2*L2
*R-D*C2*L2*R+C2*L2*R)*s^2 + (+C1*L1*L2)*s^3 + (+C2*C1*L1*L2*R)*s^4)
```

En este caso se ha generado el fichero **CUK_Vo_d_CCMibase.m** que modificándolo ligeramente para procesarlo en Matlab:

```
syms C1 C2 L1 L2 R rc1 rc2 r11 r12 SI SV D d E e s gi go gf ki ko
%d = 1; % Es para dividir numéricamente
%s = tf('s'); % Es para trabajar numéricamente
Vod_tf = ((-SV*d*D*R+SV*d*R) + (-SI*d*D*L1*R)*s + (+SV*d*C1*L1*R)*s^2)/((+D*D*R-D*R-
D*R+R) + (+D*D*L2+D*D*L1-D*L2-D*L2+L2)*s + (+C1*L1*R+D*D*C2*L2*R+D*D*C2*L1*R-D*C2*L2
*R-D*C2*L2*R+C2*L2*R)*s^2 + (+C1*L1*L2)*s^3 + (+C2*C1*L1*L2*R)*s^4)
Voc = simplify(Vod_tf / d);
Vod = collect(Voc, 's');
pretty(Vod)
```

Da el siguiente resultado:

```
Vod = ((C1*L1*R*SV)*s^2 + (-D*L1*R*SI)*s + R*SV - D*R*SV)/((C1*C2*L1*L2*R)*s^4 + (C1
*L1*L2)*s^3 + (C1*L1*R + C2*L2*R - 2*C2*D*L2*R + C2*D^2*L1*R + C2*D^2*L2*R)*s^2 + (
L2 + D^2*L1 + D^2*L2 - 2*D*L2)*s + R*D^2 - 2*R*D + R)
```

Que fácilmente se puede comprobar que es el mismo resultado que se había obtenido de la forma convencional.

La gran ventaja de este método es que una vez validado el método, basta con añadir las resistencias de pérdidas y se obtiene la función de transferencia con pérdidas. Este mismo ejemplo está publicado con resistencias de pérdidas en B.1.14.

A.6. Filtros

La forma de aplicar el control adaptativo es mediante filtros digitales, estos pueden implementarse de dos formas, por convolución (también llamados filtros FIR (*Finite Impulse Response filter*)) y recursivamente (también llamados filtros IIR (*Infinite Impulse Response filter*)) [Smi99].

Un filtro FIR [JBM99] se implementa mediante una ecuación en diferencias como la siguiente (A.44):

$$y(n) = \sum_{k=0}^M b_k x(n-k) \quad (\text{A.44})$$

El orden del filtro es M . Hay que notar que en este tipo de filtro sólo intervienen las entradas, aunque el filtro pueda expresarse de forma recursiva no se verá afectado por los resultados anteriores.

Un filtro IIR, normalmente se implementa de forma recursiva para limitar el número de términos. Los filtros IIR responden a una ecuación en diferencias del tipo (A.45):

$$y(n) = \sum_{k=0}^Q b_k x(n-k) - \sum_{k=1}^P a_k y(n-k) \quad (\text{A.45})$$

Donde el orden del filtro es el máximo de P y Q . Al incluir las salidas anteriores el filtro es de respuesta infinita ya que cada salida se ve afectada por la entrada y sus valores anteriores.

Los filtros FIR tienen dos ventajas frente a los filtros IIR. La primera es que un filtro FIR puede ser diseñado con fase lineal, por lo que no presenta distorsión de retardo de grupo. La segunda es que es inherentemente estable ya que no tiene polos.

Por otro lado los filtro IIR consiguen cumplir las expectativas con un orden muchísimo menor que los filtros FIR, lo que conlleva muchísima menos carga computacional que estos.

A.7. Enteros escalados

Una manera de simplificar el procesamiento sin comprometer excesivamente la precisión de los cálculos es el uso de enteros escalados.

Este método también se conoce como de coma fija. Consiste en definir una parte del

entero que almacene la parte decimal o fraccionaria, el resto de operaciones son iguales que con los enteros, simplemente hay que tener algunas consideraciones.

Sea pues un WORD (16 bits) que será el entero con el que se trabajará. La parte decimal será un NIBBLE (4 bits).

La base escogida o escala será 16:

$$1,0 = 16 = 0x10$$

Lo que significa que

$$1 = 0x10;$$

$$0 = 0x0;$$

$$0x1 = 0,0625;$$

$$0x7FFF = 2047,9375;$$

$$0xFFFF = -2048,0;$$

La suma y la resta son directas. El producto da un nibble más en decimal y para el cociente hay que añadir un nibble al dividendo.

$$3 \times 0,5 = 1,5;$$

$$0x30 \times 0x8 = 0x180 \gg 0x18$$

$$1,5 / 0,5 = 3;$$

$$0x180 / 0x8 = 0x30$$

El paso de un número a un entero escalado es simplemente multiplicar por la base escogida como 1:

$$3,0 \rightarrow 3,0 \times 0x10 = 0x30;$$

$$0,5 \rightarrow 0,5 \times 0x10 = 0x8;$$

$$1,5 \rightarrow 1,5 \times 0x10 = 0x18;$$

Multiplicar por un múltiplo de dos es desplazar a la izquierda.

El paso de un entero escalado a un número es simplemente dividir por la base escogida como 1:

$$0x30 \rightarrow 0x30 / 0x10 = 3;$$

$$0x08 \rightarrow 0x08 / 0x10 = 8 / 16 = 0,5;$$

Dividir por un múltiplo de dos es desplazar a la derecha.

Hay que acotar las operaciones para no tener desbordamientos, pero el tiempo de procesado disminuye drásticamente.

Apéndice B

Publicaciones

Resumen

En este anexo se han incluido todos los trabajos publicados en congresos o en la red.

B.1. Listado de Publicaciones:

1. Artículo SAICA - 2011 - Comunicación en Congreso
 - a) (B.1.1) Artículo: "Using Adaptive Predictive Control in the Maximum Power Point Tracking Algorithm"
 - b) (B.1.2) Power Point de la comunicación
2. Artículo SAAEI - 2014 - Comunicación en Congreso
 - a) (B.1.3) Artículo: "Analysis and Synthesis of a new converter to complete the class of Ćuk, SEPIC and Zeta Converters"
 - b) (B.1.4) Power Point de la comunicación
3. (B.1.5) Bode G_{vd} Cuk - Publicación en OctaveRS
4. (B.1.6) Bode G_{vd} SEPIC - Publicación en OctaveRS
5. (B.1.7) Bode G_{vd} Zeta - Publicación en OctaveRS
6. (B.1.8) Bode G_{vd} X - Publicación en OctaveRS
7. (B.1.9) Bode G_{vd} SEPIC del modelo de Erickson - Publicación en OctaveRS
8. (B.1.10) Influencia de parámetros en polos y zeros - Publicación en OctaveRS

9. Artículo SAAEI - 2015 - Comunicación en Congreso.
 - a) (B.1.11) Artículo: "Analysis of Duty Cycle to Output Voltage Transfer Functions of Ćuk-like Class DC-DC Converters"
 - b) (B.1.12) Poster presentado
10. (B.1.13) Funciones de Transferencia SEPIC - Publicación en OctaveRS
11. (B.1.14) Funciones de Transferencia Cuk - Publicación en OctaveRS
12. (B.1.15) Funciones de Transferencia Zeta - Publicación en OctaveRS
13. (B.1.16) Funciones de Transferencia X - Publicación en OctaveRS
14. (B.1.17) Poster presentado a las IV Jornadas Doctorales del G-9
15. (B.1.18) Función de Transferencia X PCC - Publicación en OctaveRS
16. Artículo ICMEPE - 2016 - Comunicación en Congreso.
 - a) (B.1.19) Artículo:
 - b) (B.1.20) Poster presentado
17. (B.1.21) Artículo publicado en Journal of Energy and Power Engineering
18. (B.1.22) Función de Transferencia X PCC (Revisado) - Publicación en OctaveRS
19. (B.1.23) Función de Transferencia CUK PCC - Publicación en OctaveRS
20. B.1.24 Función de Transferencia SEPIC PCC - Publicación en OctaveRS
21. B.1.25 Función de Transferencia Zeta PCC - Publicación en OctaveRS

B.1.1. Artículo SAICA-2011

El artículo "Using Adaptive Predictive Control in the Maximum Power Point Tracking Algorithm" fue presentado al SAICA - 2011, en colaboración con Daniel Viúdez Moreiras.

ISBN: 978-84-7653-762-6

Este trabajo presenta el uso del algoritmo ADEX para encontrar el punto de máxima transferencia de potencia de un panel fotovoltaico.

Para este trabajo se desarrolló un modelo de panel y un modelo de convertidor.

!

!

Using Adaptive Predictive Control in the Maximum Power Point Tracking Algorithm

J. M. Valls Martí and D. Viúdez Moreiras, UNED

Abstract

This paper describes how to use adaptive predictive control algorithms to find the Maximum Power Point Tracking (MPPT) in solar photovoltaic panels. The voltage-current characteristics depend basically on two factors; the impact irradiance and the panel temperature. In front of conventional methods of perturb and observe or incremental conductance, the adaptive-predictive control methodology improves control robustness and reliability, taking advantage of the a priori knowledge of the system as well as the knowledge obtained by means of the adaptation during operation. To this end, the process has been simulated and the proposed control scheme tested in this simulation. The results are shown and discussed in this paper.

I. INTRODUCTION

Solar energy is widely available and free of cost so Photovoltaic Panels (PV) could be a solution in power generation of green systems. PV systems are static, quiet and free of moving parts, these make them of low maintenance. Even though the high installation cost and low conversion efficiency, PV is a real solution for many systems. Like most renewable energies, the energy through the photovoltaic effect has an intermittent character so is necessary a robust control system to take major advantage. The adaptive-predictive methods offer high level tools to improve the system variations. New low cost microcontrollers^[10] permit to implement complex algorithms with low control periods. In this paper we present a simulation of PV, their filter and their power converter. We use ADEX Matlab-Simulink® toolkit to simulate the controller. Being of our interest the low frequency dynamics of the system we use an averaged model of converter without keeping in mind the frequency of commutation.

II. SIMULINK® MODELS

A. Photovoltaic panel

The first model we consider was the Photovoltaic Panel^{[1][2]}, this model not only simulate a solar cell, also it models cell arrays or panels. Solar cell is basically a p-n junction fabricated in a thin layer of semiconductor. The electromagnetic radiation of solar energy can be directly converted to electricity through photovoltaic effect. Exposing the cell to sunlight, photons with energy greater than the band-gap energy are absorbed and create electron-hole pairs proportional to the incident irradiation. These carriers are swept apart to create a photocurrent which is directly proportional to solar insolation. PV systems, presents a nonlinear I-V and P-V characteristics curves which vary with the temperature and the radiant intensity. The output voltage and current depends of the number of cells mounted in the array, in parallel or in series.

The model that we use is general and commonly used. This one uses a single exponential, only on p-n junction. In Figure 1 there is the circuit of the one cell model.

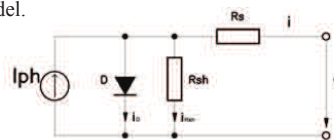


Fig. 1 Equivalent circuit of solar cell

The mathematical description of I-V output characteristic is given by this equation:

Josep M. Valls i Martí, Engineer R+D in Electrificaciones LUMEN, S.A.L. and student of doctorate in department of Electricidad, Electrónica y Control (EEC) in Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales (ETSII) of Universidad de Educación a Distancia (UNED), e-mail: jm.valls@telefonica.net

Daniel Viúdez Moreiras, student of doctorate in department of Electricidad, Electrónica y Control (EEC) in Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales (ETSII) of Universidad de Educación a Distancia (UNED), e-mail: dviudez@adexcop.com

Josep M. Valls

$$i = I_{PH} - I_S e^{\frac{q v i R_S}{k T_C A}} - 1 \frac{v i R_S}{R_{SH}} \quad (1)$$

Where I_{PH} is a light-generated current or photocurrent in Amperes, I_S is the cell saturation of dark current in Amperes, q ($=1.6 \times 10^{-19}$ C) is an electron charge, k ($=1.38 \times 10^{-23}$ J/K) is a Boltzmann's constant, T_C is the cell's working temperature in Kelvin degrees, A is an adimensional ideal factor, R_{SH} is a shunt resistance in Ω and R_S is a series resistance in Ω .

The A ideal factor depends on PV technology and is listed in Table I.

TABLE I
ADIMENSIONAL A IDEAL FACTOR

Technology	A
Si – mono	1.2
Si – poly	1.3
a – Si : H	1.8
a – Si : H tandem	3.3
a – Si : H triple	5
CdTe	1.5
CIS	1.5
AsGa	1.3

The photocurrent depends on insolation and the cell's temperature. The short circuit current I_{SC} can be found in datasheets at reference temperature, usually 25 °C and 1 kW/m² of solar radiation. The relation of short circuit current I_{SC} and the photocurrent I_{PH} at cell's temperature can be described by this equation:

$$I_{PH} = I_{SC} K_1 \left(\frac{T_C}{T_{REF}} \right)^3 \quad (2)$$

Where T_{REF} is the reference temperature in Kelvin degrees and G is the solar insolation in kW/m². The cell's saturation current varies with the temperature which is described at the next equation:

$$I_S = I_{RS} \left(\frac{T_C}{T_{REF}} \right)^3 e^{-\frac{q E_G}{k A} \left(\frac{1}{T_{REF}} - \frac{1}{T_C} \right)} \quad (3)$$

Where I_{RS} is the cell's reverse saturation current at a reference temperature and a solar radiation, E_G is the bang-gap energy of the semiconductor used in the cell by default we use 1.11 eV.

The solar panel is an array of cells, N_S connected in series with N_P connected in parallel. The equation that describes a generalized module can be:

$$i = N_P I_{PH} - N_P I_S e^{\frac{q N_S v i R_S / N_P}{k A T_C}} - 1 \frac{N_P v i R_S / N_P}{R_{SH}} \quad (4)$$

Another parameter that can be found in the datasheet is the open-circuit voltage V_{OC} at reference temperature. In this situation, there is not current output by the cell. It is possible to ignore the shunt-leakage current because R_{SH} is very high. If in the previous equation is substituted $i = 0$, $v = V_{OC}$ and $I_{PH} = I_{SC}$ it is possible to obtain an approximation of the cell's reverse saturation current:

$$I_{RS} = \frac{I_{SC}}{e^{\frac{q V_{OC}}{N_S k A T_C}} - 1} \quad (5)$$

This model was tested with a specific Sharp's PV, model LR0GC02 [6]. The datasheet parameters are exposed at Table II.

This module is a series of ten cells of polycrystalline silicon. Figure 2 shows the datasheet characteristics of I – V and P – V curves for 1200 W/m², 1000 W/m², 800 W/m² and 600 W/m² at T_C = 25 °C, and the same values for the simulation results.

TABLE II
OUTPUT CHARACTERISTICS LR0GC02

Characteristic	Symbol	Typical	Min	Max	UNIT
Open Circuit Voltage	Voc				
Short Circuit Current	Isc				
Maximum Power Voltage	Vpm				
Maximum Power Current	Ipm				
Maximum Power	P				
Inverse Leak Current (in -4.2V)	Ir				

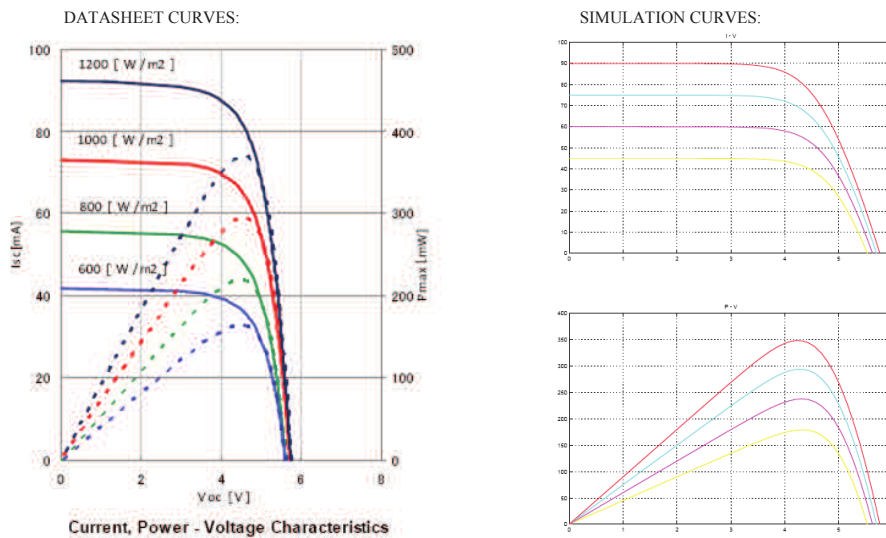


Fig. 2 Datasheet and simulations curves for 1200 W/m², 1000 W/m², 800 W/m² and 600 W/m² at 25 °C of module temperature.

Figure 3 presents the SIMULINK model used to simulate the PV panel and the configuration parameters. There are two parameters that not appear in datasheet and must be approximated. These parameters are R_S series' resistance and R_{pH} shunt's resistance. We use $R_S = 0.85 \text{ } \Omega$ and $R_{pH} = 28 \text{ k} \Omega$. With these values the curves are very similar.

This model is not useful for our purposes, because the output explicit variable is current as function of voltage. We need an equation that explicit the voltage as function of current. From the equation (4) an expression can be found that gives the voltage as function of current.

$$v = \frac{kAT_C N_s}{q} \ln \left[\frac{N_p I_{pH}}{N_p I_s} + i \frac{N_p v / N_s + i R_s / N_p}{R_{SH}} + 1 \right] \frac{i N_s R_s}{N_p} \tag{6}$$

The maximum power point depends on temperature, insolation and load of the panel. To find the maximum power point is necessary to control the load. Also is necessary to give a constant voltage at the output. To reach these purposes it is used a power converter. There are three types of basic converters: BUCK (Step down), BOOST (Step up) and BUCK-BOOST (Inverter). The output voltage is fixed by the use that we want to give to the system, for example if the load is based on batteries, the output voltage must be the normalized battery voltage (6V, 12V, 24V, 48V, 96V) plus the charge condition.



Fig. 3 SIMULINK model for PV panel configuration parameters and scope curves

B. Power Stage

The maximum output voltage of the panel under test is 5.7 V (V_{oc}). So it is mandatory to use a power converter that steps up the voltage. There are two possibilities: the BOOST and the BUCK-BOOST, in the datasheet advises to use a BOOST, so it is necessary a model of BOOST converter [7].

Otherwise it is necessary to put a low pass filter [8] at the output of the panel. Therefore our plant is composed of a PV, a low pass filter and a power converter described at Figure 4.

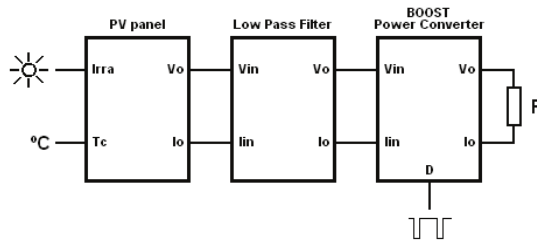


Fig. 4 Schematics of PV system with BOOST converter and low-pass Filter

We consider a generic low-pass filter (Figure 5) that is composed by inductor L and a capacitor C and their body resistors. The circuit is described by equations:

$$\begin{aligned}
 L \frac{di_m}{dt} &= v_m - v_o - i_m R_l \\
 C \frac{dv_c}{dt} &= i_m - i_o \\
 v_o - v_c &= R_c i_m - i_o
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

In Figure 5 there is a schematic of the filter and the subsystem model to solve the differential equations system of low-pass filter:

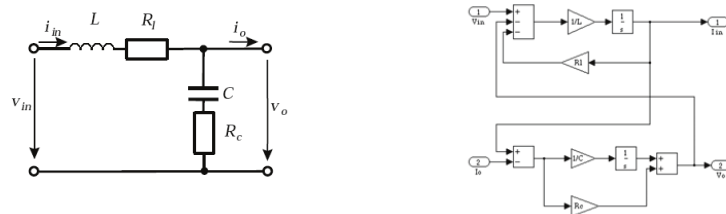


Fig. 3 Schematic and SIMULINK model of low pass filter.

In the same way it is possible to model the BOOST converter like a low-pass filter, averaging current and voltage with the PWM conduction factor. Other way to model switched converter is by characterization of low frequency^[10] but this models has associated to low signal. The differential equations system that describes the BOOST converter is:

$$\begin{aligned} L \frac{di_L}{dt} &= v_i - v_o (1-d) - i_L R \\ C \frac{dv_o}{dt} &= i_L (1-d) - i_o \\ v_o &= v_i \frac{1}{R} \frac{1}{1-d} \end{aligned} \tag{8}$$

In Figure 6 there is a schematic and a SIMULINK average model of BOOST converter power stage:

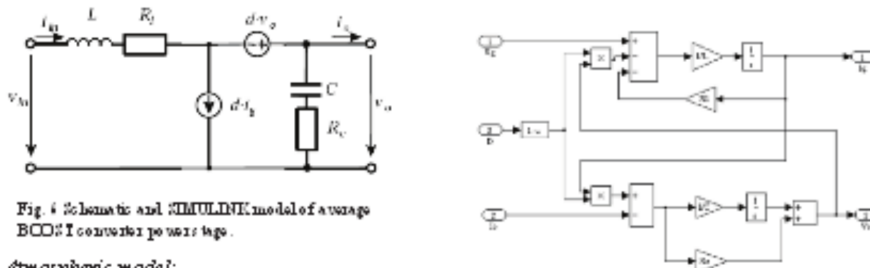


Fig. 4 Schematic and SIMULINK model of average BUCK converter power stage.

C. Atmospheric model:

Other thing that is mandatory to model is the insulation radiation and the temperature (the atmospheric model). For this we use the sample data used in Hussein^[11] paper. We take data and we use a look up table in our model. In Figure 7 there are the SIMULINK boxes:

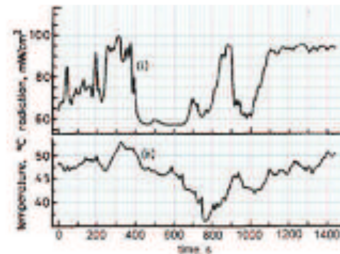


Fig. 7 Atmospheric model of Hussein paper.

III. SIMULATION RESULTS

Estam-Champman^[5] compiles different techniques of PV Maximum Power Point Tracking (MPPT). The most popular methods are Perturb and Observe (P&O) also Hill Climbing and Incremental Conductance. The P&O and Hill Climbing methods main disadvantage is the necessity to perturb the system to find MPP. The Incremental Conductance is an expert method. ADEX^[11] has different domains, an expert domain that resolves the control limits and adaptive predictive domain that resolves, with accuracy the central zone. We use the Incremental Conductance principle and add the control accuracy of adaptive predictive control.

On the other hand the best advantage of ADEX is that it doesn't need to tune the controller and has the capacity to learn with the system dynamics. Figure 8 shows the flux diagram and curves of operation of adaptive predictive control.

The ADEX controller is used during the MPPT control phase. Is a single-input single-output controller with a control period of one second sampling time and a prediction horizon of five control periods. The driver block dynamics were

!

!

consistent with those of a second order model with damping ratio equals to one and time constant equals to one control period.

The ADEX controller acts in the phase of change the current, computing the amount of current to change. The other strategy belongs to the expert domain.

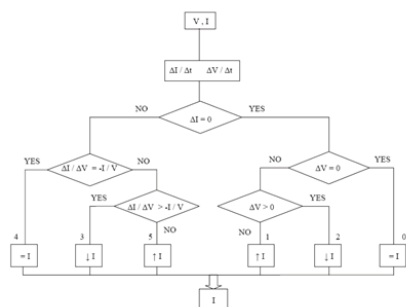
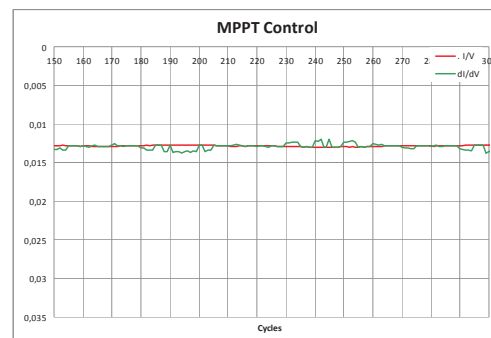


Fig. 8 Flux diagram of Incremental conductance and MPPT control curves



IV. CONCLUSION

The capacity of new microcontrollers and DSP allows implementing more sophisticated control processes. Tasks that in the past were rejected by complexes now are easily acceptable. The Incremental Conductance method has the benefits in front of other that is not necessary to perturb the system to find the MPP, and ADEX controller adds the ability to find the break-even point without oscillating. Perhaps ADEX be not the fastest controller, but is the robustness one. The adaptive capacity of this control algorithm helps to give a more efficiency output against randomly varying atmospheric conditions.

REFERENCES

- [1] H. L. Tsai, C. S. Tu and Y. J. Su, "Development of Generalized Photovoltaic Model Using MATLAB/SIMULINK," Proceedings of the World Congress On Engineering and Computer Science 2008, WCECS 2008, October 22 – 24, 2008, San Francisco, USA.
- [2] D. Sera, R. Teodorescu and P. Rodriguez, "PV panel model based on datasheet values," IEEE international symposium on Industrial Electronics 2007, ISIE 2007, June 4 – 7, 2007, Vigo, Spain.
- [3] K. H. Hussein, I. Muta, T. Hoshino, and M. Osakada, "Maximum photovoltaic power tracking: an algorithm for rapidly changing atmospheric conditions," IEE Proceedings of Generation Transmission and Distribution, vol.142, No 1, January 1995. pp. 59-64
- [4] R. Sridhar, Dr. Jeevananathan, N. T. Selvan and S. Banerjee, "Modeling of PV Array and Performance Enhancement by MPPT Algorithm," International Journal of Computer Applications, vol 7, No 5, September 2010, pp 35-39
- [5] T. Esmam and P. L. Chapman, "Comparison of Photovoltaic Array Maximum Power Point Tracking Techniques," IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 22, No 2, June 2007, pp 439-449
- [6] SHRAP LR0GC02 datasheet, SPEC No. EL216039C ISSUE: November 27, 2009
- [7] H. Sira-Ramirez and R. Silva-Ortigoza, "Control Design Techniques in Power Electronics Devices," Springer International Edition 2006, First Indian Reprint 2009, ISBN: 1-84628-458-9.
- [8] K. P. Louganski, "Modeling And Analysis Of A Dc Power Distribution System In 21st Century Airlifters," Thesis for Master of Science in Electrical Engineering, Virginia Polytechnic Institute and State University, September 30, 1999.
- [9] G. W. Wester and R. D. Middlebrook, "Low-Frequency Characterization of Switched de-dc Converters," Third IEEE Power Processing and Electronic Specialists Conference, Atlantic City, N.J., May 1972.
- [10] Jared Casey, "Maximum Power Point Traking With the bq24650 Charger " Texas Instruments, Europe Power Supply Design Seminar, SLUA586, January 2011.
- [11] J.M. Martín-Sánchez and J. Rodellar, "Control adaptativo predictivo experto ADEX," Ed. UNED, Madrid 2005, ISBN: 84-362-5094-X, 2005.

B.1.2. Presentación SAICA-2011

La comunicación oral del artículo anterior fue presentada por el autor el 8 de noviembre de 2011 en Barcelona en la Escuela Industrial.

Josep M. Valls

Using Adaptive Predictive Control in the Maximum Power Point Tracking Algorithm

J. M. Valls Martí
D. Viúdez Moreiras
UNED

Outline

- ▶ Introduction
- ▶ SIMULINK® Models
 - Photovoltaic Panel
 - Power Stage
 - Atmospheric Model
 - Control Subsystem
- ▶ Simulation Results
- ▶ Conclusions and further work

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

Introduction



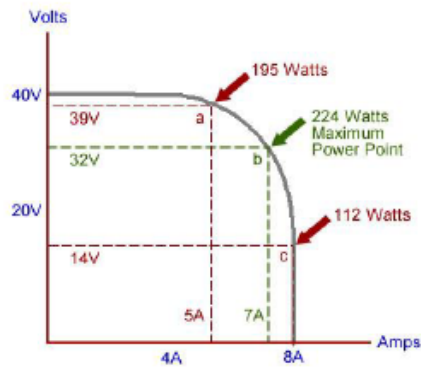
Introduction

Maximum power point tracking (MPPT) is a technique that grid-tie inverters, solar battery chargers and similar devices use to get the maximum possible power from the PV array. Solar cells have a complex relationship between solar irradiation, temperature and total resistance that produces a non-linear output efficiency known as the *I-V curve*. It is the purpose of the MPPT system to sample the output of the cells and apply a resistance (load) to obtain maximum power for any given environmental conditions. Essentially, this defines the current that the inverter should draw from the PV in order to get the maximum possible power (since power equals voltage times current).

(WIKIPEDIA MPPT entry)

Josep M. Valls

Introduction



$$P = U \times I$$

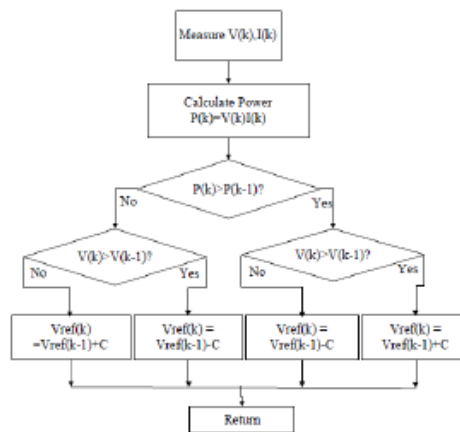
$$P_a = 39 \text{ V} \times 5 \text{ A} = 195 \text{ W}$$

$$P_b = 32 \text{ V} \times 7 \text{ A} = 224 \text{ W}$$

$$P_c = 14 \text{ V} \times 8 \text{ A} = 112 \text{ W}$$

V/I curve

Introduction



P&O (Perturb and Observe)

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

Introduction

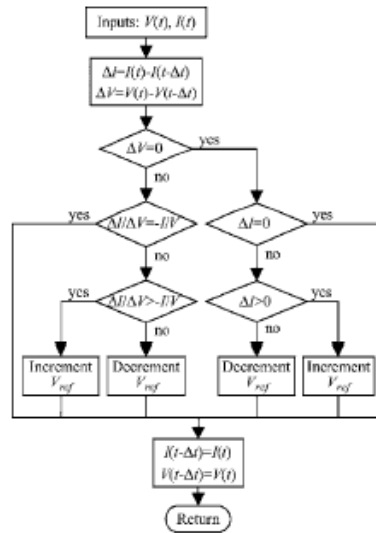
Incremental Conductance (INC)

$$\begin{cases} dP/dV = 0, & \text{at MPP} \\ dP/dV > 0, & \text{left of MPP} \\ dP/dV < 0, & \text{right of MPP.} \end{cases}$$

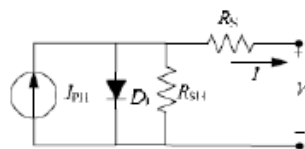
$$\frac{dP}{dV} = \frac{d(IV)}{dV} = I + V \frac{dI}{dV} \approx I + V \frac{\Delta I}{\Delta V}$$

$$\begin{cases} \Delta I/\Delta V = -I/V, & \text{at MPP} \\ \Delta I/\Delta V > -I/V, & \text{left of MPP} \\ \Delta I/\Delta V < -I/V, & \text{right of MPP.} \end{cases}$$

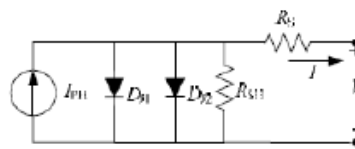
$$e = \frac{I}{V} + \frac{dI}{dV}$$



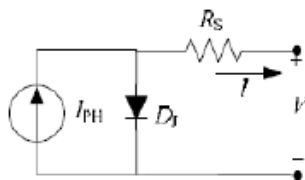
SIMULINK® Models: Photovoltaic Panel



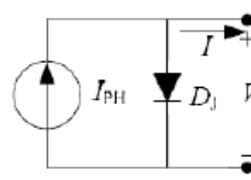
(a) General model



(b) Double exponential model

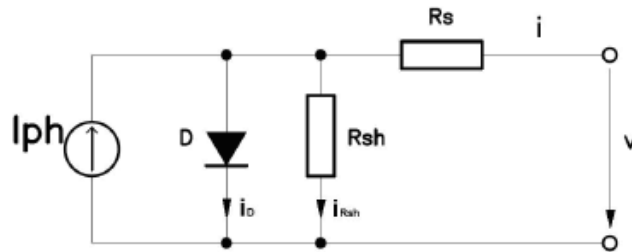


(c) Appropriate model



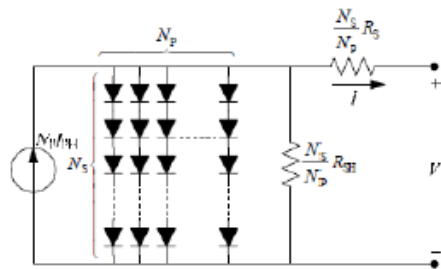
(d) Simplified model

SIMULINK® Models: Photovoltaic Panel



$$i = I_{PH} - I_S \left(\exp \left(\frac{q(v+iR_S)}{kT_C A} \right) - 1 \right) - \frac{v + iR_S}{R_{SH}}$$

SIMULINK® Models: Photovoltaic Panel



(a) General model

$$i = N_p I_{PH} - N_p I_S \left(\exp \left(\frac{q \left(\frac{v}{N_s} + \frac{iR_s}{N_p} \right)}{kT_C} \right) - 1 \right) - \frac{N_p v / N_s + iR_s / N_p}{R_{SH}}$$

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

SIMULINK® Models: Photovoltaic Panel

$$v = \frac{kAT_c N_s}{q} \ln \left(\frac{N_p I_{PH} - i - \frac{N_p v / N_s + i R_s / N_p}{R_{SH}}}{N_p I_s} + 1 \right) - \frac{i N_s R_s}{N_p}$$

SIMULINK® Models: Photovoltaic Panel

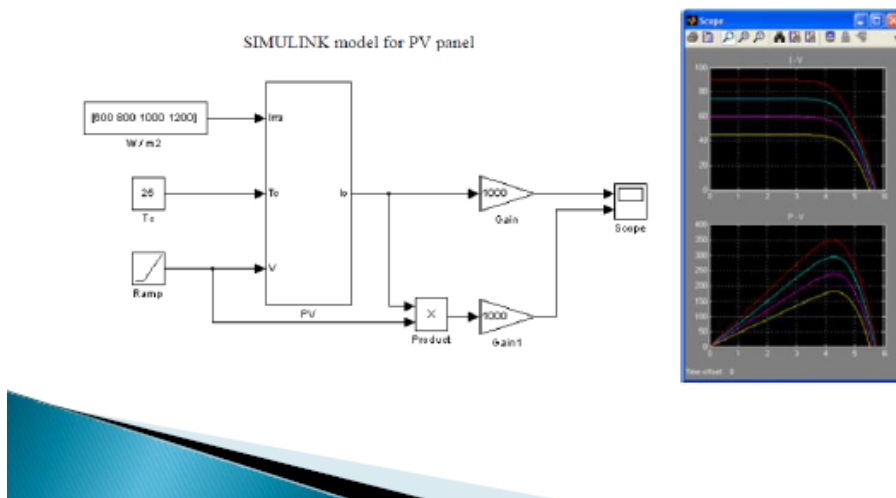
TABLE II
OUTPUT CHARACTERISTICS LR0GC02

Characteristic	Symbol	Typical	Min	Max	UNIT
Open Circuit Voltage	Voc	5.7	5.2	-	V
Short Circuit Current	Isc	75	62	-	mA
Maximum Power Voltage	Vpm	4.5	3.8	-	V
Maximum Power Current	Ipm	65	48	-	mA
Maximum Power	Pm	300	240	-	mW
Inverse Leak Current (in -4.2V)	Ir	0.15	-	4	mA

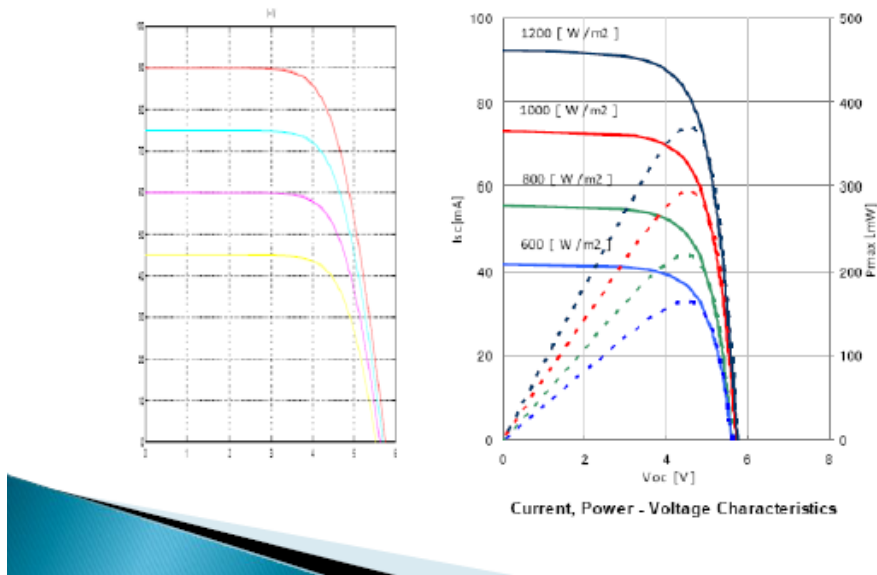
LR0GC02 is a series of ten cells of polycrystalline silicon.

Josep M. Valls

SIMULINK® Models: Photovoltaic Panel

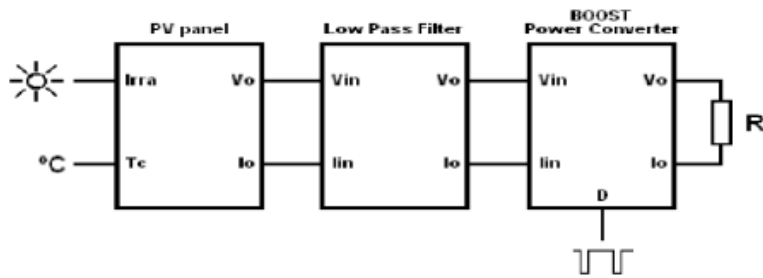


SIMULINK® Models: Photovoltaic Panel

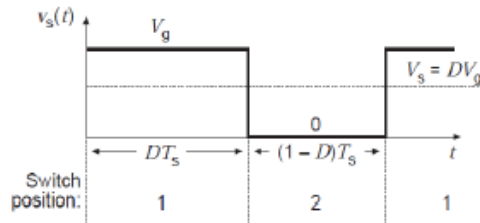
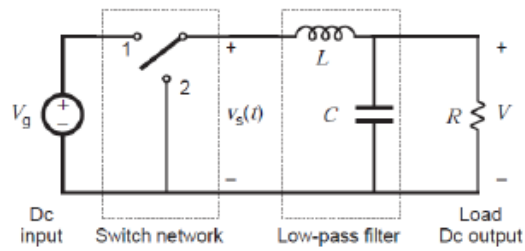


Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

SIMULINK® Models: Power Stage

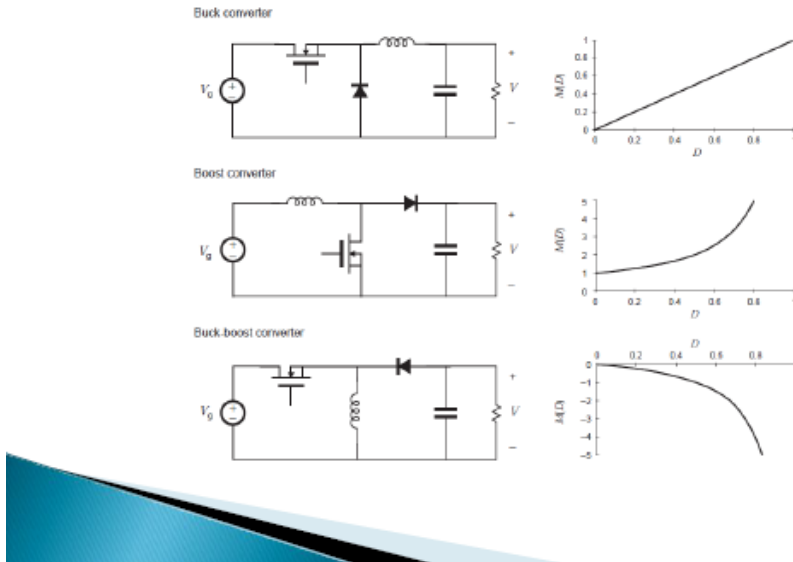


SIMULINK® Models: Power Stage

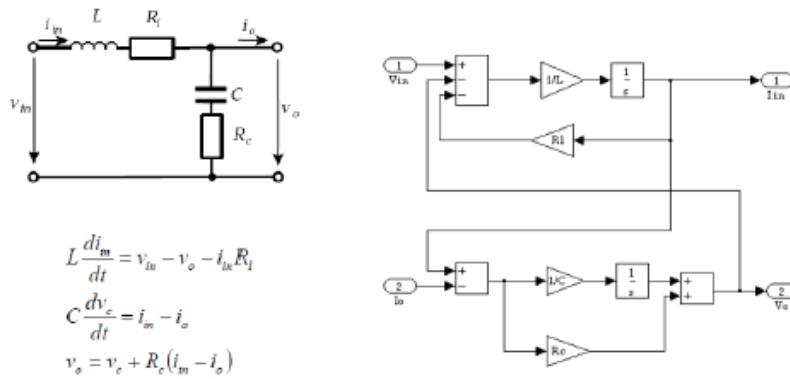


Josep M. Valls

SIMULINK® Models: Power Stage

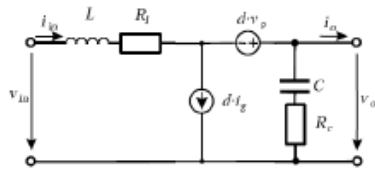


SIMULINK® Models: Power Stage



Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

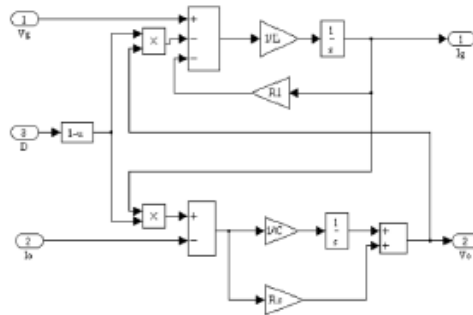
SIMULINK® Models: Power Stage



$$L \frac{di_m}{dt} = v_{in} - v_o(1-d) - i_m R_l$$

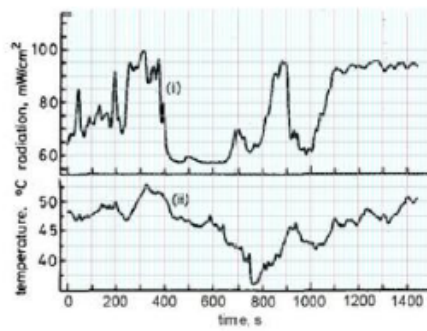
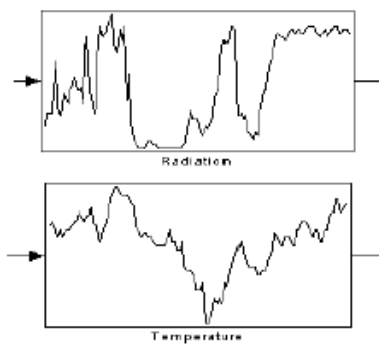
$$C \frac{dv_c}{dt} = i_m(1-d) - i_o$$

$$v_o = v_c + R_c(i_m(1-d) - i_o)$$



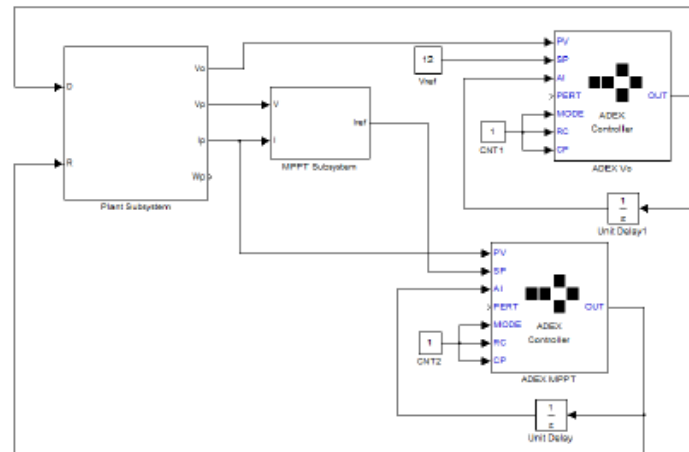
SIMULINK® Models: Atmospheric Model

K. H. Hussein, I. Muta, T. Hoshino, and M. Osakada, "Maximum photovoltaic power tracking: an algorithm for rapidly changing atmospheric conditions," IEE Proceedings of Generation Transmission and Distribution, vol.142, No 1, January 1995. pp. 59-64

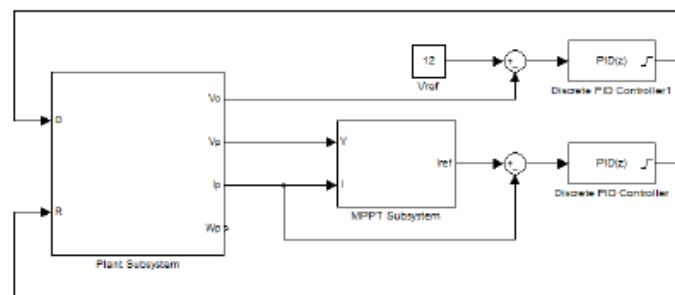


Josep M. Valls

SIMULINK® Models: Control Subsystem

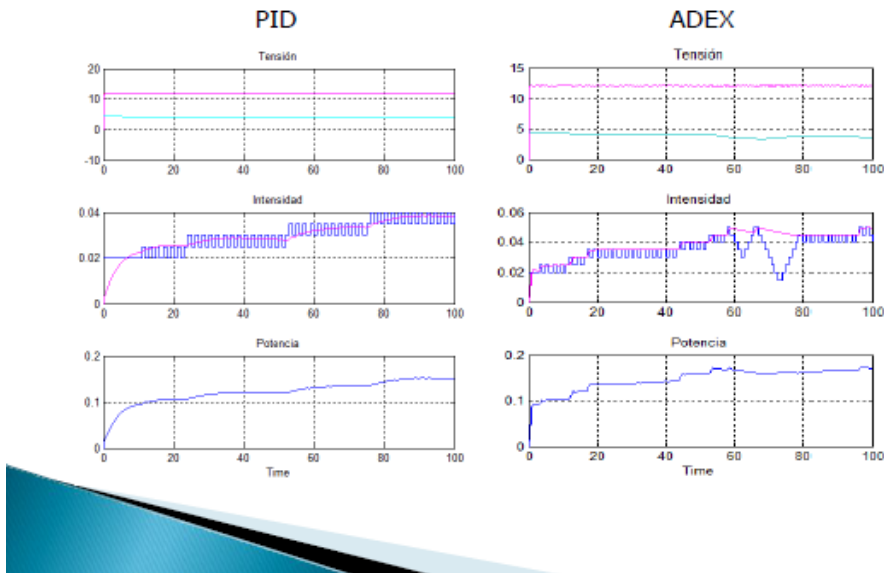


SIMULINK® Models: Control Subsystem

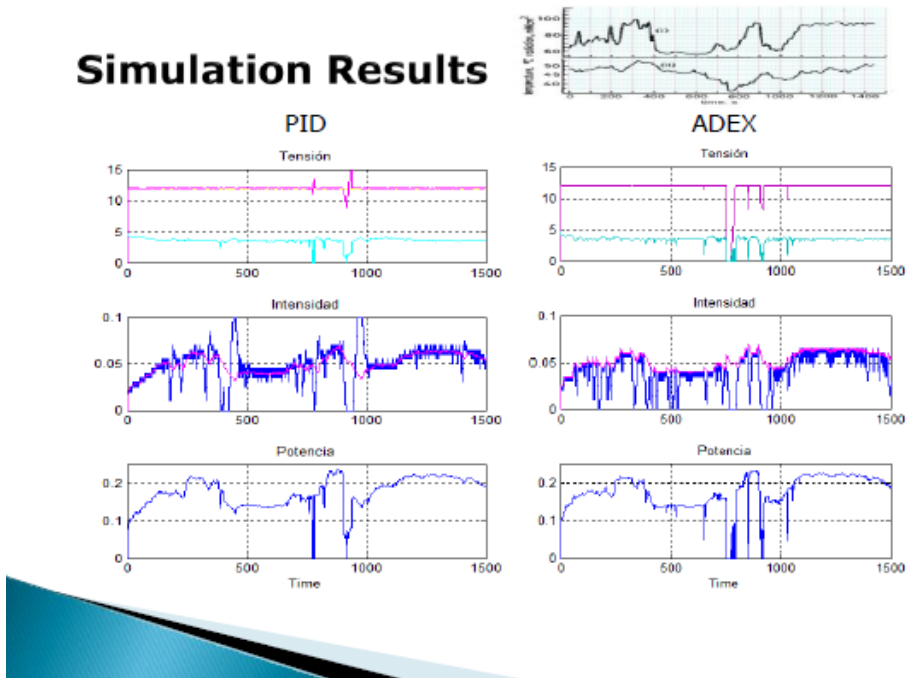


Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

Simulation Results



Simulation Results



Josep M. Valls

Conclutions and further work

- ▶ ADEX and PID could find the MPPT.
- ▶ Is not necessary tuning ADEX and its capacity of self adjusting aids to work with for rapidly changing atmospheric conditions
- ▶ The capacity of new microcontrollers and DSP allows implementing more sophisticated control processes.
- ▶ We have a model of PV and converter that describe so good the dynamics of system.

- ▶ Is possible to adjust more efficiently the MPPT control period to avoid process collapsing.
- ▶ Try another algorithms or variations of incremental conductance like:

$$e = \frac{I}{V} + \frac{dI}{dV}$$

Thank you for your attention

Any questions?

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

B.1.3. Artículo SAAEI-2014

El artículo "Analysis and Synthesis of a new converter to complete the class of Ćuk, SEPIC and Zeta Converters" fue presentado al SAAEI - 2014.

Este trabajo presenta la síntesis del convertidor X como consecuencia del análisis de los convertidores de la clase del de Ćuk .

Josep M. Valls

Analysis and Synthesis of a new converter to complete the class of Ćuk, SEPIC and Zeta Converters

J. M. Valls, PhD student at Universidad Pública de Navarra

Abstract—There are three basic types of DC-DC converters: Buck, Boost and Buck-Boost. It is possible to combine these to create new topologies. The well-known fourth-order converters (Ćuk, SEPIC and Zeta), can be derived by coupling the Buck, Boost and Buck-Boost converters with a flying capacitor but there is another derivation that the author has named the X-Converter. This paper will present steady-state analysis for ideal and non-ideal components with average equations modeled in state space and continuous and discontinuous conduction modes. This converter could be seen as a topological variation of Buck-Boost converter because is obtained by adding an inductor and a capacitor to that converter. The voltage drop in the capacitor is zero and for large signal put the inductors in parallel, but in small signal has a fourth-order behavior.

Index Terms—Boost, Buck, Ćuk, DC-DC power converters, SEPIC, Zeta.

I. Introduction

THE schematics of the three basic DC-DC converters can be cut between the switch and diode. At this point there will be a square voltage waveform at the point where the cut was made. Two sections cut in this way can be joined with a series capacitor, creating a new topology that uses two inductors. The Ćuk converter [1] is a combination of the Boost and the Buck, the SEPIC converter [2] is a combination of the Boost and the Buck-boost and the Zeta converter [3] [4] is a combination of the Buck-boost and the Buck. By combining two Buck-Boost topologies the X-Converter is created, a topology that is symmetrical to the Ćuk. This converter has similar properties as its brothers, for example the same transfer function for averaged model. The relationship among these converters is that each of them has a flying capacitor coupling primary and secondary and all of them have two inductors and one controlled switch. The method used to find this converter is that used by Professor S. Martínez and detailed in reference [5].

II. Derivation Of The Converters

Derivation of these converters can be performed from the point of view of energy transfer [6] [7]. The converter is shown as voltage and current sources, a switch and a diode. Only the ideal situation with ideal components has been considered.

It is also assumed that the capacitor is equivalent to a voltage source, that an inductor is equivalent to a current source, that a voltage source followed by an inductor

Josep M. Valls i Martí is a research and development engineer at Electrificaciones Lumen, S.A.L. and PhD student at UPNA, Pol. Ind. Mugazuri B-7, 31600 Burlada (Navarra), Spain, email: jvalls@electrolumen.es.

is equivalent to a current source, and that a capacitor in parallel with a resistor is equivalent to a voltage source.

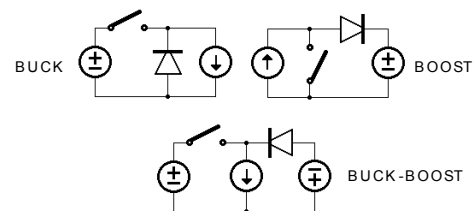


Fig. 1. Basic converters diagram

There are several cites where is possible to find the diagram of three basic converters in form of energy transfer [6] [7]. In Fig. 1 are shown these diagrams.

A. Splitting the Basic Converters

In the first step, the basic converters will be split in two parts that can be coupled through a capacitor. It is important to cut the diagram by the junction between switch and diode, because the converters that we want to find have only one switch and one diode. In Fig. 2 are shown the possible parts that can be obtained by cutting the diagrams of the converters.

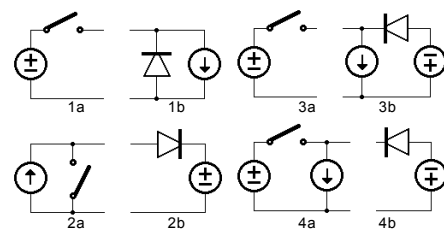


Fig. 2. Split parts of basic converters: 1 - Buck Converter, 2 - Boost Converter and 3,4 - Buck-Boost Converter.

B. Joining the Converter Parts

Every of two parts must have an inductor or a current source, because this family of converters has two inductors, and when adapting two circuits through a capacitor it is mandatory to change the polarity of the diodes because the capacitor inverts the polarity of that voltage.

Now is possible to join the parts to obtain the Cuk-derived converters, as shown in Fig. 3: Cuk Converter is obtained by combining Part 2a with inverse of Part 1b. SEPIC Converter is obtained by combining Part 2a with inverse of Part 3b. ZETA Converter is obtained by combining Part 4a with Part 1b and X Converter is obtained by combining Part 4a with Part 3b.

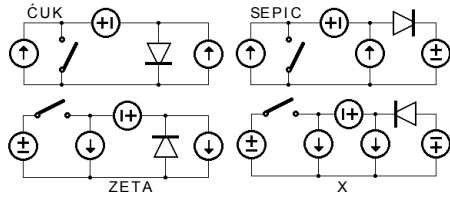


Fig. 3. Cuk derived converters.

III. ANALYSIS OF THE X CONVERTER

A. Differential Equations.

To obtain the differential equations describing the X Converter dynamics [8] [9], the ideal topology shown in Fig. 4 is considered.

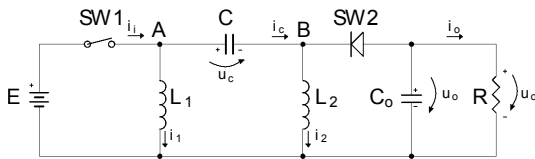


Fig. 4. X Converter schematic for analysis.

Switch One, SW1 (transistor) is the primary switch and Switch Two, SW2 (diode) is the secondary switch. SW1 is the controlled switch and can be in two positions. When SW1 is ON, the diode SW2 is OFF because it is reverse biased. This state is called the conduction state and is represented as "ON". Otherwise when SW1 is OFF and SW2 is ON the state is called the non-conduction state and is represented as "OFF". Fig. 5 shows the two states.

The equations are obtained by application of Kircho's current and Kircho's voltage laws for each state. The ON state is considered first. At this point SW1 (MOSFET) is ON and SW2 (diode) is OFF. There are three loops: One composed of voltage source E and inductor L₁. The second is composed of voltage source E in series with capacitor C and inductor L₂. The third is composed of capacitor C₀ and load resistor R.

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_1}{dt} &= E \\ L_2 \frac{di_2}{dt} &= E - u_c \\ u_o &= i_o R \end{aligned} \quad (1)$$

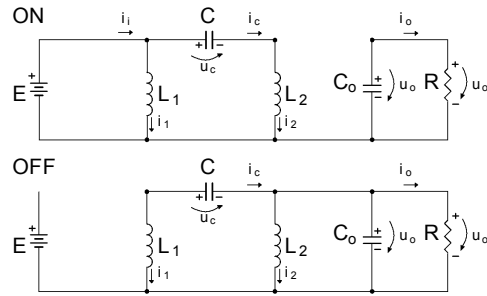


Fig. 5. Conduction and non-conduction states of the X Converter.

Kircho's current law can be applied at two nodes. The first node is $i_i = i_1 + i_2$ and the second node is i_o :

$$\begin{aligned} i_i &= i_1 + C \frac{du_c}{dt} \\ i_o &= -C_o \frac{du_o}{dt} \end{aligned} \quad (2)$$

Kircho's voltage law can be applied in the same way during the non-conduction state OFF. There are two loops: the first loop is composed of inductor L₁ in series with capacitor C and capacitor C₀ and the second one is composed of inductor L₂ and capacitor C₀:

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_1}{dt} &= u_c + u_o \\ L_2 \frac{di_2}{dt} &= u_o \end{aligned} \quad (3)$$

Kircho's current law is then applied at two nodes: the first one is i_1 and the second one is $i_o + i_1 + i_2 = 0$.

$$\begin{aligned} C \frac{du_c}{dt} &= -i_1 \\ C_o \frac{du_o}{dt} &= -i_1 - i_2 - i_o \end{aligned} \quad (4)$$

The switch position function is modeled by a binary function of switch position $u \in \{0, 1\}$. This model is instantaneous, but for control applications it is more convenient to use an average model. This other model has the same equations, the only difference is the input variable d. In this case it is a continuous function that has values in the interval of 0 to 1: $0 \leq d \leq 1$. These equations are valid around the break-even point, that is to say when d is constant. This is the reason why duty cycle is represented by an uppercase D.

$$L_1 \frac{di_1}{dt} = D \cdot E + (1 - D) \cdot u_c + (1 - D) \cdot u_o \quad (5)$$

$$L_2 \frac{di_2}{dt} = D \cdot E - D \cdot u_c + (1 - D) u_o \quad (6)$$

$$C \frac{du_c}{dt} = D \cdot i_2 - (1 - D) \cdot i_1 \quad (7)$$

$$C_o \frac{du_o}{dt} = -(1 - D) \cdot i_1 - (1 - D) \cdot i_2 - \frac{u_o}{R} \quad (8)$$

Valls: X - CONVERTER

3

The state variables are the currents through the inductors and voltages across the capacitors, but there are three currents that are interesting for circuit analysis, and these are the input current, the output current and the diode current. The input current is also the current through the transistor. This current flows when the transistor is closed:

$$i_i = \begin{cases} i_1 + i_2 & \text{if SW1 = ON} \\ 0 & \text{if SW1 = OFF} \end{cases}$$

Integrating along a period T is equivalent to integrating from zero to t_{on}

$$\bar{i}_i = \frac{1}{T} \int_0^T i_i \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^{t_{on}} (i_1 + i_2) \cdot dt = \frac{t_{on}}{T} \cdot (\bar{i}_1 + \bar{i}_2)$$

$$\bar{i}_i = D \cdot (\bar{i}_1 + \bar{i}_2) \quad (9)$$

The output current is the current that flows through the load resistor and can be expressed as the output voltage divided by this load resistance: $i_o = \frac{u_o}{R}$

The diode current is the sum of i_1 and i_2 at the OFF state. Performing the same operations as in (9):

$$\bar{i}_D = (1 - D) \cdot (\bar{i}_1 + \bar{i}_2) \quad (10)$$

In Fig. 6 the voltage and current waveforms of the X Converter are shown at the inductor nodes:

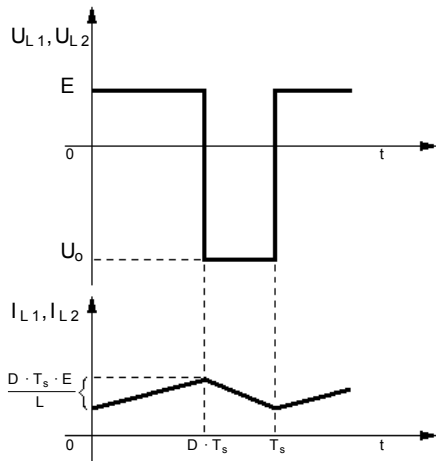


Fig. 6. Voltage and current waveforms of the X Converter for CCM.

B. Transfer Functions

There are two transfer functions of interest: the voltage transfer function [10] [11] [12] and the current transfer function. In steady state the average voltage and the average current are constants and their derivatives are zero.

The relationship between u_c and u_o can be found substituting the steady state condition into the second state equation (6), resulting in:

$$u_c = E + \frac{1 - D}{D} u_o \quad (11)$$

The voltage transfer function is obtained by substituting equation (11) into the first state equation (5) during steady state conditions.

$$D \cdot E + (1 - D) \left(E + \frac{1 - D}{D} u_o + u_o \right) = 0$$

Eliminating u_o , the voltage transfer function is:

$$u_o = \frac{-D}{1 - D} E \quad (12)$$

The relationship between the inductor currents can also be found from the third state equation (7) in steady state:

$$i_2 = \frac{1 - D}{D} i_1 \quad (13)$$

The expressions of input and output currents are known from fourth state equation (8), and the current transfer function is found by substituting (12) and (13) into this equation:

$$i_i = D(i_1 + i_2) \quad i_o = \frac{-(1 - D)}{D} i_1 = \frac{D - 1}{D} i_i \quad (14)$$

Substituting (12) into (11) results in another interesting effect which is the null average voltage across the coupling capacitor C:

$$u_c = E + \frac{1 - D}{D} u_o = E + \frac{1 - D}{D} \cdot \frac{-D}{1 - D} E = 0 \quad (15)$$

C. Non-Ideal Components

In simulation it is important to treat the components as non-ideal [13] [14]. Having damping resistances aids the derivation of more realistic results, without oscillations that in the real circuit do not exist.

Considering the switches as ideal, the resulting model is shown at Fig. 7:

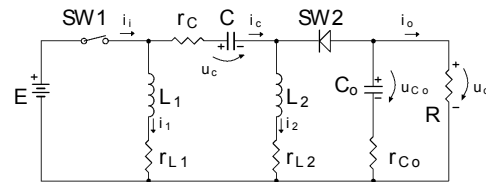


Fig. 7. X Converter circuit with non-ideal components.

Kircho's laws can be applied as they were before for equations (1) during the ON state:

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_1}{dt} &= E - r_{L1} \cdot i_1 \\ L_2 \frac{di_2}{dt} &= E - u_c - r_C \cdot i_2 - r_{L2} \cdot i_2 \\ u_o &= u_{C0} - r_{C0} \cdot i_o = i_o \cdot R \end{aligned} \quad (16)$$

4

Note that the equations for Kircho's current law are the same as in the previous equations (2). Now for the OFF state:

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_1}{dt} &= u_C + u_o - r_C \cdot i_1 - r_{L1} \cdot i_1 \\ L_2 \frac{di_2}{dt} &= u_o - r_{L2} \cdot i_2 \end{aligned} \quad (17)$$

Adding equations (16) multiplied by D plus equations (17) multiplied by $(1-D)$ results in the state equations with non-ideal components:

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_1}{dt} &= D \cdot (E - r_{L1} \cdot i_1) + (1-D) \cdot (u_C + u_o - (r_C + r_{L1}) \cdot i_1) \\ L_2 \frac{di_2}{dt} &= D \cdot (E - u_C - (r_C + r_{L2}) \cdot i_2) + (1-D) \cdot (u_o - r_{L2} \cdot i_2) \\ C \frac{du_C}{dt} &= D \cdot i_2 - (1-D) \cdot i_1 \\ C_o \frac{du_o}{dt} &= - (1-D) \cdot (i_1 + i_2) - \frac{u_o}{R} \end{aligned} \quad (18)$$

From this system of equations, it is possible to obtain the output voltage expression taking in account of the non-idealities in the circuit in the same way as for ideal components. In steady-state the derivatives of the average voltages and currents are zero. The first two equations of (18) can be written as:

$$\begin{aligned} U_o &= \frac{-D}{1-D} \cdot E - U_C + (r_C + r_{L1}) \cdot I_1 + \frac{D}{1-D} \cdot r_{L1} \cdot I_1 \\ U_o &= \frac{-D}{1-D} \cdot (E - U_C - (r_C + r_{L2}) \cdot I_2) + r_{L2} \cdot I_2 \end{aligned} \quad (19)$$

By (15) it is known that U_C is zero, and then (19) can be simplified as:

$$\begin{aligned} U_o &= \frac{-D}{1-D} \cdot E + (r_C + \frac{r_{L1}}{1-D}) \cdot I_1 \\ U_o &= \frac{-D}{1-D} \cdot E + \frac{D \cdot r_C + r_{L2}}{1-D} \cdot I_2 \end{aligned} \quad (20)$$

It can be demonstrated that the modulus of the output current I_o is equal to the average value of i_2 . The voltage drop through the principal switch V_S must be subtracted from E , and if the diode voltage V_D will be accounted for, it must be subtracted from u_o . These two voltages appear in the equation with a positive sign because the output voltage is negative. Therefore equation (20) can be written as:

$$U_o = \frac{-D}{1-D} \cdot (E - V_S) + \frac{D \cdot r_C + r_{L2}}{1-D} \cdot I_o + V_D \quad (21)$$

D. Discontinuous Conduction Mode

For Discontinuous Conduction Mode (DCM) [15], [16], [17], [18], the current of one or both inductors falls to zero before the end of the switching cycle. Three parts of the duty cycle can be defined: D_1 is when the switch S is ON and the inductor is charging, D_2 is when the switch S is OFF and the inductor is discharging and D_3 is when the current through the inductor is zero. The waveform is shown in Fig. 8.

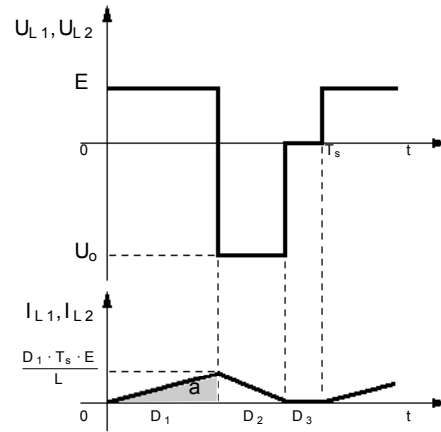


Fig. 8. Voltage and current waveforms of the X Converter in DCM.

The peak current through the inductor is:

$$I_{Lpk} = \frac{D_1 \cdot T_s \cdot E}{L} = \frac{D_2 \cdot T_s \cdot u_o}{L} \quad (22)$$

The charge transferred during $(D_1 \cdot T_s)$ is the area of the triangle a:

$$q_1 = \frac{1}{2} \cdot D_1 \cdot T_s \cdot I_{Lpk} = \frac{D_1^2 \cdot T_s^2 \cdot E}{2 \cdot L} \quad (23)$$

On the other hand the charge is also the integral of the current during the period, divided by that period:

$$I_1(t) = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} i_1(t) dt = \frac{q_1}{T_s} \quad (24)$$

The input current is the current through the inductor, applying equations (23) and (24), an can be expressed as:

$$I_i = \frac{q_1}{T_s} = \frac{D_1^2 \cdot T_s \cdot E}{2 \cdot L} \quad (25)$$

Supposing that no losses occur the input power is equal to output power. In DC circuits the power is the product of voltage and current, but it can be also be expressed as function of resistance. The output resistance is constant, like the input and output voltages. Therefore power can be expressed as a function of equivalent input resistance.

Valls: X - CONVERTER

5

$$P_i = E \cdot I_i = \frac{E^2}{R_e} \equiv P_o = u_o \cdot I_o = \frac{u_o^2}{R} \quad (26)$$

Using equation (26) we can derive the equivalent resistance R_e as a function of input current:

$$R_e = \frac{E^2}{E \cdot I_i} = \frac{E}{D_1^2 \cdot T_s \cdot E} = \frac{2 \cdot L}{D_1^2 \cdot T_s} \quad (27)$$

The final variable to be determined is the equivalent inductance L . Both inductors share the same voltage waveform because the voltage drop in the capacitor is zero, and hence L is equal to L_1 and L_2 in parallel. The voltage transfer function of Discontinuous Conduction Mode (DCM) is expressed by equation (28):

$$u_o = \frac{\sqrt{R \cdot D_1^2 \cdot T_s}}{2 \cdot L} E \quad (28)$$

E. Small-Signal Equivalent Circuit Model

From Fig.5 it is easy to derive the small-signal model equations by averaging the signals in circuit [15]. In references [18] and [19] various methods of small-signal analysis are explained. Hence, assuming that the average of the signal $x(t)$ over T_s is equal to the corresponding quiescent value X plus an small ac perturbation $\tilde{x}(t)$ as $\bar{x}(t) = X + \tilde{x}(t)$ and (in CCM) is:

$$\begin{aligned} L_1 \frac{d\tilde{i}_1(t)}{dt} &= (D')\tilde{u}_c(t) + (D')\tilde{u}_o(t) + (E - U_o)\tilde{d}(t) + D\tilde{x}(t) \\ C \frac{d\tilde{u}_c(t)}{dt} &= D\tilde{i}_1(t) - (D')\tilde{i}_2(t) + \tilde{d}(t)(I_1 + I_2) \\ L_2 \frac{d\tilde{i}_2(t)}{dt} &= -D\tilde{u}_c(t) + (D')\tilde{u}_o(t) + \tilde{d}(t)(E - U_o) + D\tilde{x}(t) \\ C_o \frac{d\tilde{u}_o(t)}{dt} &= -(D')\tilde{i}_1(t) - (D')\tilde{i}_2(t) + \tilde{d}(t)(I_1 + I_2) - \frac{\tilde{u}_o(t)}{R} \end{aligned} \quad (29)$$

The difference between this model and the others is that these equations show the effect of small variations around the working point, such as electrical noise.

In matrix form, applying Laplace transformation and, taking into account that the value of any variable at zero is equal to zero (30):

The two transfer functions (31) and (32) are obtained with some algebra and simplifications:

IV. Conclusions

In conclusion a table is presented that summarizes the possible combinations of converter parts. As was demonstrated, the first part of a Buck converter Part 1a, is not suitable for composing the primary part of a fourth order converter because it lacks an inductor. In the same way, the second part of the Boost converter, Part 2b, is not fit for composing the secondary part of a fourth order converter.

There is a simpler converter, the Buck-Boost or Inverter, with the same voltage and current transfer functions than the X Converter. In steady state the voltage drop on

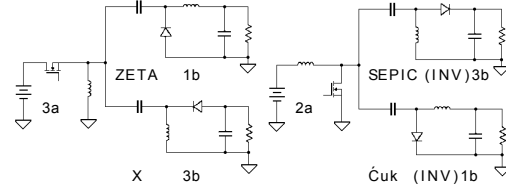


Fig. 9. Zeta - X and SEPIC - Cuk converters for dual voltage output.

a capacitor is zero and the two inductors are in parallel and the converter could be seen as a Buck-Boost, but in small signal analysis this is not truth. For compare the fourth converters must have the same structure, for compare Buck-Boost with Cuk, SEPIC and ZETA is necessary a topological variation of Buck-Boost, the X Converter.

With the same philosophy of this paper it is possible to use Part 3a for the primary and join one Part 1b and one Part 3b to form a dual secondary. The result is a converter with a symmetrical voltage on the secondary, and each output is coupled with the same impedance. An equivalent solution is obtained with SEPIC and Cuk. These are the only ways to obtain positive and negative voltage with the same impedance.

This paper shows a combination of the basic converters that has not been studied up until now because its functionality is covered by Buck-Boost converter.

Table I includes several columns. The first column shows the combination of different basic converters. In this table DW is a Buck converter, UP is Boost converter and INV is the Buck-Boost converter. In the second column are the names of the fourth order converters that can be composed. The third column shows the voltage transfer function in Continuous Conduction Mode (CCM). The fourth column shows the voltage transfer function in Discontinuous Conduction Mode (DCM). The fifth and sixth columns show the input ripple current and the output ripple voltage. In the Cuk converter these are very low, due to the series inductor but in the other converters either the input ripple current, the output ripple voltage, or both will be higher than in the Cuk converter. The last column shows the basic schematics of each converter.

References

- [1] S.Cuk and R. D.Middlebrook, "A new optimum topology switching dc-to-dc converter," in Proc. PESC'77. IEEE, 1977, pp. 160-179.
- [2] R. P. Massey and E. C. Snyder, "High voltage single-ended dc-dc converter," in Proc. PESC'77. IEEE, 1977, pp. 156-159.
- [3] M.K. Kazimierczuk and J.J. Jozwik, "Optimal topologies of resonant dc/dc converters," Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 25, no. 3, pp. 363 - 372, May 1989.
- [4] J. Józwick and M. K. Kazimierczuk, "Dual sepic pwm switching-mode dc/dc power converter," IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 36, no. 1, pp. 64-70, Feb 1989.
- [5] S. Martínez, F. Barbero, J. Vaquero, J.C. Campo, F. Yeves, and J. Gualda, "Inversión en electrónica de potencia - método con control de costo," Mundo Electrónico, vol. 397, pp. 38-46, Mayo 2008.
- [6] Kwang-Hwa Liu and Fred C. Lee, "Topological constraints on

$$\begin{matrix}
 s \cdot L_1 & -D' & 0 & -D' & \tilde{i}_1(s) & E - U_o & D \\
 D' & s \cdot C & -D & 0 & \tilde{u}_o(s) & I_1 + I_2 & 0 \\
 0 & D & s \cdot L_2 & -D' & \tilde{i}_2(s) & E - U_o & D \\
 D' & 0 & D' & s \cdot C_o + \frac{1}{R} & \tilde{u}_o(s) & I_1 + I_2 & 0
 \end{matrix} \cdot \tilde{d}(s) + \tilde{\epsilon}(s) \tag{30}$$

$$\frac{\tilde{u}_o(s)}{\tilde{d}(s)} = \frac{C_1 L_1 L_2 (I_1 + I_2) s^3 + C_1 L_1 (D') (E - (V_1 + V_2)) (L_1 + L_2) s^2 + L_1 (I_1 + I_2) D s - (E - (V_1 + V_2)) (D')}{C_1 L_1 C_2 L_2 s^4 + C_1 L_1 \frac{L_2}{R} s^3 + [C_2 L_1 D^2 + C_1 L_1 (D')^2 + C_1 L_2 (D')^2 + C_2 L_2 (D')^2] s^2 + [\frac{L_1}{R} D^2 + \frac{L_2}{R} (D')^2] s + (D')^2} \tag{31}$$

$$\frac{\tilde{u}_o(s)}{\tilde{\epsilon}(s)} = \frac{C_1 D (D') (L_1 + L_2) s^2 + D (D')}{C_1 L_1 C_2 L_2 s^4 + C_1 L_1 \frac{L_2}{R} s^3 + [C_2 L_1 D^2 + C_1 L_1 (D')^2 + C_1 L_2 (D')^2 + C_2 L_2 (D')^2] s^2 + [\frac{L_1}{R} D^2 + \frac{L_2}{R} (D')^2] s + (D')^2} \tag{32}$$

TABLE I
Comparison Of The Combinations of Basic Converters Through a Capacitor.

Association	Converter	Transfer Function CCM	Transfer Function DCM	Input Current Ripple	Output Current Ripple	Schematics
UP-DW	Ćuk	$u_o = \frac{-D}{1-D} E$	$u_o = -\sqrt{\frac{R}{R_e}} E$	Low	Low	
UP-INV	SEPIC	$u_o = \frac{D}{1-D} E$	$u_o = \sqrt{\frac{R}{R_e}} E$	Low	High	
INV-DW	ZETA	$u_o = \frac{D}{1-D} E$	$u_o = \sqrt{\frac{R}{R_e}} E$	High	Low	
INV-INV	X	$u_o = \frac{-D}{1-D} E$	$u_o = -\sqrt{\frac{R}{R_e}} E$	High	High	

basic pwm converters," in Proc. PESC'88. Power Electronics Specialists Conference, 1988, 1988, vol. 1, pp. 164 – 172.

[7] M. K. Kazimierczuk, Pulse-Width Modulation DC/DC Power Converters, John Wiley & Sons, Inc, 2008.

[8] H. Sira-Ramirez and R. Silva-Ortigoza, Control Design Techniques in Power Electronics Devices, Springer-Verlag, London, 2006.

[9] R. D.Middlebrook and Slobodan Ćuk, "A general unified approach to modelling switching-converter power stages," in Proc. PESC'76, June 1976, pp. 73 – 86.

[10] R. Erickson, "Dc-dc power converters," in Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering, vol. 5, pp. 53 – 63. John Wiley & Sons, Inc, 1999.

[11] Dr. Ray Ridley and Dr. Vatch Vorprjan, "Analyzing the sepic converter," EDN, pp. 14 – 18, Nov 2006.

[12] N. Mohan, T.M. Undeland, and W. P. Robbins, Power Electronics, Converters, Applications and Design, John Wiley & Sons, Inc, second edition, 1995.

[13] K.M. Smedley and Slobodan Ćuk, "Dynamics of one-cycle controlled Ćuk converters," IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 10, no. 6, pp. 634 – 639, Nov 1995.

[14] E. Vuthchhay and C. Bunlaksananusorn, "Modeling and control of a zeta converter," in Proc. IPEC'10, Jun 2010, pp. 612 – 619.

[15] R. W. Erickson and D. Maksimović, Fundamentals of Power Electronics, Kluwer Academic Publishers, second edition, 2001.

[16] C. Batlle, E. Fossas, I. Merillas, and A. Miralles, "Generalized discontinuous conduction modes in the complementarity formalism," Transactions on Circuits and Systems II, vol. 52, no. 8, pp. 447 – 451, August 2005.

[17] E. Niculescu and E.P. Iancu, "Boundary between ccm and dcm in fourth-order pwm converters," in Proc. AFRCON'99, Sept 1999, vol. 2, pp. 711 – 714.

[18] Jian Sun, D.M. Mitchell, M.F. Greuel, P.T. Krein, and R.M. Bass, "Averaged modeling of pwm converters operating in discontinuous conduction mode," IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 16, no. 4, pp. 482 – 492, Jul 2001.

[19] A. Hassanzadeh, Mohammad Monfared, Saeed Golestan, and Reza Dowlatabadi, "Small signal averaged model of dc choppers for control studies," in Proc. ICEEI, 2011. International Conference on Electrical Engineering and Informatics, Jul 2011, pp. 1–4.

B.1.4. Presentación SAAEI-2014

La comunicación oral del artículo anterior fue presentada por el autor el 25 de junio de 2014 en Tanger, Marruecos en el Hotel Movenpick a las 14h30 de la tarde.

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

Analysis and Synthesis of a new converter to complete the class of Ćuk, SEPIC and Zeta Converters

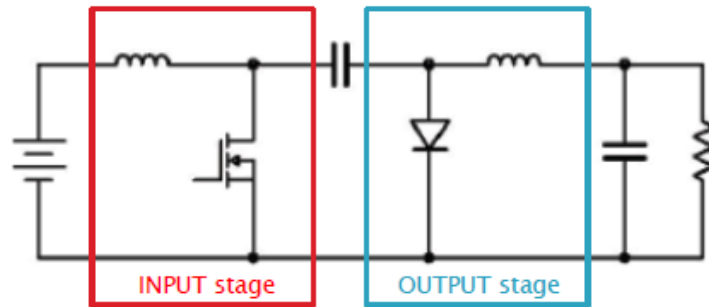
J. M. Valls Martí
PhD student at Universidad Pública de Navarra

Outline

- ▶ Introduction
- ▶ Derivation of the X converter
- ▶ Analysis of the X converter
 - *Differential Equations*
 - *Transfer Functions*
 - *Non-Ideal Components*
 - *Discontinuous Conduction Mode*
 - *Small-Signal Equivalent Circuit Model*
- ▶ Conclusions and further work

Introduction

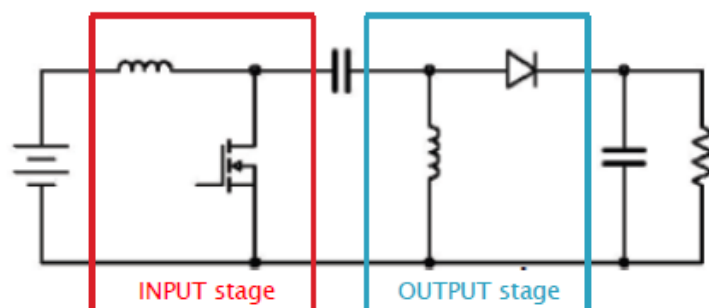
A simplified power schematic of Ćuk converter



3

Introduction

A simplified power schematic of SEPIC converter

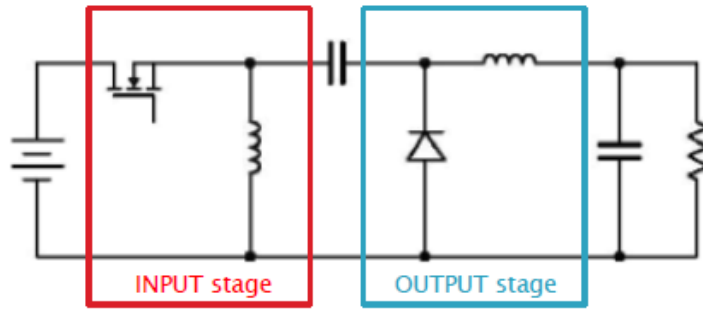


4

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

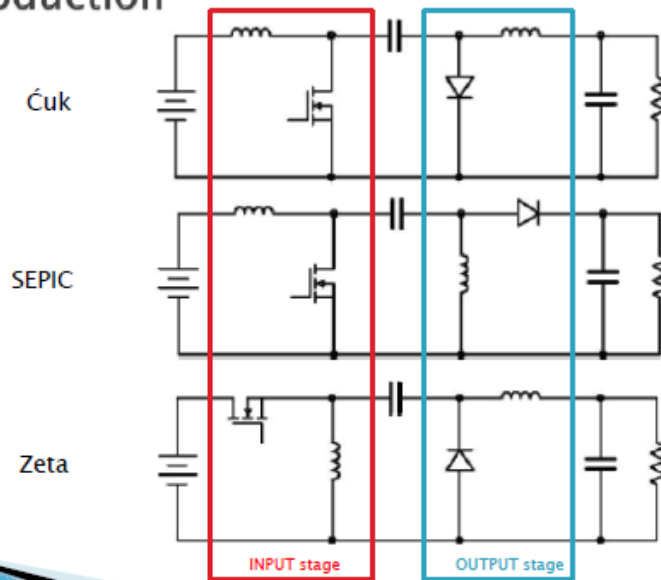
Introduction

A simplified power schematic of Zeta converter



5

Introduction



6

Josep M. Valls

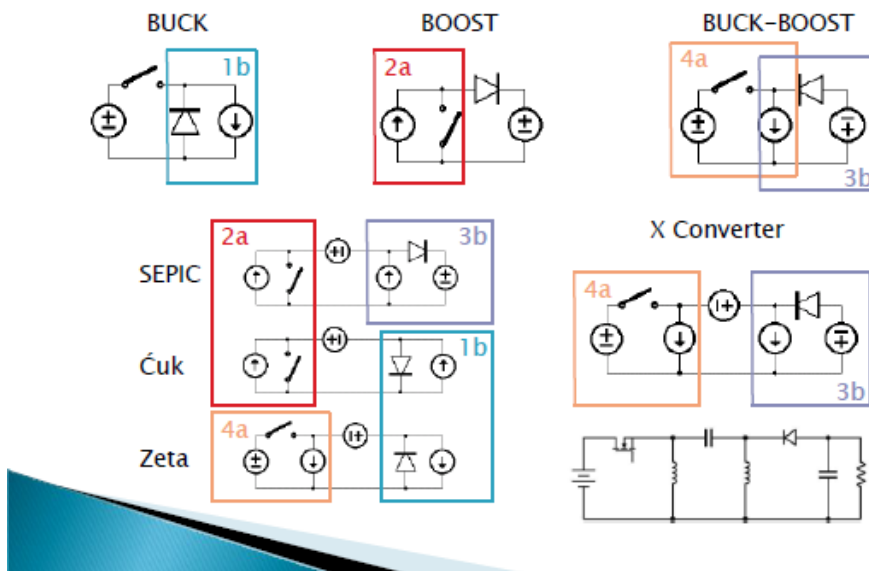
Introduction

1. Could there be another converter with the same features of this class?
2. And if there is. Is there one, or more than one?



7

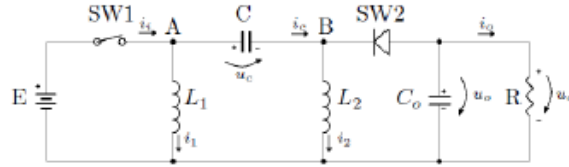
Derivation of the X converter



8

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

Analysis of the X converter: Differential Equations

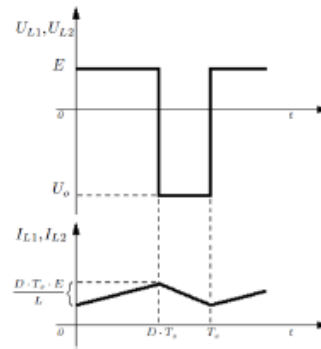


$$L_1 \frac{di_1}{dt} = D \cdot E + (1 - D) \cdot u_c + (1 - D) \cdot u_o$$

$$L_2 \frac{di_2}{dt} = D \cdot E - D \cdot u_c + (1 - D) u_o$$

$$C \frac{du_c}{dt} = D \cdot i_2 - (1 - D) \cdot i_1$$

$$C_o \frac{du_o}{dt} = -(1 - D) \cdot i_1 - (1 - D) \cdot i_2 - \frac{u_o}{R}$$



9

Analysis of the X converter: Transfer Functions

Voltage transfer function:

$$u_o = \frac{-D}{1 - D} E$$

Inductor current ratio:

$$i_2 = \frac{1 - D}{D} i_1$$

Current transfer function:

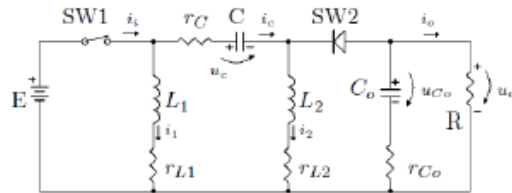
$$i_i = D(i_1 + i_2) \Rightarrow i_o = \frac{-(1 - D)}{D} i_i = \frac{D - 1}{D} i_i$$

Average voltage across the coupling capacitor:

$$u_c = E + \frac{1 - D}{D} u_o = E + \frac{1 - D}{D} \cdot \frac{-D}{1 - D} E = 0$$

10

Analysis of the X converter: Non-Ideal Components



$$L_1 \frac{di_1}{dt} = D \cdot (E - r_{L1} \cdot i_1) + (1 - D) \cdot (u_C + u_o - (r_C + r_{L1}) \cdot i_1)$$

$$L_2 \frac{di_2}{dt} = D \cdot (E - u_C - (r_C + r_{L2}) \cdot i_2) + (1 - D) \cdot (u_o - r_{L2} \cdot i_2)$$

$$C \frac{du_C}{dt} = D \cdot i_2 - (1 - D) \cdot i_1$$

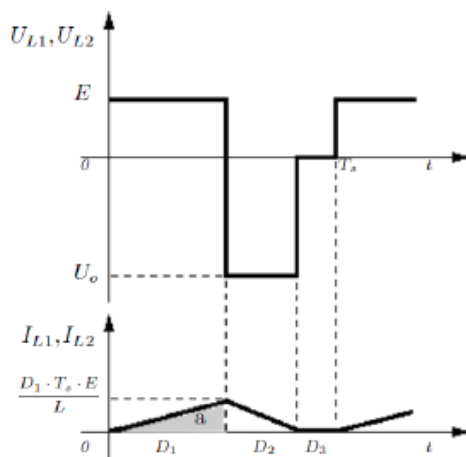
$$C_o \frac{du_o}{dt} = -(1 - D) \cdot (i_1 + i_2) - \frac{u_o}{R}$$

Voltage transfer function:

$$U_o = \frac{-D}{1-D} \cdot (E - V_S) + \frac{D \cdot r_C + r_{L2}}{1-D} \cdot I_o + V_D$$

11

Analysis of the X converter: Discontinuous Conduction Mode



Power balance:

$$P_i = E \cdot I_i = \frac{E^2}{R_e} \equiv P_o = u_o \cdot I_o = \frac{u_o^2}{R}$$

Equivalent resistor:

$$R_e = \frac{E^2}{E \cdot I_i} = \frac{E}{D_1^2 \cdot T_s \cdot E} = \frac{2 \cdot L}{D_1^2 \cdot T_s}$$

Voltage transfer function:

$$u_o = \sqrt{\frac{R \cdot D_1^2 \cdot T_s}{2 \cdot L}} E$$

12

Analysis of the X converter: *Small-Signal Equivalent Circuit Model*

$$\begin{aligned}
 L_1 \frac{d\tilde{i}_1(t)}{dt} &= (D')\tilde{u}_c(t) + (D')\tilde{u}_o(t) + (E - U_o)\tilde{d}(t) + D\tilde{e}(t) \\
 C \frac{d\tilde{u}_c(t)}{dt} &= D\tilde{i}_1(t) - (D')\tilde{i}_2(t) + \tilde{d}(t)(I_1 + I_2) \\
 L_2 \frac{d\tilde{i}_2(t)}{dt} &= -D\tilde{u}_c(t) + (D')\tilde{u}_o(t) + \tilde{d}(t)(E - U_o) + D\tilde{e}(t) \\
 C_o \frac{d\tilde{u}_o(t)}{dt} &= -(D')\tilde{i}_1(t) - (D')\tilde{i}_2(t) + \tilde{d}(t)(I_1 + I_2) - \frac{\tilde{u}_o(t)}{R}
 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} s \cdot L_1 & -D' & 0 & -D' \\ D' & s \cdot C & -D & 0 \\ 0 & D & s \cdot L_2 & -D' \\ D' & 0 & D' & s \cdot C_o + \frac{1}{R} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{i}_1(s) \\ \tilde{u}_c(s) \\ \tilde{i}_2(s) \\ \tilde{u}_o(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E - U_o \\ I_1 + I_2 \\ E - U_o \\ I_1 + I_2 \end{bmatrix} \tilde{d}(s) + \begin{bmatrix} D \\ 0 \\ D \\ 0 \end{bmatrix} \tilde{e}(s)$$

13

Analysis of the X converter: *Small-Signal Equivalent Circuit Model*

The transfer function of output voltage on perturbations on duty cycle:

$$\frac{\tilde{u}_o(s)}{\tilde{d}(s)} = \frac{C_1 L_1 L_2 (I_1 + I_2) s^3 + C_1 L_1 (D') (E - (V_1 + V_2)) (L_1 + L_2) s^2 + L_1 (I_1 + I_2) D s - (E - (V_1 + V_2)) (D')}{C_1 L_1 C_2 L_2 s^4 + C_1 L_1 \frac{L_2}{R} s^3 + [C_2 L_1 D^2 + C_1 L_1 (D')^2 + C_1 L_2 (D')^2 + C_2 L_2 (D')^2] s^2 + [\frac{L_1}{R} D^2 + \frac{L_2}{R} (D')^2] s + (D')^2}$$

The transfer function of output voltage on perturbations on input voltage:

$$\frac{\tilde{u}_o(s)}{\tilde{e}(s)} = \frac{C_1 D (D') (L_1 + L_2) s^2 + D (D')}{C_1 L_1 C_2 L_2 s^4 + C_1 L_1 \frac{L_2}{R} s^3 + [C_2 L_1 D^2 + C_1 L_1 (D')^2 + C_1 L_2 (D')^2 + C_2 L_2 (D')^2] s^2 + [\frac{L_1}{R} D^2 + \frac{L_2}{R} (D')^2] s + (D')^2}$$

14

Josep M. Valls

Conclusions and further work

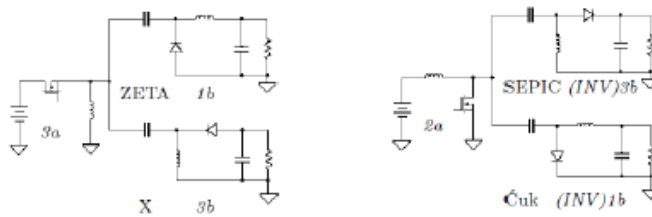
TABLE I
COMPARISON OF THE ĆUK CLASS CONVERTERS.

Converter	Voltage across C	Transfer Function CCM	Transfer Function DCM	Input Voltage Ripple	Output Voltage Ripple	Schematics
ĆUK	$V_{IN} + V_{OUT} $	$v_o = \frac{-D}{1-D} E$	$v_o = -\sqrt{\frac{R}{R_e}} E$	$\frac{\Delta I_1}{8 \cdot C_{IN} \cdot F_{sw}}$	$\frac{\Delta I_2}{8 \cdot C_{OUT} \cdot F_{sw}}$	
SEPIC	V_{IN}	$v_o = \frac{D}{1-D} E$	$v_o = \sqrt{\frac{R}{R_e}} E$	$\frac{\Delta I_1}{8 \cdot C_{IN} \cdot F_{sw}}$	$\frac{I_2 \cdot D}{C_{OUT} \cdot F_{sw}}$	
ZETA	V_{OUT}	$v_o = \frac{D}{1-D} E$	$v_o = \sqrt{\frac{R}{R_e}} E$	$\frac{I_1 \cdot D}{C_{IN} \cdot F_{sw}}$	$\frac{\Delta I_2}{8 \cdot C_{OUT} \cdot F_{sw}}$	
X	0	$v_o = \frac{-D}{1-D} E$	$v_o = -\sqrt{\frac{R}{R_e}} E$	$\frac{I_1 \cdot D}{C_{IN} \cdot F_{sw}}$	$\frac{I_2 \cdot D}{C_{OUT} \cdot F_{sw}}$	

15

Conclusions and further work

DC-DC converters to obtain symmetrical voltage:

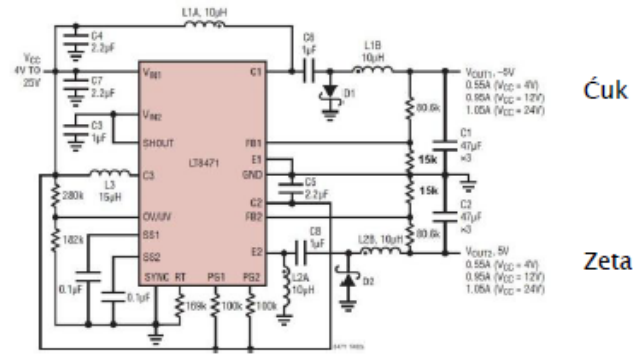


16

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

Conclusions and further work

DC-DC converters to obtain symmetrical voltage:



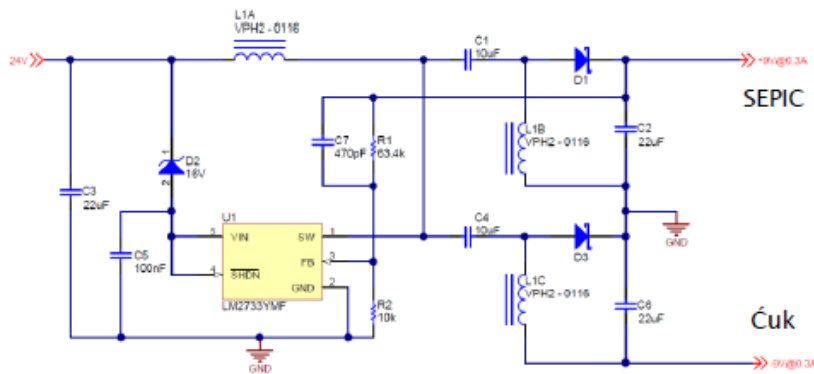
Ćuk

Zeta

<http://www.linear.com/solutions/4711>

Conclusions and further work

DC-DC converters to obtain symmetrical voltage:



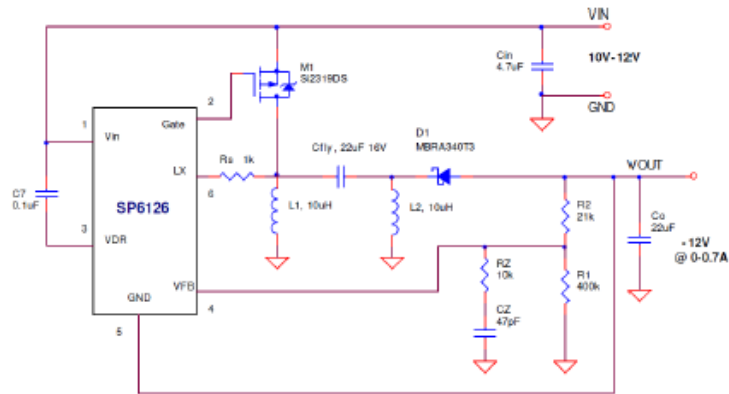
SEPIC

Ćuk

http://e2e.ti.com/support/power_management/simple_switcher/f/858/t/255052.aspx

Conclusions and further work

X converter design example:

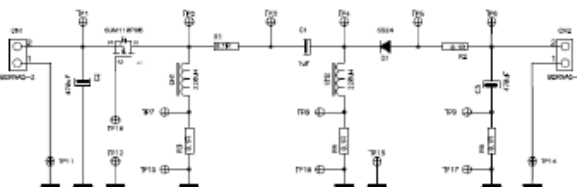
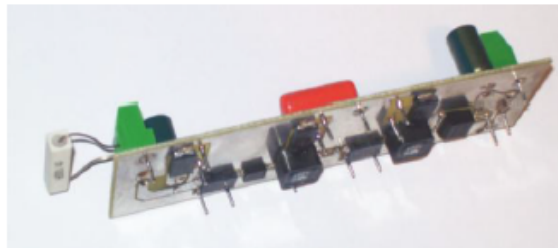


Modification of Zeta design example:
<http://www.exar.com/common/content/document.ashx?id=1251&languageid=1033>

19

Conclusions and further work

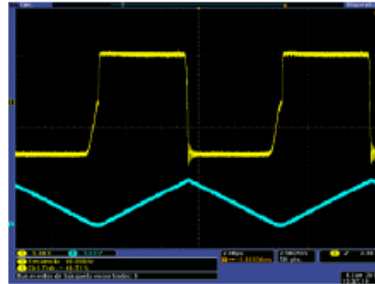
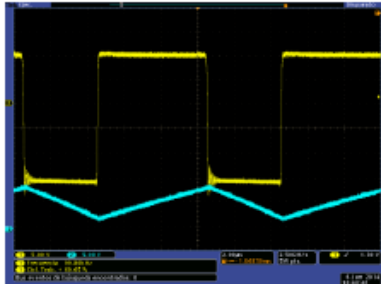
X converter prototype to test and measurement:



20

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

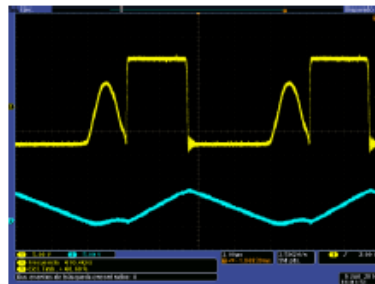
Conclusions and further work



CCM – Continuous Conduction Mode

BCM – Boundary Conduction Mode

DCM – Discontinuous Conduction Mode



21

Thank you for your attention

Any questions?

22

Josep M. Valls

B.1.5. Bode G_{vd} Cuk

El artículo "Diagrama de Bode de $G_{vd}(s) = v_o(s)/d(s)$ en MCC para el convertidor de Cuk" de programa permite dibujar el diagrama de Bode de la función de transferencia tensión de salida ciclo de trabajo del convertidor de Cuk en modo de conversión continua.

Este código fue subido a la plataforma OctaveRS el 30 de Marzo de 2015.

A continuación se coloca el enlace al código:

<http://cursosing.net/octavers/gnuoctave/listing/231-bode-g-vd-en-mcc-de-cuk>

OctaveRs

Publicación rápida de códigos en GNU Octave o R - Share computational solutions with GNU Octave or R (statistical package)
(/octavers/)

Códigos (/octavers/codigos)

GNU Octave (/octavers/gnuoctave)

R (/octavers/r)

Ingresar (/octavers/ingresar)


Acerca de (/octavers/)

Diagrama de Bode de $G_{vd}(s) = v_o(s)/d(s)$ en MCC para el convertidor de Cuk

Por Josep M. Valls Marti

 BODE CUK

Detalles

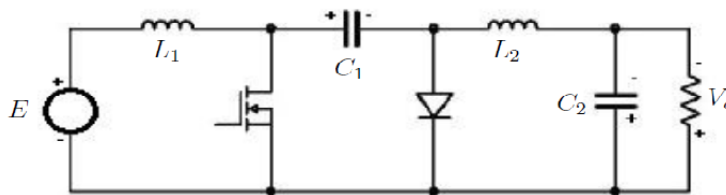
 Creado el 30 Marzo 2015

 Última modificación el 04 Abril 2015

 177 vistas

Diagrama de Bode de la función de transferencia tensión de salida - ciclo de trabajo en Modo de Conducción Continua para el convertidor de Cuk

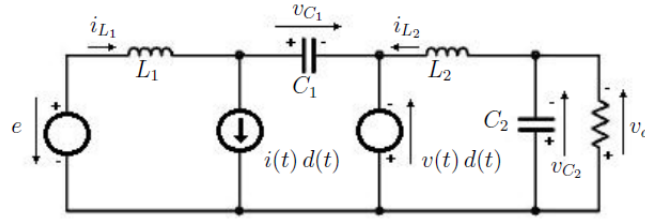
El convertidor de CUK es un convertidor continua-continua del tipo elevador - reductor, que es de cuarto orden por tener cuatro elementos reactivos, descrito por Slodoban Cuk en 1977 [SD77].



La función de transferencia tensión de salida ciclo de trabajo da idea de la facilidad o dificultad de controlar dicho convertidor:

$$G_{vd}(s) = \frac{v_o(s)}{d(s)}$$

Josep M. Valls



Aplicando promediado de circuitos, con el modelo de interruptor desarrollado por Vatché Vorpérian en la referencia [VOR90] se llega al modelo dinámico siguiente:

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_{L_1}^*(t)}{dt} &= e^*(t) - (1 - d^*(t)) v_{C_1}^*(t) \\ C_1 \frac{dv_{C_1}^*(t)}{dt} &= (1 - d^*(t)) i_{L_1}^*(t) - d^*(t) i_{L_2}^*(t) \\ L_2 \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} &= v_{C_1}^*(t) d^*(t) - v_o^*(t) \\ C_2 \frac{dv_o^*(t)}{dt} &= i_{L_2}^*(t) - \frac{v_o^*(t)}{R} \end{aligned}$$

El sistema obtenido es un sistema bilineal, o lo que es lo mismo que hay productos de las variables de estado y la variable de control, para poder estudiarlo se procede a hacer una linealización aproximada:

$$\begin{aligned} L_1 \frac{d\hat{i}_{L_1}(t)}{dt} &= \hat{e}(t) - (1 - D) \hat{v}_{C_1}(t) + V_{C_1} \hat{d}(t) \\ C_1 \frac{d\hat{v}_{C_1}(t)}{dt} &= (1 - D) \hat{i}_{L_1}(t) - D \hat{i}_{L_2}(t) - (I_{L_1} + I_{L_2}) \hat{d}(t) \\ L_2 \frac{d\hat{i}_{L_2}(t)}{dt} &= \hat{v}_{C_1}(t) D - \hat{v}_o(t) + V_{C_1} \hat{d}(t) \\ C_2 \frac{d\hat{v}_o(t)}{dt} &= \frac{-1}{R} \hat{v}_o(t) + \hat{i}_{L_2}(t) \end{aligned}$$

Si se aplica la transformada de Laplace y se expresa en forma matricial teniendo en cuenta que la tensión media del condensador de paso es $V_{C_1} = E + V_o$ se tiene:

$$\begin{pmatrix} L_1 s & (1 - D) & 0 & 0 \\ -(1 - D) & C_1 s & D & 0 \\ 0 & -D & L_2 s & 1 \\ 0 & 0 & -1 & \frac{1}{R} + C_2 s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{L_1}(s) \\ v_{C_1}(s) \\ i_{L_2}(s) \\ v_o(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E + V_o \\ -(I_i + I_o) \\ E + V_o \\ 0 \end{pmatrix} d(s) + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e(s)$$

Considerando la tensión de entrada constante $e(s) = 0$ y resolviendo el sistema de ecuaciones para $v_o(s)$ se tiene:

$$G_{vd}(s) = \frac{(C_1 L_1 (E + V_o)) s^2 - (D L_1 (I_i + I_o)) s + D' (E + V_o)}{(C_1 C_2 L_1 L_2) s^4 + \frac{C_1 L_1 L_2}{R} s^3 + (C_2 L_1 D^2 + C_2 L_2 (D')^2 + C_1 L_1) s^2 + \left(\frac{L_1 D^2}{R} + \frac{L_2 (D')^2}{R} \right) s + (D')^2}$$

Que es una función de cuarto orden como cabía esperar. Los valores escogidos para el programa de prueba son los que aparecen en la página 826 del libro de

Erikson [EM01]

$$\begin{aligned} L_1 &= 500\mu H \\ C_1 &= 47\mu F \\ L_2 &= 100\mu H \\ C_2 &= 200\mu F \\ D &= 0,4 \\ E &= 120V \end{aligned}$$

Referencias:

[SD77] S.Cuk and R. D.Middlebrook, "A new optimum topology switching dc-to-dc converter", In Proc. PESC'77, pages 160-179. IEEE, 1977.

[VOR90] Vatché Vorpérian, "Simplified Analysis of PWM Converters Using Model of PWM Switch. Part I: Continuous Conduction Mode", IEEE Transactions on aerospace and electronic systems Vol. 26, No. 3 MAY 1990

[EM01] R. W. Erickson and D. Maksimovič, "Fundamentals of Power Electronics", Kluwer Academic Publishers, second edition edition, 2001.

Código GNU Octave

