

Aritz LABAT SUAREZ

FUNTZIOAK

FUNTZIOEN IKASKUNTZA PROZESUA
PROIEKTU BATEKIN LAGUNDUTA
DBHKO 2. IKASMAILAN

MBL 2021

upna
Universidad
Pública de Navarra
Nafarroako
Unibertsitate Publikoa

Facultad de Ciencias Humanas y Sociales
Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea

MATEMATIKA arloa

**UNIBERTSITATE MASTERRA BIGARREN HEZKUNTZAKO
IRAKASLETZAN**

Unibertsitate Masterra Bigarren Hezkuntzako Irakasletzan
Derrigorrezko Bigarren Hezkuntza, Batxilergoa, Lanbide Heziketa eta
Hizkuntzen Irakaskuntza

Master Bukaerako Lana
Matematika Arloa

Funtzioen ikaskuntza prozesua
proiektu batekin lagunduta
DBHko 2. ikasmilan

Aritz Labat Suarez

AURKIBIDEA

	Orrialdea
Sarrera orokorra	1
I Atala: Funtzioak indarrean dagoen curriculumean eta testu-liburuetan	3
1. Funtzioak indarrean dagoen curriculumean	7
1.1. Lehen Hezkuntzako edukiak.....	7
1.2. Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzako edukiak.....	9
2. Funtzioen ebaluazio-irizpideak indarrean dagoen curriculumean	15
2.1. Ebaluazio irizpideak Lehen Hezkuntzan.....	15
2.2. Ebaluazio irizpideak Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzan.....	16
3. Ariketen, problemen eta galderen ereduak testu-liburuetan eta funtzioekin duten lotura indarrean dagoen curriculumean	23
3.1. Ariketen, problemen eta galderen ereduak LHko 6. ikasmilan...	23
3.2. Ariketen, problemen eta galderen ereduak DBHko 1. ikasmilan	26
3.3. Ariketen, problemen eta galderen ereduak DBHko 2. ikasmilan	28
3.4. Ariketen, problemen eta galderen ereduak DBHko 3. ikasmilan	31
3.5. Ariketen, problemen eta galderen ereduak DBHko 4. ikasmilan	35
4. Emaitzak	39
4.1. Ausentziak eta presentziak curriculumean eta testu-liburuetan.....	39
4.2. Testu-liburuaren eta curriculumaren arteko koherentzia.....	40
II Atala: Funtzioen ikasketa prozesu baten analisia Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzako 2. ikasmilan	43
5. Funtzioak erreferentziazko testu-liburuan	47
5.1. Objektu matematikoak.....	47
5.2. Unitate Didaktikoaren analisi orokorra.....	50
5.3. Beste alderdi garrantzitsuak eta baliabideak.....	58
6. Unitate Didaktikoa lantzerakoan agertu daitezkeen zailtasunak eta aurreikusi daitezkeen erroreak	59
6.1. Zailtasunak.....	59
6.2. Erroreak eta horien iturburua.....	61
7. Ikasketa prozesua	65
7.1. Metodologia.....	65
7.2. Klasean egin den denboraren banaketa.....	67

7.3. Planifikatu diren jarduera osagarriak.....	77
7.4. Zereginak: aurreikusitako ikaslearen jarduera autonomoa.....	80
8. Esperimentazioa	81
8.1. Lagina eta esperimentazioaren diseinua.....	81
8.2. Galdetegiak.....	82
8.3. Hipotesiak eta aurreikusitako portaerak.....	87
8.4. Emaidzak.....	90
8.5. Emaidzen eztabaida.....	98
Sintesia, ondorioak eta erantzun gabeko galderak	99
Erreferentziak	101
Eranskinak	103
A. Testu-liburuko Unitate Didaktikoa.....	103
B. Estazio Meteorologiko proiektua.....	124

Sarrera orokorra

Master Bukaerako Lan honen helburu nagusia ondoko hau da: DBHko 2. ikasmilan ikasleen funtzioen inguruko ikasketa prozesuaren gaineko analisia egitea.

Lana bi ataletan antolatu da. Lehenengoan, curriculumaren eta testu-liburuen luzetarako azterketa egiten da Lehen Hezkuntzako (LH) hirugarren zikloko 6. ikasmilan, eta Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzan (DBH), zehazturiko gaiaren inguruan.

Bigarrenean, funtzioei buruzko ikasketa prozesu bat proposatzen da, eta proposamen hori DBHko 2. ikasmilari dagokion ikasgela batean ezarri da, Masterreko Practicum II irakasgaiaren baitan. Esperimentazio horretatik lortu diren emaitzak *ad hoc* diseinaturiko galdetegi batean oinarrizten dira, kontuan hartuz, halaber, baldintzapen instituzionalak.

Lanaren amaieran, aurkeztu egiten dira sintesia, zenbait ondorio eta erantzun gabe gelditu diren zenbait galdera.

I Atala:

Funtzioak indarrean dagoen curriculumean eta testu-liburuetan

Master Bukaerako Lanaren lehenengo zati honetan, aztertu egiten da funtzioen gaiari zer nolako tratamendua egiten zaion curriculumean eta testu-liburuetan LHko hirugarren zikloan, eta DBHn.

Analisia lau kapitulutan banatzen da. Lehenengo eta bigarren kapituluetan, taula-formatuan aurkezten dira indarrean dagoen curriculumeko edukiak eta ebaluazio irizpideak, ikasmilen arabera.

Hirugarrenean, DBHko 2. ikasmilako testu-liburuan azaltzen diren jardueren adibideak aurkezten dira (ariketak, problemak, galderak eta egoerak), aurreko bi ikasturteetako eta hurrengo bi ikasturteetako jarduerekin batera.

Behin bi iturri horietako (curriculum eta testu-liburuak) edukiak konparatu ostean, analisi horren ondorioak laugarren kapituluan aurkezten dira. Hemen, helburua izango da esku-liburuek indarrean dagoen curriculumarekiko duten koherentzia baloratzea, eta nabarmendu egingo dira analisirako gaia den ezagutza matematikoak horietan dituen ausentziak eta presentziak.

1. Kapitulu

Funtzioak indarrean dagoen curriculumean

Lanaren lehen kapitulu honetan, Funtzioak Lehen Hezkuntzako (LH) eta Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzako (DBH) curriculumetan nola agertzen diren aztertuko da. Lanaren ardatza DBHko 2. ikasmila bada ere, LHko hirugarren zikloko 6. ikasmila eta DBHko ikasmila guztiak aztertuko dira atal honetan.

Analisisa burutzeko, curriculumean funtzioen gaiaren inguruko 5 deskribatzaile izango ditugu kontutan. Horretarako, taulen bitartez, deskribatzaile hauen kurtoz kurtoz edukien analisisa burutuko da.

Deskribatzaileak honako hauek izango dira:

- D1: Adierazpen grafikoa
- D2: Idazkera aljebraikoa
- D3: Funtzioak
- D4: Teknologia berrien erabilera
- D5: Funtzioen erabilera egunerokoan

Espainiar Estatuko hezkuntza curriculumak, Nafarroako Foru Komunitatea barne, irakasgaien edukiak multzokatzen ditu, eta matematikako ikasgaien funtzioena DBHn 4. multzoa izaten bada ere, LHn ez du multzorik. Hala ere analisisa egiteko erabiliko diren deskribatzaileak multzo ezberdinetan agertzen dira, LHko 6. ikasmilako curriculumean bezala. Modu berean gertatzen da irakasgai desberdinen arteko edukiakin, eta aurrerago ikusiko dugu II. atalean gaia jorratzeko proiektuan partekatze hau ematen dela.

1.1. Lehen Hezkuntzako edukiak

Nafarroako Foru Komunitateko LHko curriculumak (60/2014 Foru Dekretua, uztailaren 16koa) ikasleek hezkuntzan landutako edukiak ezartzen ditu. Lan honetan hirugarren zikloko 6. ikasmilako matematika irakasgaiaren analisisa egingo da.

LHn matematika irakasgaia multzo hauetan banatuta dago:

1. Multzoa. Prozesuak, metodoak eta jarrerak matematikan.
2. Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.
3. Multzoa. Neurriak.
4. Multzoa. Geometria.
5. Multzoa. Estatistika eta probabilitatea.

DBHn ez bezala, funtzioen multzorik ez dago, baina aurrerago hauek lantzeko beharrezkoak diren edukiak bai. Kontutan hartzekoa da ere, taulan espreski adierazten ez diren 1. multzoko eduki gehiago, beste multzoetan agertzen diren edukiaren oinarri direla.

Gizarte Zientziak irakasgaien ere, bai 5. baita 6. ikasmilian klimogramak erabiltzen hasten dira, grafikoetan adierazitako informazioa interpretatuz. Hau azaltzearen arrazoa, ikasleek Funtzioak gaia jorratzean egindako proiektuarengatik da. Institutuko Estazio Meteorologikoaren datuen laginekin klimograma bat egin zutelako

beste jarduera batzuk aparte. Aurreko atalean erabakitako deskribatzaileei begira, hona hemen hauetan aztertuko ditugun edukiak:

Deskribatzailea	LHko 6. ikasmaila
D1: Adierazpen grafikoa	<p>4. MULTZOA. GEOMETRIA.</p> <ul style="list-style-type: none"> -Koordenatu kartesiarren sistema. -Kokapenen eta mugimenduen deskribapena. -Espazioaren oinarritzko irudikapena, eskala eta grafiko errazak ebazten ditu. <p>5. MULTZOA. ESTADISTIKA ETA PROBABILITATEA.</p> <ul style="list-style-type: none"> -Estatistikako grafiko eta parametroak. -Grafiko errazak interpretatzea: barra-diagramak, poligonalak eta sektorialak. -Estatistikako grafikoen bidez aurkezten diren informazioen azterketa.
D2: Idazkera aljebraikoa	<p>2. MULTZOA. ZENBAKIAK ETA ALJEBRA.</p> <ul style="list-style-type: none"> -Zatiki baliokideak, bi zatiki edo gehiago izendatzaile komunera laburtzea. -Zatikien eta zenbaki hamartarren arteko erlazioa, zatikiak ordenatzeko aplikatzea. -Eragiketak zenbaki arruntekin: batuketa, kenketa, biderketa eta zatiketa. -Eragiketen propietateak eta haien arteko erlazioak zenbaki arruntak erabiliz. -Eragiketak zatikiekin. -Zatiki errazen, hamartarren eta portzentajeen arteko korrespondentzia.
D3: Funtzioak	<p>2. MULTZOA. ZENBAKIAK ETA ALJEBRA.</p> <ul style="list-style-type: none"> -Portzentajeak eta proportzionaltasuna: Proportzionaltasun zuzena. Hiruko erregela proportzionaltasun zuzenaren egoeretan: bikoitzaren, hirukoitzaren, erdiaren legeak.
D4: Teknologia berrien erabilera	<p>1. MULTZOA. PROZESUAK, METODOAK ETA JARRERAK MATEMATIKAN.</p> <ul style="list-style-type: none"> -Ikaskuntza prozesuan baliabide teknologikoak erabiltzea informazioa lortzeko, zenbakizko kalkuluak egiteko, problemak ebazteko eta emaitzak aurkezteko. -Informazioaren eta komunikazioaren teknologiak ikaskuntza prozesuan txertatzea.

D5: Funtzioen erabilera egunerokoan	2. MULTZOA. ZENBAKIAK ETA ALJEBRA. -Zenbakizko ordena. Zenbaki ordinalen erabilera. Zenbakien konparazioa. -Portzentajeak eta proportzionaltasuna: Eguneroko bizitzako problemen ebazpena.
-------------------------------------	---

1. Taula LHko 6. ikasmilako Matematika irakasgaiako edukiak.

Gizarte Zientziak irakasgaietan, klimogramak irakurri eta ondorioak ateratzen dituzte.

Deskribatzailea	LHko 5. ikasmila
D1: Adierazpen grafikoa	2. MULTZOA. BIZI GAREN MUNDUA. -Klima. Klimaren elementuak eta faktoreak.

2. Taula LHko 5. ikasmilako Gizarte Zientziak irakasgaiako edukiak.

Deskribatzailea	LHko 6. ikasmila
D1: Adierazpen grafikoa	2. MULTZOA. BIZI GAREN MUNDUA. -Nafarroako eta Espainiako natura paisaien aniztasun geografikoa: erliebea, klimak eta hidrografia.

3. Taula LHko 6. ikasmilako Gizarte Zientziak irakasgaiako edukiak.

1.2. Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzako edukiak

Nafarroako Foru Komunitateko DBHko curriculumak (24/2015 Foru Dekretua, apirilaren 22koa) ikasleek hezkuntzan landutako edukiak ezartzen ditu. DBHk bi ziklo ditu, ziklo bakoitzak bi kurtsoz osatuta. Atal honetan matematika irakasgaiaren analisia egingo bada ere, LHn adierazi den bezala, kasu honetan Geografia eta Historian 1. ikasmilan eta Kultura Zientifikoan 4. ikasmilan grafikoaren erabilera ere aipatuko da.

Ikasketa prozesua espiral modukoa izanik, LHn bezala DBHn ere urtetik urtera ideia nagusi batzuk errepikatu eta hauen zailtasuna goratu edo konplexuago bihurtuz doa, modu horretan ikasleen gaitasuna handitzen delarik. Hau argi ikus daiteke DBHren lau kurtsoen analisi honetan.

DBHn matematika irakasgai multzo hauetan banatuta dago:

1. Multzoa. Prozesuak, metodoak eta jarrerak matematikan.
2. Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.
3. Multzoa. Geometria.
4. Multzoa. Funtzioak.
5. Multzoa. Estatistika eta probabilitatea.

DBHk bi ziklo izanik, lehenengoaren bi kurtsoetan matematika irakasgai ikasle guztientzako komuna bada ere, ez da gauza bera gertatzen bigarren zikloaren 3. eta 4. ikasmiletan. Bigarren zikloan, beraz, Ikasketa Akademikoetara Bideratutako Matematika eta Ikasketa Aplikatueta Bideratutako Matematika irakasgaiak ditugu. Hala ere aztertzen ari garen gaietan ez du aldaketa handirik curriculumean, kasu gehienetan gauza bera adierazteko deskripzioaren aldaketa besterik ez da.

Hala ere hauek dira lau kurtsoetako matematikako 6 irakasgaietan aztertuko ditugun edukiak, baita Geografia eta Historia eta Kultura Zientifikoen 2 mailetan agertzen direnak ere:

Deskribatzailea	DBHko 1. ikasmaila
D1: Adierazpen grafikoa	<p>4. MULTZOA. FUNTZIOAK.</p> <p>-Koordenatu kartesiarrak: ardatz koordinatuen sisteman puntuak irudikatzea eta identifikatzea.</p> <p>5. MULTZOA. ESTADISTIKA ETA PROBABILITATEA.</p> <p>-Esperientzia batean jasotako datuak tauletan antolatzea.</p> <p>-Barra eta sektore diagramak. Maiztasun poligonoak.</p>
D2: Idazkera aljebraikoa	<p>2. MULTZOA. ZENBAKIAK ETA ALJEBRA.</p> <p>- Zatikien eta hamartarren arteko erlazioa. Bihurketak eta eragiketak.</p> <p>-Hasiera hizkuntza aljebraikoan.</p> <p>-Egoera errealak irudikatzen dituzten eguneroko hizkuntzako adierazpenak hizkuntza aljebraikora itzultzea eta alderantziz.</p> <p>-Pautak eta erregulartasunak behatu ondoren formula eta termino orokorrak lortzea. Adierazpen aljebraiko baten zenbakizko balioa.</p>
D3: Funtzioak	<p>2. MULTZOA. ZENBAKIAK ETA ALJEBRA.</p> <p>-Zuzeneko proportzionaltasuna eta portzentajeak: kalkuluak kasu errazetan.</p> <p>4. MULTZOA. FUNTZIOAK.</p> <p>-Funtzioaren kontzeptua: aldagai dependentea eta independentea. Irudikatzeko moduak (ohiko hizkuntza, taula, grafikoa, formula). Hazkundera eta beherapena. Jarraitutasuna eta etena. Ardatzekiko ebakiguneak. Maximo eta minimo erlatiboak. Grafikoak aztertzea eta konparatzea.</p>
D4: Teknologia berrien erabilera	<p>1. MULTZOA. PROZESUAK, METODOAK ETA JARRERAK MATEMATIKAN.</p> <p>-Ikasprozesuan baliabide teknologikoak erabiltzea, helburu hauekin:</p> <p>a) Datuak modu ordenatuan biltzea eta antolatzea;</p> <p>b) Zenbakizko datuen eta datu funtzionalen edo estatistikoen irudikapen grafikoak lantzea eta sortzea;</p>
D5: Funtzioen erabilera egunerokoa	<p>2. MULTZOA. ZENBAKIAK ETA ALJEBRA.</p> <p>-Egoera errealak irudikatzen dituzten eguneroko hizkuntzako adierazpenak hizkuntza aljebraikora itzultzea eta alderantziz.</p>

4. Taula DBHko 1. ikasmailako Matematika irakasgaiko edukiak.

Geografia eta Historia irakasgaian, klimogramak irakurtzen eta egiten ikasten dute.

Deskribatzailea	DBHko 1. ikasmila
D1: Adierazpen grafikoa	1. MULTZOA. INGURUNE FISIKOA. -Eskualde geografikoak, klima, ura, lurzorua eta landaredia.

5. Taula DBHko 1. ikasmilako Geografia eta Historia irakasaiko edukiak.

Deskribatzailea	DBHko 2. ikasmila
D1: Adierazpen grafikoa	2. MULTZOA. ZENBAKIAK ETA ALJEBRA. -Ezezagun bateko lehen mailako ekuazioak (metodo aljebraikoa eta grafikoa) eta ezezagun bateko bigarren mailakoak (metodo aljebraikoa). Ebazpena. Soluzioak interpretatzea. Soluziorik gabeko ekuazioak. Problemak ebaztea. -Bi ezezaguneko bi ekuazio linealek osatutako sistemak. Ebazteko metodo aljebraikoa eta metodo grafikoa. Problemak ebaztea. 4. MULTZOA. FUNTZIOAK. -Funtzioaren kontzeptua: aldagai dependentea eta independentea. Irudikatze moduak (ohiko hizkuntza, taula, grafikoa, formula). Hazkundera eta beherapena. Jarraitutasuna eta etena. Ardatzekiko ebakiguneak. Maximo eta minimo erlatiboak. Grafikoak aztertzea eta konparatzea.
D2: Idazkera aljebraikoa	2. MULTZOA. ZENBAKIAK ETA ALJEBRA. -Ezezagun bateko lehen mailako ekuazioak (metodo aljebraikoa eta grafikoa) ... -Bi ezezaguneko bi ekuazio linealek osatutako sistemak. Ebazteko metodo aljebraikoa eta metodo grafikoa. Problemak ebaztea.
D3: Funtzioak	4. MULTZOA. FUNTZIOAK. -Funtzio linealak. Zuzenaren malda kalkulatzeko, interpretatzeko eta identifikatzeko. Zuzena irudikatzea ekuaziotik abiatuta, eta ekuazioa lortzea zuzenetik abiatuta.
D4: Teknologia berrien erabilera	1. MULTZOA. PROZESUAK, METODOAK ETA JARRERAK MATEMATIKAN. -Ikasprozesuan baliabide teknologikoak erabiltzea, helburu hauekin: a) Datuak modu ordenatuan biltzea eta antolatzea; b) Zenbakizko datuen eta datu funtzionalen edo estatistikoaren irudikapen grafikoa lantzea eta sortzea; 4. MULTZOA. FUNTZIOAK. -Kalkulagailu grafikoa eta ordenagailu-programak erabiltzea grafikoa egin eta interpretatzeko.

D5: Funtzioen erabilera egunerokoan	<p>1. MULTZOA. PROZESUAK, METODOAK ETA JARRERAK MATEMATIKAN.</p> <p>-Matematizazioko eta modelazioko prozesuetan jardutea, errealitatearen testuinguruetan eta testuinguru matematikoetan.</p> <p>2. MULTZOA. ZENBAKIAK ETA ALJEBRA.</p> <p>-Egoera errealak irudikatzen dituzten eguneroko hizkuntzako adierazpenak hizkuntza aljebraikora itzultzea eta alderantziz.</p>
-------------------------------------	--

6. Taula DBHko 2. ikasmailako Matematika irakasgaiko edukiak.

Deskribatzailea	DBHko 3. Ikasmaila - Ikasketa Akademikoetara Bideratuta
D1: Adierazpen grafikoa	<p>2. MULTZOA. ZENBAKIAK ETA ALJEBRA.</p> <p>-Ezezagun bateko bigarren mailako ekuazioak. Ebaztea (metodo aljebraikoa eta grafikoa).</p> <p>4. MULTZOA. FUNTZIOAK.</p> <p>-Egoera baten analisia egitea, dagokion grafikoaren ezaugarri lokalak eta orokorrak aztertuz.</p>
D2: Idazkera aljebraikoa	<p>2. MULTZOA. ZENBAKIAK ETA ALJEBRA.</p> <p>-Adierazpen aljebraikoen transformazioa. Berdintasun nabarmenak. Eragiketa errazak polinomioekin.</p>
D3: Funtzioak	<p>4. MULTZOA. FUNTZIOAK.</p> <p>-Mendekotasun funtzionaleko egoerak, taulen eta enuntziatuen bidez emanak, aztertu eta alderatzea.</p> <p>-Eredu linealak erabiltzea hainbat jakintza arlotan eta eguneroko bizitzan gertatzen diren egoerak aztertzeko. Horretarako, taula egitea, adierazpide grafikoa egitea eta adierazpen aljebraikoa lortzea.</p> <p>-Zuzenaren ekuazioaren adierazpenak. Funtzio koadratikoak. Adierazpide grafikoa. Eguneroko bizitzako egoerak adierazteko erabiltzea.</p>
D4: Teknologia berrien erabilera	<p>1. MULTZOA. PROZESUAK, METODOAK ETA JARRERAK MATEMATIKAN.</p> <p>-Ikasprozesuan baliabide teknologikoak erabiltzea, helburu hauekin:</p> <p>a) Datuak modu ordenatuan biltzea eta antolatzea;</p> <p>b) Zenbakizko datuen eta datu funtzionalen edo estatistikoaren irudikapen grafikoak lantzea eta sortzea;</p>
D5: Funtzioen erabilera egunerokoan	<p>4. MULTZOA. FUNTZIOAK.</p> <p>-Eguneroko gertaerak eta beste irakasgai batzuetako fenomenoak adierazten dituzten grafikoaren analisia eta deskripzio kualitatiboa.</p>

7. Taula DBHko 3. ikasmailako Ikasketa Akademietara Bideratutako Matematika irakasgaiko edukiak.

Deskribatzailea	DBHko 3. ikasmila - Ikasketa Aplikatueta Bideratuta
D1: Adierazpen grafikoa	<i>Ikasketa akademikoetara bideratutakoaren berdina.</i>
D2: Idazkera aljebraikoa	2. MULTZOA. ZENBAKIAK ETA ALJEBRA. -Indeterminatu bateko adierazpen aljebraikoen transformazioa. Berdintasun nabarmenak.
D3: Funtzioak	<i>Ikasketa akademikoetara bideratutakoaren berdina.</i>
D4: Teknologia berrien erabilera	<i>Ikasketa akademikoetara bideratutakoaren berdina.</i>
D5: Funtzioen erabilera egunerokoan	<i>Ikasketa akademikoetara bideratutakoaren berdina.</i>

8. Taula DBHko 3. ikasmilako Ikasketa Aplikatueta Bideratutako Matematika irakasgaiko edukiak.

Deskribatzailea	DBHko 4. ikasmila - Ikasketa Akademikoetara Bideratuta
D1: Adierazpen grafikoa	2. MULTZOA. ZENBAKIAK ETA ALJEBRA. -Lehen eta bigarren mailako inekuazioak. Interpretazio grafikoa. Problemak ebaztea. 5. MULTZOA. ESTADISTIKA ETA PROBABILITATEA -Grafiko estatistikoak: Grafiko motak. Hedabideetan ematen diren taula eta grafiko estatistikoak kritikoki aztertzea. Informazio engainagarriak antzematea. 4. MULTZOA. FUNTZIOAK. -Enuntziatu, taula, grafiko edo adierazpen analitiko baten bidez deskribatutako fenomeno bat interpretatzea. Emaizten analisia. Batez besteko aldakuntza tasa: funtzio baten aldakuntzaren neurria tarte baten barnean.
D2: Idazkera aljebraikoa	2. MULTZOA. ZENBAKIAK ETA ALJEBRA. -Logaritmoak. Definizioa eta propietateak. Adierazpen aljebraikoen manipulazioa. 4. MULTZOA. FUNTZIOAK. -Enuntziatu, taula, grafiko edo adierazpen analitiko ... barnean.
D3: Funtzioak	4. MULTZOA. FUNTZIOAK. -Enuntziatu, ... Emaizten analisia. Batez besteko aldakuntza tasa: funtzio baten aldakuntzaren neurria tarte baten barnean.
D4: Teknologia berrien erabilera	1. MULTZOA. PROZESUAK, METODOAK ETA JARRERAK MATEMATIKAN. -Ikasprozesuan baliabide teknologikoak erabiltzea, helburu hauekin: a) Datuak modu ordenatuan biltzea eta antolatzea;

	b) Zenbakizko datuen eta datu funtzionalen edo estatistikoaren irudikapen grafikoak lantzea eta sortzea;
D5: Funtzioen erabilera egunerokoan	4. MULTZOA. FUNTZIOAK. -Bestelako funtzio-ereduak bereiztea: egiazko testuinguru eta egoerei aplikatzea.

9. Taula DBHko 4. ikasmailako Ikasketa Akademietara Bideratutako Matematika irakasgaiko edukiak.

Deskribatzailea	DBHko 4. ikasmaila - Ikasketa Aplikatueta Bideratuta
D1: Adierazpen grafikoa	4. MULTZOA. FUNTZIOAK. -Enuntziatu, taula, grafiko edo adierazpen analitiko baten bidez deskribatutako fenomeno bat interpretatzea. 5. MULTZOA. ESTADISTIKA ETA PROBABILITATEA -Komunikabideetan ematen diren taula eta grafiko estatistikoak kritikoki aztertzea.
D2: Idazkera aljebraikoa	2. MULTZOA. ZENBAKIAK ETA ALJEBRA. -Eragiketaren hierarkia. Testuinguru desberdinetan zenbaki errealak eta eragiketak interpretatu eta era biltzea eta kasu bakoitzean idazkera eta zehaztasun maila egokienak hautatzea.
D3: Funtzioak	4. MULTZOA. FUNTZIOAK. -Batez besteko aldakuntza tasa: funtzio baten aldakuntzaren neurria tarte baten barnean.
D4: Teknologia berrien erabilera	<i>Ikasketa akademikoetara bideratutakoaren berdina.</i>
D5: Funtzioen erabilera egunerokoan	<i>Ikasketa akademikoetara bideratutakoaren berdina.</i>

10. Taula DBHko 4. ikasmailako Ikasketa Aplikatueta Bideratutako Matematika irakasgaiko edukiak.

Kultura Zientifikoa irakasgaietan, klimogramekin aritzen dira ere.

Deskribatzailea	DBHko 4. ikasmaila
D1: Adierazpen grafikoa	3. MULTZOA. AURRERAPEN TEKNOLOGIKOAK, ETA INGURUMENEAN IZAN DUTEN ERAGINA. -Zergati antropikoak. Epe laburrerako, ertainerako eta luzerako ondorioak. Prebentzioa, eta izan litezkeen konponbideak..

11. Taula DBHko 4. ikasmailako Kultura Zientifikoa irakasgaiko edukiak.

2. Kapitula

Funtzioen ebaluazio irizpideak indarrean dagoen curriculumean

Bigarren kapitulu honetan, aurrekoan bezala funtzioak LHko eta DBHko curriculumetan nola agertzen diren aztertuko da, baina kasu honetan ebaluazio irizpideen analisia eginez.

Analisia burutzeko aurreko kapituluko 5 deskribatzaileak izango ditugu kontutan. Ebaluazio irizpideen deskribapenak nahiko zabalak izaten dira, eta deskribatzaile desberdinetan agertzen direnean hauek laburtu egingo dira, kapitula gehiegi ez luzatzearren.

Hona hemen deskribatzaile hauen kurtsoz kurtso ebaluazio irizpideen analisiaren taulak, aurreko kapitulan jorratutako irakasgai berdinetan.

2.1. Ebaluazio irizpideak Lehen Hezkuntzan

Nafarroako Foru Komunitateko LHko curriculumak (60/2014 Foru Dekretua, uztailaren 16koa) ikasleek hezkuntzan landutako ebaluazio irizpideak honako hauek dira:

Deskribatzailea	LHko 6. ikasmila
D1: Adierazpen grafikoa	<p>4. MULTZOA. GEOMETRIA.</p> <p>1. Koordenatu-ardatzak planoan ezagutzea. Par ordenatuak sistema kartesiarrean irudikatzea.</p> <p>2. Erreferentzia sistema batetik eta hurbileko objektu edo egoeretatik abiatuta egindako irudikapen espazialak interpretatzea.</p> <p>5. MULTZOA. ESTADISTIKA ETA PROBABILITATEA.</p> <p>1. Informazio kuantifikagarria bildu eta erregistratzea, irudikapen grafikoko baliabide erraz batzuk erabiliz: datu-taulak, barra blokeak, diagrama linealak..., eta informazioa komunikatzea.</p> <p>2. Ingurune hurbilari buruzko datu multzo baten irudikapen grafikoak egin, irakurri eta interpretatzea.</p>
D2: Idazkera aljebraikoa	<p>2. MULTZOA. ZENBAKIAK ETA ALJEBRA.</p> <p>4. Eragiketen propietateak, estrategia pertsonalak eta egin beharreko kalkuluaren arabera erabiltzen diren prozedurak (algoritmo idatziak, buruz egindako kalkulua, gutxi gorabeherako kalkulua, zenbatespena, kalkulagailua) erabiltzea.</p> <p>6. Zenbakiekin eragiketak egitea eragiketen hierarkia kontuan hartuta eta eragiketen propietateak, estrategia pertsonalak eta egin beharreko kalkuluaren arabera erabiltzen diren prozedurak (algoritmo idatziak, buruz egindako kalkulua, gutxi gorabeherako kalkulua, zenbatespena, kalkulagailua) aplikatuz, erabilera egokienari buruz erabakiz.</p>

D3: Funtzioak	2. MULTZOA. ZENBAKIAK ETA ALJEBRA. 7. Portzentajeak eta proportzionaltasun zuzena erabiltzen hastea informazioa interpretatu eta trukatzeko eta eguneroko bizitzako testuinguruetan problemak ebazteko.
D4: Teknologia berrien erabilera	1. MULTZOA. PROZESUAK, METODOAK ETA JARRERAK MATEMATIKAN. 13. Tresna teknologikoak eta estrategiak hautatu eta erabiltzea kalkulurako, printzipio matematikoak ezagutzeko eta problemak ebazteko.
D5: Funtzioen erabilera egunerokoan	2. MULTZOA. ZENBAKIAK ETA ALJEBRA. 2. Eguneroko bizitzako egoeretan, zenbaki mota desberdinak beren balioaren arabera interpretatzea. 5. Zenbaki osoak, hamartarrak, zatikizkoak eta portzentaje errazak erabiltzea, eguneroko bizitzako egoeretan informazioa interpretatu eta trukatzeko. 7. Portzentajeak eta proportzionaltasun zuzena ... eguneroko bizitzako testuinguruetan problemak ebazteko.

12. Taula LHko 6. ikasmailako Matematika irakasgaiko ebaluazio irizpideak.

Gizarte zientziak irakasgai.

Deskribatzailea	LHko 5. ikasmaila
D1: Adierazpen grafikoa	2. MULTZOA. BIZI GAREN MUNDUA. 10. Munduko klima eremuak, Nafarroako eta Espainiako klima motak eta haien eragindako eremuak ezagutzea, eta haien oinarritzko ezaugarri batzuk identifikatzea.

13. Taula LHko 5. ikasmailako Gizarte Zientziak irakasgaiko ebaluazio irizpideak.

Deskribatzailea	LHko 6. ikasmaila
D1: Adierazpen grafikoa	2. MULTZOA. BIZI GAREN MUNDUA.- 2. Europako erliebearen unitate nagusiak, klimak eta sare hidrografikoa identifikatzea eta mapa batean kokatzea.

14. Taula LHko 6. ikasmailako Gizarte Zientziak irakasgaiko ebaluazio irizpideak.

2.2. Ebaluazio irizpideak Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzan

Nafarroako Foru Komunitateko DBHko curriculumak (24/2015 Foru Dekretua, apirilaren 22koa) ikasleek hezkuntzan landutako ebaluazio irizpideak honako hauek dira:

Deskribatzailea	DBHko 1. ikasmaila
D1: Adierazpen grafikoa	4. MULTZOA. FUNTZIOAK. 1. Koordenatu kartesiarren sistema ezagutu, erabili eta interpretatzea. 3. Funtzioaren kontzeptua ulertzea. Grafiko funtzionalak ezagutu, interpretatu eta aztertzea.

	<p>5. MULTZOA. ESTADISTIKA ETA PROBABILITATEA.</p> <p>1. Populazio baten ezaugarriak ezagutzeko galdera egokiak formulatzea eta erantzuteko datu jakingarriak bildu, antolatu eta aurkeztea; horretarako, metodo estatistiko egokiak eta tresna informatiko aproposak erabiltzea, tauletan antolatzea eta grafikoak osatzea, parametro garrantzitsuak kalkulatzeko eta arrazoizko ondorioak ateratzea eskuratutako emaitzetatik abiatuz.</p>
D2: Idazkera aljebraikoa	<p>2. MULTZOA. ZENBAKIAK ETA ALJEBRA.</p> <p>3. Garatzea, kasu errazetan, eragiketa konbinatuak erabiltzeko gaitasuna, eragiketa aritmetikoen sekuentziaren laburpen moduan, eragiketen hierarkia edo buruz eginiko kalkulua zuzen aplikatuz.</p> <p>4. Zenbakizko prozesu aldagarriak aztertzea, arautzen dituzten patroik eta lege orokorrak identifikatzea, haiek adierazteko, komunikatzeko lengoia aljebraikoa erabiltzea eta, aldagaiak aldatzean, duten jokaerari buruzko iragarpenak egitea, eta adierazpen aljebraikoekin jardutea.</p>
D3: Funtzioak	<p>2. MULTZOA. ZENBAKIAK ETA ALJEBRA.</p> <p>2. Zenbakien ezaugarriak eta esanahi berriak ezagutu eta erabiltzea, parekotasun, zatigarritasun eta eragiketa errazen testuinguruetan eta hobetzea, horrela, kontzeptuaren eta zenbaki moten ulermena.</p> <p>4. MULTZOA. FUNTZIOAK.</p> <p>2. Funtzio bat aurkezteko modu ezberdinak: ohiko hizkuntza, zenbakizko taula, grafikoak eta ekuazioak; forma batzuetatik besteetara pasatzea eta haien arteko hoberena aukeratzea testuinguruaren arabera.</p>
D4: Teknologia berrien erabilera	<p>1. MULTZOA. PROZESUAK, METODOAK ETA JARRERAK MATEMATIKAN.</p> <p>11. Tresna teknologiko egokiak erabiltzea, modu autonomoan, eta zenbakizko kalkuluak, kalkulu aljebraikoak edo estatistikoak egitea, adierazpen grafikoak burutzeko, simulazioen bidez egoera matematikoak birsortzea edo zenbait egoera zentzu kritikoz aztertzea, kontzeptu matematikoak ulertzen edo problemak ebazten laguntzeko.</p> <p>5. MULTZOA. ESTADISTIKA ETA PROBABILITATEA.</p> <p>2. Tresna teknologikoak erabiltzea datuak antolatzeko, grafiko estatistikoak sortzeko, parametro jakingarriak kalkulatzeko eta ikertutako egoerari buruz lehenago egin galderei erantzunen dieten lortutako emaitzak komunikatzea.</p>
D5: Funtzioen erabilera egunerokoa	<p>2. MULTZOA. ZENBAKIAK ETA ALJEBRA.</p> <p>1. Zenbaki arrunt, oso, zatiki, hamartar eta ehuneko errazak erabiltzea, baita haien eragiketak eta propietateak ere, informazioa bildu, eraldatu eta trukatzeko eta eguneroko bizitzarekin zerikusia duten problemak ebazteko.</p>

Geografia eta Historia irakasgaiak.

Deskribatzailea	DBHko 1. ikasmaila
D1: Adierazpen grafikoa	1. MULTZOA. INGURUNE FISIKOA. 11. Mapamundi fisikoan kokatzea munduko erliebe unitate nagusiak eta ibai handiak. Lurbira-globoan kokatzea eremu klimatiko handiak eta horien ezaugarriak identifikatzea.

16. Taula DBHko 1. ikasmailako Geografia eta Historia irakasaiko ebaluazio irizpideak.

Deskribatzailea	DBHko 2. ikasmaila
D1: Adierazpen grafikoa	2. MULTZOA. ZENBAKIAK ETA ALJEBRA. 7. Problema sinbolizatzen eta ebazten lengoia aljebraikoa erabiltzen lehen eta bigarren graduko ekuazioak eta ekuazio sistemak planteatuta, haiek ebazten metodo aljebraikoak edo grafikoa aplikatuta eta lortutako emaitzak alderatuta. 4. MULTZOA. FUNTZIOAK. 1. Funtzioaren kontzeptua ulertzea. Aurkezpen modua erabiltzea eta grafiko funtzionalak ezagutu, interpretatu eta aztertzea.
D2: Idazkerak aljebraikoa	2. MULTZOA. ZENBAKIAK ETA ALJEBRA. 6. Zenbakizko prozesu aldagarriak aztertzea, arautzen dituzten patroi eta lege orokorrak identifikatzea, haiek adierazten, komunikatzen lengoia aljebraikoa erabiltzea eta, aldagaiak aldatzean, duten jokaerari buruzko iragarpenak egitea, eta adierazpen aljebraikoekin jardutea.
D3: Funtzioak	4. MULTZOA. FUNTZIOAK. 2. Funtzio linealak edo afina ezagutu, irudikatu eta aztertzea eta problema ebazten erabiltzea.
D4: Teknologia berrien erabilera	1. MULTZOA. PROZESUAK, METODOAK ETA JARRERAK MATEMATIKAN. 11. Tresna teknologiko egokiak erabiltzea, modu autonomoan, eta zenbakizko kalkuluak, kalkulu aljebraikoak edo estatistikoak egitea, adierazpen grafikoa burutzea, simulazioen bidez egoera matematikoa birsortzea edo zenbait egoera zentzu kritikoz aztertzea, kontzeptu matematikoa ulertzen edo problema ebazten laguntzeko. 4. MULTZOA. FUNTZIOAK. 2. Funtzio linealak edo afina ezagutu, irudikatu eta aztertzea eta problema ebazten erabiltzea.
D5: Funtzioen erabilera egunerokoan	1. MULTZOA. PROZESUAK, METODOAK ETA JARRERAK MATEMATIKAN. 6. Eguneroko errealitatean matematizazio prozesuak garatzea (zenbakizko testuinguruetan, baita testuinguru geometriko,

	<p>funtzional, estatistiko eta probabilitikoetan ere), errealitate problematikoetako problemak identifikatzetik abiatuta.</p> <p>2. MULTZOA. ZENBAKIAK ETA ALJEBRA.</p> <p>1. Zenbaki arrunt, oso, zatiki, hamartar eta ehuneko errazak erabiltzea, baita haien eragiketak eta propietateak ere, informazioa bildu, eraldatu eta trukatzeko eta eguneroko bizitzarekin zerikusia duten problemak ebazteko.</p>
--	--

17. Taula DBHko 2. ikasmilako Matematika irakasgaiko ebaluazio irizpideak.

Deskribatzailea	DBHko 3. ikasmila - Ikasketa Akademikoetara Bideratuta
D1: Adierazpen grafikoa	<p>2. MULTZOA. ZENBAKIAK ETA ALJEBRA.</p> <p>3. Hizkuntza aljebraikoa erabiltzea emandako propietate edo erlazio bat adierazteko enuntziatu baten bidez, eta informazio garrantzitsua ateratzea eta eraldatzea.</p> <p>4. MULTZOA. FUNTZIOAK.</p> <p>1. Funtzioak eta haien adierazpide grafikoa aztertzeke kontuan hartu beharreko elementuak ezagutzea.</p>
D2: Idazkera aljebraikoa	<p>2. MULTZOA. ZENBAKIAK ETA ALJEBRA.</p> <p>3. Hizkuntza aljebraikoa erabiltzea emandako propietate edo erlazio bat adierazteko enuntziatu baten bidez, eta informazio garrantzitsua ateratzea eta eraldatzea.</p>
D3: Funtzioak	<p>4. MULTZOA. FUNTZIOAK.</p> <p>3. Funtzio koadratikoen bidez deskribatu behar diren erlazio funtzionaleko egoerak ezagutzea, eta haien parametro eta ezaugarriak kalkulatzeko.</p>
D4: Teknologia berrien erabilera	<p>1. MULTZOA. PROZESUAK, METODOAK ETA JARRERAK MATEMATIKAN.</p> <p>11. Tresna teknologiko egokiak erabiltzea, modu autonomoan, eta zenbakizko kalkuluak, kalkulu aljebraikoak edo estatistikoak egitea, adierazpen grafikoak burutzea, simulazioen bidez egoera matematikoak birsortzea edo zenbait egoera zentzu kritikoz aztertzea, kontzeptu matematikoak ulertzen edo problemak ebazten laguntzeko.</p> <p>2. MULTZOA. ZENBAKIAK ETA ALJEBRA.</p> <p>4. Eguneroko bizitzako problemak ebaztea, lehen edo bigarren mailako ekuazioak, bi baino gehiagoko ekuazio errazak eta bi ezezaguneko bi ekuazio linealen sistemak dituzten kasuetan, manipulazio teknika aljebraikoak edo baliabide teknologikoak erabiliz eta lortutako emaitzak baloratu eta alderatu.</p>
D5: Funtzioen erabilera egunerokoa	<p>4. MULTZOA. FUNTZIOAK.</p> <p>2. Funtzio lineal baten bidez modelizatu ahal diren eguneroko bizitzako eta beste arlo batzuetako erlazioak identifikatzea, eta</p>

	modelo horren deskribapena nahiz haren parametroak aztertutako fenomenoak deskribatzeko erabilgarriak diren baloratzea.
--	---

18. Taula DBHko 3. ikasmailako Ikasketa Akademiatar Bideratutako Matematika irakasgaiko ebaluazio irizpideak.

Deskribatzailea	DBHko 3. ikasmaila - Ikasketa Aplikatueta Bideratuta
D1: Adierazpen grafikoa	<i>Ikasketa akademikoetara bideratutakoaren berdina.</i>
D2: Idazkera aljebraikoa	<i>Ikasketa akademikoetara bideratutakoaren berdina.</i>
D3: Funtzioak	4. MULTZOA. FUNTZIOAK. 3. Ezagutzea noiz deskribatu behar diren erlazio funtzionaleko egoerak funtzio koadratikoen bidez, eta haien parametroak eta ezaugarriak kalkulatzeko.
D4: Teknologia berrien erabilera	<i>Ikasketa akademikoetara bideratutakoaren berdina.</i>
D5: Funtzioen erabilera egunerokoan	4. MULTZOA. FUNTZIOAK. 2. Funtzio lineal baten bidez modelizatzen ahal diren erlazioak identifikatzea eguneroko bizitzan eta beste irakasgai batzuetan, eta baloratzea noraino den erabilgarria eredu horren eta beraren parametroen deskribapena aztertutako fenomenoak deskribatzeko.

19. Taula DBHko 3. ikasmailako Ikasketa Aplikatueta Bideratutako Matematika irakasgaiko ebaluazio irizpideak.

Deskribatzailea	DBHko 4. ikasmaila - Ikasketa Akademikoetara Bideratuta
D1: Adierazpen grafikoa	2. MULTZOA. ZENBAKIAK ETA ALJEBRA. 4. Egoera eta erlazio matematikoak irudikatu eta aztertzea inekuazioak, ekuazioak eta sistemak erabiliz, problema matematikoak eta testuinguru errealeko problemak ebazteko. 5. MULTZOA. ESTADISTIKA ETA PROBABILITATEA 4. Taula eta grafiko estatistikoak egin eta interpretatzea, eta dimentsio bakarreko nahiz bi dimentsioko banaketetan maizenik izaten diren parametro estatistikoak ere, egokienak diren bitartekoak erabiliz (arkatza eta papera, kalkulagailua edo ordenagailua) eta erabilitako laginen adierazgarritasuna kualitatiboki baloratzea. 4. MULTZOA. FUNTZIOAK. 1. Erlazio kuantitatiboak identifikatzea egoera jakin batean, horiek adieraz ditzakeen funtzio mota zehaztea, eta batez besteko aldakuntza tasa hurbildu eta interpretatzea grafiko baten bidez, zenbakizko datuen bidez edo adierazpen aljebraikoko koefizienteen azterketaren bidez.
D2: Idazkera aljebraikoa	2. MULTZOA. ZENBAKIAK ETA ALJEBRA.

	<p>3. Adierazpen aljebraikoak sortu eta interpretatzea, eta horretarako hizkuntza aljebraikoa eta haren eragiketa eta propietateak trebetasunez erabiltzea.</p> <p>4. MULTZOA. FUNTZIOAK.</p> <p>1. Erlazio kuantitatiboak identifikatzea egoera jakin batean, ... edo adierazpen aljebraikoko koefizienteen azterketaren bidez.</p>
D3: Funtzioak	<p>4. MULTZOA. FUNTZIOAK.</p> <p>1. Erlazio kuantitatiboak identifikatzea egoera jakin batean, horiek adieraz ditzakeen funtzio mota zehaztea, ... bidez.</p>
D4: Teknologia berrien erabilera	<p>1. MULTZOA. PROZESUAK, METODOAK ETA JARRERAK MATEMATIKAN.</p> <p>11. Tresna teknologiko egokiak erabiltzea, modu autonomoan, eta zenbakizko kalkuluak, kalkulu aljebraikoak edo estatistikoak egitea, adierazpen grafikoak burutzea, simulazioen bidez egoera matematikoak birsortzea edo zenbait egoera zentzu kritikoz aztertzea, kontzeptu matematikoak ulertzen edo problemak ebazten laguntzeko.</p>
D5: Funtzioen erabilera egunerokoa	<p>4. MULTZOA. FUNTZIOAK.</p> <p>2. Egiatzko egoerei lotutako erlazio funtzionalak adierazten dituzten taula eta grafikoetatik abiatuta emandako informazioa aztertzea, eta haien portaerari, bilakaerari eta amaierako emaitzei buruzko informazioa lortzea.</p>

20. Taula DBHko 4. ikasmilako Ikasketa Akademietara Bideratutako Matematika irakasgaiko ebaluazio irizpideak.

Deskribatzailea	DBHko 4. ikasmila - Ikasketa Aplikatueta Bideratuta
D1: Adierazpen grafikoa	<p>4. MULTZOA. FUNTZIOAK.</p> <p>1. Erlazio kuantitatiboak identifikatzea egoera jakin batean, horiek adieraz ditzakeen funtzio mota zehaztea, eta batez besteko aldakuntza tasa hurbildu eta interpretatzea grafiko baten bidez, zenbakizko datuen bidez edo adierazpen aljebraikoko koefizienteen azterketaren bidez.</p> <p>5. MULTZOA. ESTADISTIKA ETA PROBABILITATEA</p> <p>2. Taula eta grafiko estatistikoak egin eta interpretatzea, eta bai maizenik izaten diren parametro estatistikoak ere, dimentsio bakarreko banaketetan, baliabide egokienak erabiliz (arkatza eta papera, kalkulagailua, kalkulu-orria), eta erabilitako laginen adierazgarritasuna kualitatiboki baloratzea.</p>
D2: Idazkera aljebraikoa	<p>2. MULTZOA. ZENBAKIAK ETA ALJEBRA.</p> <p>2. Hizkuntza aljebraikoa, haren eragiketak eta propietateak trebetasunez erabiltzea.</p>
D3: Funtzioak	<i>Ikasketa akademikoetara bideratutakoaren berdina.</i>

D4: Teknologia berrien erabilera	<i>Ikasketa akademikoetara bideratutakoaren berdina.</i>
D5: Funtzioen erabilera egunerokoan	4. MULTZOA. FUNTZIOAK. 2. Egoera errealei lotutako erlazio funtzionalak adierazten dituzten taula eta grafikoetan emandako informazioa aztertzea, eta haien portaeraz, eboluzioaz eta amaieran izan litezkeen emaitzez informazioa lortzea.

