Itsaso IRIARTE ELIZAGOYEN

ANTZEKOTASUNA

ANTZEKOTASUNAREN IKASKUNTZA PROZESU BERRITZAILE BATEN APLIKAZIO ETA ANALISIA 2. DBHN

MBL 2019

Universidad Pública de Navarra
Nafarroako Unibertsitate Publikoa
Facultad de Ciencias Humanas y Sociales
Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea

MATEMATIKA arloa

UNIBERTSITATE MASTERRA BIGARREN HEZKUNTZAKO IRAKASLETZAN

Unibertsitate Masterra Bigarren Hezkuntzako Irakasletzan

Derrigorrezko Bigarren Hezkuntza, Batxilergoa, Lanbide Heziketa eta Hizkuntzen Irakaskuntza

Master Bukaerako Lana

Matematika Arloa

Antzekotasunaren ikaskuntza prozesu berritzaile baten aplikazio eta analisia 2. DBHn

Itsaso Iriarte Elizagoyen

UNIVERSIDAD PÚBLICA DE NAVARRA

NAFARROAKO UNIBERTSITATE PUBLIKOA

AURKIBIDEA

Orrialdea

Sarrera orokorra

Master Bukaerako Lan honen helburu nagusia ondoko hau da: 2. DBHko ikasleen antzekotasunaren inguruko ikasketa prozesuaren gaineko analisia egitea.

Lana bi ataletan antolatu da. Lehenengoan, curriculumaren eta testu-liburuen luzetarako azterketa egiten da Lehen Hezkuntzako 6. mailan eta Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzan (DBH), zehazturiko gaiaren inguruan.

Bigarrenean, antzekotasunari buruzko ikasketa prozesu bat proposatzen da, eta proposamen hori DBHko 2. ikasmailari dagokion ikasgela batean ezarri da, Masterreko Practicum II irakasgaiaren baitan. Esperimentazio horretatik lortu diren emaitzak *ad hoc* diseinaturiko galdetegi batean oinarritzen dira, kontuan hartuz, halaber, baldintzapen instituzionalak.

Lanaren amaieran, aurkeztu egiten dira sintesia, zenbait ondorio eta erantzun gabe gelditu diren zenbait galdera.

I Atala:
Antzekotasuna indarrean dagoen curriculumean eta testu-liburuetan

Master Bukaerako Lanaren lehenengo zati honetan, aztertu egiten da antzekotasunaren gaiari zer nolako tratamendua egiten zaion curriculumean eta testu-liburuetan Lehen Hezkuntzako azken ikasmailan eta DBHn.

Analisia bost kapitulutan banatzen da. Lehenengo eta bigarren kapituluetan, taula-formatuan aurkezten dira indarrean dagoen curriculumeko edukiak eta ebaluazio irizpideak ikasmailen arabera.

Hirugarrenean, DBHko 2. mailako testu-liburuetan azaltzen diren jardueren adibideak aurkezten dira (ariketak, problemak eta galderak), aurreko bi ikasturteetako eta hurrengo bi ikasturteetako jarduerekin batera.

Behin bi iturri horietako (curriculuma eta testu-liburuak) edukiak konparatu ostean, analisi horren ondorioak laugarren kapituluan aurkezten dira. Hemen, helburua izango da esku-liburuek indarrean dagoen curriculumarekiko duten koherentzia baloratzea, eta nabarmendu egingo dira analisirako gaia den ezagutza matematikoak horietan dituen ausentziak eta presentziak.

1 Kapitulua
Antzekotasuna indarrean dagoen curriculumean

Lehenengo kapitulu honetan, Lehen Hezkuntzako (LH) eta Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzako (DBH) curriculumetan antzekotasunari ematen zaion lekua aztertuko dugu. Lan honetan, DBHko bigarren mailan zentratuko gara. Baina testuinguruan jartzeko eta geometriaren atal horren ikaskuntza prozesua analizatzeko, LHko azken ikasmailatik hasita, DBH amaierara arte aztertuko dugu curriculuma ikasmailaz ikasmaila. Horrela, ikuspuntu orokor bat izango dugu.

Curriculumaren analisirako, sei deskribatzaile definitu dira, antzekotasunaren gaiarekin lotura daukatenak. Ikasturte bakoitzean, deskribatzaile horiekin erlazionatuta dauden edukiak zehaztu dira ondoko tauletan. Honakoak dira definitutako deskribatzaileak:

D1: Neurri-unitateak eta magnitudeak.

D2: Figura geometrikoak planoan eta espazioan.

D3: Transformazio geometrikoak: Simetria, biraketak eta antzekotasuna.

D4: Trigonometria.

D5: Teknologia berrien erabilera.

D6: Aplikazioak eguneroko bizitzan.

Nafarroako Foru Komunitateko curriculumetan, edukiak multzoka sailkatuta daude. Ikusiko dugunez, bereziki, Matematika irakasgaiko geometriaren multzoa jorratuko da lan honetan, baina beste multzoetan lantzen diren eta antzekotasunean erabiltzen diren eduki batzuk ere aipatuko dira. Izan ere, curriculumean edukiak multzo ezberdinetan egon arren, erlazionatuta daude eta elkar integra daitezke. Hots, bloke desberdinak sortzea, antolatzeko modu bat besterik ez da, eta multzo disjuntu gisa beharrean, elkar osagarri bezala ikusi beharko genituzke. Irakasgai baten barruko multzoen arteko erlazioaz gain, zenbaitetan irakasgai ezberdinetan eduki antzekoak eta elkar lagungarriak aurki ditzakegu. Kasu honetan, marrazketa teknikoa eta plastikaren alorrean aurkitu dira interesgarriak diren edukiak, eta horiek ere aztertu dira ondoko orrialdeetan.

Hurrengo orrialdetako tauletan ikasmaila bakoitzean jorratzen diren edukiak definitu dira, deskribatzaile horiekin loturak dituztenak. Gainera, eduki horiek zein multzotan sailkatuta dauden zehazten da. Taulako zenbait gelaxkatan marratxoak jarri dira (--), ikasturte horretan deskribatzaile horri dagokion edukirik ez dagoela adierazteko.

1.1 Lehen Hezkuntzako edukiak

LHko Nafarroako Foru Komunitateko curriculumaren (60/2014 Foru Dekretua, 2014, uztailaren 16koa) bitartez, ikasleek DBHra iritsi aurretik antzekotasunaren inguruan landutako edukiak aztertu dira. Konkretuki, LHko azken ikasmaila aztertu da, hots, 6. mailak.

Curriculumean, matematikako edukiak ikasturtearen eta multzoaren arabera sailkatuta daude. 6. LHn, bost multzotan banatzen dira: 1. Prozesuak, metodoak eta jarrerak matematikan; 2. Zenbakiak eta aljebra; 3. Neurriak; 4. Geometria; 5. Estatistika eta probabilitatea. Bereziki, 2, 3 eta 4 blokeetan aurkitu dira eduki azpimarragarriak.

Ikasturte horretan, ikasleak antzekotasunarentzat oinarrizkoak diren edukiak lantzen hasten dira. Neurri-unitateak, figura geometrikoak (planoan zein espazioan), eskalak, simetriak eta angeluak jorratzen dituzte besteak beste. Hala ere, antzekotasunaren sarrerarik ez da egiten oraindik, baina etorkizunean beharko dituzten edukiekin hasten dira, oinarri gisa.

Matematikarekin erlazionatutako edukiak, beste irakasgai batzuetan ere aurki daitezke. LHn, Arte Hezkuntza izeneko berariazko irakasgaian gure deskribatzaileekin lotura daukaten edukiekin topo egingo dugu. Irakasgai honetan, soilik bloke batean jorratzen dira antzekotasunarekin lotura daukaten eduki horiek, 3. blokean, Marrazketa geometrikoa izenekoan, eta hortaz, eduki bakoitzerako ez da zehaztuzko zein bloketan kokatzen den. 6. LHn lantzen diren edukiak aztertu dira hurrengo tauletan, lehenengo Matematika irakasgairako, eta ondoren Arte Hezkuntza irakasgairako.

Deskribatzailea	**Edukia: 6. maila**
D1: Neurri-unitateak eta magnitudeak.	<u>3. Blokea. Neurriak.</u> - Sistema metriko hamartarreko bolumen unitateak. - Sistema metriko hamartarreko unitateak. - Luzera, edukiera edo masa neurrien adierazpena, modu konplexuan eta ez-konplexuan. - Magnitude bereko neurriak konparatu eta ordenatzea.
D2: Figura geometrikoak planoan eta espazioan.	<u>3. Blokea. Neurriak.</u> - Bolumenaren neurketak egitea. - Bolumenak modu konplexuan eta ez-konplexuan neurtzea. <u>4. Blokea. Geometria.</u> - Forma espazialak: elementuak, erlazioak eta sailkapena. - Gorputz geometrikoak: elementuak, erlazioak eta sailkapena. - Poliedroak. Oinarrizko elementuak: erpinak, aurpegiak eta ertzak. Poliedro motak. - Gorputz biribilak: konoa, zilindroa eta esfera. - Ondokoen azalera eta bolumenak kalkulatzea: prisma, piramidea, zilindroa eta konoa.
D3: Transformazio geometrikoak: Simetria, biraketak eta antzekotasuna.	<u>2. Blokea. Zenbakiak eta aljebra.</u> - Portzentajearen gehitze eta gutxitzeak. - Proportzionaltasun zuzena. <u>4. Blokea. Geometria.</u>

	- Espazioaren oinarrizko irudikapena, eskala eta grafiko errazak. - Erregulartasunak eta simetriak.
D4: Trigonometria.	--
D5: Teknologia berrien erabilera.	--
D6: Aplikazioak eguneroko bizitzan.	3. Blokea. Neurriak. - Benetako bizitzako egoerei buruzko bolumenak neurtzeko problemak ebaztea

1. taula: LHko 6. mailako Matematika irakasgaiko edukiak.

Deskribatzailea	Edukia: 6. maila. Arte Hezkuntza.
D1: Neurri-unitateak eta magnitudeak.	- Neurria, milimetroetan.
D2: Figura geometrikoak planoan eta espazioan.	- Gorputz geometrikoen garapen laua. - Triangeluen sailkapena, kontuan harturik aldeak eta angeluak. - Laukiak sailkatzea. - Gorputz geometrikoak eta garapena.
D3: Transformazio geometrikoak: Simetria, biraketak eta antzekotasuna.	- Eskalak.
D4: Trigonometria.	--
D5: Teknologia berrien erabilera.	--
D6: Aplikazioak eguneroko bizitzan.	--

2. taula: LHko 6. mailako Arte Hezkuntza irakasgaiko edukiak.

1.2 Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzako edukiak

DBHko Nafarroako Foru Komunitateko curriculumaren (24/2015 Foru Dekretua, 2015, apirilaren 22koa) bitartez, ikasleek DBHn antzekotasunaren inguruan lantzen dituzten edukiak aztertu dira. Horrela, batetik gure ikasmailako (2. DBH) edukiak aztertu ditugu, eta bestetik, aurreko ikasmailan (1. DBH) eta ondorengo bi ikasmailetan (3. eta 4. DBH) landuko dituztenak ere zehaztu dira. Aurreko atalean esan dugunez, garrantzitsua da ikasleek aurretik dituzten gaitasunak eta jorratutako edukiak ezagutzea, ikasketa prozesu egoki bat planteatzeko. Gainera, hurrengo ikasmailetan ikasleek ikasiko dituzten edukiak zeintzuk diren argi edukitzea ere beharrezkoa da, jorratuko dituzten edukiek etorkizuneko ikasturteetan ikasleengan izango duten pisua neurtzeko.

Curriculumean, ikasturteen arabera eta multzo ezberdinetan sailkatuta daude matematikako edukiak, LHrako ikusi dugun bezala. Kasu honetan ere, bost multzotan banatzen dira, eta ondokoak dira: 1. Prozesuak, metodoak eta jarrerak matematiketan; 2. Zenbakiak eta aljebra; 3. Geometria; 4. Funtzioak; 5. Estatistika eta probabilitatea. Bereziki, 2 eta 3 multzoetan aurkitu dira eduki azpimarragarriak.

Plastika, Ikus eta Ikus-entzunezko Hezkuntza izeneko irakasgaian ere lantzen dira deskribatzaile horiekin erlazionatutako edukiak. Irakasgai hori, DBHko irakasgai espezifikoetako bat da, hautazkoa dena. DBHko lehenengo zikloarentzat eta 4. DBH ikasmailarentzat zehaztuta dago curriculumean. Soilik marrazketa teknikoa multzoan aurkitu dira guretzat interesgarriak diren edukiak. Lehenengo zikloaren kasuan, curriculuma ez da ikasmailaka banatzen, hots, taula bakarra dago, zeina DBHko 1. ziklorako den. Hau da, DBHko 1, 2 zein 3. mailan irakasgaia lantzeko balio du.

Aurreko atalean egin den bezala, ikasmailaz ikasmaila aztertuko ditugu edukiak, ikasmaila bakoitzerako lehenengo Matematikako curriculuma aztertuz eta ondotik Plastika, Ikus eta Ikus-entzunezko Hezkuntza irakasgaikoa. Hala ere, aipatu berri den bezala, 1. zikloa osotasunean hartzen denez Plastika, Ikus eta Ikus-entzunezko Hezkuntzan, hau, Matematikako 1, 2 eta 3. mailen ondotik aztertuko da. Aipatzekoa da, Plastika, Ikus eta Ikus-entzunezko Hezkuntzan, soilik multzo batean jorratzen direla gure deskribatzaileekin erlazionatutako edukiak, 3. multzoan, Marrazketa teknikoa izenekoan. Beraz, tauletan ez da zehaztuko zein multzori dagokion eduki bakoitza.

Deskribatzailea	**Edukia: 1. DBH**
D1: Neurri-unitateak eta magnitudeak.	--
D2: Figura geometrikoak planoan eta espazioan.	<u>3. Multzoa.Geometria.</u> - Planoaren geometriaren oinarrizko elementuak. Planoko irudien ezaugarriak eta erlazioak: paralelotasuna eta perpendikular-tasuna. - Oinarrizko irudi lauak: karratua, triangelua eta irudi poligonalak. Poligono erregularrak. - Triangeluak eta laukiak sailkatzea. Ezaugarriak eta erlazioak. - Irudi lauen azalera eta perimetroa kalkulatzea. - Azalerak kalkulatzea irudi sinpleetan deskonposatuz. - Zirkunferentzia, zirkulua, arkuak eta sektore zirkularrak - Garaierak, medianak, erdibitzaileak eta erdikariak triangeluetan. Definizioa, osaketa eta ezaugarriak.
D3: Transformazio geometrikoak:	<u>2. Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</u> - Zuzeneko proportzionaltasuna eta portzentajeak: kalkuluak

Simetria, biraketak eta antzekotasuna.	kasu errazetan.
D4: Trigonometria.	3. Multzoa. Geometria. - Angeluak eta haien erlazioak. - Eraikuntza geometriko errazak: erdibitzailea, erdikaria. Ezaugarriak. - Irudi lauetako angeluak neurtu eta kalkulatzea.
D5: Teknologia berrien erabilera.	3. Multzoa. Geometria. - Tresna teknologikoak erabiltzea elementu geometrikoen arteko erlazioak aztertzeko.
D6: Aplikazioak eguneroko bizitzan.	--

3. taula: DBHko 1. mailako Matematika irakasgaiko edukiak.

Deskribatzailea	**Edukia: 2. DBH**
D1: Neurri-unitateak eta magnitudeak.	--
D2: Figura geometrikoak planoan eta espazioan.	3. Multzoa.Geometria. - Triangelu zuzenak. Pitagorasen Teorema. Justifikazio geometrikoa eta aplikazioak. - Poliedroak eta biraketa-gorputzak. Ezaugarriak, sailkapena. Azalerak eta bolumenak.
D3: Transformazio geometrikoak: Simetria, biraketak eta antzekotasuna.	2. Multzoa. Zenbakiak eta aljebra. - Portzentajeen kalkulua (buruz, eskuz, kalkulagailuz). - Portzentajezko gehikuntzak eta gutxitzeak. Arrazoia eta proportzioa. Magnitude zuzenki proportzionalak eta alderantziz proportzionalak. Proportzionaltasun konstantea. 3. Multzoa. Geometria. - Antzekotasuna: antzeko irudiak. Antzekotasunaren irizpideak. Antzekotasun arrazoia eta eskala. Antzeko gorputzen luzera, azalera eta bolumenen arteko arrazoia.
D4: Trigonometria.	--
D5: Teknologia berrien erabilera.	3. Multzoa. Geometria. - Forma, konfigurazio eta erlazio geometrikoak ikertzeko tresna informatikoen erabilera.

D6: Aplikazioak eguneroko bizitzan.	3. Multzoa. Geometria. - Poliedroen ezaugarri, erregulartasun eta erlazioak. Mundu fisikoaren luzerak, azalerak eta bolumenak kalkulatzea.

4. taula: DBHko 2. Mailako Matematika irakasgaiko edukiak.

DBHko 3 eta 4. mailetan, bi irakasgai ezberdinetan banatzen da Matematika: Ikasketa Akademikoetara Bideratutako Matematika eta Ikasketa Aplikatuetara Bideratutako Matematika. Biak aztertu dira taula bakarrean, begi bistaz konparatu ahal izateko bi irakasgaien arteko aldeak. Aipatzekoa da, bi ikasturte horietan soilik multzo batean aurkitzen direla definitutako deskribatzaileekin lotura dauzkaten edukiak. Hortaz, soilik 3. multzoa aztertu da, Geometria izenekoa.

Deskribatzailea	Edukia: 3. DBH Akademikoa	Edukia: 3. DBH Aplikatua
D1: Neurri-unitateak eta magnitudeak.	--	--
D2: Figura geometrikoak planoan eta espazioan.	- Planoaren geometria. Leku geometrikoa. - Esfera. Planoen eta esferen ebakidurak.	--
D3: Transformazio geometrikoak: Simetria, biraketak eta antzekotasuna.	- Talesen teorema. Segmentu bat zati proportzionaletan nola zatitu. Problemak ebazteko aplikatzea. - Planoko translazioak, simetriak eta biraketak. - Espazioaren geometria. Simetria planoak poliedroetan.	- Erdibitzailea, erdikaria, angeluak eta horien erlazioak, perimetroa eta azalera. Propietateak. Talesen teorema. Segmentu bat zati proportzionaletan nola zatitu. - Aplikazioa problemen ebazpenari. Planoko translazioak, simetriak eta biraketak. Planoko translazioak, biraketak eta simetriak.
D4: Trigonometria.	--	--
D5: Teknologia berrien erabilera.	- Forma, konfigurazio eta erlazio geometrikoak ikertzeko tresna teknologikoen erabilera.	--
D6: Aplikazioak eguneroko bizitzan.	--	--

5. taula: DBHko 3. mailako Matematika irakasgaiko edukiak.

Deskribatzailea	Edukiak: 1. zikloa. Plastika, Ikus eta Ikus-entzunezko Hezkuntza
D1: Neurri-unitateak eta magnitudeak.	--
D2: Figura geometrikoak planoan eta espazioan.	- Elementu geometriko nagusiak: puntua, lerroa eta planoa. Lerro zuzenen motak. Lerro erdi-zuzena. Segmentua. Posizio erlatiboak lerro zuzenen artean. - Poligono itxurako formak: Definizioa, sailkapena, izena, propietateak eta triangeluak eta laukiak eraikitzea. Zirkunferentzia batean sartutako poligono erregularrak.
D3: Transformazio geometrikoak: Simetria, biraketak eta antzekotasuna.	- Eragiketak segmentuekin: segmentuen batuketa eta kenketa. Erdibitzailea. Talesen teorema.
D4: Trigonometria.	- Angeluak: angeluak zehaztea. Aurkako angeluak eta alboko angeluak. nomenklatura. Sistema hirurogeitarra. Angelu motak. Erdikaria. Eskuairako eta kartaboiko angeluak. Eragiketak angeluekin.
D5: Teknologia berrien erabilera.	--
D6: Aplikazioak eguneroko bizitzan.	--

6. taula: DBHko 1. zikloko Plastika, Ikus eta Ikus-entzunezko Hezkuntza irakasgaiko edukiak.

Deskribatzailea	Edukia: 4. DBH Akademikoa	Edukia: 4. DBH Aplikatua
D1: Neurri-unitateak eta magnitudeak.	--	--
D2: Figura geometrikoak planoan eta espazioan.	--	--
D3: Transformazio geometrikoak: Simetria, biraketak eta antzekotasuna.	- Antzekotasuna. Irudi antzekoak. Antzeko gorputzen luzera, azalera eta bolumenen arteko arrazoia.	- Antzekotasuna. Irudi antzekoak. Antzeko gorputzen luzera, azalera eta bolumenen arteko arrazoia.
D4: Trigonometria.	- Triangeluen neurriak sistema hirurogeitarrean eta radianetan.	--

	- Arrazoi trigonometrikoak. Haien arteko harremana. Erlazio metrikoak triangeluetan.	
D5: Teknologia berrien erabilera.	- Geometria dinamikoko aplikazio informatikoak, kontzeptu eta propietate geometrikoak hobeki ulertzeko.	- Geometria dinamikoko aplikazio informatikoak erabiltzea kontzeptu eta propietate geometrikoak errazago ulertzeko.
D6: Aplikazioak eguneroko bizitzan.	- Ezagutza trigonometrikoak aplikatzea mundu fisikoko problema metrikoak ebazteko: luzeren, azaleren eta bolumenen neurketa.	- Problema geometrikoak ebaztea mundu fisikoan: gorputzen luzerak, azalerak eta bolumenak neurtzea eta kalkulatzea.

7. taula: DBHko 4. mailako Matematika irakasgaiko edukiak.

Aurretik aipatutako Plastika, Ikus eta Ikus-entzunezko Hezkuntza irakasgaia 4. DBH hautazkoa da, beraz, soilik ikasle jakin batzuek landuko dituzte ondoko taulan azaltzen diren edukiak. Kasu honetan ere soilik multzo bat aztertuko dugu, 2. multzoa, Marrazketa teknikoa deritzona.

Deskribatzailea	Ebaluazio irizpideak: 4. DBH. Plastika, Ikus eta Ikus-entzunezko Hezkuntza
D1: Neurri-unitateak eta magnitudeak	--
D2: Figura geometrikoak planoan eta espazioan.	- Triangeluen ebazpen grafikoa. - Laukien ebazpen grafikoa. - Poligono erregularren ebazpen grafikoa, aldea edo erradioa ezagututa.
D3: Transformazio geometrikoak: Simetria, biraketak eta antzekotasuna.	- Eraldaketa geometrikoak: translazioak, biraketak eta simetriak.
D4: Trigonometria	--
D5: Teknologia berrien erabilera.	- Ordenagailuz lagundutako marrazketarako programen oinarriak ezagutzea.
D6: Aplikazioak eguneroko bizitzan.	--

8. taula: DBHko 4. mailako Plastika, Ikus eta Ikus-entzunezko Hezkuntza irakasgaiko edukiak.

2 Kapitulua

Antzekotasunaren ebaluazio-irizpideak indarrean dagoen curriculumean

Bigarren kapitulu honetan, LHtik hasita DBH arte, curriculumean antzekotasunarekin lotuta dauden ebaluazio irizpideak aztertu dira. Hots, aurreko kapituluan jarraitutako prozedura bera da kapitulu honetakoa, baina edukiak aztertu beharrean, ebaluazio irizpideak aztergai izanik.

Kapituluan zehar ikus daitekeenez, erabilitako antolakuntza aurreko kapituluko bera da. Taulaka aztertuko dira ikasturte bakoitzeko ebaluazio irizpideak deskribatzaile berdinak erreferentziatzat hartuta. Era berean, oraingoan ere, Arte Hezkuntza (LH 6. mailan) eta Plastika, Ikus eta Ikus-entzunezko Hezkuntza (DBHko 1. zikloan eta 4. mailan) irakasgaiak aztertu dira.

Ebaluazio irizpideen kasuan, ematen diren itemak nahiko zabalak dira, edukietarako zehazten direnak baino zabalagoak. Ondorioz, ebaluazio irizpide batzuk deskribatzaile batekin baino gehiagorekin bat egiten dute, eta hortaz, ondoko tauletan ikusiko denez, zenbaitetan ebaluazio irizpideren kasuan, deskribatzaile batean baino gehiago kokatu dira.

2.1 Ebaluazio irizpideak LHn

LHko Nafarroako Foru Komunitateko curriculumaren (60/2014 Foru Dekretua, 2014, uztailaren 16koa) bitartez, LHko 6. mailako antzekotasunaren inguruko ebaluazio irizpideak aztertu dira, Matematika eta Arte Hezkuntza irakasgaietan.

Deskribatzailea	Ebaluazio irizpideak: 6. maila
D1: Neurri-unitateak eta magnitudeak.	3. Blokea. Neurriak. - 1. Bolumenak neurtzeko unitateak ezagutu, transformatu, konparatu, ordenatu eta erabiltzea, jarraitutako prozesua ahoz eta idatziz azalduz. - 3. Informazioa neurtzeko unitateak ezagutu, transformatu, konparatu, ordenatu eta erabiltzea, jarraitutako prozesua ahoz eta idatziz azalduz. - 4. Problemak ebaztea, bolumenak neurtzeko unitateak erabiliz eta transformatuz, unitate egokiena hautatuz eta datuen esanahia, planteatutako egoera, jarraitutako prozesua eta lortutako soluzioak azalduz. - 5. Neurketa tresna eta unitate egokiak ezagutu eta hautatzea, luzera, pisua/masa, edukiera zenbatestea eta zehaztasunez adieraztea, eta inguruabarrek hala eskatzen dutenean unitate batzuetatik beste batzuetara pasatzea.

D2: Figura geometrikoak planoan eta espazioan.	4. Blokea. Geometria. - 3. Gorputz geometrikoak ezagutzea, oinarrizko elementuak deskribatzea, hainbat irizpideren arabera sailkatzea eta erreproduzitzea, ingurunea ulertu eta interpretatzeko ezagutzak aplikatuz. - 4. Azalerak eta bolumenak kalkulatzeko adierazpen matematikoak buruz ikastea eta erabiltzea.
D3: Transformazio geometrikoak: Simetria, biraketak eta antzekotasuna.	2. Blokea. Zenbakiak eta aljebra. - 7. Portzentajeak eta proportzionaltasun zuzena erabiltzen hastea informazioa interpretatu eta trukatzeko eta eguneroko bizitzako testuinguruetan problemak ebazteko. 4. Blokea. Geometria. - 5. Irudi erregularretan simetria kontzeptua lantzen hastea.
D4: Trigonometria.	--
D5: Teknologia berrien erabilera.	--
D6: Aplikazioak eguneroko bizitzan.	4. Blokea. Geometria. - 6. Eguneroko bizitzako problemak identifikatu eta ebaztea, errealitatea kontzeptu geometrikoekin lotuz, problemak ebazteko aplikaturiko prozeduraren gainean hausnartuz.

9. taula: LHko 6. mailako Matematika irakasgaiko ebaluazio irizpideak.

Deskribatzailea	**Ebaluazio irizpideak: 6. maila. Arte Hezkuntza**
D1: Neurri-unitateak eta magnitudeak.	- 4. Irudi lau baten elementuak neurtzea, unitate gisa milimetroa erabiliz, eta marrazkia kopiatzea, marrazketako tresnak erabiliz (erregela, eskuaira, kartaboia eta konpasa).
D2: Figura geometrikoak planoan eta espazioan.	- 3. Gorputz geometriko nagusiak ezagutzea eta horiek eraikitzea haiek garatuz. - 5. Laukien sailkapena ezagutzea, aldeen paralelotasuna kontuan hartuz. - 8. Gorputz geometrikoen ezaugarriak ulertzea, eta haiek garatuz eraikitzea.
D3: Transformazio geometrikoak: Simetria, biraketak eta antzekotasuna.	- 7. “Eskala” terminoa ezagutzea eta ulertzea, eta aplikatzea, marrazki erraz bati eskala aldatuz.

D4: Trigonometria.	- 2. Eskuaira eta kartaboiarekin angeluak batzea eta kentzea.
D5: Teknologia berrien erabilera.	--
D6: Aplikazioak eguneroko bizitzan.	--

10. taula: LHko 6. mailako Arte Hezkuntza irakasgaiko ebaluazio irizpideak.

2.2 Ebaluazio irizpideak DBHn

DBHko Nafarroako Foru Komunitateko curriculumaren (24/2015 Foru Dekretua, 2015, apirilaren 22koa) bitartez, ikasleek DBHn antzekotasunaren inguruan lantzen dituzten ebaluazio irizpideak aztertu dira, Matematika eta Plastika, Ikus eta Ikus-entzunezko Hezkuntza irakasgaietan.

Deskribatzailea	Ebaluazio irizpideak: 1. DBH
D1: Neurri-unitateak eta magnitudeak.	--
D2: Figura geometrikoak planoan eta espazioan.	3. Multzoa. Geometria. - 1. Irudi lauak, haien osagaiak eta ezaugarriak ezagutu eta deskribatzea haiek sailkatzeko, egoerak identifikatzeko, testuinguru fisikoa deskribatzeko eta eguneroko bizitzako problemei heltzeko. - 2. Irudi geometriko lauen perimetroak, azalerak eta angeluak kalkulatzea, problema geometrikoak ebazteko testuinguruan formula egokienak erabilita.
D3: Transformazio geometrikoak: Simetria, biraketak eta antzekotasuna.	--
D4: Trigonometria.	--
D5: Teknologia berrien erabilera.	3. Multzoa. Geometria. - 3. Geometria analitiko lauaren estrategiak, tresna teknologikoak eta teknika errazak baliatzea problemak ebazteko, lengoaia matematiko egokia erabilita. Ebazteko zer prozedura erabili den adieraztea.
D6: Aplikazioak eguneroko bizitzan.	3. Multzoa. Geometria. - 1. Irudi lauak, … eguneroko bizitzako problemei heltzeko.

11. taula: DBHko 1. mailako Matematika irakasgaiko ebaluazio irizpideak.

Deskribatzailea	Ebaluazio irizpideak: 2. DBH
D1: Neurri-unitateak eta magnitudeak.	--
D2: Figura geometrikoak planoan eta espazioan.	3. Multzoa. Geometria. - 1. Pitagorasen Teoremaren esanahi aritmetikoa ezagutzea (zenbakien berbidurak, hiruko pitagorikoak) eta esanahi geometrikoa (aldeen gainean eraikitako karratuen azalerak) eta erabiltzea problema geometrikoak ebazteko. - 2. Poligonoei eta gorputz geometrikoei buruzko problema geometrikoak ebazteko Pitagorasen Teorema erabiltzea. - 4. Zenbait gorputz geometriko aztertzea (kuboak, ortoedroak, poliedro erregularrak, prismak, piramideak, zilindroak, konoak eta esferak) eta haien ezaugarriak identifikatzea (erpinak, ertzak, aurpegiak, garapen lauak, sekzioak planoekin ebakitzean, sekzioen bidez lortutako gorputzak, simetriak, eta abar).
D3: Transformazio geometrikoak: Simetria, biraketak eta antzekotasuna.	2. Multzoa. Zenbakiak eta aljebra. - 4. Kalkulatzeko era egokia hautatzea (buruz, idatziz edo kalkulagailuz egindakoa) zenbait estrategia erabiliz zenbaki oso, zatiki, hamartar eta portzentajeekin eginiko eragiketak errazteko eta lortutako emaitzak koherentziaz eta zehaztasunez kalkulatuz. 3. Multzoa. Geometria. - 3. Antzeko irudiak aztertzea eta identifikatzea, eta antzeko gorputzen luzera, azalera eta bolumenen arteko eskala edo antzekotasun arrazoia eta arrazoia kalkulatzea. - 4. … ezaugarriak identifikatzea (… sekzioak planoekin ebakitzean, sekzioen bidez lortutako gorputzak, simetriak, …).
D4: Trigonometria.	--
D5: Teknologia berrien erabilera.	--
D6: Aplikazioak eguneroko bizitzan.	3. Multzoa. Geometria. - 5. Mundu fisikoko luzera, azalera eta bolumena kalkulatzea dakarten problemak ebaztea, poliedroen ezaugarriak, erregulartasunak eta erlazioak erabiliz.

12. taula: DBHko 2. mailako Matematika irakasgaiko ebaluazio irizpideak.

Deskribatzailea	Ebaluazio irizpideak: 3. DBH Akademikoa	Ebaluazio irizpideak: 3. DBH Aplikatua
D1: Neurri-unitateak eta magnitudeak.	--	--
D2: Figura geometrikoak planoan eta espazioan.	- 1. Irudi lauen, gorputz geometriko oinarrizkoen eta haien konfigurazio geometrikoen osagai eta propietate bereizgarriak atzeman eta deskribatzea.	- 1. Irudi lauen elementuak eta propietate bereizgarriak, gorputz geometriko elementalak eta horien konfigurazio geometrikoak ezagutu eta deskribatzea.
D3: Transformazio geometrikoak: Simetria, biraketak eta antzekotasuna.	- 2. Talesen teorema eta ohiko formulak erabiltzea elementu iritsiezinen zeharkako neurketak egiteko eta gorputz oinarrizkoen, bizitza errealetik hartutako adibideen, adierazpen artistikoen (pintura edo arkitektura, adibidez) edo problema geometrikoen ebazpenen luzerak, azalerak eta bolumenak lortzeko. - 3. Mapa edo planoetan emandako irudien dimentsio errealak kalkulatzea (handitzea edo murriztea), eskala jakinda. - 4. Planoko mugimenduaren bidez irudi batetik beste batera eramaten duten eraldaketak ezagutzea, mugimendu horiek aplikatzea eta eguneroko diseinuak, artelanak eta naturan dauden konfigurazioak aztertzea. - 5. Irudi lauen eta poliedroen simetria-zentro, -ardatz eta -planoak identifikatzea.	- 2. Talesen teorema eta ohiko formulak erabiltzea eskura ez dauden elementuen zeharkako neurketak egiteko eta luzerak lortzeko, egiazko bizitzatik hartutako kasuetan, pintura edo arkitektura bezalako arte adierazpenetan edo problema geometrikoen ebazpenean. - 3. Mapa edo planoetako irudien benetako neurriak kalkulatzea (handituz edo txikituz), eskala jakinda. - 4. Planoko mugimenduen bidez irudi batetik beste batera eramaten duten eraldaketak ezagutzea, mugimendu horiek aplikatzea, eta eguneroko diseinuak, artelanak eta naturan dauden konfigurazioak aztertzea.
D4: Trigonometria.	--	--
D5: Teknologia berrien erabilera.	--	--
D6: Aplikazioak eguneroko bizitzan.	- 2. Talesen teorema …, bizitza errealetik hartutako	- 2. Talesen teorema …, egiazko bizitzatik hartutako

	adibideen, adierazpen artistikoen (pintura edo arkitektura, adibidez) … - 4. Planoko mugimenduaren bidez irudi … eguneroko diseinuak, artelanak eta naturan dauden konfigurazioak aztertzea.	kasuetan, pintura edo arkitektura bezalako arte adierazpenetan ...

13. taula: DBHko 3. mailako Matematika irakasgaiko ebaluazio irizpideak.

Deskribatzailea	**Ebaluazio irizpideak: 1. zikloa.** **Plastika, Ikus eta Ikus-entzunezko Hezkuntza**
D1: Neurri-unitateak eta magnitudeak.	- 9. Lerro zuzena eta segmentua argi bereiztea, eta segmentuen neurriak erregelarekin edo konpasa erabiliz hartzea.
D2: Figura geometrikoak planoan eta espazioan.	- 4. Zirkunferentziaren, zirkuluaren eta arkuaren kontzeptuak ezagutzea aisetasunez. - 13. Triangeluen sailkapena ulertzea haien aldeen eta angeluen arabera. - 14. Triangeluak eraikitzea haien datuetako hiru ezagututa (aldeak edo angeluak). - 15. Triangelu batek berezko dituen puntuen eta lerro zuzenen propietateak aztertzea. - 16. Triangelu angeluzuzenen propietate geometrikoak eta matematikoak ezagutzea, eta egoki aplikatzea horiek eraikitzean. - 17. Lauki mota desberdinak ezagutzea. - 18. Paralelogramo ohikoenak eraikitzea. - 19. Poligonoak haien aldeen arabera sailkatzea, eta erregularrak eta irregularrak ezagutzea.
D3: Transformazio geometrikoak: Simetria, biraketak eta antzekotasuna.	- 11. Talesen teoremaren aplikazioak aztertzea. - 26. Simetrien, biraketen eta translazioen kontzeptuak aztertzea eta konposizioak moduluekin diseinatzeko aplikatzea.
D4: Trigonometria.	- 6. Angeluaren eta erdikariaren kontzeptua ezagutzea, bai eta angelu zorrotzen, zuzenen eta kamutsen sailkapena ere. - 7. Angeluen batuketa eta kenketa ikertzea eta neurtzeko modua ulertzea.
D5: Teknologia berrien erabilera.	--

D6: Aplikazioak eguneroko bizitzan	--

14. taula: DBHko lehenengo zikloko Plastika, Ikus eta Ikus-entzunezko Hezkuntza irakasgaiko ebaluazio irizpideak.

Deskribatzailea	**Ebaluazio irizpideak: 4. DBH Akademikoa**	**Ebaluazio irizpideak: 4. DBH Aplikatua**
D1: Neurri-unitateak eta magnitudeak.	- 2. Egoera errealetatik abiatuta magnitudeak kalkulatzea zuzeneko eta zeharkako neurketak eginez, egokienak diren tresna, teknika edo formulak erabiliz eta neurri unitateak aplikatuz.	- 1. Magnitudeak kalkulatzea zuzeneko eta zeharkako neurketak eginez egiazko egoeretatik abiatuta, tresna, teknika edo formula egokienak erabiliz eta, halaber, deskribatutako egoerarako neurketa-unitate egokiena erabiliz.
D2: Figura geometrikoak planoan eta espazioan.	--	- 2. Geometria dinamikoko aplikazio informatikoak erabiltzea gorputz geometrikoak irudikatzeko eta, harekiko elkarreraginaren bidez, propietate geometrikoak egiaztatzeko.
D3: Transformazio geometrikoak: Simetria, biraketak eta antzekotasuna.	--	--
D4: Trigonometria.	- 1. Sistema metriko hirurogeitarraren eta nazioarteko sistema metrikoaren angelu unitateak eta trigonometria elementaleko erlazioak eta arrazoiak erabiltzea testuinguru errealeko problema trigonometrikoak ebazteko.	--
D5: Teknologia berrien erabilera.	--	- 2. Geometria dinamikoko aplikazio informatikoak erabiltzea gorputz geometrikoak irudikatzeko…
D6: Aplikazioak eguneroko bizitzan.	- 1. …. testuinguru errealeko problema trigonometrikoak ebazteko.	- 1. Magnitudeak kalkulatzea zuzeneko eta zeharkako neurketak eginez egiazko

	- 2. Egoera errealetatik abiatuta magnitudeak kalkulatzea …	egoeretatik abiatuta, …

15. taula: DBHko 4. mailako Matematika irakasgaiko ebaluazio irizpideak.

Deskribatzailea	**Ebaluazio irizpideak: 4. DBH. Plastika, Ikus eta Ikus-entzunezko Hezkuntza**
D1: Neurri-unitateak eta magnitudeak.	--
D2: Figura geometrikoak planoan eta espazioan.	- 1. Forma geometriko lauekin egindako diseinuen konfigurazioa aztertzea trazadura geometriko desberdinak dituzten konposizioak sortzeko, horretarako marrazketa teknikoaren materialak zehaztasunez eta garbitasunez erabiliz.
D3: Transformazio geometrikoak: Simetria, biraketak eta antzekotasuna.	--
D4: Trigonometria.	--
D5: Teknologia berrien erabilera.	- 3. Ordenagailu bidezko programa desberdinak erabiltzea trazadura geometrikoak eta pieza sinpleak eraikitzeko irudikapen sistema desberdinetan.
D6: Aplikazioak eguneroko bizitzan.	--

16. taula: DBHko 4. mailako Plastika, Ikus eta Ikus-entzunezko Hezkuntza irakasgaiko ebaluazio irizpideak.

3 Kapitulua

Ariketen, problemen eta galderen ereduak testu-liburuetan eta antzekotasunarekin duten lotura indarrean dagoen curriculumean

Aurreko kapituluetan, Nafarroan indarrean dagoen curriculuma aztertu dugu. 3. kapitulu honetan berriz, testu-liburuetan jarriko dugu arreta. LHko 6. mailatik hasita, 4. DBH arte, ikasmailaz ikasmaila aztertu dira testu-liburu guztiak, hots, gure ikasmaila (2. DBH) baina bi ikasmaila gutxiagotik, gure ikasmaila baino bi ikasturte gehiagora arte.

Testu-liburu horien azterketa egiteko, antzekotasunarekin lotura daukaten jarduera ohikoenak identifikatu eta adibide batzuk jarri dira. Jarduera mota ezberdinen arabera sailkatu dira, ariketa, problema edo galderak diren identifikatuz.

Azpimarratzekoa da, zenbait ikasturtetan ez dela antzekotasunaren kontzeptua jorratzen, edo sarrera txiki bat egiten dela soilik. Ikasmaila horietan, antzekotasuna lantzeko baliagarriak diren beste kontzeptu batzuk identifikatu eta aurkeztu dira. Batez ere, antzekotasunaren baitako jardueren adibideak emango dira, hori baita ikergaia, baina beste deskribatzaileetako adibideren bat ere erakutsiko da.

Aztertutako Matematikako testu-liburu guztiak gaika banatuta daude. DBHko testu-liburu guztiek, hots, Anaya argitaletxekoek, curriculumaren orden bera jarraitzen dute. 6. LHrako aztertutako testu-liburuak aldiz, ez du orden bera jarraitzen, baina hala ere, curriculumeko multzoak errespetatzen ditu, hots, ez du blokeen arteko nahasketarik egiten gai baten barruan. Bestetik, egitura orokorrari dagokionez, aztertutako testu-liburu guztiek lehenik eta behin definizio, azalpen teorikoak eta adibide ebatziak ematen dituzte, eta ondoren, ikasleek ebazteko jarduera ezberdinak proposatzen dira.

Kapitulu honen helburu nagusia da, ikasmaila bakoitzean antzekotasuna nola lantzen den ikustea, hots, jorratzen diren kontzeptuak zeintzuk diren, zenbateko sakontasunarekin lantzen diren eta ariketetan nola azaleratzen den.

Hortaz, bereziki Matematika irakasgaian zentratuko gara, baina horretaz gain, hainbeste sakonduko ez badugu ere, Arte Hezkuntza eta Plastika, Ikus eta Ikus-entzunezko Hezkuntza irakasgaiko jardueren adibideren bat ere jarriko da, antzekotasunaren ikaskuntza prozesu globala aztertu ahal izateko, eta bi irakasgaietan eduki berdinak ikuspegi ezberdinetatik nola lantzen diren ikustarazteko. Arte Hezkuntza zein Plastikako irakasgaietako testu-liburuak gainetik aztertuko dira, izan ere, lan honetan aurkeztuko diren testu-liburuak ikastetxetik hartu baditugu ere, ez dute hauekin bakarrik lan egiten, hots, ikastetxeko irakasleek zenbait liburu ezberdin erabiltzen dituzte jardueren adibide eta ideiak hartzeko, baina haiek sortutako material propioarekin lana egiten dute. Hortaz, aipatuko diren liburuetatik jardueraren bat aukeratuko da ikaskuntza mailako jardueren gisa, baina testu-liburuari bestelako garrantzirik eman gabe.

3.1 Ariketen, problemen eta galderen ereduak 6. LHn

LHko 6. mailako Erein argitaletxeko matematikako testu-liburua (L. Pereda, 2014) erabili da, lehenengo atal honetarako. Liburua, 8 kapitulutan bereizita dago. Kasu honetan, 2. kapitulua - *Gorputz geometrikoak* eta 7. kapitulua - *Irudi geometrikoak* aztertu dira, biak ere, geometriaren multzoan kokatuko dira nagusiki.

Testu-liburu honetan, antzekotasunaren lehenengo ideia bat aurkezten da, baina horri buruzko oso ariketa gutxi daude. Hortaz, antzekotasuna ikasteko baliagarriak izango diren beste jarduera batzuk ere aukeratu dira. Hala nola, magnitudeak, triangeluak eta irudi lauen simetria ardatzak jorratzeko jarduerak daude, eta azkenik, antzekotasunari buruzkoak.

Orokorrean ikus daiteke, jarduerak oso bideratuta daudela, adibidez, bete beharreko hutsuneak edo taulak aurkezten dira, ikasleei egin beharrekora orientatzeko. Bestetik, marrazkiak egin behar dituztenean, lauki-sareak ematen dira, marrazkiak egiten laguntzeko, proportzioak begi-bistaz interpretagarriak izateko eta ondoren kalkuluak errazteko. Normalean, testuingurutik gabeko jarduerak planteatzen dira, bizitza errealera gutxi zuzenduak. Planteatzen den jarduera mota ohikoena ariketak dira, nahiz eta problema eta galdera batzuk ere badauden.

Jarduera mota:	Ariketa	Problema	Galdera	Egoera
Deskribapena: Magnitudeak. Unitate aldaketetan trebatzeko jarduera ohikoa. Unitate aldaketak, luzera, azalera eta bolumenekin. Testuingururik gabeko ariketa (D1).				
Enuntziatua:				


3. Osatu, baliokidetzak kontuan hartuz.

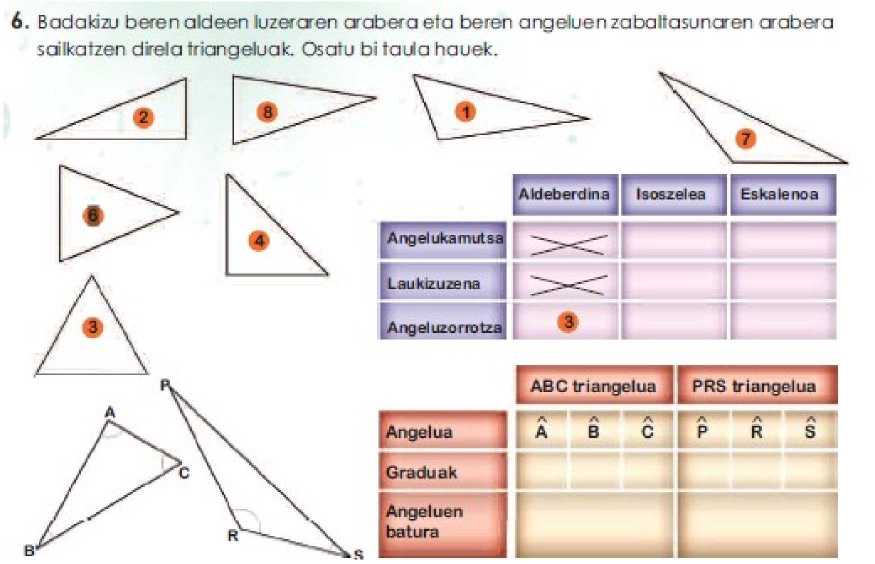
1 dam = ___ m; 1 m = ___ dam; 1 cm = ___ mm; 1 mm = ___ cm; 1 dm = ___ m; 1 m = ___ dm

1 dam² = ___ dm²; 1 dm² = ___ m²; 1 cm² = ___ mm²; 1 mm² = ___ cm²; 1 km² = ___ m²

1 m³ = ___ dm³; 1 dm³ = ___ m³; 1 dm³ = ___ cm³; 1 cm³ = ___ dm³; 1 dm³ = ___ mm³

1. irudia: LH 6. mailako testu-liburuko jarduera, 2. gaia, 42. or.

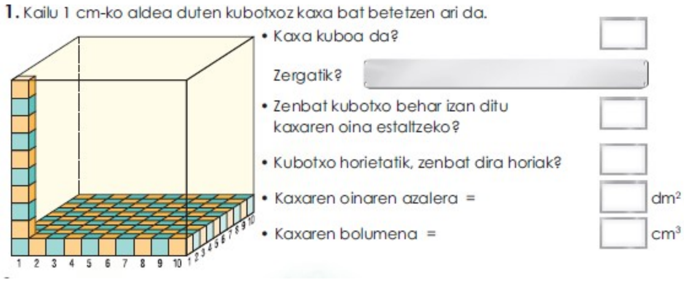
Jarduera mota:	Ariketa	Problema	Galdera	Egoera
Deskribapena: Triangeluen identifikazioa eta sailkapena, aldeen eta angeluen arabera. Jarduera teorikoa (D2).				
Enuntziatua:				


6. Badakizu beren aldeen luzeraren arabera eta beren angeluen zabaltasunaren arabera sailkatzen direla triangeluak. Osatu bi taula hauek.