```
1. set (0, "defaultlinewidth", 1.0, "defaulttextfontname", "Helvetica", "defaultaxesfontname",
    "Helvetica", "defaultaxesfontsize", 8.0);
2. pkg load control
3.
4. Vi = 120;
5. R = 40;
6. L1 = 500e-6;
7. L2 = 100e-6;
8. C1 = 47e-6;
9. C2 = 200e-6;
10. D = 0.4;
11.
12. Vo = -D/(1-D)*Vi;
13. Io = -Vo/R;
14. Ii = D/(1-D)*Io;
15.
16. num = [C1*L1*(Vi-Vo), -D*L1*(Ii+Io), (Vi-Vo)*(1-D)];
17. den = [C1*L1*C2*L2, C1*L1*L2/R, C2*L1*D^2+C2*L2*(1-D)^2+C1*L1, L1/R*D^2+L2/R*(1-D)^2, (1-D)^2];
18.
19. Gvd = tf(num,den)
20.
21. bode(Gvd)
22. saveimage
```

Resultado al ejecutar el código:

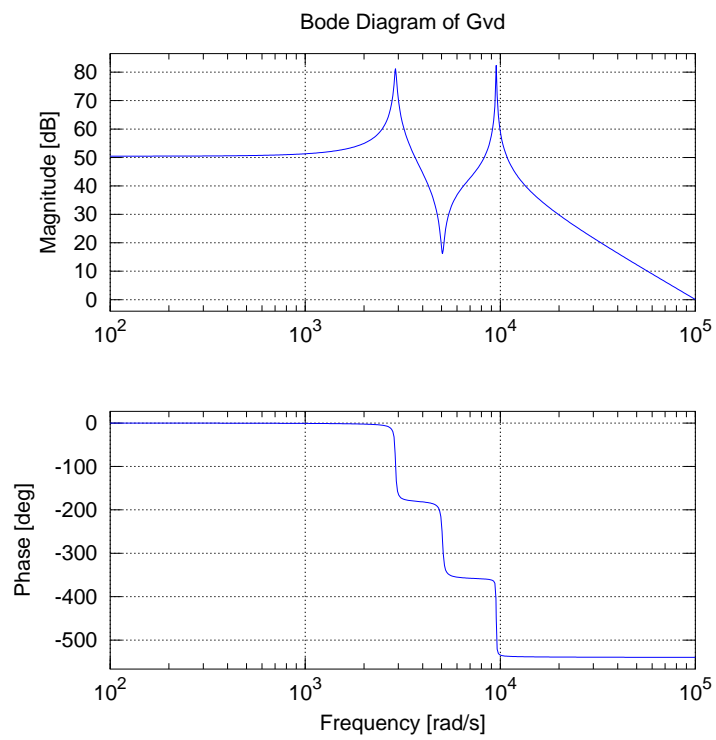
Transfer function 'Gvd' from input 'u1' to output ...

```

              4.7e-06 s^2 - 0.0006667 s + 120
y1: -----
    4.7e-16 s^4 + 5.875e-14 s^3 + 4.67e-08 s^2 + 2.9e-06 s + 0.36
```

Continuous-time model.

Josep M. Valls



Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

B.1.6. Bode G_{vd} SEPIC

El presente programa permite dibujar el diagrama de Bode de la función de transferencia tensión de salida ciclo de trabajo del convertidor "Single Ended Primary Inductance" (SEPIC) en modo de conversión continua.

Este código fue subido a la plataforma OctaveRS el 4 de Abril de 2015.

A continuación se coloca el enlace al código:

<http://cursosing.net/octavers/gnuoctave/listing/244-diagrama-de-bode-de-g-vd-s-v-o-s-d-s-en-mcc-para-el-convertidor-sepic>

Josep M. Valls


OctaveRs

Publicación rápida de códigos en GNU Octave o R - Share computational solutions with GNU Octave or R (statistical package)
(/octavers/)

[Códigos \(/octavers/codigos\)](#)
[GNU Octave \(/octavers/gnuoctave\)](#)
[R \(/octavers/r\)](#)
[Ingresar \(/octavers/ingresar\)](#)
[Acerca de \(/octavers/\)](#)

Diagrama de Bode de $G_{vd}(s) = v_o(s)/d(s)$ en MCC para el convertidor SEPIC

Por Josep M. Valls Martí

 **BODE SEPIC**

Detalles




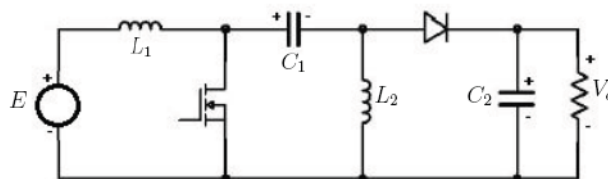
-  Creado el 04 Abril 2015
-  Última modificación el 07 Abril 2015
-  157 vistas

Diagrama de Bode de la función de transferencia tensión de salida - ciclo de trabajo en Modo de Conducción Continua para el convertidor SEPIC

El convertidor SEPIC es un convertidor continua-continua del tipo elevador-reductor, que es de cuarto orden por tener cuatro elementos reactivos, descrito por R. P. Massey y E. C. Snyder en 1977 en la "Power Electronics Specialists Conference" [MS77]

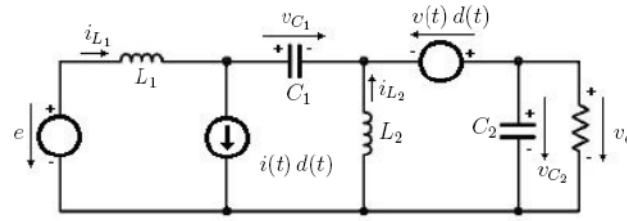


La función de transferencia tensión de salida ciclo de trabajo da idea de la facilidad o dificultad de controlar dicho convertidor:

$$G_{vd}(s) = \frac{v_o(s)}{d(s)}$$

Aplicando promediado de circuitos, con el modelo de interruptor desarrollado por Vatché Vorpérian en la referencia [VOR90] se llega al modelo dinámico siguiente:

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X



$$\begin{aligned}
 L_1 \frac{di_{L_1}^*(t)}{dt} &= e^*(t) - (1 - d^*(t)) (v_{C_1}^*(t) + v_o^*(t)) \\
 C_1 \frac{dv_{C_1}^*(t)}{dt} &= (1 - d^*(t)) i_{L_1}^*(t) - d^*(t) i_{L_2}^*(t) \\
 L_2 \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} &= d^*(t) v_{C_1}^*(t) - (1 - d^*(t)) v_o^*(t) \\
 C_2 \frac{dv_o^*(t)}{dt} &= (1 - d^*(t)) (i_{L_1}^*(t) + i_{L_2}^*(t)) - \frac{v_o^*(t)}{R}
 \end{aligned}$$

El sistema obtenido es un sistema bilineal, o lo que es lo mismo que hay productos de las variables de estado y la variable de control, para poder estudiarlo se procede a hacer una linealización aproximada:

$$\begin{aligned}
 L_1 \frac{d\hat{i}_{L_1}(t)}{dt} &= \hat{e}(t) - (1 - D) \hat{v}_{C_1}(t) - (1 - D) \hat{v}_o(t) + (V_{C_1} + V_o) \hat{d}(t) \\
 C_1 \frac{d\hat{v}_{C_1}(t)}{dt} &= (1 - D) \hat{i}_{L_1}(t) - D \hat{i}_{L_2}(t) - (I_{L_1} + I_{L_2}) \hat{d}(t) \\
 L_2 \frac{d\hat{i}_{L_2}(t)}{dt} &= D \hat{v}_{C_1}(t) - (1 - D) \hat{v}_o(t) + (V_{C_1} + V_o) \hat{d}(t) \\
 C_2 \frac{d\hat{v}_o(t)}{dt} &= (1 - D) \hat{i}_{L_1}(t) + (1 - D) \hat{i}_{L_2}(t) - \frac{1}{R} \hat{v}_o(t) - (I_{L_1} + I_{L_2}) \hat{d}(t)
 \end{aligned}$$

Si se aplica la transformada de Laplace y se expresa en forma matricial, teniendo en cuenta que el valor medio de la tensión en el condensador $V_{C_1} = E$ para el convertidor SEPIC:

$$\begin{pmatrix} L_1 s & (1 - D) & 0 & (1 - D) \\ -(1 - D) & C_1 s & D & 0 \\ 0 & -D & L_2 s & (1 - D) \\ -(1 - D) & 0 & -(1 - D) & \frac{1}{R} + C_2 s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{L_1}(s) \\ v_{C_1}(s) \\ i_{L_2}(s) \\ v_o(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E + V_o \\ -(I_i + I_o) \\ E + V_o \\ -(I_i + I_o) \end{pmatrix} d(s) + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e(s)$$

Considerando la tensión de entrada constante $e(s) = 0$ y resolviendo el sistema de ecuaciones para $v_o(s)$ se tiene:

$$G_{vd}(s) = \frac{-(C_1 L_1 L_2 (I_i + I_o)) s^3 + (C_1 (L_1 + L_2) D' (E + V_o)) s^2 - (L_1 D (I_i + I_o)) s + D' (E + V_o)}{(C_1 C_2 L_1 L_2) s^4 + \frac{C_1 L_1 L_2}{R} s^3 + (C_2 L_1 D^2 + C_1 L_1 D'^2 + C_1 L_2 D'^2 + C_2 L_2 D'^2) s^2 + \left(\frac{L_1 D^2}{R} + \frac{L_2 D'^2}{R} \right) s + D'^2}$$

Donde se ha substituido $(1 - D)$ por D' para que quepa en una línea y que es una función de cuarto orden como cabía esperar.

Los valores escogidos para el programa de prueba son los que aparecen en la página 826 del libro de Erikson [EM01]

$$\begin{aligned}
 L_1 &= 500\mu H \\
 C_1 &= 47\mu F \\
 L_2 &= 100\mu H \\
 C_2 &= 200\mu F \\
 D &= 0,4 \\
 E &= 120V
 \end{aligned}$$

Referencias:

[MS77] R. P. Massey and E. C. Snyder. High voltage single-ended dc-dc converter. In Proc. PESC'77, pages 156-159. IEEE, 1977.

[VOR90] Vatché Vorpérian, "Simplified Analysis of PWM Converters Using Model of PWM Switch. Part I: Continuous Conduction Mode", IEEE Transactions on aerospace and electronic systems Vol. 26, No. 3 MAY 1990

[EM01] R. W. Erickson and D. Maksimović, "Fundamentals of Power Electronics", Kluwer Academic Publishers, second edition edition, 2001.

Código GNU Octave

```

1. set (0, "defaultlinelength", 1.0, "defaulttextfontname", "Helvetica", "defaultaxesfontname",
    "Helvetica", "defaultaxesfontsize", 8.0);
2. pkg load control
3.
4. Vi = 120;
5. R = 40;
6. L1 = 500e-6;
7. L2 = 100e-6;
8. C1 = 47e-6;
9. C2 = 200e-6;
10. D = 0.4;
11.
12. Vo = D/(1-D)*Vi;
13. Io = Vo/R;
14. Ii = D/(1-D)*Io;
15.
16. num = [-C1*L1*L2*(Ii+Io), C1*(1-D)*(L1+L2)*(Vi+Vo), -L1*(Ii+Io)*D, (Vi+Vo)*(1-D)];
17. den = [C1*L1*C2*L2, C1*L1*L2/R, C2*L1*D^2+C1*L1*(1-D)^2+C1*L2*(1-D)^2+C2*L2*(1-D)^2, L1/R*D^2+
    L2/R*(1-D)^2, (1-D)^2];
18.
19. Gvd = tf(num,den)
20.
21. bode(Gvd)
22. saveimage

```

Resultado al ejecutar el código:

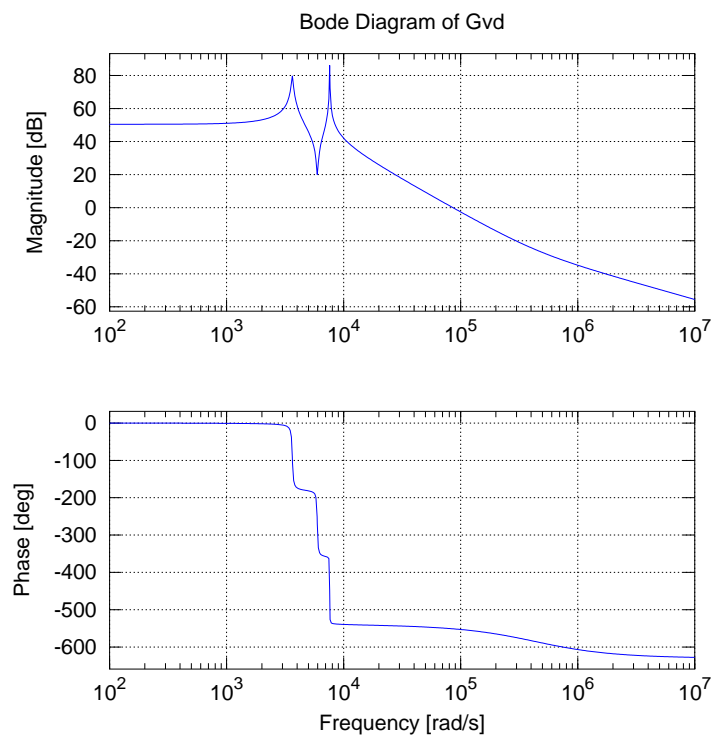
Transfer function 'Gvd' from input 'u1' to output ...

```

          -7.833e-12 s^3 + 3.384e-06 s^2 - 0.0006667 s + 120
y1: -----
      4.7e-16 s^4 + 5.875e-14 s^3 + 3.335e-08 s^2 + 2.9e-06 s + 0.36

```

Continuous-time model.



Josep M. Valls

B.1.7. Bode G_{vd} Zeta

El artículo "Diagrama de Bode de $G_{vd}(s) = v_o(s)/d(s)$ en MCC para el convertidor Zeta" de programa permite dibujar el diagrama de Bode de la función de transferencia tensión de salida ciclo de trabajo del convertidor Zeta en modo de conversión continua.

Este código fue subido a la plataforma OctaveRS el 4 de Abril de 2015.

A continuación se coloca el enlace al código:

<http://cursosing.net/octavers/codigos/listing/245-diagrama-de-bode-de-g-vd-s-v-o-s-d-s-en-mcc-para-el-convertidor-zeta>

OctaveRs

Publicación rápida de códigos en GNU Octave o R - Share computational solutions with GNU Octave or R (statistical package)
(/octavers/)

Códigos (/octavers/codigos)

GNU Octave (/octavers/gnuoctave)

R (/octavers/r)

Ingresar (/octavers/ingresar)

Acerca de (/octavers/)

Diagrama de Bode de $G_{vd}(s) = v_o(s)/d(s)$ en MCC para el convertidor Zeta

Por Josep M. Valls Martí

🔍 BODE Zeta

Detalles

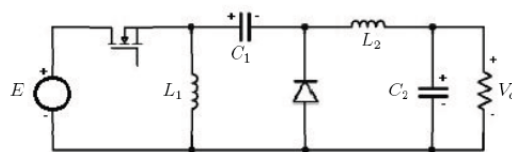
📅 Creado el 04 Abril 2015

📅 Última modificación el 07 Abril 2015

👁️ 114 vistas

Diagrama de Bode de la función de transferencia tensión de salida - ciclo de trabajo en Modo de Conducción Continua para el convertidor Zeta

El convertidor Zeta es un convertidor continua-continua del tipo elevador-reductor, que es de cuarto orden por tener cuatro elementos reactivos, descrito por Kazimierczuk y Jacek Józwick [KJ89] en mayo del año 1989 en un artículo publicado en IEEE TRANSACTIONS ON AEROSPACE AND ELECTRONIC SYSTEMS.

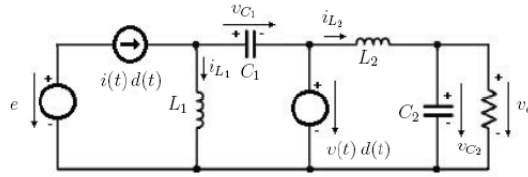


La función de transferencia tensión de salida ciclo de trabajo da idea de la facilidad o dificultad de controlar dicho convertidor:

$$G_{vd}(s) = \frac{v_o(s)}{d(s)}$$

Aplicando promediado de circuitos, con el modelo de interruptor desarrollado por Vatché Vorpérian en la referencia [VOR90] se llega al modelo dinámico siguiente:

Josep M. Valls



$$\begin{aligned}
 L_1 \frac{di_{L_1}^*(t)}{dt} &= e^*(t) d^*(t) + (1 - d^*(t)) v_{C_1}^*(t) \\
 C_1 \frac{dv_{C_1}^*(t)}{dt} &= i_{L_2}^*(t) d^*(t) - (1 - d^*(t)) i_{L_1}^*(t) \\
 L_2 \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} &= (e^*(t) - v_{C_1}^*(t)) d^*(t) - v_o^*(t) \\
 C_2 \frac{dv_o^*(t)}{dt} &= i_{L_2}^*(t) - \frac{v_o^*(t)}{R}
 \end{aligned}$$

El sistema obtenido es un sistema bilineal, o lo que es lo mismo que hay productos de las variables de estado y la variable de control, para poder estudiarlo se procede a hacer una linealización aproximada:

$$\begin{aligned}
 L_1 \frac{d\hat{i}_{L_1}(t)}{dt} &= D \hat{e}(t) + (1 - D) \hat{v}_{C_1}(t) + (E - V_{C_1}) \hat{d}(t) \\
 C_1 \frac{d\hat{v}_{C_1}(t)}{dt} &= D \hat{i}_{L_2}(t) - (1 - D) \hat{i}_{L_1}(t) + (I_{L_1} + I_{L_2}) \hat{d}(t) \\
 L_2 \frac{d\hat{i}_{L_2}(t)}{dt} &= D \hat{e} - D \hat{v}_{C_1}(t) - \hat{v}_o(t) + (E - V_{C_1}) \hat{d}(t) \\
 C_2 \frac{d\hat{v}_o(t)}{dt} &= \frac{-1}{R} \hat{v}_o(t) + \hat{i}_{L_2}(t)
 \end{aligned}$$

Si se aplica la transformada de Laplace y se expresa en forma matricial teniendo en cuenta que la tensión media del condensador de paso es $V_{C_1} = -V_o$ se tiene:

$$\begin{pmatrix} L_1 s & -(1-D) & 0 & 0 \\ (1-D) & C_1 s & -D & 0 \\ 0 & D & L_2 s & 1 \\ 0 & 0 & -1 & \frac{1}{R} + C_2 s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{L_1}(s) \\ v_{C_1}(s) \\ i_{L_2}(s) \\ v_o(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E + V_o \\ I_i + I_o \\ E + V_o \\ 0 \end{pmatrix} d(s) + \begin{pmatrix} D \\ 0 \\ D \\ 0 \end{pmatrix} e(s)$$

Considerando la tensión de entrada constante $e(s) = 0$ y resolviendo el sistema de ecuaciones para $v_o(s)$ se tiene:

$$G_{vd}(s) = \frac{(C_1 L_1 (E + V_o)) s^2 - (D L_1 (I_i + I_o)) s + (1 - D)(E + V_o)}{(C_1 C_2 L_1 L_2) s^4 + \frac{C_1 L_1 L_2}{R} s^3 + (C_2 L_1 D^2 + C_2 L_2 (1 - D)^2 + C_1 L_1) s^2 + \left(\frac{L_1 D^2}{R} + \frac{L_2 (1 - D)^2}{R} \right) s + (1 - D)^2}$$

Que es una función de cuarto orden como cabía esperar y que es la misma que en el caso del convertidor de Cuk.

Los valores escogidos para el programa de prueba son los que aparecen en la página 826 del libro de Erikson [EM01]

$$\begin{aligned}
 L_1 &= 500\mu H \\
 C_1 &= 47\mu F \\
 L_2 &= 100\mu H \\
 C_2 &= 200\mu F \\
 D &= 0,4 \\
 E &= 120V
 \end{aligned}$$

Referencias:

[KJ89] M.K. Kazimierczuk and J.J. Jozwik. Optimal topologies of resonant dc/dc converters. Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 25(3):363 - 372, May 1989.

[VOR90] Vatché Vorpérian, "Simplified Analysis of PWM Converters Using Model of PWM Switch. Part I: Continuous Conduction Mode", IEEE Transactions on aerospace and electronic systems Vol. 26, No. 3 MAY 1990

[EM01] R. W. Erickson and D. Maksimovič, "Fundamentals of Power Electronics", Kluwer Academic Publishers, second edition edition, 2001.

Código GNU Octave

```

1. set (0, "defaultlinelength", 1.0, "defaulttextfontname", "Helvetica", "defaultaxesfontname",
   "Helvetica", "defaultaxesfontsize", 8.0);
2. pkg load control
3.
4. Vi = 120;
5. R = 40;
6. L1 = 500e-6;
7. L2 = 100e-6;
8. C1 = 47e-6;
9. C2 = 200e-6;
10. D = 0.4;
11.
12. Vo = D/(1-D)*Vi;
13. Io = Vo/R;
14. Ii = D/(1-D)*Io;
15.
16. num = [C1*L1*(Vi-Vo), -D*L1*(Ii+Io), (Vi-Vo)*(1-D)];
17. den = [C1*L1*C2*L2, C1*L1*L2/R, C2*L1*D^2+C2*L2*(1-D)^2+C1*L1, L1/R*D^2+L2/R*(1-D)^2, (1-D)^2];
18.
19. Gvd = tf(num,den)
20.
21. bode(Gvd)
22. saveimage

```

Resultado al ejecutar el código:

Transfer function 'Gvd' from input 'u1' to output ...

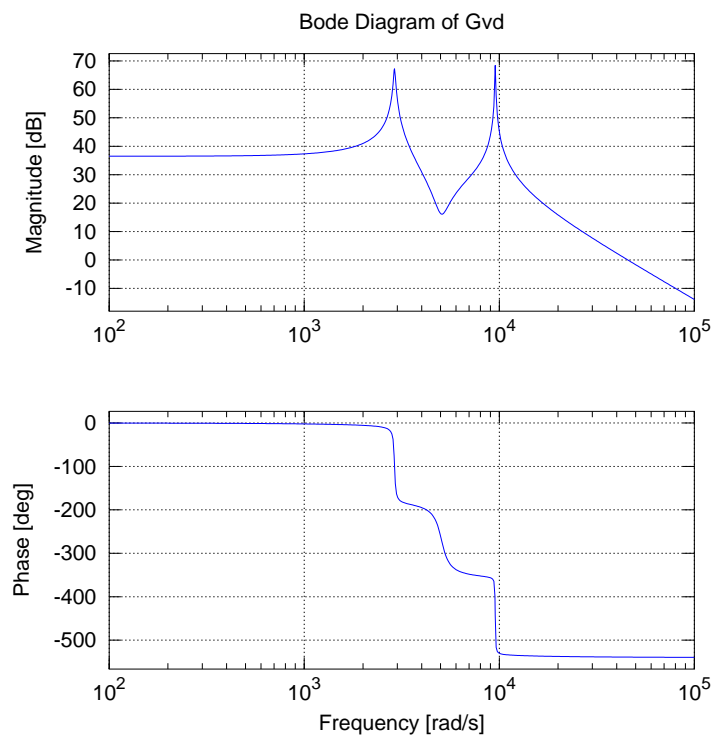
```

          9.4e-07 s^2 - 0.0006667 s + 24
y1: -----
      4.7e-16 s^4 + 5.875e-14 s^3 + 4.67e-08 s^2 + 2.9e-06 s + 0.36

```

Continuous-time model.

Josep M. Valls



Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

B.1.8. Bode G_{vd} X

El presente programa permite dibujar el diagrama de Bode de la función de transferencia tensión de salida ciclo de trabajo del convertidor X en modo de conversión continua. El convertidor X es una variante topológica del convertidor BUCK-BOOST con la estructura de los convertidores de la clase del de CUK.

Este código fue subido a la plataforma OctaveRS el 6 de Abril de 2015.

A continuación se coloca el enlace al código:

<http://cursosing.net/octavers/gnuoctave/listing/253-diagrama-de-bode-de-g-vd-s-v-o-s-d-s-en-mcc-para-el-convertidor->

x

OctaveRs

Publicación rápida de códigos en GNU Octave o R - Share computational solutions with GNU Octave or R (statistical package) (/octavers/)

Códigos (/octavers/codigos)

GNU Octave (/octavers/gnuoctave)


R (/octavers/r)

Ingresar (/octavers/ingresar)


Acerca de (/octavers/)


Diagrama de Bode de $G_{vd}(s) = v_o(s)/d(s)$ en MCC para el convertidor X

Por Josep M. Valls Martí

 BODE BUCK-BOOST

Detalles

 Creado el 06 Abril 2015

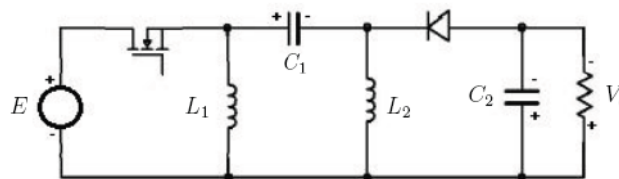
 Última modificación el 06 Abril 2015

 133 vistas

Diagrama de Bode de la función de transferencia tensión de salida - ciclo de trabajo en Modo de Conducción Continua para el convertidor X

El convertidor X es un convertidor continua-continua del tipo elevador-reductor, que es de cuarto orden por tener cuatro elementos reactivos, descrito por el autor [Vall4] en el congreso del SAAEI en Tanger 2014.

El convertidor X es una variante topológica del convertidor BUCK-BOOST que incorpora otra inductancia y un condensador de paso, con lo que se obtiene un convertidor de la clase del de Cuk.

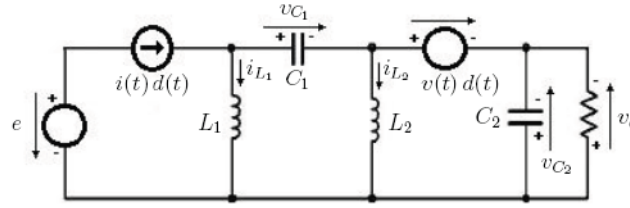


La función de transferencia tensión de salida ciclo de trabajo da idea de la facilidad o dificultad de controlar dicho convertidor:

$$G_{vd}(s) = \frac{v_o(s)}{d(s)}$$

Aplicando promediado de circuitos, con el modelo de interruptor desarrollado por Vatché Vorpérian en la referencia [VOR90] se llega al modelo dinámico siguiente:

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X



$$\begin{aligned}
 L_1 \frac{di_{L_1}^*(t)}{dt} &= (1 - d^*(t)) v_{C_1}^*(t) - (1 - d^*(t)) v_o^*(t) + e^*(t) d^*(t) \\
 C_1 \frac{dv_{C_1}^*(t)}{dt} &= i_{L_2}^*(t) d^*(t) - (1 - d^*(t)) i_{L_1}^*(t) \\
 L_2 \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} &= e^*(t) d^*(t) - v_{C_1}^*(t) d^*(t) - (1 - d^*(t)) v_o^*(t) \\
 C_2 \frac{dv_o^*(t)}{dt} &= -(1 - d^*(t)) (i_{L_1}^*(t) + i_{L_2}^*(t)) - \frac{v_o^*(t)}{R}
 \end{aligned}$$

El sistema obtenido es un sistema bilineal, o lo que es lo mismo que hay productos de las variables de estado y la variable de control, para poder estudiarlo se procede a hacer una linealización aproximada:

$$\begin{aligned}
 L_1 \frac{d\hat{i}_{L_1}(t)}{dt} &= \hat{e}(t) - (1 - D) \hat{v}_{C_1}(t) - (1 - D) \hat{v}_o(t) + (E - V_{C_1} + V_o) \hat{d}(t) \\
 C_1 \frac{d\hat{v}_{C_1}(t)}{dt} &= D \hat{i}_{L_2}(t) - (1 - D) \hat{i}_{L_1}(t) + (I_{L_1} + I_{L_2}) \hat{d}(t) \\
 L_2 \frac{d\hat{i}_{L_2}(t)}{dt} &= D \hat{e}(t) - D \hat{v}_{C_1}(t) - (1 - D) \hat{v}_o(t) + (E - V_{C_1} + V_o) \hat{d}(t) \\
 C_2 \frac{d\hat{v}_o(t)}{dt} &= (1 - D) \hat{i}_{L_1}(t) + (1 - D) \hat{i}_{L_2}(t) - \frac{1}{R} \hat{v}_o(t) - (I_{L_1} + I_{L_2}) \hat{d}(t)
 \end{aligned}$$

Si se aplica la transformada de Laplace y se expresa en forma matricial y teniendo en cuenta que la tensión media en el condensador de paso es $V_{C_1} = 0$ se tiene:

$$\begin{pmatrix} L_1 s & -(1 - D) & 0 & (1 - D) \\ (1 - D) & C_1 s & -D & 0 \\ 0 & D & L_2 s & (1 - D) \\ -(1 - D) & 0 & -(1 - D) & \frac{1}{R} + C_2 s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{L_1}(s) \\ v_{C_1}(s) \\ i_{L_2}(s) \\ v_o(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E + V_o \\ I_i + I_o \\ E + V_o \\ -(I_i + I_o) \end{pmatrix} d(s) + \begin{pmatrix} D \\ 0 \\ D \\ 0 \end{pmatrix} e(s)$$

Considerando la tensión de entrada constante $e(s) = 0$ y resolviendo el sistema de ecuaciones para $v_o(s)$ se tiene:

$$G_{vd}(s) = \frac{-(C_1 L_1 L_2 (I_i + I_o)) s^3 + (C_1 (L_1 + L_2) D' (E + V_o)) s^2 - (L_1 D (I_i + I_o)) s + D' (E + V_o)}{(C_1 C_2 L_1 L_2) s^4 + \frac{C_1 L_1 L_2}{R} s^3 + (C_2 L_1 D^2 + C_1 L_1 D'^2 + C_1 L_2 D'^2 + C_2 L_2 D'^2) s^2 + \left(\frac{L_1 D^2}{R} + \frac{L_2 D'^2}{R} \right) s + D'^2}$$

Donde se ha substituido $(1 - D)$ por D' para que quepa en una línea y que es una función de cuarto orden como cabía esperar.

Los valores escogidos para el programa de prueba son los que aparecen en la página 826 del libro de Erikson [EM01]

$$\begin{aligned}
 L_1 &= 500\mu H \\
 C_1 &= 47\mu F \\
 L_2 &= 100\mu H \\
 C_2 &= 200\mu F \\
 D &= 0,4 \\
 E &= 120V
 \end{aligned}$$

Referencias:

[Val14] J. M. Valls. Analysis and synthesis of a new converter to complete the class of Cuk, SEPIC and Zeta converters. In Proc. SAAEI (Seminario Anual de Automática, Electrónica industrial e Instrumentación) 2014, volume PCT2-1, Tangier, Morocco, Jun 2014.

[VOR90] Vatché Vorpérian, "Simplified Analysis of PWM Converters Using Model of PWM Switch. Part I: Continuous Conduction Mode", IEEE Transactions on aerospace and electronic systems Vol. 26, No. 3 MAY 1990

[EM01] R. W. Erickson and D. Maksimović, "Fundamentals of Power Electronics", Kluwer Academic Publishers, second edition edition, 2001.

Código GNU Octave

```

1. set (0, "defaultlinewidth", 1.0, "defaulttextfontname", "Helvetica", "defaultaxesfontname",
    "Helvetica", "defaultaxesfontsize", 8.0);
2. pkg load control
3.
4. Vi = 120;
5. R = 40;
6. L1 = 500e-6;
7. L2 = 100e-6;
8. C1 = 47e-6;
9. C2 = 200e-6;
10. D = 0.4;
11.
12. Vo = -D/(1-D)*Vi;
13. Io = -Vo/R;
14. Ii = D/(1-D)*Io;
15.
16. num = [-C1*L1*L2*(Ii+Io), C1*(1-D)*(L1+L2)*(Vi+Vo), -L1*(Ii+Io)*D, (Vi+Vo)*(1-D)];
17. den = [C1*L1*C2*L2, C1*L1*L2/R, C2*L1*D^2+C1*L1*(1-D)^2+C1*L2*(1-D)^2+C2*L2*(1-D)^2, L1/R*D^2+
    L2/R*(1-D)^2, (1-D)^2];
18.
19. Gvd = tf(num,den)
20.
21. bode(Gvd)
22. saveimage

```

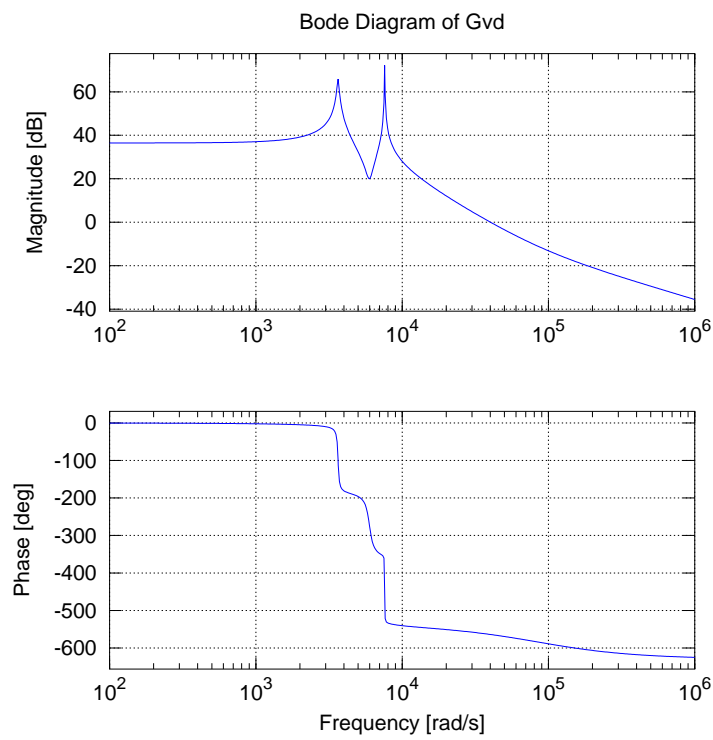
Resultado al ejecutar el código:

Transfer function 'Gvd' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{-7.833e-12 s^3 + 6.768e-07 s^2 - 0.0006667 s + 24}{4.7e-16 s^4 + 5.875e-14 s^3 + 3.335e-08 s^2 + 2.9e-06 s + 0.36}$$

Continuous-time model.

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X



Josep M. Valls

B.1.9. Bode G_{vd} SEPIC del modelo de Erickson

Si alguien compara el diagrama de Bode que aparece en la página 430 u 827 de su libro con el diagrama del artículo anterior de SEPIC, observará que hay una discrepancia importante en cuanto a la fase se refiere, la razón es que en el artículo anterior no se había tenido en cuenta la resistencia serie de las bobinas en el modelo del convertidor.

Este código fue subido a la plataforma OctaveRS el 8 de Abril de 2015.

A continuación se coloca el enlace al código:

<http://cursosing.net/octavers/gnuoctave/listing/261-bode-del-modelo-sepic-de-erickson>

OctaveRs

Publicación rápida de códigos en GNU Octave o R - Share computational solutions with GNU Octave or R
(statistical package)
(/octavers/)

Códigos (/octavers/codigos)

GNU Octave (/octavers/gnuoctave)

R (/octavers/r)

Ingresar (/octavers/ingresar)


Acerca de (/octavers/)


Bode de Gvd de SEPIC del Modelo de Erickson

Por Josep M. Valls Martí

 BODE  SEPIC  Erickson

Detalles

 Creado el 08 Abril 2015

 Última modificación el 01 Mayo 2015


 238 vistas

Diagrama de Bode de la función de transferencia tensión de salida ciclo de trabajo del ejemplo del libro de Erickson de la página 430 o 827

Si alguien observa el modelo de Erickson expuesto en la página 826, donde se ha obtenido el diagrama de Bode mediante una simulación, verá que es distinto del modelo expuesto en el artículo anterior: Gvd SEPIC Modelo componentes Ideales:

<http://cursosing.net/octavers/gnuoctave/listing/244-diagrama-de-bode-de-g-vd-s-v-o-s-d-s-en-mcc-para-el-convertidor-sepic>

La razón de la discrepancia es que el modelo de Erickson tiene en cuenta las resistencias de las inductancias y esto hace que los ceros conjugados cambien de signo.

En el presente artículo se ha ampliado el modelo para tener en cuenta las resistencias de las inductancias y se ha graficado el Bode con los valores del ejemplo de Erickson y con el valor de las resistencias igual a cero, además se han obtenido los polos y los ceros de los dos casos.

Referencias:

[MS77] R. P. Massey and E. C. Snyder. High voltage single-ended dc-dc converter. In Proc. PESC'77, pages 156-159. IEEE, 1977.

[VOR90] Vatché Vorpérian, "Simplified Analysis of PWM Converters Using Model of PWM Switch. Part I: Continuous Conduction Mode", IEEE Transactions on aerospace and electronic systems Vol.

Josep M. Valls

26, No. 3 MAY 1990

[EM01] R. W. Erickson and D. Maksimović, "Fundamentals of Power Electronics", Kluwer Academic Publishers, second edition edition, 2001.

Código GNU Octave

```

1. set (0, "defaultlinewidth", 1.0, "defaulttextfontname", "Helvetica", "defaultaxes
    fontname", "Helvetica", "defaultaxesfontsize", 8.0);
2. pkg load control
3.
4. disp('Función de Transferencia de SEPIC según el modelo de Erickson:');
5. fprintf('\r\n');
6.
7. function retval = SEPICd(D, E, L1, L2, C1, C2, R, r11, r12)
8. global Vo Io Ii;
9. Dp = 1 - D;
10. Vo = D / (1-D) * E;
11. SV = E+Vo;
12. Io = Vo/R;
13. Ii = D / (1-D) * Io;
14. SI = Ii + Io;
15.
16. G = 1/R;
17. Num = [ 0, -C1*L1*L2*SI, C1*L1*SV + C1*L2*SV - C1*D*L1*SV - C1*D*L2*SV - C1*L1*SI*r1
    2 - C1*L2*SI*r11, C1*SV*r11 - D*L1*SI + C1*SV*r12 - C1*D*SV*r11 - C1*D*SV*r12 - C1*S
    I*r11*r12, SV - D*SV - D*SI*r11];
18. Den = [C1*C2*L1*L2, C1*G*L1*L2 + C1*C2*L1*r12 + C1*C2*L2*r11, C1*L1 + C1*L2 + C2*L2 -
    2*C1*D*L1 - 2*C1*D*L2 - 2*C2*D*L2 + C1*D^2*L1 + C1*D^2*L2 + C2*D^2*L1 + C2*D^2*L2 + C
    1*G*L1*r12 + C1*G*L2*r11 + C1*C2*r11*r12, C1*r11 + C1*r12 + C2*r12 + G*L2 - 2*D*G*L2
    - 2*C1*D*r11 - 2*C1*D*r12 - 2*C2*D*r12 + D^2*G*L1 + D^2*G*L2 + C1*D^2*r11 + C1*D^2*r1
    2 + C2*D^2*r11 + C2*D^2*r12 + C1*G*r11*r12, G*r12 - 2*D + D^2 - 2*D*G*r12 + D^2*G*r11
    + D^2*G*r12 + 1];
19.
20. retval = tf(Num,Den);
21. endfunction
22.
23.
24. E = 120;
25. fprintf(' E = %d V\n',E);
26. L1 = 500e-6;
27. fprintf('L1 = %d uH\n',L1*1e6);
28. L2 = 100e-6;
29. fprintf('L2 = %d uH\n',L2*1e6);
30. C1 = 47e-6;
31. fprintf('C1 = %d uF\n',C1*1e6);
32. C2 = 200e-6;
33. fprintf('C2 = %d uH\n',C2*1e6);
34. R = 40;
35. fprintf(' R = %d Ohm\n',R);
36. D = 0.4;
37. fprintf(' D = %2.1f\n',D);
38. r11 = 0.1;
39. fprintf('r11 = %3.2f Ohm\n',r11);
40. r12 = 0.02;
41. fprintf('r12 = %3.2f Ohm\n',r12);
42. fprintf('\r\n');
43.
44.
45. disp('Modelo dinámico Vo(s)/d(s) = ');
46. V2d = SEPICd(D,E,L1,L2,C1,C2,R,r11,r12)
47. fprintf('\r\n');
48.

```

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

```

49. polos = pole(V2d)
50. ceros = zero(V2d)
51.
52. %bode(V2d)
53. f = logspace(1, 5, 200); % 200 pt f vector from 100 Hz (10^2) to 10kHz (10^5)
54. [mag, phase] = bode(V2d,2*pi*f); % Use bode to determine mag and phase
55. subplot(2,1,1);
56. semilogx(f, 20*log10(abs(mag)));
57. title('Bode Diagram of V_{2d} Erickson model');
58. ylabel('Magnitudo [dBV]');
59. subplot(2,1,2);
60. semilogx(f, phase);
61. xlabel('Frequency [Hz]');
62. ylabel('Phase [deg]');
63. saveimage
64.
65. set (findobj(gcf, "type", "axes"), "nextplot", "add")
66. fprintf('\r\n');
67. disp('Función de Transferencia de SEPIC según el modelo primitivo sin tener en cuenta
    las resistencias de las inductancias:');
68. fprintf('\r\n');
69.
70. E = 120;
71. fprintf(' E = %d V\n',E);
72. L1 = 500e-6;
73. fprintf('L1 = %d uH\n',L1*1e6);
74. L2 = 100e-6;
75. fprintf('L2 = %d uH\n',L2*1e6);
76. C1 = 47e-6;
77. fprintf('C1 = %d uF\n',C1*1e6);
78. C2 = 200e-6;
79. fprintf('C2 = %d uH\n',C2*1e6);
80. R = 40;
81. fprintf(' R = %d Ohm\n',R);
82. D = 0.4;
83. fprintf(' D = %2.1f\n',D);
84. r11 = 0;
85. fprintf('r11 = %3.2f Ohm\n',r11);
86. r12 = 0;
87. fprintf('r12 = %3.2f Ohm\n',r12);
88. fprintf('\r\n');
89.
90. disp('Modelo dinámico Vo(s)/d(s) = ');
91. V2d = SEPICd(D,E,L1,L2,C1,C2,R,r11,r12)
92. fprintf('\r\n');
93.
94. polos = pole(V2d)
95. ceros = zero(V2d)
96.
97. %bode(V2d)
98. [mag, phase] = bode(V2d,2*pi*f); % Use bode to determine mag and phase
99. subplot(2,1,1);
100. semilogx(f, 20*log10(abs(mag)),'r');
101. title('Bode Diagram of V_{2d} Ideal components (red) Erickson (blue)');
102. ylabel('Magnitudo [dBV]');
103. subplot(2,1,2);
104. semilogx(f, phase,'r');
105. xlabel('Frequency [Hz]');
106. ylabel('Phase [deg]');
107. saveimage

```

Resultado al ejecutar el código:

Función de Transferencia de SEPIC según el modelo de Erickson:

Josep M. Valls

```

E = 120 V
L1 = 500 uH
L2 = 100 uH
C1 = 47 uF
C2 = 200 uH
R = 40 Ohm
D = 0.4
r11 = 0.10 Ohm
r12 = 0.02 Ohm

```

Modelo dinámico $V_o(s)/d(s) =$

Transfer function 'V2d' from input 'u1' to output ...

```

          -7.833e-12 s^3 + 3.381e-06 s^2 + 9.82e-06 s + 119.9
y1: -----
      4.7e-16 s^4 + 2.468e-13 s^3 + 3.339e-08 s^2 + 9.573e-06 s + 0.3606

```

Continuous-time model.

polos =

```

-111.7 + 7594.2i
-111.7 - 7594.2i
-150.8 + 3643.8i
-150.8 - 3643.8i

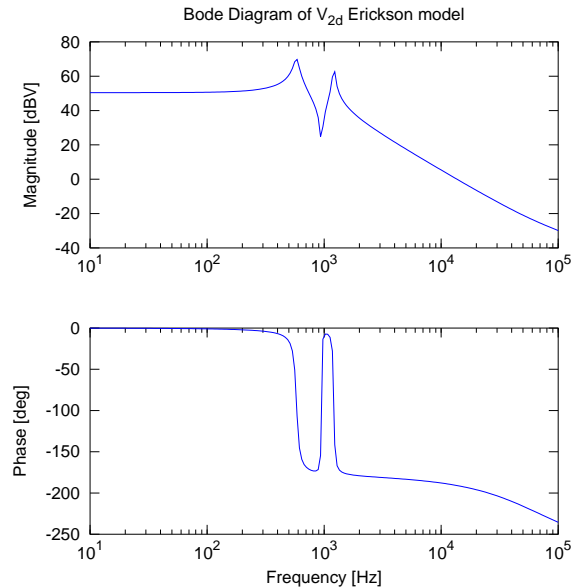
```

ceros =

```

4.3169e+05 + 0.0000e+00i
-4.2509e+01 + 5.9536e+03i
-4.2509e+01 - 5.9536e+03i

```



Función de Transferencia de SEPIC según el modelo primitivo sin tener en cuenta las resistencias de las inductancias:

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

```

E = 120 V
L1 = 500 uH
L2 = 100 uH
C1 = 47 uF
C2 = 200 uH
R = 40 Ohm
D = 0.4
r11 = 0.00 Ohm
r12 = 0.00 Ohm

```

Modelo dinámico $V_o(s)/d(s) =$

Transfer function 'V2d' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{-7.833e-12 s^3 + 3.384e-06 s^2 - 0.0006667 s + 120}{4.7e-16 s^4 + 5.875e-14 s^3 + 3.335e-08 s^2 + 2.9e-06 s + 0.36}$$

Continuous-time model.

polos =

```

-11.7 + 7594.7i
-11.7 - 7594.7i
-50.8 + 3643.7i
-50.8 - 3643.7i

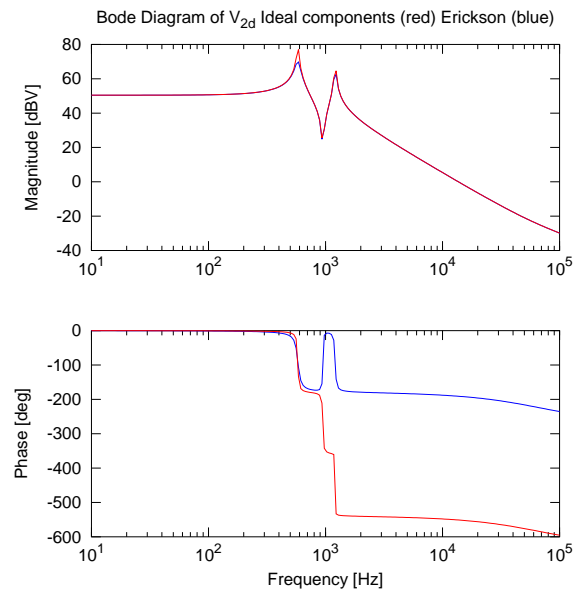
```

ceros =

```

4.3189e+05 + 0.0000e+00i
5.7464e+01 + 5.9554e+03i
5.7464e+01 - 5.9554e+03i

```



Josep M. Valls

B.1.10. Influencia de parámetros en polos y zeros

Influencia del ciclo de trabajo (D), condensador de paso (C_1) y del valor de las inductancias L_1 y L_2 en la función de transferencia G_{vd} de los circuitos SEPIC-X y Cuk-Zeta en el modelo de componentes ideales y modo de conducción continua.

Este código fue subido a la plataforma OctaveRS el 18 de Abril de 2015.

A continuación se coloca el enlace al código:

<http://cursosing.net/octavers/codigos/listing/278-influencia-del-ciclo-de-trabajo-condensador-de-paso-y-valor-de-las-inductancias-en-la-posicion-de-polos-y-ceros-en-gvd-de-sepic-x-y-cuk-zeta>

OctaveRs

Publicación rápida de códigos en GNU Octave o R - Share computational solutions with GNU Octave or R
(statistical package)
(/octavers/)

Códigos (/octavers/codigos)

GNU Octave (/octavers/gnuoctave)

R (/octavers/r)

Ingresar (/octavers/ingresar)

Acerca de (/octavers/)

Influencia del Ciclo de trabajo, Condensador de paso y Valor de las inductancias en la posición de polos y ceros en Gvd de SEPIC-X y Cuk-Zeta

Por Josep M. Valls Martí

SEPIC X Cuk Zeta Gvd Polos Ceros

Detalles

📅 Creado el 18 Abril 2015

📅 Última modificación el 04 Mayo 2015

👁️ 150 vistas

Influencia del Ciclo de trabajo, Condensador de paso y Valor de las inductancias en la posición de polos y ceros en Gvd de SEPIC-X y Cuk-Zeta

Como se ha demostrado en anteriores artículos la función de transferencia tensión de salida versus ciclo de trabajo es común en los convertidores Cuk y Zeta, de igualmodo ocurre con los convertidores SEPICX. La primera conclusión que este hecho sugiere es que dicha función de transferencia depende exclusivamente de la etapa de salida, ya que los convertidores Cuk y Zeta tienen una etapa de salida del tipo BUCK, mientras que SEPIC y X tienen una etapa de salida del tipo BUCK-BOOST.

Para ver la influencia del ciclo de trabajo, del condensador de paso y del valor de las inductancias en la distribución de polos y ceros se han aplicado una serie de valores y se han obtenido las gráficas superpuestas, representando sólo el conjunto de superposiciones deseado (colocando **safeimage** en el conjunto que se quiere representar y limpiado la ventana gráfica entre distintas representaciones con **clf** también se ha colocado un título personalizado usando la instrucción **title("Título")** finalmente se ha hecho zoom sobre determinadas partes del gráfico con la instrucción **axis([xmin, xmax, ymin, ymax])**).

Inicialmente se ha aplicado a la función de transferencia G_{vd} de SEPIC-X y posteriormente a Cuk-Zeta, los siguientes valores de D :

Josep M. Valls

$$D = [0,2, 0,3, 0,4, 0,5, 0,6, 0,7, 0,8]$$

Observándose que con el valor $D = 0,8$ corresponde al par de ceros complejo conjugados de mayor valor real en el caso Cuk-Zeta, mientras que en el caso SEPIC-X sucede que con el valor $D = 0,2$ se obtiene el cero real de mayor valor.

Seguidamente se ha aplicado a la función de transferencia G_{vd} de SEPIC-X y posteriormente a Cuk-Zeta, los siguientes valores para el condensador de paso C_1 y se han graficado los polos y ceros en un diagrama. Se han usado dos puntos de trabajo $D = 0,4$ para la función de reductor y $D = 0,6$ para la función de elevador.

$$C_1 = [0,5, 0,6, 0,7, 0,8, 0,9, 1,0, 1,1, 1,2, 1,3, 1,4, 1,5] \mu F$$

Dos conclusiones pueden observarse de este diagrama, puede verse que el par de ceros conjugados cambia de signo si el convertidor es elevador o reductor en el caso SEPIC-X.

Por otra parte el cero real de SEPIC-X está más cerca del eje cuando el convertidor es elevador que cuando es reductor.

En el caso Cuk-Zeta sólo hay un par de ceros conjugados, más cercanos al eje cuando es elevador que cuando es reductor.

Finalmente se han aplicado, los siguientes valores de inductancias para los valores de ciclo de trabajo de $D = 0,4$ y $D = 0,6$:

$$\begin{array}{lll} L_1, L_2 = [5, 5] \mu H & L_1, L_2 = [5, 25] \mu H & L_1, L_2 = [10, 10] \mu H \\ L_1, L_2 = [10, 20] \mu H & L_1, L_2 = [15, 15] \mu H & L_1, L_2 = [20, 10] \mu H \\ L_1, L_2 = [20, 20] \mu H & L_1, L_2 = [25, 5] \mu H & L_1, L_2 = [25, 25] \mu H \end{array}$$

Una cuestión que puede surgir en el programa es: ¿Cómo se compatibilizan dos convertidores en el que uno invierte la polaridad y el otro no? La respuesta es que el signo de tensión e intensidad es un convenio y está en función de como se ha escogido el sentido de tensiones y corrientes.

Nota: Los resultados obtenidos se publicarán en un artículo para el SAAEI15

Código GNU Octave

```

1. set (0, "defaultlinewidth", 1.0, "defaulttextfontname", "Helvetica", "defaultaxes
   fontname", "Helvetica", "defaultaxesfontsize", 8.0);
2. pkg load control
3.
4. function retval = SEPICd(D,V1,L1,L2,C1,C2,R)
5. global Vi Vo Io Ii;
6. Vi = V1;
7. Vo = D/(1-D)*Vi;
8. Io = Vo/R;
9. Ii = D/(1-D)*Io;
10. num = [-C1*L1*L2*(Ii+Io), C1*(1-D)*(L1+L2)*(Vi+Vo), -L1*(Ii+Io)*D, (Vi+Vo)*(1-D)];
11. den = [C1*L1*C2*L2, C1*L1*L2/R, C2*L1*D^2+C1*L1*(1-D)^2+C1*L2*(1-D)^2+C2*L2*(1-D)^2,
   L1/R*D^2+L2/R*(1-D)^2, (1-D)^2];
12. retval = tf(num,den);
13. endfunction
14.
15.

```

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

```

16. function retval = CUKd(D,V1,L1,L2,C1,C2,R)
17. global Vi Vo Io Ii;
18. Vi = V1;
19. Vo = D/(1-D)*Vi;
20. Io = Vo/R;
21. Ii = D/(1-D)*Io;
22. num = [C1*L1*(Vi+Vo), -D*L1*(Ii+Io), (Vi+Vo)*(1-D)];
23. den = [C1*L1+C2*L2, C1*L1*L2/R, C2*L1*D^2+C2*L2*(1-D)^2+C1*L1, L1/R*D^2+L2/R*(1-D)^2,
(1-D)^2];
24. retval = tf(num,den);
25. endfunction
26.
27.
28. Vi = 10;
29. L1 = 5e-6;
30. L2 = 5e-6;
31. C1 = 1e-6;
32. C2 = 100e-6;
33. R = 10;
34.
35.
36. D= 0.2;
37. d2 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
38. D=0.3;
39. d3 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
40. D=0.4;
41. d4 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
42. D=0.5;
43. d5 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
44. D=0.6;
45. d6 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
46. D=0.7;
47. d7 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
48. D=0.8;
49. d8 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
50.
51. hold on;
52. pzmap(d2)
53. pzmap(d3)
54. pzmap(d4)
55. pzmap(d5)
56. pzmap(d6)
57. pzmap(d7)
58. pzmap(d8)
59. hold off;
60. title('Cuk-Zeta Influence of D on Pole-Zero locations');
61. saveimage
62.
63. clf;
64.
65. D= 0.2;
66. d2 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
67. D=0.3;
68. d3 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
69. D=0.4;
70. d4 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
71. D=0.5;
72. d5 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
73. D=0.6;
74. d6 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
75. D=0.7;
76. d7 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
77. D=0.8;
78. d8 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
79.

```

Josep M. Valls

```

80. hold on;
81. pzmap(d2)
82. pzmap(d3)
83. pzmap(d4)
84. pzmap(d5)
85. pzmap(d6)
86. pzmap(d7)
87. pzmap(d8)
88. hold off;
89. title('SEPIC-X Influence of D on Pole-Zero locations');
90. safeimage
91.
92. clf;
93.
94. Vi = 10;
95. L1 = 5e-6;
96. L2 = 5e-6;
97. C1 = 1e-6;
98. C2 = 100e-6;
99. R = 10;
100.
101. D = 0.4;
102. C1=0.5e-6;
103. c105 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
104. C1=0.6e-6;
105. c106 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
106. C1=0.7e-6;
107. c107 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
108. C1=0.8e-6;
109. c108 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
110. C1=0.9e-6;
111. c109 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
112. C1=1e-6;
113. c110 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
114. C1=1.1e-6;
115. c111 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
116. C1=1.2e-6;
117. c112 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
118. C1=1.3e-6;
119. c113 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
120. C1=1.4e-6;
121. c114 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
122. C1=1.5e-6;
123. c115 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
124.
125. D = 0.6;
126. C1=0.5e-6;
127. c205 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
128. C1=0.6e-6;
129. c206 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
130. C1=0.7e-6;
131. c207 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
132. C1=0.8e-6;
133. c208 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
134. C1=0.9e-6;
135. c209 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
136. C1=1e-6;
137. c210 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
138. C1=1.1e-6;
139. c211 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
140. C1=1.2e-6;
141. c212 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
142. C1=1.3e-6;
143. c213 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
144. C1=1.4e-6;

```

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

```

145. c214 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
146. C1=1.5e-6;
147. c215 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
148.
149.
150. hold on;
151. pzmap(c105)
152. pzmap(c106)
153. pzmap(c107)
154. pzmap(c108)
155. pzmap(c109)
156. pzmap(c110)
157. pzmap(c111)
158. pzmap(c112)
159. pzmap(c113)
160. pzmap(c114)
161. pzmap(c115)
162. title('SEPIC-X Influence of C_1 on Pole-Zero locations with D=0.4');
163. safeimage
164. title('Zoom on SEPIC-X Pole-Zero locations with D=0.4');
165. axis([-6e3, 2e4, 2.4e5, 5e5]);
166. safeimage
167.
168. axis([-1e6, 4e6, -6e5, 6e5]);
169. pzmap(c205)
170. pzmap(c206)
171. pzmap(c207)
172. pzmap(c208)
173. pzmap(c209)
174. pzmap(c210)
175. pzmap(c211)
176. pzmap(c212)
177. pzmap(c213)
178. pzmap(c214)
179. pzmap(c215)
180. hold off;
181.
182. title('SEPIC-X Influence of C_1 on Pole-Zero locations');
183. safeimage
184. title('Zoom on SEPIC-X Pole-Zero locations');
185. axis([-6e3, 2e4, 2.4e5, 5e5]);
186. safeimage
187.
188.
189. D = 0.4;
190. C1=0.5e-6;
191. c105 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
192. C1=0.6e-6;
193. c106 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
194. C1=0.7e-6;
195. c107 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
196. C1=0.8e-6;
197. c108 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
198. C1=0.9e-6;
199. c109 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
200. C1=1e-6;
201. c110 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
202. C1=1.1e-6;
203. c111 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
204. C1=1.2e-6;
205. c112 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
206. C1=1.3e-6;
207. c113 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
208. C1=1.4e-6;
209. c114 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);

```

Josep M. Valls

```

210. C1=1.5e-6;
211. c115 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
212.
213. D = 0.6;
214. C1=0.5e-6;
215. c205 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
216. C1=0.6e-6;
217. c206 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
218. C1=0.7e-6;
219. c207 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
220. C1=0.8e-6;
221. c208 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
222. C1=0.9e-6;
223. c209 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
224. C1=1e-6;
225. c210 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
226. C1=1.1e-6;
227. c211 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
228. C1=1.2e-6;
229. c212 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
230. C1=1.3e-6;
231. c213 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
232. C1=1.4e-6;
233. c214 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
234. C1=1.5e-6;
235. c215 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
236.
237. clf %Clear active grafic window
238.
239. hold on;
240. pzmap(c105)
241. pzmap(c106)
242. pzmap(c107)
243. pzmap(c108)
244. pzmap(c109)
245. pzmap(c110)
246. pzmap(c111)
247. pzmap(c112)
248. pzmap(c113)
249. pzmap(c114)
250. pzmap(c115)
251. title('Cuk-Zeta Influence of C_1 on Pole-Zero locations with D=0.4');
252. safeimage
253.
254. pzmap(c205)
255. pzmap(c206)
256. pzmap(c207)
257. pzmap(c208)
258. pzmap(c209)
259. pzmap(c210)
260. pzmap(c211)
261. pzmap(c212)
262. pzmap(c213)
263. pzmap(c214)
264. pzmap(c215)
265. hold off;
266.
267. title('Cuk-Zeta Influence of C_1 on Pole-Zero locations');
268. safeimage
269.
270. clf;
271.
272. Vi = 10;
273. L1 = 5e-6;
274. L2 = 5e-6;

```

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

275. C1 = 1e-6;
276. C2 = 100e-6;
277. R = 10;
278.
279. D = 0.4;
280. L1=5e-6;
281. L2=5e-6;
282. l0505 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
283. L1=10e-6;
284. L2=10e-6;
285. l1010 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
286. L1=15e-6;
287. L2=15e-6;
288. l1515 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
289. L1=20e-6;
290. L2=20e-6;
291. l2020 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
292. L1=25e-6;
293. L2=25e-6;
294. l2525 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
295. L1=5e-6;
296. L2=25e-6;
297. l0525 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
298. L1=10e-6;
299. L2=20e-6;
300. l1020 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
301. L1=20e-6;
302. L2=10e-6;
303. l2010 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
304. L1=25e-6;
305. L2=5e-6;
306. l2505 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
307.
308. D = 0.6;
309. L1=5e-6;
310. L2=5e-6;
311. m0505 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
312. L1=10e-6;
313. L2=10e-6;
314. m1010 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
315. L1=15e-6;
316. L2=15e-6;
317. m1515 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
318. L1=20e-6;
319. L2=20e-6;
320. m2020 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
321. L1=25e-6;
322. L2=25e-6;
323. m2525 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
324. L1=5e-6;
325. L2=25e-6;
326. m0525 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
327. L1=10e-6;
328. L2=20e-6;
329. m1020 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
330. L1=20e-6;
331. L2=10e-6;
332. m2010 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
333. L1=25e-6;
334. L2=5e-6;
335. m2505 = CUKd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
336.
337.
338. hold on;
339. pzmap(l0505)

Josep M. Valls


```

340. pzmap(11010)
341. pzmap(11515)
342. pzmap(12020)
343. pzmap(12525)
344. pzmap(10525)
345. pzmap(11020)
346. pzmap(12010)
347. pzmap(12505)
348. title('Cuk-Zeta Influence of L_1 and L_2 on Pole-Zero locations with D=0.4');
349. safeimage
350.
351. pzmap(m0505)
352. pzmap(m1010)
353. pzmap(m1515)
354. pzmap(m2020)
355. pzmap(m2525)
356. pzmap(m0525)
357. pzmap(m1020)
358. pzmap(m2010)
359. pzmap(m2505)
360. hold off;
361. title('Cuk-Zeta Influence of L_1 and L_2 on Pole-Zero locations');
362. safeimage
363.
364. clf;
365.
366. D = 0.4;
367. L1=5e-6;
368. L2=5e-6;
369. 10505 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
370. L1=10e-6;
371. L2=10e-6;
372. 11010 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
373. L1=15e-6;
374. L2=15e-6;
375. 11515 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
376. L1=20e-6;
377. L2=20e-6;
378. 12020 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
379. L1=25e-6;
380. L2=25e-6;
381. 12525 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
382. L1=5e-6;
383. L2=25e-6;
384. 10525 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
385. L1=10e-6;
386. L2=20e-6;
387. 11020 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
388. L1=20e-6;
389. L2=10e-6;
390. 12010 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
391. L1=25e-6;
392. L2=5e-6;
393. 12505 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
394.
395. D = 0.6;
396. L1=5e-6;
397. L2=5e-6;
398. m0505 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
399. L1=10e-6;
400. L2=10e-6;
401. m1010 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
402. L1=15e-6;
403. L2=15e-6;
404. m1515 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);