21. Taula DBHko 4. ikasmilako Ikasketa Aplikatueta Bideratutako Matematika irakasgaiko ebaluazio irizpideak.

Kultura Zientifikoa irakasgai.

Deskribatzailea	DBHko 4. ikasmila
D1: Adierazpen grafikoa	3. MULTZOA. AURRERAPEN TEKNOLOGIKOAK, ETA INGURUMENEAN IZAN DUTEN ERAGINA. 3. Klimogramak, kutsadura-indizeak, kostaldeko toki batzuetako itsas mailaren igoeraren datuak, eta abar erabiltzen jakitea, horien gaineko grafikoak interpretatzea eta ondorioak aurkeztea.

22. Taula DBHko 4. Ikasmilako Kultura Zientifikoa irakasgaiko ebaluazio irizpideak.

3. Kapitulu

Ariketen, problemen eta galderen ereduak testu-liburuetan eta funtzioekin duten lotura indarrean dagoen curriculumean

Aurreko kapituluetan egindako azterketarekin jarraituz, kapitulu honen analisia testu-liburuetan arreta ipiniz egingo da. Aurre kapituluetan egin den bezala, aztertzen den DBHko 2. Ikasmilaz gain aurreko bi kurtso eta ondorengo bietako testu-liburuen analisia egingo da, LHko 6. ikasmilatik DBHko 4. ikasmilara.

Egindako analisia beraz, mailaz-maila testu-liburuetan agertzen diren ariketak, problemak eta galderak aztertuz egin da. Hala ere LHko 6. mailan ez da funtziorik ematen gai zehatza bezala, baina bai honekin lotura duten kontzeptuak eta deskribatzaileetan aipatutakoarekin adibideren bat ere.

Burlatako Askatasuna Bigarren Hizkuntza Institutuko Matematika Mintegiko irakasleek, Anaya-Haritza testu-liburuak erabiltzen dituzte. Bertan agertzen diren gaien ordena ikasturtearen arabera aldatzen bada ere, curriculumaren blokeak errespetatzen ditu. Testu-liburuen kapituluek egitura berdina jarraitzen dute, sarrera txiki bat eta oinarriko kontzeptu batzuk, aurreko ikasturteetan ikasitakoarekin lotutako adibideren bat, eta ondoren gaien sakontzen hasten da, kontzeptu errazenetik zailenera.

Testu-liburuaren gai bakoitzaren atazak jorrazteko modua eskema zehatz bat jarraitzen du. Lehenik teoria agertzen da, ondoren kontzeptu berriari lotutako ariketa ebatziak eta ondoren ikasleak egiteko ariketak. Teorian ematen diren kontzeptu berriak koadrotxo baten barruan agertzen dira, testuaren atzealdean kolore horixka batekin gailendua. Kontzeptu berrien ataza guztiak amitu ondoren ariketak eta problemak atala dugu, ikasitakoa finkatzeko, ondoren gaiarekin lotuta dagoen informazio erantsia batzuetan, eta azkenik autoebaluazio moduko bat, ikasleak azterketa ondo prestatuta duen jakiteko.

Kapituluaren xedea beraz, funtzioak kurtsoz-kurtso testu-liburuetan nola lantzen diren ikustea da, adierazita ikasketa prozesua espirala dela argi ikusaraziz.

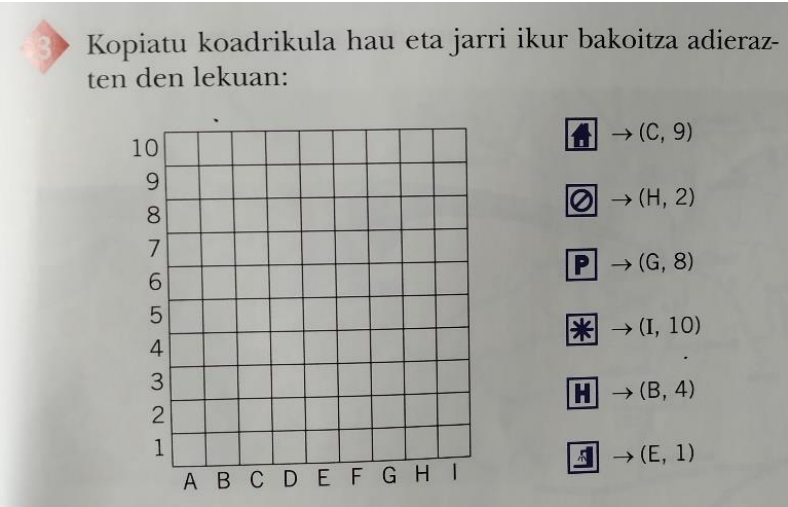
3.1. Ariketen, problemen eta galderen ereduak LHko 6. ikasmilan

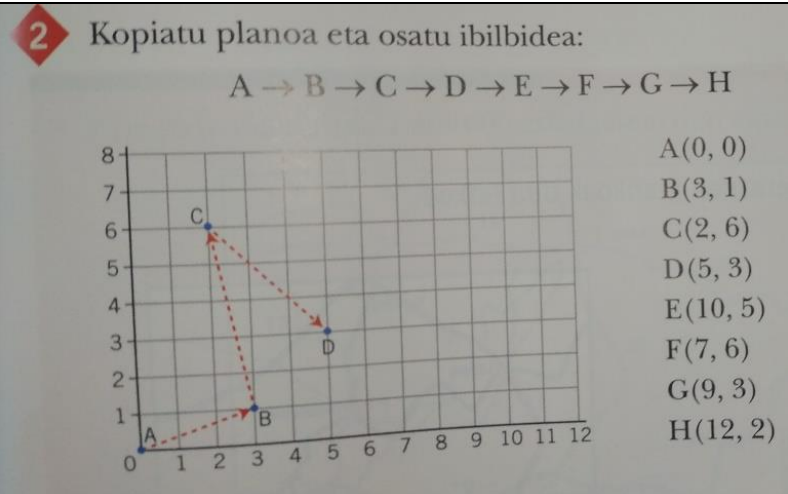
Aurretik aipatu den bezala, LHko 6. ikasmilan ez dago zehazki funtzioak irakasten den gairik, eta hori horrela izanik, testu-liburuan honekin erlazionatutako adibideak ikusiko ditugu puntu honetan. Testu-liburua, Anaya-Haritza hezkuntza proiektuko Grupo Anaya, S.A. argitaletxeko LHko hirugarren zikloko 6. mailarako 2002 urteko edizioa da, ikasleek duten ezagupena jakiteko Matematikako Mintegian bertan dagoena, 5. ikasmilakoarekin batera.

Funtzio gaia zehazki ez dagoenez, funtzioekin erlazionatutako ezagutza ikas-liburuko gai desberdinetan agertzen dira, eta hurrengo adibideetan ikusten dugunez, atalaren arabera kontzeptuen zailtasun maila areagotzen da.


Ikasleari eskatzen zaiona oso intuitiboa, aurreko adibide ebatsien berdintsuak eta irudi edo zenbaki osoekin, ikasmila hau LHko hirugarren zikloaren azkena bada ere.

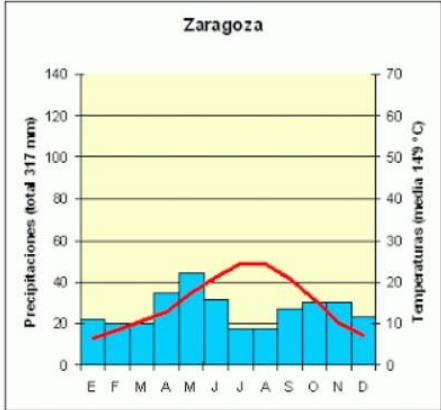
Azkenik LHko 6. Mailako Gizarte Zientzien adierazpen grafikoa jorrazten den klimograma problema bat ikusiko dugu.

Jarduera:	Ariketa
Deskribapena:	<i>Errealitatetik planora</i> ataleko ariketa da, ikasleak plano baten koordinatuak ulertzeko. (D1)
Enuntziatua:	<p>3 Kopiatu koadrikula hau eta jarri ikur bakoitza adierazten den lekuan:</p>  <p>1. Irudia 15. Planoak eta mapak gaiaren 205. orrialdeko jarduera:</p>

Jarduera:	Ariketa
Deskribapena:	<i>Planoko puntuen bila</i> ataleko ariketa da, ikasleak aurreko adibideko ezagutza bikote ordenatuak kontzeptuarekin aplikatzeko balio du. (D1)
Enuntziatua:	<p>2 Kopiatu planoak eta osatu ibilbidea:</p> <p style="text-align: center;">$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow H$</p>  <p>2. Irudia 15. Planoak eta mapak gaiaren 211. orrialdeko jarduera:</p>

Jarduera:	Galdera
Deskribapena:	<i>Ehuneko</i> ataleko lehen galderetakoa da, ikaslearen portzentajeen oinarritzko ezagutza bermatzeko. (D2)
Enuntziatua:	<p>5 Baserri jakin bateko animalien arteko %15 behiak dira, %5 ardiak, eta besteak zaldiak. Zein da zaldiei dagokien ehunekoa?</p> <p>3. Irudia 9. ehunekoak gaiaren 121. orrialdeko jarduera:</p>

Jarduera:	Problema
Deskribapena:	<i>Atzera begira</i> ataleko <i>Betiko problemak</i> azpiatalean agertzen da, gaiaren ulermena eguneroko kasu batean ikasleak aplikatzeko. (D5)
Enuntziatua:	<p>11 Gimnasiako irakasleak 25 elastiko eta 25 praka motz erosi ditu kirola egiteko. Elastiko bakoitzari zenbakia jartzea 1 € eta 20 cent ordaindu du. Zenbat euro ordaindu ditu guztira?</p>  <p>4. Irudia 8. zatikiak gaiaren 116. orrialdeko jarduera:</p>

Jarduera:	Problema
Deskribapena:	Jarduera honetan ikasleak klima erdi lehorra edo estepakoa dela ikusteko adierazpen grafiko erabiltzen du. (D1)
Enuntziatua:	<p>ZARAGOZAKO KLIMOGRAMA</p> <p>Hor daukazue liburuko 74.orrialdean dagoen Zaragozako klimogramaren adibidea!</p>  <p>Oharra: goiko irudiko datuak ez dira liburuan datozenen berdin-berdinak, baina horri kasurik ez! Iruzkina egiten ikasteko berdin zaigu eta.</p> <p>5. Irudia 6. mailako Gizarte Zientzietako adibide bat:</p>

3.2. Ariketen, problemen eta galderen ereduak DBHko 1. ikasmilan


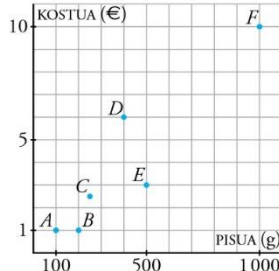
Burlatako Askatasuna Bigarren Hezkuntza Institutuan Matematika Mintegiak erabiltzen duen testu-liburua, Anaya-Haritzza hezkuntza proiektuko Grupo Anaya, S.A. argitaletxeko DBHko 1. mailarako 2015 urteko ediziokoa da, eta 14. Funtzioen grafikoak gaia da aztertuko duguna.

Funtzio gaia agertzen zaigun lehen ikasmila da hau, ikasleen abstrakzio maila erabiliz, aurreko kontzeptuak irudi grafikoetara eramanez. Gaia egoki landuz, koordenatu kartesiarrak ondo finkatu eta grafikoak egoki interpretatzea du helburu. Funtzio proportzionala, lineala eta konstantearen sarrera egiten da ere, ikasmila honen curriculumean ez badago ere.


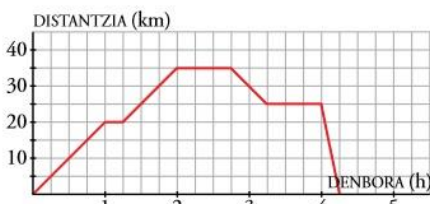
Ikasleari testuinguruaren deskripzio handi ematen dio liburuak, funtzio eta grafikoetan matematikaren abstrakzioa behar bezala ulertzeko. Horretaz gain irudiak eta ikasleen hurbilekoak diren problemak deskribatzen dira, kontzeptu gutxi batzuk azalduz.

Amaitzeko DBHko 1. mailako Geografia eta Historian klimogramen ariketa bat ikusiko dugu, ikasleak adierazpen grafikoak berriz ere interpreta dezaten.

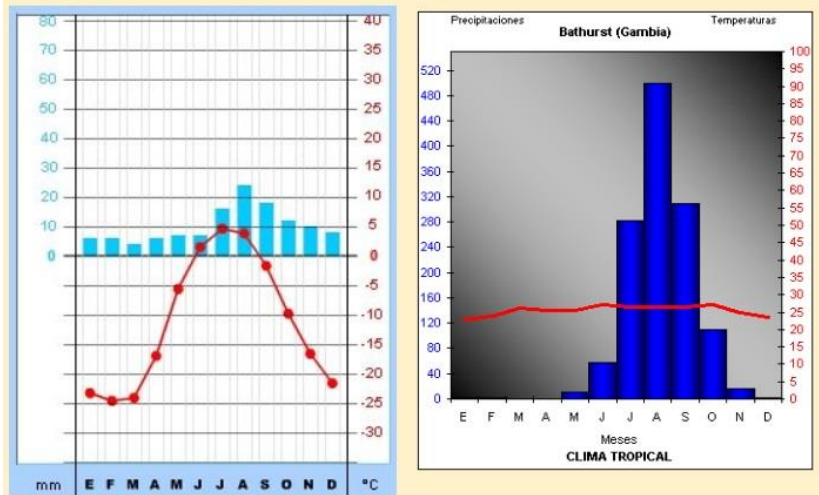
Jarduera:	Ariketa
Deskribapena:	<i>Koordenatu kartesiarrak</i> atalekoa da, ikasleak aurreko kurtsuan ikasitako kontzeptua izanik eta orrialde berean dagoen ariketa ebatsita bezalakoa. (D1)
Enuntziatua:	<p>2. Adierazi honako koordenatu-sistema honetan irudikatutako puntuen koordenatuak:</p>
6. Irudia 14. Funtzioen grafikoak gaiaren 256. orrialdeko jarduera:	

Jarduera:	Ariketa eta galdera
Deskribapena:	<i>Erlazioa duten puntuak ataleko azkena izanik, galderarekin funtzio kontzeptuan oinarrituz funtzio linealei sarrera ematen dio. (D1)</i>
Enuntziatua:	<p>2. Fruitu lehorren denda batean poltsa hauek dituzte salgai:</p>  <p>a) Esan zer puntu dagokion poltsa bakoitzari.</p>  <p>b) Ikusten duzunez, almindren hiru poltsak zuzen baten gainean daude. Zer erlazio dute x eta y aldagaiak zuzen horretan?</p>
7. Irudia 14. Funtzioen grafikoak gaiaren 257. orrialdeko jarduera:	

Jarduera:	Ariketa
Deskribapena:	<i>Funtzio linealak. Ekuazioa eta adierazpena atalekoa da, eta ikasleak ekuazioa, eta adierazpen grafikoak eginez, modu bakoitzaren onurak ikusi ahalko ditu. (D3)</i>
Enuntziatua:	<p>1. a) Bizikleta baten alokairuak 4 € balio du orduko. Idatzi kostuaren ekuazioa, €-tan, ordu-kopuruaren funtzioan.</p> <p>b) Egin aurreko ataleko berdina, alokatzea orduko 1,50 € balio duten patinen kasuan.</p> <p>Adierazi bi funtzioak.</p>
8. Irudia 14. Funtzioen grafikoak gaiaren 263. orrialdeko jarduera:	

Jarduera:	Problema eta galdera
Deskribapena:	<i>Ariketak eta problemak atalean dago, grafikoaren interpretazio egokia egiteko, eta ikasleak ohiko hizkuntza eta adierazpen grafikoak lotuz. (D3)</i>
Enuntziatua:	<p>16.  Leire osteratxoa egitera joan da bizikletan, baina katea apurtu zaio eta ezin izan du jarraitu. Aitari dei egin behar izan dio autoz bila etortzeko.</p> <p>Aztertu Leireren ibilbidea adierazten duen grafikoak eta erantzun galderei.</p>  <p>a) Zenbat kilometro egin ditu Leirek lehenengo orduan?</p> <p>b) Zenbat denbora egin du geldirik guztira?</p> <p>c) Etxetik zer distantziatara zegoen bizikletako katea apurtu zaionean?</p> <p>d) Zenbat iraun du autoan egin duten bideak?</p> <p>e) Deskribatu ibilbide osoa, urratsez urrats.</p>
9. Irudia 14. Funtzioen grafikoak gaiaren 263. orrialdeko jarduera:	

Jarduera:	Ariketa
Deskribapena:	<i>Funtzio linealak. Ekuazioa eta adierazpena atalekoa da, nahiz eta 2. Ikasmailako ezagutza den. (D2, D3)</i>
Enuntziatua:	<p>2. Adierazi honako funtzio lineal hauek:</p> <p>a) $y = 2x - 5$ b) $y = 2x + 5$</p> <p>c) $y = -2x + 5$ d) $y = 0,5x - 2$</p> <p>e) $y = -0,4x - 3$ f) $y = x$</p> <p>g) $y = 3$ (x-ren edozein baliorekin, y beti da 3)</p> <p>10. Irudia 14. Funtzioen grafikoak gaiaren 256. orrialdeko jarduera:</p>


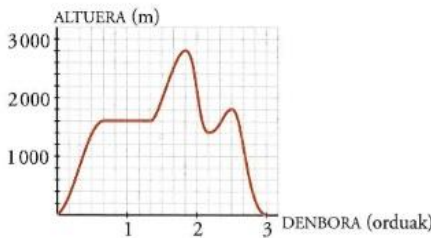
Jarduera:	Problema
Deskribapena:	Jarduera honetan agertzen diren klimogramak, ikasleak behar bezala interpretatzen ikasi behar du. (D1)
Enuntziatua:	<p>ARIKETAK</p> <p>Aztertu hurrengo klimogramak aurreko pausoak jarraituz, behin aztertuta, erantzun, zer klima mota da?</p> 
11. Irudia DBHko 1. mailako Geografia eta Historiaren adibide bat:	

3.3. Ariketen, problemen eta galderen ereduak DBHko 2. ikasmailan


Burlatako Askatasuna Bigarren Hezkuntza Institutuan Matematika Mintegiak erabiltzen duen testu-liburua, Anaya-Haritza hezkuntza proiektuko Grupo Anaya, S.A. argitaletxeko DBHko 2. mailarako 2016 urteko ediziokoa da, eta 13. *Funtzioak* gaia da aztertuko duguna.


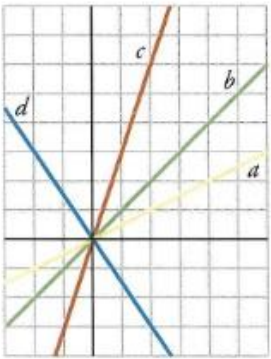
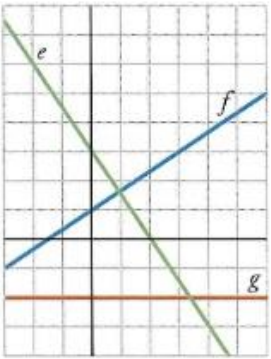
Funtzioekin jarraituz, aurreko kurtsoan ikasitako oinarriari kontzeptu eta deskripzio berri batzuk sartzen dira, gorakorra edo minimoa bezalakoa eta funtzio motak zehaztasun handiagoz deskribatuz. Funtzio koadratikoen sarrera egiten da ikasmailaren curriculumean ez badago ere.


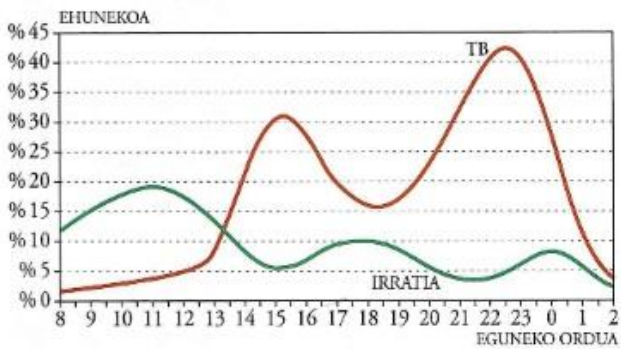
Liburuak ikasleari testuinguruaren deskribapena ematen badio ere irudi gutxiago agertzen dira, aldiz funtzio motentzako adierazpen grafiko ugari agertzen dira, eta proportzionala, lineala eta konstantea argitzeko problemen marrazkiak ere agertzen dira.


Jarduera:	Galdera
Deskribapena:	<i>Gorapenak, beherapenak, maximoak eta minimoak</i> ataleko galderak, kontzeptu berriak finkatzeko. (D1)
Enuntziatua:	<p>1.  Eskuineko grafikoan, hegazkin batek hiru orduko hegaldian zehar izan duen altuera ageri da.</p> <p>a) Zenbat denboratan iraun du egonkor? Zer altueratan?</p> <p>b) Zenbat denbora behar izan du altuera egonkortzeko?</p> <p>c) Noiz iritsi da maximora? Zer altueratarira iritsi da?</p> <p>d) Egin hegazkinaren altueraren bilakaeraren laburpena, aieratu denetik lurreratu den arte.</p> <div style="text-align: right;">  </div>
12. Irudia 13. Funtzioak gaiaren 259. orrialdeko jarduera:	

Jarduera:	Ariketa
Deskribapena:	<i>Haien ekuazioen bidez emandako funtzioak</i> ataleko ariketan ekuaziotik balioen taulara eta ondoren adierazpen grafikoa irudikatuko dute. (D1)
Enuntziatua:	<p>2. Adierazi $y = x + 4$, x-ri 0, 1, 2, 3, 4, 5 eta 6 balioak emanaz.</p>
13. Irudia 13. Funtzioak gaiaren 261. orrialdeko jarduera:	

Jarduera:	Ariketa														
Deskribapena:	<i>Ariketak eta problemak</i> ataleko ariketan funtzio linealak irudikatuko dituzte. (D2, D3)														
Enuntziatua:	<p>18.  Adierazi honako funtzio hauek balio-taularen laguntzarik gabe:</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td>a) $y = 2x$</td> <td>b) $y = \frac{1}{2}x$</td> </tr> <tr> <td>c) $y = -3x$</td> <td>d) $y = \frac{4}{3}x$</td> </tr> <tr> <td>e) $y = -\frac{2}{5}x$</td> <td>f) $y = \frac{3}{4}x$</td> </tr> <tr> <td>g) $y = -\frac{1}{2}x - 2$</td> <td>h) $y = -3x + 5$</td> </tr> <tr> <td>i) $y = -\frac{4}{3}x + 1$</td> <td>j) $y = -\frac{2}{5}x + 4$</td> </tr> <tr> <td>k) $y = -1$</td> <td>l) $y = 4$</td> </tr> <tr> <td>m) $y = 3$</td> <td>n) $y = x$</td> </tr> </table>	a) $y = 2x$	b) $y = \frac{1}{2}x$	c) $y = -3x$	d) $y = \frac{4}{3}x$	e) $y = -\frac{2}{5}x$	f) $y = \frac{3}{4}x$	g) $y = -\frac{1}{2}x - 2$	h) $y = -3x + 5$	i) $y = -\frac{4}{3}x + 1$	j) $y = -\frac{2}{5}x + 4$	k) $y = -1$	l) $y = 4$	m) $y = 3$	n) $y = x$
a) $y = 2x$	b) $y = \frac{1}{2}x$														
c) $y = -3x$	d) $y = \frac{4}{3}x$														
e) $y = -\frac{2}{5}x$	f) $y = \frac{3}{4}x$														
g) $y = -\frac{1}{2}x - 2$	h) $y = -3x + 5$														
i) $y = -\frac{4}{3}x + 1$	j) $y = -\frac{2}{5}x + 4$														
k) $y = -1$	l) $y = 4$														
m) $y = 3$	n) $y = x$														
14. Irudia 13. Funtzioak gaiaren 271. orrialdeko jarduera:															

Jarduera:	Ariketa
Deskribapena:	<i>Ariketak eta problemak</i> ataleko ariketan funtzio linealen ekuazioak idatziko dituzte. (D2, D3)
Enuntziatua:	<p>19.  Idatzi honako funtzio hauetako bakoitzaren ekuazioa, kontuan hartu bakoitzaren malda eta ordenatua jatorrian:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div> <p>15. Irudia 13. Funtzioak gaiaren 271. orrialdeko jarduera:</p>

Jarduera:	Problema
Deskribapena:	<i>Ebatzi problemak</i> ataleko problemetan eguneroko errealitatea irudikatzen duen adierazpen grafiko interpretatu behar dute. (D1, D5)
Enuntziatua:	<p>25.  Honako grafiko hauek eguneko ordu jakinetan telebista ikusten edo irratia entzuten ari diren pertsonen ehunekoei dagozkie.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>a) Deskribatu telebistari dagokion kurba: non den gorakorra, non den beherakorra, maximoak, minimoak... Erlazionatu kurba hori eguneroko jarduerekin: jaikitzea, oheratzea, bazkaltzea, afaltzea...</p> <p>b) Egin gauza bera irratia kurbarekin ere.</p> <p>c) Konparatu eta erlazionatu bi kurbak.</p> <p>16. Irudia 13. Funtzioak gaiaren 273. orrialdeko jarduera:</p>

Jarduera:	Ariketa
Deskribapena:	<i>Ariketak eta problemak</i> atalekoa da, nahiz eta funtzio koadratikoak 3. ikasmilako ezagutza den. (D1, D2)
Enuntziatua:	<p>14.  Irudikatu koadernoan honako parabola hauek, kasu bakoitzean balio-taula bat lortuz.</p> <p>a) $y = x^2 - 4x + 4$ b) $y = x^2 + 1$</p> <p>c) $y = -x^2$ d) $y = -x^2 + 1$</p> <p>e) $y = (x - 2)^2$ f) $y = (x - 2)^2 - 4$</p> <p>g) $y = x^2 - 4x$ h) $y = x^2 - 4x + 3$</p> <p style="text-align: center;">17. Irudia 13. Funtzioak gaiaren 270. orrialdeko jarduera:</p>

3.4. Ariketen, problemen eta galderen ereduak DBHko 3. ikasmilian


Burlatako Askatasuna Bigarren Hezkuntza Institutuan Matematika Mintegiak erabiltzen dituen testu-liburuak, Anaya-Haritzta hezkuntza proiektuko Grupo Anaya, S.A. argitaletxeko DBHko 3. mailarako 2016 urteko edizioak dira, Irakaskuntza Akademikoetara Bideratutakoan Funtzioak 8. *Funtzioak eta grafikoak* eta 9. *Funtzio linealak eta koadratikoak* gaietan banatuta dago eta Irakaskuntza Aplikatueta Bideratutakoan 9. *Funtzioak eta grafikoak* eta 10. *Funtzio linealak eta koadratikoak* gaietan aztertuko ditugunak.

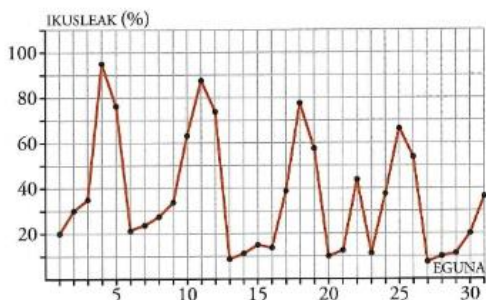
Beti ere aurreko kurtsokoa errepatatuz, kontzeptu eta deskripzio berri batzuk sartzen dira, maximo eta minimo erlatiboak, epe luzeko portaera eta periodikotasuna funtzioen joeran, etenak eta jarraitasuna edo funtzioaren adierazpen analitikoa (azken kasu honetan modu zehatzagoan Akademikoetan) *Funtzio eta grafikoak* gaietan. Bestetik *Funtzio linealak eta koadratikoak* gaietan, puntu-malda ekuazioa, bi puntutatik pasatzen den zuzena, higidurei buruzko problemak, bi zuzenen arteko ebaki puntua eta parabolak eta funtzio koadratikoak agertzen dira.

Liburuak ikasleari irudi gutxiago eta taula eta grafiko gehiagoren bitartez adierazten dizkio kontzeptuak, eta ekuazio kopurua asko igotzen da, baita ariketen eta problemen zailtasuna. Abstrakzio maila ere handiagoa da eta eguneroko gertaerak erabiltzen ditu funtzioak erabili eta hauen lotura estutzeko. Gainera Akademikoetan geometria gaiarekin lotura sortzen du ariketa eta problema batzuen bitartez.

Jarduera:	Galdera
Deskribapena:	<i>Funtzioaren gorapena eta beherapena</i> ataleko galderetan erlatibotasuna eta beste kontzeptu batzuk ulertu beharko dituzte.(D1)

Enuntziatua:

1.  Honako grafiko honek hilabetean zeharko herri bateko zinemek zenbat ikusle izan dituzten erakusten du:



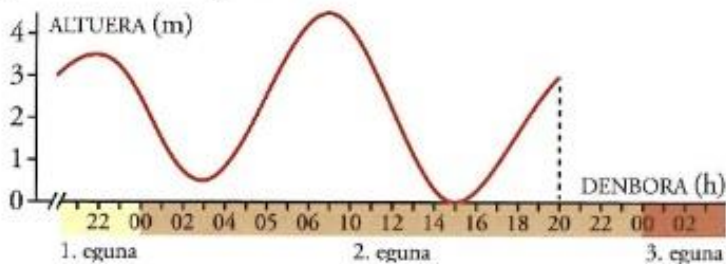
18. Irudia 8. Funtzioak eta grafikoak gaiaren 149. orrialdeko jarduera:

- a) Zer egunetan dira asteburuak? Nola jakin dezakezu?
- b) Zer egunetan egon da ikuslerik gehien? Eta gutxien? Asteko zer egun dira?
- c) Zenbat maximo eta zenbat minimo erlatibo ditu funtzioaren grafikoak?
- d) Aste barruko jaiegun bat dago. Zer egun da?
- e) Idatzi zinema horietako hilabetean zeharko ikusle kopuruaren laburpena.
- f) Hil horretako egun batean, ostiralez, oso garrantzi handiko futbol-partida eman dute telebistan. Zer egunetan izan zela jo dezakegu?

Jarduera:	Ariketa
Deskribapena:	<i>Funtzioaren gorapena eta beherapena</i> ataleko ariketan periodikotasuna kontzeptua ulertu beharko dituzte. (D1)

Enuntziatua:


2. Honako grafiko honek leku jakin bateko 24 orduan zeharko itsasgorak erakusten ditu. Kopiatu eta osatu grafikoa koadernoan 48 ordurako, funtzio periodikoa dela jota:



19. Irudia 8. Funtzioak eta grafikoak gaiaren 150. orrialdeko jarduera:

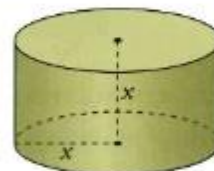
Jarduera:	Ariketa
Deskribapena:	<i>Funtzioaren adierazpen analitikoa</i> ataleko ariketa honetan geometria ere azaltzen da. (D3, D5)

Enuntziatua:

2.  Imaginatu altuera, x , oinarriaren erradioaren parekoa duen zilindroa.

a) Zein da horren bolumenaren adierazpen analitikoa?


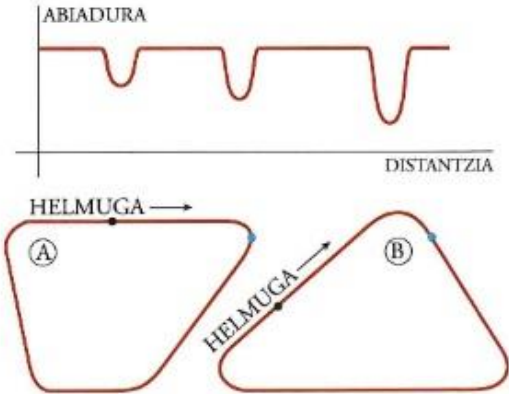
Gogoan izan zilindroaren bolumena oinarriaren azalera bider bolumena dela.



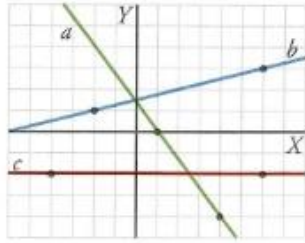
b) Lortu zilindroaren azaleraren adierazpen analitikoa.

20. Irudia 8. Funtzioak eta grafikoak gaiaren 153. orrialdeko jarduera:


Jarduera:	Ariketa
Deskribapena:	<i>Funtzioaren adierazpen analitikoa</i> ataleko ariketa Ikasketa Aplikatueta Bideratutako testu-liburukoa da. (D5)
Enuntziatua:	<p>1. Eman adierazpen analitikoa, eraiki taula eta marraztu ondoren deskribatzen diren funtzioetako bakoitzaren grafikoak:</p> <p>a) Karratu baten azalera aldearen funtzioan.</p> <p>b) Internet erabiltzearen kostua denboraren funtzioan (PREZIOA: 15 € finko gehi 0,50 € orduko).</p> <p>c) Poltsa bat laranjaren kostua pisuaren funtzioan (PREZIOA: 1,30 €/kg).</p> <p>21. Irudia 9. Funtzioak eta grafikoak gaiaren 119. orrialdeko jarduera:</p>

Jarduera:	Problema
Deskribapena:	<i>Ariketak eta problemak</i> atalean eguneroko errealitatea irudikatzen duen problema batekin. (D1, D5)
Enuntziatua:	<p>24.  Honako grafiko honek behegera marraztu diren zirkuituetako bat zeharkatzen duen automobil baten abiadura nola aldatzen den erakusten du:</p>  <p>a) Bietako zeini dagokio?</p> <p>b) Egizu besteari dagokion grafikoa.</p> <p>22. Irudia 8. Funtzioak eta grafikoak gaiaren 159. orrialdeko jarduera:</p>

Jarduera:	Ariketa
Deskribapena:	<i>Zuzena, puntu bat eta malda ezagututa</i> atalean ekuazioak idazteko modu berria ikasten. (D1, D2, D3)
Enuntziatua:	<p>1. Kasu bakoitzean, idatzi P-tik pasatzen den eta m malda duen zuzenaren ekuazioa:</p> <p>a) $P(4, -3), m = 4$ b) $P(0, 2), m = -\frac{1}{2}$</p> <p>c) $P(-3, 1), m = \frac{5}{4}$ d) $P(0, 0), m = -1$</p> <p>e) $P(-1, 3), m = -\frac{3}{5}$ f) $P(0, -2), m = 0$</p> <p>23. Irudia 9. Funtzio linealak eta koadratikoak gaiaren 167. orrialdeko jarduera:</p>

Jarduera:	Ariketa
Deskribapena:	<i>Bi puntutatik pasatzen den zuzena atalean ekuazioak idazteko modu berria ikasten. (D1, D2, D3)</i>
Enuntziatua:	<p>2. Aurkitu a, b eta c zuzenen ekuazioak. Erabili markatuta dauden puntuak maldak kalkulatzeko.</p> 
24. Irudia 9. Funtzio linealak eta koadratikoak gaiaren 168. orrialdeko jarduera:	

Jarduera:	Problema
Deskribapena:	<i>Funtzio linealaren aplikazioak. Higidurei buruzko problemak atalean eguneroko errealitatea irudikatzen duen problema. (D1, D2, D5)</i>
Enuntziatua:	<p>2. Robotak 7 metro egiten ditu minutuko. Orain dela 2 min jarri dugu martxan. Gugandik zer distantzian egongo da t minutu barru?</p>
25. Irudia 9. Funtzio linealak eta koadratikoak gaiaren 169. orrialdeko jarduera:	

Jarduera:	Problema
Deskribapena:	<i>Bi funtzio lineal batera aztertzea atalean eguneroko errealitatea irudikatzen duen problema. (D1, D2, D3, D5)</i>
Enuntziatua:	<p>1.  AHT bat goizeko 10etan ater da gure hiritik 750 km-ra dagoen hiri jakin batetik eta 200 km/h-ko abiadura dator. Beste alde batetik, merkantzien tren bi ordu lehenago ater da gure hiritik eta 50 km/h-ko abiadura doa AHTren bide paraleloan zehar.</p> <p>a) Adierazi bi funtzioaren bidez gure hiritik trenetako bakoitzera t ordu barru dagoen distantzia.</p> <p>b) Irudikatu koordinatuen ardatzetan funtzioei dagozkien bi zuzenak.</p> <p>c) Adierazi zer puntutan ebakitzen duten elkar bi zuzenek eta azaldu zer esan nahi duen koordinatuetako bakoitzak.</p> <p>d) Kalkulatu ekuazio-sistema baten bidez zer ordutan gurutzatu diren trenak eta gure hiritik zer distantzian dauden.</p>
26. Irudia 9. Funtzio linealak eta koadratikoak gaiaren 170. orrialdeko jarduera:	


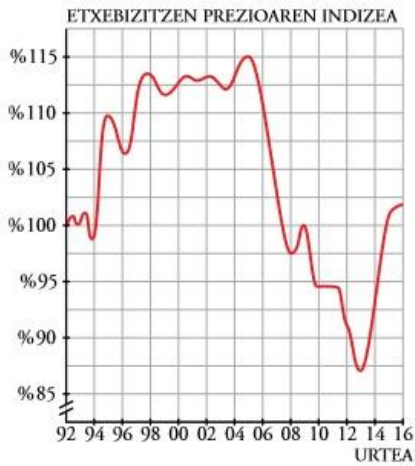
Jarduera:	Ariketa
Deskribapena:	<i>Parabolak eta funtzio koadratikoak atalean parabola baten adierazpen grafikoa. (D1, D3)</i>
Enuntziatua:	<p>2. Irudikatu honako parabola hauek:</p> <p>a) $y = x^2 - 2x + 3$ b) $y = x^2 - 6x + 5$</p>
27. Irudia 9. Funtzio linealak eta koadratikoak gaiaren 172. orrialdeko jarduera:	

3.5. Ariketen, problemen eta galderen ereduak DBHko 4. ikasmilan

Burlatako Askatasuna Bigarren Hezkuntza Institutuan Matematika Mintegiak erabiltzen dituen testu-liburuak, Anaya-Haritza hezkuntza proiektuko Grupo Anaya, S.A. argitaletxeko DBHko 4. mailarako 2016 urteko ediziokoak dira, Irakaskuntza Akademikoetara Bideratutakoan Funtzioak 4. Funtzioak. Ezaugarriak eta 5. Oinarrizko funtzioak gaietan banatuta dago eta Irakaskuntza Aplikatueta Bideratutakoan 8. Funtzioak. Ezaugarriak eta 9. Oinarrizko funtzioak gaietan aztertuko ditugunak.

Beti ere aurreko kurtsokoa errepasatuz, kontzeptu eta deskripzio berri batzuk sartzen dira, lehen aldiz X eta Y ardatzei Abzisa-ardatza eta Ordenatu-ardatza izenekin batera $f(x) = y$ adierazpena, definizio-eremua (Akademikoetan bakarrik) Batezbesteko Aldakuntza Tasa (B.A.T.) eta joera Funtzioak. Ezaugarriak gaian. Bestetik Oinarrizko funtzioak gaian, zatikako funtzio linealak (Akademikoetan bakarrik), balio absolutuko funtzioak, (Akademikoetan bakarrik), alderantzizko proportzionaltasuneko funtzioak, funtzio errodunak, funtzio esponenzialak eta funtzio logaritmikoak (Akademikoetan bakarrik) agertzen dira.

Liburuak ikasleari oinarri eta idazkera matematiko formalagoak ematen dizkio, lehen gaian irudi gutxi batzuekin eta taula eta grafiko ugarien bitartez adierazten dizkio kontzeptuak, eta ekuazio kopurua asko igotzen da, baina aldaketa nagusia bigarren gaian nabari da, grafiko eta funtzio sakonagoekin eta egiazko testuinguruetako adibide eta jarduerekin.

Jarduera:	Galdera
Deskribapena:	<i>Nola adierazten dira funtzioak atalean benetako grafiko batetik informazioa interpretatzen laguntzeko galderak. (D5)</i>
Enuntziatua:	
<p>1.  Etxebizitzaren prezioari buruz goian dagoen grafikoa aztertuko dugu:</p> <p>a) Grafikoa % 100ean hasteak zer esan nahi du? Arrazoizkoa iruditzen zaizu?</p> <p>b) Maximoa % 115ekoa izan zen. Zer unetan gertatu zen? Erantzun gutxi gorabehera.</p> <p>c) Zein izan zen minimoa? Zer unetan gertatu zen?</p> <p>d) Zein izan zen prezioaren indizea 2006an?</p>	
28. Irudia 4.Funtzioak. Ezaugarriak gaiaren 83. orrialdeko jarduera:	

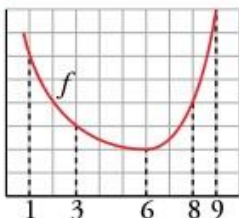
Jarduera:	Ariketa
Deskribapena:	<i>Definizio-eremua atalean funtzioen definizio-eremua kalkulatu dute. (D1, D2)</i>

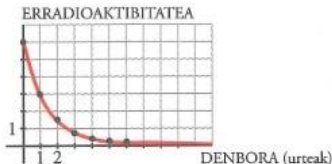
Enuntziatua:

1. Aurkitu honako hauen definizio-eremua:

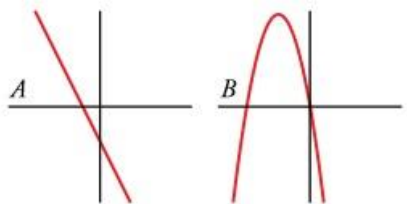
a) $y = \frac{1}{x^2 + 2x - 8}$ b) $y = \sqrt{x - 5}$ c) $y = \frac{1}{\sqrt{x - 5}}$ d) $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x - 8}}$

29. Irudia 4.Funtzioak. Ezaugarriak gaiaren 86. orrialdeko jarduera:

Jarduera:	Ariketa
Deskribapena:	Batezbesteko aldakuntza tasa (B.A.T.) atalean funtzioen definizio-eremua kalkulatu dute. (D1, D3)
Enuntziatua:	<p>2. </p> <p>Esan zein den adierazitako f funtzio honen batezbesteko aldakuntza tasa (B.A.T.), [1, 3], [3, 6], [6, 8], [8, 9] eta [3, 9] tartetan.</p> <p>30. Irudia 4.Funtzioak. Ezaugarriak gaiaren 89. orrialdeko jarduera:</p>

Jarduera:	Galdera
Deskribapena:	Joera eta periodikotasuna atalean grafikoa interpretatzen jakiteko galdera. (D5)
Enuntziatua:	<p>1. Substantzia batek duen erradioaktibitate-kantitatea erdira murrizten da urtean. Alboko grafiko honetan, denbora igaro ahala substantzia horren zati batean zer erradioaktibitate-kantitate dagoen deskribatzen da.</p> <p>Zenbatera <i>jotzen</i> du erradioaktibitateak denbora igaro ahala?</p>  <p>31. Irudia 4.Funtzioak. Ezaugarriak gaiaren 90. orrialdeko jarduera:</p>


Jarduera:	Ariketa eta galdera
Deskribapena:	Zatikako funtzio linealak atalean funtzioen adierazpen grafikoa. (D1, D2, D3)
Enuntziatua:	<p>7. Idatzi honako adierazpen analitiko hau duen funtzioa:</p> $y = \begin{cases} -3 & x < 0 \text{ bada} \\ x - 3 & 0 \leq x \leq 5 \text{ bada} \\ 2 & x > 5 \text{ bada} \end{cases}$ <p>Esan zein den funtzioa eratzen duen zati bakoitzaren malda. Funtzio jarraitua da?</p> <p>32. Irudia 5.Oinarrizko funtzioak gaiaren 103. orrialdeko jarduera:</p>

Jarduera:	Ariketa
Deskribapena:	<i>Balio absolutuko funtzioak</i> atalean funtzioen ekuazioa. (D1, D2, D3)
Enuntziatua:	<p>1. Adierazi funtzio hauen balio absolutuak koadernoan:</p> 
33. Irudia 5.Oinarrizko funtzioak gaiaren 107. orrialdeko jarduera:	

Jarduera:	Ariketa
Deskribapena:	<i>Alderantzizko proportzionaltasuneko funtzioak</i> atalean funtzioen adierazpen grafikoak. (D3)
Enuntziatua:	<p>1. Irudikatu funtzio hauek:</p> <p>a) $y = \frac{5}{x}$ b) $y = -\frac{2}{x}$ c) $y = \frac{4}{x}$</p>
34. Irudia 5.Oinarrizko funtzioak gaiaren 108. orrialdeko jarduera:	

Jarduera:	Ariketa
Deskribapena:	<i>Funtzio errodunak</i> atalean definizio ereduak. (D1, D2, D3)
Enuntziatua:	<p>1. Irudikatu funtzio hauek eta idatzi bakoitzaren definizio-eremua:</p> <p>a) $y = 2\sqrt{x}$ b) $y = -2\sqrt{x}$ c) $y = 2\sqrt{x+3}$ e) $y = 2\sqrt{-x}$ f) $y = -2\sqrt{-x}$ g) $y = 2\sqrt{-x+3}$</p>
35. Irudia 5.Oinarrizko funtzioak gaiaren 109. orrialdeko jarduera:	

Jarduera:	Ariketa
Deskribapena:	<i>Funtzio logaritmikoak</i> atalean adierazpen grafikoa eta definizio-eremua. (D1, D2, D3)
Enuntziatua:	<p>1. Irudikatu funtzio-bikote hauek koadernoan, koordenatu-ardatz beretan:</p> <p>a) $y = 3^x$; $y = \log_3 x$ b) $y = 2,2^x$; $y = \log_{2,2} x$ c) $y = 4^x$; $y = \log_4 x$</p> <p>Esan zein den funtzio bakoitzaren definizio-eremua.</p>
36. Irudia 5.Oinarrizko funtzioak gaiaren 111. orrialdeko jarduera:	

Jarduera:	Galdera eta problema
Deskribapena:	+ <i>problema</i> atalean benetako problema. (D2, D3)
Enunziatua:	<p>47.  Kaxa mota bat egiteak balio duenari dagokionez, zenbat eta unitate gehiago egin, orduan eta gutxiago balio du unitate bakoitzak, funtzio honen arabera:</p> $y = \frac{0,3x + 1000}{x}$ <p>a) Zer balio hartzen ditu x gai askeak?</p> <p>b) 10 kaxa eginez gero, kalkulatu zer balio duen kaxa bakoitza egiteak eta zer balio duten guztira. Egin gauza bera 100 000 kaxaren kasuan.</p> <p>c) Zenbatera hurbiltzen da unitate bakoitzaren kostua kaxa kopurua oso handia denean?</p> <p>37. Irudia 5.Oinarrizko funtzioak gaiaren 117. orrialdeko jarduera:</p>

4. Kapitulu

Emaitzak

Nafarroako Foru Komunitateko LHko eta DBHko curriculumak eta testu-liburuko ariketak aztertu ondoren, hauen arteko konparaketa bat egitea da kapitulu honen xedea. Horretarako hauen arteko ausentzien eta presentzien analisia egingo da, LHko hirugarren zikloko 6. ikasmilako eta DBHko 4 ikasmailetarako, hala nola hauen arteko koherentzia bigarren atalean.

