

MATEMÁTICAS

LUCÍA BALDUZ ROLDÁN

PROCESO DE ESTUDIO DE
OPERACIONES ARITMÉTICAS
BÁSICAS EN EL AULA DE CINCO
AÑOS

TFG/*GBL* 2013

Grado en Maestro en Educación Infantil
Haur Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Trabajo Fin de Grado

Gradu Bukaerako Lana

***PROCESO DE OPERACIONES ARITMÉTICAS
BÁSICAS EN EL AULA DE CINCO AÑOS***

LUCÍA BALDUZ ROLDÁN

FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y SOCIALES
GIZA ETA GIZARTE ZIENTZIEN FAKULTATEA

UNIVERSIDAD PÚBLICA DE NAVARRA
NAFARROAKO UNIBERTSITATE PUBLIKOA

Estudiante / Ikaslea

Lucía Balduz Roldán

Título / Izenburua

Proceso de estudio de operaciones aritméticas básicas en el aula de cinco años

Grado / Gradu

Grado en Maestro en Educación Infantil / Haur Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Centro / Ikastegia

Facultad de Ciencias Humanas y Sociales / Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea
Universidad Pública de Navarra / Nafarroako Unibertsitate Publikoa

Director-a / Zuzendaria

Miguel RODRÍGUEZ WILHELMI

Departamento / Saila

Departamento de matemáticas / matematika saila

Curso académico / Ikasturte akademikoa

2012/2013

Semestre / Seihilekoa

Primavera / Udaberri

PREÁMBULO

El Real Decreto 1393/2007, de 29 de octubre, modificado por el Real Decreto 861/2010, establece en el Capítulo III, dedicado a las enseñanzas oficiales de Grado, que “estas enseñanzas concluirán con la elaboración y defensa de un Trabajo Fin de Grado [...] El Trabajo Fin de Grado tendrá entre 6 y 30 créditos, deberá realizarse en la fase final del plan de estudios y estar orientado a la evaluación de competencias asociadas al título”.

El Grado en Maestro en Educación Infantil por la Universidad Pública de Navarra tiene una extensión de 12 ECTS, según la memoria del título verificada por la ANECA. El título está regido por la *Orden ECI/3854/2007, de 27 de diciembre, por la que se establecen los requisitos para la verificación de los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Infantil*; con la aplicación, con carácter subsidiario, del reglamento de Trabajos Fin de Grado, aprobado por el Consejo de Gobierno de la Universidad el 12 de marzo de 2013.

Todos los planes de estudios de Maestro en Educación Infantil se estructuran, según la Orden ECI/3854/2007, en tres grandes módulos: uno, *de formación básica*, donde se desarrollan los contenidos socio-psico-pedagógicos; otro, *didáctico y disciplinar*, que recoge los contenidos de las disciplinas y su didáctica; y, por último, *Practicum*, donde se describen las competencias que tendrán que adquirir los estudiantes del Grado en las prácticas escolares. En este último módulo, se enmarca el Trabajo Fin de Grado, que debe reflejar la formación adquirida a lo largo de todas las enseñanzas. Finalmente, dado que la Orden ECI/3854/2007 no concreta la distribución de los 240 ECTS necesarios para la obtención del Grado, las universidades tienen la facultad de determinar un número de créditos, estableciendo, en general, asignaturas de carácter optativo.

Así, en cumplimiento de la Orden ECI/3854/2007, es requisito necesario que en el Trabajo Fin de Grado el estudiante demuestre competencias relativas a los módulos de formación básica, didáctico-disciplinar y practicum, exigidas para todos los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Infantil.

En este trabajo, el módulo de formación básica permite realizar las secciones del marco teórico, tales como el constructivismo de Piaget, la teoría de Globalización de Decroly, las situaciones didácticas y aspectos matemáticos generales en educación infantil. Además en las actividades permite contextualizar los conocimientos que se van a enseñar, así como el orden en el que deben estar secuenciadas dichas actividades.. A lo largo de los años de formación recibida, se adquieren conocimientos sociológicos, psicológicos, pedagógicos, lingüísticos, matemáticos... que interactúan en la elaboración del trabajo expuesto a continuación. Gracias a estos conocimientos podemos no solo centrarnos en el campo matemático, sino en todas las áreas (lingüística, psicológica...) que interactúan entre ellas dando resultado a un aprendizaje de operaciones aritméticas básicas.

El módulo didáctico y disciplinar permite plantear la situación con la coherencia necesaria para llevarla a cabo dentro de un aula de Educación Infantil. Se requieren unas bases de matemáticas necesarias para poder plantear situaciones que dispongan las condiciones pedagógicas y didácticas necesarias para que funcione dentro del aula. He participado en otros análisis matemáticos, como la recogida de datos pertinentes para el proyecto “La investigación en educación matemática” a través de Lacasta y Wilhelmi (2012), el cual también me ha ayudado en la realización de esta memoria.

Asimismo, el módulo Prácticum está presente en el trabajo al completo, debido a que éste está contextualizado en el aula de infantil del centro de prácticas. Los antecedentes están relacionados con el centro, así como la actividad realizada para introducir una posterior experimentación. A lo largo de las prácticas, se analizan las matemáticas en el aula de tercero de infantil, para después poder aplicar el proceso de experimentación relacionado con el ámbito que estaban trabajando, así como a plantear una situación similar que se han podido observar durante la estancia en el centro.

RESUMEN Y PALABRAS CLAVE

i. Resumen

En este trabajo se analiza la capacidad de los niños de 5-6 años que se encuentran finalizando la etapa de Educación Infantil para resolver problemas en los que deban incluir operaciones de sumas y restas. Primero se describe el nivel en el que se encuentran los niños en cuanto a conocimientos previos necesarios para comenzar con el cálculo de estas operaciones básicas, y se demuestra mediante una descripción de actividades realizadas en el aula. A partir de este momento, se lleva a cabo una experimentación para demostrar que son capaces de iniciarse en las estrategias abstractas que se requieren para comenzar a realizar estas operaciones. Se describe cómo evoluciona el pensamiento del niño desde lo concreto hacia lo abstracto, pasando por diferentes niveles. Este pensamiento sigue desarrollándose a lo largo de la Educación Primaria. También se analizan algunos de los errores observados durante la realización de estas actividades.