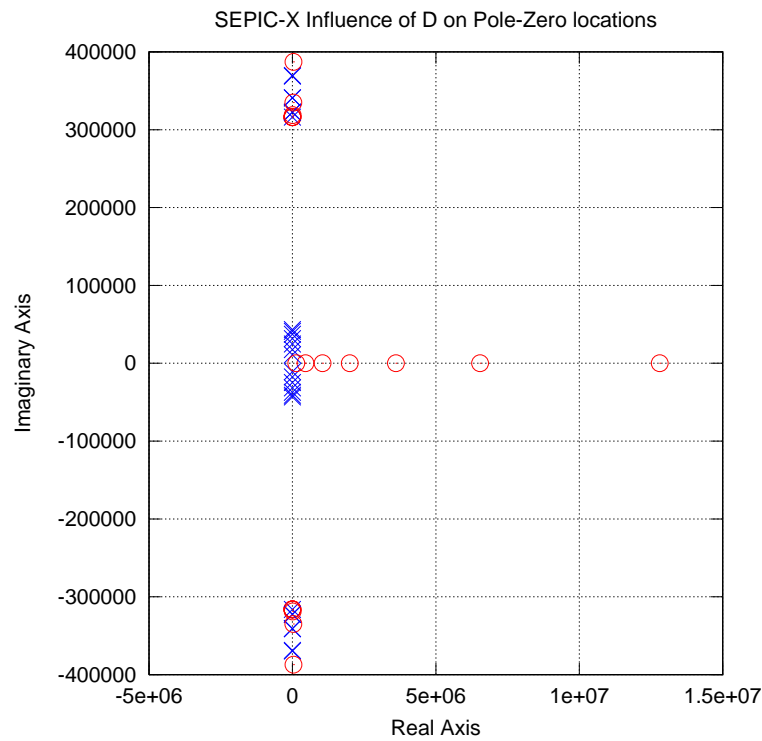
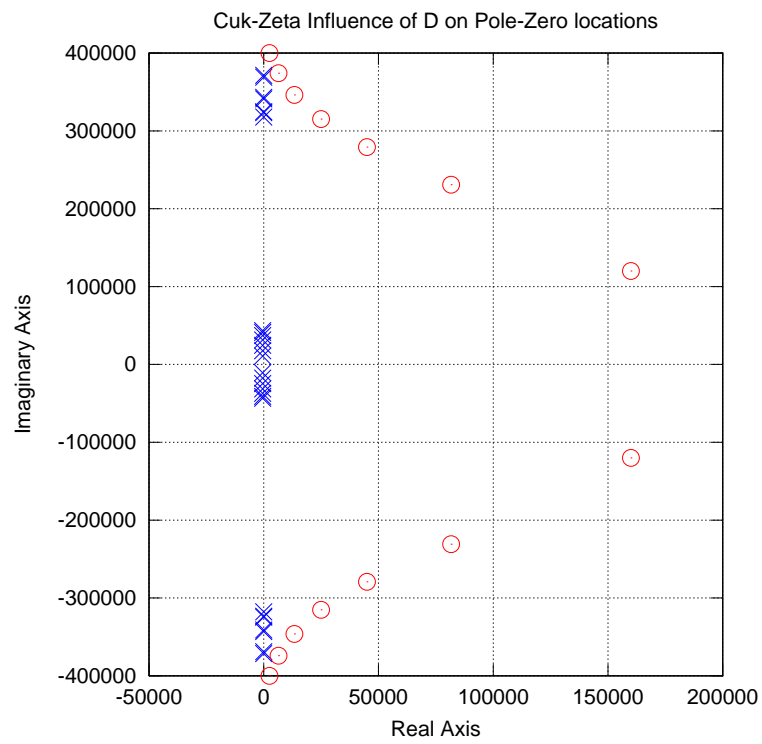
```

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

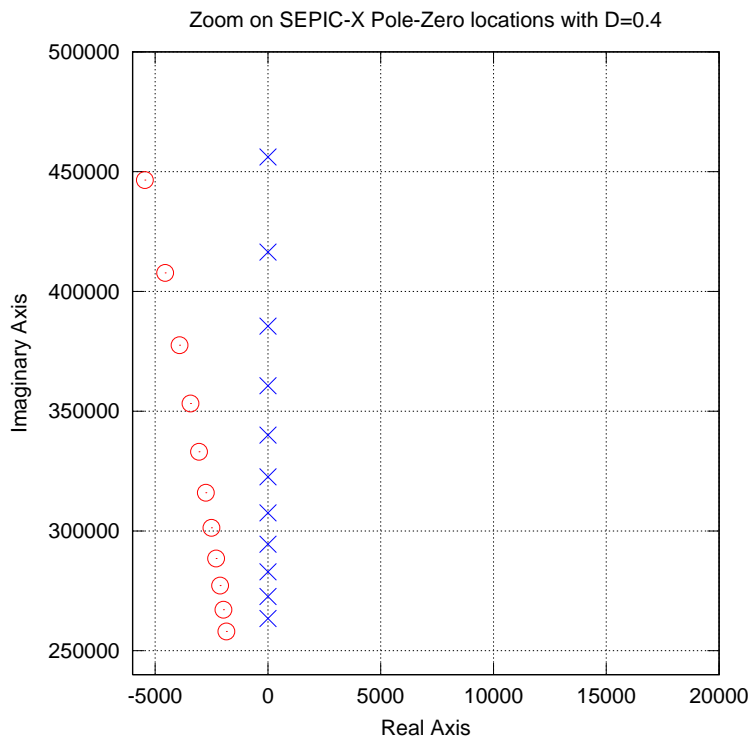
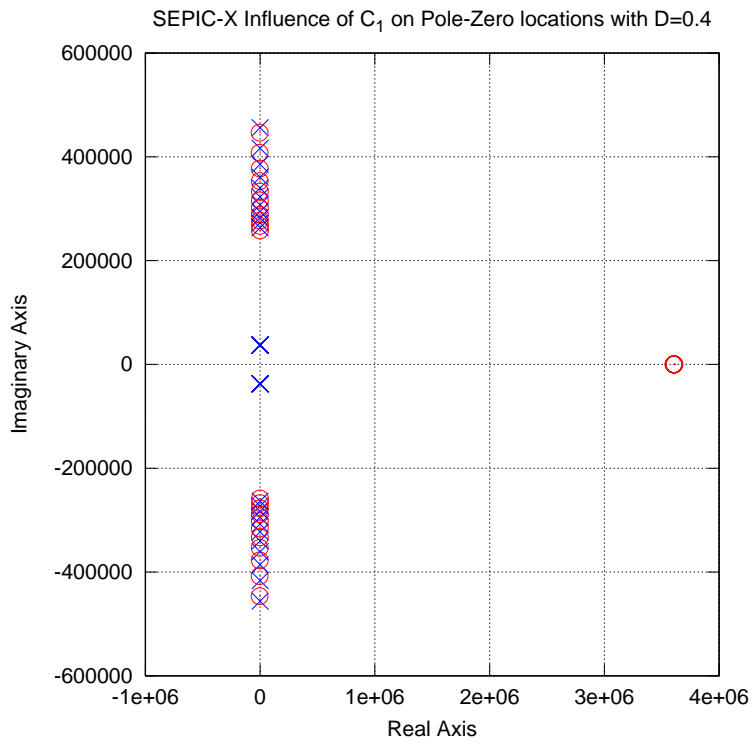
```
405. L1=20e-6;
406. L2=20e-6;
407. m2020 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
408. L1=25e-6;
409. L2=25e-6;
410. m2525 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
411. L1=5e-6;
412. L2=25e-6;
413. m0525 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
414. L1=10e-6;
415. L2=20e-6;
416. m1020 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
417. L1=20e-6;
418. L2=10e-6;
419. m2010 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
420. L1=25e-6;
421. L2=5e-6;
422. m2505 = SEPICd(D,Vi,L1,L2,C1,C2,R);
423.
424.
425. hold on;
426. pzmap(10505)
427. pzmap(11010)
428. pzmap(11515)
429. pzmap(12020)
430. pzmap(12525)
431. pzmap(10525)
432. pzmap(11020)
433. pzmap(12010)
434. pzmap(12505)
435. title('SEPIC-X Influence of L_1 and L_2 on Pole-Zero locations with D=0.4');
436. safeimage
437.
438. pzmap(m0505)
439. pzmap(m1010)
440. pzmap(m1515)
441. pzmap(m2020)
442. pzmap(m2525)
443. pzmap(m0525)
444. pzmap(m1020)
445. pzmap(m2010)
446. pzmap(m2505)
447. hold off;
448. title('SEPIC-X Influence of L_1 and L_2 on Pole-Zero locations');
449. safeimage
```

Resultado al ejecutar el código:

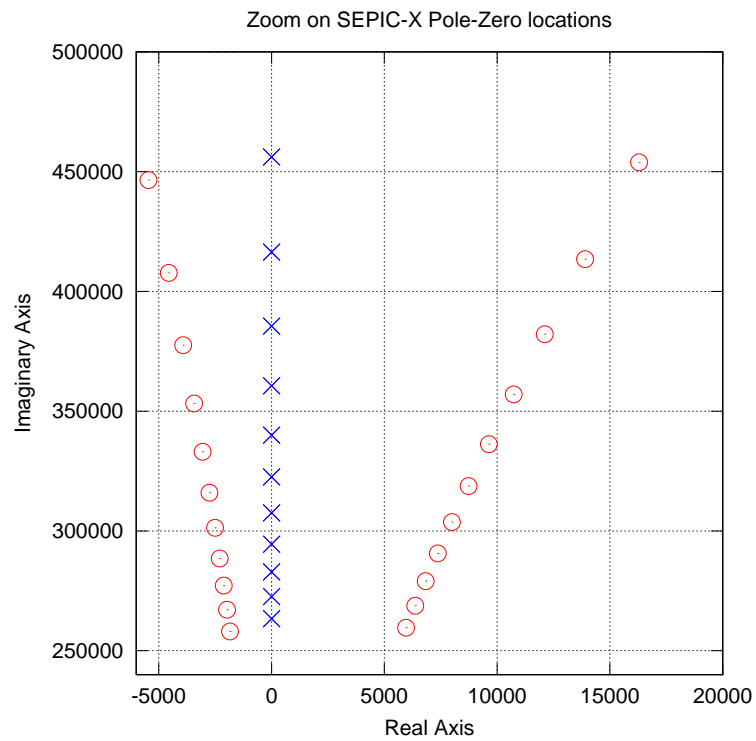
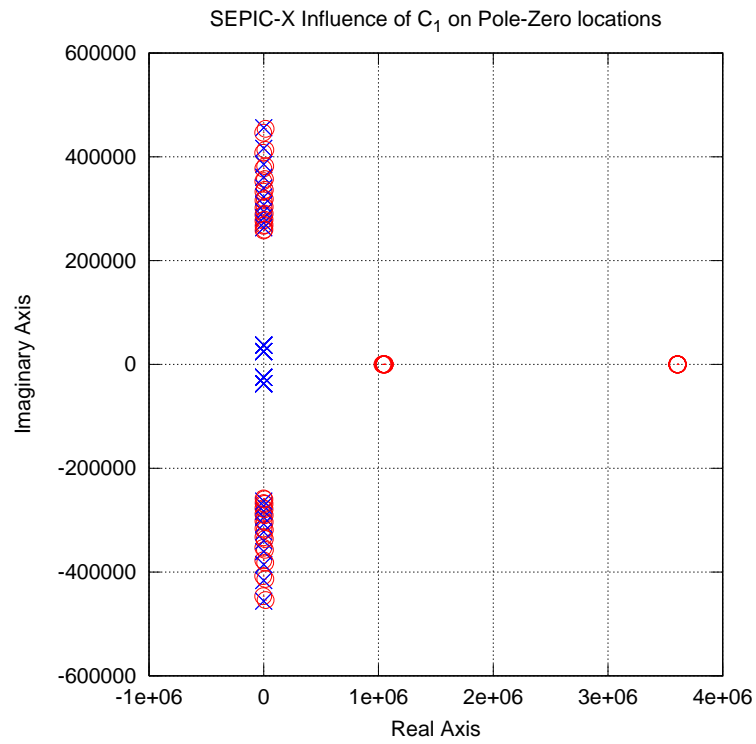
Josep M. Valls



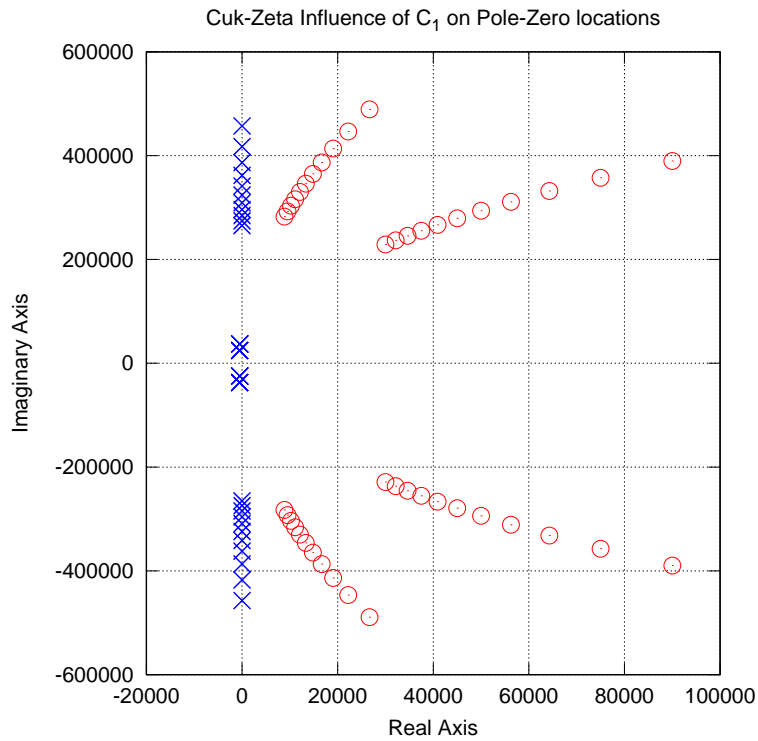
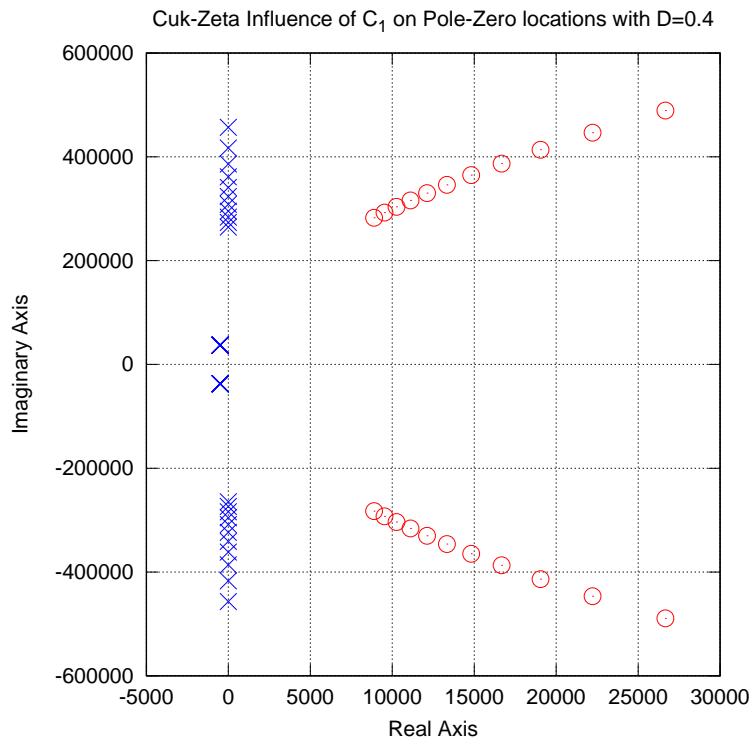
Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X



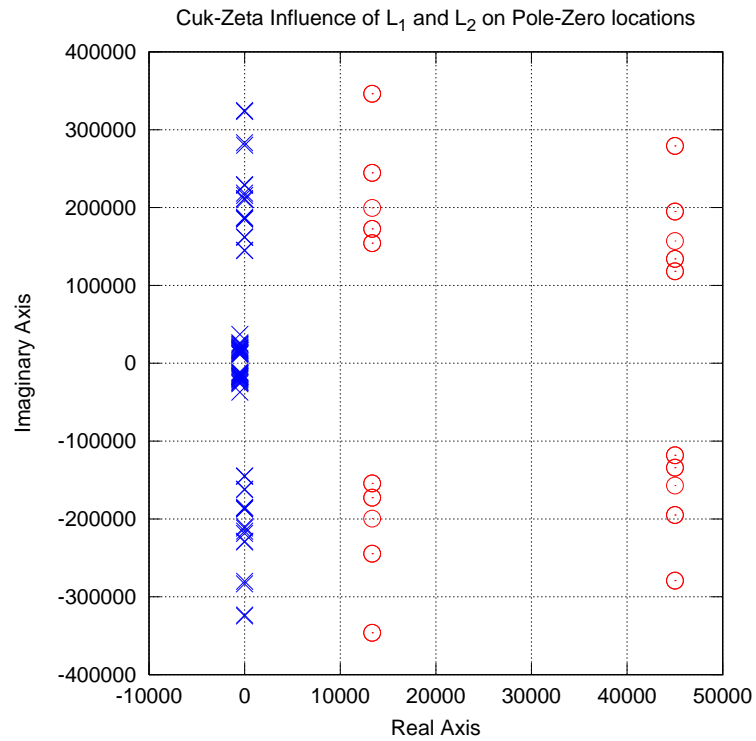
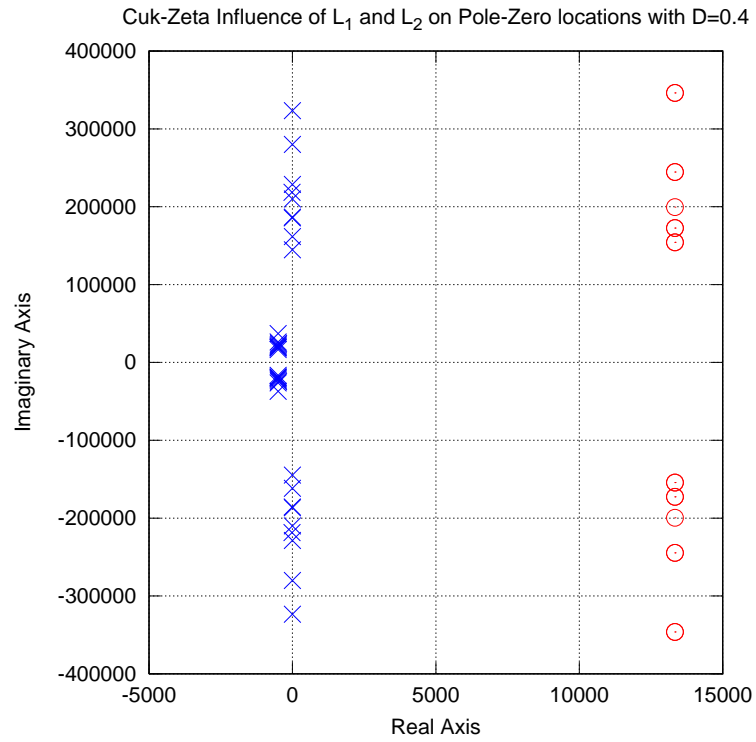
Josep M. Valls



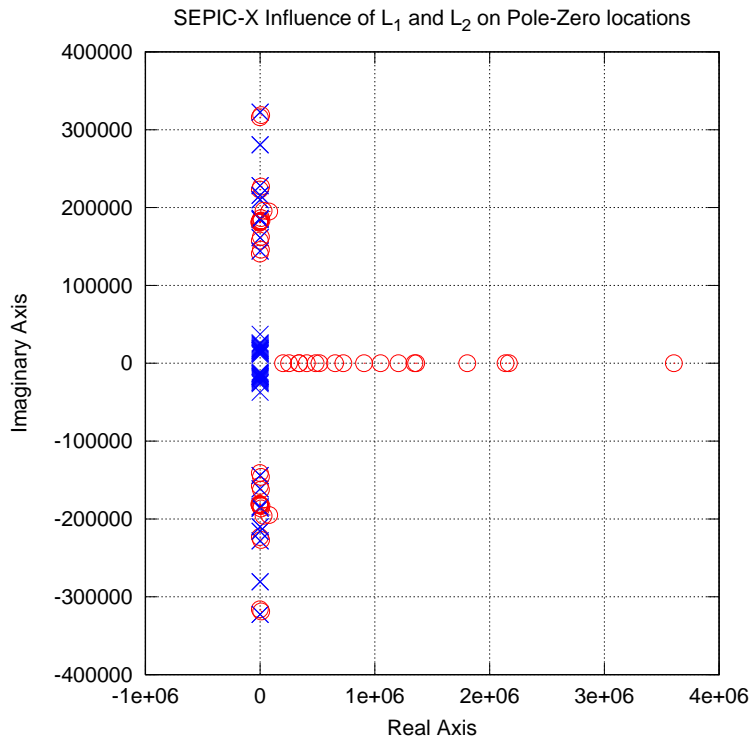
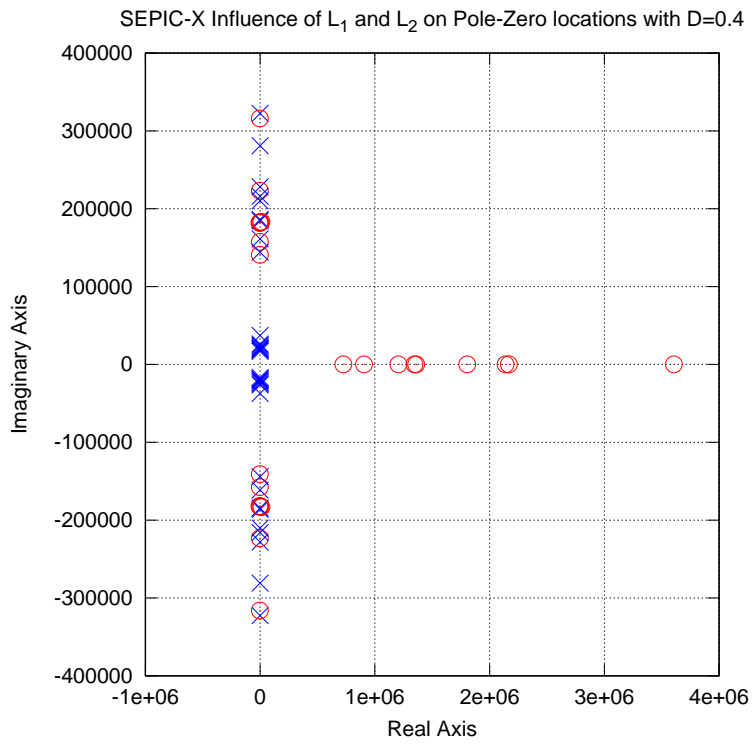
Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X



Josep M. Valls



Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X



Josep M. Valls

B.1.11. Artículo SAAEI-2015

El artículo "Analysis of Duty Cycle to Output Voltage Transfer Functions of Ćuk-like Class DC-DC Converters" fue presentado al SAAEI - 2015.

ISBN: 978-84-944131-2-4

Este trabajo presenta la influencia del ciclo de trabajo, valor del condensador de paso o de las inductancias en la posición de los polos y los ceros de la función de transferencia tensión de salida ciclo de trabajo.

Analysis of Duty Cycle to Output Voltage Transfer Functions of Ćuk-like Class DC-DC Converters

J. M. Valls, PhD student at Universidad Pública de Navarra

Abstract— This paper describes and compares the Transfer Functions of duty cycle to output voltage ($G_{vd}(s)$) for the four order Ćuk-like class DC-DC converters in continuous conduction mode (CCM). The circuit average method has been applied to obtain the small signal models and transfer functions. As a result of this work it has been found that on one hand the Ćuk and Zeta pair, which have both a buck type output stage, have the same $G_{vd}(s)$ transfer function. On the other hand, the SEPIC and X pair, which have a buck-boost type output stage, have the same $G_{vd}(s)$ transfer function too. The conclusion is that transfer function entirely depends on the converters output stage topology.

Index Terms—Boost, Buck, Ćuk, DC-DC power converters, SEPIC, Zeta, X.

I. INTRODUCTION

THE Ćuk-like class DC-DC converters are composed by the Ćuk converter [1], the SEPIC converter [2], the Zeta converter [3] and the X converter [4]. These four order converters are shown in Fig. 1. All of them have only one active switch and one passive switch, have a bypass capacitor between the input and the output stages, and finally have an inductor in the input and the output stages. The voltage polarity at the output of the Ćuk and X converters is reversed regarding the voltage polarity at the input side.

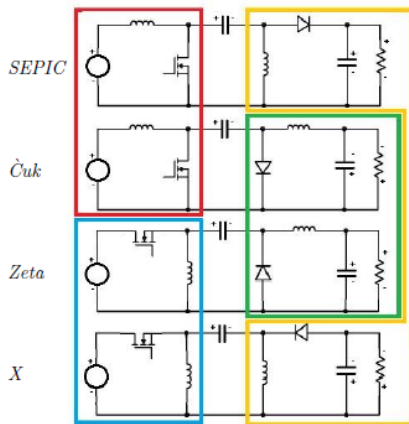


Fig. 1. Relationship on Ćuk class DC-DC converters

Josep M. Valls i Martí is a research and development engineer at Electricaciones Lumen, S.A.L. and PhD student at UPNA, Pol. Ind. Mugazuri B-7, 31600 Burlada (Navarra), Spain, email: jvalls@electrolumen.es .

As Fig. 1 shows, while the Ćuk and SEPIC converters have a boost input stage, the Zeta and X converters have a buck-boost input stage. At the same time the Ćuk and Zeta converters have a buck output stage and the SEPIC and X converters have a buck-boost output stage.

II. DYNAMIC MODEL OF THE CONVERTERS

The circuit average method is used in this paper to obtain the dynamic and low signal models [5] [6]. With this method the active switch is replaced by a current source and the passive switch by a voltage source. The value of the current source is the average current through the active switch and the value of the voltage source is the average voltage drop across the passive switch along a switching period.

Four state space variables have been chosen: the current through the input inductor (i_{L1}), the voltage drop across the bypass capacitor (v_{C1}), the current through the output inductor (i_{L2}) and the output voltage (v_o).

A. Dynamic Model of the Ćuk converter

Fig. 2 shows the result of the circuit average method applied to the Ćuk converter.

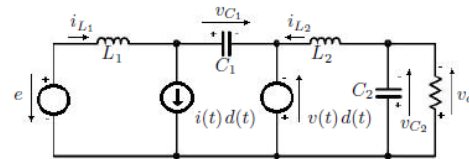


Fig. 2. Circuit average of Ćuk converter

The equation (1a) gives the current source and the equation (1b) gives the voltage source expressions of the average model.

$$i(t)d(t) = (i_{L1}(t) + i_{L2}(t))d(t) \quad (1a)$$

$$v(t)d(t) = v_{C1}(t)d(t) \quad (1b)$$

The differential equation system (2) describes the dynamic model of the Ćuk converter:

2

$$\begin{cases} L_1 \frac{di_{L_1}^*(t)}{dt} = e^*(t) - (1 - d^*(t)) v_{C_1}^*(t) \\ C_1 \frac{dv_{C_1}^*(t)}{dt} = (1 - d^*(t)) i_{L_1}^*(t) - d^*(t) i_{L_2}^*(t) \\ L_2 \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} = v_{C_1}^*(t) d^*(t) - v_o^*(t) \\ C_2 \frac{dv_o^*(t)}{dt} = i_{L_2}^*(t) - \frac{v_o^*(t)}{R} \end{cases} \quad (2)$$

B. Dynamic Model of the SEPIC converter

Fig. 3 shows the result of the circuit average method applied to the SEPIC converter.

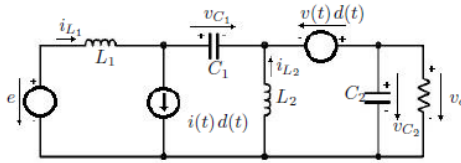


Fig. 3. Circuit average of SEPIC converter

The equation (3a) gives the current source and the equation (3b) gives the voltage source expressions of the average model.

$$\begin{aligned} i(t)d(t) &= (i_{L_1}(t) + i_{L_2}(t))d(t) & (3a) \\ v(t)d(t) &= (v_o(t) + v_{C_1}(t))d(t) & (3b) \end{aligned}$$

The differential equation system (4) describes the dynamic model of the SEPIC converter:

$$\begin{cases} L_1 \frac{di_{L_1}^*(t)}{dt} = e^*(t) - (1 - d^*(t)) (v_{C_1}^*(t) + v_o^*(t)) \\ C_1 \frac{dv_{C_1}^*(t)}{dt} = (1 - d^*(t)) i_{L_1}^*(t) - d^*(t) i_{L_2}^*(t) \\ L_2 \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} = d^*(t) v_{C_1}^*(t) - (1 - d^*(t)) v_o^*(t) \\ C_2 \frac{dv_o^*(t)}{dt} = (1 - d^*(t)) (i_{L_1}^*(t) + i_{L_2}^*(t)) - \frac{v_o^*(t)}{R} \end{cases} \quad (4)$$

C. Dynamic Model of the Zeta converter

Fig. 4 shows the result of the circuit average method applied to the Zeta converter.

The equation (5a) gives the current source and the equation (5b) gives the voltage source expressions of the average model.

$$\begin{aligned} i(t)d(t) &= (i_{L_1}(t) + i_{L_2}(t))d(t) & (5a) \\ v(t)d(t) &= (e(t) - v_{C_1}(t))d(t) & (5b) \end{aligned}$$

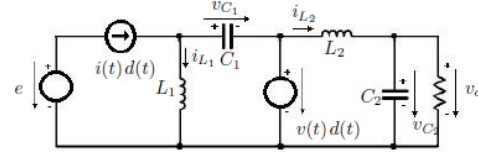


Fig. 4. Circuit average of Zeta converter

The differential equation system (6) describes the dynamic model of the Zeta converter:

$$\begin{cases} L_1 \frac{di_{L_1}^*(t)}{dt} = e^*(t) d^*(t) + (1 - d^*(t)) v_{C_1}^*(t) \\ C_1 \frac{dv_{C_1}^*(t)}{dt} = i_{L_2}^*(t) d^*(t) - (1 - d^*(t)) i_{L_1}^*(t) \\ L_2 \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} = (e^*(t) - v_{C_1}^*(t)) d^*(t) - v_o^*(t) \\ C_2 \frac{dv_o^*(t)}{dt} = i_{L_2}^*(t) - \frac{v_o^*(t)}{R} \end{cases} \quad (6)$$

D. Dynamic Model of the X converter

Fig. 5 shows the result of the circuit average method applied to the X converter.

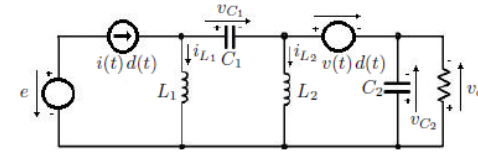


Fig. 5. Circuit Average of X converter

The equation (7a) gives the current source and the equation (7b) gives the voltage source expressions of the average model.

$$i(t)d(t) = (i_{L_1}(t) + i_{L_2}(t))d(t) \quad (7a)$$

$$v(t)d(t) = (e(t) - v_{C_1}(t) + v_o(t))d(t) \quad (7b)$$

The differential equation system (8) describes the dynamic model of the X converter:

$$\begin{cases} L_1 \frac{di_{L_1}^*(t)}{dt} = D\hat{e}(t) + (1 - D)\bar{v}_{C_1}(t) - (1 - D)\bar{v}_o(t) + (E - V_{C_1} + V_o)\hat{d}(t) \\ C_1 \frac{dv_{C_1}^*(t)}{dt} = i_{L_2}^*(t) d^*(t) - (1 - d^*(t)) i_{L_1}^*(t) \\ L_2 \frac{di_{L_2}^*(t)}{dt} = e^*(t) d^*(t) - v_{C_1}^*(t) d^*(t) - (1 - d^*(t)) v_o^*(t) \\ C_2 \frac{dv_o^*(t)}{dt} = -(1 - d^*(t)) (i_{L_1}^*(t) + i_{L_2}^*(t)) - \frac{v_o^*(t)}{R} \end{cases} \quad (8)$$

III. SMALL SIGNAL MODEL OF THE CONVERTERS

The small signal models are obtained by linearizing [7] the (2), (4), (6) and (8) non-linear differential equation systems.

To obtain the linear equation systems, it has been taken into account, that the average input and output currents are equal to the current through the input ($I_i = I_{L_1}$) and output ($I_o = I_{L_2}$) inductors respectively.

A. Small Signal Model of the Ćuk converter

The Ćuk small signal average state-space model is given by the equation system (9), note that the average voltage drop across the bypass capacitor in the Ćuk converter is $V_{C_1} = E + V_o$:

$$\begin{cases} L_1 \frac{d\hat{i}_{L_1}(t)}{dt} = \hat{e}(t) - (1-D)\hat{v}_{C_1}(t) + (E+V_o)\hat{d}(t) \\ C_1 \frac{d\hat{v}_{C_1}(t)}{dt} = (1-D)\hat{i}_{L_1}(t) - D\hat{i}_{L_2}(t) - \\ \quad -(I_i + I_o)\hat{d}(t) \\ L_2 \frac{d\hat{i}_{L_2}(t)}{dt} = \hat{v}_{C_1}(t)D - \hat{v}_o(t) + V_{C_1}\hat{d}(t) \\ C_2 \frac{d\hat{v}_o(t)}{dt} = \frac{-1}{R}\hat{v}_o(t) + \hat{i}_{L_2}(t) \end{cases} \quad (9)$$

B. Small Signal Model of the SEPIC converter

The SEPIC small signal average state-space model is given by the equation system (10), note that the average voltage drop across the bypass capacitor in the SEPIC converter is $V_{C_1} = E$:

$$\begin{cases} L_1 \frac{d\hat{i}_{L_1}(t)}{dt} = \hat{e}(t) - (1-D)\hat{v}_{C_1}(t) - (1-D)\hat{v}_o(t) + \\ \quad +(E+V_o)\hat{d}(t) \\ C_1 \frac{d\hat{v}_{C_1}(t)}{dt} = (1-D)\hat{i}_{L_1}(t) - D\hat{i}_{L_2}(t) - \\ \quad -(I_i + I_o)\hat{d}(t) \\ L_2 \frac{d\hat{i}_{L_2}(t)}{dt} = D\hat{v}_{C_1}(t) - (1-D)\hat{v}_o(t) + \\ \quad +(E+V_o)\hat{d}(t) \\ C_2 \frac{d\hat{v}_o(t)}{dt} = (1-D)\hat{i}_{L_1}(t) + (1-D)\hat{i}_{L_2}(t) - \\ \quad -\frac{1}{R}\hat{v}_o(t) - (I_i + I_o)\hat{d}(t) \end{cases} \quad (10)$$

C. Small Signal Model of the Zeta converter

The Zeta small signal average state-space model is given by the equation system (11), note that the average voltage drop across the bypass capacitor in the Zeta converter is $V_{C_1} = -V_o$:

$$\begin{cases} L_1 \frac{d\hat{i}_{L_1}(t)}{dt} = D\hat{e}(t) + (1-D)\hat{v}_{C_1}(t) + (E+V_o)\hat{d}(t) \\ C_1 \frac{d\hat{v}_{C_1}(t)}{dt} = D\hat{i}_{L_2}(t) - (1-D)\hat{i}_{L_1}(t) + \\ \quad +(I_i + I_o)\hat{d}(t) \\ L_2 \frac{d\hat{i}_{L_2}(t)}{dt} = D\hat{e} - D\hat{v}_{C_1}(t) - \hat{v}_o(t) + (E+V_o)\hat{d}(t) \\ C_2 \frac{d\hat{v}_o(t)}{dt} = \frac{-1}{R}\hat{v}_o(t) + \hat{i}_{L_2}(t) \end{cases} \quad (11)$$

D. Small Signal Model of the X converter

The X small signal average state-space model is given by the equation system (12), note that the average voltage drop across the bypass capacitor in the X converter is $V_{C_1} = 0$:

$$\begin{cases} L_1 \frac{d\hat{i}_{L_1}(t)}{dt} = \hat{e}(t) - (1-D)\hat{v}_{C_1}(t) - (1-D)\hat{v}_o(t) + \\ \quad +(E+V_o)\hat{d}(t) \\ C_1 \frac{d\hat{v}_{C_1}(t)}{dt} = D\hat{i}_{L_2}(t) - (1-D)\hat{i}_{L_1}(t) + \\ \quad +(I_i + I_o)\hat{d}(t) \\ L_2 \frac{d\hat{i}_{L_2}(t)}{dt} = D\hat{e}(t) - D\hat{v}_{C_1}(t) - (1-D)\hat{v}_o(t) + \\ \quad +(E+V_o)\hat{d}(t) \\ C_2 \frac{d\hat{v}_o(t)}{dt} = (1-D)\hat{i}_{L_1}(t) + (1-D)\hat{i}_{L_2}(t) - \\ \quad -\frac{1}{R}\hat{v}_o(t) - (I_i + I_o)\hat{d}(t) \end{cases} \quad (12)$$

IV. DUTY CYCLE TO OUTPUT VOLTAGE TRANSFER FUNCTION

The duty cycle to output voltage $G_{vd}(s)$ transfer functions of the four converters are obtained [8] by applying the Laplace transform method to the differential equation systems (9), (10), (11) and (12). Two different transfer functions are obtained, one for the pair Ćuk-Zeta and other for the pair SEPIC-X.

A. Ćuk and Zeta Transfer Function

The duty cycle to output voltage ($G_{vd}(s)$) transfer function for the converters Ćuk and Zeta is:

$$G_{vd}(s) = \frac{v_o(s)}{d(s)} = \frac{Num(s)}{Den(s)} \quad (13)$$

Where $Num(s)$ (14) and $Den(s)$ (15) are:

$$\begin{aligned} Num(s) &= (C_1 L_1 (E + V_o))s^2 - (D L_1 (I_i + I_o))s + \\ &\quad +(D')(E + V_o) \end{aligned} \quad (14)$$

4

$$\begin{aligned}
Den(s) = & (C_1 C_2 L_1 L_2) s^4 + \frac{C_1 L_1 L_2}{R} s^3 + \\
& + (C_2 L_1 D^2 + C_2 L_2 (D')^2 + C_1 L_1) s^2 + \\
& + \left(\frac{L_1 D^2}{R} + \frac{L_2 D'^2}{R} \right) s + D'^2
\end{aligned} \quad (15)$$

B. SEPIC and X Transfer Function

The duty cycle to output voltage ($G_{vd}(s)$) transfer function for the converters SEPIC and X is:

$$G_{vd}(s) = \frac{v_o(s)}{d(s)} = \frac{Num1(s)}{Den1(s)} \quad (16)$$

Where $Num1(s)$ (17) and $Den1(s)$ (18) are:

$$\begin{aligned}
Num1(s) = & -(C_1 L_1 L_2 (I_i + I_o)) s^3 + \\
& + (C_1 (L_1 + L_2) D' (E + V_o)) s^2 - \\
& - (L_1 D (I_i + I_o)) s + D' (E + V_o)
\end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned}
Den1(s) = & (C_1 C_2 L_1 L_2) s^4 + \frac{C_1 L_1 L_2}{R} s^3 + \\
& + (C_2 L_1 D^2 + C_1 L_1 D'^2 + C_1 L_2 D'^2) s^2 + \\
& + (C_2 L_2 D'^2) s^2 + \left(\frac{L_1 D^2}{R} + \frac{L_2 D'^2}{R} \right) s + \\
& + D'^2
\end{aligned} \quad (18)$$

C. Comparison of Transfer Functions

Several differences are found between the Ćuk-Zeta pair and the SEPIC-X pair transfer functions. The first one is the order of the numerator, while the Ćuk-Zeta pair is a second order function in the SEPIC-X pair is a third order function. The second difference is that in the denominator only the second order term is different between each pair of converters.

The coefficients of the polynomial of the numerator which depend on current appear as a sum of input and output currents, and the coefficients which depend on the voltage appear as a sum of input and output voltages. This feature is logical because the current through the active switch is the sum of the currents through the inductors. Hence, the voltage drop across the passive switch is the sum of input and output voltages for all converters.

V. ZERO - POLE ANALYSIS OF $G_{vd}(s)$ TRANSFER FUNCTION

The following initial values have been applied to the transfer functions:

$$\begin{array}{lll}
E = 10V & L_1 = 5\mu H & C_1 = 1\mu F \\
R = 10\Omega & L_2 = 5\mu H & C_2 = 100\mu F
\end{array}$$

In order to analyze the influence of the value of the components in the location of poles and zeros, each value is modified, while remaining constant the rest of them.

Two values of duty cycle are chosen, one for the step down ($D = 0.4$) and other for the step up ($D = 0.6$) operation mode of the converters, because it has a great influence in the dynamic behavior of the converters.

A. Variations on Duty Cycle

The seven following values have been used to study the influence of the duty cycle:

$$D = [0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8]$$

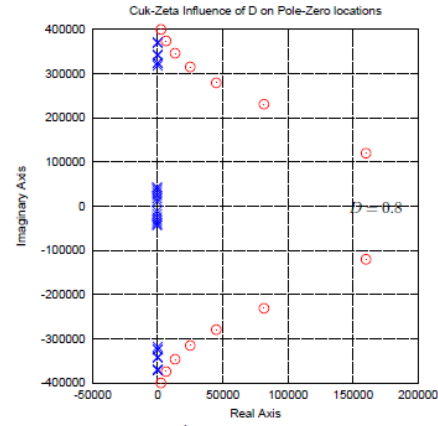


Fig. 6. Zero - Pole map of Ćuk-Zeta Transfer Functions

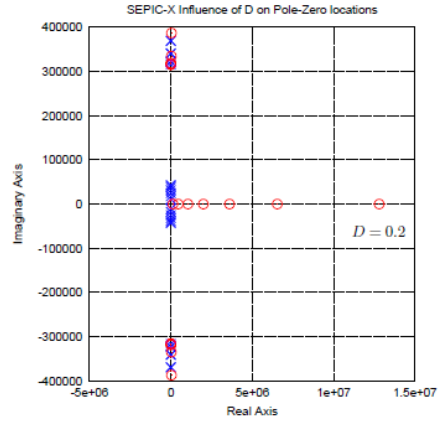


Fig. 7. Zero - Pole map of SEPIC-X Transfer Functions

Fig. 6 shows that all zeros and poles for the pair Ćuk-Zeta are complex conjugate, the zeros are on the right half plane while the poles are close to the real axis in the negative half plane. And Fig. 7 shows that the real zero in the pair SEPIC-X is more positive than the others.

B. Variations on Capacity of Bypass Capacitor

The eleven following values have been used to study the influence of the bypass capacitor C_1 , where $D = 0.4$ and the same values where $D = 0.6$:

$$C_1 = [0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5] \mu F$$

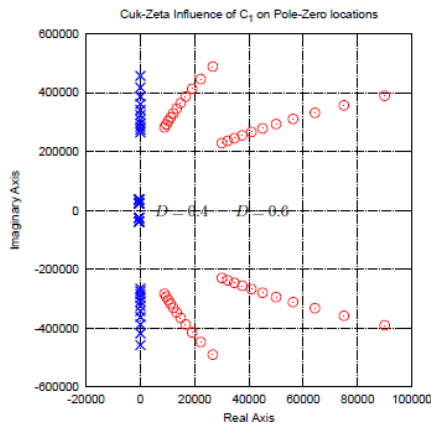


Fig. 8. Zero - Pole map of Ćuk-Zeta Transfer Functions

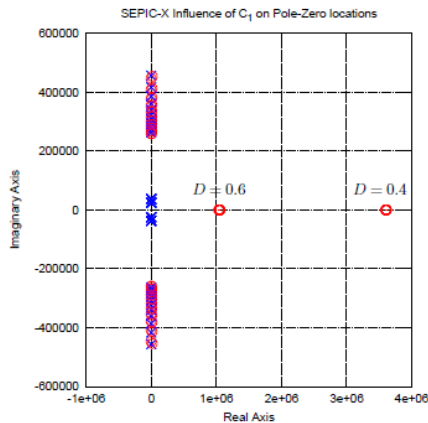


Fig. 9. Pole - Zero map of SEPIC-X Transfer Functions

Fig. 8 shows that the position of the zeros for the pair Ćuk-Zeta are closer to the origin while the bypass capacitor value increases.

Fig. 9 shows that the real zero in the pair SEPIC-X doesn't depends on the value of bypass capacitor.

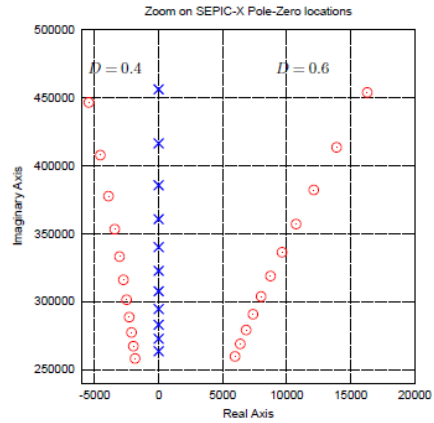


Fig. 10. Zoom on complex conjugate zeros of SEPIC-X Transfer Functions

Fig. 10 shows that the complex conjugate zeros are negative while the converter is in step down mode and positive while the converter is in step up mode.

C. Variations on Inductance of Inductors

The eighteen following values have been used to study the influence of the inductance, where $D = 0.4$ (l) and the same values where $D = 0.6$ (m):

$$\begin{matrix} L_1, L_2 = [5, 5] \mu H & L_1, L_2 = [5, 25] \mu H & L_1, L_2 = [10, 10] \mu H \\ L_1, L_2 = [10, 20] \mu H & L_1, L_2 = [15, 15] \mu H & L_1, L_2 = [20, 10] \mu H \\ L_1, L_2 = [20, 20] \mu H & L_1, L_2 = [25, 5] \mu H & L_1, L_2 = [25, 25] \mu H \end{matrix}$$

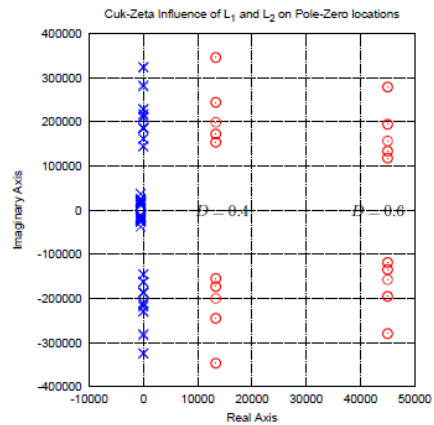


Fig. 11. Zero - Pole map of Ćuk-Zeta Transfer Functions

6

Fig. 11 shows that the abscissa of the zeros only depends on duty cycle while the ordinate depends on inductance value for the pair Ćuk-Zeta.

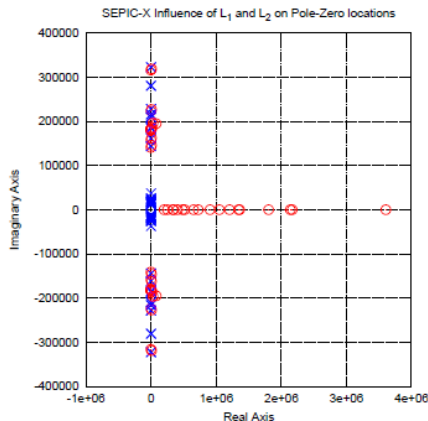


Fig. 12. Zero - Pole map of SEPIC-X Transfer Functions

As Fig. 12 the real zero in the pair SEPIC-X depends on the value of the inductance.

VI. VALIDATION OF THE MODEL

To validate the model of these converters, the author has applied the values of the SEPIC example on page 430 of "Fundamentals of Power Electronics" [7] by Erickson, and has plotted the Bode diagram. The book's model includes the loss resistances of inductors, but those are not included in the model of this paper. When these resistances are included, both models reach the same result, one by the formula and the other by simulation.

As Fig. 13 shows the result, the Magnitude is nearly the same, but the phase changes over 1kHz because two complex conjugate zeros have negative real part, but in the ideal model all zeros have positive real part.

VII. CONCLUSIONS

It has been demonstrated that the structure of duty cycle to output voltage $G_{vd}(s)$ transfer function is determined by the output stage topology. So, as the Ćuk and Zeta converters, have buck output stage, have identical transfer function with two zeros and four poles in the denominator. This also occurs with the SEPIC and X converters with the buck-boost output stage, have identical transfer function with three zeros and four poles in the denominator.

The use of circuit average method to found the dynamic model of the converters simplifies the analysis and in this

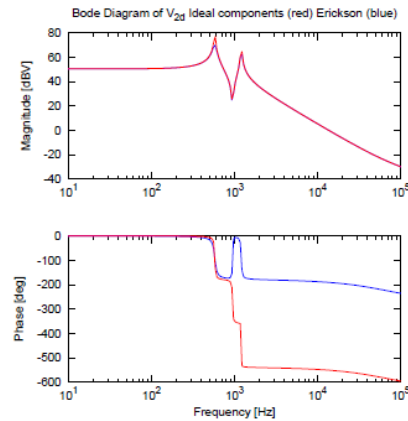


Fig. 13. Bode Diagram of Erickson Model with and without loss resistance of inductors

sense is better than other methods like space state average.

All these plants have $G_{vd}(s)$ inverse unstable transfer functions or in others words they are non minimum-phase because have one or more zeros in the right half plane.

The poles are always negative near to the imaginary axis therefore the system is open loop stable.

REFERENCES

- [1] S.Ćuk and R. D.Middlebrook, "A new optimum topology switching dc-to-dc converter," in *Proc. PESC'77*. IEEE, 1977, pp. 160-179.
- [2] R. P. Massey and E. C. Snyder, "High voltage single-ended dc-dc converter," in *Proc. PESC'77*. IEEE, 1977, pp. 156-159.
- [3] M.K. Kazimierzczuk and J.J. Jozwik, "Optimal topologies of resonant dc/dc converters," *Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 25, no. 3, pp. 363 - 372, May 1989.
- [4] J. M. Valls, "Analysis and synthesis of a new converter to complete the class of Ćuk, sepic and zeta converters," in *Proc. SAAEI 2014*, Tangier, Morocco, Jun 2014, vol. PCT2-1.
- [5] E. van Dijk J.N. Spruijt D.M. O'Sullivan and J.B. Klaassens, "Pwm-switch modeling of dc-dc converters," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 10, no. 6, pp. 659-665, Nov 1995.
- [6] V. Vorperian, "Simplified analysis of pwm converters using model of pwm switch. part i: Continuous conduction mode," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 26, no. 3, pp. 490 - 496, May 1990.
- [7] R. W. Erickson and D. Maksimović, *Fundamentals of Power Electronics*, Kluwer Academic Publishers, second edition edition, 2001.
- [8] A. Hassanzadeh M. Monfared S. Golestan and R. Dowlatabadi, "Small signal averaged model of dc choppers for control studies," in *Proc. International Conference on Electrical Engineering and Informatics, 2011*. IEEE, Jul 2011, pp. 1-4.

B.1.12. Poster presentado en SAAEI-2015

En la segunda sesión de poster se presentó el Poster: "Duty Cycle to Output Voltage of Cuk-like Class DC-DC Converters".

Los códigos QR contienen un enlace al código B.1.10:

<http://cursosing.net/octavers/codigos/listing/278-influencia-del-ciclo-de-trabajo-condensador-de-paso-y-valor-de-las-inductancias-en-la-posicion-de-polos-y-ceros-en-gvd-de-sepic-x-y-cuk-zeta>

Y al código de la comparativa con el ejemplo de Erickson B.1.9:

<http://cursosing.net/octavers/gnuoctave/listing/261-bode-del-modelo-sepic-de-erickson>

DUTY CYCLE TO OUTPUT VOLTAGE OF ČUK-LIKE CLASS DC-DC CONVERTERS

{ J. M. VALLS MARTÍ } UNIVERSIDAD PÚBLICA DE NAVARRA
 PhD student in Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica Email: jm.valls@telefonica.net



ABSTRACT
 This poster describes and compares the Transfer Functions of duty cycle to output voltage ($G_{vd}(s)$) for the four order Čuk-like Class DC-DC converters in Continuous Conduction Mode. The circuit average method [1] has been applied to obtain the small signal models and Transfer Functions. As a result of this work it has been found that on one hand the Čuk and Zeta pair, those with a buck type output stage, have the same $G_{vd}(s)$ transfer function. On the other hand, the SEPIC and X pair, those with a buck-boost type output stage, have the same $G_{vd}(s)$ transfer function too. The conclusion is that transfer function entirely depends on the converters output stage topology.

INTRODUCTION

 The Čuk-like class DC-DC converters are composed by the Čuk converter [2], the SEPIC converter [3], the Zeta converter [4] and the X converter [5]. All of them have only one active switch and one passive switch, a bypass capacitor between the input and the output stages, and finally an inductor in the input and the output stages.

CONCLUSION
 The structure of duty cycle to output voltage $G_{vd}(s)$ transfer function is determined by the output stage topology. The use of circuit average method to found the dynamic model of the converters simplifies the analysis and in this sense is better than other methods like space state average. All these plants have $G_{vd}(s)$ inverse unstable transfer functions or in others words they are non minimum-phase because have one or more zeros in the right half plane. The poles are always negative near to the imaginary axis therefore the system is open loop stable.

REFERENCES
 [1] Vorpérian. *Fast Analytical Techniques for Electrical and Electronic Circuits*. Cambridge University Press, 2002.
 [2] Čuk and Middlebrook. A new optimum topology switching dc-to-dc converters. In *PESC77*, pages 160-179. IEEE, 1977.
 [3] Massey and Snyder. High voltage single-ended dc-dc converter. In *PESC77*, pages 156-159. IEEE, 1977.
 [4] Kazimierczuk and Jozwik. Optimal topologies of resonant dc/dc converters. *TAES*, 25(3):363 - 372, May 1989.
 [5] Valls. Analysis and synthesis of a new converter to complete the class of Čuk, sepic and zeta converters. In *SAAEI 2014*, Tangier, Morocco, Jun 2014.
 [6] Erickson and Maksimović. *Fundamentals of Power Electronics*. Kluwer Academic Pub., 2nd edition, 2001.

ČUK CONVERTER

Figura 2: Čuk averaged circuit dynamic model

$$L_1 \frac{d\hat{i}_{L1}(t)}{dt} = \hat{e}(t) - D' \hat{v}_{C1}(t) + (E + V_o) \hat{d}(t)$$

$$C_1 \frac{d\hat{v}_{C1}(t)}{dt} = D' \hat{i}_{L1}(t) - D' \hat{i}_{L2}(t) - (I_i + I_o) \hat{d}(t)$$

$$L_2 \frac{d\hat{i}_{L2}(t)}{dt} = \hat{v}_{C1}(t) D - \hat{v}_o(t) + V_{C1} \hat{d}(t)$$

$$C_2 \frac{d\hat{v}_o(t)}{dt} = -\hat{v}_o(t) + \hat{i}_{L2}(t)$$

ZETA CONVERTER

Figura 3: Zeta averaged circuit dynamic model

$$L_1 \frac{d\hat{i}_{L1}(t)}{dt} = D \hat{e}(t) + D' \hat{v}_{C1}(t) + (E + V_o) \hat{d}(t)$$

$$C_1 \frac{d\hat{v}_{C1}(t)}{dt} = D \hat{i}_{L2}(t) - D' \hat{i}_{L1}(t) + (I_i + I_o) \hat{d}(t)$$

$$L_2 \frac{d\hat{i}_{L2}(t)}{dt} = D \hat{e} - D \hat{v}_{C1}(t) - \hat{v}_o(t) + (E + V_o) \hat{d}(t)$$

$$C_2 \frac{d\hat{v}_o(t)}{dt} = -\hat{v}_o(t) + \hat{i}_{L2}(t)$$

ČUK & ZETA G_{VD} TRANSFER FUNCTION $G_{vd}(s) = v_o(s)/d(s)$

$$G_{vd}(s) = \frac{(C_1 L_1 (E + V_o)) s^2 - (D L_1 (I_i + I_o)) s + (D') (E + V_o)}{(C_1 C_2 L_1 L_2) s^4 + \frac{C_1 L_1 L_2}{R} s^3 + (C_2 L_1 D^2 + C_2 L_2 (D')^2 + C_1 L_1) s^2 + \left(\frac{L_1 D^2}{R} + \frac{L_2 D'^2}{R} \right) s + D'^2}$$

SEPIC CONVERTER

Figura 4: SEPIC averaged circuit dynamic model

$$L_1 \frac{d\hat{i}_{L1}(t)}{dt} = \hat{e}(t) - D' \hat{v}_{C1}(t) - D' \hat{v}_o(t) + (E + V_o) \hat{d}(t)$$

$$C_1 \frac{d\hat{v}_{C1}(t)}{dt} = D' \hat{i}_{L1}(t) - D' \hat{i}_{L2}(t) - (I_i + I_o) \hat{d}(t)$$

$$L_2 \frac{d\hat{i}_{L2}(t)}{dt} = D \hat{v}_{C1}(t) - D' \hat{v}_o(t) + (E + V_o) \hat{d}(t)$$

$$C_2 \frac{d\hat{v}_o(t)}{dt} = D' \hat{i}_{L1}(t) + D' \hat{i}_{L2}(t) - \frac{\hat{v}_o(t)}{R} - (I_i + I_o) \hat{d}(t)$$

X CONVERTER

Figura 5: X averaged circuit dynamic model

$$L_1 \frac{d\hat{i}_{L1}(t)}{dt} = \hat{e}(t) - D' \hat{v}_{C1}(t) - D' \hat{v}_o(t) + (E + V_o) \hat{d}(t)$$

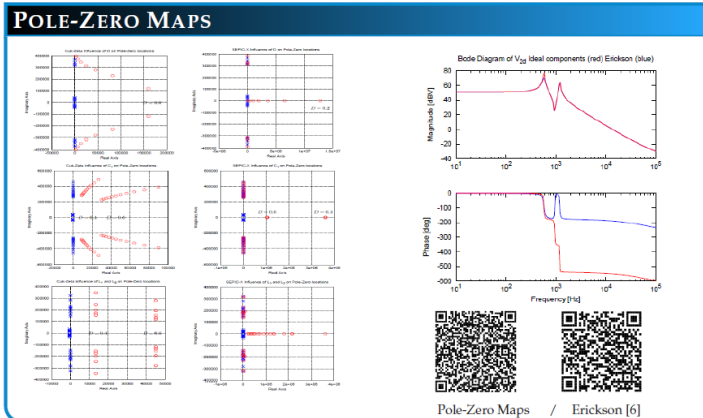
$$C_1 \frac{d\hat{v}_{C1}(t)}{dt} = D \hat{i}_{L2}(t) - D' \hat{i}_{L1}(t) + (I_i + I_o) \hat{d}(t)$$

$$L_2 \frac{d\hat{i}_{L2}(t)}{dt} = D \hat{e}(t) - D \hat{v}_{C1}(t) - D' \hat{v}_o(t) + (E + V_o) \hat{d}(t)$$

$$C_2 \frac{d\hat{v}_o(t)}{dt} = D' \hat{i}_{L1}(t) + D' \hat{i}_{L2}(t) - \frac{\hat{v}_o(t)}{R} - (I_i + I_o) \hat{d}(t)$$

SEPIC & X G_{VD} TRANSFER FUNCTION $G_{vd}(s) = v_o(s)/d(s)$

$$G_{vd}(s) = \frac{-(C_1 L_1 L_2 (I_i + I_o)) s^3 + (C_1 (L_1 + L_2) D' (E + V_o)) s^2 - (L_1 D (I_i + I_o)) s + D' (E + V_o)}{(C_1 C_2 L_1 L_2) s^4 + \frac{C_1 L_1 L_2}{R} s^3 + (C_2 L_1 D^2 + C_1 L_1 D'^2 + C_1 L_2 D'^2 + C_2 L_2 D'^2) s^2 + \left(\frac{L_1 D^2}{R} + \frac{L_2 D'^2}{R} \right) s + D'^2}$$



Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Čuk, SEPIC, Zeta y X

B.1.13. Funciones de Transferencia SEPIC

Este código fue subido a la plataforma OctaveRS el 27 de Abril de 2015.

A continuación se coloca el enlace al código:

<http://cursosing.net/octavers/codigos/listing/292-control-transfer-functions-on-sepic-dc-dc-converter-with-loss-resistances>

Josep M. Valls

OctaveRs

Publicación rápida de códigos en GNU Octave o R - Share computational solutions with GNU Octave or R
(statistical package)
(/octavers/)

Códigos (/octavers/codigos)

GNU Octave (/octavers/gnuoctave)

R (/octavers/r)

Ingresar (/octavers/ingresar)




Acerca de (/octavers/)

Control Transfer Functions on SEPIC DC-DC Converter with loss resistances

Por Josep M. Valls Marti

 BODE  SEPIC  DUTY-CYCLE

Detalles

-  Creado el 27 Abril 2015
-  Última modificación el 09 Septiembre 2015
-  34 vistas

Control Transfer Functions on SEPIC DC-DC Converter with loss resistances

Introduction

Ekrem Cengelci (see references below) summarizes ^{**}Combining PWM switch models with linear circuit analysis software and math software creates a fully computer based approach to obtaining and analyzing the transfer functions of DC-DC converters.”* This is the method employed on the next GNU Octave code..

There are two Transfer Functions (TFs) needed to analyze switching DC-DC converters in control voltage mode: The duty-cycle to output-voltage and the input-voltage to output-voltage (line to output). To obtain these TFs a small-signal analysis is required. Both analysis are different in the case of Continuous Conduction Mode (CCM) and either in the Discontinuous Conduction Mode (DCM) analysis.

When the analysis includes the loss resistances, the number of parameters increases exponentially, making it impractical for classical state-space average model and nodal-loop analysis techniques.

Moreover, these circuits are bilinear (non-linear) and is necessary to linearize the equations at a DC

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

operating-point (approximate linearization). Dr. Vorperian describes a PWM switch model that includes all non-linear parts of the DC-DC switching converters. This model can be linearized and replaced on the switching schematic allowing a linear circuit.

Linear analysis is based on SAPWIN program. Output is translated into Matlab/Octave code. To validate the method, values from an example of Erickson are applied (pag. 430 & pag. 827 - [EM01]).

Erickson values:

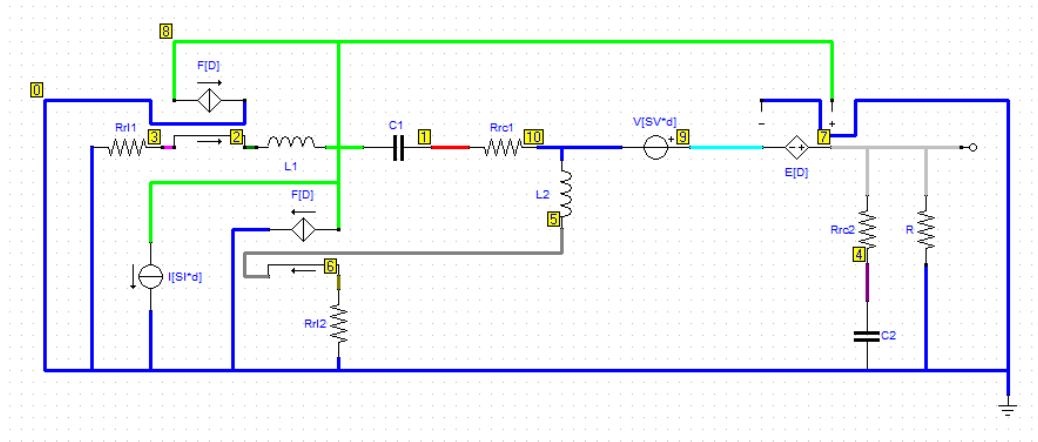
Common values for CCM and DCM:

$$\begin{aligned} E &= 120V \\ D &= 0,4 \\ L_1 &= 500\mu H \\ C_1 &= 47\mu F \\ L_2 &= 100\mu H \\ C_2 &= 200\mu F \\ r_{L_1} &= 0,1\Omega \\ r_{L_2} &= 0,02\Omega \\ r_{C_1} &= 0\Omega \\ r_{C_2} &= 0\Omega \end{aligned}$$

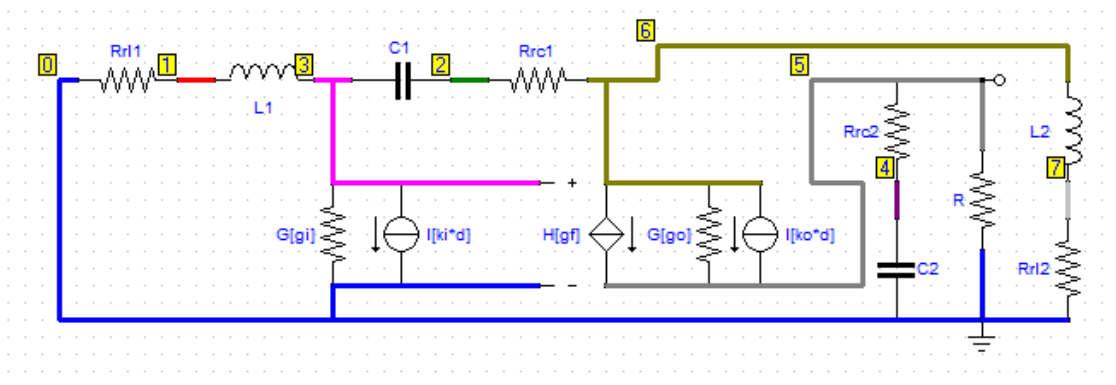
CCM is provided with $R = 40\Omega$ and DCM requires $R = 50\Omega$. Another data needed to calculate DCM parameters is switch frequency $F_s = 100kHz$.

Circuit schematics

Duty-cycle to Output-voltage Transfer function in CCM:

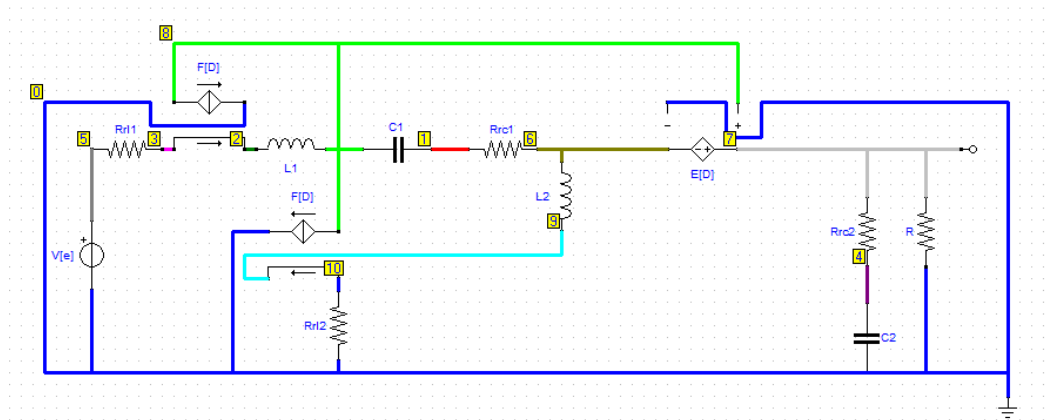


Duty-cycle to Output-voltage Transfer function in DCM:

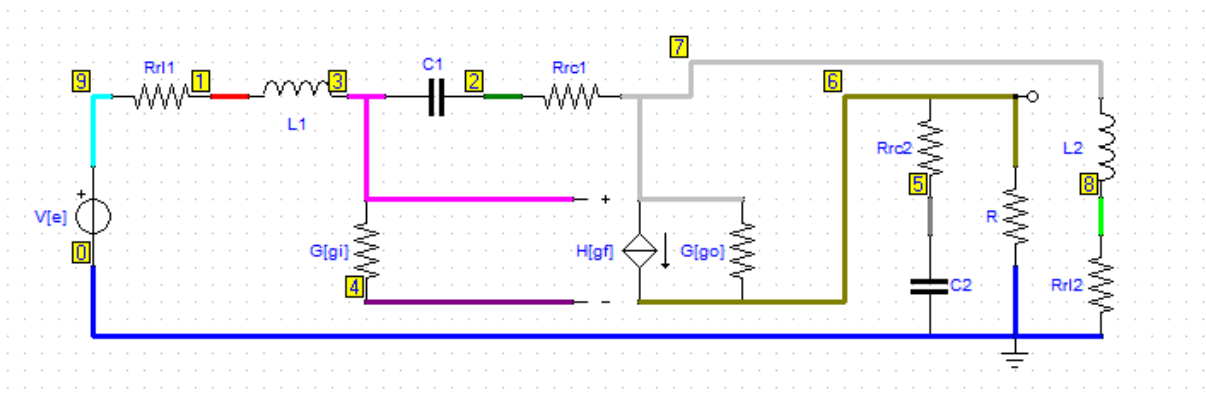


Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

Input-Voltage to Output-voltage Transfer function in CCM:



Input-Voltage to Output-voltage Transfer function in DCM:



Josep M. Valls

References:

[EC08] Ekrem Cengelci "Software Makes Transfer Functions More Manageable", Power Electronics Technology, June 2008,

<http://powerelectronics.com/power-management/software-makes-transfer-functions-more-manageable>

[VOR02] Vatché Vorpérian "Fast Analytical Techniques for ELECTRICAL and ELECTRONIC CIRCUITS" , Cambridge University Press, 2002

[EM01] R. W. Erickson and D. Maksimovic. "Fundamentals of Power Electronics". Kluwer Academic Publishers, second edition edition, 2001.

[SAPWIN] SAPWIN - "Symbilic Analysis Program for Windows", University of Florence, Department of Electronics and Telecommunications Engineering, [SAPWIN]

<http://cirlab.det.unifi.it/Sapwin/>

You can download the schematics for SAPWIN, the translate program SimplifySAPWIN and BATCH files of this example in this link:SEPIC files

(<http://cursosing.net/octavers/media/files/BaseSEPIC.rar>)

Código GNU Octave

```

1. set (0, "defaultlinelength", 1.0, "defaulttextfontname", "Helvetica", "default
    taxesfontname", "Helvetica", "defaulttaxesfontsize", 8.0);
2. pkg load control;
3.
4. disp('Duty-Cycle to Output-Voltage T.F. in Continuous Conduction Mode:');
5. fprintf('\r\n');
6.
7. E = 120;
8. fprintf(' E = %d V\n',E);
9. L1 = 500E-6;
10. fprintf('L1 = %d uH\n',L1*1e6);
11. L2 = 100E-6;
12. fprintf('L2 = %d uH\n',L2*1e6);
13. C1 = 47E-6;
14. fprintf('C1 = %d uF\n',C1*1e6);
15. C2 = 200E-6;
16. fprintf('C2 = %d uF\n',C2*1e6);
17. R = 40;
18. fprintf(' R = %d Ohm\n',R);
19. D = 0.4;
20. fprintf(' D = %2.1f\n',D);
21. rl1 = 0.1;
22. fprintf('rl1 = %3.2f Ohm\n',rl1);
23. rl2 = 0.02;
24. fprintf('rl2 = %3.2f Ohm\n',rl2);
25. rc1 = 0;
26. fprintf('rc1 = %3.2f Ohm\n',rc1);
27. rc2 = 0;
28. fprintf('rc2 = %3.2f Ohm\n',rc2);
29.
30. Vo = D/(1-D)*E;
31. Io = Vo/R;
32. Ii = D/(1-D) * Io;
33. rpo = D^2/(1-D)^2 * (rl1 - (1-D) * rc1) + (rl2 - D * rc1);
34. Vo = Vo - rpo * Io;
35. SV = E+Vo;
36. SI = Ii+Io;
37. fprintf(' Vo = %3.2f V\n',Vo);
38. fprintf(' Ii = %3.2f A\n',Ii);
39. fprintf(' Io = %3.2f A\n',Io);
40. fprintf('rpo = %3.2f Ohm\n',rpo);
41.
42. d = 1;
43. s = tf('s');
44. Vod_tf = ((-SI*d*D*R*rl1-SV*d*D*R+SV*d*R) + (-SI*d*D*C1*R*rl1*rl2-SI*d*D*C1*R*rc
    1*rl1-SV*d*D*C1*R*rl1-SV*d*D*C1*R*rl2-SV*d*D*C1*R*rc1-SI*d*C1*R*rl1*rl2+SV*d*C
    1*R*rl2+SV*d*C1*R*rl1+SV*d*C1*R*rc1-SI*d*D*C2*R*rc2*rl1-SV*d*D*C2*R*rc2+SV*d*C
    2*R*rc2-SI*d*D*L1*R)*s + (-SI*d*D*C2*C1*R*rc2*rl1*rl2-SI*d*D*C2*C1*R*rc1*rc2*rl
    1-SV*d*D*C2*C1*R*rc2*rl1-SV*d*D*C2*C1*R*rc2*rl2-SV*d*D*C2*C1*R*rc1*rc2-SI*d*C2*
    C1*R*rc2*rl1*rl2+SV*d*C2*C1*R*rc2*rl2+SV*d*C2*C1*R*rc2*rl1+SV*d*C2*C1*R*rc1*rc2-S
    I*d*D*C1*L2*R*rl1-SI*d*D*C1*L1*R*rl2-SI*d*D*C1*L1*R*rc1-SV*d*D*C1*L1*R-SV*d*D*C
    1*L2*R-SI*d*C1*L2*R*rl1-SI*d*C1*L1*R*rl2+SV*d*C1*L2*R+SV*d*C1*L1*R-SI*d*D*C2*L
    1*R*rc2)*s^2 + (-SI*d*D*C2*C1*L2*R*rc2*rl1-SI*d*D*C2*C1*L1*R*rc2*rl2-SI*d*D*C2*
    C1*L1*R*rc1*rc2-SV*d*D*C2*C1*L1*R*rc2-SV*d*D*C2*C1*L2*R*rc2-SI*d*C2*C1*L2*R*rc2*
    rl1-SI*d*C2*C1*L1*R*rc2*rl2+SV*d*C2*C1*L2*R*rc2+SV*d*C2*C1*L1*R*rc2-SI*d*D*C1*L
    1*L2*R-SI*d*C1*L1*L2*R)*s^3 + (-SI*d*D*C2*C1*L1*L2*R*rc2-SI*d*C2*C1*L1*L2*R*rc
    2)*s^4)/((+D*d*rl1-D*rl2-D*R+rl2+R) + (+D*d*C1*rc1*rl1+D*d*C1*rl1*rl2-D*C1*R*rl1-
    D*C1*rc1*rl2-D*C1*R*rl2-D*C1*R*rc1+C1*rl1*rl2+C1*rc1*rl2+C1*R*rl2+C1*R*rl1+C
    1*R*rc1+D*d*C2*rc2*rl1+D*d*C2*R*rl1-D*C2*rc2*rl2-D*C2*R*rl2-D*C2*R*rc2+C2*rc2*rl
    2+C2*R*rl2+C2*R*rc2+D*d*L1-D*L2+L2)*s + (+D*d*C2*C1*rc1*rc2*rl1+D*d*C2*C1*R*rc
    1*rl1+D*d*C2*C1*rc2*rl1*rl2+D*d*C2*C1*R*rl1*rl2-D*d*C2*C1*R*rc2*rl1-D*d*C2*C1*rc2*rl
    2-D*d*C2*C1*R*rc2*rl2-D*d*C2*C1*R*rc1*rl2-D*d*C2*C1*R*rc1*rc2+C2*C1*rc2*rl1*rl2+C2*
    C1*rc1*rc2*rl2+C2*C1*R*rl1*rl2+C2*C1*R*rc2*rl2+C2*C1*R*rc2*rl1+C2*C1*R*rc1*rl2+C

```

Josep M. Valls


```

2*C1*R*rc1*rc2+D*D*C1*L1*rc1+D*C1*L2*rl1+D*C1*L1*rl2-D*C1*L1*R-D*C1*L2*rc1-D*C
1*L2*R+C1*L2*rl1+C1*L2*rc1+C1*L2*R+C1*L1*rl2+C1*L1*R+D*D*C2*L1*rc2+D*D*C2*L1*RD*
C2*L2*rc2-D*C2*L2*R+C2*L2*rc2+C2*L2*R)*s^2 + (D*D*C2*C1*L1*rc1*rc2+D*D*C2*C
1*L1*R*rc1+D*C2*C1*L2*rc2*rl1+D*C2*C1*L2*R*rl1+D*C2*C1*L1*rc2*rl2+D*C2*C1*L1*R*
rl2-D*C2*C1*L1*R*rc2-D*C2*C1*L2*rc1*rc2-D*C2*C1*L2*R*rc2-D*C2*C1*L2*R*rc1+C2*C1*L
2*rc2*rl1+C2*C1*L2*rc1*rc2+C2*C1*L2*R*rl1+C2*C1*L2*R*rc2+C2*C1*L2*R*rc1+C2*C1*L
1*rc2*rl2+C2*C1*L1*R*rl2+C2*C1*L1*R*rc2+D*C1*L1*L2+C1*L1*L2)*s^3 + (D*C2*C1*L
1*L2*rc2+D*C2*C1*L1*L2*R+C2*C1*L1*L2*rc2+C2*C1*L1*L2*R)*s^4)
45.
46. polos = pole(Vod_tf)
47. ceros = zero(Vod_tf)
48.
49. f = logspace(1, 5, 200); % 200 pt f vector from 100 Hz (10^2) to 10kHz (10^5)
50. [mag, phase] = bode(Vod_tf,2*pi*f); % Use bode to determine mag and phase
51. subplot(2,1,1);
52. semilogx(f, 20*log10(abs(mag)), 'b');
53. title('SEPIC Duty-Cycle to Output-Voltage T.F. in CCM(blue)');
54. ylabel('Magnitude [dBV]');
55. subplot(2,1,2);
56. semilogx(f, phase, 'b');
57. xlabel('Frequency [Hz]');
58. ylabel('Phase [deg]');
59. %safeimage
60.
61. set(findobj(gcf, "type", "axes"), "nextplot", "add")
62.
63. fprintf('\r\n');
64. disp('Duty-Cycle to Output-Voltage T.F. in Discontinuous Conduction Mode:');
65. fprintf('\r\n');
66.
67. fs = 100e3;
68. fprintf(' Fsw = %d kHz\n',fs/1000);
69. R = 50;
70. fprintf(' R = %d Ohm\n',R);
71.
72. u = sqrt(R*D^2/(2*L1*L2/(L1+L2)*fs));
73. Vo = u * E;
74. SV = E+Vo;
75. Io = Vo/R;
76. Ii = u * Io;
77. SI = Ii+Io;
78. fprintf(' Vo = %3.2f V\n',Vo);
79. fprintf(' Ii = %3.2f A\n',Ii);
80. fprintf(' Io = %3.2f A\n',Io);
81.
82. gi = u^2/R;
83. gf = 2*u/R;
84. go = 1/R;
85. ki = 2*u*Vo/(D*R);
86. ko = 2*Vo/(D*R);
87.
88. d = 1;
89. s = tf('s');
90. Vod_tf = ((+ko*d*gi*R*rl1-ki*d*gf*R*rl1+ko*d*R) + (ko*d*gi*C1*R*rl1*rl2+ko*d*g
i*C1*R*rc1*rl1-ki*d*go*C1*R*rl1*rl2-ki*d*gf*C1*R*rl1*rl2-ki*d*gf*C1*R*rc1*rl1+k
o*d*C1*R*rl2+ko*d*C1*R*rl1+ko*d*C1*R*rc1+ko*d*gi*C2*R*rc2*rl1-ki*d*gf*C2*R*rc2*r
l1+ko*d*C2*R*rc2+ko*d*gi*L1*R-ki*d*gf*L1*R)*s + (ko*d*gi*C2*C1*R*rc2*rl1*rl2+k
o*d*gi*C2*C1*R*rc1*rc2*rl1-ki*d*go*C2*C1*R*rc2*rl1*rl2-ki*d*gf*C2*C1*R*rc2*rl1*r
l2-ki*d*gf*C2*C1*R*rc1*rc2*rl1+ko*d*C2*C1*R*rc2*rl2+ko*d*C2*C1*R*rc2*rl1+ko*d*C
2*C1*R*rc1*rc2+ko*d*gi*C1*L2*R*rl1+ko*d*gi*C1*L1*R*rl2+ko*d*gi*C1*L1*R*rc1-k
i*d*go*C1*L2*R*rl1-ki*d*go*C1*L1*R*rl2-ki*d*gf*C1*L2*R*rl1-ki*d*gf*C1*L1*R*rl2-k
i*d*gf*C1*L1*R*rc1+ko*d*C1*L2*R+ko*d*C1*L1*R+ko*d*gi*C2*L1*R*rc2-ki*d*gf*C2*L
1*R*rc2)*s^2 + (+ko*d*gi*C2*C1*L2*R*rc2*rl1+ko*d*gi*C2*C1*L1*R*rc2*rl2+ko*d*gi*C
2*C1*L1*R*rc1*rc2-ki*d*go*C2*C1*L2*R*rc2*rl1-ki*d*go*C2*C1*L1*R*rc2*rl2-ki*d*g
f*C2*C1*L2*R*rc2*rl1-ki*d*gf*C2*C1*L1*R*rc2*rl2-ki*d*gf*C2*C1*L1*R*rc1*rc2+k

```

```

o*d*C2*C1*L2*R*rc2+ko*d*C2*C1*L1*R*rc2+ko*d*gi*C1*L1*L2*R-ki*d*go*C1*L1*L2*R-k
i*d*gf*C1*L1*L2*R)*s^3 + (+ko*d*gi*C2*C1*L1*L2*R*rc2-ki*d*go*C2*C1*L1*L2*R*rc2-k
i*d*gf*C2*C1*L1*L2*R*rc2)*s^4)/((+go*gi*rl1*rl2+go*gi*R*rl1+gi*rl1+go*rl2+g
o*R+1) + (+go*gi*C1*rc1*rl1*rl2+go*gi*C1*R*rl1*rl2+go*gi*C1*R*rc1*rl1+gi*C1*rl
1*rl2+gi*C1*rc1*rl1+go*C1*rl1*rl2+go*C1*rc1*rl2+go*C1*R*rl2+go*C1*R*rl1+go*C
1*R*rc1+gf*C1*rl1*rl2+C1*rl2+C1*rl1+C1*rc1+go*gi*C2*rc2*rl1*rl2+go*gi*C2*R*rl1*
rl2+go*gi*C2*R*rc2*rl1+gi*C2*rc2*rl1+gi*C2*R*rl1+go*C2*rc2*rl2+go*C2*R*rl2+go*C
2*R*rc2+C2*rc2+C2*R+go*gi*L2*rl1+go*gi*L1*rl2+go*gi*L1*R+gi*L1+go*L2)*s + (+go*g
i*C2*C1*rc1*rc2*rl1*rl2+go*gi*C2*C1*R*rc2*rl1*rl2+go*gi*C2*C1*R*rc1*rl1*rl2+go*g
i*C2*C1*R*rc1*rc2*rl1+gi*C2*C1*rc2*rl1*rl2+gi*C2*C1*rc1*rc2*rl1+gi*C2*C1*R*rl1*
rl2+gi*C2*C1*R*rc1*rl1+go*C2*C1*rc2*rl1*rl2+go*C2*C1*rc1*rc2*rl2+go*C2*C1*R*rl1*
rl2+go*C2*C1*R*rc2*rl2+go*C2*C1*R*rc2*rl1+go*C2*C1*R*rc1*rl2+go*C2*C1*R*rc1*rc2+g
f*C2*C1*rc2*rl1*rl2+gf*C2*C1*R*rl1*rl2+C2*C1*rc2*rl2+C2*C1*rc2*rl1+C2*C1*rc1*rc
2+C2*C1*R*rl2+C2*C1*R*rl1+C2*C1*R*rc1+go*gi*C1*L2*rc1*rl1+go*gi*C1*L2*R*rl1+go*g
i*C1*L1*rc1*rl2+go*gi*C1*L1*R*rl2+go*gi*C1*L1*R*rc1+gi*C1*L2*rl1+gi*C1*L1*rl2+g
i*C1*L1*rc1+go*C1*L2*rl1+go*C1*L2*rc1+go*C1*L2*R+go*C1*L1*rl2+go*C1*L1*R+gf*C1*L
2*rl1+gf*C1*L1*rl2+C1*L2+C1*L1+go*gi*C2*L2*rc2*rl1+go*gi*C2*L2*R*rl1+go*gi*C2*L
1*rc2*rl2+go*gi*C2*L1*R*rl2+go*gi*C2*L1*R*rc2+gi*C2*L1*rc2+gi*C2*L1*R+go*C2*L2*
rc2+go*C2*L2*R+go*gi*L1*L2)*s^2 + (+go*gi*C2*C1*L2*rc1*rc2*rl1+go*gi*C2*C1*L2*R*
rc2*rl1+go*gi*C2*C1*L2*R*rc1*rl1+go*gi*C2*C1*L1*rc1*rc2*rl2+go*gi*C2*C1*L1*R*rc
2*rl2+go*gi*C2*C1*L1*R*rc1*rl2+go*gi*C2*C1*L1*R*rc1*rc2+gi*C2*C1*L2*rc2*rl1+gi*
C2*C1*L2*R*rl1+gi*C2*C1*L1*rc2*rl2+gi*C2*C1*L1*rc1*rc2+gi*C2*C1*L1*R*rl2+gi*C2*
C1*L1*R*rc1+go*C2*C1*L2*rc2*rl1+go*C2*C1*L2*rc1*rc2+go*C2*C1*L2*R*rl1+go*C2*C1*
L2*R*rc2+go*C2*C1*L2*R*rc1+go*C2*C1*L1*rc2*rl2+go*C2*C1*L1*R*rl2+go*C2*C1*L1*R*rc
2+gf*C2*C1*L2*rc2*rl1+gf*C2*C1*L2*R*rl1+gf*C2*C1*L1*rc2*rl2+gf*C2*C1*L1*R*rl2+C
2*C1*L2*rc2+C2*C1*L2*R+C2*C1*L1*rc2+C2*C1*L1*R+go*gi*C1*L1*L2*rc1+go*gi*C1*L1*L
2*R+gi*C1*L1*L2+go*C1*L1*L2+gf*C1*L1*L2+go*gi*C2*L1*L2*rc2+go*gi*C2*L1*L2*R)*s^3
+ (+go*gi*C2*C1*L1*L2*rc1*rc2+go*gi*C2*C1*L1*L2*R*rc2+go*gi*C2*C1*L1*L2*R*rc1+g
i*C2*C1*L1*L2*rc2+gi*C2*C1*L1*L2*R+go*C2*C1*L1*L2*rc2+go*C2*C1*L1*L2*R+gf*C2*
C1*L1*L2*rc2+gf*C2*C1*L1*L2*R)*s^4)
91.
92. polos = pole(Vod_tf)
93. ceros = zero(Vod_tf)
94.
95. [mag, phase] = bode(Vod_tf,2*pi*f); % Use bode to determine mag and phase
96. subplot(2,1,1);
97. semilogx(f, 20*log10(abs(mag)), 'r');
98. title('SEPIC Duty-Cycle to Output-Voltage T.F. in CCM(blue) and DCM(red)');
99. ylabel('Magnitude [dBV]');
100. subplot(2,1,2);
101. semilogx(f, phase, 'r');
102. xlabel('Frequency [Hz]');
103. ylabel('Phase [deg]');
104. saveimage
105.
106. figure(2);
107.
108. disp('Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in Continuous Conduction Mode:');
109. fprintf('\r\n');
110.
111. E = 120;
112. fprintf(' E = %d V\n',E);
113. L1 = 500E-6;
114. fprintf('L1 = %d uH\n',L1*1e6);
115. L2 = 100E-6;
116. fprintf('L2 = %d uH\n',L2*1e6);
117. C1 = 47E-6;
118. fprintf('C1 = %d uF\n',C1*1e6);
119. C2 = 200E-6;
120. fprintf('C2 = %d uF\n',C2*1e6);
121. R = 40;
122. fprintf(' R = %d Ohm\n',R);
123. D = 0.4;
124. fprintf(' D = %2.1f\n',D);
125. rl1 = 0.1;

```

Josep M. Valls

```

126. fprintf('r11 = %3.2f Ohm\n',r11);
127. r12 = 0.02;
128. fprintf('r12 = %3.2f Ohm\n',r12);
129. rc1 = 0;
130. fprintf('rc1 = %3.2f Ohm\n',rc1);
131. rc2 = 0;
132. fprintf('rc2 = %3.2f Ohm\n',rc2);
133.
134. Vo = D/(1-D)*E;
135. Io = Vo/R;
136. Ii = D/(1-D) * Io;
137. rpo = D^2/(1-D)^2 * (r11 - (1-D) * rc1) + (r12 - D * rc1);
138. Vo = Vo - rpo * Io;
139. SV = E+Vo;
140. SI = Ii+Io;
141. fprintf(' Vo = %3.2f V\n',Vo);
142. fprintf(' Ii = %3.2f A\n',Ii);
143. fprintf(' Io = %3.2f A\n',Io);
144. fprintf('rpo = %3.2f Ohm\n',rpo);
145.
146. e = 1;
147. s = tf('s');
148. Voe_tf = ((-e*D*R+e*D*R) + (-e*D*C1*R*r12-e*D*C1*R*rc1+e*D*C1*R*r12+e*D*C
1*R*rc1-e*D*C1*R*r12+e*C1*R*r12-e*D*C2*R*rc2+e*D*C2*R*rc2)*s + (-e*D*D*C2*C
1*R*rc2*r12-e*D*D*C2*C1*R*rc1*rc2+e*D*C2*C1*R*rc2*r12+e*D*C2*C1*R*rc1*rc2-e*D*C
2*C1*R*rc2*r12+e*C2*C1*R*rc2*r12-e*D*D*C1*L2*R+e*D*C1*L2*R-e*D*C1*L2*R+e*C1*L
2*R)*s^2 + (-e*D*D*C2*C1*L2*R*rc2+e*D*C2*C1*L2*R*rc2-e*D*C2*C1*L2*R*rc2+e*C2*C
1*L2*R*rc2)*s^3)/((+D*D*r11-D*r12-D*R+r12+R) + (+D*D*C1*rc1*r11+D*C1*r11*r12-D*C
1*rc1*r12-D*C1*R*r12-D*C1*R*rc1-D*C1*R*r11+C1*r11*r12+C1*rc1*r12+C1*R*r12+C1*R*r
11+C1*R*rc1+D*D*C2*rc2*r11+D*D*C2*R*r11-D*C2*rc2*r12-D*C2*R*r12-D*C2*R*rc2+C2*rc
2*r12+C2*R*r12+C2*R*rc2+D*D*L1-D*L2+L2)*s + (+D*D*C2*C1*rc1*rc2*r11+D*D*C2*C
1*R*rc1*r11+D*D*C2*C1*rc2*r11*r12+D*D*C2*C1*R*r11*r12-D*D*C2*C1*rc1*rc2*r12-D*C2*C
1*R*rc2*r12-D*D*C2*C1*R*rc1*r12-D*D*C2*C1*R*rc1*rc2-D*D*C2*C1*R*rc2*r11+C2*C1*rc2*r1
1*r12+C2*C1*rc1*rc2*r12+C2*C1*R*r11*r12+C2*C1*R*rc2*r12+C2*C1*R*rc2*r11+C2*C
1*R*rc1*r12+C2*C1*R*rc1*rc2+D*D*C1*L1*rc1+D*C1*L2*r11+D*C1*L1*r12-D*C1*L2*rc1-
D*C1*L2*R-D*C1*L1*R+C1*L2*r11+C1*L2*rc1+C1*L2*R+C1*L1*r12+C1*L1*R+D*D*C2*L1*rc
2+D*D*C2*L1*R-D*D*C2*L2*rc2-D*D*C2*L2*R+C2*L2*rc2+C2*L2*R)*s^2 + (+D*D*C2*C1*L1*rc
1*rc2+D*D*C2*C1*L1*R*rc1+D*D*C2*C1*L2*rc2*r11+D*D*C2*C1*L2*R*r11+D*D*C2*C1*L1*rc2*r1
2+D*D*C2*C1*L1*R*r12-D*D*C2*C1*L2*rc1*rc2-D*D*C2*C1*L2*R*rc2-D*D*C2*C1*L2*R*rc1-D*D*C2*C
1*L1*R*rc2+C2*C1*L2*rc2*r11+C2*C1*L2*rc1*rc2+C2*C1*L2*R*r11+C2*C1*L2*R*rc2+C2*C
1*L2*R*rc1+C2*C1*L1*rc2*r12+C2*C1*L1*R*r12+C2*C1*L1*R*rc2+D*C1*L1*L2+C1*L1*L
2)*s^3 + (+D*D*C2*C1*L1*L2*rc2+D*D*C2*C1*L1*L2*R+C2*C1*L1*L2*rc2+C2*C1*L1*L2*R)*s^4)
149.
150. polos = pole(Voe_tf)
151. ceros = zero(Voe_tf)
152.
153. f = logspace(1, 5, 200); % 200 pt f vector from 100 Hz (10^2) to 10kHz (10^5)
154. [mag, phase] = bode(Voe_tf,2*pi*f); % Use bode to determine mag and phase
155. subplot(2,1,1);
156. semilogx(f, 20*log10(abs(mag)), 'b');
157. title('SEPIC Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in CCM(blue)');
158. ylabel('Magnitude [dBV]');
159. subplot(2,1,2);
160. semilogx(f, phase, 'b');
161. xlabel('Frequency [Hz]');
162. ylabel('Phase [deg]');
163. %safeimage
164.
165. set (findobj (gcf, "type", "axes"), "nextplot", "add")
166.
167. fprintf('\r\n');
168. disp('Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in Discontinuous Conduction Mode:');
169. fprintf('\r\n');
170.
171. fs = 100e3;

```

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

```

172. fprintf(' Fsw = %d kHz\n',fs/1000);
173. R = 50;
174. fprintf(' R = %d Ohm\n',R);
175.
176. u = sqrt(R*D^2/(2*L1*L2/(L1+L2)*fs));
177. Vo = u * E;
178. SV = E+Vo;
179. Io = Vo/R;
180. Ii = u * Io;
181. SI = Ii+Io;
182. fprintf(' Vo = %3.2f V\n',Vo);
183. fprintf(' Ii = %3.2f A\n',Ii);
184. fprintf(' Io = %3.2f A\n',Io);
185.
186. gi = u^2/R;
187. gf = 2*u/R;
188. go = 1/R;
189. ki = 2*u*Vo/(D*R);
190. ko = 2*Vo/(D*R);
191.
192. e = 1;
193. s = tf('s');
194. Voe_tf = ((+e*go*gi*C1*R*rl2)*s +(+e*go*gi*C2*C1*R*rc2*rl2+e*go*gi*C1*L2*R)*s^2
+ (+e*go*gi*C2*C1*L2*R*rc2)*s^3)/((+go*gi*rl2+go*gi*R+gi) + (+go*gi*C1*rl1*rl2+g
o*gi*C1*rc1*rl2+go*gi*C1*R*rl2+go*gi*C1*R*rl1+go*gi*C1*R*rc1+gi*C1*rl2+gi*C1*rl
1+gi*C1*rc1+go*gi*C2*rc2*rl2+go*gi*C2*R*rl2+go*gi*C2*R*rc2+gi*C2*rc2+gi*C2*R+g
o*gi*L2)*s + (+go*gi*C2*C1*rc2*rl1*rl2+go*gi*C2*C1*rc1*rc2*rl2+go*gi*C2*C1*R*rl
1*rl2+go*gi*C2*C1*R*rc2*rl2+go*gi*C2*C1*R*rc2*rl1+go*gi*C2*C1*R*rc1*rl2+go*gi*C
2*C1*R*rc1*rc2+gi*C2*C1*rc2*rl2+gi*C2*C1*rc2*rl1+gi*C2*C1*rc1*rc2+gi*C2*C1*R*rl
2+gi*C2*C1*R*rl1+gi*C2*C1*R*rc1+go*gi*C1*L2*rl1+go*gi*C1*L2*rc1+go*gi*C1*L2*R+g
o*gi*C1*L1*rl2+go*gi*C1*L1*R+gi*C1*L2+gi*C1*L1+go*gi*C2*L2*rc2+go*gi*C2*L
2*R)*s^2 + (+go*gi*C2*C1*L2*rc2*rl1+go*gi*C2*C1*L2*rc1*rc2+go*gi*C2*C1*L2*R*rl
1+go*gi*C2*C1*L2*R*rc2+go*gi*C2*C1*L2*R*rc1+go*gi*C2*C1*L1*rc2*rl2+go*gi*C2*C1*L
1*R*rl2+go*gi*C2*C1*L1*R*rc2+gi*C2*C1*L2*rc2+gi*C2*C1*L2*R+gi*C2*C1*L1*rc2+gi*C
2*C1*L1*R+go*gi*C1*L1*L2)*s^3 + (+go*gi*C2*C1*L1*L2*rc2+go*gi*C2*C1*L1*L
2*R)*s^4)
195.
196. polos = pole(Voe_tf)
197. ceros = zero(Voe_tf)
198.
199. %bode(V2d)
200. [mag, phase] = bode(Voe_tf,2*pi*f); % Use bode to determine mag and phase
201. subplot(2,1,1);
202. semilogx(f, 20*log10(abs(mag)), 'r');
203. title('SEPIC Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in CCM(blue) and DCM(red)');
204. ylabel('Magnitude [dBV]');
205. subplot(2,1,2);
206. semilogx(f, phase, 'r');
207. xlabel('Frequency [Hz]');
208. ylabel('Phase [deg]');
209. saveimage

```

Resultado al ejecutar el código:

Duty-Cycle to Output-Voltage T.F. in Continuous Conduction Mode:

```

E = 120 V
L1 = 500 uH
L2 = 100 uH
C1 = 47 uF
C2 = 200 uF
R = 40 Ohm
D = 0.4
r11 = 0.10 Ohm
r12 = 0.02 Ohm
rc1 = 0.00 Ohm
rc2 = 0.00 Ohm
Vo = 79.87 V
Ii = 1.33 A
Io = 2.00 A
rpo = 0.06 Ohm

```

Transfer function 'Vod_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{-4.387e-10 s^3 + 0.0001351 s^2 + 0.0003703 s + 4792}{2.632e-14 s^4 + 1.382e-11 s^3 + 1.799e-06 s^2 + 0.0004995 s + 24.03}$$

Continuous-time model.

polos =

```

-114.7 + 7073.8i
-114.7 - 7073.8i
-147.8 + 4268.3i
-147.8 - 4268.3i

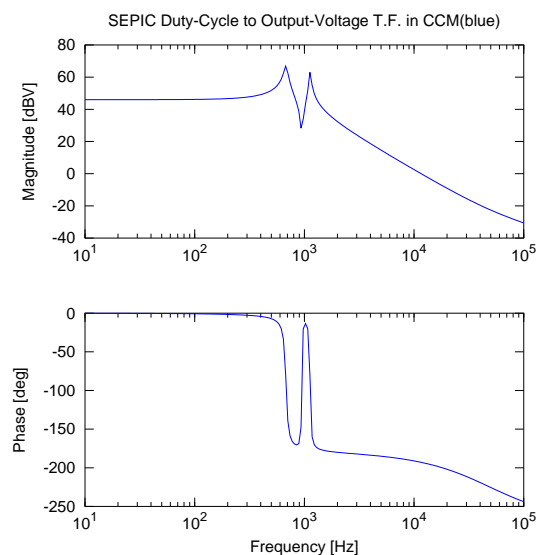
```

ceros =

```

3.0809e+05 + 0.0000e+00i
-5.8908e+01 + 5.9540e+03i
-5.8908e+01 - 5.9540e+03i

```



Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

Duty-Cycle to Output-Voltage T.F. in Discontinuous Conduction Mode:

Fsw = 100 kHz
 R = 50 Ohm
 Vo = 83.14 V
 Ii = 1.15 A
 Io = 1.66 A

Transfer function 'Vod_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{-2.291e-11 s^3 + 1.171e-05 s^2 + 0.0003483 s + 415.3}{1.347e-15 s^4 + 2.828e-10 s^3 + 1.81e-07 s^2 + 0.01004 s + 2.002}$$

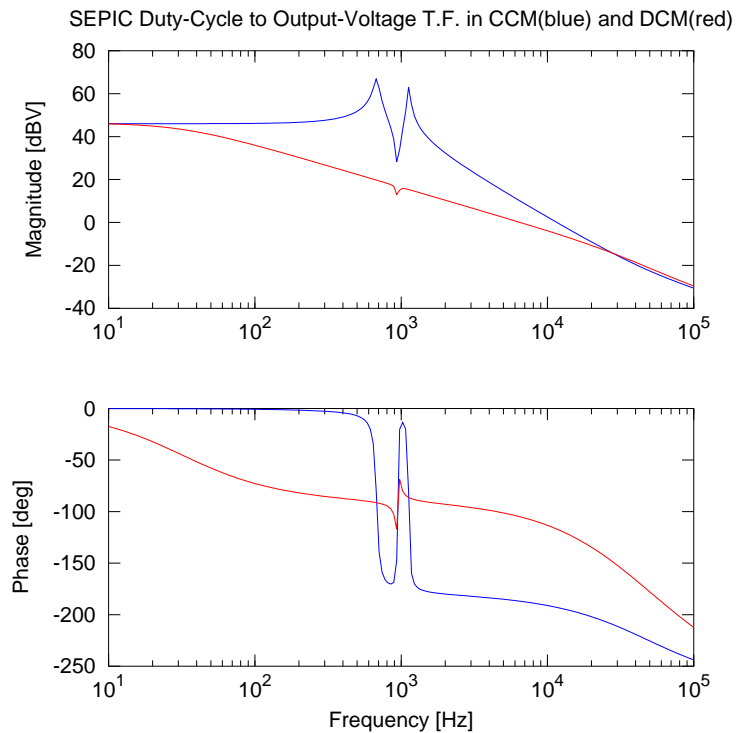
Continuous-time model.

polos =

-2.0948e+05 + 0.0000e+00i
 -1.3587e+02 + 5.9552e+03i
 -1.3587e+02 - 5.9552e+03i
 -2.0000e+02 + 0.0000e+00i

ceros =

5.1129e+05 + 0.0000e+00i
 -4.9529e+01 + 5.9536e+03i
 -4.9529e+01 - 5.9536e+03i



Josep M. Valls

Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in Continuous Conduction Mode:

```
E = 120 V
L1 = 500 uH
L2 = 100 uH
C1 = 47 uF
C2 = 200 uF
R = 40 Ohm
D = 0.4
r11 = 0.10 Ohm
r12 = 0.02 Ohm
rc1 = 0.00 Ohm
rc2 = 0.00 Ohm
Vo = 79.87 V
Ii = 1.33 A
Io = 2.00 A
rpo = 0.06 Ohm
```

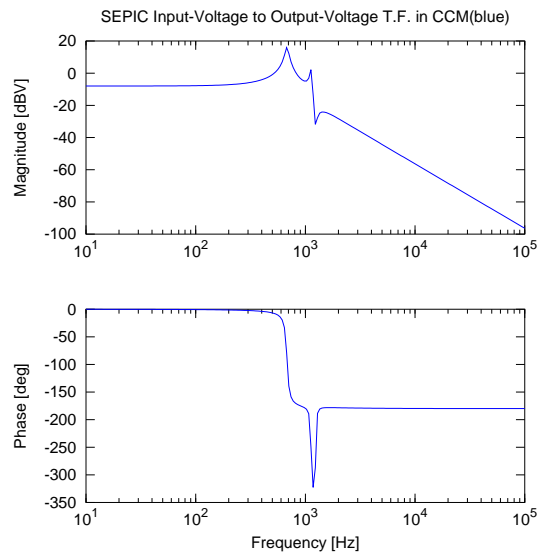
Transfer function 'Vod_tf' from input 'u1' to output ...

```
1.579e-07 s^2 + 3.158e-05 s + 9.6
y1: -----
2.632e-14 s^4 + 1.382e-11 s^3 + 1.799e-06 s^2 + 0.0004995 s + 24.03
```

Continuous-time model.