4.1. Ausentziak eta presentziak curriculumean eta testu-liburuetan

Aurreko kapituluetan ikusi bezala, LHko 6. ikasmilako curriculumean ez dago funtzioen bloke zehatzik, DBHn berriz bai. Hala ere funtzioen ikasketan beharrezkoak diren kontzeptuen deskribapen eta erabilera LHko hirugarren zikloan hasten da, koordinatu kartesiarrak oinarri izanik eta proportzionaltasunaren sarrerarekin. Hauekin grafikoak interpretatzen eta aljibraren lehen urratsak ematen hasten dira, zatikiekin eta eragiketen ordenak behar bezala erabilia operazioen automatizazioa barneratzen.

Hasieran definitutako deskribatzaileen lehen hirurak funtzioen ikasketarekin lotura zuzena dutela ikus dezakegu, eta hauen eboluzioa argi ikus daitezke ikas-liburuetan curriculumena bezalaxe. Beste biak berriz edozein gaietan aplikagarriak badira ere, funtzioak irakasteko hauen erabilera nolakoa den ikusiko dugu.

D1: Adierazpen grafikoa: LHko 6. ikasmilian grafiko errazak soilik interpretatzen dituzte, DBHko 1. ikasmilian puntu solteak adierazten dituzte eta kurtsoak pasa ahala, datu ekuazioetatik grafikoetara eta alderantziz adierazteko gaitasuna jorratzen dute, tarteko kurtsoetan tarteko pausu bezala datu taulak erabilia.

D2 Idazkera aljebraikoa: Hizkuntza aljebraikoa DBHn jorratzen hasten bada ere LHn hauen oinarri diren eragiketen ordena, zeinuak behar bezala erabiltzen, zatikien deskonposaketa, proportzionaltasunaren lanketa eta 3ko erregela ikasten dira, eta problemak modu sistematikoan ebazten dituzte. Ondorengo ikasmailetan idazkera aljebraikoa konplexuago batekin funtzio eta ekuazioak adierazpena eta ebazpena barneratzen dute.

D3: Funtzioak: Funtzio batzuekin lotura duen proportzionaltasuna LHn ikasten bada ere, DBHn hasten da hauen deskribapenarekin eta gutxinaka kontzeptu eta funtzio mota ezberdinak sartzen doaz kurtsoekin batera aurreko kapituluan adierazi bezala.

D4 Teknologia berrien erabilera: LHko 6. ikasmilian kalkulagailua izango da erabiliko duten tresna, parentesien bitartez eragiketak behar bezala egiteko eta bestetik zatikiak edo portzentajeak behar bezala kalkulatzeko. DBHn berriz 1. ikasmilatik webgunean datu taulen eta grafikoen adibideak dituzte, eta 2. ikasmilatik aurrera Geogebraarekin hasten dira.

D5: Funtzioen erabilera egunerokoan: Ikasmilaz-ikasmila funtzioen gaien jorratzen diren kontzeptuak eta hauen sakontasuna handitzen doan heinean, modu ezberdinean jorratzen da ikasleak barneratu behar dituen ezagutzak, eta eguneroko adibideak. Hasiera batean egoera errealeko adibideak eta hauen irudiak erabiltzen dira kontzeptu berriak hobeto ulertzeko, ikasmilak pasa ahala, irudi hauek desagertzen dira eta ikasleari eguneroko problemak mahaigaineratzen zaizkio, hauek funtzioen bidez adierazi eta hauek ebazteko.

Analisi honen laburpena eta aurreko kapituluko mailaz-mailako jardueretan ikusten den informazioa laburbiltzeko taula bat ikusiko dugu orain, curriculumeko eduki gehienak eta testu-liburuak bat datozela ikusteko. Hala ere lehen esan bezala testu-liburuetan ohikoa da, gaiaren azken atalean hurrengo kurtsokoak diren kontzepturen bat aurreratzea, DBHko 2. ikasmilan esate baterako funtzio koadratikoak.

Bi taula hauetan curriculumen eta testu-liburuak arteko aldeak ikus ditzakegu, kolore argiarekin zeharka agertzen diren deskribatzaileak eta kolore ilunagoan zehazki agertzen direnak:

Deskribatzaileak curriculumean:

Ikasmila	Deskribatzaileak				
LHko 6.a	D1	D2	D3	D4	D5
DBHko 1.a	D1	D2	D3	D4	D5
DBHko 2.a	D1	D2	D3	D4	D5
DBHko 3.a	D1	D2	D3	D4	D5
DBHko 4.a	D1	D2	D3	D4	D5

23. Taula Deskribatzaileak curriculumean

Deskribatzaileak testu-liburuan:

Ikasmila	Deskribatzaileak				
LHko 6.a	D1	D2	D3	D4	D5
DBHko 1.a	D1	D2	D3	D4	D5
DBHko 2.a	D1	D2	D3	D4	D5
DBHko 3.a	D1	D2	D3	D4	D5
DBHko 4.a	D1	D2	D3	D4	D5

24. Taula Deskribatzaileak testu-liburuan

Teknologia berrien erabilera beraz DBHko 2. ikasmilatik aurrera ematen dela esan dezakegu Geogebraekin malda bezalako kontzeptuak edo funtzio linealak ikusten hasten direlako, eta eguneroko egoera errealak modu desberdinean jorratzen badira ere, kurtsu guztietan aipatzen direnez kolore desberdina eman zaie taulan.

4.2. Testu-liburuak eta curriculumaren arteko koherentzia

Aurreko guztia ikusirik, Askatasuna BHIan erabiltzen diren Anaya-Haritza hezkuntza proiektuko testu-liburuak curriculumara jarraitzen dutela esan daiteke, eta ikasketa prozesua espiral modukoa izanik, hurrengo ikasmilako kontzeptuak txertatzen ditu gaiaren bukaeran irakasleak hauek aurkez ditzan.

Edukiak beraz era mailakatuan txertatzen dira ikasmilaz-ikasmila 1960. urtean Jerome Bruner psikologoak deskribatu zuen bezala (*The Process of Education*, Jerome S. Bruner, 1960), ikasleek adinarekin burmuinaren garapena dela eta, jarduera zailagoak eta abstrakzio maila altuagoa garatzeko gaitasuna lortzen dutelako.

Funtzioen ikaskuntza prozesua proiektu batekin lagunduta DBHko 2. ikasmilan

Hezkuntza proiektu honetako liburuek, ikasleei webgunean informazio handiagoa eskuragarri jartzeaz gain, Geogebra adibideak ere eskaintzen dizkie, eta aldi berean teknologia berrien erabilera sustatzen dute.

Irakasleei aldiz, liburuen bertsio bereziak eskaintzen dizkie, bertan ariketa ebatziak izateaz gain, gutxiengo ezagutzak, unitatearen eskema eta beste gaitasunen proposamenak ere aurkezten dizkie, hurrengo irudian DBHko 4. ikasmilako irakaskuntza akademikoetara bideratutakoan ikusten den moduan:

5

Oinarrizko funtzioak

- **Unitatearen aurkezpena**
 - Datoren konturua, Batellegan, ikasleek adierazpen analitikoari gainerako egin behariko diren funtzioak adierazteko (puntu nabarmenak zein diren, adar infinituak zein diren...).
 - Horetarako, analisaren arloan oinarri sendoa eduki behar da, baina ez limite eta deribatuetan. Baina horra inoi baino lehen, beste natura- eta giza-errealitate batzuetan sari erabilien diren funtzio tipu batzuk trebe erabiltzen ikasi behar dute (linealak, koadratikoak, eremak, alderantzizko proportzionalitatekoak, esponentzialak, logaritmikoak...).
 - Funtzio linealak sardu landu izan dituguz aurreko ikasketuetan. Baina kontuan izanda zein garrantzitsuak diren alderdi teoriko eta praktikoki, eta alderdi batzuk errez antzeman ahatzen diren, berriro aztertuko ditugu; eta aplikatze arreta jarriko diegu zuzen zatiak bidez emandako funtzioak.
 - Funtzio koadratikoen adierazpenari ere aparteko arreta jarriko diegu, eta horien tratamendu grafikiko erakusten diren bitartekariak ezarazko koefizienten baliokizirik erakustuko ditugu.
- **Funtzio esponentzialak ere landuko ditugu, bai 1 baino berriki-oren handiagoen kasuan (funtzio gaitortza) eta bai 1 baino berriki-oren txikiagoen kasuan ere (funtzio beharokora).**
- **Funtzio logaritmikoak** kontuan hartuz, kontuan izango diegu esponentzialen elkarrenkizkoak direla.
- **Gubieneko ezagutzak**
 - Zuzen bat gorakora edo beharokora den maldaren zeinaren erlatibotasuna.
 - Edozein funtzio lineal adierazteko eta edozein zuzen adierazpen analitiko lortzea.
 - Zuzen zatiak bidez emandako funtzioak adierazteko.
 - Zuzen zatiak bidez emandako funtzio bati ekuazio bat lotzea.
 - Funtzio koadratikoak: Kurbaren formak eta x^2 -ren koefizienten arteko erlatioa. Erpatean kokapena.
 - Edozein funtzio koadratiko adierazteko.
 - Zuzenen eta parabolaren arteko ebaketa.

- **Lanak aurreratu**
 - Adierazpen analitikoaren bidez emandako funtzio baten puntuak lortzea.
 - Bi puntuak: igarotzen den zuzen baten ekuazioa lortzea.
- **Osoagarri garrantzitsuak**
 - Apatarko familia horietako funtzioak adierazteko, baina kasu konplexuegok hartuta.

Ondorengo taula honetan, lankidetzan ikasitako, pentsamendu ulertze, pentsamendu kritikoa, diziplinariotasuna, ekimena eta problemaren ebazpena funtzioak eta horien garrantzi arreta jarriko ariketa batzuk ageri dira. Batzuk ikaslearen liburuan (B.1.) proposatu daude, eta, hemen, zer oinartean dauden eta zer ariketa diren adierazi da. Beste batzuk, argi zehazten den moduan, Proposamen Didaktikoan (PD) iradokitakoak dira.

Iradokitzen hauek baturik ikur batekin markatuak daude ikaslearen liburuan; hemen, (*) ikur erabiliz nabarmendu ditugu.

LANKIDETZAN IKASI	PENTSAMENDU ULERTZEARRA	PENTSAMENDU KRITIKOA
102. or. PD. honetan iradokitako ariketa (*)	103. or. Ariketa ebazteko. PD. honetan iradokitako ariketa (*)	105. or. 1. (*) ariketa
103, 105, 106, 107. eta 108. or. Pentatu eta egin	105. or. Ariketa ebazteko	112. or. PD. honetan iradokitako ariketa
109. or. Pentatu eta egin (*)	106. or. Ariketa ebazteko (*)	113. or. 7. (*) ariketa
110. eta 111. or. Pentatu eta egin	108. or. Ariketa ebazteko	114. or. 16., 17. eta 18. ariketak
113., 114. eta 115. or. 1. 30 ariketak	109. or. Ariketa ebazteko	115. or. 21., 22. eta 23. ariketak
116. or. 40. ariketak. PD. honetan iradokitako ariketa (*)	110. or. Ariketa ebazteko	117. or. 53. (*) ariketa
117. or. 45. 48 ariketak. PD. honetan iradokitako ariketa (*)	111. or. Ariketa ebazteko	118. or. Lortu informazio (*)
	112. or. Ariketa eta problema ebazteko (*)	
	118. or. Lortu informazio (*)	

DIRIGIBITUTASUNA	IKITA	DIBURNIAK	PROBLEMAK EBATZI
100. or. PD. honetan iradokitako ariketa (*)	101. or. PD. honetan iradokitako ariketa (*)	101. or. 1. (*) ariketa	Ikaslearen liburuan proposatutako problema guztiak ariketa bidez ebaztekoak dira. Hemen aparteko informazio daturik baturik nabarmendu dira.
		113. or. 6. (*) ariketa	116. or. 40. 44 ariketak
		114. or. 19. (*) ariketa	117. or. 45-53 (*) ariketak
		118. or. Interpretatu eta deskribatu (*)	118. or. Lortu informazio (*)
			119. or. Irabitu problema ebazte (*)

1 Funtzio linealak

Proposamenak honetan $y = mx$

1. Iradokitzenak

2. Iradokitzenak

3. Iradokitzenak

4. Iradokitzenak

5. Iradokitzenak

6. Iradokitzenak

7. Iradokitzenak

8. Iradokitzenak

9. Iradokitzenak

10. Iradokitzenak

11. Iradokitzenak

12. Iradokitzenak

13. Iradokitzenak

14. Iradokitzenak

15. Iradokitzenak

16. Iradokitzenak

17. Iradokitzenak

18. Iradokitzenak

19. Iradokitzenak

20. Iradokitzenak

21. Iradokitzenak

22. Iradokitzenak

23. Iradokitzenak

24. Iradokitzenak

25. Iradokitzenak

26. Iradokitzenak

27. Iradokitzenak

28. Iradokitzenak

29. Iradokitzenak

30. Iradokitzenak

31. Iradokitzenak

32. Iradokitzenak

33. Iradokitzenak

34. Iradokitzenak

35. Iradokitzenak

36. Iradokitzenak

37. Iradokitzenak

38. Irudia DBHko 4. ikasmilako irakasle liburuen adibideak

4 Alderantzizko proportzionaltasuneko funtzioak

1. Iradokitzenak

2. Iradokitzenak

3. Iradokitzenak

4. Iradokitzenak

5. Iradokitzenak

6. Iradokitzenak

7. Iradokitzenak

8. Iradokitzenak

9. Iradokitzenak

10. Iradokitzenak

11. Iradokitzenak

12. Iradokitzenak

13. Iradokitzenak

14. Iradokitzenak

15. Iradokitzenak

16. Iradokitzenak

17. Iradokitzenak

18. Iradokitzenak

19. Iradokitzenak

20. Iradokitzenak

21. Iradokitzenak

22. Iradokitzenak

23. Iradokitzenak

24. Iradokitzenak

25. Iradokitzenak

26. Iradokitzenak

27. Iradokitzenak

28. Iradokitzenak

29. Iradokitzenak

30. Iradokitzenak

31. Iradokitzenak

32. Iradokitzenak

33. Iradokitzenak

34. Iradokitzenak

35. Iradokitzenak

36. Iradokitzenak

37. Iradokitzenak

38. Irudia DBHko 4. ikasmilako irakasle liburuen adibideak

«Pentatu eta egin» atalaren soluzioak

1 a)

1 b)

1 c)

2 a)

2 b)

2 c)

3 a)

3 b)

3 c)

4 a)

4 b)

4 c)

5 a)

5 b)

5 c)

6 a)

6 b)

6 c)

7 a)

7 b)

7 c)

8 a)

8 b)

8 c)

9 a)

9 b)

9 c)

10 a)

10 b)

10 c)

11 a)

11 b)

11 c)

12 a)

12 b)

12 c)

13 a)

13 b)

13 c)

14 a)

14 b)

14 c)

15 a)

15 b)

15 c)

16 a)

16 b)

16 c)

17 a)

17 b)

17 c)

18 a)

18 b)

18 c)

19 a)

19 b)

19 c)

20 a)

20 b)

20 c)

21 a)

21 b)

21 c)

22 a)

22 b)

22 c)

23 a)

23 b)

23 c)

24 a)

24 b)

24 c)

25 a)

25 b)

25 c)

26 a)

26 b)

26 c)

27 a)

27 b)

27 c)

28 a)

28 b)

28 c)

29 a)

29 b)

29 c)

30 a)

30 b)

30 c)

31 a)

31 b)

31 c)

32 a)

32 b)

32 c)

33 a)

33 b)

33 c)

34 a)

34 b)

34 c)

35 a)

35 b)

35 c)

36 a)

36 b)

36 c)

37 a)

37 b)

37 c)

38. Irudia DBHko 4. ikasmilako irakasle liburuen adibideak

Testu-liburuak curriculumeko edukiak jarraitzeaz gain, bertan agertzen den ordena berean aurkezten ditu, eta hori ez da beti egokiena. DBHko 2. ikasmilan esate baterako, funtzioen inguruko kontzeptuen deskribapen ondoen, funtzio motatariko lehena aurkezten du, proportzionaltasun-funtzioak ($y=mx$ modukoak), eta ondoren malda zer den eta nola kalkulatu den aurkeztu aurretik. Gainera ikasleek proportzionaltasuna zer den aurreko ikasmailatan ikasi dute eta kurtso honetan testu-liburuaren 8. gaian duten lehen mailako bi ezezagunen ekuazio sistema ebazterakoan, ordezkatzeko, berdintze eta laburtze metodoak ikusi aurretik, ekuazio linealak, hauen adierazpen grafikoak eta hauen bitartez ekuazio linealen sistemak ebazten ikasi dute ere. Liburuan eta curriculumean bi gai hauek urrutik badaude ere, Askatasuna BHIIn bata bestearen atzetik irakasten dira, hauen arteko loturarengatik.

Bestetik, DBHko curriculumean, Batxilergoan bezala, funtzioak multzo oso bat badu ere, DBHko lehen zikloan testu-liburuaren gaia bakarra du eta bigarren zikloan bi gai besterik, ez hamabi eta hamabost arteko gai kopurutako liburuak izanik. Batxilergoan hau aldatzen da eta gai gehiago eta luzeagoak eskaintzen zaizkio funtzioei, hauek analisi matematikoa duten garrantziagatik. Horretaz gainera DBHko 2. ikasmilako testu-liburuak 15 gai izanik, Funtzioen gaia 13.a da, eta honen garrantzia ikusita Askatasuna BHIIn aurreratu egiten da. Testu-liburuaren 8. gaia den Ekuazio Sistemen ondoren ematen da, eta ikasleek hauen oinarriak behar bezala barneratzeko sesio kopuru handian.

Kapitulu hauetan egindako analisiarekin, argi ikusten da ere curriculumak multzoetan banatuta badago ere, eta 1. multzoko edukiak besteen oinarri izanik, beste multzoetako edukiak gai zehatz bat jorratzean ere txertatu egiten direla. Horregatik hautatutako deskribatzaileetan multzo desberdinetako edukiak agertzen dira.

Azken hausnarketa moduan, Master Bukaerako Lan honetan Matematikako Funtzioen gaiaren ingurukoa bada ere, beste irakasgai batzuetan klimograma grafikoak erabiltzen direlako, hauen aipamena ere egin da. Honen arrazoia, funtzioen gaia irakatsitako modurengatik izan da. Aurrerago ikusiko dugun bezala, testu-liburua erabiltzeaz gain, ikasleei institutuko estazio meteorologikoak eskura jartzen dizkien datuen laginekin, proiektutxo bat egin dute. Proiektuaren ataletako batean klimograma bat egin dute, eta aurretik hauen ezagutza zuten LHko 6. ikasmilan Gizarte irakasgaietan eta DBHko 1. ikasmilan Geografia eta Historia irakasgaietan ikasitakoagatik. DBHko 4. ikasmilan klimogramak eta grafiko ezberdinen informazioa interpretatu eta hauetatik ondorioak ateratzen dituzte, Kultura Zientifikoa irakasgaietan.

II Atala:

Funtzioen ikasketa prozesu baten analisia Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzako 2. ikasmilan

Master Bukaerako Lanaren bigarren zati honetan, Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzako (DBH) 2. ikasmilako klase batean funtzioen ikasketa prozesu baten analisia eta azterketa egingo da.

Bigarren atala lau kapitulutan banatuta dago, bosgarrenetik zortzigarrenean. Bosgarren kapituluan testuliburuko Unitate Didaktikoaren analisia egiten da, eta seigarrenean testu-liburuak edo Estazio Meteorologikoaren Proiektuak sor ditzakeen zailtasunak eta erroreak aurreikusten dira, horien jatorri posibleen deskribapena egitez.

Zazpigarrenean, gaia irakasteko prestatutako Unitate Didaktikoa deskribatzen da, erabilitako metodologia, sesioen eta jardueren planifikazio kronologikoa eta ikasleei planteatutako proiektua, eta zortzigarren eta azken kapituluan, Practicum II irakasgaiaren egonaldiaren ekintza atalean ikasleekin izandako esperimenez aurkezten da, aurreko ezagutzen ariketa, ikasgelako jarduera, proiektuaren lanak, azterketa eta irakaskuntza prozesuaren galdetegiarekin.

Funtzioen ikaskuntza prozesua proiektu batekin lagunduta DBHko 2. ikasmilan

5. Kapitulu

Funtzioak erreferentziako testu-liburuan

Bigarren atalaren lehen kapitulu honetan, aurreko kapituluetan adierazitako testu-liburu berdinarekin analisiarekin jarraituko dugu, Burlatako Askatasuna BHIn gaia irakasteko oinarri dutena, eta bertan egindako Practicum II egonaldian erabilitakoa. Anaya-Haritz hezkuntza proiektuko Grupo Anaya, S.A. argitaletxeko DBHko 2. ikasmilako Matematika (J. Colera Jimenez, I. Gaztelu Albero, R. Colera Cañas, 2016) testu-liburua da, 3 aleetan banatuta dago eta 11-15 unitateak dituen 3. alean dago 14. Funtzioak gaia.

Hurrengo azpiatalen helburua Funtzioak unitate didaktikoaren egituraren analisia egitea da, matematikaren ezagutza eta heziketaren ikuspegi ontosimiotikoan (IOS) oinarrituta (*Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta*. Juan D. Godino, Vicenç Font, Miguel R. Wilhelmi, 2006).

5.1. Objektu matematikoak

Testu-liburuaren egokitasun epistemikoaren analisia egiteko, lehenik eta behin bertako objektu matematikoetan erreparatuko dugun hauek bait dira IOS-ek eskura jartzen dizkigun lanabes teorikoak. 6 objektu matematiko dira guztira (lengoaia, egoerak, prozedurak, kontzeptuak, propietateak eta argudioak) eta hauen banan-banako analisia egingo dugu.

5.1.1. Lengoaia

Lengoiaren azterketa burutzeko, objektu honek egoerak edo problemak deskribatzeko moduaren analisia burutuko dugu. Hau gauzatzeko lengoaia hiru multzotan banatuko ditugu, eta hauetako bakoitzean gure gaian jorratzen diren ezagutzaren deskribapenak sailkatuko ditugu.

Ahozkoa
<ul style="list-style-type: none">• Funtzioa, aldagaiak, erlazioa, aldagai askea, mendeko aldagaia, ardatz kartesiarrak, balioa, puntua, koordenatuak.• Gorakorra, beherakorra, konstantea, egonkor, maximoa, minimoa.• Balio-taula, etena, jarraia.• Abzisa, ordenatua, erlazio aljebraikoa, ekuazioa, adierazpen grafikoa.• Proporzionaltasun-funtzioa, proportzionala, zuzena, malda, hazkundea.• Funtzio lineala, funtzioa afina, goi-matematika, matematika aplikatua, ordenatu jatorria.• Funtzio konstantea, X ardatza, paraleloa, distantzia.• Kurba, gutxi gorabehera, intsolazio-funtzioa, zikloidea, zikloide alderantzikatua.

Grafikoa
<ul style="list-style-type: none"> • Plano kartesiarra. • Laukiduna, tartea, eskala, unitateak, proportzioa, etena. • Mozketa puntua, hazi, txikiagotu. • Puntua, lerroa, segmentu lerrozuzen, bikote ordenatua, kurba.
Sinbolikoa
<ul style="list-style-type: none"> • Orokorrak: +, -, ·, /, ², √, (,), • Neurri unitateak: °C, %, min, h, cm, m, km, km/h, €, €/h. • Aldagaiak: x, y, (x,y), a, b, m. • Funtzioak eta espresio aljebraikoak: $f(x)$, $y = \frac{a}{b}x$, $y = mx + n$, $y = k$

25. Taula Objektu matematikoak. Lengoia

5.1.2. Egoerak

Testu-liburuan aurretik ikusi dugun bezala, kontzeptu matematikoak lantzeko hiru jarduera motak daude, ariketak, problemak eta galderak. Hauetariko bakoitza bi egoeratan planteatu daiteke, testuingururik gabekoak edo testuingurua dutenak. Azken hauetan datuen irakurketa eta interpretazioa garrantzia handikoa da, eta eguneroko egoera errealak matematikarekin lotzen du.

Testuingururik gabekoak
<ul style="list-style-type: none"> • Adierazpen aljebraiko batetik datu taula bete edo adierazpen grafikoa egin. • Datu taula bateko datuekin adierazpen grafiko bat egin eta irudia interpretatu. • Adierazpen grafiko baten propietateak izendatu, datu taula bete, ekuazioaren adierazpen aljebraiko idatzi, edo problema ebatsi.
Testuingurua dutenak
<ul style="list-style-type: none"> • Egoera erreal baten grafiko batetik, funtzioaren propietateak izendatu, egoera deskribatu, datu taula bete, ekuazioaren adierazpen aljebraikoa idatzi edo problemaren erantzuna lortu. • Egoera errealaren deskribapenarekin, datu taula bete, ekuazioaren adierazpen aljebraikoa idatzi edo adierazpen grafikoa egin.

26. Taula Objektu matematikoak. Egoerak

5.1.3. Prozedurak

Irakaskuntza-ikaskuntza prozesuan testu-liburuak gaiaren ezagutza barneratzeko erabiltzen dituen prozesuak, honako hauek dira:

- Adierazpen grafiko batek funtzio bat adierazten duen edo ez jakitea.
- Funtzio baten adierazpen grafikoa interpretatzea eta informazioa ateratzea.

Funtzioen ikaskuntza prozesua proiektu batekin lagunduta DBHko 2. ikasmilan

- Funtzio baten adierazpen grafiko baten tarte gorakorra, beherakorra eta konstantea ikustea, hala nola maximo eta minimo aurkitzea.
- Balio taula baten adierazpen grafikoa egitea.
- Funtzioen ekuazio aljebraikoaren balio taula betetzea eta adierazpen grafikoa egitea.
- Ekuazio baten malda eta ordenatu jatorria kalkulatz adierazpen grafikoa egitea.
- Adierazpen grafikoetako funtzioak eta funtzioen maldak erlazionatzea.
- Funtzio baten adierazpen grafikotik ordenatu jatorria eta malda kalkulatz ekuazio aljebraikoa idaztea.
- Adierazpen grafikoetako funtzioak eta funtzioen ekuazioa aljebraikoak erlazionatzea.

5.1.4. Kontzeptuak

Funtzioen gaian agertzen diren kontzeptuak bi motatakoak dira, aurreko kurtsoetan ikasleak ikasitakoak (aurretiko kontzeptuak) eta horietan oinarrituta unitatean lehen aldiz ikusten dituenak (kontzeptu berriak). Azaldu beharra dago, letra etzanez idatzitako kontzeptuak ez daudela ikasmila horietako curriculumetan, baina bai hezkuntza proiektu honetako testu-liburuetan. Honako tauletan izendatuko dira:

Aurretiko kontzeptuak
<ul style="list-style-type: none"> • Adierazpen grafikoak, koordenatu kartesiarrak, X ardatza edo abzisa-ardatza, Y ardatza edo ordenatu-ardatza, koordenatu jatorria, puntua, bikote ordenatua. • Aldagai askea, mendeko aldagaia, aldagaien arteko erlazioa, funtzioa, proportzionaltasun-erlazioa, lerro zuzena, zuzen paraleloa. • <i>Proportzionaltasun-funtzioa, funtzio linealak (DBHko 1. ikasmilako testu-liburuan aurreratutako kontzeptuak).</i>
Kontzeptu berriak
<ul style="list-style-type: none"> • Gorakorra, beherakorra, konstantea, maximoa, minimoa, etena, jarraia. • Funtzioaren ekuazioa, malda, ordenatu jatorria, proportzionaltasun-funtzioa, funtzio lineala, funtzio afina, funtzio konstantea. • <i>Funtzio koadratikoa eta parabola, hots, funtzio koadratikoaren adierazpen grafikoa (DBHko 3. ikasmilako kontzeptuen aurkezpena).</i>

27. Taula Objektu matematikoak. Kontzeptuak

5.1.5. Propietateak

Ikasmila honetan kontzeptu matematikoen propietateak ikasleei zehatz-mehatz irakasten ez bazaie ere, testu-liburuan agertzen diren batzuk hauek dira:

- Funtzioak bi aldagai lotzen ditu eta x -ren (aldagai askea) balio bakoitzari y -ren (mendeko aldagaia) balio bakarra dagokio.

- Funtzioa gorakorra da tarte batean x handitzean y handitzen bada (hau da abzisa ardatza ezkerretik eskuinera mugitzean menpeko aldagaiak balio handiagoa hartzen badu). Beherakorra da baldin eta, x handitzean y txikitzen bada. Tarteko edozein x baliorako y -k balio berdina baldin badu, tarte horretan konstantea dela esaten da.
- Ordenatuak baliorik handiena hartzen duen puntuari funtzioaren maximoa esaten zaio eta ordenatuak baliorik txikiena hartzen duen puntuari, minimo deritzogu.
- Puntuen x eta y -ren artean erlazio aljebraikoa egonez gero, erlazio horri funtzioaren ekuazioa esaten zaio.
- Bi balio zuzenki proportzionala erlazionatzen dituen funtzioari proportzionaltasun-funtzioa esaten zaio. $y = mx$ ekuazioa du eta $(0,0)$ puntutik pasatzen den zuzenaren bidez irudikatzen da.
- Proportzionaltasun-konstantea, m , positiboa edo negatiboa izan daiteke. Zuzenaren malda esaten zaio eta zerikusia du horren inklinazioarekin. $y = mx$ zuzenaren m malda zuzen horren hazkundearen neurria da: m positiboa baldin bada, zuzena gorakorra da eta m negatiboa baldin bada, zuzena beherakorra da.
- $y = mx + n$ ekuazioa Y ardatza $(0,n)$ puntuan ebakitzen duen m maldako zuzenaren bidez adierazten da. n -ri ordenatu jatorrian esaten zaio.
- Malda bereko bi ekuazioei zuzen paraleloen bidez irudikatzen dira.
- $y = mx + n$ funtzioei funtzio lineal esaten zaie. $n = 0$ denean, proportzionaltasun-funtzioa da, $y = mx$.
- Goi-matematikan, $y = mx$ motakoei funtzio lineak esaten zaie eta $y = mx + n$ motakoei funtzio afin esaten zaie. Hala ere matematika aplikatuan, ekonomian esaterako, zuzenen bidez irudikatzen diren funtzioei esaten zaie lineal. (*Hau guztia oharra bezala adierazita dago testu-liburuaren ataltxo batean*).
- y -ren balioa x -ren mende ez duen $y = k$ funtzioari funtzio konstantea esaten zaio. X ardatzaren zuzen paralelo baten bidez irudikatzen da, horretatik k distantzian. Funtzio konstantearen malda 0 da.
- $y = k$ funtzio konstantea funtzio lineala da, $y = mx + n$, horretan $m = 0$ izanik.

5.1.6. Argudioak

Propietateak arrazoitzeko testu-liburuan dauden argudioak bi motatakoak dira, eta elkarren osagarriak dira. Batetik adibide eta ariketa ebatziz egiten dena eta bestetik adierazpen grafikoaren emaitzak modu analitikoan azalaraziz.

Azpiatal batzuetan hauetako modu bakarrean argudiatzen dute, eta beste batzuetan biak erabiltzen dituzte azalpenak argiagoak izateko. Honen guztiaren zehaztasun gehiago kapitulu honen hurrengo atalean ikusiko dugu.

5.2. Unitate Didaktikoaren analisi orokorra

Azpiatal honetan testu-liburuaren funtzioen inguruko unitate didaktikoaren analisia egingo da, gaiaren egitura, bertan agertzen diren atalak eta atal bakoitzean komunak diren osagaiak. Ikasleek hauen bitartez, ikaskuntza prozesuan parte hartzen

duten lengoia, prozesu, egoera eta argudioekin, kontzeptu, propietate eta ezagutza berriak modu sistematikoan barneratzen dituzte.

5.2.1. Gaiaren aurkibidea

Gaiak 12 azpi-atal ditu, zenbakituta dauden izenburuak gaiak aurkezten dituen kontzeptu eta prozedurenak izanik, taula honen bitartez aurkeztuko dira:

Azpi-atala	Orrialdeak
<i>Sarrera</i>	256-257
1. <i>Funtzio kontzeptua</i>	258
2. <i>Gorapenak, beherapenak, maximoak eta minimoak</i>	259
3. <i>Balio-taulen bidez emandako funtzioak</i>	260
4. <i>Haien ekuazioaren bidez emandako funtzioak</i>	261
5. <i>Proporzionaltasun-funtzioak: $y = mx$</i>	262-263
6. <i>Zuzen baten malda</i>	264-265
7. <i>Funtzio linealak: $y = mx + n$</i>	266-267
8. <i>Funtzio konstanteak: $y = k$</i>	268
<i>Ariketak eta problemak</i>	269-273
<i>Matematika-lantegia</i>	274
<i>Amaiera</i>	275

28. Taula Unitate didaktikoaren aurkibidea

5.2.2. Egitura

Anaya-Haritzza hezkuntza proiektuko matematika testu-liburuek antzeko egitura dute gai guztiak jorratzeko. Ikasleak atal bakoitzean dituen eduki berriak antolatzen modua, egitura zehatz eta errepikakorraren bitartez egiten da. Berdin dio kontzeptu berriak hausnartu eta barneratzeko gaia den (bi lehendabizikoen modukoak) edo horretaz gain prozedura berrien deskribapena eta trebakuntza egiten den (hurrengo 6 gaiak), guztietan osagai mota zehatz batzuk erabiltzen dira. Hauetako bakoitza kolore zehatz batez laukituta edo atzealdea margotuta erraz identifika daitezke, atalaren testu orokorrari erantsita agertzen direlarik.

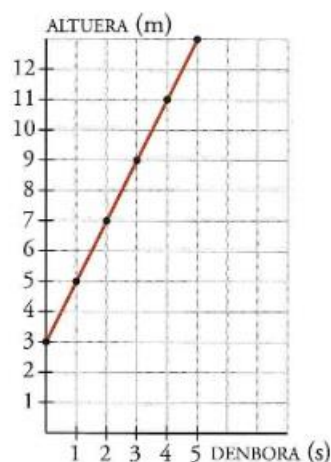
Osagai mota hauek guztiak agertzen direlako, 7. *Funtzio linealak: $y = mx + n$* : gaia aukeratu da, hauen irudiak aurkezteko. Hauetaz gain, *Ariketak eta problemak* ataleko osagai berezi baten eta *Matematika-lantegia*-ko beste osagai baten irudiak ere aurkeztuko dira, bertan bakarrik agertzen badira ere interesgarriak direlako. Beraz, hauek dira agertzen diren osagaiak:

- *Testu orokorra*: Gaiaren kontzeptuen azalpen nagusia egiten den orrialdearen atal nagusia da, gehienetan egoera deskribatzen duen marrazki batekin osatutakoa.



Dianak bere drona hegan jarri nahi du 3 m-ko altueran dagoen terrazatik. Drona segundoko 2 m-ko abiadura doa gorantz. Ondorioz, dronaren altuera, igotzen ari den denboraren arabera, honako hau da:

- 0 segundo \rightarrow 3 m
- 1 segundo $\rightarrow 3 + 1 \cdot 2 = 5$ m
- 2 segundo $\rightarrow 3 + 2 \cdot 2 = 7$ m
- 3 segundo $\rightarrow 3 + 3 \cdot 2 = 9$ m
- 4 segundo $\rightarrow 3 + 4 \cdot 2 = 11$ m
- 5 segundo $\rightarrow 3 + 5 \cdot 2 = 13$ m



DENBORA (s)	0	1	2	3	4	5	...	x
ALTUERA (m)	3	5	7	9	11	13	...	$3 + 2x$

Altuera denboraren arabera lortzen da honako ekuazio honen bidez:

$$y = 3 + 2x$$

39. Irudia Testu orokorra

- **Laburbilduz:** Atzealdea horiz margotuta eta letra lodiz kontzeptu nagusiak gailenduz, azpiatalaren kontzeptu eta definizio garrantzizkoenak biltzen ditu.

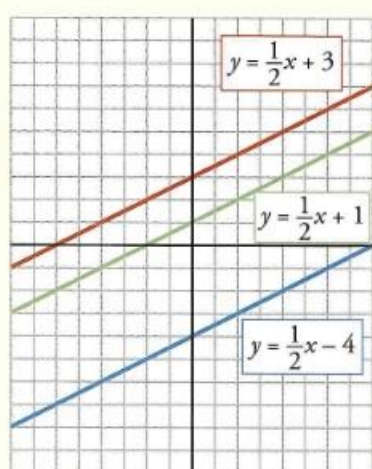
$y = mx + n$ ekuazioa Y ardatza $(0, n)$ puntuan ebakitzen duen m maldako zuzenaren bidez adierazten da.

n -ri **ordenatua jatorrian** esaten zaio.

Malda bereko bi ekuazio zuzen paraleloen bidez irudikatzen dira.

$y = mx + n$ funtzioei **funtzio lineal** esaten zaie.

$n = 0$ denean, proportzionaltasun-funtzioa da, $y = mx$.



40. Irudia Laburbilduz

- **Ariketa ebatiak:** Urdinez laukituta, gaian aurkeztutako definizioekin jarduerak nola gauzatu behar diren adierazteko osagaia da.

Ariketa ebatiak

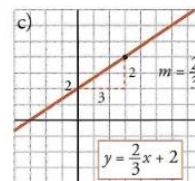
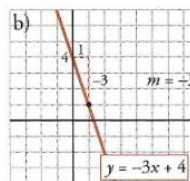
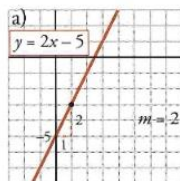
1. **Honako funtzio hauek irudikatzea:**

a) $y = 2x - 5$

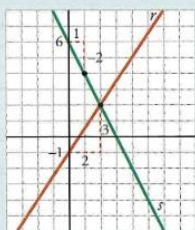
b) $y = -3x + 4$

c) $y = \frac{2}{3}x + 2$

- a) $y = 2x - 5$ irudikatzeko, $m = 2$ eta $n = -5$ direla hartuko dugu kontuan. Ondorioz, $(0, -5)$ -etik pasatuko den eta maldatar 2 duen zuzena (1 aurrera, 2 gora) marraztuko dugu.
- b) Aurreko kasuan bezala jokatuz, $(0, 4)$ -tik pasatuko den eta -3 malda (1 aurrera, 3 behera) izango duen zuzena marraztuko dugu.
- c) Zuzena $(0, 2)$ -tik pasatuko da eta malda $2/3$ izango da (3 aurrera, 2 gora).



2. **Irudikatu diren bi zuzenen ekuazioak ateratzea.**



Zuzenak direnez, bien ekuazioa $y = mx + n$.

• r -ren ekuazioa:

$(0, -1)$ -ctik pasatzen da. Ondorioz, $n = -1$.

2 aurrera egiten duenean, 3 igotzen da. Horren malda $m = \frac{3}{2}$ da.

Ekuazioa da: $y = \frac{3}{2}x - 1$.

• s -ren ekuazioa:

$(0, 6)$ -tik pasatzen da. Ondorioz, $n = 6$.

1 aurrera eginez gero, 2 jaisten da. Malda $m = \frac{-2}{1} = -2$ da.

Horren ekuazioa da: $y = -2x + 6$.

3. **Ordenatua 3 jatorrian eta malda $-0,4$ dituen r zuzenaren ekuazioa idaztea.**

Ekuazioa malda horrekin idatz dezakegu:

$$y = 3 - 0,4x$$

Edo malda zatiki baten bidez adieraz dezakegu errazago irudikatzeko:

$$y = 3 - \frac{2}{5}x$$

41. Irudia Ariketa ebatiak

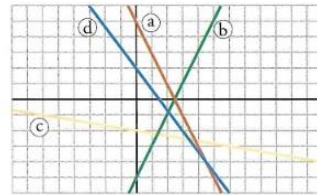
- **Jarduerak:** Marroiez laukituta, atalean ikasitakoa praktikatzen osagaia da, ariketa, problema eta galderako motakoak izan daitezke.

Pentsatu eta egin

1. Irudikatu honako funtzio hauek:

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| a) $y = -2x + 5$ | b) $y = x - 3$ |
| c) $y = \frac{2}{3}x - 4$ | d) $y = \frac{3}{2}x + 4$ |
| e) $y = -x - 1$ | f) $y = 0,8x - 6$ |
| g) $y = \frac{3}{5}x + 1$ | h) $y = -0,625x + 1$ |

2. Idatzi honako funtzio hauen ekuazioak:



42. Irudia Jarduerak

- **Oharrak:** Horiz laukituta, atalaren ñabardurak adierazteko erabiltzen da, informazio gehigarria bezala.

Hartu kontuan

Zuzenen bidez irudikatzen diren funtzioen ekuazioa honako hau da:

$$y = mx + n$$

$n = 0$ izanez gero, honako proporzionaltasun-funtzio hau dugu:

$$y = mx$$

43. Irudia Oharrak

- **IKTak:** Urdinez eta ordenagailuaren sagu baten irudiarekin adierazita, webgunean eskura dagoen euskarri informazioaz berri ematen du. Kasu batzuetan Geogebra-ren ikonoa erantsita, honen erabilera egingo denaren adierazgarri.

Webgunean

Praktikatu $y = mx + n$ funtzioekin.

44. Irudia IKTak

- **Ikasi problemak ebazten:** Atzealdea marroiez margotuta, *Ariketak eta problemak* atalean problemei aurre egiteko gomendio edo iruzkinak azaltzeko erabiltzen den osagaia.

Ikasi problemak ebazten

Madriren eta Buenos Airesen batez besteko tenperaturak hartu dira urtebetean zehar. Emaitzak honako grafiko honetan ageri dira.

a) Zer hiriri dagokio funtzioetako bakoitza? Arrazoitu erantzuna.

b) Zer alditan datoz bat tenperaturak? Ba al du zentzurik?

c) Hartu kontuan Madriko eta Buenos Aireseko tenperaturen arteko aldea. Irudika ezazu urtarrilaren 1etik apirilaren 30erako tartean.

Egiatzatu enuntziatua ulertu duzula.

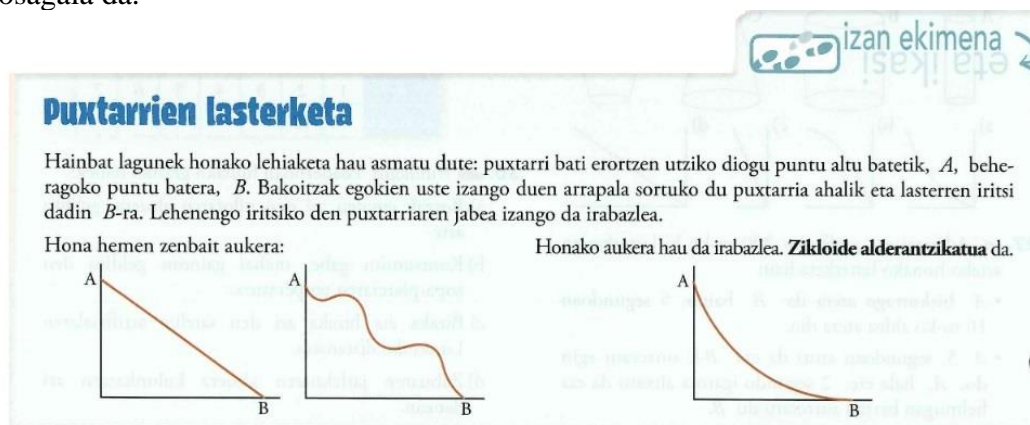
Zer hiletan da uda ipar hemisferioan eta zeinetan hego hemisferioan? Zer hemisferiotan dago hiri bakoitza? Zer esan nahi dute kurbetako ebaki-puntuak? Zer balio du Madriko eta Buenos Aireseko tenperaturen arteko aldea urtarrilaren batean? Eta apirilaren 30ean?

Pentsatu zer bide egingo duzun problema ebazteko. Zer jakin behar duzu?

Zer kurbak ditu baliorik handienak — Kurba gorriak tenperatura handiagoa du ekainean,

45. Irudia Ikasi problemak ebazten

- *Izan ekimena*: Atzealdea urdinez margotuta, *Matematika-lantegia* atalean gaiarekin lotuta baina curriculumaz haratago doan kontzeptu bereziak aurkezteko osagaia da.



Puxtarrien lasterketa

Hainbat lagunek honako lehiaketa hau asmatu dute: puxtarri bati erortzen utziko diogu puntu altu batetik, *A*, behe-ragoko puntu batera, *B*. Bakoitzak egokien uste izango duen arrapala sortuko du puxtarria ahalik eta lasterren iritsi dadin *B*-ra. Lehenengo iritsiko den puxtarriaren jabea izango da irabazlea.

Hona hemen zenbait aukera:

Honako aukera hau da irabazlea. **Zikloide alderantzikatua** da.

46. Irudia izan ekimena

5.2.3. Azpi-atalak

Aurkibidean aurkeztutako azpi-atalen deskribapena eta testu-liburuan *Laburbilduz* osagai motako irudia txertatuta aurkeztuko da, gaiaren laburpen gisa:

Sarrera: Funtzioen beharra eta hauen sorrera zein izan zen azaltzen du, egoera erreal desberdinen deskribapenekin argudiatuz, eta kokapen historikoa egiten du matematikari nabarmenen aurkezpenarekin batera. Gaiarekin hasi aurretik adierazpen grafiko pare baten bitartez galdera erraz batzuk proposatzen ditu eta ikasleen aurretiko ezagutza zein den jakiteko ariketatxo bat ere.