Palabras clave

- Adicción; sustracción; regletas; tablero; escalera numérica.

ii. Summary:

In this paper we analyze the capacity of children aged 5-6 years who are finishing the kindergarten stage to solve problems that should include addition and subtraction operations. First we describe the level in which children are about background needed to begin the calculation of these basic operations, and it is demonstrated by a description of activities in the classroom. From this point, an experiment carried out to prove they are able to start in the abstract strategies that are required to start performing these operations. Describes how the child's thinking evolves from the concrete to the abstract to different levels. This thinking continues to developing along primary education. It also discusses some of the errors observed during the conduct of these activities.

Keywords

- Addition; subtraction; strips; board; numerical scale

ÍNDICE

Introducción

| | |
|---|-----------|
| Antecedentes | 3 |
| 1.1. Antecedentes | 3 |
| 1.2. Objetivos | 5 |
| 1.3. Cuestiones | 6 |
| 2. Marco teórico | 7 |
| 2.1. Constructivismo de Jean Piaget | 7 |
| 2.2. Principio de globalización de Decroly | 8 |
| 2.3. Nociones matemáticas básicas | 10 |
| 2.4. Aspectos matemáticos generales | 12 |
| 2.4.1. Teoría de las situaciones didácticas | 13 |
| 2.4.2. Teoría oficial de EntusiasMAT | 14 |
| 2.4.3. ¿Cómo cuentan los niños ? | 16 |
| 2.4.4. ¿Por qué los niños necesitan las matemáticas ? | 18 |
| 2.5. Tipos de problemas para niños de infantil | 20 |
| 2.6. Didáctica de las matemáticas | 22 |
| 3. Material y método | 24 |
| 3.1. Material | 24 |
| 3.2. Método | 26 |
| 3.2.1. Fase 1 | 27 |
| 3.2.2. Fase 2 | 29 |
| 3.2.3. Fase 3 | 32 |
| 3.3. Experimentación | 32 |
| 3.4. Valoración de los aprendizajes adquiridos y del proceso de estudio | 49 |
| 4. Resultados de la experimentación | 50 |

| | |
|--|-----------|
| 4.1 Resultados generales | 50 |
| 4.1 Estudio clínico de los comportamientos | 52 |
| 5. Discusión sobre los resultados | 53 |
| Conclusiones | |
| Referencias | |
| Anexos | |
| Anexo I | |
| Anexo II | |
| Anexo III | |
| Anexo IV | |
| Anexo V | |

INTRODUCCIÓN

En primer lugar, cabe concretar que este proyecto está dirigido a niños de 5 años, del último curso de Educación Infantil. Para ello, cabe destacar el desarrollo generalizado de los niños que se encuentran en esta etapa. El niño de esta edad ya es capaz de representar una figura humana completando todas sus partes; tolera las actividades tranquilas; es capaz de estar durante más tiempo en asamblea manteniéndose atento; sus respuestas son ajustadas a lo que se pregunta; manifiesta habilidades motrices básicas ejecutadas con mayor precisión; se encuentra iniciado en la lecto-escritura...

López de los Mozos (2001) destaca que el desarrollo matemático de los niños comienza siendo un conocimiento matemático impreciso y cada vez se va haciendo más preciso y abstracto. La matemática informal parte de experiencias del alumnado y sus necesidades prácticas, preparándose para iniciar la matemática formal en la escuela. Baroody (1988) afirma que la matemática informal es un paso intermedio crucial entre el conocimiento intuitivo y limitado basado en la percepción directa, y la matemática precisa basada en los símbolos abstractos que se aprenden en las aulas.

Por otra parte, en el campo de la enseñanza de las matemáticas, con la entrada en vigor de la Ley de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE) (MEC, 1992) se inicia un proceso de innovación y cambio basados en que es el alumno quien construye su propio aprendizaje. No se trata de “transmitir” la información que el maestro ya conoce, sino que debemos dar a los alumnos la posibilidad de usar activamente la información del profesor por sí mismo y experimentar sus efectos. El conocimiento no se adquiere a través de la memorización de la información, sino a partir de la información que los alumnos cuestionan y analizan a partir de sus intereses personales.

En las aulas de Educación Infantil se prioriza la lectoescritura sobre otras áreas. Aún más, en el contexto familiar se refuerza esta situación (los padres se preocupan de que sus hijos lean correctamente palabras o frases cortas, pero no se preocupan porque reconozcan números). Como afirma López de los Mozos (2001) esto es el resultado del tópico social interesado por la alfabetización, restando la importancia que requiere la *alfabetización funcional matemática* (Baroody, 1988)

Según Resnick y Klopfer (1996) las investigaciones más recientes remuneran la importancia de las habilidades de pensamiento de los alumnos a través de experiencias para conseguir *pensadores competentes*. Saber algo no es recibir la información y memorizarla, sino interpretar esos conceptos transmitidos y relacionarlos con otros anteriormente aprendidos.

El estudio empírico realizado a continuación trata sobre los problemas que pueden resolver los niños del último año del ciclo de Educación Infantil (5-6 años). El objetivo preferente es analizar y determinar la evolución de pensamiento y estrategias que siguen estos niños para comprender y resolver problemas elementales de adición y sustracción.

Se pueden distinguir dos bloques de trabajo: una primera parte centrada en teorías y fundamentaciones que apoyan la segunda parte, el estudio empírico llevado a cabo en un aula de infantil. Esta segunda parte a su vez se divide en dos subpartes: la primera son una serie de actividades previas a la segunda, una experimentación que analizo en la que se demuestra la capacidad de estos alumnos de realizar las operaciones.

1. ANTECEDENTES, OBJETIVOS Y CUESTIONES

1.1 Antecedentes

En primer lugar, se llevan a la práctica en un aula de tercero de Educación Infantil (5-6 años) situaciones en las que los niños deben operar con números comprendidos entre 1 y 10 para facilitar el conteo con los dedos de las manos. Los niños muestran un comportamiento eficaz en la resolución de problemas aritméticos, aunque siempre utilizando los dedos para resolver las operaciones.

Es por ello que se plantea que estos niños comiencen operaciones con números mayores de 10 para ver cómo las resuelven y cómo van adquiriendo nuevas estrategias matemáticas para esta resolución.

Para este proceso, previamente a dicha actividad se trabaja con ellos la comparación de números, de tal manera que los alumnos deben saber qué número es mayor que otro, es decir, cuál está antes o después en la serie numérica. Este proceso se trabaja mediante una situación en la que los niños deben adivinar un número mediante la formulación de “pistas” que la maestra hace. De esta manera, se asegura que los niños son coherentes en las respuestas, y entienden que un número que es mayor que otro, se encuentra después en la serie numérica.