```
polos =
-114.7 + 7073.8i
-114.7 - 7073.8i
-147.8 + 4268.3i
-147.8 - 4268.3i
```

```
ceros =
-100.0 + 7796.2i
-100.0 - 7796.2i
```



Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in Discontinuous Conduction Mode:

Fsw = 100 kHz
 R = 50 Ohm
 Vo = 83.14 V
 Ii = 1.15 A
 Io = 1.66 A

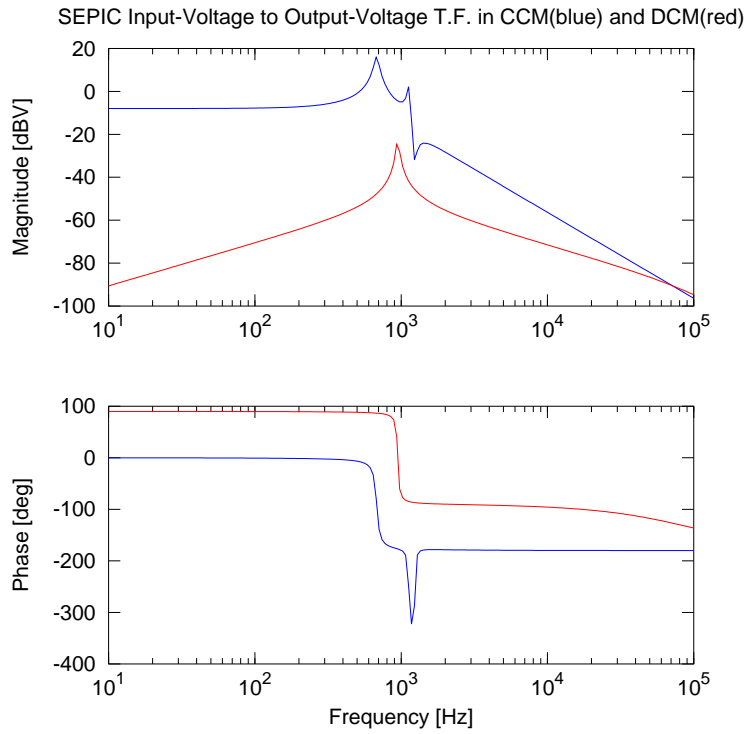
Transfer function 'Vod_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{4.512e-11 s^2 + 9.024e-09 s}{4.512e-18 s^4 + 2.709e-12 s^3 + 1.275e-09 s^2 + 9.617e-05 s + 0.0192}$$

Continuous-time model.

polos =
 -6.0009e+05 + 0.0000e+00i
 -1.0591e+02 + 5.9541e+03i
 -1.0591e+02 - 5.9541e+03i
 -2.0000e+02 + 0.0000e+00i

ceros =
 -200.00000
 0.00000



Josep M. Valls

B.1.14. Funciones de Transferencia Cuk

Este código fue subido a la plataforma OctaveRS el 7 de Septiembre de 2015.

A continuación se coloca el enlace al código:

<http://cursosing.net/octavers/codigos/listing/545-control-transfer-functions-on-cuk-dc-dc-converter-with-loss-resistances>

OctaveRs

Publicación rápida de códigos en GNU Octave o R - Share computational solutions with GNU Octave or R
(statistical package)
(/octavers/)

Códigos (/octavers/codigos)

GNU Octave (/octavers/gnuoctave)

R (/octavers/r)

Ingresar (/octavers/ingresar)


Acerca de (/octavers/)


Control Transfer Functions on CUK DC-DC Converter with loss resistances

Por Josep M. Valls Martí

 BODE  CUK  DUTY-CYCLE

Detalles

 Creado el 07 Septiembre 2015

 Última modificación el 09 Septiembre 2015

 96 vistas

Control Transfer Functions on CUK DC-DC Converter with loss resistances

Ekrem Cengelci (see references below) summarizes *“Combining PWM switch models with linear circuit analysis software and math software creates a fully computer based approach to obtaining and analyzing the transfer functions of DC-DC converters.”* This is the method employed on the next GNU Octave code..

There are two Transfer Functions (TFs) needed to analyze switching DC-DC converters in control voltage mode: The duty-cycle to output-voltage and the input-voltage to output-voltage (line to output). To obtain these TFs a small-signal analysis is required. Both analysis are different in the case of Continuous Conduction Mode (CCM) and either in the Discontinuous Conduction Mode (DCM) analysis.

When the analysis includes the loss resistances, the number of parameters increases exponentially, making it impractical for classical state-space average model and nodal-loop analysis techniques.

Moreover, these circuits are bilinear (non-linear) and is necessary to linearize the equations at a DC operating-point (approximate linearization). Dr. Vorperian describes a PWM switch model that includes all non-linear parts of the DC-DC switching converters. This model can be linearized and replaced on

Josep M. Valls

the switching schematic allowing a linear circuit.

Linear analysis is based on SAPWIN program. Output is translated into Matlab/Octave code. To validate the method, values from an example of Erickson are applied (pag. 430 & pag. 827 - [EM01]).

Erickson values:

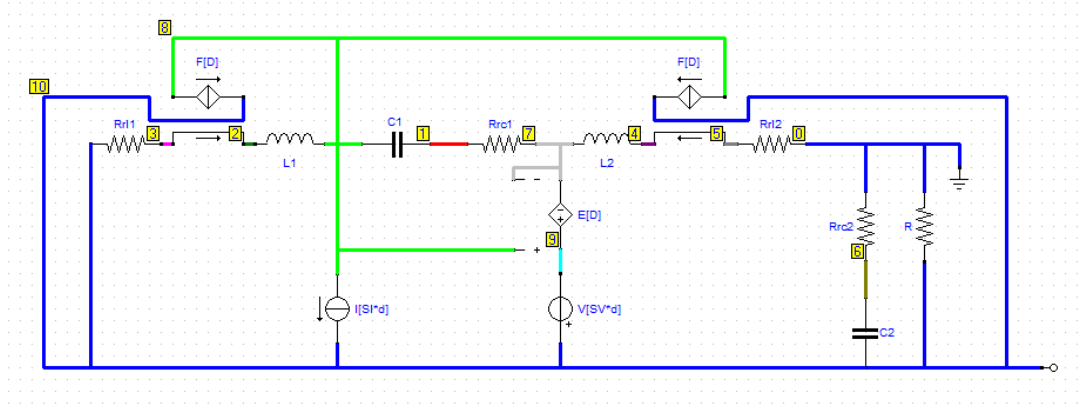
Common values for CCM and DCM:

$$\begin{aligned} E &= 120V \\ D &= 0,4 \\ L_1 &= 500\mu H \\ C_1 &= 47\mu F \\ L_2 &= 100\mu H \\ C_2 &= 200\mu F \\ r_{L_1} &= 0,1\Omega \\ r_{L_2} &= 0,02\Omega \\ r_{C_1} &= 0\Omega \\ r_{C_2} &= 0\Omega \end{aligned}$$

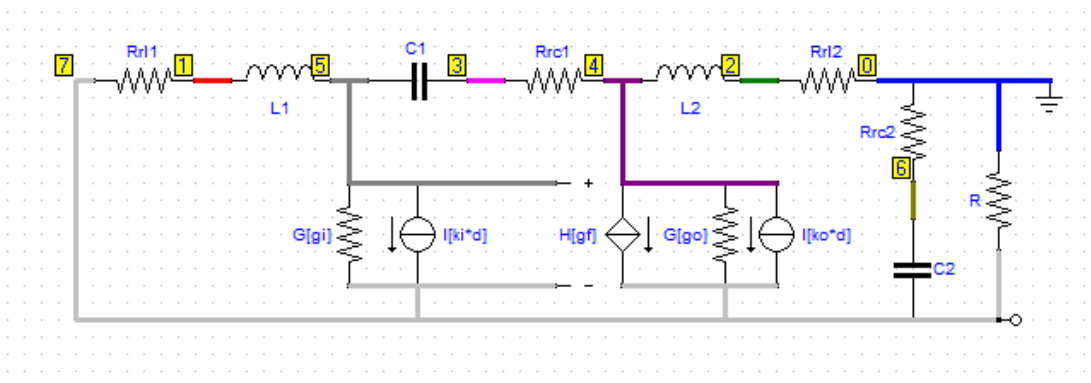
CCM is provided with $R = 40\Omega$ and DCM requires $R = 50\Omega$. Another data needed to calculate DCM parameters is switch frequency $F_s = 100kHz$.

Circuit schematics

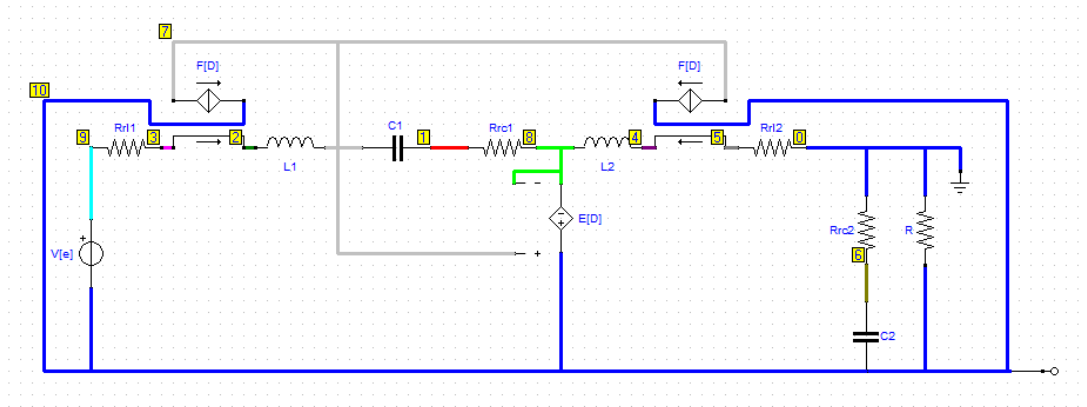
Duty-cycle to Output-voltage Transfer function in CCM:



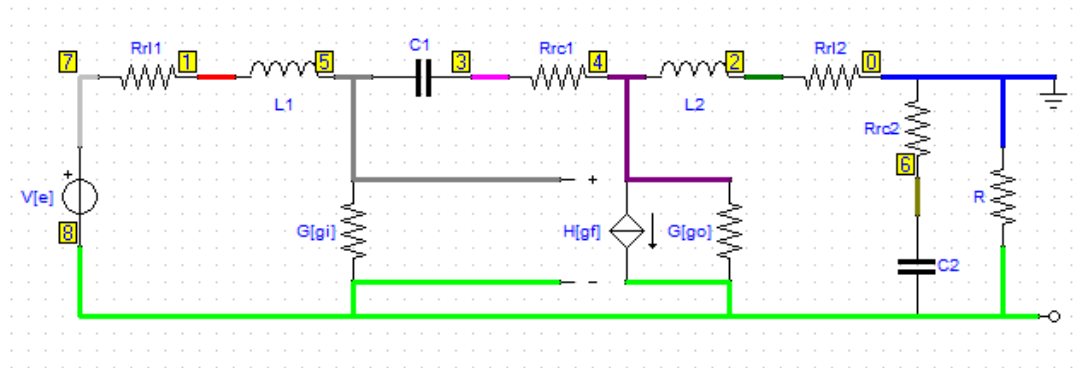
Duty-cycle to Output-voltage Transfer function in DCM:



Input-Voltage to Output-voltage Transfer function in CCM:



Input-Voltage to Output-voltage Transfer function in DCM:



Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

References:

[EC08] Ekrem Cengelci "Software Makes Transfer Functions More Manageable", Power Electronics Technology, June 2008,

<http://powerelectronics.com/power-management/software-makes-transfer-functions-more-manageable>

[VOR02] Vatché Vorpérian "Fast Analytical Techniques for ELECTRICAL and ELECTRONIC CIRCUITS" , Cambridge University Press, 2002

[EM01] R. W. Erickson and D. Maksimovic. "Fundamentals of Power Electronics". Kluwer Academic Publishers, second edition edition, 2001.

[SAPWIN] SAPWIN - "Symbolic Analysis Program for Windows", University of Florence, Department of Electronics and Telecommunications Engineering,

<http://cirlab.det.unifi.it/Sapwin/>

You can download the schematics for SAPWIN, the translate program SimplifySAPWIN and BATCH files of this example in this link: Cuk files

(<http://cursosing.net/octavers/media/files/BaseCUK.rar>)

Código GNU Octave

```

1. set (0, "defaultlinelength", 1.0, "defaulttextfontname", "Helvetica", "default
    taxesfontname", "Helvetica", "defaulttaxesfontsize", 8.0);
2. pkg load control;
3.
4. disp('Duty-Cycle to Output-Voltage T.F. in Continuous Conduction Mode:');
5. fprintf('\r\n');
6.
7. E = 120;
8. fprintf(' E = %d V\n',E);
9. L1 = 500E-6;
10. fprintf('L1 = %d uH\n',L1*1e6);
11. L2 = 100E-6;
12. fprintf('L2 = %d uH\n',L2*1e6);
13. C1 = 47E-6;
14. fprintf('C1 = %d uF\n',C1*1e6);
15. C2 = 200E-6;
16. fprintf('C2 = %d uF\n',C2*1e6);
17. R = 40;
18. fprintf(' R = %d Ohm\n',R);
19. D = 0.4;
20. fprintf(' D = %2.1f\n',D);
21. r11 = 0.1;
22. fprintf('r11 = %3.2f Ohm\n',r11);
23. r12 = 0.02;
24. fprintf('r12 = %3.2f Ohm\n',r12);
25. rc1 = 0;
26. fprintf('rc1 = %3.2f Ohm\n',rc1);
27. rc2 = 0;
28. fprintf('rc2 = %3.2f Ohm\n',rc2);
29.
30. Vo = D/(1-D)*E;
31. Io = Vo/R;
32. Ii = D/(1-D) * Io;
33. rpo = D^2/(1-D)^2 * (r11 + (1-D) * rc1) + (r12 + D * rc1);
34. Vo = Vo - rpo * Io;
35. SV = E+Vo;
36. SI = Ii+Io;
37. fprintf(' Vo = %3.2f V\n',Vo);
38. fprintf(' Ii = %3.2f A\n',Ii);
39. fprintf(' Io = %3.2f A\n',Io);
40. fprintf('rpo = %3.2f Ohm\n',rpo);
41.
42. d = 1;
43. s = tf('s');
44. Vod_tf = ((-SI*d*R*r11-SV*d*R+SV*d*R) + (-SI*d*C1*R*rc1*r11-SV*d*C1*R*rc1
1+SV*d*C1*R*r11+SV*d*C1*R*rc1-SI*d*C2*R*rc2*r11-SV*d*C2*R*rc2+SV*d*C2*R*rc2-
SI*d*D*L1*R)*s + (-SI*d*D*C2*C1*R*rc1*rc2*r11-SV*d*D*C2*C1*R*rc1*rc2+SV*d*C2*C
1*R*rc2*r11+SV*d*C2*C1*R*rc1*rc2-SI*d*D*C1*L1*R*rc1+SV*d*C1*L1*R-SI*d*D*C2*L
1*R*rc2)*s^2 + (-SI*d*D*C2*C1*L1*R*rc1*rc2+SV*d*C2*C1*L1*R*rc2)*s^3)/((+D*r1
2+D*D*R+D*D*r11-D*r12-D*R-D*r12-D*R+r12+R) + (+D*C1*rc1*r12+D*D*C1*R*rc1+D*D*C
1*rc1*r11-D*C1*rc1*r12-D*C1*R*rc1-D*C1*rc1*r12-D*C1*R*rc1+C1*r11*r12+C1*rc1*r1
2+C1*R*r11+C1*R*rc1+D*D*C2*rc2*r12+D*D*C2*R*rc2+D*D*C2*R*rc2+D*D*C2*rc2*r1
1+D*D*C2*R*r11-D*C2*rc2*r12-D*C2*R*r12-D*C2*R*rc2-D*C2*rc2*r12-D*C2*R*r12-D*C
2*R*rc2+C2*rc2*r12+C2*R*r12+C2*R*rc2+D*D*L2+D*D*L1-D*L2-D*L2+L2)*s + (+D*D*C2*C
1*rc1*rc2*r12+D*D*C2*C1*R*rc1*r12+D*D*C2*C1*R*rc1*rc2+D*D*C2*C1*rc1*rc2*r1
1+D*D*C2*C1*R*rc1*r11-D*C2*C1*rc1*rc2*r12-D*C2*C1*R*rc1*r12-D*C2*C1*R*rc1*rc2-
D*C2*C1*rc1*rc2*r12-D*C2*C1*R*rc1*r12-D*C2*C1*R*rc1*rc2+C2*C1*rc2*r11*r12+C2*C
1*rc1*rc2*r12+C2*C1*R*r11*r12+C2*C1*R*rc2*r11+C2*C1*R*rc1*r12+C2*C1*R*rc1*rc
2+D*D*C1*L2*rc1+D*D*C1*L1*rc1-D*C1*L2*rc1-D*C1*L2*rc1+C1*L2*r11+C1*L2*rc1+C1*L
1*r12+C1*L1*R+D*D*C2*L2*rc2+D*D*C2*L2*R+D*D*C2*L1*rc2+D*D*C2*L1*R-D*C2*L2*rc2-
D*C2*L2*R-D*C2*L2*rc2-D*C2*L2*R+C2*L2*rc2+C2*L2*R)*s^2 + (+D*D*C2*C1*L2*rc1*rc
2+D*D*C2*C1*L2*R*rc1+D*D*C2*C1*L1*rc1*rc2+D*D*C2*C1*L1*R*rc1-D*C2*C1*L2*rc1*rc2-
D*C2*C1*L2*R*rc1-D*C2*C1*L2*rc1*rc2-D*C2*C1*L2*R*rc1+C2*C1*L2*rc2*r11+C2*C1*L2*r

```

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

```

c1*rc2+C2*C1*L2*R*rl1+C2*C1*L2*R*rc1+C2*C1*L1*rc2*rl2+C2*C1*L1*R*rl2+C2*C1*L
1*R*rc2+C1*L1*L2)*s^3 + (C2*C1*L1*L2*rc2+C2*C1*L1*L2*R)*s^4)
45.
46. polos = pole(Vod_tf)
47. ceros = zero(Vod_tf)
48.
49. f = logspace(1, 5, 200); % 200 pt f vector from 100 Hz (10^2) to 10kHz (10^5)
50. [mag, phase] = bode(Vod_tf,2*pi*f); % Use bode to determine mag and phase
51. subplot(2,1,1);
52. semilogx(f, 20*log10(abs(mag)), 'b');
53. title('CUK Duty-Cycle to Output-Voltage T.F. in CCM(blue)');
54. ylabel('Magnitude [dBV]');
55. subplot(2,1,2);
56. semilogx(f, phase, 'b');
57. xlabel('Frequency [Hz]');
58. ylabel('Phase [deg]');
59. %saveimage
60.
61. set (findobj(gcf, "type", "axes"), "nextplot", "add")
62.
63. fprintf('\r\n');
64. disp('Duty-Cycle to Output-Voltage T.F. in Discontinuous Conduction Mode:');
65. fprintf('\r\n');
66.
67. fs = 100e3;
68. fprintf(' Fsw = %d kHz\n',fs/1000);
69. R = 50;
70. fprintf(' R = %d Ohm\n',R);
71.
72. u = sqrt(R*D^2/(2*L1*L2/(L1+L2)*fs));
73. Vo = u * E;
74. SV = E+Vo;
75. Io = Vo/R;
76. Ii = u * Io;
77. SI = Ii+Io;
78. fprintf(' Vo = %3.2f V\n',Vo);
79. fprintf(' Ii = %3.2f A\n',Ii);
80. fprintf(' Io = %3.2f A\n',Io);
81.
82. gi = u^2/R;
83. gf = 2*u/R;
84. go = 1/R;
85. ki = 2*u*Vo/(D*R);
86. ko = 2*Vo/(D*R);
87.
88. d = 1;
89. s = tf('s');
90. Vod_tf = ((+ko*d*gi*R*rl1-ki*d*gf*R*rl1+ko*d*R) + (+ko*d*gi*C1*R*rc1*rl1-ki*d*g
f*C1*R*rc1*rl1+ki*d*C1*R*rl1+ko*d*C1*R*rc1+ko*d*gi*C2*R*rc2*rl1-k
i*d*gf*C2*R*rc2*rl1+ko*d*C2*R*rc2+ko*d*gi*L1*R-ki*d*gf*L1*R)*s + (+ko*d*gi*C2*C
1*R*rc1*rc2*rl1-ki*d*gf*C2*C1*R*rc1*rc2*rl1+ki*d*C2*C1*R*rc2*rl1+ko*d*C2*C1*R*rc
2*rl1+ko*d*C2*C1*R*rc1*rc2+ko*d*gi*C1*L1*R*rc1-ki*d*gf*C1*L1*R*rc1+ki*d*C1*L
1*R+ko*d*C1*L1*R+ko*d*gi*C2*L1*R*rc2-ki*d*gf*C2*L1*R*rc2)*s^2 + (+ko*d*gi*C2*C
1*L1*R*rc1*rc2-ki*d*gf*C2*C1*L1*R*rc1*rc2+ki*d*C2*C1*L1*R*rc2+ko*d*C2*C1*L1*R*rc
2)*s^3)/((+go*gi*rl1*rl2+go*gi*R*rl1+gi*rl1+go*rl2+go*R+1) + (+go*gi*C1*rc1*rl
1*rl2+go*gi*C1*R*rc1*rl1+gi*C1*rl1*rl2+gi*C1*rc1*rl1+gi*C1*R*rl1+go*C1*rl1*rl2+g
o*C1*rc1*rl2+go*C1*R*rl1+go*C1*R*rc1+gf*C1*rl1*rl2+gf*C1*R*rl1+C1*rl2+C1*rl1+C
1*rc1+C1*R+go*gi*C2*rc2*rl1*rl2+go*gi*C2*R*rl1*rl2+go*gi*C2*R*rc2*rl1+gi*C2*rc
2*rl1+gi*C2*R*rl1+go*C2*rc2*rl2+go*C2*R*rl2+go*C2*R*rc2+C2*rc2+C2*R+go*gi*L2*rl
1+go*gi*L1*rl2+go*gi*L1*R+gi*L1+go*L2)*s + (+go*gi*C2*C1*rc1*rc2*rl1*rl2+go*gi*C
2*C1*R*rc1*rl1*rl2+go*gi*C2*C1*R*rc1*rc2*rl1+gi*C2*C1*rc2*rl1*rl2+gi*C2*C1*rc1*rc
2*rl1+gi*C2*C1*R*rl1*rl2+gi*C2*C1*R*rc2*rl1+gi*C2*C1*R*rc1*rl1+go*C2*C1*rc2*rl
1*rl2+go*C2*C1*rc1*rc2*rl2+go*C2*C1*R*rl1*rl2+go*C2*C1*R*rc2*rl1+go*C2*C1*R*rc
1*rl2+go*C2*C1*R*rc1*rc2+gf*C2*C1*rc2*rl1*rl2+gf*C2*C1*R*rl1*rl2+gf*C2*C1*R*rc
2*rl1+C2*C1*rc2*rl2+C2*C1*rc2*rl1+C2*C1*rc1*rc2+C2*C1*R*rl2+C2*C1*R*rl1+C2*C

```

Josep M. Valls


```

1*R*rc2+C2*C1*R*rc1+go*gi*C1*L2*rc1*rl1+go*gi*C1*L1*rc1*rl2+go*gi*C1*L1*R*rc1+g
i*C1*L2*rl1+gi*C1*L1*rl2+gi*C1*L1*rc1+gi*C1*L1*R+go*C1*L2*rl1+go*C1*L2*rc1+go*C
1*L1*rl2+go*C1*L1*R+gf*C1*L2*rl1+gf*C1*L1*rl2+gf*C1*L1*R+C1*L2+C1*L1+go*gi*C2*L
2*rc2*rl1+go*gi*C2*L2*R*rl1+go*gi*C2*L1*rc2*rl2+go*gi*C2*L1*R*rl2+go*gi*C2*L
1*R*rc2+gi*C2*L1*rc2+gi*C2*L1*R+go*C2*L2*rc2+go*C2*L2*R+go*gi*L1*L2)*s^2 + (g
o*gi*C2*C1*L2*rc1*rc2*rl1+go*gi*C2*C1*L2*R*rc1*rl1+go*gi*C2*C1*L1*rc1*rc2*rl2+g
o*gi*C2*C1*L1*R*rc1*rl2+go*gi*C2*C1*L1*R*rc1*rc2+gi*C2*C1*L2*rc2*rl1+gi*C2*C1*L
2*R*rl1+gi*C2*C1*L1*rc2*rl2+gi*C2*C1*L1*rc1*rc2+gi*C2*C1*L1*R*rl2+gi*C2*C1*L
1*R*rc2+gi*C2*C1*L1*R*rc1+go*C2*C1*L2*rc2*rl1+go*C2*C1*L2*rc1*rc2+go*C2*C1*L
2*R*rl1+go*C2*C1*L2*R*rc1+go*C2*C1*L1*rc2*rl2+go*C2*C1*L1*R*rl2+go*C2*C1*L1*R*rc
2+gf*C2*C1*L2*rc2*rl1+gf*C2*C1*L2*R*rl1+gf*C2*C1*L1*rc2*rl2+gf*C2*C1*L1*R*rl2+g
f*C2*C1*L1*R*rc2+C2*C1*L2*rc2+C2*C1*L2*R+C2*C1*L1*rc2+C2*C1*L1*R+go*gi*C1*L1*L
2*rc1+gi*C1*L1*L2+go*C1*L1*L2+gf*C1*L1*L2+go*gi*C2*L1*L2*rc2+go*gi*C2*L1*L
2*R)*s^3 + (go*gi*C2*C1*L1*L2*rc1*rc2+go*gi*C2*C1*L1*L2*R*rc1+gi*C2*C1*L1*L2*rc
2+gi*C2*C1*L1*L2*R+go*C2*C1*L1*L2*rc2+go*C2*C1*L1*L2*R+gf*C2*C1*L1*L2*rc2+gf*C
2*C1*L1*L2*R)*s^4)
91.
92. polos = pole(Vod_tf)
93. ceros = zero(Vod_tf)
94.
95. [mag, phase] = bode(Vod_tf,2*pi*f); % Use bode to determine mag and phase
96. subplot(2,1,1);
97. semilogx(f, 20*log10(abs(mag)), 'r');
98. title('CUK Duty-Cycle to Output-Voltage T.F. in CCM(blue) and DCM(red)');
99. ylabel('Magnitude [dBV]');
100. subplot(2,1,2);
101. semilogx(f, phase, 'r');
102. xlabel('Frequency [Hz]');
103. ylabel('Phase [deg]');
104. saveimage
105.
106. figure(2);
107.
108. disp('Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in Continuous Conduction Mode:');
109. fprintf('\r\n');
110.
111. E = 120;
112. fprintf(' E = %d V\n',E);
113. L1 = 500E-6;
114. fprintf('L1 = %d uH\n',L1*1e6);
115. L2 = 100E-6;
116. fprintf('L2 = %d uH\n',L2*1e6);
117. C1 = 47E-6;
118. fprintf('C1 = %d uF\n',C1*1e6);
119. C2 = 200E-6;
120. fprintf('C2 = %d uF\n',C2*1e6);
121. R = 40;
122. fprintf(' R = %d Ohm\n',R);
123. D = 0.4;
124. fprintf(' D = %2.1f\n',D);
125. rl1 = 0.1;
126. fprintf('rl1 = %3.2f Ohm\n',rl1);
127. rl2 = 0.02;
128. fprintf('rl2 = %3.2f Ohm\n',rl2);
129. rc1 = 0;
130. fprintf('rc1 = %3.2f Ohm\n',rc1);
131. rc2 = 0;
132. fprintf('rc2 = %3.2f Ohm\n',rc2);
133.
134. Vo = D/(1-D)*E;
135. Io = Vo/R;
136. Ii = D/(1-D) * Io;
137. rpo = D^2/(1-D)^2 * (rl1 + (1-D) * rc1) + (rl2 + D * rc1);
138. Vo = Vo - rpo * Io;
139. SV = E+Vo;

```

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

```

140. SI = Ii+Io;
141. fprintf(' Vo = %3.2f V\n',Vo);
142. fprintf(' Ii = %3.2f A\n',Ii);
143. fprintf(' Io = %3.2f A\n',Io);
144. fprintf('rpo = %3.2f Ohm\n',rpo);
145.
146. e = 1;
147. s = tf('s');
148. Voe_tf = ((-e*D*D*R+e*D*R) + (-e*D*D*C1*R*rc1+e*D*C1*R*rc1-e*D*D*C2*R*rc2+e*D*C
2*R*rc2)*s + (-e*D*D*C2*C1*R*rc1*rc2+e*D*C2*C1*R*rc1*rc2)*s^2)/((+D*D*rl
2+D*D*R+D*D*rl1-D*rl2-D*R-D*rl2-D*R+rl2+R) + (+D*D*C1*rc1*rl2+D*D*C1*R*rc1+D*D*C
1*rc1*rl1-D*C1*rc1*rl2-D*C1*R*rc1-D*C1*rc1*rl2-D*C1*R*rc1+C1*rl1*rl2+C1*rc1*rl
2+C1*R*rl1+C1*R*rc1+D*D*C2*rc2*rl2+D*D*C2*R*rl2+D*D*C2*R*rc2+D*D*C2*rc2*rl
1+D*D*C2*R*rl1-D*C2*rc2*rl2-D*C2*R*rl2-D*C2*R*rc2-D*C2*rc2*rl2-D*C2*R*rl2-D*C
2*R*rc2+C2*rc2*rl2+C2*R*rl2+C2*R*rc2+D*D*L2+D*D*L1-D*L2-D*L2+L2)*s + (+D*D*C2*C
1*rc1*rc2*rl2+D*D*C2*C1*R*rc1*rl2+D*D*C2*C1*R*rc1*rc2+D*D*C2*C1*rc1*rc2*rl
1+D*D*C2*C1*R*rc1*rl1-D*C2*C1*rc1*rc2*rl2-D*C2*C1*R*rc1*rl2-D*C2*C1*R*rc1*rc2-
D*C2*C1*rc1*rc2*rl2-D*C2*C1*R*rc1*rl2-D*C2*C1*R*rc1*rc2+C2*C1*rc2*rl1*rl2+C2*C
1*rc1*rc2*rl2+C2*C1*R*rl1*rl2+C2*C1*R*rc2*rl1+C2*C1*R*rc1*rl2+C2*C1*R*rc1*rc
2+D*D*C1*L2*rc1+D*D*C1*L1*rc1-D*C1*L2*rc1-D*C1*L2*rc1+C1*L2*rl1+C1*L2*rc1+C1*L
1*rl2+C1*L1*R+D*D*C2*L2*rc2+D*D*C2*L2*R+D*D*C2*L1*rc2+D*D*C2*L1*R-D*C2*L2*rc2-
D*C2*L2*R-D*C2*L2*rc2-D*C2*L2*R+C2*L2*rc2+C2*L2*R)*s^2 + (+D*D*C2*C1*L2*rc1*rc
2+D*D*C2*C1*L2*R*rc1+D*D*C2*C1*L1*rc1*rc2+D*D*C2*C1*L1*R*rc1-D*C2*C1*L2*rc1*rc2-
D*C2*C1*L2*R*rc1-D*C2*C1*L2*rc1*rc2-D*C2*C1*L2*R*rc1+C2*C1*L2*rc2*rl1+C2*C1*L2*
rc1*rc2+C2*C1*L2*R*rl1+C2*C1*L2*R*rc1+C2*C1*L1*rc2*rl2+C2*C1*L1*R*rl2+C2*C1*L
1*R*rc2+C1*L1*L2)*s^3 + (+C2*C1*L1*L2*rc2+C2*C1*L1*L2*R)*s^4)
149.
150. polos = pole(Voe_tf)
151. ceros = zero(Voe_tf)
152.
153. f = logspace(1, 5, 200); % 200 pt f vector from 100 Hz (10^2) to 10kHz (10^5)
154. [mag, phase] = bode(Voe_tf,2*pi*f); % Use bode to determine mag and phase
155. subplot(2,1,1);
156. semilogx(f, 20*log10(abs(mag)), 'b');
157. title('CUK Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in CCM(blue)');
158. ylabel('Magnitude [dBV]');
159. subplot(2,1,2);
160. semilogx(f, phase, 'b');
161. xlabel('Frequency [Hz]');
162. ylabel('Phase [deg]');
163. %safeimage
164.
165. set (findobj(gcf, "type", "axes"), "nextplot", "add")
166.
167. fprintf('\r\n');
168. disp('Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in Discontinuous Conduction Mode:');
169. fprintf('\r\n');
170.
171. fs = 100e3;
172. fprintf(' Fsw = %d kHz\n',fs/1000);
173. R = 50;
174. fprintf(' R = %d Ohm\n',R);
175.
176. u = sqrt(R*D^2/(2*L1*L2/(L1+L2)*fs));
177. Vo = u * E;
178. SV = E+Vo;
179. Io = Vo/R;
180. Ii = u * Io;
181. SI = Ii+Io;
182. fprintf(' Vo = %3.2f V\n',Vo);
183. fprintf(' Ii = %3.2f A\n',Ii);
184. fprintf(' Io = %3.2f A\n',Io);
185.
186. gi = u^2/R;
187. gf = 2*u/R;

```

Josep M. Valls

```

188. go = 1/R;
189. ki = 2*u*Vo/(D*R);
190. ko = 2*Vo/(D*R);
191.
192. e = 1;
193. s = tf('s');
194. Voe_tf = ((e*gf*R) + (e*gf*C1*R*rc1-e*C1*R+e*gf*C2*R*rc2)*s + (e*gf*C2*C1*R*rc1*rc2-e*C2*C1*R*rc2)*s^2)/((+go*gi*rl1*rl2+go*gi*R*rl1+gi*rl1+go*rl2+go*R+1) +
(+go*gi*C1*rc1*rl1*rl2+go*gi*C1*R*rc1*rl1+gi*C1*rl1*rl2+gi*C1*rc1*rl1+gi*C1*R*rl1+go*C1*rl1*rl2+go*C1*rc1*rl2+go*C1*R*rl1+go*C1*rc1+gf*C1*rl1*rl2+gf*C1*R*rl1+
C1*rl2+C1*rl1+C1*rc1+C1*R+go*gi*C2*rc2*rl1*rl2+go*gi*C2*R*rl1*rl2+go*gi*C2*R*rc2*rl1+gi*C2*rc2*rl1+gi*C2*R*rl1+go*C2*rc2*rl2+go*C2*R*rl2+go*C2*R*rc2+C2*rc2+C
2*R+go*gi*L2*rl1+go*gi*L1*rl2+go*gi*L1*R+gi*L1+go*L2)*s + (+go*gi*C2*C1*rc1*rc2*rl1*rl2+go*gi*C2*C1*R*rc1*rc2*rl1+gi*C2*C1*rc2*rl1*rl2+gi*C2*C1*rc1*rc2*rl1+gi*C2*C1*R*rl1*rl2+gi*C2*C1*R*rc1*rc2*rl1+gi*C2*C1*R*rc1*rc2*rl1+go*C2*C1*rc2*rl1*rl2+go*C2*C1*R*rl1*rl2+go*C2*C1*R*rc2*rl1+go*C2*C1*R*rc1*rc2+gf*C2*C1*rc2*rl1*rl2+gf*C2*C1*R*rl1*rl2+gf*C2*C1*R*rc2*rl1+C2*C1*rc2*rl2+C2*C1*rc2*rl1+C2*C1*rc1*rc2+C2*C1*R*rl2+C2*C1*R*rl1+C2*C1*R*rc2+C2*C1*R*rc1+go*gi*C1*L2*rc1*rl1+go*gi*C1*L1*rc1*rl2+go*gi*C1*L1*R*rc1+gi*C1*L2*rl1+gi*C1*L1*rc1+gi*C1*L1*R+go*C1*L2*rl1+go*C1*L2*rc1+go*C1*L1*rl2+go*C1*L1*R+gf*C1*L2*rl1+gf*C1*L1*rl2+gf*C1*L1*R+C1*L2+C1*L1+go*gi*C2*L2*rc2*rl1+go*gi*C2*L2*R*rl1+go*gi*C2*L1*rc2*rl2+go*gi*C2*L1*R*rl2+go*gi*C2*L1*R*rc2+gi*C2*L1*rc2+gi*C2*L1*R+go*C2*L2*rc2+go*C2*L2*R+go*gi*L1*L2)*s^2 + (+go*gi*C2*C1*L2*rc1*rc2*rl1+go*gi*C2*C1*L2*R*rc1*rl1+go*gi*C2*C1*L1*rc2*rl2+go*gi*C2*C1*L1*R*rc1*rc2+gi*C2*C1*L2*rc2*rl1+gi*C2*C1*L2*R*rl1+gi*C2*C1*L1*rc2*rl2+gi*C2*C1*L1*rc1*rc2+gi*C2*C1*L1*R*rl2+gi*C2*C1*L1*R*rc2+gi*C2*C1*L1*R*rc1+go*C2*C1*L2*rc2*rl1+go*C2*C1*L2*rc1*rc2+go*C2*C1*L2*R*rl1+go*C2*C1*L2*R*rc1+go*C2*C1*L1*rc2*rl2+go*C2*C1*L1*R*rl2+go*C2*C1*L1*R*rc2+gf*C2*C1*L2*rc2*rl1+gf*C2*C1*L2*R*rl1+gf*C2*C1*L1*rc2*rl2+gf*C2*C1*L1*R*rl2+gf*C2*C1*L1*R*rc2+C2*C1*L1*R*rc2+C2*C1*L2*rc2+C2*C1*L2*R+C2*C1*L1*rc2+C2*C1*L1*R+go*gi*C1*L1*L2*rc1+gi*C1*L1*L2+go*C1*L1*L2+gf*C1*L1*L2+go*gi*C2*L1*L2*rc2+go*gi*C2*L1*L2*R)*s^3 + (+go*gi*C2*C1*L1*L2*rc1*rc2+go*gi*C2*C1*L1*L2*R*rc1+gi*C2*C1*L1*L2*rc2+gi*C2*C1*L1*L2*R+go*C2*C1*L1*L2*rc2+go*C2*C1*L1*L2*R+gf*C2*C1*L1*L2*rc2+gf*C2*C1*L1*L2*R)*s^4)
195.
196. polos = pole(Voe_tf)
197. ceros = zero(Voe_tf)
198.
199. %bode(V2d)
200. [mag, phase] = bode(Voe_tf,2*pi*f); % Use bode to determine mag and phase
201. subplot(2,1,1);
202. semilogx(f, 20*log10(abs(mag)),'r');
203. title('CUK Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in CCM(blue) and DCM(red)');
204. ylabel('Magnitude [dBV]');
205. subplot(2,1,2);
206. semilogx(f, phase,'r');
207. xlabel('Frequency [Hz]');
208. ylabel('Phase [deg]');
209. safeimage

```

Resultado al ejecutar el código:

Duty-Cycle to Output-Voltage T.F. in Continuous Conduction Mode:

```

E = 120 V
L1 = 500 uH
L2 = 100 uH
C1 = 47 uF
C2 = 200 uF
R = 40 Ohm
D = 0.4
r11 = 0.10 Ohm
r12 = 0.02 Ohm
rc1 = 0.00 Ohm
rc2 = 0.00 Ohm
Vo = 79.87 V
Ii = 1.33 A
Io = 2.00 A
rpo = 0.06 Ohm

```

Transfer function 'Vod_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{0.0001879 s^2 + 0.01091 s + 4792}{1.88e-14 s^4 + 9.87e-12 s^3 + 1.87e-06 s^2 + 0.0004897 s + 14.42}$$

Continuous-time model.

```

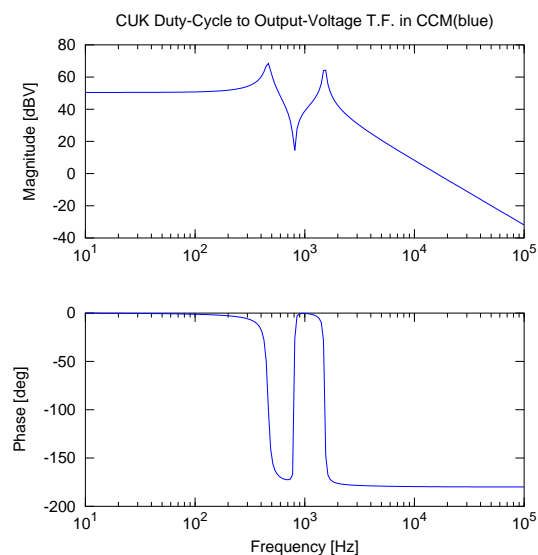
polos =
-131.5 + 9535.7i
-131.5 - 9535.7i
-131.0 + 2901.4i
-131.0 - 2901.4i

```

```

ceros =
-29.0 + 5050.0i
-29.0 - 5050.0i

```



Josep M. Valls

Duty-Cycle to Output-Voltage T.F. in Discontinuous Conduction Mode:

Fsw = 100 kHz
 R = 50 Ohm
 Vo = 83.14 V
 Ii = 1.15 A
 Io = 1.66 A

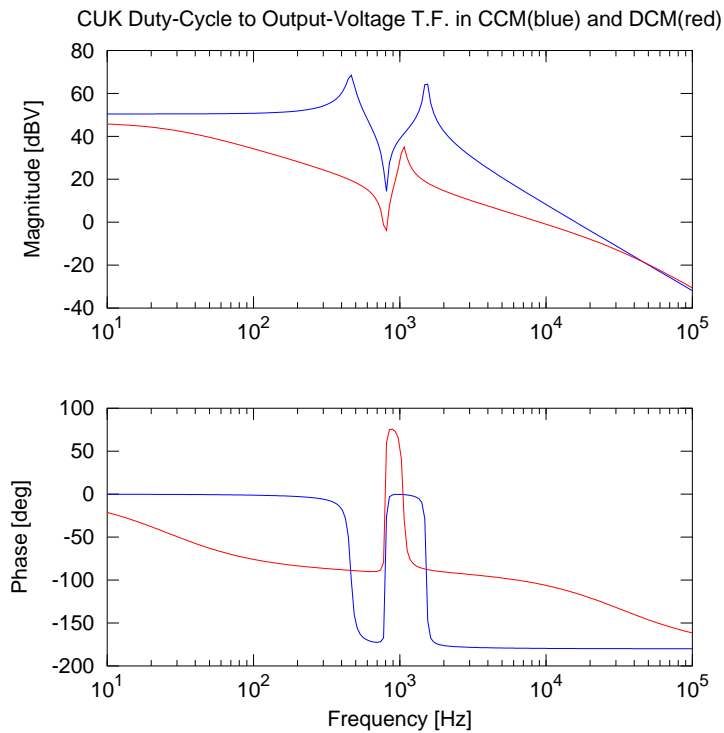
Transfer function 'Vod_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{1.654e-05 s^2 + 0.001312 s + 415.3}{1.347e-15 s^4 + 2.828e-10 s^3 + 2.201e-07 s^2 + 0.01239 s + 2.002}$$

Continuous-time model.

polos =
 -2.0938e+05 + 0.0000e+00i
 -2.0441e+02 + 6.6189e+03i
 -2.0441e+02 - 6.6189e+03i
 -1.6192e+02 + 0.0000e+00i

ceros =
 -39.7 + 5011.2i
 -39.7 - 5011.2i



Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in Continuous Conduction Mode:

```

E = 120 V
L1 = 500 uH
L2 = 100 uH
C1 = 47 uF
C2 = 200 uF
R = 40 Ohm
D = 0.4
r11 = 0.10 Ohm
r12 = 0.02 Ohm
rc1 = 0.00 Ohm
rc2 = 0.00 Ohm
Vo = 79.87 V
Ii = 1.33 A
Io = 2.00 A
rpo = 0.06 Ohm

```

Transfer function 'Vod_tf' from input 'u1' to output ...

```

          9.6
y1: -----
    1.88e-14 s^4 + 9.87e-12 s^3 + 1.87e-06 s^2 + 0.0004897 s + 14.42

```

Continuous-time model.

```

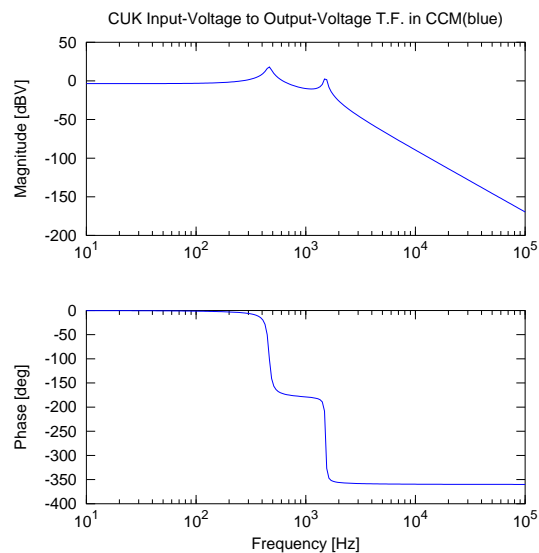
polos =
  -131.5 + 9535.7i
  -131.5 - 9535.7i
  -131.0 + 2901.4i
  -131.0 - 2901.4i

```

```

ceros = [] (0x0)

```



Josep M. Valls

Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in Discontinuous Conduction Mode:

Fsw = 100 kHz
 R = 50 Ohm
 Vo = 83.14 V
 Ii = 1.15 A
 Io = 1.66 A

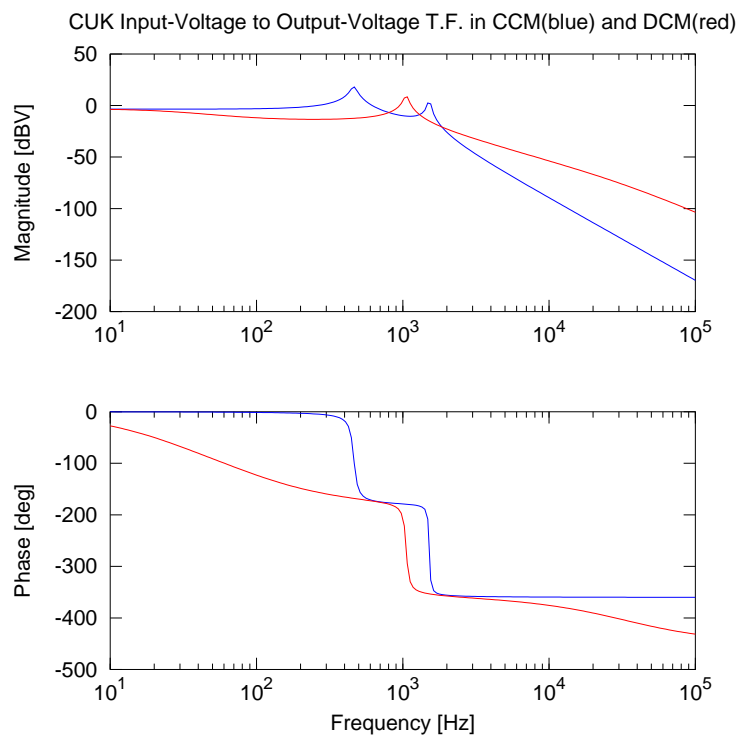
Transfer function 'Vod_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{-0.00235 s + 1.386}{1.347e-15 s^4 + 2.828e-10 s^3 + 2.201e-07 s^2 + 0.01239 s + 2.002}$$

Continuous-time model.

polos =
 -2.0938e+05 + 0.0000e+00i
 -2.0441e+02 + 6.6189e+03i
 -2.0441e+02 - 6.6189e+03i
 -1.6192e+02 + 0.0000e+00i

ceros = 589.63



Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

B.1.15. Funciones de Transferencia Zeta

Este código fue subido a la plataforma OctaveRS el 7 de Septiembre de 2015.

A continuación se coloca el enlace al código:

<http://cursosing.net/octavers/codigos/listing/546-control-transfer-functions-on-zeta-dc-dc-converter-with-loss-resistances>

Josep M. Valls

OctaveRs

Publicación rápida de códigos en GNU Octave o R - Share computational solutions with GNU Octave or R
(statistical package)
(/octavers/)

Códigos (/octavers/codigos)

GNU Octave (/octavers/gnuoctave)

R (/octavers/r)

Ingresar (/octavers/ingresar)


Acerca de (/octavers/)


Control Transfer Functions on Zeta DC-DC Converter with loss resistances


Por Josep M. Valls Marti

 BODE  Zeta  DUTY-CYCLE

Detalles

 Creado el 07 Septiembre 2015

 Última modificación el 09 Septiembre 2015

 43 vistas

Control Transfer Functions on Zeta DC-DC Converter with loss resistances

Ekrem Cengelci (see references below) summarizes ^{**}Combining PWM switch models with linear circuit analysis software and math software creates a fully computer based approach to obtaining and analyzing the transfer functions of DC-DC converters.^{**} This is the method employed on the next GNU Octave code..

There are two Transfer Functions (TFs) needed to analyze switching DC-DC converters in control voltage mode: The duty-cycle to output-voltage and the input-voltage to output-voltage (line to output). To obtain these TFs a small-signal analysis is required. Both analysis are different in the case of Continuous Conduction Mode (CCM) and either in the Discontinuous Conduction Mode (DCM) analysis.

When the analysis includes the loss resistances, the number of parameters increases exponentially, making it impractical for classical state-space average model and nodal-loop analysis techniques.

Moreover, these circuits are bilinear (non-linear) and is necessary to linearize the equations at a DC operating-point (approximate linearization). Dr. Vorperian describes a PWM switch model that includes all non-linear parts of the DC-DC switching converters. This model can be linearized and replaced on

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

the switching schematic allowing a linear circuit.

Linear analysis is based on SAPWIN program. Output is translated into Matlab/Octave code. To validate the method, values from an example of Erickson are applied (pag. 430 & pag. 827 - [EM01]).

Erickson values:

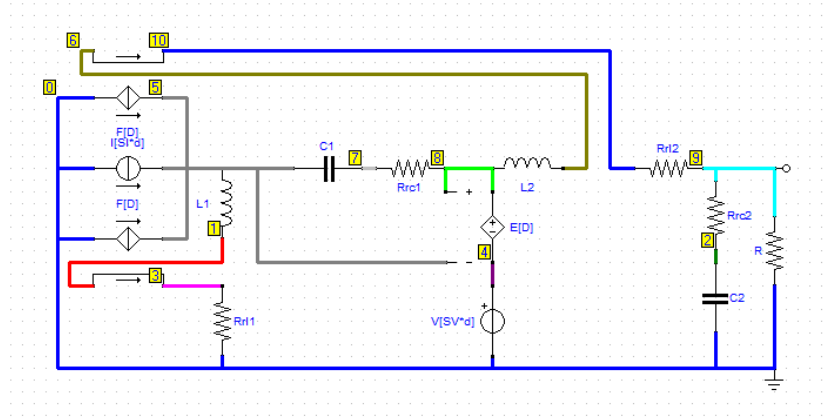
Common values for CCM and DCM:

$$\begin{aligned} E &= 120V \\ D &= 0,4 \\ L_1 &= 500\mu H \\ C_1 &= 47\mu F \\ L_2 &= 100\mu H \\ C_2 &= 200\mu F \\ r_{L_1} &= 0,1\Omega \\ r_{L_2} &= 0,02\Omega \\ r_{C_1} &= 0\Omega \\ r_{C_2} &= 0\Omega \end{aligned}$$

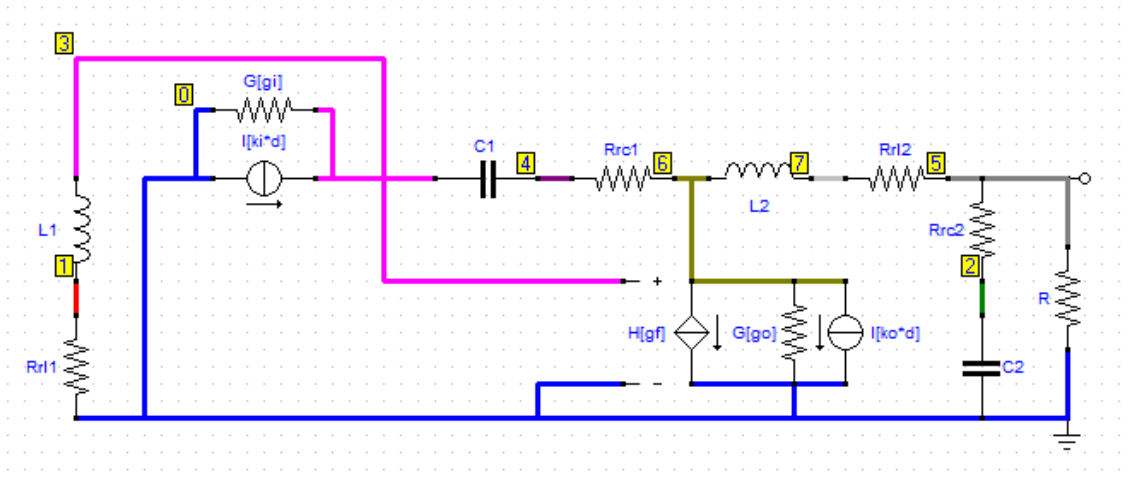
CCM is provided with $R = 40\Omega$ and DCM requires $R = 50\Omega$. Another data needed to calculate DCM parameters is switch frequency $F_s = 100kHz$.

Circuit schematics

Duty-cycle to Output-voltage Transfer function in CCM:

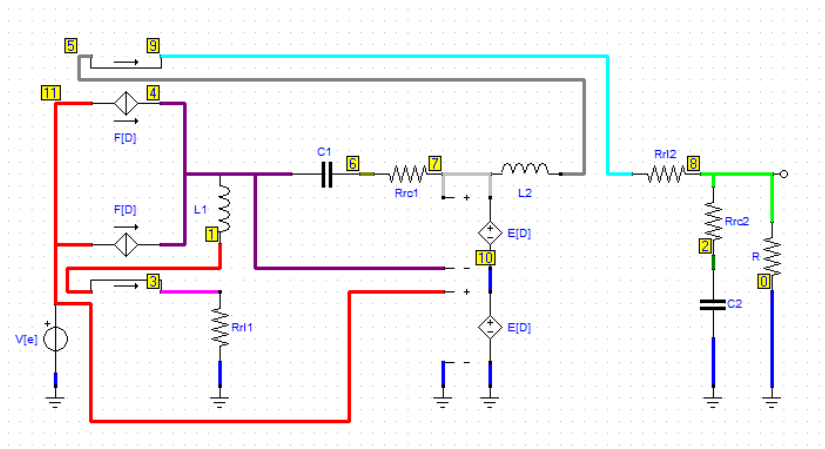


Duty-cycle to Output-voltage Transfer function in DCM:

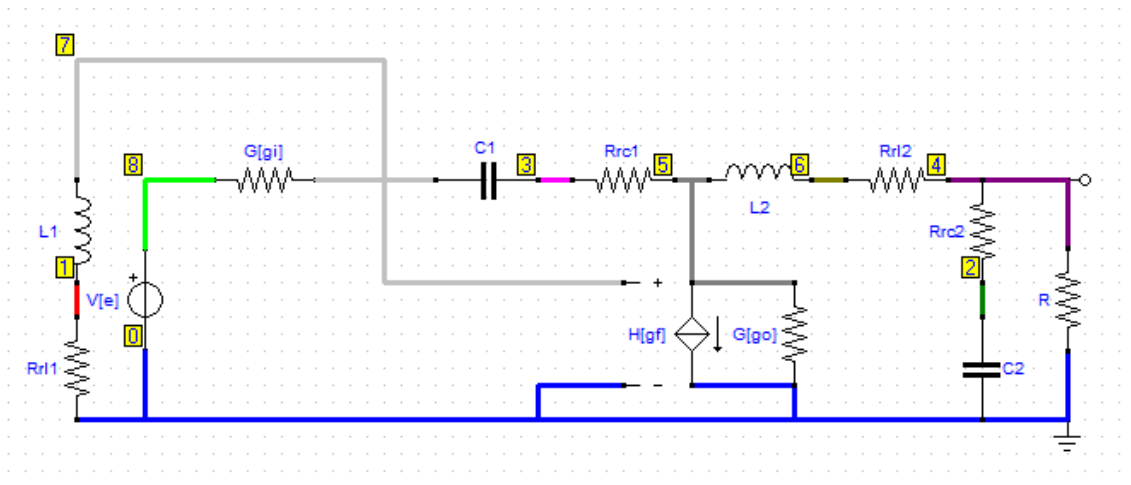


Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

Input-Voltage to Output-voltage Transfer function in CCM:



Input-Voltage to Output-voltage Transfer function in DCM:



Josep M. Valls

References:

[EC08] Ekrem Cengelci "Software Makes Transfer Functions More Manageable", Power Electronics Technology, June 2008,

<http://powerelectronics.com/power-management/software-makes-transfer-functions-more-manageable>

[VOR02] Vatché Vorpérian "Fast Analytical Techniques for ELECTRICAL and ELECTRONIC CIRCUITS" , Cambridge University Press, 2002

[EM01] R. W. Erickson and D. Maksimovic. "Fundamentals of Power Electronics". Kluwer Academic Publishers, second edition edition, 2001.

[SAPWIN] SAPWIN - "Symbilic Analysis Program for Windows" , University of Florence, Department of Electronics and Telecommunications Engineering,

<http://cirlab.det.unifi.it/Sapwin/>

You can download the schematics for SAPWIN, the translate program SimplifySAPWIN and BATCH files of this example in this link:Zeta files

(<http://cursosing.net/octavers/media/files/BaseZeta.rar>)

Código GNU Octave

```

1. set (0, "defaultlinelength", 1.0, "defaulttextfontname", "Helvetica", "default
    taxesfontname", "Helvetica", "defaulttaxesfontsize", 8.0);
2. pkg load control;
3.
4. disp('Duty-Cycle to Output-Voltage T.F. in Continuous Conduction Mode:');
5. fprintf('\r\n');
6.
7. E = 120;
8. fprintf(' E = %d V\n',E);
9. L1 = 500E-6;
10. fprintf('L1 = %d uH\n',L1*1e6);
11. L2 = 100E-6;
12. fprintf('L2 = %d uH\n',L2*1e6);
13. C1 = 47E-6;
14. fprintf('C1 = %d uF\n',C1*1e6);
15. C2 = 200E-6;
16. fprintf('C2 = %d uF\n',C2*1e6);
17. R = 40;
18. fprintf(' R = %d Ohm\n',R);
19. D = 0.4;
20. fprintf(' D = %2.1f\n',D);
21. rl1 = 0.1;
22. fprintf('rl1 = %3.2f Ohm\n',rl1);
23. rl2 = 0.02;
24. fprintf('rl2 = %3.2f Ohm\n',rl2);
25. rc1 = 0;
26. fprintf('rc1 = %3.2f Ohm\n',rc1);
27. rc2 = 0;
28. fprintf('rc2 = %3.2f Ohm\n',rc2);
29.
30. Vo = D/(1-D)*E;
31. Io = Vo/R;
32. Ii = D/(1-D) * Io;
33. rpo = D^2/(1-D)^2 * (rl1 + (1-D) * rc1) + (rl2 + D * rc1);
34. Vo = Vo - rpo * Io;
35. SV = E+Vo;
36. SI = Ii+Io;
37. fprintf(' Vo = %3.2f V\n',Vo);
38. fprintf(' Ii = %3.2f A\n',Ii);
39. fprintf(' Io = %3.2f A\n',Io);
40. fprintf('rpo = %3.2f Ohm\n',rpo);
41.
42. d = 1;
43. s = tf('s');
44. Vod_tf = ((-SI*d*D*R*rl1-SV*d*D*R+SV*d*R) + (-SI*d*D*C1*R*rc1*rl1-SV*d*D*C1*R*rc
    1+SV*d*C1*R*rl1+SV*d*C1*R*rc1-SI*d*D*C2*R*rc2*rl1-SV*d*D*C2*R*rc2+SV*d*C2*R*rc2-
    SI*d*D*L1*R)*s + (-SI*d*D*C2*C1*R*rc1*rc2*rl1-SV*d*D*C2*C1*R*rc1*rc2+SV*d*C2*C
    1*R*rc2*rl1+SV*d*C2*C1*R*rc1*rc2-SI*d*D*C1*L1*R*rc1+SV*d*C1*L1*R-SI*d*D*C2*L
    1*R*rc2)*s^2 + (-SI*d*D*C2*C1*L1*R*rc1*rc2+SV*d*C2*C1*L1*R*rc2)*s^3)/((+D*rl
    1+D*D*rl2+D*D*R-D*rl2-D*R-D*rl2-D*R+rl2+R) + (+D*D*C1*rc1*rl1+D*D*C1*rc1*rl
    2+D*D*C1*R*rc1-D*C1*rc1*rl2-D*C1*R*rc1-D*C1*rc1*rl2-D*C1*R*rc1+C1*rl1*rl2+C1*rc
    1*rl2+C1*R*rl1+C1*R*rc1+D*D*C2*rc2*rl1+D*D*C2*R*rl1+D*D*C2*rc2*rl2+D*D*C2*R*rl
    2+D*D*C2*R*rc2-D*C2*rc2*rl2-D*C2*R*rl2-D*C2*R*rc2-D*C2*rc2*rl2-D*C2*R*rl2-D*C
    2*R*rc2+C2*rc2*rl2+C2*R*rl2+C2*R*rc2+D*D*L1+D*D*L2-D*L2-D*L2+L2)*s + (+D*D*C2*C
    1*rc1*rc2*rl1+D*D*C2*C1*R*rc1*rl1+D*D*C2*C1*rc1*rc2*rl2+D*D*C2*C1*R*rc1*rl
    2+D*D*C2*C1*R*rc1*rc2-D*C2*C1*rc1*rc2*rl2-D*C2*C1*R*rc1*rl2-D*C2*C1*R*rc1*rc2-
    D*C2*C1*rc1*rc2*rl2-D*C2*C1*R*rc1*rl2-D*C2*C1*R*rc1*rc2+C2*C1*rc2*rl1*rl2+C2*C
    1*rc1*rc2*rl2+C2*C1*R*rl1*rl2+C2*C1*R*rc2*rl1+C2*C1*R*rc1*rl2+C2*C1*R*rc1*rc
    2+D*D*C1*L1*rc1+D*D*C1*L2*rc1-D*C1*L2*rc1-D*C1*L2*rc1+C1*L2*rl1+C1*L2*rc1+C1*L
    1*rl2+C1*L1*R+D*D*C2*L1*rc2+D*D*C2*L1*R+D*D*C2*L2*rc2+D*D*C2*L2*R-D*C2*L2*rc2-
    D*C2*L2*R-D*C2*L2*rc2-D*C2*L2*R+C2*L2*rc2+C2*L2*R)*s^2 + (+D*D*C2*C1*L1*rc1*rc
    2+D*D*C2*C1*L1*R*rc1+D*D*C2*C1*L2*rc1*rc2+D*D*C2*C1*L2*R*rc1-D*C2*C1*L2*rc1*rc2-
    D*C2*C1*L2*R*rc1-D*C2*C1*L2*rc1*rc2-D*C2*C1*L2*R*rc1+C2*C1*L2*rc2*rl1+C2*C1*L2*R

```

Josep M. Valls

```

c1*rc2+C2*C1*L2*R*rl1+C2*C1*L2*R*rc1+C2*C1*L1*rc2*rl2+C2*C1*L1*R*rl2+C2*C1*L
1*R*rc2+C1*L1*L2)*s^3 + (C2*C1*L1*L2*rc2+C2*C1*L1*L2*R)*s^4)
45.
46. polos = pole(Vod_tf)
47. ceros = zero(Vod_tf)
48.
49. f = logspace(1, 5, 200); % 200 pt f vector from 100 Hz (10^2) to 10kHz (10^5)
50. [mag, phase] = bode(Vod_tf,2*pi*f); % Use bode to determine mag and phase
51. subplot(2,1,1);
52. semilogx(f, 20*log10(abs(mag)),'b');
53. title('Zeta Duty-Cycle to Output-Voltage T.F. in CCM(blue)');
54. ylabel('Magnitude [dBV]');
55. subplot(2,1,2);
56. semilogx(f, phase,'b');
57. xlabel('Frequency [Hz]');
58. ylabel('Phase [deg]');
59. %safeimage
60.
61. set (findobj(gcf, "type", "axes"), "nextplot", "add")
62.
63. fprintf('\r\n');
64. disp('Duty-Cycle to Output-Voltage T.F. in Discontinuous Conduction Mode:');
65. fprintf('\r\n');
66.
67. fs = 100e3;
68. fprintf(' Fsw = %d kHz\n',fs/1000);
69. R = 50;
70. fprintf(' R = %d Ohm\n',R);
71.
72. u = sqrt(R*D^2/(2*L1*L2/(L1+L2)*fs));
73. Vo = u * E;
74. SV = E+Vo;
75. Io = Vo/R;
76. Ii = u * Io;
77. SI = Ii+Io;
78. fprintf(' Vo = %3.2f V\n',Vo);
79. fprintf(' Ii = %3.2f A\n',Ii);
80. fprintf(' Io = %3.2f A\n',Io);
81.
82. gi = u^2/R;
83. gf = 2*u/R;
84. go = 1/R;
85. ki = 2*u*Vo/(D*R);
86. ko = 2*Vo/(D*R);
87.
88. d = 1;
89. s = tf('s');
90. Vod_tf = ((-ko*d*gi*R*rl1-ki*d*gf*R*rl1-ko*d*R) + (-ko*d*gi*C1*R*rc1*rl1-ki*d*g
f*C1*R*rc1*rl1+ki*d*C1*R*rl1-ko*d*C1*R*rl1-ko*d*C1*R*rc1-ko*d*gi*C2*R*rc2*rl1-k
i*d*gf*C2*R*rc2*rl1-ko*d*C2*R*rc2-ko*d*gi*L1*R-ki*d*gf*L1*R)*s + (-ko*d*gi*C2*C
1*R*rc1*rc2*rl1-ki*d*gf*C2*C1*R*rc1*rc2*rl1+ki*d*C2*C1*R*rc2*rl1-ko*d*C2*C1*R*rc
2*rl1-ko*d*C2*C1*R*rc1*rc2-ko*d*gi*C1*L1*R*rc1-ki*d*gf*C1*L1*R*rc1+ki*d*C1*L1*Rko
d*C1*L1*R-ko*d*gi*C2*L1*R*rc2-ki*d*gf*C2*L1*R*rc2)*s^2 + (-ko*d*gi*C2*C1*L
1*R*rc1*rc2-ki*d*gf*C2*C1*L1*R*rc1*rc2+ki*d*C2*C1*L1*R*rc2-ko*d*C2*C1*L1*R*rc
2)*s^3)/((+go*gi*rl1*rl2+go*gi*R*rl1+gi*rl1+go*rl2+go*R+1) + (+go*gi*C1*rc1*rl
1*rl2+go*gi*C1*R*rc1*rl1+gi*C1*rl1*rl2+gi*C1*rc1*rl1+gi*C1*R*rl1+go*C1*rl1*rl2+g
o*C1*rc1*rl2+go*C1*R*rl1+go*C1*R*rc1+gf*C1*rl1*rl2+gf*C1*R*rl1+C1*rl2+C1*rl1+C
1*rc1+C1*R+go*gi*C2*rc2*rl1*rl2+go*gi*C2*R*rl1*rl2+go*gi*C2*R*rc2*rl1+gi*C2*rc
2*rl1+gi*C2*R*rl1+go*C2*rc2*rl2+go*C2*R*rl2+go*C2*R*rc2+C2*rc2+C2*R+go*gi*L2*rl
1+go*gi*L1*rl2+go*gi*L1*R+gi*L1+go*L2)*s + (+go*gi*C2*C1*rc1*rc2*rl1*rl2+go*gi*C
2*C1*R*rc1*rl1*rl2+go*gi*C2*C1*R*rc1*rc2*rl1+gi*C2*C1*rc2*rl1*rl2+gi*C2*C1*rc1*rc
2*rl1+gi*C2*C1*R*rl1*rl2+gi*C2*C1*R*rc2*rl1+gi*C2*C1*R*rc1*rl1+go*C2*C1*rc2*rl
1*rl2+go*C2*C1*rc1*rc2*rl2+go*C2*C1*R*rl1*rl2+go*C2*C1*R*rc2*rl1+go*C2*C1*R*rc
1*rl2+go*C2*C1*R*rc1*rc2+gf*C2*C1*rc2*rl1*rl2+gf*C2*C1*R*rl1*rl2+gf*C2*C1*R*rc
2*rl1+C2*C1*rc2*rl2+C2*C1*rc2*rl1+C2*C1*rc1*rc2+C2*C1*R*rl2+C2*C1*R*rl1+C2*C

```

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

```

1*R*rc2+C2*C1*R*rc1+go*gi*C1*L2*rc1*rl1+go*gi*C1*L1*rc1*rl2+go*gi*C1*L1*R*rc1+g
i*C1*L2*rl1+gi*C1*L1*rl2+gi*C1*L1*rc1+gi*C1*L1*R+go*C1*L2*rl1+go*C1*L2*rc1+go*C
1*L1*rl2+go*C1*L1*R+gf*C1*L2*rl1+gf*C1*L1*rl2+gf*C1*L1*R+C1*L2+C1*L1+go*gi*C2*L
2*rc2*rl1+go*gi*C2*L2*R*rl1+go*gi*C2*L1*rc2*rl2+go*gi*C2*L1*R*rl2+go*gi*C2*L
1*R*rc2+gi*C2*L1*rc2+gi*C2*L1*R+go*C2*L2*rc2+go*C2*L2*R+go*gi*L1*L2)*s^2 + (g
o*gi*C2*C1*L2*rc1*rc2*rl1+go*gi*C2*C1*L2*R*rc1*rl1+go*gi*C2*C1*L1*rc1*rc2*rl2+g
o*gi*C2*C1*L1*R*rc1*rl2+go*gi*C2*C1*L1*R*rc1*rc2+gi*C2*C1*L2*rc2*rl1+gi*C2*C1*L
2*R*rl1+gi*C2*C1*L1*rc2*rl2+gi*C2*C1*L1*rc1*rc2+gi*C2*C1*L1*R*rl2+gi*C2*C1*L
1*R*rc2+gi*C2*C1*L1*R*rc1+go*C2*C1*L2*rc2*rl1+go*C2*C1*L2*rc1*rc2+go*C2*C1*L
2*R*rl1+go*C2*C1*L2*R*rc1+go*C2*C1*L1*rc2*rl2+go*C2*C1*L1*R*rl2+go*C2*C1*L1*R*rc
2+gf*C2*C1*L2*rc2*rl1+gf*C2*C1*L2*R*rl1+gf*C2*C1*L1*rc2*rl2+gf*C2*C1*L1*R*rl2+g
f*C2*C1*L1*R*rc2+C2*C1*L2*rc2+C2*C1*L2*R+C2*C1*L1*rc2+C2*C1*L1*R+go*gi*C1*L1*L
2*rc1+gi*C1*L1*L2+go*C1*L1*L2+gf*C1*L1*L2+go*gi*C2*L1*L2*rc2+go*gi*C2*L1*L
2*R)*s^3 + (go*gi*C2*C1*L1*L2*rc1*rc2+go*gi*C2*C1*L1*L2*R*rc1+gi*C2*C1*L1*L2*rc
2+gi*C2*C1*L1*L2*R+go*C2*C1*L1*L2*rc2+go*C2*C1*L1*L2*R+gf*C2*C1*L1*L2*rc2+gf*C
2*C1*L1*L2*R)*s^4)
91.
92. polos = pole(Vod_tf)
93. ceros = zero(Vod_tf)
94.
95. [mag, phase] = bode(Vod_tf,2*pi*f); % Use bode to determine mag and phase
96. subplot(2,1,1);
97. semilogx(f, 20*log10(abs(mag)), 'r');
98. title('Zeta Duty-Cycle to Output-Voltage T.F. in CCM(blue) and DCM(red)');
99. ylabel('Magnitude [dBV]');
100. subplot(2,1,2);
101. semilogx(f, phase, 'r');
102. xlabel('Frequency [Hz]');
103. ylabel('Phase [deg]');
104. saveimage
105.
106. figure(2);
107.
108. disp('Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in Continuous Conduction Mode:');
109. fprintf('\r\n');
110.
111. E = 120;
112. fprintf(' E = %d V\n',E);
113. L1 = 500E-6;
114. fprintf('L1 = %d uH\n',L1*1e6);
115. L2 = 100E-6;
116. fprintf('L2 = %d uH\n',L2*1e6);
117. C1 = 47E-6;
118. fprintf('C1 = %d uF\n',C1*1e6);
119. C2 = 200E-6;
120. fprintf('C2 = %d uF\n',C2*1e6);
121. R = 40;
122. fprintf(' R = %d Ohm\n',R);
123. D = 0.4;
124. fprintf(' D = %2.1f\n',D);
125. rl1 = 0.1;
126. fprintf('rl1 = %3.2f Ohm\n',rl1);
127. rl2 = 0.02;
128. fprintf('rl2 = %3.2f Ohm\n',rl2);
129. rc1 = 0;
130. fprintf('rc1 = %3.2f Ohm\n',rc1);
131. rc2 = 0;
132. fprintf('rc2 = %3.2f Ohm\n',rc2);
133.
134. Vo = D/(1-D)*E;
135. Io = Vo/R;
136. Ii = D/(1-D) * Io;
137. rpo = D^2/(1-D)^2 * (rl1 + (1-D) * rc1) + (rl2 + D * rc1);
138. Vo = Vo - rpo * Io;
139. SV = E+Vo;

```

Josep M. Valls


```

140. SI = Ii+Io;
141. fprintf(' Vo = %3.2f V\n',Vo);
142. fprintf(' Ii = %3.2f A\n',Ii);
143. fprintf(' Io = %3.2f A\n',Io);
144. fprintf('rpo = %3.2f Ohm\n',rpo);
145.
146. e = 1;
147. s = tf('s');
148. Voe_tf = ((-e*D*R+e*D*R) + (-e*D*C1*R*rc1+e*D*C1*R*rl1+e*D*C1*R*rc1-e*D*D*C
2*R*rc2+e*D*C2*R*rc2)*s + (-e*D*D*C2*C1*R*rc1*rc2+e*D*C2*C1*R*rc2*rl1+e*D*C2*C
1*R*rc1*rc2+e*D*C1*L1*R)*s^2 + (e*D*C2*C1*L1*R*rc2)*s^3)/((+D*D*rl1+D*D*rl
2+D*D*R-D*rl2-D*R-D*rl2-D*R+rl2+R) + (+D*D*C1*rc1*rl1+D*D*C1*rc1*rl2+D*D*C1*R*rc
1-D*D*C1*rc1*rl2-D*D*C1*rc1-D*D*C1*rc1*rl2-D*D*C1*R*rc1+C1*rl1*rl2+C1*rc1*rl2+C1*R*rl
1+C1*R*rc1+D*D*C2*rc2*rl1+D*D*C2*R*rl1+D*D*C2*rc2*rl2+D*D*C2*R*rl2+D*D*C2*R*rc2-
D*D*C2*rc2*rl2-D*D*C2*R*rl2-D*D*C2*R*rc2-D*D*C2*rc2*rl2-D*D*C2*R*rl2-D*D*C2*R*rc2+C2*rc2*rl
2+C2*R*rl2+C2*R*rc2+D*D*L1+D*D*L2-D*L2-D*L2+L2)*s + (D*D*C2*C1*rc1*rc2*rl
1+D*D*C2*C1*R*rc1*rl1+D*D*C2*C1*rc1*rc2*rl2+D*D*C2*C1*R*rc1*rl2+D*D*C2*C1*R*rc
1*rc2-D*D*C2*C1*rc1*rc2*rl2-D*D*C2*C1*R*rc1*rl2-D*D*C2*C1*R*rc1*rc2-D*D*C2*C1*rc1*rc2*rl
2-D*D*C2*C1*R*rc1*rl2-D*D*C2*C1*R*rc1*rc2+C2*C1*rc2*rl1*rl2+C2*C1*rc1*rc2*rl2+C2*C
1*R*rl1*rl2+C2*C1*R*rc2*rl1+C2*C1*R*rc1*rl2+C2*C1*R*rc1*rc2+D*D*C1*L1*rc1+D*D*C1
L2*rc1-D*D*C1*L2*rc1-D*D*C1*L2*rc1+C1*L2*rc1+C1*L2*rc1+C1*L1*rl2+C1*L1*R+D*D*C2*L
1*rc2+D*D*C2*L1*R+D*D*C2*L2*rc2+D*D*C2*L2*R-D*D*C2*L2*rc2-D*D*C2*L2*R-D*D*C2*L2*rc2-
D*D*C2*L2*R+C2*L2*rc2+C2*L2*R)*s^2 + (D*D*C2*C1*L1*rc1*rc2+D*D*C2*C1*L1*R*rc
1+D*D*C2*C1*L2*rc1*rc2+D*D*C2*C1*L2*R*rc1-D*D*C2*C1*L2*rc1*rc2-D*D*C2*C1*L2*R*rc1-
D*D*C2*C1*L2*rc1*rc2-D*D*C2*C1*L2*R*rc1+C2*C1*L2*rc2*rl1+C2*C1*L2*rc1*rc2+C2*C1*L
2*R*rl1+C2*C1*L2*R*rc1+C2*C1*L1*rc2*rl2+C2*C1*L1*R*rl2+C2*C1*L1*R*rc2+C1*L1*L
2)*s^3 + (C2*C1*L1*L2*rc2+C2*C1*L1*L2*R)*s^4)
149.
150. polos = pole(Voe_tf)
151. ceros = zero(Voe_tf)
152.
153. f = logspace(1, 5, 200); % 200 pt f vector from 100 Hz (10^2) to 10kHz (10^5)
154. [mag, phase] = bode(Voe_tf,2*pi*f); % Use bode to determine mag and phase
155. subplot(2,1,1);
156. semilogx(f, 20*log10(abs(mag)),'b');
157. title('Zeta Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in CCM(blue)');
158. ylabel('Magnitude [dBV]');
159. subplot(2,1,2);
160. semilogx(f, phase,'b');
161. xlabel('Frequency [Hz]');
162. ylabel('Phase [deg]');
163. %saveimage
164.
165. set (findobj (gcf, "type", "axes"), "nextplot", "add")
166.
167. fprintf('\r\n');
168. disp('Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in Discontinuous Conduction Mode:');
169. fprintf('\r\n');
170.
171. fs = 100e3;
172. fprintf(' Fsw = %d kHz\n',fs/1000);
173. R = 50;
174. fprintf(' R = %d Ohm\n',R);
175.
176. u = sqrt(R*D^2/(2*L1*L2/(L1+L2)*fs));
177. Vo = u * E;
178. SV = E+Vo;
179. Io = Vo/R;
180. Ii = u * Io;
181. SI = Ii+Io;
182. fprintf(' Vo = %3.2f V\n',Vo);
183. fprintf(' Ii = %3.2f A\n',Ii);
184. fprintf(' Io = %3.2f A\n',Io);
185.
186. gi = u^2/R;

```

```

187. gf = 2*u/R;
188. go = 1/R;
189. ki = 2*u*Vo/(D*R);
190. ko = 2*Vo/(D*R);
191.
192. e = 1;
193. s = tf('s');
194. Voe_tf = ((-e*gf*gi*R*rl1) + (-e*gf*gi*C1*R*rc1*rl1+e*gi*C1*R*rl1-e*gf*gi*C2*R*rc2*rl1-e*gf*gi*L1*R)*s + (-e*gf*gi*C2*C1*R*rc1*rc2*rl1+e*gi*C2*C1*R*rc2*rl1-e*gf*gi*C1*L1*R*rc1+e*gi*C1*L1*R-e*gf*gi*C2*L1*R*rc2)*s^2 + (-e*gf*gi*C2*C1*L1*R*rc1*rc2+e*gi*C2*C1*L1*R*rc2)*s^3)/((+go*gi*rl1*rl2+go*gi*R*rl1+gi*rl1+go*rl2+go*R+1) + (+go*gi*C1*rc1*rl1*rl2+go*gi*C1*R*rc1*rl1+gi*C1*rl1*rl2+gi*C1*rc1*rl1+gi*C1*R*rl1+go*C1*rl1*rl2+go*C1*rc1*rl2+go*C1*R*rl1+go*C1*rc1+gf*C1*rl1*rl2+gf*C1*R*rl1+C1*rl2+C1*rl1+C1*rc1+C1*R+go*gi*C2*rc2*rl1*rl2+go*gi*C2*R*rl1*rl2+go*gi*C2*R*rc2*rl1+gi*C2*rc2*rl1+gi*C2*R*rl1+go*C2*rc2*rl2+go*C2*R*rl2+go*C2*R*rc2+go*C2*R*rc2+go*gi*L2*rl1+go*gi*L1*rl2+go*gi*L1*R+gi*L1+go*L2)*s + (+go*gi*C2*C1*rc1*rc2*rl1*rl2+go*gi*C2*C1*R*rc1*rc2*rl1+gi*C2*C1*rc2*rl1*rl2+gi*C2*C1*rc1*rc2*rl1+gi*C2*C1*R*rc1*rc2*rl1+gi*C2*C1*R*rc2*rl1+gi*C2*C1*R*rc1*rc2*rl1+go*C2*C1*rc2*rl1*rl2+go*C2*C1*rc1*rc2*rl2+go*C2*C1*R*rl1*rl2+go*C2*C1*R*rc2*rl1+go*C2*C1*R*rc1*rc2+gf*C2*C1*rc2*rl1*rl2+gf*C2*C1*R*rl1*rl2+gf*C2*C1*R*rc2*rl1+C2*C1*rc2*rl1+C2*C1*rc1*rc2+C2*C1*R*rl2+C2*C1*R*rl1+C2*C1*R*rc2+C2*C1*R*rc1+go*gi*C1*L2*rc1*rl1+go*gi*C1*L1*rc1*rl2+go*gi*C1*L1*R*rc1+gi*C1*L2*rl1+gi*C1*L1*rl2+gi*C1*L1*rc1+gi*C1*L1*R+go*C1*L2*rl1+go*C1*L2*rc1+go*C1*L1*rl2+go*C1*L1*R+gf*C1*L2*rl1+gf*C1*L1*rl2+gf*C1*L1*R+C1*L2+C1*L1+go*gi*C2*L2*rc2*rl1+go*gi*C2*L2*R*rl1+go*gi*C2*L1*rc2*rl2+go*gi*C2*L1*R*rl2+go*gi*C2*L1*R*rc2+gi*C2*L1*rc2+gi*C2*L1*R+go*C2*L2*rc2+go*C2*L2*R+go*gi*L1*L2)*s^2 + (+go*gi*C2*C1*L2*rc1*rc2*rl1+go*gi*C2*C1*L2*R*rc1*rl1+go*gi*C2*C1*L1*rc1*rc2*rl2+go*gi*C2*C1*L1*R*rc1*rc2+gi*C2*C1*L2*rc2*rl1+gi*C2*C1*L2*R*rl1+gi*C2*C1*L1*rc2*rl2+gi*C2*C1*L1*rc1*rc2+gi*C2*C1*L1*R*rl2+gi*C2*C1*L1*R*rc2+gi*C2*C1*L1*R*rc1+go*C2*C1*L2*rc2*rl1+go*C2*C1*L2*R*rc1+go*C2*C1*L1*rc2*rl2+go*C2*C1*L1*R*rl2+go*C2*C1*L1*R*rc2+gf*C2*C1*L2*rc2*rl1+gf*C2*C1*L2*R*rl1+gf*C2*C1*L1*rc2*rl2+gf*C2*C1*L1*R*rl2+gf*C2*C1*L1*R*rc2+C2*C1*L2*rc2+C2*C1*L2*R+C2*C1*L1*rc2+C2*C1*L1*R+go*gi*C1*L1*L2*rc1+gi*C1*L1*L2+go*C1*L1*L2+gf*C1*L1*L2+go*gi*C2*L1*L2*rc2+go*gi*C2*L1*L2*R)*s^3 + (+go*gi*C2*C1*L1*L2*rc1*rc2+go*gi*C2*C1*L1*L2*R*rc1+gi*C2*C1*L1*L2*rc2+gi*C2*C1*L1*L2*R+go*C2*C1*L1*L2*rc2+go*C2*C1*L1*L2*R+gf*C2*C1*L1*L2*rc2+gf*C2*C1*L1*L2*R)*s^4)
195.
196. polos = pole(Voe_tf)
197. ceros = zero(Voe_tf)
198.
199. %bode(V2d)
200. [mag, phase] = bode(Voe_tf,2*pi*f); % Use bode to determine mag and phase
201. subplot(2,1,1);
202. semilogx(f, 20*log10(abs(mag)), 'r');
203. title('Zeta Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in CCM(blue) and DCM(red)');
204. ylabel('Magnitude [dBV]');
205. subplot(2,1,2);
206. semilogx(f, phase, 'r');
207. xlabel('Frequency [Hz]');
208. ylabel('Phase [deg]');
209. safeimage

```

Resultado al ejecutar el código:

Duty-Cycle to Output-Voltage T.F. in Continuous Conduction Mode:

```
E = 120 V
L1 = 500 uH
L2 = 100 uH
C1 = 47 uF
C2 = 200 uF
R = 40 Ohm
D = 0.4
r11 = 0.10 Ohm
r12 = 0.02 Ohm
rc1 = 0.00 Ohm
rc2 = 0.00 Ohm
Vo = 79.87 V
Ii = 1.33 A
Io = 2.00 A
rpo = 0.06 Ohm
```

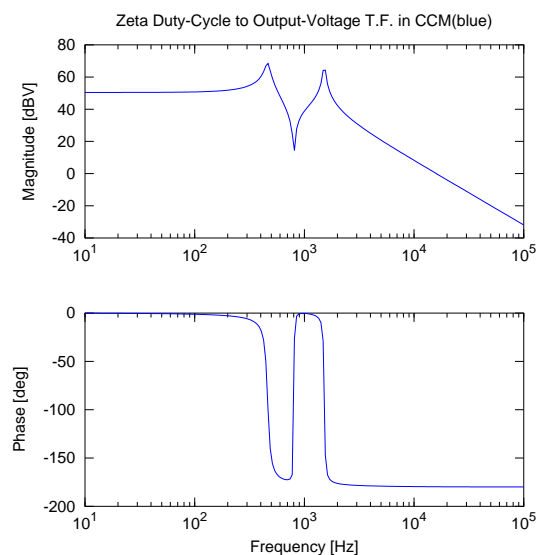
Transfer function 'Vod_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{0.0001879 s^2 + 0.01091 s + 4792}{1.88e-14 s^4 + 9.87e-12 s^3 + 1.87e-06 s^2 + 0.0004897 s + 14.42}$$

Continuous-time model.

```
polos =
-131.5 + 9535.7i
-131.5 - 9535.7i
-131.0 + 2901.4i
-131.0 - 2901.4i
```

```
ceros =
-29.0 + 5050.0i
-29.0 - 5050.0i
```



Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

Duty-Cycle to Output-Voltage T.F. in Discontinuous Conduction Mode:

Fsw = 100 kHz
 R = 50 Ohm
 Vo = 83.14 V
 Ii = 1.15 A
 Io = 1.66 A

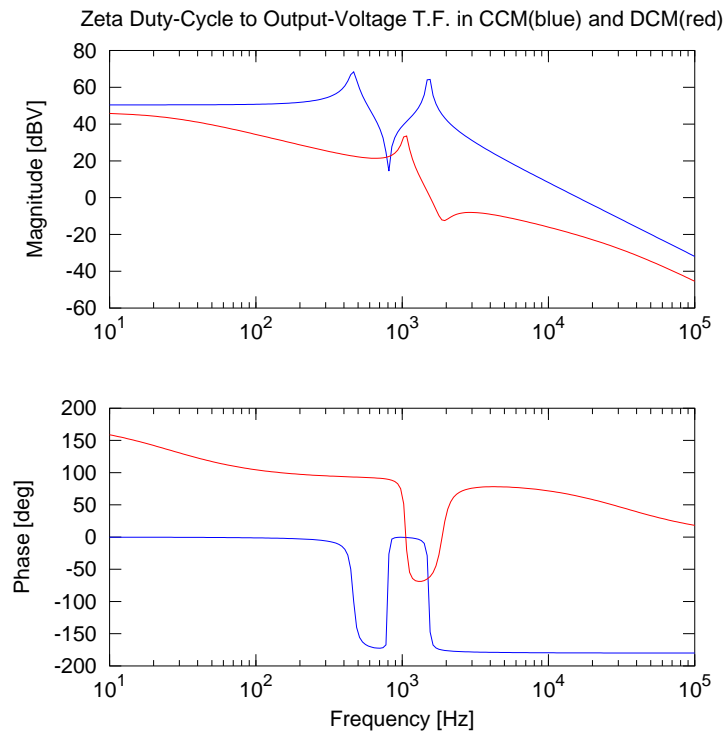
Transfer function 'Vod_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{-3.001e-06 s^2 - 0.006586 s - 416.9}{1.347e-15 s^4 + 2.828e-10 s^3 + 2.201e-07 s^2 + 0.01239 s + 2.002}$$

Continuous-time model.

polos =
 -2.0938e+05 + 0.0000e+00i
 -2.0441e+02 + 6.6189e+03i
 -2.0441e+02 - 6.6189e+03i
 -1.6192e+02 + 0.0000e+00i

ceros =
 -1.0974e+03 + 1.1736e+04i
 -1.0974e+03 - 1.1736e+04i



Josep M. Valls

Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in Continuous Conduction Mode:

```
E = 120 V
L1 = 500 uH
L2 = 100 uH
C1 = 47 uF
C2 = 200 uF
R = 40 Ohm
D = 0.4
r11 = 0.10 Ohm
r12 = 0.02 Ohm
rc1 = 0.00 Ohm
rc2 = 0.00 Ohm
Vo = 79.87 V
Ii = 1.33 A
Io = 2.00 A
rpo = 0.06 Ohm
```

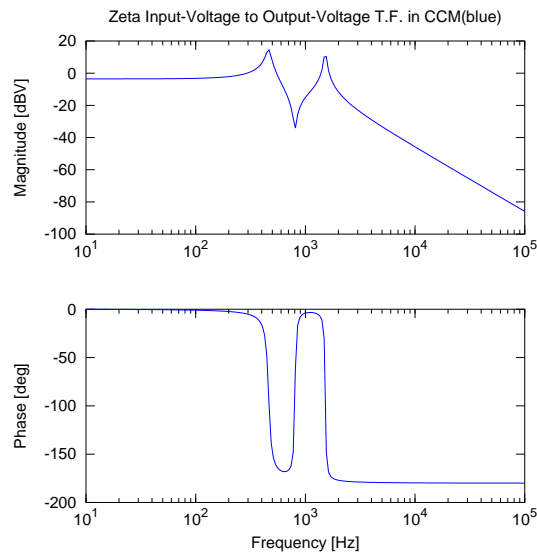
Transfer function 'Vod_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{3.76e-07 s^2 + 7.52e-05 s + 9.6}{1.88e-14 s^4 + 9.87e-12 s^3 + 1.87e-06 s^2 + 0.0004897 s + 14.42}$$

Continuous-time model.