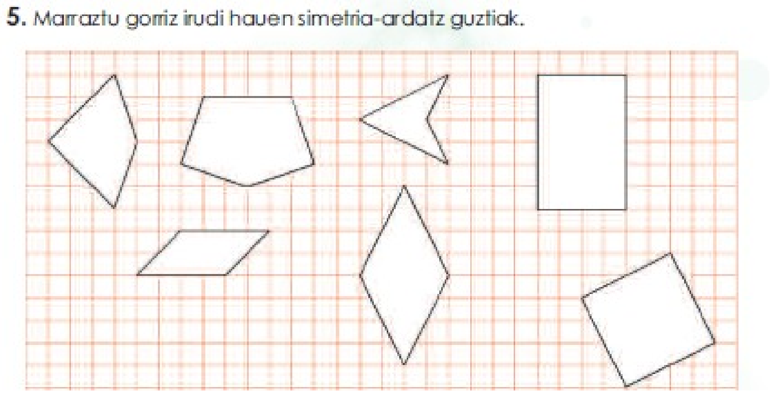
	Aldeberdina	Isoszelea	Eskalenoa
Angelukamutsa	X		
Laukizuzena	X		
Angeluzorrotza	3		

	ABC triangelua			PRS triangelua		
Angelua	$\hat{A}$	$\hat{B}$	$\hat{C}$	$\hat{P}$	$\hat{R}$	$\hat{S}$
Graduak						
Angeluen batura						

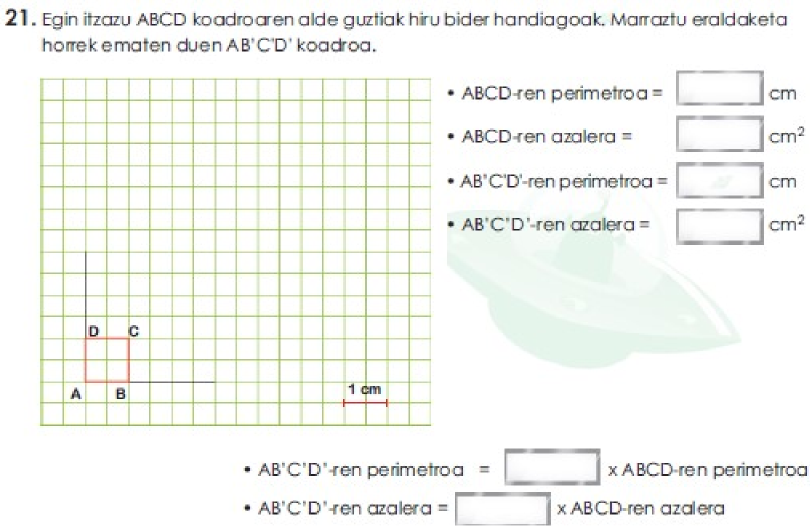
2. irudia: LH 6. mailako testu-liburuko jarduera, 7. gaia, 124. or.

<table>
<tr><td>Jarduera mota:</td><td>Ariketa</td><td>Problema</td><td>Galdera</td><td>Egoera</td></tr>
<tr><td colspan="5">Deskribapena: Azalerak eta bolumenak kalkulatzeko estrategiak planteatzea (D2).</td></tr>
<tr><td colspan="5">Enuntziatua:


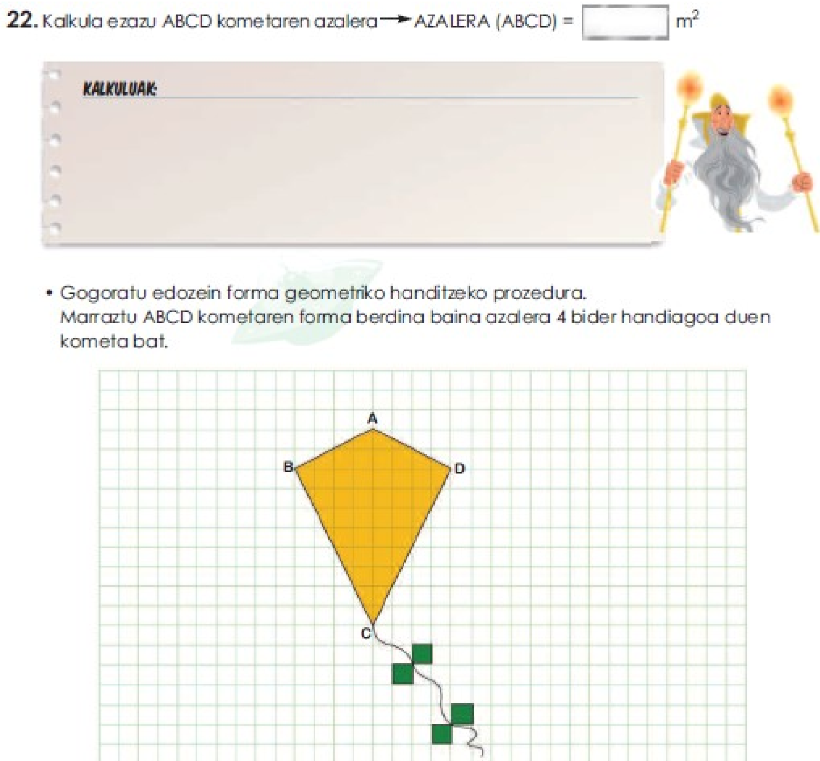
3. irudia: LH 6. mailako testu-liburuko jarduera, 1. gaia, 42. or.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Jarduera mota:</td><td>Ariketa</td><td>Problema</td><td>Galdera</td><td>Egoera</td></tr>
<tr><td colspan="5">Deskribapena: Irudi lauen simetria-ardatzak identifikatzea eta marraztea. Simetriaren lanketaren hasiera. Irudi geometriko oinarrizkoak, kolorerik gabeak, identifikazioa errazteko (D3).</td></tr>
<tr><td colspan="5">Enuntziatua:


4. irudia: LH 6. mailako testu-liburuko jarduera, 7. gaia, 144. or.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Jarduera mota:</td><td>Ariketa</td><td>Problema</td><td>Galdera</td><td>Egoera</td></tr>
<tr><td colspan="5">Deskribapena: Antzeko irudiak eraikitzea, eta antzeko irudiaren luzera eta azalerak kalkulatzea. Irudi geometriko ohikoa, karratua, eta lauki-sarea, marrazkiak egiten laguntzeko eta interpretazioa errazteko (D3).</td></tr>
<tr><td colspan="5">Enuntziatua:


5. irudia: LH 6. mailako testu-liburuko jarduera, 7. gaia, 148. or.</td></tr>
</table>

Jarduera mota:	Ariketa	Problema	Galdera	Egoera
Deskribapena: Antzeko irudiak eraikitzea, oraingoan, irudi konplexuagoak izanik. Antzeko irudiak eraikitzeko prozedura erabiltzea (D3).				
Enuntziatua:  **6. irudia: LH 6. mailako testu-liburuko jarduera, 7. gaia, 149. or.**				

3.2 Ariketen, problemen eta galderen ereduak 6. LHn Arte Hezkuntza irakasgaian

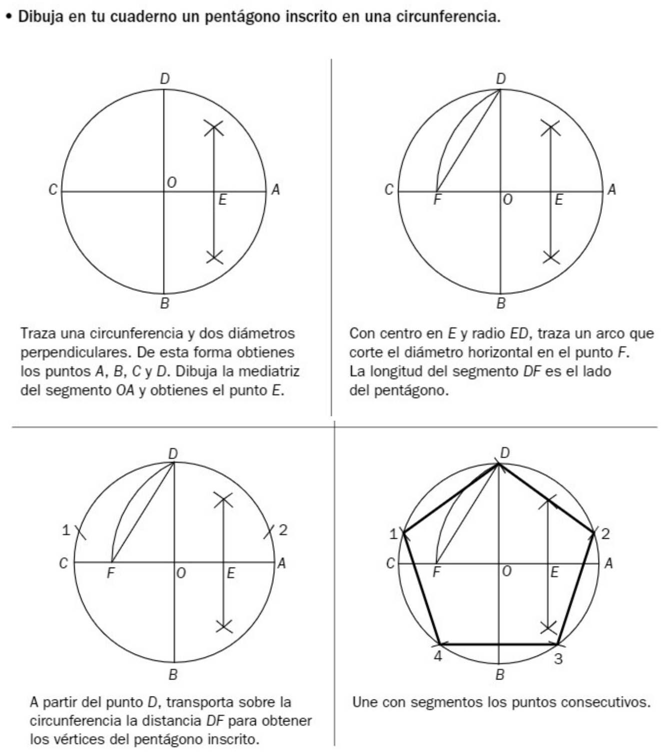
Aztertutako liburua, Santillana argitaletxeko Arte Hezkuntzako testu-liburua da (E. J. Redal, 2009). Bertatik, bi jarduera aukeratu dira, biak ere, Marrazketa Teknikoa atalekoak.

Aipatu beharra dago, testu-liburua gazteleraz dagoela, baina esan bezala, irakasleek materiala prestatzeko eredu gisa erabiltzen denez, ikastetxean, soilik hizkuntza honetan aurkitu ditugu testu-liburuak.

Oro har, aztertutako jarduerak, eskuzko manipulazioan oinarritzen dira. Ikasleek, eskuaira, kartaboia, erregela eta konpasa erabiliz irudiak sortu behar dituzte. Konkretuki, D2 eta D4 deskribatzaileekin erlazionatutako jarduerak aurkitu dira, hots, angeluekin eta irudi lauekin lotutakoak.

Jarduera mota:	Ariketa	Problema	Galdera	Egoera
Deskribapena: Zirkunferentzia batean pentagono inskribatua eraikitzea (D2).				

Enuntziatua:

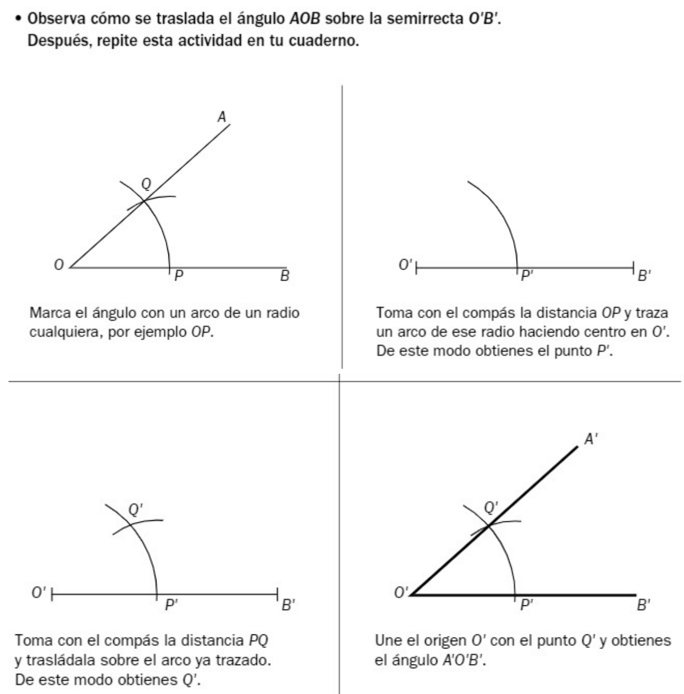


7. irudia: 6. LHko Arte Hezkuntzako testu-liburuko jarduera.

Jarduera mota:	Ariketa	Problema	Galdera	Egoera

Deskribapena: Angeluak konpasaren bitartez garraiatzea (D4).

Enuntziatua:



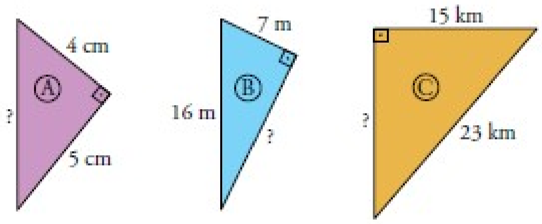
8. irudia: 6. LHko Arte Hezkuntzako testu-liburuko jarduera.

3.3 Ariketen, problemen eta galderen ereduak 1. DBHn

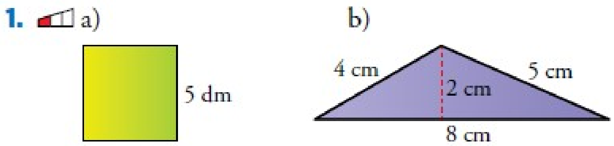
Aztertutako liburua, Lekaroz – Elizondo institutuan erabili ohi den, GRUPO ANAYA S.A argitaletxeko DBH 1. mailako testu-liburua da (J. Colera Jimenez, I. Gaztelu Albero, R. Colera Cañas, 2015). Liburua, 15 gaietan bereizita dago. Kasu honetan, 12. kapitulua - *Irudi geometrikoak* eta 13. kapitulua - *Azalerak eta bolumenak* aztertu dira, biak ere, geometriaren multzoan sailkatuko genituenak.

Ikasmaila honetan, ez da antzekotasunaren kontzeptua lantzen, eta hortaz, etorkizunean antzekotasuna ikasteko baliagarriak izango diren hainbat kontzeptu eta prozedura jorratzeko zenbait ariketa aztertuko dira atal honetan. Ondorengo irudietan ikus daitekeenez, simetriak, irudi geometrikoak eta haien propietateak (bereziki triangeluak), irudi lauen azalera eta perimetroa, eta Pitagorasen Teorema lantzen dira testu-liburu honetan besteak beste.

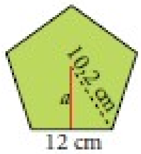
Orokorrean ikus daiteke, testuinguru gutxi daukaten jarduerak planteatzen direla, bizitza errealera gutxi zuzenduak. Planteatzen den jarduera mota ohikoena ariketak dira, nahiz eta problema eta galdera batzuk ere badauden. Marrazkiez asko baliatzen dira, eta datuak normalean marrazkietan ematen dituzte, ulergarritasuna erraztearren. Gainera, aipatu beharra dago, argitaletxe honetako testu-liburuek eskaintzen dituzten baliabide gehigarrien artean, webgunean egiteko jarduerak daudela. Adibideren bat txertatu da.

<table>
<tr><td>Jarduera mota:</td><td>Ariketa</td><td>Problema</td><td>Galdera</td><td>Egoera</td></tr>
<tr><td colspan="5">Deskribapena: Pitagorasen teoremaren aplikazioan trebatzeko ariketa ohikoa. Triangelu zuzenak, neurri unitate ezberdinekin. Marrazkiez baliatzen dira, ikasleak trebatzeko ariketa sinplea baita (D1, D2).</td></tr>
<tr><td>Enuntziatua:</td><td colspan="4">25. Kalkulatu triangelu zuzen hauetako alde ezezagu-na, emaitza hamarrenetara hurbilduz:


9. irudia: 1. DBH testu-liburuko jarduera, 12. gaia, 231. or.</td></tr>
</table>

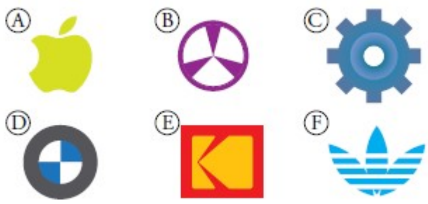
<table>
<tr><td>Jarduera mota:</td><td>Ariketa</td><td>Problema</td><td>Galdera</td><td>Egoera</td></tr>
<tr><td colspan="5">Deskribapena: Irudi geometriko lauen azaleraren eta perimetroaren kalkuluan trebatzeko jarduera ohikoa. Marrazkiez baliatzen dira jarduera eta datuak interpretatzea errazago izan dadin (D2).</td></tr>
<tr><td>Enuntziatua:</td><td colspan="4">Kalkulatu honako ariketa hauetan margoturiko iru-dietako bakoitzaren azalera eta perimetroa:


10. irudia: 1. DBH testu-liburuko jarduera, 13. gaia, 246. or.</td></tr>
</table>

Jarduera mota:	Ariketa	Problema	Galdera	Egoera
Deskribapena: Pitagorasen teoremaren aplikazioa. Irudi geometriko lauetan triangeluak identifikatzea. Marrazkien laguntza interpretazioa errazteko. Gainera, datuak enuntziatuan ematen ditu, baina laguntza gisa, marrazkian ere berriro aurkeztu ditu (D2).				
Enuntziatua:	**28.** Pentagono erregular batek 12 cm-ko aldea du, eta 10,2 cm-ko erradioa. Kalkulatu apotema, zifra hamartar batekin.  **11. irudia: 1. DBH testu-liburuko jarduera, 12. gaia, 231. or.**			

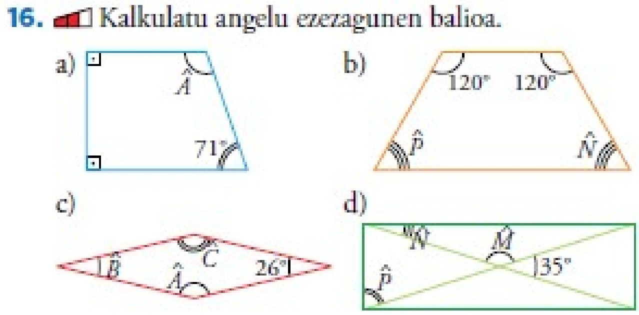
Jarduera mota:	Ariketa	Problema	Galdera	Egoera
Deskribapena: Triangeluen propietateak. Ikasitako teoria aplikatuta, arrazoitzeko jarduera (D2).				
Enuntziatua:	**11.** Zergatik ezin dira eraiki triangelu hauek?: a) 15,3 cm, 8,6 cm eta 5,2 cm-ko aldeak ditu. b) Angeluetako bi 95° eta 88°-koak dira. **12. irudia: 1. DBH testu-liburuko jarduera, 12. gaia, 230. or.**			

Jarduera mota:	Ariketa	Problema	Galdera	Egoera
Deskribapena: Triangeluen propietateak eta triangelu motak. Arrazoitzeko jarduera (D2).				
Enuntziatua:	**1.** Egia ala gezurra? a) Bi angelu zuzen dituen triangelua bizuzena da. b) Triangelu bat eskalenoa eta zuzena izan daiteke. c) Triangelu isoszeleak zorrotzak dira beti. d) Triangelu aldekideak zorrotzak dira beti. e) Zenbat eta handiagoak izan triangelu aldekide baten aldeak, orduan eta handiagoak dira angeluak. **13. irudia: 1. DBH testu-liburuko jarduera, 12. gaia, 216. or.**			

Jarduera mota:	Ariketa	Problema	Galdera	Egoera
Deskribapena: Simetria-ardatzak identifikatzeko ariketa ohikoa. Marrazki sinpleak, ikasleek aurretik ezagutzen dituzten logoak (D3).				
Enuntziatua:	**1.** Adierazi irudi hauen simetria-ardatz guztiak. Bi baino gehiago badaude, kalkulatu zer angelua eratzen duten ondoz ondoko bi ardatzek.  **14. irudia: 1. DBH testu-liburuko jarduera, 12. gaia, 229. or.**			

Jarduera mota:	Ariketa	Problema	Galdera	Egoera
Deskribapena: Irudi geometriko lauetako angelu ezezagunen kalkulua, angeluen propietate eta erlazioetan oinarrituta (D2, D4).				

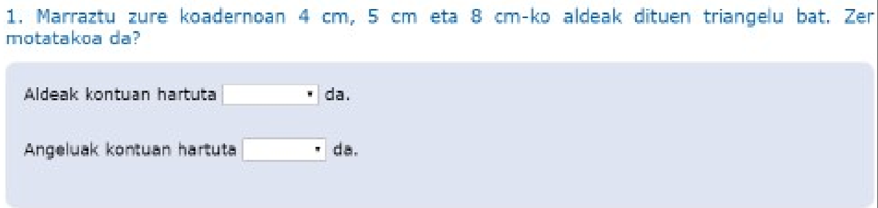
Enuntziatua:



15. irudia: 1. DBH testu-liburuko jarduera, 11. gaia, 208. or.

Jarduera mota:	Ariketa	Problema	Galdera	Egoera
Deskribapena: Triangelu moten identifikazioa, webgunean ordenagailuaren bitartez ebazteko jarduera (D2, D5).				

Enuntziatua:



16. irudia: 1. DBHko testu-liburuko baliabide digitaleko jarduera

3.4 Ariketen, problemen eta galderen ereduak 2. DBHn

Aztertutako liburua, Lekaroz – Elizondo institutuan erabili ohi den GRUPO ANAYA S.A argitaletxeko DBH 2. mailako testu-liburua da (J. Colera Jimenez, I. Gaztelu Albero, R. Colera Cañas, 2016). Liburua, 15 gaietan bereizita dago. Kasu honetan, 10. kapitulua – *Antzekotasuna,* aztertu da, bete betean gure aztergaia baita.

Ikasmaila honetan, antzekotasuna lehenengo aldiz agertzen da curriculumean, eta testu-liburu honetan, gai oso bat eskaintzen zaio. Ondorengo irudietan ikus daitekeenez, antzekotasun-arrazoia, bi irudi antzekoren azaleren eta bolumenen arteko erlazioa, eskalak eta mapak, eta Talesen teorema lantzen dira testu-liburu honetan besteak beste.

Orokorrean ikus daiteke, aurreko ikasmailan baino testuinguru gehiago daukaten jarduerak planteatzen direla, eta zenbait, bizitza errealera aplikagarriak direla. Planteatzen den jarduera mota ohikoena problemak dira, nahiz eta ariketa eta galdera batzuk ere badauden. Marrazkiez asko baliatzen dira, eta datuak askotan marrazkietan ematen dituzte, baina zenbaitetan enuntziatuan ere ematen hasi dira, ikasleek interpretatzen ikasten has daitezen. Oraingoan ere, testu-liburuak eskaintzen duen webgunean egiteko jarduera baten adibidea eman da.

Jarduera mota:	Ariketa	Problema	Galdera	Egoera
Deskribapena: Pitagorasen teoremaren aplikazioa, bizitza errealeko egoera batean aplikatuta (D2, D6).				

Enuntziatua:

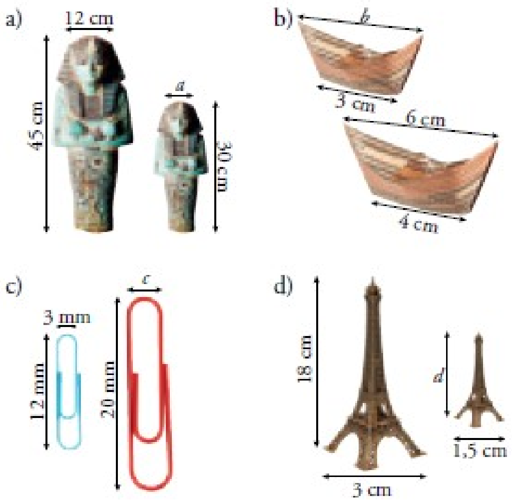
33. 14,5 m-ko altuera duen zutoina hautsi egin da oinarrian eta 10 metroko distantzian dagoen eraikinaren gainean erori da. Zer altueratan jo du eraikina?

17. irudia: 2. DBH testu-liburuko jarduera, 10. gaia, 213. or.

Jarduera mota:	Ariketa	Problema	Galdera	Egoera

Deskribapena: Antzekotasun-arrazoiaren kontzeptua lantzeko eta kalkuluak egiten trebatzeko erabiltzen den ariketa ohikoa. Irudi sinpleak, begi-bistaz irudien antzekotasunaren identifikazioa errazteko (D3).

Enuntziatua:



3. Atal bakoitzean bi irudi antzeko daudela jota, kalkulatu zenbat den lehenengoaren eta bigarren arteko antzekotasun-arrazoia, eta lortu falta diren luzerak.

18. irudia: 2. DBH testu-liburuko jarduera, 10. gaia, 208. or.

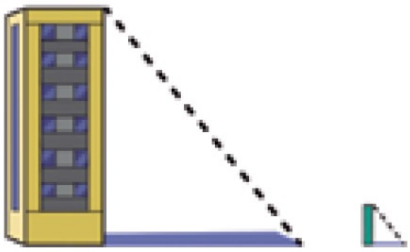
Jarduera mota:	Ariketa	Problema	Galdera	Egoera

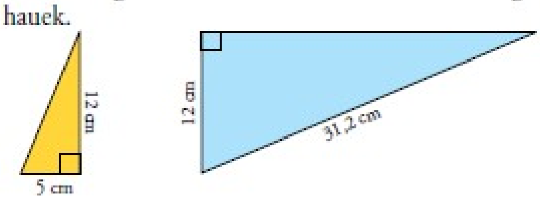
Deskribapena: Bi irudi antzekoren azaleren eta bolumenen arteko erlazioa. Azaleraz (igerilekuaren barrualdea iragaitza bihurtu) eta bolumenaz (urez bete) ari garela identifikatzea. Azalera eta bolumena kalkulatzeko formulen birpasatzea (D2, D3).

<table>
<tr><td>Enuntziatua:</td><td>4. Bi igerileku antzekoak dira. Txikia 15 m luze da eta handia, 30 m luze.
a) Zenbat da antzekotasun-arrazoia?
b) Txikiak 1,40 m-ko sakonera izanez gero, zenbat da nagusiaren sakonera?
c) Txikiaren barrualdea irazgaitz bihurtzeko, 1 650 € ordaindu dira. Zenbat ordaindu beharko da nagusia irazgaitz bihurtzeko?
d) Txikia urez betetzea 235 € kostatzen da. Zenbat kostatuko da handia betetzea?

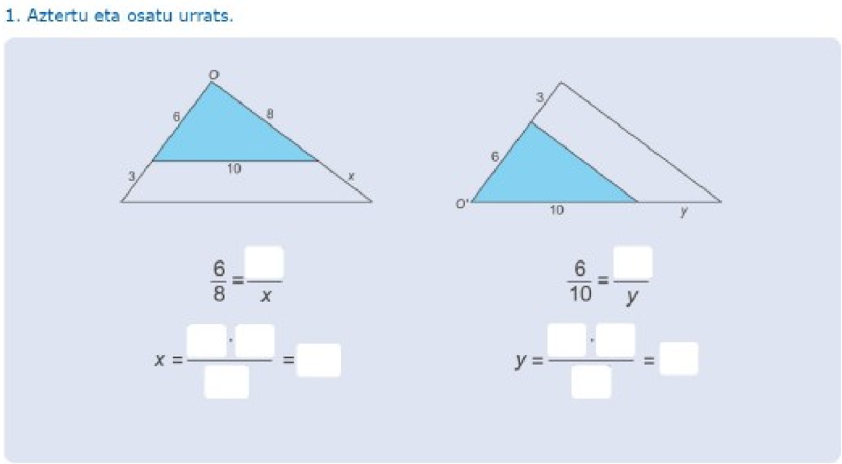
19. irudia: 2. DBH testu-liburuko jarduera, 10. gaia, 197. or.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Jarduera mota:</td><td>Ariketa</td><td>Problema</td><td>Galdera</td><td>Egoera</td></tr>
<tr><td colspan="5">Deskribapena: Eskalak eta mapak. Aplikazioa bizitza errealeko egoeratara (D3, D6).</td></tr>
<tr><td>Enuntziatua:</td><td colspan="4">3. Hegazkin batek Las Palmas Kanaria Handikotik Palma Mallorcakora joan behar du lerro zuzenean. 1:9 000 000 eskalako planoan, 24 cm-ko distantzia dago. Zenbat kilometro egin behar ditu hegazkinak?
20. irudia: 2. DBH testu-liburuko jarduera, 10. gaia, 213. or.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Jarduera mota:</td><td>Ariketa</td><td>Problema</td><td>Galdera</td><td>Egoera</td></tr>
<tr><td colspan="5">Deskribapena: Talesen teoremaren aplikazioa, errealitateko egoera batean (D3, D6).</td></tr>
<tr><td>Enuntziatua:</td><td colspan="4">1. 2 m-ko hesiak 1,25 m-ko itzala proiektatzen du eta, une berean, eraikin batek 49 m-koa proiektatzen du. Kalkulatu zer altuera duen eraikin horrek.

21. irudia: 2. DBH testu-liburuko jarduera, 10. gaia, 206. or.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Jarduera mota:</td><td>Ariketa</td><td>Problema</td><td>Galdera</td><td>Egoera</td></tr>
<tr><td colspan="5">Deskribapena: Talesen teoremaren bitartez erantzuna justifikatzeko jarduera teorikoa. Ondorengo ariketetan teoremaren aplikagarritasuna justifikatzeko (D3).</td></tr>
<tr><td>Enuntziatua:</td><td colspan="4">4. Azaldu zergatik diren antzekoak honako bi triangelu hauek.


22. irudia: 2. DBH testu-liburuko jarduera, 10. gaia, 204. or.</td></tr>
</table>

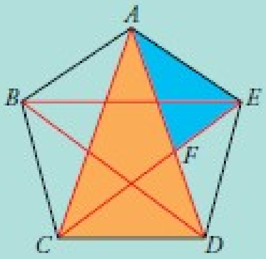
Jarduera mota:	Ariketa	Problema	Galdera	Egoera
Deskribapena: Talesen teoremaren aplikatzeko webgunean ordenagailuaren bitartez ebazteko jarduera praktikoa (D3, D5).				
Enuntziatua:  23. irudia: 2. DBHko testu-liburuko baliabide digitaleko jarduera				

3.5 Ariketen, problemen eta galderen ereduak 3. DBHn

Aztertutako liburua, Lekaroz – Elizondo B.H.I institutuan erabili ohi den GRUPO ANAYA S.A argitaletxeko, DBH 3. mailako Ikasketa Akademikoetara Bideratutako Matematikako testu-liburua da (J. Colera Jimenez, M. J. Oliveira Gonzalez, I. Gaztelu Albero, R. Colera Cañas, 2016). 3. DBHn Ikasketa Akademikoetara zein Aplikatuetara Bideratutako Matematiketako curriculumak aztertu badira ere, kasu honetan soilik Ikasketa Akademikoetako testu-liburua aztertu da, azken finean, ikasmailetan zehar antzekotasunak jardueretan duen bilakaera aztertu nahi baitugu, eta hortaz, Ikasketa Akademikoko testu-liburua aztertzearekin nahikoa izan daiteke ideia orokorra egiteko. Liburua, 15 gaietan bereizita dago. Kasu honetan, 10. kapitulua - *Problema metrikoak planoan* aztertu da, kapitulu honen azpiatal bat antzekotasuna baita. Hala ere, erlazio angeluarrak, Pitagorasen teorema eta irudi lauen azalerak izeneko azpiatalak ere jorratzen dira kapitulu honetan.

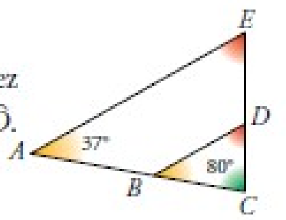
Ikasmaila honetan, aurreko ikasmailan antzekotasunari buruz landutakoaren sakontzea egiten da. Ondorengo irudietan ikus daitekeenez, antzekotasun-arrazoia, triangeluen antzekotasuna, katetoaren teorema eta Talesen teorema lantzen dira testu-liburu honetan besteak beste.

Orokorrean ikus daiteke, aurreko ikasmailan baino testuinguru gutxiago daukaten jarduerak planteatzen direla, eta bizitza errealera ez direla hain aplikagarriak, izan ere, gehiago zentratzen dira irudi geometrikoetan. Geroz eta jarduera gehiago arrazoitzekoak dira. Marrazkiez asko baliatzen dira, eta datuak marrazkietan zein enuntziatuan ematen dituzte. Antzekotasunaren atala, triangeluen antzekotasunera oso zuzenduta dago testu-liburu honetan. Azpimarratzekoa da, zenbait jarduera ebazteko, Talesen zein Pitagorasen teoremak aplikatu behar direla, hots, bi eduki ezberdinak jarduera berean integratzen hasten dira.

<table>
<tr><td>Jarduera mota:</td><td>Ariketa</td><td>Problema</td><td>Galdera</td><td>Egoera</td></tr>
<tr><td colspan="5">Deskribapena: Triangelu antzekoen propietateak aplikatzeko jarduera teorikoa. Triangeluetatik abiatuta, beste irudi geometriko batzuen osaera (D2, D3).</td></tr>
<tr><td colspan="5">Enuntziatua:
ACD eta AFE triangeluen antzekotasuna erabiltzea pentagono baten diagonalaren, d, eta aldearen, l, arteko erlazioa lortzeko.


2. Frogatu goiko pentagonoko ABC eta EFD triangeluak antzekoak direla. Horretan oinarri hartuta, lortu berriz ere zer erlazio dagoen d eta l-ren artean.
24. irudia: 3. DBH Akademikoa testu-liburuko jarduera, 10. gaia, 187. or.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Jarduera mota:</td><td>Ariketa</td><td>Problema</td><td>Galdera</td><td>Egoera</td></tr>
<tr><td colspan="5">Deskribapena: Antzekotasun-arrazoia ezagututa antzeko triangeluetako luzerak kalkulatzea. Marrazkirik gabeko jarduera (D3).</td></tr>
<tr><td colspan="5">Enuntziatua:
7. Bi triangelu, ABC eta $A'B'C'$ antzekoak dira eta 1,2 antzekotasun-arrazoia dute.
Kalkulatu zer neurri duten $A'B'C'$ triangeluaren aldeek, honako hau jakinik:
$\overline{AB} = 16$ cm $\quad \overline{BC} = 25$ cm $\quad \overline{AC} = 39$ cm
25. irudia: 3. DBH Akademikoa testu-liburuko jarduera, 10. gaia, 198. or.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Jarduera mota:</td><td>Ariketa</td><td>Problema</td><td>Galdera</td><td>Egoera</td></tr>
<tr><td colspan="5">Deskribapena: Talesen teoremarekin trebatzeko ariketa ohikoa. Aurreko ikasmailan ere horrelakoak lantzen dira, baina oraingoan, datuak marrazkian eman beharrean enuntziatuan ematen dira (D3).</td></tr>
<tr><td colspan="5">Enuntziatua:
9. BD eta AE paraleloak izan eta $\overline{AC} = 15$ cm, $\overline{CE} = 11$ cm, $\overline{BD} = 6{,}4$ cm, $\overline{AE} = 18$ cm izanez gero:
a) Kalkulatu $\overline{CD}$ eta $\overline{BC}$.
b) $\hat{A} = 37°$ eta $\hat{C} = 80°$ izanez gero, kalkulatu $\hat{E}$, $\hat{B}$ eta $\hat{D}$.


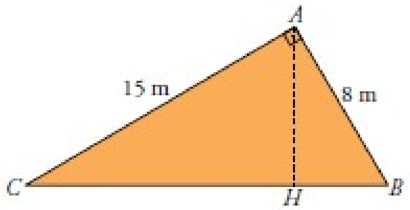
26. irudia: 3. DBH Akademikoa testu-liburuko jarduera, 10. gaia, 198. or.</td></tr>
</table>

Jarduera mota:	Ariketa	Problema	Galdera	Egoera

Deskribapena: Katetoaren teoremaren aplikazioa ariketa teoriko - praktiko batean (D3).

Enuntziatua:

30. ABC triangelua zuzena da eta AH, hipotenusaren gaineko altuera.



a) Frogatu ABH eta AHC triangeluak antzekoak direla.

b) Kalkulatu zenbat diren $\overline{BH}$ eta $\overline{HC}$ luzerak.

27. irudia: 3. DBH Akademikoa testu-liburuko jarduera, 10. gaia, 201. or.

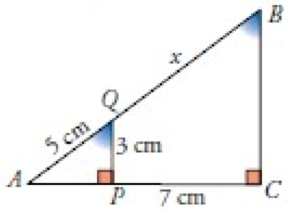
Jarduera mota:	Ariketa	Problema	Galdera	Egoera

Deskribapena: Talesen teoremarekin eta Pitagorasen teoremarekin trebatzeko ariketa ohikoa. Talesen teoremaren aplikazioa ariketa teoriko - praktiko batean (D2, D3).

Enuntziatua:

31. a) Zergatik dira antzekoak APQ eta ACB triangeluak?

b) Kalkulatu $x = \overline{BQ}$.



28. irudia: 3. DBH Akademikoa testu-liburuko jarduera, 10. gaia, 201. or.

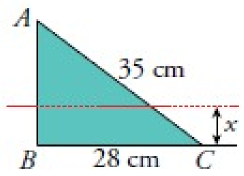
Jarduera mota:	Ariketa	Problema	Galdera	Egoera

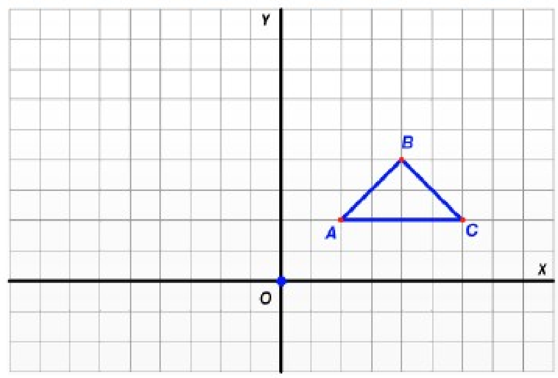
Deskribapena: Talesen teorema aplikatzeko jarduera mota ohikoa. Bizitza errealeko egoera batean aplikatua. Datuak enuntziatuan ematen dira, interpretazioa bultatzen (D3, D6).

Enuntziatua:

42. Zer altuera du putzuak honako hau jakinik?: 1,5 m zabal da eta, ertzetik 0,5 m urrunduta, 1,7 m-ko altueratik, begi-lerroak putzuaren ertza hondoko lerroarekin lotzen du.

29. irudia: 3. DBH Akademikoa testu-liburuko jarduera, 10. gaia, 202. or.

Jarduera mota:	Ariketa	Problema	Galdera	Egoera
Deskribapena: Talesen teorema eta Pitagorasen teorema nahasten dituen jarduera (D2, D3).				
Enuntziatua:	**2.** Zer altueratan, x, ebaki behar da ABC triangelua hipotenusa zazpi zentimetro txikiago izan dadin?  30. irudia: 3. DBH Akademikoa testu-liburuko jarduera, 10. gaia, 205. or.			

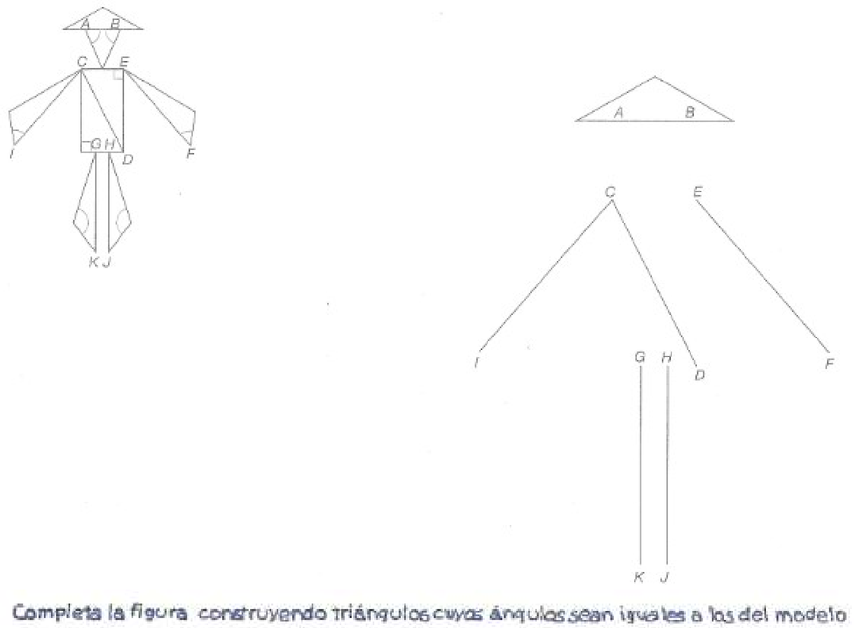
Jarduera mota:	Ariketa	Problema	Galdera	Egoera
Deskribapena: Biraketak, webgunean ordenagailuaren bitartez irudikatzeko jarduera (D3, D5).				
Enuntziatua:	Ezarri O zentroa eta α = 90° angelua duen bira bat ABC triangeluari.  Egiaztatu zure soluzioa geuk ematen dizugunarekin. **31. irudia: 3. DBH Akademikoa testu-liburuko webguneko jarduera.**			

3.6 Ariketen, problemen eta galderen ereduak DBHko 1. zikloan Plastika, Ikus- eta Ikus-entzunezko Hezkuntza irakasgaian

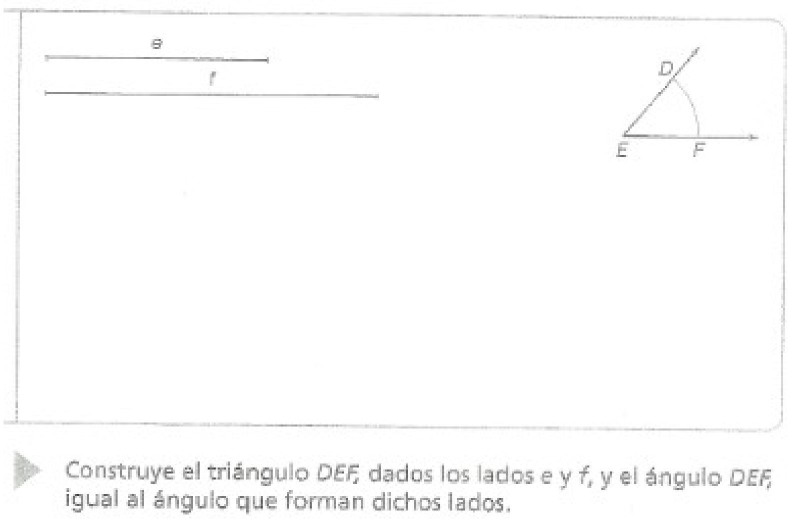
Aztertutako liburua, DBHko lehenengo zikloko Plastika, Ikus- eta Ikus-entzunezko Hezkuntza irakasgaiko Santillana argitaletxeko testu-liburua da (T. Grence, 2015). Bi liburutan banatuta dago, zailtasun mailaren arabera. Lehenengo liburua, I. maila gisa zehaztutakoa, 7 gaietan bereizita dago. Kasu honetan, testu-liburu honetako bi jarduera aukeratu dira. Lehenengoa, 3. kapituluaren baitan dago, *Angeluak* izenekoa da, eta bigarrena, 4. kapituluan, *Triangeluak* izenekoan. Bigarren liburua berriz, II. maila gisa izendatutakoa, 7 gaietan banatuta dago ere. Bereziki, 1. kapituluan, *Eskuairaren erabilera*, eta 5. kapituluan, *Eskalen erabilera,* zehazten diren jarduerak aukeratu dira.

Esan berri den bezala, bi testu-liburuz osatuta dago, bakoitzak zailtasun maila bat zehazten duelarik. Izan ere, irakasgai hau hautazkoa da, eta 1. DBH, 2. DBH zein 3. DBHn aukera daiteke. Hortaz, irakasleak bi testu-liburu horietan oinarrituta, ikasmailara moldatu behar dira.

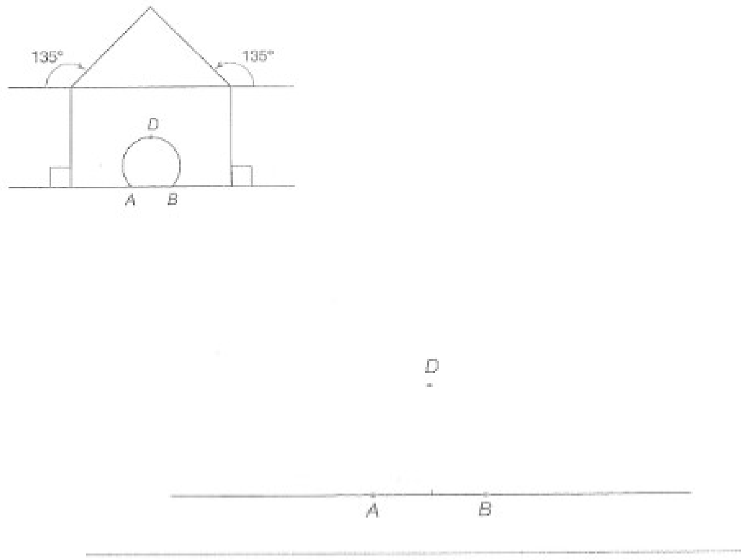
Orokorrean jarduerak eskuzko manipulazioan oinarritzen dira. Ikasleek eskuaira, kartaboia, erregela eta konpasa erabiliz irudiak sortu, eraldatu eta manipulatu behar dituzte. Hala ere, edukiari dagokionez, Matematikako eduki berdinak direla azpimarratu beharra dago. Kasu honetan, D2, D3 eta D4 deskribatzaileekin lotutako jarduerak aurkitu dira bereziki.

<table>
<tr><td>Jarduera mota:</td><td>Ariketa</td><td>Problema</td><td>Galdera</td><td>Egoera</td></tr>
<tr><td colspan="5">Deskribapena: Antzeko irudiak osatzea, angeluak berdinak direla jakinik (D3, D4).</td></tr>
<tr><td colspan="5">Enuntziatua:


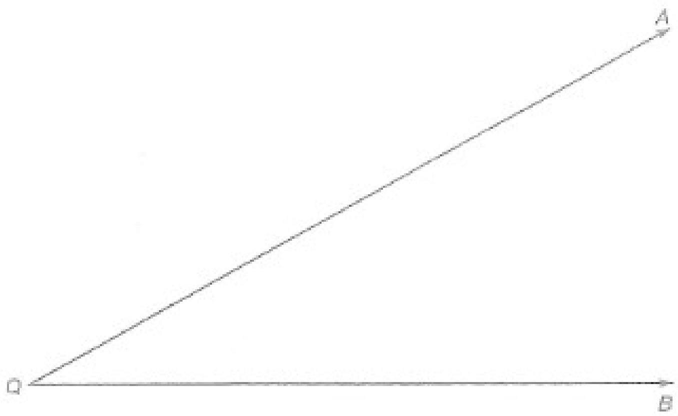
32. irudia: I. maila testu-liburuko 3. kapituluko jarduera.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Jarduera mota:</td><td>Ariketa</td><td>Problema</td><td>Galdera</td><td>Egoera</td></tr>
<tr><td colspan="5">Deskribapena: Bi aldeen luzera eta angelu bat ezagututa, triangelu baten osaera (D2).</td></tr>
<tr><td colspan="5">Enuntziatua:


33. irudia: I. maila testu-liburuko 4. kapituluko jarduera.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Jarduera mota:</td><td>Ariketa</td><td>Problema</td><td>Galdera</td><td>Egoera</td></tr>
<tr><td colspan="5">Deskribapena: Antzeko irudiak eraikitzea, angeluak berdinak direla eta luzeren antzekotasun-arrazoia erabilita (D3).</td></tr>
<tr><td colspan="5">Enuntziatua:


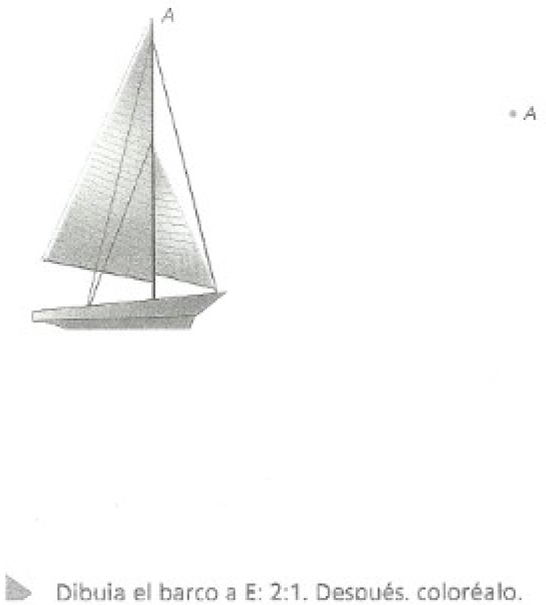
Utiliza la escuadra y el cartabón para realizar la construcción geométrica que se indica, a partir de la recta AB y del punto D.
34. irudia: II. maila testu-liburuko 1. kapituluko jarduera.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Jarduera mota:</td><td>Ariketa</td><td>Problema</td><td>Galdera</td><td>Egoera</td></tr>
<tr><td colspan="5">Deskribapena: Talesen teoremaren aplikazioa (D3).</td></tr>
<tr><td colspan="5">Enuntziatua:


Traza un segmento que sea proporcional a otro cuya medida es 3 cm y que esté a E: 3:2, a partir del punto Q y las semirrectas QA y QB
35. irudia: II. maila testu-liburuko 5. kapituluko jarduera.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Jarduera mota:</td><td>Ariketa</td><td>Problema</td><td>Galdera</td><td>Egoera</td></tr>
<tr><td colspan="5">Deskribapena: Antzeko irudiak osatzea eskalak erabilita (D3).</td></tr>
</table>

Enuntziatua:



36. irudia: II. maila testu-liburuko 5. kapituluko jarduera.

3.7 Ariketen, problemen eta galderen ereduak 4. DBHn

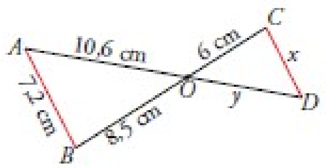
Aztertutako liburua, Lekaroz – Elizondo institutuan erabili ohi den GRUPO ANAYA S.A argitaletxeko, DBH 4. mailako Ikasketa Akademikoetara Bideratutako Matematikako testu-liburua da (J. Colera Jimenez, M. J. Oliveira Gonzalez, I. Gaztelu Albero, R. Colera Cañas, 2016). 3. DBHrako egin den bezala, kasu honetan ere ez dira aztertu Ikasketa Aplikatuetara Bideratutako Matematikako testu-liburuko jarduerak. Aurrekoan esan bezala, soilik Ikasketa Akademikoetako testu-liburua aztertu da, ikasmailetan zehar antzekotasunak jardueretan duen bilakaeraren analisia egin nahi baitugu, eta hori argiago erakusteko, ikasmaila bakoitzeko, soilik ereduzko irakasgai bat aztertzea erabaki da. Liburua, 12 gaietan bereizita dago. Kasu honetan, 6. kapitulua - *Antzekotasuna. Erabilerak* aztertu da, kapitulu hau bete betean gure aztergaian zentratzen baita.

Ikasmaila honetan, aurreko bi ikasmailetan antzekotasunari buruz landutakoaren sakontzea egiten da. Ondorengo irudietan ikus daitekeenez, antzekotasun-arrazoia, eskalak eta mapak, triangeluen antzekotasuna, antzekotasuna 3 dimentsioko gorputz geometrikoetan eta Talesen teorema lantzen dira testu-liburu honetan besteak beste.