Además del orden de números, también se trabaja con los alumnos la descomposición de números mediante la técnica de las regletas, en la que se pide a los niños que compongan números con otros diferentes. Por ejemplo, para construir el número nueve pueden realizarlo con las regletas cuatro y cinco, también con las regletas dos y siete... y así sucesivamente de tal manera que los resultados sean todos los posibles para la composición del número dicho.

Por lo tanto, debemos tener en cuenta, que antes de la enseñanza formal de la aritmética, los niños han desarrollado un amplio bagaje de conocimientos informales relacionados con el número, que dominan algunas de las combinaciones numéricas básicas, e incluso la resolución de situaciones problemáticas.

Una vez se asegura que los niños realizan estas actividades correctamente, y que adquieren los conocimientos esperados, se pasa a un segundo plano, en el que se analiza si los alumnos son capaces de realizar estas mismas propuestas con números

comprendidos entre el 1 y el 30, de tal manera que surja la necesidad matemática de nuevas técnicas de cálculo, ya que las operaciones que ya no se pueden realizar con los dedos.

El objetivo es estudiar las estrategias que los niños utilizan para resolver las operaciones sin la metodología hasta ahora utilizada, basada en contar objetos manipulables o los dedos de las manos.

Además de estos antecedentes realizados en el aula en la que se lleva a cabo el proyecto investigativo, hay que tener en cuenta los principios en los que se basan las técnicas de conteo, es decir, aspectos a tener en cuenta para poder contar correctamente. Así, como afirman Gelman y Gallistel (1978) aparece el principio del orden estable, según el cual el orden de la serie numérica es siempre la misma y no varía; principio de la correspondencia uno a uno, según el cual cada elemento del conjunto corresponde a una sola palabra numérica, principio de irrelevancia del orden, que afirma que el orden en el que se cuentan los elementos de un conjunto no influye en el cardinal del conjunto; y principio cardinal, que afirma que la palabra que corresponde al último elemento contado del conjunto representa el cardinal del conjunto.

Sadurní (2003) afirma que la Teoría piagetiana sostiene que este proceso de cambio de estrategias de pensamiento se produce en el paso de los estados preoperacional a operacional. Al finalizar el preoperacional, el pensamiento del niño representa la realidad en forma de esquemas mentales. También una característica propia del paso de un estadio a otro es la imitación diferida. Esta característica para Piaget marca el final del estadio preoperacional. Esto significa que, por primera vez, los niños comienzan a imitar acciones de modelos que no están presentes. Implica tener una representación interna de la realidad, aunque muy subjetiva, porque se basa en la reconstrucción que ellos han hecho de la misma. Una vez los niños comienzan el estadio operacional, lo más destacable son las estructuras cognitivas nuevas que se observan, que son la *reversibilidad*, la *conservación* y los *agrupamientos* (*seriación*, *clasificación* y *estructuras infralógicas*). El razonamiento lógico-concreto comienza a ser patente.

Además, otros autores también hablan sobre los preliminares necesarios previos al aprendizaje de la adición y la sustracción. Así por ejemplo, Méndez (2002) afirma que el aprendizaje significativo, como un producto de un proceso de estudio guiado por la maestra, y adaptado a un contexto escolar intencionado propuesto por la maestra, en el que el alumno participa activamente logrando que el educando sea quien construye su conocimiento, teniendo en cuenta sus experiencias previas. También Cabrera (2011) utiliza los juegos como estrategias pedagógicas que desarrollan procesos de enseñanza y aprendizaje para las operaciones básicas de matemáticas.

Según Heller y Greeno (1978), también se pueden nombrar las diferentes formas en las que podemos formular las consignas para la realización de estas operaciones aritméticas básicas como antecedente al estudio realizado. Estas formas son:

- *Combinación*: relación estática entre dos conjuntos. En la consigna se pregunta por el conjunto Unión o por uno de los dos subconjuntos disjuntos. Por ejemplo, hay tres manzanas y compro cinco manzanas, ¿cuántas manzanas tengo?
- *Cambio*: aumento o disminución de una cantidad inicial. Por ejemplo, Pedro tiene cuatro manzanas y se come una, ¿cuántas manzanas le quedan?
- *Comparación*: comparación estática entre dos conjuntos. Por ejemplo, yo tengo seis cromos y tú tienes cuatro cromos, ¿cuántos tengo yo más que tú?

1.2 Objetivos

Atendiendo a las características mentales que presentan los alumnos en esta etapa, dentro del área lógico-matemática que se trabaja en el aula, así como las dificultades que aparecen dependiendo de la capacidad madurativa del alumno y el estadio en el que se encuentre, los objetivos primordiales de este estudio son los siguientes:

- Transmitir a los alumnos que las matemáticas son un instrumento para comprender el mundo que les rodea; aprendiendo a descifrar los mensajes que les ofrece este entorno social y cultural.
- Solucionar problemas reales que les rodean mediante la aplicación de cálculos matemáticos.

- Diseñar una estrategia didáctica para el aprendizaje de la adición y la sustracción relacionado con el proyecto educativo EntusiasMAT¹.
- Definir los antecedentes teóricos que orientan el aprendizaje y enseñanza de las operaciones de adición y sustracción.
- Reproducir una situación de enseñanza para analizar cómo las condiciones en las que ésta se produce pueden influir.
- Introducir materiales nuevos para operaciones similares a las realizadas, aunque de mayor nivel de dificultad.

-Ampliar el universo numérico de los niños

-Diseñar una estrategia didáctica que nos permita ampliar este universo

1.3 Cuestiones

A partir de los antecedentes descritos anteriormente y los objetivos presentados para llevar a cabo el estudio, se plantean una serie de cuestiones a responder una vez realizadas las actividades.

- ¿Se puede aprender a realizar operaciones aritméticas con dos dígitos de adición y sustracción en la educación infantil?
- ¿Se puede trabajar de tal manera que los niños realicen las operaciones con estrategias que no sean contar con los dedos o con objetos manipulables?
- ¿Cómo se puede motivar a los niños para realizar estas operaciones?
- ¿Cómo pasan los niños del conteo con los dedos o con objetos manipulables a unas estrategias de pensamiento más bien abstractas que le permiten solucionar las operaciones?
- ¿Cuáles son las condiciones pedagógicas y didácticas que hacen que la situación de enseñanza funcione?
- Si no se trabaja previamente con los alumnos la serie numérica o la descomposición de números, ¿se pueden realizar dichas operaciones?

¹ Entusiasmat: proyecto didáctico-pedagógico utilizado como método de experimentación en este trabajo. Se desarrolla en la sección 2.4.2 del Marco Teórico.