1. *Funtzio kontzeptua*: Funtzioaren definizioa, aldagai askea eta menpeko aldagaia aurkezteko adierazpen grafikoen adibideak erabiltzen ditu, eta ariketa ebatzi erraz baten ondoren hiru jarduera proposatzen ditu. Azkenik webgunean jarraitzeko IKT osagaia agertzen da.

Funtzioak bi aldagai lotzen ditu. Orokorrean, *x* eta *y* letren bidez izendatzen dira:

- *x* **aldagai askea** da.
- *y* **mendeko aldagaia** da (horren balioa *x*-ren balioaren mende dago).

Funtzioak *x*-ren balio bakoitzari *y*-ren balio **bakarra** elkartzen dio.

Funtzioaren portaera argi antzemateko, funtzioa era grafikoan adierazten da kartesiar ardatzetan.

47. Irudia Funtzio kontzeptua

2. *Gorapenak, beherapenak, maximoak eta minimoak*: Gorakorra, beherakorra, konstantea, maximo eta minimo kontzeptuak aurkezteko irudi bat erabiltzen du eta bertan dauden elementu eta tarteak definitzen ditu. Ondoren adibide zabalago baten bidez hauek berriz deskribatzen ditu eta jarduera bat proposatzen du. Ohartxo batean adibidearen tarte bakoitzaren deskribapena azpimarratzen du eta webgunean gehiago praktikatzeko IKT osagai txertatzen da.

Funtzioa **gorakorra** da tarte batean x handiagotzen baldin bada (hau da, ezkerretik eskuinera zeharkatuz), y handiagotzen baldin bada.

Beherakorra da baldin eta, x handiagotuz gero, y txikiagotzen bada.

Balio bera tarte osoan gordez gero, tarte horretan **konstante** dela esaten da.

Ordenatuak baliorik handiena hartzen duen puntuari funtzioaren **maximo** esaten zaio eta ordenatuak baliorik txikiena hartzen duen puntuari, **minimo** deritzogu.

48. Irudia Gorapenak, beherapenak, maximoak eta minimoak

3. *Balio-taulen bidez emandako funtzioak*: Balio taulen bidez adierazpen grafikoa lortzeko adibide pare bat aurkezten ditu, funtzio eten eta jarraitasuna ohar baten bitartez deskribatuz. Jarduera pare bat proposatzen ditu eta azpi-atalaren prozedurekin gehiago praktikatzeko IKT osagaia agertzen da.
4. *Haien ekuazioaren bidez emandako funtzioak*: Funtzioen ekuazio bidezko adierazpen aljebraikotik balio-taula bete eta adierazpen grafikoa nola egiten den adibide baten bitartez aurkezten du, eta ohar batean diagrama baten bitartez pauso hauen ordena azpimarratzen du. Ariketa ebatzi batekin pausu hauen adibide berezi bat aurkezten du, bertan funtzio koadratikoen sarrera eginez eta ekuazioaren adierazpen grafikoa parabola ere irudikatuz. Prozedura praktikatzeko lau jarduera proposatzen ditu, bi azkenak funtzio koadratikoenak direlarik, eta IKT osagai pare bat agertzen dira webgunean gehiago praktikatzeko, bigarrena Geogebra lehen adibideekin.

Funtzioak haietako puntu batzuk ezagutarazten dituzten balio-taulek eman ditzakete.

Puntuen x eta y -ren artean erlazio aljebraikoa egonez gero, erlazio horri **funtzioaren ekuazio** esaten zaio.

Funtzio baten ekuazioa ezagutuz gero, horretatik, funtzioa adierazteko behar izango diren adina puntu atera daitezke.

49. Irudia Haien ekuazioaren bidez emandako funtzioak

5. *Proporzionaltasun-funtzioak*: $y = mx$: Proporzio kontzeptua orrialde oso batean aurkezten du marrazki batean, adibide baten hiru jostailu eta hauen jokaera definitzen dituen balio-taula, adierazpen grafiko eta adierazpen aljebraiko banarekin. Hurrengo orrialdean ekuazio horien konparaketa egiteko adierazpen grafiko bakarra eta maldaren aurkezpena egiten da. Ariketa ebatzi bat eta jarduera pare proposatzen dira azpi-ataleko kontzeptu eta prozesuekin praktikatzeko, eta azkenik webgunean jarraitzeko IKT osagaia.

Bi balio zuzenki proporzional erlazionatzen dituen funtzioari **proporzionaltasun-funtzio** esaten zaio.

$y = mx$ ekuazioa du.

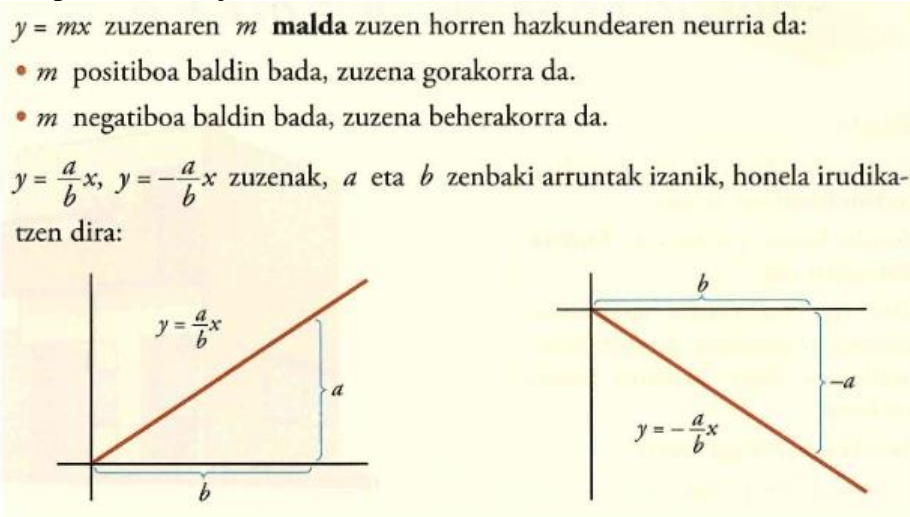
(0, 0) puntutik pasatzen den **zuzenaren** bidez irudikatzen da.

Proporzionaltasun-konstantea, m , positiboa edo negatiboa izan daiteke. Zuzenaren **mald**a esaten zaio eta zerikusia du horren inklinazioarekin.

50. Irudia Proporzionaltasun-funtzioak

6. *Zuzen baten malda*: Grafikoki malda kalkulatzeko bost adibide aurkezten dira lehen orrialdean. Adibide bakoitzaren ekuazioaren adierazpen aljebraikoa, adierazpen grafikoa eta honen sinplifikazioa eta azkenik idatziz deskribapena egiten da.

Hurrengo orrialdean maldaren definizio formala ematen da eta hiru jarduera proposatzen dira, adierazpen grafikotik ekuazioa lortzeko eta alderantziz, ekuaziotik adierazpen grafikoa marrazteko. IKT osagai pare bat ere agertzen dira praktikatzeko jarraitzeko.



51. Irudia Zuzen baten malda

7. *Funtzio linealak*: $y = mx + n$: Funtzio motekin jarraituz orokorra aurkezteko marrazki bat, honen deskribapen idatzia, balio-taula eta adierazpen grafikoa erabiltzen ditu eta ondoren, ordenatua jatorrian eta funtzioaren definizio formalagoa egiten du. Ohar baten bitartez Goi-matematikan eta matematika aplikatuetan funtzio hauen izendatze desberdinen inguruko azalpena egiten da, eta beste batean proportzionaltasun funtzioa berariazko funtzio lineala dela adierazten du. Kontzeptu berri hau lantzeko hiru IKT osagai agertzen dira.

Hurrengo orrialdean, gaiaren mamia duen azpi-atala hau izanik, hiru ariketa ebatzi agertzen dira eta jarduera pare bat proposatzen ditu. Eta azkenik gehiago praktikatzeko IKT osagaia.

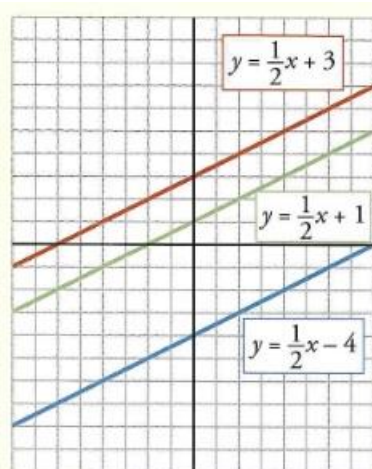
$y = mx + n$ ekuazioa Y ardatza $(0, n)$ puntuan ebakitzen duen m **maldako** zuzenaren bidez adierazten da.

n -ri **ordenatua jatorrian** esaten zaio.

Malda bereko bi ekuazio zuzen paraleloen bidez irudikatzen dira.

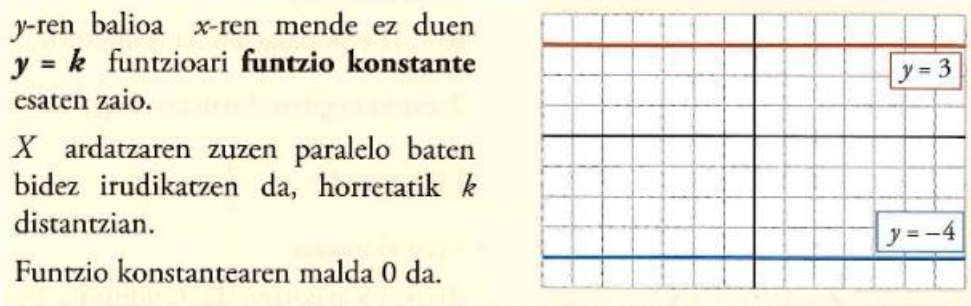
$y = mx + n$ funtzioei **funtzio lineal** esaten zaie.

$n = 0$ denean, proportzionaltasun-funtzioa da, $y = mx$.



52. Irudia Funtzio linealak

8. *Funtzio konstanteak*: $y = k$: Marrazkirik gabeko hiru adibideren, deskripzio idatzia, balio-taula eta adierazpen grafikoekin funtzio konstantea aurkeztu ondoren honen definizio formala egiten du. Ohartxo batean funtzio konstantea berariazko funtzio lineala dela adierazten du. Eguneroko egoera baten ariketa ebatziaren ondoren hiru jarduera proposatzen ditu.



53. Irudia Funtzio konstanteak

Ariketak eta problemak: Taldekatutako 5 jarduera orrialde daude ikasitakoa praktikatzeko. Hauek dira 9 taldeen izenburuak: *Puntuak irudikatzen eta interpretatzen*, *Funtzio kontzeptua*, *Grafikoak interpretatzen*, *Funtzioak adieraztea*, *Funtzio linealak*, *Funtzio etenak*, *Ikasi problemak ebazten*, *Ebatzi problemak* eta *<<+>> problemak*. Talde bakoitzean zailtasuna igoz doa eta hiru barratxo dituen ikono baten bidez adierazten da.

Matematika-lantegia: Gaian modu sakonagoan jarraitu nahi duen ikaslearentzat da azpi-atal hau eta zikloideen sarrera bat da. Bi atal ditu, *Irakurri eta jo informazio bila* eta izan ekimena motako *Puxtarrien lasterketa*.

Amaiera: Bukatzeko *Trebatu problemak ebatziz* izeneko jarduera pare bat eta azterketa egin aurreko *Autoebaluazio* atal ditugu azken orrialdean gaiarekin bukatzeko.

5.3. Beste alderdi garrantzitsuak eta baliabideak

Aurreko kapituluan aipatu den bezala, testu-liburuan funtzioen gaia 13.a bada ere, Askatasuna BHI 8.a den ekuazio-sistemen ondoren irakasten da. Curriculumean ere nahiko urrun badaude ere, 2. *Multzoa. Zenbakiak eta aljebra*-n, hauen arteko lotura argia da, besteak beste, ekuazio-sistematik ebazteko grafikoki ere egiten delako.

Testu-liburuak marrazki, irudi eta adierazpen grafiko asko baditu ere, baita webgunean ikasleak praktikatzeko jarduera batzuk, ikasgelan ohiko klariona erabiltzeko arbela pareta izateaz gainera, telebista adimentsu handi bat dago. Honetan baliagarriak izan daitezken baliabideak erabili daitezke, eta Geogebra bezalako aplikazioa aurkeztu eta erakutsi zaie. Honen bitartez adibide dinamikoak egin ahal izan dira, haien partaidetza eta haiekin elkarrekintza sustatuz, eta jardueran sortutako zalantzak argituz.

6. Kapitulu

Unitate Didaktikoa lantzerakoan agertu daitezkeen zailtasunak eta aurreikusi daitezkeen erroreak

Kapitulu honen helburua DBHko 2. ikasmilian ikasleek funtzioak gaiaren klaseetan ikaskuntza-prozesuan izan ditzaketan zailtasunak eta erroreak aurreikustea da. Lana egoki eginez gero ikasgelan hauei behar bezala eta azkar irtenbidea eman diezaiokegu. Hauen inguruko ikerketa asko dago, kapitulu honen analisia egiteko hauetako bat oinarri hartu delarik (Alpízar, Fernández, Morales, Quesada, 2018).

6.1. Zailtasunak

Ikaskuntza-prozesuaren parte diren alderdi askok zailtasunak sor ditzake, batez ere ikasle, gaia, irakaslea edo ikastetxea bera, hezkuntza mikro-sistema, bakan batzuk hezkuntza makro-sisteman jatorria izan badezakete ere (Socas, 1997). Hauen iturburu anitza izan daiteke, eta ohikoa da hauen arteko elkarrekintza ematea ere. Azpi-atal honetan zailtasunak iturburuaren arabera sailkatuko ditugu:

- Objektu matematikoen konplexutasunari lotutako zailtasunak: hauek ohiko lengoaia eta lengoaia matematikoaren arteko aldeak sor ditzakeen arazoak sortutako zailtasunak dira. Adibidez:
 - Koordinatu ardatzak bi direla, abzisa eta ordenatua. Beraz koordinatua bikote ordenatu bat da (x, y) , eta ordenatua honen y balioa soilik. Adierazpen grafikoa agertu edo egiten den bakoitzean hau azpimarratzea eta ikasleei galdetzea egokia izan daiteke, elkarrekintza horrek bien arteko aldea ikusten lagunduko dielako.
 - Abzisa X ardatzari dagokiola eta ordenatua Y ardatzari. Eta abzisaren balio aske bakoitza ordenatuaren menpeko balioa duela. Aurreko kasuan bezala, garrantzitsua da behin eta berriz kontzeptu hauek adieraztea eta haiekin elkarrekintza izatea.
 - Hauekin batera ohiko izaten da puntu bat definitzean (x, y) eta (y, x) puntu berdina dela pentsatzea. Aurrekoekin bezalaxe.
 - “Funtzioak x -ren balio bakoitzari y -ren balio bakarra elkartzen dio” definizioa behar bezala ez ulertzea. Kontzeptu behar bezala barneratzeko egunero definizioarekin hastea lagun diezaieke.
 - Maximoa eta minimoa absolutua edo erlatiboa izan daitekeela. Funtzio bat gorakorra izatetik beherakora izatera pasatzen den puntua maximo erlatiboa da, eta alderantziz minimoarekin, eta hauetako handiena eta txikiena bakarrik izango dira maximo absolutua eta minimo absolutua. Testu-liburuko adibideaz gain arbelean funtzio berri bat eta hauetan agertzen diren maximo eta minimo erlatiboak eta absolutuak zeintzuk diren galdetu behar zaie.
 - Maldaren definizioa ulertzea. Malda positibo denean, funtzioa gorakorra dela, negatiboa denean beherako eta 0 denean konstantea dela barneratu behar dute, eguneroko adibideekin argudioa indartuz. Ikasleren bat

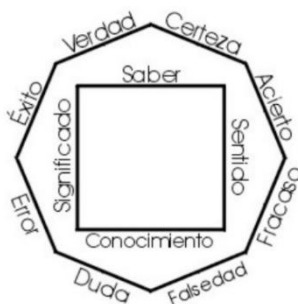
- arbelera ateratzea gomendagarria da, haien arteko ezagutza partekatzea sustatuz.
- Malda edo ordenatu jatorrian zatiki negatiboak direnean, eragiketak burutzeko arazoak. Zatikia osorik zenbaki bat dela ulertzen ez dutenek, hau negatiboa denean ez dute argi eragiketa egin ondorengo emaitzaren zenbaki hamartarra seinu berekoa den. Aurrekoaren berdina, ikaskideen azalpena askotan ulergarriagoak gertatzen zaizkie.
 - Balio-taulak betetzeko aldagai askeari balioak emanaz, menpeko aldagaiaren balioa kalkulatzeko arazoak. Jardueran osoko zenbakiak dituen azpi-jarduerekin hasi, zatikiak ondoren sartu eta azkenik zenbaki hamartarrak. Berdintsu berreketa edo erroketekin, aurretik biderketak eta zatiketak dituen azpi-jarduera proposatuko zaie.
 - Gehiegizko informazioak ez du laguntzen. Kontzeptu berri batekin eragiketa egiteko modu sinpleena eta bakarra erakustea egokiena da.
 - Beharrezkoa ez den informazioa kaltegarria izan daiteke. Testu-liburuko ohar batzuetan agertzen den informazioa, adibidez goi-mailako eta matematika aplikatuetan funtzio linealak gauza ezberdinak izendatzen dituela, baten bati buru nahastea sortzen ahal dizkio. Inork galdetzekotan matematikak esparruaren arabera hiztegi desberdina erabiltzen duen arren, adierazpen grafiko edo aljebraikoa berdina dela erantzun daiteke, eta egunerokotasuneko hiztegi adibideren bat jar daiteke (napolitana/garrote).
 - Jarduera batzuen ebazpenean pausuak saltatzen dituzte. Hau ekidin behar da, pausu guztiak banan bana egiteak ebazpena behar bezala gauzatzean laguntzen duelako. Argudio moduan, kalifikazioan tarteko puntuazioa erabiliko dela esatea erabilgarria izan daiteke.
 - Kalkulagailuaren erabilera. Gauza zehatz batzuetarako bakarrik erabiltzea da egokiena, eta aurretik hau argitu behar zaie eragiketak eskuz garatzen praktika har dezaten.
- Pentsamendu matematikoaren prozesuarekin lotutako zailtasunak: irakasleak arbelean marrazteko moduak edo ohiko irudi estandarrek sortutako arazoak, ohikoena triangelu baten oinarria ordenatu ardatzaren paraleloa izan behar duela pentsatzea da. Adibidez:
 - Irakasleak arbelean funtzioak beti lehen koadrantean marrazten baditu, beste edonon marraztutako lerroa funtzioa ez dela pentsa dezake beraz beti berdina eta lehen koadrantean marraztea ideia txarra da.
 - Funtzio lineak segmentu bat direla pentsatzea. Zati bat bakarrik marrazten bada ere, funtzioa infinitua dela adierazi behar zaie.
 - Ordenatua jatorrian ez duela zertan $(0, 0)$ puntua izan behar. Adierazpen grafiko baten malda kalkulatzeko, lehendabizi ordenatua jatorrian zein den aurkitu, eta kalkuluak puntu horretatik hasi behar direla argi azaldu behar da.
 - Zenbaki dezimalak behar bezala ez ulertzea. Jarduerak osoko zenbakiekin eta zatikiekin soilik egiten badira, malda edo ordenatua jatorrian kalkulaterik ez dute izango, horregatik hori ekidin behar da.

Funtzioen ikaskuntza prozesua proiektu batekin lagunduta DBHko 2. ikasmilian

- Ekuazio sistemen eta funtzioen ekuazioak, funtzio linealak direla. $y = mx + n$ eta $ax + by + c = 0$ berdina direla $m = -\frac{a}{b}$ eta $n = -\frac{c}{b}$ izanik, arbelean pausoz-pauso egitea ideia ona da.
- Ikaslearen garapen kognitiboarekin lotutako zailtasunak: ikasleen burmuinaren atal batzuen garapena hasi berria izanik, abstrakzioa egitea kostatzen zaie.
 - Adierazpen grafikoetan ardatzen balioen eskala eta unitateen esanahia ez dute beti behar bezala ulertzen. Problemetan batez ere testuingurua ikasleen eguneroko bizitzan oinarrituta izatea gomendatzen da abstrakzio maila txikitzeko.
 - Sarrerako irudiko definizioak erakargarriak izan behar dute, eta batez ere ulergarriak. $x \in X, y \in Y, f: X \rightarrow Y$ eta $y = f(x)$ lehen orrialdeko irudian agertzen diren adierazpenen zorrotasun matematikoa ikasle batzuentzat gehiegizko izan daiteke.
- Ikaslearen Matematikarekiko jarrerarekin lotutako zailtasunak: Trebetasun handiko ikasle batzuk irakasgaiarekiko errefusa izan dezakete, blokeo egoera batean murgilduta edozer gauza zail egiten zaielarik.
 - Adierazpen aljebraiko bat ikusi ahala blokeatzen dira. Ikasgelako pantaila eta Chromebookaren bitartez, eduki berriak errotzeko dinamikoak diren jarduerak proposatzea egokia da, Geogebra erabiliz esate baterako.
 - Aurreko ikasgaiekin lotura duten eduki berriak ez dituzte elkar lotzen. Gai bat ulertzea lortu denean, honekin lotura duen gaia hauekin modu esplizituan lotzea ideia indartsua da.
 - Testuingurua garrantzitsua da. Gizartearen joera eta nerabeen gustukoak diren jardueren testuinguruak moldatzea ikasketa-prozesua esanguratsuago bihurtzen du.
 - Irakasgaiari errefusa egiten dioten ikasleak daude. Hauek identifikatu eta haiei galderak zuzendu eta arbelera ateratzea, blokeoa saihesten laguntzan du.

6.2. Erroreak eta horien iturburua

Jarduera matematikoan erroreak duen tokia 54. irudian azaltzen da (Wilhelmi, 2009). Bertan “egia, ziurtasuna, asmatzea, arrakasta” eta “gezurra, zalantza, akatsa, porrota” elkarren kontrako hitzak dira, eta “ezagutza, jakintza, zentzua eta esanahia” hitzekin erlazio estua dute, eta hauek ere binakako erlazioa dute. Lehen hitzak positibotzat ditugun bitartean hauen kontrakoak negatiboak direla uste dugu, baina beharrezkoak dira matematikaren kontzeptu berrien ikasketan. Jardueretan, kutsu negatiboa duten hitzak deskribatzen duten egoeratik positibora iragatean, jakintza ezagutzan bihurtuz.



54. Irudia Erroreak duen tokia

Ikasketan beraz, ikasleak akatsak izatea ohikoa da ezagutza lortzeko bidean. Hauek sailka daitezke errore edo porrota bezala. Errorea ere bitan bana dezakegu, anekdotikoa edo ez-anekdotikoa. Modu berean ez-anekdotikoa bitan bana daitezke, errepikakorra edo ez-errepikakorra bada. Eta azkenik errepikakorra dena iraunkorra izan daiteke edo ez-errepikakorra. Errorea, ez-anekdotikoa, errepikakorra eta iraunkorra den akats mota, oztopoa dela esango dugu. Hau guztia hurrengo irudian azaltzen da:

$$Akatsa \begin{cases} Errorea \\ Porrota \end{cases} \begin{cases} Ez - anekdotikoa \\ Anekdotikoa \end{cases} \begin{cases} Errepikakorra \\ Ez - errepikakorra \end{cases} \begin{cases} Iraunkorra \\ Ez - iraunkorra \end{cases} \rightarrow Oztopoa$$

55. Irudia Akats motak

Akats bat porrota dela esango dugu, ikasleak beharrezko baliabiderik ez dituenean, irakaslea da honen erantzule eta ikasleari beharrezko baliabideak eman beharko dizkio jarduera behar bezala jorratzeko. Irakasleak aldiz behar bezala irakasten badu, ikasleak baliabideak ditu baina erroreak izaten dira, eta izatez ikasleak hezten ohikoa da. Errore mota ezberdinak daudela ikusi dugu, eta irakaslearen lana da hauen analisia egitea. Irudian agertzen den sailkapeneko arrazoen deskribapena honako hau da:

- Anekdotikoa: Talde bateko ikasle zehatzek egiten duten akatsa, ez du objektu matematikoa behar bezala ulertu edo hanka sartze bat izan du.
- Errepikakorra: Baldintza bereko talde desberdinetan ematen den akatsa, objektu matematikoa behar bezala ulertu ez delako.
- Iraunkorra: Urtetik urtera ematen den akatsa, aurrekoetan bezala objektu matematikoa gaizki ulertu delako.

Hau guztiagatik ikasleen erroreak ikustea garrantzitsua da, irakasleak beharrezko laguntza eskainiz, baina batez ere oztopoak topatzeko, hauek errore mota garrantzitsuena direlako. Hauen azterketa egiteko oztopoak iturburuaren arabera sailka daitezke:

- Ontogenikoa edo kognitiboa: Ikaslearen burmuinaren garapen neurofisiologikoak mugatzen du.
- Didaktikoa edo heziketakoa: Hezkuntza prozesuan hartutako erabakiak dira hauen jatorria, instituzioa, ikastetxea, irakaslea, testu-liburua edo eta erabilitako metodologia da.
- Epistemologikoa edo ezagutzakoa: Aurreko ezagutzak muga dezake berri baten ulermena.

Ager daitezkeen errore batzuk jardueraren arabera zerrendatuta:

- Adierazpen grafikoak
 - Koordinatu ardatzak (0,0) puntutik ez hastea
 - Eskalaren proportzioa ez gordetzea
 - Puntu baten x eta y balioak nahastea
 - Zuzen baten orde zuzenkia marraztea
 - Bi puntu baino gehiago erabiltzea zuzen bat adierazteko

Funtzioen ikaskuntza prozesua proiektu batekin lagunduta DBHko 2. ikasmilan

- Lau koadrante daudela ez jakitea
- Parabolen puntuak zuzenez lotzea
- Balio taulak betetzeko kalkuluak
 - Eragiketak oker egitea pausuak saltatzeagatik
 - Eragiketetan negatiboak ahaztea
 - Berreketak egiten ez jakitea
 - Negatiboen biderkaketaren emaitza negatibo izatea
 - Testuzko problemak behar bezala ez ulertzea
- Funtzioen kalkulua
 - Zatikien izendatzaile eta zatitzailea nahastea
 - Malda negatiboak positibo adieraztea
 - Zatitzaile minimoa ez adieraztea

Funtzioen ikaskuntza prozesua proiektu batekin lagunduta DBHko 2. ikasmilan

7. Kapitulu Ikasketa prozesua

Kapitulu honetan Burlatako Askatasuna BHian Practicum II irakasgaiaren egonaldiaren ekintza atalean egindako ikasketa prozesuaren deskribapena egingo da, eta ondorengo kapituluaren honen esperimazioaz arituko gara.

Lau ataletan banatuta aurkezten da kapitulu hau, metodologia, klasean egin den denbora banaketa, planifikatutako jarduera osagarriak, aurreikusitako ikasleen jarduera autonomia.

7.1. Metodologia

Master Bukaerako Lan honen izenburuan adierazten den bezala, irakaskuntza-ikaskuntza prozesua aurrera eramateko metodologia hibrido bat izan da. Testu-liburua erabili da oinarri bezala, gaiaren alde teorikoa azaltzeko eta bertako jarduerak ere kontzeptu eta prozedurak ulertu eta barneratzeko. Hala ere jasotako ezagutzak sakonki barneratzeko proiektu bat planteatu zaie, gaiaren atal batzuetako kontzeptuak indartuz eta beste atal garrantzitsuak sustatuz.

Metodologia guztiak bezala, Proiektuetan Oinarritutako Ikaskuntza (POI hemendik aurrera eta ingelerazko sigletan PBL) curriculumeko edukien ikaskuntza maximoa izatea du helburu. Baina ezberdina da ikasleentzako ikaskuntza esanguratsua bultzatzen duelako (proposatutako proiektuak eguneroko bizitzatik eta kezketatik gertuago egon behar du), zeharkako konpetentzia nagusiak garatzera bultzatzen eta behartzen ditu (talde lana, pentsamendu kritikoa, autonomia eta erantzukizuna ikaskuntzan, ahozko adierazpenean...) eta tradizionalki isolatuta irakatsitako jakintzagaien arteko zubi lana egiten du (T. Markham, J. Larmer, J. Ravitz, 2003).

Institutuan eguraldiaren datuak jasotzen dituen Estazio Meteorologiko bat dago, eraikinaren hegoaldean Arga ibaitik gertu. Eguneroko datuak automatikoki gorde eta PDA baten bitartez atzigarriak dira, eguneroko, asteroko eta hilabeteko datuak modu erosoan erakutsiz. Proiektu honek gainera, ikastetxearen DBHko 2. eta 4. ikasmiletan eta Batxilergoko 1. ikasmilako Nafarroako historia eta geografiako ikasleek parte hartzen duten *Ibai bazterreko tximeleta* proiektua bezala, ingurumena eta klima du oinarri, eta nerabeen eguneroko bizitza eta kezka nagusietako bat izanik, adierazpen grafikoak eta proportzionaltasuna kontzeptuak, batik bat, barneratzeko baliagarria izango da.

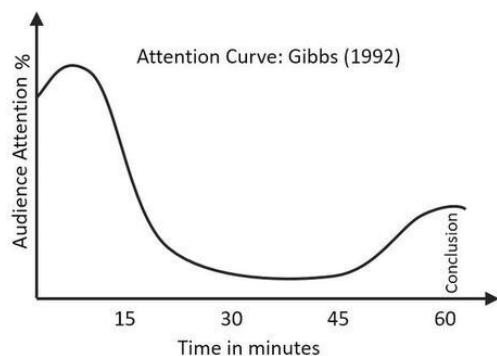
Aurreko kapituluetan adierazi den bezala, proiektuak zeharkako irakasgaietan ikasitako jakintzagaiak lotzeko balio du ere. Adierazpen grafikoen bidez informazioa irakurtzen, interpretatzen eta ondorioak ateratzen LHko 5. eta 6. ikasmiletako Gizarte Zientziak irakasgaietan eta DBHko 1. ikasmilako Geografia eta Historia irakasgaietan ikasi dutenez, funtzioak ikasgaiarekin lotu ahalko dute.

Eta bestetik eguraldiaren parametro ezberdin batzuen laginekin egiten dituzten jarduerak, beren inguruko klima nolakoa den eta klima aldaketaz hitzegiteko aukera ematen die. Honen bidez ikasleak ingurumena bezalako funtsezko eta eguneroko alderdien inguruan hausnartzera bultzatzen ditugu eta horrek bere auzo eta herrietako bizi kalitatean duen eragina ikusi ahalko dute. Gainera ingurumena zaintzearen garrantzia eta aztura sozialak kritikoki baloratzeko aukera emanez, curriculumean 4. artikuluko

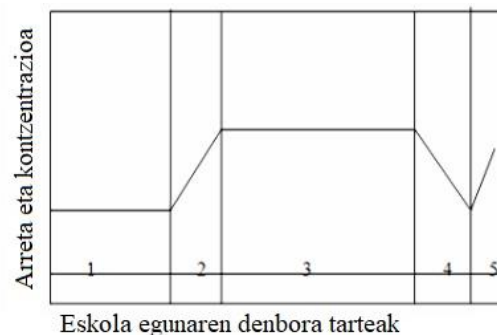
Etaparen helburuak 1) azpiatala azalarazten dugu. Hau sakonago DBHko 4. ikasmilian hautazkoa den Kultura Zientifikoan jorrazteko aukera izango badute ere, interesgarria da isolatutako ideia bat ez izatea, bizimodu eta kontsumoaren aldaketa gizarteak behar duen aldaketa baita.

Testu-liburua eta proiektuaz gain, ikasgelan jarduera batzuen zuzenketa egiteko ikasleak arbelera atera dira, parte-hartzea eta berdinen elkarren arteko hezkuntza sustatzeko, eta aldi berean hizkuntza eta aurkezteko gaitasunak indartuz. Beste kasu batzuetan jarduerak zuzentzeko orduan edo kontzeptu eta prozedurak modu eraginkorragoan irakasteko, ikasgelako telebista adimentsua erabiliz, Geogebrako adibideak aurkeztu eta hauekin azalpen dinamikoak gauzatu dira edo haien jarduerak zuzentzeko ere erabili da (A. Lasa, M. Wilhelmi, 2014).

Ikasgelan kontutan izan beharreko bi gauza oso garrantzitsu daude ere: batetik ikasleek 5-15 minutuko tartean bakarrik egongo dira arreta jartzen, hau arreta kurbaren ikerketan argiago ikus daiteke (Gibbs, G. 1992); bestetik klasearen ordutegiaren arabera jarduera ezberdinak proposatu behar dira, ikasleen arreta eta errendimendua desberdina delako, Kräpelin-en diagrama (Uría, 1998). Azken hau kontutan izan behar da azterketa eguna erabakitzeke ere.



56. Irudia Gibbs-en kurba



57. Irudia Kräpelin-en diagrama

Aniztasuna kontutan izatea garrantzitsua da ere, ikasleak esertzen diren tokiak eta bakoitzaren behar bereziak kontutan izatea nahitaezkoa delarik. Horregatik arreta falta dutenei, parte-hartze aktiboagoa eskatu behar zaie eta ikasleei galderak egitean ahotsa haiei zuzendu adibidez. Hau dela eta ikastetxeko pedagogoarekin ikasleen berezitasunen inguruan noiz behinka mintzatzea oso erabilgarria gertatzen da, metodologia egoki moldatzeko.

Atal honekin bukatzeko, esan beharra dago metodologiaren atal garrantzitsuetako bat ezin izan dela behar bezala gauzatu, COVID-19-aren pandemiak ekarritako murrizketetako batengatik. POI metodologian taldeka lan egitearen onura da oinarrietako bat, baina ikasturte honetan klaseak aurrez aurrekoak badira ere, muxukoa erabiltzeaz gain ikasleen arteko metro eta erdiko distantzia gordetzeak ez du hau ahalbidetzen. Honen inguruan aspaldi Piagetek esan bezala gizakion elkarrekintza beharrezkoa da pentsamenduaren, sorkuntzaren, arretaren, memoriaren, planifikazioaren eta abarren garapenerako (Piaget, 1983). Hau horrela izanik, jardueren fitxak klasean banatu eta hauen inguruko hausnarketa egin da eta banaka etxean jarduerak egin dituzte, hauek irakasleari emanaz, taldean lan egin gabe eta taldekako aurkezpenik egin gabe. Hala ere metodologiaren beste alderdiek ematen dituen aukerak erabili dira modu hibridoan irakaskuntza tradizionalarekin.

7.2. Klasean egin den denboraren banaketa

Unitate didaktikoa garatzeko hasierako ideia 9 saio eta 10. bat azterketa egiteko izan zen. Hala ere arrazoi batzuegatik saio gehiago erabiltzea erabaki zen: batetik, 5. saioaren egunean DBHko 2. ikasmilan egiten den Proba Diagnostikoaren lehen eguna zenez, saioaren 55 minutuen ordean 25 soilik erabil zitezkeen; bestetik, ikasmila bereko beste bi klaseetako taldeetako batekin batera azterketa egitea egokiena zelako, hirugarren taldea atzeratuago zihoanez ezin zen haiekin batera egin; eta azkenik azterketa saioa, eguneko bigarren orduan egiteko, aurreko eguneko saioan egin izan balitz eguneko bostgarren ordua izango zen, eta ikasleak nekatuta egongo ziren eta kontzentrazio maila baxua izango zuten. Hau guztiagatik 10 saio eta erdi gaia jorrazteko, azterketa saioa eta azken saio erdia azterketak ikasleei erakusteko erabili ziren.

Matematika irakasgaiak astean 4 saio ditu, eta hau Askatasuna BHIko DBHko 2. ikasmilako hiru taldeen ordutegia da:

	Astelehena	Asteartea	Asteazkena	Osteguna	Ostirala
08:30-09:25			<i>Matematika</i>		
09:25-10:20	<i>Matematika</i>				<i>Matematika</i>
10:20-11:15					
J O S T A L D I A					
11:45-12:40					
12:40-13:35				<i>Matematika</i>	
13:35-14:30					

29. Taula Ordutegia

Aurreko gaia, ekuazio sistemak, Aste Santurako emana eta kalifikatua zegoenez, apirilaren 12an, astelehenarekin, gaia lantzen hasi eta 30an, ostiralarekin, bukatu zen azterketarekin. Hala ere, maiatzaren 1a, larunbatarekin, langileen eguna zelako, Askatasuna BHIak maiatzaren 3a, astelehenarekin, festa eguna ezarri zuen, maiatzaren 5a asteazkenarekin klaseko lehen 20 minutuak azterketak banatzeko eta zuzenketak arbelean egiteko erabili zen, gaia osorik jorrazteko beraz 12 saio erabili ziren. Hurrengo taulan egutegia ikus daiteke:

A P I R I L A						
Astelehena	Asteartea	Asteazkena	Osteguna	Ostirala	Larunbata	Igandea
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	¹	²
³	⁴	⁵				

30. Taula Egutegia

Egutegian unitate didaktikoaren klase egun normalak, hilabetearen egunaren zenbakia belztuta eta atzealdea grisez margotuta agertzen dira, klasearen erdia erabiltzean zenbakia etzana, eta azkenik azterketa eguna eta honen zuzenketa eguna, diagonal gorakor baten bidez adierazita dago aurreko taulan.

Saioak 55 minutukoak dira, baina egunaren arabera minutu guztiak erabilgarri izan ez baziren ere, unitate didaktikoaren saioen denbora banaketa luzera teorikoarekin bat egingo du, ordutegia betetzen saioz-saioko deskribapena egiterakoan, lehen atazaren

luzera saioen batean pittin bat motzagoa izaten bazen ere. Bi arrazoi izan dira hau nahiko zorrotz bete ahal izateko: batetik Matematika Mintegia eta DBH 2 A ikasgela bata bestearen ondoan daude; eta bestetik ostegunetako klasea da soilik eguneko ordutegi txarra duena, 5. orduan da eta ikasleen nekea izaten da klase hasieran denbora galtzeko arrazoi nagusienetakoa.

Aurretik adierazi bada ere, beharrezkoa da azken ohar bat berriz nabarmentzea. Proiektuaren ariketako bat egiteko, aurreko gaia ematen zen bitartean 9 klase egunetan, ikasleek datu-taularen 9 lagin bete zituzten Askatasuna BHIan dagoen Estazio Klimatologikoaren balioekin. Hau guztiaren ondoren, saioen egitura eta edukien deskribapenarekin hasiko gara:

1. saioa: Aurkezpena 2021/04/12			
Edukia	Denbora	Arduraduna	Irakaskuntza mota
Nere burua berriz aurkeztu eta klaseak ematearen helburuak zeintzuk diren ere adierazi. 10. laginaren datuak taulan apuntatu.	5 min.	Irakaslea	Magistrala
Ikasleen aurretiko ezagutza zein den jakiteko, 257. orrialdeko 2. jarduera egitea eskatu, eta erantzuna jaso.	5 min.	Ikasleak	Pertsonala
Gaiaren sarrera , 257. orrialdeko bi adierazpen grafiko eta hauen galderekin.	5 min.	Partekatua	Konstruktibista
x aldagai askea, y menpeko aldagai, eta beste 5 kontzeptu teoriko (gorakorra, beherakorra, konstantea, maximo eta minimoa) azalpena egin, 258 eta 259. orrialdeekin, arbela erabiliz.	5 min.	Irakaslea	Magistrala
Proiektuaren aurkezpena eta lehen jarduera, <i>Klimograma</i> , banatu eta klasean bertan betetzeko eskatu, beharrezko azalpenak, eta zalantzak erantzunez.	10 min.	Ikasleak	Pertsonala
Funtzioaren definizioa behar bezala ulertzeko, 258. orrialdeko ariketa ebatzia aurkezpena egin, arbelean adibide gehiago eginez.	10 min.	Irakaslea	Dialogikoa
Aurrekoa behar bezala ulertzeko 258. orrialdeko 1. eta 2. jarduerak norberaren koadernoan erantzutea proposatu. (<i>Adierazpen grafikoak emandako informazioa ulertzea</i>)	10 min.	Ikasleak	Pertsonala
Bukatzeko 259. orrialdeko 1. jarduera egitea eskatu. (<i>Gorakorra, beherakorra, maximo eta minimoa ulertzeko</i>)	5 min.	Ikasleak	Pertsonala

31. Taula 1. saioaren atalak eta tenporizazioa

1. saioaren helburua, batetik ikasleen aurretiko ezagutza zein den jakitea da, eta bestetik, gaiaren lehen kontzeptu teorikoak aurkeztea eta proiektuaren lehen jarduerarekin lotzea. Hau izan zen saioaren egitura:

Gaiari hasiera emateko, nire burua berriz aurkeztu eta haiekin 3 astez irakaskuntza prozesuan ibiliko naizela, eta honen zergatia kontatu zitzaien. Estazio Meteorologiaren balioen 10. lagina datu-taulan idatzi ondoren, aurretiko ezagutza zein zen jakiteko orri txuri bat banatu zen ariketa sinple baten erantzunak eta haien izenak idazteko, bukatutakoan jaso zena. Funtzioen sarrera azkar bat egiten zen, liburuko urpekaritzaren inguruko jardura batekin, ikasleei galderak egin zitzaizkien grafikoak interpretatzen zekitelako ikusteko.

Hau horrela zenez, teoria pixka bat erakutsi zitzaien funtzioen inguruan, aurreko kurtsuan ikusitako funtzioaren definizioa, x aldagaia askea, y menpeko aldagaia, funtzioaren tarte gorakorra, beherakorra eta konstantea, eta bertan agertzen ziren maximo eta minimoak. Oinarri txiki hauek freskatzearekin, Estazio Meteorologiko proiektuaren nondik norakoak aurkeztu eta lehen jardura, *Klimograma*, banatu zitzaien. Banaka hau erantzun eta betetzeko denbora eman ondoren jaso egin zen.

Klasearen bigarren erdian, hasierako sarrerari funtzioaren definizio formalarekin eta ariketa ebatzi baten bitartez eguneko teoria osatu zen. Eguneko ezagutza barneratzeko hiru jardura egitea proposatu zitzaien norberaren koadernoan. Hauek egiten zeuden bitartean, haien galderei eta zalantzei erantzuteaz gainera, koadernoak kalifikatuko ez bada ere jardueren argazkiak gai bukaeran egingo ditudala adierazi nien, aldeztu aurretik eskerrak emanez.

2. saioa: Oinarriak 2021/04/14			
Edukia	Denbora	Arduraduna	Irakaskuntza mota
Aurreko eguneko errepassoa azkarra eta jardueren inguruko zalantzak.	5 min.	Partekatua	Dialogikoa
Balio-taulen bidez emandako funtzioak ulertzeko, 260. orrialdeko bi adibideak arbelean ikasleekin egin.	10 min.	Irakaslea	Dialogikoa
Adierazpen grafikoa egiten praktikatzeko 260. orrialdeko 2 jarduerak proposatu.	10 min.	Ikasleak	Pertsonala
Ekuzioaren bidez emandako funtzioak aurkezteko, 261. orrialdeko adibidea ikasleen laguntzarekin arbelean egin. Ondoren funtzio koadratikoak aurkezpena egin, orrialde bereko ariketa ebatzia arbelean eginga.	10 min.	Irakaslea	Magistrala
Jardueren 1. arbelean adibide gisa ikasleen parte-hartzearekin egin.	5 min.	Partekatua	Dialogikoa
Adierazpen grafikoak marrazten ikasteko 261. orrialdeko 2., 3. eta 4. jarduerak proposatu.	10 min.	Ikasleak	Pertsonala
11. laginaren datuak taulan apuntatu.	5 min.	Partekatua	Dialogikoa

32. Taula 2. saioaren atalak eta tenporizazioa

2. saioaren helburua, batetik balio-taulen bidez emandako funtzioen adierazpen grafikoak ulertzea da, eta bestetik, funtzio baten ekuaziotik balio-taula osatzea eta hau grafikoki adieraztea, funtzio koadratikoak ere aurkeztuz. Hau izan zen saioaren egitura:

Aurreko klasean ikusitakoarekin zalantzarik zuten galdetuta hasten da, eta ezer berezi erantzun ez bazuten ere, funtzioa zer den eta zer ez den, eta aldagai askea eta menpekoa gogoraraztearekin batera, arbelean adierazpen grafiko xume batekin funtzio baten tarte gorakorra, beheakorra eta konstantea eta bertan agertzen diren maximoak eta minimoak zehaztu ziren.

Balio taulen bidez funtzioak irudikatzeko liburuko bi adibideak arbelean egin ziren, ikasleen parte-hartzearekin. Biak kirolen ingurukoak izanik ikasleen arreta piztu zuen, eskalak nola marraztu eta koordenatu ardatzen etenen zergatiaren inguruan arituta behar bezala ulertzen zutela ikusten zen. Beraiek hau jorratzeko bi jarduera berdintsu proposatu zitzaizkien, haien koadernoan egiteko.

Antzeko adibide eta ariketa ebatzia arbelean adierazi zen, kasu honetan ekuazio batetik balio taula betez, eta honen adierazpen grafikoarekin amaituta. Lehen adibidea proportzionaltasun-funtzio bat zen eta ariketa ebatzia funtzio koadratiko bat, ikasmila honetako curriculumean ez badago ere ezagutza honen aurrerapena egiten da. Atalaren jardueretatik lehena arbelean egin zen ikasleekin batera, eta beste 3ak koadernoan haien kabuz egitea proposatu zitzaizen, atalaren prozedurak behar bezala barneratzeke.

Klasea amaitzeko Estazio Meteorologikoaren PDAREN bitartez, eguneko balioen lagin berria ikasleek datu-taulan idatzi zuten.

3. saioa: Malda 2021/04/15			
Edukia	Denbora	Arduraduna	Irakaskuntza mota
12. laginaren datuak taulan apuntatu.	5 min.	Ikasleak	Dialogikoa
Aurreko eguneko errepassoa azkarra eta jardueren inguruko zalantzak.	10 min.	Partekatua	Dialogikoa
Proiektuaren Adierazpen grafikoa fitxa eta orri milimetratua, asteburuan adierazpen grafikoak eta galderak erantzuteko banatu.	10 min.	Irakaslea	Dialogikoa
Ekuazioen malda nola kalkulatzeko den irakasten zaie 264. eta 265. orrialdeko adibideekin arbelean eta Geogebra bidez.	15 min.	Irakaslea	Magistrala
Praktikatzeko 265. orrialdeko 1., 2. eta 3. jarduerak proposatu.	10 min.	Ikasleak	Pertsonala
Ikasle batzuen zalantza errepikakorrak jardueretako atalekin arbelean zehaztu.	5 min.	Partekatua	Dialogikoa

33. Taula 3. saioaren atalak eta tenporizazioa

3. saioaren helburua, batetik proiektuaren jarduera garrantzitsuena azaltzea da, eta bestetik, funtzio baten ekuazioaren malda kalkulatzeko ikastea. Hau izan zen saioaren egitura:

Estazio Meteorologikoaren azken aurreko laginaren balioak datu-taulan idatzi zituzten, eguneko bostgarren klasea izanik nahiko zalapartatsu zeudelarik. Aurreko eguneko erreposoa eta jarduerak arbelean zuzendu ziren haien eskakizunen arabera.