Orokorrean ikus daiteke, oso jarduera gutxik daukatela testuingurua, eta bizitza errealera aplikagarritasuna ikustea zaila dela. Izan ere, gehiago zentratzen dira irudi eta gorputz geometrikoetan, eta haien propietateen lanketan. Geroz eta jarduera teorikoagoak dira, gehiago arrazoitu beharrekoak. Marrazkiak geroz eta urriagoak dira, eta normalean, enuntziatuan ematen dituzte datuak. Hala ere, batez ere bolumena duten gorputz geometrikoak dauden jardueretan marrazkiak ematen dira, hori ere nahiko berria den kontzeptua baita. Azpimarratzekoa da, ikasmaila honetan geometriaren ikuspegi orokorrago bat dagoela. Adibidez, antzekotasunari buruzko jarduerak ebazteko, azalera eta bolumena, Pitagorasen teorema eta gorputz geometrikoen propietateak ezagutzea beharrezkoa da.

<table>
<tr><td>Jarduera mota:</td><td>Ariketa</td><td>Problema</td><td>Galdera</td><td>Egoera</td></tr>
<tr><td colspan="5">Deskribapena: Eskalekin trebatzeko ariketa, luzera, azalera eta bolumenekin (D3).</td></tr>
<tr><td>Enuntziatua:</td><td colspan="4">8. Maketa bat 1:250 eskalan eginda dago. Kalkulatu:
a) Maketan 6 cm-ko altuera eta 4 cm-ko diametroa duen dorre zilindriko baten neurriak.
b) Maketan 40 cm^2-ko azalera duen lorategi baten azalera.
c) Maketan 20 cm^3 ur hartzen dituen igerilekuaren bolumena.

37. irudia: 4. DBH Akademikoa testu-liburuko jarduera, 6. gaia, 135. or.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Jarduera mota:</td><td>Ariketa</td><td>Problema</td><td>Galdera</td><td>Egoera</td></tr>
<tr><td colspan="5">Deskribapena: Triangeluen antzekotasuna lantzeko jarduera. Ikasitakoa praktikan jartzeko, teoriaren bidezko justifikazioaren beharra (D3).</td></tr>
<tr><td>Enuntziatua:</td><td colspan="4">14. Aztertu irudi hau: AB eta CD zuzenkiak paraleloak dira.


a) Esan zergatik diren antzekoak AOB eta ODC triangeluak.
b) Kalkulatu x eta y.

38. irudia: 4. DBH Akademikoa testu-liburuko jarduera, 6. gaia, 136. or.</td></tr>
</table>

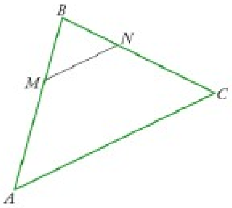
<table>
<tr><td>Jarduera mota:</td><td>Ariketa</td><td>Problema</td><td>Galdera</td><td>Egoera</td></tr>
<tr><td colspan="5">Deskribapena: Antzekotasun-arrazoia lantzeko jarduera. Aurreko gaian ikasitako perimetroa kontzeptua gogoraraziz (D2, D3).</td></tr>
<tr><td>Enuntziatua:</td><td colspan="4">30. ABC eta PQR triangeluak antzekoak dira. Lehenengoaren aldeak 24 m, 28 m eta 34 m-koak dira.
Kalkulatu bigarren triangeluaren aldeen luzera, perimetroa 129 m-koa duela jakinda.

39. irudia: 4. DBH Akademikoa testu-liburuko jarduera, 6. gaia, 137. or.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Jarduera mota:</td><td>Ariketa</td><td>Problema</td><td>Galdera</td><td>Egoera</td></tr>
<tr><td colspan="5">Deskribapena: Talesen erabilera justifikatzeko eta trebatzeko webguneko ordenagailuko jarduera (D3, D5).</td></tr>
</table>

Enuntziatua:

ABC triangeluan $\overline{AB} = 22$ cm. $\overline{AC}$ -rekiko paralelo bat marraztu diogu A erpinetik 14cm -ra, eta $\overline{MN} = 10$ cm lortu dugu.



a) Esan zergatik diren MBN eta ABC *triangeluak antzekoak.*

MBN eta ABC triangeluek bat ______ dute, $\hat{B}$, eta angelu horren aurrez aurreko ______ ______ dira. ______ posizioan daude.

b) Kalkulatu $\overline{AC}$.

$\overline{AC} =$ ______ cm

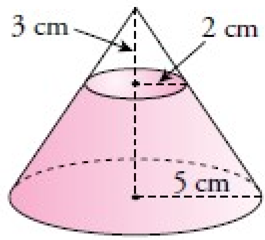
40. irudia: 4. DBH Akademikoa testu-liburuko webguneko jarduera.

Jarduera mota:	Ariketa	Problema	Galdera	Egoera

Deskribapena: Antzeko irudien identifikazioa, 3 dimentsiotako gorputzak erabiliz. Gainera, beste gai eta ikasturte batzuetan ikasitako formulen aplikazioa, konoaren bolumena kalkulatzeko (D2, D3).

Enuntziatua:

34. 5 cm-ko erradioa duen kono batean, 2 cm-ko erradioa eta 3 cm-ko altuera duen beste kono bat ebaki dugu. Kalkulatu kono handiaren bolumena.



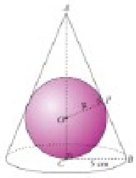
41. irudia: 4. DBH Akademikoa testu-liburuko jarduera, 6. gaia, 137. or.

Jarduera mota:	Ariketa	Problema	Galdera	Egoera

Deskribapena: Antzeko irudien identifikazioa, 3 dimentsiotako gorputzetan. Gainera, beste gai eta ikasturte batzuetan ikasitako formulen aplikazioa. Webgunean ordenagailuaren bitartez ebazteko jarduera (D2, D3, D5).

Enuntziatua:

5 cm-ko erradioa eta 12 cm-ko altuera duen kono batean esfera bat dago inskribatuta. Kalkulatu erradioa. (Biribildu hamarren).



- ACB eta APO triangeluak [|], zuzenak direlako eta angelu zorrotz bat berdina duelako, el $\hat{A}$.
- Antzekoak direnez: $\dfrac{APO\text{ -ren hipotenusa}}{ACB\text{ -ren hipotenusa}} = \dfrac{APO\text{ -ren kateto txikia}}{ACB\text{ -ren kateto txikia}}$
- $\overline{AB} =$ [ ] cm
- Kontuan izan $\overline{AO} = \overline{AC} - R$ dela.
- $\dfrac{\square - R}{\square} = \dfrac{R}{\square} \rightarrow R =$ [ ] cm

42. irudia: 4. DBH Akademikoa testu-liburuko webguneko jarduera.

Jarduera mota:	Ariketa	Problema	Galdera	Egoera

Deskribapena: Triangeluen antzekotasun irizpideei buruzko jarduera teorikoa. Beste jardueretan aplikatzen diren prozeduren justifikazioa (D3).

Enuntziatua:

52. Arrazoitu zer kasutan ziurtatu dezakegun ABC eta $A'B'C'$ triangeluak antzekoak direla:

a) $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}$, $\hat{C} = \hat{C}'$ b) $\dfrac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}}$, $\hat{A} = \hat{A}'$

c) $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} \neq \dfrac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}$, $\hat{B} = \hat{B}'$ d) $\hat{A} = \hat{A}'$, $\hat{B} = \hat{B}'$

43. irudia: 4. DBH Akademikoa testu-liburuko jarduera, 6. gaia, 139. or.

Jarduera mota:	Ariketa	Problema	Galdera	Egoera

Deskribapena: Erlazio trigonometrikoak aplikatzeko jarduera (D4).

Enuntziatua:

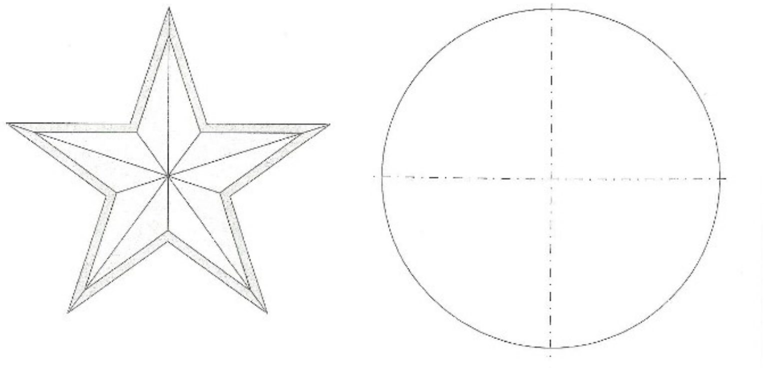
3. $tg\,45° = 1$ dela kontuan hartuz, esan zein diren $sin\,45°$-ren eta $cos\,45°$-ren balioak, oinarrizko erlazioak ezarriz.

44. irudia: 4. DBH Akademikoa testu-liburuko jarduera, 7. gaia, 147. or.

3.8 Ariketen, problemen eta galderen ereduak 4. DBHn Plastika, Ikus- eta Ikus-entzunezko Hezkuntza irakasgaian

Aztertutako liburua, Lekaroz – Elizondo institutuan utzitako 4. DBHko Plastika, Ikus- eta Ikus-entzunezko Hezkuntza irakasgaiko Donostiarra argitaletxeko (A. Paniego, J. de Acinas, 1999) testu-liburua da.

DBHko lehen zikloan Plastika, Ikus- eta Ikus-entzunezko irakasgairako esan dugun bezala, honakoan ere, orokorrean jarduerak eskuzko manipulazioan oinarritzen dira. Ikasleek eskuaira, kartaboia, erregela eta konpasa erabiliz irudiak sortu, eraldatu eta manipulatu behar dituzte. Gainera, ikasleen irudimenari tokia uzten zaio jarduera hauetan, hala nola, sortutako erreprodukzioak koloreztatzerakoan. Ikuspegi ezberdin batetik jarduten bada ere, edukiari dagokionez, Matematikako eduki berdinak direla azpimarratu beharra dago. Bereziki, D2 eta D3 deskribatzaileekin lotutako jarduerak aurkitu dira. Esan beharra dago, Arte Hezkuntza eta Plastika, Ikus- eta Ikus-entzunezko Hezkuntzan aurkitutako jarduera mota guztiak ariketak izan direla.

Jarduera mota:	Ariketa	Problema	Galdera	Egoera
Deskribapena: Izar itxurako poligonoak erreproduzitzeko jarduera (D2).				
Enuntziatua:  Emaniko poligono izartu horiek interpretatu eta marraz itzazu. Koloreak erabiltzea gomendatzen dizugu. **45. irudia: I. maila testu-liburuko 4. kapituluko jarduera**				

Jarduera mota:	Ariketa	Problema	Galdera	Egoera
Deskribapena: Plano bat emanik, eskala egokia aukeratu eta planoa tamaina handiago batean erreproduzitzea (D3).				
Enuntziatua: Etxebizitza baten banaketa azaltzen du irudiak. Orrialdeari dagokion eskala egoki batean, azal ezazu zeure etxebizitzaren planoa, arkitektura elementuak (tabikeak, ateak, leihoak,...) eta altzarien banaketa aurkeztuz.  **46. irudia: 4. DBHko testu-liburuko jarduera.**				

4 Kapitulua
Emaitzak

Nafarroako LHko eta DBHko curriculumak eta testu-liburuak aztertu ondotik, laugarren kapitulu honetan, horien arteko konparaketa egin da, ausentziak, presentziak eta bien arteko koherentzia ikertzeko helburuarekin. Analisi hau, aurreko kapituluetan bezala, LHko azken ikasmailarako eta DBHko ikasmaila guztietarako egin da.

4.1 Ausentziak eta presentziak curriculumean eta testu-liburuetan

Atal hau, bi azpiataletan banatuta dago, izan ere, curriculuma eta testu-liburua independenteki aztertu dira.

Azpimarratu beharra dago, atal hau osatzeko, soilik Matematika irakasgaietako curriculumetan jarri dela arreta, hots, Arte Hezkuntza eta Plastika, Ikus- eta Ikus-entzunezko Hezkuntza irakasgaiak ez dira kontuan hartu.

4.1.1 Ausentziak eta presentziak curriculumean

Lehenengo kapituluan definitutako deskribatzaile bakoitzaren ikasmailaz ikasmailako bilakaeraren azterketa egin da, hau da, ikasmaila bakoitzean zein deskribatzaileri ematen zaion garrantzia nagusia, zein ikasmailatan lantzen diren eta zeinetan ez etab. ikaskuntza prozesuan, geometriak daukan bilakaera ondorioztatzeko xedearekin.

D1 - Neurri-unitateak eta magnitudeak

Lehenengo deskribatzaileak, pisu handia dauka LHn, eta ikus daiteke 6. mailan deskribatzaile horrekin lotutako edukiak zehazten direla curriculumean. Are gehiago, LHko curriculumean, berariazko bloke bat dago *Neurriak* izenekoa. Aldiz, DBHn, ez da deskribatzaile honekin erlazionatutako edukirik zehazten, ikasleek aurretik dituzten jakintzak direla suposatzen baita. Ondorioz, ondoko ikasmailetan erabiliko diren, baina erakutsiko ez diren edukiak dira.

D2 - Figura geometrikoak planoan eta espazioan

Bigarrena, 6. LHn eta DBHko lehenengo eta bigarren mailetan, garrantzia handiko deskribatzailea da. Ikasmaila guzti horietan, geometriaren ataleko pisu nagusia, irudi eta gorputz geometrikoen identifikazioan eta propietateetan, azalera eta perimetroan eta Pitagorasen teoreman oinarritzen da. Aldiz, 3. DBHn, Ikasketa Akademikotara Bideratutako Matematikan, deskribatzaile honekin lotutako edukiren bat zehazten da, baina Ikasketa Aplikatutara Bideratutako Matematikan eta 4. DBH guztian berriz, ez da erlazionatutako edukirik zehazten.

D3 - Transformazio geometrikoak: Simetria, biraketak eta antzekotasuna

Hirugarren deskribatzaileari, LHn oso eduki gutxi eskaintzen zaizkio curriculumean. Aztertutako ikasmaila horretan, eskalekin eta simetriarekin zerikusia daukaten lehenengo kontzeptuak lantzen hasten dira ikasleak, baina ez da garrantzia berezia daukan edukia. 1. DBHn ez dago deskribatzaile honekin lotutako edukirik. Soilik portzentajearekin lotutako edukiak lantzen dira, antzekotasuna ikasteko baliagarria den kontzeptua, baina transformazio geometrikoekin zuzenean lotura daukaten kontzeptuak ez dira jorratzen. 2. DBHn, hots, memoria honen lanaren xede den kurtsoan, antzekotasuna eta eskalak bete betean definitzen dira ikasi beharreko edukien artean. 3. DBHn, Ikasketa Akademikotara zein Aplikatutara Bideratutako Matematikan, transformazio geometrikoekin zerikusia daukaten edukiak lantzen dira, planoko translazio, simetria eta biraketak, eta bereziki antzekotasunaren kasuan, Talesen teorema eduki gisa zehazten da lehenengo aldiz curriculumean. 4. DBH guztian ere, antzekotasuna jorratzen da, aurretik ikasitakoaz gain ezer berririk aipatu gabe, antzeko gorputzen luzera, azalera eta bolumenen arteko arrazoia landu behar direla zehazten da.

D4 - Trigonometria

Laugarren deskribatzailea, ikasmaila konkretu batzuetan lantzen da: 1. DBHn eta 4. DBH Akademikoan. Hala ere, soilik 4. DBH Akademikoan jorratzen da bete betean trigonometria. Aipatutako aurreko ikasmaila horretan, soilik angeluen zenbait propietate zehazten dira, ondoren trigonometriaren gaia sakonki lantzean baliagarriak izango direnak.

D5 - Teknologia berrien erabilera

Bosgarren deskribatzailea, edukien artean aurki dezakegu DBH guztian, 3. DBH Aplikatuan izan ezik. Bestetik, 6. LHn ez da aipatzen teknologia berriei buruzko edukirik. Deskribatzaile honi buruzko aipamena egiten den ikasmaila guztietan, oso orokorki deskribatzen da landu beharreko edukia, geometriaren ikaskuntzan, tresna informatikoak erabiltzea azpimarratzen da oro har.

D6 - Aplikazioak eguneroko bizitzan

Azkenik, seigarren deskribatzailea, 1. eta 3. DBHz gain, gainontzeko ikasmaila guztietan aipatzen da. Hala ere, ikasmaila bakoitzean, eduki ezberdin baten aplikazioari buruzkoa da aipamena: 6. LHn bolumenen neurketa; 2. DBHn poliedroen luzera, azalera eta bolumenen kalkulua; 4. DBH Akademikoan ezagutza trigonometrikoak eta 4. DBH Aplikatuan eduki orokorragoa, problema geometrikoen ebazpena. Orokorrean, ikasmaila bakoitzean berria den eduki baten inguruan aritzen da deskribatzaile hau.

Geometriako atal ezberdinetan arreta jarriz gero, hots, D1, D2, D3 eta D4 deskribatzaileetan, ohartuko gara geometriaren bilakaera bat dagoela ikasmailak pasatu ahala. Izan ere, hasierako mailetan lehenengo deskribatzaileei ematen zaie pisu gehien eta ikasmailetan aurrera joan ahala, garrantzia nagusia azkenek daukate. Lehenengo deskribatzaileak, matematikan oinarrizkoak diren kontzeptuetara zuzenduta daude. Aldiz, D3 eta D4 deskribatzaileak zailtasun matematiko gehiago suposatzen dute, eta sakontasun gehiago duten kontzeptuak jorratzen dituzte. Gainera, azken deskribatzaileetako edukiak ulertu ahal izateko, lehenengo bi deskribatzaileetako edukiak aurretik jakitea nahitaezkoa da. Berdina gertatzen da soilik D1 eta D2n zentratuz gero. D2a landu ahal izateko, hots irudi lauak, azalerak, bolumenak etab. beharrezkoa da aitzitik neurri-unitateak eta magnitudeak ezagutzea (D1). Hori ulertuta, deskribatzaileen joera uler daiteke, lehenengo ikasmailetan oinarrizko edukiak indartu, eta hurrengoetan horietan oinarrituta, eduki berrietan sakontzen jarraitzea. Ondoko taulan, ikasmaila bakoitzean edukietan pisu gehien daukaten deskribatzaileak nabarmendu dira, eta argi eta garbi ikus daiteke bere joera.

<table>
<tr><th colspan="2">Ikasmaila</th><th colspan="4">Deskribatzailea</th></tr>
<tr><td colspan="2">6.maila</td><td>D1</td><td>D2</td><td>D3</td><td>D4</td></tr>
<tr><td colspan="2">1 DBH</td><td>D1</td><td>D2</td><td>D3</td><td>D4</td></tr>
<tr><td colspan="2">2. DBH</td><td>D1</td><td>D2</td><td>D3</td><td>D4</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3. DBH</td><td>Akademikoa</td><td>D1</td><td>D2</td><td>D3</td><td>D4</td></tr>
<tr><td>Aplikatua</td><td>D1</td><td>D2</td><td>D3</td><td>D4</td></tr>
<tr><td rowspan="2">4. DBH</td><td>Akademikoa</td><td>D1</td><td>D2</td><td>D3</td><td>D4</td></tr>
<tr><td>Aplikatua</td><td>D1</td><td>D2</td><td>D3</td><td>D4</td></tr>
</table>

17. taula: Ikasmaila bakoitzean curriculumean lantzen diren deskribatzaile nagusiak.

Bestetik, curriculumean azpimarratzekoa da, nahiz eta edukiak, ebaluazio irizpideak eta ikaskuntza estandar ebaluagarriak oso lotuta dauden, askotan, zehazten diren itemen artean aldeak daudela. Hala nola, garrantzia gehiago ematen zaie teknologia berriei ikaskuntza estandar ebaluagarrietan ebaluazio irizpideetan baino. Ikasmaila askotan ebaluazio irizpideetan teknologia berriei buruzko hutsuneak daude, eta aldiz, ikaskuntza estandar ebaluagarrietan zenbait itemetan definitzen dira. Hortaz, garrantzitsua da curriculumeko hiru atal horiek aintzakotzat hartzea analisi borobil bat ahalbidetzeko.

4.1.2 Ausentziak eta presentziak testu-liburuetan

Atal honetan, lehenengo kapituluan definitutako deskribatzaile bakoitzaren ikasmailaz ikasmailako testu-liburuko bilakaera zein den aztertu da, hots, curriculumerako egindako prozedura bera jarraitu da, baina kasu honetan testu-liburuak izanik aztergai. Atal hau egiteko, 6. LHko, 1. DBHko, 2. DBHko, 3. DBH Matematika Akademikoetako eta 4. DBHko Matematika Akademikoetako testu-liburuak aztertu dira.

D1 - Neurri-unitateak eta magnitudeak

Lehenengo deskribatzailea bereziki 6. LHn lantzen da. Testu-liburuko gai ezberdinetan jorratzen dira magnitudeak, batetik luzerak, bestetik azalerak eta azkenik bolumenak. 1. DBHn ere jorratzen da edukia, konkretuki *Sistema Metriko Hamartarra* izeneko unitate bat eskaintzen zaio, zeinetan magnitudeak eta neurri-unitateak lantzen diren. Gainontzeko ikasmailetan berriz, ez da deskribatzaile honi buruzko edukirik zehazten. Eduki hauek, hurrengo ikasmailetan beharrezkoak dira, ondoko geometriako edukiak ikasi eta ulertu ahal izateko, baina jakintzat ematen dira, eta hortaz, ez dira berriro azaltzen.

D2 – Figura geometrikoak planoan eta espazioan

Bigarren deskribatzailea ikasmaila guztietako testu-liburuetan lantzen da, 4. DBHn izan ezik. 6. LHn bi gai eskaintzen zaizkio: *Gorputz geometrikoak*, zeinetan nagusiki poliedroak, biraketa-gorputzak eta bolumena jorratzen diren, eta *Irudi geometrikoak,* zeinetan poligonoen identifikazioa, ezaugarriak, perimetroa eta azalera lantzen diren. 1. DBHn ere bi gai daude eduki honetara zuzenduak: *Irudi geometrikoak*, zeinetan irudi lauen identifikazioa eta propietateak, Pitagorasen teorema eta irudi espazialak lantzen diren eta *Azalerak eta Perimetroak*, zeinetan irudi lauen perimetroa eta azaleraren kalkulua lantzen den. 2. DBHn berriz, hiru gai daude deskribatzailearekin erlazionatutakoak: *Pitagorasen teorema*, zeinetan Pitagorasen teoremaren enuntziatua eta aplikazioak lantzen diren; *Gorputz geometrikoak*, zeinetan poliedroen eta biraketa gorputzen identifikazioa eta azaleraren kalkulua lantzen diren eta *Bolumenaren neurria*, zeinetan gorputz geometrikoen bolumena lantzen den. Eta azkenik, 3. DBH Akademikoan, *Gorputz geometrikoak* izeneko unitatean poliedroen eta biraketa-gorputzen identifikazioa, azalera eta bolumena lantzen dira. Horretaz gain, beste gai batzuetan irudi lauen azalera ere jorratzen da.

D3 - Transformazio geometrikoak: Simetria, biraketak eta antzekotasuna

Hirugarren deskribatzaileari berriz, 6. LHn ez zaio orrialde askorik eskaintzen, baino lehenengo zertzeladak ematen dira. 1. DBHn ez da honekin erlazionatutako edukirik lantzen. 2. DBHn, unitate oso bat eskaintzen zaio deskribatzaileari, hau da, lan honetan nagusiki aztertutako unitatean, *Antzekotasuna* deiturikoan, zeinetan antzekotasun-arrazoia, mapak eta eskalak eta Talesen teorema lantzen diren. 3. DBHn berriz, bi gai daude erlazioa daukatenak: *Problema metrikoak planoan*, zeinetan erlazio angeluarrak, antzekotasuna, Pitagorasen teorema eta irudi lauen azalerak lantzen diren; eta *Transformazio geometrikoak*, zeinetan translazioak, biraketak eta simetriak lantzen diren. 4. DBHn ere lantzen da, *Antzekotasuna. Erabilerak* izeneko unitatean, zeinetan antzekotasun-arrazoia, Talesen teorema eta triangeluen antzekotasuna lantzen diren

D4 - Trigonometria

Laugarren deskribatzailea, soilik bi ikasmailatako liburuetan jorratzen da. Lehenengo, 1. DBHn, *Zuzenak eta angeluak* deituriko unitatean, zeinetan angelu motak, angeluen posizioak, angeluen neurketa eta angeluen eragiketak lantzen diren. Ondoren, 4. DBH akademikoan ere lantzen da. Ikasmaila honetan, trigonometria sakonki lehenengo aldiz azaltzen da, *Trigonometria* unitatean, zeinetan arrazoi trigonometrikoak eta erlazio trigonometrikoak lantzen diren.

D5 – Teknologia berrien erabilera

Bestetik, D5 deskribatzaileari dagokionez, aztertutako testu-liburu guztietan, webgunean jarduerak egiteko zenbait iradokizun egiten dira. Ikasleek, argitaletxeetako webguneetan zenbait jarduera eskuragarri dituzte, eta testu-liburuetan gaitegi berria eman ahala, webguneko jardueren inguruko erreferentziak egiten dira. Anaya argitaletxean, zenbaitetan GeoGebrakoak dira iradokitzen diren jarduerak.

D6 – Aplikazioak eguneroko bizitzan

Eta bukatzeko, D6 deskribatzaileari dagokionez, ikasturte guztietan aurki daitezke egunerokoarekin erlazionatutako jarduerak. Geometriaren atalaren arabera eguneroko bizitzarekin lotutako ariketa gehiago edo gutxiago daude. Bereziki, antzekotasunean azpimarratzen da nagusiki bizitzako aplikagarritasuna.

Gainera, azpimarratzekoa da, Anaya argitaletxeko liburuetako gai bakoitzaren sarreran, kokapen historikoa egiten dela. Unitate didaktikoan zehar landuko diren edukiekin lotura daukaten matematikari historikoei buruzko aipamena egiten da. Horrela, gaiak pasatu ahala, matematikako bilakaera historikoa aurkezten zaie ikasleei. Bestetik, gai bakoitzaren bukaeran *Matematika-lantegia* izeneko atal bat dago, zeinetan, jarduera bereziak planteatzen diren, hala nola, matematikarekin erlazionatutako bitxikeriak, eskulanak, historiarekin eta matematikarekin erlazionatutako kontakizun txikiak etab.

Berriro ere, aurreko atalean egindako taula berdina egin da, ikasmaila bakoitzean geometriaren alorrean gehien lantzen diren deskribatzaileak azpimarratuz.

Ikasmaila	Deskribatzailea			
6. LH	D1	D2	D3	D4
1 DBH	D1	D2	D3	D4
2. DBH	D1	D2	D3	D4
3. DBH Akademikoa	D1	D2	D3	D4
4. DBH Akademikoa	D1	D2	D3	D4

18. taula: Ikasmaila bakoitzean testu-liburuan lantzen diren deskribatzaile nagusiak.

4.2 Testu-liburuen eta curriculumaren arteko koherentzia

Orokorrean, testu-liburuak eta curriculuma elkarren artean koherenteak direla esan daiteke. Hala ere, testu-liburuetan nabarmenki sakontasun handiagoarekin lantzen dira curriculumean zehaztutako edukiak. Adibidez, 2. DBHko kasuan, curriculumean antzekotasunaren inguruan landu beharrekoa, soilik luzeren, azaleren eta bolumenen antzekotasun-arrazoia eta mapak eta eskalak dira. Aldiz, testu-liburuan, Talesen teorema, triangeluen antzekotasun irizpideak, eta altueraren eta katetoaren teorema jorratzen dira. Honakoa ez da kasu baztertua, orokorrean gertatu ohi den prozedura baizik. Gainera, zehaztutakoez gain, eduki berriak ere eransten dira. Esandakoa, nabarmena da aurreko atalean egindako tauletan. Curriculum eta testu-liburuek urtez urte lantzen dituzten deskribatzaile nagusien (17. eta 18. taulak) alderaketak, argi erakusten du egoera hau. 19. taulan ikus daitekeenez, curriculumean ikasmaila bakoitzerako zehaztutako deskribatzaile guztiak testu-liburuan jorratzen dira, baina are gehiago, horiez gain, gorriz koloreztatu diren deskribatzaile gehiago daude, soilik testu-liburuan lantzen direnak, curriculumean hala zehaztu ez bada ere. Hala eta guztiz, aipatutakoa koherentea da, izan ere, curriculumak landu beharreko minimoak zehazten ditu, eta testu-liburuek soberan betetzen dituzte minimo horiek.

Ikasmaila	Deskribatzailea			
6. LH	D1	D2	D3	D4
1 DBH	D1	D2	D3	D4
2. DBH	D1	D2	D3	D4
3. DBH Akademikoa	D1	D2	D3	D4
4. DBH Akademikoa	D1	D2	D3	D4

19. taula: Curriculumean eta testu-liburuan lantzen diren deskribatzaile nagusiak. Urdinez, curriculumean zein testu-liburuan lantzen direnak. Gorriz, bakarrik testu-liburuan bakarrik jorratzen direnak.

Testu-liburu zein curriculumean, edukiak progresiboko aurkezten dira, kiribil moduan. Oinarrizko mailetan, gaiak, edukiak eta prozedurak aurkezten dira, eta ondoren hurrengo ikasmailetan sakontze prozesua egiten da. Eduki kopuruan, kontzeptuen konplexutasunean, abstrakzio mailan, frogapenetan eta jardueren zailtasunean sakontzen da besteak beste. Beti ere, ikasleen adinaren araberako gaitasunetan oinarritzen da sakontasun horren mugak zehazteko. Beraz, testu-liburuak zein curriculuma Brunerrek (1915) definitutako *kiribil curricularrean* oinarritzen dira. Brunerrek dioenez, ikaskuntza asimilazio eta egokitze prozesu gradual bat da, eta gai berdin bat zenbait formalizazio mailatan irakats dakioke ikasle bati, bere garapen mailaren arabera (Batanero, 2016). Kiribil curricularra oso argi antzematen da 19. taulan, deskribatzaile bakoitzari zein ikasmailatan pisu gehien ematen zaion aztertzean. Izan ere, lehenengo ikasmailetan matematikako oinarrizko edukiak lantzen dira, neurriak eta magnitudeak modukoak, eta ondorengo ikasmailetan konplexutasun matematikoko eduki berriak lantzen dira, beti ere, aurrekoetan lagunduta.

Aipatu beharra dago, Anaya argitaletxeko testu-liburuetan irakaslearentzat eskaintzen diren euskarri gehigarrien artean, minimoen atal bat dagoela, zeinetan, aurkezten den materiala, curriculumaren eskakizunetara zehazkiago mugatzen den.

Bestetik, testu-liburuen egiturari dagokionez, Anaya argitaletxeko testu-liburuetako egiturak, curriculumeko egiturarekin bat egiten du, hau da, orden bera jarraitzen du edukiak aurkezterakoan. Baina horrek, eduki batzuk besteekin lotzen duten haririk ez egotea eragin dezake. Hau da, unitate didaktiko batean ikasitako edukiak beste unitate didaktiko batean baliagarriak izan daitezke, baina elkarren arteko loturarik erakusten ez bada ikasleek pentsa dezakete aurreko unitate didaktikoarekiko independentea dela. Izan dezakeen ondorio bat da, ikasleek kontsideratzea unitate didaktiko batean ikasitakoa behin gaindituta ez dutela berriro beharko. Gainera, lotura daukaten unitate didaktikoak irakatsi tartean epe luze bat utziz gero, ikasle askok kontzeptu zein prozedura ugari ahaztuko dituzte, eta horiek gogoratzen eta birpasatzen denbora ugari galduko da.

Ildo beretik jarraituz, geometriako ebazpen ugaritarako, aljebra zein aritmetikako tresnak beharrezkoak dira. Esaterako, Pitagorasen teoremari buruzko jarduera praktikoak aljebraikoki ebazterakoan, edota antzekotasunean portzentajeen interpretazioan. Aldiz, geometria, aritmetika eta aljebra multzo ezberdinetan zehazten dira curriculumean, eta testu-liburuak hura aintzat hartuta eta loturak ezartzen saiatu gabe, multzo horiek independenteki aurkezten ditu.

Horrekin ondorioztatzen da, curriculumean zehazten diren multzoak, errealitatean ez direla multzo isolatu bezala ikusi eta irakatsi behar, elkarren arteko loturez jabetu behar gara eta elkar integratutako multzo gisa irakatsi beharko genituzke.

Aldiz, 6. LHrako aztertutako Erein argitaletxeko testu-liburuan ez da curriculumeko orden bera jarraitzen. Esaterako, geometriaren barne dauden bi unitate didaktikoak, 2. eta 7. dira. Testu-liburu honetan, hobe ezartzen dira unitate didaktikoen arteko erlazioak, curriculumeko multzoen arteko konexioak egiten baitira.

Beste alde batetik, atal honetan Matematika irakasgaian zentratu bagara ere, azken batean gure alorra delako, curriculumean ikusi dugunez, Marrazketa eta Plastika gisako irakasgaietan ere, definitutako deskribatzaileekin lotura daukaten edukiak zehazten dira. Testu-liburuetan ere, bietan amankomunak diren edukiak daude, nahiz eta praktikan irakasgai bakoitzean lanketa bideratzeko ikuspegia ezberdina den. Izan ere, Marrazketa eta Plastikan edukiak jorratzeko era, bereziki manipulazioan oinarritzen da, eta

Matematikan berriz, alderdi teoriko eta praktiko batean. Bi irakasgaien arteko zubiak osatzea interesgarria izango litzateke, eduki berdinak, material eta ikuspegi ezberdinetatik abiatuta landu daitezkeela ikustarazteko. Horrela, ikasleei irakasgai batean ikasitakoa bestean baliagarria izango zaie, eta are gehiago, hausnarketa batera bultzatuko ditu ikasleak. Beraz, bi irakasgaien diziplinartekotasunean oinarritutako ikaskuntza prozesuak, ikasleentzat onurak izango lituzke, bereziki, kontzeptuak ulertzeko eran. Ministerioak osatutako *Dibujo técnico y matemáticas: una consideración interdisciplinar* (Hezkuntza Ministerioa, 2008) liburuan esaterako, bi irakasgaien lanketa partekatu baten bitartez jorratzeko proposamenak aurkezten dira.

Bukatzeko, aipatzekoa da, testu-liburuan eta curriculumean, idazkerari dagokionez bi kontzeptutan desadostasunak aurkitu direla. Batetik, Talesen teorema, curriculumean Thalesen teorema gisa idatzita agertzen da (h-rekin), baina testu-liburuan berriz Talesen teorema idazten da beti (h-rik gabe). Antzekotasun-arrazoia kontzeptua ere, batzuetan marratxoarekin idazten eta besteetan marratxorik gabe, curriculum zein testu-liburuan. Matematikako kontzeptuetan idazkera bateratu baten beharra dago, ikasleei nahasmen gehiago ez sortzeko.

II Atala:

Antzekotasunaren ikasketa prozesu baten analisia Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzako 2. mailan

Master Bukaerako Lanaren bigarren zati honetan, Practicum IIan Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzako 2. mailako klase batean aplikatutako antzekotasunaren ikasketa prozesu baten analisia aurkezten da.

Analisia bost kapitulutan banatzen da. Lehenengo kapituluan, erreferentziazko testu-liburuko antzekotasunaren unitate didaktikoa aztertzen da, unitateko objektu matematikoen eta egituraren analisiaren bitartez.

Bigarren kapituluan, ikasleek egin ditzaketen eta aurreikusi daitezkeen zailtasunak eta erroreak identifikatzen dira, eta errore horien jatorri posibleak deskribatzen dira.

Hirugarrenean, prestatutako unitate didaktikoaren planifikazioa aurkezten da. Horretarako, aplikatutako metodologia, egindako denbora banaketa, planifikatu diren zenbait jarduera osagarri, eta bukatzeko, ikasleei bidalitako zereginak deskribatu dira.

Bukatzeko, behin aplikatutako ikasketa prozesu guztia ezagututa, esperimentazioaren diseinua aurkezten da. Gainera, ikasleek esperimentalki ebatzitako jarduera, azterketa eta galdetegietako emaitzak deskribatzen eta analizatzen dira.

5 Kapitulua
Antzekotasuna erreferentziazko testu-liburuan

Kapitulu honetarako, I.E.S Lekaroz – Elizondo B.H.I ikastetxean egindako practicumean erabilitako erreferentziazko liburua aztertu da, hots, Anaya argitaletxeko 2. DBHko Matematikako testu-liburua (J. Colera Jimenez, I. Gaztelu Albero, R. Colera Cañas, 2016). Konkretuki, 10. unitate didaktikoaren azterketa egin da, *Antzekotasuna* deiturikoa.

Atal honen helburua da, erreferentziazko testu-liburuan antzekotasunaren gaineko analisia egitea, ikuspegi ontosemiotikoan (IOS) oinarrituta (Godino, Font, Willhemi, 2006).

5.1 Objektu matematikoak

Lehenengo bi ataletan, testu-liburuaren egokitasun epistemikoa aztertuko da. Aipatutako artikuluaren arabera, IOSan jarduera matematikoak leku nagusia hartzen du eta praktika operatibo eta diskurtsiboen sistema moduan modelatzen da. Praktika horietatik agertzen dira objektu matematiko ezberdinak, zeintzuk elkarren artean erlazionatuak dauden konfigurazioak osatzen. Objektu matematiko horiek ondokoak dira: lengoaia, kontzeptu matematikoak, egoerak, prozedurak, propietateak eta argudioak. Atal honetan, konfigurazio epistemiko enpirikoko objektu matematiko horietako bakoitzaren analisi independentea egin da.

5.1.1 Lengoaia

Lengoaiaren bitartez, egoerak eta problemak deskribatzen dira. Ondoko taulan, testu-liburuan erabilitako lengoaia, hiru multzotan aztertuko da: ahozkoa, grafikoa eta sinbolikoa.

Ahozkoa
- Irudi antzekoak, antzekotasun-arrazoia, azaleren arrazoia, bolumenen arrazoia, proportzioa, proportzionala.
- Luzera, zabalera, sakonera, dimentsioa, txikiagotu, handiagotu.
- Irudi lauak, triangelua, triangelu zuzena, triangelu isoszelea, triangelu zuzen isoszele, laukizuzena, pentagono erregularra, pentagono irregularra, zirkulua, zilindroa, esfera, zirkunferentziaerdia, ortoedroa.
- Aldea, oinarria, altuera, erradioa, diametroa, segmentua, lerro, erpina, puntua, funtsezko puntuak, zuzena, angelu, angelu zorrotza, angeluzuzena, neurria, distantzia, azalera, bolumena, perpendikular, bertikala, horizontala.
- Erreprodukzioa, planoa, mapa, maketa, eskala, abiadura.
- Koadrikula, proiekzioa, homotezia, homotezia-arrazoia, homotezia-zentro, paralelo.
- Triangeluen antzekotasuna, Talesen teorema, Talesen posizioa, katetoa, hipotenusa, Pitagorasen teorema, Katetoaren teorema, Altueraren teorema.

- Metro karratu, metro, zentimetro, kilometro. - Ber bi, ber hiru, zatitu, biderkadura, inskribatu, bikoiztu, hirukoiztu, laukoiztu, erdia, herena, laurdena, hamarrena, milioi, ehunekoa
Grafikoa
- Antzeko irudiak (bi eta hiru dimentsiotan). - Koadrikula baten bidez irudi antzekoak lortzeko prozeduraren marrazkiak. - Proiekzioaren metodoaren bidez irudi antzekoak lortzeko prozeduraren marrazkiak. - Mapak eta planoak. - Irudi geometriko lauak: triangeluak, laukiak, pentagonoak, … - Gorputz geometrikoak: ortoedroa, zilindroa, … - Talesen teorema aplikatzeko adierazpen grafikoa, testuingururik gabea. - Talesen teorema aplikatzeko marrazkiak, testuingurua dutenak. - Triangeluen antzekotasuna erakusten duten testuingururik gabeko irudikapenak.
Sinbolikoa
- Zuzenak: a, b, x, y, r, s, AB - Segmentuak: $\overline{AB}$ - Triangeluak: ABC - Angeluak: α, α', $\hat{A}$ - Irudiak: A, B, F, F’ - Puntuak: O, A, B - Erpinak: A, A’, B, B’, C, C’ - Neurri-unitateak: mm, cm, cm^2, cm^3, dm^2, m, km, l, g, km/h, 3,5 dm x 2,5 dm - Eskalak: 1:50.000 - Arrazoia: k, k^2, k^3 - Zatikiak: $\frac{44}{55}$ - Ekuazioak: $\frac{a}{5} = 0{,}4$ - Bestelako ikurrak: %, $\sqrt{\ }$, º, c^2

20. taula: Objektu matematikoak. Lengoaia.

5.1.2 Kontzeptu matematikoak

Ikasleek ikasitako kontzeptuen artean bi multzo bereiziko ditugu, batetik, aurretiaz ikasleentzat ezagunak ziren kontzeptuak, eta bestetik, lehenengo aldiz ikasitako kontzeptu berriak. Ondoko taulan, testu-liburuan aurki daitezkeen kontzeptu matematikoen sailkapena dago.

Aurretiazko kontzeptuak
- Antzeko irudiak. - Planoak, mapak, maketak, eskala.
Kontzeptu berriak
- Antzekotasun-arrazoia, bi irudi antzekoren azaleren arrazoia, bi irudi antzekoren bolumenen arrazoia. - Koadrikularen metodoa, proiekzioaren metodoa, homotezia. - Talesen teorema, Talesen posizioa. - Katetoaren teorema, altueraren teorema.

21. taula: Objektu matematikoak. Kontzeptu matematikoak.

5.1.3 Egoerak

Testu-liburuan agertzen diren egoerei dagokionez, bi multzo bereiz ditzakegu: batetik, testuingururik ez duten jarduerak, eta bestetik, testuinguru batean kokatzen direnak. Ondoko taulan, testu-liburuan aurki daitezkeen egoeren sailkapen bat aurkezten da.

Testuingururik gabeko jarduerak
- Irudi eta gorputz geometriko antzekoen luzeren, azaleren eta bolumenen arrazoia eta dimentsioak kalkulatzea. - Marrazkien edota irudi geometrikoen erreprodukzio bat egitea, proiekzio edo koadrikularen metodoen bidez. - Beste bi zuzen ebakitzen duten zuzen paraleloak izanik Talesen teorema aplikatzea luzerak kalkulatzeko eta antzekotasuna frogatzeko. - Triangelu antzekoak emanik Talesen teorema aplikatuta, antzekotasuna frogatzea eta falta diren dimentsio eta angelu batzuk kalkulatzea. - Triangelu bat emanik katetoaren edo altueraren teorema aplikatuz falta diren neurriak kalkulatzea.
Testuinguruan kokatutako jarduerak
- Irudi ezagunek (Michelangeloren David, Bruselako Atomium monumentua, …) edota eguneroko bizitzako objektuek (etxeak, autoak,..) dimentsio ezberdinetako erreprodukzioekin dituzten antzekotasun-arrazoiak eta dimentsio, azalera eta bolumen berriak kalkulatzea. - Bizitza errealeko plano edo mapak emanik, antzekotasun-arrazoia, benetako eta erreprodukzioko dimentsioak kalkulatzea. - Bizitza errealeko objektu baten (pertsona, sabaia, eliza, …) dimentsioak kalkulatzeko Talesen teorema aplikatzea.

22. taula: Objektu matematikoak. Egoerak.

5.1.4 Prozedurak:

Testu-liburuan jarduerak ebazteko agertzen diren prozedurak ondokoak dira:

- Antzeko irudien antzekotasun-arrazoia kalkulatzea.
- Irudi baten dimentsioak eta angeluak kalkulatzea beste irudi antzeko batean oinarrituta.
- Mapa, plano eta maketetan, eskalaren bitartez dimentsio errealak kalkulatzea.
- Triangelu antzekoen identifikazioa triangeluen antzekotasun irizpideetan oinarrituta.
- Triangelu antzekoetan Talesen teorema aplikatzea.
- Eguneroko bizitzako problemetan triangelu antzekoak identifikatzea.

5.1.5 Propietateak:

Ondoko hauek dira testu-liburuan deskribatzen diren propietateak:

- Bi antzeko iruditan, lehenengoan neurtutako angelua, bigarrenean dagokion angeluaren berdina da. Era berean, lehenengo irudiko proportzioa, bigarren irudian dagokion proportzioaren berdina da.
- Bi irudiren antzekotasun-arrazoia k izanez gero, horien azaleren arrazoia k^2 da.
- Bi irudiren antzekotasun-arrazoia k izanez gero, horien bolumenen arrazoia k^3 da.
- Talesen teorema: a, b eta c zuzenak paraleloak izan eta beste bi zuzen, r eta s, ebakiz gero, horietan zehazten dituzten zuzenkiak proportzionalak dira: $\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$.
- ABC eta A’B’C’ triangeluak antzekoak izanez gero:
  $\hat{A} = \widehat{A'}\ \hat{B} = \widehat{B'}; \hat{C} = \widehat{C'}$
  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$
- Talesen posizioan dauden bi triangelu antzekoak dira. Ondorioz, Talesen posizioan jar daitezkeen bi triangelu antzekoak dira.
- Triangelu bateko bi angelu beste triangelu bateko bi angeluren antzekoak, ondoz ondo izanez gero, orduan triangeluak ere antzekoak dira.
- Angelu zorrotz bat berdina duten bi triangelu zuzen antzekoak dira.
- Bi triangelu zuzen antzekoak dira:
  Bi katetoak proportzionalak baldin badira.
  Edo kateto bat eta hipotenusa proportzionalak baldin badira.
- Triangelu zuzenetan, hipotenusaren gaineko altuerak jatorrizkoaren antzeko bi triangelu determinatzen ditu.
- Katetoaren teorema. Kateto baten karratua hau da: hipotenusaren eta katetoak hipotenusa gainean duen proiekzioaren arteko biderkadura.
- Altueraren teorema. Hipotenusaren gaineko altuera hau da: altuera horrek hipotenusa zatituz eratzen dituen bi segmentuen biderkadura.

5.1.6 Argudioak:

Argudioek, propietateak justifikatzen dituzte, eta eragiketak egitea balioztatzen dute. Ondokoak dira testu-liburuan aurkeztutako argudioak:

- Triangeluen antzekotasuna justifikatu antzekotasun irizpideak aplikatuz, kasu partikularretan.
- Talesen teoremaren egiaztapena, kasu partikularretan.

5.2 Unitate Didaktikoaren analisi orokorra

Azpiatal honetan, erreferentziazko testu-liburuaren analisi orokorra egin da. A eranskinean atxikita dago Anayaren webgunean eskegita dagoen testu-liburu digitala.

Azpiatal hau, bi zatitan banatuko da. Lehenik eta behin, unitate didaktikoaren azterketa egin da, eta bigarrenik, testu-liburuak curriculumarekin duen koherentzia aztertu da.

5.2.1 Antzekotasunaren unitate didaktikoaren egitura eta edukiaren deskribapena

Aurretik aipatu den bezala, Anaya argitaletxeko aztertutako testu-liburuetako unitate didaktiko guztietan antzeko antolakuntza jarraitzen da. Erreferentziazko 10. unitate didaktiko honek ere egitura antzekoa dauka. Lehenik eta behin, gaiaren sarrera dago, non kokapen historikoa egiten den; bigarrenik, gaiaren sakontzea egiten da, zenbait ataletan banatuta; ondotik ariketak eta problema gehigarriak proposatzen dira; eta bukatzeko, matematika-lantegia izeneko atal bat proposatzen da, sakontzeko ariketa eta matematikako bitxikeriekin.

Ondoko taula honetan ikus daiteke unitatea didaktikoaren antolaketa:

Sarrera: Antzekotasuna
1. Irudi antzekoak **2. Planoak, mapak eta maketak** **3. Irudi antzekoak eraikitzea** **4. Talesen teorema** **5. Triangelu zuzenen arteko antzekotasuna** **6. Triangeluaren antzekotasunaren aplikazioak**
Ariketak eta problemak
Matematika-lantegia

23. taula: Unitate didaktikoaren aurkibidea

Unitate didaktiko honen atalez ataleko analisia egin da, unitatearen antolakuntzaren ideia orokorra uler dadin.