2 MARCO TEÓRICO

No hay nada más práctico que una buena teoría (Klerk Maxwell)

Este trabajo se basa en diversas teorías descritas a lo largo del marco teórico porque son la base de las actividades que se llevan a cabo en el método a seguir y en la experimentación realizada. Todas ellas en conjunto se relacionan con las diversas partes de cada una de las actividades. Es por ello necesaria la fundamentación teórica que se explica para comprender cada una de las partes y los procesos por los que pasa el alumno a lo largo de la construcción de su aprendizaje.

Además, también se hacen necesarios estos fundamentos teóricos para comprender las dificultades a la hora de adquirir diferentes estrategias mentales para realizar las operaciones de adición y sustracción en la etapa de la educación infantil, atendiendo a explicaciones sobre los errores más frecuentes que pueden darse en los niños que se encuentran en esta etapa.

A lo largo del marco teórico se exponen las diversas teorías encabezadas por el constructivismo de Jean Piaget. A esta teoría le sigue el principio de globalización de Decroly, y a partir de este punto se van concretando en nociones básicas, aspectos matemáticos generales (donde se incluyen la teoría de las situaciones y el proyecto a seguir durante la experimentación), finalizando con la concreción de problemas diversos que pueden plantearse en el aula y un apartado de didáctica que guía la enseñanza de las operaciones aritméticas básicas.

2.1 Constructivismo de Jean Piaget

Según Fiz (2001), en apuntes de clase dados, además de la adquisición del concepto de número natural, Piaget en su Teoría Genética explica cómo se constituye el pensamiento racional en general, y no individualmente, debido a que la racionalidad la compartimos todos los seres humanos. Pero, si tenemos ambientes políticos, sociales y culturales diferentes, ¿cómo llegamos a construir las mismas formas racionales?

La filosofía da dos respuestas: *innatista* (estos factores se heredan) y *empirista* (depende del ambiente de cada individuo).

Piaget afirma que estas formas lógicas racionales no son impuestas, sino que se construyen a lo largo del desarrollo mediante la interacción del sujeto sobre el medio.

El sujeto necesita *adaptarse* al medio, para continuar con los procesos de *asimilación* (momento en que el alumno adquiere el conocimiento o los conceptos nuevos) y *acomodación* (se resume al momento en que el alumno relaciona los conceptos nuevos aprendidos con la información que ya poseía, con los conocimientos previos) En este momento aparece el constructivismo, como una posición intermedia entre el innatismo y el empirismo. Se trata de una concepción epistemológica que destaca la contribución del individuo en la adquisición del conocimiento, es decir, el alumno participa activamente, en el cual construye una representación interna del conocimiento y una interpretación personal de la experiencia.

Es fundamental que los alumnos adquieran conocimientos y destrezas en contextos significativos con situaciones de la vida real. La idea del aprendizaje situado hace referencia a *“que las destrezas y el conocimiento están vinculados con la situación en que se aprendieron y que es difícil aplicarlos en entornos diferentes”* (Woolfolk, 1999, 279). Es decir, es necesario enseñar nociones matemáticas y estrategias de uso en contextos diversos, no sólo que los alumnos aprendan a multiplicar en la escuela y cuando salgan no vean utilidad a estas operaciones, sino que sean capaces de relacionarlos y utilizarlos en otros contextos fuera del ámbito escolar.

Marchesi, Coll y Palacios (2009) exponen que la teoría constructivista incluye la aportación activa del alumno, su disponibilidad y los conocimientos previos en el marco de una situación interactiva, en la que el profesor actúa como guía y mediador entre el niño y los conocimientos. El profesor debe esforzarse para que el alumno pueda construir aprendizajes flexibles que le permitan afrontar situaciones nuevas.

En conclusión, el constructivismo considera al alumno como centro de la enseñanza y parte activa para la adquisición del conocimiento, además de tener como finalidad prioritaria potenciar las capacidades del alumno para aprender y pensar.

2.2 Principio de globalización de Decroly

Según Lacasta y Wilhelmi (2011, 5), “la función de globalización considera que la percepción y el conocimiento se adquieren globalmente. Es un concepto psicológico que explica el proceso de la actividad mental y de la vida psíquica del niño”. La globalización se interpreta con el método de los centros de interés, es decir, a partir de objetos que interesan a los niños, que llaman su atención en su entorno más próximo (familia, escuela). A su vez, este método exige una organización escolar unitaria, que no esté fragmentado en diferentes asignaturas, y en el que primen las necesidades e intereses del alumnado.

En primer lugar se trabaja la observación para poner al niño en contacto directo con las cosas a través de los sentidos. Tras la observación, se estructura en el niño un pensamiento racional, adquiriendo las cualidades de los objetos observados y clasificándolos, de tal manera que se crean las condiciones para iniciarse progresivamente en la aritmética, la medida y la geometría.

“Tras la observación, los niños comienzan a asociar los objetos observados entre ellos, y relacionándolos para formar componentes más abstractos a través del lenguaje. Este proceso es un paso para lograr comprender ideas más complejas o abstractas.

A través de observar y asociar, los niños llegan a una representación, es decir, los niños son capaces de plasmar mediante códigos o símbolos las ideas y conceptos adquiridos. Estos símbolos se consideran como el principio de una actividad matemática” (Lacasta y Wilhelmi, 2011,5)

Este proceso va cambiando a lo largo de la educación primaria, de tal manera que el método basado en los centros de interés va evolucionando hacia el estudio de temas cada vez más independientes de las vivencias personales.

Macías, en su revista “Formalización del número natural” expone que en un principio, los niños aprenden a reconocer los símbolos que expresan las cantidades, es decir, los números. Estos se presentan como conjuntos que tienen una relación de coordinabilidad. Dos conjuntos son coordinables si podemos establecer una aplicación biyectiva del primer conjunto en el segundo. Por ejemplo, todos los niños tienen un lápiz para escribir, y cada uno de los lápices pertenece a un niño. Por lo tanto, el

conjunto de lápices y el conjunto de alumnos son coordinables. Se comienzan a establecer relaciones de equivalencia entre los conjuntos existentes en el entorno de los niños. Todos estos conjuntos se parecen entre sí, y ese “parecido” o cualidad que tienen en común es el número natural. Número natural: es la clase de conjuntos coordinables entre sí. Cada clase es un número y a cada una se le designa con el símbolo del número natural. Por ejemplo, la clase del conjunto vacío es el 0, la clase del conjunto unitario es 1, y así sucesivamente.