```
polos =
-131.5 + 9535.7i
-131.5 - 9535.7i
-131.0 + 2901.4i
-131.0 - 2901.4i
```

```
ceros =
-100.0 + 5051.9i
-100.0 - 5051.9i
```



Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in Discontinuous Conduction Mode:

Fsw = 100 kHz
 R = 50 Ohm
 Vo = 83.14 V
 Ii = 1.15 A
 Io = 1.66 A

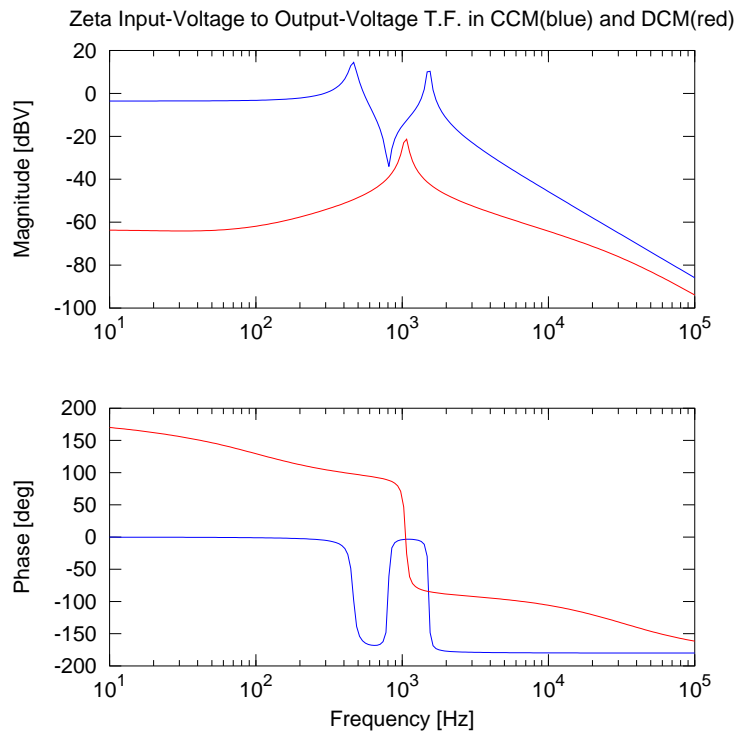
Transfer function 'Vod_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{1.128e-08 s^2 - 4.395e-06 s - 0.00133}{1.347e-15 s^4 + 2.828e-10 s^3 + 2.201e-07 s^2 + 0.01239 s + 2.002}$$

Continuous-time model.

polos =
 -2.0938e+05 + 0.0000e+00i
 -2.0441e+02 + 6.6189e+03i
 -2.0441e+02 - 6.6189e+03i
 -1.6192e+02 + 0.0000e+00i

ceros =
 589.63
 -200.00



Josep M. Valls

B.1.16. Funciones de Transferencia X

Este código fue subido a la plataforma OctaveRS el 8 de Septiembre de 2015.

A continuación se coloca el enlace al código:

<http://cursosing.net/octavers/codigos/listing/547-control-transfer-functions-on-x-dc-dc-converter-with-loss-resistances>

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

OctaveRs

Publicación rápida de códigos en GNU Octave o R - Share computational solutions with GNU Octave or R
(statistical package)
(/octavers/)

Códigos (/octavers/codigos)

GNU Octave (/octavers/gnuoctave)

R (/octavers/r)

Ingresar (/octavers/ingresar)


Acerca de (/octavers/)


Control Transfer Functions on X DC-DC Converter with loss resistances


Por Josep M. Valls Martí

 BODE DUTY-CYCLE

Detalles

 Creado el 08 Septiembre 2015

 Última modificación el 09 Septiembre 2015

 79 vistas

Control Transfer Functions on X DC-DC Converter with loss resistances

Ekrem Cengelci (see references below) summarizes *”Combining PWM switch models with linear circuit analysis software and math software creates a fully computer based approach to obtaining and analyzing the transfer functions of DC-DC converters.”** This is the method employed on the next GNU Octave code..

There are two Transfer Functions (TFs) needed to analyze switching DC-DC converters in control voltage mode: The duty-cycle to output-voltage and the input-voltage to output-voltage (line to output). To obtain these TFs a small-signal analysis is required. Both analysis are different in the case of Continuous Conduction Mode (CCM) and either in the Discontinuous Conduction Mode (DCM) analysis.

When the analysis includes the loss resistances, the number of parameters increases exponentially, making it impractical for classical state-space average model and nodal-loop analysis techniques.

Moreover, these circuits are bilinear (non-linear) and is necessary to linearize the equations at a DC operating-point (approximate linearization). Dr. Vorperian describes a PWM switch model that includes all non-linear parts of the DC-DC switching converters. This model can be linearized and replaced on the switching schematic allowing a linear circuit.

Josep M. Valls

Linear analysis is based on SAPWIN program. Output is translated into Matlab/Octave code. To validate the method, values from an example of Erickson are applied (pag. 430 & pag. 827 - [EM01]).

Erickson values:

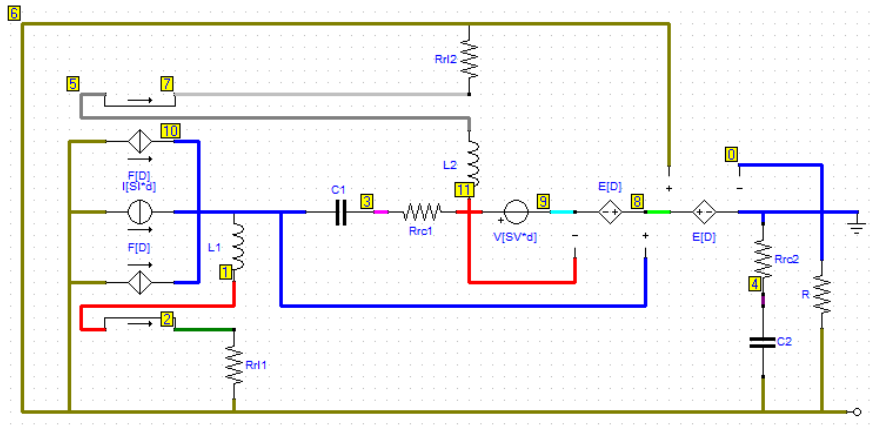
Common values for CCM and DCM:

$$\begin{aligned} E &= 120V \\ D &= 0,4 \\ L_1 &= 500\mu H \\ C_1 &= 47\mu F \\ L_2 &= 100\mu H \\ C_2 &= 200\mu F \\ r_{L_1} &= 0,1\Omega \\ r_{L_2} &= 0,02\Omega \\ r_{C_1} &= 0\Omega \\ r_{C_2} &= 0\Omega \end{aligned}$$

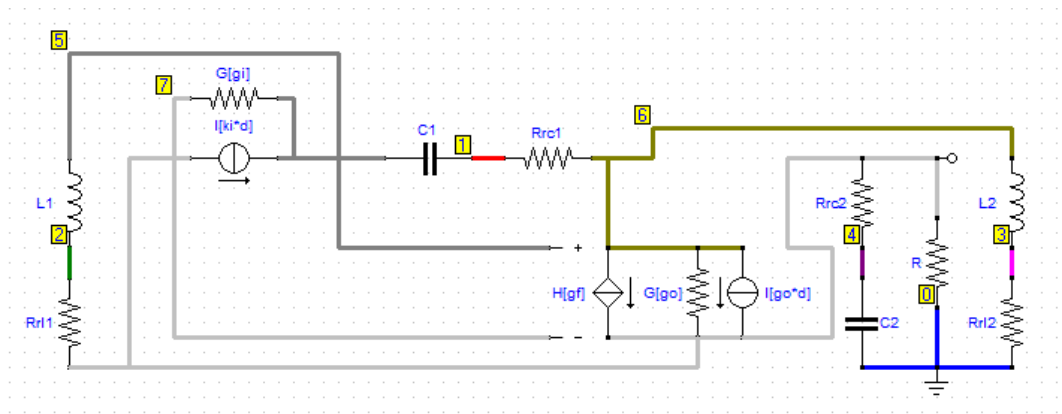
CCM is provided with $R = 40\Omega$ and DCM requires $R = 50\Omega$. Another data needed to calculate DCM parameters is switch frequency $F_s = 100kHz$.

Circuit schematics

Duty-cycle to Output-voltage Transfer function in CCM:

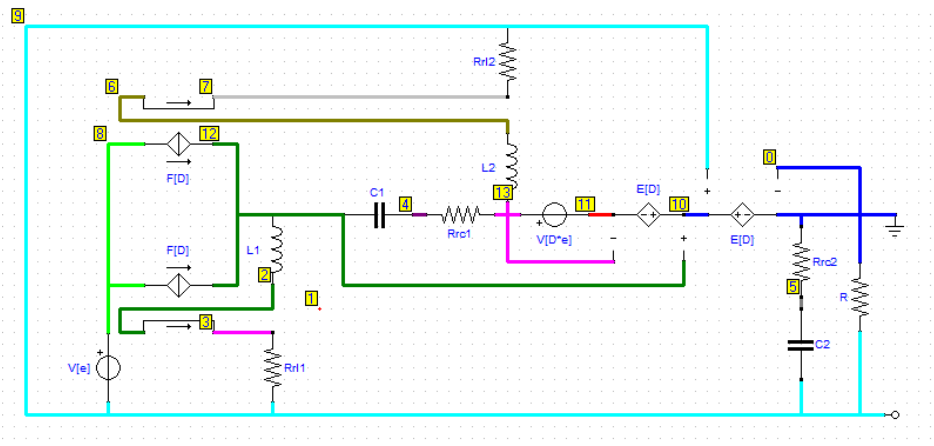


Duty-cycle to Output-voltage Transfer function in DCM:

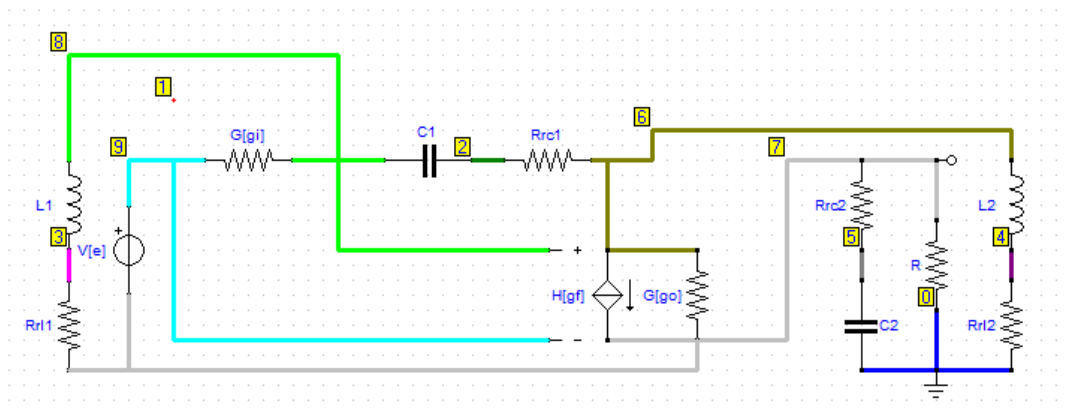


Josep M. Valls

Input-Voltage to Output-voltage Transfer function in CCM:



Input-Voltage to Output-voltage Transfer function in DCM:



Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

References:

[EC08] Ekrem Cengelci "Software Makes Transfer Functions More Manageable", Power Electronics Technology, June 2008,

<http://powerelectronics.com/power-management/software-makes-transfer-functions-more-manageable>

[VOR02] Vatché Vorpérian "Fast Analytical Techniques for ELECTRICAL and ELECTRONIC CIRCUITS" , Cambridge University Press, 2002

[EM01] R. W. Erickson and D. Maksimovic. "Fundamentals of Power Electronics". Kluwer Academic Publishers, second edition edition, 2001.

[SAPWIN] SAPWIN - "Symbilic Analysis Program for Windows", University of Florence, Department of Electronics and Telecommunications Engineering,

<http://cirlab.det.unifi.it/Sapwin/>

You can download the schematics for SAPWIN, the translate program SimplifySAPWIN and BATCH files of this example in this link: X files

<http://cursosing.net/octavers/media/files/BaseX.rar>

Código GNU Octave

```

1. set (0, "defaultlinelength", 1.0, "defaulttextfontname", "Helvetica", "default
    taxesfontname", "Helvetica", "defaulttaxesfontsize", 8.0);
2. pkg load control;
3.
4. disp('Duty-Cycle to Output-Voltage T.F. in Continuous Conduction Mode:');
5. fprintf('\r\n');
6.
7. E = 120;
8. fprintf(' E = %d V\n',E);
9. L1 = 500E-6;
10. fprintf('L1 = %d uH\n',L1*1e6);
11. L2 = 100E-6;
12. fprintf('L2 = %d uH\n',L2*1e6);
13. C1 = 47E-6;
14. fprintf('C1 = %d uF\n',C1*1e6);
15. C2 = 200E-6;
16. fprintf('C2 = %d uF\n',C2*1e6);
17. R = 40;
18. fprintf(' R = %d Ohm\n',R);
19. D = 0.4;
20. fprintf(' D = %2.1f\n',D);
21. r11 = 0.1;
22. fprintf('r11 = %3.2f Ohm\n',r11);
23. r12 = 0.02;
24. fprintf('r12 = %3.2f Ohm\n',r12);
25. rc1 = 0;
26. fprintf('rc1 = %3.2f Ohm\n',rc1);
27. rc2 = 0;
28. fprintf('rc2 = %3.2f Ohm\n',rc2);
29.
30. Vo = D/(1-D)*E;
31. Io = Vo/R;
32. Ii = D/(1-D) * Io;
33. rpo = D^2/(1-D)^2 * (r11 - (1-D) * rc1) + (r12 + D * rc1);
34. Vo = Vo - rpo * Io;
35. SV = E+Vo;
36. SI = Ii+Io;
37. fprintf(' Vo = %3.2f V\n',Vo);
38. fprintf(' Ii = %3.2f A\n',Ii);
39. fprintf(' Io = %3.2f A\n',Io);
40. fprintf('rpo = %3.2f Ohm\n',rpo);
41.
42. d = 1;
43. s = tf('s');
44. Vod_tf = ((-SI*d*R*r11-SV*d*D*R+SV*d*R) + (-SI*d*C1*R*rc1*r11-SV*d*D*C1*R*r1
1-SV*d*D*C1*R*r12-SV*d*D*C1*R*rc1-SI*d*C1*R*r11*r12+SV*d*C1*R*r12+SV*d*C1*R*r1
1+SV*d*C1*R*rc1-SI*d*D*C2*R*rc2*r11-SV*d*D*C2*R*rc2+SV*d*C2*R*rc2-SI*d*D*L1*R) *s
+ (-SI*d*D*C2*C1*R*rc1*rc2*r11-SV*d*D*C2*C1*R*rc2*r11-SV*d*D*C2*C1*R*rc2*r12-S
V*d*D*C2*C1*R*rc1*rc2-SI*d*C2*C1*R*rc2*r11*r12+SV*d*C2*C1*R*rc2*r12+SV*d*C2*C
1*R*rc2*r11+SV*d*C2*C1*R*rc1*rc2-SI*d*D*C1*L1*R*rc1-SV*d*D*C1*L1*R-SV*d*D*C1*L
2*R-SI*d*C1*L2*R*r11-SI*d*C1*L1*R*r12+SV*d*C1*L2*R+SV*d*C1*L1*R-SI*d*D*C2*L1*R*r
c2)*s^2 + (-SI*d*D*C2*C1*L1*R*rc1*rc2-SV*d*D*C2*C1*L1*R*rc2-SV*d*D*C2*C1*L2*R*r
c2-SI*d*C2*C1*L2*R*rc2*r11-SI*d*C2*C1*L1*R*rc2*r12+SV*d*C2*C1*L2*R*rc2+SV*d*C2*C
1*L1*R*rc2-SI*d*C1*L1*L2*R)*s^3 + (-SI*d*C2*C1*L1*L2*R*rc2)*s^4)/((+D*D*RD*
R+D*D*r11+D*D*r12-D*r12-D*r12-D*R+r12+R) + (+D*D*C1*R*r11+D*D*C1*R*r12+D*D*C
1*R*rc1-D*C1*R*r12-D*C1*R*r11-D*C1*R*rc1+D*D*C1*rc1*r11+D*D*C1*rc1*r12-D*C1*rc
1*r12-D*C1*R*r11-D*C1*rc1*r12-D*C1*R*r12-D*C1*R*rc1+C1*r11*r12+C1*rc1*r12+C1*R*r
12+C1*R*r11+C1*R*rc1+D*D*C2*R*rc2-D*C2*R*rc2+D*D*C2*rc2*r11+D*D*C2*R*r11+D*D*C
2*rc2*r12+D*D*C2*R*r12-D*C2*rc2*r12-D*C2*R*r12-D*C2*rc2*r12-D*C2*R*r12-D*C2*R*rc
2+C2*rc2*r12+C2*R*r12+C2*R*rc2+D*D*L1+D*D*L2-D*L2-D*L2+L2)*s + (+D*D*C2*C1*R*rc
2*r11+D*D*C2*C1*R*rc2*r12+D*D*C2*C1*R*rc1*rc2-D*C2*C1*R*rc2*r12-D*C2*C1*R*rc2*r1
1-D*C2*C1*R*rc1*rc2+D*D*C2*C1*rc1*rc2*r11+D*D*C2*C1*R*rc1*r11+D*D*C2*C1*rc1*rc
2*r12+D*D*C2*C1*R*rc1*r12-D*C2*C1*rc1*rc2*r12-D*C2*C1*R*rc1*r12-D*C2*C1*R*rc2*r1

```

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

```

1-D*C2*C1*rc1*rc2*rl2-D*C2*C1*R*rc2*rl2-D*C2*C1*R*rc1*rl2-D*C2*C1*R*rc1*rc2+C2*C
1*rc2*rl1*rl2+C2*C1*rc1*rc2*rl2+C2*C1*R*rl1*rl2+C2*C1*R*rc2*rl2+C2*C1*R*rc2*rl
1+C2*C1*R*rc1*rl2+C2*C1*R*rc1*rc2+D*D*C1*L1*R+D*D*C1*L2*R-D*C1*L2*R-D*C1*L
1*R+D*D*C1*L1*rc1+D*D*C1*L2*rc1-D*C1*L2*rc1-D*C1*L1*R-D*C1*L2*rc1-D*C1*L2*R+C1*L
2*rl1+C1*L2*rc1+C1*L2*R+C1*L1*rl2+C1*L1*R+D*D*C2*L1*rc2+D*D*C2*L1*R+D*D*C2*L2*rc
2+D*D*C2*L2*R-D*C2*L2*rc2-D*C2*L2*R-D*C2*L2*rc2-D*C2*L2*R+C2*L2*rc2+C2*L2*R)*s^2
+ (D*D*C2*C1*L1*R*rc2+D*D*C2*C1*L2*R*rc2-D*C2*C1*L2*R*rc2-D*C2*C1*L1*R*rc
2+D*D*C2*C1*L1*rc1*rc2+D*D*C2*C1*L1*R*rc1+D*D*C2*C1*L2*rc1*rc2+D*D*C2*C1*L2*R*rc
1-D*C2*C1*L2*rc1*rc2-D*C2*C1*L2*R*rc1-D*C2*C1*L1*R*rc2-D*C2*C1*L2*rc1*rc2-D*C2*C
1*L2*R*rc2-D*C2*C1*L2*R*rc1+C2*C1*L2*rc2*rl1+C2*C1*L2*rc1*rc2+C2*C1*L2*R*rl1+C
2*C1*L2*R*rc2+C2*C1*L2*R*rc1+C2*C1*L1*rc2*rl2+C2*C1*L1*R*rl2+C2*C1*L1*R*rc2+C1*L
1*L2)*s^3 + (C2*C1*L1*L2*rc2+C2*C1*L1*L2*R)*s^4)
45.
46. polos = pole(Vod_tf)
47. ceros = zero(Vod_tf)
48.
49. f = logspace(1, 5, 200); % 200 pt f vector from 100 Hz (10^2) to 10kHz (10^5)
50. [mag, phase] = bode(Vod_tf,2*pi*f); % Use bode to determine mag and phase
51. subplot(2,1,1);
52. semilogx(f, 20*log10(abs(mag)), 'b');
53. title('X Duty-Cycle to Output-Voltage T.F. in CCM(blue)');
54. ylabel('Magnitude [dBV]');
55. subplot(2,1,2);
56. semilogx(f, phase, 'b');
57. xlabel('Frequency [Hz]');
58. ylabel('Phase [deg]');
59. %safeimage
60.
61. set (findobj(gcf, "type", "axes"), "nextplot", "add")
62.
63. fprintf('\r\n');
64. disp('Duty-Cycle to Output-Voltage T.F. in Discontinuous Conduction Mode:');
65. fprintf('\r\n');
66.
67. fs = 100e3;
68. fprintf(' Fsw = %d kHz\n',fs/1000);
69. R = 50;
70. fprintf(' R = %d Ohm\n',R);
71.
72. u = sqrt(R*D^2/(2*L1*L2/(L1+L2)*fs));
73. Vo = u * E;
74. SV = E+Vo;
75. Io = Vo/R;
76. Ii = u * Io;
77. SI = Ii+Io;
78. fprintf(' Vo = %3.2f V\n',Vo);
79. fprintf(' Ii = %3.2f A\n',Ii);
80. fprintf(' Io = %3.2f A\n',Io);
81.
82. gi = u^2/R;
83. gf = 2*u/R;
84. go = 1/R;
85. ki = 2*u*Vo/(D*R);
86. ko = 2*Vo/(D*R);
87.
88. d = 1;
89. s = tf('s');
90. Vod_tf = ((+go*d*gi*R*rl1+ki*d*gf*R*rl1+go*d*R) + (+go*d*gi*C1*R*rc1*rl1+ki*d*g
f*C1*R*rc1*rl1+go*d*C1*R*rl1+go*d*C1*R*rc1-ki*d*C1*R*rl1+go*d*gi*C2*R*rc2*rl1+k
i*d*gf*C2*R*rc2*rl1+go*d*C2*R*rc2+go*d*gi*L1*R+ki*d*gf*L1*R)*s + (+go*d*gi*C2*C
1*R*rc1*rc2*rl1+ki*d*gf*C2*C1*R*rc1*rc2*rl1+go*d*C2*C1*R*rc2*rl1+go*d*C2*C1*R*rc
1*rc2-ki*d*C2*C1*R*rc2*rl1+go*d*gi*C1*L1*R*rc1+ki*d*gf*C1*L1*R*rc1+go*d*C1*L1*Rki
d*C1*L1*R+go*d*gi*C2*L1*R*rc2+ki*d*gf*C2*L1*R*rc2)*s^2 + (+go*d*gi*C2*C1*L
1*R*rc1*rc2+ki*d*gf*C2*C1*L1*R*rc1*rc2+go*d*C2*C1*L1*R*rc2-ki*d*C2*C1*L1*R*rc
2)*s^3)/((+go*gi*rl1*rl2+go*gi*R*rl1+gi*rl1+go*rl2+go*R+1) + (+go*gi*C1*rc1*rl

```

Josep M. Valls

```

1*rl2+go*gi*C1*R*rc1*rl1+gi*C1*rl1*rl2+gi*C1*rc1*rl1+gi*C1*R*rl1+go*C1*rl1*rl2+g
o*C1*rc1*rl2+go*C1*R*rl1+go*C1*R*rc1+gf*C1*rl1*rl2+gf*C1*R*rl1+C1*rl2+C1*rl1+C
1*rc1+C1*R+go*gi*C2*rc2*rl1*rl2+go*gi*C2*R*rl1*rl2+go*gi*C2*R*rc2*rl1+gi*C2*rc
2*rl1+gi*C2*R*rl1+go*C2*rc2*rl2+go*C2*R*rl2+go*C2*R*rc2+C2*rc2+C2*R+go*gi*L2*rl
1+go*gi*L1*rl2+go*gi*L1*R+gi*L1+go*L2)*s + (+go*gi*C2*C1*rc1*rc2*rl1*rl2+go*gi*C
2*C1*R*rc1*rl1*rl2+go*gi*C2*C1*R*rc1*rc2*rl1+gi*C2*C1*rc2*rl1*rl2+gi*C2*C1*rc1*rc
2*rl1+gi*C2*C1*R*rl1*rl2+gi*C2*C1*R*rc2*rl1+gi*C2*C1*R*rc1*rl1+go*C2*C1*rc2*rl
1*rl2+go*C2*C1*rc1*rc2*rl2+go*C2*C1*R*rl1*rl2+go*C2*C1*R*rc2*rl1+go*C2*C1*R*rc
1*rl2+go*C2*C1*R*rc1*rc2+gf*C2*C1*rc2*rl1*rl2+gf*C2*C1*R*rl1*rl2+gf*C2*C1*R*rc
2*rl1+C2*C1*rc2*rl2+C2*C1*rc2*rl1+C2*C1*rc1*rc2+C2*C1*R*rl2+C2*C1*R*rl1+C2*C
1*R*rc2+C2*C1*R*rc1+go*gi*C1*L2*rc1*rl1+go*gi*C1*L1*rc1*rl2+go*gi*C1*L1*R*rc1+g
i*C1*L2*rl1+gi*C1*L1*rl2+gi*C1*L1*rc1+gi*C1*L1*R+go*C1*L2*rl1+go*C1*L2*rc1+go*C
1*L1*rl2+go*C1*L1*R+gf*C1*L2*rl1+gf*C1*L1*rl2+gf*C1*L1*R+C1*L2+C1*L1+go*gi*C2*L
2*rc2*rl1+go*gi*C2*L2*R*rl1+go*gi*C2*L1*rc2*rl2+go*gi*C2*L1*R*rl2+go*gi*C2*L
1*R*rc2+gi*C2*L1*rc2+gi*C2*L1*R+go*C2*L2*rc2+go*C2*L2*R+go*gi*L1*L2)*s^2 + (+g
o*gi*C2*C1*L2*rc1*rc2*rl1+go*gi*C2*C1*L2*R*rc1*rl1+go*gi*C2*C1*L1*rc1*rc2*rl2+g
o*gi*C2*C1*L1*R*rc1*rl2+go*gi*C2*C1*L1*R*rc1*rc2+gi*C2*C1*L2*rc2*rl1+gi*C2*C1*L
2*R*rl1+gi*C2*C1*L1*rc2*rl2+gi*C2*C1*L1*rc1*rc2+gi*C2*C1*L1*R*rl2+gi*C2*C1*L
1*R*rc2+gi*C2*C1*L1*R*rc1+go*C2*C1*L2*rc2*rl1+go*C2*C1*L2*rc1*rc2+go*C2*C1*L
2*R*rl1+go*C2*C1*L2*R*rc1+go*C2*C1*L1*rc2*rl2+go*C2*C1*L1*R*rl2+go*C2*C1*L1*R*rc
2+gf*C2*C1*L2*rc2*rl1+gf*C2*C1*L2*R*rl1+gf*C2*C1*L1*rc2*rl2+gf*C2*C1*L1*R*rl2+g
f*C2*C1*L1*R*rc2+C2*C1*L2*rc2+C2*C1*L2*R+C2*C1*L1*rc2+C2*C1*L1*R+go*gi*C1*L1*L
2*rc1+gi*C1*L1*L2+go*C1*L1*L2+gf*C1*L1*L2+go*gi*C2*L1*L2*rc2+go*gi*C2*L1*L
2*R)*s^3 + (+go*gi*C2*C1*L1*L2*rc1*rc2+go*gi*C2*C1*L1*L2*R*rc1+gi*C2*C1*L1*L2*rc
2+gi*C2*C1*L1*L2*R+go*C2*C1*L1*L2*rc2+go*C2*C1*L1*L2*R+gf*C2*C1*L1*L2*rc2+gf*C
2*C1*L1*L2*R)*s^4)
91.
92. polos = pole(Vod_tf)
93. ceros = zero(Vod_tf)
94.
95. [mag, phase] = bode(Vod_tf,2*pi*f); % Use bode to determine mag and phase
96. subplot(2,1,1);
97. semilogx(f, 20*log10(abs(mag)), 'r');
98. title('X Duty-Cycle to Output-Voltage T.F. in CCM(blue) and DCM(red)');
99. ylabel('Magnitude [dBV]');
100. subplot(2,1,2);
101. semilogx(f, phase, 'r');
102. xlabel('Frequency [Hz]');
103. ylabel('Phase [deg]');
104. safeimage
105.
106. figure(2);
107.
108. %d = sym('e'); %this function is not installed in OctaveRS
109. %s = sym('s'); %this function is not installed in OctaveRS
110.
111. disp('Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in Continuous Conduction Mode:');
112. fprintf('\r\n');
113.
114. E = 120;
115. fprintf(' E = %d V\n',E);
116. L1 = 500E-6;
117. fprintf('L1 = %d uH\n',L1*1e6);
118. L2 = 100E-6;
119. fprintf('L2 = %d uH\n',L2*1e6);
120. C1 = 47E-6;
121. fprintf('C1 = %d uF\n',C1*1e6);
122. C2 = 200E-6;
123. fprintf('C2 = %d uF\n',C2*1e6);
124. R = 40;
125. fprintf(' R = %d Ohm\n',R);
126. D = 0.4;
127. fprintf(' D = %2.1f\n',D);
128. rl1 = 0.1;
129. fprintf('rl1 = %3.2f Ohm\n',rl1);

```

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

```

130. r12 = 0.02;
131. fprintf('r12 = %3.2f Ohm\n',r12);
132. rc1 = 0;
133. fprintf('rc1 = %3.2f Ohm\n',rc1);
134. rc2 = 0;
135. fprintf('rc2 = %3.2f Ohm\n',rc2);
136.
137. Vo = D/(1-D)*E;
138. Io = Vo/R;
139. Ii = D/(1-D) * Io;
140. rpo = D^2/(1-D)^2 * (r11 - (1-D) * rc1) + (r12 + D * rc1);
141. Vo = Vo - rpo * Io;
142. SV = E+Vo;
143. SI = Ii+Io;
144. fprintf(' Vo = %3.2f V\n',Vo);
145. fprintf(' Ii = %3.2f A\n',Ii);
146. fprintf(' Io = %3.2f A\n',Io);
147. fprintf('rpo = %3.2f Ohm\n',rpo);
148.
149. e = 1;
150. s = tf('s');
151. Voe_tf = ((-D*e*D*R+D*e*R) + (-D*e*D*C1*R*r11-D*e*D*C1*R*r12-D*e*D*C1*R*rc
1+D*e*D*C1*R*r12+D*e*D*C1*R*r11+D*e*D*C1*R*rc1-D*e*D*C2*R*rc2+D*e*D*C2*R*rc2)*s + (-
D*e*D*C2*C1*R*rc2*r11-D*e*D*C2*C1*R*rc2*r12-D*e*D*C2*C1*R*rc1*rc2+D*e*D*C2*C1*R*rc
2*r12+D*e*D*C2*C1*R*rc2*r11+D*e*D*C2*C1*R*rc1*rc2-D*e*D*C1*L1*R-D*e*D*C1*L2*R+D*e*D
C1*L2*R+D*e*D*C1*L1*R)*s^2 + (-D*e*D*C2*C1*L1*R*rc2-D*e*D*C2*C1*L2*R*rc2+D*e*D*C2
C1*L2*R*rc2+D*e*D*C2*C1*L1*R*rc2)*s^3)/((+D*D*r11+D*D*r12-D*r12+D*D*R-D*R-D*r12-
D*R+r12+R) + (+D*D*C1*rc1*r11+D*D*C1*rc1*r12-D*C1*rc1*r12+D*D*C1*R*r11+D*D*C
1*R*r12+D*D*C1*R*rc1-D*C1*R*r12-D*C1*R*r11-D*C1*R*rc1-D*C1*R*r11-D*C1*rc1*r12-
D*C1*R*r12-D*C1*R*rc1+C1*r11*r12+C1*rc1*r12+C1*R*r12+C1*R*r11+C1*R*rc1+D*D*C2*rc
2*r11+D*D*C2*R*r11+D*D*C2*rc2*r12+D*D*C2*R*r12-D*C2*rc2*r12-D*C2*R*r12+D*D*C
2*R*rc2-D*D*C2*R*rc2-D*D*C2*rc2*r12-D*D*C2*R*r12-D*D*C2*R*rc2+C2*rc2*r12+C2*R*r12+C2*R*rc
c2+D*D*L1+D*D*L2-D*L2-D*L2+L2)*s + (+D*D*C2*C1*rc1*rc2*r11+D*D*C2*C1*R*rc1*r1
1+D*D*C2*C1*rc1*rc2*r12+D*D*C2*C1*R*rc1*r12-D*D*C2*C1*rc1*rc2*r12-D*D*C2*C1*R*rc1*r1
2+D*D*C2*C1*R*rc2*r11+D*D*C2*C1*R*rc2*r12+D*D*C2*C1*R*rc1*rc2-D*D*C2*C1*R*rc2*r12-
D*D*C2*C1*R*rc2*r11-D*D*C2*C1*R*rc1*rc2-D*D*C2*C1*R*rc2*r11-D*D*C2*C1*rc1*rc2*r12-D*D*C
1*R*rc2*r12-D*D*C2*C1*R*rc1*r12-D*D*C2*C1*R*rc1*rc2+C2*C1*rc2*r11*r12+C2*C1*rc1*rc
2*r12+C2*C1*R*r11*r12+C2*C1*R*rc2*r12+C2*C1*R*rc2*r11+C2*C1*R*rc1*r12+C2*C1*R*rc
1*rc2+D*D*C1*L1*rc1+D*D*C1*L2*rc1-D*C1*L2*rc1+D*D*C1*L1*R+D*D*C1*L2*R-D*C1*L2*RD*
C1*L1*R-D*C1*L1*R-D*C1*L2*rc1-D*C1*L2*R+C1*L2*r11+C1*L2*rc1+C1*L2*R+C1*L1*r1
2+C1*L1*R+D*D*C2*L1*rc2+D*D*C2*L1*R+D*D*C2*L2*rc2+D*D*C2*L2*R-D*D*C2*L2*rc2-D*D*C2*L
2*R-D*D*C2*L2*rc2-D*D*C2*L2*R+C2*L2*rc2+C2*L2*R)*s^2 + (+D*D*C2*C1*L1*rc1*rc2+D*D*C
2*C1*L1*R*rc1+D*D*C2*C1*L2*rc1*rc2+D*D*C2*C1*L2*R*rc1-D*D*C2*C1*L2*rc1*rc2-D*D*C
1*L2*R*rc1+D*D*C2*C1*L1*R*rc2+D*D*C2*C1*L1*R*rc2+D*D*C2*C1*L2*R*rc2-D*D*C2*C1*L1*R*rc
c2-D*D*C2*C1*L1*R*rc2-D*D*C2*C1*L2*rc1*rc2-D*D*C2*C1*L2*R*rc2-D*D*C2*C1*L2*R*rc1+C2*C1*L
2*rc2*r11+C2*C1*L2*rc1*rc2+C2*C1*L2*R*r11+C2*C1*L2*R*rc2+C2*C1*L2*R*rc1+C2*C1*L
1*rc2*r12+C2*C1*L1*R*r12+C2*C1*L1*R*rc2+C1*L1*L2)*s^3 + (+C2*C1*L1*L2*rc2+C2*C
1*L1*L2*R)*s^4)
152.
153. polos = pole(Voe_tf)
154. ceros = zero(Voe_tf)
155.
156. f = logspace(1, 5, 200); % 200 pt f vector from 100 Hz (10^2) to 10kHz (10^5)
157. [mag, phase] = bode(Voe_tf,2*pi*f); % Use bode to determine mag and phase
158. subplot(2,1,1);
159. semilogx(f, 20*log10(abs(mag)), 'b');
160. title('X Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in CCM(blue)');
161. ylabel('Magnitude [dBV]');
162. subplot(2,1,2);
163. semilogx(f, phase, 'b');
164. xlabel('Frequency [Hz]');
165. ylabel('Phase [deg]');
166. %safeimage
167.
168. set (findobj(gcf, "type", "axes"), "nextplot", "add")

```

Josep M. Valls


```

169.
170. fprintf('\r\n');
171. disp('Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in Discontinuous Conduction Mode:');
172. fprintf('\r\n');
173.
174. fs = 100e3;
175. fprintf(' Fsw = %d kHz\n',fs/1000);
176. R = 50;
177. fprintf(' R = %d Ohm\n',R);
178.
179. u = sqrt(R*D^2/(2*L1*L2/(L1+L2)*fs));
180. Vo = u * E;
181. SV = E+Vo;
182. Io = Vo/R;
183. Ii = u * Io;
184. SI = Ii+Io;
185. fprintf(' Vo = %3.2f V\n',Vo);
186. fprintf(' Ii = %3.2f A\n',Ii);
187. fprintf(' Io = %3.2f A\n',Io);
188.
189. gi = u^2/R;
190. gf = 2*u/R;
191. go = 1/R;
192. ki = 2*u*Vo/(D*R);
193. ko = 2*Vo/(D*R);
194.
195. e = 1;
196. s = tf('s');
197. Voe_tf = ((-e*gf*R) + (-e*gi*C1*R*r11-e*gf*C1*R*r11-e*gf*C1*R*rc1-e*gf*C2*R*rc
2)*s + (-e*gi*C2*C1*R*rc2*r11-e*gf*C2*C1*R*rc2*r11-e*gf*C2*C1*R*rc1*rc2-e*gi*C
1*L1*R-e*gf*C1*L1*R)*s^2 + (-e*gi*C2*C1*L1*R*rc2-e*gf*C2*C1*L1*R*rc2)*s^3)/((+g
o*gi*r11*r12+go*gi*R*r11+gi*r11+go*r12+go*R+1) + (+go*gi*C1*rc1*r11*r12+go*gi*C
1*R*rc1*r11+gi*C1*r11*r12+gi*C1*rc1*r11+gi*C1*R*r11+go*C1*r11*r12+go*C1*rc1*r1
2+go*C1*R*r11+go*C1*rc1+gf*C1*r11*r12+gf*C1*R*r11+C1*r12+C1*r11+C1*rc1+C1*R+g
o*gi*C2*rc2*r11*r12+go*gi*C2*R*r11*r12+go*gi*C2*R*rc2*r11+gi*C2*rc2*r11+gi*C
2*R*r11+go*C2*rc2*r12+go*C2*R*r12+go*C2*R*rc2+C2*rc2+C2*R+go*gi*L2*r11+go*gi*L
1*r12+go*gi*L1*R+gi*L1+go*L2)*s + (+go*gi*C2*C1*rc1*rc2*r11*r12+go*gi*C2*C1*R*rc
1*r11*r12+go*gi*C2*C1*R*rc1*rc2*r11+gi*C2*C1*rc2*r11*r12+gi*C2*C1*rc1*rc2*r11+g
i*C2*C1*R*r11+gi*C2*C1*R*rc2*r11+gi*C2*C1*R*rc1*r11+go*C2*C1*rc2*r11*r12+g
o*C2*C1*rc1*rc2*r12+go*C2*C1*R*r11*r12+go*C2*C1*R*rc2*r11+go*C2*C1*R*rc1*r12+g
o*C2*C1*R*rc1*rc2+gf*C2*C1*rc2*r11*r12+gf*C2*C1*R*r11*r12+gf*C2*C1*R*rc2*r11+C
2*C1*rc2*r12+C2*C1*rc2*r11+C2*C1*rc1*rc2+C2*C1*R*r12+C2*C1*R*r11+C2*C1*R*rc2+C
2*C1*R*rc1+go*gi*C1*L2*rc1*r11+go*gi*C1*L1*rc1*r12+go*gi*C1*L1*R*rc1+gi*C1*L2*rc
1+gi*C1*L1*r12+go*gi*C1*L1*rc1+gi*C1*L1*R+go*C1*L2*r11+go*C1*L2*rc1+go*C1*L1*r12+g
o*C1*L1*R+gf*C1*L2*r11+gf*C1*L1*r12+gf*C1*L1*R+C1*L2+C1*L1+go*gi*C2*L2*rc2*r11+g
o*gi*C2*L2*R*r11+go*gi*C2*L1*rc2*r12+go*gi*C2*L1*R*r12+go*gi*C2*L1*R*rc2+gi*C2*L
1*rc2+gi*C2*L1*R+go*C2*L2*rc2+go*C2*L2*R+go*gi*L1*L2)*s^2 + (+go*gi*C2*C1*L2*rc
1*rc2*r11+go*gi*C2*C1*L2*R*rc1*r11+go*gi*C2*C1*L1*rc1*rc2*r12+go*gi*C2*C1*L1*R*rc
1*r12+go*gi*C2*C1*L1*R*rc1*rc2+gi*C2*C1*L2*rc2*r11+gi*C2*C1*L2*R*r11+gi*C2*C1*L
1*rc2*r12+gi*C2*C1*L1*rc1*rc2+gi*C2*C1*L1*R*r12+gi*C2*C1*L1*R*rc2+gi*C2*C1*L
1*R*rc1+go*C2*C1*L2*rc2*r11+go*C2*C1*L2*rc1*rc2+go*C2*C1*L2*R*r11+go*C2*C1*L
2*R*rc1+go*C2*C1*L1*rc2*r12+go*C2*C1*L1*R*r12+go*C2*C1*L1*R*rc2+gf*C2*C1*L2*rc
2*r11+gf*C2*C1*L2*R*r11+gf*C2*C1*L1*rc2*r12+gf*C2*C1*L1*R*r12+gf*C2*C1*L1*R*rc
2+C2*C1*L2*rc2+C2*C1*L2*R+C2*C1*L1*rc2+C2*C1*L1*R+go*gi*C1*L1*L2*rc1+gi*C1*L1*L
2+go*C1*L1*L2+gf*C1*L1*L2+go*gi*C2*L1*L2*rc2+go*gi*C2*L1*L2*R)*s^3 + (+go*gi*C
2*C1*L1*L2*rc1*rc2+go*gi*C2*C1*L1*L2*R*rc1+gi*C2*C1*L1*L2*rc2+gi*C2*C1*L1*L2*R+g
o*C2*C1*L1*L2*rc2+go*C2*C1*L1*L2*R+gf*C2*C1*L1*L2*rc2+gf*C2*C1*L1*L2*R)*s^4)
198.
199. polos = pole(Voe_tf)
200. ceros = zero(Voe_tf)
201.
202. [mag, phase] = bode(Voe_tf,2*pi*f); % Use bode to determine mag and phase
203. subplot(2,1,1);
204. semilogx(f, 20*log10(abs(mag)), 'r');
205. title('X Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in CCM(blue) and DCM(red)');

```

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

```
206. ylabel('Magnitude [dBV]');
207. subplot(2,1,2);
208. semilogx(f, phase,'r');
209. xlabel('Frequency [Hz]');
210. ylabel('Phase [deg]');
211. safeimage
```

Josep M. Valls

Resultado al ejecutar el código:

Duty-Cycle to Output-Voltage T.F. in Continuous Conduction Mode:

```
E = 120 V
L1 = 500 uH
L2 = 100 uH
C1 = 47 uF
C2 = 200 uF
R = 40 Ohm
D = 0.4
r11 = 0.10 Ohm
r12 = 0.02 Ohm
rc1 = 0.00 Ohm
rc2 = 0.00 Ohm
Vo = 79.87 V
Ii = 1.33 A
Io = 2.00 A
rpo = 0.06 Ohm
```

Transfer function 'Vod_tf' from input 'u1' to output ...

```

          -3.133e-10 s^3 + 0.0001351 s^2 + 0.0003754 s + 4792
y1: -----
      1.88e-14 s^4 + 9.87e-12 s^3 + 1.336e-06 s^2 + 0.0003829 s + 14.42
```

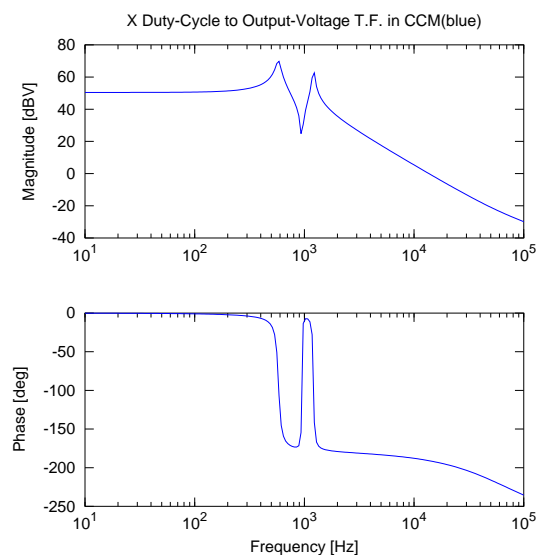
Continuous-time model.

polos =

```
-111.7 + 7594.2i
-111.7 - 7594.2i
-150.8 + 3643.8i
-150.8 - 3643.8i
```

ceros =

```
4.3141e+05 + 0.0000e+00i
-4.2472e+01 + 5.9536e+03i
-4.2472e+01 - 5.9536e+03i
```



Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

Duty-Cycle to Output-Voltage T.F. in Discontinuous Conduction Mode:

Fsw = 100 kHz
 R = 50 Ohm
 Vo = 83.14 V
 Ii = 1.15 A
 Io = 1.66 A

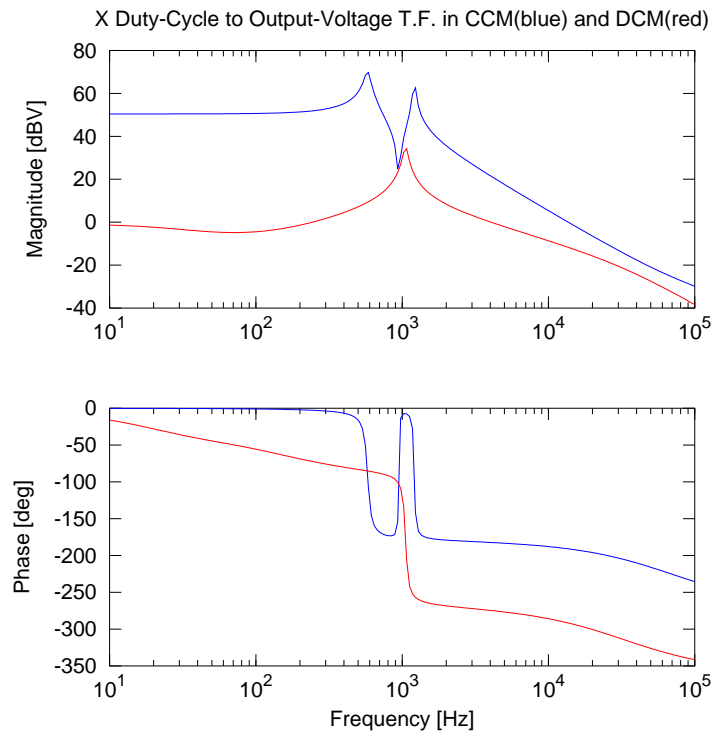
Transfer function 'Vod_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{-6.745e-06 s^2 + 0.002647 s + 1.799}{1.347e-15 s^4 + 2.828e-10 s^3 + 2.201e-07 s^2 + 0.01239 s + 2.002}$$

Continuous-time model.

polos =
 -2.0938e+05 + 0.0000e+00i
 -2.0441e+02 + 6.6189e+03i
 -2.0441e+02 - 6.6189e+03i
 -1.6192e+02 + 0.0000e+00i

ceros =
 748.69
 -356.29



Josep M. Valls

Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in Continuous Conduction Mode:

```

E = 120 V
L1 = 500 uH
L2 = 100 uH
C1 = 47 uF
C2 = 200 uF
R = 40 Ohm
D = 0.4
r11 = 0.10 Ohm
r12 = 0.02 Ohm
rc1 = 0.00 Ohm
rc2 = 0.00 Ohm
Vo = 79.87 V
Ii = 1.33 A
Io = 2.00 A
rpo = 0.06 Ohm

```

Transfer function 'Vod_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{2.707e-07 s^2 + 5.414e-05 s + 9.6}{1.88e-14 s^4 + 9.87e-12 s^3 + 1.336e-06 s^2 + 0.0003829 s + 14.42}$$

Continuous-time model.

```

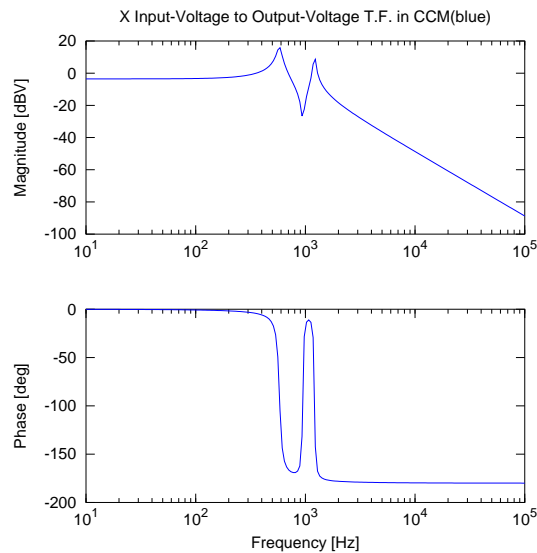
polos =
-111.7 + 7594.2i
-111.7 - 7594.2i
-150.8 + 3643.8i
-150.8 - 3643.8i

```

```

ceros =
-100.0 + 5954.1i
-100.0 - 5954.1i

```



Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in Discontinuous Conduction Mode:

Fsw = 100 kHz
 R = 50 Ohm
 Vo = 83.14 V
 Ii = 1.15 A
 Io = 1.66 A

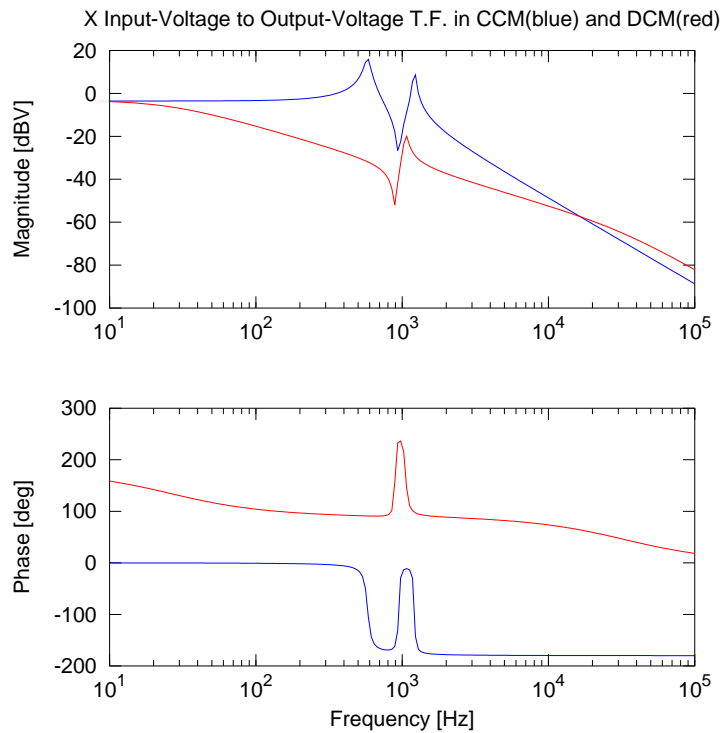
Transfer function 'Vod_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{-4.384e-08 s^2 - 8.769e-06 s - 1.386}{1.347e-15 s^4 + 2.828e-10 s^3 + 2.201e-07 s^2 + 0.01239 s + 2.002}$$

Continuous-time model.

polos =
 -2.0938e+05 + 0.0000e+00i
 -2.0441e+02 + 6.6189e+03i
 -2.0441e+02 - 6.6189e+03i
 -1.6192e+02 + 0.0000e+00i

ceros =
 -100.0 + 5620.8i
 -100.0 - 5620.8i



Josep M. Valls

B.1.17. Poster presentado a las IV Jornadas Doctorales G-9

Las IV Jornadas Doctorales del Grupo 9 de Universidades (G-9) tuvo lugar en Pamplona los días 9, 10 y 11 de marzo de 2016. En estas jornadas se presentó el Poster: "Control digital de los convertidores de cuarto orden de la clase de Ćuk".

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

CONTROL DIGITAL DE LOS CONVERTIDORES DE CUARTO ORDEN DE LA CLASE DE ĆUK



J. M. VALLS MARTÍ [valls.99794@e.unavarra.es] Director: Peio Gil Izco
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

[1] RESUMEN

- I PLANTA - Convertidores CC-CC de cuarto orden de la clase de Ćuk
- II CONTROL - Algoritmos de control clásico y técnicas digitales
- III RESULTADOS - Principales resultados obtenidos hasta el momento

[2] INTRODUCCIÓN

Un convertidor Continua-Continua es un sistema capaz de convertir una corriente eléctrica continua de tensión V_i en otra de tensión V_o .

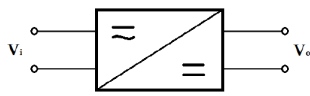


Figura 1: Convertidor Continua-Continua

Estos circuitos se denominan de cuarto orden porque poseen cuatro elementos reactivos: dos inductancias y dos condensadores. La otra característica de estos convertidores es que la etapa de entrada y la de salida están acopladas por un condensador.

[3] OBJETIVOS

1. Describir y desarrollar el convertidor X.
2. Demostrar la posibilidad de controlar un sistema conmutado con un ciclo de trabajo de frecuencia inferior a la de conmutación.
3. Aplicar distintas técnicas de control digital con microcontroladores y lógica programable de bajo coste.

[7] CONCLUSIONES

1. La clase de Ćuk está compuesta por cuatro convertidores: Ćuk, SEPIC, Zeta y X
2. El método de Cengcelci simplifica el análisis de modelos más parecidos a la realidad a la par que más complejos.
3. En general la dinámica del sistema es a frecuencia inferior a la de conmutación.

[8] REFERENCIAS

- [1] J. M. Martín Sánchez and J. Rodellar. *Control Adaptativo Predictivo Experto (ADEX). Metodología, Diseño y Aplicación*. UNED, 2005.
- [2] H. Sira-Ramirez and R. Silva-Ortigoza. *Control Design Techniques in Power Electronics Devices*. Springer-Verlag, London, 2006.
- [3] Vorperian. *Fast Analytical Techniques for Electrical and Electronic Circuits*. Cambridge University Press, 2002.
- [4] Erickson and Maksimović. *Fundamentals of Power Electronics*. Kluwer Academic Pub., 2nd edition, 2001.
- [5] Ekrem Cengcelci. Software makes transfer functions more manageable. *Power Electronics Technology*, Jun 2008.

[4] I - PLANTA

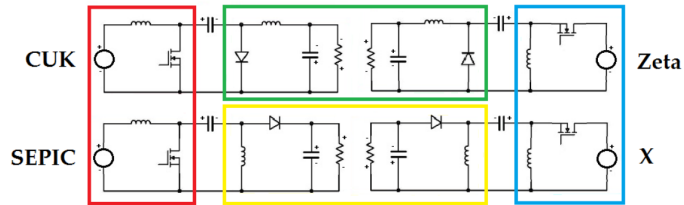


Figura 2: Convertidores CC-CC de la clase de Ćuk

Tres diseños de referencia de Texas Instruments para los convertidores de Ćuk, SEPIC y Zeta.



Figura 3: Convertidor de Ćuk (Texas Instruments)



Figura 4: Convertidor SEPIC (Texas Instruments)



Figura 5: Convertidor Zeta (Texas Instruments)

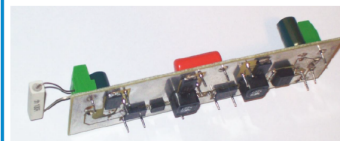


Figura 6: Convertidor X - Etapa de Potencia

En la Fig. 6 se muestra un prototipo de la etapa de potencia del convertidor X. Las funciones de transferencia son iguales excepto en el signo ya

que el convertidor de Ćuk y el X tienen cambio de polaridad. En Modo de Conducción Continuo (MCC) son:

$$V_o = \frac{D}{1-D} V_i \quad I_o = \frac{1-D}{D} I_i$$

Siendo D el ciclo de trabajo de los transistores. En el modo de conducción discontinuo (MCD) la tensión de salida se expresa como:

$$V_o = \frac{D^2 V_i}{2 F_{sw} I_o (L_1 \parallel L_2)}$$

[5] II - CONTROL

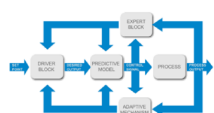


Figura 7: Configuración general de un controlador ADEX [1]

A continuación se presentan algunos de los algoritmos de control estudiados:

- Control PID (Proporcional Derivativo Integral)
- Control ADEX (Adaptativo Predictivo Experto)
- Control por pico de corriente
- Control en Modo Deslizante
- Control $\Sigma - \Delta$

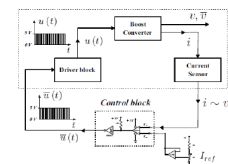


Figura 8: Bloques de Control en Modo Deslizante [2]

[6] III - RESULTADOS

Básicamente se han encontrado, de momento, dos resultados:

1 - La controlabilidad de esta planta mejora al incluir las resistencias de pérdidas.

2 - La aplicación del método presentado por Ekrem Cengcelci [5] a base del programa SAPWIN de la Universidad de Florencia, simplifica el análisis del sistema en los modelos de pequeña señal.



Figura 9: Enlace a un código de GNU Octave en OctaveRS

B.1.18. Función de Transferencia X con control por pico de corriente

Este código fue subido a la plataforma OctaveRS el 4 de Mayo de 2016.

A continuación se coloca el enlace al código:

<http://cursosing.net/octavers/gnuoctave/listing/693-peak-current-control-transfer-function-of-x-dc-dc-converter-in-ccm>

OctaveRs

Publicación rápida de códigos en GNU Octave o R - Share computational solutions with GNU Octave or R (statistical package)
([octavers/](#))

[Códigos \(/octavers/codigos\)](#)

[GNU Octave \(/octavers/gnuoctave\)](#)

[R \(/octavers/r\)](#)

[Ingresar \(/octavers/ingresar\)](#)

[Acerca de \(/octavers/\)](#)


[UTM \(/octavers/utm\)](#)


Peak Current Control Transfer Function of X DC-DC Converter in CCM

Por Josep M. Valls Martí

[PCC](#) [x](#) [BODE](#)

Detalles

 Creado el 04 Mayo 2016

 Última modificación el 13 Junio 2016

 130 vistas

Introduction:

Ekrem Cengelci (see references below) summarizes "Combining PWM switch models with linear circuit analysis software and math software creates a fully computer based approach to obtaining and analyzing the transfer functions of DCDC converters." This is the method employed on the next GNU Octave code.

Peak Current Control

Most control circuits use the peak current control instead of the single output voltage control loop to improve the dynamic behavior of the controlled converter. The Peak Current Control (PCC) schematic is shown in Fig. 1.

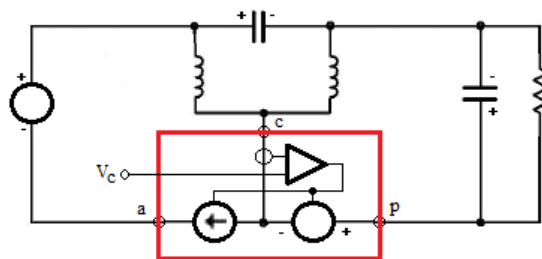
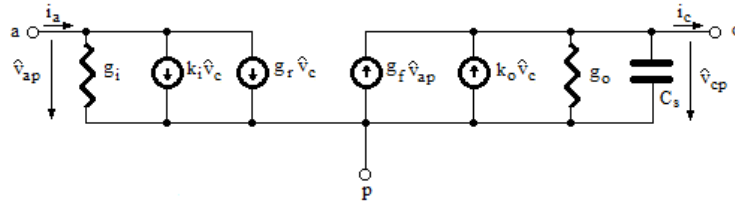


Fig. 1 PCC for X converter schema

Vorpérian presents a PWM switch model for PCC in CCM [Vor02]. The schematic of this model, linearized for small-signal analysis is shown in Fig. 2.

Fig. 2 PWM switch model for PCC in CCM

Josep M. Valls



where

$$\begin{aligned}
 g_o &= \frac{T_{SW}}{L_1 || L_2} \left((1-D) \frac{m_a}{m_1} + \frac{1}{2} - D \right) \\
 g_f &= D g_o - \frac{D(1-D)T_{SW}}{2(L_1 || L_2)} \\
 g_i &= D \left(g_f - \frac{I_c}{V_{ap}} \right) = D \left(g_f - \frac{I_i + I_o}{E + V_o} \right) \\
 g_r &= \frac{I_c}{V_{ap}} - g_o D = \frac{I_i + I_o}{E + V_o} - g_o D \\
 k_i &= \frac{D}{R_i} \\
 k_o &= \frac{1}{R_i}
 \end{aligned}$$

taking into account

$$\begin{aligned}
 V_{ac} &= E \\
 V_{ap} &= E + V_o \\
 V_{cp} &= V_o \\
 I_a &= I_i \\
 I_p &= I_o \\
 I_c &= I_i + I_o
 \end{aligned}$$

The slopes of the current of the inductors are given by

$$\begin{aligned}
 m_1 &= \frac{V_{ac}}{L_1 || L_2} R_i = \frac{E}{L_1 || L_2} R_i \\
 m_2 &= \frac{V_{cp}}{L_1 || L_2} R_i = \frac{V_o}{L_1 || L_2} R_i \\
 m_a &= \frac{1}{2} m_2
 \end{aligned}$$

Note that this expression of slopes is a simplification that considers that the average voltage drop on the bypass capacitor is zero in the X DC-DC converter.

The capacitor C_s models the perturbation on inductor current that should cause a perturbation in having a frequency $\omega_s/2$. Hence for parallel resonance we have:

$$\frac{\omega_s}{2} = \frac{1}{\sqrt{L_{eq}C_s}} \rightarrow C_s = \frac{4}{(L_1||L_2)\omega_s^2} \rightarrow \omega_s = 2\pi f_{SW}$$

Finally, the parameter R_i which appears in the equations represents the sense resistor used to measure the current in the common terminal.

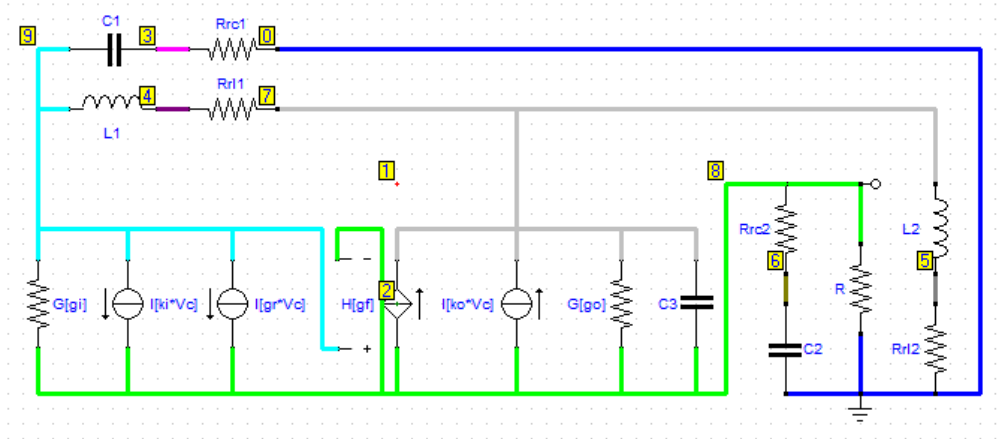


Fig. 3 SAPWIN schematic for X in PCC and CCM

Erickson values:

$$\begin{aligned} E &= 120V \\ D &= 0,4 \\ L_1 &= 500\mu H \\ C_1 &= 47\mu F \\ L_2 &= 100\mu H \\ C_2 &= 200\mu F \\ R &= 40\Omega \\ r_{L_1} &= 0,1\Omega \\ r_{L_2} &= 0,02\Omega \\ r_{C_1} &= 0\Omega \\ r_{C_2} &= 0\Omega \end{aligned}$$

References

[EC08] Ekrem Cengcelci "Software Makes Transfer Functions More Manageable", Power Electronics Technology, June 2008, Ekrem Cengcelci
<http://powerelectronics.com/powermanagement/softwaremakestransferfunctionsmanageable>

[VOR02] Vatché Vorpérian "Fast Analytical Techniques for ELECTRICAL and ELECTRONIC CIRCUITS", Cambridge University Press, 2002

[EM01] R. W. Erickson and D. Maksimovic. "Fundamentals of Power Electronics". Kluwer Academic Publishers, second edition edition, 2001.

[SAPWIN] SAPWIN "Symbilic Analysis Program for Windows", University of Florence, Department of Electronics and Telecommunications Engineering, SAPWIN
<http://cirlab.det.unifi.it/Sapwin/>

Código GNU Octave

```

1. set (0, "defaultlinelength", 1.0, "defaulttextfontname", "Helvetica", "default
   taxesfontname", "Helvetica", "defaulttaxesfontsize",8.0);
2. pkg load control;
3.
4. disp('Control to Output-Voltage T.F. in CCM with Peak Current Control:');
5. fprintf('\r\n');
6.
7. E = 120;
8. fprintf(' E = %d V\n',E);
9. L1 = 500E-6;
10. fprintf('L1 = %d uH\n',L1*1e6);
11. L2 = 100E-6;
12. fprintf('L2 = %d uH\n',L2*1e6);
13. C1 = 47E-6;
14. fprintf('C1 = %d uF\n',C1*1e6);
15. C2 = 200E-6;
16. fprintf('C2 = %d uF\n',C2*1e6);
17. R = 40;
18. fprintf(' R = %d Ohm\n',R);
19. D = 0.4;
20. fprintf(' D = %2.1f\n',D);
21. rl1 = 0.1;
22. fprintf('rl1 = %3.2f Ohm\n',rl1);
23. rl2 = 0.02;
24. fprintf('rl2 = %3.2f Ohm\n',rl2);
25. rc1 = 0;
26. fprintf('rc1 = %3.2f Ohm\n',rc1);
27. rc2 = 0;
28. fprintf('rc2 = %3.2f Ohm\n',rc2);
29.
30. Vo = D/(1-D)*E;
31. Io = Vo/R;
32. Ii = D/(1-D) * Io;
33. rpo = D^2/(1-D)^2 * (rl1 - (1-D) * rc1) + (rl2 + D * rc1);
34. Vo = Vo - rpo * Io;
35. SV = E+Vo;
36. SI = Ii+Io;
37. fprintf(' Vo = %3.2f V\n',Vo);
38. fprintf(' Ii = %3.2f A\n',Ii);
39. fprintf(' Io = %3.2f A\n',Io);
40. fprintf('rpo = %3.2f Ohm\n',rpo);
41.
42. Ri = 0.1;
43. fprintf(' Ri = %3.2f Ohm\n',Ri);
44. fsw = 100E3;
45. fprintf('fsw = %d kHz\n',fsw/1000);
46. Tsw = 1 / fsw;
47. fprintf('Tsw = %d us\n',Tsw*1e6);
48. Leq = (L1 * L2)/(L1 + L2);
49. fprintf('Leq = %5.2f uH\n',Leq*1e6);
50. m1 = E/Leq;
51. m2 = Vo/Leq;
52. ma = 0.5 * m2;
53.
54. ko = 1/Ri;
55. ki = D/Ri;
56. go = Tsw/Leq*((1-D)*ma/m1+0.5-D);
57. gf = D*go - (D*(1-D)*Tsw)/(2*Leq);
58. gi = D*(gf - SI/SV);
59. gr = SI/SV - go*D;
60. %C3 = 0;
61. Ws = 2 * pi / Tsw;
62. C3 = 4 / (Leq * Ws^2);

```

Josep M. Valls

```

63. fprintf(' Cs = %5.2f nF\n',C3*1e9);
64.
65. Vc = 1;
66. s = tf('s');
67. Vovc_tf = ((-ko*Vc*gi*R*rl1+gr*Vc*gf*R*rl1+ki*Vc*gf*R*rl1+gr*Vc*R+ki*Vc*R-ko*
Vc*R) + (-ko*Vc*gi*C1*R*rc1*rl1+gr*Vc*go*C1*R*rl1*rl2+ki*Vc*go*C1*R*rl1*rl2+
gr*Vc*gf*C1*R*rc1*rl1+ki*Vc*gf*C1*R*rc1*rl1+gr*Vc*C1*R*rl2+gr*Vc*C1*R*rl1+
gr*Vc*C1*R*rc1+ki*Vc*C1*R*rl2+ki*Vc*C1*R*rl1+ki*Vc*C1*R*rc1-ko*Vc*C1*R*rl2-
ko*Vc*C1*R*rl1-ko*Vc*C1*R*rc1-ko*Vc*gi*C2*R*rc2*rl1+gr*Vc*gf*C2*R*rc2*rl1+
ki*Vc*gf*C2*R*rc2*rl1+gr*Vc*C2*R*rc2+ki*Vc*C2*R*rc2-ko*Vc*C2*R*rc2-ko*Vc*gi*
L1*R+gr*Vc*gf*L1*R+ki*Vc*gf*L1*R)*s + (-ko*Vc*gi*C2*C1*R*rc1*rc2*rl1+gr*Vc*
go*C2*C1*R*rc2*rl1*rl2+ki*Vc*go*C2*C1*R*rc2*rl1*rl2+gr*Vc*gf*C2*C1*R*rc1*rc2*
rl1+ki*Vc*gf*C2*C1*R*rc1*rc2*rl1+gr*Vc*C2*C1*R*rc2*rl2+gr*Vc*C2*C1*R*rc2*rl1+
gr*Vc*C2*C1*R*rc1*rc2+ki*Vc*C2*C1*R*rc2*rl2+ki*Vc*C2*C1*R*rc2*rl1+ki*Vc*C2*
C1*R*rc1*rc2-ko*Vc*C2*C1*R*rc2*rl2-ko*Vc*C2*C1*R*rc2*rl1ko*Vc*C2*C1*R*rc1*
rc2+gr*Vc*C3*C1*R*rl1*rl2+ki*Vc*C3*C1*R*rl1*rl2-ko*Vc*gi*C1*L1*R*rc1+gr*Vc*
go*C1*L2*R*rl1+gr*Vc*go*C1*L1*R*rl2+ki*Vc*go*C1*L2*R*rl1+ki*Vc*go*C1*L1*R*
rl2+gr*Vc*gf*C1*L1*R*rc1+ki*Vc*gf*C1*L1*R*rc1+gr*Vc*C1*L2*R+gr*Vc*C1*L1*R+ki*
Vc*C1*L2*R+ki*Vc*C1*L1*R-ko*Vc*C1*L2*R-ko*Vc*C1*L1*R-ko*Vc*gi*C2*L1*R*rc2+gr*
Vc*gf*C2*L1*R*rc2+ki*Vc*gf*C2*L1*R*rc2)*s^2 +
(+gr*Vc*C3*C2*C1*R*rc2*rl1*rl2+ki*Vc*C3*C2*C1*R*rc2*rl1*rl2-ko*Vc*gi*C2*C1*
L1*R*rc1*rc2+gr*Vc*go*C2*C1*L2*R*rc2*rl1+gr*Vc*go*C2*C1*L1*R*rc2*rl2+ki*Vc*
go*C2*C1*L2*R*rc2*rl1+ki*Vc*go*C2*C1*L1*R*rc2*rl2+gr*Vc*gf*C2*C1*L1*R*rc1*rc2+
ki*Vc*gf*C2*C1*L1*R*rc1*rc2+gr*Vc*C2*C1*L2*R*rc2+gr*Vc*C2*C1*L1*R*rc2+ki*Vc*
C2*C1*L2*R*rc2+ki*Vc*C2*C1*L1*R*rc2-ko*Vc*C2*C1*L2*R*rc2ko*Vc*C2*C1*L1*R*rc2+
gr*Vc*C3*C1*L2*R*rl1+gr*Vc*C3*C1*L1*R*rl2+ki*Vc*C3*C1*L2*R*rl1+ki*Vc*C3*C1*L1*
R*rl2+gr*Vc*go*C1*L1*L2*R+ki*Vc*go*C1*L1*L2*R)*s^3 +
(+gr*Vc*C3*C2*C1*L2*R*rc2*rl1+gr*Vc*C3*C2*C1*L1*R*rc2*rl2+ki*Vc*C3*C2*C1*L2*R*
rc2*rl1+ki*Vc*C3*C2*C1*L1*R*rc2*rl2+gr*Vc*go*C2*C1*L1*L2*R*rc2+ki*Vc*go*C2*C1*
L1*L2*R*rc2+gr*Vc*C3*C1*L1*L2*R+ki*Vc*C3*C1*L1*L2*R)*s^4 +
(+gr*Vc*C3*C2*C1*L1*L2*R*rc2+ki*Vc*C3*C2*C1*L1*L2*R*rc2)*s^5)/
((+go*gi*rl1*rl2+go*gi*R*rl1+gi*rl2+gi*rl1+gi*R+go*rl2+go*R-gf*rl2-gf*R+1) +
(+go*gi*C1*rc1*rl1*rl2+go*gi*C1*R*rl1*rl2+go*gi*C1*R*rc1*rl1+gi*C1*rc1*rl2+gi*
C1*R*rl2+go*gi*C1*R*rl1+go*gi*C1*R*rc1-gf*C1*rc1*rl2-gf*C1*R*rl2-gf*C1*R*rl1-gf*C1*
R*rc1+C1*rl2+C1*rl1+C1*rc1+go*gi*C2*rc2*rl1*rl2+go*gi*C2*R*rl1*rl2+go*gi*C2*R*
rc2*rl1+gi*C2*rc2*rl2+gi*C2*rc2*rl1+gi*C2*R*rl2+gi*C2*R*rl1+gi*C2*R*rc2+go*C2*
rc2*rl2+go*C2*R*rl2+go*C2*R*rc2-gf*C2*rc2*rl2-gf*C2*R*rl2-gf*C2*R*rc2+C2*rc2+
C2*R+gi*C3*rl1*rl2+gi*C3*R*rl1+C3*rl2+C3*R+go*gi*L2*rl1+go*gi*L1*rl2+go*gi*L1*
R+gi*L2+gi*L1+go*L2-gf*L2)*s + (+go*gi*C2*C1*rc1*rc2*rl1*rl2+go*gi*C2*C1*R*
rc2*rl1*rl2+go*gi*C2*C1*R*rc1*rl1*rl2+go*gi*C2*C1*R*rc1*rc2*rl1+gi*C2*C1*rc1*
rc2*rl2+gi*C2*C1*rc1*rc2*rl1+gi*C2*C1*R*rc2*rl2+gi*C2*C1*R*rc2*rl1+gi*C2*C1*R*
rc1*rl2+gi*C2*C1*R*rc1*rl1+gi*C2*C1*R*rc1*rc2+go*C2*C1*rc2*rl1*rl2+go*C2*C1*
rc1*rc2*rl2+go*C2*C1*R*rl1*rl2+go*C2*C1*R*rc2*rl2+go*C2*C1*R*rc2*rl1+go*C2*C1*
R*rc1*rl2+go*C2*C1*R*rc1*rc2-gf*C2*C1*rc1*rc2*rl2-gf*C2*C1*R*rc2*rl2-gf*C2*C1*
R*rc2*rl1-gf*C2*C1*R*rc1*rl2-gf*C2*C1*R*rc1*rc2+C2*C1*rc2*rl2+C2*C1*rc2*rl1+
C2*C1*rc1*rc2+C2*C1*R*rl2+C2*C1*R*rl1+C2*C1*R*rc1+gi*C3*C1*rc1*rl1*rl2+gi*C3*
C1*R*rl1*rl2+gi*C3*C1*R*rc1*rl1+C3*C1*rl1*rl2+C3*C1*rc1*rl2+C3*C1*R*rl2+C3*C1*
R*rl1+C3*C1*R*rc1+go*gi*C1*L2*rc1*rl1+go*gi*C1*L2*R*rl1+go*gi*C1*L1*rc1*rl2+
go*gi*C1*L1*R*rl2+go*gi*C1*L1*R*rc1+gi*C1*L2*rc1+gi*C1*L2*R+gi*C1*L1*rc1+gi*
C1*L1*R+go*C1*L2*rl1+go*C1*L2*rc1+go*C1*L2*R+go*C1*L1*rl2+go*C1*L1*R-gf*C1*L2*
rc1-gf*C1*L2*R-gf*C1*L1*R+C1*L2+C1*L1+gi*C3*C2*rc2*rl1*rl2+gi*C3*C2*R*rl1*rl2+
gi*C3*C2*R*rc2*rl1+C3*C2*rc2*rl2+C3*C2*R*rl2+C3*C2*R*rc2+go*gi*C2*L2*rc2*rl1+
go*gi*C2*L2*R*rl1+go*gi*C2*L1*rc2*rl2+go*gi*C2*L1*R*rl2+go*gi*C2*L1*R*rc2+gi*
C2*L2*rc2+gi*C2*L2*R+gi*C2*L1*rc2+gi*C2*L1*R+go*C2*L2*rc2+go*C2*L2*R-gf*C2*L2*
rc2-gf*C2*L2*R+gi*C3*L2*rl1+gi*C3*L1*rl2+gi*C3*L1*R+C3*L2+go*gi*L1*L2)*s^2 +
(+gi*C3*C2*C1*rc1*rc2*rl1*rl2+gi*C3*C2*C1*R*rc2*rl1*rl2+gi*C3*C2*C1*R*rc1*rl1*
rl2+gi*C3*C2*C1*R*rc1*rc2*rl1+C3*C2*C1*rc2*rl1*rl2+C3*C2*C1*rc1*rc2*rl2+C3*C2*
C1*R*rl1*rl2+C3*C2*C1*R*rc2*rl2+C3*C2*C1*R*rc2*rl1+C3*C2*C1*R*rc1*rl2+C3*C2*
C1*R*rc1*rc2+go*gi*C2*C1*L2*rc1*rc2*rl1+go*gi*C2*C1*L2*R*rc2*rl1+go*gi*C2*C1*
L2*R*rc1*rl1+go*gi*C2*C1*L1*rc1*rc2*rl2+go*gi*C2*C1*L1*R*rc2*rl2+go*gi*C2*C1*
L1*R*rc1*rl2+go*gi*C2*C1*L1*R*rc1*rc2+gi*C2*C1*L2*rc1*rc2+gi*C2*C1*L2*R*rc2+
gi*C2*C1*L2*R*rc1+gi*C2*C1*L1*rc1*rc2+gi*C2*C1*L1*R*rc2+gi*C2*C1*L1*R*rc1+go*
C2*C1*L2*rc2*rl1+go*C2*C1*L2*rc1*rc2+go*C2*C1*L2*R*rl1+go*C2*C1*L2*R*rc2+go*
C2*C1*L2*R*rc1+go*C2*C1*L1*rc2*rl2+go*C2*C1*L1*R*rl2+go*C2*C1*L1*R*rc2gf*C2*

```

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

```

C1*L2*rc1*rc2-gf*C2*C1*L2*R*rc2-gf*C2*C1*L2*R*rc1-gf*C2*C1*L1*R*rc2+C2*C1*L2*
rc2+C2*C1*L2*R+C2*C1*L1*rc2+C2*C1*L1*R+gi*C3*C1*L2*rc1*r11+gi*C3*C1*L2*R*r11+
gi*C3*C1*L1*rc1*r12+gi*C3*C1*L1*R*r12+gi*C3*C1*L1*R*rc1+C3*C1*L2*r11+C3*C1*L2*
rc1+C3*C1*L2*R+C3*C1*L1*r12+C3*C1*L1*R+go*gi*C1*L1*L2*rc1+go*gi*C1*L1*L2*R+go*
C1*L1*L2+gi*C3*C2*L2*rc2*r11+gi*C3*C2*L2*R*r11+gi*C3*C2*L1*rc2*r12+gi*C3*C2*L1*
R*r12+gi*C3*C2*L1*R*rc2+C3*C2*L2*rc2+C3*C2*L2*R+go*gi*C2*L1*L2*rc2+go*gi*C2*L1*
L2*R+gi*C3*L1*L2)*s^3 +
(+gi*C3*C2*C1*L2*rc1*rc2*r11+gi*C3*C2*C1*L2*R*rc2*r11+gi*C3*C2*C1*L2*R*rc1*r11+
gi*C3*C2*C1*L1*rc1*rc2*r12+gi*C3*C2*C1*L1*R*rc2*r12+gi*C3*C2*C1*L1*R*rc1*r12+
gi*C3*C2*C1*L1*R*rc1*rc2+C3*C2*C1*L2*rc2*r11+C3*C2*C1*L2*rc1*rc2+C3*C2*C1*L2*R*
r11+C3*C2*C1*L2*R*rc2+C3*C2*C1*L2*R*rc1+C3*C2*C1*L1*rc2*r12+C3*C2*C1*L1*R*r12+
C3*C2*C1*L1*R*rc2+go*gi*C2*C1*L1*L2*rc1*rc2+go*gi*C2*C1*L1*L2*R*rc2+go*gi*C2*
C1*L1*L2*R*rc1+go*C2*C1*L1*L2*rc2+go*C2*C1*L1*L2*R+gi*C3*C1*L1*L2*rc1+gi*C3*C1*
L1*L2*R+C3*C1*L1*L2+gi*C3*C2*L1*L2*rc2+gi*C3*C2*L1*L2*R)*s^4 +
(+gi*C3*C2*C1*L1*L2*rc1*rc2+gi*C3*C2*C1*L1*L2*R*rc2+gi*C3*C2*C1*L1*L2*R*rc1+C3*
C2*C1*L1*L2*rc2+C3*C2*C1*L1*L2*R)*s^5)
68.
69. poles = pole(Vovc_tf)
70. zeros = zero(Vovc_tf)
71.
72. f = logspace(1, 5, 200); % 200 pt f vector from 100 Hz (10^2) to 10kHz (10^5)
73. [mag, phase] = bode(Vovc_tf,2*pi*f); % Use bode to determine mag and phase
74. subplot(2,1,1);
75. semilogx(f, 20*log10(abs(mag)), 'b');
76. title('X Control to OutputVoltage T.F. in CCM and PCC');
77. ylabel('Magnitude [dBV]');
78. subplot(2,1,2);
79. semilogx(f, phase, 'b');
80. xlabel('Frequency [Hz]');
81. ylabel('Phase [deg]');
82. saveimage

```

Resultado al ejecutar el código:

Control to Output-Voltage T.F. in CCM with Peak Current Control:

```

E = 120 V
L1 = 500 uH
L2 = 100 uH
C1 = 47 uF
C2 = 200 uF
R = 40 Ohm
D = 0.4
r11 = 0.10 Ohm
r12 = 0.02 Ohm
rc1 = 0.00 Ohm
rc2 = 0.00 Ohm
Vo = 79.87 V
Ii = 1.33 A
Io = 2.00 A
rpo = 0.06 Ohm
Ri = 0.10 Ohm
fsw = 100 kHz
Tsw = 10 us
Leq = 83.33 uH
Cs = 121.59 nF

```

Transfer function 'Vovc_tf' from input 'u1' to output ...