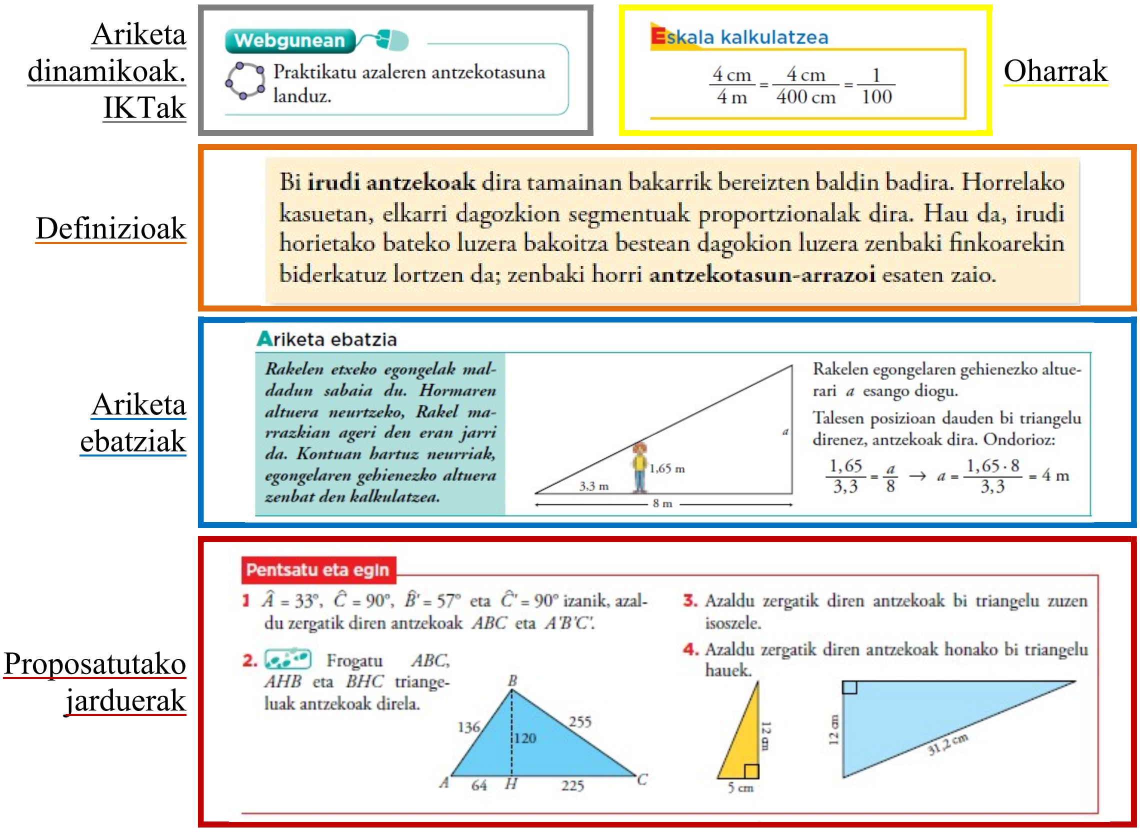
Sarrera

Unitate didaktikoaren sarrera gisa, kokapen historikoa egiten da, aztergaiarekin lotura daukaten matematikari nabarmenak aipatuz. Kasu honetan, Tales Miletokoa, Pitagoras eta Euklides dira nabarmendutako matematikari historikoak. Gainera, gaiaren hurbilpen praktiko bat egiten da, landuko diren kontzeptu matematiko batzuen aurkezpenaren bitartez.

47. irudia: Testu-liburuko antzekotasunaren unitate didaktikoaren sarrera

Atalak

Orokorrean, 10. unitate didaktiko honetako atal guztiek egitura antzekoa daukate. Eduki, kontzeptu edo prozedura berriren bat aurkezten da eta horri buruzko ariketak proposatzen dira, ikasleak trebatu daitezen. Testu-liburua era antolatu eta ordenatuago batean aurkezteko asmoz, osagaiak eta egiturak errepikatuta agertzen dira. Ondoko irudian, maiz erabiltzen diren osagaiak aurkezten dira. Ikus daitekeenez, bakoitza kolore batekin identifikatzen da beti, begi bistaz osagaien identifikazioa errazteko.



48. irudia: Ataletako osagaien egitura

Azpimarratzekoa da, atal guztietan gutxienez webgunean egiteko jarduera bat proposatzen dela. Hau da, testu-liburuak IKTen erabilera bultzatzen du, hala nola, GeoGebra softwarearen bitartez.

Jarraian, atal bakoitzaren analisia egin da.

1. *Irudi antzekoak*

   Lehenengo atal hau, atalik luzeena da. 4 orrialde ditu, eta gainontzeko atal guztiek berriz, 2 orrialde dituzte. Hasteko, irudi antzekoen ideia orokor bat ematen da, ikasleei kontzeptua aurkezteko, eta ostean irudi antzekoen eta antzekotasun-arrazoiaren definizio formalak ematen ditu (49. irudia). Ondoren, antzeko irudiek betetzen dituzten propietateak definitzen dira. Guzti hori ulergarriagoa izateko, irudiez eta adibide ezagunez baliatzen da, hala nola, matrioxken eta Giocondaren irudien bitartez. Hurrengo orrialdean, bi ebatzitako ariketa daude, eta behean, ikasitakoa praktikan jartzeko bi jarduera proposatzen dira.

   Bi **irudi antzekoak** dira tamainan bakarrik bereizten baldin badira. Horrelako kasuetan, elkarri dagozkion segmentuak proportzionalak dira. Hau da, irudi horietako bateko luzera bakoitza bestean dagokion luzera zenbaki finkoarekin biderkatuz lortzen da; zenbaki horri **antzekotasun-arrazoi** esaten zaio.

   49. irudia: Irudi antzekoen eta antzekotasun-arrazoiaren definizio formalak

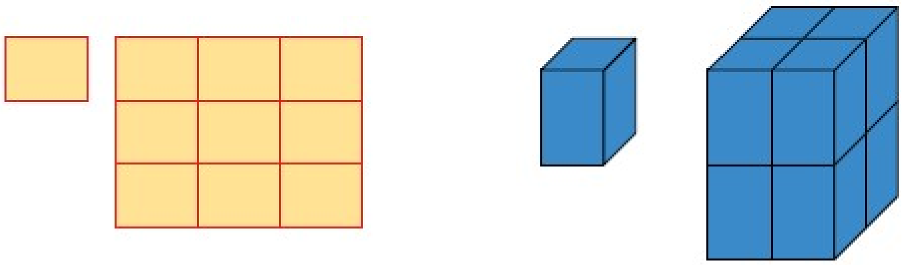
   Hurrengo bi orrialdeetan, bi irudi antzekoren azaleren eta bolumenen arteko erlazioa aurkezten dira. Lehenik, bi irudi antzekoren azaleren arrazoiaren ideia intuitibo bat ematen da, marrazki baten laguntzaz. Ondoren, definizio formala ematen da (50. irudia), eta azkenik, adibide pare bat. Bolumenen arrazoia definitzeko egitura berdina jarraitzen da (51. irudia). Bigarren atal honetan zehar, irudi asko txertatu dira (52. irudia), begi bistaz ikusteak asko laguntzen baitu ulergarritasuna antzeko irudien kasuan. Gainera, txertatutako irudiak, ikasleentzat aurretik ezagunak diren irudi eta gorputz geometrikoak dira. Ondotik, ikasitakoa aplikatzeko ariketa bat dago. Atalarekin bukatzeko, azken orrialdean ebatzitako problema bat eta ikasleek ebatzi beharreko bi jarduera proposatzen dira.

   Bi irudiren antzekotasun-arrazoia k izanez gero, horien azaleren arrazoia k^2 da.

   50. irudia: Bi antzeko irudiren azaleren arrazoia

   Bi irudiren antzekotasun-arrazoia k izanez gero, horien bolumenen arrazoia k^3 da.

   51. irudia: Bi antzeko irudiren bolumenaren arrazoia



52. irudia: Bi antzeko irudiren irudikapenak

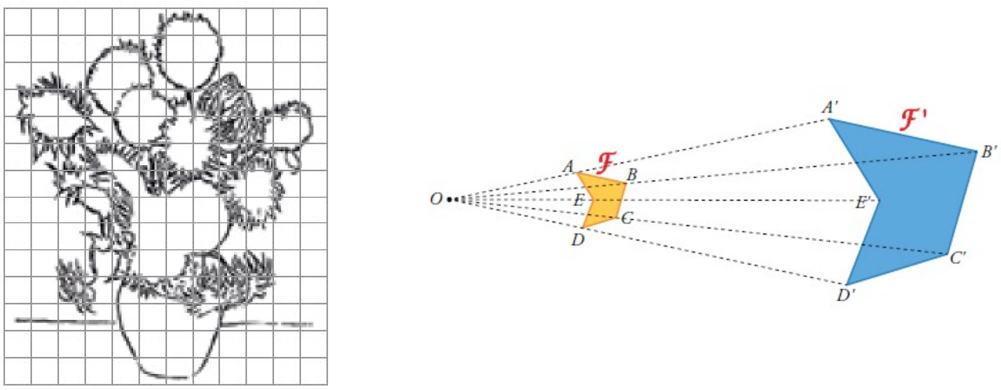
2. *Planoak, mapak eta maketak*
   Atal honetan, izenburuak dioen bezala, planoak, mapak eta maketak lantzen dira, baita eskalak ere. Guzti hauek egunerokoarekin oso lotutako kontzeptuak izanik, hasteko, kontzeptu horiei buruzko sarrera bat egiten da, ikasleek ezagutu ditzaketen zenbait testuingurutan eta adibideetan kokatuz. Ondotik, definizio formal bat ematen da (53. irudia), eta orrialdearekin amaitzeko, adibide bat aurkezten da, mapa eta eskala ezagututa errealitateko distantziak kalkulatzeko.

- Planoak eta mapak irudikatzen duten errealitatearen antzekoak dira. Horietan, lekuen banaketa ez ezik, garrantzitsuak dira tamainak eta distantziak ere. Horregatik daramate eskala.
- **Eskala** erreprodukzioko (mapa, plano edo maketako) luzera bakoitzaren eta errealitatean dagokion luzeraren arteko zatidura da. Hau da, erreprodukzioaren eta errealitatearen arteko **antzekotasun-arrazoia** da.

53. irudia: Eskalaren definizioa

Bigarren orrialdean, alderantzizko prozedura aurkezten da, hots, erreprodukzio bat (plano bat kasu honetan) eta benetako luzeraren bat ezagututa, eskala lortzea. Amaitzeko, 3 jarduera proposatzen dira ikasleek ebazteko.

3. *Irudi antzekoak eraikitzea*
   Atal honetan, irudi lauak erreproduzitzeko bi metodo aurkezten dira: koadrikularen metodoa eta proiekzioaren metodoa. Bi kasuetan, praktikan jarri beharreko prozedurak azaltzen dira idatziz, eta azalpenak marrazkien bitartez laguntzen dira (54. irudia). Bukatzeko, bi jarduera proposatzen dira, biak ere proiekzioaren metodoaren bidez ebatzi beharrekoak.



54. irudia: Koadrikolaren eta proiekzioaren metodoak

4. *Talesen teorema*
   Lehenik eta behin, Talesen teoremaren ideia orokor bat ematen da, ondotik definizio formal bat emateko (55. irudia). Orrialde amaieran, praktikan jartzeko bi galdera daude. Hurrengo orrialdean, Talesen teoremak triangeluetan duen aplikazioa lantzen da. Horretarako, lehenik eta behin bi triangelu antzekok betetzen dituzten propietateak definitzen dira. Bigarrenik, bi triangelu Talesen posizioan egotearen eta bi triangeluren antzekotasunaren arteko bi norabideetako inplikazioa definitzen da, eta amaitzeko, triangeluen antzekotasun-irizpide bat aurkezten da. Bukatzeko, testuinguru batean dagoen ariketa ebatzi bat eta harekin lotuta dauden bi jarduera proposatzen ditu.

Talesen teorema

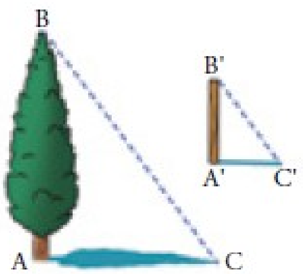
a, *b* eta *c* zuzenak paraleloak izan eta beste bi zuzen, *r* eta *s*, ebakiz gero, horietan zehazten dituzten segmentuak proportzionalak dira:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$$

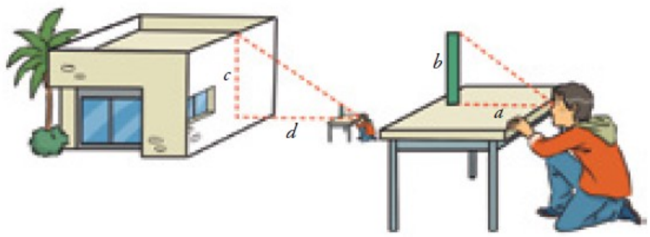
55. irudia: Talesen teoremaren definizioa

5. *Triangelu zuzenen arteko antzekotasuna*
   Atal hau, triangelu zuzenetan zentratzen da. Hasteko, triangelu zuzenak antzekoak izateko bete beharreko propietate batzuk definitzen dira, eta ondoren, horrekin lotutako bi ebatzitako ariketa. Orrialde bukaeran, ikasleek praktikan jartzeko 4 galdera teoriko proposatzen dira. Hurrengo orrialdean, Katetoaren eta Altueraren teoremak definitzen dira, eta bakoitzari buruzko ariketa ebatzi bana aurkezten da. Orrialde amaieran, bi teorema horiek praktikan jartzeko bi jarduera proposatzen dira.

6. *Triangeluen antzekotasunaren aplikazioak*
   Azken atal honetan, unitate didaktikoan zehar ikasitakoaren eguneroko bizitzako aplikagarritasuna lantzen da. Lehenik, objektu bertikalaren altuera nola kalkulatu azaltzen da, itzalean oinarrituz (56. irudia). Pausoz pauso egin beharreko prozedura azaltzen da eta problema ebatzi bat aurkezten da. Ondoren, prozedura hori errepikatzeko bi problema proposatzen dira. Bigarren orrialdean, objektu bertikaletan altuera zenbat den kalkulatzeko prozedura azaltzen da, baina itzalaz baliatu gabe (57. irudia). Kasu honetan, erreferentziako puntu bat hartuta, eta erreferentziako puntu hori eta nahi den objektua begi bistaz lerrokatuta, altuera kalkulatzeko prozedura azaltzen da. Berriro ere, ariketa ebatzi bat, eta praktika jartzeko problema bat proposatzen dira bukatzeko.



56. irudia: Objektu bertikalen altuera kalkulatzeko metodoa, itzalen bitartez



57. irudia: Objektu bertikalen altuera kalkulatzeko metodoa, erreferentziazko puntu baten bitartez

Ariketak eta problemak

Ikasleak unitate didaktikoan zehar ikasitakoa praktikan jartzeko 25 jarduera gehiago aurkezten dira atal honetan, eta ebatzitako ariketa bat. Jarduerak atal ezberdinetan sailkatuta daude, lantzen den edukiaren, jarduera motaren edo zailtasunaren arabera: irudi antzekoak; triangeluen antzekotasuna; antzekotasunaren aplikazioak; ebatzi problemak; + problemak. Horretaz gain, 3 zailtasun maila ezberdinetan sailkatzen dira jarduerak.

Matematika-lantegia

Unitate didaktikoko azken zati honetan, matematikarekin erlazionatutako bitxikeriak, landu daitezkeen eskulanak eta autoebaluazioa daude. Autoebaluazioaren bitartez, ikasleek beraien kabuz ebaluatu dezakete unitate didaktikoko jarduerak ebazten dakizkiten, eta argitaletexeko webgunean jarduera horien ebazpenak eskuragarri dituzte.

5.2.2 Testu-liburuaren eta curriculumaren arteko koherentzia eta analisia

Curriculuma eta testu-liburua alderatuz gero, ondorio nagusia da testu-liburua nabarmenki sakonagoa dela eduki zein prozeduretan curriculuma baino. Curriculumean antzekotasunari buruz zehazten den guztia, testu-liburuko 10. unitate didaktikoko lehenengo bi ataletan aurki daiteke. 2. DBHko curriculumean, antzekotasunaren inguruan zehazten den guztia honakoa da:
- Irudi antzekoak (testu-liburuko 1. atalean)
- Antzekotasun-arrazoia (testu-liburuko 1. atalean)
- Irudi antzekoen azaleren eta bolumenen arrazoia (testu-liburuko 1. atalean)
- Eskalak, planoak eta mapak (testu-liburuko 2. atalean)

Beraz, testu-liburuak gai honi eskaintzen dizkion gainontzeko 4 ataletan landutakoa, curriculuman agindutakoaz gain ikasketa sakonago baterako dira.

Bestetik, azpimarratzekoa da, curriculumean Talesen teorema lehenengo aldiz 3. DBHn aipatzen dela. Aldiz, testu-liburuan 2. DBHn definitzen da, eta gainera, pisu handia ematen zaio. Talesen teoremak, atal bat dauka hari zuzenean eskainitakoa, eta gainontzeko ataletan eta amaierako jardueretan ere garrantzia handia dauka, hots, hari zuzendutako jarduera asko daude. Beraz, unitate didaktikoaren zati handi bat eduki honi zuzenduta dago, nahiz eta printzipioz, currilumean ez agertu.

Gainera, zenbait eduki daude curriculumean, zuzenean antzekotasunari bideratuta ez daudenak, era orokorrago batean zehazten direnak geometriaren multzoan. Eduki horiek, teknologia berrien erabilera eta eguneroko bizitzaren aplikagarritasuna dira. Bi eduki horiek ere testu-liburuan maiz jorratzen dira. Aurretik aipatu denez, IKTei zuzendutako zenbait webguneko lotura eskaintzen dira. Horren bitartez, ikasleen teknologia berrien gaitasuna eskura dezakete.

Bestetik, egunerokoaren aplikagarritasunari dagokionez, azpimarratzekoa da jardueren %50 inguru eguneroko bizitzarekin erlazionatutako testuinguruan kokatzen dela. Honek, ikasleen interpretazioa asko laguntzen du, eta aplikazioak ikusteak asko motibatzen ditu ikasleak orokorrean. Gainera, etorkizuneko baliagarritasunari begira, ikasleek errazago gogoratuko eta aplikatuko dituzte eguneroko testuinguruan kokatutako ezagutza eta jarduerak. Isolatutako eta testuingururik gabeko jarduerak berriz, maiz, prozedura mekanikoekin erlazionatzen dira, eta behin behineko ezagutza batekin lotzen dira, ikasketa prozesuan ikasitako baina egunerokoan balioko ez digun eta hortaz, ahaztuko dugun jakintza.

Ondorioz, esan daiteke orokorrean curriculumaren eta testu-liburuaren arteko koherentzia dagoela. Izan ere, aurretik aipatu dugunez, curriculumaren eskakizuna ez da bakarrik curriculumean zehaztutakoa lantzea, curriculumean zehazten den guztia gutxienez lantzea baizik, eta minimo guzti horiek erreferentziazko testu-liburuan jorratzen dira.

5.3 Baliabide gehigarriak

Testu-liburua, erreferentziatzat hartzeko baliabide lagungarria da, baina ezin gara testu-liburu bakar batera bakarrik mugatu. Curriculumaren eta testu-liburuaren arteko koherentzia aztertzea funtsezkoa da ikaskuntza-prozesu egoki baterako, batez ere minimoetako ikasleei begira. Gainera, baliabideak eta irakasteko metodologia ikasle talde bakoitzaren ezaugarrietara egokitzea ezinbestekoa da. Horretaz gain, beste motatako euskarri batzuk ere erabiltzea aberasgarria da irakaskuntza-prozesuan, ikastetxeak eskaintzen dituen baliabide teknologikoak erabiliz. Hortaz, ikastetxeko praktiketan erabilitako baliabide gehigarri batzuk aurkeztuko dira:

Baliabide informatikoak: GeoGebra

GeoGebra, gure irakaskuntza prozesuan baliabide osagarri oso aberasgarria izan da. Matematikan, eta batez ere geometriaren alorreko edukiak irakastean, arbel tradizionalak zenbait muga ditu. Besteak beste, irakasleak arbel tradizionalean geometriako edukiak irudikatzean, adibide gutxi batzuk egin ditzake soilik. Horrek, irakasleak klase eredutzat (intensiboa) ematen duena, ikasleek adibide (estensiboa) huts bat gisa ikustea ekar dezake. Fenomeno hori, *transparentzia ilusioa* (Lasa, Wilhemi, 2013) izenaz ezagutzen den fenomenoa da. Hortaz, hori saihesteko asmoz, GeoGebra gisako software dinamikoak erabiltzea bultzatu da.

GeoGebra aplikatzeko funtsezko hiru momentu daude (Lasa, Wilhelmi, 2013), eta horietan, funtsezkoa da adibide – klase dualitatea. Lehenengo momentua esplorazioa da. Ikasleek hasierako baldintza batzuk betetzen dituen problema baten eraikuntza bat manipulatzean datza, helburua, ikasleek manipulazioaren bitartez propietateak deduzitzea izanik. Bigarren fasea, ilustrazioa da. Propietate batzuk betetzen dituzten adibideak ematean datza. Horrela, hamaika adibide ezberdinetan propietate horiek betetzen direla ikus dezakete ikasleek. Azkenik, hirugarren momentua, frogapena da. Honen helburua, geometria dinamikoko softwarean oinarritutako arrazoimen induktibotik, tradizionalki paperean egindako frogapen deduktibora pasatzea ahalbidetzea da (Lasa, Wilhemi, 2013).

Kasu honetan, ikasleen adina eta ondorioz, haien garapen kognitiboa kontuan hartuta, frogapenik ez da egingo. Ikasmailak aurrera joan ahala, geroz eta frogapen gehiago erantsiko dira, ikasleen ahalmenak garatzearekin batera. Hortaz, 2. DBHn batez ere, esplorazio eta ilustrazio momentuak ahalbidetuko dira, ondorengo kapituluetan ikusiko diren geometria dinamikoko appleten bitartez.

Egunerokotasunera eta objektu hurbiletara zuzendutako baliabideak

Lan honetan azpimarratu nahi da, matematikan irakatsitako kontzeptu zein jarduerak eguneroko bizitzara aplikagarriak direla erakusteak izugarrizko garrantzia daukala ikasleen ikaskuntza prozesuan. Hortaz, ikasleentzat haien ingurura aplika daitezkeen materialak prestatzea garrantzitsutzat jo da, ikasleen motibazioa eta jakin-mina pizteko eta ulergarritasuna errazteko intentzioarekin. Hori dela eta, hala nola, Baztango mapa bat prestatu da, maparen eta eskalaren kontzeptuak jarduera praktiko batean lantzeko, haien eguneroko testuinguruan oinarrituta.

6 Kapitulua

Unitate Didaktikoa lantzerakoan agertu daitezkeen zailtasunak eta aurreikusi daitezkeen erroreak

Kapitulu honetan, 2. DBHko ikasleek ikaskuntza-prozesuan zehar izandako zailtasunak eta akats ohikoenak argitara eman dira. Kapitulu honen helburua da, zailtasun eta errore horiek aurreikustea, haiei aurre egin eta ekidin ahal izateko. Horretarako, praktiketako esperimentazioan identifikatutako zein aurretik aurreikusitako zailtasun eta erroreak analizatuko dira.

6.1 Zailtasunak

Lehenik eta behin, ikasleek zailtasun ugari izan dituzte antzeko irudien azaleren eta bolumenen arrazoia interpretatzeko. Bi irudi antzekoren luzerak begi-bistaz intuitiboki azkar antzematen dituzte, baina aldiz, dimentsioak jokoan sartzean zailtasunak agertzen dira. Honakoa, aurretik aurreikusitako zailtasuna zen, ohikoa izaten baita urtero ikasmaila honetan eduki berri hau azaltzen denean. Hortaz, zailtasunari aurrea hartzeko, edukia beste era batera irakastea planteatu da, ikasleen arteko tutoretza metodologiaren bitartez, hurrengo kapituluan azalduko den bezala. Honek, ohikoa baino arrakasta handiagoa eragin du, baina hala eta guztiz, zailtasunak ez dira desagertu.

Bigarren zailtasuna, Talesen teoremarekin erlazionatuta dago. Talesen teorema lehenengo aldiz landu ohi dute ikasleek ikasturte honetan, eta teoremaren interpretazioak ikasleei lehen begi-kolpean zailtasunak eragin ohi dizkie. Hortaz, GeoGebrako software dinamikoko applet baten bitartez zailtasun hori saihesten saiatu gara. Lagungarria izan da appletaren erabilera, baina aurrekoan bezala, zailtasuna ez da guztiz desagertu.

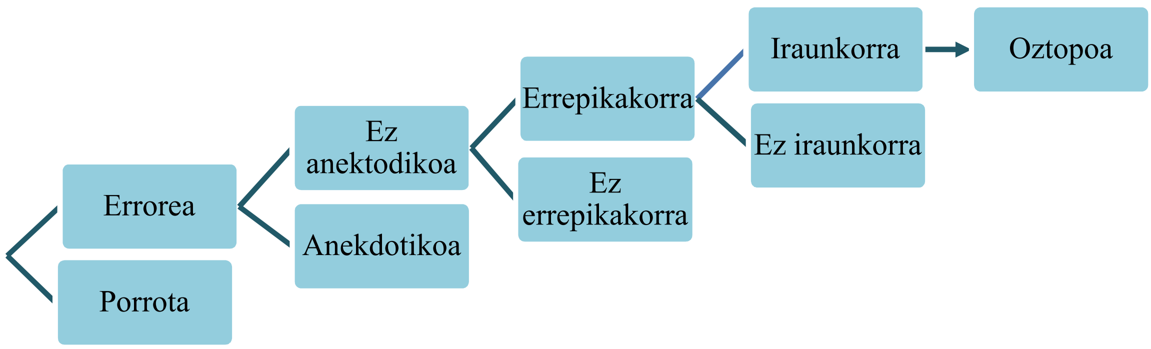
Bestetik, ikasleek problemen interpretazioan zailtasun ugari izaten dituzte. Jarduera mekanikoetan arrakasta nabarmenki handiagoa da, interpretatzeko diren jarduerekin alderatuta. Honen oinarrian dagoen arazoetako bat da, ikasleek ez dituztela planteatzen zaizkien egoerak irudikatzen. Marrazki baten bitartez interpretazioa asko errazten da, baina ohitura faltagatik edo lagungarritasun horretaz ez ohartzeagatik, ikasle askok ez dute irudikapenik egiten. Beharrezkoa da ikasleei problemak interpretatzen eta marrazten irakastea eta horien garrantziaz ohartaraztea. Horren aurrean, ikasleen egunerokoarekin lotura izan dezaketen problemak planteatzea erabaki zen, horrela errazagoa baita problema ulertu eta horri buruzko gogoetako egin ahal izatea. Esaterako, 5.3 atalean azaldutako Baztango maparen jardueraren kasua.

Azkenik, bi antzeko irudik angelu berdinak dituztela identifikatzeak buruhausteak eragiten dizkie. Bi irudi antzekoen kasuan, ikasleen gehiengoak nahiko erraz identifikatzen du luzerak proportzionalak direla, baina angeluen propietateak ez dituzte erraztasun berarekin identifikatzen. Batez ere, bi irudiak ez badaude posizio berean. Aurreikus zitekeen zailtasun bat izanik, GeoGebrako klase praktiko batean hori lantzeko applet bat proposatu zitzaien ikasleei.

6.2 Erroreak eta horien jatorri posiblea

Erroreak identifikatzea baliagarria izan daiteke errore horien jatorrien hipotesiak egiteko. Ikasleek gauzatutako zenbait errore, testu-liburuaren, irakaslearen edota irakaskuntza metodologiaren ondorio izan daitezke, eta beraz, horiek aurreikusiz gero posiblea da zenbaitetan erroreak saihestea.

Hala ere, erroreak zenbait motatakoak izan daitezke (Wilhelmi, 2009). Hasteko, erroretzat har dezakegun akats bat, porrota izan daiteke. Ikasle batek porrot egiten duenean, lortutako emaitza ez da zuzena, baina are gehiago, ikasleak ez du baliabiderik emaitza zuzenera iristeko. Aldiz, egindakoa zuzentzeko baliabideak dituenean, errore baten aurrean gaudela esango dugu. Behin errore bat daukanean, errore hori anekdotikoa edo ez anekdotikoa izan daiteke. Anekdotikoa, hitzarmen haustura puntual baten ondorioa da. Hala ez bada, ez anekdotikoa dela esango dugu, eta kasu horretan, egindako errorea errepikakorra edo ez errepikakorra izan daiteke. Errepikakorrak direnean, talde bateko zenbait ikaslek, klase ezberdinetakoek, ikasmaila ezberdinetakoek, urtez urteko ikasleek … errore berdinak egiten dituzte. Eta errepikakorrak baldin badira, errore horiek iraunkorrak edo ez iraunkorrak izan daitezke. Iraunkorrak baldin badira, oztopo baten aurrean gaudela esan nahi du. Azaldutako akats horiek ondoko irudi honetan laburbildu dira:



58. irudia: Erroreen sailkapena

Oztopoak, hiru jatorri izan ditzake (Briand, Chevalier, 1995):

- Jatorri ontogenikoa. Banakoaren garapen neurofisiologikoarekin zerikusia dauka.
- Jatorri didaktikoa. Irakaskuntza-prozesuan hartutako erabakien ondorioa da. Instituzioarekin, testu-liburuarekin, irakaslearekin eta metodologiarekin zerikusia izan dezake.
- Jatorri epistemologikoa. Jakintzarekin lotuta dago. Jakintzak berri baten eraikuntzan gertatzen da, aurreko jakintzekin kontraesankorra denean.

Garrantzitsua da irakasleak akats bat zein motatakoa den identifikatzea. Akats mota bakoitzaren garrantzia ezberdina da, eta baita haien aurrean hartu beharreko neurriak ere. Gainera, oztopo baten aurrean, irakasleak oztopoaren jatorria zein den jakitea funtsezkoa da, hari aurre egiteko estrategia bat planteatzeko.

Ikasleek egin ditzaketen akatsen haritik, aurreikus daitezken zenbait errore azpimarratuko dira orain. Hasteko, triangelu zuzenen identifikazioan maiz erroreak aurkituko dira. Ikasleek, triangelu zuzenak ohiko posizioan ez badaude, hots oinarria horizontala eta katetoa den kasuan, ikasleek triangelua zuzena dela identifikatzeko askoz arazo gehiago izaten dituzte. Hori, oztopo didaktiko baten ondorio izan daiteke. Izan ere, ikasleei triangelu zuzenen adibideak jartzean gehienetan oinarri horizontaleko eta oinarria katetoa deneko adibideak jarriz gero, ikasleek propietate horiek beharrezkotzat joko dituzte. Hortaz, aurreko unitate eta ikasmailetan triangelu zuzenen lanketan, triangeluak posizio ezberdinetan irudikatzea garrantzitsua da, irakasleak adibidetzat jotzen dituen ezaugarriak ikasleek propietatetzat jo ez dezaten, eta horrela, ikasleentzat oztopoa ez sortzeko.

Ikasle askoren artean maiz errepikatutako errore bat, ezezaguna izendatzailean duten ekuazioak gaizki ebaztea da. Izendatzailea zenbakitzailean dagoenetan berriz, ez dute arazorik izaten. Oztopotzat har dezakegu akats hori, izan ere, behin eta berriz errepikatzen den akatsa da, eta ikasle askok errepikatzen dutena. Honen jatorria, irakaskuntza-prozesuan curriculumeko multzoak bloke isolatu gisa lantzea izan daiteke. Izan ere, ikasmaila berean aurretik ikasitako jakintza da ekuazioak ebaztea, baina aurreko ebaluaketan landutako edukia da. Hortaz, pasatutako denborak eta unitate desberdinak izateak, ikasleak ikasitakoa aplikatzen ez jakitea dakar.

Jarduera teorikoak ebazterakoan erroreak izatea espero da. Honek, jatorri ontogenikoa izan dezake, izan ere jarduera teorikoek orokorrean abstrakzio maila altuagoa eskatzen dute, eta horrek zailtasun matematikoa dakar.

Azkenik, praktikan ikusi denez, klaseko zenbait ikaslek antzekotasun-arrazoiari beti unitatea jartzen diote. Hori, jatorri epistemologikoa daukan oztopo baten adibidea izan daiteke. Aztertu denez, ikasle talde batek beti luzeraren unitate bera jartzen diote antzekotasun-arrazoiari, baina honek, arrazoi bat izanik, ez du unitaterik. Ikasleei unitatea jartzearen beharra azpimarratzen zaie beti, eta hortaz, ohitura dela eta ikasle batzuek egokia ez den kasu honetan ere unitatea jartzen jarraitzen dute.

7 Kapitulua
Ikasketa prozesua

Kapitulu honetan, Lekaroz - Elizondo ikastetxean 2. DBH A taldeko ikasleekin burututako Practicum IIko ikasketa prozesua deskribatuko da.

Hiru ataletan banatu da kapitulua. Lehenik eta behin, eskainitako saioei buruzko informazioa emango da. Ondoren, planifikatutako zenbait jarduera osagarri deskribatuko dira. Eta azkenik, ikasleek era autonomoan egin beharreko jardueraren planifikazioaren buruz hitz egingo da.

7.1 Metodologia

Lankidetza, muga amankomun batera iristeko elkarrekin lan egitean datza. Hau da, egoera kooperatibo batean, norbanakoak norberarentzat eta gainontzeko taldeko partaideentzat onuragarriak diren emaitzak lortzen saiatzen da, hots, lankidetza elkarri laguntzean oinarritzen da. Ikaskuntza kooperatiboa, talde txikien erabilera didaktikoan oinarritzen da, non ikasleek, norberaren eta besteen ikaskuntza maximizatzeko elkarrekin lana egiten duten (David W. Johnson, Roger T. Johnson, Edytbe J. Holubee, 1999).

Azaldu berri dugunak, irakaskuntza tradizionalean ohikoagoak izan diren ikaskuntza lehiakorren eta indibidualisten ideiekin talka egiten du. Azken batean, helburua norberaren onura eta ikaskideei gainditzea izatetik, guztion arrakasta bilatzera pasatzen da metodologia kooperatiboak txertatzearen bitartez. Pisuzko argudio horiek izanik, saio praktikoetan lankidetza metodologia aplikatzea erabaki da, ikastaldeak ikastea ulertzeko era aldatzeko xedearekin, eta guztiek elkarlanean eta onura eta arrakasta kolektibo baten alde gogotsu jardun dezaten.

Konkretuki, hiru saiotan aplikatu da lankidetza metodologia. Batetik, 5. eta 6. saioetan ikasleek bikoteka jardun zuten, lankidetza metodologiaren baitan. Bi saioetan jarduerak egin zituzten bikoteka, 5. ean GeoGebraren laguntzarekin eta 6. ean berriz papera eta boligrafoa erabiliz. Kooperazioaren bitartez, ikasleek elkarri lagunduta jarduerak errazago ebaztea bilatzen da, eta bakoitzaren ekarpenak bestearen ikaskuntza prozesuan lagungarria izatea. Gainera, kooperazioan lana egitea sustatzea garrantzizkoa da, izan ere, kolektibo baten parte sentitzea ikasle baten jokaera eta alderdi emozionala egokitzeko funtsezkoa da, pertsonak animali sozialak garen aldetik. Piagetek dioenez, gizaki orok, gainontzekoekin elkar eraginak beharra ditugu, norberaren identitate propioa sortzeko (Piaget, 1997).

Honekin jarraiki, 3. saioan ere kooperazioaren bitartez jardun zuten ikasleek, baina konkretuki, Aronsonen puzzlea erabili zen metodologiatzat (Aronson, 2002). Puzzle metodologian, taldeetan banatzen dira ikasleak, eta ikasle horietako bakoitza ikaskuntzako atal baten arduraduna bilakatzen da. Ondoren, atal bakoitzeko arduraduna, beste talde batzuetako atal bereko arduradunekin elkartzen da, haien artean komentatu, ideiak partekatu eta horrela, aditu bilakatzeko. Azkenean, haien hasierako taldera itzultzen dira partaide guztiak, taldekideei haien atalari buruzko azalpenak emateko. Metodologia hau aplikatzearen gako nagusia da, buruhausgarri batean bezala, pieza bakoitza (ikasle bakoitza kasu honetan) ezinbestekoa dela produktu finalaren ekoizpen eta erabateko ulermenerako, eta hortaz ikasle bakoitza berezia eta garrantzitsua da guztien onura lortzeko. Gainera, ikasleak aditu bilakatzeko prozesuan, edukiari buruzko hausnarketak egin behar izatea izan da metodologia hau aukeratzeko arrazoi nagusia, ikasleek ikasitakoa barneratu eta imitazioz errepikatu beharrean, hausnarketa prozesu bat eta gogoeta propioak egitea lortuko baitugu. Honetan oinarrituta, eta ikasleen parte hartzea, interakzioa eta interdependentzia positiboa bilatzearren, Puzzle metodologia aplikatu da. Adituen hitzetan, ikasle bakoitzaren atala ezinbestekoa da, orduan ikasle bakoitza ezinbestekoa da; eta horrek hain zuzen ere eragiten du estrategia hain eraginkorra izatea (Aronson, 2002).

Beste alde batetik, informazio eta komunikazio teknologiek gure egunerokoan duten garrantziaz jabetuta, haien potentziala testuinguru bakoitzera egokitzen saiatuko gara. Hala ere, IKTen erabilera ez da gure helburua, gure bitartekoa baizik, izan ere, badakigu ikasleen ikasketa prozesuan oso lagungarria den tresna dela. Gure kasuan, GeoGebra software dinamikoa erabili dugu. Bi egoera ezberdinetan erabili da. Batetik, ohiko ikasgelan, arbel eta proiektorearen laguntzaz. Kasu honetan, Talesen definizioa aurkezteko euskarri lagungarri gisa erabili zen. Bestetik, informatika gelan erabili zen. Kasu honetan, ikasleen esku geratu zen erabilera, irakaslea laguntzaile izanik.

Ildo beretik jarraituz, unitate didaktiko honetan, ikasleek baliabide ezberdinak erabili dituztela esan daiteke beraz. Nagusiki, arkatza eta papera eta software geometrikoen arteko bereizketa egin da. Euskarriaren arabera, jokaera, praktika eta prozesu ezberdinak baliatzen dituzte ikasleek. Bi era daude bi hauek konbinatzeko, lehenik papera eta arkatzaren bidez lantzea, eta ondoren euskarri dinamikora pasatzea, edota kontrako noranzkoan, euskarri dinamikoarekin hasi eta arkatz eta paperarekin jarraitzea. Kasu honetan biak izan zitezkeen aukera aproposak ongi planifikatuz gero, baina lehenengo bidea aukeratu da. Izan ere, ikasleek GeoGebra gisako software dinamikoekin esperientzia falta izanik, eduki berriak eta software horien erabileraren hastapenak aldi berean izatea gehiegizko inpaktua izan zintezkeen. Hortaz, lehenik eta behin eduki berriak papera eta arkatzarekin lantzea erabaki da, eta ondotik, jakintza horiek finkatzeko modelo dinamikoen manipulaziora pasatzea.

Horretaz gain, ikasleek jarduerak arbelean zuzendu dituzte ikaskuntza prozesu guztian zehar. Metodologia honen bitartez, ikasleen parte hartze aktiboa sustatzen da, eta gainera, gaitasun ezberdinak lantzen dituzte, hala nola, jendaurrean hitz egitekoa, sozializatzekoa eta hizkuntza gaitasuna. Are garrantzitsuagoa da ikasleen jarduera aktiboa, ikasleen arreta eskuratzeko. Adituek diotenez, ikasleek jartzen duten arreta oso aldakorra da saioan zehar, eta normalean, arreta aldiuneak minutu bat ingurukoak dira. Gainera, eragin zuzena aurkitu da arreta mailan eta metodologia aktiboetan (Brunce, Flens, Neiles, 2010). Bestalde, saioren batean, jarduerak egin bitartean ikasleek arbelean jarduerak zuzentzea proposatu zen. Izan ere, Practicum hasieran behatzaile gisa bizitako esperientzian aztertu zenez, jarduera ugari zuzendu behar direnean, jarduera guztiak aurretik ongi eginak dituzten ikasleek, normalean hitz egin ohi dute eta arreta galtzen dute, saioa errepikakorra eta baliogabea iruditzen baitzaie. Hortaz, hori saihestearren, jarduerak zuzendu bitartean gainontzeko ikaskideek jarduerak egiten jarraitzea erabaki zen, horrela, ikasleek ez baitute denbora alferrik galtzen, eta gainera, arreta mantentzea lortzen baita. Bide batez, saioak erritmo dinamikoagoa izatea lortzen baitugu.

Azken batean, aukeratutako metodologien bitartez, ikasleek paper aktibo bat izatea kokatu da erdigunean, horretarako baliabide ezberdinak eskainiz.

7.2 Klasean egin den denboraren banaketa

Unitate didaktikoa lantzeko izandako saio kopurua 9koa izan da. Saio guztiek ez dute iraupen bera, izan ere, ikastetxe honetan, asteleheneko klaseek ordu bateko iraupena dute, eta gainontzeko egunetan berriz 50 minutukoa. Hala ere, praktikan, 5 minutu gutxiagoko saioak prestatu dira, izan ere, beti zenbait faktore medio minutu batzuk galtzen dira klase hasiera zein bukaeran.

Aipatu beharra dago, unitate didaktikoa 2019ko apirilak 5aren eta 2019ko maiatzaren 2a bitarte egin dela. Denbora tarte horretan, zenbait festa eta gertakizun izan dira, eta hortaz, ondoko egutegietan berdez markatuta ikus daitekeenez, klase egunak nahiko sakabanatuak izan dira denboran. Adibidez, aste santua eta maiatzaren 1ean ikastetxean festa egunak izan dira. Gainera, apirilaren 9an, saio bat egon beharko litzateke, baina 2. DBHko ikasleek, ohi bezala, kanpo frogak egin zituzten, eta hortaz, ezin izan genuen matematikako saiorik eman.

Apirila				
1	2	3	4	5
8	9	10	11	12
15	16	17	18	19
22	23	24	25	26
29	30			

Maiatza				
		1	2	3
6	7	8	9	10
13	14	15	16	17
20	21	22	23	24
27	28	29	30	31

59. irudia: Egutegia

Aipatzekoa da, saio guztien antolakuntza eta jardunak nire esku geratu zirela. Tutorea zenbait saiotan klasean presente egon zen, eta beste zenbaitetan berriz, ni izan nintzen ikasgelako irakasle arduradun bakarra.

Orain, saioz saio klasean egindakoa eta jarduera bakoitzari eskainitako denbora deskribatuko dira.

1. Saioa. Aurkezpena. 2019/04/05. 45 min

Lehenengo saioan, unitate didaktikoaren aurkezpena egin zen nagusiki. Hasteko, antzekotasunaren kokapen historikoa egin zen, testu-liburuko sarreran oinarrituz, eta eduki matematikoetan sakontzen hasi ginen. Ondoren, eduki teorikoarekin hasteko, ikasleek egunerokotasunarekin erlazionatutako zenbait elementu ezagunetatik abiatuta irudi antzekoak eta antzekotasun-arrazoia definitu genituen. Horren ostean, guztion artean antzekotasun-arrazoia kalkulatzeko eta irudi baten dimentsioak ezagututa irudi antzeko baten dimentsioak lortzeko bi jarduera egin genituen. Jarraian, azalpen teorikoarekin bukatzeko, mapak, planoak, maketak eta eskalak definitu genituen. Ikasle gehienek aurretik eskala terminoa ezagutzen zuten, baita bere aplikazioak ere, hortaz, nahiko azkar burutu ahal izan zen kontzeptuaren azalpena. Klasea bukatzeko, mapa eta eskalei buruzko jarduera batzuk ebazteko baliatu ziren. Klasean amaitu ez ziren jarduerak, etxeko lan gisa egiteko geratu ziren.

Saioaren atala	Irakaskuntza mota	Arduraduna	Denbora (min)
Gaiaren aurkezpena.	Magistrala	Irakaslea	15

Irudi antzekoak eta antzekotasun-arrazoia.			
Jarduerak. Irudi antzekoak eta antzekotasun-arrazoia.	Dialogikoa	Partekatua	10
Azalpen teorikoa. Mapak eta eskalak	Magistrala	Irakaslea	10
Jarduerak. Mapak eta eskalak	Pertsonala	Ikasleak	10

24. taula: 1. saioko denbora banaketa

2. Saioa. Bi irudi antzekoren azaleren eta bolumenen arrazoia. 2019/04/08. 55 min

Azpimarratzekoa da, bigarren saio hau astelehen batean izan zela, eta hortaz, 55 minutuko iraupena aurreikusi zen. Saioa 4 zatitan banatu zen. Klasearekin hasteko, aurreko eguneko etxerako lanak zuzendu ziren. Ikasleak izan ziren jarduerak arbelean zuzentzeko arduradunak. Unitate didaktiko guztian zehar errepikatu zen etxerako lanak zuzentzeko modua. Ikasleak izan ziren zuzenketaz arduratzen zirenak, beti ere, irakaslearen laguntza izanik, zalantzaren bat edo akatsen bat izanez gero. Era honetan, ikasleek etxerako lanak egunero egitea bermatzen da, eta aldi berean, ikasleak jendaurrean hitz egitera ohitzen dira.

Saioaren deskribapenera bueltatuz, saio honetako eduki teorikoa landu zen, bi irudi antzekoren azaleren eta bolumenen arrazoia. Horretarako, ikasleentzat berria zen metodologia bat aplikatu zen, Puzzle metodologia. Ikasleak bikoteka antolatu ziren, eta partaide bakoitzak material ezberdina jaso zuen, batek bi irudi antzekoen azaleren arrazoiari buruzko eta besteak berriz, bolumenen arrazoiari buruzkoa. Aurreko atalean orokorrean eta lanean aurrerago kasu honetarako konkretuan azaldu bezala, Puzzle metodologiaren bitartez landu ziren materialak. Informazio trukearen ostean, bikote bakoitzak, material bakoitzari buruzko jarduera bat egin zuen. Horrela, lankidetzan jarduerak egitea bultzatu zen, eta gainera, ikasle bakoitzak bere materialeko edukiak ulertu zituela bermatzen da, taldekideari azaldu behar izan baitzion. Saioarekin amaitzeko, bi ariketa horien zuzenketa egin genuen guztien artean ozenean.

Saioaren atala	Irakaskuntza mota	Arduraduna	Denbora (min)
Jardueren zuzenketa. Mapak eta eskalak	Pertsonala / lankidetza	Partekatua	10
Teoria bikoteka. Bi antzeko irudiren azaleren eta bolumenen arrazoiak	Pertsonala / lankidetza	Ikasleak	25
Jarduerak bikoteka. Bi antzeko irudiren azaleren eta bolumenen arrazoiak	Lankidetza	Ikasleak	10
Jardueren zuzenketa. Bi antzeko irudiren azaleren eta bolumenen arrazoiak	Pertsonala / lankidetza	Partekatua	10

25. taula: 2. saioko denbora banaketa

3. Saioa. Talesen teorema. 2019/04/11. 45 min

Hirugarren saio hau, Talesen teoremaren azalpenean oinarritu zen. Saioarekin hasteko, aurretik landutako edukiei buruzko jarduera bat egin genuen, mapei eta eskalei buruzkoa. Ikasleei Baztango mapak bat banatu zitzaizkien, eta eskala ezagututa, ikasle bakoitzak bere herritik ikastetxera dagoen distantzia erreala deduzitu behar zuen. Ondoren, ikastetxetik hurbilen dagoen herritik urrunen dagoen herrirako klasifikazioa egin genuen. Baztango maparen jarduera, ikasleek benetan errealitatean egin dezaketen ariketa bat da. Hots, gerta daiteke klasean jarduera gisa proposatutakoa egunen batez ikasleek benetan errepikatu behar izatea, hau da, bizitza errealean guztiz erabilgarria da. Horren ostean, eduki teorikoarekin hasi ginen. Talesen teorema azaldu zitzaien, GeoGebra software dinamikoa erabiliz. Aurretik prestatutako appleta arbelean proiektatu zen, eta ikasleek irakaslearen ordenagailutik applet hori manipulatzeko aukera izan zuten. Saioarekin bukatzeko, Talesen teoremari buruzko jarduera batzuk egin zituzten ikasleek, eta bukatzen ez bazituzten etxean bukatu beharko zituzten. Uste zena baino denbora gehiago eraman zuten saioko lehenengo bi zatiek, eta hortaz, jarduera gehienak etxerako geratu zitzaizkien.

Saioaren atala	Irakaskuntza mota	Arduraduna	Denbora (min)
Jarduera indibidualki. Baztango mapa	Lankidetza	Partekatua	15
Teoria. Talesen teorema	Magistrala	Partekatua	20
Jarduerak indibidualki Talesen teorema	Pertsonala	Ikasleak	10

26. taula: 3. saioko denbora banaketa

4. Saioa. Jardueretan trebatzea. 2019/04/12. 45 min

Laugarren saio hau osorik, jardueretan trebatzeko baliatu zen. Ikasleei testu-liburuko zenbait ariketa proposatu zitzaizkien eta saioan jarduera horiek ebatzi zituzten. Horren bitartean, aurreko saioko jarduerak arbelean zuzendu zituzten ikasleek. Gainera, ikasle guztiek jarduerak amaitu ahala horiek ere arbelean zuzentzen ziren.

Saioaren atala	Irakaskuntza mota	Arduraduna	Denbora (min)
Jarduerak eta zuzenketa. Aurreko saioetan landutako eduki guztiei buruz.	Pertsonala	Ikasleak	45

27. taula: 4. saioko denbora banaketa

5. Saioa. GeoGebra. 2019/04/15. 50 min

Bosgarren saioa, ordenagailu gelan burutu zen, izan ere, GeoGebra softwarea erabili zen saio guztian. Ikasleek bikoteka nik aurretik prestatutako GeoGebrako jarduerak ebatzi zituzten. GeoGebrako liburu bateko linka pasatu zitzaien, eta bertako jarduerak ordenean ebatzi behar zituzten. GeoGebrako applet horiek, hurrengo atalean aurkeztu eta azalduko dira. Saioko 20 minutu pasatu ostean, guztion artean hasierako jardueren emaitzak pixka bat komentatu genituen. Honen helburu nagusia ez zen zuzenketak egitea, ikasleak orientatzea eta haien aurrerapausoak ebaluatzea baizik. Ondoren, berriro ekin zioten jarduerak egiteari, eta klase amaieran, guztion artean emaitzak komentatu eta zuzendu genituen.