Según Piaget, así la mente humana procede a crear el concepto de número. A través de experiencias, demuestra cómo el niño adquiere el concepto de número. Afirma que desde que un niño es pequeño compara los conjuntos que maneja, y los va clasificando inconscientemente. Además de esta clasificación, el niño debe comprender que los conjuntos unitarios tienen un elemento menos que los conjuntos binarios, y así sucesivamente. También debe ponerlos en serie uno detrás de otro, por orden de magnitud. *Así, una vez que el niño asimila el concepto de número natural, se puede comenzar a realizar operaciones con estos números.*

Este planteamiento creó un error fundamental que retrasó la introducción del uso del número en distintas situaciones. De hecho, el aprendizaje del niño sigue la premisa opuesta al postulado de Piaget; es decir, el uso del número en diversos contextos o diversas situaciones hacen que le niño aprenda la noción de número.

Una vez que el niño asimila el concepto de número natural, ya podemos comenzar a realizar operaciones con estos números. Para ello, el maestro se apoya en las situaciones reales: situación de cambio, de combinación y de comparación (nombradas anteriormente en los antecedentes, y proyectadas por EntusiasMAT),

2.3 Nociones matemáticas básicas

En primer lugar, para la realización de este trabajo, creo necesario definir unos conceptos que se hacen imprescindibles para su comprensión. Estos conceptos son:

- *Regletas:* “las regletas Cuisenaire son un material matemático destinado básicamente a que los niños aprendan la composición y descomposición de los números e iniciarse en las actividades de cálculo sobre una base manipulativa. El material consta de un conjunto de regletas de madera o plástico de diez

tamaños y colores diferentes. La longitud de las mismas va de 1 a 10 cm. Cada regleta equivale a un número determinado”. (Morianana y Bravo)

Ejemplo: a un niño se le aportan diferentes regletas. Se le pide que componga el número nueve en todas sus formas posibles. De esta manera, el niño coge la regleta del número nueve, y va poniendo regletas que representan números más pequeños encima de la regleta inicial hasta que la cubren entera. De esta manera, el niño forma el número nueve de diferentes formas (4+4+1, 4+3+2, 1+1+7...)

- *Descomposición de números:* se trata de una estrategia en la que los niños comprenden que un número puede estar formado por el conjunto de otros números más pequeños. Esta descomposición se debe hacer mentalmente o bien con objetos manipulables (regletas), y los alumnos deben ser conscientes de que el mismo número se puede descomponer de diferentes maneras. Es un paso previo a las operaciones aritméticas.

Ejemplo: los niños deben trabajar con regletas u otro material para realizar las operaciones aritméticas con diferentes estrategias. Una de estas estrategias es la descomposición de números. Por ejemplo, en la suma $5 + 7$, mediante la descomposición de los sumandos, un niño puede descomponer el número 7 como $5 + 2$ y formular de nuevo la operación aditiva: $5 + 7 = 5 + 5 + 2$ (el doble de cinco más dos).

Lacasta y Wilhelmi (2011) definen la operación y adición como:

- *Suma:* acción de añadir, reunir, juntar. En la definición matemática del término “suma” existen dos definiciones posibles:
 - Definición conjuntista de adición: dados dos números a y b , definimos la suma de a y b . sean dos conjuntos tales que el cardinal de A es el conjunto a ($\text{Card } A = a$) y el cardinal de B es b ($\text{Card } B = b$): $a + b = \text{Card } (A \cup B)$, siendo A y B conjuntos disjuntos.
 - Definición recursiva de la adición, según la axiomática de Peano: se basa en dos reglas: la primera es que a sumado al número neutro es igual a sí

mismo ($a + 0 = a$); la segunda es que a sumado al siguiente de b es igual al siguiente de a más b ($a + 1 = a + S(0) = S(a + 0) = S(a)$).

- Ejemplo: los alumnos para realizar una operación aditiva, parten del primer sumando y comienzan a contar el segundo sumando con los dedos de la mano. Por ejemplo, en la suma $7+5$, los niños disponen cinco dedos y comienzan a contar ocho, nueve...
- *Resta*: acción de quitar, separar. En la definición matemática del término “resta” existen dos definiciones posibles:
 - Sumando “desconocido” de sustracción: dados dos números a y b (siendo b menor o igual que a), la resta de a y b , se denota $a-b$, es la solución de la ecuación $a + x = b$. Cuando la resta se entiende de esta forma, se dice que es la operación inversa a la suma.
 - Ejemplo: para hallar la solución de la resta $7-5$, el pensamiento del niño la asocia como operación inversa a la suma, de tal manera que debe encontrar el número que sumado a cinco nos dé como resultado el siete.
 - Definición conjuntista de sustracción: sean A y B dos conjuntos tales que el cardinal de A es igual que a ($\text{Card } A = a$) y cardinal de B es igual que b ($\text{Card } B = b$), donde B está contenido en A (B es un subconjunto de A), entonces $a - b = \text{Card } C$.

2.4 Aspectos matemáticos generales

En este apartado se definen algunas teorías relacionadas con el aprendizaje de las matemáticas en el aula de infantil. En primer lugar, se expone la teoría de situaciones, basada en el planteamiento de situaciones o hechos que integren a los niños en un marco en el que se adaptan los conceptos nuevos a enseñar; después se explica proyecto EntusiasMAT, debido a que la base para plantear las situaciones de enseñanza de este estudio se encuentra en la guía didáctica de este proyecto; continúan las fases de conteo por las que pasan los alumnos previos a la realización de estas operaciones aritméticas básicas; y finaliza con la necesidad matemática, es decir,

la comprensión por parte del alumnado de la importancia del aprendizaje de conceptos matemáticos para la vida real, más allá de los objetos manipulables.

2.4.1 Teoría de las situaciones didácticas

Esta teoría se sustenta en el constructivismo piagetiano. Una situación didáctica se construye con el fin intencionado que los alumnos adquieran unos aprendizajes concretos. Según Guy Brousseau (2007), una situación matemática es el entorno en el que se encuentra el alumno que ha sido manipulado por el docente. Es decir, el maestro crea unas condiciones necesarias para que el alumno adquiera ciertos conocimientos matemáticos que se consideran que no puede comprender por sí solo.