Proiektuaren *Adierazpen grafikoa* fitxa nagusia banatu zitzaien, baita orri milimetratu bat jasotako balioen datu-taularekin adierazpen grafikoak bertan egin zitzaizten, eta atzealdean hirugarren ataleko galderak erantzun zitzaizten. Euririk egin ez zuenez, klimogramen moduko grafikoa, tenperatura eta prezipitazioak batera agertzen dena, ezin izango zutela egin adierazi zitzaien. Asteburuan egiteko etxerako lana izan zen hau, horregatik fitxaren gora-beherak azaltzeaz gainera, arratsaldean behar bezala irakurri eta hurrengo klasean, ostiralean, zalantzarik bazuten galde zezatela gomendatu zitzaien.

Testu-liburuko ordena kontutan izan gabe, proportzionaltasun-funtzioak ikusi aurretik hurrengo atalera salto egin zen, eta bertako adibideekin eta beste batzuekin, arbelean eta baita Geogebra-rekin ere ekuazioen malda adierazpen aljebraikoetatik adierazpen grafikora eta alderantziz egiten irakatsi zitzaien. Bertako prozedurak behar bezala ulertzeko, hiru jarduera proposatu zitzaizkien banaka egiteko. Zalantzak ohi den bezala eskua altxatu eta banaka erantzuten bazitzairen ere, garrantzitsuak zirenak talde osorako arbelean erakutsi ziren. Klaseko azken minutuetan arbelean guztien aurrean zalantza errepikakorrenak zehaztu ziren.

4. saioa: Proportzionaltasun-funtzioak eta funtzio linealak 2021/04/16			
Edukia	Denbora	Arduraduna	Irakaskuntza mota
13. laginaren datuak taulan apuntatu, eta asteburuko lana zehaztu.	5 min.	Ikasleak	Dialogikoa
Aurreko eguneko erreposoa azkarra eta jardueren inguruko zalantzak.	10 min.	Partekatua	Dialogikoa
Malda atalaren oso antzekoa izanik, proportzionaltasun-funtzioak 262. eta 263. orrialdeko adibidea arbelean egin.	5 min.	Irakaslea	Magistrala
Funtzio linealak 266. eta 267. orrialdeko adibideekin eta gehiagorekin arbelean eta Geogebra bidez.	25 min.	Irakaslea	Dialogikoa
Praktikatzeko 267. orrialdeko 1. eta 2. jarduerak proposatu.	10 min.	Ikasleak	Pertsonala

34. Taula 4. saioaren atalak eta tenporizazioa

4. saioaren helburua, batetik proportzionaltasun-funtzioak azaltzea da, eta bestetik, funtzio linealekin azalpena orokortzea. Hau izan zen saioaren egitura:

Asteburuko lanaren inguruko zalantzarik duten galdetu eta deus erantzun ez bazuten ere, euririk egin ez duenez 3 adierazpen grafiko egin beharko zituztela errepikatu zitzaien. PDAREN bitartez lortutako azken balioen lagina datu-taulan apuntatzearekin batera, bilketa horrekin bukatu zela argitu zitzaien, eta lagin zenbakiak abzisaren aldagai askearen balioak zirela zehaztu ere.

Aurreko eguneko maldaren inguruko zalantzak eta jardueren zuzenketak arbelean egin ziren, eta zatiki negatiboekin adibide berri bat aurkeztu ere. Atal horrekin antzekotasun handia duelako eta aurreko ikasturteetan proportzionaltasuna ikasi dutelako,

proportzionaltasun-funtzioak azkar aurkeztu ziren arbelean testu-liburuko egunerokotasun egoeraren adierazpen grafikoa eginez eta $(0,0)$ puntutik pasatzen diren funtzioak direla azpimarratuz.

Funtsezko $y = mx + n$ ekuazioa arbelean letra handitan idatziz, funtzio linealak testu liburuko adibidearekin, ariketa ebatziarekin eta adibide gehiagorekin aurkeztu zen. Proportzionaltasun-funtzioekin duten aldea argi gelditzeko Geogebra bidez adibide esanguratsuak erakutsi zitzaizkion, haien parte-hartzea galderen bidez sustatuz.

Funtzioen malda eta ordenatua jatorrian behar bezala ulertu zuten ikusteko, eta ezagutza berri hori finkatzeko jarduera pare bat egitea proposatu zitzaizkien, adierazpen aljebraikotik adierazpen grafikora eta alderantziz.

5. saioa: Funtzio konstanteak 2021/04/19			
Edukia	Denbora	Arduraduna	Irakaskuntza mota
Proiektuko asteburuko lana entregatu .	5 min.	Ikasleak	Dialogikoa
Aurreko eguneko errepassoa azkarra eta jardueren inguruko zalantzak.	10 min.	Partekatua	Dialogikoa
Funtzio konstanteak atalaren 268. orrialdeko adibidea eta ariketa ebatzia arbelean egin.	10 min.	Irakaslea	Magistrala
Proba diagnostikoa.	30 min.	Ikasketaburua	Proba

35. Taula 5. saioaren atalak eta tenporizazioa

5. saioaren helburua klase motza izanik, funtzio konstanteak azaltzea da. Hau izan zen saioaren egitura:

DBHko 2. ikasmilan Proba Diagnostikoa egiten zaie, eta ikastetxetik kanpoko erakunde batek sortzen dituen ebaluazio probak dira. Ikastetxeko beste irakasgaietako irakasleek zaintzen dute probaren atal bakoitza, ondoren irakasgaiaren mintegiko irakasleek egindako probak zuzentzen dituztelarik, eta emaitzak kanpoko erakundera bidaltzen dira. Goizeko hamarretan hasten zuten proba egun horretan eta aurreikusita zegoen bezala, hamar minutu lehenago ikasketaburua etorri zen. Horregatik egun horretako klasea soilik 25 minututako izan zen.

Asteburuan egin eta entregatu behar zuten lana osorik gutxi batzuk entregatu zuten, eta puntualtasuna kalifikazioan garrantzia izango zuela berriz adierazi zitzaient, hurrengoetan serioago har zezaten. Aurreko eguneko zalantzak eta jardueren zuzenketa egin zen, arbelean hauetako batzuk eginez.

Testu liburuko adibide eta ariketa ebatziaren bitartez funtzio konstanteak aurkeztu ziren, eta adierazpen grafiko berean proportzionaltasun-funtzioa bat, funtzio lineal bat eta funtzio konstante bat marraztu zitzaient. Horrekin $y = mx + n$ ekuazioaren m eta n parametroen esanahia zehaztu, eta konparaketa egin zen hauen esanahia argi ikus zezaten. Aurreikusita zegoen bezala, ikasketaburua ikasgelan sartu zen eta atalaren jarduerak hurrengo egunerako utzi ziren.

6. saioa: Funtzio konstanteak 2021/04/21			
Edukia	Denbora	Arduraduna	Irakaskuntza mota
Proiektuko asteburuko lana berandu entregatu eta hurrengo, <i>Eskala Termometrikoa</i> , banatu eta azaldu.	10 min.	Ikasleak	Dialogikoa
Aurreko eguneko funtzio konstanteen errepasso azkarra.	5 min.	Partekatua	Dialogikoa
Atalarekin jarraituz 268. orrialdeko 1., 2. eta 4. jarduerak proposatu eta egin ahala arbelean zuzendu .	20 min.	Partekatua	Pertsonala / Dialogikoa
Gaiaren errepassoarekin 269. orrialdeko 3. eta 5. jarduerak.	15 min.	Ikasleak	Pertsonala
Jarduerak arbelean zuzendu .	5 min.	Partekatua	Dialogikoa

36. Taula 6. saioaren atalak eta tenporizazioa

6. saioaren helburua, batetik funtzio konstanteen azalpena jarduerekin finkatzea, eta bestetik, gaiaren errepassoa hasiera funtzioen oinarri teorikoak jorratzeko jarduerekin. Proiektuko hirugarren jardura banatu zitzairen ere. Hau izan zen saioaren egitura:

Proiektuaren hurrengo jardueraren *Eskala Termometrikoa* fitxa banatu aurretik, astebururako zena jaso eta berria banatu eta azaldu zitzairen. Dena behar bezala ulertzen ari zutela esan zuten eta beraz aurreko eguneko funtzio konstanteen errepasso azkar bat egin zen arbelean adibideak jarrita eta beste funtzio motekin alderatuta.

Denbora eman zitzairen atal honen jarduerak egiteko, ordenatu jatorrian (0,0) beti izango ez dela argi ikusteko. Hauek egiten zituzten ahala arbelean zuzentzen ziren haien parte-hartzearekin.

Gaiaren atal guztiak ikusi ziren jada eta errepasso jarduerekin hasi ziren. *Ariketak eta problemak* atalaren jardura batzuk egitea proposatu zitzairen. Zehaztu egin zitzairen lehendabizikoan arrazoitu behar zutela, argi ikusteko benetan funtzio bat zer den zekiten, eta bigarrenean atal bakoitzaren adierazpen grafiko bat egitea adibide moduan.

Aurreko jarduerak arbelean zuzendu ziren, ikasleei galdetuz eta haien erantzunak adieraziz, elkarren arteko zuzenketa sustatuz, eta amankomuneko arazoak klase osoaren aurrean azalaraziz.

7. saioa: Jarduerak 2021/04/22			
Edukia	Denbora	Arduraduna	Irakaskuntza mota
Proiektuko <i>Eskala Termometrikoa</i> entregatu eta zalantzak argitu.	5 min.	Ikasleak	Dialogikoa
Aurreko eguneko zalantzak .	5 min.	Partekatua	Dialogikoa
Atalarekin jarraituz 269. orrialdeko 6., 7. eta 8. eta 270. orrialdeko 12. jarduerak proposatu eta egin ahala arbelean zuzendu .	45 min.	Partekatua	Pertsonala / Dialogikoa

37. Taula 7. saioaren atalak eta tenporizazioa

7. saioaren helburua, batetik adierazpen grafikoak interpretatzeko jarduerak egin zituzten, eta bestetik, funtzioen ekuazioetatik balio-etaulak osatuz adierazpen grafikoak egiteko jarduerarekin aritu ziren. Hau izan zen saioaren egitura:

Aurreko saioko proiektuaren fitxa jaso eta honen inguruko zalantzak argitu ziren. Berriz ere aurreko klaseko zalantzarik zegoen galdetu bazen ere, ez zuten deus erantzun. Ostegunetan 5. orduan ohikoa da despitatu xamar ibiltzea eta kontzentrazio maila baxua izatea.

Horregatik jarduera kopuru handia bidali zitzaien, bakoitzak banaka eta ikasleak isilik klasean lasaitasuna mantenduz. Grafikoen interpretazioa behar bezala egiteko ziren lehen hiru jarduerak, eta saiatzeko denbora eman zitzaien ondoren gutxinaka arbelean banan-banan hauek azalduz eta zuzenduz.

Azken jarduera proposatutakoan, erro karratuak agertzen zirelako kexatu egiten baziren ere, jarduera behar bezala irakurtzea eskatu zitzaien. Adierazten zitzaien balio zehatzekin kalkuluak errazak zirela ikusita, balio-etaulak ondo bete eta ekuazioen adierazpen grafikoak egin zituzten arazo handirik gabe.

8. saioa: Jarduerak 2021/04/23			
Edukia	Denbora	Arduraduna	Irakaskuntza mota
Aurreko eguneko zalantzak argitzeko ikasleak arbelera atera.	10 min.	Partekatua	Dialogikoa
Atalarekin jarraituz 270. orrialdeko 13. jarduera proposatu eta ikasleak arbelera.	35 min.	Partekatua	Pertsonala / Dialogikoa
Aurrekoa batzuek amaitu dutenez 270. orrialdeko 14. jarduera proposatu. (<i>besteek etxeko lan bezala</i>) Proiektuaren <i>Sentsazio termikoa</i> jarduera banatu.	10 min.	Ikaslea	Pertsonala / Dialogikoa

38. Taula 8. saioaren atalak eta tenporizazioa

8. saioaren helburua, funtzioen ekuazioetatik balio-etaulak osatuz adierazpen grafikoak egiteko jarduerak osatzea izan zen eta proiektuaren azken jarduera banatu zitzaien. Hau izan zen saioaren egitura:

Aurreko klaseko jardueretan zalantzarik zuten galdetu zitzaien, baina antza denez ez zuten edo ezer esatea lotsa ematen zien. Hau dela eta klase honetan ikasleak arbelera ateratzea aproposa zelakoan, aurreko eguneko jarduerako bi atal egitera behar bereziak dituzten bi ikasleri ateratzea eskatu zitzaien, ikasgelako bi arbeletan aldi berean aritzeko. Esan beharra dago, hauek zeintzuk ziren jakiteko, klaseko jarreraz aparte, ikastetxeko pedagogoarekin bilera bat izan nuela, hauen berri informazio zehatza izatea garrantzitsua zelako. Modu honetan egunero haien gainean egoteaz aparte, jarduerak egiteko arbelera ateratzean haiengan konfiantza jartzeagatik segurtasuna emango zaie.

Jarduera berria proposatzen zitzaien, luzea eta nahiko osoa. Ekuazio aljebraikotik balio zehatz batzuk emanez, hauekin kalkuluak egin eta balio-etaula bete ondoren adierazpen grafikoa egiteko. Aurrekoekin bezala arbelera binaka lau ikasle atera ziren eta arbelean zegoena egiten zuena, beste ikaskideek zuzentzen zuten.

Ohikoa zen bezala, klasean gauzak azkar ulertu eta jarduerak lehenago amaitzen duten ikasleak zeuden. Horregatik beste jarduera osagarri bat proposatu zitzaien, eta klase orduan egiteko denborarik ez zuenek etxerako lantzat izan zuten. Azken minutuetan, proiektuaren azken jarduera, *Sentsazio termikoa* banatu eta azaldu egin zitzaien, irakurtzeko denbora eman ondoren zalantzak argitzeko.

9. saioa: Jarduerak 2021/04/26			
Edukia	Denbora	Arduraduna	Irakaskuntza mota
Aurreko eguneko 14. jardueraren zuzenketa Geogebra bitartez. Proiektuaren azken lana jaso.	10 min.	Partekatua	Dialogikoa
Bestelako zalantzak arbelean egin.	10 min.	Ikaslea	Konstruktibista
Atalarekin jarraituz 271. orrialdeko 17., 18., 19. eta 20. jarduerak proposatu.	35 min.	Partekatua	Pertsonala / Dialogikoa

39. Taula 9. saioaren atalak eta tenporizazioa

9. saioaren helburua, malda eta ordenatuan jatorria kalkulatu funtzio mota ezberdinak jorrazteko jarduerak egitea izan zen. Hau izan zen saioaren egitura:

Jarduera osagarria zuzentzeko Geogebra erabili zen. Honen bitartez emaitzak ikusgarriagoak izan ziren eta horretaz gainera ikasleei beste behin hauen erabil erraztasuna eta potentzia erakutsi zitzaien, IKTen erabilera sustatzeko. Gehienek *Sentsazio termikoaren* lana asteburuan egin eta entregatu zuten.

Orain arte egindakoaz zalantzarik zuten galdetzen zitzaien, eta galderak bota zitzaizkien hauek azalarazteko. Arbelean eta haien erantzunen bidez, atal askotariko zalantzak agertu eta hauek azaldu ziren.

Gaiaren muina jorrazteko jarduerak proposatu ziren, mota ezberdinetakoak eta azterketan sartuko zirenen antzekoak. Azken hau esatea garrantzitsua izan zen ikasleen interesa pizteko eta lanean gogor aritzeko. Zehaztu egin zitzaien ere, mota honetako ariketetan ez zituztela balio taulak erabili behar. Jarduerak egiten zituzten ahala arbelean zuzendu ziren zalantzarik bazeuden hauek azalarazteko.

10. saioa: Azken errepassoa 2021/04/28			
Edukia	Denbora	Arduraduna	Irakaskuntza mota
Errepaso moduan, gaiaren teoriako galderak ikasleei.	10 min.	Partekatua	Dialogikoa
Aurreko eguneko jardueren 20.a arbelean zuzendu .	5 min.	Irakaslea	Dialogikoa
Azterketa aurreko azken errepasso bezala 275. orrialdeko 1., 2., 3., 4. eta 20. jarduerak proposatu.	40 min.	Ikaslea	Pertsonala

40. Taula 10. saioaren atalak eta tenporizazioa

10. saioaren helburua, batetik gaiaren azken errepasso bat egitea izan zen, eta bestetik, azterketa moduko autoebaluazio jarduerak egitea. Hau izan zen saioaren egitura:

Gaia jorratzeko azken klasea izanik, gaiaren zehar agertu zen teoria erreparatzeko ikasleei galderak bota zitzaizkien, beste ikaskideen aurrean hauek erantzuteko. Haien erantzuteko modua ikaskide batzuei ulergarriagoa egiten zitzaielako, eta bide batez hutsak ere non zeuden jakiteko.

Aurreko eguneko jarduera bat arbelean zuzendu zen. Hau problema motakoa zen, nahiko enuntziatu luzearekin eta egunerokotasun egoera bat deskribatzen zuena. Garrantzitsua da ikasleek horrelakoak ere behar bezala ulertzea.

Testu-liburuak proposatzen duen autoebaluazio atala azken jarduera bezala proposatu zitzaien. Klasea lasai eta isilik egonda, azken zalantzak banan-banan eta mahaiez-mahai erantzun ziren.

11. saioa: Inkesta eta proiektuaren lanen banaketa 2021/04/29			
Edukia	Denbora	Arduraduna	Irakaskuntza mota
Aurreko eguneko jarduerak zuzendu.	10 min.	Partekatua	Dialogikoa
Inkesta egin.	20 min.	Ikaslea	Pertsonala
Proiektuko lanak bueltatu eta zalantzak argitu.	20 min.	Irakaslea	Dialogikoa
Azken zalantzak eta azterketarako gauza aipagarriak komentatu.	5 min.	Partekatua	Dialogikoa

41. Taula 11. saioaren atalak eta tenporizazioa

11. saioaren helburua, batetik ikasleek irakaskuntza prozesuaren ebaluazio inkesta egin zuten, eta bestetik, proiektuaren jardueren lanak bueltatu eta azaldu zitzaien. Hau izan zen saioaren egitura:

Errepassoarekin amaitzeko, aurreko eguneko jardueren inguruko zalantzak arbelean zuzendu ziren, ikasleek proposatutako ataletan arreta ipiniz.

Gaiaren lehen saioko aurre ezagutzako galderak erantzun zituztela eskertu eta inkesta bat banatu zen, masterreko lana egiteko zirela eta irakasle lana hobetzeko zirela adierazi zitzaien. Hau betetzean ikasleen esfortzua ere eskertu egin zen. Inkesta hauek izenik gabe betetzea, eta azterketak zuzendu arte begiratuko ez zirela azpimarratu zitzaien, hauek ahalik eta modu zintzoenean betetzeko.

Ondoren proiektuko jarduerak bueltatu eta hauen inguruko zuzenketak eta zalantzak argitu zitzaizkien. Berriz ere proiektua eta gaiaren arteko lotura argi azaldu zitzaien.

Azken bost minutuak azterketaren inguruan ñabarduraren bat komentatzeko, eta teoriako gauza zehatzen bat gogorarazteko erabili ziren.

12. saioa: Azterketa 2021/04/30			
Edukia	Denbora	Arduraduna	Irakaskuntza mota
Azterketa indibiduala.	55 min.	Ikaslea	Pertsonala

42. Taula 12. saioaren atalak eta tenporizazioa

Azterketa bi ikaslek 10 minutu lehenago amaitu bazuten ere, hurrengo klaseko irakasleari 5 minutu eskatu zitzaizkion azken ikasle batzuk eskatuta. Ikasle bat faltatu egin zen Arga ibaiko proiektura joan zelako, baina hurrengo klasean egiteko aukera izan zuen, ondoko klaseko bi ikasleekin batera.

13. saioa: Azterketaren entrega 2021/05/05			
Edukia	Denbora	Arduraduna	Irakaskuntza mota
Azterketa entrega eta zuzenketaren zalantzak.	30 min.	Ikaslea	Pertsonala

43. Taula 13. saioaren atalak eta tenporizazioa

Ikasle gehienak pozik gelditu ziren azterketen nota eta bertan agertzen ziren zuzenketa eta kalifikazioarekin. Arbelean argi ez zituzten gauzak eta zalantzak azaldu ziren.

7.3. Planifikatu diren jarduera osagarriak

Aurreko atalean ikusi den bezala, testu-liburua euskarri nagusia izan bada ere, honetaz gainera zeharkako irakasgai desberdinen ezagutza jorratzen duen proiektua aurrera eramane da, eta Geogebra aplikazioa erabili da ikasleek jasotako ezagutza esanguratsuagoa izateko asmoarekin.

7.3.1. Estazio Meteorologikoaren proiektua

Proiektua egitearen arrazoi nagusietako bat, bikoteka lan egitearena, ezin izan da aurrera eramane COVID-19-aren pandemiak ezarritako murrizketengatik. Baina zeharkako irakasgai ezagutzak proiektu batean elkartzea eta egunerokoa den aldaketa klimatikoarekin lotuta dagoen meteorologia jorratzea arrazoi nahikoak dira, ikasleek funtzioen gaian ikasitakoarekin lotzeko eta hau aurrera eramateko.

Proiektuaren lehen betebeharra, eguraldia deskribatzen duten balioak taula batean apuntatzea da. Lehen lagina martxoaren 17an asteazkenarekin hartu zen, ekuazio-sistema gaia jorratzen zen bitartean, eta 13. eta azkena apirilaren 16an ostiralarekin jada funtzioak gaiarekin astebete eramane zutenean. Hau jorratzearen arrazoia eta gaiarekin lotura ikasleei aurretik kontatu eta haiekin eztabaidatu bazen ere, ezbehar txiki bat egon delako, jarduera bat aldatu behar izan da. Gauza da, laginak hartu ziren egunetan euririk egin ez zuela, eta horregatik adierazpen grafikoaren atala pittin bat sinplifikatu zuen.

Eranskinetan proiektuaren lana aurrera eramateko ikasleei emandako dokumentuak aurkitu daitezke. Bertan hauen deskribapen txiki bat egingo dugu:

- Proiektuaren aurkezpena, deskribapena eta datu bilketa taula.

Proiektu honen bidez, ikasleek klima eta eguraldiari buruz aurretik duten ezagutza, funtzioen gaiarekin lotzen dute. Horrela, ekuazioen adierazpen grafikoak eta hauen adierazpen aljebraikoen ebazpena eguneroko kasuekin lotzean, funtzioen gaian ikasitakoa hobeto barneratzen dute.

Ingurugiroa eta aldaketa klimatikoaren inguruan hitz egiteko aukera emango du proiektuak, nerabeek gaur egun oso barneratuta duten gizartearen arazoa delako, eta jarduera hauekin gaiaren muineko atal batzuk jorratzen dituzte.

- Entregatu beharreko jarduerak:
 - *Klimograma.* Urte beteko tenperatura eta prezipitazioak agertzen diren klimograma batekin, bertan agertzen den informazioa ulertzea eskatzen zaio ikasleari.

Funtzioak gaiaren hasierako kontzeptuetatik maximo ulertzen duen eskatzen zaio, jardueraren galderetako batekin, eta eguneroko egoera batekin gaiaren sarrera, proiektuaren hasierarekin lotzen da.
 - *Adierazpen grafikoa.* Balio taulen bidez adierazpen grafikoak egiten erakutsi zaienez, azken asteetan instutoko estazio meteorologiaren balioekin hau egitea eskatzen zaie. Eskala egokia erabaki eta grafiko kopurua erabaki beharko dute, informazioa modu egokian adierazteko.

Honekin batera gaiaren irakatsi zaien gorakortasuna, beherakortasun eta tarte konstanteak zeintzuk diren adierazi behar dute, jarduera osoaren zergaitia eta haiek hartutako erabakien inguruan gogoeta bat egitea ere.
 - *Eskala termometrikoak.* Tenperatura adierazteko eskala desberdinak daudenez, hauek aurkezteaz gain, haien arteko bihurtzeak egitea eskatzen zaie.

Gaiaren funtzio linealak ikusi ondoren, hauen kasu praktiko bat proposatzen zaie egoera errealeko adibide batekin, Celsius eta Fahrenheit graduen bihurtetarako ekuazioa erakutsiz.
 - *Sentsazio termikoa.* Egoera bat parametro desberdinen menpe egon daitekeela jarduera honekin azaltzen zaie.

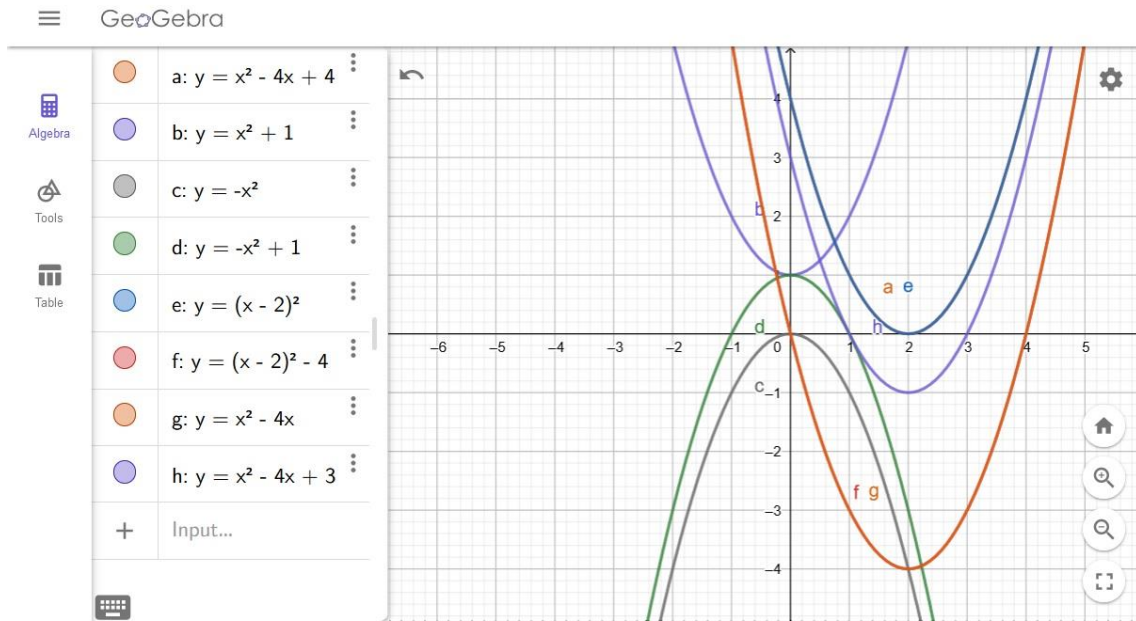
Bi aldagaien arteko elkar-ekintza eta hauen proportzionaltasuna lantzeko hiru dimentsioko balio taula bat aurkezten zaie, bertan dauden datuak behar bezala interpretatzeko.

7.3.2. Geogebra aplikazioa

Aurreko ataletan adierazi den bezala, ikasgelako telebista adimentsuan ordenagailuko edozein eduki erakutsi daiteke, eta ikasleek arreta handia jartzen dute hau erabiltzean. Gainera modu dinamikoan matematikako edozein eduki irakasteko Geogebra software ireki egokia delako, klasean adibideak jartzeko eta jarduera batzuk zuzentzeko erabili zen, adibidez 270. orrialdeko 14 jarduera a-e eta f-g ataleko ekuazioak funtzio berdina direla modu bisualean erakutsiz.

Horretaz gainera ikasleei bertan eskura duten materiala nola bilatzen zen erakutsi zitzairen, eta besteak beste beheko irudiko Marije Ortego erabiltzailearen Funtzioak liburua erakutsi zitzairen, etxean haien kabuz erabiliz trebatu eta klasean jasotako ikasketa indartzeko. Hala ere aurreko atalean bezala, COVID-19-aren pandemiak ezarritako murrizketengatik ez zitzairen klaseko ordenagailuan honekin ibiltzen utzi, modu egokiagoa izan bazen ere.

Hirugarren saioan Geogebra aplikazioa aurkeztu zitzairen, eta hurrengo eguneko saioan bi ikasleek honen inguruan galdetu zidaten, etxean honekin aritzeko aukera izan zutelako. Beraz, ikasle batzuk behintzat, honen erabilgarritasuna ikusi eta hau beren kabuz erabiltzen saiatu eta lortu zuten ere.



58. Irudia 270. orrialdeko 14. jarduera

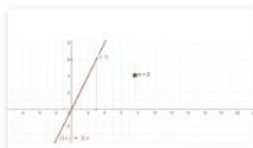
Funtzioak

Egilea: [Marije Ortego](#)

FUNTZIOAK DBH2. maila

Proporzionaltasun funtzioa. Funtzio afina

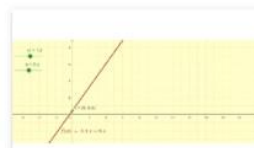
Zuzen baten malda



Proporzionalta funtzioa



Zuzen baten malda



Zuzen baten malda eta



Funtzioak: 1. Ariketa



Funtzioak: 2. ariketa

59. Irudia Geogebra Funtzioak

7.4. Zereginak: aurreikusitako ikaslearen jarduera autonomoa

Unitate didaktikoa aurrera eramatean ikasle baten batek, klaseko jardueren atalen bat etxean bukatu izan bazuen ere, gaia irakasteko saio asko izanik ez zen testu-liburuko jarduerarik etxeko lan moduan bidali.

Proiektuak berriz lau jarduera zituen, eta lehena, *Klimograma*, klasean egin bazuten ere, beste hirurak etxerako bidali ziren. Hauetatik luzeena zen *Adierazpen grafikoak* astebururako bidali zen.

Azpiko taulan, hauek egiteko eta azterketa prestatzeko aurreikusitako denbora ikus daiteke.

Zeregina	Denbora
Proiektuaren 2. jarduera: <i>Adierazpen grafikoak</i>	60 min.
Proiektuaren 3. jarduera: <i>Eskala termometrikoa</i>	30 min.
Proiektuaren 4. jarduera: <i>Sentsazio termikoa</i>	20 min.
Azterketa prestatzen	90 min.

44. Taula Aurreikusitako ikaslearen jarduera autonomoa

8. Kapitulu Esperimentazioa

Aurreko kapitulan azaldutako unitate didaktikoa Burlatako Askatasuna BHIko DBHko 2. ikasmilako A taldean aplikatuta izandako esperimentazioa deskribatzea eta lortutako emaitzen analisia da kapitulu honen helburua. Hau egiteko bost ataletan aurkeztu da irakaskuntza prozesua eta honen ebaluazioa aurrera nola eraman den: lagina eta esperimentazioaren diseinua; galdetegiak; hipotesiak eta aurreikusitako portaerak; emaitzak; eta emaitzen eztabaidak.

8.1. Lagina eta esperimentazioaren diseinua

Esperimentazioa egin den Burlatako Askatasuna BHIa 1995 ikasturtean sortu zen D ereduko institutua da. Bertara Burlatako Ermitaberri, Uharteko Virgen Blanca, Atarrabiako Atargi eta Zubiriko Gloria Larrainzar Eugi Ikastetxe Publikoetako ikasleak etortzen dira DBH ikasketak egitera, eta horretaz gain Batxilergoa ikasketak burutzeraz Atarrabiako Pedro de Atarrabia DBHtik eta Agoitzeko Agoitz DBHtik ere ikasleak datoz.

2020-2021 ikasturtean 517 ikasle ditu, 60 DBHko 1. ikasmilian, 67 DBHko 2. ikasmilian, 59 DBHko 3. ikasmilian, 82 DBHko 4. ikasmilian, 154 Batxilergoko 1. ikasmilian eta 95 Batxilergoko 2. ikasmilian. 22 ikasgelatan banatuta daude 20-25eko ratioarekin DBHn eta 23-32ko ratioarekin Batxilergoan. Institutua aurrera eramateko 65 langile daude, horietariko 55 irakasle direlarik.

Irakaskuntza prozesua eman den DBH 2A klasean zehazki 21 ikasle badira ere, hauetako hiru ez dute ohiko matematika klasea jasotzen behar bereziak dituztelako, hiruek Arreta-Defizitaren/Hiperaktibitatearen Nahasmendua (ADHN) dute eta batek gainera autismo puntu bat ere, eta Curriculum Bereziko Unitatean jasotzen dute haiek irakasgai hau. Horretaz gainera, beste lau ikasleek Dislexia, Disgrafia edo ADHN bezalako zailtasunak dituzte. Beste ikasle bat dago klasea jarraitzen ez duena eta irakasleari kasurik egiten ez diona, baina ikastetxeko pedagogoak dionez aurreko urtean ADHN proba egin bazioten ere, zailtasun hori ez zuela erabaki zuten Nafarroako Hezkuntza Bereziko Baliabide Zentroko (NHBBZ) adituek. Ikasle honek gainera ikastetxetik kanpo 3 salaketa jaso ditu, hiri barruko autobus bati harriak botatzeagatik, bere herriko haur eskolako beirate handi bat ostikada batez puskatzeagatik eta bizilagun baten balkoira dozena erdi arraultza botatzeagatik. Azkenik, zailtasunagatik ez bada ere, klasea modu egokian jarraitzen ez duen seigarren bat ere badago, ikastetxetik kanpoko psikologoak egindako diagnosiaren arabera, depresioa daukana. Harritu nau, klasean izandako 13-14 urteko 18 nerabeen talde batetan horren beste ikasleek behar bereziak izatea, baina ohikoa da eta izatez bizitako garai berezi hauetan hezkuntzan inklusiorako egiten ziren urratsak mantsotu dira (I. Martinez, 2021) .

Hala ere taldea nahiko langilea da bere osotasunean, behar berezietako zazpi ikasle horietako bi kenduta, eta hauetako bat klasea behar bezala jarraitzen ez badu ere, erraz asko gainditu du. Bestetik batzuetan nahiko berritsuak direla esan beharra dago, batez ere osteguneko saioetan eguneko bostgarren ordua delako. Baina momentu zehatz gutxietan bakarrik isilarazi behar izan zaie. Hala ere, behar bereziko ikasleen gainean saio guztietan egon behar izan dut, batzuk lasaitzeko eta beste pare bat behar bezala lanean jartzeko.

Lehendabiziko egunetik ere klasean bete behar zituzten bi arau jarri zitzairen. Batetik irakasleari euskaraz hitz egin behar ziotela nahi ta nahi ez, eta haien artean klase orduetan behintzat egin beharko luketela ere iradoki zitzairen. Eta bestetik, klasea hasten zen momentutik hau bukatu arte, ezin zirela norberaren ikasmahaitik altxatu irakasleari baimena eskatu gabe. Hau egitearen arrazoa, aurreko hiru asteetan DBHko 2., 3. eta 4. ikasmailtan entzule egonagatik jarri nituen, eta arrakastatsua izan zen hau egitea.

Aurreko kapituluan deskribatutako unitate didaktikoa aurrera eramateko, funtzioak gaiaren kontzeptu garrantzitsu batzuk egunero arbelean idatzi eta errepikatu zaizkie, hauek argi izateko eta jarduerak behar bezala osatzeko. Eta bai proiektuarekin, baita liburuaren adibide eta jarduera zehatz batzuekin, eguneroko egoerak eta gaiaren lotura ere azpimarratu izan da. Proiektuarekin gainera ingurumena eta klima aldaketaz mintzatzeko aukera emanez, besteak beste euria egin ez izanaren arrazoa delakoan.

Azkenik IKTen erabilera sustatu da ere klaseko lan tresna gehigarri bezala, batetik matematika modu dinamikoan erakusteko, eta bestetik Geogebra aplikazioaren erabilera erraza eta edukien bilaketa erakusteko. Azken puntu hau azpimarratzen saiatu nintzen, software librea izateaz gainera, Geogebra irabazi asmorik gabeko komunitatearen eskuzabaltasuna bere edukiak partekatzen dituelako. Honekin gizartearen jakintza partekatzearen garrantziaz aritzeko aukera eman zuen, eta hortik tiraka testu-liburuaren partekatzearen onura azalarazteko, horregatik beharrezko ardurarekin hauek zaintzeko eta modu egokian erabiltzeko eskatu zitzairen ere.

8.2. Galdetegiak

Lau atal ebaluagarri eskatu zaizkie ikasleei unitate didaktikoa aurrera joan ahala. Lehen saioan ikasleen aurretiko ezagutza modu azkarrean azalarazteko testu-liburuko jarduera xume bat, proiektuaren lau jarduerak, azken aurreko saioan bete zuten irakaskuntza prozesuaren ebaluazio inkesta eta azkenik Funtzioak gaiaren azterketa.

Hauetatik projektuko jarduerak eta azterketa bakarrik kalifikatzeko tresna izan dira, lehenak hirugarren hiru-hilabetearen % 5eko eta azterketak % 20eko pisua izan dutelarik. Aurreko Ekuazio-sistemen gaiak eta ondorengo Geometria gaiak ere %25eko pisua dute bakoitza, eta gainontzeko %25eko pisua klaseko jarrera, etxeko-lanak eta koadernoak izango dutelarik.

Kalifikazioa horrela izatearen erabakia DBHko 2. ikasmilan irakasten dugunon artean hartu da, proiektua aurrean egin den lehendabiziko aldia izan delako. Ez da guztizko kantsentsurik egon, irakasleetako batek proiektuaren pisua handiegia dela uste du, ikasleek elkarren artean jarduerak kopiatuko dituztelakoan. Hala ere behin adierazitako erabakia hartuta, ikasle guztiei irizpide berdina aplikatu zaie

8.2.1. Aurretiko ezagutza jarduera

Lehendabiziko saiotik, ikasleen funtzioen inguruko jakintza eta grafikoaren ulermena ezagutzeko asmoz, orri txuri bana eman zaie lehenik izena jartzea gogoraraziz eta bertan 257. orrialdeko 2. jarduera banaka erantzutea eskatu zaie. 59. irudian ikus daiteke jardueraren nondik norako.

Aste Santu aurreko azken saioan testu-liburuaren hirugarren alea ekarri behar zutela gogorarazi bazitzairen ere, batzuk etxean ahaztu dute. Aurretik 5. kapituluan azaldu den bezala testu-liburua hiru aleetan banatuta dago, eta aurreko gaia 8. Ekuazio-sistemak

bigarren alean dagoen bitartean, 14. Funtzioak hirugarrenean dago. Hala ere PDFan atzigarri nuenez, ikasgelako telebista adimentsuan jarduera tamaina handian ipini zaie, eta guztiek egin ahal izan dute.

Interesgarria izan da ikasleen euskara eta irakurmenaren ulermen maila zein den ikustea, D ataleko *taketa* hitzaren esanahia ezagutzen ez zutelarik, ohiko galdera izan delako arbelean marrazki baten bidez adierazi zaie esanahia uler dezaten eta baten batek F ataleko *urtegia* zer den galdetu zuenean Eugiko urtegia izendatzearekin ulertu egin da.

Grafiko bakoitza bere enuntziatuarekin
Erreparatu honako erlazio funtzional hauei:

- A. Poltsa bat laranjaren prezioa pisuaren arabera.
- B. Presio atmosferikoa igotzen garen altueraren arabera.
- C. Toki jakin bateko temperatura eguneko orduaren arabera.
- D. Zaldia soka tenkatuaren bidez lotuta dagoen tokitik taketera dagoen distantzia, zaldiak taketeren inguruan birak eman ahala, denboraren arabera.
- E. Gorantz jaurti den harriaren altuera denboraren arabera.
- F. Urtegiko uraren maila urteko hilaren arabera.

2 Esleitu honako txartel hauetako bakoitza dagokion grafikoari.

60. Irudia Aurretiko ezagutza jarduera

8.2.2. Proiektuaren jarduerak

Aurreko kapituluan ikus daitezkeen Estazio Meteorologiko proiektuaren 4 jarduerak, hirugarren hiru-hilabeteko kalifikazioaren %5eko pisua izan dute, eta Funtzioak gaiaren %20a. Honen bitartez LHko 5. eta 6. ikasmailetan Gizarte Zientziak, DBHko 1. ikasmilan Geografia eta Historia eta DBHko 1. ikasmilan Matematika irakasgaietan jasotako aurretiko ezagutzak, gai honetan irakatsitakoarekin osatu eta egunerokotasuneko eguraldia eta klimaren testuinguruarekin jorratzeko jarduerak dira. Binaka egitea egokiago izango bazen ere, COVID-19-aren pandemiak ezarritako murrizketengatik banaka egin behar izan dituzte. Lehena ikasgelan egin zuten, hasierako zalantzak momentuan argitu ahal izateko, eta beste hiruak etxeko lanak izan dira.


8.2.3. Irakaskuntza prozesuaren ebaluazio inkesta

Azterketa aurreko 11. saioan, proiektuan egindako jardueren lanak banatu aurretik, hau da gaiaren atal baten kalifikazioa jaso aurretik, 20 minututan betetzeko inkesta pasa zaie. Aurreneko eguneko aurretiko ezagutza bezalakoa dela argitu zaie, kalifikazioan zer ikusirik ez zuela beraz, eta hau ere betetzea eskertu zaie.

Aurrekoan ez bezala, honetan izenik ez jartzea eskatu zaie anonimotasunean oinarrituta ahalik eta zintzoen izan daitezen. Eta horretaz gainera, azterketak zuzendu arte ez direla begiratuko azaldu zaie ere, hauen zuzenketarekin ez nahasteko.

Inkestan lau atalen inguruko galderak egin dira, irakaslea, gaia klasean jorratutako modua, aurretik azaldutako bi arau horiek jartzearen iritzia eta azkenik Estazio Meteorologikoaren proiektua.

Bertan agertzen diren hamasei galderak 1etik 10erako puntuazioa adieraztea eskatzeaz gainera, oharrak idazteko tokia ere jarri zaie galderaren inguruko haien buruerak idazteko. Nahi izanez gero behealdean edo atzealdean edozein iruzkin, iradokizun edo kritika ere idazterik dutela argitu zaie. Hau betetzea aurretik eta jasotzerakoan eskerrak eman zaizkie, irakasle trebakuntzan laguntza emateagatik.


	Irakasgaia: Matematika	
	Ikasturtea: 2020/21 Data: 2021-04-29	3. ebaluazioa DBH 2. A
Unitateak / Gaiak: FUNTZIOAK		
GARAPENA EBALUAZIOA		
ARRAKASTA ADIERAZLEA	Puntuazioa 1etik 10era	Oharrak
Irakasleak klaseak puntualtasunez hasi eta bukatzen al ditu?		
Gaia hasi aurretik zure aurreko ezagutza zein den galdetu al zaizu?		
Egunerokoarekin hasi aurretik, aurreko eguneko argitu al zaizu?		
Klaseetan jasotakoa zure interesekoa izan al da?		
Gaian erabilitako denbora egokia izan al da?		
Ikus-entzunezko edo baliabide informatikorik erabili al da?		
Irakaslea saiatu al da ikasleek ezagutza lor dezaten?		
Irakasleak ikasleen kezka argitzen saiatu al da?		
Lortu al du kezka horiek argitzen?		
Zure partehartzea sustatu al du irakasleak?		
Klasean jarrera egokia izateko arauak jakinarazi al zaizkizu?		
Arauak egokiak direla uste al duzu?		
Irakasleari euskaraz aritu behar izatearen araua, egokia al da?		
Estazio meteorologikoaren proiektuarekin gaiaren ezagutza hobeto jaso al duzue?		
Proiektuaren egin beharrak errazak izan al dira?		
Beste gairen batekin proiektuaren bat egitea nahiko al zenuke?		

MILA ESKER ERANTZUTEAGATIK. Aritz Labat

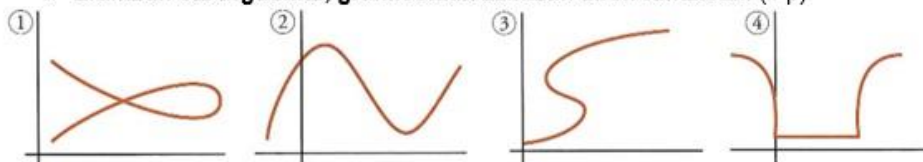
8.2.4. Azterketa

Azpi-atalaren sarreran adierazi den bezala, azterketa da Funtzioak gaiaren kalifikazioan pisu handiena duen atala, %80koa eta hirugarren hiru-hilabetearen % 20a.

Hiru taldeetan antzeko azterketak egin dira, beste bi irakasleek tutorearen gomendioekin neronek prestatutakoa oinarritzat hartu dute, aldaketa txikiren bat honetan sartuta. Orain aurkeztuko dena guztira 8 puntu ditu kalifikazioaren %80eko pisua duelako. Gainditzeko jakintza minimo bat izan behar da, eta aldi berean puntu guztiak lortzeko gaia osorik ulertu behar izatea du helburu.

	Irakasgaia: Matematika		NOTA
	Ikasturtea: 2020/21 Data: 2021-04-30	3. ebaluazioa DBH 2.	
Unitateak / Gaiak: FUNTZIOAK			
Izen-abizenak:			

1. Erantzun eta argudiatu, grafikoetatik zeintzuk diren funtzioak: (1 p)

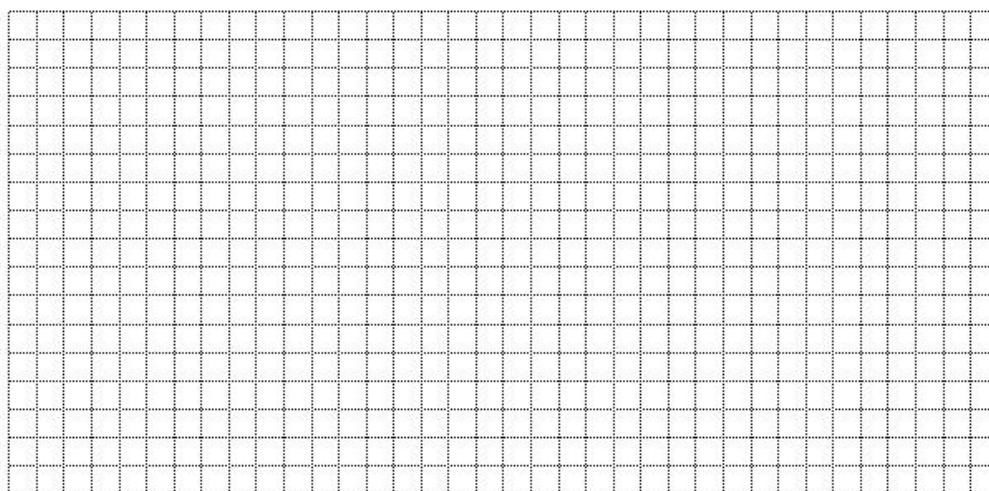


2. Grafikoki irudikatu funtzio hauek: (1,5p)

a) $y = 3x - 2$

b) $y = -\frac{3}{2}x + 1$

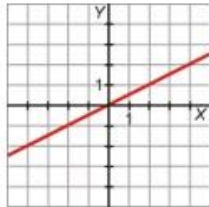
c) $y = -3$



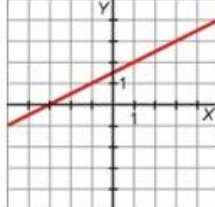
Taldeetako batean lehen galderak bi puntu balio zituen, bigarren atal batean funtzioaren definizio zehatza eskatzen zuelako, eta 2. eta 3. galderari 2 puntuko balio eman zion.