Etxerako lan gisa, Talesen teoremak itzalekin duen aplikagarritasuna esperimentalki praktikan jartzea eskatu zitzaien. Ikasle bakoitzak, zuhaitz baten edo bere etxearen altuera kalkulatu beharko zuen. Horretarako, norberaren itzala eta aukeratutako objektuaren itzala neurtu beharko zuten, eta haien altuera ezagututa, objektuaren altuera deduzitu beharko zuten. Azken batean, esperimentazio honekin, ikasleek froga dezakete problemetan aplikatzen dutena benetan errealitatean betetzen dela. Ikasleei, ebazten dituzten problemen fidagarritasuna frogatzea oso garrantzitsua da. Horrelako esperimentazioen bitartez, ebazpenerako prozedurak gogoratzea errazten da, eta gainera, egindakoaren gainean hausnartzeko tresna eta baliabide gehiago ditu ikasleak.

Saioaren atala	Irakaskuntza mota	Arduraduna	Denbora (min)
Jarduerak bikoteka. GeoGebrako jarduerak, aurreko saioetan landutako eduki guztiei buruzkoak.	Lankidetza	Ikasleak	20
Zuzenketa GeoGebrako jarduerak	Dialogikoa	Partekatua	5
Jarduerak GeoGebrako jarduerak	Lankidetza	Ikasleak	15
Zuzenketa GeoGebrako jarduerak	Dialogikoa	Partekatua	10

28. taula: 5. saioko denbora banaketa

6. Saioa . Jardueretan trebatzea. 2019/04/16. 45 min

Seigarren saio osoa jardueren trebatzean eman zen. Oraingoan, jarduerak binaka egitea proposatu zitzaien ikasleei. Bikoteak irakasleok osatu genituen, ikasleen gaitasun sozial eta matematikoak kontuan hartuta. Saioaren amaieran, egindako jarduerak zuzendu genituen, eta bukatu ez zirenak etxerako geratu ziren. Bestetik, azterketari begira, etxerako lan gisa, unitate honen gainean zituzten zalantzak idatziz prestatzea bidali zitzaien.

Saioaren atala	Irakaskuntza mota	Arduraduna	Denbora (min)
Jarduerak bikoteka. Aurreko saioetan landutako eduki guztiei buruzkoak.	Lankidetza	Ikasleak	30
Zuzenketa eta jarduerak Aurreko saioetan landutako eduki guztiei buruzkoak.	Lankidetza	Partekatua	15

29. taula: 6. saioko denbora banaketa

7. Saioa. Errepasoa. 2019/04/29. 55 min

Aipatzekoa da, saio hau ordu batekoa izan zela, astelehena baitzen. Azterketa aurreko saioa zenez, bereziki landutako edukiak errepasatzen eman genuen klasea. Lehenik eta behin, eskema bat egin genuen, ikasitako kontzeptu garrantzitsuenak azpimarratzen eta jarduera ohikoenak identifikatzen. Ondotik, ikasleek haien zalantzak galdetzeko tarte bat izan zuten, eta ozenean argitu genituen. Amaieran, saioaren bukaera arte minutu batzuk genituenez, autoebaluazioko jarduerak egin zituzten.

Saioaren atala	Irakaskuntza mota	Arduraduna	Denbora (min)
Zuzenketa 5. saioan bidalitako esperimentalki ebazteko jardueraren zuzenketa.	Dialogikoa	Partekatua	5
Eskema	Magistrala / Dialogikoa	Partekatua	15
Zalantzak	Dialogikoa	Partekatua	20
Jarduerak Autoebaluazioko jarduerak	Pertsonala	Ikasleak	15

30. taula: 7. saioko denbora banaketa

8. Saioa. Azterketa. 2019/04/30. 50 min

Saio guzti hau azterketa egiteko baliatu zen. Ikasleei klasera bi minutu lehen hurbiltzeko eskatu genien, eta horrela saioko 50 minutuak osorik izan genituen azterketa egiteko.

Saioaren atala	Irakaskuntza mota	Arduraduna	Denbora (min)
Azterketa	Pertsonala	Ikasleak	50

31. taula: 8. saioko denbora banaketa

9. Saioa. Azterketaren zuzenketa. 2019/05/02. 45 min

Azken saioa, azterketa zuzentzen eman genuen. Azterketaren zuzenketa arbelean egin zen, eta maiz errepikatutako erroreak azpimarratu ziren, berriro errepika ez zitzaten. Zuzenketaren ostean, bakoitzari bere azterketa entregatu zitzaion nota ikusi eta berrikusteko. Erabaki hori, tutorearen gomendioa izan zen, izan ere, esperientziagatik zioen, saio hasieran azterketak entregatuz gero aztoratuagoak egongo zirela eta ez zutela hainbesteko arretarik jarriko zuzenketari. Unitatearen saioekin amaitzeko, galdetegi bat bete zuten ikasleek, unitatean zehar erabilitako metodologia eta ikasitako edukiak baloratzeko.

Saioaren atala	Irakaskuntza mota	Arduraduna	Denbora (min)
Azterketaren zuzenketa	Magistrala	Irakaslea	30
Azterketa berrikuspena	Indibiduala	Ikasleak	10
Galdetegia	Indibiduala	Ikasleak	5

32. taula: 9. saioko denbora banaketa

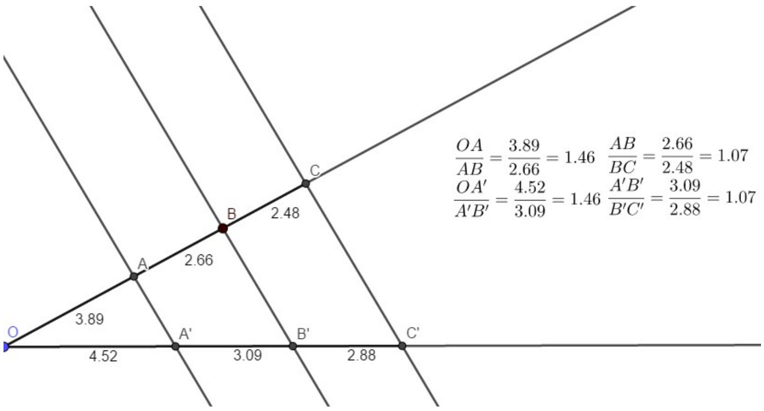
7.3 Planifikatu diren jarduera osagarriak

Saioen antolakuntzan ikusi den bezala, unitate didaktikoan zehar zenbait euskarri baliatu dira. Hasteko, gehien erabili den baliabidea testu-liburua izan da, teoria zein jardueretarako. Horretaz gain, GeoGebrako eredu interaktibo bat prestatu zen azalpen teoriko bat laguntzeko, eta GeoGebraz ere baliatu ginen saio batean jarduerak burutzeko. Gainera, paperezko baliabide bat eman zitzaien, Baztango mapa bat, egunerokotasunaren garrantzia azpimarratzeko. Bukatzeko, Puzzle metodologian lantzeko material egokituak ere erabili ziren.

Hurrengo azpiataletan, prestatutako jarduera osagarri bakoitzaren deskribapen sakonagoa egingo da.

7.3.1 GeoGebra edukien azalpenerako

Aurretik, 5.3 atalean aipatu denez, matematikan eta bereziki geometrian, software dinamikoak eduki matematikoen ulermenean oso tresna lagungarriak dira. Hortaz, eta ikasleei Talesen teorema lehenengo aldiz definitu behar zitzaienez, GeoGebrako eredu interaktibo baten bitartez lagundu zen azalpena. Nik aurretik prestatutako eraikuntza bat da, eta klase teoriko magistral batean proiektatzeko erabili zen. Ikasleak irakaslearen ordenagailura hurbildu ziren appleta manipulatzera eta guztion artean betetzen ziren propietateak ondorioztatu genituen. Ondoko 60. irudian appletaren itxura ikus daiteke.



60. irudia: Talesen teoremaren irudikapena GeoGebran

Helburua, Talesen teorema betetzen dela erakustea da. Horretarako, 60. irudian agertzen den egoeratik abiatuta, A, B eta C puntuak mugitu ondoren eskuinean agertzen diren segmentuen luzerak elkarren artean proportzionalak direla ohartarazi nahi da. Ikasleek, esaterako A puntua mugituz gero, A' puntua ere mugituko da, eta eskuinean ditugun zuzenkien luzerak aldatuko dira, baita zatiketen emaitzak ere. Emaitza horiek, hots, zuzenkien proportzioak goiko zein beheko zuzenarenean berdinak direla ikusiko dute. Nahi bezainbeste manipulatuta ere, beti beteko da harreman hori, eta ondorioz, honek ikasleei Talesen teorema ulertzen lagunduko die, horren zergatian hausnartuko baitute. Gainera, manipulazioaren bitartez, ikasleek ez dute adibide soil gisa ikusten, segmentuen luzerak edozein izanik ere beti betetzen baita teorema.

7.3.2 Ikasleek manipulatzeko GeoGebrako jarduerak

Aurreko atalean azaldu denez, 5. saioan ikasleek GeoGebraren bitartez jarduera batzuk egin zituzten. Curriculumean zehazten denez, ikasleek landu beharreko gaitasunen artean tresna informatikoen erabileran trebatu behar dira. Software geometrikoen manipulazioa ikasleen ikaskuntza-prozesuan aberasgarria izango dela pentsatuz, birpasatze jarduera batzuk lantzeko GeoGebrako geometria dinamikoko eraikuntza batzuk prestatu nituen.

Ikasleek binakako taldeetan jardun zuten, irakasleok erabakitako bikoteetan, ikasleen ezaugarrietan oinarrituta. GeoGebran sortutako liburuaren linka pasatu zitzaien eta ikasleek saio guztia izan zuten ordenagailuetan eraikuntzak manipulatu eta paperean pasatutako galdetegia idatziz erantzuteko. Appletaren behealdean zein paperean aginduak eman zitzaizkien.

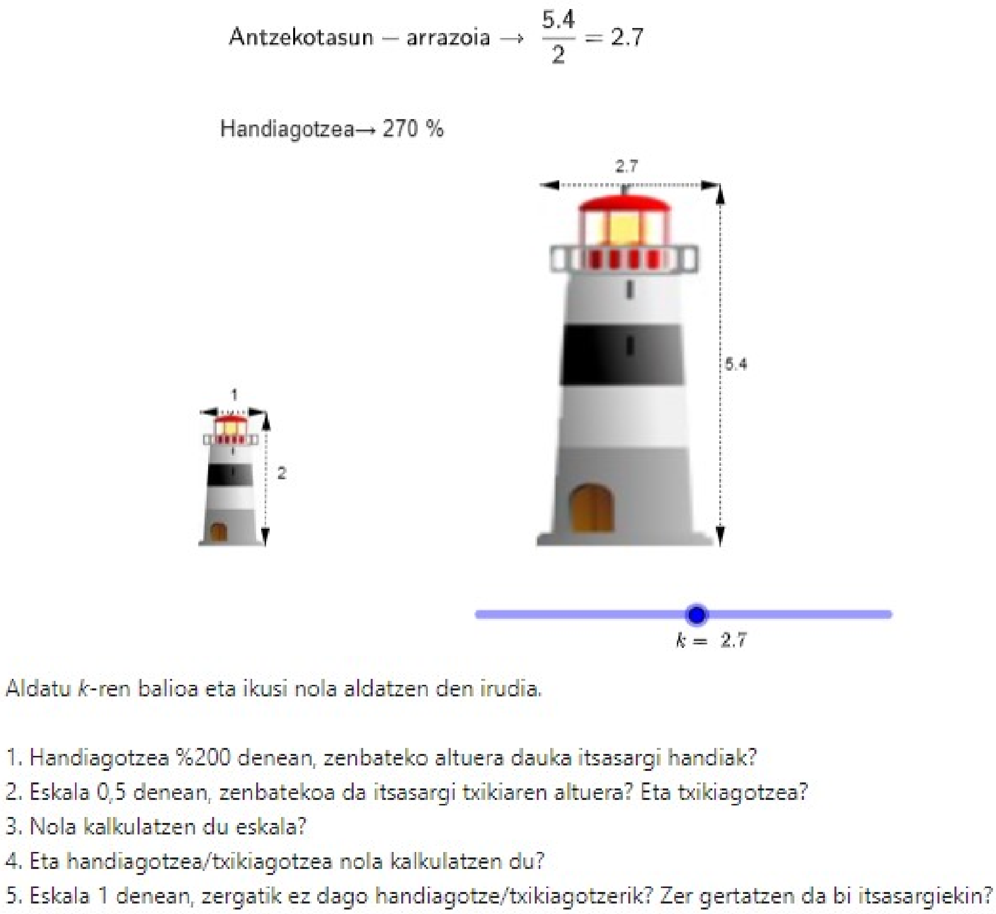
Jarduera guzti hauetan ikasleek rol aktibo bat izan zuten, haien esku geratu zen jardueren ebazpenaren pisua. Irakasleok berriz, hasiera batean laguntzarik eman nahi ez bagenuen ere, azkenean zalantza puntual batzuk argitu genituen, beti ere, saioaren pisua ikasleengan utzita. Izan ere, saio honen helburu nagusietako bat, ikasleek haien ezagutzetan beraien kabuz sakontzea zen, hots, era autonomoan lana egitea. Ikasleek, esplorazio eta ilustrazio eredu hauen bitartez erantzunak jasotzeko nahikoak baliabide zituzten, eta gainera, hori ikasleei garbi gelditzea garrantzitsua da, testu-liburu eta irakasleaz gain jakintza jatorri ezberdinak ezagutzea.

Hori dela eta, saio honetarako GeoGebran prestatutako jarduerak ez dira eduki berriak lantzeko, ikasleek aurretik ikasitakoak finkatzekoak baizik. Gainera, ohituak ez dauden tresna informatikoak ezagutzeko eta erabiltzen trebatzeko ere balio izan du.

1. jarduera. Antzekotasun-arrazoia.

Esplorazioko jarduera bat da lehenengo hau, izan ere, ikasleek *k*-ren balioa aldatuz betetzen den propietatea ondorioztatu beharra daukate. Ikasleek irristailuaren bitartez *k*-ren balioa alda dezakete. Hori egitean, dorre handia txikitzen (*k* txikituz gero) edo handitzen (*k* handituz gero) dela ikusiko dute. Horretaz gain, antzekotasun-arrazoia eta handiagotzea (edo txikiagotzea, *k* bat baino txikiagoa denean) parametroak aldatuz doazela ikusiko dute. Ikasleentzat baliagarria da, esplorazioaren bitartez, ikasleek *k*-ren aldaketaren eta lortzen diren emaitzen arteko erlazioak aurki ditzaketelako, eta haien gogoeta propioak sortu behar dituztelako horren zergatia bilatzeko.

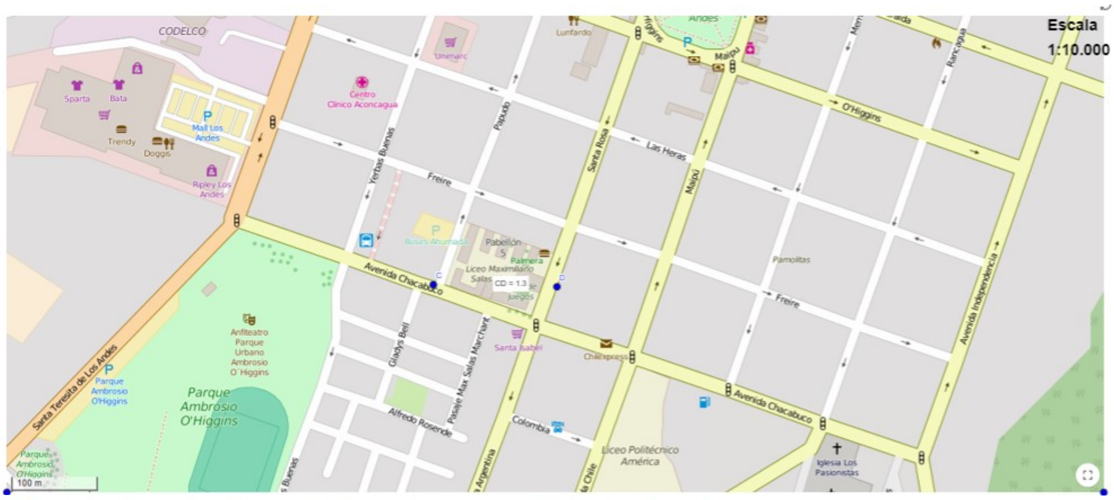
Ariketa gisa planteatu da, baina azken batean antzekotasun-arrazoiaren definizioa azpimarratzea da ariketaren funtsa. Eredu dinamikoa, 5. kapituluan aipatutako esplorazio eta ilustrazio ereduetan oinarrituta dago. Horrela, ikasleek esplorazio eta trebatzearen bitartez ezagutzak barneratuko dituzte.



61. irudia: Antzekotasun-arrazoiak lantzeko jarduera GeoGebran

2. jarduera. Mapak eta eskalak.

Mapa erreal baten gainean, eskala ezagututa errealitateko distantziak kalkulatzea da helburua. Gaur egun ohikoa den google maps aplikazioarekin lortutako mapa bat da, izan ere, horrela ikasleek argi eta garbi islatuta ikus dezakete edukiak egunerokoan duen aplikazioa. Appletean urdinez dauden seinalatuta dauden bi puntu mugituz (C eta D puntuak) mapako distantzia zuzenak neur ditzakete ikasleek, eta eskala ezaguna izanik, nahi duten distantzia erreala kalkula dezakete. Gainera, azalerak kalkulatzeko eskatzen zaizkienean, ikasleek hori egiteko estrategia egokiena zein den planteatu beharko dute, baita zuzena ez den distantzia bat neurtzeko eskatzen zaienean. Esplorazioko jarduera bat da honakoa, xedea, ikasleak trebatzea izanik.



Mugitu urdinez dauden C eta D puntuak mapako distantziak neurtzeko.

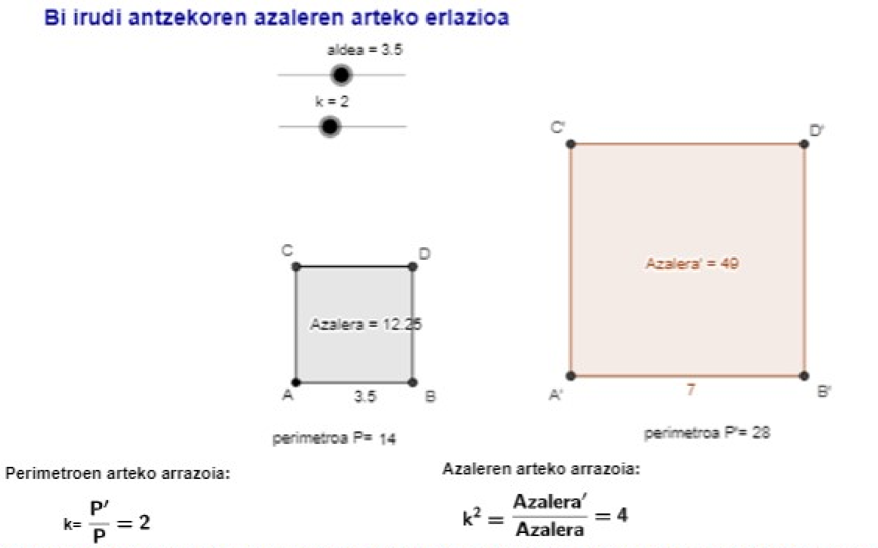
1. Zenbat neurtzen du Avenida Chakabukok mapan? Eta errealitatean?
2. Zenbateko azalera dauka errealitatean Maximiliano Salas Marchan Lizeoak?
3. Zenbat da gasolindegitik Lufardo jatetxera joateko egin beharreko distantziarik laburrena?
4. Zer distantzia dago Santa Rosa eta Maipú kaleen artean?

62. irudia: Eskalak lantzeko jarduera GeoGebran

3. jarduera. Bi irudi antzekoren azaleren arteko erlazioa.

Bi irudi antzeko izanik, azaleren arteko arrazoiaren egiazkotasuna erakustea da helburua. Ikasleek aurreko saioetan landutako ezagutzak barneratzea eta finkatzea da asmoa. Horretarako, honako eredu dinamikoa sortu da. Ikasleek, lehenengo irristailuaren bitartez karratua txikiaren aldea alda dezakete. Hori egitean, karratu handiaren aldea ere aldatzen dela, baina beheko perimetroen eta azaleren arteko arrazoiak konstanteak direla aztertuko dute. Bigarren irristailuaren bitartez, k-ren balioa, hots, antzekotasun-arrazoiaren balioa manipula dezakete. k-ren balioa aldatuz gero, karratu handiaren tamaina nola aldatzen den ikusiko dute ikasleek, eta baita beheko perimetroen eta azaleren arteko arrazoiak ere.

Beheko galdetegian, lehenik esplorazioko galderak egin dira, appletaren manipulazio hutsarekin ondoriozta daitezkeenak. Ondotik, appletaren manipulaziotik edo aurreko bi galderetatik ondoriozta daitezkeen bi galdera teoriko egin dira. Applet honen manipulazioak, ikasleei antzekotasun-arrazoiaren, eta perimetro eta azaleren arrazoien interpretazioan lagun diezaieke. Gainera, begi-bistaz oso intuitiboak direnez manipulazioaren ondorioz ematen diren aldaketak, ulermena asko laguntzen du.



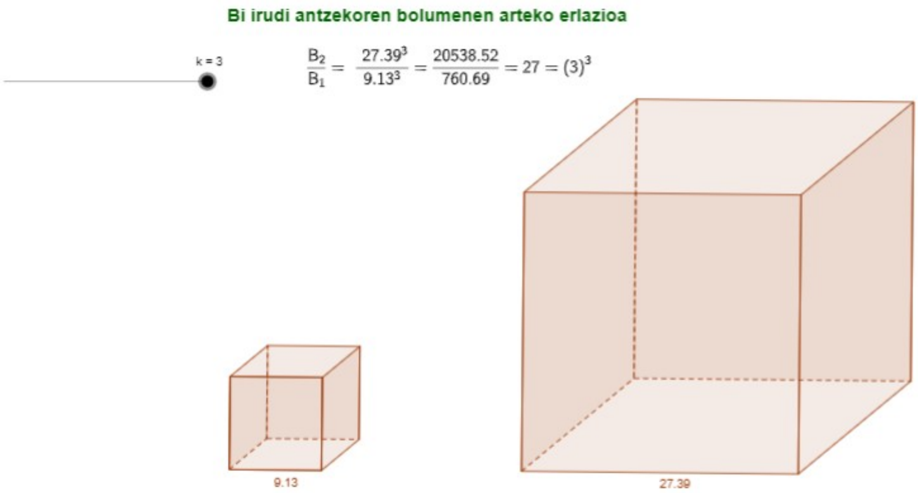
Aldatu karratu txikiaren aldearen luzera eta antzekotasun-arrazoia (k). Aztertu zer gertatzen den behean agertzen diren "perimetroen arteko arrazoia" eta "azaleren arteko arrazoia"-rekin.

1. Demagun, karratu txikiaren aldea 2,5 dela, eta antzekotasun-arrazoia (k) 3 dela. Zein da karratu txikiaren perimetroa? Eta karratu handiarena? Zein da perimetroen arteko arrazoia?
2. Aurreko kasuan, zein da karratu txikiaren azalera? Eta karratu handiarena? Zein da azaleren arteko arrazoia?
3. Bi irudi antzekoren arteko antzekotasun-arrazoia k bada, zein da perimetroen arteko arrazoia?
4. Bi irudi antzekoren arteko antzekotasun-arrazoia k bada, zein da azaleren arteko arrazoia?

63. irudia: Azaleren arrazoia lantzeko jarduera GeoGebran

4. <u>jarduera. Bi irudi antzekoren bolumenen arteko erlazioa.</u>

Jarduera hau, aurrekoaren oso antzekoa da, baina kasu honetan, azaleren arrazoia beharrean, bolumenen arrazoiarentzat. Honakoan, ikasleek soilik irristailu bat daukate, eta honen bitartez, k-ren balioa, hots, antzekotasun-arrazoiaren balioa alda dezakete. Kubo txikiaren tamaina beti konstantea da, eta beraz, k-ren balioa manipulatzean, kubo handiaren dimentsioak eta bolumenen arteko erlazioa aldatzen direla ohartuko da ikaslea. Aurreko appleterako esan bezala, kasu honetan ere, begi-bistaz oso intuitiboak dira ematen diren aldaketak, eta horrek, ikasleek haien hipotesi eta gogoetak sortzea lagunduko du.



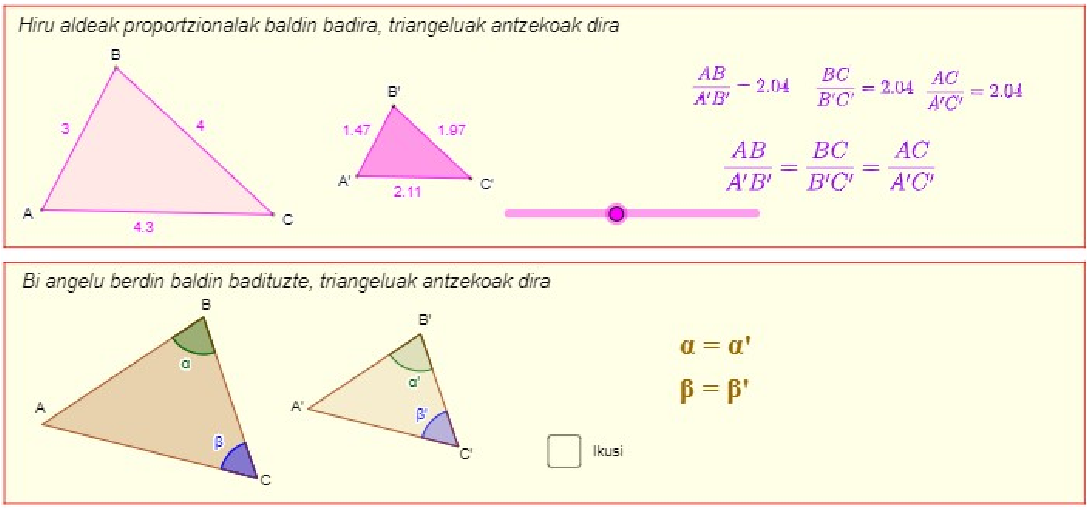
Aldatu irudien antzekoen antzekotasun-arrazoia (k) eta aztertu zer gertatzen den bolumenen arteko arrazoiarekin.

1. Antzekotasun-arrazoia (k) 2 denean, zenbat da kubo handiaren aldearen luzera?
2. Antzekotasun-arrazoia 2 denean, zenbat da kubo txikiaren bolumena? Eta kubo handiarena?
3. Antzekotasun-arrazoia k denean, zenbat da bolumenen arteko antzekotasun erlazioa?

64. irudia: Bolumenen arrazoia lantzeko jarduera GeoGebran

5. jarduera. Triangeluen antzekotasun irizpideak.

Jarduera honen helburua, triangeluen antzekotasun irizpide batzuk aztertzea da. Lehenengoan, hiru aldeak proportzionalak dituzten triangeluak antzekoak direla adierazten da. Irristailuaren bitartez, triangelu txikiaren dimentsioak eta posizioa aldatzen dira. Triangelu txikia ahalik eta handiena egitean, beste triangeluaren tamaina bera dauka eta bestearen gainean kokatzen da biak berdinak direla egiaztatzeko. Horretaz gain, bi triangeluen aldeen arteko proportzioa adierazten da eskuinean, eta edozein manipulazio eginik ere beti proportzionalak direla ikus daiteke. Bigarren jardueran berriz, bi angelu berdin dituzten triangeluan antzekoak direla egiaztatzen da. Ikusi deituriko laukian klikatuz gero, triangelu handian koloreztatuko angeluak mugitu, eta triangelu txikiko angelu berdinen gainean kokatzen dira, berdinak direla egiaztatzeko. Geometria dinamikoko jarduera honekin, propietateak betetzen direla erakutsi nahi da. Arbel tradizionalean eskuz egin beharrean, baliabide informatikoak erabiltzen dira propietateak egiaztatzeko, zehaztasun gehiagorekin egiten baitira irudikapenak, eta begi-bistaz identifikatzeko errazagoa da. Honakoan, ilustraziorako diseinatu da eraikuntza.



Lehenengo antzekotasun-irizpidea. Mugi ezazu irristagailua eta erantzun:

1. Zein propietate betetzen dute bi triangelu antzekok, lehenengo irizpidearen arabera?

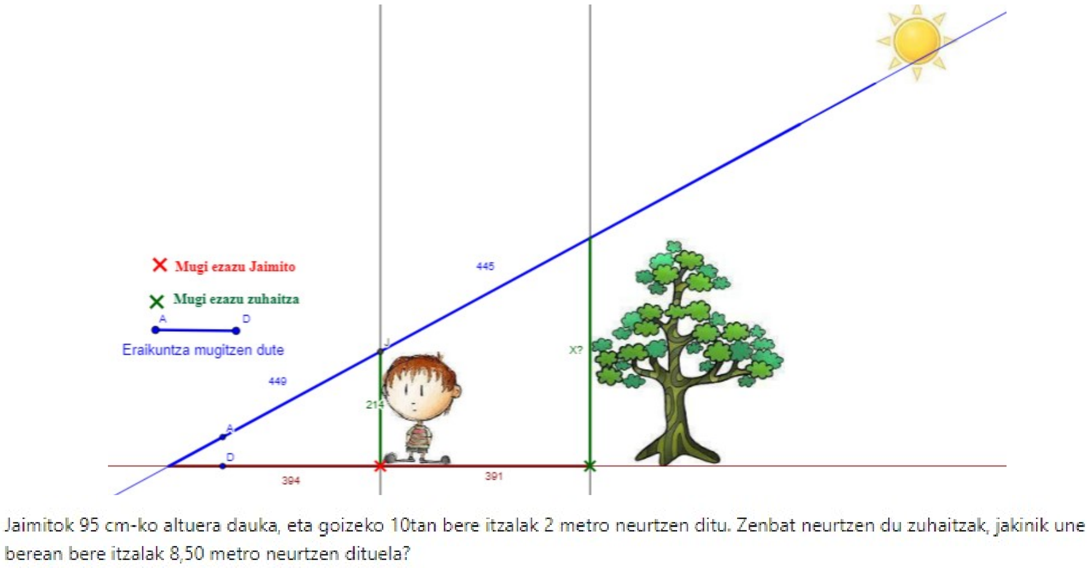
Bigarren antzekotasun-irizpidea. Sakatu Ikusi jartzen duen laukian eta erantzun:

2. Zein propietate betetzen dute bi triangelu antzekok, bigarren irizpidearen arabera?
3. Zein harreman dago bi triangeluetan geratzen diren angeluen artean?

65. irudia: Triangeluen antzekotasun irizpideak ilustratzeko jarduera GeoGebran

6. jarduera. Talesen teoremaren aplikazioa.

Azken jarduera hau, Talesen teorema aplikatzeko testu-liburuan agertzen den problema ohikoa da, baina geometria dinamikoko eraikuntzaren bitartez, ikasleek triangeluen antzekotasuna errazago identifika dezakete. Ikasleek, bi objektuak zein eguzkia mugi ditzakete, Talesen posizioan dauden bi triangelu lortu arte. Jaimito mugitzeko, bere hankan dagoen x gorria mugitu beharra daukate; zuhaitza mugitzeko, x berdea; eta azkenik, eguzkia mugitzeko A edo D puntuak. Esplorazio jarduera bat da, ikasleak tresna informatikoekin zein Talesen teoremaren aplikagarritasunarekin trebatzeko.



66. irudia: Talesen teoremaren aplikagarritasuna lantzeko jarduera GeoGebran

7.3.3 Ezaguna duten testuinguruko jarduera

Aurretik aipatu denez, jarduerek testuingurua izateak berebiziko garrantzia du ikasleen motibazioan eta kontzeptuen ulergarritasunean. Hortaz, ikasleei zuzenean eragiten dien egoeretara hurbiltzeko asmoz, 4. saioan ikasleentzat baliabide gehigarri bat prestatzea erabaki zen. Jarduera hori lantzeko baliabidea, 67. irudian ikus daiteke. Baztango mapa bat jaso zuen ikasle bakoitzak, A4 orri batean, eta erregelaren laguntzaz eta eskala ezagutua, bakoitzak bere herritik ikastetxera duen distantzia kalkulatu behar zuen. Eskala irakasleok eman genien saio hasieran, eta 1:125000 zen. Ondoren, ikasleen lortutako datuen klasifikazio bat egin zuten. Zerrenda batean herriak apuntatu genituen, ikastetxetik urrunen bizi zenetik hasi, eta ikastetxetik hurbilen bizi zenarekin bukatuz. Honakoa, testu-liburuan proposatzen diren ariketen antzekoa da, baina kasu honetan, ikasleek aplikazio zuzena eta baliagarria ikusi zioten. Ikasleen arreta bereganatu zen eta gogoz ekin ziotela nabaritu zen.

67. irudia: Baztango mapa

Horretaz gain, onuragarria izan zen neurriak ohiko unitatera pasatzeko beharraz jabetzeko. Izan ere, normalean ikasleek emaitzak zein unitatetan eman behar dituzten galdetzen dute, edota ez dute unitatez aldatzen. Baina kasu honetan, ikasleek emaitzak cm-tan lortu zituzten eta guztiek km edo m-tara pasatu zituzten, unitate zentzuzkoenak baitziren. Horretaz hitz egin genuen klasean, eta denen artean ondorioztatu genuen ez daukala zentzu praktikorik herri batetik bestera 1.000.000 cm daudela esateak (nahiz eta testuingururik gabeko jardueretan hala egiten duten askotan). Honek erakusten du, egoera errealek eragiten duten onura, ikasleek zentzu bat ematen baitiote.

7.3.4 Puzzle metodologian lantzeko materiala

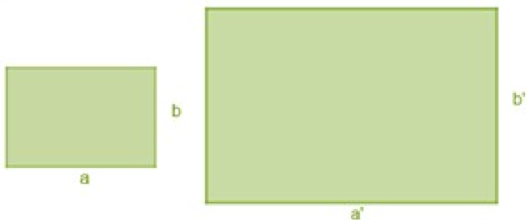
Erabilitako metodologietan azaldu denez, saio batean Aronsonen puzzlean oinarritutako metodologia aplikatu zen. Saio horretan, ikasleek bikoteka lan egin zuten, eta bikoteko partaide bakoitzari material ezberdina eman zitzaion. A materiala (B eranskina), irudi antzekoen azaleren arrazoiari buruzkoa zen, eta B materiala (B eranskina) berriz, irudi antzekoen bolumenen arrazoiari buruzkoa. Ondoko 68. irudian, prestatutako A materialaren zati bat ikus daiteke. Ikasle bakoitzak egokitutako materiala irakurri, eta material bera zuen beste talde bateko ikaskide batekin elkartu zen, ulertutakoa eta egindako hipotesiak bien artean elkarbanatzeko. Honen ostean, ikasle bakoitza egokitutako materialean aditu izanik, hasierako bikotekidearengana bueltatu, eta ikasitako gaiaren inguruko beharrezko azalpenak eman zizkion.

1. Bi antzeko laukizuzen hauek ditugu. Demagun, luzeren arteko antzekotasun-arrazoia k dela. Kalkula dezagun zein den azaleren arteko antzekotasun erlazioa:

$A_{txikia} = a \cdot b \qquad A_{handia} = a' \cdot b'$

Antzekotasun-arrazoia k denez,

$a' = a \cdot k$
$b' = b \cdot k$



68. irudia: Puzzle metodologian landutako A materialaren zati bat

Testu-liburuan bi eduki horiei buruzko materiala badago ere, ikasleek haien kontu lankidetzan eta irakaslearen aurre azalpenik gabe eduki horiek prestatu behar zituztenez, materiala osatzea erabaki zen. Horretarako, testu-liburuko material guztia erabili zen oinarri gisa. Gainera, adibide eta azalpen gehiago eman ziren. Adibideak, ikasleen ulermenerako errazagoa izan zintezkeenak aukeratu ziren, azaleren kasuan laukizuzena eta zirkunferentzia, eta bolumenen kasuan ortoedroa eta zilindroa. Bestetik, frogapen teoriko partikularretan testu-liburuan baino gehiago sakondu zen, ikasleen fidagarritasuna bultzatzeko asmoz. Horretaz gain, ikasitakoari buruzko bi jarduera prestatu ziren (B eranskina), eduki bakoitzarentzat jarduera bat, azalpen teorikoak amaitu ostean egiteko. Jarduera horietan, ikasleei bi irudi geometriko antzeko emanik, horien azalera eta bolumenari buruzko galderak egin zitzaizkien, ondoren, azalera eta bolumen horien arrazoiak ondorioztatzeko. Jarduera horiek, trebakuntza bultzatzeaz gain, ikasleek edukiak barneratu dituztela baloratzeko estrategikoki prestatu ziren.

7.4 Zereginak: aurreikusitako ikaslearen jarduera autonomoa

Hurrengo 33. taulan, ikasleek saio bakoitzaren ostean etxerako zereginak eta aurreikusitako denborak zehaztu dira. Azpimarratzekoa da, gehiengoa erreferentziako testu-liburuko jarduerak direla. Horretaz gain etxerako izandako lan bakarrak Talesen aplikazioak esperimentalki probatzea eta azterketa prestatzea izan ziren.

Zeregina	Aurreikusitako denbora
1. saioko zeregina. Testu-liburuko jarduerak. Bi irudi antzeko identifikatu eta antzekotasun-arrazoia kalkulatu	20 min
3. saioko zeregina. Testu-liburuko jarduerak. Talesen teoremaren aplikazioa	20 min
4. saioko zeregina. Testu-liburuko jarduerak. Errepasoko jarduerak	20 min
5. saioko zeregina. Aukeratutako objektu baten (zuhaitz bat edo eraikin bat) altuera deduzitu, objektuaren eta norberaren itzalak neurtuta. (7. saiorako)	25 min
6. saio osteko zeregina. Azterketarako zalantzan prestatuta ekarri	20 min
Azterketaren prestakuntza	2-3 ordu

33. taula: Zereginetako aurreikusitako denbora

8 Kapitulua
Esperimentazioa

Kapitulu honetan, Lekaroz – Elizondo ikastetxeko 2. DBHn antzekotasunaren unitate didaktikoaren irakaskuntza prozesuaren esperimentazioa deskribatu eta analizatuko da. Bost ataletan banatuko da kapitulua. Lehenik, lagina eta esperimentazioaren diseinua deskribatuko dira. Bigarrenik, ikasleentzat prestatutako galdetegiak aurkeztuko dira. Ondotik, hasierako galderei eta aurreikusitako portaerei buruzko gogoetak egingo dira. Honen ostean emaitzak aztertuko dira, eta bukatzeko, emaitza horien gaineko eztabaida bat plazaratuko da.

8.1 Lagina eta esperimentazioaren diseinua

Aipatu bezala, esperimentazioa Baztango Lekaroz – Elizondo ikastetxean burutu da, 2. DBHko talde batean, A taldean konkretuki. 23 ikaslez osatuta dago taldea. Orokorrean ibilbide akademiko ona duten ikasleak dira, baina aipatzekoak diren bi ikasle daude. Horietako bat errepikatzailea da, 2. DBH errepikatzen ari da aurtengo ikasturtean, izan ere, bihotzeko arazoak ditu eta zenbaitetan klaseak galtzen ditu denboraldi luzez. Aipatu beharreko bigarren ikasleak, 1. DBHko matematika gainditu gabe dauka eta gainera, atzerritik etorritakoa denez oraindik ere euskara ulertzeko zailtasun txiki batzuk dituela antzematen da.

Azaldu berri diren bi ikasle horiei dagokionez, biak klase arruntean daude eta gainontzeko ikaskideekin jarraitzen dituzte saioak. Egia da, bihotzeko arazoak dituen mutilak unitate batzuetan material berezia izan ohi duela, baina hori kasu soil batzuetan gertatzen da. Hau da, ikaslea klasera etortzen ohi denetan ikaskideen maila jarraitzen du, baina osasun arazoengatik denboraldi batez klasera etortzen ez bada, material berezia ematen zaio.

Bestalde, izaerari dagokionez, esan daiteke taldea orokorrean oso parte-hartzailea dela. Ikasleek arreta mantentzen dute klasean eta matematikekiko ikuspegia nahiko ona da, hots, gogotsu ekiten diote matematikei. Hala ere, esan beharra dago nahiko berritsuak direla, eta nor bere kabuz lanean dabilenean, elkarren artean hitz egiteko eta zarata ateratzeko joera daukatela.

Unitate honetako planifikazioari dagokionez, jomugan, ikasleek landutako edukiei bizitzako egunerokotasunean aplikagarritasuna ikustea jarri zen. Hots, ikasleek matematika irakasgai mekaniko eta ulertezin huts gisa ikustea saihestu nahi izan da, eta matematiken inguruko ikuspegi aldaketa bat bultzatzen saiatu gara erabilitako metodologien bitartez. Hori lortzearren, aurreko kapituluan azaldutako planifikazioa burutu zen. Ikasleen ebaluazioari dagokionez, aztertutako lau alderdi daude. Batetik, ikasleek etxerako lanak egiten dituzten ikustea. Saio hasieretan, ikasleek etxerako lanak egin al zituzten apuntatzen zen, haien egunerokotasuneko lana jarraitzeko asmoz. Bigarrenik, GeoGebran egindako jardueren ebaluazioa egin zen. Ondoren azterketa ebaluatu zen, zeinek, kalifikazioan eragina izanen zuen, eta azkenik, galdetegi bat pasatu zitzaien haien iritziak jasotzeko. Ondoko ataletan horiei zein beste puntu garrantzitsu batzuei buruzko informazio sakonagoa aurki daiteke.

8.2 Galdetegiak

Unitate honetan zehar landutakoaren artean, soilik bi atal izango dira ikasleen azken kalifikazioan eragina izango dutenak: etxerako lanak egitea, zeinak %10ko pisua izango duen azken kalifikazioan, eta azken azterketa, zeinak %20ko pisua izango duen. Horretaz gain, ikasleei balorazio galdetegi bat pasatu zitzaien haien iritziak kontuan hartzeko. Ikasleengandik zuzenean jasotako informazioa beraz, hiru iturritatik jasoko ditugu.

8.2.1 Eguneroko etxerako lanen kontrola

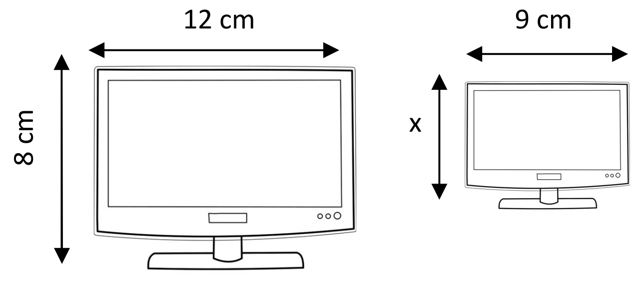
Ikasleei saio batzuen ostean etxerako lanak proposatu zitzaizkien 7. kapituluan azaldu denez. Ikasleen adina kontuan hartuta eta gaitegia eguneratua eramateko intentzioarekin, klase hasieran aurreko egunean bidalitakoa egina ote zuten begiratzera pasatzen ginen irakasleok. Horrela, ikasleen betebeharren aurreko konpromisoa balora dezakegu, eta horretaz gain, ikasleen edukien gaineko egoeraren ideia orokor bat har dezakegu. Esan bezala, irakasleok eguneroko etxerako lanen oharrak hartzen genituen, eta horrek, azken kalifikazioan eragina izanen du.

8.2.2 Azterketa

Azken kalifikazioaren zatirik handiena azterketek zehaztuko dute. Unitate honetan egindako azterketa, kontrol gisa hartuko dugu, soilik unitate didaktiko honen gainekoa baita. Hirugarren ebaluaketa honetan hiru azterketa dituzte ikasleek. Lehenengo, aurreko unitate didaktikoari buruzko kontrol bat egin zuten, Pitagorasen teoremari buruzkoa. Bigarrenik, orain azalduko dugun kontrola. Eta azkenik, azken azterketa globala, zeinetan, hirugarren hiruhilekoan landutako eduki guztiak ebaluatuko diren.

Kontrolak 9 galdera ditu, eta 50 minutuko saio batean egiteko prestatu da. Azterketa nik neuk prestatutakoa da, irakasle tutorearen eta unibertsitateko tutorearen gomendioak kontuan hartuta. Ondokoak dira azterketako galderak:

1. Kalkulatu antzekotasun-arrazoia eta x-ren balioa.

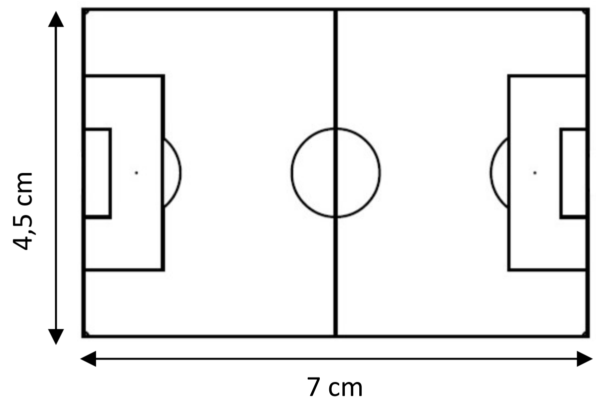


2. Triangelu zuzen baten aldeak 25 cm, 24 cm eta 7 cm-koak dira. Horren antzeko bat marraztu dugu, hipotenusa 15 cm-koa izanik. Zein da bi triangeluen luzeren arteko antzekotasun-arrazoia? Zeintzuk dira triangelu txikiaren bi katetoen luzerak? Zein da triangelu handiaren azalera? Eta triangelu txikiaren azalera?

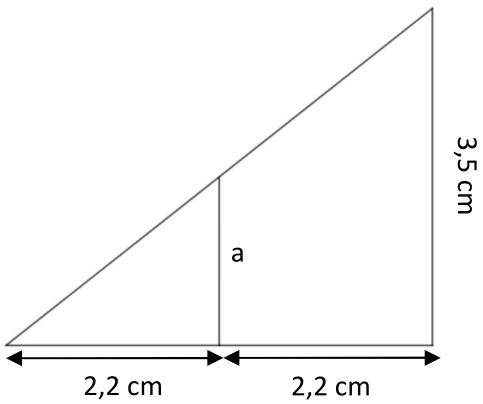
3. Fotokopiagailua erabiliz, 2 cm-ko erradioa duen zirkunferentzia baten kopia egin dugu, %160 handituz. Zenbat neurtzen du zirkunferentzia berriaren erradioak?

4. Baztango mapan ikusi dugunez, Erratzutik Arraiozera dagoen distantzian 20 cm-koa da. Jakinik maparen eskala 1:50.000 dela, kalkulatu zer distantzia dagoen errealitatean Erratzu eta Arraioz artean. Eman emaitza ohiko unitatean.

5. Futbol zelai bat egin nahi dugu, eta horretarako, beheko planoa erabiliko dugu. Badakigu, errealitatean zelaiak 105 m-ko luzera izango duela.
a) Zein da eskala?
b) Zer zabalera du errealitatean futbol zelaiak?
c) Penalti guneak 2,96 cm^2-ko azalera du planoan. Zer azalera izango du errealitatean?

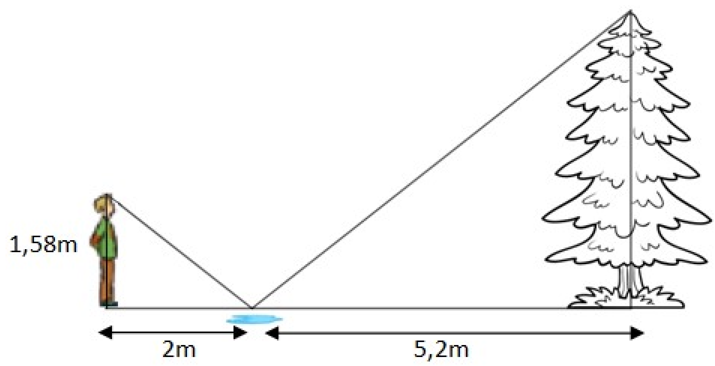


6. Zenbat neurtzen du a-k?



7. Eliza baten altuera kalkulatzeko, haren itzala eta Naroaren itzala neurtu dira ordu berean. Naroak 1,72 m ditu eta bere itzalak 60 cm. Elizaren itzalak, 15,7 m neurtzen ditu. Zein da elizaren altuera?

8. Aitorren eta zuhaitz baten artean putzu bat dago. Putzu horretan zuhaitza islatuta ikusten du Aitorrek. Zein da zuhaitzaren altuera?



9. Bi triangelu zuzen ditugu. Triangelu horietako baten angelu zorrotzetako batek 35° ditu. Bertze triangeluaren angelu batek berriz, 55° ditu. Azaldu zergatik diren antzekoak bi triangelu horiek.

8.2.3 Balorazio galdetegia

Azken saioan, erabilitako metodologia eta landutako edukiak ebaluatzeko intentzioarekin ikasleei galdetegi bat pasatu zitzaien. Galdetegi honen funts nagusia hiru alderdiei buruzko informazioa jasotzea zen: batetik, edukiei buruzko aplikagarritasunari buruz; bigarrenik, erabilitako metodologiari buruz; eta azkenik, GeoGebraren erabilerari buruz.