Las situaciones didácticas se clasifican en tres:

- *Situación de acción:* el alumno es el que actúa sobre el material, y a cada paso, “y toman decisiones proponiendo cada uno a su turno un número después de haber realizado una apreciación de estado de juego” (Brousseau, 2007, 20). Tras unos pasos, aparece la sanción, donde se indica si la partida se ha ganado o se ha perdido.
- *Situación de formulación:* en esta fase se pueden observar dos momentos diferenciados. Por una parte, está el alumno que observa la acción de un compañero pero no puede intervenir; por otra parte, es un alumno el que considera necesario comunicar una serie de estrategias al resto de alumnos para conseguir la victoria en el juego a realizar, aunque los alumnos que reciben esta estrategia la pueden compartir o no, y esta estrategia puede resultar eficaz o no.
- *Situación de validación:* en esta fase, es un alumno o un conjunto de alumnos los que participan proponiendo un enunciado útil o intenta proponer que el enunciado de otro niño o grupo de niños es falso. Se trata de argumentaciones que se reflejan en el aula, en la que el niño o niños que están en desacuerdo con el resto, debe convencer a los demás, o cambiar su punto de vista aceptando la respuesta con la que está en desacuerdo. De esta manera los alumnos afirman un resultado considerado como verdadero.

En lo que concierne al maestro dentro de una situación didáctica, según afirma en su libro Brousseau, (2007, 50) “la intervención del profesor evoca necesariamente, para los conocimientos que enseña, un funcionamiento posible en otras circunstancias, no solamente en las situaciones de uso didáctico que plantea. Entonces “crea” otro medio donde el alumno actúa de forma autónoma”. Esto se demuestra en la figura 1.

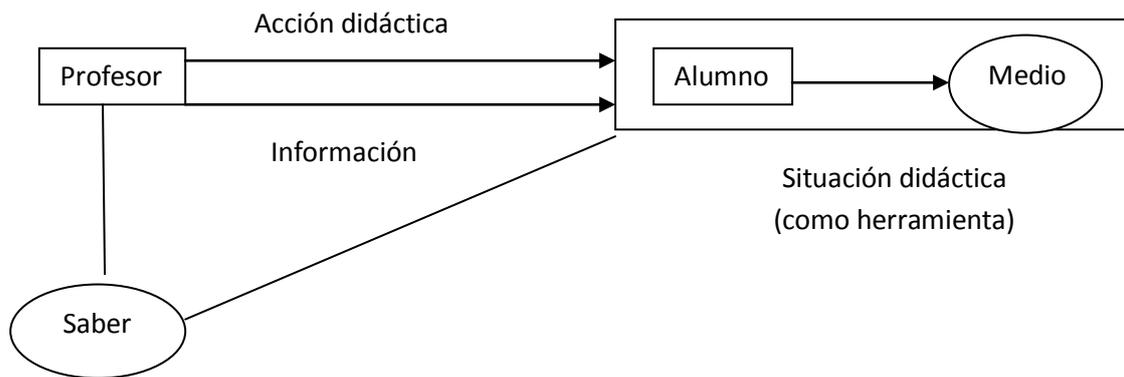


Figura 1. Situaciones didácticas (Brousseau, 2007, 50)

2.4.2 EntusiasMAT

Para facilitar este tipo de planteamientos relacionados con el interés del propio alumno, existe un proyecto llamado EntusiasMAT (<http://entusiasmat.org/>), diseñado por Montserrat del Pozo y un grupo de docentes de los colegios de las Hermanas de la Sagrada Familia de Nazaret (Barcelona). El proyecto EntusiasMAT es una propuesta didáctico-pedagógica (de 3 a 12 años) que incorpora las competencias básicas y las inteligencias múltiples (IM) para que los alumnos tengan la oportunidad de aprender un mismo concepto matemático de diversas maneras. Las matemáticas deben ser enseñadas desde la realidad, y por eso se relacionan con el resto de áreas (geografía, ciencia, arte, literatura, música, lenguaje...)

En las aulas de los colegios se comprueba que ningún alumno tiene la misma configuración de fortalezas y debilidades, por eso, debemos ofrecer múltiples oportunidades para aprender conceptos concretos, de tal manera que nos aseguramos que todos los niños puedan comprenderlos. Se trata de pasar del pensamiento

concreto al pensamiento abstracto a través de la observación, manipulación y experimentación.

Se trata de una propuesta de trabajo estimulante por el atractivo gráfico de los materiales a utilizar y una motivación afectiva que acerca al niño a su entorno, a sus intereses, con el fin de despertar en los alumnos su curiosidad e interés, además de animarles a superarse. También ofrece al profesorado metodologías y recursos múltiples para poder enseñar al alumnado con éxito, así pues, todas las actividades que presenta han sido puestas en práctica, revisadas y puestas otra vez en marcha.

EntusiasMAT trabaja desde los siguientes puntos clave:

- *Integración:* la organización del material permite interiorizar los diferentes conceptos matemáticos
- *Incorporación de las IM:* los alumnos tienen la oportunidad de aprender un concepto de diferentes formas, atendiendo a su fortaleza.
- *Introducción temprana:* los conceptos han de trabajarse poco a poco pero de forma eficaz y cíclica, ampliando los mismos con nuevas situaciones. Es decir, todos los alumnos pueden aprender los conceptos nuevos adaptándolos a su edad madurativa.
- *Variación de presentaciones:* la variedad de actividades permite a los alumnos estar constantemente motivados e interesados por su aprendizaje.
- *Diversidad de contextos:* los conceptos están desarrollados en diferentes contextos, pero ninguno de estos aislados, permitiendo al alumno que realice las conexiones necesarias.
- *Revisión de contenidos constante:* los conceptos ya adquiridos se van revisando constantemente, para impedir que se olviden o ayudar a comprender los nuevos.

En lo que concierne al libro del alumno, cabe destacar que el material está estructurado en seis grandes bloques cuyos ejemplares se pueden ver en el anexo I.

1. *Numeración.* A través de los números los niños aprenderán a expresar cantidades de elementos y su representación con los dedos, que irá progresando hasta hacerla mentalmente

2. *Razonamiento lógico*. Series, secuencias, relaciones, contrarios, introducción a la estadística y al tratamiento de la información a partir de representaciones gráficas.
3. *Percepción visual*. Consisten en comparar objetos e imágenes en función de sus características perceptivas.
4. *Orientación espacial*. Nociones de posición o situación respecto a un referente.
5. *Geometría*. Trabajo de identificación y reconocimiento de las figuras geométricas básicas y estudio de los cuerpos geométricos elementales.
6. *Medida*. Adquisición de las primeras nociones sobre magnitudes.