3. Idatzi grafikoki adierazitako funtzioen ekuazioak: (1,5p)

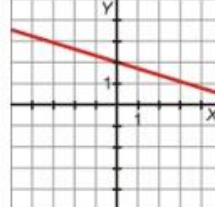
a)



b)

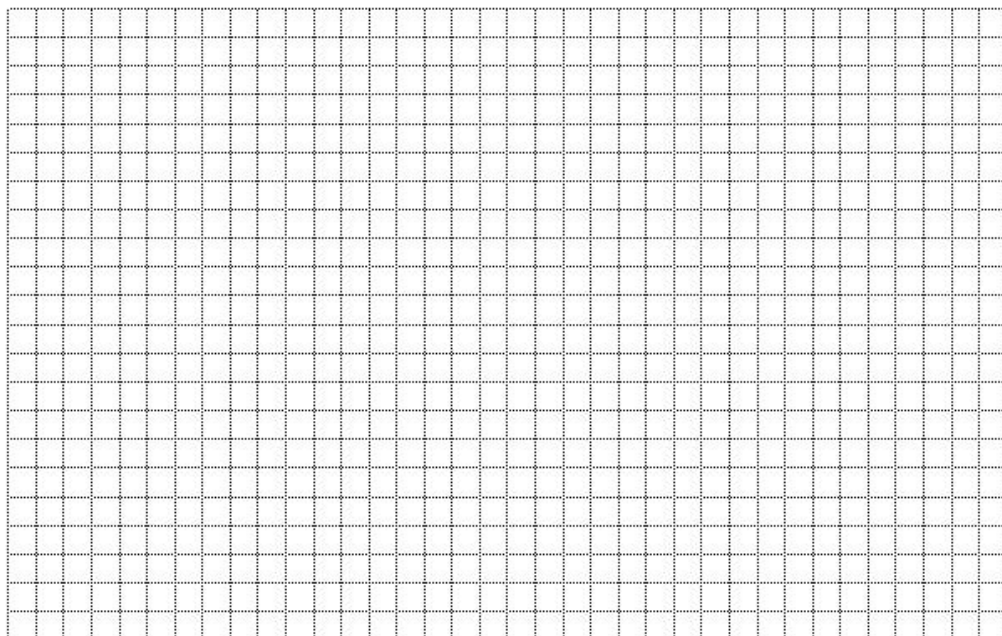


c)



4. Datu taula erabiliz, ondoko funtzioa marraztu: $y = x^2 - 4x + 3$ (2 p)

x	y
-1	
0	
1	
2	
3	
4	
5	



63. Irudia Azterketa 2

Beste talde batean berriz, hirugarren eta azken orrialdeko 5. galderaren 4. atala kendu eta 6. galdera bat jarri zuen 2 puntuko balioa izanik.

Funtzioen ikaskuntza prozesua proiektu batekin lagunduta DBHko 2. ikasmilian

5. Igerileku batetara egun batean joan den jendearen jarraipena egin eta ondoko grafikoa egin dute: (2 p)



- a) Zeintzuk dira erlazionatzen diren aldagaiak? Esan zein den askea eta zein menpekoa eta zehaztu erabiltzen diren eskalak eta unitateak.
- b) Esan funtzioa zein tarteetan den:
Gorakorra:
Konstantea:
Beherakorra:
- c) Zein ordutan dago jende gehien igerilekuan? Zenbat daude une horretan? Nola esaten diogu matematikoki puntu horri?
- d) Grafikoa 6 tarte desberdin ditu. Zein da hauetako bakoitzaren malda, grafikoa eskala kontutan izanik?

64. Irudia Azterketa 3

Beraz beste bi taldeen azterketak 10 puntu balio zituen, gaiaren kalifikazioan eta hirugarren hiru-hilabetekoan ere pisu berdina bazuten ere. Momentuan haien erabakia ulertu ez banuen ere, egia da nire puntuatzeko moduak ikasleen galderak eta ulertzeko zailtasuna sortu zuela.

8.3. Hipotesiak eta aurreikusitako portaerak

Aurreko ataleko azpi-atal bakoitza sortzean edo proposatzerakoan, tresna hauen ebaluatzeko erabilgarritasunean pentsatu da. Ikasleei hauek aurkeztean argi utzi zaie batzuk kalifikatzeko erabiliko zirela, proiektuko jardueren oinarriko helburua hezkuntza

esanguratsua lortzea zela adierazi bazitzaien ere, eta besteak ikasleriaren aurretiko ezagutza eta gaiaren irakaskuntza prozesuaren ebaluazioa egiteko zirela.

Horregatik atal honetan lau azpi-atal hauekin lortu nahi zena, eta aukeraketa edo galdeketa sortzean izandako hipotesiak eta lortuko ziren erantzunen aurreikuspenak aurkeztuko dira.

8.3.1. Aurretiko ezagutza jarduera

Unitate didaktikoarekin hasi aurretik interesgarria da ikasleen gaiaren aurretiko ezagutza zein den jakitea, hurrengo saioetan behar handiagoa duten kontzeptu edo prozeduretan arreta gehiago ipintzeko eta adibide esanguratsuagoak erabiltzeko, eta lanean dauden bitartean ikasleen behar bereziak somatzeko ere balio du. Ebaluazio diagnostikoaren bidez beraz ikasleen hasierako jakintzarekin ondorengo ezagutza irakasteko erabiliko da (N. Sanmartí, 2007).

Jarduera honek grafikoaren ulermena ebaluatzearekin batera, ikasleen irakurmen ulermena nolakoa den jakiten lagunduko duela uste da. Aldi berean ikasleen jarrera ezagutzeko ere balio du, aurreko asteetan ikasgelan entzule bezala eta noizbehinka jardueretan laguntzen edo zalantzak erantzuten egon banaiz ere, rola aldatzerakoan haien erantzuna desberdina izan daitekeelako.

Nahiko jarduera erraza dela dirudien arren, esaldi batzuetako hiztegiak arazoak sor ditzakeela uste da, eta deskribatzen diren egoera batzuk egunerokotasun arruntetik urruti egoteagatik zailak izan daitezkeela aurreikusten da.

Ikasleen erantzunak bildu ondoren, hau zuzentzearekin batera adierazpen grafiko guztiak funtzioak direla adieraziko zaie, honen definizioa argituz eta koordenatu ardatzen inguruan lehen azalpenak emateko aukera izango dugu.

8.3.2. Proiektuaren jarduerak

Aurreko ikasmailetan eta irakasgai desberdinetan klimogramak eta bestelako grafikoa interpretatzen ikasi dutenez, lehen saioan bertan jarduerekin hastea egokia dela uste da, eta kontzeptuak edo prozedurak gaien jorratzen diren momentuan bertan eguneroko egoerako kasuekin lotura egitea.

Lehendabizikoan klimograma bat irakurtzen dakiten probatzeko eta gaiaren sarreran ikusitako maximo kontzeptua klimogramaren tenperatura beroena duen hilabetearekin lotzeko.

Bigarrenean adierazpen grafikoak balio-tauletatik irudikatzeaz gainera, bertan zein tarte diren gorakorrak edo beherakorrak, eta aurreko saioetan ikusitako antzeko kontzeptuak benetako egoeraren grafikoan interpretatzea.

Hirugarrenarekin berriz, adierazpen aljebraikoak ulertu eta kalkuluak egiteaz gainera, eskala termometrikoa eta funtzio lineala dela barneratze balioko diela uste da. Hala ere, tenperaturak adierazteko eskala desberdinak daudela ez zaie interesgarriegi gertatuko.

Azken jarduerarekin, gaien ikusitakoa eguneroko azken gai batekin lotzearekin, azken kalkulu batzuk egitea eta hiru dimentsioko balio-taula bat ondo interpretatzea eta ulertzea espero da.

8.3.3. Irakaskuntza prozesuaren ebaluazio inkesta

Galderak ulergarriak egiten saiatu banaiz ere, hauetako batzuk guztien aurrean azaldu beharko ditudala uste dut, esate baterako, aurretiko ezagutzen jarduera ez dute gogoratuko.

Inkestak azterketak zuzendu ondoren begiratuko direla esateaz gainera, hauek jasotzean kartazal handi baten barnean sartzeari zait, eta azterketa zuzenduak banatu arte horrela mantentzea. Baina interesgarriago iruditzen zait, kalifikazioarekin bukatutakoan hauek irakurtzea, azken klasean eskerrak eman eta haien inguruan azalpenen bat eman ahal izateko.

Haiekin denbora gutxi egon naizenez, ez dut espero oharretan gauza gehiegirik idatziko dutenik, baina gauza interesgarriren bat jasotzea espero da.

8.3.4. Azterketa

Hau prestatzeko testu-liburuan azken orrialdeko *Autoebaluazioa* eta aurreko urteko azterketa oinarri hartu ditut, baina klasean egindako jarduerak eta ikasleek izandako zalantzak ere izan ditut buruan. Ikasgelan irakastean buruan izan den bezala, curriculumean agertzen diren ebaluazio erizpideak azterketan ere betetzen direla ziurtatu da. Galdera bakoitzaren zergatia azalduko da orain.

Lehenengoarekin benetan funtzio bat zer den ulertu duten jakin nahi da. Ez dute zertan definizioa zehatza eman behar, baina bai behintzat x aldagai askearen balio bakoitzeko y mendeko aldagaiak balio bakarra izan behar duela, hau haien hitzez adierazita. Horregatik argudiatu behar dutela azterketa egunean ere argi utziko zaie.

Bigarren ariketan ekuazioen adierazpen grafikoak marrazteko eskatzen zaie, malda eta ordenatua oinarrian kalkulatu. Proporzionaltasun-funtziorik ez jartzea erabakitzen da, hurrengoan galderan alderantzizko bidean egingo dutelako, eta bi linealetan seinuarekin eta zatikiekin ariketa pixka bat zailduz.

Hirugarrenean aurrekoaren kontrakoa eskatzen zaie, eta klasean azalduetako funtzio paraleloak ere behar bezala ulertu dituzten ikusi nahi da. Aurrekoan funtzio konstantea zegoenez, honetan ez da agertuko. Gainera b azpi-atalean ordenatua jatorrian zenbaki osoa ez izateak sor ditzakeen zailtasunak hausnartzeko aukera emango digu.

Laugarrenean funtzio koadratiko bat nola irudikatzen duten ikusteaz gainera, puntuen artean zuzenen ordezkurba egin beharko dute, kalkulu aljebraikoak behar bezala egiten dituzten ikusi nahi da.

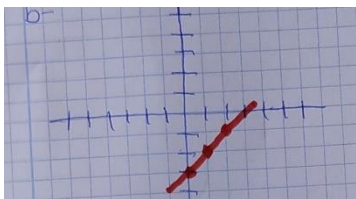
Azken ariketarekin egunerokotasun egoera baten grafikoak ondo interpretatzen dituzten ikusteko balioko du, eta gaian jorratutako funtzioen inguruko kontzeptuak ere modu praktikoan hauen balioak eskatuko zaizkie. Horretaz gainera azken azpi-atal bat sartu da, malda eta eskala benetan ulertu duten jakiteko. Bi kontzeptuak bai ikasgelako saioetan baita proiektuaren adierazpen grafikoekin jardun badute ere, egoera errealaren abstrakzio maila altua gerta daiteke. Horregatik hau kalifikatzeko garaian, inork ondo kalkulatu ez badu, kalifikaziotik azpi-atal hori aterako dela aurreikusi da.

8.4. Emaitzak

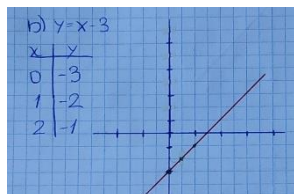
Aurreko bi ataletan galdetegiak eta hauen inguruan aurreikusitakoaz aritu gara, eta atal honetan horietan ikasleen emaitzak ikusiko ditugu.

Honekin hasi baino lehen, ikasleen koadernoetan ohiko errore pare bat erakutsiko dira, ikasgelan gaia jorrazteko jardueretan egin zituztenak:

- Funtzio linealak ordenatua jatorrian eta malda kalkulatu adierazpen grafikoa egin beharrean, bi puntu edo gehiago kalkulatzeko. Adibidean $y = x - 3$ adierazteko, aurretik ikusi dugun bezala errore epistemologiko tipiko bat da:

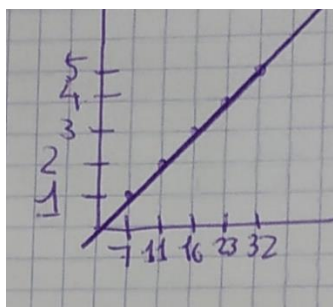


65. Irudia 267 1 b)

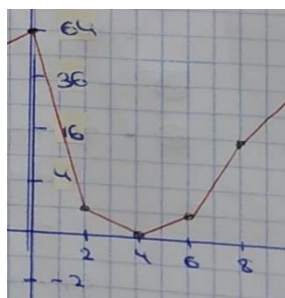


66. Irudia 267 1 b

- Arazoak ekuazioen adierazpen grafikoekin eta erroreak hauek marraztean, adibidez koordenatu ardatzen eskala egokia ez izatea:



67. Irudia 270 12 a)



68. Irudia 270 12 c)

Erakutsitako adibide hauen ondoren bai, esperimentazioaren lau atalen emaitzen analisiarekin hasiko gara.

8.4.1. Aurretiko ezagutza jarduera

Jarduerak sei deskribapenak adierazpen grafiko banarekin lotzea eskatzen zuen, eta lehen saioan ikasgelan zeuden hamabost ikasleetatik lauk bakarrik lortu zuten denak ondo parekatzea.

Erantzun zuzenak	Erantzunen %	Ikasle kopurua	Ikasle %
0	% 0	2	% 14
2	% 33	3	% 21
3	% 50	2	% 14
4	% 67	3	% 21
6	% 100	4	% 29

45. Taula Aurretiko ezagutza erantzun zuzen kopuruaz taldekatua

Ondo erantzun zirenak ez ziren espero zirenak izan, eguneroko testu inguruagatik eta aurreko ikasgaietan jasotako ezagutzagatik. Gehienok ondo erantzun zutena, harri bat

gora botatzearena izan zen, parabola batena, eta bigarrena bai esperotakoa funtzio proportzional bat izanik, laranja poltsa baten prezioa pisuaren arabera.

Funtzioen deskribapena	Ondo parekatuta	Parekatutakoen %
A	12	% 80
B	6	% 40
C	5	% 33
D	10	% 67
E	13	% 87
F	6	% 40

46. Taula Aurretiko ezagutza deskribapenak ondo parekatuta

Irakasgaiaren sarrera egiteko balio izan zuen jarduera hau ikasleek banaka egitea, baina ezin izan zen erantzunetik informazio gehiegi atera, aurretik esan bezala ikasleen jarrera eta hiztegiarekin izan zituzten arazoetatik haratago. Jarrerari dagokionez, unitate didaktikoan klasean arazo gehien sortutako biak izan ziren bat ere ondo erantzun ez zuten bi ikasleak.

Beraz talde bezala adierazpen grafikoak gehiegi ulertzen ez dituztela ondoriozta dezakegu, laurdenek bakarrik ondo egin baitzuten, eta honetan ere beste ñabardura bat egitea egoki iruditzen zait. Denak ondo erantzundako ikasleetako batek gainera, bere atzean esertzen denari kopiatu ziola uste dut, gaia gainditu ez duelako eta aurreko ekuazio sistemen gaia oraindik nota kaxkarragoa duelako, eta batez ere klasean jarduerak proposatzean askotan atzekoari begira egoten zelako.

8.4.2. Proiektuaren jarduerak

Aurreko kapituluan esan bezala, lehenengo jarduera egiteko klasean denbora utzi zitzaien, besteak aldiz etxeko lanak izan ziren eta hasieratik esan zitzaien moduan, hauetako bakoitzak puntu gehigarri bat zuen garaiz entregatzeagatik. Lehendabizikoa hau ere kontutan izan zen aurreko puntuan esandako bi ikasleek etxean bukatuko zutela esan zutelako, baina horietako batek hau ez zuen entregatu, eta besteak ez zuen jardueretako bat ere entregatu.

Klimograma	Adierazpen grafikoak							Eskala Termicoa		Sentsazio termikoa				NOTA		
	Ondo	Data	Eskala	Unitateak	Saltoa	Ondo	Galderak	Partziala	Data	Ondo	Data	Ondo	Data		Puntuak	Datan
			0	1	0	0	2,5	3,5	21			4,5	26	8	1	29%
7	12	1	1	1	0,5	1	4	7,5	21	5	22	5	26	24,5	3	89%
2	12	1	1	0	0,5	0	0	2,5	22	2	22	4	26	10,5	3	44%
5	12	1	0	0	1	2,5	4,5	21	21	1	22	2,5	26	13	3	52%
5	12							0		2	22	4,5	26	11,5	3	47%
7	12	1	1	0	1	4	7	19	19	5	22	4,5	26	23,5	4	89%
7	12	1	0	0	1	3	5	19	19	2	22	3	26	17	4	68%
		1	0	0	1	1	3	22	22	1	23	3	26	7	2	29%
8	12	0,5	1	1	1	4	7,5	22	22	2	26	0,5	27	18	1	61%
6	12	1	1	0	1	0	3	26	26	3	22	3,5	27	15,5	2	56%
8	12	0	1	0	1	4	6	19	19	3	23	3,5	26	20,5	3	76%
								0								
6	12	1	0,5	0	0,5	2,5	4,5	21	21	6	22	3,5	26	20	3	74%
8	12	1	1	1	1	3	7	21	21	5	22	4	26	24	3	87%
7	12	0,5	1	0	1	4	6,5	21	21	6	22	3,5	26	23	3	84%
4	12	1	0	0	1	2	4	23	23	2	22	2,5	26	12,5	3	50%
6	12	1	1	1	0,5	2,5	6	19	19	6	22	4	26	22	4	84%
8	12	1	1	1	1	4	8	21	21	5	22	4,5	26	25,5	3	92%
8	12	1	1	1	1	4	8	19	19	6	22	5	26	27	4	31

47. Taula Proiektuaren jardueren kalifikazioa

Taulan ikus daitekeen bezala, ikasle gehienek jarduerak entregatu bazituzten ere, astebururako bidali zen adierazpen grafikoan jarduera gutxi batzuk garaiz egin zuten, zaila zela argudiatuta. Hala ere, hurrengo taulan ikus daitekeen bezala, jarduera horren batezbesteko nota proiektuaren batezbestekoaren antzekoa da.

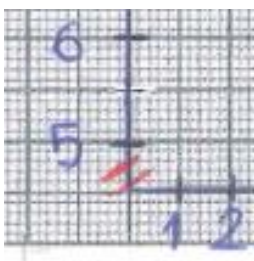
Klimograma	Adierazpen grafikoak	Eskala termometrikoa	Sentsazio termikoa	Guztira
7,8	6,7	5,8	7,1	6,4

48. Taula Proiektuaren jardueren kalifikazioen batezbestekoa

Emaitzak uste baino baxuagoak izan ziren, batetik etxerako bidaltzean elkarri kopiatzeko aukera zutelako, eta batez ere hirugarrena eragiketa simple batzuk eginda ondo egiten erreza zelako. Beraz ondoriozta daitekeena da *Eskala termometriko* jardueran arazo gehien dutela eta beraz, adierazpen aljebraikoekin operatzen arazoak dituztela.

Adierazpen grafikoetan ohiko akatsak:

- Eskalan ardatz hautsi marratxoak behar bezala ez jartzea:

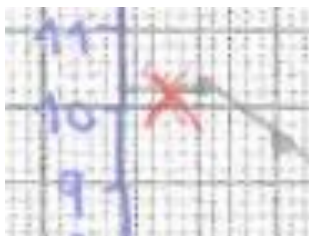


69. Irudia Ardatz hautsi marratxoak faltan



70. Irudia Ardatz hautsi marratxoak soberan

- Daturik gabe ordenatu ardatzetik lerroa marraztea:



71. Irudia Ordenatu ardatzetik lerroa 1



72. Irudia Ordenatu ardatzetik lerroa 2

Eskala termometrikoan enuntziatuan $T(F) = 1,8 \cdot T(C) + 32$ ekuazioa izanik, 2. atala gaizki erantzutea:

$$(C) \quad C = \frac{F}{1,8} - 32$$

73. Irudia Akats aljebraikoa 1

$$(B) \quad C = \frac{F + 32}{1,8}$$

74. Irudia Akats aljebraikoa 2

8.4.3. Irakaskuntza prozesuaren ebaluazio inkesta

Inkesta egin zen egunean bi ikasle falta zirenez, hamazazpik hau bete zuten. Erantzunen batezbesteko kalkulaturata, bik gutxiegitzat ebaluatu zuten, hiruk nahiko, seik ongi eta azken seiak oso ongi batekin.

Egokiago ikus daiteke galdera bakoitzaren batezbestekoan zein atal izan den hobe eta zein ez. IKTen erabileraren ingurukoa izan da notarik txarrena jaso duena, beraz hauek erakutsi eta hauen erabilgarritasuna sustatzeko egindako saiakera ez da behar bezalakoa izan. Honen inguruan azterketa zuzenduak banatutako egunean galdetu nienean, batzuk informatika gelara joan ez izanagatik, erabili ez zirela uste zutelako zerokoa jarri zutela esan zuten. Bestetik, klasean jasotakoaren interesa ere baxua izan da, eta haien parte-hartzea nahiko sustatu ez dela uste dute ere.

Irakaslearen jarreraren ingurukoak nahiko puntuazio altua lortu dute, baina gaiaren ulermena eta honen inguruko kezka argitzearenak uste baino baxuagoak izan dira, saiatzeagatik soilik ez delako beti nahi dena lortzen.

Gaia jorratzeko ikasleek denbora gutxi erabili dela ustea harrigarria iruditu zait, eta galdera batzuen erantzunak ikasleen iritzia eta jarreraren arteko aldea nabarmen azaldu ere. Irakasleari euskaraz aritzearen arauari balorazio handia jarri badiote ere, euskararen erabilerarekin ez dator bat. Azkenik, proiektuarekin gustura aritu direla ematen du, eta beste gai batzuekin ere horrelakoak antola daitezke.

Irakasleak klaseak puntualtasunez hasi eta bukatzen al ditu?	8,6
Gaia hasi aurretik zure aurreko ezagutza zein den galdetu al zaizu?	8,2
Egunerokoarekin hasi aurretik, aurreko eguneko argitu al zaizu?	6,5
Klaseetan jasotakoa zure interesekoa izan al da?	4,7
Gaian erabilitako denbora egokia izan al da?	5,3
Ikus-entzuneko edo baliabide informatikorik erabili al da?	3,6
Irakaslea saiatu al da ikasleek ezagutza lor dezaten?	6,2
Irakasleak ikasleen kezka argitzen saiatu al da?	7,7
Lortu al du kezka horiek argitzen?	6,2
Zure partehartzea sustatu al du irakasleak?	4,9
Klasean jarrera egokia izateko arauak jakinarazi al zaizkizu?	6,9
Arauak egokiak direla uste al duzu?	6,1
Irakasleari euskaraz aritu behar izatearen araua, egokia al da?	8,0
Estazio meteorologikoaren proiektuarekin gaiaren ezagutza hobe jaso al duzue?	6,5
Proiektuaren egin beharrak errazak izan al dira?	6,8
Beste gairen batekin proiekturen bat egitea nahiko al zenuke?	7,7

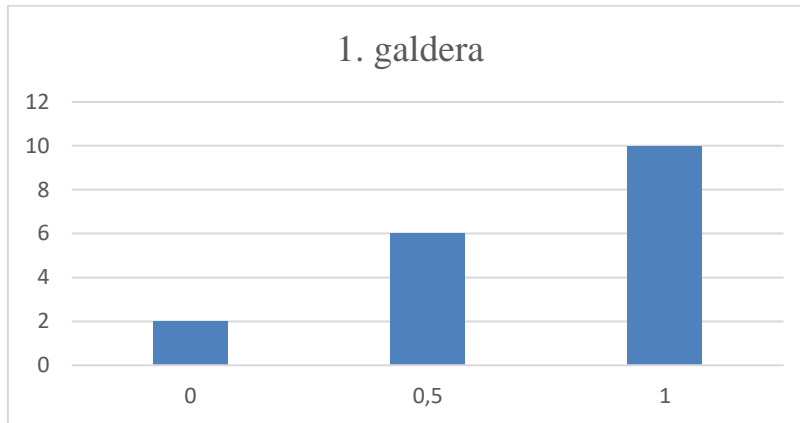
49. Taula Ebaluazio inkestaren batezbestekoak

8.4.4. Azterketa

Aurreko kapituluan esan bezala, azterketa egunean ikasle batek beste jarduera bat zuelako, ezin izan zuen azterketa besteekin batera egin, eta ikasle berezia izanik, aukera izan zuenean ere ez zuen azterketa egin, izena jarri besterik ez.

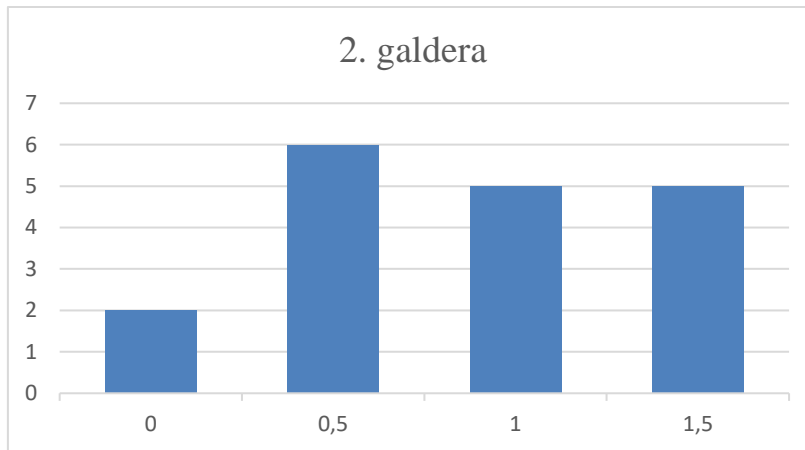
18 ikasleek azterketan emandako erantzunen analisia egingo da orain, galdera bakoitzaren puntuak zein ataletan lortzen ziren aipatuz:

1. Bi atal izan ziren kontutan: zein grafiko ziren funtzioak (0,5 puntu); argudioan funtzioa behar bezala haien hitzekin definitzen zuten (0,5 puntu).



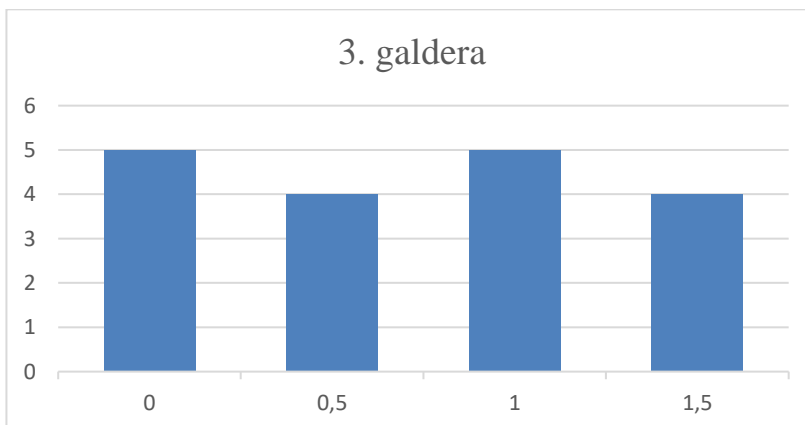
75. Irudia 1. galderaren emaitzak

2. Hiru funtzioen ekuazioen adierazpen grafikoak irudikatu behar zituzten. (bakoitzak 0,5 puntu)



76. Irudia 2. galderaren emaitzak

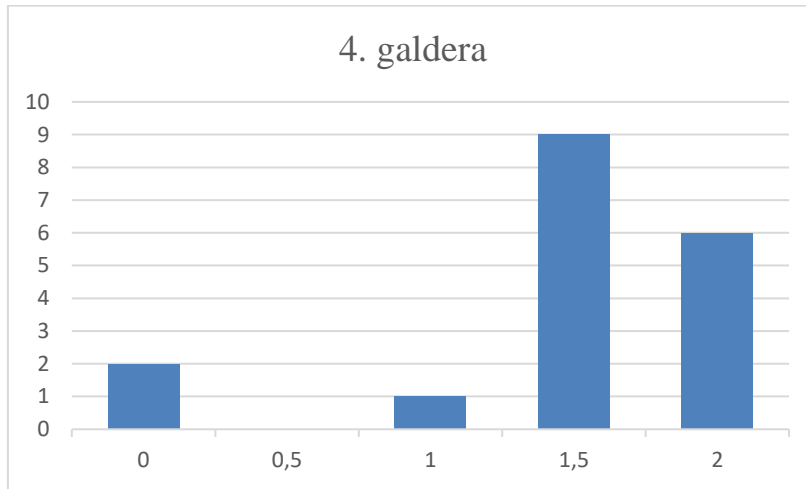
3. Hiru funtzioen adierazpen grafikoaren ekuazioak idatzi behar zituzten. (bakoitzak 0,5 puntu)



77. Irudia 3. galderaren emaitzak

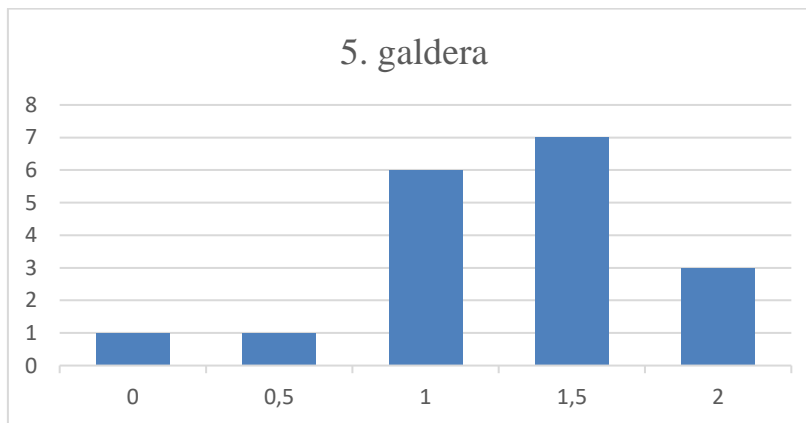
4. Lau atal izan ziren kontutan: koordenatu ardatzak ondo marraztea (0,5 puntu); unitateak idatzi eta eskala mantendu (0,5 puntu); funtzio koadratikoaren balio-

taulako balioak ondo kalkulatu (0,5 puntu); parabolaren adierazpen grafiko egokia (0,5 puntu).



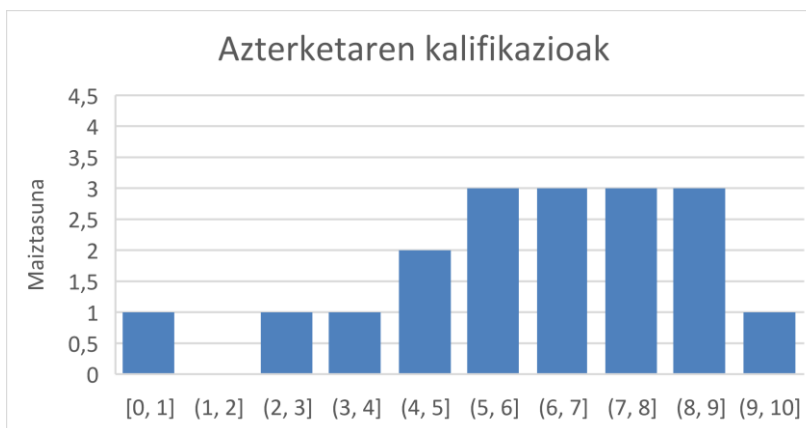
78. Irudia 4. galderaren emaitzak

5. Lau atal izan ziren kontutan: adierazpen grafikoaren aldagai askea, menpekoa, unitateak eta eskala zein ziren; tarte gorakorra, beherakorra eta konstanteak zeintzuk ziren; maximoaren inguruan grafikoaren informazioa egoki interpretatzearen galderak; tarteen malda kalkulatzeko.



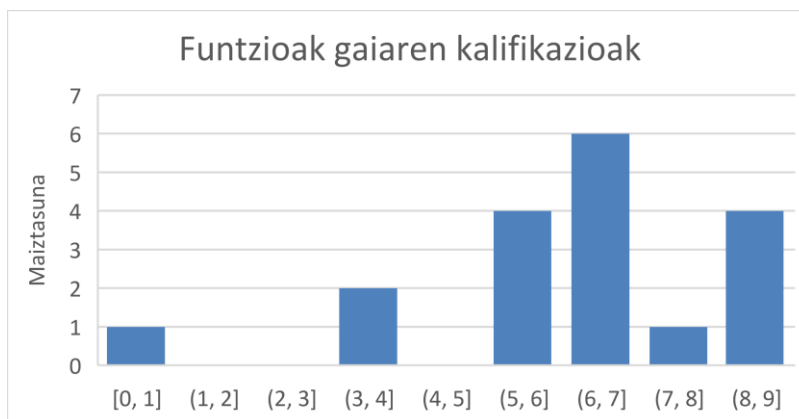
79. Irudia 5. galderaren emaitzak

Aurreko galderen emaitzekin, hau da ikasleek azterketan lortutako kalifikazioaren maiztasun diagrama.



80. Irudia Azterketen kalifikazioa

Aurreko ataleko proiektuaren jardueretako kalifikazioak kontutan izanik, hau izan zen funtzioak gaiaren ikasleen kalifikazio finala.



81. Irudia Funtzioak gaiaren kalifikazioa

Ikusten denez proiektuaren jardueren notak kontutan izanda, azterketan nota baxua zutenek zeozer igo zuten eta altuenek aldiz pixka bat jaitsi. Azterketen batezbestekoa 6,13 eta lanena 6,16 izan zen, azkenean 6,14 bateko media geldituz. Kontutan izan behar da ikasle batek 0koa atera zuela, aurreko Ekuazio-Sistemen gaian bezalaxe. B taldeko notak eskuratu nituen, eta antzekoa gertatu zen 6,24ko batezbestekoa 6,21era jaitsi zen. Kontutan izan behar da, azterketa hutsik utzi zuenak proiektuko jarduerarik ere ez zuela entregatu, bere nota batezbesteko jaitsiz.

8.4.4.1. Azterketaren emaitzen analisia

Lehen galderan ikasle gehienek funtzioak ziren adierazpen grafikoak identifikatzeko gai izan baziren ere, erdiek baino zeozer gehiagok bakarrik behar bezala argudiatu zuten haien erantzuna, definizioa behar bezala ulertu zutelarik.

Bigarrenean ekuazioen adierazpen aljebraikotik adierazpen grafikoa marraztean, funtzio konstantea gehienok ondo egin zuten, baina beste funtzio linealekin arazoak izan zituzten malda negatiboak behar bezala ulertzen. Ohiko akatsa izan zen ere, ordenatua jatorria $(0,0)$ puntuan adieraztea, nahiz eta oinarri puntutik maldarekin kalkuluak ondo egin bigarren puntua adierazteko.

Hirugarrenean adierazpen grafikoetatik ekuazioaren adierazpen aljebraikoa idaztea gehiago kostatu zitzairen. Malda negatiboekin berriz ere arazoak izan zituzten, eta b) azpi-ataleko ordenatua jatorrian mozketan puntua zenbaki hamartarra edo zatikia izategatik, gutxi batzuk izan ziren ondo egin zutenak.

Laugarrena nahiko ondo egin zuten, baina balio-taula betetzeko orduan kalkuluren batean negatiboekin gaizki maneiatzea sarri izandako akatsa izan zen.

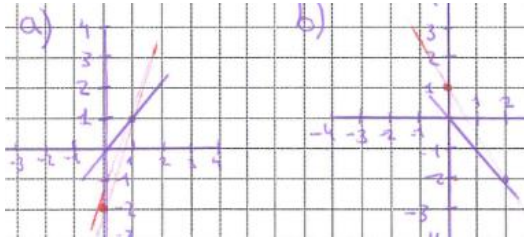
Bostgarren eta azken galderan, b) eta c) azpi-atalak gehienek ondo erantzun bazuten ere, a) azpi-atalean aldagai askea eta menpekora edo eskala eta unitatea bezalako hiztegia erabiltzeagatik arazoak izan zituzten. Eta espero sen bezala bertan txertatutako d) azpi-atala hiruk bakarrik jakin izan zuten ondo erantzuten, abstrakzio maila haundiagoko galdera zelako.

Analisi honekin amaitzeko, esan beharra dago, 2 eta 3 galderek gaiaren oinarrizko eragiketak izanik, orohar gaizki egin zituztela.

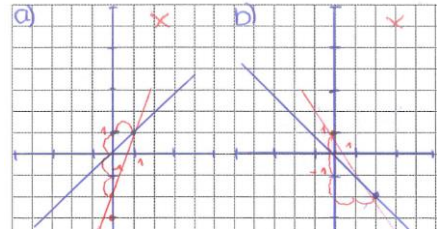
8.4.4.2. Azterketan izandako akatsen irudi esanguratsuak

Aurreko azpi-atalean esandako akats batzuen irudiak aurkeztuko ditugu orain, eta hauen maiztasuna zein izan den adieraziko dugu ere:

- Ordenatua jatorrian eta malda ondo kalkulatu, baina adierazpen grafikoa marraztean ordenatu jatorria $(0,0)$ puntuan jarri, beste bat denean hiru ikaslek egin zuten, azterketa egindako %18a: 2. a) $y = 3x - 2$ b) $y = -3/2x + 1$

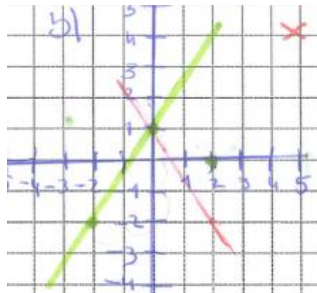


82. Irudia Ordenatu jatorrian adierazpen akatsa 1

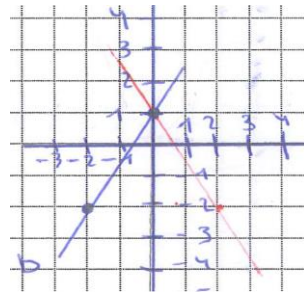


83. Irudia Ordenatu jatorrian adierazpen akatsa 2

- Malda negatiboa gaizki adieraztea lau ikaslek egin zuten, azterketa egindako %24a: 2. b) $y = -3/2x + 1$

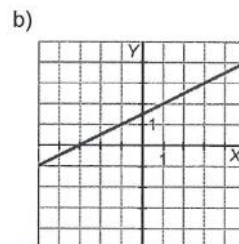
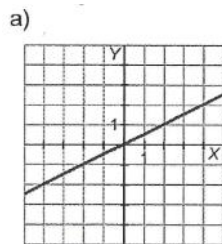


84. Irudia Malda negatiboa adierazpen akatsa 1



85. Irudia Malda negatiboa adierazpen akatsa 2

- Funtzio paraleloen malda berdina dela ez ikustea zazpi ikaslek egin zuten, azterketa egindako %41a:



86. Irudia Azterketaren 3. galderaren enuntziatuko irudia

a) $y = \frac{1}{2}x$ ✓ b) $y = \frac{2}{1}x$

87. Irudia Funtzio paraleloen malda akatsa 1

$y = \frac{1}{2}x$ ✓ $y = \frac{2}{1}x$

88. Irudia Funtzio paraleloen malda akatsa 2

- Zenbaki negatiboekin kalkulu okerrak sei ikaslek egin zuten, azterketa egindako %35a: 4. $y = x^2 - 4x + 3$

1	$1^2 - 4 \cdot 1 + 3 = 1 - 4 + 3 = -5 + 3 = -2$ ✓
---	---

89. Irudia Negatiboekin kalkulu akatsa 1

-1	$-1^2 - 4 \cdot -1 + 3 = 6$ ✗
----	-------------------------------

90. Irudia Negatiboekin kalkulu akatsa 2

Aurreko akatsetan ikus daiteke kalkulu sinpleetan arazoak izateaz gainera, ikasle batzuei funtzio linealen oinarri diren malda eta ordenatuan jatorria kontzeptuak ez dituztela ondo ulertu.

8.5. Emaizten eztabaida

Kapituluarekin amaitzeko, aurreko atal eta azpi-ataletan aurreikusitako eta ondoren esperimentatutako emaitzez arituko gara.

Ikasleen aurretiko ezagutza nahiko baxua izanik, gehienok gaiaren oinarria ondo ulertu eta barneratu dutela ikusten da, eta DBHko 2. ikasmilako A eta B taldeen kalifikazioak beretsuak izanik ikasleek egindako lana eta irakasleek lortutako hezkuntza beretsua izan dela ere esan daiteke.

Proiektuaren jarduerarekin funtzioen eta eguneroko egoeren lotura estutu da, eta inkestan ikasleek erantzun dutenez gustura egin dituzte bertako jarduerak. Beraz horrelako metodologiak hezkuntzan onurak ekartzen dituztela argi gelditu da, COVID-19-aren pandemiak ezarritako murrizketek taldean lan egitea utzi ez badute ere.

Ikasleek klasean egindako galdera errepikakorrak ahalik eta hobekien erantzuten saiatu nintzen, arbelean adibide desberdinak ipiniz eta ikasleei galderak batzuetan birbidaliz ere, azterketen ikasleen akats batzuk ikusita, batzuk jakintza behar bezala barneratu ez dutela ikusten da.

Kalifikazioari dagokionez, proiektuaren eta azterketaren pisuen ehunekoak zuzenak direla uste badut ere, hauen kalifikazioa ikasleei transmititzeko momentuan, oinarria 10 ez izatea ideia txarra izan da. Haiei hasieratik argi utzi zitzaizen atal bakoitzaren pisua, baina bai jardueren, baita azterketaren kalifikazioak ikasleei bueltatzean komunikazio arazo bat izan nuen, jardueren kalifikazioen oinarria 2 zelako eta azterketarena 8. Egokiagoa izan zatekeen bietan oinarria 10 izatea, eta ondoren hauen pisuen ehunekoa aplikatzea.

Ikasleek klasean izandako jarrera ona eskertu beharra dago, ostegunetako saioei, eguneko 5. klasea zirelako, erabilgarritasun txikiagoa atera bazitzaizen ere. Hau egiaztatzean gaien unitate didaktikoa prestatzean, eta hau aurrera eramateko duen garrantzia handia oso kontutan izan behar da.

II. practicuma hasi nuenetik euskararen erabilera txikia harritu ninduen, haien artean klasean gazteleraz aritzeaz gainera, irakasleari ere gazteleraz hitz zegiten ziotelako egon nintzen DBHko maila guztietan. Hau dela eta, lehen saioan azaldu nizkien bi arauetako bat niri euskaraz aritzearena izan zen, eta bete, bete zuten. Izatez inkestan honen inguruan galdetuta ere, araua egokia zela nota altuarekin ebaluatu zuten ere. Hala ere, jorratu beharreko gaia dela uste dut ikastetxe mailan, eta izatez UEUK 2021eko udaberriko 16 ikastaroetatik, 3 euskararen erabilera indartzekoak dira, Haur Hezkuntzan (HH), LHn eta DBHn.

Sintesia, ondorioak eta erantzun gabeko galderak

Sintesi laburra

DBHko 2. ikasmilako Funtzioak gaiaren ikaskuntza prozesuaren inguruko Master Bukaerako Lana da hau. Bi atal nagusitan banatuta dago, lehenengoan Nafarroako Foru Komunitatean indarrean dagoen curriculum eta Burlatako Askatasuna BHIan oinarria den testu-liburua, eta bigarrenean masterreko II practicumean aurrera eramanean den ikasketa prozesua.

Lehen atalean LHko 6. ikasmilatik DBHko 4. ikasmilainoko analisia egin denean, curriculumean adierazten den guztia testu-liburuan dagoela ikusi da, eta curriculumeko multzoen ordena testu-liburuaren gaien ordenarekin ere bat datorrela. Hala ere, testu-liburuan hurrengo ikasmilakoa den kontzepturen bat ere aurreratzen dela ikusi da.

Bigarren atalean zehazki DBHko 2. ikasmilian Funtzioen gaiaren analisia egiten hasten da, matematikaren ezagutza eta heziketaren ikuspegi ontosimiotikoan oinarrituta. Ondoren ager daitezkeen zailtasunak eta aurreikusi daitezkeen erroreak kontutan izanik, ikaskuntza prozesua aurrera eramateko metodologia eta unitate didaktikoaren planifikazioa aurkeztuz. Azkenik hau guztia ikasgelan aurrera eramandako esperimentazioak emandako emaitzak aurkeztu dira.

Lanaren ondorio orokorrak

Aurretik esan bada ere, ondorioekin hasteko lanaren lehen atalari begira jarriko gara. Curriculumean ekuazio sistemak 2. multzokoa eta funtzioak 4. multzokoa delako, testu-liburuan 8. eta 13. kapituluak dira. Askatasuna BHIan ez da ordena hori jarraitzen, eta gaietan jorrotzen denaren hurbiltasunagatik elkarren jarraian irakasten dira. Beraz curriculumeko eta horregatik liburuko kapituluaren ordena ez da zertan jarraitu behar, eta kasu honetan hau egitea egokia dela esango nuke.

Ikasleek gaiaren muina hobe barneratzeko planteatutako proiektuaren jarduerari esker, egunerokotasuneko egoerak proposatu zaizkie eta aurrera ona izan dute. Hau horrela izateko gaia oso garrantzitsua izan da, gaur egun gizarteak eta nerabeek batez ere, klima aldaketa eta ingurugiroaren zaintzarekiko kontzientziak handia baita. Honi esker ikasgaiaren gaietan jorrotutakoa beraien egunerokoarekin estuki lotu dute.

Egia da COVID-19-aren pandemiak ezarritako murrizketek taldean lan egitea eragotzi duenez, proiektu baten lankidetzaren atala ezin izan da aurrera eramanean. Egoera honek ikasgelan muxukoarekin egoteagatik, ikasle eta irakaslearen arteko komunikazioa zaildu du ere, aurpegiaren adierazpenak, ahotsaren hizkera lausotuz eta honen bolumena txikituz.

Bestetik, interesgarria izan da ikasleen klaseko jarrera eta ordutegiak duen lotura ikusi ahal izatea. Honek unitate didaktikoaren klaseko jarduerak mugatzen dituen, oso kontutan hartu beharrekoa da. Modu berean azterketa eguna zehaztean honetan erreparatu beharra dago, ikasleek beraien benetako ezagutzak azterketan adierazi ahal izateko.