Ondokoak izan ziren ikasleei pasatutako galderak:

1. Landutako azken gaia interesgarria iruditu zaizu? (Bai / Ez)
   Ikasitako kontzeptuek beste gai batzuetakoek baino aplikazio erreal gehiago dituztela uste duzu? (Bai / Ez, besteek bezala / Ez, gutxiago)
   Ikasitakoak egunerokoak balioko dizula uste duzu? (Bai / Ez)

2. Bakarka edo bikoteka lana egitea nahiago duzu? Zergatik? (Bakarka / Bikoteka / Berdin zait)
   Ikaskide batekin jarduerak ebaztea errazagoa iruditzen zaizu? (Bai / Ez, berdina iruditzen zait / Ez, zailagoa iruditzen zait)

3. GeoGebra erabilgarria iruditu zaizu matematika lantzeko? Zergatik? (Bai / Ez)
   Papera eta boligrafoarekin edo ordenagailuarekin lan egitea gustatzen zaizu gehiago? Zergatik?
   Zaila iruditu zaizu GeoGebra programa erabiltzea? (Bai / Ez)

4. Bestelako oharrak.

8.3 Hasierako galderak eta aurreikusitako portaerak

Atal honetan, ikasleak ebaluatzeko erabilitako tresnak azalduko dira, eta horiek planteatzerakoan aurreikusitako portaerak. Esan beharra dago, ikasleentzat nahiko berria den kontzeptua dela antzekotasuna. LHn eduki horren inguruko lehenengo ideiak aurkeztu zitzaizkien, baina ikasmaila honetan hasten dira benetan edukian sakontzen. Hortaz, hasiera batean ez zen aurre ebaluaziorik egin. Hala ere, ikasleek egunerokotasunetik erraz deduzitu ditzaketen edukiak izanik, azalpen teorikoak ematen hasi aurretik ikasleen aurre jakintzak ebaluatu nahi izan ziren irakaskuntza dialogiko baten bitartez.

8.3.1 Funtzionamendua ikasgelan

Ikasgelako funtzionamenduari dagokionez, ikasleek orokorrean jarrera positiboarekin lanari ekitea espero da. Egia da, zenbait aldaketa daudela metodologian, lankidetzan lan egiteari eta edukiak lantzeko erari dagokionez, eta posible da hasierako momentuan mesfidantzaz eta zalantzekin ekitea, baina orokorrean aire berriak ikasleen funtzionamendurako onuragarriak izatea espero da. Hala ere, ziurrenik ikasleren batek ohiko metodologia nahiagoko du, eskemak aldatuko baitizkiogu.

Horretaz gain, arbelera jarduerak zuzentzera ateratzeari dagokionez, ikasleek inongo arazorik izango ez dutela espero da. Izan ere, prozedura hori aitzitik egiten zuten nire irakasle tutorearekin, beraz, alderdi honetatik ohi bezala jarraituko dute.

Matematikako edukiei dagokionez, orokorrean gustukoa izango duten unitatea izatea espero da. Landutako kontzeptuen eta erabilitako materialei esker, ikasleek aplikagarritasuna ikustea da helburua, eta horrek, interesa piztea espero da. Bi irudiren antzekotasunaren kontzeptua ikasleek argi izango dutela da itxarotakoa, eta zailtasunei eta erroreei dagokienez, 6. kapituluan azaldu dira zeintzuk diren aurreikusitakoak.

8.3.2 Puzzle metodologia

Aurreko kapituluan azaldu denez, ikasleek Puzzle metodologiaren bitartez bi irudi antzekoren azaleren eta bolumenen arteko erlazioei buruzko eduki teorikoak ikastea proposatu zen. Hau planteatzerakoan, orokorrean ikasleek mesfidantzarekin ekin ziezaioketela espero zen, metodologia berri bat izatearen ondorioz.

Eduki teorikoei dagokionez, ikasleek ulermen arazo txiki batzuk izatea posible da, baina ikasleek orokorrean ideia nagusia ongi ulertzea espero da. Izan ere, ideia nagusia ongi azpimarratuta dago, hots, erlazioa zein den ondorioztatzea. Hala ere, azaldutako edukiak teorikoki pixka bat sakondu dira liburuarekin alderatuta, ikasleek erlazioa nondik datorren uler dezaten. Liburuan erlazioa azaltzen da baina ez da horri buruzko frogapenik ematen. Hala ere, material gehigarrian frogapen horiek kasu partikularretako ematea erabaki da. Honek, ikasleei zailtasunak ekartzea espero da, oztopo ontologikotzat jotzen baita, baina aldi berean ikasleengan sinesgarritasuna bultzatu nahi izan da.

Bestetik, proposatutako jarduerak ikasleek orokorrean ongi egitea espero da. Oso bideratuta daude galderak, eta eduki teorikoen materialen orria kontsultatuz gero ez zen arazo handirik izan beharko jarduerak ebazteko, are gehiago, bikoteka egingo dituztela kontuan hartuta.

8.3.3 GeoGebrako jarduerak

Ikasleek tresna teknologikoekin ez dute kontaktu askorik ikastetxean, eta are gutxiago erreferentziazko ikasmailan. Baina etxean eta lagunartean berebiziko garrantzia daukate teknologia berriek gaur egungo nerabeen eguneroko bizitzan. Hortaz, GeoGebra software dinamikoan planteatutako jarduerek, ordenagailuen erabilerari dagokionez zailtasun handirik ez eragitea espero da.

Beste alde batetik, software dinamikoaren bitartez landutako edukiei dagokionez, ikasleek arazo askorik ez izatea espero da. Azken batean, planteatutako jardueretan ez da eduki berririk lantzen, ikasitako edukiak finkatzeko eta horietan trebatzeko besterik ez dira ariketak. Baliteke, arazo nagusiena ikasleek era autonomoan lana egitea izatea, hots, irakaslearen agindupean ez egotea. GeoGebraren motako softwareen potentzial nagusienetako bat, irakaslearen laguntzarik gabe ikasi ahal izateko prestatuta egon daitezkeela da, eta hortaz, helburu hori lortu nahi da praktika honetan. Ikasleei behar diren aginduak azaldu zaizkie, irakaslearen papera behatzailearena bakarrik izatea lortzeko.

Bukatzeko, jarduera motari dagokionez, egia da esplorazioko eta ilustrazioko jarduerak izanik, ikasleek ohituta ez dauden galderei aurre egin beharko dietela. Testu-liburuetan agertu ohi diren trebatzeko jarduera klasikoez gain, oraingoan behatzearen ondorioz atera beharreko ondorioak izanen dira emaitzak. Honek hasiera batean zalantzak ekar ditzakeela uste da, baina bikoteka lan egiten dutela kontuan hartuta, ez da uste gainditu ezin izango dituztenik.

8.3.4 Azterketa

Azpiatal honetan, azterketako jarduera bakoitzaren aukeraketa justifikatuko da, baita itxarotako emaitzak deskribatu ere. Azterketaren eredua eskuragarri dago 8.2.2 atalean.

Lehenengo jarduera, antzekotasun-arrazoia eta falta den luzera bat kalkulatzeko ariketa sinple eta mekanikoa da. Ariketa hau azterketan jartzea erabaki zen, oinarrizko kontzeptu eta prozedurak barneratu zituztela ebaluatzeko. Itxarotako emaitzak, ikasle guztiek ongi ebaztea da, salbuespenak salbu.

Bigarren jarduera, antzeko bi triangelu zuzeni buruzkoa da, zeinetan, triangelu bateko neurri guztiak ezagutzen ditugun, eta bestean soilik hipotenusaren luzera ezagutzen dugun. Antzekotasun-arrazoia, falta diren katetoen luzerak eta bi triangeluen azalerak kalkulatzeko eskatzen da jarduera honetan. Proposamen honek bi arrazoi ditu. Batetik, marrazki laguntzailerik ez emateak, ikasleek egoera irudikatzen ote duten aztertu nahi da, eta irudikatzeak arrakastan duen eragina. Bestetik, ikasleek bi azalerak kalkulatu behar dituztenez, azaleraren formula bi aldiz aplikatzen duten edota irudi antzekoen azaleren arrazoia aplikatzen duten ikusi nahi da. Emaitzei dagokionez, espero da ikasle askok marrazkirik ez egitea, eta marrazkia egiten dutenen arrakasta egiten ez dutenen arrakasta baino handiagoa izatea. Bestetik, azalerei dagokionez, gehienek triangeluen azaleraren formula bi aldiz aplikatuko dutela uste da.

Hirugarren jardueran, fotokopiagailuarekin irudia handitzean (datua ehunekotan emanik) zirkunferentzia berriaren erradioa kalkulatu behar dute ikasleek. Jarduera hau aukeratu da ikasleek ehunekoen kontzeptua barneratu duten ikusteko. Espero da ikasleek ariketa hau egoki ebaztea, baina antzekotasun-arrazoia ehunekotan emateak, ebazteko estrategia ezberdinak planteatzea espero da.

Laugarren jarduera mapa bateko distantzia eta eskala emanda, errealitateko distantziak kalkulatzeko jarduera bat da. Ariketa hau planteatzeko arrazoia, eskalen kontzeptua ulertu ote den eta unitate aldaketetan adierazten duten trebezia ebaluatzea da. Jardueraren ebazpenean arrakasta handia izatea espero da. Bestetik, testuinguru ezagun bat izanik, unitate aldaketak unitate zuzenean ematea espero da, salbuespenak salbu.

Bosgarren jardueran, futbol zelai baten plano bat, errealitateko luzera eta penalti areako azalera emanda, eskala, errealitateko zabalera eta errealitateko penalti areako azalera kalkulatu behar dituzte ikasleek. Jarduera hau proposatzearen arrazoiak, ikasleek eskala kalkulatzeko erabil ditzaketen estrategiak ebaluatzea eta azaleren arrazoia jarduieretan aplikatzen dakiten aztertzea da. Itxarotako emaitzak, eskala eta luzera ongi kalkulatzea da, baina agian, azaleraren kalkuluak porrot handiagoa ekartzea da. Izan ere, eduki hori klasean zenbaitetan landu bada ere, badakigu urtero ikasleei interpretatzea kostatu ohi zaien edukia dela.

Seigarren jarduera, bi antzeko triangelu Talesen posizioan emanik, triangelu txikiaren altuera kalkulatzeko jarduera da. Jarduera hau aukeratzeko arrazoi bat da, ondorengo jarduerekin alderatzea eta testuingururik gabeko jarduieretan arrakasta testuingurudun problemetan baino handiagoa den ikustea. Bestetik, marrazkiak arrakastan eragin zuzena al duen ere ebaluatu nahi da. Itxarotako emaitza da, marrazkiak eta testuingururik gabea izateak arrakasta eragitea, ikasleak jarduera mekanikoak egitera ohituagoak baitaude.

Zazpigarren jarduera, itzalez baliatuta eliza baten altuera kalkulatzeko jarduera ohikoa da. Kasu honetan, ez da egoeraren marrazkirik egin, eta hori izan da problema hau planteatzearen arrazoiaren gakoa, ikasleek problemak interpretatzen dakizkiten ebaluatzea eta marrazkien bitartez laguntzen al diren ikustea. Problema honetan itxarotakoa, arrakasta aurrekoan baino baxuagoa izatea da. Uste da ikasle askok marrazkiak egingo dituztela baina datuak kokatzerakoan akatsen bat izango dela.

Zortzigarren jarduera, putzu batean zuhaitz bat islatuta ikusita, zuhaitzaren altuera kalkulatzeko problema ohikoa da. Kasu honetan, marrazki laguntzailea erabili da, eta honek ikasleengan arrakasta handiagoa ekartzen al duen ebaluatu nahi da. Itxarotakoa da, arrakasta handiagoa izatea, eta gehiengoak problema ongi ebaztea.

Bederatzigarren jarduera, arrazoitzeko galdera teoriko bat da. Galdera hau aukeratzearen arrazoia, ikasleen arrazoitzeko gaitasuna baloratzea da, eta triangeluen antzekotasun erlazioak menperatzen dituzten ebaluatzea. Itxarotako emaitza gehiengoak jarduera ez ebaztea edota gaizki ebaztea da.

8.4 Emaitzak

Atal honetan, aurreko bi ataletan aztertu diren galdetegiak eta aurreikusitako portaerak esperimentaziora eramandakoan jasotako emaitzak argitara emango ditugu.

8.4.1 Funtzionamendua ikasgelan

Oro har, langilea da erreferentziazko ikas taldea. Etxerako lanak gehienetan egiten dituzte eta ikasgelan ere jarrera aktiboa daukate. Etxerako lanetatik eta arbelean egindako zuzenketatik ikasleen ebaluazio jarraitua ahalbidetu da, egindako akatsak behatzen baikenituen eta zailtasunez ohartarazten baitziguten. Orokorrean izandako zailtasun eta akatsak 6. kapituluan azaldutakoak izan dira. Nagusiki, problemen interpretazioarekin izan dira zailtasunak, baita triangeluen antzekotasun irizpideekin. Hots, jarduera mekanikoak edo imitaziozkoak ez diren jarduerak izan dira buruhauste gehien eman dituztenak. Bestetik, azpimarratzekoa da mapekin eta eskalekin erlazionatutako jarduerak ikasleen gustukoenak zituztenak izan direla, eta baita hobekien ebatzi dituztenak ere.

8.4.2 Puzzle metodologia

Eduki teorikoa Puzzle metodologiaren bitartez lantzea planteatu zen momentuan, zaila izan zen ikasleek beharko zuten denbora aurreikustea. Hortaz, gutxi gorabeherako planifikazio bat egin zen, betiere, saioko denborak aldatzeko malgutasuna izanik. Praktikan, itxarotakoa baino denbora gutxiago behar izan zuten ikasleek alderdi teorikoa garatu eta elkar banatzeko. Hasiera batean, Puzzle metodologiako jarduerari 30 – 35 minutu bitartean esleitu zitzaion, eta praktikan, 25 minuturekin nahikoa izan zen.

Aurreikusi bezala, ikasleek hasiera batean harridurarekin ekin zioten materiala banatu genienean. Hasiera batean zalantzak izan zituzten, eta irakasleoi galderak egin zizkiguten eduki teorikoari eta egin beharrekoari zegokionean. Haien artean eztabaidatu behar zutela besterik ez genien esaten, eta azkenean gehiengoak ulertu zuela onartu zuen. Hasierako bikoteetara itzuli zirenean, uste baino hobe moldatu ziren ikasleak elkarri azalpen teorikoak ematen. Hala ere, hiztegi matematikoari dagokionez akats ugari aztertu ziren ikasleen artean. Adibidez, ikasle ugarik berretzaile eta berreketa terminoak nahasten dituzte, eta beste zenbaitek, zuzenean beheko eta goiko zenbakia gisa izendatzen dituzte.

Beste alde batetik, portaerari dagokionez, esperotakoa baino seriotasun gehiagorekin hartu zuten ikasleek haien lana, Puzzle metodologia lantzean, zein lankidetzan bikoteka jarduerak ebatzi zituzten saioan ere, hots, 6. saioan. Izan ere, itxarotakoa zen ikasleek matematika ez den beste gauza batzuetaz ere hitz egingo zutela, batez ere ikas talde nahiko berritsua dela kontua hartuta. Baina orokorrean ez zen askotan gertatu. Egia da, zenbaitetan bikoteren bati atentzioa deitu behar izan geniola, baina kasu eta momentu puntualak besterik ez ziren izan.

<u>8.4.3 GeoGebra</u>

Lehen esan den bezala, GeoGebra bi momentutan landu zen, lehenengo klase magistral batean baliabide gehigarri gisa, eta beste batean, jarduerak egiteko. Lehenengoak, ikasleengan ez zuen eragin askorik izan. Hots, ikasleek kontzeptua nahiko ongi ulertu zutela zirudien, baina software dinamikoak ez zuen ikasleen jarreran inongo aldaketarik piztu.

Aldiz, GeoGebrako ordenagailuko saioan, ikasleek jarrera parte-hartzaile eta aktiboa erakutsi zuten saioa hasi zenetik amaiera arte. Ikasleei saioa entretenigarria eta eramangarria egin zitzaien, eta orokorrean sentsazio onak izan genituen. Hala ere, argi dago ikasleak ez daudela ohituak horrelako saioak izatera, eta hortaz, egunerokoan baino aztoratuagoak ibili ziren saio hartan.

Horretaz gain, software dinamikoaren erabileran itxarotakoa baino trebetasun gehiagorekin moldatu ziren ikasleak. Hala ere, egin beharrekoari buruzko galderak egiten zituzten etengabe, nahiz eta orri eta appletean jarraitu beharreko pausu guztiak egon. Azkenean, irakasleok azalpenak eman behar izan genituen eta saioan zehar ere, hasiera batean pentsatutakoa baino laguntza gehiago eman zitzaien ikasleei. Eman beharreko urrats guztiak oso markatuak zeuden eta lortu nahi genituen emaitzetara oso bideratuak. Argi dago, ikasleak ez daudela horrelako geometriako software informatikoak lantzera ohituta, baina bai aldiz teknologia berriak erabiltzera, eta nabaritu zen GeoGebrari martxa uste baino azkarrago hartu baitzioten.

Hala eta guztiz, ikasleek hasiera batean egindako etengabeko galderek argi utzi zuten euskarri materiala aldatzearen ondorioz, kontratu didaktikoaren haustura eragin zela. Ikasleak, imitaziozko kontratu batera ohituta daude, zeinetan irakasleak jarduerak ebazten dituen adibide gisa, eta ikasleek errepikatu besterik ez dute egiten. Aldiz, horrelako modelo dinamikoetan, ikasleek esplorazioaren ondorioz jasoko dituzte emaitzak.

Bukatzeko, jardueretako eduki matematikoei dagokionez, nahiko ongi moldatu ziren ikasleak. Agian, triangeluen antzekotasun-irizpideei buruzko appletean arazo gehiago izan zituzten. Zalantza gehiago izan ziren jarduera horretan eman beharreko erantzunei dagokionez, baina azken batean, aipatu izan dugunez, orokorrean jarduera teorikoekin buruhauste gehiago izaten dituzte ikasleek.

8.4.4 Egunerokoan aplikagarriak diren jarduerak

Ikasleen eguneroko bizitzara zuzendutako bi jarduera nagusi proposatu dira unitate didaktikoan zehar. Lehenengoa, 4. saioan egindako Baztango maparen jarduera izan zen. Jarduera honetan, ikasleek oso gogotsu parte hartu zuten, eta askok joko gisa hartu zuten, kalkuluak egin ostean urrunen bizi zenetik hurbilen bizi zenerako klasifikazio bat egin baikenuen. Emaitza matematikoei dagokionez, ikasleen gehiengoak arazorik gabe ebatzi zuen jarduera, eta ikasleen arteko desadostasunik egon zenean bi ikaslek distantzia ezberdinak lortu zituztelako, guztion artean lagundu genien.

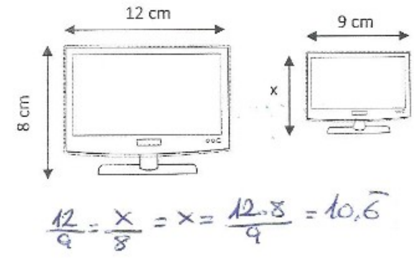
Bigarren jarduera berriz, kaleko zuhaitz baten edo norberaren etxearen altuera itzalen bitartez neurtzeko jarduera izan zen. 5. saio ostean etxerako lan gisa bidali zitzaien jarduera hau ikasleei, eta 7. saioan, hots, aste santutik bueltan, emaitzak komentatu genituen. Helburua, egiten zituzten problema ohikoek esperimentazioaren bitartez, praktikan, funtzionalitatea zutela erakustea zen. Ikasleriaren gehienagoak etxerako lana egina ekarri zuen, baina salbuespenen bat izan zen, hala nola, etxean metrorik ez izatea aitzakiatzat hartuz. Ikasleek, batetik marraztuta ekarri zuten haien altuera eta itzala eta aukeratutako objektuaren itzalaren luzera, eta bestetik, objektuaren altueraren kalkulua ondoan. Egia esateko, lortutako emaitzak ez ziren guztiz fidagarriak izan, askotan zentzugabeak baitziren, adibidez bi solairuko etxebizitza batek 2 metroko altuera zuela. Errore horiek, neurketak gaizki egitearen ondorio direla suposatzen da, ziurrenik ez baitzituzten neurrian horizontalean hartu izango. Hala ere, lehenengo saiakera bat izateko modu positiboan baloratu zen.

8.4.5 Azterketa

Azpiatal honetan, azterketako jarduera bakoitzean ikasleek emandako erantzunak eta orokorrean izandako arrakastaren analisia egingo da. Esan beharra dago, azterketa taldeko ikasle guztiek egin zutela, hots, ez zen ikasle bat ere faltatu azterketa egunean.

1. jarduera

Lehenengo jarduera ikasle bakar batek gaizki egin zuen, eta 69. irudian ikus daitekeenez, ekuazioaren bi aldeetan orden bera ez mantentzearen ondorioz izan zen. Beraz, esan daiteke arrakasta handia izan duela jarduera honek, itxarotakoa zen bezala. Esan bezala, ikasleek ariketa mekanikoekin orokorrean ohitura daukate, eta eroso sentitzen dira horiek ebazterako orduan. Hala ere, jarduera honetan espero ez zen emaitza bat izan da, ikasle askok ez zutela antzekotasun-arrazoia kalkulatu, hots, soilik telebista txikian falta den neurria kalkulatu zutela. Horren arrazoiaren jatorrira jo nahian, pentsatu da agian ikasleek galdera irakurtzean jartzen duten arreta faltagatik izan daitekeela. Izan ere, ikasle askok galdera bat irakurri eta zuzenean erantzuten dute, besterik dagoen kontuan hartu gabe.



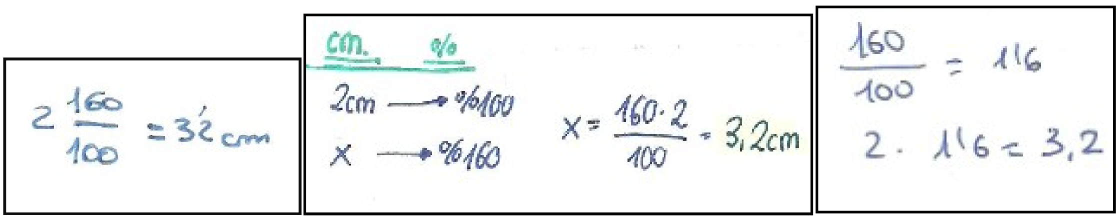
69. irudia: 1. jarduerako ikasle baten erantzuna

2. jarduera

Bigarren jardueran itxarotako emaitzak baino okerragoak izan ziren. Jarduera guztia ongi egin zuen ikasle kopurua 15ekoa izan zen. Azpimarratzekoa da, esperotakoaren kontran, ikasle guzti guztiek deskribatutako irudi geometrikoak marraztu zituztela. Bestetik, lehenago aipatu bezala, bi triangeluen azalerak kalkulatzerakoan, gehiengoak bi aldiz triangeluaren azaleraren formula aplikatzea espero zen. Esperimentazioan frogatu denez, hala gertatu da, atal hori ebatzi duten ikasle guztiek bi aldiz aplikatu dute triangeluaren azaleraren formula, eta ondorioz, inor ez du antzeko irudien azaleren arrazoia erabili ebazpenerako. Honen azalpena jatorri didaktikoan oinarritu daiteke. Ikasleek LHn triangeluaren azaleraren formula ikasten dute lehenengo aldiz, eta ikasturtero birgogoratzen dute formula hori, hots, kiribil curricularrean murgilduta dago triangeluen azaleraren formula. Hortaz, ikasleek barnean sakonki finkatutako jakintzatzat dute. Ondorioz, jakintza berriek mesfidantza handiagoa eragiten diete, eta posible dutenenetan haientzat fidagarriena den prozedurara jotzen dute.

3. jarduera

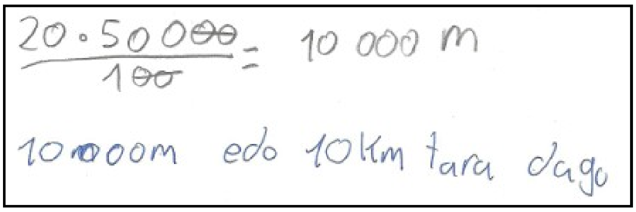
Hirugarren jardueran, arrakasta handia izan da, %83koa. Jarduera honen aukeraketaren arrazoi bat, ebazpenerako estrategia ezberdinak ager zintezkeela pentsatzearen ondorio izan zen, eta praktikan hala ikusi zen. Azpimarratzekoa da, jarduera honetan ere, ikasle guztiek bi zirkunferentziak irudikatu zituztela. Oro har, hiru estrategia izan ziren nagusi ikasleen artean, beheko 70. irudian ikus daitezkeenak. Lehenengoak zuzenean aplikatu zuen antzekotasun-arrazoiaren definizioa. Bigarrena, estrategia errepikatuena izan zen, eta hiruko erregela aplikatzean datza. Azkenik, hirugarrenean ere antzekotasun-arrazoiaren definizioa aplikatu zen, baina kasu honetan, lehenengo zenbaki hamartarretara pasatu zen ehunekoa, normalean zenbaki hamartarrekin lantzen ohi baitituzte ikasleek jarduera mota hauek.



70. irudia: 3. jarduerako hiru ikasleren erantzunak

4. jarduera

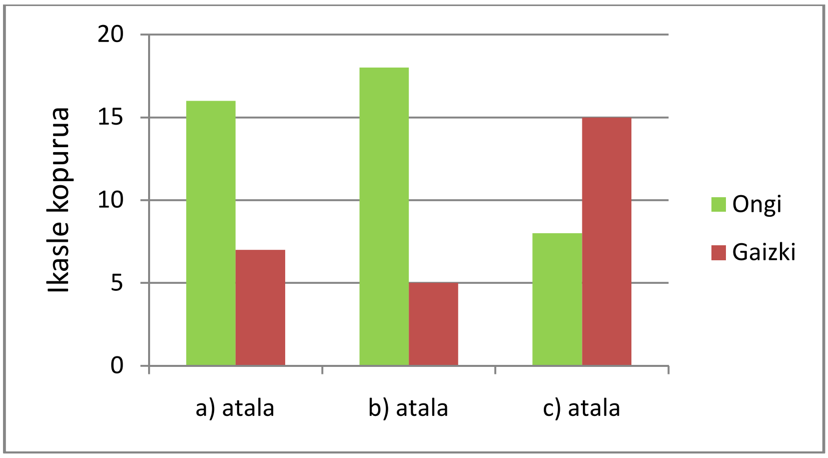
Laugarren jarduerako arrakasta, %87koa izan zen, hots, gehiengoak era egokian ebatzi zuen ariketa. Hala ere, unitatea aldaketari dagokionez, ikasleren batek zalantzak izan zituen unitate ohikoa aukeratzerakoan. Hori argi geratzen da 71. irudiko ikaslearen erantzunean. Hala ere, ikasle gehienek km-tan eman zuten azken emaitza, eta gutxi batzuk m-tan. Hots, inork ez zuen bukaerako emaitza cm-tan eman. Beraz, testuingurudun jarduera izateak unitate aldaketan eragina izan zuela uste da.



71. irudia: 4. jarduerako hiru ikasleren erantzunak

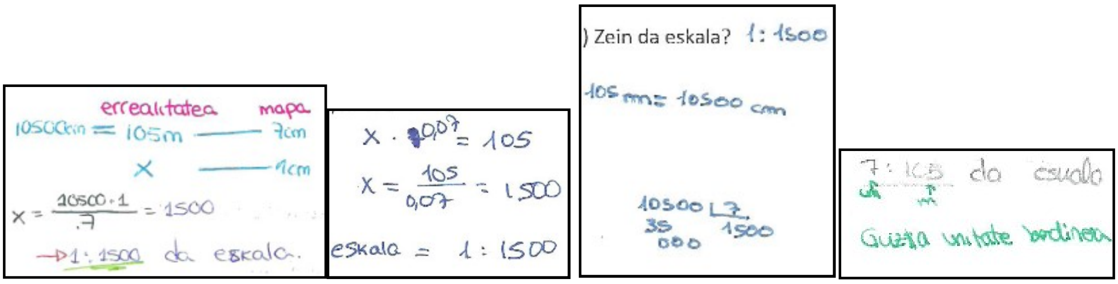
5. jarduera

Bosgarren jarduerako arrakasta atal batetik bestera asko aldatzen da, 72. irudian ikus daitekeen bezala.



72. irudia: 5. jarduerako atal bakoitzeko arrakasta

A atalean eskala kalkulatzeko estrategia ezberdinak planteatu ziren. 73. irudian ikus daitekeenez, ikasle batzuek hiruko erregela aplikatu zuten, beste batzuk ekuazio aljebraikoen bitartez ebatzi zuten, eta azkenik, ikasleen gehiengoak zatiketa baten bitartez ondorioztatu zuten emaitza zuzena. Azken ikaslearen ebazpenean akats bat dago, izan ere unitate ezberdinetako neurriak alderatu ditu. Honako hau izan zen atal hau gaizki ebatzi zuten ikasleen artean akatsik errepikatuena. Azpimarratzekoa da, b ataleko arrakasta a atalekoa baino handiagoa izan dela. Beraz, ondoriozta daiteke a atalean eskala gaizki kalkulatu zuten ikasle batzuek, emaitza okerrak lortu zituztela suposatzen zutela, eta hortaz, a atala erabili gabe ebatzi zutela b atala. Hala eta guztiz, b atalean itxarotakoa gertatu dela esan daiteke, ikasleek ez dute inolako arazorik erakutsi atala ebazterakoan.



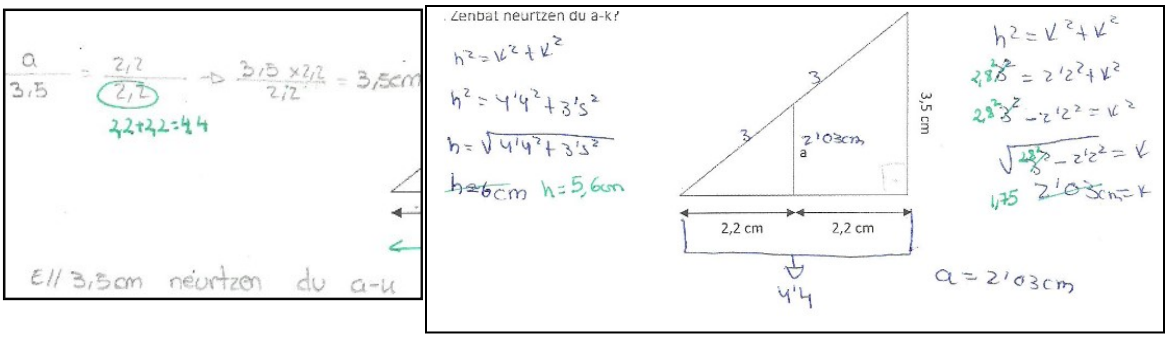
73. irudia: 5. jarduerako a) ataleko ikasleen erantzunak

Bosgarren jarduera honetako c atalerako, esperotako emaitzak lortu ziren. Kasu honetan, ikasleek bi antzeko irudien azaleren arrazoia aplikatu behar zuten eta arrakasta soilik %35koa izan zen. Esan beharra dago, ikasle askok egin gabe utzi zutela atala. Atal hau gaizki ebatzi zutenen artean 74. irudian dagoen erantzuna aurki dezakegu. Irudian ikus daiteke, ikasleak egin beharreko ideia bat daukala, baino ez duela ongi gogoratzen egin beharrekoa. Hala ere, azpimarratu beharra dago atal honetan burutu beharreko jarduera, ikasleek ebatzi ohi dituztenenekin alderatuta pixka bat desberdina dela. Izan ere, normalean irudi antzekoekin egin dira azaleren arrazoiak aplikatzeko jarduerak, ez mapa eta eskalekin. Horrek, oztopo gehigarri bat suposatu duela pentsa daiteke.

74. irudia: 5. jarduerako c) ataleko ikasle baten erantzuna

6. jarduera

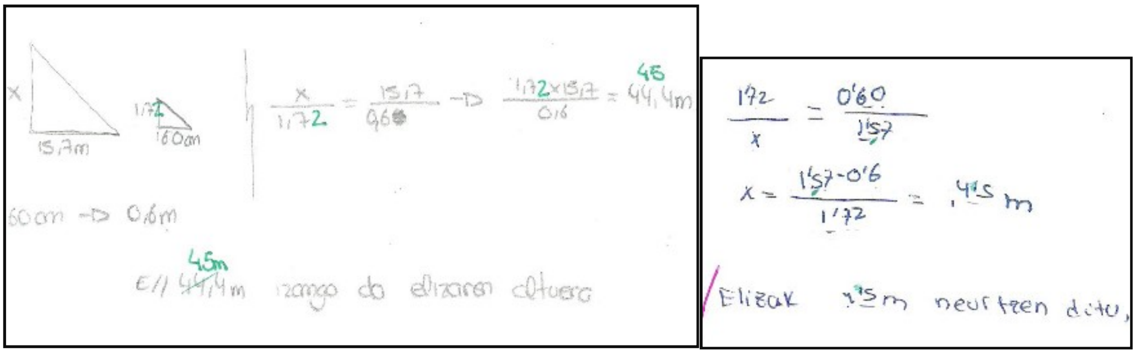
Seigarren jarduerako arrakasta %70ekoa da. Orokorrean beraz, erantzunak egokiak izan dira espero zen bezala. Hala ere, ikasle batek baino gehiagok errepikatutako akats bat, Talesen teorema aplikatzean, triangelu handiaren oinarria gaizki ordezkatzea izan da. 75. irudiko lehenengo ikaslearen ebazpenean agertzen den bezala, zenbait ikaslek, triangelu handiaren oinarriak 2,2 cm dituela pentsatu dute, ez baitituzte bi segmentuen luzerak gehitu. Hanka-sartze puntual gisa ikus genezake, baina errore errepikakorra izan denez, ziurrenik irudia gaizki interpretatzearen ondorioa izan da akatsa. Bigarrenik, ebazpen anekdotiko bat aurkitu dugu jarduera honetan, ikasle batek Pitagorasen teoremaren bitartez ebatzi du ariketa, 75. irudian eskuinaldean ikus daitekeen bezala.



75. irudia: 6. jarduerako ikasleen erantzunak

7. jarduera

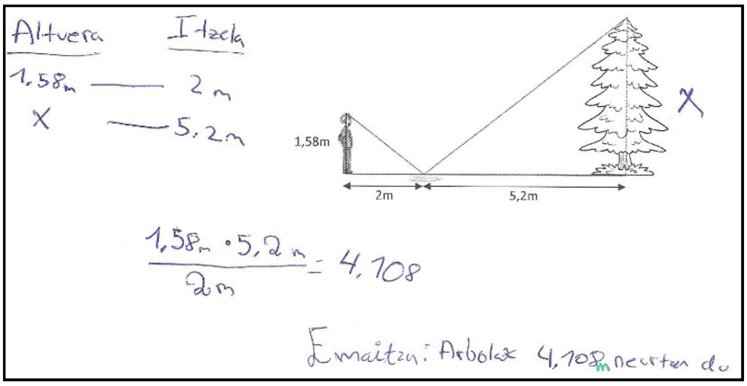
Zazpigarren jardueran arrakasta %78koa izan da. Ikasle guztiek, batek izan ezik, egoera irudikatu dute, eta espero zen bezala, ikasle gutxi batzuek gaizki kokatu dituzte datuak. Hala eta guztiz, jarduera hau gaizki ebatzi duten ikasle gehienek daturen bat gaizki kopiatzeagatik izan da (76. irudia). Arrakasta hasiera batean pentsatutakoaren antzekoa izan da. Hala ere, aurreko jarduerako arrakasta jarduera honetakoa baino handiagoa izango zela espero zen, eta hori ez da bete, baina ez da izan jarduera honetan izandako emaitzengatik, aurrekoan triangelu handiaren oinarriaren luzera identifikatzerakoan izandako ezustekoagatik baizik.



76. irudia: 7. jarduerako ikasleen erantzunak

8. jarduera

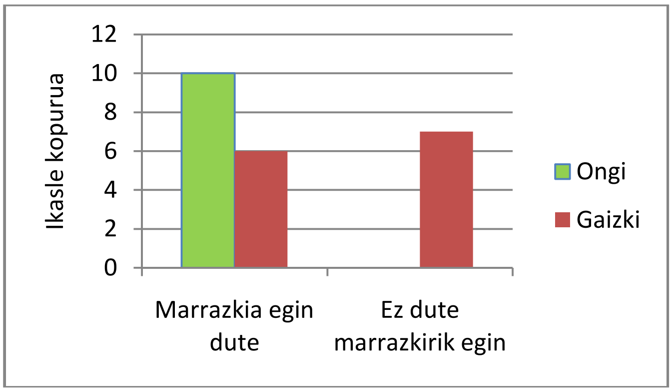
Zortzigarren jarduerako arrakasta %100koa izan da. Ikasle guztiek ongi ebatzi dute jarduera, beraz, itxarotakoa zen bezala, marrazki laguntzaileak asko lagundu du aurreko jarduerako akatsak ez errepikatzeko. Ikasle baten erantzuna azpimarratu izan nahi da, 77. irudian agertzen dena, izan ere, ikasle honek, hiruko erregela aplikatu du. Azterketako hiru jarduera ezberdinetan ikasleren batek hiruko erregela erabili du ebazpen metodo gisa, eta honen arrazoia, ikasleek jakintza finko eta fidagarritzat jotzea dela uste da.



77. irudia: 8. jarduerako ikasle baten erantzuna

9. jarduera

Bederatzigarren jardueran, hots, arrazoitzeko galdera teorikoan arrakasta %43koa izan da. Ikasle askok gaizki ebatzi dute jarduera espero zen bezala. Batetik, ikasleen arrazoitzeko arazoak azpimarratzekoak dira. Ikasleek, orokorrean jarduera teorikoak ebazteko zailtasun asko dituzte, eta ebazten dakizkitenean ere argudioak modu antolatu eta idazkera matematiko egoki batekin adierazteko arazoak dituzte. Bestetik, egoera irudikatzearen garrantziari dagokionez, 78. irudian ikus daiteke, marrazkia egin dutenen artean arrakasta tasa nahiko altua dela. Aldiz, marrazkirik egin ez dutenen artean, guztiek gaizki ebatzi dute jarduera. Beraz, jarduera honen emaitzetan oinarrituta badirudi irudikapenak eragin zuzena daukala arrakastan.



78. irudia: 9. jarduerako arrakasta irudikapenean baldintzatuta

Azterketetako kalifikazioak

Oro har, azterketako emaitzak onak izan dira. Soilik 3 ikaslek ez dute azterketa gainditu, eta laginaren deskribapenean azaldu ditugun arazoak zituzten bi ikasle horiek, ez gainditu horien artean daude. Ondoren, 34. taulan ikasle bakoitzak lortutako kalifikazioa argitara ematen da. Bestetik, hirugarren hiruhileko honetako aurreko unitatean, hots, Pitagorasen teorema aztergai zen unitatean, beste kontrol bat burutu zuten ikasleek. Ebaluaketa horretan lortutako kalifikazioak berreskuratu dira, eta oraingoekin alderatu dira. Taulako azken zutabean, azken azterketako kalifikazioa aurreko azterketakoa baino hobea (berdez) edo okerragoa (gorriz) den adierazi da, begi bistaz alderaketa erraztearren.

Taula aztertu aurretik, taulako azken kontroleko batezbestekoa eta desbideratze estandarrean bi balio egotearen arrazoia argitu beharra dago. Agertzen den lehenengo balioa, laginean ditugun 23 ikasleen notak kontuan hartuta lortutako emaitzak dira. Aldiz, parentesi artekoa, 6. ikaslearen kalifikazioa kontuan hartu gabe lortutako emaitzak dira. Izan ere, lortutako emaitzak matematikoki era egokian alderatzeko, 6. ikaslearen azken azterketako nota ez genuela kontuan hartu beharko, haren lehenengo azterketako daturik ez dugunez, bi kontroletan aztertutako lagina ez baitira berdinak. Eta beraz, datu hori ez kentzeak emaitzak alderatzean ondorio faltsuak lortzea eragin dezake. Beraz, parentesi arteko nota hartuko dugu kontuan analisia egiteko.

Ikaslea	Azterketako nota	Aurreko azterketako nota	Dif
1. ikaslea	6,85	2,25	+
2. ikaslea	6,2	7,8	-
3. ikaslea	7,55	4,15	+
4. ikaslea	10	9,55	+
5. ikaslea	7,2	5	+
6. ikaslea	2,9	Ez zen aurkeztu	
7. ikaslea	9,2	7	+

8. ikaslea	9,9	10	-
9. ikaslea	6,6	5,65	+
10. ikaslea	9,45	10	-
11. ikaslea	7,6	8	-
12. ikaslea	7,45	6,4	+
13. ikaslea	7,6	4,25	+
14. ikaslea	8,95	5,4	+
15. ikaslea	8,8	8,4	+
16. ikaslea	8,15	7,65	+
17. ikaslea	9,5	6,75	+
18. ikaslea	8,95	5,4	+
19. ikaslea	3,2	4	-
20. ikaslea	8,1	8,65	-
21. ikaslea	9,1	7,8	+
22. ikaslea	5,35	5,5	-
23. ikaslea	2,6	0	+
Batezbestekoa	7,44 (7,65)	6,35	
Desbideratze estandarra	2,17 (1,97)	2,51	

34. **taula:Ikasleen azken bi azterketetako kalifikazioak**

Lehenik eta behin, azpimarratu beharra dago, ikasleen notak orokorrean hobeak izan direla bigarren kontrol honetan. Batezbestekoari dagokionez, 1,4 igo da klaseko kalifikazioa, eta desbideratze estandarra berriz, 0,54 jaitsi da. Hots, kalifikazioak orokorrean igo egin dira eta gainera kontzentratuagoak daude. Noten desbideratze estandarra txikitzeak interpretazio positiboa izan dezake. Izan ere, ikasle guztientzat inklusiboagoa den irakaskuntza bat gauzatu dela dirudi, kalifikazioen artean ez baitago hainbesteko kontrasterik.

Beste alde batetik, ez gainditu kopuruan arreta jarriz gero, aurreko kontrolean 5 ez gainditu eta aurkeztu gabeko ikasle bat daude, eta azken azterketan berriz, soilik 3 ez gainditu. Gainera, 3 horien artean dago aurreko kontrolera aurkeztu ez zen ikaslea, eta beste biek, aurreko azterketa ere suspenditu zuten. Orain ordea, geratzen diren beste 3 ikasleek gainditu dute. Kalifikazioen ildo beretik jarraituz, nota jaitsi duten ikasle gehienek, lehenengo kontrolean oso nota altuak zituztela ikus daiteke. Aldiz, 7 baino gutxiago zutenek, ia guztiek nota igo dute oraingoan. Honen atzean dagoen arrazoia, desbideratze estandarrarekin esan dugun bezala, irakaskuntza inklusiboago batekin erlaziona dezakegu, azken batean, ikasleen kalifikazioak orokorrean hobeak eta parekatuagoak baitira.

Azken kapitulu honetan zenbait aldiz aipatu diren bi ikasleren notetan jarriko dugu orain arreta. Batetik, 6. ikaslea dago, bihotzeko arazoak dituen mutila. Honen kalifikazioa 2,9koa izan da, eta aurreko azterketa ezin izan zuen egin, beraz, ez dugu zerekin alderatu. Esan beharra dago, ikasleak saioren bat galdu duela, eta hortaz, eduki batzuk ezin izan dituela klasean landu. Hortaz, azterketako zenbait jarduera zurian utzi zituen. Aldiz, ebatzi zituen jarduerak nahiko ongi zeuden, eta horietatik eskuratu du daukan kalifikazioa. Hala ere, ikasleak azterketa egin bazuen ere, ez dio bukaerako kalifikaziorako kontatuko, osasun arazoak direla eta ezin izan baitu azterketako eduki guztia klasean behar bezala landu.

Bestetik, 23. ikaslea aztertuko dugu. Ikasle honi buruzko aipamenak egin ditugu aurretik, izan ere, lehenengo mailako matematika gainditu gabe dauka oraindik. Neska honek, 2,6ko kalifikazioa lortu du azterketan, baina aurrekoan 0 bat atera zuenez hobetu duela esan daiteke. Hala ere, azterketan oso nabaria da ikasleak ulermen zailtasunak dituela, suposatzen dut euskaragatik izanen dela. Jarduera mekanikoetan nahiko ongi trebatzen da, baina aldiz, problemen interpretazioak oztopo larriak dira berarentzat.

8.4.4 Balorazio galdetegia

Ikasleei pasatutako galdetegiko erantzunei dagokionez ez da sorpresa handirik izan. Ikasle gehienek bai/ez galderak erantzun dituzte, baina oso gutxik justifikatu dituzte erantzunak.

Lehenik, edukiari buruzko galdei dagokionez, orokorrean interesgarria iruditu zaiela esan du gehiengoak. Ikasitako kontzeptuen aplikagarritasunari buruz, %65,22ak beste gai batzuek baino aplikazio erreal gehiago dituela erantzun du, %34,78ak beste gai batzuen aplikazio bera ikusten diotela, eta azkenik, inork ez du esan beste gaiei aplikagarritasun gehiago ikusten dienik. Ikasitakoak egunerokoan balioko dien galdetzean berriz, soilik %21,74ak baiezkoa erantzun du. Gainontzeko guztiek egunerokoan ez diela balioko pentsatzen dute.

Bigarrenik, lankidetzan lana egiteari dagokionez, %81,82ak lana bikoteka egitea nahiago duela dio, %13,64ak berdin zaiola eta azkenik, %4,55ak (hots, ikasle bakar batek) bakarrik lana egitea nahiago duela dio. Erantzunak oso antzekoak dira jarduerak bikoteka ebazteko erraztasunari dagokionez. Ikasleek egindako xehetasunei dagokionez, erantzun errepikatuenak ikaskide batekin lana egitea entretenigarriagoa dela, eta jarduerak errazago ebazten dituztela izan dira. Argitu beharra dago, osasun arazoak dituen ikasleak lankidetzan landutako saioak galdu zituela, eta hortaz, erantzun bat gutxiago daukagu bigarren atal honetan.

Azkenik, GeoGebraren erabilerari buruz, %56,52ak GeoGebra matematika lantzeko erabilgarritzat jotzen du, eta aldiz, %43,47ak berriz ez du erabilgarritzat jo. Haien preferentziei dagokionez, %73,91ak ordenagailuarekin lana egitea gehiago gustatzen zaiola dio, eta gainontzeko %26,09ak berriz papera eta boligrafoarekin. Azkenik, GeoGebraren zailtasunari buruz, %60,87ak ez zaiola zaila iruditu adierazi du, eta gainontzeko %39,13ak berriz, zaila iruditu zaiola onartu du.

Bukatzeko, bestelako oharrei dagokionez, aipagarrienak bildu dira: Batetik, ikasle batek bi irakasle gelan egotea lagungarria iruditzen zaiola esan du. Beste batek berriz, azterketa luzeegia iruditu zitzaiola aipatzen du.

8.5 Emaitzen eztabaida

Azken atal honetan, praktikara eramandako ikaskuntza prozesua ebaluatzea da helburua, eta horretarako aurreikusitako emaitzen eta esperimentazioaren bitartez jasotako emaitzen arteko gogoeta bat planteatuko da.

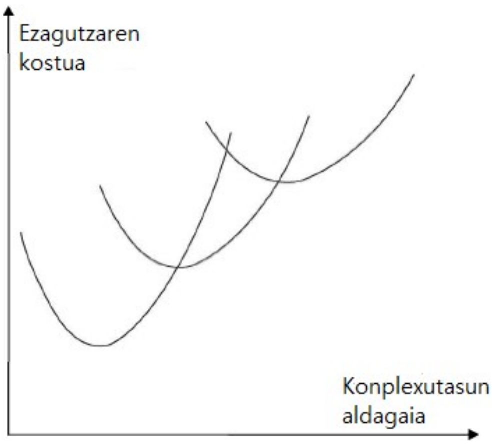
Hasteko, eduki matematikoak irakasteko aukeratutako planteamenduak, ikasleak matematikaren eta konkretuki antzekotasunaren aplikagarritasunaz jabetzea lagundu duela pentsa daiteke. Ikasleek, balorazio galdetegian, unitate hau besteak baino aplikagarriagotzat jo zuten orokorrean, eta nahiz eta gehienek egunerokoan erabiliko ez dutela pentsatzen duten, behintzat bizitza errealean erabil daitekeela pentsatzen dute. Zenbait arrazoi izan daitezke horretarako, hala nola, planteatutako Baztango maparen jarduera. Honek, ikasleen bat bateko motibazioa eragin zuten, baina luzera ere eragina izan dutela esan daiteke. Horretaz gain, zuhaitz baten edo norberaren etxearen altuera itzalen luzeretan oinarrituta neurtzeko egindako etxerako lanak ere eragina izan dezake. Izan ere, azken batean klasean papera eta boligrafoarekin egiten zituzten ariketa ohikoek benetan esperimentazioaren bidez emaitza zuzenak eta baliagarriak ematen zituztela egiaztatu ahal izan zuten. Hala ere, aipatu beharra dago azken jarduera hori etxean egin beharrean klasean egitea gehiago gustatuko litzaidakeela, ikasle guztiek esperimentazioa praktikara eramaten zutela bermatzeko, eta gainera, eman beharreko pausu guztiak era egokian egiten zituztela frogatzeko. Baina horrek saio oso bat suposatuko luke, eta nire iritziz ez zegoen horretarako hainbesteko denborarik. Hortaz, behintzat etxerako proposatu zen, eta emaitzak direla izanik ere, behintzat jarduera praktiko esperimental bat gauzatu zuten matematiken lanketarako.