Por otra parte, aparece el programa de Bits Numerales, que está secuenciado para cada curso de Educación Infantil. Este programa facilita el aprendizaje del concepto de cantidad, la comprensión de la naturaleza de la operación matemática y la noción de cálculo mental.

Este programa tiene como fin ofrecer a los niños principios abundantes y sistemáticos para estimular la capacidad matemática necesaria para la aplicación de las matemáticas en el aula. Estos bits son creados porque la capacidad visual de los niños es mayor que la de los adultos. Un niño es capaz de reconocer cantidades antes de saber expresarlas oralmente o plasmarlas mediante símbolos. Por ello, no es necesario que sepa hablar o escribir para comenzar a enseñarle matemáticas.

2.4.3 ¿Cómo cuentan los niños?

Fuson (1988) asegura que los niños comienzan a contar después de que comiencen a hablar. Las primeras estrategias de conteo son imprecisas, ya que sólo consisten en la pronunciación de palabras numéricas al azar (uno, tres, cinco, seis, ocho...) mientras señalan objetos que otra persona ya ha contado delante de ellos. Entre los tres y cuatro años los niños ya cuentan con precisión estableciendo correspondencias de uno a uno entre las palabras numéricas que pronuncian y los elementos que éstas representan (Gallistel y Gelman, 1992). Según Bermejo (1996), a partir de los cuatro años, la mayoría de los infantiles adquiere el principio de *cardinalidad* (implica el conocimiento de que la última palabra de la serie numérica que el niño ha contado, representa el número total de elementos que hay en el conjunto). El desarrollo de

estas capacidades de conteo es importante para el posterior surgimiento de estrategias aritméticas simples.

Aunque el conteo se desarrolla temprano, las habilidades aritméticas simples son progresivas y se desarrollan tanto en la educación infantil como en el primer ciclo de educación primaria. Las primeras estrategias de adición de los niños se basan en el conteo en voz alta, pasando luego a los dedos u objetos y después estas estrategias que utilizan se vuelven más cubiertas. Realizan las operaciones aritméticas mentales. Las primeras estrategias mentales pueden ser estrategias de conteo como soluciones de sumas. Sin embargo, la experiencia que tienen los alumnos ya en el primer ciclo de educación primaria de sumar y restar números, aunadas al conocimiento de sistemas numéricos que se enseñan en la escuela, permiten el uso de estrategias aritméticas más eficientes al alumnado.

En lo que concierne al planteamiento de un problema que necesita operaciones aritméticas para su resolución, la estrategia de conteo implica el uso de secuencias de conteo para obtener la solución del problema sin representar los términos de la operación. Baroody (1987) y Bermejo y Rodríguez (1992) afirman que en el caso de la suma, se recurre a *contar todo sin modelos* (uno, dos, tres, cuatro...), *contar partiendo del primer sumando* (cuatro, cinco, seis, siete...) o *contar a partir del mayor sumando* (siete, ocho, nueve...).

En lo que concierne a la resta, hay otros procedimientos como por ejemplo *contar hacia atrás a partir de* (el niño cuenta hacia atrás a partir del minuendo para restar el número menor de la operación; en este caso el último número pronunciado es la respuesta al problema: cinco, cuatro, tres, dos), *contar hacia atrás* (el niño cuenta hacia atrás desde el número mayor hasta que llega al número menor, es decir, del minuendo hasta el sustraendo. El número de elementos contados es la respuesta: nueve, ocho, siete. La respuesta sería tres), y *contar a partir de la cantidad dada* (el niño cuenta a partir del número menor hasta llegar al número mayor, es decir, desde el sustraendo hasta el minuendo. En este caso, la respuesta también es el número de elementos contados entre ambos). También esto es formulado por Baroody (1987) y Bermejo y Rodríguez (1992).

“¿A qué edad se puede procesar información cuantitativa por primera vez? Aunque sea muy asombroso, esta capacidad puede ser innata (Geary, 1995). Los bebés pueden discriminar con facilidad estímulos visuales que contienen diferentes cantidades de objetos y, para los cinco meses, pueden aprender que una clave numérica particular (por ejemplo, dos objetos en lugar de uno o tres) presentada a su izquierda significa que un estímulo interesante pronto aparecerá a su derecha. Entre los 16 y los 18 meses de edad, los niños que empiezan a caminar ya han adquirido un rudimentario sentido de las relaciones ordinales, reconociendo, por ejemplo, que tres objetos son más que dos. Estos conocimientos tempranos, aunados con la adquisición y uso de denominaciones cuantitativas como grande, montones, pequeño y poco, revelan que los niños que empiezan a caminar están bastante preparados para aprender a contar y pensar en cantidades.” (Reed, 2007, 302)

2.4.4 ¿Por qué los niños necesitan las matemáticas?

Se puede afirmar que los niños que tienen cinco o seis años de edad pueden resolver algunos problemas de tipo aditivo mediante una extensión del conteo. De la misma manera resuelven problemas que implican operaciones de sustracción.

En un comienzo, estas operaciones se apoyan en el conteo con los dedos de las manos u objetos manipulables. Se puede demostrar que el número de respuestas correctas ante problemas de tipo aditivo o sustractivo es mayor cuando los alumnos utilizan objetos o los dedos.

Según Terezinha y Analucía Schliemann *“también debemos analizar el sistema de signos utilizado para hacer cálculos cuando se trata de operaciones de suma y resta con números mayores de diez”* (Carragher y Schliemann, 1984, 86).

Cuando este tipo de situaciones se mantiene constante, los procedimientos que utiliza el alumno para calcular dichas operaciones están influidos por las herramientas figurativas que los niños utilizan para resolver problemas.

Por lo tanto, para comprender los conceptos del niño, se debe analizar simultáneamente las situaciones descritas en los problemas, las operaciones mentales realizadas por los alumnos individualmente y los sistemas de signos que utilice cada alumno. Por ello, la comprensión infantil de la suma y de la resta evoluciona a medida

que el alumno domina las situaciones de problemas planteadas empleando diferentes procedimientos con una variedad de signos.

Según Steffe y Cols (1982), los niños recorren tres niveles diferentes para ejecutar sumas y restas. Estos niveles son:

- Nivel I: las estrategias básicas utilizadas revelan que el niño tiene necesidad de modelar directamente con objetos físicos o con los dedos de la mano.
- Nivel II: las estrategias básicas son contar secuencias. Los niños aceptan que ya no necesitan los objetos físicos y actúan con los números.
- Nivel III: las estrategias se basan en la utilización de recuerdos de hechos numéricos.