Masterraren aurreneko lau-hilabeteko klaseetan behar bereziei buruzko ikasgaiari guri irakatsitakoa, garrantzia handiko alorra dela ere argi gelditu zait. Klaseko saioetan jarduerak desberdinak aurrera eramanean berezitasun hauek kontutan izan behar dira eta ikasle bakoitzari beharrezko arreta jarri. Esan bezala 21 ikasleetako oinarrizko klasetik, ohiko matematika irakasgaia 18k jarraitzen zuten, beste 3ak Curriculum Berezikoa

Unitatean jasotzen dutelako. Hala ere ohiko klasean behar berezia diagnostikatua duten 4 ikasle eta hau izan gabe klasea jarraitzeko zailtasunak zituzten beste 2 ikasle izan ditut. Horietako batek ez zituen proiektuko jarduerak egin eta azterketan izena besterik ez zuen jarri, eta memoria hau idazten nengoela ikasmaila errepikatuko duela jakin dut.

Beraz irakatsitako gaia oso bisuala denez liburua adierazpen grafikoekin, arbelean egindako jarduerekin eta ikasgelako telebista adimentsuaren bitartez Geogebra aplikazio dinamikoaren bidez erakutsitako adibideekin, ikasleek funtzioen kontzeptu orokorrak eta hauekin jorratutako prozedurak ondo barneratu dituztela ikusi ahal izan da.

Erantzun gabeko galderak

Geroz eta ohikoagoak dira irakasgai desberdinen arteko elkarlanean aritzeko proiektuak erabiltzea irakaskuntza-ikaskuntza prozesuan ikaskuntza esanguratsua izateko. Datorren kurtsoan Askatasuna BHian adibidez STEAM proiektu bat aurrera eramango dute, esne bidea oinarri hartuta, Biologia, Marrazketa, Ingelera eta Matematika mintegiak parte hartuko dutelarik. Bestetik IES Sarriguren BHian proiektu bidezko irakaskuntza bultzatzen dute ere. Joera hau ikusita, eta ikasleek inkestan gaia indartzeko Estazio Meteorologiko proiektuaren inguruko erantzunak ikusita, egokia al litzateke aurtengo metodo hibridoaren ordez, proiektu sakonago bat sortu eta erabiltzea?

Bestetik hasieratik IKTak erabiltzea buruan banuen ere, ikastetxean hauen erabilera ohikoa ez denez, oraintxe Matematikako Mintegiko irakasleak Geogebra aplikazioaren formakuntzan daude, azkenean adibide batzuk erakutsi eta jarduera batzuen zuzenketa egiteko erabili nuen soilik. Ikasleek ez al lukete gaia hobe ulertu izanen, saio bat ordenagailu gelan eman izan bagenu?

Argi dut klase magistralak alde batera utzi eta bestelako metodologiak erabiltzen ari direla eta IKTak geroz eta gehiago erabiltzen direla matematika eta beste ikasgai askotan ere. Honek ekarriko dituen onurak buruan baditugu ere, zenbat denbora pasa beharko da hauen hutsune edo gabeziak ikusteko?

Erreferentziak

Nafarroako Gobernua (2014). 66/2014 FORU DEKRETUA, uztailaren 16koa, Nafarroako Foru Komunitatean Lehen Hezkuntzako curriculuma ezartzen duena. Nafarroako Aldizkari Ofiziala (NAO) 174, 2014ko irailaren 5koa.

Nafarroako Gobernua (2015). 24/2015 FORU DEKRETUA, apirilaren 22koa, Nafarroako Foru Komunitatean Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzako irakaskuntzaren curriculuma ezartzen duena. Nafarroako Aldizkari Ofiziala (NAO) 127, 2015eko uztailaren 2koa.

Ferrero, L., Gaztelu, I., Martín P. eta Martinez, L. (2002). LHko 6. ikasmaila. Matematika ISBN: 978-84-667-0844-9. Anaya-Haritza hezkuntza proiektuko Grupo Anaya S. A argitaletxea.

Colera Jimenez, J., Gaztelu Albero, I. eta Colera Cañas, R. (2015). DBHko 1. ikasmaila. Matematika 1. ISBN: 978-84-678-5195-3. Anaya-Haritza hezkuntza proiektuko Grupo Anaya S. A argitaletxea.

Colera Jimenez, J., Gaztelu Albero, I. eta Colera Cañas, R. (2016). DBHko 2. ikasmaila. Matematika 2. ISBN: 978-84-698-1060-6. Anaya-Haritza hezkuntza proiektuko Grupo Anaya S. A argitaletxea.

Colera Jimenez, J., Oliveira Gonzalez, M. J., Gaztelu Albero, I. eta Colera Cañas, R. (2016). DBHko 3. ikasmaila. Matematika 3. Irakaskuntza Akademikoetara Bideratuta ISBN: 978-84-678-5346-9. Anaya-Haritza hezkuntza proiektuko Grupo Anaya S. A argitaletxea.

Colera Jimenez, J., Oliveira Gonzalez, M. J., Gaztelu Albero, I. eta Colera Cañas, R. (2016). DBHko 3. ikasmaila. Matematika 3. Irakaskuntza Aplikatueta Bideratuta ISBN: 978-84-678-5348-3. Anaya-Haritza hezkuntza proiektuko Grupo Anaya S. A argitaletxea.

Colera Jimenez, J., Oliveira Gonzalez, M. J., Gaztelu Albero, I. eta Colera Cañas, R. (2016). DBHko 4. ikasmaila. Matematika 4. Irakaskuntza Akademikoetara Bideratuta ISBN: 978-84-698-1270-9. Anaya-Haritza hezkuntza proiektuko Grupo Anaya S. A argitaletxea.

Colera Jimenez, J., Oliveira Gonzalez, M. J., Gaztelu Albero, I. eta Colera Cañas, R. (2016). DBHko 4. ikasmaila. Matematika Irakaskuntza Aplikatueta Bideratuta ISBN: 978-84-698-1272-3. Anaya-Haritza hezkuntza proiektuko Grupo Anaya S. A argitaletxea.

LHko 6. mailako Gizarte Zientziak adibidea:
<https://gizazientziakjaione.blogspot.com/2013/10/zaragozako-klimograma.html>

DBHko 1. mailako Geografia eta Historia adibidea:
<https://sites.google.com/a/sjcalasanz.com/geografia-eta-historia/geografia-eta-historia/1-dbh-geografia-eta-historia/geografia-eguraldia-klima-eta-paisaiak>

The process of Education, Jerome S. Bruner 1960 Harvard University Press

Geogebra adibidea:

<https://www.geogebra.org/m/duYHWstH>

Alpizar, Marianela; Fernández, Hazel; Morales, José Luis; Quesada, Steven (2018). Dificultades y errores presentes en estudiantes de educación secundaria en el aprendizaje de la función lineal. Revista de investigación y divulgación en matemática educativa, 9(1), (6 - 19 or.).

Wilhelmi, M. R. (2009). Didáctica de las Matemáticas para profesores. Las fracciones: un caso práctico. Lima: C. Gaita, 2009, Enseñanza de las Matemáticas: IV Coloquio internacional, (1 - 22 or.). Perú: Pontificia Universidad Católica de Perú.

Piaget, J. (1983). Psicología de la inteligencia. Barcelona : Critica

Gibbs, G. (1992). Improving the quality of student learning. Bristol: Technical & Educational Services Ltd.

Jensen, E. (2010). Cerebro y aprendizaje. Madrid, España: Narcea.

Lloyd, D. H. (1968). A concept of improvement of learning response in taught lesson. Visual Education, 23-25.

Uría, M.E. (1998). Estrategias didáctico-organizativas para mejorar los centros educativos. Madrid: Narcea Ediciones.

T. Markham, J. Larmer, J. Ravitz. Project based learning handbook: a guide to standards-focused project based learning for middle and high school teachers. Buck Institute for Education, 2003.

Aitzol Lasa Oiarbide, Wilhelmi M. R. (2014). GeoGebra eta Bigarren Hezkuntzako irakasleen prestakuntza. Hik hasi: euskal heziketarako aldizkaria, ISSN 1135-4690, N°. 188, (32-34 or.)

Iñaki Martínez NHBBZ, Protokoloak eta inklusioa, Hik hasi: euskal heziketarako aldizkaria, 2021-02-18.

Sanmartí Neuss (2007). Col. Ideas clave, 1. Ed. Graó. Barcelona

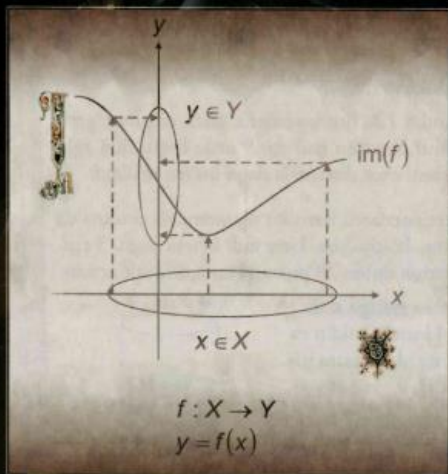
Eranskinak

- A. Testu-liburuko Unitate Didaktikoa
- B. Estazio Meteorologiko proiektua

A. Testu-liburuko Unitate Didaktikoa

13 Funtzioak

Funtzioak fenomeno fisiko batzuk azaldu eta era kuantitatiboan deskribatu beharretik sortu ziren.



Naturako legeek aldagaiak erlazionatzen dituzte. Adibidez:

- Ibilgailuak ordubetean egin duen distantzia daraman abiaduraren mende dago.
- Basoaren zuhaitz-masa eratzen hasi zen unetik igaro den denboraren mende dago.

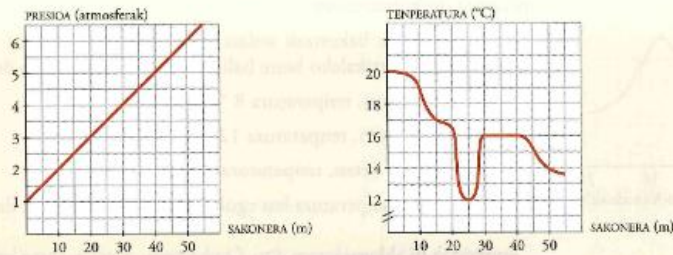
Erlazio hori askoz lehenago ere kontuan hartua izan zen arren, **Galileo**, XVII. mendearen erdialdera, izan zen, esperimentatuz, fenomenoan parte hartzen duten aldagaiak zenbakiz erlazionatzen ahalegindu zen lehenengoa. Zenbakizko erlazio horiei esker, forma aljebraikoa eman ahal izan zieten funtzioei.

Descartesek, XVII. mendeko Frantziako filosofo eta matematikariak, funtzioak kartesiar ardatzetan era grafikoan adierazteko modua asmatu zuen. (Gogoratu: «kartesiar» hitza Descartes deituraren latinezko *Cartesius* hitzetik dator).

Erlazio horiek izendatzeko erabiltzen dugun «funtzio» hitza eta horren definizio zehatza, hurrengo mendeetan iritsi ziren.

Urpeko funtzioak

Murgilariek uraren presioa eta temperatura hainbat sakoneratan neurtu dituzte murgilaldian zehar. Neurketa horien emaitzak era grafikoan adierazita ageri dira:



- 1 a) Zer presio dago 10 m, 20 m, 30 m, 40 m eta 50 m-ko sakoneran? Zenbat eta sakonago presio handiagoa dagoela esan al dezakegu? Zure ustez, presioa sakoneraren arabera era uniformean handiagotzen dela baieztatu al daiteke?
- b) Zer temperatura du urak 10 m, 20 m eta 40 m-ko sakoneran?
- c) Murgilaldiaren une jakin batean, murgilariek korrante hotza zeharkatu dute. Zer sakoneratan gertatu da hori? Zer temperatura zuen urak toki horretan? Zer presio zegoen?



Grafiko bakoitza bere enuntziatuarekin

Erreparatu honako erlazio funtzional hauci:

A. Poltsa bat laranjaen prezioa pisuaren arabera.

B. Presio atmosferikoa igotzen garen altueraren arabera.

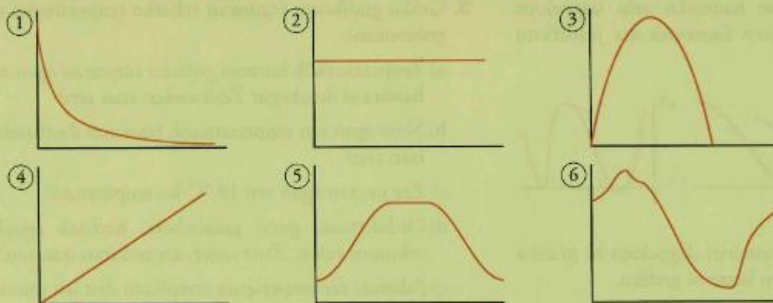
C. Toki jakin bateko temperatura eguneko orduaren arabera.

D. Zaldia soka tenkatuaren bidez lotuta dagoen tokitik taketera dagoen distantzia, zaldiak taketaren inguruan birak eman ahala, denboraren arabera.

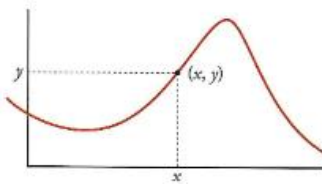
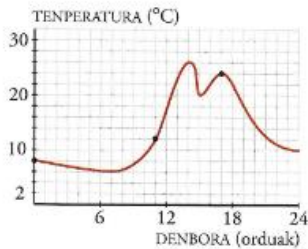
E. Gorantz jaurti den harriaren altuera denboraren arabera.

F. Urtegiko uraren maila urteko hilaren arabera.

2 Eseitu honako txartel hauctako bakoitza dagokion grafikoari.



1 Funtzio kontzeptua



Bazterreko grafikoak toki eta egun jakin bateko une bakoitzean egiten duen tenperatura deskribatzen du.

Grafikoko puntu bakoitzak ardatz horizontaleko balio bat (denbora: eguneko ordua) ardatz bertikaleko beste balio batekin erlazionatzen du (tenperatura: °C):

- Gaueko 12etan, tenperatura 8 °C-koa zen.
- Goizeko 11etan, tenperatura 12 °C-koa zen.
- Arratsaldeko 5etan, tenperatura 24 °C-koa zen.

Une bakoitzari tenperatura bat egokiarazten dion funtzioa da.

Funtzioak bi aldagai lotzen ditu. Orokorrean, x eta y letren bidez izendatzen dira:

- x **aldagai askea** da.
- y **mendeko aldagaia** da (horren balioa x -ren balioaren mende dago).

Funtzioak x -ren balio bakoitzari y -ren balio **bakarra** elkartzen dio.

Funtzioaren portaera argi antzemateko, funtzioa era grafikoan adierazten da kartesiar ardatzetan.

Ariketa ebatzia

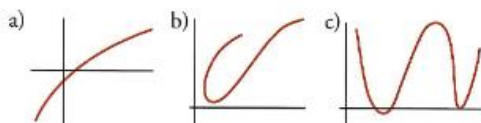
Funtzioak diren bi grafiko eta funtzioak ez diren beste bi grafiko irudikatzea. Horietako bakoitza funtzioa zergatik den edo ez den azaltzea.



- Lehenengo bi grafikoak funtzioak dira x -ren balioetako bakoitzari y -ren balio bakarra dagokiolako.
- Hurrengo biak ez dira funtzioak, x -ren balio batzuei y -ren hainbat balio dagozkiolako.

Pentsatu eta egin

1. Adierazi honako grafiko hauetako zein dagozkien funtzioei eta zein ez diren funtzioak eta justifikatu erantzunak:



2. Marraztu koadernoan funtzioei dagozkien bi grafiko eta funtzioei ez dagozkien beste bi grafiko.

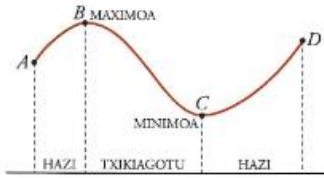
3. Goiko grafikoan, (egunean zeharko tenperaturari dagokionean):

- a) Tenperaturarik hotzera goizeko zazpitan egon zela baieztatu al dezakegu? Zenbatekoa izan zen?
- b) Noiz egon zen tenperaturarik beroena? Zenbatekoa izan zen?
- c) Zer unetan egon zen 18 °C-ko tenperatura?
- d) Ordubetean, gutxi gorabehera, hodeiek eguzkia ezkutatu zuten. Zure ustez, zer ordutan izan zen?
- e) Adierazi zer tenperatura errepikatu den lau unetan.

Webgunean

Praktikatu funtzio kontzeptua eta haren interpretazioa landuz.

2 Gorapenak, beherapenak, maximoak eta minimoak



Funtzioak ezkerretik eskuinera analizatu eta deskribatzen dira. Bazterreko funtzioa *gorakorra* da *A*-tik *B*-ra arte, ordenatuaren balioak gero eta handiagoak direlako. Beherakorra da *B*-tik *C*-ra, tarte hori ezkerretik eskuinera zeharkatuz, *y*-ren balioak gero eta txikiagoak direlako. Azkenik, gorakorra da berriz ere *C*-tik *D*-rako tartean.

Baliorik handiena (*maximoa*) *B* puntuan hartzen du eta txikiena (*minimoa*), *C* puntuan.

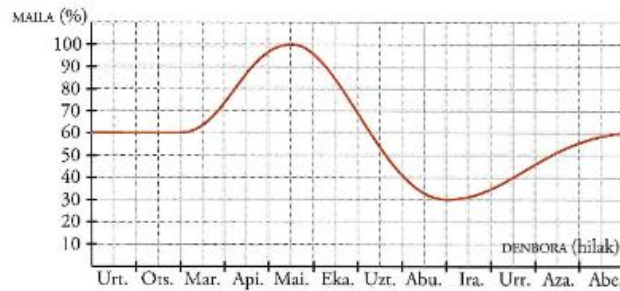
Funtzioa **gorakorra** da tarte batean x handiagotzen baldin bada (hau da, ezkerretik eskuinera zeharkatuz), y handiagotzen baldin bada.

Beherakorra da baldin eta, x handiagotuz gero, y txikiagotzen bada.

Balio bera tarte osoan gordez gero, tarte horretan **konstante** dela esaten da.

Ordenatuak baliorik handiena hartzen duen puntuari funtzioaren **maximo** esaten zaio eta ordenatuak baliorik txikiena hartzen duen puntuari, **minimo** deritzogu.

Hori adibide baten bidez ikusiko dugu: urte osoan zehar urtegi jakin batean uraren mailaren bilakaeraren bidez (ehunekotan adierazita) hain zuzen ere:



Urtegiaren mailaren bilakaera

- Urtarrila eta otsaila: konstante, % 60.
- Martxoaren hasieratik maiatzaren erdialdera arte: % 60tik % 100era igotzen da.
- Maiatzaren erdialderetik abuztuaren amaierara arte: % 100etik % 30era jaisten da.
- Irailaren hasieratik urtea amaitu arte: % 30etik % 60ra igotzen da.

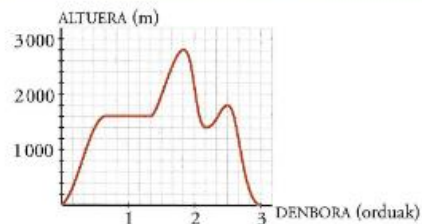
Webgunean

Praktikatu honako kontzeptu hauek: funtzioaren hazkundea, beherapena, maximoak eta minimoak.

- Lehenengo hiletan, egonkor (konstante) mantentzen da.
- Tarte gorakorra du martxoaren hasieratik maiatzaren erdira arte, eta orduan iristen da maximora.
- Beherantz jotzen du abuztuaren amaierara arte, eta orduan iristen da minimora.
- Une horretatik aurrera, berriz hazten doa urtearen amaierara arte.

Pentsatu eta egin

1. Eskuineko grafikoan, hegazkin batek hiru orduko hegaldian zehar izan duen altuera ageri da.
 - a) Zenbat denboratan iraun du egonkor? Zer altueratan?
 - b) Zenbat denbora behar izan du altuera egonkortzeko?
 - c) Noiz iritsi da maximora? Zer altuerataraz iritsi da?
 - d) Egin hegazkinaren altueraren bilakaeraren laburpena, aineratu denetik lurreratu den arte.



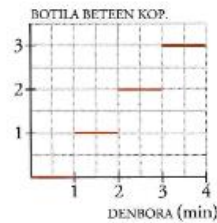
3

Balio-taulen bidez emandako funtzioak

Funtzio etenak

Puntu soltez bakarrik eraturik dauden funtzioei, 1. adibidekoari esaterako, funtzio **eten** esaten zaie.

Etenak dira honako honen erakoak ere:



Urez bete nahi ditugu botila hutsak eta minutu bat behar da botila bakoitza betetzeko. Grafikoak denbora igaro ahala zenbat botila bete ditugun adierazten du.

Webgunean

Praktikatu taula bidez emandako funtzioak adieraziz.

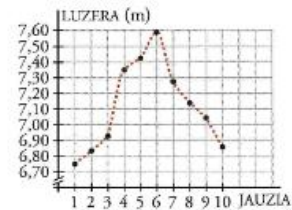
Funtzio batzuen zenbait puntu, normalean, taulen bidez adierazten dira. Horrez gain, bi aldagaiak lotzen dituen argumentua ezagutzen da. Hori guztia izanik, funtzioaren grafikoa gutxi gorabehera irudika dezakegu eta horri buruz arazoitu dezakegu.

1. adibidea

Atletak hainbat luzera-jauzi egin ditu eguneroko entrenamenduan. Erreparatu emaitzei:

JAUZIA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
LUZERA	6,75	6,83	6,92	7,35	7,42	7,59	7,28	7,13	7,04	6,87

Lehenengo jauziak, giharrak gehiegi ez behar-tzeko, laburragoak izan dira. Gero, bere mailarik gorenera iritsi da eta azkenak gero eta laburragoak izan dira; ziur asko, nekatu egin delako. Funtzioa puntuak bakarrik erazten dute. Puntuok lotzen dituen lerroa bilakaera hobeto ikusteko baino ez da.



2. adibidea

Bide luzeko lasterkari bat bihotz-taupaden neurgailu eta guzti ari da lasterka. Egingo duen kilometro bakoitzeko minutuko zenbat taupada dituen neurtzeko programatuta dago neurgailua. Honako emaitza hauek erregistratu dira:

KM	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
TAUP./MIN	145	148	164	182	184	175	162	154	160	173	189	176



Bi neurketaren artean, lasterkariak, jakina, ezagutzen ez dugun taupada kopurua izaten jarraitzen du. Horregatik, bi punturik behin, erarik sinpleenean seinatzen ditugu loturak, segmentu lerroezuzen baten bidez.

Pentsatu eta egin

1. Adierazi 1. adibidean deskribatu denaren moduko beste luzera-jauzilari baten markak.

JAUZIA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
LUZERA	7,02	7,11	7,09	7,23	7,76	7,87	8,01	7,69	7,42	7,26

2. 2. adibidekoa bezalako bide luzeko beste lasterkari batek bere taupadak neurtu ditu. Irudikatu taupada horiek.

KM	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
TAUP./MIN	125	120	122	127	135	140	143	148	142	138

4 Haien ekuazioaren bidez emandako funtzioak

Hartu kontuan

Balio-taula funtzioaren ekuazioaren eta horren adierazpen grafikoaren arteko tarteko pauso gisa ere erabiltzen da.



Webgunean

Praktikatu ekuazio baten bidez definitutako funtzioak adieraziz.

Funtzioak haien ekuazioen bidez ere eman daitezke; ekuazio hori abzisaren, x , eta ordenatuaren, y , arteko erlazio aljebraikoa da. Funtzioa adierazteko era hori askoz zehatzagoa da, horren bidez edozein bi punturen artean bitarteko edozein balio kalkula daitekeelako.

Dagokion ekuazioa oinarri hartuz edozein funtzio adierazteko, adibidez $y = 2x$, x -ri balioak eman eta y -ri dagozkionak lortuko ditugu. Ikus dezagun:

$$y = 2x \text{ baldin } x = 0 \rightarrow y = 2 \cdot 0 = 0$$

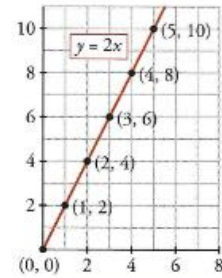
$$\text{baldin } x = 1 \rightarrow y = 2 \cdot 1 = 2$$

$$\text{baldin } x = 2 \rightarrow y = 2 \cdot 2 = 4$$

...

Emaitza horiek eta beste batzuk honako taula honetan laburbiltzen dira:

x	0	1	2	3	4	5
y	0	2	4	6	8	10



Funtzioak haietako puntu batzuk ezagutarazten dituzten balio-taulak eman ditzakete.

Puntuen x eta y -ren artean erlazio aljebraikoa egonez gero, erlazio horri **funtzioaren ekuazio** esaten zaio.

Funtzio baten ekuazioa ezagutuz gero, horretatik, funtzioa adierazteko behar izango diren adina puntu atera daitezke.

Ariketa ebatzia

$y = x^2 - 4x + 4$ ekuazioa duen funtzioa adieraztea, x -ri 0, 1, 2, 3, 4, 5 eta 6 balioak emanez.

$$x = 0 \rightarrow y = 0 - 0 + 4 = 4$$

$$x = 1 \rightarrow y = 1 - 4 + 4 = 1$$

$$x = 2 \rightarrow y = 4 - 8 + 4 = 0$$

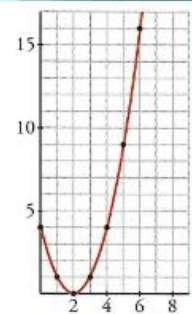
$$x = 3 \rightarrow y = 9 - 12 + 4 = 1$$

$$x = 4 \rightarrow y = 16 - 16 + 4 = 4$$

$$x = 5 \rightarrow y = 25 - 20 + 4 = 9$$

$$x = 6 \rightarrow y = 36 - 24 + 4 = 16$$

x	y
0	4
1	1
2	0
3	1
4	4
5	9
6	16



Pentsatu eta egin

- Adierazi $y = \frac{x+2}{2}$, x -ri 0, 2, 4, 6, 8, 10 eta 12 balioak emanez.
- Adierazi $y = x + 4$, x -ri 0, 1, 2, 3, 4, 5 eta 6 balioak emanez.
- Adierazi $y = x^2 - 6x + 3$, x -ri 0, 1, 2, 3, 4, 5 eta 6 balioak emanez.
- Adierazi $y = x \cdot (10 - x)$, x -ri 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 eta 10 balioak emanez.

Webgunean

Balio-taula adierazpen analitikoa oinarri hartuta eta alderantziz.

5

Proporzionaltasun-funtzioak: $y = mx$

Andreak hegazkin telegidatua du; Endikak, helikoptero telegidatua eta Dianak, drona, goitik irudiak grabatzeko. Hegazkinak metro erdi bat egiten du gora segundoko; helikopteroak, metro bat segundoko eta dronak, bi metro segundoko. Gaur, aparatuak hegan jartzeko, landara joan dira hiru adiskideak.



Bakoitza zer altuerataro iritsi den ikusiko dugu, gorantz egin duten denboraren arabera.

- HEGAZKINA: 0,5 m/s

DENBORA (s)	0	1	2	3	4	...	x
ALTUERA (m)	0	0,5	1	1,5	2	...	0,5x

Hegazkinak lortu duen altuera, denboraren arabera, honako ekuazio honen bidez lortzen da:

$$y = 0,5x$$

- HELIKOPTEROA: 1 m/s

DENBORA (s)	0	1	2	3	4	...	x
ALTUERA (m)	0	1	2	3	4	...	x

Helikopteroak lortu duen altuera, denboraren arabera, honako ekuazio honen bidez lortzen da:

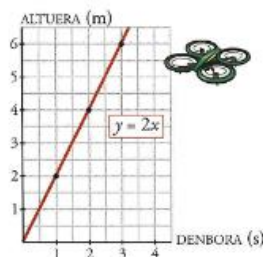
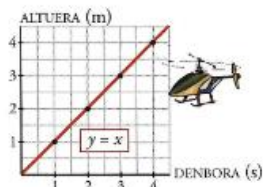
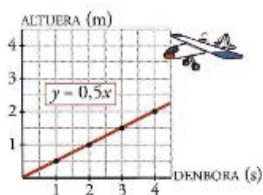
$$y = x$$

- DRONA: 2 m/s

DENBORA (s)	0	1	2	3	4	...	x
ALTUERA (m)	0	2	4	6	8	...	2x

Dronak lortu duen altuera, denboraren arabera, honako ekuazio honen bidez lortzen da:

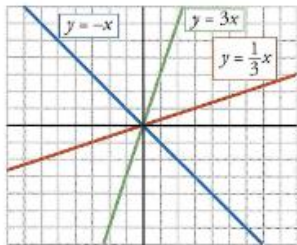
$$y = 2x$$



Endikaren helikopteroak lortu duen altuera gorantz ari izan den denboraren **proporzionala** da. Gauza bera gertatzen da hegazkinaren eta dronaren altuerekin ere. Horregatik, altuerak denborarekin erlazioan jartzen dituzten funtzioei:

$$y = 0,5x \qquad y = x \qquad y = 2x$$

proporzionaltasun-funtzio esaten zaie.



Bi balio zuzenki proporzional erlazionatzen dituen funtzioari **proporzionaltasun-funtzio** esaten zaio.

$y = mx$ ekuazioa du.

(0, 0) puntutik pasatzen den **zuzenaren** bidez irudikatzen da.

Proporzionaltasun-konstantea, m , positiboa edo negatiboa izan daiteke. Zuzenaren **malda** esaten zaio eta zerikusia du horren inklinazioarekin.

Ariketa ebatzia

Honako ekuazio hauek dituzten proporzionaltasun-funtzioak adieraztea:

a) $y = -2x$

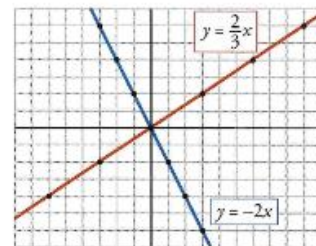
b) $y = \frac{2}{3}x$

a)

x	0	1	2	3	-1	-2
y	0	-2	-4	-6	2	4

b) Ordenatu (y) osoak lortzeko, abzisei (x) 3ren multiplo diren balioak emango dizkiegu:

x	0	3	6	9	-3	-6
y	0	2	4	6	-2	-4



Pentsatu eta egin

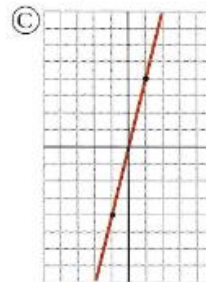
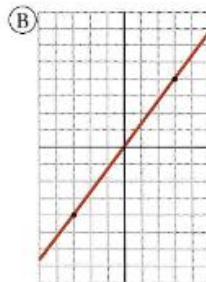
1. Elkartu grafikoetako bakoitzari dagokion ekuazioa:

a) $y = 4x$

b) $y = \frac{4}{3}x$

c) $y = -\frac{1}{4}x$

d) $y = -3x$



2. Adierazi haien ekuazioaren bidez emandako honako proporzionaltasun-funtzio hauek. Kasu bakoitzean, osatu dagokion taula koadernoan.

a) $y = -\frac{1}{2}x$

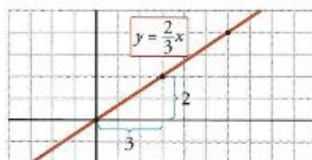
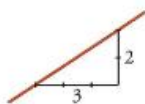
x	0	2	4	6	-2	-4
y						

b) $y = \frac{2}{5}x$

x	0	5	10	15	-5	-10
y						

6 Zuzen baten malda

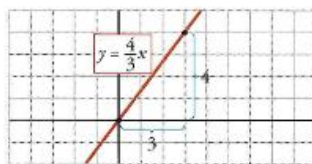
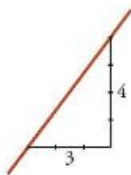
- Honako zuzen honen ekuazioa $y = \frac{2}{3}x$ da:



Malda $\frac{2}{3}$ da.

x -k aurrera egiten duen 3 unitateko, y -k 2 unitate egiten du gora.

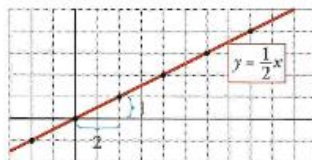
- Honako zuzen honen ekuazioa $y = \frac{4}{3}x$ da:



Malda $\frac{4}{3}$ da.

x -k aurrera egiten duen 3 unitateko, y -k 4 unitate egiten du gora.

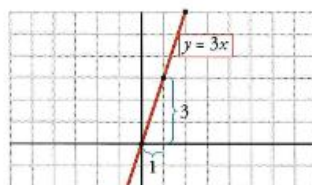
- Honako zuzen honen ekuazioa $y = \frac{1}{2}x$ da:



Malda $\frac{1}{2}$ da.

x -k aurrera egiten duen 2 unitateko, y -k 1 unitate egiten du gora.

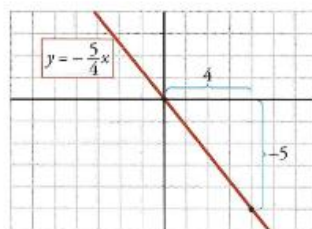
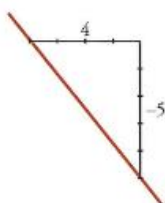
- Honako zuzen honen ekuazioa $y = 3x$ da:



Malda $3 = \frac{3}{1}$ da.

x -k 1 unitate aurrera egiten duenean, y -k 3 unitate egiten du gora.

- Honako zuzen honen ekuazioa $y = -\frac{5}{4}x$ da:



Malda $-\frac{5}{4} = \frac{-5}{4}$ da.

x -k 4 unitate aurrera egiten duenean, y -k 5 unitate egiten du behera.

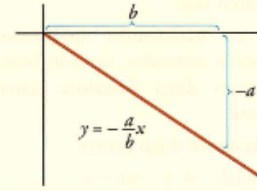
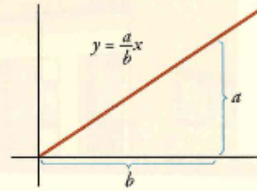
Webgunean

Praktikatu zuzenaren *malda* kontzeptua landuz.

$y = mx$ zuzenaren m **malda** zuzen horren hazkundearen neurria da:

- m positiboa baldin bada, zuzena gorakorra da.
- m negatiboa baldin bada, zuzena beherakorra da.

$y = \frac{a}{b}x$, $y = -\frac{a}{b}x$ zuzenak, a eta b zenbaki arruntak izanik, honela irudikatzen dira:

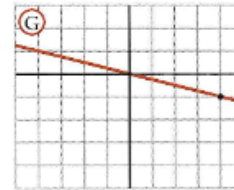
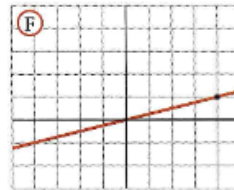
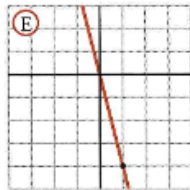
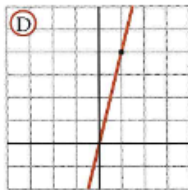
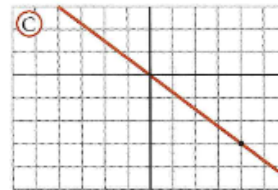
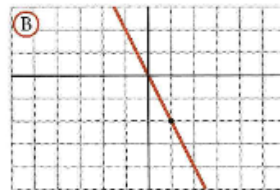


Webgunean

Zuzenaren *malda* kontzeptua.

Pentsatu eta egin

1. Idatzi honako zuzen hauetako bakoitzaren ekuazioa:



2. Adierazi honako proportzionaltasun-funtzio hauek, horien maldetan oinarrituta:

a) $y = x$

b) $y = 2x$

c) $y = 3x$

d) $y = -5x$

e) $y = -2x$

f) $y = \frac{2}{5}x$

g) $y = -\frac{1}{3}x$

h) $y = -\frac{5}{2}x$

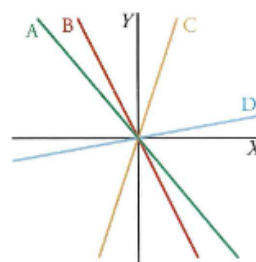
3. Adierazi honako hauetako zein izan daitekeen eskuinean irudikatu diren zuzenetako bakoitzaren malda.

a) $m = 3$

b) $m = 1/4$

c) $m = -1$

d) $m = -7/3$



7

Funtzio linealak: $y = mx + n$

Oharra

Goi-matematikan, $y = mx$ motakoci **funtzio lineal** esaten zaie.

Honako hauei, $y = mx + n$, **funtzio afin** esaten zaie.

Hala ere, matematika aplikatua, ekonomian esaterako, zuzenen bidez irudikatzen diren funtzioei esaten zaie lineal.

Horrela egiten dugu hemen:

linealak $\rightarrow y = mx + n$

proporzionaltasunekoak $\rightarrow y = mx$

Webgunean

Praktikatu *funtzio lineal* kontzeptua landuz.

Webgunean

Praktikatu *funtzio lineal* kontzeptua landuz.

Webgunean

Praktikatu $y = mx + n$ funtzioekin.

Hartu kontuan

Zuzenen bidez irudikatzen diren funtzioen ekuazioa honako hau da:

$$y = mx + n$$

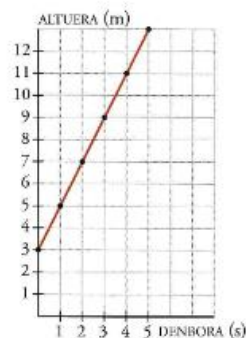
$n = 0$ izanez gero, honako proporzionaltasun-funtzio hau dugu:

$$y = mx$$



Dianak bere drona hegari jarri nahi du 3 m-ko altueran dagoen terrazatik. Drona segundoko 2 m-ko abiadura doa gorantz. Ondorioz, dronaren altuera, igotzen ari den denboraren arabera, honako hau da:

- 0 segundo $\rightarrow 3$ m
- 1 segundo $\rightarrow 3 + 1 \cdot 2 = 5$ m
- 2 segundo $\rightarrow 3 + 2 \cdot 2 = 7$ m
- 3 segundo $\rightarrow 3 + 3 \cdot 2 = 9$ m
- 4 segundo $\rightarrow 3 + 4 \cdot 2 = 11$ m
- 5 segundo $\rightarrow 3 + 5 \cdot 2 = 13$ m



DENBORA (s)	0	1	2	3	4	5	...	x
ALTUERA (m)	3	5	7	9	11	13	...	$3 + 2x$

Altuera denboraren arabera lortzen da honako ekuazio honen bidez:

$$y = 3 + 2x$$

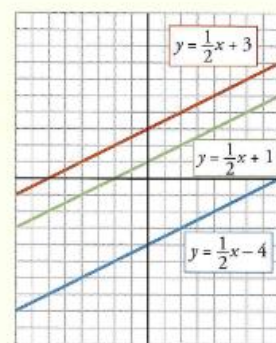
$y = mx + n$ ekuazioa Y ardatza $(0, n)$ puntuan ebakitzen duen m maldako zuzenaren bidez adierazten da.

n -ri **ordenatua jatorria** esaten zaio.

Malda bereko bi ekuazio zuzen paraleloen bidez irudikatzen dira.

$y = mx + n$ funtzioei **funtzio lineal** esaten zaie.

$n = 0$ denean, proporzionaltasun-funtzioa da, $y = mx$.

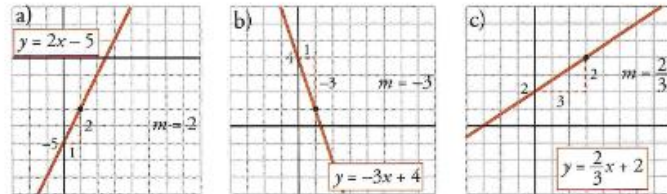


Ariketa ebatziak

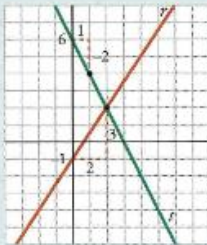
1. Honako funtzio hauek irudikatzea:

- a) $y = 2x - 5$
- b) $y = -3x + 4$
- c) $y = \frac{2}{3}x + 2$

- a) $y = 2x - 5$ irudikatzeko, $m = 2$ eta $n = -5$ direla hartuko dugu kontuan. Ondorioz, $(0, -5)$ -etik pasatuko den eta maldatzat 2 duen zuzena (1 aurrera, 2 gora) marraztuko dugu.
- b) Aurreko kasuan bezala jokatuz, $(0, 4)$ -tik pasatuko den eta -3 malda (1 aurrera, 3 behera) izango duen zuzena marraztuko dugu.
- c) Zuzena $(0, 2)$ -tik pasatuko da eta malda $2/3$ izango da (3 aurrera, 2 gora).



2. Irudikatu diren bi zuzenen ekuazioak ateratzea.



Zuzenak direnez, bien ekuazioa $y = mx + n$.

• r -ren ekuazioa:

$(0, -1)$ -etik pasatzen da. Ondorioz, $n = -1$.

2 aurrera egiten duenean, 3 igotzen da. Horren malda $m = \frac{3}{2}$ da.

Ekuazioa da: $y = \frac{3}{2}x - 1$.

• s -ren ekuazioa:

$(0, 6)$ -tik pasatzen da. Ondorioz, $n = 6$.

1 aurrera eginez gero, 2 jaisten da. Malda $m = \frac{-2}{1} = -2$ da.

Horren ekuazioa da: $y = -2x + 6$.

3. Ordenatua 3 jatorrian eta malda $-0,4$ dituen r zuzenaren ekuazioa idaztea.

Ekuazioa malda horrekin idatz dezakegu:

$$y = 3 - 0,4x$$

Edo malda zatiki baten bidez adieraz dezakegu errazago irudikatzeko:

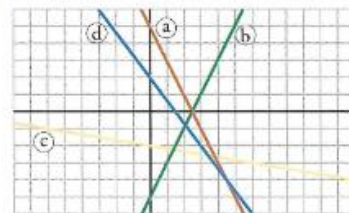
$$y = 3 - \frac{2}{5}x$$

Pentsatu eta egin

1. Irudikatu honako funtzio hauek:

- a) $y = -2x + 5$
- b) $y = x - 3$
- c) $y = \frac{2}{3}x - 4$
- d) $y = \frac{3}{2}x + 4$
- e) $y = -x - 1$
- f) $y = 0,8x - 6$
- g) $y = \frac{3}{5}x + 1$
- h) $y = -0,625x + 1$

2. Idatzi honako funtzio hauen ekuazioak:

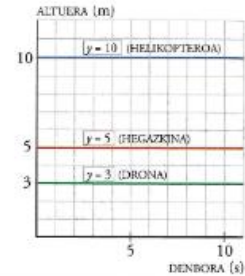


Webgunean

Praktikatu funtzio linealen eta horiei dagozkien irudikapen grafikoaren arteko elkartzeak landuz.

8 Funtzio konstanteak: $y = k$

Andreak, Endikak eta Dianak berriz hegan eginarazi die haien tramankuluci. Baina, oraingo honetan, tresna horiek horizontalean bakarrik mugituko dira, altuera berean beti. Endikaren helikopteroa terrazatik aterata da, 10 m-ko altueran; Andrearena leibotik aterata da zorutik 5 m-ko altueran, eta Diana eskailera gainera igo da drona 3 m-ko altueran mugi dadin.



Andrearen hegazkina:

DENBORA (s)	0	1	2	3	4	...
ALTUEIRA (m)	5	5	5	5	5	...

Altuera, denboraren funtzioan, $y = 5$ da Andrearen hegazkinarentzat.

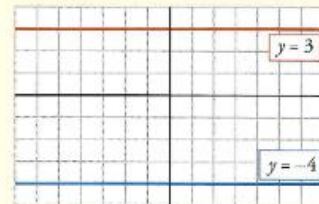
Hartu kontuan

$y = k$ funtzio konstantea funtzio lineala da, $y = mx + n$, horretan $m = 0$ izanik.

y -ren balioa x -ren mende ez duen $y = k$ funtzioari **funtzio konstante** esaten zaio.

X ardatzaren zuzen paralelo baten bidez irudikatzen da, horretatik k distantzian.

Funtzio konstantearen malda 0 da.



Ariketa ebatzia

London Eye deritzona Londren erdialdean dagoen 136 m-ko altuerako noria eta begirato-kia da. Noria biraka ari den denbora eta kabina jakin bat zentrotik zer distantzian dagoen erlazionatzen dituen funtzioaren ekuazioa idaztea.

Altuera 136 metrokoa denez, kabina batetik zentrorako distantzia hau izango da:

$$136 : 2 = 68 \text{ m}$$

Ondorioz, igaro den denbora eta kabinatik noriaren zentrorara dagoen distantzia erlazionatzen dituen funtzioa honako ekuazio hau duen funtzio konstantea da:

$$y = 68$$



Pentsatu eta egin

1. Irudikatu honako funtzio hauek:

- a) $y = 7$ b) $y = -3$ c) $y = 0$

2. a) Irudikatu honako puntu hauetatik pasatzen den zuzena:

$A(-2, 3)$ $B(5, 3)$

b) Kalkulurik egin gabe, eman zenezake aurreko zuzenaren ekuazioa?

3. Zein da X ardatzaren ekuazioa?

4. Idatzi honako funtzio hauen ekuazioa:



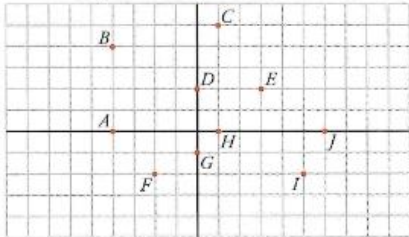
Ariketak eta problemak

Puntuak irudikatzea eta interpretatzea

1. Marraztu koordenatu-ardatzak paper laukituan eta irudikatu honako puntu hauek:

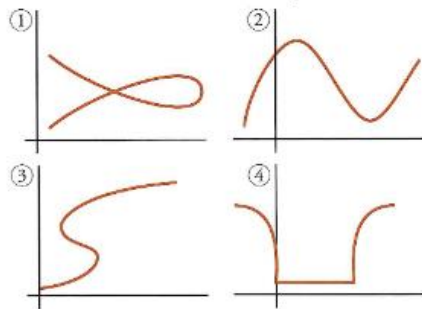
$A(3, 2)$; $B(3, 7)$; $C(4, -1)$; $D(-4, 3)$; $E(-6, -2)$;
 $F(0, 5)$; $G(3, 0)$; $H(-2, 0)$; $I(0, -5)$; $J(0, 0)$

2. Zein dira puntu bakoitzaren koordenatuak?



Funtzio kontzeptua

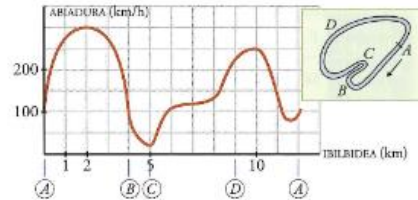
3. Honako grafiko hauerako zein dagozkio funtzio bati eta zein ez? Azaldu zergatik.