Era berean, lankidetzan lana egiteari dagokionez, ikasleriaren gehiengoak modu positiboan baloratu zuen bikoteka lana egitea. Haien iritziz, jarduerak errazago ebazten dituzte eta saioak entretenigarriagoak dira ikaskide batekin lankidetzan dabiltzanean. Oro har, irakasleon partetik balorazio positiboa izan zuen erabilitako metodologiak, ikasleen jarrera, emaitzak eta balorazioa baikorrak izan baitziren. Agian, zailena Puzzle metodologiarena izan zen, eduki teorikoak, eta are gehiago, eduki teoriko berriak norberak bere kabuz ulertu eta azaldu behar izateak esfortzu handia suposatu baitzien ikasleei, baina lankidetza metodologietara hurbiltzeko lehenengo urratsa izanik oso ongi funtzionatu zuen.

Oro har, GeoGebrak, ikasleentzat matematikak lantzeko eta ulertzeko eran haustura bat suposatu du. Egia da, soilik bi saiorekin eragindako aldaketa ezin izan dela oso handia izan, baina behintzat ikasleen lehenengo hurbilketa baterako aberasgarria izan da. Software dinamikoak, kontratu didaktikoaren haustura suposatu die, irakaskuntza tradizionaleko erreprodukzioko kontratu batetik irten baitira. Tresna berri honen ezarpenaren bitartez ikasle irakasle harremanean eragin nahi zen, irakaslearen rola behatzaile huts gisa egotea bilatzen baitzen eta ikaslea berriz, jakintzan ahalduntzea. Hori lortzearren geometria dinamikoko appletak oso bideratuak planteatu ziren, baina kontratu haustura dela eta ezin izan zen nahi bezain beste irakasle tradizionalaren paper aktiboa bazter batera utzi ikasgelan.

Beste alde batetik, azterketetako notak orokorrean nahiko onak direla esan dezakegu, batez ere aurreko kontroleko kalifikazioekin alderatzen baditugu. Azterketekin zerikusia daukan puntu bat azpimarra daiteke, kalifikazioen desbideratze estandarra txikiagoa dela aurrekoa baino. Emaitza hori, batez bestekoa igotzearekin batera interpretatzen badugu, oso balorazio baikorra egin daiteke, izan ere, ikasle gehiengoarengana iritsitako irakaskuntza prozesu baten ondoriotzat jo dezakegu. Hots, badirudi ikasleen gehiengoak unitate didaktikoaren erritmoa modu egokian jarraitu duela, eta beraz, ez dela soilik ikasle bikainetara bideratutako irakaskuntza izan, are gehiago, bereziki bikainak ez diren ikasleei lagundu diela esan daiteke. Horretaz gain, azterketekin jarraituz, klasean aztertutako zenbait errore gainditu direla ikus daiteke. Hala nola, azpimarratzekoa da batetik problemen interpretazioan izandako hobekuntza. Horren atzean egoerak irudikatzea egon daiteke, izan ere, unitatean zehar behin eta berriz azpimarratu zaie interpretaziorako irudikatzeak ematen duten laguntza, eta ikasleek barneratu eta praktikara ongi eraman dutela argi ikusi da.

Bukatzeko, azterketetako ikasleen emaitzei erreparatuta, ikasleek zenbaitetan hiruko erregela aplikatu dutela azpimarratu da. Konkretuki hiru jardueretan aplikatu da, eta ikasle askoren artean errepikakorra izan da. Ikasleentzat aurretik barneratutako eta denbora luzez fidagarria izan den jakintza finkoa da hiruko erregela, eta ikasi berri dituzten metodo berriek berriz mesfidantza gehiago sortzen die. Hortaz, aplika dezaketenetan, hiruko erregelara jotzen dute maiz (Lasa, Wilhelmi, 2015). Prozedura berdina identifikatu da 3. jardueran, izan ere, ikasle guztiek bi aldiz aplikatu dute triangeluen azaleraren formula, irudi antzekoen azaleren arrazoia erabili beharrean. Hurrengo 79. irudian, Brousseauek proposatutako ideia adierazten da, zeinetan, estrategia batetik besterako aldaketa era ez linealean ematen dela argitara ematen den.



79. irudia: irakaskuntzaren progresio erregularra (Brousseau, 2007)

Laburbilduz, oro har emaitzen balorazio positiboa egiten da, betiere gabeziak izan direla onartuta, baina lortutako emaitza, kalifikazio eta balorazioak baikorrak direla azpimarratuta.

Sintesia, ondorioak eta erantzun gabeko galderak

Sintesi laburra

Master bukaerako lan honetako helburu nagusia da egindako praktikak erdigune hartuta, 2. DBHko antzekotasunaren ikaskuntza prozesuaren analisi sakon bat egitea.

Horretarako, lana bi atal nagusitan banatu da. Lehenengo atalean, ikuspegi instituzional batetik, Nafarroan indarrean dauden curriculumen eta aukeratutako testu-liburuen azterketa independentea eta alderaketa egin da, antzekotasunaren bilakaera aztertzeko asmoz.

Bigarren atalean berriz, ikasleak izan dira ardatz nagusi. Lehenik, aurrera eramandako ikaskuntza prozesuaren planifikazioa burutu da, zeinetan, ikastetxean erabiltzen den erreferentziazko testu-liburua eta aurreikusitako zailtasun eta erroreak kontuan hartu diren. Ondoren, esperimentazioan behatutako portaerak eta emaitzak aurkeztu dira, aplikatutako euskarri, metodologia eta planifikazioak izan ditzaketen eraginari buruzko gogoeta batekin amaiera emanez.

Lanaren ondorio orokorrak

Hasteko, azpimarratu nahi da, ikaskuntza prozesu honetan, ikasitako edukien aplikagarritasuna ikustaraztea jarri dela ardatz gisa. Ikasleek matematika ulertzeko era aldatzea izan da muina, ikasten dituzten eduki eta kontzeptuei aplikazio praktikoa aurkitzea eta prozesu errepikakor ulertezineko ideiak alde batera uztea. Orokorrean, testu-liburuetan egunerokotasuneko aplikazioak alde batera utzi eta prozedura mekanikoei leku gehiago ematen diete, baina konkretuki landutako unitate didaktikoa, testu-liburuetako ildoetatik pixka bat ateratzen da, eta ohikoan baino aplikazio gehiago ikustarazten ditu. Baliabide hura eta irakasleok proposatutako beste euskarri eta material lagungarriek, ikasleek antzekotasuna eguneroko tresna aplikagarria gisa ulertzea lortu dela uste da.

Beste alde batetik, erabilitako lankidetza metodologiak ikasleengan eragin positiboa izan dutela dirudi. Ikasleek bestelako gaitasunak landu dituzte ikaskideei azalpenak eman behar izan dizkietenean, hala nola komunikatzeko eta sozializatzeko gaitasunak, eta hobekuntza nagusia, ikasleen ahozko hiztegi matematikoan nabaritu da. Gainera, lankidetzaren bitartez ikasleek ikasitakoa barneratzeaz gain horretaz hausnartzea bultzatu da.

Horretaz gain, praktikan erabilitako euskarri dinamikoek kontratu haustura bat suposatu dute ikasleengan, ohituta dauden ikaskuntza tradizionaleko imitaziozko kontratutik kanpo geratzen baita. Hala ere, lehenengo kontaktua izateko, ikasleek oso modu baikor eta eraginkorrean jardun dutela behatu da, eta aurretik aipatutako gardentasun ilusioa gainditzeko onuragarria izan da. Oro har, aurretik ikasitako edukiak egonkortzeko baliagarria izan da GeoGebra, eta ikasleak geometriako software dinamikoa erabiltzeko gai direla, eta gainera, haientzat onuragarria dela argi geratu da aurrera eramandako esperimentazioaren bitartez.

Bukatzeko, ikasleek ikasitako edukiei dagozkionez, kontzeptuen ulermen egokia egin dela dirudi. Azpimarratu beharra dago, Talesen teorema curriculumaren arabera, Matematikan 3. DBHn lehenengo aldiz landu behar dela, baino praktikan 2. DBHn lantzen da normalean, testu-liburuetan ere hala izaten baita. Ikasleek, zailtasun matematikoa suposatzen duen kontzeptu hau era egokian interpretatu dute, eta jarduera praktikoan ez die inolako buruhausterik suposatu, hots, itxarotakoa baino erantzun hobeak izan dira. Hala ere, curriculumaren arabera 2. DBHkoa den eduki batean ikasle gehiagok zailtasunak erakutsi dituzte, irudi antzekoen azaleren eta bolumenen arrazoian. Zailtasun hori aurreikusi zenez, aurrea hartu izan nahi zitzaion, metodologia berriak aplikatuta eta software dinamikoan jarduerak proposatuta. Ikasgelan ikusitako emaitzak itxarotakoak baino hobeak izan baziren ere, azterketan arrakasta ez zen oso handia izan. Hala ere, kontrolean planteatutako galderen zailtasunak eta ikasleek hori ebazteko prozedura ordezkoak ezagutzeak eragin izan zutela uste da. Hala eta guztiz, oso baikorki baloratzen da ikasleek azterketetan erakutsitako maila, batez ere, unitatearen erdian izandako oporrak eta gero, kontzeptuak eta prozedurak ahaztea errazagoa beldurra baikenuen.

Erantzun gabeko galderak

Prozesu guzti honen ondotik, eta bereziki emaitzak aztertu eta gero, ugariak dira erantzun gabe geratzen diren galderak, eta etorkizunari begira planteatzen ditugunak.

Lehenengoak, diziplinartekotasuna du ardatz. Curriculumean aztertu dugunez, Marrazketa eta Plastika gisako irakasgaietan eta Matematikan zehazten diren eduki amankomunak daude. Eta orduan, zergatik ez dira bi irakasgaien arteko zubiak sortzen elkarren lagungarriak izan daitezen? Baina galdera hori planteatu ostean, bigarren galdera bat datorkigu burura, eta nola egin hori? Marrazketa eta Matematika lankidetza baliagarria izango zen adibide batean pentsatzerakoan, lanean zehar behatutako errore bat datorkigu burura. Aipatu denez, triangeluak beti oinarri horizontalarekin marrazteak, ikasleei oztopo bat suposatzen die. Agian, horri marrazketaren bitartez buelta ematea posible izango litzateke, izan ere, askoz era dinamikoagoan lantzen dira marrazketan irudi geometrikoak, eta perspektiba ezberdinetatik. Beraz, bakoitzaren gabeziak eta bertuteak hartuta elkarlanean aritzeko ideia hor geratzen da, etorkizunerako.

Bigarrenik, metodologiak eta erabilitako euskarriek azterketetako emaitzetan eragin zuzena izan ote duten zalantzan geratzen da. Baiezkoa dirudi erantzunak, horien aplikazioaren ondoren lortu baitira kalifikazioak, baino ondorioa zuzena al da? Ezin da galdera hori baieztatu soilik bi azterketetako lagina izanik. Erantzun bat emateko, etorkizunean metodologia berrien aplikazioekin eta euskarri ezberdinen laguntzarekin jarraitu beharko dugu, eta lagina handitu ahala baieztatu ahal izango dugu planeatutako ondorioa zuzena ote den.

Beste alde batetik, GeoGebraren erabileran izandako esperientzian oinarrituta, argitu gabeko gogoeta bat geratzen zaigu. Izan ere, GeoGebra ikasleentzat ezohikoa izanik, entretenigarria eta eramangarria egin zitzaiela aipatu dugu, eta baita aztoratuagoak ibili zirela ere. Baina tresna hau ohikoa balitz, erabilgarria izango al zen? Zukua aterako zitzaion? Errazagoa egingo zitzaien ikasleei? Eta ohikoa den zerbait bilakatzean, interesa galduko zuten ikasleek?

Bukatzeko, testu-liburuen egiturarekin zerikusia daukan galdera bat geratzen da airean. Lan honetan aztertutako testu-liburuek, zein merkatuan dauden gainontzeko testu-liburu gehienek, ez dute curriculumeko multzoen arteko erlaziorik zehazten, eta ikasleek edukiak modu isolatuan eta inolako ildorik jarraitu gabe ulertzea dakar horrek. Baina zein aukera geratzen zaigu guri irakasle edo ikastetxe bezala testu-liburuei buelta emateko? Zein puntutaraino daukagu irakasleok hori aldatzeko gaitasuna erabili beharreko testu-liburuak ez badatoz gurekin bat?

Erreferentziak

Nafarroako Gobernua (2014). *66/2014 FORU DEKRETUA, uztailaren 16koa, Nafarroako Foru Komunitatean Lehen Hezkuntzako curriculuma ezartzen duena*. Nafarroako Aldizkari Ofiziala (NAO) 174, 2014ko irailaren 5ekoa.

Nafarroako Gobernua (2015). *24/2015 FORU DEKRETUA, apirilaren 22koa, Nafarroako Foru Komunitatean Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzako irakaskuntzaren curriculuma ezartzen duena*. Nafarroako Aldizkari Ofiziala (NAO) 127, 2015eko uztailaren 2koa.

Aronson E. (2002). *Improving Academic Achievemment.* Chapter 10: Building Empathy, Compassion, and Achievement in the Jigsaw Classroom. Stanfor University, Stanford: California.

Batanero, C. (2001). *Didática de la Estadística*. ISBN: 84-699-4295-6. Departamento de Didáctica de la Matemática: Universidad de Granada.

Briand, J. eta Chevalier, M-C. (1995). *Les enjeux didactiques dans l'enseignement des mathématiques.* El estatuto del error (89 – 100 or.). Hatier pédagogie.

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la Teoría de las situaciones didácticas.* Buenos Aires: Zorzal.

Colera Jimenez, J., Gaztelu Albero, I. eta Colera Cañas, R. (2015). *Matematika 1*. ISBN: 978-84-678-5195-3. Grupo Anaya S. A argitaletxea.

Colera Jimenez, J., Gaztelu Albero, I. eta Colera Cañas, R. (2016). *Matematika 2*. ISBN: 978-84-698-1060-6. Grupo Anaya S. A argitaletxea.

Colera Jimenez, J., Oliveira Gonzalez, M. J., Gaztelu Albero, I. eta Colera Cañas, R. (2016). *Matematika irakaskuntza akademikoetara bideratuta 3*. ISBN: 978-84-678-5346-9. Grupo Anaya S. A argitaletxea.

Colera Jimenez, J., Oliveira Gonzalez, M. J., Gaztelu Albero, I. eta Colera Cañas, R. (2016). *Matematika irakaskuntza akademikoetara bideratuta 4*. ISBN: 978-84-698-1270-9. Grupo Anaya S. A argitaletxea.

Godino, J. D., Font, V. eta Wilhelmi, M. R. (2006). *Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta.* Relime Número, Especial, (131 - 155 or.).

Grence Ruiz, T. (). *Educación Plastica, Visual y Audiovisual. Dibujo técnico. Serie Diseña. Nivel I.* Santillana argitaletxea.

Grence Ruiz, T. (). *Educación Plastica, Visual y Audiovisual. Dibujo técnico. Serie Diseña. Nivel II.* Santillana argitaletxea.

Hezkuntza eta Zientzia Ministerioa (2008). *Dibujo técnico y matemáticas. Una consideración interdisciplinar.* ISBN: 978-84-369-4541-6. Madril: Hezkuntza saila.

Johnson, D. W., Johnson, R. T. eta Holubec, E. J. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Editorial Paidós. Argentina: Buenos Aires.

Lasa, A. eta Wilhelmi, M. R. (2013). *Use of GeoGebra in explorative, illustrative and demostrative moments*. Revista do Instituto GeoGebra de Sao Paulo, ISBN 2337-9657, v.2, n.1 (52-64 or.).

Lasa, A. eta Wilhelmi, M. R. (2015). Atando cabos, contando circunferencias. J.M. Contreras, C. Batanero, J.D Godino, G.R Cañadas, P. Arteaga, E. Molina, M. M. Gea eta M. M López (EDS.). *Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria* 2, (145 – 152 or.). Granada.

Paniego Gómez, A. eta de Domingo Acinas, J. (1996*). Plastika eta ikus-hezkuntza. 4. DBH*. Donostiarra argitaletxea.

Pereda, L. (2014). *Matematika LH 6*. Erein argitaletxea.

Piaget, J. (1984). *El criterio moral en el niño*. Barcelona: Ediciones Martínez Rosa, S. A. (Bertsio originala, 1935).

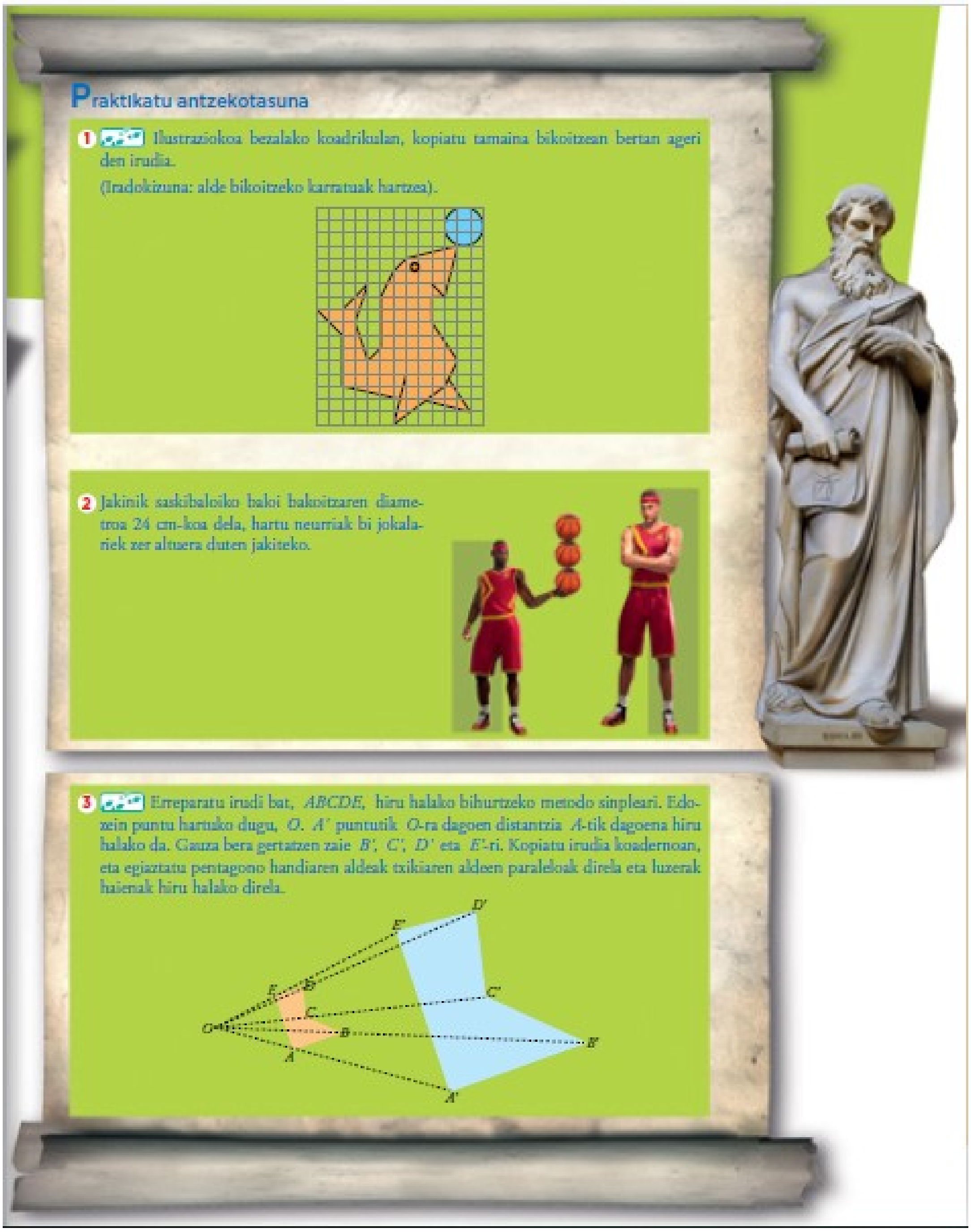
Redal,E.J (2009). *Guía. Dibujo y pintura.6 primaria. Educación plástica.* Santillana argitaletxea.

Wilhelmi, M. R. (2009). *Didáctica de las Matemáticas para profesores. Las fracciones: un caso práctico.* Lima: C. Gaita, 2009, Enseñanza de las Matemáticas: IV Coloquio internacional, (1 - 22 or.).

Eranskinak

A. Testu-liburuko Unitate Didaktikoa
B. Puzzle metodologian lantzeko materiala

A. Testu-liburuko Unitate Didaktikoa



Praktikatu antzekotasuna

1 Ilustraziokoa bezalako koadrikulan, kopiatu tamaina bikoitzean bertan ageri den irudia.

(Iradokizuna: alde bikoitzeko karratuak hartzea).

2 Jakinik saskibaloiko baloi bakoitzaren diametroa 24 cm-koa dela, hartu neurriak bi jokalariek zer altuera duten jakiteko.

3 Erreparatu irudi bat, $ABCDE$, hiru halako bihurtzeko metodo sinpleari. Edozein puntu hartuko dugu, O. A' puntutik O-ra dagoen distantzia A-tik dagoena hiru halako da. Gauza bera gertatzen zaie B', C', D' eta E'-ri. Kopiatu irudia koadernoan, eta egiaztatu pentagono handiaren aldeak txikiaren aldeen paraleloak direla eta luzerak haienak hiru halako direla.

1 Irudi antzekoak

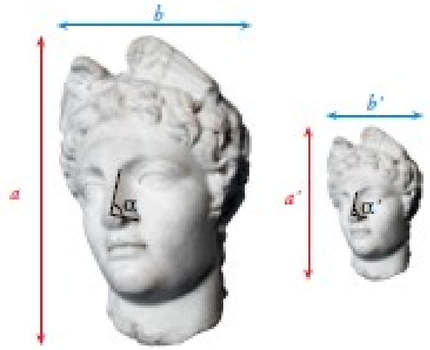
Ezkerreko irudiak berdinak dira, tamainari dagokionez izan ezik. *Forma bera* dute; hau da, **antzekoak** dira.

Ikusiaz bakarrik hain argi dagoen sentsazio hori, nola karakterizatzen da era matematikoan? Eskuineko panpina ezkerrekoa bi halako da bai altueran bai zabaleran. Oinarria ere bi halako da… Eskuineko irudiko luzera bakoitza ezkerreko irudian dagokionaren luzera 2rekin biderkatuz lortzen da.

Bi **irudi antzekoak** dira tamainan bakarrik bereizten baldin badira. Horrelako kasuetan, elkarri dagozkion segmentuak proportzionalak dira. Hau da, irudi horietako bateko luzera bakoitza bestean dagokion luzera zenbaki finkoarekin biderkatuz lortzen da; zenbaki horri **antzekotasun-arrazoi** esaten zaio.

Bi irudi antzekotan honako hau betetzen da:

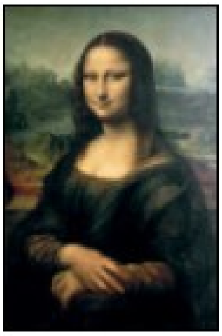
- Lehenengoan neurtutako angelua = bigarrenean dagokion angelua.
- Lehenengoko proportzioa = bigarrenean dagokion proportzioa.



Adibidez, honako bi buru hauetan:

- α eta α' angeluak bat datoz.
- Lehenengoko luzeraren eta zabaleraren arteko a/b erlazio bera dago bigarrenean ere.

Bi irudi antzeko ikusiz sortzen zaigun «forma bereko» sentsazioak margolan bat originala balitz bezala ikusten uzten digu. Ezagutzen al duzu Leonardo da Vinciren *Gioconda*? Erantzuna baiezkoa izango da, nahiz eta jatorrizkoa inoiz ikusi ez. Gauza bera gertatzen da pantailan filma, dokumentala edo partida ikusiz gero ere. Benetakoen antzekoak diren irudiak ikusten ditugu, benetakoak zuzenean ikusten ari baldin bagina bezala.



Antzekotasun-arrazoia

F eta F' bi irudiren arteko antzekotasun-arrazoia 4 dela esanez gero, honako hau esan nahi dugu:

$$\frac{F \text{ segmentuaren luzera}}{\text{dagokion } F'\text{-ren luzera}} = 4$$

Ondorioz, *antzekotasun-arrazoi* adierazpena erabiltzen dugunean, garrantzia du irudien ordena zehazteak.

Adibidez, A eta B irudien antzekotasun-arrazoia 2 izanez gero, B eta A-ren arteko antzekotasun-arrazoia 1/2 izango da.

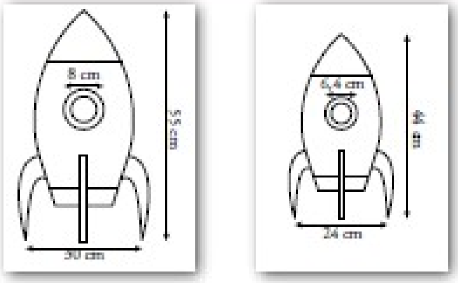
Webgunean

Praktikatu irudi antzekoei eta antzekotasun-arrazoiei dagozkien kontzeptuak.

194

Ariketa ebatziak

1. ***Fotokopiagailuarekin, ezkerreko irudia txikiagotuz, eskuinekoa lortu dugu. Zenbat txikiagotu dugu?***



Bigarren irudiko edozein segmentu lehenengo irudian dagokionarekin zatituz gero, zatidura 0,8 da.

Adibidez:

- Suziriaren altuera $\rightarrow \frac{44}{55} = 0{,}8$
- Suziriaren zabalera $\rightarrow \frac{24}{30} = 0{,}8$
- Leihoaren diametroa $\rightarrow \frac{6{,}4}{8} = 0{,}8$

Zatidura hori (0,8) lehenengo irudia bigarrena bihurtzen duen antzekotasun-arrazoia da.

Fotokopiagailuek antzekotasun-arrazoia ehuneko hainbestetan adierazten dute. Kasu honetan, % 80 da.

2. ***Bi triangelu antzekoren arteko antzekotasun-arrazoia 0,4 da. Triangelu nagusiaren oinarria 3 cm-koa eta altuera 5 cm-koa izanez gero, zer neurri dute triangelu txikiaren oinarriak eta altuerak?***

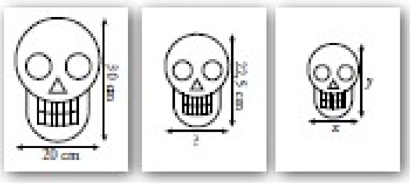
Triangelu txikiaren altuerari eta oinarriari a eta b esango diegu:

- $\frac{a}{5} = 0{,}4 \rightarrow a = 5 \cdot 0{,}4 = 2$ cm
- $\frac{b}{3} = 0{,}4 \rightarrow b = 3 \cdot 0{,}4 = 1{,}2$ cm

Ondorioz, triangelu txikiaren oinarria 1,2 cm-koa da eta altuera, 2 cm-koa.

Pentsatu eta egin

1. Eskuineko bi irudiak ezkerrekoa fotokopiagailuarekin txikiagotuz lortu dira:



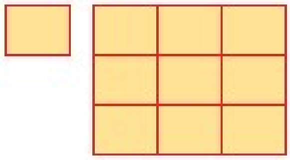
a) Zer txikiagotze egin da erdiko orrialdean? (Adieraz ezazu ehuneko hainbestetan).

b) Zer neurri du zabaleran erdiko orrialdeko garezurrak?

c) Kalkulatu zenbat diren x eta y-ren balioak, jakinik eskuineko orrialdeko irudia % 60 txikiago dela.

2. Bi laukizuzen antzekok 0,8ko antzekotasun-arrazoia dute. Laukizuzen txikia 4 cm zabal eta 12 cm altu dira. Zer dimentsio ditu laukizuzen nagusiak?

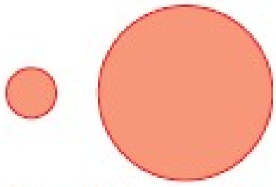
195



Bi irudi antzekoren azaleren arteko erlazioa

Honako bi laukizuzen hauek antzekoak dira. Antzekotasun-arrazoia 3 da; hau da, laukizuzen nagusiko luzera bakoitza txikian dagokiona halako hiru da. Ondorioz, nagusiaren azalera $3 \cdot 3 = 3^2 = 9$ aldiz da txikiaren azalera.

> Bi irudiren antzekotasun-arrazoia k izanez gero, horien azaleren arrazoia k^2 da.

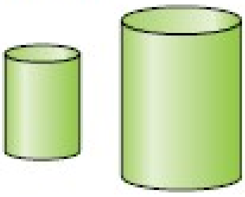


Bi zirkulu beti dira antzekoak. Antzekotasun-arrazoia erradioen arteko zatidura da.

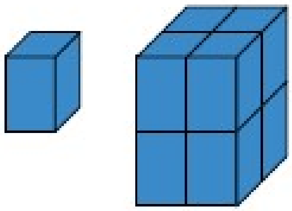
Adibideak

- Zirkulu baten erradioa beste batena 3,5 bider handiago izanez gero, nagusiaren azalera txikienarena baino $3{,}5^2 = 12{,}25$ bider handiagoa da.
- Zilindroaren forma duen depositua pintatzeko, 12,5 kg pintura erabili dira. Beste depositu bat aurrekoaren antzekoa da eta 1,6ko antzekotasun arrazoia du. Zenbat pintura beharko da azken hori pintatzeko?

  Bigarren zilindroaren azalera lehenengoarena baino $1{,}6^2 = 2{,}56$ bider handiagoa da. Ondorioz, $12{,}5 \cdot 2{,}56 = 32$ kg pintura beharko dira.



Bi irudi antzekoren bolumenen arteko erlazioa



Honako bi ortoedro hauek antzekoak dira. Antzekotasun-arrazoia 2 da; hau da, nagusiko luzera bakoitza txikian dagokiona bi halako da. Ondorioz, nagusiaren bolumena txikiaren bolumena baino $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$ bider handiagoa da.

> Bi irudiren antzekotasun-arrazoia k izanez gero, horien bolumenen arrazoia k^3 da.

Adibideak

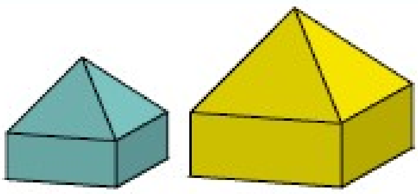
- Esfera baten erradioa beste batena baino 3,5 bider handiagoa izanez gero, nagusiaren bolumena txikiaren bolumena baino $3{,}5^3 = 42{,}875$ bider handiagoa izango da.
- Zilindroaren forma duen depositu bat beste baten antzekoa izanez gero, antzekotasun-arrazoia 1,6 izanik, eta txikian sartzen den petrolioaren balioa 3 750 € baldin bada, bigarrenean sartzen den petrolioaren balioa honako hau da: $3\,750 \cdot 1{,}6^3 = 3\,750 \cdot 4{,}096 = 15\,360$ €.

Webgunean

Praktikatu azaleren antzekotasuna landuz.

Pentsatu eta egin

3. Kartoi mehez egindako honako etxetxo hauek antzekoak dira. Antzekotasun-arrazoia 1,5 da. Txikia fabrikatzeko, 7,2 dm² kartoi mehe behar izan da eta horren bolumena 6,4 l da. Zenbat kartoi mehe du nagusiak eta zer bolumen du?



196

Problema ebatzia

Florentziako dendatxo batean, Michelangeloren Daviden erreprodukzioak saltzen dituzte. Bi tamainatakoak daude: 18 cm-ko eta 12 cm-ko altuerakoak.

a) Irudi antzekoak al dira? Zenbat da irudi handiaren eta txikiaren arteko antzekotasun-arrazoia?

b) Irudi nagusiaren buruak 2,25 cm-ko altuera du. Zer altuera du txikiarenak?

c) Jatorrizko irudiaren buruak 64,6 cm-ko altuera baldin badu, zer altuera du estatuak?

d) Bi erreprodukzioak egiteko, material bera erabili da eta txikia 150 g-koa da. Zer pisu du nagusiak?

e) Txikia margotzeko 4,50 € gastatu dugu. Zenbat kostatuko da nagusia margotzea?

a) Bai, antzekoak dira forma bera dutelako; hau da, tamaina bakarrik da desberdina.

Nagusiaren eta txikiaren arteko antzekotasun-arrazoia da:

$$\frac{18}{12} = \frac{3}{2} = 1,5$$

b) $\frac{2,25}{18} = \frac{a}{12} \rightarrow a = 1,5$ cm

Honela lor zitekeen:

$$a = \frac{2,25}{1,5} = 1,5 \text{ cm}$$

c) Estatuaren altueraren eta buruaren tamainaren arteko erlazioa jatorrizko estatuan ere betetzen da.

$$\frac{altuera}{64,6} = \frac{18}{2,25} \rightarrow altuera = \frac{18 \cdot 64,6}{2,25} = 516,8 = 517 \text{ cm} = 5,17 \text{ m}$$

Jatorrizko irudia 5,17 m altu da.

d) Pisua bolumenaren proportzioan dago. Eta nagusiaren bolumena txikiaren bolumena baino $1,5^3 = 3,375$ bider handiago da. Ondorioz:

Irudi nagusiaren pisua = 150 · 3,375 = 506,25 = 506 g

e) Pintatzearen kostua azaleraren proportzioan dago. Eta nagusiaren azalera txikiarena baino $1,5^2 = 2,25$ bider handiagoa da. Beraz:

Irudi handia pintatzearen kostua = 4,5 · 2,25 = 10,13 €

Pentsatu eta egin

4. Bi igerileku antzekoak dira. Txikia 15 m luze da eta handia, 30 m luze.

a) Zenbat da antzekotasun-arrazoia?

b) Txikiak 1,40 m-ko sakonera izanez gero, zenbat da nagusiaren sakonera?

c) Txikiaren barrualdea irazgaitz bihurtzeko, 1 650 € ordaindu dira. Zenbat ordaindu beharko da nagusia irazgaitz bihurtzeko?

d) Txikia urez betetzea 235 € kostatzen da. Zenbat kostatuko da handia betetzea?

5. *Atomium* Bruselan (Belgika) 1958ko erakusketa unibertsalerako eraiki zen monumentua da. 102 m-ko altuera du, eta monumentua osatzen duten esferetako bakoitzak 18 m-ko diametroa du.

Oroigarrien dendan, *Atomium* horren bi erreprodukzio daude: 8 cm eta 20 cm-ko altuerakoak dira.

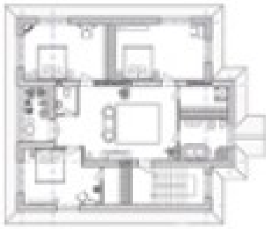
a) Zenbat da horien arteko antzekotasun-arrazoia?

b) Zenbat da erreprodukzioetako esfera bakoitzaren diametroa?

c) Maketa txikia 200 g-koa da. Zer pisu du nagusiak?

d) Maketa nagusia pintatzeko, 400 g pintura behar da. Zenbat beharko da maketa txikia pintatzeko?

2 Planoak, mapak eta maketak



Etxea erosi edo alokatu nahi duenak etxea arreta handiz aztertzen du lehenengo. Azterketa horren zati handia planoan egiten da askotan.

Etxe baten **planoa** errealitatearen irudi zehatza da (edo izan behar du). Benetako etxeak bezalako forma eta banaketa ditu, eta dimentsioak eskala baten arabera txikiagotuta daude. Hau da, etxearen oinplanoa eta planoa **irudi antzekoak** dira.

Arrazoi beraren ondorioz, **mapa** ere irudikatzen duen lurralde zatiaren irudi antzekoa da.

Planoa edo mapa kontsultatzen dugunean edo argazkia ikusten dugunean, horiek irudikatzen duten errealitatearen irudi antzekoak direla jakinik begiratzen diegu.

Errealitatearen forma, konposizioa, koloreak… bakarrik interesatuz gero, erreprodukzioari benetakoa balitz bezala begiratzen diogu. Hala ere, planoa edo mapa kontsultatuz gero, forma ez ezik, garrantzitsuak dira errealitateko tamainak eta distantziak ere. Horregatik, planoa eta mapa eraikitzeko erabili den eskala zehazten da beti.

Neskatilak pianoa jotzen. Renoir.

- Planoak eta mapak irudikatzen duten errealitatearen antzekoak dira. Horietan, lekuen banaketa ez ezik, garrantzitsuak dira tamainak eta distantziak ere. Horregatik daramate eskala.
- **Eskala** erreprodukzioko (mapa, plano edo maketako) luzera bakoitzaren eta errealitatean dagokion luzeraren arteko zatidura da. Hau da, erreprodukzioaren eta errealitatearen arteko **antzekotasun-arrazoia** da.

Adibidea

Levanteko kostaldearen eta Balear uharteen honako mapa honetan, 1:5 000 000 eskalak errealitateko distantzia bakoitza mapan dagokiona 5 000 000rekin biderkatuz lortzen dela esan nahi du.

Errealitateari dagozkion distantziak mapako neurriak baino 5 000 000 bider handiagoak direla egiaztatuko dugu.

Valentziaren eta Palma Mallorcakoaren arteko distantzia:

$$\frac{\text{Benetako distantzia}}{\text{Mapako distantzia}} = \frac{260 \text{ km}}{52 \text{ mm}} = \frac{260\,000\,000 \text{ mm}}{52 \text{ mm}} = 5\,000\,000$$

- Egiaztatu zeuk gainerako neurriak.

198

Webgunean
Praktikatu eskala kontzeptua landuz.

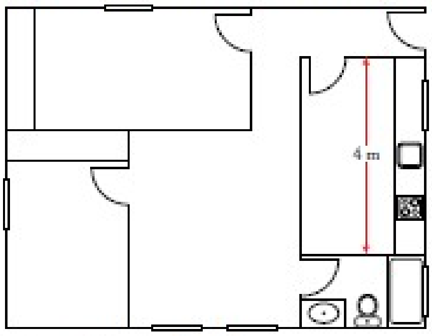
Eskala lortzea

Erreprodukzioa (planoa, mapa edo maketa) eskala adierazi gabe ematen zaigunean, zer eskala erabili den aurkitzeko, erreprodukzioko bi punturen arteko distantzia zenbat den jakin behar da.

Adibidez, ezkerreko planoan ageri den kanpalekuko iturriaren eta kaiaren artean zer distantzia dagoen jakinez gero, zer eskala erabili den aurki dezakegu, eta, horren bidez, benetako distantziak planoan oinarrituta kalkulatu.

Adibidea

Gure etxearen planoa dugu, baina eskalarik gabe eman digute. Horma guztiak neurtu beharrean, sukaldearen luzera neurtuko dugu bai errealitatean, bai planoan.



Lortuko ditugun neurriak honako hauek dira:

Planoan: 4 cm

Errealitatean: 4 m

Ondorioz, eskala 1:100 da.

Orain, beste edozein distantzia lor dezakegu planoan bakarrik neurtuz eta emaitzak 100ekin biderkatuz.

Eskala kalkulatzea

$$\frac{4\ \text{cm}}{4\ \text{m}} = \frac{4\ \text{cm}}{400\ \text{cm}} = \frac{1}{100}$$

Pentsatu eta egin

1. Aurreko orrialdeko mapan neurriak hartuz eta eskala kontuan izanik:

a) Kalkulatu zer distantzia dagoen Bartzelonaren eta Valentziaren artean.

b) Zenbat denbora behar du Tarragonatik Palma Mallorcakora 20 korapiloko abiaduran doan ferryak?

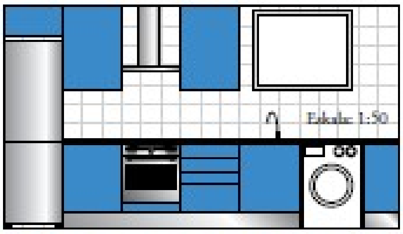
Korapilo bakoitza 1,852 km/h-ren baliokide da.

2. Errealitatean kaitik iturrira 136 metro daudela dakigu; aurkitu eskala eta kalkulatu honako distantzia hauek:

a) Kanpina - hondartza. b) Hondartza - iturria.

c) Iturria - barbakoa. d) Iturria - kanpina.

3. Honako hau sukalde bateko hormaren planoa da:



Kalkulatu dimentsioak (luzera eta zabalera), leihoaren azalera, eta suen eta kanpaiaren arteko distantzia.

199

3 Irudi antzekoak eraikitzea

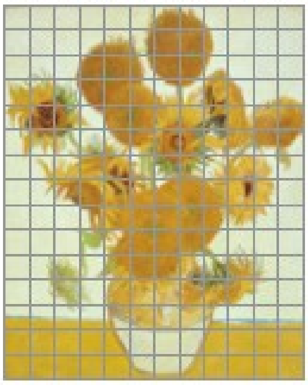
Ezagutzen dugun irudiaren antzekoa antzekotasun-arrazoi jakin baten arabera eraikitzeko, sortu nahi dugun irudiko luzerak jatorrizko irudiarekin nahi den erlazioa izango duela bermatzeko prozedura bete beharko dugu. Adibidez, gure logelaren kartoizko maketa 1:10 eskalan eraiki nahi izanez gero, gelaren neurriak hartu eta hamarrenera murriztuko ditugu. Horma 3,5 m luze eta 2,5 m altu baldin bada, 3,5 dm × 2,5 dm-ko kartoizko laukizuzena eraikiko dugu.

Ondoren, irudi lauak erreproduzitzeko metodo batzuk ikusiko ditugu.

Koadrikularen metodoa

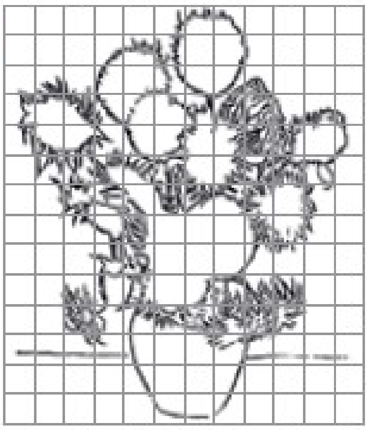
Jatorrizko irudia tamaina jakin batean erreproduzitzeko, koadrikulatu egingo dugu.

Ekiloreak, Van Gogh.



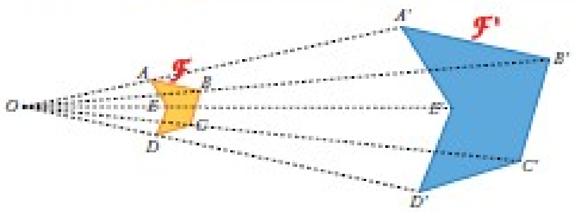
Nahi den tamainako antzeko koadrikula eraikiko dugu. Koadrikula erreferentzia gisa hartuz gero, errazago izango da jatorrizko irudia kopiatzea.

Tamainen arteko erlazioa (eskala edo antzekotasun-arrazoia) bi koadrikuletako dimentsioen arteko erlazioaren parekoa da.



200

Proiekzioaren metodoa



Irudi homotetikoak

Matematikan, F irudia F' bihurtzeari **homotezia** esaten zaio.

F' irudia F irudiaren homotetikoa da 3ko homotezia-arrazoia izanik.

O puntuari homotezia-zentro esaten zaio.

F irudiaren tamaina hirukoiztu egin nahi dugu. Horretarako, O puntu bat hartuko dugu, edozein. O-tik eta F irudiaren funtsezko puntuetatik pasatuko diren zuzenak marratu eta distantzia hirukoitzari dagozkion puntuak lortuko ditugu.

A' puntuaren eta O puntuaren arteko distantzia A-tik O-ra dagoen distantzia hiru halako da. Hau da:

$$\overline{OA'} = 3 \cdot \overline{OA}$$

Baita: $\overline{OB'} = 3 \cdot \overline{OB}$, $\overline{OC'} = 3 \cdot \overline{OC}$, eta abar.

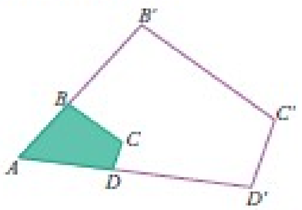
Horrela, F-ren antzekoa den F' irudia lortu da, antzekotasun-arrazoia 3 izanik.

Hau da, $A'B'$, $B'C'$… aldeak horiei dagozkien AB, BC… aldeak hiru halako dira eta gauza bera gertatzen da beste segmentu guztiekin ere:

$$\overline{A'C'} = 3 \cdot \overline{AC};\ \overline{E'B'} = 3 \cdot \overline{EB}\ \ldots$$

Horrez gainera, F' irudiko segmentuak F irudian dagozkien segmentuen paraleloak dira.

Handiagotzea berariazko erosotasunez egiten da hasierako irudiko erpin bat proiekzio-puntu gisa hartzen baldin bada.

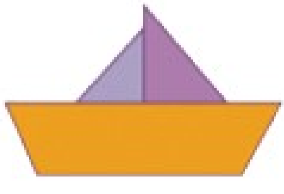


Webgunean

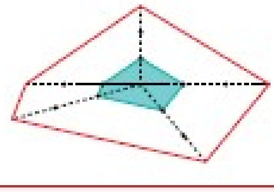
Praktikatu irudi antzekoak eraikitzeko metodoak erabiliz.

Pentsatu eta egin

1. Marraztu eta, proiekzio-metodoaren bidez, handiagotu koadernoan honako hau bezalako irudia:



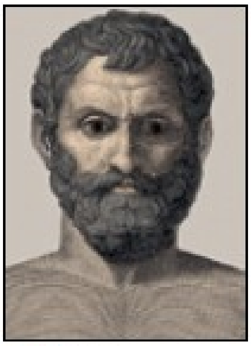
2. Marraztu koadernoan pentagono irregularra. Txikiagotu pentagonoa barruko puntu batetik proiektatuz. Egizu berriz ere, erpinetako bat proiekzio-puntu hartuta.



201

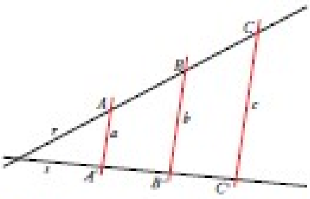
4 Talesen teorema

Talesen teorema garrantzitsua da triangeluen antzekotasunaren azterketa teorema horretan oinarritzen delako. Triangeluetan oinarri hartuz, edozein bi irudiren arteko antzekotasuna egiaztatzen da.



Tales Miletokoa.

Beste bi ebakitzen duten zuzen paraleloak



a, b eta c paraleloak dira eta r eta s zuzenak ebakitzen dituzte

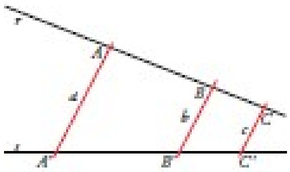
AB eta BC segmentuak berdinak izanez gero, orduan, $A'B'$ eta $B'C'$ segmentuak ere berdinak dira.

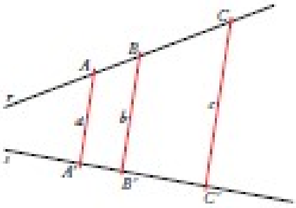
Egiaztatu hori segmentuak neurtuz.

Orain ere, a, b eta c zuzenak paraleloak dira eta r eta s zuzenak ebakitzen dituzte.

AB segmentua BC segmentua bi halako da:

$$\overline{AB} = 2 \cdot \overline{BC}$$





Orduan, bigarren $A'B'$ ere $B'C'$ bi halako da:

$$\overline{A'B'} = 2 \cdot \overline{B'C'}$$

Talesen teorema

a, b eta c zuzenak paraleloak izan eta beste bi zuzen, r eta s, ebakiz gero, horietan zehazten dituzten segmentuak proportzionalak dira:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$$

Pentsatu eta egin

1. Marratu edozein bi zuzen, r eta s. Seinalatu lau puntu, A, B, C eta D, honako hau lortzeko moduan:

$$\overline{AB} = 1 \text{ cm}, \quad \overline{BC} = 2 \text{ cm}, \quad \overline{CD} = 3 \text{ cm}$$

Marratu A, B, C eta D-tik pasatuko diren a, b, c eta d zuzen paraleloak. Esan A', B', C' eta D' zuzen horiek s zuzena ebakiko duten puntuei.

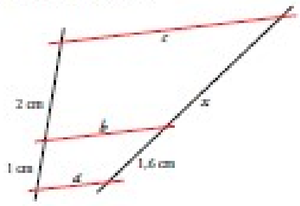
Egiaztatu:

$$\overline{B'C'} = 2 \cdot \overline{A'B'}$$

$$\overline{C'D'} = 3 \cdot \overline{A'B'}$$

2. a) Egiaztatu marrazkiko a, b eta c zuzenak paraleloak direla.

b) Kalkulatu zenbat den x.

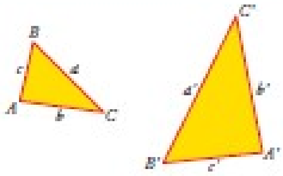


202

Webgunean
- Talesen teorema aurkeztea.
- Praktikatu Talesen posizioan dauden triangeluekin.

Talesen teorema aplikatzea: triangeluen antzekotasuna

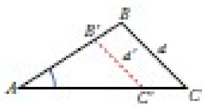
Triangeluak, sinpleak izateaz gain, oinarrizkoak dira gainerako irudiak aztertzeko (batzuetan, irudiak analizatzeko, triangelatu egiten dira). Horregatik, triangeluen antzekotasunak aparteko azterketa merezi du.