```

          4.574e-17 s^4 + 1.355e-11 s^3 - 6.76e-06 s^2 - 1.835e-05 s - 239.6
y1: -----
      2.286e-21 s^5 + 6.769e-16 s^4 + 2.261e-10 s^3 + 1.031e-07 s^2 + 0.008011 s + 2.171

```

Josep M. Valls

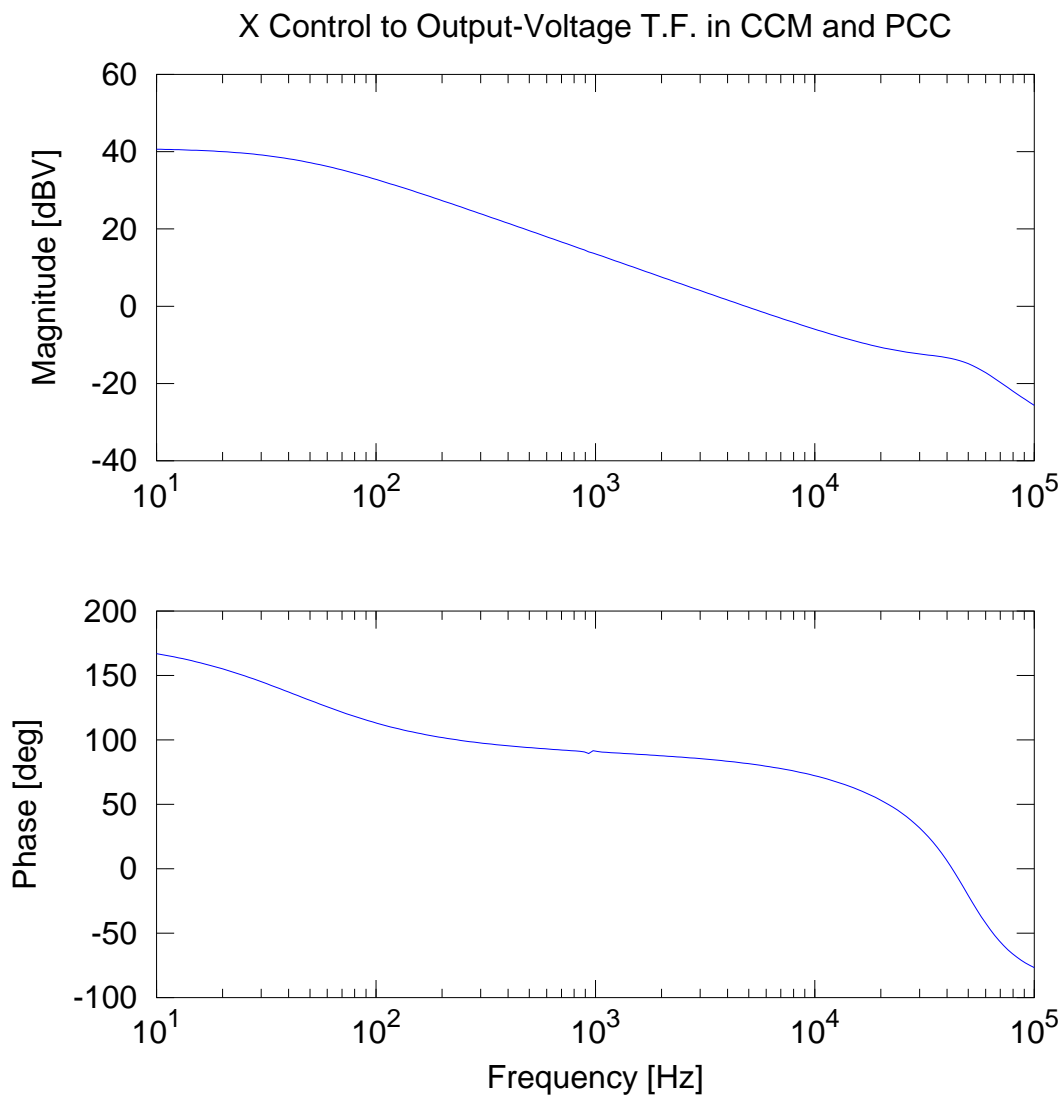
Continuous-time model.

poles =

```
-1.4788e+05 + 2.7730e+05i  
-1.4788e+05 - 2.7730e+05i  
-3.9619e+01 + 5.9527e+03i  
-3.9619e+01 - 5.9527e+03i  
-2.7137e+02 + 0.0000e+00i
```

zeros =

```
-5.6007e+05 + 0.0000e+00i  
2.6397e+05 + 0.0000e+00i  
-3.6842e+01 + 5.9527e+03i  
-3.6842e+01 - 5.9527e+03i
```



Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

B.1.19. Artículo ICMEPE-2016

El artículo "A Method to Obtain Complex Transfer Functions of four order DC-DC converters" fue presentado al ICMEPE - 2016, en colaboración con Peio Gil.

ISBN: 978-84-608-7709-7

Este trabajo presenta el método de cálculo gráfico simbólico de Ekrem Cengelci adaptado a la plataforma OctaveRS de Richard Márquez.

Josep M. Valls

A Method to Obtain Complex Transfer Functions of four order DC-DC converters

J. M. Valls¹ and P. Gil¹

¹ Department of Electrical and Electronic Engineering
E.T.S.I.I., Navarra Public University (UPNA)
Campus of Arrosadía – Pamplona, 31006 Navarra (Spain)
phone: +34 948 169255, e-mail: valls.99794@e.unavarra.es, pgil@unavarra.es

Abstract. Two Transfer Functions (TFs) are needed to analyze switching DC-DC converters in control-voltage mode: the duty-cycle to output-voltage (control to output) and the input-voltage to output-voltage (line to output). To obtain these TFs a small-signal analysis is required. The Continuous Conduction Mode (CCM) and the Discontinuous Conduction Mode (DCM) analysis are different. When a circuit includes the loss resistances of the components, the number of parameters increases exponentially, making manual nodal-loop circuit analysis techniques impractical to obtain the TFs. Moreover, these circuits are bilinear (non-linear) and it is necessary to linearize the equations at a DC operating-point (approximate linearization). Vorpérian describes a Pulse-Width-Modulated (PWM) switch model that includes all non-linear parts of the DC-DC switching converters. This model can be linearized and replaced on the switching converter schematic leading to a linear circuit. At this point it is possible to use symbolic analysis programs to obtain these TFs or to simply apply numerical values for either the Bode diagrams or the calculation of poles and zeros. Here we describe an application of Ekrem Cengelci method on X DC-DC converter to obtain control to output and line to output TFs in CCM and DCM including loss resistances. The method presented in this paper is optimized to use in the online publishing platform OctaveRS. Also the control to output TF for Peak Current Controlled (PCC) in CCM is obtained.

Key words: Ćuk, SEPIC, Zeta, X DC-DC converters, mathematics symbolic computation.

1. Introduction

Two Transfer Functions (TFs) are needed to both: analyze the dynamic behavior of four order switching DC-DC converters in control-voltage mode and Peak Current Controlled (PCC) mode.

To this end, it is necessary to apply a symbolic computational method to obtain these TFs [1], because the models used to find them in the Continuous Conduction Mode (CCM) and in the Discontinuous Conduction Mode (DCM) are very complex for manual manipulations [2], especially when the loss resistances of the reactive components are included in order to obtain realistic TFs for these converters.

The Vorpérian PWM switch model [3] [4] [5] [6] is used with (free) the circuit-based symbolic manipulation software SAPWIN (Symbolic Analysis Program for Windows) [7]. The GNU Octave has been used to obtain a numerical application with pole-zero analysis and Bode plots. These results are available online at OctaveRS [8], a web platform running GNU Octave [9].

As an example, this method is applied to the X DC-DC converter [10] [11] [12] in order to obtain the duty-cycle to output voltage (control to output) and the input-voltage to output-voltage (line to output) TFs in CCM and in DCM including loss resistances and control to output TF for PCC in CCM.

2. X - Converter

As it is pointed in the introduction, the topology studied is the X DC-DC switching converter [12]. Fig. 1, which is a four order topological variation of buck-boost converter with Ćuk - class structure.

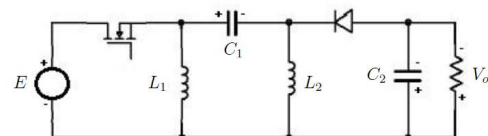


Fig. 1. Power stage of X converter.

Referring to the Ćuk-like class we can say it is a four order converter, with only one primary switch (MOSFET) and one secondary switch (DIODE). Furthermore, it also has two inductors, one bypass capacitor between input and output stage and one output capacitor.

The main representative circuit of this class is the Ćuk converter, presented in PESC'77 by Slodoban Ćuk [13]. In the same conference, R.P. Massey, described Single Ended Primary Inductance (SEPIC) converter [14]. Twelve years later Józwick and Kazimierzuk in a paper of IEEE Transactions on Industrial Electronics wrote on Zeta converter [15]. The first description of X converter

is found in [10], specifically in chapter 1 of the book "Converter Topologies", where the authors Siew-Chong Tan and Chi Kong Tse, called it the "missing" converter. Another reference of this converter is [11], in this paper Barry W. Williams analyzes several topologies and here the X converter is named "New Q5".

The ideal model of the converter dynamics is unrealistic: the lack of loss resistances does not give a right vision of the real behaviour of its dynamics, which usually is to be much more damped than the ideal one. The X converter schematic that includes the loss resistances is shown in Fig. 2.

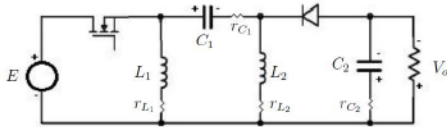


Fig. 2. Power stage of X converter with loss resistances.

To obtain the dynamical averaged model as it is proposed in [6] it is necessary to substitute the switches by a current and a voltage controlled continuous functions sources that exhibit the same behavior in average state as the initial switches of circuit. For this purpose, this circuit must be redrawn in order to identify (a) - active, (p) - passive and (c) - common terminals as shown in Fig. 3.

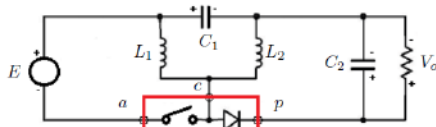


Fig. 3. X converter power stage reordered.

Afterwards, as it is mentioned above, the switching devices of the PWM-switch model have to be substituted by a controlled current and voltage sources which represent the average behaviour of the transistor and diode. The final schematic result is shown in Fig. 4.

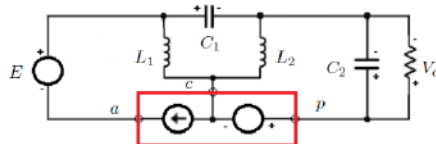


Fig. 4. X converter with PWM-Switch Model.

3. PWM switch model

Once the PWM switch model is obtained it is necessary to consider that the equations, which define the behavior of the average model of the switch, are different in function whether the mode of operation is in the CCM or DCM. The boundary between CCM and DCM [16] can be determined by (1) that relates the amplification factor between both modes:

$$K_c = (1 - D)^2 \begin{cases} \text{if } \frac{2(L_1 || L_2)}{R T_{SW}} < K_c \Rightarrow DCM \\ \text{if } \frac{2(L_1 || L_2)}{R T_{SW}} > K_c \Rightarrow CCM \end{cases} \quad (1)$$

The expressions of the equations for the current and voltage controlled sources in CCM and DCM are given respectively by (2) and (3).

$$\begin{aligned} i_{CCM}(t) &= i_a(t) = i_c(t) d(t) \\ v_{CCM}(t) &= v_{cp}(t) = v_{ap}(t) d(t) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} i_{DCM}(t) &= i_a(t) = i_p(t) \mu(t) \\ v_{DCM}(t) &= v_{cp}(t) = v_{ac}(t) \mu(t) \end{aligned} \quad (3)$$

These non-linear equations are bilinear as they are, independently, linear in the control ($d(t)$, $\mu(t)$) and linear in the state variables ($i(t)$, $v(t)$), but not in both. The non-linear condition is given by the products of state and control variables like $i(t)$ and $d(t)$. To obtain the TFs, previously, it is necessary to linearize the equations at a DC operating-point (approximate linearization). The results of this linearization for CCM and DCM are shown in equations (4) and (5) respectively.

$$\begin{aligned} \hat{i}_a(t) &= I_c \hat{d}(t) + D \hat{i}_c(t) = \\ &= SI \hat{d}(t) + D \hat{i}_{L_1}(t) + D \hat{i}_{L_2}(t) \\ \hat{v}_{cp}(t) &= V_{ap} \hat{d}(t) + D \hat{v}_{ap}(t) = \\ &= SV \hat{d}(t) + D \hat{e}(t) - D \hat{v}_{C_1}(t) + D \hat{v}_o(t) \end{aligned} \quad (4)$$

Note that $V_{ap} = E + V_o = SV$ is the sum of the input and the output voltages, and $I_c = I_{L_1} + I_{L_2} = I_i + I_o = SI$ is the sum of the input and the output currents.

$$\begin{aligned} \hat{i}_a(t) &= g_i \hat{v}_{ac}(t) + k_i \hat{d}(t) = \\ &= g_i \hat{e}(t) + k_i \hat{d}(t) \\ \hat{i}_p(t) &= g_f \hat{v}_{ac}(t) + k_o \hat{d}(t) - g_o \hat{v}_{cp}(t) = \\ &= g_f \hat{e}(t) + k_o \hat{d}(t) - g_o \hat{v}_o(t) \end{aligned} \quad (5)$$

where

$$\begin{aligned} g_i &= \frac{I_a}{V_{ac}} = \frac{\mu^2}{R} & k_i &= \frac{2I_a}{D} = \frac{2\mu V_o}{DR} & g_f &= \frac{2I_p}{V_{ac}} = \frac{2\mu}{R} \\ g_o &= \frac{I_p}{V_{cp}} = \frac{1}{R} & k_o &= \frac{2I_p}{D} = \frac{2V_o}{DR} \end{aligned}$$

and taken into account that

$$\begin{aligned} V_{cp} &= V_o & I_p &= I_o = \frac{V_o}{R} & \mu &= \frac{V_o}{E} = \sqrt{\frac{R T_{SW} D^2}{2(L_1 || L_2)}} \\ V_{ac} &= E & I_a &= I_i = \mu I_p & D &= \sqrt{\frac{2(L_1 || L_2) \mu^2}{R T_{SW}}} \end{aligned}$$

The relationship between input and output voltage in CCM is proportional to the duty-cycle and is given by :

$$V_o = \frac{D}{1-D} E - r_{p_o} I_o \quad (6)$$

Where r_{p_o} is:

$$r_{p_o} = \frac{D^2}{(1-D)^2} (r_{L_1} - (1-D)r_{c_1}) + (r_{L_2} + D r_{c_1}) \quad (7)$$

These equations are applied to obtain the output voltage, the input and output currents and the rest of the values that are necessary in numerical calculations.

4. Symbolic analysis in SAPWIN

The next step is to introduce the linear equations in graphic mode using the circuit schematic capture in SAPWIN. The control to output TF is obtained by eliminating from the circuit the input voltage source and maintaining duty-cycle effects, as shown in Fig. 5.

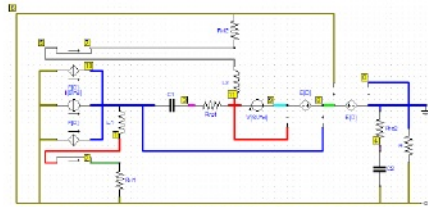


Fig. 5. Control to output TF of the X converter in CCM.

The line to output TF is obtained by eliminating from the circuit the duty-cycle source and maintaining the input voltage effects, as shown in Fig. 6.

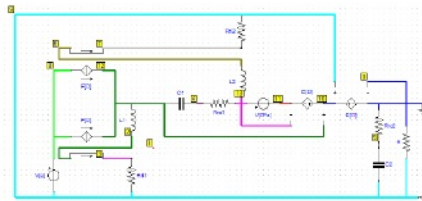


Fig. 6. Line to output TF of the X converter in CCM.

Fig. 7 shows the schematic of the X converter used to obtain the line to output TF in DCM.

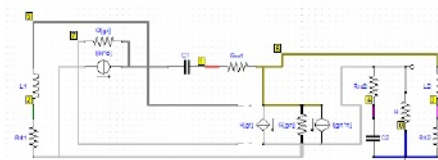


Fig. 7. Control to output TF of the X converter in DCM.

Fig. 8 shows the schematic of the X converter used to obtain the line to output TF in DCM.

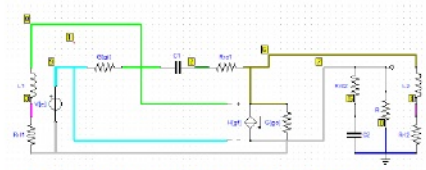


Fig. 8. Line to output TF of the X converter in DCM.

The symbolic expression of the TF is obtained automatically with SAPWIN in very short space of time, so it allows to skip a process of several tedious hours as would have been necessary if it had been obtained by hand. In a final step, this expression is post-processed by a software developed by the authors to adapt to GNU Octave program through a script file.

5. Numerical analysis in OctaveRS

To analyze the shapes of the TF we apply values and execute the script in OctaveRS. These values are the same of an example presented in page 430 of [17], where it is applied to a SEPIC converter. SEPIC and X belong to the Cuk-like class converters [12] and the results are comparable.

$$\begin{aligned} E &= 120 \text{ V} & D &= 0.4 & L_1 &= 500 \text{ } \mu\text{H} & L_2 &= 100 \text{ } \mu\text{H} \\ C_1 &= 47 \text{ } \mu\text{F} & C_2 &= 200 \text{ } \mu\text{F} & r_{L_1} &= 0.10 \text{ } \Omega & r_{L_2} &= 0.02 \text{ } \Omega \\ r_{c_1} &= 0.00 \text{ } \Omega & r_{c_2} &= 0.00 \text{ } \Omega \end{aligned}$$

The load resistance for CCM is $R_{CCM} = 40 \text{ } \Omega$ and for DCM is $R_{DCM} = 50 \text{ } \Omega$. In this conditions, the operating point of the converter in CCM is given by:

$$V_o = 79.87 \text{ V} \quad I_1 = 1.33 \text{ A} \quad I_o = 2.00 \text{ A} \quad r_{p_o} = 0.06 \text{ } \Omega$$

These other values are calculated for DCM.

$$V_o = 83.14 \text{ V} \quad I_1 = 1.15 \text{ A} \quad I_o = 1.66 \text{ A}$$

With these values the control to output TF in CCM is given by:

$$\frac{V_o(s)}{d(s)} = \frac{-3.13 \times 10^{-10} s^3 + 0.14 \times 10^{-1} s^2 + 0.38 \times 10^{-3} s + 4796}{1.88 \times 10^{-14} s^4 + 9.87 \times 10^{-12} s^3 + 1.34 \times 10^{-6} s^2 + 0.38 \times 10^{-3} s + 14.42}$$

The poles and zeros of this TF are:

$$\begin{aligned} p_0 &= -111.7 + 7594.2i \\ p_1 &= -111.7 - 7594.2i \\ p_2 &= -150.8 + 3643.8i \\ p_3 &= -150.8 - 3643.8i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_0 &= 4.3141e+05 + 0.0000e+00i \\ z_1 &= -4.2472e+01 + 5.9536e+03i \\ z_2 &= -4.2472e+01 - 5.9536e+03i \end{aligned}$$

And in DCM is given by:

$$\frac{V_o(s)}{e(s)} = \frac{-6.75 \times 10^{-6} s^2 + 0.26 \times 10^{-3} s + 1.80}{1.35 \times 10^{-12} s^4 + 2.83 \times 10^{-10} s^3 + 2.20 \times 10^{-7} s^2 + 0.01s + 2.00}$$

The poles and zeros of this TF are:

$$\begin{aligned} p_0 &= -2.0938e+05 + 0.0000e+00i \\ p_1 &= -2.0441e+02 + 6.6189e+03i \\ p_2 &= -2.0441e+02 - 6.6189e+03i \\ p_3 &= -1.6192e+02 + 0.0000e+00i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_0 &= 749.69 \\ z_1 &= -356.29 \end{aligned}$$

The Bode plots of control to output TFs are shown in Fig. 9 for CCM (blue line) and DCM (red line).

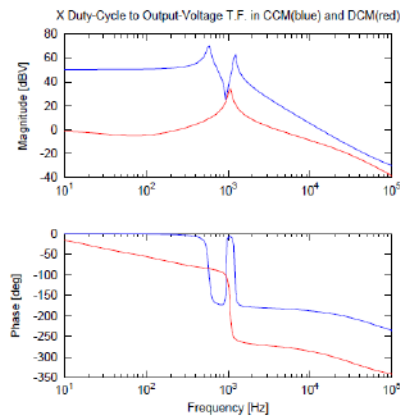


Fig. 9. Bode plot of control to output TF.

The line to output TF for CCM comes from:

$$\frac{V_o(s)}{d(s)} = \frac{2.71 \times 10^{-7} s^2 + 5.41 \times 10^{-5} s + 9.6}{1.88 \times 10^{-14} s^4 + 9.87 \times 10^{-12} s^3 + 1.34 \times 10^{-6} s^2 + 0.38 \times 10^{-3} s + 14.42}$$

The poles and zeros of this TF are:

$$\begin{aligned} p_0 &= -111.7 + 7594.2i \\ p_1 &= -111.7 - 7594.2i \\ p_2 &= -150.8 + 3643.8i \\ p_3 &= -150.8 - 3643.8i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_0 &= -100.0 + 5954.1i \\ z_1 &= -100.0 - 5954.1i \end{aligned}$$

And for DCM is given by:

$$\frac{V_o(s)}{e(s)} = \frac{-4.38 \times 10^{-6} s^2 - 8.77 \times 10^{-6} s + 1.39}{1.35 \times 10^{-13} s^4 + 2.83 \times 10^{-10} s^3 + 2.20 \times 10^{-7} s^2 + 0.01s + 2.00}$$

The poles and zeros of this TF are:

$$\begin{aligned} p_0 &= -2.0938e+05 + 0.0000e+00i \\ p_1 &= -2.0441e+02 + 6.6189e+03i \\ p_2 &= -2.0441e+02 - 6.6189e+03i \\ p_3 &= -1.6192e+02 + 0.0000e+00i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_0 &= -100.0 + 5620.9i \\ z_1 &= -100.0 + 5620.9i \end{aligned}$$

The Bode plots of line to output TFs are shown in Fig. 10 for CCM (blue line) and DCM (red line).

As always, the control to output and the line to output TFs in CCM have the same poles. The same happens in DCM, as the characteristic equation only depends on the conduction mode.

Moreover, it is relevant to highlight that in all these TFs the poles are negative, which means that the system is asymptotically stable. Also, in the case of the control to output TF, there is at least one positive zero which means this TF is non-minimal phase.

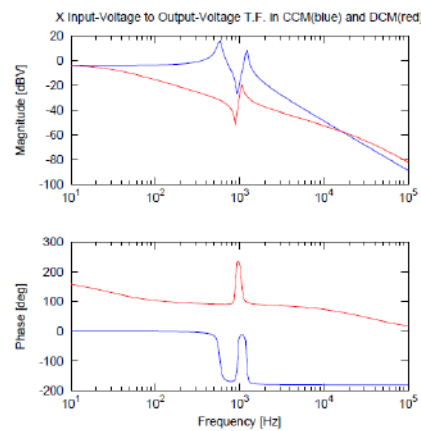


Fig. 10. Bode plot of line to output TF.

The example covered in this paper is published online at this link:

[547 Control TFs on X DC-DC Converter with loss resistances](#)

The examples on Ćuk, SEPIC and Zeta are found at these other links:

[545 Control TFs on Ćuk DC-DC Converter with loss resistances](#)

[292 Control TFs on SEPIC DC-DC Converter with loss resistances](#)

[546 Control TFs on Zeta DC-DC Converter with loss resistances](#)

6. Peak Current Control

Most control circuits use the peak current control instead of the single output voltage control loop to improve the dynamic behavior of the controlled converter.

The Peak Current Control (PCC) schematic is shown in Fig. 11.

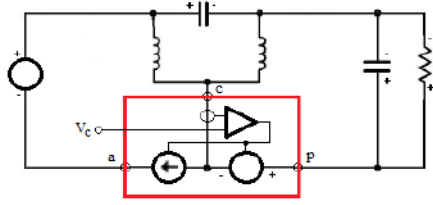


Fig. 11. PCC for X converter schema

Vorpérian presents a PWM switch model for PCC in CCM [5]. The schematic of this model, linearized for small-signal analysis is shown in Fig. 12.

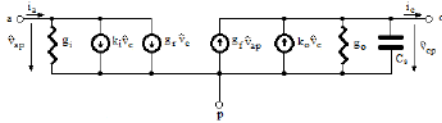


Fig. 12. PWM switch model for PCC in CCM

where

$$g_o = \frac{T_{sw}}{L_1 \parallel L_2} \left((1-D) \frac{m_a}{m_1} + \frac{1}{2} - D \right)$$

$$g_f = D g_o - \frac{D(1-D)T_{sw}}{2(L_1 \parallel L_2)}$$

$$g_i = D \left(g_f - \frac{I_c}{V_{ap}} \right) = D \left(g_f - \frac{I_i + I_o}{E + V_o} \right)$$

$$g_r = \frac{I_c}{V_{ap}} - g_o D = \frac{I_i + I_o}{E + V_o} - g_o D$$

$$k_i = \frac{D}{R_i} \quad k_o = \frac{1}{R_i}$$

taking into account

$$\begin{aligned} V_{ac} &= E & V_{ap} &= E + V_o & V_{cp} &= V_o \\ I_a &= I_i & I_p &= I_o & I_c &= I_i + I_o \end{aligned}$$

The slopes of the current of the inductors are given by

$$m_1 = \frac{V_{ac}}{L_1 \parallel L_2} R_i = \frac{E}{L_1 \parallel L_2} R_i$$

$$m_2 = \frac{V_{cp}}{L_1 \parallel L_2} R_i = \frac{V_o}{L_1 \parallel L_2} R_i \quad m_a = \frac{1}{2} m_2$$

Note that this expression of slopes is a simplification that considers that the average voltage drop on the bypass capacitor is zero in the X DC-DC converter.

The capacitor C_2 models the perturbation on inductor current that should cause a perturbation in \hat{v}_{cp} having a frequency $\omega_s/2$. Hence for parallel resonance we have [5]:

$$\frac{\omega_s}{2} = \frac{1}{\sqrt{L_{eq} C_s}} \Rightarrow C_s = \frac{4}{(L_1 \parallel L_2) \omega_s^2} \text{ and } \omega_s = 2\pi f_{sw}$$

Finally, the parameter R_i which appears in the equations represents the sense resistor used to measure the current in the common terminal.

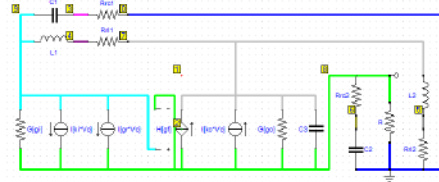


Fig. 13. SAPWIN schematic for X in PCC and CCM

The operating point, in this case, is the same in CCM

With these values the control to output TF in CCM is obtained by:

$$\frac{V_o(s)}{v_c(s)} = \frac{4.57 \times 10^{-11} s^4 + 1.36 \times 10^{-11} s^3 - 6.76 \times 10^{-6} s^2 - 1.84 \times 10^{-4} s + 239.6}{2.3 \times 10^{-21} s^5 + 6.8 \times 10^{-18} s^4 + 2.3 \times 10^{-10} s^3 + 1 \times 10^{-7} s^2 + 8 \times 10^{-7} s + 2.2}$$

The poles and zeros of this TF are:

$$\begin{aligned} p_0 &= -1.4788e+05 + 2.7730e+05i \\ p_1 &= -1.4788e+05 - 2.7730e+05i \\ p_2 &= -3.9619e+01 + 5.9527e+03i \\ p_3 &= -3.9619e+01 - 5.9527e+03i \\ p_4 &= -2.7137e+02 + 0.0000e+00i \\ z_0 &= -5.6007e+05 + 0.0000e+00i \\ z_1 &= 2.6397e+05 + 0.0000e+00i \\ z_2 &= -3.6842e+01 + 5.9527e+03i \\ z_3 &= -3.6842e+01 - 5.9527e+03i \end{aligned}$$

The Bode plots of control to output TF in CCM and PCC are shown in Fig. 14.

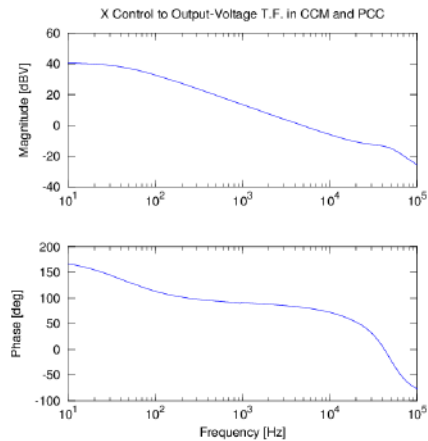


Fig. 14. Bode plot of control to output TF in CCM and PCC

Note that, as is well known, the PCC offers a better controllability than voltage control.

7. Conclusion

The circuit-oriented average model analysis allows to obtain the dynamic model straightforwardly using to this end the original circuit of the converter. Therefore, we can assert that it is advantageous over other averaging techniques as it does not need to recourse to the use of state space representation of the system in matrix form. It simplifies converter analysis and yields good intuitive understanding of the converter steady-state and dynamic properties.

The method proposed in this paper allows to analyze a complex non-linear circuit without carrying out routine and boring algebraic manipulations prone to errors. It also allows you to compare circuits in a way that otherwise would have been very difficult. The graphical characteristic of this method reduces the complexity to a problem of algebra that can be automated.

This methodology is intended for the use of free programs and resources as the program of symbolical analysis SAPWIN. Which is available on OctaveRS, a platform to publish code GNU Octave of professor Richard Marquez.

Acknowledgement

The authors would like to thank professor Richard Marquez for his advices and support in the preparation of this paper and his contribution to the free software world through his web platform OctaveRS.

References

- [1] E. Cengelci, "Software Makes Transfer Functions more Manageable," *Power Electronics Technology*, pp. 14-21, Jun 2008.
- [2] L. H. Mweene, "Cramer's rule helps solve DC-DC Converter Transfer Functions," *Power Electronics*, p. www.powerelectronics.com, Jul 2009.
- [3] V. Vorpérian, "Simplified Analysis of PWM using Model of PWM Switch Part I: Continuous Conduction Mode," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 26, no. 3, pp. 490-496, May 1990.
- [4] V. Vorpérian, "Simplified Analysis of PWM Converters Using Model of PWM Switch Part II: Discontinuous Conduction Mode," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 26, no. 3, pp. 497-505, May 1990.
- [5] V. Vorpérian, "Analysis of Current-Mode Controlled PWM Converters Using of the Model of the Current-Controlled PWM Switch," in *In Proc. PCIM'90*, Philadelphia, Pennsylvania, 1990.
- [6] V. Vorpérian, *Fast Analytical Techniques for Electrical and Electronic Circuits*, Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2004.
- [7] U. F. Department of Electronics and Telecommunications, "SAPWIN, symbolic analysis program for windows," 2001. [Online]. Available: <http://cirlab.det.unifi.it/Sapwin/>.
- [8] R. Marquez, "OctaveRS - share computational solutions with GNU Octave or R(statistical package)," 2014-2016. [Online]. Available: <http://cursosing.net/octavers/>.
- [9] J. W. Eaton, "Gnu octave - high-level interpreted language for numerical computations," 1993-2015. [Online]. Available: <https://www.gnu.org/software/octave/>.
- [10] F. Vasca and L. Iannelli, *Dinamics and Control of Switched Electronic Systems, Advanced Perspectives for Modeling, Simulation and Control of Power Converters*, London: Springer-Verlag, 2012.
- [11] B. W. Williams, "Generation and Analysis of Canonical Switching Cell DC-to-DC Converters," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 61, no. 1, pp. 329-346, Jan 2014.
- [12] J. Valls, "Analysis and Synthesis of a new Converter to Complete the Class of Cúk, SEPIC, Zeta Converters," in *In Proc. SAAET'14*, Tangier, Morocco, 2014.
- [13] S. Cuk and R. D. Middlebrook, "A New Optimum Topology Switching DC-to-DC Converter," in *Proc. PESC'77*, 1977.
- [14] R. P. Massey and E. C. Snyder, "High Voltage Single-Ended DC-DC Converter," in *Proc. PESC'77*, 1977.
- [15] J. Jóźwik and M. K. Kazimierczuk, "Dual SEPIC PWM Switching-Mode DC/DC Power Converter," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 36, no. 1, pp. 64-70, Feb 1989.
- [16] P. Gil, J. Sebastián, J. A. Cobos and J. Uceda, "The Determination of the Boundaries between Continuous and Discontinuous Conduction as Power Factor Preregulators Modes in PWM DC-to-DC Converters used," in *Proc. PESC'92*, 1992.
- [17] R. W. Erickson and D. Maksimovic, *Fundamentals of Power Electronics*, second ed., Kluwer Academic Publishers, 2001.

B.1.20. Poster presentado en ICMEPE-2016

El poster fue presentado el día 7 de julio de 2016 en la segunda sesión de posters del congreso.

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

A METHOD TO OBTAIN COMPLEX TRANSFER FUNCTIONS

J. M. VALLS valls.99794@e.unavarra.es jm.valls@telefonica.net
 P. GIL pgil@unavarra.es



Department of Electrical and Electronic Engineering E.T.S.I.I., Navarra Public University (UPNA) - Spain

INTRODUCTION

The four order Ćuk-like class DC-DC converters are composed of Ćuk converter, the SEPIC converter, the Zeta converter and the X converter, shown in Fig. 1. Two Transfer Functions (TFs) are needed to analyze switching DC-DC converters in control-voltage mode: the duty-cycle to output-voltage (control to output) and input-voltage to output-voltage (line to output). Moreover, the control to output TF is needed in Peak Current mode Control (PCC).

Fig. 1. Ćuk-like class DC-DC converters

X Converter with loss resistances

Fig. 2. Power stage of X converter with loss resistances.

X DC-DC switching converter is a four order topological variation of buck-boost converter with Ćuk structure. The TFs for Continuous Conduction Mode (CCM) and Discontinuous Conduction Mode (DCM) are different.

PWM Switch-Model to linearize

Fig. 3. X converter power stage reordered.

Fig. 4. X converter with PWM-Switch Model.

SAPWIN Symbolic - Analysis

Fig. 5. Control to output TF of the X converter in CCM.

Fig. 7. Control to output TF of the X converter in DCM.

BODE plots and results

OctaveRS analysis

OctaveRS

CCM $\frac{V_o(s)}{d(s)}$ $-3.13 \times 10^{-18}s^4 + 0.14 \times 10^{-12}s^2 + 0.28 \times 10^{-12}s + 4796$
 $1.88 \times 10^{-12}s^4 + 9.87 \times 10^{-12}s^2 - 1.34 \times 10^{-12}s^2 + 0.38 \times 10^{-12}s - 14.42$

DCM $\frac{V_o(s)}{d(s)}$ $-6.75 \times 10^{-18}s^4 + 0.26 \times 10^{-12}s^2 + 1.80$
 $1.35 \times 10^{-12}s^4 + 2.83 \times 10^{-12}s^2 + 2.20 \times 10^{-12}s^2 + 0.01s + 2.00$

TRANSLATION program

OTHER examples

Control TFs CUK DC-DC

Control TFs SEPIC DC-DC

Control TFs Zeta DC-DC

Peak Current Control X

CONCLUSION

The method proposed in this paper allows to analyze a complex non-linear circuit without carrying out routine and tedious algebraic manipulations prone to errors. The circuit-oriented average model analysis allows to obtain the dynamic model straightforwardly using to this end the original circuit of the converter.

REFERENCES

[1] E. Cengelci, "Software Makes Transfer Functions more Manageable," *Power Electronics Technology*, pp. 14-21, Jun 2008.
 [6] V. Vorpérian, "Fast Analytical Techniques for Electrical and Electronic Circuits", Cambridge University Press, 2004.
 [17] R. W. Erickson and D. Maksimovic, *Fundamentals of Power Electronics*, second ed., Kluwer Academic Publishers, 2001.

B.1.21. Artículo publicado en JEPE-2016

El artículo presentado en ICMEPE fue aceptado y publicado en la revista "Journal of Energy and Power Engineering" [VG16] en el Número 10 de octubre de 2016. En papel (ISSN 1934-8975) y online (ISSN 1934-8983)

Esta revista está indexada en:

- Database of EBSCO, Massachusetts, USA
- Database of Cambridge Science Abstracts (CSA), USA
- Chinese Database of CEPS, American Federal Computer Library Center (OCLC), USA
- Chinese Scientific Journals Database, VIP Corporation, Chongqing, China
- CNKI (China National Knowledge Infrastructure), China
- Ulrich's Periodicals Directory
- Summon Serials Solutions
- Chemical Abstracts Service (CAS)
- ProQuest
- Google Scholar

Con un factor de impacto en 2015 de 0,24.


From Knowledge to Wisdom

JEPE


ISSN 1934-8975 (Print)
ISSN 1934-8983 (Online)
DOI:10.17265/1934-8975

Journal of Energy and Power Engineering

Volume 10, Number 10, October 2016



The collage features four distinct images: the top-left shows a wind farm with several turbines against a clear sky; the top-right depicts a tall, lattice-structured high-voltage power transmission tower; the bottom-left shows a close-up of solar panels under a bright sun; and the bottom-right shows a large industrial transformer with a red control cabinet.



DAVID PUBLISHING

David Publishing Company
www.davidpublisher.com

Josep M. Valls



A Method to Obtain Complex Transfer Functions of Four Order DC-DC Converters

Josep M. Vallis Marti and Pedro M. Gil Laco

Department of Electrical and Electronic Engineering, Public University of Navarra (UPNA), Campus of Arrosaldea-Famploza, Navarra 31006, Spain

Received: July 20, 2016 / Accepted: August 02, 2016 / Published: October 31, 2016.

Abstract: Two TFs (transfer functions) are needed to analyze switching DC-DC converters in control-voltage mode: the duty-cycle to output-voltage (control to output) and the input-voltage to output-voltage (line to output). To obtain these TFs a multi-signal analysis is required. The CCM (continuous conduction mode) and the DCM (discontinuous conduction mode) analysis are different. When a circuit includes the loss resistances of the components, the number of parameters increases considerably, making manual nodal-loop circuit analysis techniques impractical to obtain the TFs. Moreover, these circuits are bilinear (non-linear) and it is necessary to linearize the equations at a DC operating-point (approximate linearization). Vorperian describes a PWM (pulse-width-modulated) switch model that includes all non-linear parts of the DC-DC switching converters. This model can be linearized and replaced on the switching converter schematic leading to a linear circuit. At this point it is possible to use symbolic analysis programs to obtain these TFs or to simply apply numerical values for either the Bode diagrams or the calculation of poles and zeros. Here we describe an application of Etkem Cengiz's method on X DC-DC converters to obtain control to output and line to output TFs in CCM and DCM including loss resistances. The method presented in this paper is optimized to use in the online publishing platform OctaveRS. Also the control to output TF for PCC (peak current controlled) in CCM is obtained.

Key words: Cuk, SEPIC (single ended primary inductance converter), Zeta, X DC-DC converters, mathematics symbolic computation.

1. Introduction

Two TFs (transfer functions) are needed to both analyze the dynamic behavior of four order switching DC-DC converters in control-voltage mode and PCC (peak current controlled) mode. To this end, it is necessary to apply a symbolic computational method to obtain these TFs [1], because the models used to find them in the CCM (continuous conduction mode) and in the DCM (discontinuous conduction mode) are very complex for manual manipulations [2], especially when the loss resistances of the reactive components are included in order to obtain realistic TFs for these converters. The Vorperian PWM switch model [3-6] is used with the (five) circuit-based symbolic manipulation software

SAPWIN (symbolic analysis program for windows) [7]. The GNU Octave has been used to solve a numerical application with pole-zero analysis and Bode plots. These results are available online at OctaveRS [8], a web platform running GNU Octave [9].

As an example, this method is applied to the X DC-DC converter [10-12] in order to obtain the duty-cycle to output voltage (control to output) and the input-voltage to output-voltage (line to output) TFs in CCM and in DCM including loss resistances and control to output TF for PCC in CCM.

2. X-Converter

As it is pointed in the introduction, the topology studied is the X DC-DC switching converter [12]. This converter shown in Fig. 1 is a four order topological variation of buck-boost converter with Cuk-class structure.

Corresponding author: Josep M. Vallis Marti, Ph.D. student, research fields: power converters, control, μC and FPGA.

A Method to Obtain Complex Transfer Functions of Four Order DC-DC Converters

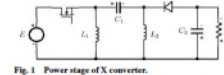


Fig. 1 Power stage of X converter.

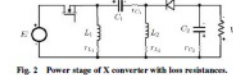


Fig. 2 Power stage of X converter with loss resistances.

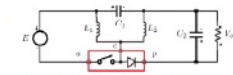
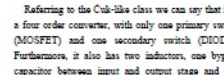


Fig. 3 X converter power stage reworked.

Fig. 4 X converter with PWM-switch model.

Referring to the Cuk-like class we can say that it is a four order converter, with only one primary switch (MOSFET) and one secondary switch (DIODE). Furthermore, it also has two inductors, one bypass capacitor between input and output stage and one output capacitor.

The main representative circuit of this class is the Cuk converter, presented in PESC 77 by Slobodan Cuk [13]. In the same conference, R. P. Massey, described SEPIC (single ended primary inductance converter) [14]. Twelve years later Jorwick and Kazimierczuk [15] wrote on Zeta converter. The first description of X converter is found in Ref. [10], specifically in chapter 1 of the book "Converter Topologies", where the authors Siaw-Chong Tan and Chi Keng Tse, called it the "missing" converter. Another reference of this converter is Ref. [11], in this paper Barry W. Williams analyzes several topologies and near the X converter is named "New QZ".

In regard with the dynamical modelling of this class of converters, the ideal model dynamic is unimodal. The lack of loss resistances does not give a right vision of the real behaviour of its dynamics, which usually is to be much more damped than the ideal one. The X converter schematic that includes the loss resistances is shown in Fig. 2.

To obtain the dynamical averaged model as it is proposed in Ref. [6] it is necessary to substitute the switches by a current and a voltage controlled continuous functions sources that exhibit the same behavior in average state as the initial switches of circuit. For this purpose, this circuit must be redrawn in order to identify (a)-active, (p)-passive and (c)-common terminals as shown in Fig. 3.

Afterwards, as it is mentioned above, the switching device of the PWM-switch model have to be substituted by a controlled current and voltage sources which represent the average behaviour of the transistor and diode. The final schematic result is shown in Fig. 4.

3. PWM Switch Model

Once the PWM switch model is obtained it is necessary to consider that the equations, which define the behavior of the average model of the switch, are different functions whether the mode of operation is in the CCM or DCM. The boundary between CCM and DCM [16] can be determined by Eq. (1) that relates the amplification factor between both modes:

$$K_c = (1-D)^2 \begin{cases} \text{if } \frac{2(L_1||L_2)}{R_{Tsw}} < K_c \Rightarrow \text{DCM} \\ \text{if } \frac{2(L_1||L_2)}{R_{Tsw}} > K_c \Rightarrow \text{CCM} \end{cases} \quad (1)$$

The expressions of the equations for the current and voltage controlled sources in CCM and DCM are given respectively by system Eqs. (2) and (3).

A Method to Obtain Complex Transfer Functions of Four Order DC-DC Converters

617

$$i_{CCM}(t) = i_a(t) = L_1(t) \frac{d(t)}{dt} \quad (2)$$

$$v_{DCM}(t) = v_a(t) = v_a(t) \frac{d(t)}{dt} \quad (3)$$

These non-linear equations are bilinear because they are, independently, linear in the control $d(t)$ and linear in the state variables $(i(t), v(t))$, but not in both. The non-linear character is given by the products of state and control variables like $i(t)$ and $d(t)$. To obtain the TFs, previously, it is necessary to linearize the equations at a DC operating-point (approximate linearization). The results of this linearization for CCM and DCM are shown in Eqs. (4) and (5) respectively.

$$i_a(t) = L_1 \frac{d(t)}{dt} + D L_1(t) \quad (4)$$

$$v_a(t) = S V \frac{d(t)}{dt} + D v_a(t) - D v_c(t) \quad (5)$$

Note that $v_a = E + v_c = S V$ is the sum of the input and the output voltage, and $i_a = i_i + i_o = i_i + i_o = S I$ is the sum of the input and the output current.

$$i_a(t) = g_1 \theta_a(t) + k_1 \frac{d(t)}{dt} \quad (6)$$

$$v_a(t) = g_2 \theta_a(t) + k_2 \frac{d(t)}{dt} - g_3 \theta_c(t) \quad (7)$$

where,

$$g_1 = \frac{L_1}{R_{Tsw}} = \frac{\mu^2}{R}$$

$$k_1 = \frac{2 L_1}{D} = \frac{2 \mu V_c}{D R}$$

$$g_2 = \frac{2 I_p}{R_{Tsw}} = \frac{2 \mu}{R}$$

$$g_3 = \frac{I_p}{R_{Tsw}} = \frac{1}{R}$$

$$k_2 = \frac{2 V_c}{D} = \frac{2 V_c}{D R}$$

and taken into account that

$$V_{Tsw} = V_c$$

$$I_p = I_a = \frac{V_c}{R}$$

$$\mu = \frac{V_c}{E} = \frac{R T_{sw} D^2}{\sqrt{2(L_1||L_2)}}$$

$$V_{Tsw} = E$$

$$I_p = I_a = \mu I_p$$

$$D = \sqrt{\frac{2(L_1||L_2)\mu^2}{R T_{sw}}}$$

The relationship between input and output voltage in CCM is proportional to the duty-cycle and is given by:

$$V_a = \frac{D}{1-D} E - r_{Tsw} I_a \quad (8)$$

where, r_{Tsw} is:

$$r_{Tsw} = \frac{D^2}{(1-D)^2} (r_{L1} + (1-D)r_{C1}) + (r_{L2} + D r_{C2}) \quad (9)$$

These equations are applied to obtain the output voltage, the input and output currents and the rest of the values that are necessary in numerical calculations.

4. Symbolic Analysis in SAPWIN

The next step is to introduce the linear equations in graphic mode using the circuit schematic capture in SAPWIN. The control to output TF is obtained by eliminating from the circuit the input voltage source and maintaining duty-cycle effects, as shown in Fig. 5.

The line to output TF is obtained by eliminating from the circuit the duty-cycle source and maintaining the input voltage effects, as shown in Fig. 6.

Fig. 7 shows the schematic of the X converter used to obtain the control to output TF in DCM.

Fig. 8 shows the schematic of the X converter used to obtain the line to output TF in DCM.

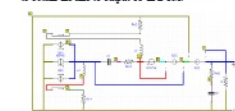


Fig. 5 Control to output TF of the X converter in CCM.

A Method to Obtain Complex Transfer Functions of Four Order DC-DC Converters

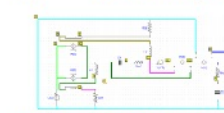


Fig. 6 Line to output TF of the X converter in CCM.

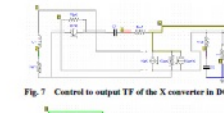


Fig. 7 Control to output TF of the X converter in DCM.

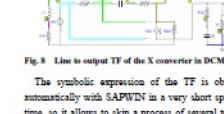


Fig. 8 Line to output TF of the X converter in DCM.

The symbolic expression of the TF is obtained automatically with SAPWIN in a very short space of time, so it allows to skip a process of several tedious hours as would have been necessary if it had been obtained by hand. In a final step, this expression is post-processed by a software developed by the authors to adapt to GNU Octave program through a script file.

5. Numerical Analysis in OctaveRS

To obtain the Bode plots of the TF we apply values and execute the script in OctaveRS. These values are the same of an example presented in page 430 of Ref. [17], where it is applied to an SEPIC converter. SEPIC and X belong to the Cuk-like class converters [12] and the results are comparable.

$$E = 120 \text{ V} \quad D = 0.4$$

$$L_1 = 500 \mu\text{H} \quad L_2 = 100 \mu\text{H}$$

$$C_1 = 47 \mu\text{F} \quad C_2 = 200 \mu\text{F}$$

$$r_{L1} = 0.10 \Omega \quad r_{L2} = 0.02 \Omega$$

$$r_{C1} = 0.00 \Omega \quad r_{C2} = 0.00 \Omega$$

The load resistance for CCM is $R_{CCM} = 40 \Omega$ and for DCM is $R_{DCM} = 50 \Omega$. In this conditions, the operating point of the converter in CCM is given by:

$$I_a = 79.57 \text{ A}, I_o = 1.33 \text{ A}$$

$$I_c = 2.00 \text{ A}, r_{Tsw} = 0.06 \Omega$$

These other values are calculated for DCM.

$$I_a = 83.14 \text{ A}, I_o = 1.15 \text{ A}, I_c = 1.66 \text{ A}$$

With these values the control to output TF in CCM is given by:

$$\frac{V_a(s)}{D(s)} = \frac{-3.18 \times 10^{-10} s^4 + 2.83 \times 10^{-10} s^3 + 2.20 \times 10^{-10} s^2 + 0.010 s + 2.00}{460 - 1.88 \times 10^{-10} s^4 + 9.87 \times 10^{-10} s^3 + 1.34 \times 10^{-10} s^2 + 0.38 \times 10^{-10} s + 11.42}$$

The poles and zeros of this TF are:

$$p_0 = -111.7 - 7394.2i$$

$$p_1 = -111.7 - 7394.2i$$

$$p_2 = -150.8 - 3643.8i$$

$$p_3 = -150.8 - 3643.8i$$

$$z_0 = 4.314e+05 - 0.0000e+00i$$

$$z_1 = -2.4272e-01 + 5.9336e-03i$$

$$z_2 = -2.4272e-01 - 5.9336e-03i$$

And in DCM is given by:

$$\frac{V_a(s)}{D(s)} = \frac{-6.75 \times 10^{-10} s^4 + 0.26 \times 10^{-10} s^3 + 1.80}{460 - 1.88 \times 10^{-10} s^4 + 9.87 \times 10^{-10} s^3 + 1.34 \times 10^{-10} s^2 + 0.38 \times 10^{-10} s + 11.42}$$

The poles and zeros of this TF are:

$$p_0 = -2.0938e-05 + 0.0000e+00i$$

$$p_1 = -2.0441e-02 + 6.6189e-03i$$

$$p_2 = -2.0441e-02 - 6.6189e-03i$$

$$p_3 = -1.6192e-02 + 0.0000e+00i$$

$$p_4 = -1.6192e-02 - 0.0000e+00i$$

$$z_0 = 749.69$$

$$z_1 = -356.29$$

The Bode plots of the control to output TFs are shown in Fig. 9 for CCM (blue line) and DCM (red line).

The line to output TF for CCM comes from:

$$\frac{V_a(s)}{E(s)} = \frac{2.71 \times 10^{-10} s^4 + 0.41 \times 10^{-10} s^3 + 0.88}{460 - 1.88 \times 10^{-10} s^4 + 9.87 \times 10^{-10} s^3 + 1.34 \times 10^{-10} s^2 + 0.38 \times 10^{-10} s + 11.42}$$

The poles and zeros of this TF are:

$$p_0 = -111.7 - 7394.2i$$

$$p_1 = -111.7 - 7394.2i$$

$$p_2 = -150.8 - 3643.8i$$

$$p_3 = -150.8 - 3643.8i$$

$$z_0 = 100.0 - 5954.1i$$

$$z_1 = 100.0 - 5954.1i$$

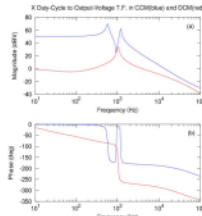


Fig. 9 Bode plot of control to output TF.

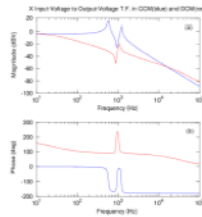


Fig. 10 Bode plot of line to output TF.

And for DCM is given by:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1.35 \times 10^{-7} s^2 + 2.23 \times 10^{-7} s + 2.20 \times 10^{-7}}{1.35 \times 10^{-7} s^2 + 2.23 \times 10^{-7} s + 2.20 \times 10^{-7}}$$
 The poles and zeros of this TF are:

$$p_0 = -2.0938e+05 + 0.0000e+00i$$

$$p_1 = -2.0441e+02 + 6.6189e+03i$$

$$p_2 = -2.0441e+02 - 6.6189e+03i$$

$$p_3 = -1.6192e+02 + 0.0000e+00i$$

$$z_0 = -100.0 - 5620.9i$$

$$z_1 = -100.0 - 5620.9i$$

The Bode plots of line to output TFs are shown in Fig. 10 for CCM (blue line) and DCM (red line). As always, the control to output and the line to output TFs in CCM have the same pole. The same happens in DCM, as the characteristic equation only depends on the conduction mode. Moreover, it is relevant to highlight that in all these TFs the poles are negative, which means that the system is asymptotically stable. Also, in the case of the control to output TF, there is at least one positive zero which means this TF is non-minimal phase. The example covered in this paper is published online at this link: [http://dx.doi.org/10.1109/IECON.2016.7793004](#). The example covered in this paper is published online at Ref. [18]. The examples on Cuk, SEPIC and Zeta are found in Refs. [19-21].

6. Peak Current Control
 Most control circuits use the peak current control instead of the single output voltage control loop to improve the dynamic behavior of the controlled converter. The PCC (peak current control) schematic is shown in Fig. 11. Veripstein presents a PWM switch model for PCC in CCM [5]. The schematic of this model, linearized for small-signal analysis is shown in Fig. 12.

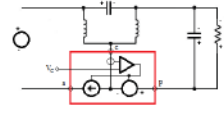


Fig. 11 PCC for X converter scheme.

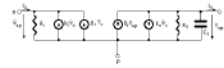


Fig. 12 PWM switch model for PCC in CCM.

where,

$$g_o = \frac{Y_{SW}}{L_1 \parallel L_2} \left((1-D) \frac{m_1}{m_1 + \frac{1}{2} - D} \right)$$

$$g_r = D g_o - \frac{D(1-D)Y_{SW}}{2(L_1 \parallel L_2)}$$

$$g_i = D \left(g_r - \frac{I_c}{V_{CP}} \right) - D \left(g_r - \frac{I_c + I_o}{E + V_o} \right)$$

$$g_r = \frac{I_c}{V_{CP}} - g_o D = \frac{I_c + I_o}{E + V_o} - g_o D$$

$$k_i = \frac{D}{R_i} \quad k_o = \frac{1}{R_i}$$
 and taking into account,

$$V_{in} = E \quad V_{CP} = E + V_o \quad V_{CP} = V_o$$

$$L_c = L_1 \quad I_p = I_c \quad I_c = I_c + I_o$$
 The slopes of the current of the inductors are given by

$$m_1 = \frac{V_{CP} - R_i}{L_1 \parallel L_2} = \frac{E}{L_1 \parallel L_2} R_i$$

$$m_2 = \frac{V_{CP} - R_i}{L_1 \parallel L_2} = \frac{V_o}{L_1 \parallel L_2} R_i$$

$$m_o = \frac{1}{2} m_2$$

Note that this expression of slopes is a simplification that considers that the average voltage drop on the bypass capacitor is zero in the X DC-DC converter. The capacitor C_1 models the perturbation on the inductor current that should cause a perturbation in θ_{sp} having a frequency $\omega_c/2$. Hence for parallel resonance we have [3]:

$$\frac{\omega_c}{2} = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} \Rightarrow C_1 = \frac{4}{(L_1 \parallel L_2) \omega_c^2}$$
 and $\omega_c = 2\pi f_{sw}$
 Finally, the parameter R_i which appears in the equations represents the sense resistor used to measure the current in the common terminal.
 The operating point, in this case, is the same that was used previously in CCM.
 With these values the control to output TF in CCM is obtained by:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{4.57 \times 10^{-7} s^3 + 1.36 \times 10^{-7} s^2 + 6.76 \times 10^{-8} s + 1.84 \times 10^{-8}}{1.35 \times 10^{-7} s^2 + 2.23 \times 10^{-7} s + 2.20 \times 10^{-7}}$$



Fig. 13 SAPWIN schematic for X in PCC and CCM.

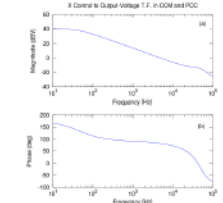


Fig. 14 Bode plot of control to output TF in CCM and PCC.

The poles and zeros of this TF are:

$$p_0 = -1.4788e+05 + 2.7730e+03i$$

$$p_1 = -1.4788e+05 - 2.7730e+03i$$

$$p_2 = -3.9619e+01 + 3.9327e+03i$$

$$p_3 = -3.9619e+01 - 3.9327e+03i$$

$$p_4 = -2.7137e+02 + 0.0000e+00i$$

$$z_0 = -5.6097e+05 + 0.0000e+00i$$

$$z_1 = 2.6397e+05 + 0.0000e+00i$$

$$z_2 = -3.6842e+01 + 3.9327e+03i$$

$$z_3 = -3.6842e+01 - 3.9327e+03i$$

The Bode plots of control to output TF in CCM and PCC are shown in Fig. 14.

Note that, as it is well known, the PCC offers a better controllability than voltage control.

7. Conclusions

The circuit-oriented average model analysis allows to obtain the dynamic model straightforwardly using

to this and the original circuit of the converter. Therefore, we can assert that it is advantageous over other averaging techniques as it does not need to recalculate the use of state space representation of the system in matrix form. It simplifies converter analysis and yields good intuitive understanding of the converter steady-state and dynamic properties. The use of the SAPWIN program allows to analyze a complex non-linear circuit without carrying out routine and boring algebraic manipulations prone to errors. It also allows you to compare circuits in a way that otherwise would have been very difficult. The graphical characteristic of this method reduces the complexity to a problem of algebra that can be automated.

This methodology is intended for the use of free programs and resources as the program of symbolic analysis SAPWIN. And it is available on OctaveRS, a platform to publish code GNU Octave of Professor Richard Marquez.

Acknowledgement

The authors would like to thank Professor Richard Marquez for his advice and support in the preparation of this paper and his contribution to the free software world through his web platform OctaveRS.

References

[1] Cengizci, E. 2008. "Software Makes Transfer Functions More Manageable." *Power Electronics Technology* 34 (6): 14-21.
 [2] Mweene, L. H. 2009. "Cramer's Rule Helps Solve DC-DC Converter Transfer Functions." *Power Electronics Technology* 35 (7): 14.
 [3] Veripstein, V. 1990. "Simplified Analysis of PWM Using Model of PWM Switch Part I: Continuous Conduction Mode." *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 26 (3): 490-4.
 [4] Veripstein, V. 1990. "Simplified Analysis of PWM Converters Using Model of PWM Switch Part II: Discontinuous Conduction Mode." *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 26 (3): 497-505.
 [5] Veripstein, V. 1990. "Analysis of Current-Mode Controlled PWM Converters Using of the Model of the Current-Controlled PWM Switch." In *Proceedings of the*

International Power Conversion Conference, 183-95.
 [6] Veripstein, V. 2004. *Fast Analytical Techniques for Electrical and Electronic Circuits*. Cambridge: Cambridge University Press.
 [7] U.F. Department of Electronics and Telecommunications. 2001. "SAPWIN, Symbolic Analysis Program for Windows." Accessed April 27, 2015. Available: <http://hds.udec.mx/~elap/wpa/>
 [8] Marquet, R. 2014-2016. "OctaveRS-Share Computational Solutions with GNU Octave or R (Statistical Packages)." Accessed March 28, 2015. Available: <http://www.gnu.org/octaveres/>
 [9] Eaton, J. W. 1993-2015. "GNU Octave-High-Level Interpreted Language for Numerical Computation." Accessed April 4, 2015. Available: <https://www.gnu.org/octave/index.html>
 [10] Vasca, F., and Iannelli, L. 2012. *Dynamics and Control of Switched Electronic Systems, Advanced Perspectives for Modeling, Simulation and Control of Power Converters*. London: Springer-Verlag.
 [11] Williams, B. W. 2014. "Operation and Analysis of Canonical Switching Cell DC-to-DC Converters." *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 61 (1): 329-46.
 [12] Valls, J. 2014. "Analysis and Synthesis of a New Converter to Complete the Class of Cuk, SEPIC, Zeta Converters." In *Proceedings of the Annual Seminar on Automation, Industrial Electronics and Instrumentation*, Timgel, Morocco, PCT2-1.
 [13] Cuk, S., and Middlebrook, R. D. 1977. "A New Optimum Topology Switching DC-to-DC Converter." In *Proceedings of the Power Electronics Specialists Conference*, 160-79.
 [14] Massey, R. P., and Seyler, E. C. 1977. "High Voltage Single-Ended DC-DC Converter." In *Proceedings of the Power Electronics Specialists Conference*, 156-9.
 [15] Złowik, J., and Kazmierczak, M. K. 1989. "Dual SEPIC PWM Switching-Mode DC/DC Power Converter." *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 36 (1): 64-70.
 [16] Gil, P., Sebastián, J., Cobos, J. A., and Uceda, J. 1992. "The Determination of the Boundaries between Continuous and Discontinuous Conduction as Power Factor Regulators Made in PWM DC-to-DC Converters Used." In *Proceedings of the Power Electronics Specialists Conference*, 1061-70.
 [17] Erickson, R. W., and Maksimovic, D. 2001. *Fundamentals of Power Electronics*. 2nd ed. Boulder, Colorado: Klauer Academic Publishers.
 [18] Valls, J. 2015. "Control Transfer Functions on X DC-DC Converter with Loss Resistances." Accessed January 25, 2016. <http://arxiv.org/abs/1501.00001>
 [19] Valls, J. 2015. "Control Transfer Functions on Cuk Converter with Loss Resistances." Accessed January 25, 2016. <http://arxiv.org/abs/1501.00002>
 [20] Valls, J. 2015. "Control Transfer Functions on SEPIC DC-DC Converter with Loss Resistances." Accessed January 25, 2016. <http://arxiv.org/abs/1501.00003>

DC-DC Converter with Loss Resistances." Accessed January 25, 2016. <http://arxiv.org/abs/1501.00004>
 [21] Valls, J. 2015. "Control Transfer Functions on Zeta DC-DC Converter with Loss Resistances." Accessed January 25, 2016. <http://arxiv.org/abs/1501.00005>
 [22] Valls, J. 2015. "Control Transfer Functions on X DC-DC Converter with Loss Resistances." Accessed January 25, 2016. <http://arxiv.org/abs/1501.00006>
 [23] Valls, J. 2015. "Control Transfer Functions on Cuk Converter with Loss Resistances." Accessed January 25, 2016. <http://arxiv.org/abs/1501.00007>
 [24] Valls, J. 2015. "Control Transfer Functions on SEPIC DC-DC Converter with Loss Resistances." Accessed January 25, 2016. <http://arxiv.org/abs/1501.00008>
 [25] Valls, J. 2015. "Control Transfer Functions on Zeta DC-DC Converter with Loss Resistances." Accessed January 25, 2016. <http://arxiv.org/abs/1501.00009>
 [26] Valls, J. 2015. "Control Transfer Functions on X DC-DC Converter with Loss Resistances." Accessed January 25, 2016. <http://arxiv.org/abs/1501.00010>
 [27] Valls, J. 2015. "Control Transfer Functions on Cuk Converter with Loss Resistances." Accessed January 25, 2016. <http://arxiv.org/abs/1501.00011>
 [28] Valls, J. 2015. "Control Transfer Functions on SEPIC DC-DC Converter with Loss Resistances." Accessed January 25, 2016. <http://arxiv.org/abs/1501.00012>
 [29] Valls, J. 2015. "Control Transfer Functions on Zeta DC-DC Converter with Loss Resistances." Accessed January 25, 2016. <http://arxiv.org/abs/1501.00013>

listing/202-control-transfer-functions-on-sepic-dc-dc-converter-with-loss-resistances.
 [21] Valls, J. 2015. "Control Transfer Functions on Zeta DC-DC Converter with Loss Resistances." Accessed January 25, 2016. <http://arxiv.org/abs/1501.00014>
 [22] Valls, J. 2015. "Control Transfer Functions on X DC-DC Converter with Loss Resistances." Accessed January 25, 2016. <http://arxiv.org/abs/1501.00015>
 [23] Valls, J. 2015. "Control Transfer Functions on Cuk Converter with Loss Resistances." Accessed January 25, 2016. <http://arxiv.org/abs/1501.00016>
 [24] Valls, J. 2015. "Control Transfer Functions on SEPIC DC-DC Converter with Loss Resistances." Accessed January 25, 2016. <http://arxiv.org/abs/1501.00017>
 [25] Valls, J. 2015. "Control Transfer Functions on Zeta DC-DC Converter with Loss Resistances." Accessed January 25, 2016. <http://arxiv.org/abs/1501.00018>
 [26] Valls, J. 2015. "Control Transfer Functions on X DC-DC Converter with Loss Resistances." Accessed January 25, 2016. <http://arxiv.org/abs/1501.00019>
 [27] Valls, J. 2015. "Control Transfer Functions on Cuk Converter with Loss Resistances." Accessed January 25, 2016. <http://arxiv.org/abs/1501.00020>
 [28] Valls, J. 2015. "Control Transfer Functions on SEPIC DC-DC Converter with Loss Resistances." Accessed January 25, 2016. <http://arxiv.org/abs/1501.00021>
 [29] Valls, J. 2015. "Control Transfer Functions on Zeta DC-DC Converter with Loss Resistances." Accessed January 25, 2016. <http://arxiv.org/abs/1501.00022>

B.1.22. Función de Transferencia X con control por pico de corriente (Revisado)

Este código fue subido a la plataforma OctaveRS el 5 de Diciembre de 2016. En este código hay una corrección del modelo que produce números muy parecidos.

A continuación se coloca el enlace al código:

<http://cursosing.net/octavers/gnuoctave/listing/693-peak-current-control-transfer-function-of-x-dc-dc-converter-in-ccm>

OctaveRs

Publicación rápida de códigos en GNU Octave o R - Share computational solutions with GNU Octave or R (statistical package)
(/octavers/)

Hola, Josep M. Valls Martí
[Desconectar](#)

[Códigos \(/octavers/codigos\)](#)
 [GNU Octave \(/octavers/gnuoctave\)](#)
 [R \(/octavers/r\)](#)
 [Acerca de \(/octavers/\)](#)

[GNU Octave Manual \(https://www.gnu.org/software/octave/doc/interpreter/\)](#)
 [Perfil \(/octavers/perfil\)](#)

[UTM \(/octavers/utm\)](#)

Hola Josep M. Valls Martí! Puedes editar este artículo! x

Peak Current Control Transfer Function of X DC-DC Converter in CCM

Por Josep M. Valls Martí

PCC
 x
 BODE

Detalles

- 📅 Creado el 04 Mayo 2016
- 📅 Última modificación el 05 Diciembre 2016
- 👁️ 154 vistas

Introduction:

Ekrem Cengcelci (see references below) summarizes "Combining PWM switch models with linear circuit analysis software and math software creates a fully computer based approach to obtaining and analyzing the transfer functions of DCDC converters." This is the method employed on the next GNU Octave code.

NOTE On 5th december of 2016 I found a mistake in PWM model. The term $g_r \hat{v}_c$ must be $.g_r \hat{v}_{cp}$ and I have revised the paper and code.

Peak Current Control

Most control circuits use the peak current control instead of the single output voltage control loop to improve the dynamic behavior of the controlled converter. The Peak Current Control (PCC) schematic is shown in Fig. 1.

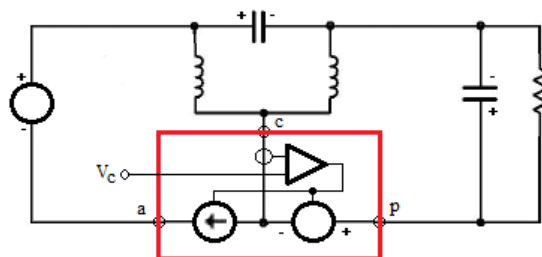


Fig. 1 PCC for X converter schema

Josep M. Valls

Vorpérian presents a PWM switch model for PCC in CCM [Vor02]. The schematic of this model, linearized for small-signal analysis is shown in Fig. 2.

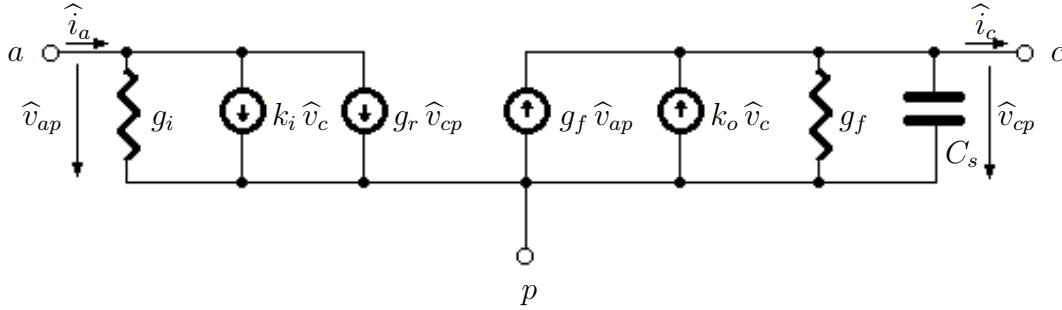


Figura B.1: Modelo de interruptor PWM para control en pico de corriente

Fig. 2 PWM switch model for PCC in CCM

where

$$\begin{aligned}
 g_o &= \frac{T_{SW}}{L_1 || L_2} \left((1-D) \frac{m_a}{m_1} + \frac{1}{2} - D \right) \\
 g_f &= D g_o - \frac{D(1-D)T_{SW}}{2(L_1 || L_2)} \\
 g_i &= D \left(g_f - \frac{I_c}{V_{ap}} \right) = D \left(g_f - \frac{I_i + I_o}{E + V_o} \right) \\
 g_r &= \frac{I_c}{V_{ap}} - g_o D = \frac{I_i + I_o}{E + V_o} - g_o D \\
 k_i &= \frac{D}{R_i} \\
 k_o &= \frac{1}{R_i}
 \end{aligned}$$

taking into account

$$\begin{aligned}
 V_{ac} &= E \\
 V_{ap} &= E + V_o \\
 V_{cp} &= V_o \\
 I_a &= I_i \\
 I_p &= I_o \\
 I_c &= I_i + I_o
 \end{aligned}$$

The slopes of the current of the inductors are given by

$$\begin{aligned}
 m_1 &= \frac{V_{ac}}{L_1 || L_2} R_i = \frac{E}{L_1 || L_2} R_i \\
 m_2 &= \frac{V_{cp}}{L_1 || L_2} R_i = \frac{V_o}{L_1 || L_2} R_i \\
 m_a &= \frac{1}{2} m_2
 \end{aligned}$$

Note that this expression of slopes is a simplification that considers that the average voltage drop on the bypass capacitor is zero in the X DC-DC converter.

The capacitor C_s models the perturbation on inductor current that should cause a perturbation in having a frequency $\omega_s/2$. Hence for parallel resonance we have:

$$\frac{\omega_s}{2} = \frac{1}{\sqrt{L_{eq} C_s}} \rightarrow C_s = \frac{4}{(L_1 || L_2) \omega_s^2} \rightarrow \omega_s = 2\pi f_{SW}$$

Finally, the parameter R_i which appears in the equations represents the sense resistor used to measure the current in the common terminal.

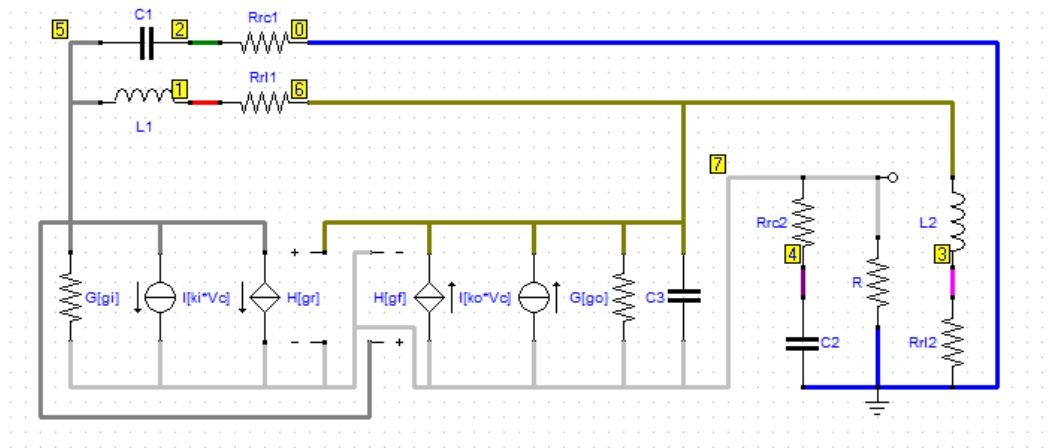
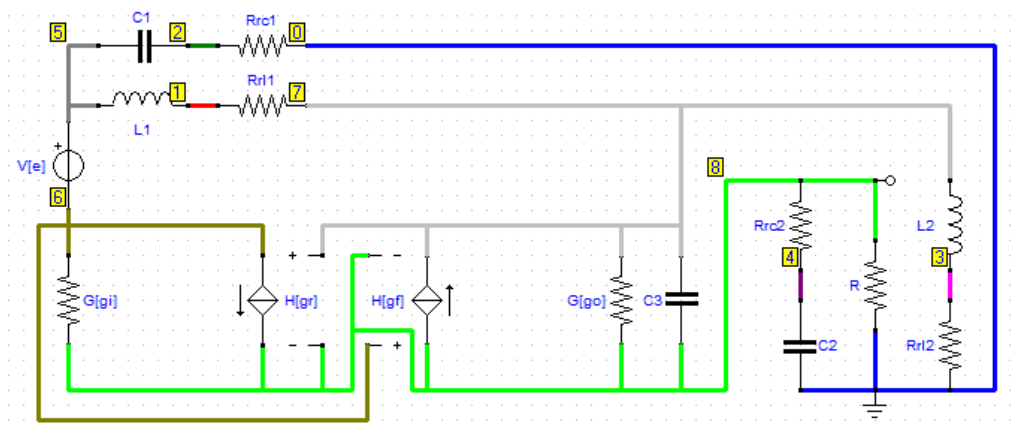


Fig. 3 SAPWIN schematic for X in PCC and CCM control to output Transfer Function

Fig. 4 SAPWIN schematic for X in PCC and CCM line to output Transfer Function

Erickson values:

Josep M. Valls



$$\begin{aligned}
 E &= 120V \\
 D &= 0,4 \\
 L_1 &= 500\mu H \\
 C_1 &= 47\mu F \\
 L_2 &= 100\mu H \\
 C_2 &= 200\mu F \\
 R &= 40\Omega \\
 r_{L_1} &= 0,1\Omega \\
 r_{L_2} &= 0,02\Omega \\
 r_{C_1} &= 0\Omega \\
 r_{C_2} &= 0\Omega
 \end{aligned}$$

References

[EC08] Ekrem Cengelci "Software Makes Transfer Functions More Manageable", Power Electronics Technology, June 2008, Ekrem Cengelci

<http://powerelectronics.com/powermanagement/softwaremakestransferfunctionsmanageable>

[VOR02] Vatché Vorpérian "Fast Analytical Techniques for ELECTRICAL and ELECTRONIC CIRCUITS" , Cambridge University Press, 2002

[EM01] R. W. Erickson and D. Maksimovic. "Fundamentals of Power Electronics". Kluwer Academic Publishers, second edition edition, 2001.

[SAPWIN] SAPWIN "Symbolic Analysis Program for Windows", University of Florence, Department of Electronics and Telecommunications Engineering, SAPWIN

<http://cirlab.det.unifi.it/Sapwin/>

Código GNU Octave

```

1. set (0, "defaultlinewidth", 1.0, "defaulttextfontname", "Helvetica", "default
   taxesfontname", "Helvetica", "defaulttaxesfontsize",8.0);
2. pkg load control;
3.
4. disp('Control to Output-Voltage T.F. in CCM with Peak Current Control:');
5. fprintf('\r\n');
6.
7. E = 120;
8. fprintf(' E = %d V\n',E);
9. L1 = 500E-6;
10. fprintf('L1 = %d uH\n',L1*1e6);
11. L2 = 100E-6;
12. fprintf('L2 = %d uH\n',L2*1e6);
13. C1 = 47E-6;
14. fprintf('C1 = %d uF\n',C1*1e6);
15. C2 = 200E-6;
16. fprintf('C2 = %d uF\n',C2*1e6);
17. R = 40;
18. fprintf(' R = %d Ohm\n',R);
19. D = 0.4;
20. fprintf(' D = %2.1f\n',D);
21. rl1 = 0.1;
22. fprintf('rl1 = %3.2f Ohm\n',rl1);
23. rl2 = 0.02;
24. fprintf('rl2 = %3.2f Ohm\n',rl2);
25. rc1 = 0;
26. fprintf('rc1 = %3.2f Ohm\n',rc1);
27. rc2 = 0;
28. fprintf('rc2 = %3.2f Ohm\n',rc2);
29.
30. Vo = D/(1-D)*E;
31. Io = Vo/R;
32. Ii = D/(1-D) * Io;
33. rpo = D^2/(1-D)^2 * (rl1 - (1-D) * rc1) + (rl2 + D * rc1);
34. Vo = Vo - rpo * Io;
35. SV = E+Vo;
36. SI = Ii+Io;
37. fprintf(' Vo = %3.2f V\n',Vo);
38. fprintf(' Ii = %3.2f A\n',Ii);
39. fprintf(' Io = %3.2f A\n',Io);
40. fprintf('rpo = %3.2f Ohm\n',rpo);
41.
42. Ri = 0.1;
43. fprintf(' Ri = %3.2f Ohm\n',Ri);
44. fsw = 100E3;
45. fprintf('fsw = %d kHz\n',fsw/1000);
46. Tsw = 1 / fsw;
47. fprintf('Tsw = %d us\n',Tsw*1e6);
48. Leq = (L1 * L2)/(L1 + L2);
49. fprintf('Leq = %5.2f uH\n',Leq*1e6);
50. m1 = E/Leq;
51. m2 = Vo/Leq;
52. ma = 0.5 * m2;
53.
54. ko = 1/Ri;
55. ki = D/Ri;
56. go = Tsw/Leq*((1-D)*ma/m1+0.5-D);
57. gf = D*go - (D*(1-D)*Tsw)/(2*Leq);
58. gi = D*(gf - SI/SV);
59. gr = SI/SV - go*D;
60. %C3 = 0;
61. Ws = 2 * pi / Tsw;
62. C3 = 4 / (Leq * Ws^2);

```

Josep M. Valls

```

63. fprintf(' Cs = %5.2f nF\n',C3*1e9);
64.
65. Vc = 1;
66. s = tf('s');
67. Vovc_tf = ((-ko*Vc*gi*R* ...
68.
69. poles = pole(Vovc_tf)
70. zeros = zero(Vovc_tf)
71.
72. f = logspace(1, 5, 200); % 200 pt f vector from 100 Hz (10^2) to 10kHz (10^5)
73. [mag, phase] = bode(Vovc_tf,2*pi*f); % Use bode to determine mag and phase
74. subplot(2,1,1);
75. semilogx(f, 20*log10(abs(mag)),'b');
76. title('X Control to OutputVoltage T.F. in CCM and PCC');
77. ylabel('Magnitude [dB]');
78. subplot(2,1,2);
79. semilogx(f, phase,'b');
80. xlabel('Frequency [Hz]');
81. ylabel('Phase [deg]');
82. safeimage
83.
84. e = 1;
85. s = tf('s');
86. Voe_tf = ((-e*gi*R+e* ...
87.
88.
89. poles = pole(Voe_tf)
90. zeros = zero(Voe_tf)
91.
92. f = logspace(1, 5, 200); % 200 pt f vector from 100 Hz (10^2) to 10kHz (10^5)
93. [mag, phase] = bode(Voe_tf,2*pi*f); % Use bode to determine mag and phase
94. subplot(2,1,1);
95. semilogx(f, 20*log10(abs(mag)),'b');
96. title('X Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in CCM and PCC');
97. ylabel('Magnitude [dB]');
98. subplot(2,1,2);
99. semilogx(f, phase,'b');
100. xlabel('Frequency [Hz]');
101. ylabel('Phase [deg]');
102. safeimage
103.

```

Resultado al ejecutar el código:

Control to Output-Voltage T.F. in CCM with Peak Current Control:

```

E = 120 V
L1 = 500 uH
L2 = 100 uH
C1 = 47 uF
C2 = 200 uF
R = 40 Ohm
D = 0.4
r11 = 0.10 Ohm
r12 = 0.02 Ohm
rc1 = 0.00 Ohm
rc2 = 0.00 Ohm
Vo = 79.87 V
Ii = 1.33 A
Io = 2.00 A
rpo = 0.06 Ohm
Ri = 0.10 Ohm
fsw = 100 kHz

```

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

Tsw = 10 us
 Leq = 83.33 uH
 Cs = 121.59 nF

Transfer function 'Vovc_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{4.572e-17 s^4 + 1.57e-11 s^3 - 6.762e-06 s^2 - 1.878e-05 s - 239.7}{2.286e-21 s^5 + 6.769e-16 s^4 + 2.261e-10 s^3 + 1.076e-07 s^2 + 0.008012 s + 2.263}$$

Continuous-time model.

poles =

-1.4787e+05 + 2.7729e+05i
 -1.4787e+05 - 2.7729e+05i
 -4.3681e+01 + 5.9529e+03i
 -4.3681e+01 - 5.9529e+03i
 -2.8284e+02 + 0.0000e+00i

zeros =

-5.9283e+05 + 0.0000e+00i
 2.4960e+05 + 0.0000e+00i
 -4.2490e+01 + 5.9529e+03i
 -4.2490e+01 - 5.9529e+03i

Transfer function 'Voe_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{7.631e-20 s^4 + 2.261e-14 s^3 + 7.523e-09 s^2 + 1.504e-06 s + 0.2665}{2.286e-21 s^5 + 6.769e-16 s^4 + 2.261e-10 s^3 + 1.076e-07 s^2 + 0.008012 s + 2.263}$$

Continuous-time model.

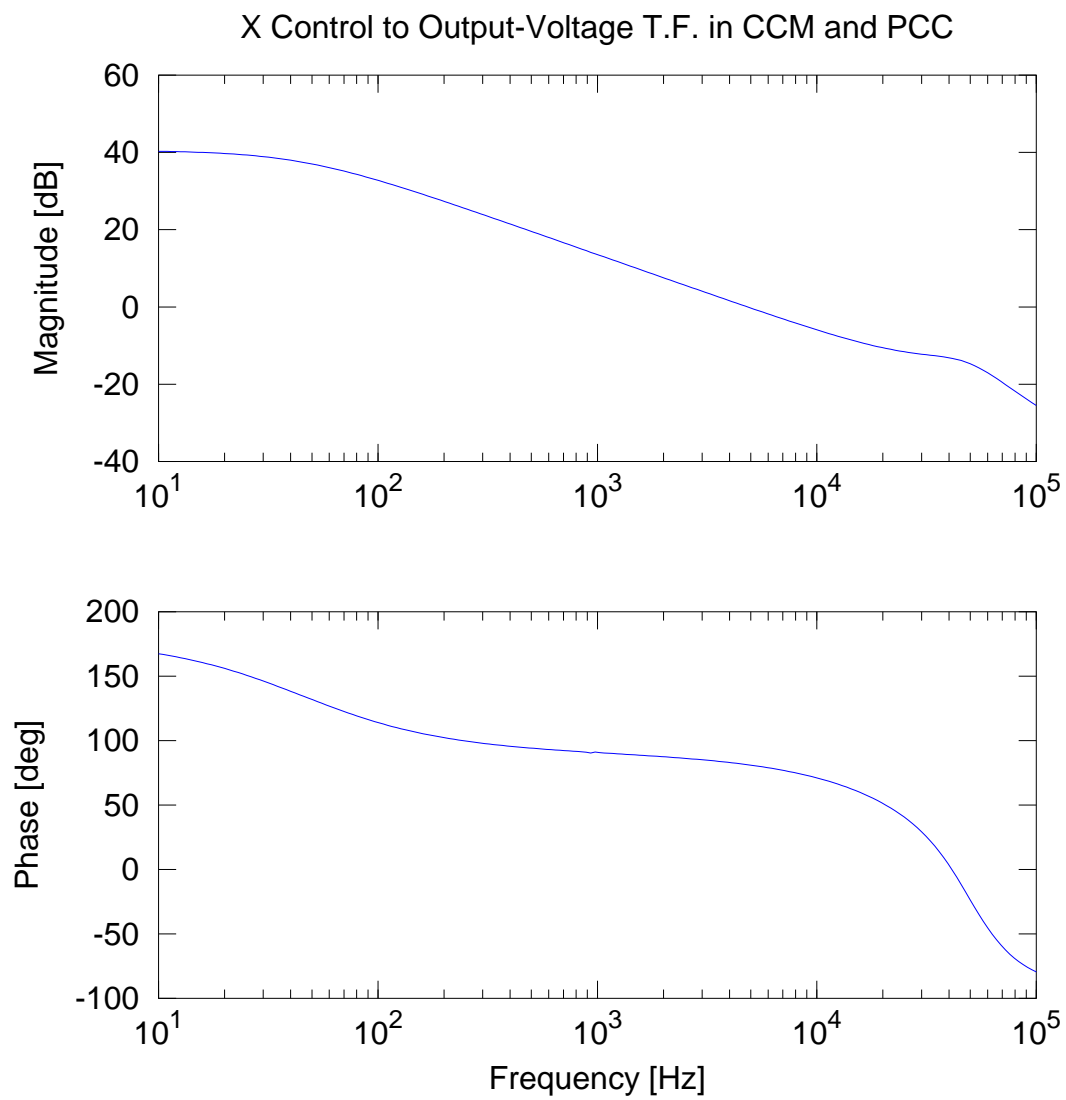
poles =

-1.4787e+05 + 2.7729e+05i
 -1.4787e+05 - 2.7729e+05i
 -4.3681e+01 + 5.9529e+03i
 -4.3681e+01 - 5.9529e+03i
 -2.8284e+02 + 0.0000e+00i

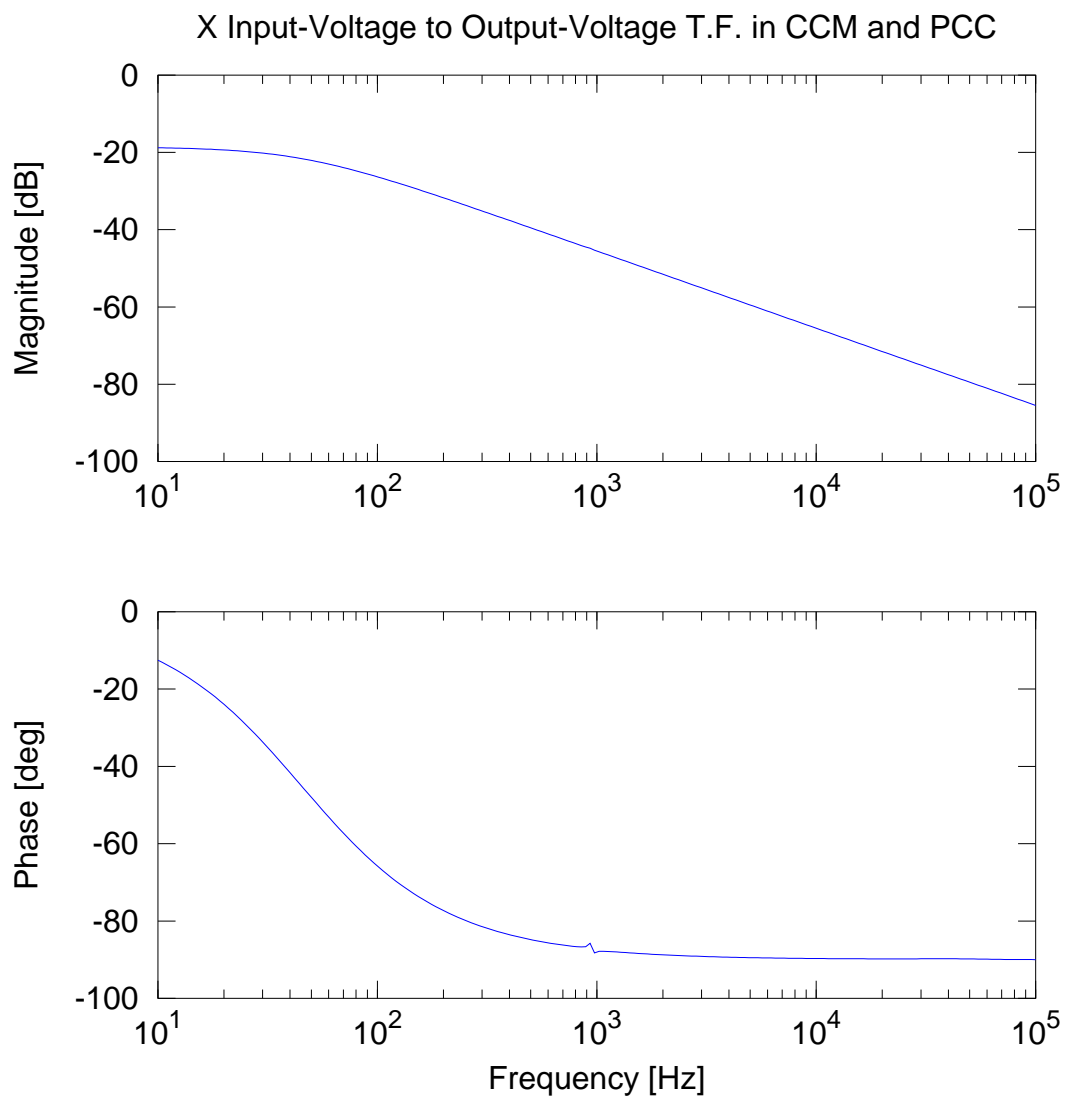
zeros =

-1.4806e+05 + 2.7677e+05i
 -1.4806e+05 - 2.7677e+05i
 -4.6743e+01 + 5.9531e+03i
 -4.6743e+01 - 5.9531e+03i

Josep M. Valls



Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X



Josep M. Valls

B.1.23. Función de Transferencia CUK con control por pico de corriente

Este código fue subido a la plataforma OctaveRS el 6 de Diciembre de 2016.

A continuación se coloca el enlace al código:

<http://cursosing.net/octavers/codigos/listing/698-peak-current-control-transfer-function-of-cuk-dc-dc-converter-in-ccm>

OctaveRs

Publicación rápida de códigos en GNU Octave o R - Share computational solutions with GNU Octave or R (statistical package)

Códigos
GNU Octave
R
Ingresar
Acerca de
UTM

Peak Current Control Transfer Function of CUK DC-DC Converter in CCM

Por Josep M. Valls Martí

PCC
CUK
BODE

Detalles

- 📅 Creado el 05 Diciembre 2016
- 📅 Última modificación el 06 Diciembre 2016
- 👁️ 0 vistas

Introduction:

Ekrem Cengelci (see references below) summarizes "Combining PWM switch models with linear circuit analysis software and math software creates a fully computer based approach to obtaining and analyzing the transfer functions of DCDC converters." This is the method employed on the next GNU Octave code.

Peak Current Control

Most control circuits use the peak current control instead of the single output voltage control loop to improve the dynamic behavior of the controlled converter. The Peak Current Control (PCC) schematic is shown in Fig. 1.

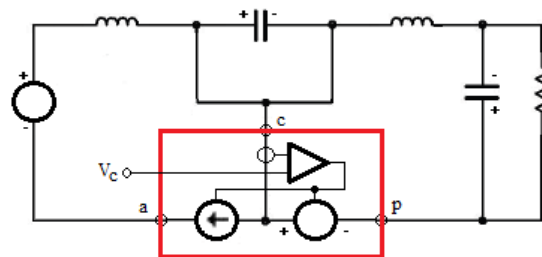


Fig. 1 PCC for CUK converter schema

Vorpérian presents a PWM switch model for PCC in CCM [Vor02]. The schematic of this model, linearized for small-signal analysis is shown in Fig. 2.

Fig. 2 PWM switch model for PCC in CCM

where

Josep M. Valls

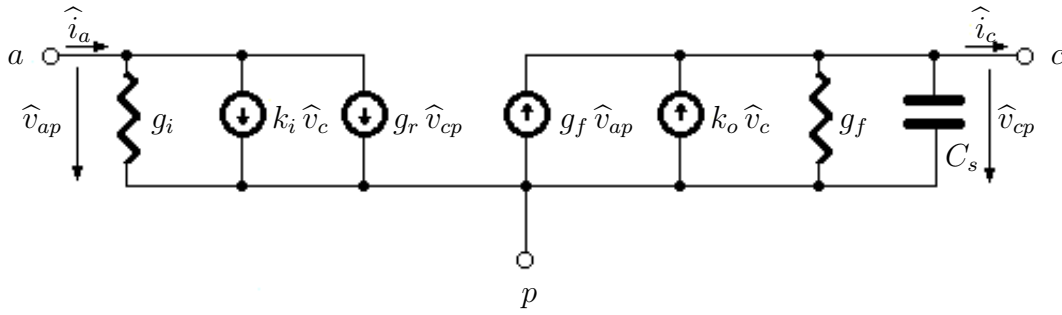


Figura B.2: Modelo de interruptor PWM para control en pico de corriente

$$\begin{aligned}
 g_o &= \frac{T_{SW}}{L_1 || L_2} \left((1-D) \frac{m_a}{m_1} + \frac{1}{2} - D \right) \\
 g_f &= D g_o - \frac{D(1-D)T_{SW}}{2(L_1 || L_2)} \\
 g_i &= D \left(g_f - \frac{I_c}{V_{ap}} \right) = D \left(g_f - \frac{I_i + I_o}{E + V_o} \right) \\
 g_r &= \frac{I_c}{V_{ap}} - g_o D = \frac{I_i + I_o}{E + V_o} - g_o D \\
 k_i &= \frac{D}{R_i} \\
 k_o &= \frac{1}{R_i}
 \end{aligned}$$

taking into account

$$\begin{aligned}
 V_{ac} &= E \\
 V_{ap} &= E + V_o \\
 V_{cp} &= V_o \\
 I_a &= I_i \\
 I_p &= I_o \\
 I_c &= I_i + I_o
 \end{aligned}$$

The slopes of the current of the inductors are given by

$$\begin{aligned}
 m_1 &= \frac{V_{ac}}{L_1 || L_2} R_i = \frac{E}{L_1 || L_2} R_i \\
 m_2 &= \frac{V_{cp}}{L_1 || L_2} R_i = \frac{V_o}{L_1 || L_2} R_i \\
 m_a &= \frac{1}{2} m_2
 \end{aligned}$$

Note that this expression of slopes is a simplification that considers that the average voltage drop on the bypass capacitor is $E - V_o$ in the CUK DC-DC converter.

The capacitor C_s models the perturbation on inductor current that should cause a perturbation in having a frequency $\omega_s/2$. Hence for parallel resonance we have:

$$\frac{\omega_s}{2} = \frac{1}{\sqrt{L_{eq}C_s}} \rightarrow C_s = \frac{4}{(L_1 || L_2)\omega_s^2} \rightarrow \omega_s = 2\pi f_{SW}$$

Finally, the parameter R_i which appears in the equations represents the sense resistor used to measure the current in the common terminal.

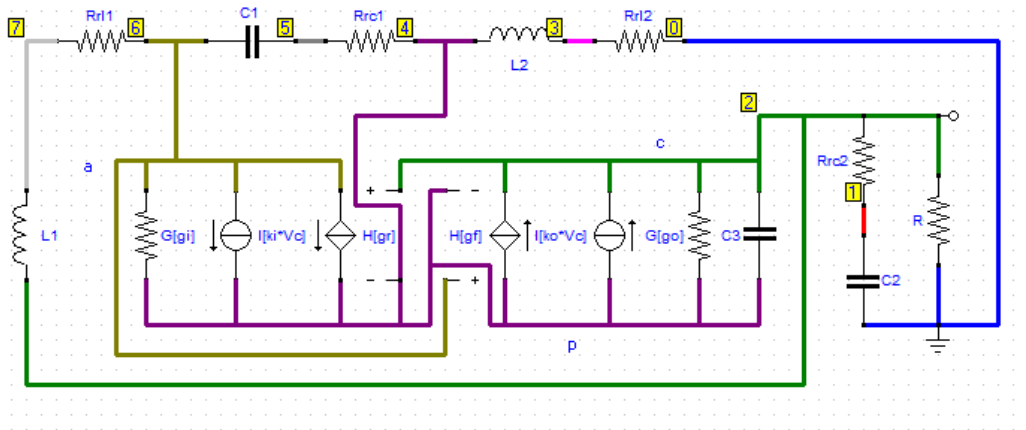


Fig. 3 SAPWIN schematic for CUK in PCC and CCM control to output Transfer Function

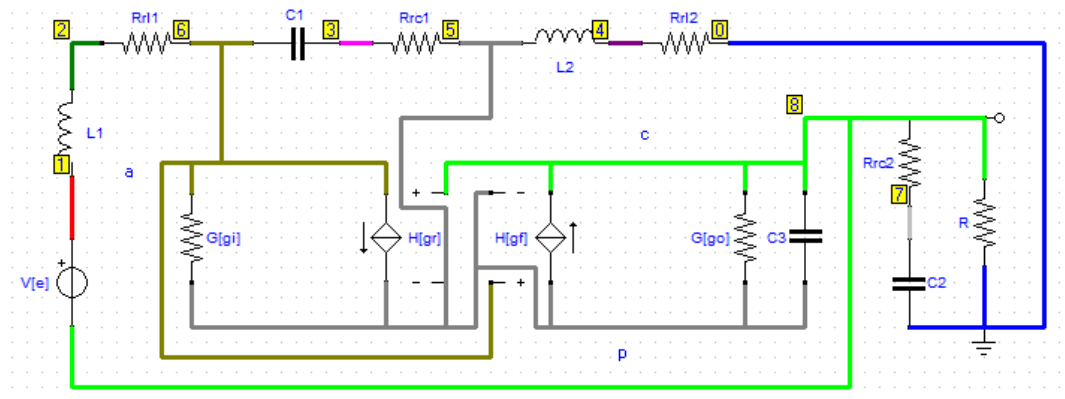


Fig. 4 SAPWIN schematic for CUK in PCC and CCM line to output Transfer Function

Erickson values:

Josep M. Valls

$$\begin{aligned}E &= 120V \\D &= 0,4 \\L_1 &= 500\mu H \\C_1 &= 47\mu F \\L_2 &= 100\mu H \\C_2 &= 200\mu F \\R &= 40\Omega \\r_{L_1} &= 0,1\Omega \\r_{L_2} &= 0,02\Omega \\r_{C_1} &= 0\Omega \\r_{C_2} &= 0\Omega\end{aligned}$$

References

[EC08] Ekrem Cengelci "Software Makes Transfer Functions More Manageable", Power Electronics Technology, June 2008, Ekrem Cengelci

<http://powerelectronics.com/powermanagement/softwaremakestransferfunctionsmoremanageable>

[VOR02] Vatché Vorpérian "Fast Analytical Techniques for ELECTRICAL and ELECTRONIC CIRCUITS" , Cambridge University Press, 2002

[EM01] R. W. Erickson and D. Maksimovic. "Fundamentals of Power Electronics". Kluwer Academic Publishers, second edition edition, 2001.

[SAPWIN] SAPWIN "Symbolic Analysis Program for Windows", University of Florence, Department of Electronics and Telecommunications Engineering, SAPWIN

<http://cirlab.det.unifi.it/Sapwin/>

Código GNU Octave

```

1. set (0, "defaultlinelength", 1.0, "defaulttextfontname", "Helvetica", "default
   taxesfontname", "Helvetica", "defaulttaxesfontsize",8.0);
2. pkg load control;
3.
4. disp('Control to Output-Voltage T.F. in CCM with Peak Current Control:');
5. fprintf('\r\n');
6.
7. E = 120;
8. fprintf(' E = %d V\n',E);
9. L1 = 500E-6;
10. fprintf('L1 = %d uH\n',L1*1e6);
11. L2 = 100E-6;
12. fprintf('L2 = %d uH\n',L2*1e6);
13. C1 = 47E-6;
14. fprintf('C1 = %d uF\n',C1*1e6);
15. C2 = 200E-6;
16. fprintf('C2 = %d uF\n',C2*1e6);
17. R = 40;
18. fprintf(' R = %d Ohm\n',R);
19. D = 0.4;
20. fprintf(' D = %2.1f\n',D);
21. rl1 = 0.1;
22. fprintf('rl1 = %3.2f Ohm\n',rl1);
23. rl2 = 0.02;
24. fprintf('rl2 = %3.2f Ohm\n',rl2);
25. rc1 = 0;
26. fprintf('rc1 = %3.2f Ohm\n',rc1);
27. rc2 = 0;
28. fprintf('rc2 = %3.2f Ohm\n',rc2);
29.
30. Vo = D/(1-D)*E;
31. Io = Vo/R;
32. Ii = D/(1-D) * Io;
33. rpo = D^2/(1-D)^2 * (rl1 - (1-D) * rc1) + (rl2 + D * rc1);
34. Vo = Vo - rpo * Io;
35. SV = E+Vo;
36. SI = Ii+Io;
37. fprintf(' Vo = %3.2f V\n',Vo);
38. fprintf(' Ii = %3.2f A\n',Ii);
39. fprintf(' Io = %3.2f A\n',Io);
40. fprintf('rpo = %3.2f Ohm\n',rpo);
41.
42. Ri = 0.1;
43. fprintf(' Ri = %3.2f Ohm\n',Ri);
44. fsw = 100E3;
45. fprintf('fsw = %d kHz\n',fsw/1000);
46. Tsw = 1 / fsw;
47. fprintf('Tsw = %d us\n',Tsw*1e6);
48. Leq = (L1 * L2)/(L1 + L2);
49. fprintf('Leq = %5.2f uH\n',Leq*1e6);
50. m1 = E/Leq;
51. m2 = Vo/Leq;
52. ma = 0.5 * m2;
53.
54. ko = 1/Ri;
55. ki = D/Ri;
56. go = Tsw/Leq*((1-D)*ma/m1+0.5-D);
57. gf = D*go - (D*(1-D)*Tsw)/(2*Leq);
58. gi = D*(gf - SI/SV);
59. gr = SI/SV - go*D;
60. %C3 = 0;
61. Ws = 2 * pi / Tsw;
62. C3 = 4 / (Leq * Ws^2);

```

Josep M. Valls