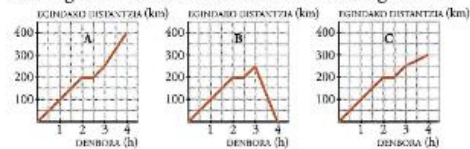
4. a) Y ardatzaren paralelo den zuzen bertikala izan al daiteke funtzio baten adierazpen grafikoa?
 b) Eta zuzen horizontala?
 c) Eta zirkunferentzia?
5. Adierazi zer enuntziatuk deskribatzen duten funtzio bat.
- Motorraren abiadura bidaiaren denboraren arabera.
 - Gorengo tenperatura egunaren arabera.
 - Ikasle baten pisua altueraren arabera.
 - Erxerako distantzia eguneko orduaren arabera.
 - Aneren adina oraingo urtearen arabera.

Grafikoak interpretatzea

6. Honako grafiko honek lasterketa-autoaren abiadura zirkuituaren toki bakoitzean deskribatzen du:

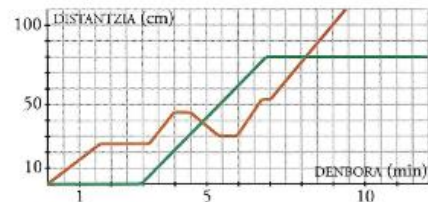


- Esan zer tartetan den gorakorra abiadura eta zer tartetan den beherakorra.
 - Zure ustez, zergatik bizkortu eta moteldu da abiadura kasu bakoitzean?
 - Seinalatu zein diren funtzio horren maximoa eta minimoa.
7. Adierazi honako grafiko hauerako zeinetan irudikatu den ibilgailu batek 4 orduko bidaian egin duen distantzia, jakinik 2. orduan ordu erdian atsedean hartzeko gelditu dela eta 3. orduan mendatea igo duela:



Zenbat irau du bidaiak? Zenbat ibili da?

8. Sarek eta Danielek barraskilo-lasterketa antolatu dute; barraskiloetako batek eranskailu gorria darama eta besteak, eranskailu berdea.



Berdea berandu ateratzen da eta helmugara iritsi baino lehen gelditu da.

- Zenbat denbora egin du geldirik kasu bakoitzean? Helmugatik zer distantzian gelditu da behin beriko?
- Zenbat zentimetro egin ditu gorriak aurkako noranzkoan eta zenbat denboratan?
- Deskribatu lasterketa.

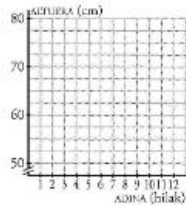
Ariketak eta problemak

Funtzioak adieraztea

9. Hilero neurtu dute haur baten altuera, jaio denetik urte bat egin arte.

ADINA (hilak)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ALTUERA (cm)	54	58	62	64	67	69	71	72	74	75	77	78	80

Adierazi emaitzak eskuintzeko bezalako grafikoan. Hartu kontuan Y ardatzaren eskala 50ean hasi eta 80ra arte iristen dela: zerotik hasiz gero, hilerik hilerako alde txikiak ez lirarteke ondo bereziko.



10. Ondoz ondoko hamar astetan, pisu-jaurtitzailerekin entrenamenduetan lortu duen markarik onena idatzi du.

Eskuinteko taulak lortu dituen emaitzak erakusten ditu.

Adierazi funtzioa koadernoan, Y ardatzaren balioak 15 m-rik 17 m-ra hartuz.

ASTEIA	JAURT. (m)
1	15,18
2	15,91
3	16,33
4	16,52
5	18,40
6	16,62
7	16,90
8	17,44
9	16,40
10	17,00

11. 20 cm-ko perimetroko laukizuzenaren familia baten oinarriak eta azalera neurtu ditugu. Emaitzak honako hauek dira:

OINARRIA cm-tan, x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
AZALERA cm ² -tan, y	9	16	21	24	25	24	21	16	9

- a) Irudikatu funtzioa, Y ardatzeko balio egokiek hasiz, azalaren arteko desberdintasunak antzeman daitezkeen.

- b) Egiaztatu funtzioaren ekuazioa honako hau dela:

$$y = 10x - x^2$$

12. Irudikatu honako funtzio hauek, x -ri kasu bakoitzean adierazten diren balioak emanez:

- a) $y = \sqrt{x-7}$ 7, 8, 11, 16, 23, 32
 b) $y = \sqrt{25-x^2}$ -5, -3, 0, 3, 5
 c) $y = \sqrt{(x-4)^2}$ -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, 10
 d) $y = 4 - \sqrt{(x-4)^2}$ -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, 10

13. Irudikatu paper laukituan honako funtzio hauek, kasu bakoitzean x -ri adierazten diren balioak emanez:

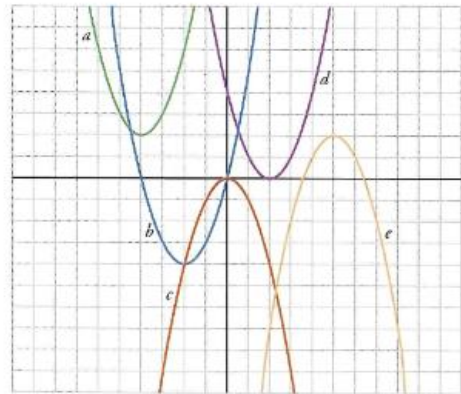
- a) $y = x^2$ -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4
 b) $y = x^2 - 4x + 4$ -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6
 c) $y = (x-3)^2$ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
 d) $y = 8x - x^2$ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
 e) $y = x^2 + 3$ -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3
 f) $y = x^2 + 6x + 6$ -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0
 g) $y = 4 - x^2$ -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3

14. Irudikatu koadernoan honako parabola hauek, kasu bakoitzean balio-etaula bat lortuz.

- a) $y = x^2 - 4x + 4$ b) $y = x^2 + 1$
 c) $y = -x^2$ d) $y = -x^2 + 1$
 e) $y = (x-2)^2$ f) $y = (x-2)^2 - 4$
 g) $y = x^2 - 4x$ h) $y = x^2 - 4x + 3$

15. Aurreko ariketako parabolaren artean, adierazi zeintzuek duten maximo bat eta zeintzuek duten minimo bat. Ikertu ezaugarri horrek zerikusirik duen x^2 -ren zeinuarekin.

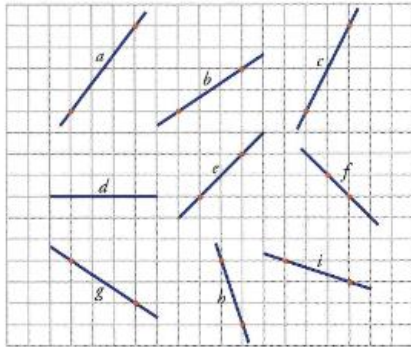
16. Lotu honako parabola hauek bakoitza dagokion ekuazioarekin:



- (A) $y = x^2 + 8x + 18$ (B) $y = x^2 + 4x$ (C) $y = -x^2$
 (D) $y = (x-2)^2$ (E) $y = x^2 - 10x + 27$

Funtzio linealak

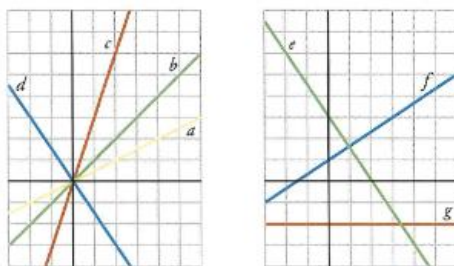
17. Kalkulatu zer malda duen honako zuzen haue-
tako bakoitzak:



18. Adierazi honako funtzio hauek balio-taularen
laguntzarik gabe:

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| a) $y = 2x$ | b) $y = \frac{1}{2}x$ |
| c) $y = -3x$ | d) $y = \frac{4}{3}x$ |
| e) $y = -\frac{2}{5}x$ | f) $y = \frac{3}{4}x$ |
| g) $y = -\frac{1}{2}x - 2$ | h) $y = -3x + 5$ |
| i) $y = -\frac{4}{3}x + 1$ | j) $y = -\frac{2}{5}x + 4$ |
| k) $y = -1$ | l) $y = 4$ |
| m) $y = 3$ | n) $y = x$ |

19. Idatzi honako funtzio hauetako bakoitzaren
ekuazioa, kontuan hartu bakoitzaren malda eta orde-
natua jatorrian:



20. Gure herriko parkeko denda batean, honako
hauek alokatzen dituzte: patinak 0,50 € orduko; gur-
pil-oholak, 1 € orduko, eta bizikletak, 2 € orduko.



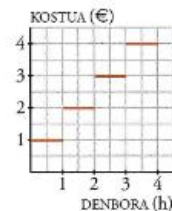
Gurpil-oholaren kostua, y , zenbat denboratan era-
biltzen den arabera, x , honako ekuazio honek emate-
n du: $y = x$.

- Kalkulatu patinen kostua erabiltzen diren denbo-
raren arabera erlazionatzan duen ekuazioa.
- Kalkulatu bizikletaren kostua denboraren arabera
erlazionatzan duen ekuazioa.
- Irudikatu ardatz koordinatu beretan hiru propor-
tzionaltasun-funtzioak.
- Zer malda dute hiru zuzenek? Zer adierazten dute
testuinguru horretan?

Funtzio etenak

21. Aurreko ariketan, gurpil-ohola ordubete eta erdi-
rako alokatuz gero, 1,50 € ordaindu behar dugula
esan da.

Gehienetan, horrelako tokietan
eta antzeko beste establezimendu
batzuetan, ordu osoak kobratzen
dituzte; hau da, ordubete eta erdian
erabiliz gero, bi ordu kobratzen
dituzte eta 45 minutuan erabiliz gero,
ordu osoa. Kobratzeko modu horren
arabera, aurreko ariketako gurpil-
oholaren grafikoa eskuinekoa
bezalakoa izango litzateke.



Irudikatu koadernoan aurreko ariketako bizikletari
eta patinci dagozkien funtzioen grafikoak.

22. Atleta batek hainbat jauzi egin ditu entrenamen-
duan zehar. Emaitzak honako taula honetan islatu dira:

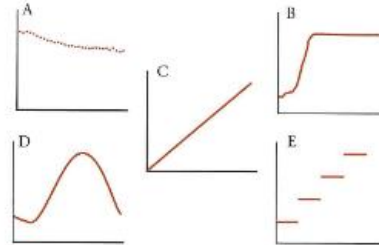
JAUZIA	1	2	3	4	5	6	7	8
ALTUERA (cm)	194	197	201	201	203	199	197	193

Hori bezalako funtzio batzuek, x -ren balio arrunte-
tarako baino ez dute zentzua. Etenak ere badira. Iru-
dika ezazu, puntuak lotu gabe.

Ariketak eta problemak

- 23.** Adierazi honako funtzio hauetako zein irudikatu behar diren grafiko jarraituen bidez eta zein grafiko etenen bidez:
- Aparkatzearen kostua ibilgailua aparkalekuan egon den denboraren arabera.
 - libili den espazioa denboraren arabera.
 - Temperatura eguneko orduaren arabera.
 - Pertsona baten altuera adinaren arabera.
 - Hileko egun bakoitzean 10 km egiteko behar dudana denbora hileko egunaren arabera.

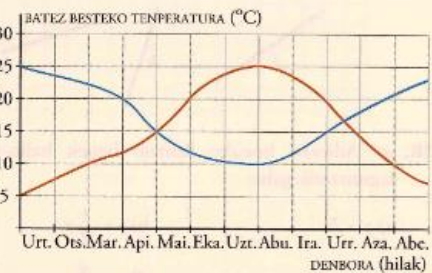
- 24.** Erlazionatu honako grafiko hauek aurreko ariketako enuntziatuekin:



Ikasi problemak ebazten

Madriren eta Buenos Airesen batez besteko tenperaturak hartu dira urtebete zehar. Emaitzak honako grafiko honetan ageri dira.

- Zer hiriri dagokio funtzioetako bakoitza? Arrazoitu erantzuna.
- Zer alditan datoz bat tenperaturak? Ba al du zentzurik?
- Hartu kontuan Madrileko eta Buenos Aireseko tenperaturen arteko aldea. Irudika ezazu urtarrilaren 1etik apirilaren 30erako tartean.



Egiaztatu enuntziatua ulertu duzula.

Zer hiletan da uda ipar hemisferioan eta zeinetan hego hemisferioan? Zer hemisferiotan dago hiri bakoitza? Zer esan nahi dute kurbetako ebaki-puntuak? Zer balio du Madrileko eta Buenos Aireseko tenperaturen arteko aldea urtarrilaren batean? Eta apirilaren 30ean?



Pentsatu zer bide egingo duzun problema ebazteko. Zer jakin behar duzu?

Zer kurbak ditu baliorik handienak ekainean, uztailean eta abuztuan? Zure ustez, zer hiriri dagokio?

— Kurba gorriak tenperatura handiagoa du ekainean, uztailean eta abuztuan. Ondorioz, kurba gorria Madrili dagokio eta urdina, Buenos Airesi.

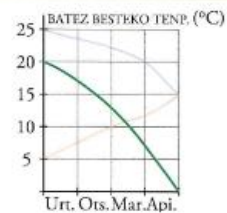


Gutxi gorabechera, zer unetan datoz bat tenperaturak?

— Oso erraza da! Grafikoei begiratu, Buenos Aireseko eta Madrileko tenperaturak maiatzaren hasieran eta urriaren erdialdera bat datozela ikusten dugu. Logikoa da, hiri horietako batean udaberria denean, bestean udazkena da, eta alderantziz. Biak dira tenperatura epelekoaldiak.

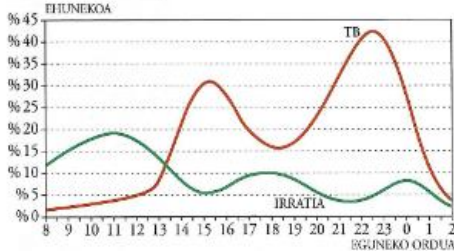
Zer balioen arteko kenketak egin behar dituzu x-ren balio bakoitzean puntu berriaren ordenatua lortzeko?

- Oso erraza da! Kurba urdinaren ordenatuaren balioak ken kurba gorriarenak egin behar da.
- Urtarrilaren 1ean, 20 °C-ko aldea dago eta apirilaren 30ean, 0 °C-koa.
- Grafiko berria berdez ageri da eskuinean.



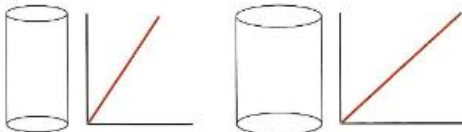
Ebatzi problemak

25. Honako grafiko hauek eguneko ordu jakinetan telebista ikusten edo irratia entzuten ari diren pertsonen ehunekoei dagozkie.

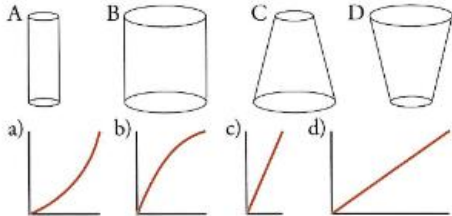


- a) Deskribatu telebistari dagokion kurba: non den gorakorra, non den beherakorra, maximoak, minimoak... Erlazionatu kurba hori eguneroko jarduerekin: jaikitzea, oheratzea, bazkaltzea, afaltzea...
- b) Egin gauza bera irratia ren kurbarekin ere.
- c) Konparatu eta erlazionatu bi kurbak.

26. Txorrotak emari konstantea du. Honako hauek uraren maila-denbora funtzioaren grafikoak eta dagozkien edontziak dira.



Orain, elkartu grafiko bakoitza dagokion edontziarekin:



27. Adierazi era grafikoan 200 m-ko bi lasterkarien arteko honako lasterketa hau:

- *A* bizkorrago atera da *B* baino; 5 segunduan 10 m-ko aldea atera dio.
- *A* 5. segunduan erori da eta *B*-k aurreratu egin du. *A*, hala ere, 2 segundo igarota altxatu da eta helmugan bertan aurreratu du *B*.

Webgunean Praktikatutako funtzioak problemaren testuinguruan interpretatuz.

«+» problemak

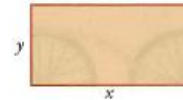
28. Sakelako telefonoen konpainia batean, atzerirako deien kostua honako hau da: 1 € deia ezartzea eta 0,50 € hitz egiten den minutuko.

- a) Idatzi kostua eurotan (*y*) deia ren minututako iraupenaren (*x*) arabera erlazionatzen duen funtzioaren ekuazioa.
- b) Irudikatu funtzioaren grafikoa.
- c) Jo ezazu minutuaren edozein zatirengatik minutu osoa ordaindu behar dela. Adibidez, minutu erdian hitz egitegatik 1,50 € ordaindu behar dela, minutu osoa erabili izan balitz bezala. Irudikatu funtzioaren grafikoa hori kontuan hartuta. Laguntzeko, erabili 21. ariketa.

29. Muturrak haien artean lotuta dituen 16 cm-ko hariarekin, laukizuzenak eratuko ditugu:



- a) Arrazoitu oinarriaren, *x*, eta altueraren, *y*, arteko erlazioa $y = 8 - x$ dela.



- b) Irudikatu funtzioaren grafikoa.
- c) Oinarria, *x*, bider altuera, $8 - x$, eginez gero, azalera lortuko dugu: $A = x \cdot (8 - x)$. Osatu koadernoan honako hau bezalako balio-taula:

<i>x</i>	1	2	3	4	5	6	7
AZALERA	7	12					

30. Irudikatu koadernoan honako grafiko hauek:

- a) Boteak ematen ari den pilotaren altuera, gelditu arte.
- b) Kontsumitu gabe, mahai gainean gelditu den zopa-plateraren tenperatura.
- c) Biraka eta biraka ari den satelite artifizialaren Lurrerako distantzia.
- d) Zabuaren jarlekuaren altuera kulunkatzen ari denean.

Matematika-lantegia

Irakurri eta jo informazio bila

Descartes

Osasun txarrekoa izan zen bizitza osoan. Horregatik, barneko ikasle izan zen ikastetxean, etzanda ikasteko baimena izan zuen. Posizio hori ohitura bihurtu zen azkenean, eta bere lanaren zati handia ohean pentsatu eta idatzi zuen. Eta ohean sortu zuen bere koordinatuen sistema ere: behin, euli baten hegaldiari begira egon zen luzaro samar, eta honako honi buruz pentsatzen hasi zen: nola adieraziko zuen euliaren une bakoitzeko posizioa, kontuan hartuz sabairako eta izkina eratzen zuten beste bi hormetako bakoitzerako distantzia.



Intsolazio-funtzioa

Kristalezko bola eta paper beltza erabiliz, honako esperimentu eder hau egin daiteke.

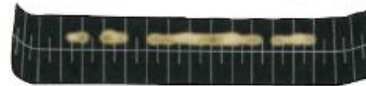
Bola eguzki-izpiak batzeko moduan jarriz gero, puntu batean bilduko ditu izpiok. Papera bolaren inguruan ipiniko dugu, izpiak bertan distantzia egokian bil daitezzen eta, minutuak igaro ahala, papera kiskaltzen has dadin.

Eguzkia mugitu ahala, izpiak biltzen diren tokia aldatzen joango da «paper txigortuaren» grafikoa eratuz. Zenbat eta intsolazio handiagoa egon, orduan eta lodiagoa izango da lerroa. Minutu batzuetan zehar, eguzkia hodei baten atzean ezkatutuz gero, lerroa eten egingo da. *Intsolazio-funtzioa* lortuko da horrela.



Funtzioa bizikletaren gurpilean

Eranskailu fluoreszentea bizikletaren gurpiletako batean erantsi eta gela ilunean biraraziz gero, eranskailua gora eta behera doala ikusiko duzu, kurba oso berezia eratuz, **zikloide** deritzoguna.



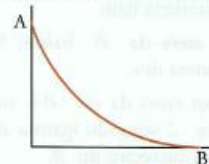
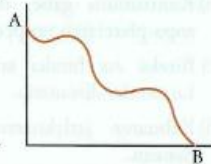
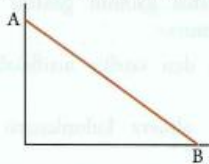
izan ekimena

Puxtarrrien lasterketa

Hainbat lagunek honako lehiaketa hau asmatu dute: puxtarrri bati erortzen utziko diogu puntu altu batetik, *A*, behe-ragoko puntu batera, *B*. Bakoitzak egokien uste izango duen arrapala sortuko du puxtarrria ahalik eta lasterren iritsi dadin *B*-ra. Lehenengo iritsiko den puxtarrriaren jabea izango da irabazlea.

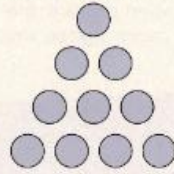
Hona hemen zenbait aukera:

Honako aukera hau da irabazlea. **Zikloide alderantzikatua** da.



Trebatu problemak ebatziz

- Alderantzikatu triangelua (erpina behera begira duelarik) ahalik eta fitxa kopuru txikiena mugituz.



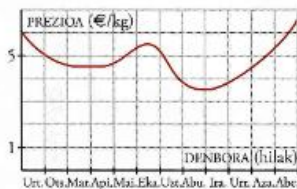
- Senar-emazteak automobilean doaz 12 urteko alabarekin eta 2 urteko semearekin batera.

Bakoitzak bere erara ematen du denbora: autoa gidatuz, lo eginez, irakurriz eta janez.

Aitak ez du lorik egiten ez irakurtzen ere. Ama, irakurriz gero, zorabiatu egiten da eta bidaietan ez du inoiz jaten. Mutikoak, izarrik egonez gero, ez dio arrebari irakurtzen uzten. Zertan ari da bakoitza?

Autoebaluazioa

- a) Deskribatu eztiaren prezioaren bilakaera urtebetean zehar.



- Zer tartetan da gorakorra funtzioa? Eta beherakorra?
- Prezioa noiz da minimoa eta zenbat da?

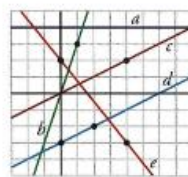
- Harri bati erortzen utziko diogu 125 m-ko altueratik. Adierazi harriaren altuera eta denbora lotuko dituen funtzioa. Datuak honako hauek dira:

DENBORA (s)	0	1	2	3	4	5
ALTUERA (m)	125	120	105	80	45	0

- Adierazi honako funtzio hauek:

a) $y = -\frac{5}{3}x$ b) $y = 2x - 5$ c) $y = 4$

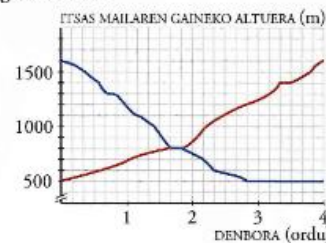
- Idatzi honako funtzio hauetako bakoitzaren ekuazioa:



Webgunean Ariketa hauen ebaluazioa.

- Kepa mendian behera doa Txaro bide beretik garrantz hasi den une berean.

Honako hau bi mendizaleen itsas mailaren gaineko altuerak denborarekin erlazionatzen dituzten funtzioen grafikoa da:



- Zein da Keparena? Eta Txarorena?
- Non elkartu dira? Zer altueratan daude? Zenbat denboratan egon dira batera?
- Zer altueratik atera da Txaro, eta zer altueratarantz iritsi da?
- Zenbat denbora behar izan du bakoitzak bere ibilaldia egiteko?
- Zer unetan egon da bakoitza 1100 m-ko altueran?
- Marratzu koadernoan, ardatz berdinetan, Mikelen grafikoa: Txarorekin erritmo konstantean atera da, Kepa ordu bat eta 10 minutu igarota aurkitu du, altuera horretan 20 minutuko atsedena hartu du eta gailurreraino erritmo berean jarraitu du.
- Marratzu Elviraren grafikoa aurreko ataleko ardatz beretan. Neska hori mendia erdian dago bere kanpadendan, 1200 m-ko altueran, besteak gora eta behera ari diren lau orduetan.

B. Estazio Meteorologiko proiektua

Proiektuaren aurkezpena:

1. PROIEKTUA DBH 2º MAILAN

6.1. PROIEKTUAREN DESKRIBAPENA


Proiektu honetan ikasleak aste batean zehar ikastetxeko estazio meteorologikotik hainbat datu bilduko ditu, hala nola, uneko kanpoko eta barruko temperatura, temperatura maximoa, temperatura minimoa, sentsazio termikoa, prezipitazioa, airearen presioa, airearen hezetasuna, haizearen abiadura, haizearen norabidea eta hodeien estalketa. Datu hauekin taula bat beteko du. Datuak bildu ondoren lan bat aurkeztu beharko dio irakasleari. Eta azkenik, lanaren aurkezpena gauzatu beharko du taldearen aurrean.

6.2. JARDUERAREN HELBURUAK

Ikasleak burutu behar duen jarduera honekin ondorengo helburuak lortu nahi dira:

- Testu jarraituen ulermen gaitasuna garatzea.
- Testu ez jarraituen (grafikoak, diagramak, taulak eta mapak) irakurketa gaitasuna garatzea.
- Zoriaren eduki matematikoen gaitasuna garatzea. Lengoia eta eredu matematikoen erabilera hezkuntza egoera, egoera pertsonal eta egoera zientifikoetan. Gaitasunak erreproduzio, konexio eta hausnarketakoak izango dira.
- Gaitasun zientifikoetan, fenomeno zientifikoak identifikatzea, zientifikoki aipatutako fenomenoak azaltzea eta froga zientifikoak erabiltzea.
- Informazioaren tratamenduaren gaitasunaren arloan eta gaitasun digitalen arloan informazioa teknologia desberdinetan lortu, prozesatu eta erabiltzea.
- Gaitasun sozial eta hiritarretan datu enpirikoen erabilera aldaketa klimatikori buruzko hausnarketarako argumentuzko tresna gisa.

6.3. DATUAK BILTZEKO ARGIBIDEAK

	<p>BAROMETROA. PRESIOAREN NEURKETA. B botoia sakatu eta 1 leihatilan datua ikusten da. Unitatea aldatzeko B botoia behin eta berriz sakatu behar duzue, behar duzuen lortu arte (mmHG).</p>
	<p>TERMOMETROA. TENPERATURAREN NEURKETA. D botoia sakatu eta 2 eta 3 leihatiletan agertuko zaizkizue IN(2) eta OUT(3) balioak. Maximoak eta minimoak lortzeko Y botoia sakatu behar duzue behar adina aldiz nahi dituzuen balioak lortzeko. Wind Chill balioa 8 leihatilan aurkituko duzue baina D botoia sakatu behar duzue Wind Chill era iristeko.</p>
	<p>PLUBIOMETROA. PREZIPITAZIOEN NEURKETA. A botoia sakatu behin eta berriro behar duzuen DAILY datua 1 leihatilan lortu arte.</p>
	<p>HIGROMETROA. HEZETASUNAREN NEURKETA. Zuzenean agertzen dira IN(4) eta OUT(5) leihatilatan balioak. Maximoak eta minimoak lortzeko Y botoia sakatu behar duzue behar adina aldiz nahi duzuen balioa lortu arte.</p>
	<p>ANEMOMETROA. HAIZEAREN NEURKETA. Norabide kodea 6 leihatilan aurkituko duzue zuzenean eta abiadura 7 leihatilan. Sakatu C botoia AVERAGE balioa lortu arte.</p>

HODEIEN ESTALKETA

Zerua beha ezazu eta egokitu egoera ondorengo eskalaren arabera:

OKTA ESKALA	AZALPENA	ADIBIDEA	BALIOA
Clear(oskarbi)	Hodeirik gabe.		0
Few (gutxi)	Hodeiek zeruko 1/8etik 2/8era estaltzen dute.		1-2
Scattered (sakabanatuta)	Hodeiek zeruko 3/8etik 4/8era estaltzen dute.		3-4
Broken (oskarbi batzuk):	Hodeiek zeruko 5/8etik 7/8 era estaltzen dute.		5-6-7
Overcast (estalia)	Gutziz estalia.		8



Funtzioen ikaskuntza prozesua proiektu batekin lagunduta DBHko 2. ikasmilian

DATU BILKETA TAULA DBH2								
Egin zenbak	Data eta ordua				OMETROA PRES	METROATENPERATURA (GRADU)	OMETROAPREZIPITAZIOA	DEIEN ESTALKE
	Urtea	Hilabetea	Eguna	Ordua	Merkurio mm (mmHG)	Unekoa	cm3	OKTA (0-8)

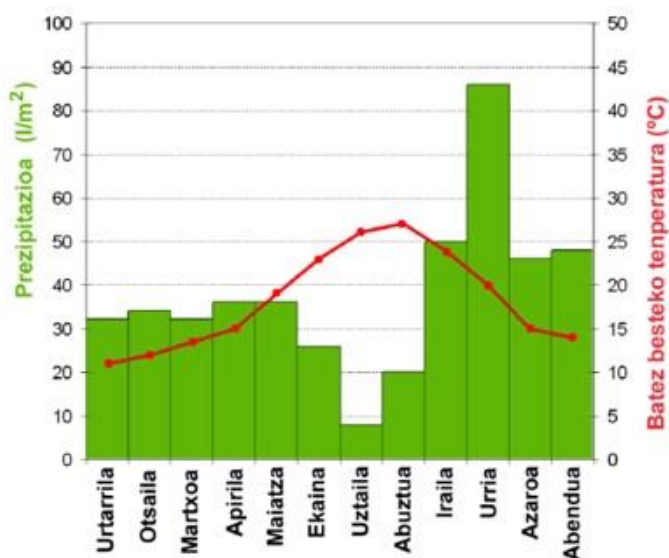
1. Jarduera:

	DBH2 ESTAZIO METEOROLOGIKOA
---	-----------------------------

KLIMOGRAMA FITXA	AURKEZPEN DATA:
IZENA:	TALDEA:

Klimograma

Ondoko grafikoa hiri baten klimograma da. Bertan, urte batean zehar izandako prezipitazioak (barra berdeak) eta batez besteko tenperaturak (marra gorria) ikusten dira.



1. Zenbat euri egin du hilabeterik euritsuenean?

- A. 44 l/m²
- B. 86 l/m²
- C. 20 l/m²
- D. 40 l/m²

2. Zein izan da batez besteko tenperatura apirilean?

- A. 15°
- B. 17°
- C. 30°
- D. 34°

3. Zein motatako klima du hiri horrek?:

- A. Atlantiarra, urte osoan zehar banatutako prezipitazio ugari dituelako.
- B. Mediterraneoakoa, negu epelak eta uda lehor eta beroak dituelako.
- C. Kontinentalakoa, oso negu hotzak eta uda beroak dituelako.
- D. Tropikala, urte osoan batez besteko tenperatura altuak dituelako.

4. Batez besteko prezipitazioak hilabeteko zenbat diren jakiteko, kalkulu hauetako zein egin behar da?

- A. $\frac{86+2}{2}$
B. $\frac{32+34+32+36+36+25+8+20+50+86+46+48}{12}$
C. $\frac{50 \times (8+86)}{100}$
D. $\frac{(86-8)}{2}$

5. Grafikoaren arabera, irailean...

- A. Egunero 50 l/m² egin du euria.
B. Egunero 50 litro jaso dira.
C. Lehenengo hamabostaldia bigarrena baino lehorragoa izan zen.
D. Hiriko m² bakoitzean 50 litro euri egin zuen.

6. Grafikoaren arabera zein hilabetean batez besteko 20° C ko tenperatura izan da?

- A. Urria
B. Abuztua
C. Otsaila
D. Abendua

7. Grafikoaren arabera zein hilabetean 20 l/m² prezipitazioa izan da?

- A. Urria
B. Abuztua
C. Otsaila
D. Abendua

8. Zenbatekoa izan da batez besteko tenperatura hilabeterik beroenean?

- A. 55° C
B. 27° C
C. 32° C
D. 25° C

OHARRA: Galdera bakoitzak erantzun zuzen bakarra du, egin behar diren eragiketak orrialdean bertan egin behar dituzu.

2. Jarduera:

 ASKATASUNA	DBH2 ESTAZIO METEOROLOGIKOA
---	-----------------------------

1 FITXA	AURKEZPEN DATA:
IZENA:	TALDEA:

Kaixo ikaskide:

Dagoeneko funtzioen gaian murgilduta gaude, gaia hasi genuenetik zenbait gauza ikasi ditugu eta askoz gehiago ikasiko ditugu baina momentu honetan zuen buruak eragitea nahi dugu, hau da, pixka bat pentsatu beharko duzue fitxa hau osatu ahal izateko.

Fitxa hau Askatasuna ikastetxean kokatua dagoen estazio meteorologikoarekin lotuta dago eta aurretik hartu ditugun datuekin lan egin beharko duzue.

Hona hemen zuen betebeharra:

1.- Egiaztatu beharreko guztia duzuela:

- Fitxa
- Datu bilketa taula hutsa.
- Orri milimetratua (A3 orria)
- Idazteko materiala (arkatza erabili nahi baduzue erabili baina aurkezpenak beti boligrafoz, gogoratu!!)
- Erregela eta marrazketarako materiala, txostena txukun osatu behar duzue.

Lanera!

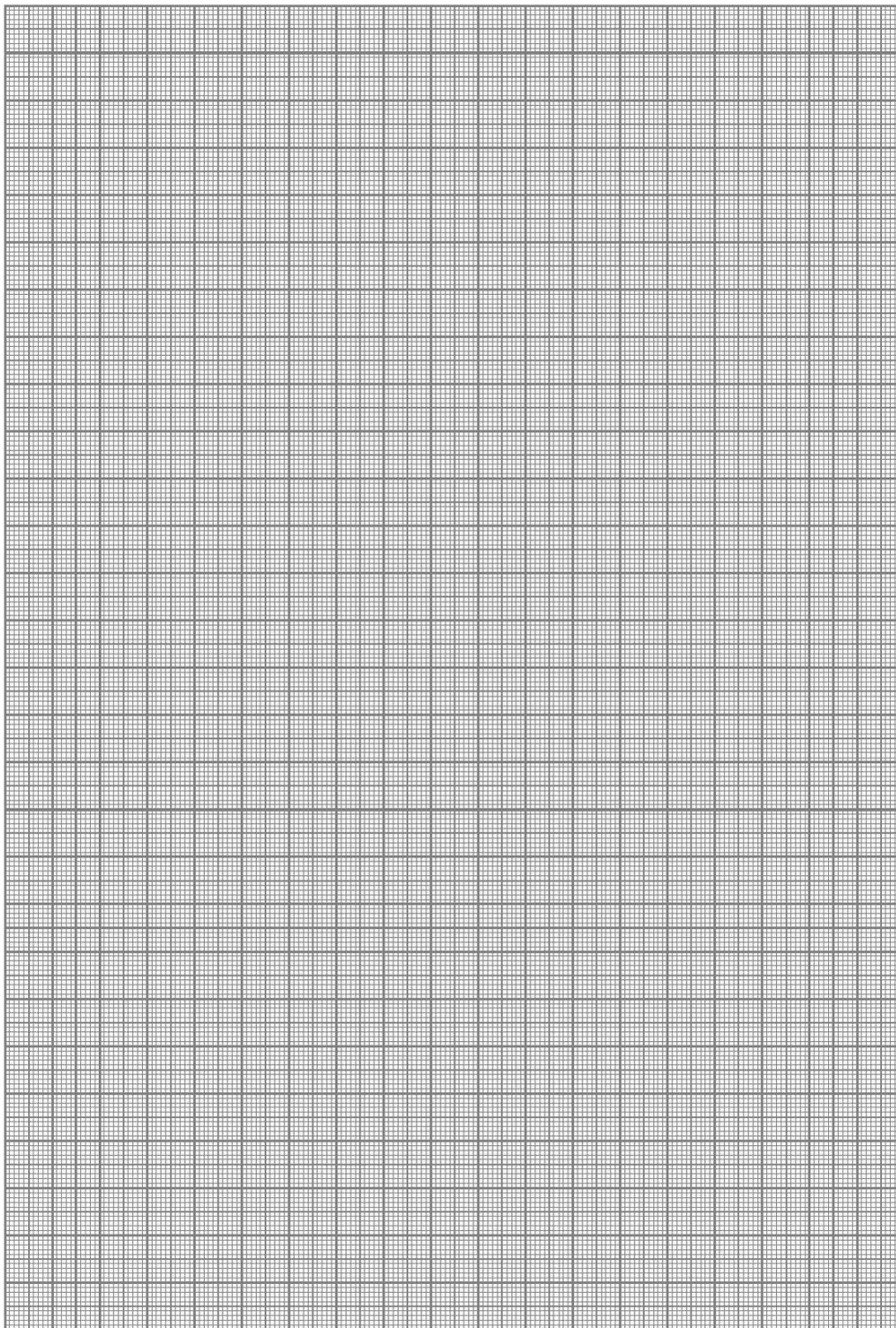
2.- Datu taula erabiliz irudikatu itzazu grafikoki eta banaturiko orri milimetratuan uneko tenperatura, presio atmosferikoa, prezipitazioa eta hodeien estalketa. Puntu hau jorratzeko ahalik eta grafiko gutxien erabili beharko dituzu eta grafikoak eskuz egin beharko dituzu. Gerta daiteke ondorengo galderak zure buruan agertzea, pentsatu, erabakia hartu eta egin! Hau da lanaren helburuetako bat, ondoren aztertuko ditugu erabakiak eta hauen egokitasuna.

Galdera posibleak:

- Baina nola egingo ditut taldeak?
- Zein zenekin batera irudikatuko ditut?
- Guztiak irudika daitezke?
- Zer aldagai irudikatuko ditut eta zein ardatzetan?
- Zein da erabiliko dudana eskala?
- Puntuak lotu daitezke? Zergatik? Kasu guztiak berdinak dira?
- Zer grafiko mota erabiliko dut? (agian lagungarri zaizkizu liburuko 260 orriko adibideak).

3.- Amaitzeko erantzun ondorengo galderak, idatziz (zaindu ezazu erabiltzen duzun hizkuntza eta zehaztu informazioa ahalik eta gehien):

- 3.1.- Eginikoaren inguruan lerro batzuk idatzi mesedez zer eta zergatik egin duzun adierazteko.
- 3.2.- Funtzioak dira irudikatutako grafikoak? Zergatik?
- 3.3.- Aztertu uneko tenperaturaren grafiko bere gorakortasuna, beherakortasuna, konstante diren tarteak adieraziz, ez ahaztu maximoak eta minimoak aipatzea.
- 3.4.- Deskribatu hamabostaldi honen eguraldia zuk eginiko grafikoetan oinarrituz.



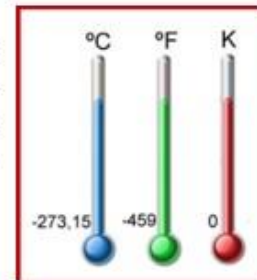
3. Jarduera:

	DBH2 ESTAZIO METEREOLGIKOA
---	----------------------------

ESKALA TERMOMETRIKOA FITXA	AURKEZPEN DATA:
IZENA:	TALDEA:

Eskala termometrikoak

Temperatura neur daiteke gradu zentigradutan, Fahrenheit gradutan eta Kelvin gradutan. Gradu zentigraduak Fahrenheit gradutara bihurtzeko $T(F) = 1,8 \cdot T(C) + 32$ formula erabiltzen da ($T(F)$ da temperatura Fahrenheit gradutan, eta $T(C)$ temperatura gradu zentigradutan).



1. Zein da 0 °C-ren baliokidea Fahrenheit gradutan?

- A. 33,8 °F
- B. 32 °F
- C. 30,2 °F
- D. 0 °F

2. Formula hauetako zein baliatuko dugu Fahrenheit gradutan emandako temperaturak gradu zentigradutara bihurtzeko?

- A. $C = \frac{F - 32}{1,8}$
- B. $C = \frac{F + 32}{1,8}$
- C. $C = \frac{F}{1,8} - 32$
- D. $C = \frac{F}{1,8} + 32$

3. Ray Bradbury-k *Fahrenheit 451* eleberri ospetsua idatzi zuen. Papera zer temperaturatan erretzen den adierazten du izenburu horrek. Zer temperaturatan erretzen da papera, gradu zentigradutan?

- A. 232,8 °C-tan
- B. 268,3 °C-tan
- C. 282,6 °C-tan
- D. 843,8 °C-tan

4. Kelvinetara (K) pasatzeko, gradu zentigradutan (C) emandako tenperaturari 273 batu behar zaio. Adierazpen hauetako zein da zuzena?

- A. $T(K) = T(C) - 273$
- B. $T(K) - T(C) = 273$
- C. $T(K) = 273 - T(C)$
- D. $T(C) = 273 - T(K)$

5. Laborategi batean konposatu baten lagina $-12\text{ }^{\circ}\text{C}$ -tan dugu. Lehenik, hoztu egin dugu tenperatura 20 gradu gehiago jaitsaraziz, gero $50\text{ }^{\circ}\text{C}$ berotu dugu eta, azkenik, $8\text{ }^{\circ}\text{C}$ -ra iritsi arte hoztu dugu. Zer zenbaki osok adierazten du egin dugun azken hoztea?

- A. $10\text{ }^{\circ}\text{C}$
- B. $-8\text{ }^{\circ}\text{C}$
- C. $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$
- D. $18\text{ }^{\circ}\text{C}$

6. Iaz, abuztuaren 5ean, Iruñean $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ -ko tenperatura izan zen eta New Yorken $86\text{ }^{\circ}\text{F}$ ekoa. Biharamunean, Iruñean tenperatura $35\text{ }^{\circ}\text{C}$ -ra arte igo zen eta New Yorken $96\text{ }^{\circ}\text{F}$ -era arte. Bi hirietako zeinetan igo zen gehien tenperatura? Idatzi egiten dituzun kalkuluak.

Gogoan izan

$$F = 1,8C + 32$$

4. Jarduera:



ZIENTZIA APLIKATUA		NOTA
IKASTURTEA: 2020 2021	EBALUAKETA: 3	
DATA: 2021 - IV - 22	MAILA: 2. DBH TALDEA: A	

IZEN-ABIZENAK:

Sentsazio termikoa

Gero eta ohikoagoa da eguraldiaren berri ematen dugutenean sentsazio termikoa aipatzea.

Jakina den bezala, kanpoko airearen temperatura ez da beti adierazle ziarra izaten pertsona batek, kanpoan dagoenean, hotza edo beroa izan dezakeen jakiteko. Badira beste parametro batzuk, temperaturarekin loturik, sentitzen dugun sentsazio termikoan eragiten dutenak.

Faktore meteorologiko hauek izan daitezke:

- Haizearen abiadura: adibidez, neguko goiz batean temperatura 0°C bada, haizerik ez badago eta egoki jantzita bagaude, ez dugu hotz handia izanen. Alabaina, temperatura berarekin haize zakarra badago, sentsazio termikoa bestelakoa izanen da, hau da, askoz ere baxuagoa den temperatura bati dagokiona, haizearen eraginez gorputzaren beroa azkarrago galtzen delako.
- Hezetasun erlatiboa: bero egiteaz gainera inguruko hezetasuna handia bada, zailagoa egiten da izerdia lurruntzea. Gorputzak zailagoa izanen du gorputzaren beroa xahutzea eta bero itogarriaren sentsazio desatsegina izanen da.

Era berean, badira sentsazio termikoan eragiten duten faktore pertsonalak: gorputz metabolismoak sortutako beroa, gorputzak duen gantz kopurua, jantziak...

Sentsazio termikoa gure gorputzak sortutako beroaren eta galdutako beroaren araberakoa da; beroa gure gorputzetik kanpora atera eta etengabean xahutzen da. Bi parametroak (beroa sortzea eta beroa galtzea) alda daitezke sentsazio termikoa hobetzeko. Hotzaren aurrean, pertsona batek bero gehiago sor dezake ariketa fisikoa eginez edo bero galerak murriztu ditzake jantziak jarritz. Beroaren aurrean, gure inguruan airea berriztatzeko modua bilatu beharko genuke eta horrek izerdiaren lurrunketa handituko luke eta, orobat, larrua freskatuko litzateke.

Taula askotan jasotzen da sentsazio termikoa, esate baterako, temperaturaren eta haizearen abiaduraren arabera. Sentsazio termikoa eta temperatura magnitude desberdinak badira ere, oro har, Celsius gradutan ematen da eta batere haizerik ez dagoenean kasuan kasuko sentsazio termiko bera eragiten duen "benetako" temperatura bezala interpretatzen da.

Haizearen abiadura (km/h)	Giro-temperatura (°C)																	
	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-10	-15
0	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-10	-15
8	9	8	6	6	4	3	2	1	0	-1	-3	-4	-5	-6	-7	-9	-14	-20
16	8	6	5	4	3	2	0	-1	-2	-3	-5	-6	-7	-8	-9	-11	-17	-23
24	7	6	4	3	2	1	-1	-2	-3	-4	-6	-7	-9	-9	-11	-12	-19	-25
32	6	5	4	3	1	0	-2	-3	-4	-5	-7	-8	-10	-10	-12	-13	-20	-26
40	6	4	3	2	1	-1	-2	-4	-4	-6	-7	-9	-10	-11	-13	-14	-21	-27
48	6	4	3	2	0	-1	-3	-4	-5	-6	-8	-10	-11	-12	-13	-15	-22	-28
56	5	4	2	1	0	-2	-3	-5	-5	-7	-9	-10	-12	-12	-14	-15	-22	-29

Haizearen abiadura handitu ahala hotz sentsazioak gora egiten du eta benetan gauden temperatura baino baxuagoan gaudela ematen du. Giro-tenperatura 5° C-koa bada eta haizearen abiadura 32 km/h-koa, sentsazio termikoa °0 C da.

ITURRIAK: www.geocities.com, wikipedia.org/, www.rumtor.com/tablas.html

1. Sentsazio termikoaren taularen arabera, giro-tenperatura 2° C-koa bada eta haizearen abiadura 40 km/h-koa, zein izanen da sentsazio termikoa?

- A. 0 °C
- B. -2 °C
- C. -3 °C
- D. -4 °C

2. Tenperatura 10° C bada, 5° C-ko sentsazio termikoa izateko zein izanen litzateke haizearen abiadura?

- A. 8 km/h
- B. 16 km/h
- C. 32 km/h
- D. 56 km/h

3. Egun hotz batean, futbol zelaian 22 jokalarik korrika dabilta elastikoarekin eta galtza motzetan. Aldi berean, harmailetan, milaka ikusle daude arropa askorekin ongi jantzita. Esaldi hauetako zein da zuzena?

- A. Denak giro-tenperatura bera jasotzen ari dira.
- B. Denek sentsazio termiko bera izanen dute.
- C. Futbol jokalariek hotz handiagoa sentituko dute arropa gutxi daramatelako.
- D. Ikusleek beroa izanen dute, beren taldea txalotuz berotzen direlako.

4. Egun bero eta heze batean, zergatik erabiltzen dugu abaniko bat edo haizagailu bat sentsazio termikoa hobetzeko?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. Esan ezazu ondoko baieztapenak egia (E) edo gezurra (G) diren.

	E	G
Ez da erraza sentsazio termikoa neurtzea norberaren sentikortasunaren arabera delako.		
Haizearen ondoriozko sentsazio termikoaren hainbat taula daude –emaitza desberdinak ematen dituztenak–; beraz, sentsazio termikoa ez da magnitude fisiko bat.		
Bi pertsona toki berean badaude sentsazio termiko bera izanen dute.		
Sentsazio termikoa soilik giro-tenperaturaren arabera da.		

Zuzendaria:
Haritz Iribas, Matematika Departamentua

DERRIGORREZKO BIGARREN HEZKUNTZA