Bazterreko *ABC* eta *A'B'C'* triangeluak antzekoak izanez gero, orduan:

- $\hat{A} = \hat{A}'$, $\hat{B} = \hat{B}'$, $\hat{C} = \hat{C}'$
- $\dfrac{a}{a'} = \dfrac{b}{b'} = \dfrac{c}{c'}$

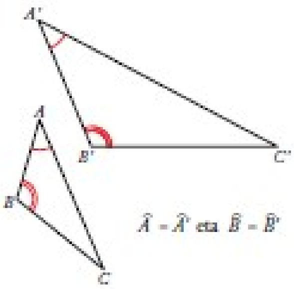
Eta alderantziz, bi triangeluk berdintza horiek betetzen baldin badituzte, antzekoak dira.



TRIANGELUAK TALESEN POSIZIOAN

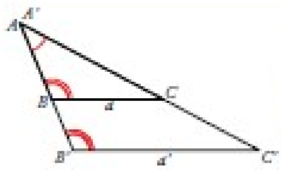
ABC eta *AB'C'* triangeluek angelu komuna dute, $\hat{A}$. Hau da, triangelu txikia handian «ahokatuta» dago. Horrez gainera $\hat{A}$-ren aurkako aldeak paraleloak dira. Horregatik, triangelu horiek **Talesen posizioan** daudela esaten da.

Talesen posizioan dauden bi triangelu antzekoak dira.
Ondorioz, Talesen posizioan jar daitezkeen bi triangelu antzekoak dira.



TRIANGELUEN ANTZEKOTASUN-IRIZPIDE BAT

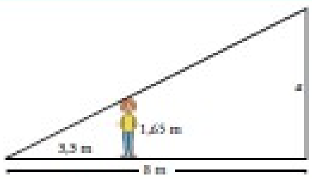
Triangelu bateko bi angelu beste triangelu bateko bi angeluren antzekoak, ondoz ondo, izanez gero, orduan triangeluak ere antzekoak dira.



$\hat{A} = \hat{A}'$ izanez gero, triangelu txikia handian ahoka daiteke. Eta, horrez gainera, $\hat{B} = \hat{B}'$ izanez gero *a* eta *a'* aldeak paralelo geratzen dira. Orduan, bi triangeluak Talesen posizioan jarri ahal izan dira eta, ondorioz, antzekoak dira.

Ariketa ebatzia

Rakelen etxeko egongelak maldadun sabaia du. Hormaren altuera neurtzeko, Rakel marrazkian ageri den eran jarri da. Kontuan hartuz neurriak, egongelaren gehienezko altuera zenbat den kalkulatzea.



Rakelen egongelaren gehienezko altuerari *a* esango diogu.

Talesen posizioan dauden bi triangelu direnez, antzekoak dira. Ondorioz:

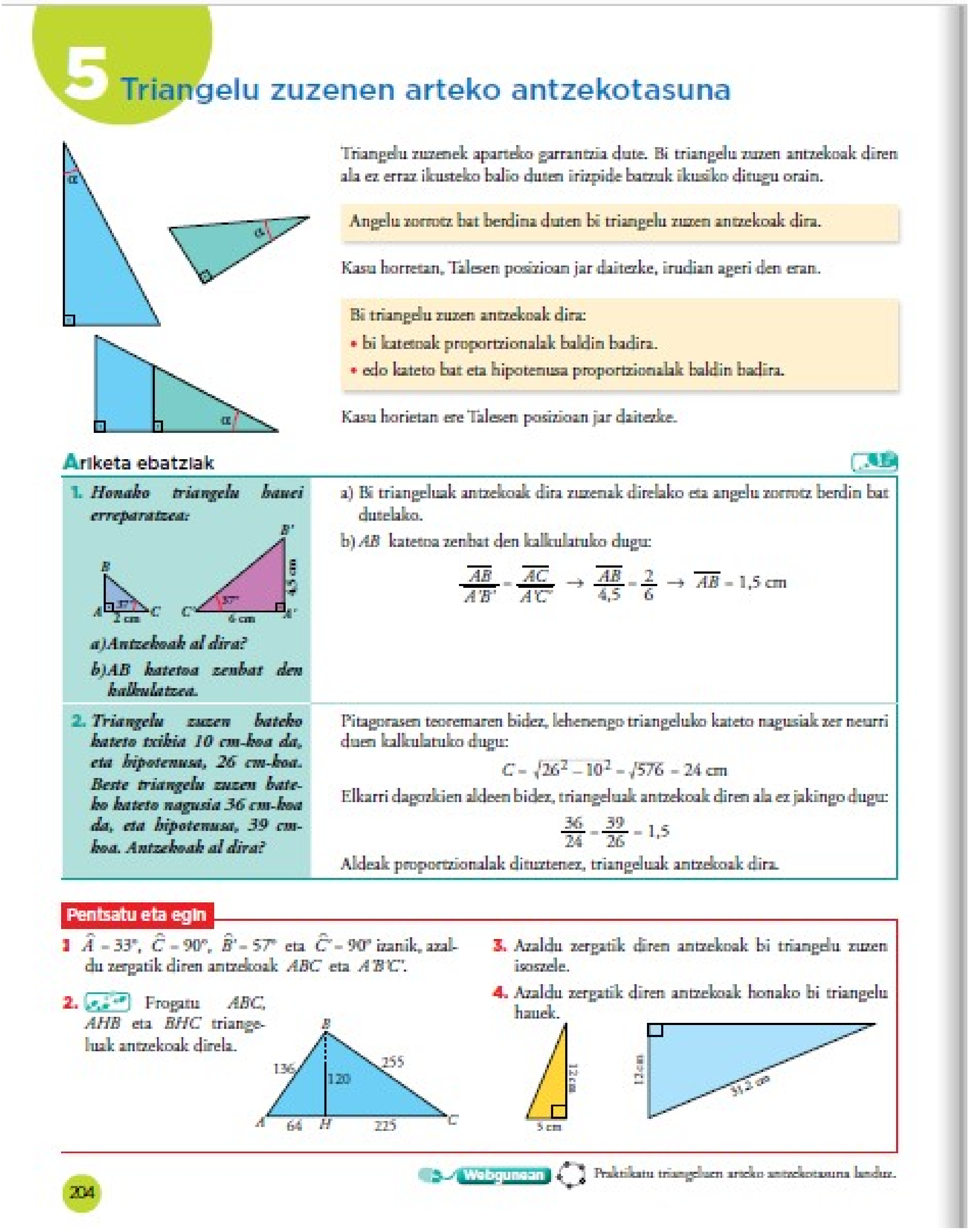
$$\frac{1,65}{3,3} = \frac{a}{8} \rightarrow a = \frac{1,65 \cdot 8}{3,3} = 4 \text{ m}$$

Pentsatu eta egin

3. Jagoba 1,83 m altu da eta Rakel ikustera joan da. Hormatik zer distantziatan jarriko da sabaia buruarekin ukitzeko?

4. Sabaian, hormatik zer distantziatan ipini beharko du Rakelek 1 m-eko lanpara, bere burua baino 20 cm gorago gera dadin?

203



5 Triangelu zuzenen arteko antzekotasuna

Triangelu zuzenek aparteko garrantzia dute. Bi triangelu zuzen antzekoak diren ala ez erraz ikusteko balio duten irizpide batzuk ikusiko ditugu orain.

Angelu zorrotz bat berdina duten bi triangelu zuzen antzekoak dira.

Kasu horretan, Talesen posizioan jar daitezke, irudian ageri den eran.

Bi triangelu zuzen antzekoak dira:
- bi katetoak proportzionalak baldin badira.
- edo kateto bat eta hipotenusa proportzionalak baldin badira.

Kasu horietan ere Talesen posizioan jar daitezke.

Ariketa ebatziak

1. ***Honako triangelu hauei erreparatzea:***

a) Antzekoak al dira?

b) AB katetoa zenbat den kalkulatzea.

a) Bi triangeluak antzekoak dira zuzenak direlako eta angelu zorrotz berdin bat dutelako.

b) AB katetoa zenbat den kalkulatuko dugu:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} \rightarrow \frac{\overline{AB}}{4,5} = \frac{2}{6} \rightarrow \overline{AB} = 1,5 \text{ cm}$$

2. ***Triangelu zuzen bateko kateto txikia 10 cm-koa da, eta hipotenusa, 26 cm-koa. Beste triangelu zuzen bateko kateto nagusia 36 cm-koa da, eta hipotenusa, 39 cm-koa. Antzekoak al dira?***

Pitagorasen teoremaren bidez, lehenengo triangeluko kateto nagusiak zer neurri duen kalkulatuko dugu:

$$C = \sqrt{26^2 - 10^2} = \sqrt{576} = 24 \text{ cm}$$

Elkarri dagozkien aldeen bidez, triangeluak antzekoak diren ala ez jakingo dugu:

$$\frac{36}{24} = \frac{39}{26} = 1,5$$

Aldeak proportzionalak dituztenez, triangeluak antzekoak dira.

Pentsatu eta egin

1 $\hat{A} = 33°$, $\hat{C} = 90°$, $\hat{B}' = 57°$ eta $\hat{C}' = 90°$ izanik, azaldu zergatik diren antzekoak ABC eta $A'B'C'$.

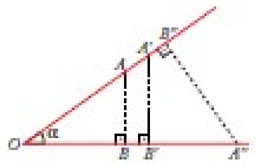
2. Frogatu ABC, AHB eta BHC triangeluak antzekoak direla.

3. Azaldu zergatik diren antzekoak bi triangelu zuzen isoszele.

4. Azaldu zergatik diren antzekoak honako bi triangelu hauek.

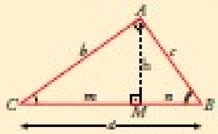
Webgunean Praktikatu triangeluen arteko antzekotasuna landuz.

204

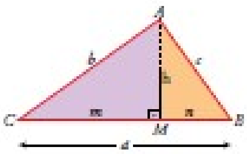


Angelu baten aldeetako baten lerro perpendikularrak marratuz lortzen diren triangelu guztiak antzekoak dira, guztiak triangelu zuzenak direlako eta α angelu komuna dutelako. Ondorioz, horien aldeak proportzionalak dira.

Triangelu zuzenetan, hipotenusaren gaineko altuerak jatorrizkoaren antzeko bi triangelu determinatzen ditu.



Katetoaren teorema

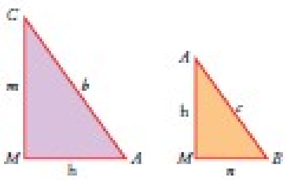


Triangelu zuzen baten hipotenusaren gainean altuera marratuz eratu diren ezkerreko bi triangelu zuzenak nagusiaren antzekoak dira, baita haien artean ere. Beraz:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{m} \rightarrow b^2 = a \cdot m \qquad \frac{a}{c} = \frac{c}{n} \rightarrow c^2 = a \cdot n$$

Kateto baten karratua hau da: hipotenusaren eta katetoak hipotenusa gainean duen proiekzioaren arteko biderkadura.

Altueraren teorema



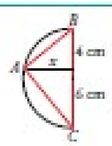
Bazterreko MAC eta MBA triangeluen arteko antzekotasunetik, honako hau ateratzen da:

$$\frac{m}{h} = \frac{h}{n} \rightarrow h^2 = m \cdot n$$

Hipotenusaren gaineko altuera hau da: altuera horrek hipotenusa zatituz eratzen dituen bi segmentuen biderkadura.

Ariketa ebatziak

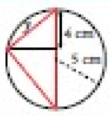
1. *Altueraren teorema erabiliz, x zenbat den kalkulatzea.*



ABC triangelua zuzena da (zirkunferentzierdian inskribatuta dago). Altueraren teorema aplikatuko dugu:

$$x^2 = 6 \cdot 4 = 24 \rightarrow x = \sqrt{24} \text{ cm}$$

2. *Katetoaren teorema aplikatuz y zenbat den kalkulatzea.*



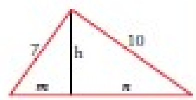
Katetoaren teorema aplikatuko dugu, kontuan hartuz hipotenusa 10 cm-koa dela:

$$y^2 = 10 \cdot 4 = 40 \rightarrow y = \sqrt{40} \text{ cm}$$

Pentsatu eta egin

5. Triangelu zuzen batean, katetoen hipotenusaren gaineko proiekzioak 8 cm eta 4,5 cm-koak dira, hurrenez hurren. Kalkulatu zer neurri dituzten katetoek eta hipotenusaren gaineko altuerak.

6. Honako triangelu zuzen honetan, kalkulatu zenbat diren h, m eta n luzerak.

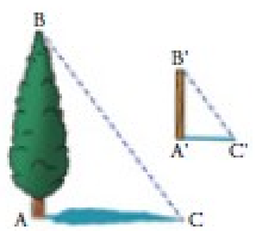


Webgunean Praktikatu teorema horiek aplikatuz.

205

6 Triangeluen antzekotasunaren aplikazioak

Triangeluen arteko antzekotasunak aplikazio praktiko asko ditu. Halako batzuk ikusiko ditugu.



Eguzki-izpiak paralelo iristen dira Lurrera.

Objektu bertikalaren altuera kalkulatzea itzalean oinarrituz

Zuhaitz baten altuera, $\overline{AB}$, zenbat den kalkulatzeko, honela jokatuko du:

- Zoruan, $A'B'$ taketa sartuko dugu bertikalean.
- Taketaren luzera, $\overline{A'B'}$, eta Eguzkiak une berean proiektatutako zuhaitzaren eta taketaren gerizen, $\overline{AC}$ eta $\overline{A'C'}$, luzerak neurtuko ditugu.

ABC eta $A'B'C'$ triangeluak antzekoak dira bi angelu hurrenez hurren berdin dituztelako:

$\hat{A} = \hat{A}'$ biak zuzenak direnez gero.

$\hat{C} = \hat{C}'$ *eguzki-izpiek zuhaitzean eta taketean angelu berarekin jotzen dutelako.*

Triangeluak antzekoak direnez, horien aldeak proportzionalak dira:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$$

$\overline{AC}$, $\overline{A'B'}$ eta $\overline{A'C'}$ ezagun ditugunez, zuhaitzaren altuera zenbat den kalkula dezakegu.

Problema ebatzia

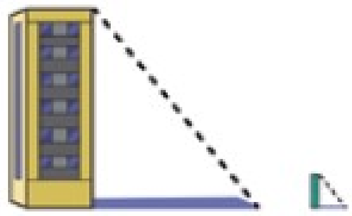
Aurreko deskripzioan, zuhaitzaren altuera zenbat den kalkulatzea honako hau jakinik: taketaren luzera: 1,6 m; zuhaitzaren itzala = 3,5 m; taketaren itzala = 0,7 m.

$$\frac{\overline{AB}}{1,6} = \frac{3,5}{0,7} \rightarrow \overline{AB} = \frac{1,6 \cdot 3,5}{0,7} = 8$$

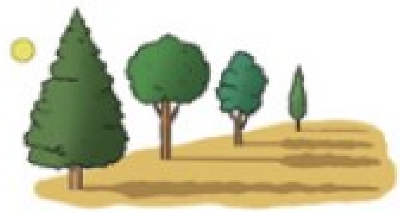
Soluzioa: Zuhaitzak 8 m ditu.

Pentsatu eta egin

1. 2 m-ko hesiak 1,25 m-ko itzala proiektatzen du eta, une berean, eraikin batek 49 m-koa proiektatzen du. Kalkulatu zer altuera duen eraikin horrek.



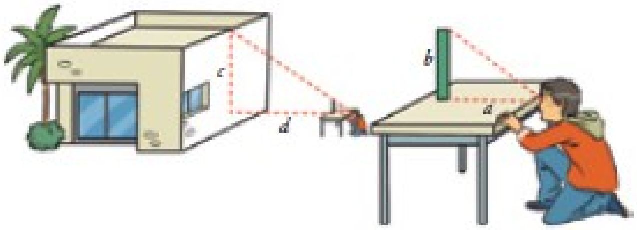
2. Honako zuhaitz hauen gerizak, arratsaldeko bostetan, 12 m, 8 m 6 m eta 4 m-koak ziren, hurrenez hurren. Zuhaitz txikia 2,5 m-koa da. Zer neurri dute besteek?



206

Objektu bertikalaren altuera zenbat den kalkulatzea itzalaz baliatu gabe

Webgunean
Ispilua erabiliz, kalkulatu zuhaitz baten altuera.

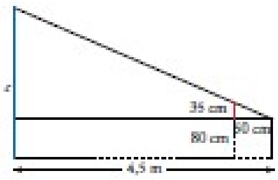


Mutila mahaiaren ertzetik etxearen punturik gorenera begiratzen ari da. Posizio horretan dagoela, erregela mugitu eta muturra begiradarekin lerrokatuta geratzeko moduan kokatu du (mahaiak posizio horizontalean egon behar du eta erregelak, bertikalean).

Triangelu zuzenak, a, b eta d, c, katetoak dituztenak, antzekoak dira, Talesen posizioan daudelako. Ondorioz:

$$\frac{c}{d}=\frac{b}{a}$$

a, b eta d ezagututa, c kalkulatuko dugu. Etxearen altuera c gehi mahaiaren altuera da.



Problema ebatzia

Aurreko deskripzioan, etxearen altuera zenbat den kalkulatzea honako hau jakinik: erregelaren luzera, b = 35 cm; mahaiaren ertzetik erregelaren oinerako distantzia, a = 50 cm; mahaiaren ertzetik etxerako distantzia, d = 4,5 m; mahaiaren altuera = 80 cm.

Distantzia guztiak metrotan adieraziko ditugu.

$$\frac{c}{d}=\frac{b}{a} \rightarrow \frac{c}{4,5}=\frac{0,35}{0,5} \rightarrow c=\frac{4,5 \cdot 0,35}{0,5}=3,15 \text{ m}$$

$$3,15+0,8=3,95 \text{ m}$$

Soluzioa: Etxea 3,95 m altu da.

Webgunean
Neurri eskuraezinak triangeluen antzekotasunaren bidez kalkulatu behar diren problemak.

Pentsatu eta egin

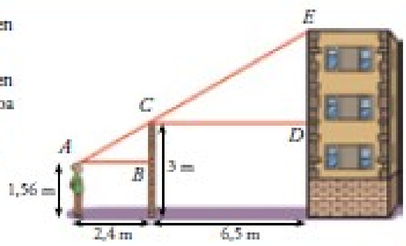
3. Hartu kontuan Erramunek eraikinaren altuera zenbat den kalkulatzeko darabilen metodo azkarra:

Erramun jarri den lekutik, burdin hesiaren goia eta eraikinaren goia begiekin lerrokatuta ageri dira. Seinalatu Erramunen posizioa eta hartu marrazkian ageri diren neurriak.

a) Azaldu zergatik diren antzekoak ABC eta CDE triangeluak.

b) Kalkulatu zenbat den $\overline{ED}$.

c) Kalkulatu zenbat den eraikinaren altuera.

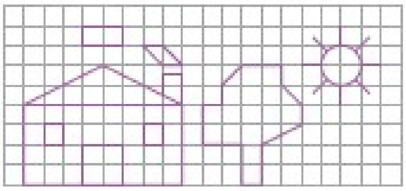


207

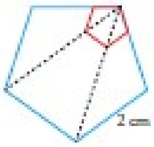
Ariketak eta problemak

Irudi antzekoak

1. Paper koadrikulatuan, kopiatu honako marrazki hau, baina tamaina bikoiztuz:

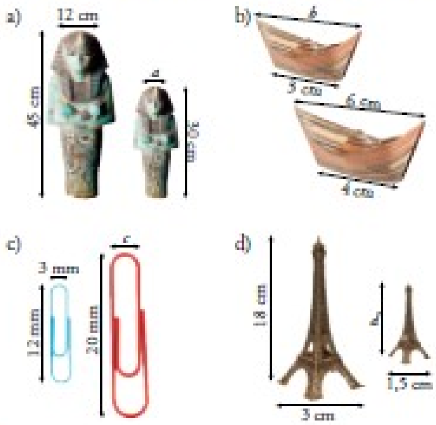


2. 2 cm-ko aldeko pentagono erregularra eraikitzeko, edozein pentagono erregular kopiatuko dugu (irudi gorria); gero, pentagono horren ondoz ondoko bi alde 2 cm-raino luzatu eta gorriaren antzeko irudia osatuko dugu, aldeen zuzen paraleloak marratuz.



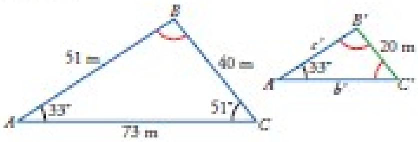
Kalkatu koadernoan pentagono gorria eta, era berean jokatuz, marraztu 3 cm-ko aldeko pentagonoa.

3. Atal bakoitzean bi irudi antzeko daudela jota, kalkulatu zenbat den lehenengoaren eta bigarren arteko antzekotasun-arrazoia, eta lortu falta diren luzerak.



Triangeluen antzekotasuna

4. Honako triangelu hauek antzekoak direla dakigu. Kalkulatu zer neurri duten falta diren aldeek eta angeluek.



5. Azaldu zergatik diren antzekoak honako bi triangelu isoszele hauek.

6. Triangelu baten aldeak 7,5 cm, 18 cm eta 19,5 cm-koak dira. Horren antzeko bat marraztu nahi da, alde txikia 5 cm-koa izanik.

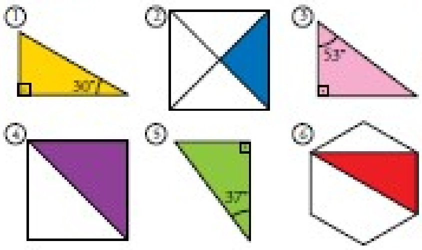
a) Zenbat izango da antzekotasun-arrazoia lehenengotik bigarrenera pasatzean?

b) Zer neurri izango dute bigarren triangeluko beste bi aldeek?

c) Jakinik lehenengo triangelua zuzena dela, bigarrena ere zuzena izango dela baieztatu al dezakegu? Egiaztatu ezazu bi triangelutan Pitagorasen teorema aplikatuz.

7. Azaldu zergatik diren antzekoak angelu zorrotz bat berdina duten bi triangelu zuzen.

8. Honako triangelu zuzen hauen artean, batzuk antzekoak dira haien artean. Bilatu zein diren, aurretiaz falta diren angeluen neurriak zenbat diren kalkulatuz.

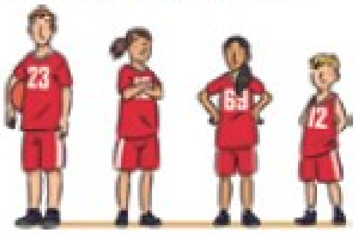


208

Antzekotasunaren aplikazioak

9. Etxeko atea 3 m altu da. Zenbat da etxearen altuera? Eta zuhaitz handiarena?

10. Honako jokalari hauetako altuena 1,80 m-koa da. Zer altuera dute besteek?



11. Laukizuzen jakin baten dimentsioak 10 cm eta 15 cm dira. Horren antzekoa den beste baten alde txikia 12 cm-koa da. Kalkulatu zenbat den:

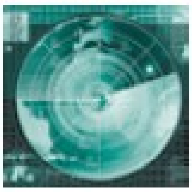
a) Lehenengo laukizuzenetik bigarrenera pasatzeko antzekotasun-arrazoia.

b) Bigarrenaren alde nagusia.

c) Laukizuzen bakoitzaren aldea.

12. Eukalipto baten altuera 11 m-koa dela zehazteko, Karlosek zuhaitz horren geriza (9,6 m) eta berea (1,44 m) neurtu ditu, biak Eguzkiak ordu berean proiektatuta. Zer altuera du Karlosek?

13. Itsaspekoaren sonarraren pantailan, gauza bat minutuko 1 cm hurbiltzen ari dela ikusten da. Pantailako irudia 1:1 000 000 eskalan ageri da. Orduko zenbat kilometroko abiaduran ari da hurbiltzen gauza hori?



Ebatzi problemak

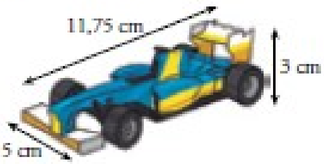
14. Bikote bat, etxe bat erosi nahi duenez, 1:30 000 eskalan egindako hiriko planoan begiratzen ari da. Planoan, etxe horretatik metrorako distantzia neurtu dute eta 2,3 cm-koa dela atera dute. Zenbat da benetako distantzia?

Beste alde batetik, badakite etxe horretatik haurtzaindegirako distantzia 1,5 km-koa dela. Zenbat izango da planoko distantzia?

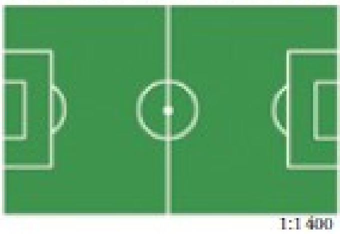
15. Sena ibaiaren ertzean, Parisen, Askatasunaren estatuaren 11,5 m-ko kopia dago 1:4 eskalan eginda. Kalkulatu zenbat den New Yorkeko estatuaren benetako altuera.

Errioxako Cenicero herrian, Askatasunaren estatuaren 1,2 m-ko altuerako beste kopia bat dago. Zenbat da horren eskala New Yorkekoari dagokionez?

16. Paulen auto telegidatua 1 formulakoen 1:40 eskalako kopia da. Erreparatu marrazkian Paulen autoaren dimentsioei eta kalkulatu zenbat diren benetako autoaren dimentsioak.



17. Kalkulatu zenbat diren honako futbol-zelai honen benetako dimentsioak. Kalkulatu zer azalera duten penalti-eremuak (eremu handiak) eta zirkulu zentralak.



1:1 400

209

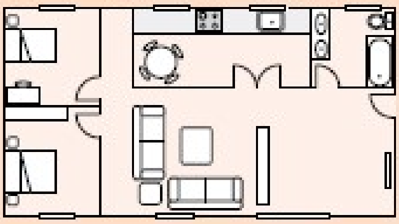
Ariketak eta problemak

Ikasi problemak ebazten

Erreparatu Adela gurasoekin bizi den etxearen planoari eta erantzun:

a) Zenbat metro karratu ditu etxebizitzak, jakinik Adelaren gelak, leihotik aurreko hormara, 4 metro dituela?

b) Adelaren gurasoek billar-mahaia erosi dute egongelarako. 2,5 m × 1,5 m-ko dimentsioak ditu. Zer dimentsio ditu planoan? Ba al dago billar-mahaia sartzeko adina tokirik?



Egiaztatu enuntziatua ulertu duzula.

Zer galdetu dizute? Zer dakizu?

Pentsatu zer bide egingo duzun problema ebazteko. Zer jakin behar duzu?

Nondik hasiko zara?	— Bada… orain dudan datuak, gelak dituen 4 metro horiek… zerbaitetarako balioko du.
Erlaziona al dezakezu datu hori planoan dagokion distantziarekin?	— Jakina! Planoan 2 cm ditu; hau da, planoko 2 cm errealitateko 4 m dira.
Eta, orduan, zer esan nahi du horrek?	— Badakit! Eskala zenbat den kalkula dezaket: $\frac{\text{Planoa}}{\text{Errealitatea}} = \frac{2\ \text{cm}}{4\ \text{m}} = \frac{2\ \text{cm}}{400\ \text{cm}} = \frac{1}{200}$ 
Oso ondo. Orain, gogoratu zer galdetu dizuten. 	— Etxebizitzak zer azalera duen galdetu didate. Planoan luzera eta zabalera neurtuz, etxebizitzaren planoko azalera zenbat den jakingo dut: Luzera = 4,3 cm Zabalera = 8 cm Azalera = 4,3 × 8 = 34,4 cm^2 — Ondorioz, planoko azalera da: 34,4 × 200 = …
Geldi, geldi! Gogoan izan azaleren arrazoia ez dela antzekotasun-arrazoiko bera (eskala kasu honetan).	— Egia da, ahaztuta nuen! Azaleren arrazoia antzekotasun-arrazoia ber bi da. Horrela, errealitateko azalera honako hau da: 200^2 = 40 000 aldiz planokoa. — Etxebizitzaren errealitateko azalera: 34,4 cm^2 × 40 000 = 1 376 000 cm^2 = = 137,60 m^2. *Soluzioa:* Adelaren bizitetxeak 140 m^2 ditu, gutxi gorabehera.
Zenbat dira, zentimetrotan, billar-mahaiaren benetako dimentsioak?	— 1 m = 100 cm direnez, 250 cm × 150 cm-ko dimentsioak ditu.
Baina, nola lortzen dira dimentsio horiek planoan?	— Oso erraz! Eskala 1:200 denez (planoko 1 cm errealitateko 200 cm-ri dagokie), orduan, errealitateko 250 cm planoko 250 : 200 = 1,25 cm-ri dagozkio, eta 150 cm 0,75 cm-ri dagozkio. Billar-mahaia 1,25 cm × 0,75 cm-ko laukizuzen eran marrazten da planoan. Egongelan, sarrerako atearen ondoan, ederto sartzen da.

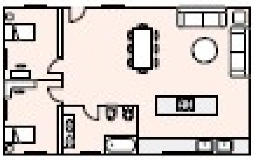
210

18. Anek erosi berri duen etxearen planoa marraztu du. Sofa bakoitza 3 m luze dela dakigu.

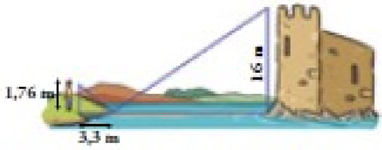
a) Zer dimentsio dituzte oheek errealitatean?

b) Anek sabaia pintatu nahi du. Metro karratua 2 € ordaindu beharko du. Zenbat ordaindu beharko du sabai osoa pintatzea?

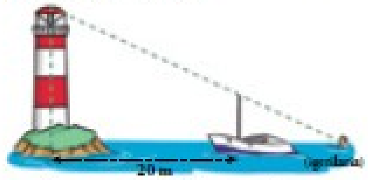
c) Anek 2,70 m × 1,50 m-ko ping-pong mahaia jarri nahi du. Bilatu horren dimentsioak planoan.



19. Hartu kontuan marrazkiko datuak eta kalkulatu zer distantzia dagoen Marko dagoen tokitik dorrera.

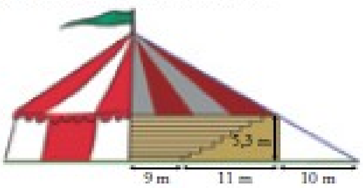


20. Igerilaria itsasontzitik 5 m-ko distantzian dago. Itsasontziaren karela itsas maila baino 1 m gorago dago. Mastaren goi-muturra, karela baino 3 m gorago. Igerilariak mastaren muturra eta itsasargiaren fokua lerrokatuta ikusten ditu.



Itsas mailaren gaineko zer altueratan dago itsasargiaren fokua?

21. Zer altuera du marrazkiko zirkuak?



«+» problemak

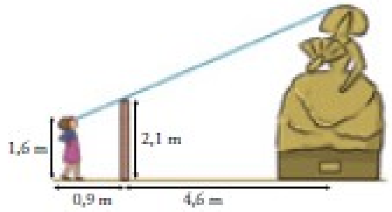
22. Titanic 1912an lehenengo bidaian hondoratu zen britainiar itsasontzia izan zen. James Cameronek, Titanic filmerako, 15 m-ko luzerako kopia egin zuen. Titanic itsasontziaren neurriak honako hauek ziren: 270 m luze, 30 m zabal eta 53 m altu. 46 000 inguru tona zituen.

a) Zer eskala erabili zuen James Cameronek itsasontzia berregiteko?

b) Zer neurri zituen maketak zabaleran eta altueran?

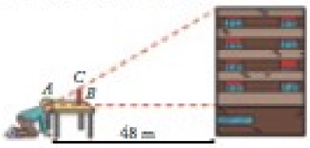
c) Maketa itsasontziko materialak erabiliz eraiki izan balitz, zer pisu izango zuen?

23. Zer altueratan dago eskulturaren goi-muturra, Paulek hesiaren ertzarekin lerrokatuta ikusten baldin badu?

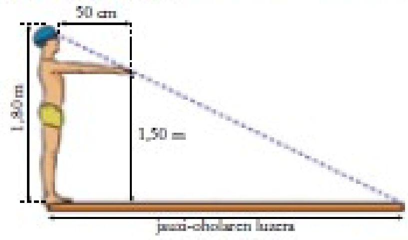


24. Kalkulatu zenbat den eraikinaren altuera honako datu hauekin:

- Mahaia 1 m altu da.
- $\overline{AB}$ = 80 cm eta $\overline{BC}$ = 52 cm



25. Kalkulatu zenbat den jauzi-oholaren luzera, neurriak kontuan hartuz.



211

Matematika-lantegia

izan ekimena eta ikasi

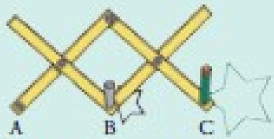
Eraiki, egin gogoeta eta ikertu

Webgunean Praktikatu pantografoa erabiliz.

Lau makilaz egindako handitzaileak

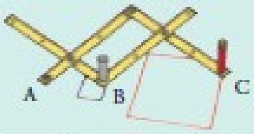
Nahi duzun materialeko eta era egokian zulatutako eta irudian erakusten den eran lotutako lau hagatxo erabiliz, irudiak bikoizteko aparatua egin daiteke.

- A-n, mahaiari lotzen zaio.
- B-n, kopiatu nahi den irudia zeharkatzen duen puntzoia dago.
- C-n, irudia bikoiztuta kopiatzen duen arkatza dago.

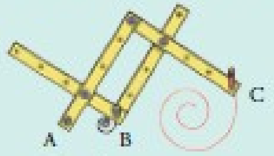


Hagatxoetan beste zulo batzuk eginez gero, hainbat handiagotze egin daitezke; hau da, 2koak ez diren antzekotasunak lor daitezke. Esaterako:

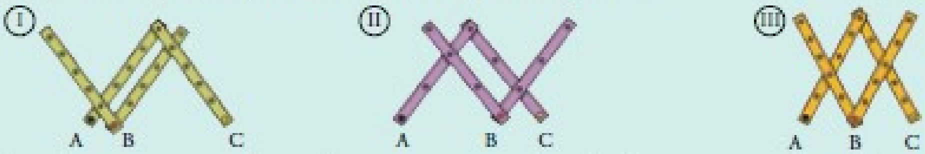
– Honako kokaera honek tamaina hirukoizteko balio du.



– Eta beste honekin, irudia laukoiztu egin daiteke.



Kontuan hartuz ikusi duguna, zer handiagotze ematen dute honako tresna hauek?



Tresna horietan puntzoia eta arkatza trukatu eta, gainera, jatorrizko irudia eskuinean jarriz gero, kopia txikiagotuta geratuko da. Kasu honetan, tresnak bikoiztu egiten baldin bazuen, orain erdira txikiagotzen du; hirukoiztuz gero, herenera…

Irakurri eta jo informazio bila

Erradiadore eta guztiko dinosauroak

Zergatik eman zuen eboluzioak, orain dela 300 milioi urte, bizkar-hegal erraldoia zuen *Dimetron* izeneko dinosauro bitxia?

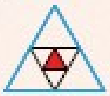
Narrastiek ez dute berezko mekanismorik gorputz-tenperatura erregulatzeko. Ingurumena berotu zenean, gorputza nola edo hala freskatu beharra izan zuten. Irradiazioa larruaren bidez egiten da eta, beraz, luzeraren karratuaren proportzioan dago, eta, beroa, ostera, gorputzaren bolumenaren proportzioaren araberakoa da; hau da, luzera ber hiru. Ondorioz, dinosauro handiek arazo larria zuten: ken zezaketen baino bero handiagoa sortzen zuten.

Hegala egokitze-mekanismoa da eta gorputzaren azalera handiagotzen du bolumena ia handiagotu gabe.

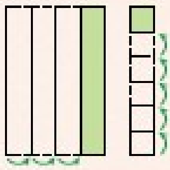
212

Trebatu problemak ebatziz

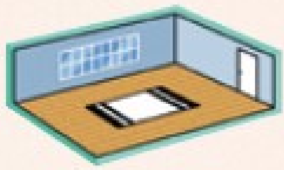
- Triangelu handiko zer zati koloreztatu da gorriz? Zenbat da bi triangelu horien arteko antzekotasun-arrazoia?



- Laukizuzen-forma duen paper-orri baten perimetroa 80 cm da. Luzeran lautan eta, gero, zabaleran seitan tolestuz gero, karratua lortuko dut. Zer dimentsio ditu paper horrek?



- Zainzurien saltzaile jakin batek eskutada bakoitzeko kantitatea bikoiztu egingo duela uste du inguratzeko darabilen kordela bikoiztuz; baina oker ari da. Kordela bikoiztuz gero, zer gertatzen da inguratzen duen zainzuri kantitatearekin?
- 2 m × 3 m-ko alfonbra gela angeluzuzenean zentratuta dago eta zoruaren laurdena hartzen du. Alfonbraren ertz luzeenak hormatik metro batera geratzen dira. Hormatik zer distantziatan daude ertz laburrenak?

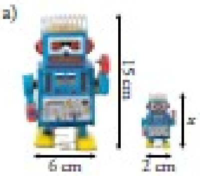


Autoebaluazioa

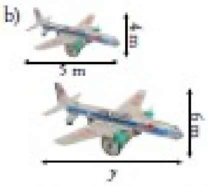
Webgunean Ariketa hauen ebazpenak.

1. Kalkulatu zenbat diren honako irudi antzeko hauetan falta diren luzerak, baita horien arteko arrazoia zenbat den ere:

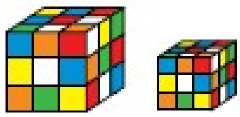
a)



b)



2. Honako bi irudien arteko antzekotasun-arrazoia 1,5 da. Nagusia koloreztatzeko, 216 cm^2 pegatina behar izan da eta 216 cm^3-ko bolumena du. Pegatinaren zer azalera behar da txikia eraikitzeko? Zer bolumen du?



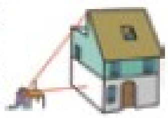
3. Hegazkin batek Las Palmas Kanaria Handikotik Palma Mallorcakora joan behar du lerro zuzenean. 1:9 000 000 eskalako planoan, 24 cm-ko distantzia dago. Zenbat kilometro egin behar ditu hegazkinak?

4. Triangelu baten aldeak 6 cm, 8 cm eta 13 cm-koak dira. Horren antzekoa den beste triangelu baten tarteko aldea 12 cm-koa da.

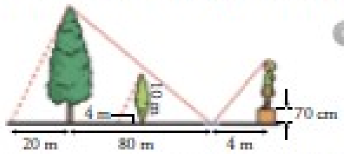
a) Zer neurri dute aldeek?

b) Lehenengoaren azalera 16,7 cm^2 da. Zenbat da bigarrenaren azalera?

5. Erregela 20 cm luze da eta Silviarengandik hurbilen dagoen mahaiaren ertzetik 38 cm daude. Kalkulatu etxearen altuera, mahaiak 75 cm-ko altuera duela eta Silvia etxetik 7,6 m-ra.



6. Manu kaxa baten gainera igo da eta, hortik, zuhaitz baten burua ikusten du ur-potxingo batean islatuta.



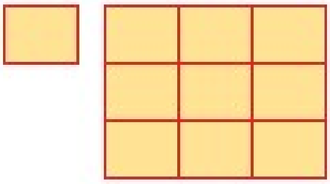
Hartu kontuan neurriak eta kalkulatu zenbat diren:

a) Zuhaitzaren altuera. b) Manuren altuera.

213

B. Puzzle metodologian lantzeko materiala

A MATERIALA: BI IRUDI ANTZEKOREN AZALEREN ARTEKO ERLAZIOA



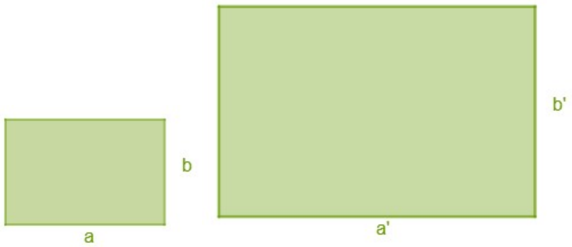
Honako bi laukizuzen hauek antzekoak dira. Luzeren antzekotasun-arrazoia 3 da; hau da, laukizuzen nagusiko luzera bakoitza txikian dagokiona halako hiru da. Ondorioz, nagusiaren azalera $3 \cdot 3 = 3^2 = 9$ aldiz da txikiaren azalera. Ikus daitekeenez, laukizuzen txiki horietako 9 sartzen dira laukizuzen handian, hots, azalera 9 aldiz handiagoa da.

Bi irudiren **antzekotasun-arrazoia $\boldsymbol{k}$** izanez gero, horien **azaleren arrazoia $\boldsymbol{k^2}$** da.

Adibideak:

1. Bi antzeko laukizuzen hauek ditugu. Demagun, luzeren arteko antzekotasun-arrazoia k dela. Kalkula dezagun zein den azaleren arteko antzekotasun erlazioa:

$A_{txikia} = a \cdot b \qquad A_{handia} = a' \cdot b'$

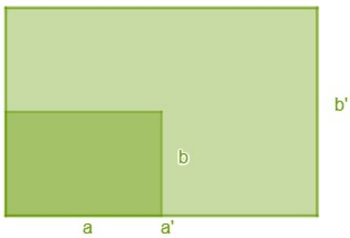


Antzekotasun-arrazoia k denez,

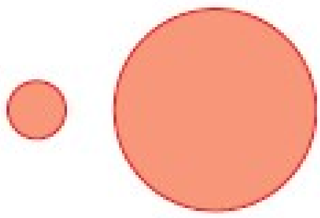
$$a' = a \cdot k$$
$$b' = b \cdot k$$

Azaleren arteko erlazioa zein den ikusteko, laukizuzen handiaren azalera, laukizuzen txikiaren azalerarekin zatitu behar dugu.

$$\frac{A_{handia}}{A_{txikia}} = \frac{a' \cdot b'}{a \cdot b} = \frac{(a \cdot k) \cdot (b \cdot k)}{a \cdot b} = \frac{a \cdot k \cdot b \cdot k}{a \cdot b} = \frac{a \cdot b \cdot k^2}{a \cdot b} = k^2$$



2. Zirkulu baten erradioa beste batena bider handiago izanez gero, nagusiaren azalera txikiarena baino $3{,}5^2 = 12{,}5$ bider handiagoa da. Froga dezagun:

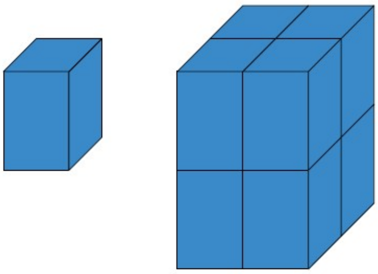


$A_{txikia} = \pi r^2 \quad A_{han} \quad = \pi R^2$

Dei diezaiogun r zirkulu txikiaren erradioari, eta R zirkulu handiaren erradioari. Argi dagoenez, $R = 3{,}5 \cdot r$ erlazioa betetzen da. Formulan ordezkatuz gero:

$$\frac{A_{handi}}{A_{txikia}} = \frac{\pi R^2}{\pi r^2} = \frac{\pi \cdot (3{,}5 \cdot r)^2}{\pi r^2} = \frac{\pi \cdot 3{,}5^2 \cdot r^2}{\pi r^2} = \frac{3{,}5^2 \cdot \pi \cdot r^2}{\pi r^2} = \frac{12{,}5 \cdot \pi \cdot r^2}{\pi r^2} = 12{,}5$$

B MATERIALA: BI IRUDI ANTZEKOREN BOLUMENEN ARTEKO ERLAZIOA



Honako bi ortoedro hauek antzekoak dira. Luzeren antzekotasun-arrazoia 2 da; hau da, nagusiko luzera bakoitza txikian dagokiona halako bi da. Ondorioz, nagusiaren bolumena txikiaren bolumena baino $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$ bider handiagoa da. Ikus daitekeenez, kubo txiki horietako 8 sartzen dira kubo handian, hots, bolumena 8 aldiz handiagoa da.

Bi irudiren **antzekotasun-arrazoia** $\boldsymbol{k}$ izanez gero, horien **bolumenen arrazoia** $\boldsymbol{k^3}$ da.

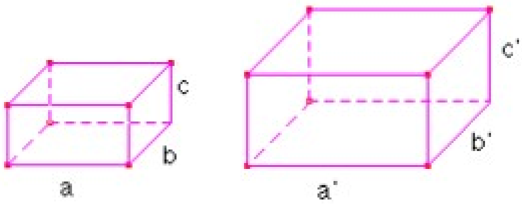
Adibideak:

1. Bi antzeko laukizuzen hauek ditugu. Demagun, luzeren arteko antzekotasun-arrazoia k dela. Kalkula dezagun zein den azaleren arteko antzekotasun erlazioa:

$$B_{txikia} = a \cdot b \cdot c \qquad B_{handia} = a' \cdot b' \cdot c'$$

Antzekotasun-arrazoia k denez,

$$a' = a \cdot k$$
$$b' = b \cdot k$$
$$c' = c \cdot k$$

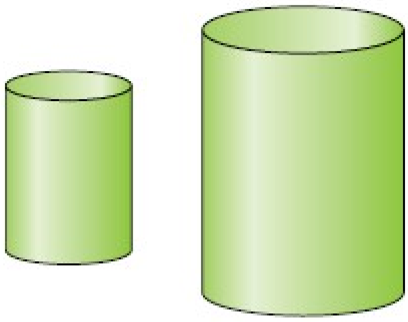


Bolumenen arteko erlazioa zein den ikusteko, laukizuzen handiaren azalera, laukizuzen txikiaren azalerarekin zatitu behar dugu.

$$\frac{B_{handia}}{B_{txikia}} = \frac{a' \cdot b' \cdot c'}{a \cdot b \cdot c} = \frac{(a \cdot k) \cdot (b \cdot k) \cdot (c \cdot k)}{a \cdot b \cdot c} = \frac{a \cdot k \cdot b \cdot k \cdot c \cdot k}{a \cdot b \cdot c} = \frac{a \cdot b \cdot c \cdot k^3}{a \cdot b \cdot c} = k^3$$

2. Bi zilindroren arteko luzeren antzekotasun-arrazoia 2,5 izanez gero, nagusiaren bolumena txikiarena baino $1{,}5^3$= 3,725 bider handiagoa da.Froga dezagun:

$B_{txikia} = o \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h$ eta $B_{handia} = O \cdot H = \pi \cdot R^2 \cdot H$



Dei diezaiogun r zilindro txikiaren oinaren erradioari, eta R zilindro handiaren oinaren erradioari. Argi dagoenez, $R = 1{,}5 \cdot r$ erlazioa betetzen da. Bestetik, altuerei dagokionez, dei diezaiogun h zilindro txikiaren altuerari, eta H zilindro handiaren altuerari. Argi dagoenez, $H = 1{,}5 \cdot h$. Azaleren arteko antzekotasun erlazioa lortzeko, zati dezagun zirkulu handiaren azalera, zirkulu txikiaren azalerarekin:

$$\frac{B_{handia}}{B_{txikia}} = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot H}{\pi \cdot r^2 \cdot h} = \frac{\pi \cdot (1{,}5 \cdot r)^2 \cdot 1{,}5 \cdot \mathrm{h}}{\pi \cdot r^2 \cdot h} = \frac{\pi \cdot 1{,}5^2 \cdot r^2 \cdot 1{,}5 \cdot h}{\pi \cdot r^2 \cdot h} = \frac{1{,}5^3 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h}{\pi \cdot r^2 \cdot h}$$
$$= \frac{12{,}5 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h}{\pi \cdot r^2 \cdot h} = 3{,}725$$

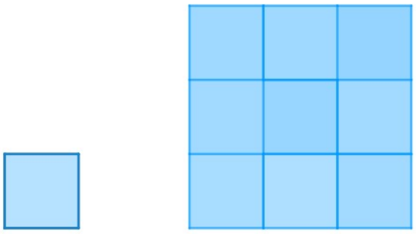
A MATERIALA: BI IRUDI ANTZEKOREN AZALEREN ARTEKO ERLAZIOA

Ariketa:

2 cm-ko aldea duen karratua daukagu. Antzeko karratu bat eraikitzen dugu, luzeren antzekotasun-arrazoia 3 izanik.

a) Kalkulatu karratu txikiaren azalera, eta irudi antzekoen azaleren arteko erlazioa erabiliz, kalkulatu ondoren karratu handiaren azalera.

b) Kalkulatu karratu handiaren aldearen luzera eta bere azalera.

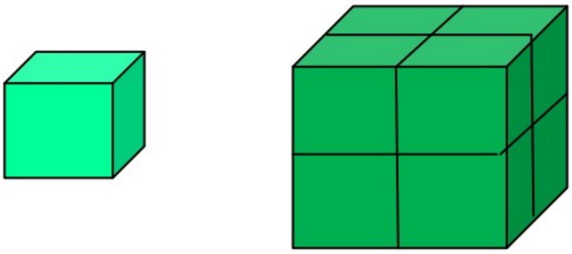


c) Aztertu a) eta b) ataleko emaitzak. Zein da azaleren arteko antzekotasun erlazioa?

B MATERIALA: BI IRUDI ANTZEKOREN BOLUMENEN ARTEKO ERLAZIOA

Ariketa:

2 cm-ko aldea duen kuboa daukagu. Antzeko kubo bat eraikitzen dugu, luzeren antzekotasun-arrazoia 2 izanik.



a) Kalkulatu kubo txikiaren bolumena, eta irudi antzekoen bolumenen arteko erlazioa erabiliz, kalkulatu ondoren kubo handiaren azalera.

b) Kalkulatu kubo handiaren aldearen luzera eta bere bolumena.

c) Aztertu a) eta b) ataleko emaitzak.

DERRIGORREZKO BIGARREN HEZKUNTZA

Zuzendaria:
Haritz Iribas, Matematika departamentua