```

63. fprintf(' Cs = %5.2f nF\n',C3*1e9);
64.
65. Vc = 1;
66. s = tf('s');
67. Vovc_tf = ((-ko*Vc*gi*R* ...
68.
69. poles = pole(Vovc_tf)
70. zeros = zero(Vovc_tf)
71.
72. f = logspace(1, 5, 200); % 200 pt f vector from 100 Hz (10^2) to 10kHz (10^5)
73. [mag, phase] = bode(Vovc_tf,2*pi*f); % Use bode to determine mag and phase
74. subplot(2,1,1);
75. semilogx(f, 20*log10(abs(mag)),'b');
76. title('X Control to OutputVoltage T.F. in CCM and PCC');
77. ylabel('Magnitude [dB]');
78. subplot(2,1,2);
79. semilogx(f, phase,'b');
80. xlabel('Frequency [Hz]');
81. ylabel('Phase [deg]');
82. safeimage
83.
84. e = 1;
85. s = tf('s');
86. Voe_tf = ((-e*gi*R+e* ...
87.
88.
89. poles = pole(Voe_tf)
90. zeros = zero(Voe_tf)
91.
92. f = logspace(1, 5, 200); % 200 pt f vector from 100 Hz (10^2) to 10kHz (10^5)
93. [mag, phase] = bode(Voe_tf,2*pi*f); % Use bode to determine mag and phase
94. subplot(2,1,1);
95. semilogx(f, 20*log10(abs(mag)),'b');
96. title('X Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in CCM and PCC');
97. ylabel('Magnitude [dB]');
98. subplot(2,1,2);
99. semilogx(f, phase,'b');
100. xlabel('Frequency [Hz]');
101. ylabel('Phase [deg]');
102. safeimage
103.

```

Resultado al ejecutar el código:

Control to Output-Voltage T.F. in CCM with Peak Current Control:

```

E = 120 V
L1 = 500 uH
L2 = 100 uH
C1 = 47 uF
C2 = 200 uF
R = 40 Ohm
D = 0.4
r11 = 0.10 Ohm
r12 = 0.02 Ohm
rc1 = 0.00 Ohm
rc2 = 0.00 Ohm
Vo = 79.87 V
Ii = 1.33 A
Io = 2.00 A
rpo = 0.06 Ohm
Ri = 0.10 Ohm
fsw = 100 kHz

```

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

Tsw = 10 us
 Leq = 83.33 uH
 Cs = 121.59 nF

Transfer function 'Vovc_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{9.4e-06 s^2 + 0.0005458 s + 239.7}{2.286e-21 s^5 + 6.769e-16 s^4 + 2.261e-10 s^3 + 1.057e-07 s^2 + 0.009892 s + 2.263}$$

Continuous-time model.

poles =

-1.4791e+05 + 2.7728e+05i
 -1.4791e+05 - 2.7728e+05i
 -5.4053e+01 + 6.6153e+03i
 -5.4053e+01 - 6.6153e+03i
 -2.2903e+02 + 0.0000e+00i

zeros =

-29.0 + 5050.0i
 -29.0 - 5050.0i

Transfer function 'Voe_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{-0.00188 s + 0.2665}{2.286e-21 s^5 + 6.769e-16 s^4 + 2.261e-10 s^3 + 1.076e-07 s^2 + 0.008012 s + 2.263}$$

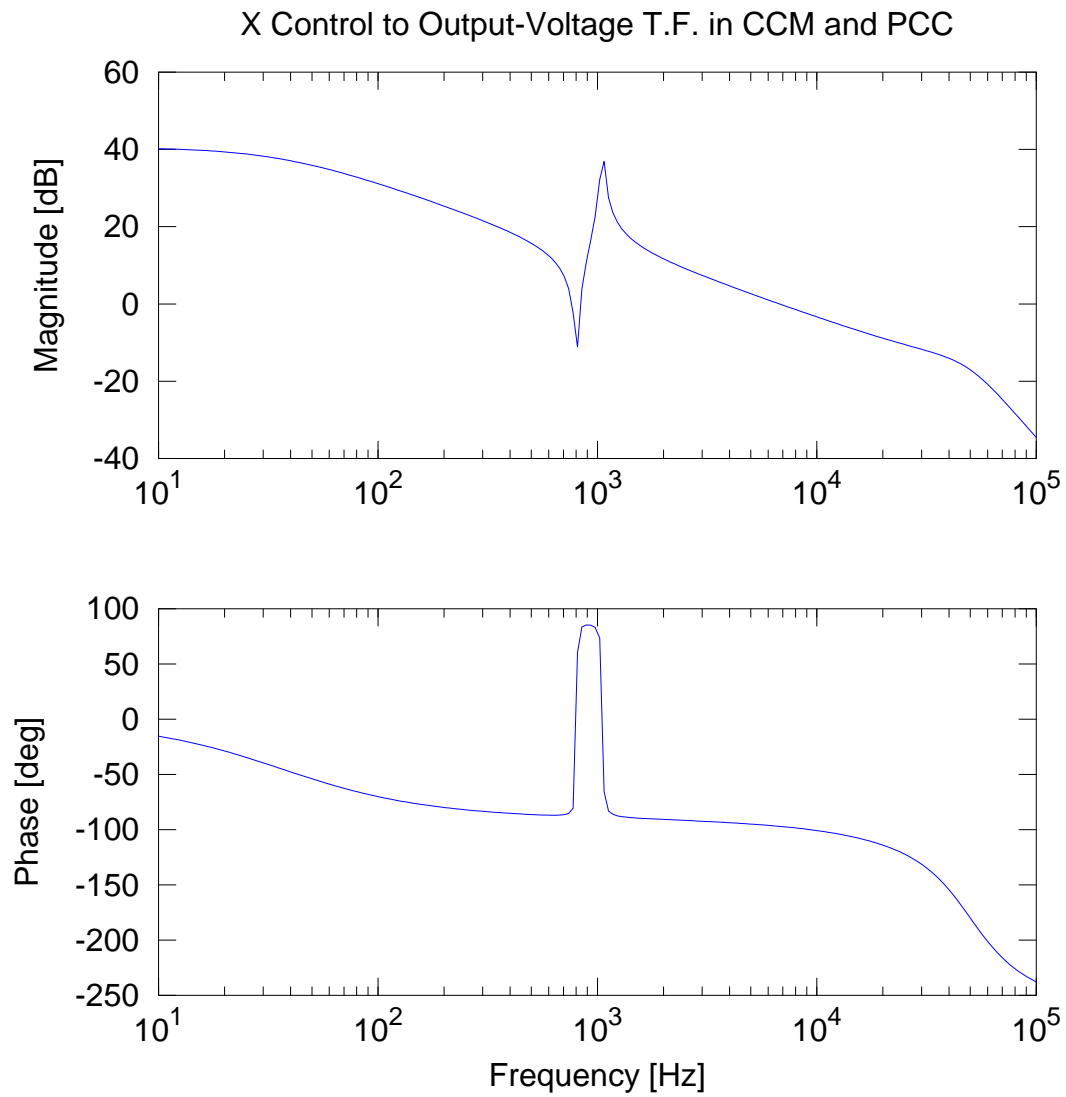
Continuous-time model.

poles =

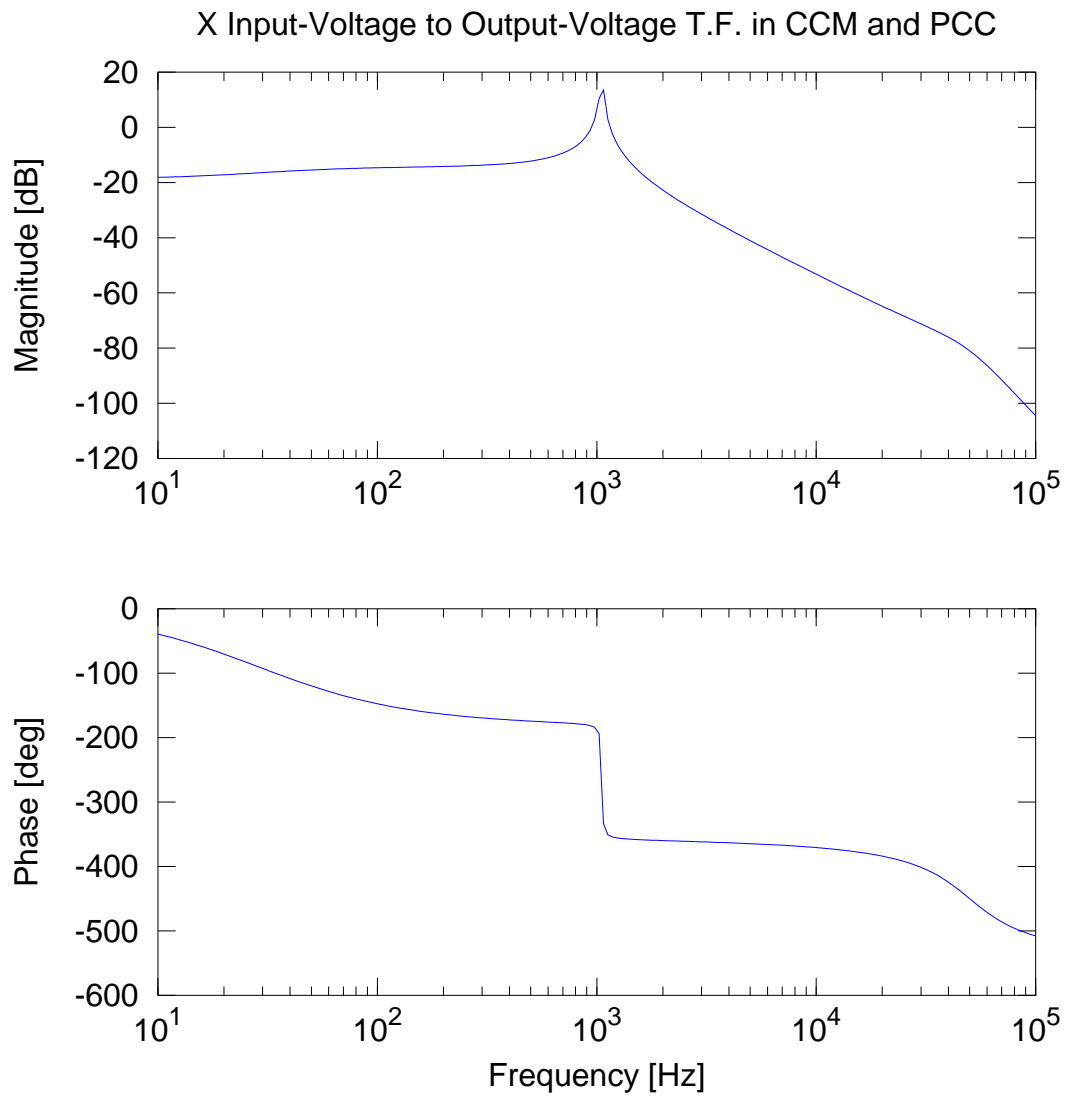
-1.4791e+05 + 2.7728e+05i
 -1.4791e+05 - 2.7728e+05i
 -5.4053e+01 + 6.6153e+03i
 -5.4053e+01 - 6.6153e+03i
 -2.2903e+02 + 0.0000e+00i

zeros = 141.74

Josep M. Valls



Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X



Josep M. Valls

B.1.24. Función de Transferencia SEPIC con control por pico de corriente

Este código fue subido a la plataforma OctaveRS el 6 de Diciembre de 2016.

A continuación se coloca el enlace al código:

<http://cursosing.net/octavers/codigos/listing/699-peak-current-control-transfer-function-of-sepic-dc-dc-converter-in-ccm>

OctaveRs

Publicación rápida de códigos en GNU Octave o R - Share computational solutions with GNU Octave or R (statistical package)

Códigos
GNU Octave
R
Ingresar
Acerca de
UTM

Peak Current Control Transfer Function of SEPIC DC-DC Converter in CCM

Por Josep M. Valls Martí

PCC
SEPIC
BODE

Detalles

- 📅 Creado el 05 Diciembre 2016
- 📅 Última modificación el 06 Diciembre 2016
- 👁️ 0 vistas

Introduction:

Ekrem Cengcelci (see references below) summarizes "Combining PWM switch models with linear circuit analysis software and math software creates a fully computer based approach to obtaining and analyzing the transfer functions of DCDC converters." This is the method employed on the next GNU Octave code.

Peak Current Control

Most control circuits use the peak current control instead of the single output voltage control loop to improve the dynamic behavior of the controlled converter. The Peak Current Control (PCC) schematic is shown in Fig. 1.

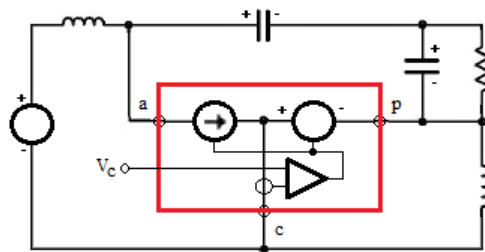


Fig. 1 PCC for SEPIC converter schema

Vorpérian presents a PWM switch model for PCC in CCM [Vor02]. The schematic of this model, linearized for small-signal analysis is shown in Fig. 2.

Fig. 2 PWM switch model for PCC in CCM

where

Josep M. Valls

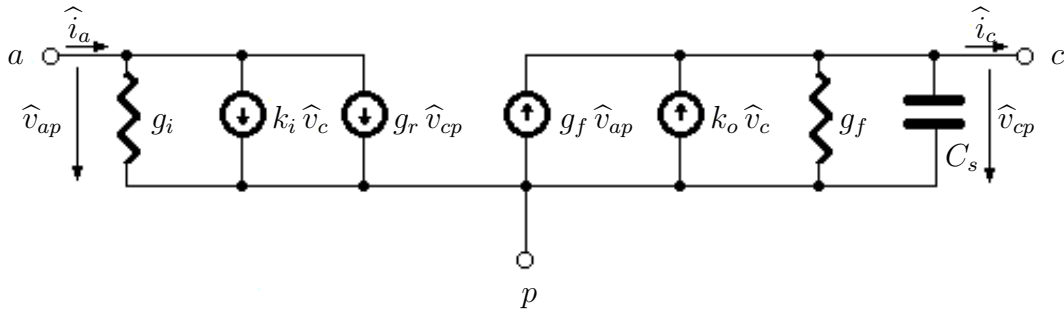


Figura B.3: Modelo de interruptor PWM para control en pico de corriente

$$\begin{aligned}
 g_o &= \frac{T_{SW}}{L_1 || L_2} \left((1-D) \frac{m_a}{m_1} + \frac{1}{2} - D \right) \\
 g_f &= D g_o - \frac{D(1-D)T_{SW}}{2(L_1 || L_2)} \\
 g_i &= D \left(g_f - \frac{I_c}{V_{ap}} \right) = D \left(g_f - \frac{I_i + I_o}{E + V_o} \right) \\
 g_r &= \frac{I_c}{V_{ap}} - g_o D = \frac{I_i + I_o}{E + V_o} - g_o D \\
 k_i &= \frac{D}{R_i} \\
 k_o &= \frac{1}{R_i}
 \end{aligned}$$

taking into account

$$\begin{aligned}
 V_{ac} &= E \\
 V_{ap} &= E + V_o \\
 V_{cp} &= V_o \\
 I_a &= I_i \\
 I_p &= I_o \\
 I_c &= I_i + I_o
 \end{aligned}$$

The slopes of the current of the inductors are given by

$$\begin{aligned}
 m_1 &= \frac{V_{ac}}{L_1 || L_2} R_i = \frac{E}{L_1 || L_2} R_i \\
 m_2 &= \frac{V_{cp}}{L_1 || L_2} R_i = \frac{V_o}{L_1 || L_2} R_i \\
 m_a &= \frac{1}{2} m_2
 \end{aligned}$$

Note that this expression of slopes is a simplification that considers that the average voltage drop on the bypass capacitor is E in the SEPIC DC-DC converter.

The capacitor C_s models the perturbation on inductor current that should cause a perturbation in having a frequency $\omega_s/2$. Hence for parallel resonance we have:

$$\frac{\omega_s}{2} = \frac{1}{\sqrt{L_{eq}C_s}} \rightarrow C_s = \frac{4}{(L_1||L_2)\omega_s^2} \rightarrow \omega_s = 2\pi f_{sw}$$

Finally, the parameter R_i which appears in the equations represents the sense resistor used to measure the current in the common terminal.

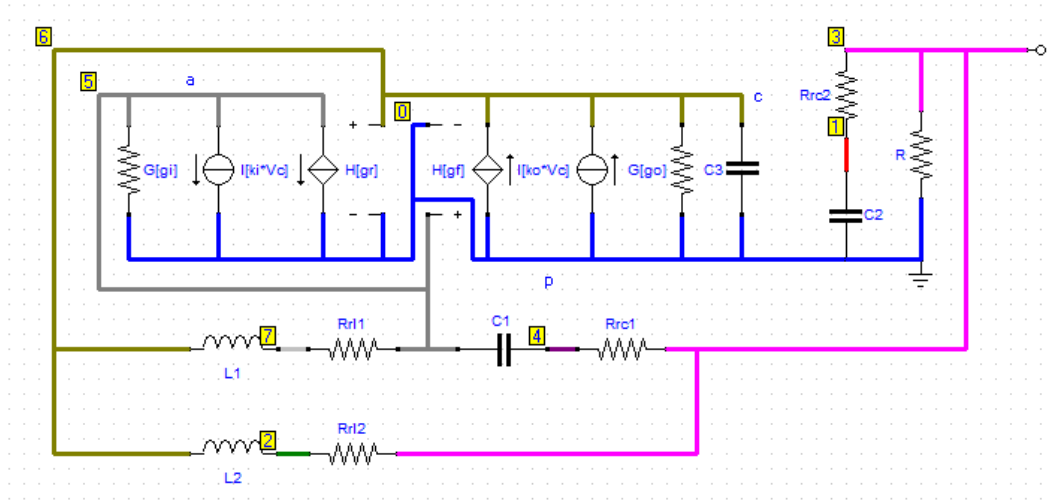


Fig. 3 SAPWIN schematic for SEPIC in PCC and CCM control to output Transfer Function

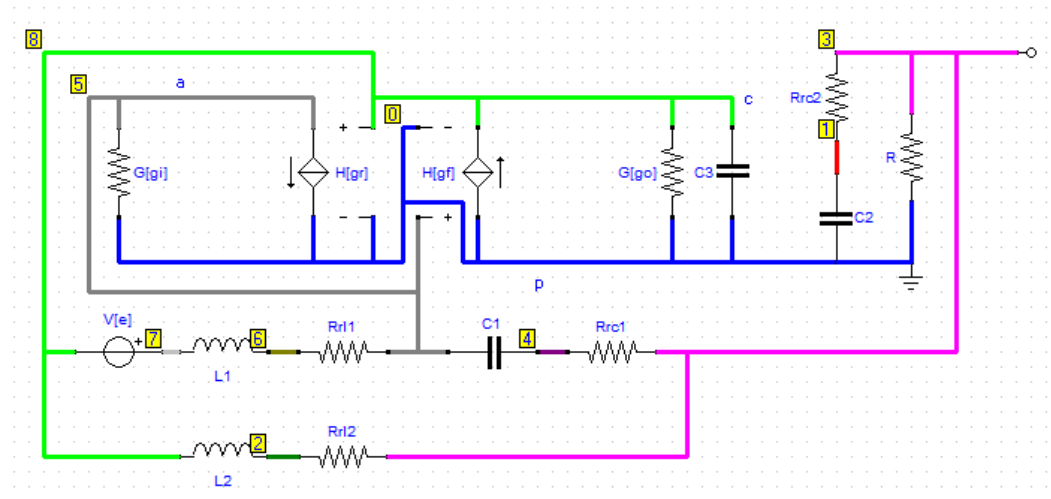


Fig. 4 SAPWIN schematic for SEPIC in PCC and CCM line to output Transfer Function

Josep M. Valls

Erickson values:

$$\begin{aligned}E &= 120V \\D &= 0,4 \\L_1 &= 500\mu H \\C_1 &= 47\mu F \\L_2 &= 100\mu H \\C_2 &= 200\mu F \\R &= 40\Omega \\r_{L_1} &= 0,1\Omega \\r_{L_2} &= 0,02\Omega \\r_{C_1} &= 0\Omega \\r_{C_2} &= 0\Omega\end{aligned}$$

References

[EC08] Ekrem Cengelci "Software Makes Transfer Functions More Manageable", Power Electronics Technology, June 2008, Ekrem Cengelci

<http://powerelectronics.com/powermanagement/softwaremakestransferfunctionsmoremanageable>

[VOR02] Vatché Vorpérian "Fast Analytical Techniques for ELECTRICAL and ELECTRONIC CIRCUITS" , Cambridge University Press, 2002

[EM01] R. W. Erickson and D. Maksimovic. "Fundamentals of Power Electronics". Kluwer Academic Publishers, second edition edition, 2001.

[SAPWIN] SAPWIN "Symbilic Analysis Program for Windows", University of Florence, Department of Electronics and Telecommunications Engineering, SAPWIN

<http://cirlab.det.unifi.it/Sapwin/>

Código GNU Octave

```

1. set (0, "defaultlinelength", 1.0, "defaulttextfontname", "Helvetica", "default
   taxesfontname", "Helvetica", "defaulttaxesfontsize",8.0);
2. pkg load control;
3.
4. disp('Control to Output-Voltage T.F. in CCM with Peak Current Control:');
5. fprintf('\r\n');
6.
7. E = 120;
8. fprintf(' E = %d V\n',E);
9. L1 = 500E-6;
10. fprintf('L1 = %d uH\n',L1*1e6);
11. L2 = 100E-6;
12. fprintf('L2 = %d uH\n',L2*1e6);
13. C1 = 47E-6;
14. fprintf('C1 = %d uF\n',C1*1e6);
15. C2 = 200E-6;
16. fprintf('C2 = %d uF\n',C2*1e6);
17. R = 40;
18. fprintf(' R = %d Ohm\n',R);
19. D = 0.4;
20. fprintf(' D = %2.1f\n',D);
21. rl1 = 0.1;
22. fprintf('rl1 = %3.2f Ohm\n',rl1);
23. rl2 = 0.02;
24. fprintf('rl2 = %3.2f Ohm\n',rl2);
25. rc1 = 0;
26. fprintf('rc1 = %3.2f Ohm\n',rc1);
27. rc2 = 0;
28. fprintf('rc2 = %3.2f Ohm\n',rc2);
29.
30. Vo = D/(1-D)*E;
31. Io = Vo/R;
32. Ii = D/(1-D) * Io;
33. rpo = D^2/(1-D)^2 * (rl1 - (1-D) * rc1) + (rl2 + D * rc1);
34. Vo = Vo - rpo * Io;
35. SV = E+Vo;
36. SI = Ii+Io;
37. fprintf(' Vo = %3.2f V\n',Vo);
38. fprintf(' Ii = %3.2f A\n',Ii);
39. fprintf(' Io = %3.2f A\n',Io);
40. fprintf('rpo = %3.2f Ohm\n',rpo);
41.
42. Ri = 0.1;
43. fprintf(' Ri = %3.2f Ohm\n',Ri);
44. fsw = 100E3;
45. fprintf('fsw = %d kHz\n',fsw/1000);
46. Tsw = 1 / fsw;
47. fprintf('Tsw = %d us\n',Tsw*1e6);
48. Leq = (L1 * L2)/(L1 + L2);
49. fprintf('Leq = %5.2f uH\n',Leq*1e6);
50. m1 = E/Leq;
51. m2 = Vo/Leq;
52. ma = 0.5 * m2;
53.
54. ko = 1/Ri;
55. ki = D/Ri;
56. go = Tsw/Leq*((1-D)*ma/m1+0.5-D);
57. gf = D*go - (D*(1-D)*Tsw)/(2*Leq);
58. gi = D*(gf - SI/SV);
59. gr = SI/SV - go*D;
60. %C3 = 0;
61. Ws = 2 * pi / Tsw;
62. C3 = 4 / (Leq * Ws^2);

```

Josep M. Valls


```

63. fprintf(' Cs = %5.2f nF\n',C3*1e9);
64.
65. Vc = 1;
66. s = tf('s');
67. Vovc_tf = ((-ko*Vc*gi*R* ...
68.
69. poles = pole(Vovc_tf)
70. zeros = zero(Vovc_tf)
71.
72. f = logspace(1, 5, 200); % 200 pt f vector from 100 Hz (10^2) to 10kHz (10^5)
73. [mag, phase] = bode(Vovc_tf,2*pi*f); % Use bode to determine mag and phase
74. subplot(2,1,1);
75. semilogx(f, 20*log10(abs(mag)),'b');
76. title('X Control to OutputVoltage T.F. in CCM and PCC');
77. ylabel('Magnitude [dB]');
78. subplot(2,1,2);
79. semilogx(f, phase,'b');
80. xlabel('Frequency [Hz]');
81. ylabel('Phase [deg]');
82. safeimage
83.
84. e = 1;
85. s = tf('s');
86. Voe_tf = ((-e*gi*R+e* ...
87.
88.
89. poles = pole(Voe_tf)
90. zeros = zero(Voe_tf)
91.
92. f = logspace(1, 5, 200); % 200 pt f vector from 100 Hz (10^2) to 10kHz (10^5)
93. [mag, phase] = bode(Voe_tf,2*pi*f); % Use bode to determine mag and phase
94. subplot(2,1,1);
95. semilogx(f, 20*log10(abs(mag)),'b');
96. title('X Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in CCM and PCC');
97. ylabel('Magnitude [dB]');
98. subplot(2,1,2);
99. semilogx(f, phase,'b');
100. xlabel('Frequency [Hz]');
101. ylabel('Phase [deg]');
102. safeimage
103.

```

Resultado al ejecutar el código:

Control to Output-Voltage T.F. in CCM with Peak Current Control:

```

E = 120 V
L1 = 500 uH
L2 = 100 uH
C1 = 47 uF
C2 = 200 uF
R = 40 Ohm
D = 0.4
r11 = 0.10 Ohm
r12 = 0.02 Ohm
rc1 = 0.00 Ohm
rc2 = 0.00 Ohm
Vo = 79.87 V
Ii = 1.33 A
Io = 2.00 A
rpo = 0.06 Ohm
Ri = 0.10 Ohm
fsw = 100 kHz

```

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

Tsw = 10 us
 Leq = 83.33 uH
 Cs = 121.59 nF

Transfer function 'Vovc_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{-4.572e-17 s^4 - 1.57e-11 s^3 + 6.762e-06 s^2 + 1.878e-05 s + 239.7}{2.286e-21 s^5 + 6.769e-16 s^4 + 2.261e-10 s^3 + 1.076e-07 s^2 + 0.008012 s + 2.263}$$

Continuous-time model.

poles =

-1.4787e+05 + 2.7729e+05i
 -1.4787e+05 - 2.7729e+05i
 -4.3681e+01 + 5.9529e+03i
 -4.3681e+01 - 5.9529e+03i
 -2.8284e+02 + 0.0000e+00i

zeros =

-5.9283e+05 + 0.0000e+00i
 2.4960e+05 + 0.0000e+00i
 -4.2490e+01 + 5.9529e+03i
 -4.2490e+01 - 5.9529e+03i

Transfer function 'Voe_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{2.286e-14 s^3 + 7.196e-09 s^2 + 1.438e-06 s + 0.2665}{2.286e-21 s^5 + 6.769e-16 s^4 + 2.261e-10 s^3 + 1.076e-07 s^2 + 0.008012 s + 2.263}$$

Continuous-time model.

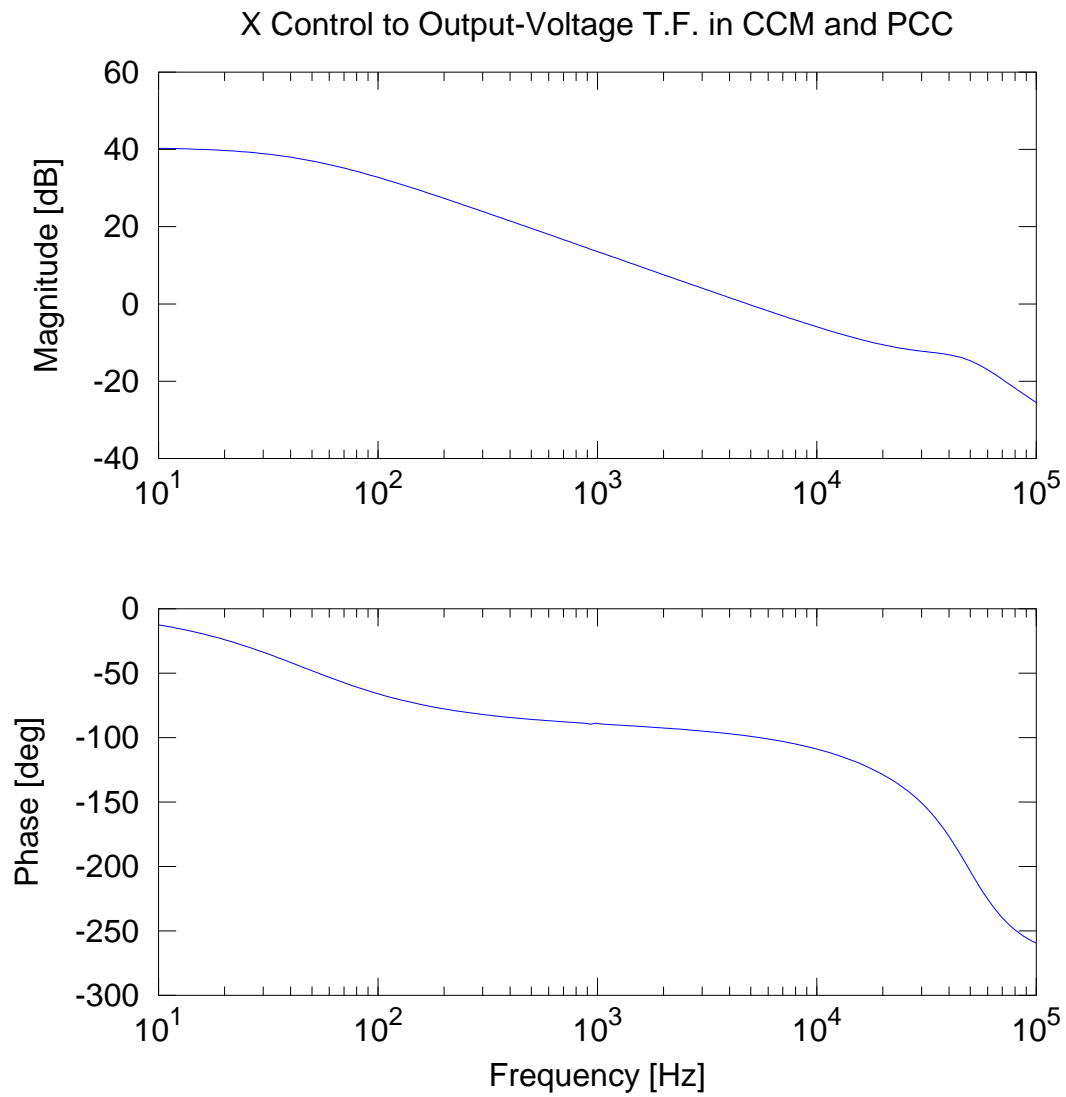
poles =

-1.4787e+05 + 2.7729e+05i
 -1.4787e+05 - 2.7729e+05i
 -4.3681e+01 + 5.9529e+03i
 -4.3681e+01 - 5.9529e+03i
 -2.8284e+02 + 0.0000e+00i

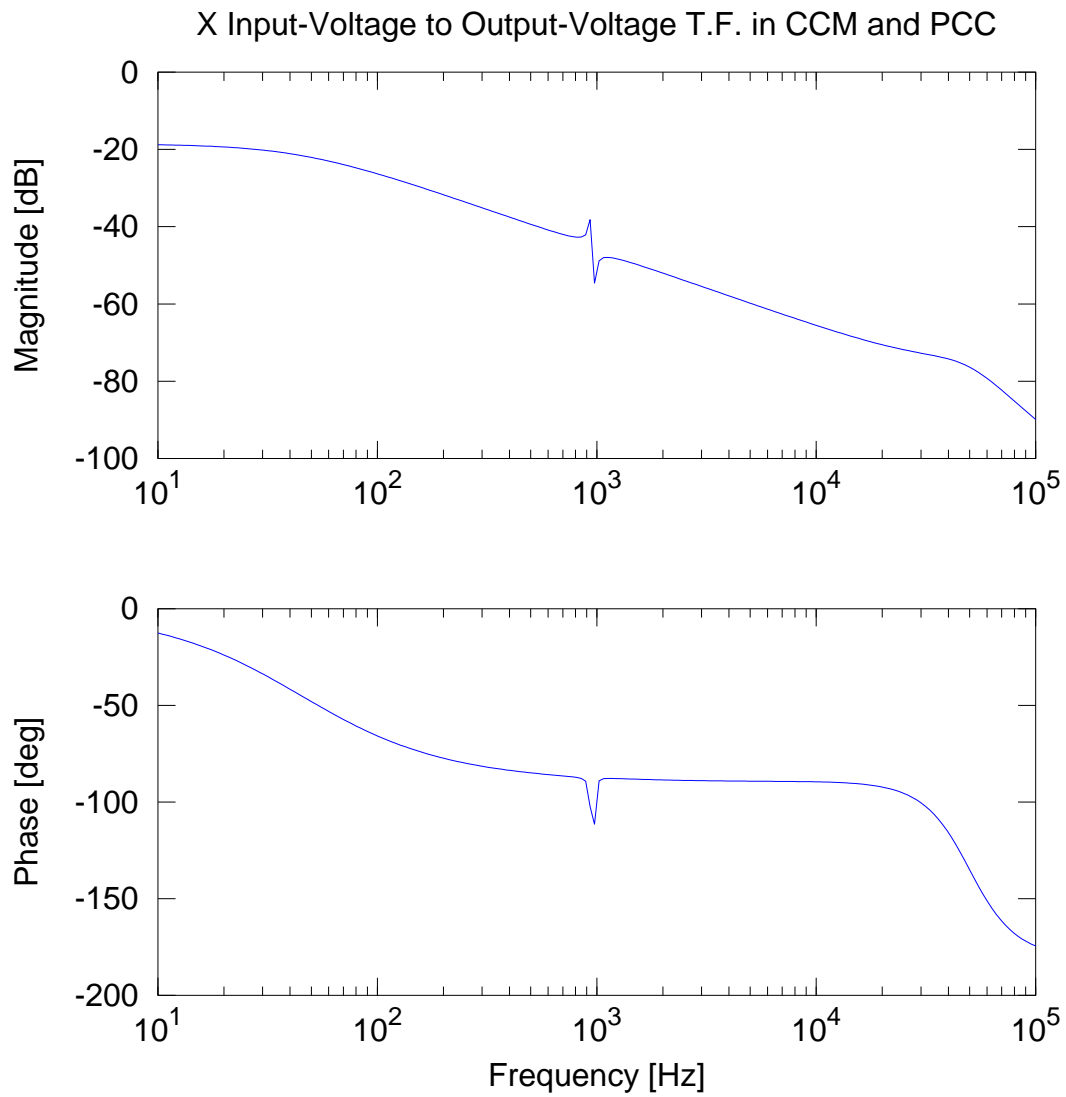
zeros =

-3.1475e+05 + 0.0000e+00i
 -4.1125e+01 + 6.0857e+03i
 -4.1125e+01 - 6.0857e+03i

Josep M. Valls



Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X



Josep M. Valls

B.1.25. Función de Transferencia Zeta con control por pico de corriente

Este código fue subido a la plataforma OctaveRS el 6 de Diciembre de 2016.

A continuación se coloca el enlace al código:

<http://cursosing.net/octavers/codigos/listing/700-peak-current-control-transfer-function-of-zeta-dc-dc-converter-in-ccm>

OctaveRs

Publicación rápida de códigos en GNU Octave o R - Share computational solutions with GNU Octave or R (statistical package)

Códigos
GNU Octave
R
Ingresar
Acerca de
UTM

Peak Current Control Transfer Function of Zeta DC-DC Converter in CCM

Por Josep M. Valls Martí

PCC
Zeta
BODE

Detalles

- 📅 Creado el 06 Diciembre 2016
- 📅 Última modificación el 06 Diciembre 2016
- 👁️ 0 vistas

Introduction:

Ekrem Cengelci (see references below) summarizes "Combining PWM switch models with linear circuit analysis software and math software creates a fully computer based approach to obtaining and analyzing the transfer functions of DCDC converters." This is the method employed on the next GNU Octave code.

Peak Current Control

Most control circuits use the peak current control instead of the single output voltage control loop to improve the dynamic behavior of the controlled converter. The Peak Current Control (PCC) schematic is shown in Fig. 1.

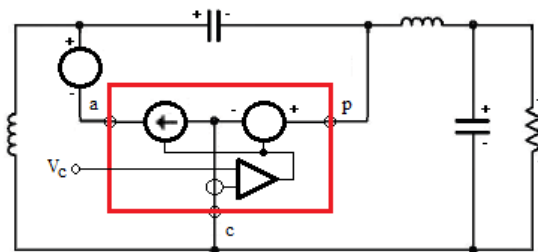


Fig. 1 PCC for Zeta converter schema

Vorpérian presents a PWM switch model for PCC in CCM [Vor02]. The schematic of this model, linearized for small-signal analysis is shown in Fig. 2.

Fig. 2 PWM switch model for PCC in CCM

where

Josep M. Valls

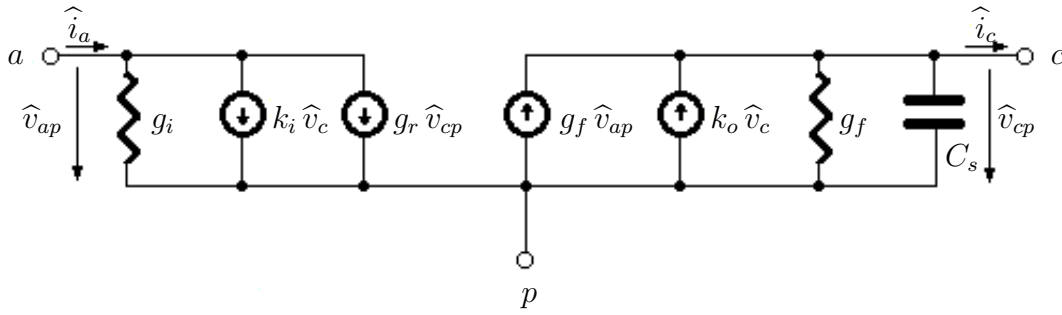


Figura B.4: Modelo de interruptor PWM para control en pico de corriente

$$\begin{aligned}
 g_o &= \frac{T_{SW}}{L_1 || L_2} \left((1-D) \frac{m_a}{m_1} + \frac{1}{2} - D \right) \\
 g_f &= D g_o - \frac{D(1-D)T_{SW}}{2(L_1 || L_2)} \\
 g_i &= D \left(g_f - \frac{I_c}{V_{ap}} \right) = D \left(g_f - \frac{I_i + I_o}{E + V_o} \right) \\
 g_r &= \frac{I_c}{V_{ap}} - g_o D = \frac{I_i + I_o}{E + V_o} - g_o D \\
 k_i &= \frac{D}{R_i} \\
 k_o &= \frac{1}{R_i}
 \end{aligned}$$

taking into account

$$\begin{aligned}
 V_{ac} &= E \\
 V_{ap} &= E + V_o \\
 V_{cp} &= V_o \\
 I_a &= I_i \\
 I_p &= I_o \\
 I_c &= I_i + I_o
 \end{aligned}$$

The slopes of the current of the inductors are given by

$$\begin{aligned}
 m_1 &= \frac{V_{ac}}{L_1 || L_2} R_i = \frac{E}{L_1 || L_2} R_i \\
 m_2 &= \frac{V_{cp}}{L_1 || L_2} R_i = \frac{V_o}{L_1 || L_2} R_i \\
 m_a &= \frac{1}{2} m_2
 \end{aligned}$$

Note that this expression of slopes is a simplification that considers that the average voltage drop on the bypass capacitor is $-V_o$ in the Zeta DC-DC converter.

The capacitor C_s models the perturbation on inductor current that should cause a perturbation in having a frequency $\omega_s/2$. Hence for parallel resonance we have:

$$\frac{\omega_s}{2} = \frac{1}{\sqrt{L_{eq}C_s}} \rightarrow C_s = \frac{4}{(L_1||L_2)\omega_s^2} \rightarrow \omega_s = 2\pi f_{SW}$$

Finally, the parameter R_i which appears in the equations represents the sense resistor used to measure the current in the common terminal.

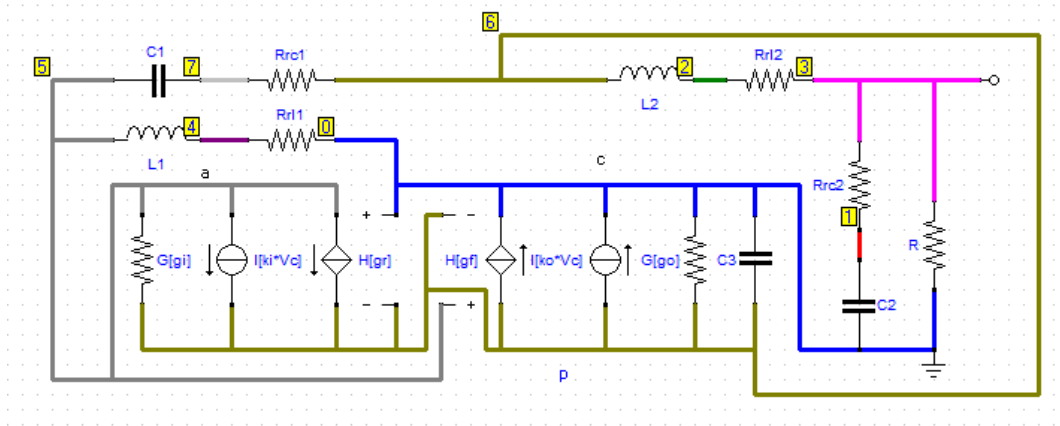


Fig. 3 SAPWIN schematic for Zeta in PCC and CCM control to output Transfer Function

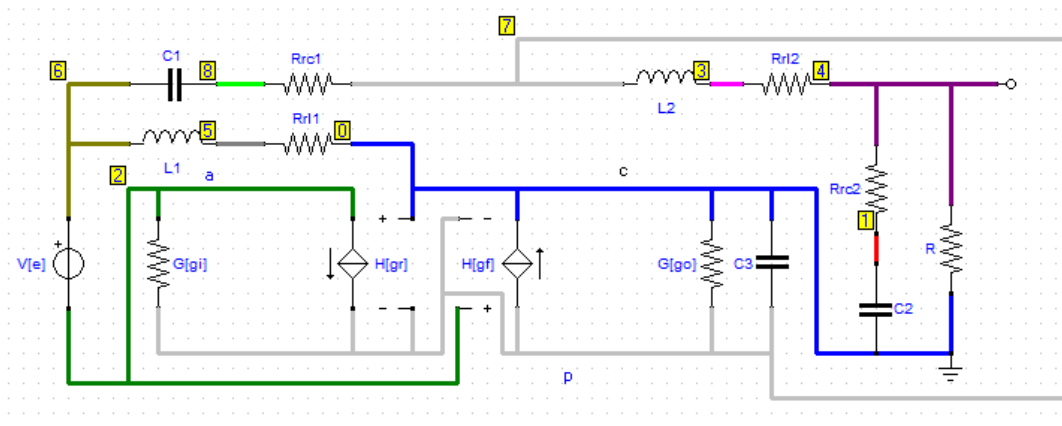


Fig. 4 SAPWIN schematic for Zeta in PCC and CCM line to output Transfer Function

Erickson values:

Josep M. Valls

$$\begin{aligned}E &= 120V \\D &= 0,4 \\L_1 &= 500\mu H \\C_1 &= 47\mu F \\L_2 &= 100\mu H \\C_2 &= 200\mu F \\R &= 40\Omega \\r_{L_1} &= 0,1\Omega \\r_{L_2} &= 0,02\Omega \\r_{C_1} &= 0\Omega \\r_{C_2} &= 0\Omega\end{aligned}$$

References

[EC08] Ekrem Cengelci "Software Makes Transfer Functions More Manageable", Power Electronics Technology, June 2008, Ekrem Cengelci

<http://powerelectronics.com/powermanagement/softwaremakestransferfunctionsmoremanageable>

[VOR02] Vatché Vorpérian "Fast Analytical Techniques for ELECTRICAL and ELECTRONIC CIRCUITS" , Cambridge University Press, 2002

[EM01] R. W. Erickson and D. Maksimovic. "Fundamentals of Power Electronics". Kluwer Academic Publishers, second edition edition, 2001.

[SAPWIN] SAPWIN "Symbilic Analysis Program for Windows", University of Florence, Department of Electronics and Telecommunications Engineering, SAPWIN

<http://cirlab.det.unifi.it/Sapwin/>

Código GNU Octave

```

1. set (0, "defaultlinelength", 1.0, "defaulttextfontname", "Helvetica", "default
    taxesfontname", "Helvetica", "defaulttaxesfontsize",8.0);
2. pkg load control;
3.
4. disp('Control to Output-Voltage T.F. in CCM with Peak Current Control:');
5. fprintf('\r\n');
6.
7. E = 120;
8. fprintf(' E = %d V\n',E);
9. L1 = 500E-6;
10. fprintf('L1 = %d uH\n',L1*1e6);
11. L2 = 100E-6;
12. fprintf('L2 = %d uH\n',L2*1e6);
13. C1 = 47E-6;
14. fprintf('C1 = %d uF\n',C1*1e6);
15. C2 = 200E-6;
16. fprintf('C2 = %d uF\n',C2*1e6);
17. R = 40;
18. fprintf(' R = %d Ohm\n',R);
19. D = 0.4;
20. fprintf(' D = %2.1f\n',D);
21. rl1 = 0.1;
22. fprintf('rl1 = %3.2f Ohm\n',rl1);
23. rl2 = 0.02;
24. fprintf('rl2 = %3.2f Ohm\n',rl2);
25. rc1 = 0;
26. fprintf('rc1 = %3.2f Ohm\n',rc1);
27. rc2 = 0;
28. fprintf('rc2 = %3.2f Ohm\n',rc2);
29.
30. Vo = D/(1-D)*E;
31. Io = Vo/R;
32. Ii = D/(1-D) * Io;
33. rpo = D^2/(1-D)^2 * (rl1 - (1-D) * rc1) + (rl2 + D * rc1);
34. Vo = Vo - rpo * Io;
35. SV = E+Vo;
36. SI = Ii+Io;
37. fprintf(' Vo = %3.2f V\n',Vo);
38. fprintf(' Ii = %3.2f A\n',Ii);
39. fprintf(' Io = %3.2f A\n',Io);
40. fprintf('rpo = %3.2f Ohm\n',rpo);
41.
42. Ri = 0.1;
43. fprintf(' Ri = %3.2f Ohm\n',Ri);
44. fsw = 100E3;
45. fprintf('fsw = %d kHz\n',fsw/1000);
46. Tsw = 1 / fsw;
47. fprintf('Tsw = %d us\n',Tsw*1e6);
48. Leq = (L1 * L2)/(L1 + L2);
49. fprintf('Leq = %5.2f uH\n',Leq*1e6);
50. m1 = E/Leq;
51. m2 = Vo/Leq;
52. ma = 0.5 * m2;
53.
54. ko = 1/Ri;
55. ki = D/Ri;
56. go = Tsw/Leq*((1-D)*ma/m1+0.5-D);
57. gf = D*go - (D*(1-D)*Tsw)/(2*Leq);
58. gi = D*(gf - SI/SV);
59. gr = SI/SV - go*D;
60. %C3 = 0;
61. Ws = 2 * pi / Tsw;
62. C3 = 4 / (Leq * Ws^2);

```

Josep M. Valls

```

63. fprintf(' Cs = %5.2f nF\n',C3*1e9);
64.
65. Vc = 1;
66. s = tf('s');
67. Vovc_tf = ((-ko*Vc*gi*R* ...
68.
69. poles = pole(Vovc_tf)
70. zeros = zero(Vovc_tf)
71.
72. f = logspace(1, 5, 200); % 200 pt f vector from 100 Hz (10^2) to 10kHz (10^5)
73. [mag, phase] = bode(Vovc_tf,2*pi*f); % Use bode to determine mag and phase
74. subplot(2,1,1);
75. semilogx(f, 20*log10(abs(mag)),'b');
76. title('X Control to OutputVoltage T.F. in CCM and PCC');
77. ylabel('Magnitude [dB]');
78. subplot(2,1,2);
79. semilogx(f, phase,'b');
80. xlabel('Frequency [Hz]');
81. ylabel('Phase [deg]');
82. safeimage
83.
84. e = 1;
85. s = tf('s');
86. Voe_tf = ((-e*gi*R+e* ...
87.
88.
89. poles = pole(Voe_tf)
90. zeros = zero(Voe_tf)
91.
92. f = logspace(1, 5, 200); % 200 pt f vector from 100 Hz (10^2) to 10kHz (10^5)
93. [mag, phase] = bode(Voe_tf,2*pi*f); % Use bode to determine mag and phase
94. subplot(2,1,1);
95. semilogx(f, 20*log10(abs(mag)),'b');
96. title('X Input-Voltage to Output-Voltage T.F. in CCM and PCC');
97. ylabel('Magnitude [dB]');
98. subplot(2,1,2);
99. semilogx(f, phase,'b');
100. xlabel('Frequency [Hz]');
101. ylabel('Phase [deg]');
102. safeimage
103.

```

Resultado al ejecutar el código:

Control to Output-Voltage T.F. in CCM with Peak Current Control:

```

E = 120 V
L1 = 500 uH
L2 = 100 uH
C1 = 47 uF
C2 = 200 uF
R = 40 Ohm
D = 0.4
r11 = 0.10 Ohm
r12 = 0.02 Ohm
rc1 = 0.00 Ohm
rc2 = 0.00 Ohm
Vo = 79.87 V
Ii = 1.33 A
Io = 2.00 A
rpo = 0.06 Ohm
Ri = 0.10 Ohm
fsw = 100 kHz

```

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

Tsw = 10 us
 Leq = 83.33 uH
 Cs = 121.59 nF

Transfer function 'Vovc_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{-9.4e-06 s^2 - 0.0005458 s - 239.7}{2.286e-21 s^5 + 6.769e-16 s^4 + 2.261e-10 s^3 + 1.057e-07 s^2 + 0.009892 s + 2.263}$$

Continuous-time model.

poles =

-1.4791e+05 + 2.7728e+05i
 -1.4791e+05 - 2.7728e+05i
 -5.4053e+01 + 6.6153e+03i
 -5.4053e+01 - 6.6153e+03i
 -2.2903e+02 + 0.0000e+00i

zeros =

-29.0 + 5050.0i
 -29.0 - 5050.0i

Transfer function 'Voe_tf' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{-1.454e-11 s^2 - 2.908e-09 s + 0.2665}{2.286e-21 s^5 + 6.769e-16 s^4 + 2.261e-10 s^3 + 1.057e-07 s^2 + 0.009892 s + 2.263}$$

Continuous-time model.

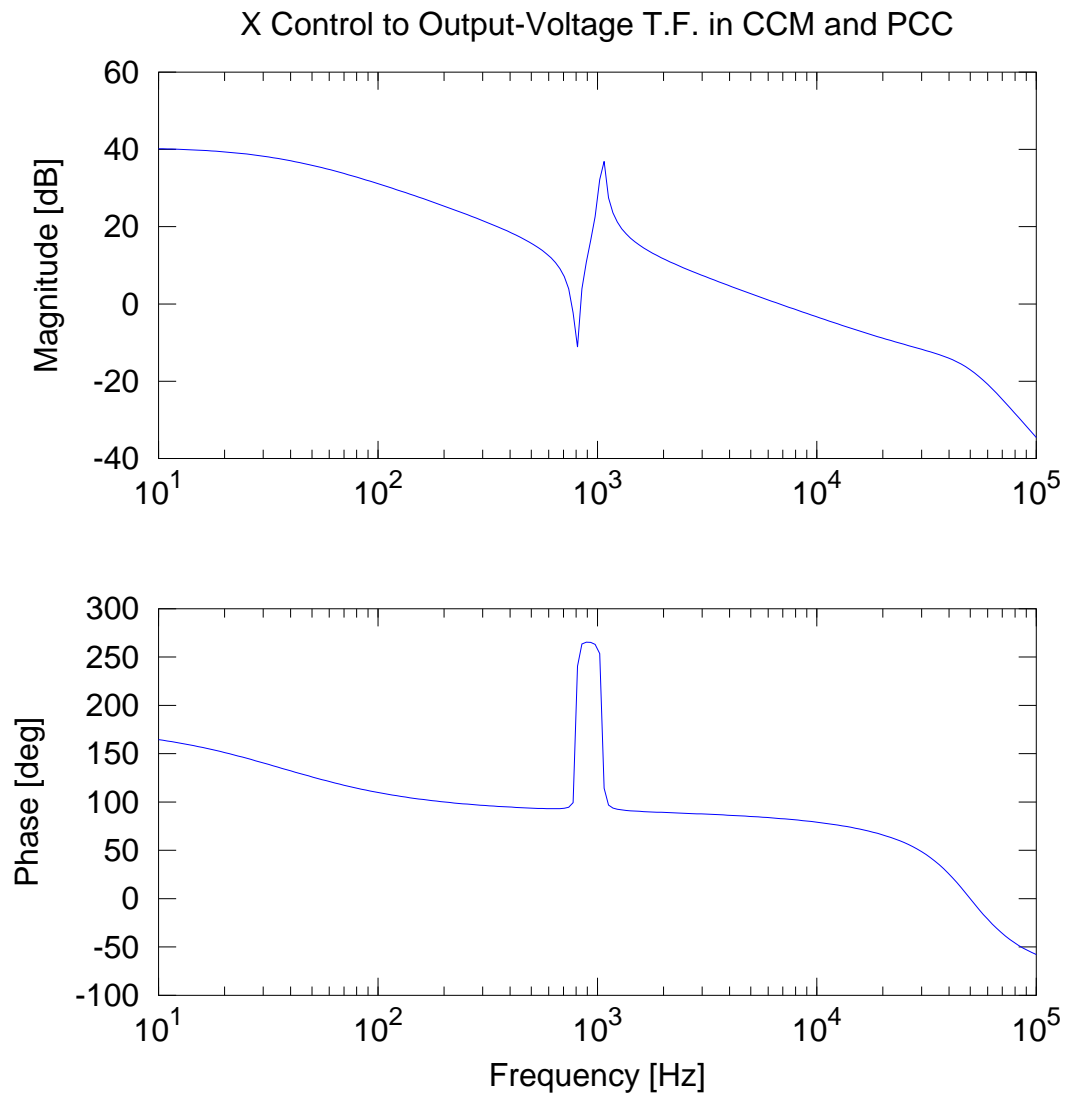
poles =

-1.4791e+05 + 2.7728e+05i
 -1.4791e+05 - 2.7728e+05i
 -5.4053e+01 + 6.6153e+03i
 -5.4053e+01 - 6.6153e+03i
 -2.2903e+02 + 0.0000e+00i

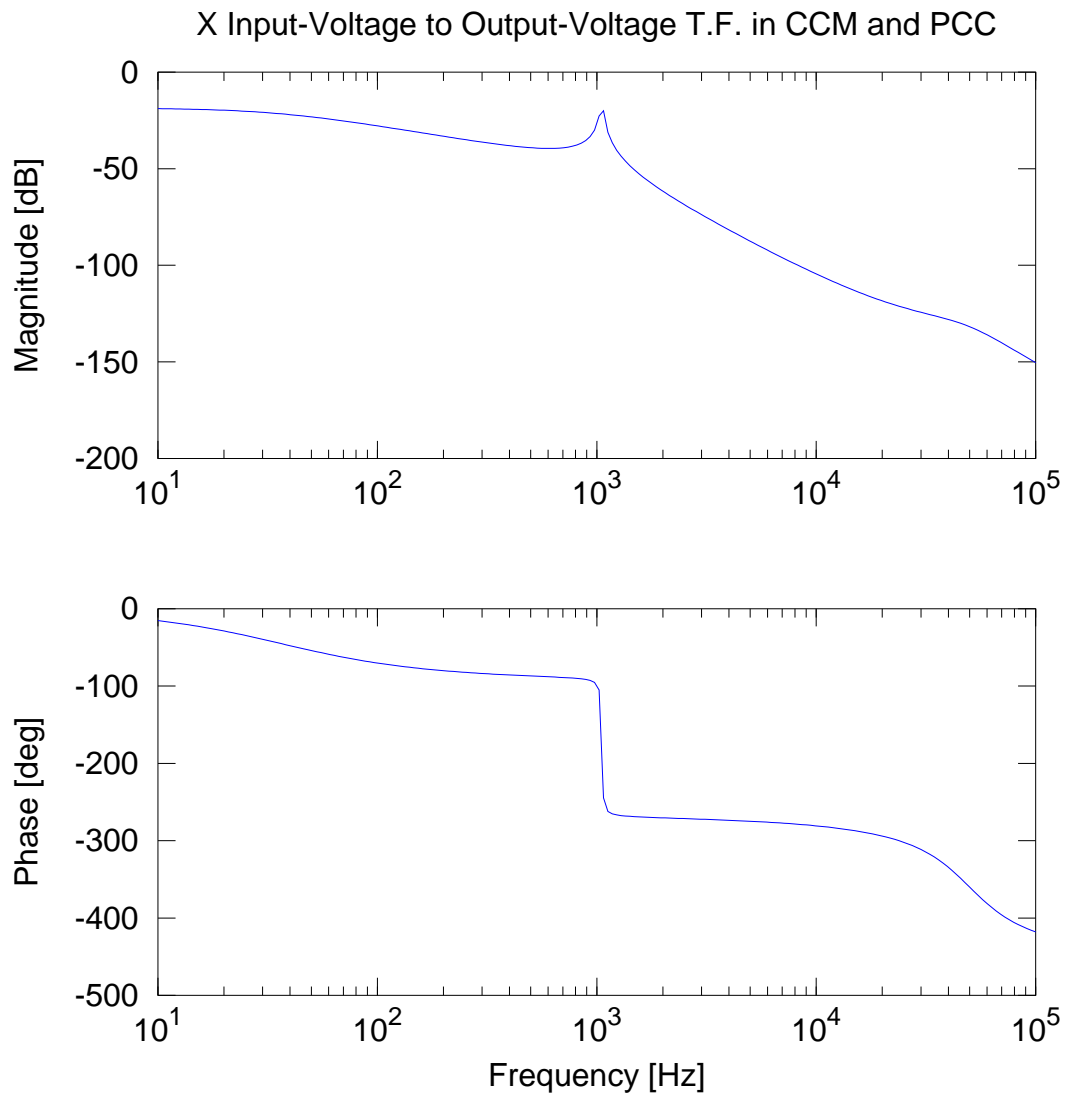
zeros =

-1.3548e+05
 1.3528e+05

Josep M. Valls



Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X



Josep M. Valls

Apéndice C

Generador PWM

Resumen

Para poder probar las etapas de potencia en lazo abierto o para probar algoritmos de control en el PC se creyó necesario diseñar un generador de PWM con la característica de poder variar la frecuencia, el ciclo de trabajo, y que además de la salida de control para el interruptor principal, tuviera otra para el interruptor secundario, con un tiempo muerto para aumentar el rendimiento y evitar cortocircuitar la fuente de entrada en el momento de la conmutación.

C.1. Diseño con CoolRunner II

El primer diseño se hizo con una CPLD (*Complex Programmable Logic Device*) de la empresa Xilinx de la familia "Cool Runner II" en concreto la XC2C256 [Xil07] de la que la empresa DIGILENT ha diseñado una tarjeta de desarrollo "Cool Runner-II Starter Board" [Dig12] que se muestra en la Fig. C.1.

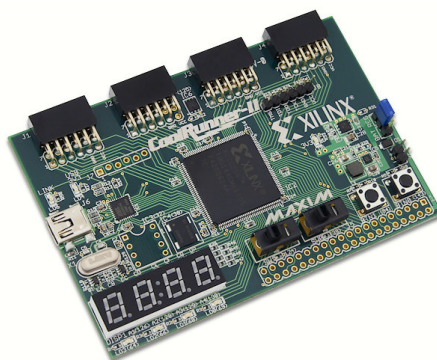


Figura C.1: Cool Runner-II Starter Board

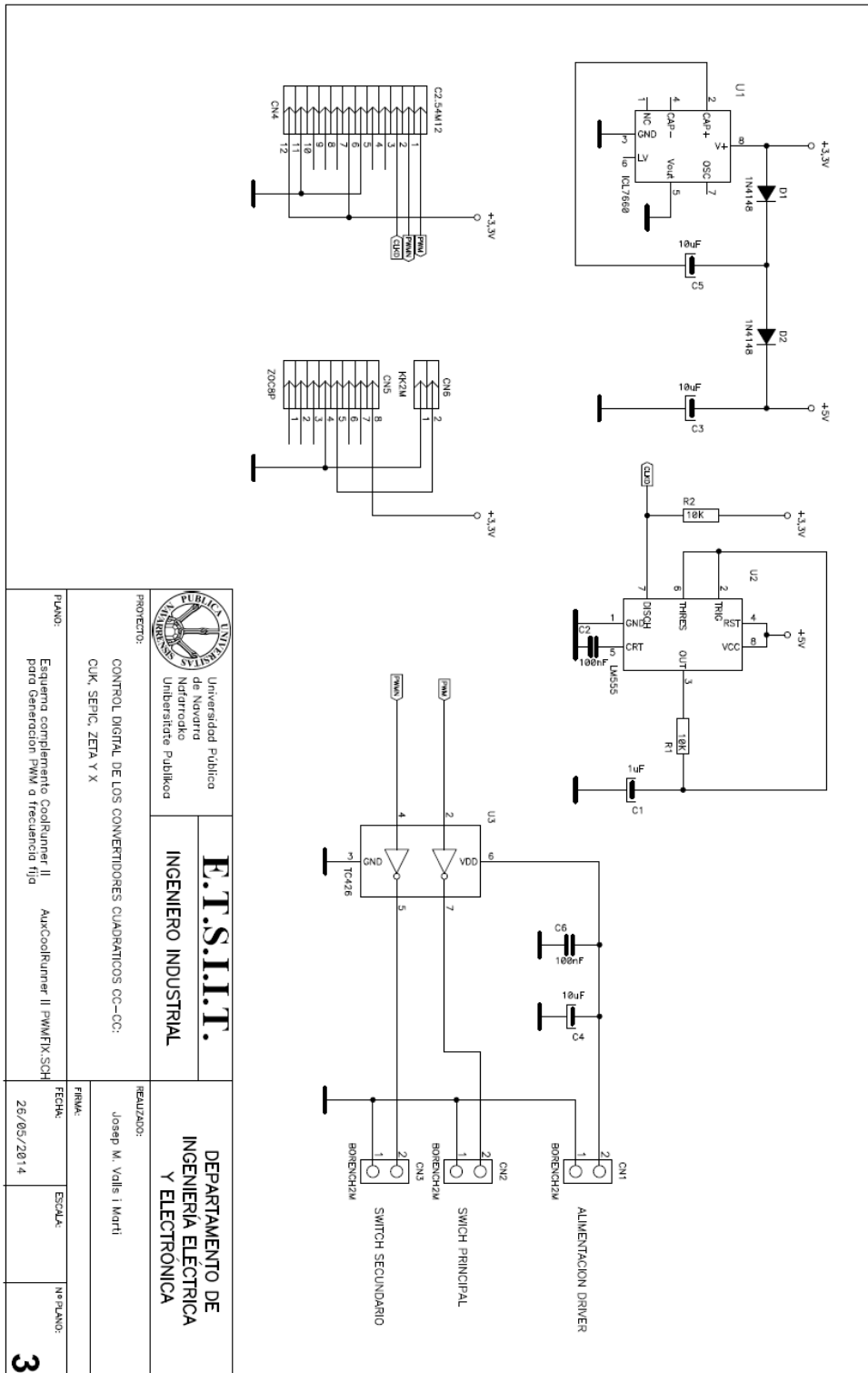


Figura C.2: Esquema del circuito auxiliar para el Generador de PWM

Josep M. Valls

En el plano número 3 de la Fig. C.2 se muestran los circuitos adicionales necesarios para que funcione el generador. En primer lugar era necesario tener 5V para poder alimentar el oscilador 555, ya que el puerto PMOD no dispone de salida de 5V [Xil11], para ello se utilizó el circuito ICL7660 como doblador de tensión para generar los +5V que no estaban disponibles en la tarjeta. Para el oscilador de baja frecuencia que se usa de filtro se utilizó el LM555 con la configuración para generar una onda cuadrada de 50Hz aproximadamente. Aunque la salida no es exactamente cuadrada en este caso no importa, lo que interesa es tener una serie de flancos de subida a una determinada frecuencia. Al usar el transistor de salida (pin 7) nos aseguramos que la tensión de entrada a la CPLD es como máximo la tensión de la resistencia de "pull up" ya que es una salida de colector abierto. La tensión de entrada de la CPLD es de +3,3V.

En la versión final se eliminó el generador de +5V y se substituyó por una fuente externa de +5V y +12V para alimentar el driver de los MOSFET.

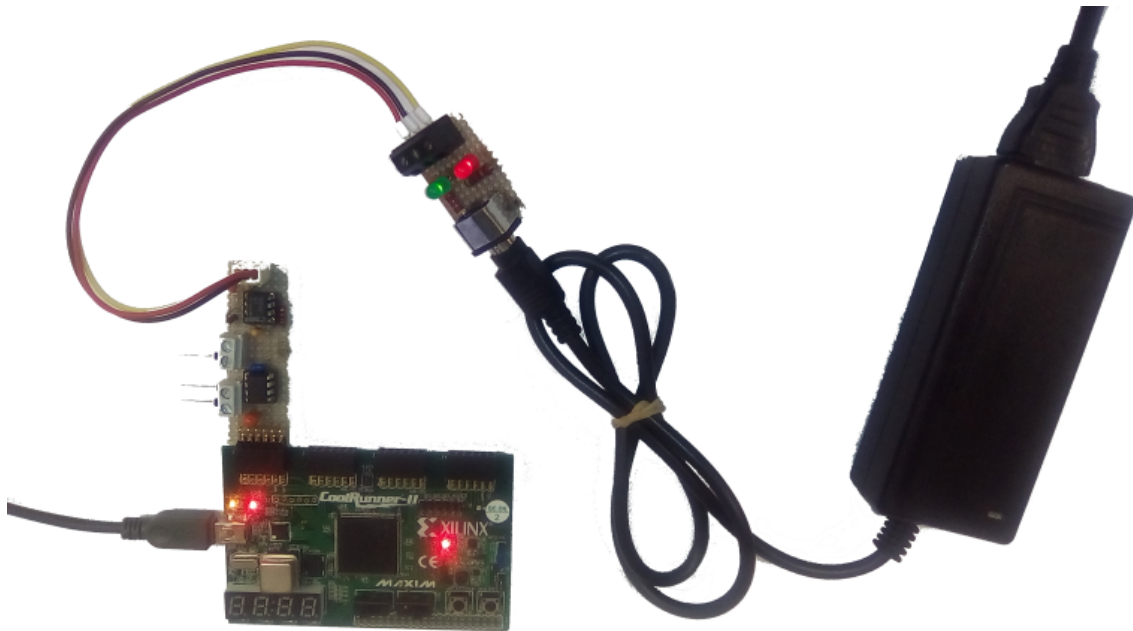


Figura C.3: Conjunto de tarjetas del Generador de PWM

El conjunto de ambas tarjetas aparece en la Fig. C.3 y en las capturas de osciloscopio de las Fig. C.4 y Fig. C.5, aparece el resultado de un PWM de $100kHz$ de frecuencia con un ciclo de trabajo del 50% y 25% respectivamente y un tiempo muerto entre la activación del transistor principal y el secundario de $480ns$.

Se puede observar la salida principal en el trazo de color amarillo y la salida secundaria con el trazo de color azul.

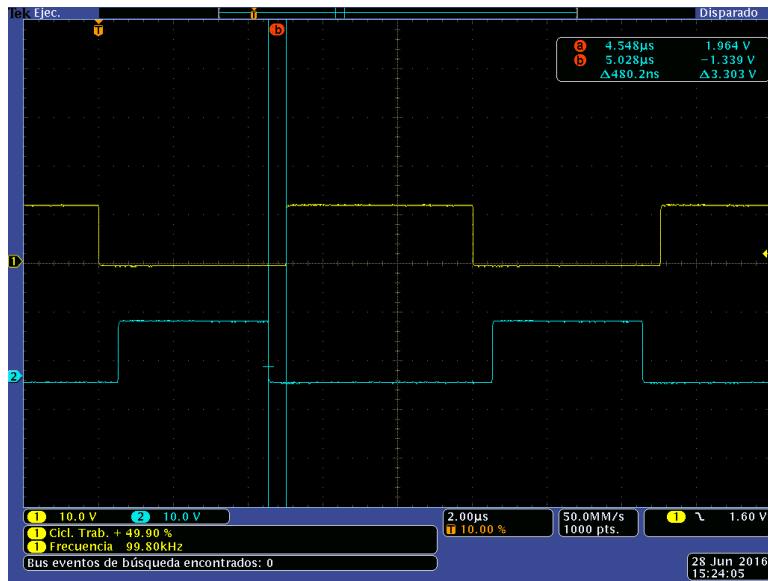


Figura C.4: Captura para $F = 100kHz$, $D = 50\%$ y $T_d = 480ns$

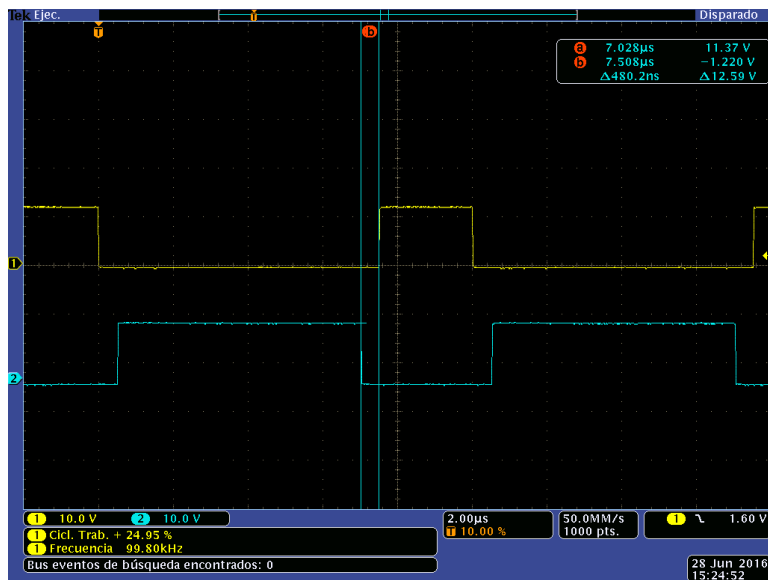


Figura C.5: Captura para $F = 100kHz$, $D = 25\%$ y $T_d = 480ns$

C.1.1. Diseño de lógica programable - CoolRunner II

A continuación se ha listado el programa VHDL (*V de VHSIC (Very High Speed Integrated Circuit) y HDL de Hardware Description Language*) de la CPLD. De este programa cabe destacar el mecanismo que ha implementado la empresa Digilent para comunicar con el PC y que consiste en aprovechar el antiguo protocolo EPP (*Enhanced Parallel Port*) de comunicación con las impresoras a través de puertos paralelos bidireccionales, en este caso a través del microcontrolador auxiliar que se comunica por el puerto USB (*Universal Serial Bus*) y que también puede usarse para programar el dispositivo.

Hay que tener en cuenta que es un diseño con dos dominios de reloj, CLK y CLK100 (que en realidad es de 50MHz), por lo que se tiene que prever un circuito anti metaestabilidad para evitar oscilaciones internas cuando haya cambio de dominio de reloj. La metaestabilidad es un fenómeno de oscilación, o mejor dicho falta de determinación de estado, que experimentan las señales al ser muestreadas por una señal de reloj asíncrona con ellas. Cuando llega el flanco de subida del reloj y la señal no está estable el sistema lógico no puede determinar el estado de la señal y entra en un estado desconocido que puede tardar bastante tiempo en definirse. Este fenómeno de la metaestabilidad se puede resolver registrando las señales varias veces con el mismo reloj, o sea encadenar una serie de registros a la señal.

El circuito "Debounce" es un filtro antirebotes para los pulsadores. Un fenómeno parecido a la metaestabilidad es el de los rebotes, cuando se conmuta un pulsador o un interruptor mecánico, el cambio de estado se produce con una serie de rebotes o una señal oscilante de frecuencia variable que puede durar unos milisegundos y que sólo es apreciable con un osciloscopio o un analizador lógico conectado a la entrada.

El circuito consiste en un contador que se va incrementando hasta llegar al valor de la frecuencia que se desea, en este punto se pone a cero y continua contando. La salida se activa cuando se pone a cero el contador. Por otro lado cuando se alcanza el valor de conteo para el ciclo de trabajo se conmuta la salida desactivándose. La salida auxiliar se activa después del tiempo muerto cuando la salida principal se desactiva y se desactiva antes de que se acabe el contador de frecuencia con un tiempo igual al tiempo muerto.

Finalmente al intentar implementar el control del Display de siete segmentos, se tuvo que desistir por no tener la capacidad suficiente la pieza.

A continuación se ha listado el resumen de la compilación, los ficheros principales en VHDL y el fichero de constricciones que especifica la situación de los pines en el dispositivo.

Summary

Design Name	PWMFIX
Fitting Status	Successful
Software Version	0.87xd
Device Used	XC2C256-7-TQ144
Date	8-10-2016, 4:01PM

RESOURCES SUMMARY

Macrocells Used	Pterms Used	Registers Used	Pins Used	Function Block Inputs Used
203/256 (80%)	688/896 (77%)	138/256 (54%)	21/118 (18%)	520/640 (82%)

PIN RESOURCES

Signal Type	Required	Mapped	Pin Type	Used	Total
Input	8	8	I/O	16	108
Output	3	3	GCK/IO	2	3
Bidirectional	8	8	GTS/IO	1	4
GCK	2	2	GSR/IO	1	1
GTS	0	0	CDR/IO	1	1
GSR	0	0	DGE/IO	2	1

GLOBAL RESOURCES

Signal mapped onto global clock net (GCK1)	CLK100
Signal mapped onto global clock net (GCK2)	CLK

file:///J:/Doctorado/Tesis/Generador%20PWM/PWMFIX/PWMFIX/PWMFIX_html/f... 10/08/2016

Josep M. Valls

```

PWMFIX.vhd
Wed Aug 10 15:55:17 2016
1  -----
2  -- Company:      Universidad Pública de Navarra
3  -- Engineer:     Josep M. Valls i Martí
4  --
5  -- Create Date:  16:07:45 05/12/2014
6  -- Design Name:  Generador de PWM con frecuencia FIJA
7  -- Module Name:  PWMFIX - Behavioral
8  -- Project Name:  GENERADOR DE PWM
9  -- Target Devices: COOLRUNNER II - XC2C256
10 -- Tool versions: XISE 13.4
11 -- Description:   Genera PWM para convertidor.
12 --               Usa el modo extendido de Input Outputs de Digilent con el
13 --               protocolo de comunicación de puerto paralelo EPP(Enhanced
14 --               Parallel Port)
15 -- Dependencies:
16 --
17 -- Revision:
18 -- Revision 0.01 - File Created
19 -- Additional Comments:
20 --
21 -----
22 library IEEE;
23 use IEEE.STD_LOGIC_1164.ALL;
24 use IEEE.STD_LOGIC_ARITH.ALL;
25 use IEEE.STD_LOGIC_UNSIGNED.ALL;
26
27 entity PWMFIX is
28     Port ( CLK      : IN    STD_LOGIC;
29           CLK100    : IN    STD_LOGIC;
30           PWM       : OUT   STD_LOGIC;
31           PWMN      : OUT   STD_LOGIC;
32           BTNO      : IN    STD_LOGIC;
33           BTN1      : IN    STD_LOGIC;
34           SW0       : IN    STD_LOGIC;
35           SW1       : IN    STD_LOGIC;
36           CLKD      : IN    STD_LOGIC;
37
38           DspD      : OUT   STD_LOGIC_VECTOR (7 downto 0);
39           Dig       : OUT   STD_LOGIC_VECTOR (3 downto 0);
40
41           EppAstb   : IN    STD_LOGIC;
42           EppDstb   : IN    STD_LOGIC;
43           EppWr     : IN    STD_LOGIC;
44           EppWait   : OUT   STD_LOGIC;
45           EppDB     : INOUT STD_LOGIC_VECTOR (7 downto 0));
46 end PWMFIX;
47
48 architecture Behavioral of PWMFIX is
49
50     component Debounce
51     port(
52         CLK      : in  std_logic;
53         RESET    : in  std_logic;
54         ENABLE   : in  std_logic;
55         DI       : in  std_logic;
56         DO       : out std_logic
57     );
58 end component;
59
60     signal ENABLE : std_logic;
61     --signal CNTDEB : std_logic_vector(17 downto 0);
62

```

```

PWMFIX.vhd
Wed Aug 10 15:55:17 2016

63 component IOExpansion
64 port(
65     EppAstb : IN  std_logic;
66     EppDstb : IN  std_logic;
67     EppWr    : IN  std_logic;
68     Led     : IN  std_logic_vector(7 downto 0);
69     LBar    : IN  std_logic_vector(23 downto 0);
70     dwIn    : IN  std_logic_vector(31 downto 0);
71     EppDEI  : IN  std_logic_vector(7 downto 0);
72     EppDBO  : OUT std_logic_vector(7 downto 0);
73     EppWait  : OUT std_logic;
74     Sw      : OUT std_logic_vector(15 downto 0);
75     Btn     : OUT std_logic_vector(15 downto 0);
76     dwOut   : OUT std_logic_vector(31 downto 0)
77 );
78 end component;
79
80 signal EppDBO : std_logic_vector(7 downto 0);
81
82 signal DATI : std_logic_vector(31 downto 0);
83 signal DATO : std_logic_vector(31 downto 0);
84
85 signal LED : std_logic_vector(7 downto 0);
86 signal LBAR : std_logic_vector(23 downto 0);
87 signal SW : std_logic_vector(15 downto 0);
88 signal BTN : std_logic_vector(15 downto 0);
89
90 signal CNT : std_logic_vector(15 downto 0);
91 signal CNT1 : std_logic_vector(7 downto 0);
92 signal FREQ : std_logic_vector(15 downto 0);
93 signal DUTY : std_logic_vector(15 downto 0);
94 --signal INI : std_logic_vector(15 downto 0);
95 signal FIN : std_logic_vector(15 downto 0);
96 signal T : std_logic;
97
98 signal UP : std_logic;
99 signal DWN : std_logic;
100 signal MUP : std_logic;
101 signal MDWN : std_logic;
102
103 signal DBTN0 : std_logic;
104 signal DBTN1 : std_logic;
105
106 signal RESET : std_logic;
107 --signal HEX : std_logic_vector(3 downto 0);
108 --signal DIGI : std_logic_vector(1 downto 0);
109
110 signal CLKD1 : std_logic;
111 signal CLKD2 : std_logic;
112
113 signal sPWM : std_logic;
114 signal sPWMMN : std_logic;
115
116 begin
117
118 RESET <= BTN(0);
119
120 Inst_DebounceBTN0: Debounce PORT MAP(
121     CLK => CLK,
122     RESET => RESET,
123     ENABLE => ENABLE,
124     DI => not BTN0,

```

```

PWMFIX.vhd
Wed Aug 10 15:55:17 2016

125     DO      => DBTN0
126   );
127
128   Inst_DebounceBTN1: Debounce PORT MAP (
129     CLK      => CLK,
130     RESET    => RESET,
131     ENABLE   => ENABLE,
132     DI       => not BTN1,
133     DO       => DBTN1
134   );
135
136   process (CLK)
137   begin
138     if rising_edge(CLK) then
139       CLKD1 <= CLKD;
140       CLKD2 <= CLKD1;
141       if CLKD1 = '1' and CLKD2 = '0' then
142         ENABLE <= '1';
143       else
144         ENABLE <= '0';
145       end if;
146     end if;
147   end process;
148
149   Inst_IOExpansion: IOExpansion port map (
150     EppAstb => EppAstb,
151     EppDstb => EppDstb,
152     EppWr   => EppWr,
153     EppDBI  => EppDB,
154     EppDBO  => EppDBO,
155     EppWait => EppWait,
156     Led     => LED,
157     LBar    => LBAR,
158     Sw      => SW,
159     Btn     => BTN,
160     dwOut   => DATO,
161     dwIn    => DATI
162   );
163
164   EppDB <= EppDBO when (EppWr = '1') else "ZZZZZZZZ";
165
166   process (CLK, DBTN0, DBTN1)
167   begin
168     if rising_edge(CLK) then
169       MUP <= DBTN0;
170       MDWN <= DBTN1;
171     end if;
172   end process;
173
174   UP <= DBTN0 and not (MUP);
175   DWN <= DBTN1 and not (MDWN);
176
177   process (CLK, UP, DWN, SW0, BTN(1), RESET)
178   begin
179     if RESET = '1' then
180       FREQ <= X"C350";
181       DUTY <= X"61A8";
182     elsif rising_edge(CLK) then
183       if BTN(1) = '1' then
184         FREQ <= DATO(31 downto 16);
185         DUTY <= DATO(15 downto 0);
186       else

```

PWWFIX.vhd

Wed Aug 10 15:55:17 2016

```

187         if SW0 = '0' then
188             if UP = '1' then
189                 if FREQ < 50000 then
190                     FREQ <= FREQ + 2;
191                     DUTY <= DUTY + 1;
192                 end if;
193             end if;
194             if DWN = '1' then
195                 if FREQ > 100 then
196                     FREQ <= FREQ - 2;
197                     if DUTY > 1 then
198                         DUTY <= DUTY - 1;
199                     end if;
200                 end if;
201             end if;
202         else
203             if UP = '1' then
204                 if DUTY < FREQ - 1 then
205                     DUTY <= DUTY + 1;
206                 end if;
207             end if;
208             if DWN = '1' then
209                 if DUTY > 1 then
210                     DUTY <= DUTY - 1;
211                 end if;
212             end if;
213         end if;
214     end if;
215 end if;
216 end process;
217
218 DATI <= FREQ & DUTY;
219
220 process(CLK100, RESET)
221 begin
222     if RESET = '1' then
223         CNT <= (others => '0');
224     elsif rising_edge(CLK100) then
225         if CNT = FREQ then
226             CNT <= (others => '0');
227         else
228             CNT <= CNT + 1;
229         end if;
230     end if;
231 end process;
232
233 process(CLK100, RESET)
234 begin
235     if RESET = '1' then
236         sPWM <= '0';
237         T <= '0';
238     elsif rising_edge(CLK100) then
239         if CNT = FREQ then
240             sPWM <= '1';
241             T <= '0';
242         end if;
243         if CNT = DUTY then
244             sPWM <= '0';
245             T <= '1';
246         end if;
247         if CNT = FIN then
248             T <= '0';

```



```

PWMFIX.vhd
Wed Aug 10 15:55:17 2016

249     end if;
250     end if;
251 end process;
252
253 process(CLK100, RESET)
254 begin
255     if RESET = '1' then
256         sPWMN <= '0';
257     elsif rising_edge(CLK100) then
258         if T = '0' then
259             CNT1 <= SW(7 downto 0);
260             sPWMN <= '0';
261         else
262             if CNT1 > 0 then
263                 CNT1 <= CNT1 - 1;
264             else
265                 sPWMN <= '1';
266             end if;
267         end if;
268     end if;
269 end process;
270
271 PWM <= sPWM when SW1 = '0' else not (sPWM);
272 PWMN <= sPWMN when SW1 = '0' else not (sPWMN);
273 FIN <= FREQ - SW;
274
275 --process(CLK, ENABLE)
276 --begin
277 -- if ENABLE = '1' and rising_edge(CLK) then
278 --     case DIGI is
279 --         when "00" => Dig <= "1110";
280 --             DIGI <= DIGI + 1;
281 --             HEX <= CNT(3 downto 0);
282 --         when "01" => Dig <= "1101";
283 --             DIGI <= DIGI + 1;
284 --             HEX <= CNT(7 downto 4);
285 --         when "10" => Dig <= "1011";
286 --             DIGI <= DIGI + 1;
287 --             HEX <= CNT(11 downto 8);
288 --         when "11" => Dig <= "0111";
289 --             DIGI <= "00";
290 --             HEX <= CNT(15 downto 12);
291 --         when others => null;
292 --     end case;
293 -- end if;
294 --end process;
295 --
296 --with HEX Select
297 --DspD(6 downto 0) <=
298 --    "1111001" when "0001", --1
299 --    "0100100" when "0010", --2
300 --    "0110000" when "0011", --3
301 --    "0011001" when "0100", --4
302 --    "0010010" when "0101", --5
303 --    "0000010" when "0110", --6
304 --    "1111000" when "0111", --7
305 --    "0000000" when "1000", --8
306 --    "0010000" when "1001", --9
307 --    "0001000" when "1010", --A
308 --    "0000011" when "1011", --b
309 --    "1000110" when "1100", --C
310 --    "0100001" when "1101", --d
311 --    "0000110" when "1110", --E

```

PMMFIX.vhd

Wed Aug 10 15:55:17 2016

```
311  --          "0001110" when "1111",  --F
312  --          "1000000" when others;  --0
313
314  end Behavioral;
315
316
```

```

Debounce.vhd
Wed Aug 10 15:58:33 2016
1  -----
2  -- Company:      Universidad Pública de Navarra
3  -- Engineer:     Josep M. Valls i Martí
4  --
5  -- Create Date:  16:07:45 05/12/2014
6  -- Design Name:  Generador de PWM con frecuencia FIJA
7  -- Module Name:  PWMFIX - Behavioral
8  -- Project Name: GENERADOR DE PWM
9  -- Target Devices: COOLRUNNER II - XC2C256
10 -- Tool versions: XISE 13.4
11 -- Description:   Antirrebotes para los pulsadores
12 --
13 -- Revision:
14 -- Revision 0.01 - File Created
15 -- Additional Comments: El fichero es creado en base al de la UAM
16 --
17 -----
18 library IEEE;
19 use IEEE.STD_LOGIC_1164.ALL;
20 use IEEE.STD_LOGIC_ARITH.ALL;
21 use IEEE.STD_LOGIC_UNSIGNED.ALL;
22 -----
23 -- Entity
24
25 entity Debounce is
26     Port ( CLK : in  STD_LOGIC;      -- CLOCK
27           RESET : in  STD_LOGIC;    -- RESET asíncrono, activo alto
28           ENABLE : in  STD_LOGIC;   -- Habilita el muestreo de DI cuando está alto
29           DI : in  STD_LOGIC;       -- Dato de entrada
30           DO : out STD_LOGIC);      -- Dato de salida filtrado
31 end Debounce;
32
33 -----
34 -- Architecture
35
36 architecture Behavioral of Debounce is
37
38     -- Hace un registro de desplazamiento de cuatro muestras. Tres muestras estables
39     -- para evitar la meta-estabilidad (oscilaciones)
40     más una
41     signal MUESTRA : std_logic_vector(3 downto 0);
42
43 begin
44
45     process (CLK, RESET)
46     begin
47         if RESET = '1' then
48             MUESTRA <= (others => '0');
49         elsif rising_edge(CLK) then
50             if ENABLE = '1' then
51                 MUESTRA <= MUESTRA(2 downto 0) & DI;
52             end if;
53         end if;
54     end process;
55
56     DO <= '1' when MUESTRA(3 downto 1) = "111" else '0';
57
58 end Behavioral;
59
60

```

```

PWMFIX.ucf                                     Wed Aug 10 16:00:56 2016
1 #####
2 # UCF - Pin configuration for CoolRunner-II Starter Board #
3 #####
4
5 NET    "CLK"      LOC = "P38"; #CLK 8MHz
6 NET    "CLK100"   LOC = "P32"; #CLK 100MHz
7
8 #NET   "LED0"     LOC = "P69"; #LD0
9 #NET   "LED1"     LOC = "P68"; #LD1
10 #NET   "LED2"     LOC = "P66"; #LD2
11 #NET   "LED3"     LOC = "P64"; #LD3
12
13 NET    "BTN0"     LOC = "P143"; #BTN0
14 NET    "BTN1"     LOC = "P94"; #BTN1
15
16 NET    "SW0"      LOC = "P39"; #SW0
17 NET    "SW1"      LOC = "P124"; #SW1
18
19 #NET   "J1_1"     LOC = "P10"; #J1-I01
20 NET    "PWM"      LOC = "P10"; #J1-I01
21 #NET   "J1_2"     LOC = "P7"; #J1-I02
22 NET    "PWMN"     LOC = "P7"; #J1-I02
23 #NET   "J1_3"     LOC = "P5"; #J1-I03
24 NET    "CLKD"     LOC = "P5"; #J1-I03
25 #NET   "J1_4"     LOC = "P3"; #J1-I04
26 #NET   "J1_7"     LOC = "P9"; #J1-I07
27 #NET   "J1_8"     LOC = "P6"; #J1-I08
28 #NET   "J1_9"     LOC = "P4"; #J1-I09
29 #NET   "J1_10"    LOC = "P2"; #J1-I010
30
31 #NET   "J2_1"     LOC = "P142"; #J2-I01
32 #NET   "J2_2"     LOC = "P139"; #J2-I02
33 #NET   "J2_3"     LOC = "P136"; #J2-I03
34 #NET   "J2_4"     LOC = "P134"; #J2-I04
35 #NET   "J2_7"     LOC = "P140"; #J2-I07
36 #NET   "J2_8"     LOC = "P138"; #J2-I08
37 #NET   "J2_9"     LOC = "P135"; #J2-I09
38 #NET   "J2_10"    LOC = "P133"; #J2-I010
39
40 #NET   "J3_1"     LOC = "P119"; #J3-I01
41 #NET   "J3_2"     LOC = "P117"; #J3-I02
42 #NET   "J3_3"     LOC = "P115"; #J3-I03
43 #NET   "J3_4"     LOC = "P113"; #J3-I04
44 #NET   "J3_7"     LOC = "P118"; #J3-I07
45 #NET   "J3_8"     LOC = "P116"; #J3-I08
46 #NET   "J3_9"     LOC = "P114"; #J3-I09
47 #NET   "J3_10"    LOC = "P112"; #J3-I010
48
49 #NET   "J4_1"     LOC = "P104"; #J4-I01
50 #NET   "J4_2"     LOC = "P102"; #J4-I02
51 #NET   "J4_3"     LOC = "P100"; #J4-I03
52 #NET   "J4_4"     LOC = "P97"; #J4-I04
53 #NET   "J4_7"     LOC = "P103"; #J4-I07
54 #NET   "J4_8"     LOC = "P101"; #J4-I08
55 #NET   "J4_9"     LOC = "P98"; #J4-I09
56 #NET   "J4_10"    LOC = "P96"; #J4-I010
57
58
59 #USB data bus
60 NET    "EppDB<0>" LOC = "P26"; #U-PD0
61 NET    "EppDB<1>" LOC = "P25"; #U-PD1
62 NET    "EppDB<2>" LOC = "P24"; #U-PD2

```

PWMFIX.ucf

Wed Aug 10 16:00:56 2016

```
63 NET "EppDB<3>" LOC = "P23"; #U-PD3
64 NET "EppDB<4>" LOC = "P22"; #U-PD4
65 NET "EppDB<5>" LOC = "P21"; #U-PD5
66 NET "EppDB<6>" LOC = "P20"; #U-PD6
67 NET "EppDB<7>" LOC = "P19"; #U-PD7
68
69 NET "EppAstb" LOC = "P35"; #U-PC4
70 NET "EppDstb" LOC = "P40"; #U-PC5
71 NET "EppWr" LOC = "P41"; #U-PC6
72 NET "EppWait" LOC = "P42"; #U-PC7
73
74 #NET "DspD<0>" LOC = "P56";
75 #NET "DspD<1>" LOC = "P53";
76 #NET "DspD<2>" LOC = "P60";
77 #NET "DspD<3>" LOC = "P58";
78 #NET "DspD<4>" LOC = "P57";
79 #NET "DspD<5>" LOC = "P54";
80 #NET "DspD<6>" LOC = "P61";
81
82 #NET "Dig<0>" LOC = "P130";
83 #NET "Dig<1>" LOC = "P129";
84 #NET "Dig<2>" LOC = "P128";
85 #NET "Dig<3>" LOC = "P126";
```

C.1.2. Diseño de aplicación de PC - CoolRunner II

Para poder modificar los valores de frecuencia, ciclo de trabajo y tiempo muerto se ha diseñado una pequeña aplicación de escritorio para PC en Visual Basic .NET 2008, cuyo formulario aparece en la Fig. C.6.

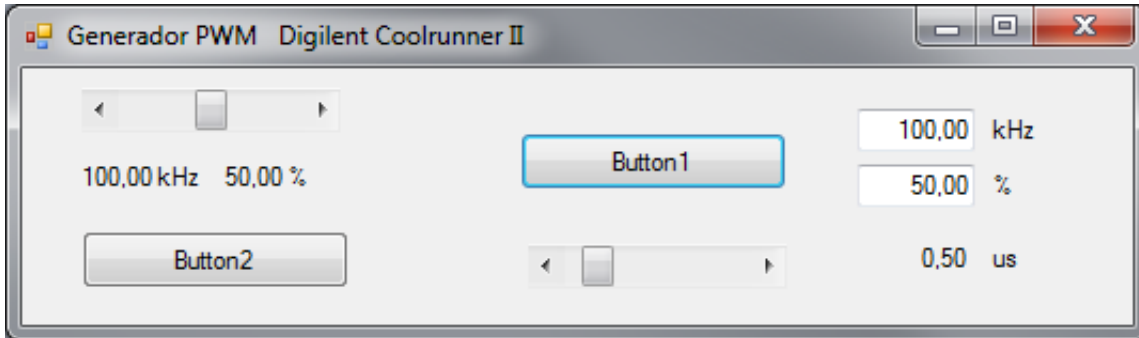


Figura C.6: Formulario de comunicación con Generador de PWM

A continuación se ha listado el código del formulario Principal **frmPrincipal.vb**, como puede observarse el programa no se ha finalizado ya que se vio que el dispositivo no era suficientemente grande, pero es un programa completamente funcional para generar un PWM principal a frecuencia variable, con una variación de ciclo de trabajo del 1 % y un tiempo muerto variable.

Esta aplicación usa unas DLL (*Dinamic Link Library*) que ofrece el fabricante de la tarjeta Digilent. Al principio de la definición de la clase se han colocado los prototipos de las API (*Application Programming Interface*) que se usan en el programa para comunicar con el dispositivo.

El programa dispone de un temporizador que periódicamente lee los registros de Frecuencia, Ciclo de trabajo y tiempo muerto y de un botón que actualiza los datos del formulario en el dispositivo.

```

J:\Doctorado\Tesis\Generador PWM\PWM\PWMFIX\frmPrincipal.vb 1

Public Class frmPrincipal
    Dim hif As Integer
    Dim Res As Boolean
    Dim bData(4) As Byte
    Dim frec As Double
    Dim D As Double

    Public Const hifInvalid = 0

    'Private Declare Function DeppGetVersion Lib "DEPP.dll" (ByRef Version As String) As Boolean
    Private Declare Function DmgrOpen Lib "DMGR.dll" (ByRef hif As Integer, ByVal szDvc As String) As Boolean
    Private Declare Function DmgrClose Lib "DMGR.dll" (ByVal hif As Integer) As Boolean

    Private Declare Function DeppEnable Lib "DEPP.dll" (ByVal hif As Integer) As Boolean
    Private Declare Function DeppDisable Lib "DEPP.dll" (ByVal hif As Integer) As Boolean

    Private Declare Function DeppPutReg Lib "DEPP.dll" (ByVal hif As Integer, ByVal pbAddr As Byte, ByVal bDato As Byte, ByVal fOverlap As Boolean) As Boolean
    Private Declare Function DeppGetReg Lib "DEPP.dll" (ByVal hif As Integer, ByVal pbAddr As Byte, ByRef bDato As Byte, ByVal fOverlap As Boolean) As Boolean

    Private Declare Function DeppGetRegSet Lib "DEPP.dll" (ByVal hif As Integer, ByRef pbAddr As Byte(), ByRef bDato As Byte(), ByVal cbData As Integer, ByVal fOverlap As Boolean) As Boolean

    Private Sub Form1_Load(ByVal sender As Object, ByVal e As System.EventArgs) Handles Me.Load
        hif = hifInvalid
        Res = DmgrOpen(hif, "Cr2s2")
        If Not Res Then
            MessageBox.Show("No se encuentra el Generador de PWM o el driver está mal instalado", "Generador de PWM", MessageBoxButtons.OK, MessageBoxIcon.Error)
        End If
        Res = DeppEnable(hif)
        If Not Res Then
            MessageBox.Show("Error al iniciar el EPP", "Generador de PWM", MessageBoxButtons.OK, MessageBoxIcon.Stop)
        End If
        Res = DeppPutReg(hif, &H7, 1, False)
        Res = DeppPutReg(hif, &H7, 0, False)
        HSTM.Value = 24
        IDL TM.Text = String.Format("{0:0.00}", (HSTM.Value + 1) * 0.02)
        Res = DeppPutReg(hif, &H5, CByte(HSTM.Value), False)
    End Sub

    Private Sub Form1_Disposed(ByVal sender As Object, ByVal e As System.EventArgs) Handles Me.Disposed
        If hif <> hifInvalid Then
            Res = DeppDisable(hif)
            Res = DmgrClose(hif)
        End If
    End Sub

    Private Sub Tim1_Tick(ByVal sender As System.Object, ByVal e As System.EventArgs) Handles Tim1.Tick
        Dim num As Double
        Dim den As Double

        Res = DeppGetReg(hif, &HD, bData(0), False)
        Res = DeppGetReg(hif, &HE, bData(1), False)
        Res = DeppGetReg(hif, &HF, bData(2), False)
        Res = DeppGetReg(hif, &H10, bData(3), False)

        num = CDb1(bData(1) * 256 + bData(0))
        den = CDb1(bData(3) * 256 + bData(2))

        D = (num / den) * 100
        frec = (1000000.0 + HScrollBar1.Value) / (den * 20)
    End Sub

```

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

```

J:\Doctorado\Tesis\Generador PWM\PWM\PWMFIX\frmPrincipal.vb 2
    Label1.Text = String.Format("{0:0.00} kHz   {1:0.00} %", freq, D)
End Sub

Private Sub Button1_Click(ByVal sender As System.Object, ByVal e As System.EventArgs)
Handles Button1.Click
    Dim nfreq As Double
    Dim nD As Double
    Dim DatoF As UInt16
    Dim DatoD As UInt16

    nfreq = CDBl(IDC_freq.Text)
    nD = CDBl(IDC_D.Text)
    DatoF = CUInt(50000.0 / nfreq)
    DatoD = CUInt(nD / 100.0 * DatoF)
    Res = DeppPutReg(hif, &H9, DatoD Mod 256, False)
    Res = DeppPutReg(hif, &HA, DatoD \ 256, False)
    Res = DeppPutReg(hif, &HB, DatoF Mod 256, False)
    Res = DeppPutReg(hif, &HC, DatoF \ 256, False)
    Res = DeppPutReg(hif, &H7, 2, False)
    Res = DeppPutReg(hif, &H7, 0, False)
End Sub

Private Sub HSTM Scroll(ByVal sender As System.Object, ByVal e As System.Windows.Forms
.ScrollEventArgs) Handles HSTM.Scroll
    IDL_TM.Text = String.Format("{0:0.00}", (HSTM.Value + 1) * 0.02)
    Res = DeppPutReg(hif, &H5, CByte(HSTM.Value), False)
End Sub

Private Sub Button2_Click(ByVal sender As System.Object, ByVal e As System.EventArgs)
Handles Button2.Click
    Dim bAddr(4) As Byte
    Dim bData(4) As Byte

    'bAddr(0) = &HD
    'bAddr(1) = &HE
    'bAddr(2) = &HF
    'bAddr(3) = &H10
    'Res = DeppGetRegSet(hif, bAddr, bData, 3, False)
    'Label1.Text = String.Format("{0:X2} {1:X2} {2:X2} {3:X2}", bData(0), bData(1),
bData(2), bData(3))
End Sub
End Class

```


C.2. Diseño con Spartan 3A de Avnet

Debido a que la CPLD se quedaba corta en capacidad, ya que como puede verse en el listado del programa VHDL la implementación de los displays se tuvo que desactivar. El diseño actual ocupa el 80% de biestables disponibles y aunque en este tipo de piezas puede llenarse más no cabe el decodificador de los displays de siete segmentos.

Así que se decidió usar otro dispositivo de más capacidad: una FPGA de la empresa Xilinx de la familia "Spartan 3A" la XC3S400A [Xil10], que es un dispositivo de 400k puertas equivalentes mientras que la CPLD XC2C256 era de tan solo 30k puertas equivalentes. Para esto se ha usado una tarjeta de desarrollo de la casa AVNET que es la que se muestra en la Fig. C.7 cuyo manual de referencia se adjunta en la bibliografía [AVN08].

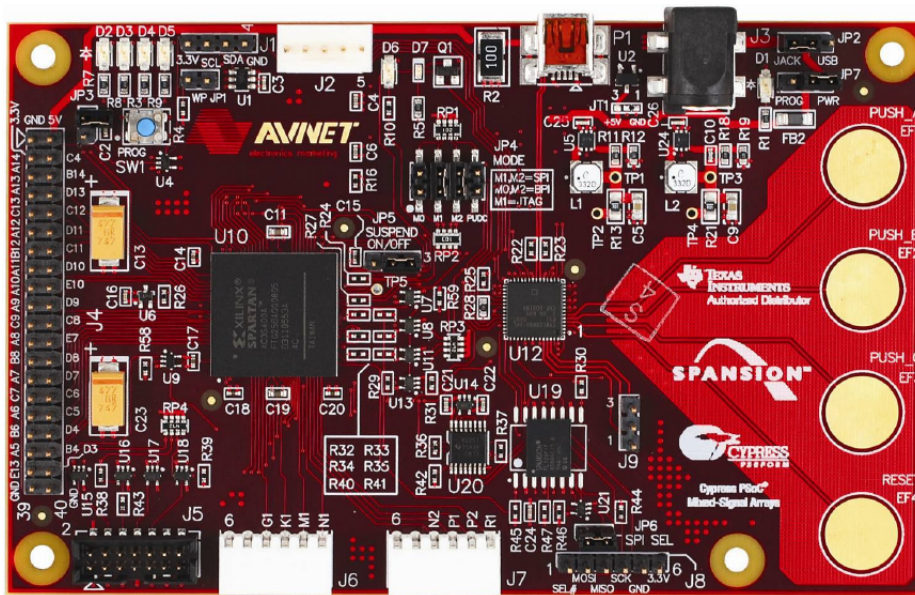


Figura C.7: Spartan-3A Avnet Evaluation Board

El plano número 4 que se muestra en la Fig. C.8 se compone de los circuitos adicionales que se han añadido a la tarjeta de desarrollo de AVNET. Consiste en un display de siete segmentos y cuatro dígitos, cuatro interruptores, el driver de los MOSFET y un generador de reloj DS1077LZ66 de MAXIM.

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

El generador de reloj DS1077LZ66 finalmente no se ha usado ya que es posible generar el reloj de 100 MHz a partir de uno de los DCM (Digital Clock Managers) internos con la referencia del reloj de 16 MHz.

C.2.1. Diseño de lógica programable - Spartan 3A

El modo de trabajo es exactamente igual al anterior, aunque en este caso el microcontrolador auxiliar que sirve para programar y comunicar con la FPGA no dispone del interfaz EPP, en vez de ello se dispone de un interfaz serie asíncrono. Por lo que se ha desarrollado una UART (*Universal Asynchronous Receiver Transmitter*) con protocolo 115200,M/S,8,1 (115200 bauds, paridad MARCA / ESPACIO, ocho bits de datos y un bit de stop).

Se ha desarrollado un pequeño protocolo para comunicar el PC con la FPGA que se describe a continuación en la tabla C.1. Cabe destacar que para diferenciar el Byte de comando respecto de los de datos, este se transmite con paridad MARCA y los datos con paridad ESPACIO

Este tipo de protocolo se usa normalmente en entornos multiprocesador para indicar la dirección con la paridad MARCA, en este caso sirve además para sincronizar la trama.

Tabla C.1: Protocolo de comunicación entre PC y FPGA

Comando (CMD)	Bytes	R/W	Descripción
0x00	2	READ	LECTURA FREQ
0x01	2	READ	LECTURA DUTY CYCLE
0x02	1	READ	LECTURA DEAD TIME
0x03	1	READ	LECTURA SW
0x04	2	READ	LECTURA DISPLAY
0x80	2	WRITE	ESCRITURA FREQ
0x81	2	WRITE	ESCRITURA DUTY
0x82	1	WRITE	ESCRITURA DEAD TIME
0x83	1	WRITE	ESCRITURA DP (Punto Decimal)
0x84	2	WRITE	ESCRITURA DISPLAY

A continuación se describe como se han colocado los interruptores (switches) C.2:

Tabla C.2: Lectura de los interruptores

b7	b6	b5	b4	b3	b2	b1	b0
0	0	0	0	SW4	SW3	SW2	SW1

y los puntos decimales C.3 dentro del Byte de datos:

Tabla C.3: Escritura de Puntos Decimales

b7	b6	b5	b4	b3	b2	b1	b0
0	0	0	0	DP4	DP3	DP2	DP1

Para programar la FPGA se usa bien el programador de Xilinx o el programa proporcionado por la empresa AVNET que se muestra en la Fig. C.9.

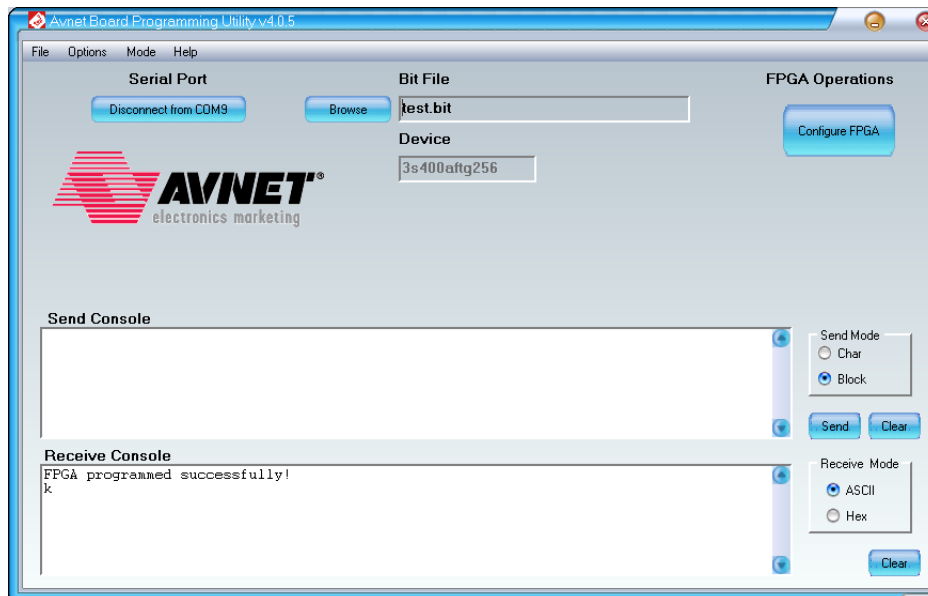


Figura C.9: Programa de AVNET para programar Spartan-3A

Para demostrar el funcionamiento se han sacado dos capturas de osciloscopio C.10 y C.11, en las mismas condiciones que el caso anterior.

Josep M. Valls

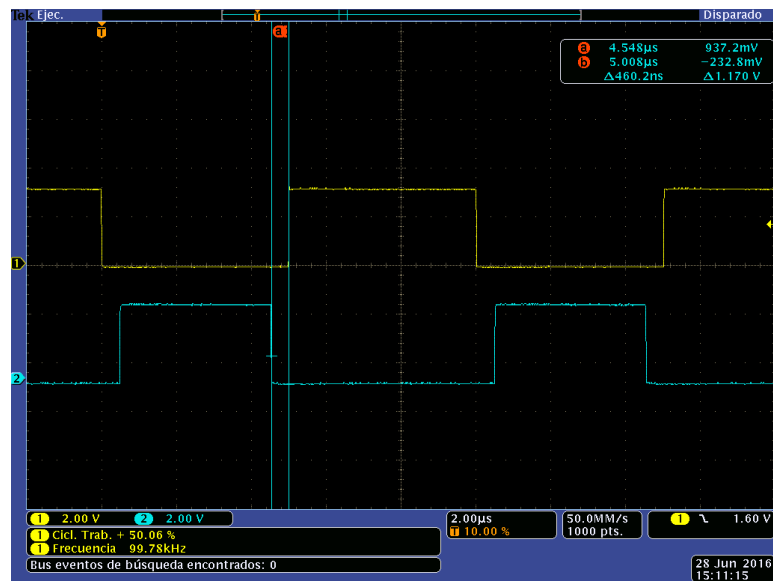


Figura C.10: Captura para $F = 100kHz$, $D = 50\%$ y $T_d = 480ns$

A continuación se ha listado el programa en VHDL. Hay que tener en cuenta que en este dispositivo queda mucho espacio y es factible implementar otras funcionalidades, como por ejemplo un interfaz SPI (*Serial Peripheral Interface*) para cambiar el ciclo de trabajo de forma rápida desde un microcontrolador u otro dispositivo.

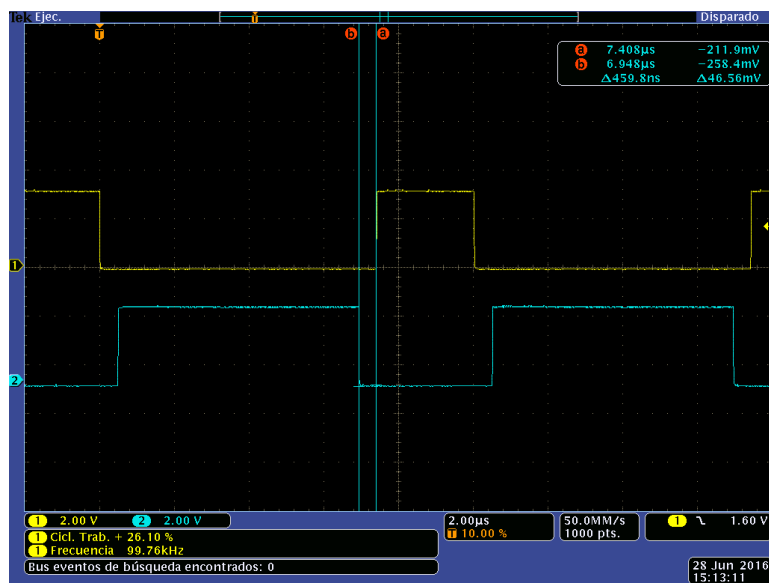


Figura C.11: Captura para $F = 100\text{kHz}$, $D = 25\%$ y $T_d = 480\text{ns}$

TEST Project Status (08/16/2016 - 18:22:05)			
Project File:	TEST13.xise	Parser Errors:	No Errors
Module Name:	TEST	Implementation State:	Programming File Generated
Target Device:	xa3s400a-4ftg256	Errors:	No Errors
Product Version:	ISE 13.4	Warnings:	No Warnings
Design Goal:	Balanced	Routing Results:	All Signals Completely Routed
Design Strategy:	Xilinx Default (unlocked)	Timing Constraints:	All Constraints Met
Environment:	System Settings	Final Timing Score:	0 (Timing Report)

Device Utilization Summary [-]				
Logic Utilization	Used	Available	Utilization	Note(s)
Number of Slice Flip Flops	269	7,168	3%	
Number of 4 input LUTs	598	7,168	8%	
Number of occupied Slices	366	3,584	10%	
Number of Slices containing only related logic	366	366	100%	
Number of Slices containing unrelated logic	0	366	0%	
Total Number of 4 input LUTs	626	7,168	8%	
Number used as logic	598			
Number used as a route-thru	28			
Number of bonded IOBs	40	195	20%	
Number of BUFGMUXs	2	24	8%	
Number of DCMs	1	4	25%	
Average Fanout of Non-Clock Nets	3.87			

Performance Summary [-]			
Final Timing Score:	0 (Setup: 0, Hold: 0)	Pinout Data:	Pinout Report
Routing Results:	All Signals Completely Routed	Clock Data:	Clock Report
Timing Constraints:	All Constraints Met		

Detailed Reports [-]					
Report Name	Status	Generated	Errors	Warnings	Infos
Synthesis Report	Current	mar 16. ago 18:20:57 2016	0	0	7 Infos (0 new)
Translation Report	Current	mar 16. ago 18:21:08 2016	0	0	0
Map Report	Current	mar 16. ago 18:21:15 2016	0	0	2 Infos (0 new)
Place and Route Report	Current	mar 16. ago 18:21:40 2016	0	0	2 Infos (0 new)
Power Report					
Post-PAR Static Timing Report	Current	mar 16. ago 18:21:47 2016	0	0	6 Infos (0 new)
Bitgen Report	Current	mar 16. ago 18:21:58 2016	0	0	1 Info (0 new)

Secondary Reports [-]		
Report Name	Status	Generated
WebTalk Report	Current	mar 16. ago 18:21:58 2016
WebTalk Log File	Current	mar 16. ago 18:22:05 2016

Date Generated: 08/16/2016 - 18:22:06

TEST.vhd

Tue Aug 16 18:08:50 2016

```

1  -----
2  -- Company:           JMVM
3  -- Engineer:         Josep M. Valls Martí
4  --
5  -- Create Date:      15:37:03 11/02/2015
6  -- Design Name:      Programa de TEST Avnet SP3A
7  -- Module Name:      TEST - Behavioral
8  -- Project Name:     Doctorado
9  -- Target Devices:   Spartan 3S400A
10 -- Tool versions:    ISE 13.4
11 -- Description:      Programa de Test
12 --
13 -- Dependencies:
14 --
15 -- Revision:         Revision 0.01 - File Created
16 -- Additional Comments:
17 --
18  -----
19  library ieee;
20  use ieee.std_logic_1164.all;
21  use ieee.std_logic_arith.all;
22  use ieee.std_logic_unsigned.all;
23
24  entity TEST is
25      Port (
26          pFPGA_PUSH_A   : in   std_logic;  -- Pulsador A
27          pFPGA_PUSH_B   : in   std_logic;  -- Pulsador B
28          pFPGA_PUSH_C   : in   std_logic;  -- Pulsador C
29          pFPGA_PUSH_D   : in   std_logic;  -- Pulsador D
30
31          pLED1           : out  std_logic;  -- LED 1
32          pLED2           : out  std_logic;  -- LED 2
33          pLED3           : out  std_logic;  -- LED 3
34          pLED4           : out  std_logic;  -- LED 4
35
36          pDP1            : out  std_logic;  -- Display 1
37          pDP2            : out  std_logic;  -- Display 2
38          pDP3            : out  std_logic;  -- Display 3
39          pDP4            : out  std_logic;  -- Display 4
40          pSGa            : out  std_logic;  -- Segmento a
41          pSGb            : out  std_logic;  -- Segmento b
42          pSGc            : out  std_logic;  -- Segmento c
43          pSGd            : out  std_logic;  -- Segmento d
44          pSGe            : out  std_logic;  -- Segmento e
45          pSGf            : out  std_logic;  -- Segmento f
46          pSGg            : out  std_logic;  -- Segmento g
47          pSGdp           : out  std_logic;  -- Segmento dp
48
49          pSW1            : in   std_logic;  -- SW1
50          pSW2            : in   std_logic;  -- SW2
51          pSW3            : in   std_logic;  -- SW3
52          pSW4            : in   std_logic;  -- SW4
53
54          pAL0            : out  std_logic;  -- Analizador Lógico 0
55          pAL1            : out  std_logic;  -- Analizador Lógico 1
56          pAL2            : out  std_logic;  -- Analizador Lógico 2
57          pAL3            : out  std_logic;  -- Analizador Lógico 3
58          pAL4            : out  std_logic;  -- Analizador Lógico 4
59          pAL5            : out  std_logic;  -- Analizador Lógico 5
60          pAL6            : out  std_logic;  -- Analizador Lógico 6
61          pAL7            : out  std_logic;  -- Analizador Lógico 7
62

```

Page 1

Josep M. Valls


```

TEST.vhd
Tue Aug 16 18:08:50 2016
63     pRXD      : in   std_logic;  -- RXD de comunicación
64     pTXD      : out  std_logic;  -- TXD de comunicación
65
66 --   pOUT0     : in   std_logic;  -- CLK0 out DS1077L
67 --   pOUT1     : in   std_logic;  -- CLK1 out DS1077L
68 --   pSCL      : in   std_logic;  -- I2C Clock DS1077L
69 --   pSDA      : inout std_logic;  -- I2C Data DS1077L
70 --   pCTRL0    : out  std_logic;  -- CTRL0 in DS1077L
71 --   pCTRL1    : out  std_logic;  -- CTRL1 in DS1077L
72
73     pPWM       : out  std_logic;  -- Salida PWM
74     pPWMN      : out  std_logic;  -- Salida PWMN
75
76     BANK0_IO26 : out  std_logic;  -- CLK ibuf
77     BANK0_IO28 : out  std_logic;  -- PLL Locked
78
79 --   CLK_32KHZ : in   std_logic;  -- CLK 32 kHz --NO funciona
80     CLK_16MHZ  : in   std_logic;  -- CLK 16 MHz
81     PRESET     : in   std_logic;  -- RESET general
82 );
83 end TEST;
84
85 architecture Behavioral of TEST is
86
87     attribute box_type : string;
88     attribute KEEP : string;
89
90     signal CLK      : std_logic;    -- Clock general a 16MHz
91
92     signal T5ms     : std_logic;
93
94     signal DISPLAY  : std_logic_vector(15 downto 0);
95     signal LED      : std_logic_vector(6 downto 0);
96     signal HEX      : std_logic_vector(3 downto 0);
97
98     signal DSP      : std_logic_vector(1 downto 0);
99
100    component DIV_FREQ
101    port (
102        clk : in std_logic;
103        sclr : in std_logic;
104        thresh0 : out std_logic;
105        q : out std_logic_vector(16 downto 0)
106    );
107    end component;
108    attribute box_type of DIV_FREQ : component is "black_box";
109
110    component PLL
111    port(
112        clk_in_in : in std_logic;
113        rst_in : in std_logic;
114        clkfx_out : out std_logic;
115        clk_in_ibufg_out : out std_logic;
116        clk0_out : out std_logic;
117        locked_out : out std_logic
118    );
119    end component;
120    --attribute box_type of PLL : component is "black_box";
121
122    signal CLK100 : std_logic;    -- Clock a 100MHz
123    --signal CLK50 : std_logic;    -- Clock a 50MHz
124

```

```

TEST.vhd
Tue Aug 16 18:08:51 2016

125 signal DBTN0 : std_logic;
126 signal DBTN1 : std_logic;
127 signal DBTN2 : std_logic;
128 signal DBTN3 : std_logic;
129
130 signal UPA : std_logic;
131 signal DWNA : std_logic;
132 signal MUPA : std_logic;
133 signal MDWNA : std_logic;
134
135 signal UPB : std_logic;
136 signal DWNB : std_logic;
137 signal MUPB : std_logic;
138 signal MDWNB : std_logic;
139
140 signal CNT : std_logic_vector(15 downto 0);
141 signal CNT1 : std_logic_vector(7 downto 0);
142 signal FREQ : std_logic_vector(15 downto 0);
143 signal DUTY : std_logic_vector(15 downto 0);
144 signal DEAD : std_logic_vector(7 downto 0);
145 --signal INI : std_logic_vector(15 downto 0);
146 signal FIN : std_logic_vector(15 downto 0);
147 signal T : std_logic;
148
149 signal sPWM : std_logic;
150 signal sPWMN : std_logic;
151
152 signal PWM : std_logic;
153 signal PWMN : std_logic;
154
155 component Debounce
156 port (
157     CLK : in std_logic;
158     RESET : in std_logic;
159     ENABLE : in std_logic;
160     DI : in std_logic;
161     DO : out std_logic
162 );
163 end component;
164
165
166 -----
167 -- Componentes UART
168 -----
169
170 component DIVISOR is
171     generic ( COUNT_LENGTH : integer := 64 );
172     Port (iCLK : in std_logic;
173           iEnableIn : in std_logic;
174           oEnableOut : out std_logic;
175           iReset : in std_logic);
176 end component;
177
178 component DIV16 is
179     Port (iCLK : in std_logic;
180           iEnableIn : in std_logic;
181           iSyncRes : in std_logic;
182           oEnableOut : out std_logic;
183           iReset : in std_logic);
184 end component;
185
186 component TXDN_fms

```

```

TEST.vhd
Tue Aug 16 18:08:51 2016
187     port (iCLK      : in  std_logic;
188           iDATA     : in  std_logic_vector(7 downto 0);
189           iWD       : in  std_logic;
190           iTXCK     : in  std_logic;
191           iReset    : in  std_logic;
192           oTXD      : out std_logic;
193           -- oTXEN   : out std_logic;
194           oBUSY     : out std_logic);
195 end component;
196
197 component RXDN_fsm
198     port (iCLK      : in  std_logic;
199           iRXCK     : in  std_logic;
200           iRXD      : in  std_logic;
201           iRD       : in  std_logic;
202           oREC      : out std_logic;
203           oRDATA    : out std_logic_vector(7 downto 0);
204           iReset    : in  std_logic);
205 end component;
206
207 signal UART_CLK : std_logic;           -- CLK para 115200 bauds
208 signal TXCLK    : std_logic;           -- CLK TXD
209 signal CTX      : std_logic;           -- Enable CLK TXD
210 signal BUSY     : std_logic;           -- Se está transmitiendo un dato
211
212 -- Señales auxiliares de las UART
213 signal WD_UART : std_logic;           -- Escritura UART
214 signal RD_UART : std_logic;           -- Lectura UART
215 signal FR_UART : std_logic;           -- Dato Recibido en la UART
216
217 --signal RW      : std_logic;           -- Lectura = 1 / Escritura = 0
218 signal TDATA    : std_logic_vector(7 downto 0);
219 signal RDATA    : std_logic_vector(7 downto 0);
220 signal CMD      : std_logic_vector(7 downto 0);
221 signal DISP     : std_logic_vector(15 downto 0);
222 signal DATO     : std_logic_vector(15 downto 0);
223
224
225 type T_ESTADO is (IDLE, COMMD, DATAH, DATAM, DATAL, TEND, TENDR, ICOMMD, IDATAH,
226                 IDATAL);
227 signal ESTADOR, ESTADOT : T_ESTADO;
228
229 signal WRD      : std_logic;           -- Se ha enviado un comando de escritura
230 signal WRDFIN  : std_logic;           -- Se ha procesado el comando de escritura
231 signal RRD      : std_logic;           -- Se ha de enviar respuesta
232
233 signal TIMEOUT  : std_logic_vector(14 downto 0);
234
235
236 signal TXD      : std_logic;
237
238
239 begin
240
241 Inst_DebounceBTN0: Debounce PORT MAP (
242     CLK      => CLK,
243     RESET    => pRESET,
244     ENABLE   => T5ms,
245     DI       => pFPGA_PUSH_A,
246     DO       => DBTN0
247 );
248

```

TEST.vhd

Tue Aug 16 18:08:51 2016

```

249  Inst_DebounceBTN1: Debounce PORT MAP(
250  CLK    => CLK,
251  RESET  => pRESET,
252  ENABLE => T5ms,
253  DI     => pFFGA_PUSH_B,
254  DO     => DBTN1
255  );
256
257  Inst_DebounceBTN2: Debounce PORT MAP(
258  CLK    => CLK,
259  RESET  => pRESET,
260  ENABLE => T5ms,
261  DI     => pFFGA_PUSH_C,
262  DO     => DBTN2
263  );
264
265  Inst_DebounceBTN3: Debounce PORT MAP(
266  CLK    => CLK,
267  RESET  => pRESET,
268  ENABLE => T5ms,
269  DI     => pFFGA_PUSH_D,
270  DO     => DBTN3
271  );
272
273  --CLK <= CLK_16MHZ;
274
275  div5ms : DIV_FREQ
276  PORT MAP (
277  clk => CLK,
278  sclr => pRESET,
279  thresh0 => T5ms,
280  q => open
281  );
282
283  process (CLK, pRESET)
284  begin
285  if pRESET = '1' then
286  DISPLAY <= (others => '0');
287  DSP <= (others => '0');
288  pSGdp <= '0';
289  elsif rising_edge(CLK) and T5ms = '1' then
290  DSP <= DSP + 1;
291  case DSP is
292  when "00" => pDP1 <= '1';
293  pDP2 <= '0';
294  pDP3 <= '0';
295  pDP4 <= '0';
296  HEX <= DISPLAY(15 downto 12);
297  -- pSGdp <= pSW1;
298  when "01" => pDP1 <= '0';
299  pDP2 <= '1';
300  pDP3 <= '0';
301  pDP4 <= '0';
302  HEX <= DISPLAY(11 downto 8);
303  -- pSGdp <= pSW2;
304  when "10" => pDP1 <= '0';
305  pDP2 <= '0';
306  pDP3 <= '1';
307  pDP4 <= '0';
308  HEX <= DISPLAY(7 downto 4);
309  -- pSGdp <= pSW3;
310  when "11" => pDP1 <= '0';

```

```

TEST.vhd
Tue Aug 16 18:08:51 2016
311             pDP2 <= '0';
312             pDP3 <= '0';
313             pDP4 <= '1';
314             HEX <= DISPLAY(3 downto 0);
315 --           pSGdp <= pSW4;
316             when others => null;
317         end case;
318         if pSW4 = '1' and pSW3 = '0' then
319             DISPLAY <= FREQ;
320         elsif pSW4 = '0' and pSW3 = '0' then
321             DISPLAY <= DUTY;
322         elsif pSW3 = '1' and pSW4 = '0' then
323             DISPLAY <= X"00" & DEAD;
324         elsif pSW3 = '1' and pSW4 = '1' then
325             DISPLAY <= DISP;
326         end if;
327     end if;
328 end process;
329
330
331 --HEX-to-seven-segment decoder
332 -- HEX:  in  STD_LOGIC_VECTOR (3 downto 0);
333 -- LED:  out  STD_LOGIC_VECTOR (6 downto 0);
334 --
335 -- segment encoinputg
336 --      0
337 --      ---
338 -- 5 |   | 1
339 --   ---  <- 6
340 -- 4 |   | 2
341 --   ---
342 --      3
343
344 with HEX Select
345 LED<= "0000110" when "0001",  --1
346       "1011011" when "0010",  --2
347       "1001111" when "0011",  --3
348       "1100110" when "0100",  --4
349       "1101101" when "0101",  --5
350       "1111101" when "0110",  --6
351       "0000111" when "0111",  --7
352       "1111111" when "1000",  --8
353       "1101111" when "1001",  --9
354       "1110111" when "1010",  --A
355       "1111100" when "1011",  --b
356       "0111001" when "1100",  --C
357       "1011110" when "1101",  --d
358       "1111001" when "1110",  --E
359       "1110001" when "1111",  --F
360       "0111111" when others;  --0
361
362 pSGa <= LED(0);
363 pSGb <= LED(1);
364 pSGc <= LED(2);
365 pSGd <= LED(3);
366 pSGe <= LED(4);
367 pSGf <= LED(5);
368 pSGg <= LED(6);
369
370
371 process(CLK, DBTN0, DBTN1, DBTN2, DBTN3)
372 begin

```

TEST.vhd

Tue Aug 16 18:08:51 2016

```

373     if rising_edge(CLK) then
374         MUPA <= DBTN0;
375         MDWNA <= DBTN1;
376         MUPB <= DBTN2;
377         MDWNB <= DBTN3;
378     end if;
379 end process;
380
381 UPA <= DBTN0 and not(MUPA);
382 DWNA <= DBTN1 and not(MDWNA);
383 UPB <= DBTN2 and not(MUPB);
384 DWNB <= DBTN3 and not(MDWNB);
385
386 pLED1 <= DBTN0;
387 pLED2 <= DBTN1;
388 pLED3 <= DBTN2;
389 pLED4 <= DBTN3;
390
391
392
393 process(CLK, pRESET)
394 begin
395     if pRESET = '1' then
396         --FREQ <= X"C350";      -- 50000 para 2kHz
397         FREQ <= X"2710";      -- 10000 para 10kHz
398         --DUTY <= X"61A8";     -- 25000 para 50%
399         DUTY <= X"1388";     -- 5000 para 50%
400         --DEAD <= X"10";      -- 16
401         DEAD <= X"00";
402         WRDFIN <= '0';
403         DISP <= (others => '0');
404     elsif rising_edge(CLK) then
405         if UPA = '1' then
406             if pSW3 = '1' and PSW4 = '0' then
407                 if DEAD < 255 then
408                     DEAD <= DEAD + 1;
409                 end if;
410             else
411                 if FREQ < 50000 then
412                     FREQ <= FREQ + 2;
413                     DUTY <= DUTY + 1;
414                 end if;
415             end if;
416         end if;
417         if DWNA = '1' then
418             if pSW3 = '1' and PSW4 = '0' then
419                 if DEAD > 1 then
420                     DEAD <= DEAD - 1;
421                 end if;
422             else
423                 if FREQ > 100 then
424                     FREQ <= FREQ - 2;
425                     if DUTY > 1 then
426                         DUTY <= DUTY - 1;
427                     end if;
428                 end if;
429             end if;
430         end if;
431         if UPB = '1' then
432             if DUTY < FREQ - 1 then
433                 DUTY <= DUTY + 1;
434             end if;

```

```

TEST.vhd
Tue Aug 16 18:08:51 2016
435     end if;
436     if DWNB = '1' then
437         if DUTY > 1 then
438             DUTY <= DUTY - 1;
439         end if;
440     end if;
441     if WRD = '1' and WRDFIN = '0' then
442         case CMD is
443             when X"80" => FREQ <= DATO;
444                 DUTY <= DATO;
445             when X"81" => DUTY <= DATO;
446             when X"82" => DEAD <= DATO(7 downto 0);
447             when X"84" => DISP <= DATO;
448             when others => null;
449         end case;
450         WRDFIN <= '1';
451     end if;
452     if WRD = '0' then
453         WRDFIN <= '0';
454     end if;
455 end if;
456 end process;
457
458 PLL_100MHz: pll port map(
459     clk_in => CLK_16MHZ,
460     rst_in => pRESET,
461     clkfx_out => CLK100,
462     clk_in_ibufg_out => BANK0_IO26,
463     -- clk_in_ibufg_out => open,
464     clk0_out => CLK,
465     locked_out => BANK0_IO28
466 );
467
468 --BANK0_IO26 <= CLK100;
469
470 pTXD <= TXD;
471
472 process(CLK100, pRESET)
473 begin
474     if pRESET = '1' then
475         CNT <= (others => '0');
476     elsif rising_edge(CLK100) then
477         if CNT = FREQ then
478             CNT <= (others => '0');
479         else
480             CNT <= CNT + 1;
481         end if;
482     end if;
483 end process;
484
485 process(CLK100, pRESET)
486 begin
487     if pRESET = '1' then
488         sPWM <= '0';
489         T <= '0';
490     elsif rising_edge(CLK100) then
491         if CNT = FREQ then
492             sPWM <= '1';
493             T <= '0';
494         end if;
495         if CNT = DUTY then
496             sPWM <= '0';

```

TEST.vhd

Tue Aug 16 18:08:51 2016

```

497         T <= '1';
498     end if;
499     if CNT = FIN then
500         T <= '0';
501     end if;
502 end if;
503 end process;
504
505 process(CLK100, pRESET)
506 begin
507     if pRESET = '1' then
508         sPWMN <= '0';
509     elsif rising_edge(CLK100) then
510         if T = '0' then
511             CNT1 <= DEAD;
512             sPWMN <= '0';
513         else
514             if CNT1 > 0 then
515                 CNT1 <= CNT1 - 1;
516             else
517                 sPWMN <= '1';
518             end if;
519         end if;
520     end if;
521 end process;
522
523 PWM <= sPWM when pSW1 = '0' else not(sPWM);
524 PWMN <= sPWMN when pSW2 = '0' else not(sPWMN);
525 pPWM <= PWM;
526 pPWMN <= PWMN;
527 FIN <= FREQ - DEAD;
528
529
530 -----
531 -- UARTS
532 -----
533
534 -----
535 -- COMANDOS - PARITY = MARK
536 -- DATOS    - PARITY = SPACE
537 --
538 -- CMD      - DESCRIPCIÓN
539 -----
540 -- 00 + 2BR - LECTURA FREQ
541 -- 80 + 2BW - ESCRITURA FREQ
542 -- 01 + 2BR - LECTURA DUTY
543 -- 81 + 2BW - ESCRITURA DUTY
544 -- 02 + 1BR - LECTURA DEAD TIME
545 -- 82 + 1BW - ESCRITURA DEAD TIME
546 -- 03 + 1BR - LECTURA SW          0 0 0 0 SW4 SW3 SW2 SW1
547 -- 83 + 1BW - ESCRITURA dp        0 0 0 0 dp4 dp3 dp2 dp1
548 -- 04 + 2BR - LECTURA DISPLAY
549 -- 84 + 2BW - ESCRITURA DISPLAY
550 -----
551
552 --CLKDIV : DIVISOR  -- Divide el reloj de 50MHz por 27 => 16 x 115200
553 -- generic map ( COUNT_LENGTH => 27 ) -- 115740 bauds    0,5% error
554 CLKDIV : DIVISOR  -- Divide el reloj de 100MHz por 54 => 16 x 115200
555 generic map ( COUNT_LENGTH => 54 ) -- 115740 bauds    0,5% error
556 Port map (
557     iCLK      => CLK100,
558     iEnableIn => '1',

```



```

TEST.vhd
Tue Aug 16 18:08:51 2016
559     oEnableOut => UART_CLK,
560     iReset      => pRESET
561   );
562
563 TX_CLK : DIV16 -- Divide UART_CLK para tener TXCLK
564   Port map (
565     iCLK      => CLK100,
566     iEnableIn => TXCLK,
567     iSyncRes  => BUSY,
568     oEnableOut => CTX,
569     iReset    => pRESET
570   );
571
572 TXCLK <= UART_CLK and BUSY;
573
574 TXD_UART : TXDN_fsm
575   Port map(
576     iCLK => CLK100,
577     iDATA => TDATA,
578     iWD => WD_UART,
579     iTXCK => CTX,
580     oTXD => TXD,
581     oBUSY => BUSY,
582     iReset => pRESET
583   );
584
585 RXD_UART : RXDN_fsm
586   Port map(
587     iCLK      => CLK100,
588     iRXCK     => UART_CLK,
589     iRXD      => pRXD,
590     iRD       => RD_UART,
591     oREC      => FR_UART,
592     oRDATA   => RDATA,
593     iReset    => pRESET
594   );
595
596 fsmUARTR : process(CLK100, pRESET)
597 begin
598   if pRESET = '1' then
599     RD_UART <= '0';
600     ESTADOR <= IDLE;
601     WRD <= '0';
602     RRD <= '0';
603     TIMEOUT <= (others => '0');
604   elsif rising_edge(CLK100) then
605     case ESTADOR is
606     when IDLE => if FR_UART = '1' then
607                   TIMEOUT <= conv_std_logic_vector(25000,15);
608                   RD_UART <= '1';
609                   CMD <= RDATA;
610                   ESTADOR <= ICOMMD;
611                 end if;
612     when ICOMMD => if FR_UART = '0' then
613                   RD_UART <= '0';
614                   if CMD(7) = '1' then
615                     ESTADOR <= COMMD;
616                   else
617                     case CMD is
618                     when X"00" => DATO <= FREQ;
619                     when X"01" => DATO <= DUTY;
620                     when X"02" => DATO <= X"00" & DEAD;

```

```

TEST.vhd
Tue Aug 16 18:08:51 2016
621
        when X"03" => DATO <= X"000" & pSW4 & pSW3 & pSW2 &
pSW1;
622
        when X"04" => DATO <= DISP;
623
        when others => DATO <= X"FFFF";
624
        end case;
625
        RRD <= '1';
626
        ESTADOR <= TENDR;
627
        end if;
628
        end if;
629
        when COMMD => if FR_UART = '1' then
630
                RD_UART <= '1';
631
                DATO(15 downto 8) <= RDATA;
632
                ESTADOR <= IDATAH;
633
                end if;
634
        when IDATAH => if FR_UART = '0' then
635
                RD_UART <= '0';
636
                ESTADOR <= DATAH;
637
                end if;
638
        when DATAH => if FR_UART = '1' then
639
                RD_UART <= '1';
640
                DATO(7 downto 0) <= RDATA;
641
                ESTADOR <= IDATAL;
642
                end if;
643
        when IDATAL => if FR_UART = '0' then
644
                RD_UART <= '0';
645
                WRD <= '1';
646
                ESTADOR <= DATAL;
647
                end if;
648
        when DATAL => ESTADOR <= TEND;
649
        when TEND => if WRDFIN = '1' then
650
                WRD <= '0';
651
                ESTADOR <= IDLE;
652
                end if;
653
        when TENDR => if RRD = '1' then
654
                RRD <= '0';
655
                ESTADOR <= IDLE;
656
                end if;
657
        when others => null;
658
        end case;
659
        if TIMEOUT > 0 then
660
                TIMEOUT <= TIMEOUT - 1;
661
        elsif ESTADOR /= IDLE then
662
                ESTADOR <= IDLE;
663
                WRD <= '0';
664
                RD_UART <= '0';
665
                end if;
666
        end if;
667
end process fsmUARTR;
668
fsmUARTT : process(CLK100, pRESET)
669
begin
670
        if pRESET = '1' then
671
                WD_UART <= '0';
672
                ESTADOT <= IDLE;
673
        elsif rising_edge(CLK100) then
674
                case ESTADOT is
675
                when IDLE => if RRD = '1' then
676
                        ESTADOT <= COMMD;
677
                        end if;
678
                when COMMD => TDATA <= CMD;
679
                        WD_UART <= '1';
680
                        ESTADOT <= IDATAH;
681

```

```
TEST.vhdTue Aug 16 18:08:51 2016
682     when IDATAH => if BUSY = '1' then
683         WD_UART <= '0';
684         ESTADOT <= DATAH;
685     end if;
686     when DATAH => if BUSY = '0' then
687         TDATA <= DATO(15 downto 8);
688         WD_UART <= '1';
689         ESTADOT <= IDATAL;
690     end if;
691     when IDATAL => if BUSY = '1' then
692         WD_UART <= '0';
693         ESTADOT <= DATAL;
694     end if;
695     when DATAL => if BUSY = '0' then
696         TDATA <= DATO(7 downto 0);
697         WD_UART <= '1';
698         ESTADOT <= TEND;
699     end if;
700     when TEND => if BUSY = '1' then
701         WD_UART <= '0';
702         ESTADOT <= IDLE;
703     end if;
704     when others => null;
705 end case;
706 end if;
707 end process fsmUARTT;
708
709 pAL0 <= PWM;
710 pAL1 <= PWMN;
711 pAL2 <= TXD;
712 pAL3 <= PRXD;
713 pAL4 <= '0';
714 pAL5 <= '0';
715 pAL6 <= '0';
716 pAL7 <= '0';
717
718
719 end Behavioral;
720
721
```

DIV16.vhd

Wed Aug 17 17:46:44 2016

```

1  -----
2  -- Company:          JMVM
3  -- Engineer:        Josep M. Valls i Martí
4  --
5  -- Create Date:     17:00:45 09/17/2012 - Este módulo es copiado de otro proyecto
6  -- Design Name:     Programa de TEST Avnet SP3A
7  -- Module Name:     DIVISOR - Behavioral
8  -- Project Name:    Doctorado
9  -- Target Devices:  Spartan 3S400A
10 -- Tool versions:   ISE 13.4
11
12 -- Description:
13 -- Divisor por 16 para la comunicación serie de las UARTs
14
15 -- Revision:
16 -- Revision 1.01 - File Created
17 -----
18 library ieee;
19 use ieee.std_logic_1164.all;
20 use ieee.std_logic_arith.all;
21 use ieee.std_logic_unsigned.all;
22
23 entity DIV16 is
24     Port ( iCLK          : in  std_logic;
25           iEnableIn     : in  std_logic;
26           iSyncRes       : in  std_logic;
27           oEnableOut    : out std_logic;
28           iReset        : in  std_logic);
29 end DIV16;
30
31 architecture Behavioral of DIV16 is
32
33     signal QAUX : std_logic_vector (3 downto 0);
34     signal maxReached : std_logic;
35
36     begin
37
38     maxReached <= '1' when QAUX = 15 else '0';
39
40     process(iCLK, iReset)
41     begin
42         if iReset = '1' then
43             QAUX <= (others => '0');
44         elsif rising_edge(iCLK) then
45             if iSyncRes = '0' then
46                 QAUX <= X"F";
47             elsif iEnableIn = '1' then
48                 if maxReached = '1' then
49                     QAUX <= (others => '0');
50                 else
51                     QAUX <= QAUX + 1;
52                 end if;
53             end if;
54         end if;
55     end process;
56
57     oEnableOut <= iEnableIn and maxReached;
58
59 end Behavioral;
60
61

```

Page 1

Josep M. Valls

```

DIVISOR.vhd
Wed Aug 17 17:48:05 2016
1  -----
2  -- Company:      JMVM
3  -- Engineer:     Josep M. Valls i Martí
4  --
5  -- Create Date:  17:00:45 09/17/2012 - Este módulo es copiado de otro proyecto
6  -- Design Name:  Programa de TEST Avnet SP3A
7  -- Module Name:  DIVISOR - Behavioral
8  -- Project Name: Doctorado
9  -- Target Devices: Spartan 3S400A
10 -- Tool versions: ISE 13.4
11
12 -- Description:
13 -- Divisor de la frecuencia de 100 MHz para la frecuencia de entrada en DIV16
14
15 -- Revision:
16 -- Revision 0.01 - File Created
17  -----
18  library ieee;
19  use ieee.std_logic_1164.all;
20  use ieee.std_logic_arith.all;
21  use ieee.std_logic_unsigned.all;
22
23  use work.JMVM.all;
24
25  entity DIVISOR is
26      generic ( COUNT_LENGTH : integer := 64 );
27      Port ( iCLK      : in  std_logic;
28            iEnableIn  : in  std_logic;
29            oEnableOut : out std_logic;
30            iReset     : in  std_logic);
31  end DIVISOR;
32
33  architecture Behavioral of DIVISOR is
34
35  signal QAUX : std_logic_vector (log2_ceil(COUNT_LENGTH)-1 downto 0);
36  signal maxReached : std_logic;
37
38  begin
39
40  maxReached <= '1' when QAUX = COUNT_LENGTH-1 else '0';
41
42  process(iCLK, iReset)
43  begin
44      if iReset = '1' then
45          QAUX <= (others => '0');
46      elsif rising_edge(iCLK) then
47          if iEnableIn = '1' then
48              if maxReached = '1' then
49                  QAUX <= (others => '0');
50              else
51                  QAUX <= QAUX + 1;
52              end if;
53          end if;
54      end if;
55  end process;
56
57  oEnableOut <= iEnableIn and maxReached;
58
59  end Behavioral;
60
61

```

```

RXDN_fsm.vhd                                     Tue Aug 16 18:17:34 2016
1  -----
2  -- Company:          JMVM
3  -- Engineer:         Josep M. Valls i Martí
4  --
5  -- Create Date:     17:00:45 09/17/2012 - Este módulo es copiado de otro proyecto
6  -- Design Name:     Programa de TEST Avnet SP3A
7  -- Module Name:     DIVISOR - Behavioral
8  -- Project Name:    Doctorado
9  -- Target Devices:  Spartan 3S400A
10 -- Tool versions:   ISE 13.4
11
12 -- Description:
13 -- Programa de Recepción RXD Normal sin paridad
14
15 -- Dependencies:
16 --
17
18 -- Revision:
19 -- Revision 1.01 - File Created
20
21 -- Additional Comments:
22 --
23 -----
24 library ieee;
25 use ieee.std_logic_1164.all;
26 use ieee.std_logic_arith.all;
27 use ieee.std_logic_unsigned.all;
28
29 entity RXDN_fsm is
30     Port ( iCLK      : in  std_logic;
31           iRXCK     : in  std_logic;
32           iRXD      : in  std_logic;
33           iRD       : in  std_logic;
34           oREC      : out std_logic;
35           oRDATA    : out std_logic_vector (7 downto 0);
36           iReset    : in  std_logic );
37 end RXDN_fsm;
38
39 architecture Behavioral of RXDN_fsm is
40
41     type T_ESTADOS is (IDLE, START, D0, D1, D2, D3, D4, D5, D6, D7, STOP);
42     signal ESTADO : T_ESTADOS;
43     signal DATA  : std_logic_vector(7 downto 0);
44     signal CNT    : std_logic_vector(3 downto 0);
45     signal sRXD  : std_logic;
46
47     begin
48
49     process(iCLK, iReset)
50     begin
51         if iReset = '1' then
52             sRXD <= '1';
53         elsif rising_edge(iCLK) then
54             sRXD <= iRXD;
55         end if;
56     end process;
57
58     fsm: process (iCLK, iReset)
59     begin
60         if iReset = '1' then
61             ESTADO <= IDLE;
62

```

```

RXDN_fsm.vhd                                     Tue Aug 16 18:17:34 2016
63     CNT <= (Others => '0');
64     oREC <= '0';
65     oRDATA <= (Others => '0');
66     elsif rising_edge(iCLK) then
67         if iRD = '1' then oREC <= '0'; end if;
68         if ESTADO = IDLE and sRXD = '0' then
69             ESTADO <= START;
70             CNT <= X"0";
71         end if;
72         if iRXCK = '1' and ESTADO /= IDLE then
73             CNT <= CNT + 1;
74         end if;
75         if iRXCK = '1' and CNT = X"F" then
76             case ESTADO is
77                 when START => ESTADO <= D0;
78                             CNT <= X"0";
79                 when D0    => ESTADO <= D1;
80                             CNT <= X"0";
81                 when D1    => ESTADO <= D2;
82                             CNT <= X"0";
83                 when D2    => ESTADO <= D3;
84                             CNT <= X"0";
85                 when D3    => ESTADO <= D4;
86                             CNT <= X"0";
87                 when D4    => ESTADO <= D5;
88                             CNT <= X"0";
89                 when D5    => ESTADO <= D6;
90                             CNT <= X"0";
91                 when D6    => ESTADO <= D7;
92                             CNT <= X"0";
93                 when D7    => ESTADO <= STOP;
94                             CNT <= X"0";
95                             oRDATA <= DATA;
96                             oREC <= '1';
97                 when others => null;
98             end case;
99         end if;
100        if iRXCK = '1' and CNT = X"8" then
101            case ESTADO is
102                when D0    => DATA(0) <= sRXD;
103                when D1    => DATA(1) <= sRXD;
104                when D2    => DATA(2) <= sRXD;
105                when D3    => DATA(3) <= sRXD;
106                when D4    => DATA(4) <= sRXD;
107                when D5    => DATA(5) <= sRXD;
108                when D6    => DATA(6) <= sRXD;
109                when D7    => DATA(7) <= sRXD;
110                when STOP => ESTADO <= IDLE;
111                             CNT <= X"0";
112                when others => null;
113            end case;
114        end if;
115    end if;
116 end process fsm;
117
118 end Behavioral;
119
120

```

```

TXDN_fms.vhd
Tue Aug 16 18:16:48 2016
1  -----
2  -- Company:          JMVM
3  -- Engineer:        Josep M. Valls i Martí
4  --
5  -- Create Date:     17:00:45 09/17/2012 - Este módulo es copiado de otro proyecto
6  -- Design Name:     Programa de TEST Avnet SP3A
7  -- Module Name:     DIVISOR - Behavioral
8  -- Project Name:    Doctorado
9  -- Target Devices:  Spartan 3S400A
10 -- Tool versions:   ISE 13.4
11
12 -- Description:
13 -- Programa de Transmisión TXD Normal sin paridad
14
15 -- Dependencies:
16 --
17
18 -- Revision:
19 -- Revision 1.01 - File Created
20
21 -- Additional Comments:
22 --
23 -----
24 library ieee;
25 use ieee.std_logic_1164.all;
26 use ieee.std_logic_arith.all;
27 use ieee.std_logic_unsigned.all;
28
29 entity TXDN_fms is
30     Port ( iCLK      : in  std_logic;
31           iDATA     : in  std_logic_vector(7 downto 0);
32           iWD       : in  std_logic;
33           iTXCK     : in  std_logic;
34           oTXD      : out std_logic;
35           oBUSY     : out std_logic;
36           iReset    : in  std_logic);
37 end TXDN_fms;
38
39 architecture Behavioral of TXDN_fms is
40
41     type T_ESTADOS is (IDLE, LOAD, START, D0, D1, D2, D3, D4, D5, D6, D7, STOP);
42     signal ESTADO : T_ESTADOS;
43     signal RDATA : std_logic_vector(7 downto 0);
44     signal RWD : std_logic; -- WD Registrado
45
46     begin
47
48     fsm: process (iCLK, iReset)
49     begin
50         if iReset = '1' then
51             ESTADO <= IDLE;
52             oTXD <= '1';
53             RDATA <= (others => '0');
54         elsif rising_edge(iCLK) then
55             RWD <= iWD;
56             case ESTADO is
57                 when IDLE => if RWD = '1' then
58                             ESTADO <= LOAD;
59                             RDATA <= iDATA;
60                         end if;
61                 when LOAD => if iTXCK = '1' then
62                             ESTADO <= START;

```



```
TXDN_fms.vhd                                     Tue Aug 16 18:16:49 2016
63         oTXD <= '0';
64         end if;
65     when START => if iTXCK = '1' then
66         ESTADO <= D0;
67         oTXD <= RDATA(0);
68         end if;
69     when D0    => if iTXCK = '1' then
70         ESTADO <= D1;
71         oTXD <= RDATA(1);
72         end if;
73     when D1    => if iTXCK = '1' then
74         ESTADO <= D2;
75         oTXD <= RDATA(2);
76         end if;
77     when D2    => if iTXCK = '1' then
78         ESTADO <= D3;
79         oTXD <= RDATA(3);
80         end if;
81     when D3    => if iTXCK = '1' then
82         ESTADO <= D4;
83         oTXD <= RDATA(4);
84         end if;
85     when D4    => if iTXCK = '1' then
86         ESTADO <= D5;
87         oTXD <= RDATA(5);
88         end if;
89     when D5    => if iTXCK = '1' then
90         ESTADO <= D6;
91         oTXD <= RDATA(6);
92         end if;
93     when D6    => if iTXCK = '1' then
94         ESTADO <= D7;
95         oTXD <= RDATA(7);
96         end if;
97     when D7    => if iTXCK = '1' then
98         ESTADO <= STOP;
99         oTXD <= '1';
100        end if;
101     when STOP => if iTXCK = '1' then
102         ESTADO <= IDLE;
103         end if;
104     end case;
105     end if;
106 end process fsm;
107
108 oBUSY <= '0' when (ESTADO = IDLE) else '1';
109
110 end Behavioral;
111
112
```

```

Avnet_SP3A_Demo.ucf                                     Wed Aug 17 17:57:50 2016
1  #*****
2  #*           Project:   Avnet Spartan-3A Evaluation Board (XC3S400A-4FTG256C)
3  #*
4  #*           File Name:  Avnet_Sp3A_Eval.ucf
5  #*           Revision:   1.1
6  #*           Date:      December 1, 2008
7  #*
8  #*           Description: Master UCF for the Sp3A Eval board
9  #*
10 #*****
11
12 CONFIG VCCAUX = "3.3" ;
13
14 # Clock Period Constraint, 16 MHz on-board clock
15 #Net CLK_16MHZ TNM_NET = CLK_16MHZ;
16 #TIMESPEC TS_CLK_16MHZ = PERIOD CLK_16MHZ 62.50 ns;
17
18 # I/O Timing Constraints
19 #OFFSET = IN 10 ns BEFORE CLK_16MHZ;
20 #OFFSET = OUT 10 ns AFTER CLK_16MHZ;
21
22
23 # I/O Location Constraints
24
25 # Clocks
26 #NET CLK_12MHZ LOC = N9 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # CLK_12MHZ
27 #NET CLK_16MHZ LOC = C10 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # CLK_16MHZ
28 NET CLK_16MHZ LOC = C10 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # CLK_16MHZ
29 #NET CLK_32KHZ LOC = T7 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # CLK_32KHZ
30
31 # Parallel Flash
32 #NET FLASH_A00 LOC = P16 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_A0, also D15
33 #NET FLASH_A01 LOC = N16 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_A1
34 #NET FLASH_A02 LOC = L13 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_A2
35 #NET FLASH_A03 LOC = K13 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_A3
36 #NET FLASH_A04 LOC = M15 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_A4
37 #NET FLASH_A05 LOC = M16 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_A5
38 #NET FLASH_A06 LOC = L14 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_A6
39 #NET FLASH_A07 LOC = L16 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_A7
40 #NET FLASH_A08 LOC = J12 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_A8
41 #NET FLASH_A09 LOC = J13 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_A9
42 #NET FLASH_A10 LOC = G16 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_A10
43 #NET FLASH_A11 LOC = F16 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_A11
44 #NET FLASH_A12 LOC = H13 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_A12
45 #NET FLASH_A13 LOC = G14 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_A13
46 #NET FLASH_A14 LOC = E16 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_A14
47 #NET FLASH_A15 LOC = F15 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_A15
48 #NET FLASH_A16 LOC = G13 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_A16
49 #NET FLASH_A17 LOC = F14 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_A17
50 #NET FLASH_A18 LOC = E14 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_A18
51 #NET FLASH_A19 LOC = F13 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_A19
52 #NET FLASH_A20 LOC = D16 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_A20
53 #NET FLASH_A21 LOC = D15 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_A21
54 #NET FLASH_BYTEn LOC = N14 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_BYTE#
55 #NET FLASH_CEn LOC = P15 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_CE#
56 #NET FLASH_D00 LOC = T14 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_D0
57 #NET FLASH_D01 LOC = R13 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_D1
58 #NET FLASH_D02 LOC = T13 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_D2
59 #NET FLASH_D03 LOC = P12 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_D3
60 #NET FLASH_D04 LOC = N8 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_D4
61 #NET FLASH_D05 LOC = P7 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_D5
62 #NET FLASH_D06 LOC = T6 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_D6

```

```

Avnet_SP3A_Demo.ucf                                     Wed Aug 17 17:44:21 2016
63 #NET FLASH_D07 LOC = T5 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_D7
64 #NET FLASH_D08 LOC = P11 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_D8
65 #NET FLASH_D09 LOC = R3 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_D9
66 #NET FLASH_D10 LOC = N11 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_D10
67 #NET FLASH_D11 LOC = N7 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_D11
68 #NET FLASH_D12 LOC = R5 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_D12
69 #NET FLASH_D13 LOC = T4 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_D13
70 #NET FLASH_D14 LOC = P6 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_D14
71 #NET FLASH_OEn LOC = R15 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_OE#
72 #NET FLASH_RESEThn LOC = T10 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_RESET#
73 #NET FLASH_RY/Byn LOC = A4 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_RY/By#
74 #NET FLASH_WEn LOC = N13 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FLASH_WE#
75
76 # Serial flash
77 #NET FPGA_MOSI LOC = P10 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # NetR53_2
78 #NET FPGA_SPI_SELn LOC = T2 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FPGA_SPI_SEL#
79 #NET SF_HOLDn LOC = P13 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # SF_HOLD#
80 #NET SF_Wn LOC = N12 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # SF_W#
81 #NET SPI_CLK LOC = R14 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # SPI_CLK
82 #NET FLASH_D00 LOC = T14 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # MISO, shared with pflash
83
84 # User I/O
85 NET pFPGA_PUSH_D LOC = H4 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FPGA_PUSH_D (RESET)
86 NET pFPGA_PUSH_A LOC = K3 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FPGA_PUSH_A
87 NET pFPGA_PUSH_B LOC = H5 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FPGA_PUSH_B
88 NET pFPGA_PUSH_C LOC = L3 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FPGA_PUSH_C
89 NET pLED1 LOC = D14 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # LED1
90 NET pLED2 LOC = C16 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # LED2
91 NET pLED3 LOC = C15 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # LED3
92 NET pLED4 LOC = B15 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # LED4
93
94 # I2C
95 #NET IIC_SCL LOC = M14 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # IIC_SCL
96 #NET IIC_SDA LOC = M13 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # IIC_SDA
97
98 # PSoC
99 #NET PSOC_P0_4 LOC = J1 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # PSOC_P0_4
100 #NET PSOC_P2_1 LOC = F1 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # PSOC_P2_1
101 #NET PSOC_P2_3 LOC = G2 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # PSOC_P2_3
102 #NET PSOC_P2_5 LOC = H3 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # PSOC_P2_5
103 #NET PSOC_P2_7 LOC = H1 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # PSOC_P2_7
104 #NET PSOC_P4_6 LOC = J2 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # PSOC_P4_6
105 #NET PSOC_P5_3 LOC = L2 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # PSOC_P5_3
106 #NET PSOC_P5_4 LOC = M3 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # PSOC_P5_4
107 #NET PSOC_P5_6 LOC = M4 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # PSOC_P5_6
108 #NET PSOC_P5_7 LOC = L1 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # PSOC_P5_7
109 #NET PSOC_P7_0 LOC = N3 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # PSOC_P7_0
110 #NET PSOC_P7_7 LOC = K16 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # PSOC_P7_7
111
112 # UART
113 # Net names UART_RXD and UART_TXD on the schematic are named in terms of the
114 # PSoC connection.
115 # Net UART_RXD is an output from the FPGA and an input to the PSoC. Connect to
116 # FPGA Tx.
117 # Net UART_TXD is an input to the FPGA and an output from the PSoC. Connect to
118 # FPGA Rxx.
119 #NET UART_RXD LOC = B3 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # UART_RXD
120 #NET UART_TXD LOC = A3 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # UART_TXD
121
122 NET pTXD LOC = B3 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # UART_RXD PSoC
123 NET pRXD LOC = A3 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # UART_TXD PSoC
124

```

Avnet_SP3A_Demo.ucf

Wed Aug 17 17:44:21 2016

```

125 # GPIO
126 #NET BANK0_IO01 LOC = A14 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO1
127 #NET BANK0_IO02 LOC = C4 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO2
128 #NET BANK0_IO03 LOC = A13 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO3
129 #NET BANK0_IO04 LOC = B14 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO4
130 #NET BANK0_IO05 LOC = C13 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO5
131 #NET BANK0_IO06 LOC = D13 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO6
132 #NET BANK0_IO07 LOC = A12 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO7
133 #NET BANK0_IO08 LOC = C12 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO8
134 #NET BANK0_IO09 LOC = B12 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO9
135 #NET BANK0_IO10 LOC = D11 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO10
136 #NET BANK0_IO11 LOC = A11 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO11
137 #NET BANK0_IO12 LOC = C11 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO12
138 #NET BANK0_IO13 LOC = A10 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO13
139 #NET BANK0_IO14 LOC = D10 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO14
140 #NET BANK0_IO15 LOC = A9 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO15
141 #NET BANK0_IO16 LOC = E10 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO16
142 #NET BANK0_IO17 LOC = C9 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO17
143 #NET BANK0_IO18 LOC = D9 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO18
144 #NET BANK0_IO19 LOC = A8 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO19
145 #NET BANK0_IO20 LOC = C8 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO20
146 #NET BANK0_IO21 LOC = B8 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO21
147 #NET BANK0_IO22 LOC = E7 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO22
148 #NET BANK0_IO23 LOC = A7 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO23
149 #NET BANK0_IO24 LOC = D8 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO24
150 #NET BANK0_IO25 LOC = C7 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO25
151 #NET BANK0_IO26 LOC = D7 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO26
152 #NET BANK0_IO27 LOC = A6 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO27
153 #NET BANK0_IO28 LOC = C6 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO28
154 #NET BANK0_IO29 LOC = B6 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO29
155 #NET BANK0_IO30 LOC = C5 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO30
156 #NET BANK0_IO31 LOC = A5 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO31
157 #NET BANK0_IO32 LOC = B4 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO32
158 #NET BANK1_IO01 LOC = E13 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK1_IO1
159 #NET BANK3_IO01 LOC = D3 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK3_IO1
160 #NET BANK3_IO02 LOC = D4 | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK3_IO2
161
162 # Displays de 7 segmentos
163 NET pDP1 LOC = A14 | IOSTANDARD = LVTTTL | DRIVE = 8; # DISPLAY 1
164 NET pDP2 LOC = A13 | IOSTANDARD = LVTTTL | DRIVE = 8; # DISPLAY 2
165 NET pDP3 LOC = C13 | IOSTANDARD = LVTTTL | DRIVE = 8; # DISPLAY 3
166 NET pDP4 LOC = A12 | IOSTANDARD = LVTTTL | DRIVE = 8; # DISPLAY 4
167 NET pSGa LOC = B12 | IOSTANDARD = LVTTTL | DRIVE = 8; # SEGMENTO a
168 NET pSGb LOC = A11 | IOSTANDARD = LVTTTL | DRIVE = 8; # SEGMENTO b
169 NET pSGc LOC = A10 | IOSTANDARD = LVTTTL | DRIVE = 8; # SEGMENTO c
170 NET pSGd LOC = A9 | IOSTANDARD = LVTTTL | DRIVE = 8; # SEGMENTO d
171 NET pSGe LOC = C9 | IOSTANDARD = LVTTTL | DRIVE = 8; # SEGMENTO e
172 NET pSGf LOC = A8 | IOSTANDARD = LVTTTL | DRIVE = 8; # SEGMENTO f
173 NET pSGg LOC = B8 | IOSTANDARD = LVTTTL | DRIVE = 8; # SEGMENTO g
174 NET pSGdp LOC = A7 | IOSTANDARD = LVTTTL | DRIVE = 8; # SEGMENTO dp
175
176 # Switches
177 NET pSW1 LOC = C7 | IOSTANDARD = LVTTTL; # SW1
178 NET pSW2 LOC = A6 | IOSTANDARD = LVTTTL; # SW2
179 NET pSW3 LOC = B6 | IOSTANDARD = LVTTTL; # SW3
180 NET pSW4 LOC = A5 | IOSTANDARD = LVTTTL; # SW4
181
182 # RESET pulsador
183 NET pRESET LOC = E13 | IOSTANDARD = LVTTTL | PULLDOWN; # RESET
184
185 # Analizador Lógico
186 NET pAL0 LOC = C4 | IOSTANDARD = LVTTTL | DRIVE = 8; # Aalizador Logico 0

```

```

Avnet_SP3A_Demo.ucf                                     Wed Aug 17 17:44:21 2016
187 NET pAL1      LOC = B14 | IOSTANDARD = LVTTTL | DRIVE = 8; # Aalizador Logico 1
188 NET pAL2      LOC = D13 | IOSTANDARD = LVTTTL | DRIVE = 8; # Aalizador Logico 2
189 NET pAL3      LOC = C12 | IOSTANDARD = LVTTTL | DRIVE = 8; # Aalizador Logico 3
190 NET pAL4      LOC = D11 | IOSTANDARD = LVTTTL | DRIVE = 8; # Aalizador Logico 4
191 NET pAL5      LOC = C11 | IOSTANDARD = LVTTTL | DRIVE = 8; # Aalizador Logico 5
192 NET pAL6      LOC = D10 | IOSTANDARD = LVTTTL | DRIVE = 8; # Aalizador Logico 6
193 NET pAL7      LOC = E10 | IOSTANDARD = LVTTTL | DRIVE = 8; # Aalizador Logico 7
194
195 # DS1077L
196 #NET pOUT0     LOC = D9   | IOSTANDARD = LVTTTL; # DS1077L - OUT0
197 #NET pOUT1     LOC = C8   | IOSTANDARD = LVTTTL; # DS1077L - OUT1
198 #NET pSCL      LOC = C5   | IOSTANDARD = LVTTTL | DRIVE = 8; # DS1077L - SCL
199 #NET pSDA      LOC = B4   | IOSTANDARD = LVTTTL | DRIVE = 8; # DS1077L - SDA
200 #NET pCTRL1    LOC = D3   | IOSTANDARD = LVTTTL | DRIVE = 8; # DS1077L - CTRL1
201 #NET pCTRL0    LOC = D4   | IOSTANDARD = LVTTTL | DRIVE = 8; # DS1077L - CTRL0
202
203 # Salidas de PWM
204 NET pPWM       LOC = E7   | IOSTANDARD = LVTTTL | DRIVE = 8; # PWM
205 NET pPWMN     LOC = D8   | IOSTANDARD = LVTTTL | DRIVE = 8; # PWMN
206
207 NET BANK0_IO26 LOC = D7   | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO26
208 NET BANK0_IO28 LOC = C6   | IOSTANDARD = LVCMOS33; # BANK0_IO28
209
210
211 # Digi Headers
212 #NET DIGI1_0   LOC = R1   | IOSTANDARD = LVCMOS33; # DIGI1_0
213 #NET DIGI1_1   LOC = P2   | IOSTANDARD = LVCMOS33; # DIGI1_1
214 #NET DIGI1_2   LOC = P1   | IOSTANDARD = LVCMOS33; # DIGI1_2
215 #NET DIGI1_3   LOC = N2   | IOSTANDARD = LVCMOS33; # DIGI1_3
216
217 #NET DIGI2_0   LOC = N1   | IOSTANDARD = LVCMOS33; # DIGI2_0
218 #NET DIGI2_1   LOC = M1   | IOSTANDARD = LVCMOS33; # DIGI2_1
219 #NET DIGI2_2   LOC = K1   | IOSTANDARD = LVCMOS33; # DIGI2_2
220 #NET DIGI2_3   LOC = G1   | IOSTANDARD = LVCMOS33; # DIGI2_3
221
222 # Miscellaneous
223 #NET AWAKE     LOC = T11  | IOSTANDARD = LVCMOS33; # AWAKE
224 #NET DOUT      LOC = R11  | IOSTANDARD = LVCMOS33; # DOUT
225 #NET FPGA_VS0  LOC = P5   | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FPGA_VS0
226 #NET FPGA_VS1  LOC = N6   | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FPGA_VS1
227 #NET FPGA_VS2  LOC = T3   | IOSTANDARD = LVCMOS33; # FPGA_VS2
228
229 # Prohibit Special Pins
230 # CONFIG PROHIBIT = <pin>; # Reserved for <signal>
231 CONFIG PROHIBIT = T12; # FPGA_INIT_B
232 CONFIG PROHIBIT = D5; # FPGA_PUDC
233 CONFIG PROHIBIT = P4; # PSOC_FPGA_M0
234 CONFIG PROHIBIT = N4; # PSOC_FPGA_M1
235 CONFIG PROHIBIT = R2; # PSOC_FPGA_M2
236

```

C.2.2. Diseño de aplicación de PC - Spartan 3A

En este caso también se diseñó una aplicación para poder cambiar el punto de funcionamiento y que sirviera de interfaz con el generador de PWM, que se muestra en la Fig. C.12

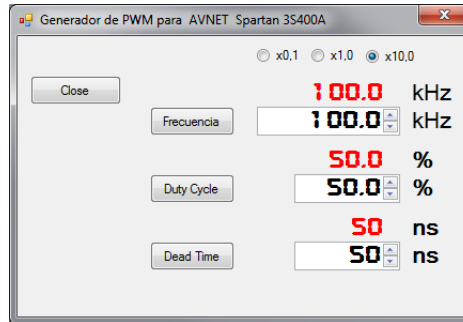


Figura C.12: Programa de interfaz para configurar el generador de PWM

Para poder depurar la comunicación se incluyó una librería para espiar las tramas de comunicación.

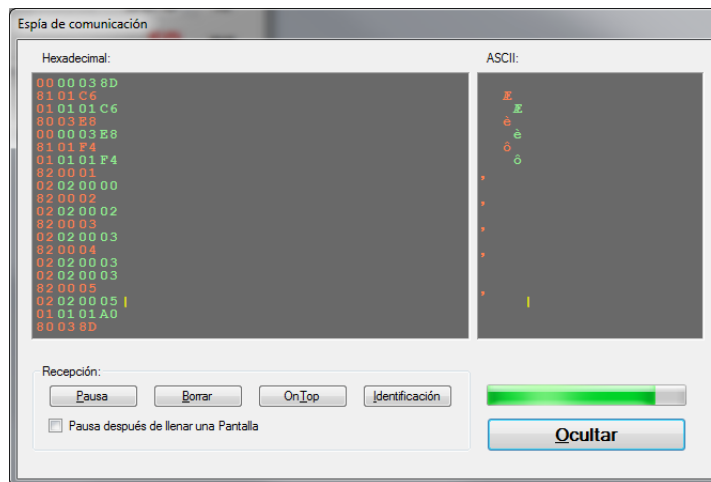


Figura C.13: Pantalla de Espía de Comunicaciones

Finalmente a continuación se ha listado el programa del interfaz.

```

D:\Doctorado\Tesis\Generador_PWM\PWM\PWMAVNET\GeneradorPWM\GeneradorPWM\frmPrincipal.vb 1
Imports System.IO.Ports

'-----
'--- COMANDOS - PARITY = MARK --
'--- DATOS - PARITY = SPACE --
'--- --
'--- CMD - DESCRIPCIÓN --
'-----
'--- 00 + 2BR - LECTURA FREQ --
'--- 80 + 2BW - ESCRITURA FREQ --
'--- 01 + 2BR - LECTURA DUTY --
'--- 81 + 2BW - ESCRITURA DUTY --
'--- 02 + 1BR - LECTURA DEAD TIME --
'--- 82 + 1BW - ESCRITURA DEAD TIME --
'--- 03 + 1BR - LECTURA SW 0 0 0 0 SW4 SW3 SW2 SW1 --
'--- 83 + 1BW - ESCRITURA dp 0 0 0 0 dp4 dp3 dp2 dp1 --
'--- 04 + 2BR - LECTURA DISPLAY --
'--- 84 + 2BW - ESCRITURA DISPLAY --
'-----

Public Class frmPrincipal
    Dim esp As frmEspia 'Formulario de Espia
    Dim Duty As UInt16 'Anchura de Pulso o ciclo de trabajo
    Dim Freq As UInt16 'Frecuencia
    Dim Dead As UInt16 'Tiempo muerto
    Dim Manual As Boolean 'Deshabilitar la carga de valores

    'Rutina de descarga del formulario
    Private Sub frmPrincipal_Disposed(ByVal sender As Object, ByVal e As System.EventArgs)
        Handles Me.Disposed
            If COM.IsOpen Then COM.Close()
            esp.Close()
        End Sub

    'Rutina de carga del formulario
    Private Sub frmPrincipal_Load(ByVal sender As Object, ByVal e As System.EventArgs)
        Handles Me.Load
            Dim ports As String() = SerialPort.GetPortNames()
            For Each port In ports
                If pruebaPuerto(port) Then LST_COM.Items.Add(port)
            Next
            esp = New frmEspia
            esp.Show()
        End Sub

    'Rutina que prueba el puerto de comunicaciones
    Private Function pruebaPuerto(ByVal Puerto As String) As Boolean
        Try
            COM.PortName = Puerto
            COM.Open()
            COM.Close()
            Return True
        Catch ex As Exception
            Return False
        End Try
    End Function

    'Rutina de respuesta al evento de CLICK del botón OPEN
    Private Sub IDB_Open_Click(ByVal sender As System.Object, ByVal e As System.EventArgs)
        Handles IDB_Open.Click
            If LST_COM.SelectedIndex = -1 Then
                MessageBox.Show("Debe seleccionar un puerto", "ERROR", MessageBoxButtons.OK,
                    MessageBoxIcon.Error)
            End If
            Exit Sub
            COM.PortName = LST_COM.Text
            Try
                COM.BaudRate = 115200
                COM.Parity = Parity.None
                COM.DataBits = 8
                COM.StopBits = StopBits.One
                COM.Open()
            Catch ex As Exception
        End Try
    End Sub

```

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

```

D:\Doctorado\Tesis\Generador PWM\PWM\PWMAVNET\GeneradorPWM\GeneradorPWM\frmPrincipal.vb 2
    MessageBox.Show(ex.Message, "ERROR", MessageBoxButtons.OK, MessageBoxIcon.
Error)
    Exit Sub
End Try
IDB_Open.Visible = False
LST_COM.Visible = False
IDB_Close.Visible = True
'Tim_Disp.Enabled = True
Lee_Freq()
Delay(5)
Lee_DUTY()
Delay(5)
Lee_DEAD()
Delay(5)
Manual = True
IDS_Freq.Value = 100000 / Freq
IDS_DUTY.Value = 100 - (Freq - Duty) * 100 / Freq
IDS_DEAD.Value = Dead * 10
Manual = False
End Sub

'Rutina de respuesta al evento de CLICK del botón CLOSE
Private Sub IDB_Close_Click(ByVal sender As System.Object, ByVal e As System.EventArgs)
Handles IDB_Close.Click
    COM.Close()
    IDB_Open.Visible = True
    LST_COM.Visible = True
    IDB_Close.Visible = False
    Tim_Disp.Enabled = False
End Sub

'Temporizador de Display
Private Sub Tim_Disp_Tick(ByVal sender As System.Object, ByVal e As System.EventArgs)
Handles Tim_Disp.Tick
    Static CNT As UInt16
    Dim Trama(5) As Byte
    Dim N As Integer

    If COM.BytesToRead > 0 Then
        N = COM.BytesToRead
        If N > 5 Then N = 5
        COM.Read(Trama, 0, N)
        esp.EspiaT(Trama, N, "Resp.")
    End If

    Trama(0) = &H84
    Trama(1) = CNT >> 8
    Trama(2) = CNT And &HFF
    'COM.Parity = Parity.Space
    COM.Write(Trama, 0, 3)
    esp.EspiaH(Trama, 3, "DISP")
    If CNT = &HFFFF Then CNT = 0 Else CNT = CNT + 1

    'Trama(0) = 0
    'COM.Write(Trama, 0, 1)
    'esp.EspiaH(Trama, 1, "FREC?")

    'Trama(0) = 1
    'COM.Write(Trama, 0, 1)
    'esp.EspiaH(Trama, 1, "DUTY?")

End Sub

'Rutina de Delay en milisegundos
Private Sub Delay(ByVal Tiempo As Long)
    Tim_Delay.Interval = Tiempo
    Tim_Delay.Enabled = True
    While Tim_Delay.Enabled
        Application.DoEvents()
    End While
End Sub

'Rutina de fin temporización de Delay
Private Sub Tim_Delay_Tick(ByVal sender As System.Object, ByVal e As System.EventArgs)

```



```

D:\Doctorado\Tesis\Generador_PWM\PWM\PWMAVNET\GeneradorPWM\GeneradorPWM\frmPrincipal.vb 3
Handles Tim_Delay.Tick
Tim_Delay.Enabled = False
End Sub

'Rutina de respuesta al evento de marcado del radio botón 0.1x
Private Sub RB01_CheckedChanged(ByVal sender As System.Object, ByVal e As System.
EventArgs) Handles RB01.CheckedChanged
    If RB01.Checked Then
        IDS_Freq.Increment = 0.1
        IDS_DUTY.Increment = 0.1
    End If
End Sub

'Rutina de respuesta al evento de marcado del radio botón 1x
Private Sub RB1_CheckedChanged(ByVal sender As System.Object, ByVal e As System.
EventArgs) Handles RB1.CheckedChanged
    If RB1.Checked Then
        IDS_Freq.Increment = 1
        IDS_DUTY.Increment = 1
    End If
End Sub

'Rutina de respuesta al evento de marcado del radio botón 10x
Private Sub RB10_CheckedChanged(ByVal sender As System.Object, ByVal e As System.
EventArgs) Handles RB10.CheckedChanged
    If RB10.Checked Then
        IDS_Freq.Increment = 10
        IDS_DUTY.Increment = 10
    End If
End Sub

'Rutina de respuesta al evento de CLICK del botón Frecuencia
Private Sub IDB_Freq_Click(ByVal sender As System.Object, ByVal e As System.EventArgs)
Handles IDB_Freq.Click
    Lee_Freq()
End Sub

'Rutina de lectura de Frecuencia
Private Sub Lee_Freq()
    Dim Trama(5) As Byte

    If IDB_Open.Visible Then Exit Sub
    Trama(0) = 0
    COM.Write(Trama, 0, 1)
    esp.EspiaH(Trama, 1, "¿Freq?")
    Delay(1)
    If COM.BytesToRead > 0 Then
        COM.Read(Trama, 0, 3)
        esp.EspiaT(Trama, 3, "Freq")
        Freq = Trama(1) * 256 + Trama(2)
    End If
    IDL_Freq.Text = Format(100000 / Freq, "###0.0")
End Sub

'Rutina del evento de cambio en la selección de frecuencia
Private Sub IDS_Freq_ValueChanged(ByVal sender As System.Object, ByVal e As System.
EventArgs) Handles IDS_Freq.ValueChanged
    Dim Trama(5) As Byte
    Dim Periodo As Single
    Dim Freq As UInt16
    Dim DutyV As Single

    If IDB_Open.Visible Then Exit Sub
    If Manual Then Exit Sub
    DutyV = IDS_DUTY.Value
    If IDS_Freq.Value < 1.6 Then IDS_Freq.Value = 1.6
    Trama(0) = &H80
    Periodo = 100000 / IDS_Freq.Value
    Freq = CUInt(Periodo)
    Trama(1) = Freq >> 8
    Trama(2) = Freq Mod 256
    COM.Write(Trama, 0, 3)
    esp.EspiaH(Trama, 3, "Set Freq")
    Delay(10)

```

Control digital de los convertidores CC-CC de cuarto orden Ćuk, SEPIC, Zeta y X

```

D:\Doctorado\Tesis\Generador PWM\PWM\PWMAVNET\GeneradorPWM\GeneradorPWM\frmPrincipal.vb 4
    Lee Freq()
    Delay(10)
    SetDuty(DutyV)
End Sub

'Rutina de respuesta al evento de CLICK del botón Ciclo de trabajo PWM
Private Sub IDB_DUTY_Click(ByVal sender As System.Object, ByVal e As System.EventArgs)
Handles IDB_DUTY.Click
    Lee_DUTY()
End Sub

'Rutina de lectura del ciclo de trabajo
Private Sub Lee_DUTY()
    Dim Trama(5) As Byte

    If IDB_Open.Visible Then Exit Sub
    If Manual Then Exit Sub
    Trama(0) = 1
    COM.Write(Trama, 0, 1)
    esp.EspiaH(Trama, 1, "¿DUTY?")
    Delay(1)
    If COM.BytesToRead > 0 Then
        COM.Read(Trama, 0, 3)
        esp.EspiaT(Trama, 3, "DUTY")
        Duty = Trama(1) * 256 + Trama(2)
    End If
    If Duty = Freq Then
        IDL_DUTY.Text = "0.0"
    Else
        IDL_DUTY.Text = Format(100 - (Freq - Duty) * 100 / Freq, "##0.0")
    End If
End Sub

'Rutina de cambio de la selección del ciclo de trabajo
Private Sub IDS_DUTY_ValueChanged(ByVal sender As System.Object, ByVal e As System.
EventArgs) Handles IDS_DUTY.ValueChanged
    Dim Trama(5) As Byte
    Dim Periodo As Single

    If IDB_Open.Visible Then Exit Sub
    If Manual Then Exit Sub
    Trama(0) = &H81
    If IDS_DUTY.Value = 0 Then
        Periodo = Freq
    ElseIf IDS_DUTY.Value = 100 Then
        Periodo = Freq - 1
    Else
        Periodo = Freq - (100 - IDS_DUTY.Value) / 100 * Freq
    End If
    Duty = CUInt(Periodo)
    Trama(1) = Duty >> 8
    Trama(2) = Duty Mod 256
    COM.Write(Trama, 0, 3)
    esp.EspiaH(Trama, 3, "Set Duty")
    Delay(10)
    Lee_DUTY()
End Sub

'Rutina de modificación del ciclo de trabajo
Private Sub SetDuty(ByVal DutyV As Single)
    Dim Trama(5) As Byte
    Dim Periodo As Single

    Trama(0) = &H81
    Periodo = Freq - (100 - DutyV) / 100 * Freq
    Duty = CUInt(Periodo)
    Trama(1) = Duty >> 8
    Trama(2) = Duty Mod 256
    COM.Write(Trama, 0, 3)
    esp.EspiaH(Trama, 3, "Set Duty")
    Delay(10)
    Lee_DUTY()
End Sub

```

```

D:\Doctorado\Tesis\Generador_PWM\PWM\PWMVAVNET\GeneradorPWM\GeneradorPWM\frmPrincipal.vb 5
'Rutina de respuesta al evento de CLICK del botón Tiempo Muerto DEAD
Private Sub IDB_DEAD_Click(ByVal sender As System.Object, ByVal e As System.EventArgs)
Handles IDB_DEAD.Click
    Lee_DEAD()
End Sub

'Rutina de lectura del tiempo muerto
Private Sub Lee_DEAD()
    Dim Trama(5) As Byte

    If IDB_Open.Visible Then Exit Sub
    Trama(0) = 2
    COM.Write(Trama, 0, 1)
    esp.EspiaH(Trama, 1, "¿DEAD?")
    Delay(1)
    If COM.BytesToRead > 0 Then
        COM.Read(Trama, 0, 3)
        esp.EspiaT(Trama, 3, "DEAD")
        Dead = Trama(1) * 256 + Trama(2)
    End If
    IDL_DEAD.Text = Format(Dead * 10, "###0")
End Sub

'Rutina de cambio de la selección del tiempo muerto
Private Sub IDS_DEAD_ValueChanged(ByVal sender As System.Object, ByVal e As System.
EventArgs) Handles IDS_DEAD.ValueChanged
    Dim Trama(5) As Byte
    Dim DeadT As Single

    If IDB_Open.Visible Then Exit Sub
    If Manual Then Exit Sub
    Trama(0) = &H82
    DeadT = IDS_DEAD.Value / 10
    Dead = CUInt(DeadT)
    Trama(1) = 0
    Trama(2) = Dead Mod 256
    COM.Write(Trama, 0, 3)
    esp.EspiaH(Trama, 3, "Set Dead")
    Delay(10)
    Lee_DEAD()
End Sub
End Class

```