En un principio, los niños necesitan una ayuda externa. Emplean objetos concretos para calcular, representando los números con bloques u otros materiales que estos pueden manipular. Este nivel corresponde al de ser *contadores perceptivos y figurales* (Steffe y Cols, 1983).

Más adelante, los alumnos utilizan los dedos, por su proximidad y comodidad. El niño representa los términos que intervienen en la operación (ambos o solamente uno) mediante los dedos (como un acto motor). Este nivel corresponde con los *contadores unitarios motores*, y sigue requiriendo una ayuda externa (dedos).

Con el paso del tiempo, los niños abandonan de manera espontánea estos procesos e inventan otros procesos mentales para calcular sumas (Baroody, 1988). En este momento ya no necesitan ninguna ayuda externa. Son *contadores unitarios verbales o abstractos*, en los cuales el acto motor ha sido sustituido por la palabra numérica.

Finalmente, realizan las operaciones de hechos numéricos que ya están almacenados en la memoria directamente o por medio de reglas. (Nunes y Bryant, 2000)

Según Brissiaud (1989), previo al cálculo pensado, se pueden enseñar cuatro procedimientos de cálculo pensado:

1.- el uso de números dobles:

$$7 + 8 = 7 + 7 + 1 \rightarrow 7 + 8 = 15$$

2.- la vuelta al 5:

$$7 + 8 = 5 + 2 + 5 + 3 \rightarrow 7 + 8 = 15$$

3.- el “paso de la decena”:

$$9 + 6 = 9 + 1 + 5 \rightarrow 9 + 6 = 15$$

4.- la “vuelta a la decena”

$$12 + 5 = 10 + 2 + 5 \rightarrow 12 + 5 = 17$$

Para no alterar las estrategias que utilizan los niños para leer una igualdad numérica, se aconseja que eviten su escritura: $9 + 6 = 9 + 1 + 5 = 15$

Los niños aceptan con facilidad el tener que realizar dos líneas de cálculo si se atribuye a cada igualdad una categoría distinta en la comunicación entre el maestro y los alumnos: la primera igualdad sirve para mostrar cómo se ha calculado, y la segunda, para consignar el resultado del cálculo.

Se necesitan dos condiciones previas para utilizar las diversas estrategias anteriores de cálculo pensado:

- Es necesario que se haya iniciado el aprendizaje de los números dobles y de las relaciones numéricas correspondientes a $5 + x$ y $10 + x$, lo cual tiene lugar, en el caso de las relaciones, cuando los niños han usado las regletas. En cuanto a los números dobles, la canción de los números puede adaptarse para el caso (dos y dos son cuatro, cuatro y dos son seis, seis y dos son ocho y ocho dieciséis...)
- Es necesario que los niños sepan que, al calcular una suma, el orden de las composiciones es indiferente, lo cual puede quedar claro con ejercicios en los que aparezcan órdenes distintos como:

$$4 + 4 + 2 + 6 = 8 + 8$$

$$4 + 4 + 2 + 6 = 16$$

2.5 Tipos de problema para niños de infantil

Existen diversas operaciones que se pueden plantear en las aulas de Educación Infantil para que los alumnos las resuelvan utilizando estrategias diferentes. De esta manera, se pueden plantar operaciones aditivas o sustractivas en las que los alumnos deban

averiguar el número que falta, sin necesidad de que la incógnita siempre sea el resultado.

¿Qué número falta en la operación?

Según Nunes y Bryant (1997), se puede presentar una operación de tal manera que necesitamos el resultado y conozcamos los dos números que participan en ella. Es decir, proponer dos sumandos o minuendo y sustraendo y pedir a nuestros alumnos que averigüen el resultado por las técnicas anteriormente explicadas.

Por otra parte, se puede plantear situaciones diferentes: una situación en la que se tiene uno de los sumandos o el minuendo o sustraendo y el resultado de la operación, de tal manera que los alumnos deben averiguar cuál es el segundo número que interviene en dicha operación. Estos problemas en los que falta el segundo sumando pueden resolverse de diferentes maneras. Se utiliza como ejemplo la situación de que Javier tiene cinco canicas. Después Alba le da unas cuantas canicas más y ahora Javier tiene nueve canicas, entonces, ¿cuántas canicas le dio Alba?

- El niño puede utilizar los dedos o bloques manipulativos. Éste cuenta cinco dedos, fijándose dónde termina este conjunto de cinco, y sigue contando hasta nueve. Después cuenta una vez los elementos que ha sumado al conjunto de cinco que ya tenía para llegar hasta nueve. Esta solución puede definirse como una representación explícita de las acciones en el problema y puede ser utilizada eficazmente por niños y niñas que no pueden señalar qué operación aritmética se necesita para resolver el problema.
- Otro método puede ser utilizando la resta, y se produce cuando el niño comprende la resta como el método inverso a la suma. En este caso, la solución se comprende restando la cantidad inicial (cinco) a la cantidad final (nueve). Para ello, se necesita la comprensión una invariante de la suma o resta (la relación inversa) y realizar una operación mental (aplicar esta relación inversa) antes de calcular el resultado de la operación aritmética.

También se pueden plantear situaciones en las que falte la cantidad inicial, de tal forma que la situación se plantearía así: Javier tenía unas canicas, y Alba le dio cuatro canicas. Ahora Javier tiene nueve canicas, entonces, ¿cuántas canicas tenía Javier al

principio? (transformación aditiva con comienzo desconocido). Esta situación exige reconocer otra invariante más de la suma: la conmutatividad ($a + b = b + a$).

- Una manera para realizar esta operación puede ser mediante el método prueba y error. Es decir, coger un sumando al azar, por ejemplo el dos, y sumarle el segundo sumando (cuatro) para comprobar si la solución (nueve) es correcta. Así sucesivamente ir probando con números hasta llegar al resultado final. Muchos niños intentan resolver así los problemas pero rara vez lo logran.
- Otra manera podría ser “imitar” el problema, donde se necesita la propiedad conmutativa de la suma. El niño presupone que sumarle “algo” a cuatro es lo mismo que sumarle cuatro a “algo”. Como es más fácil sumarle “algo” a cuatro hasta obtener nueve, que es el resultado final que conocemos, el alumno procede de esta manera y encuentra la respuesta al problema “imitando” la situación.
- Otra opción es utilizar la conmutatividad y la inversión, y obtener el resultado mediante una resta. En este caso vuelve a aparecer la resta como operación inversa a la suma.

En cuanto a la resta (Javier tenía nueve canicas. Luego le dio algunas canicas a Alba. Ahora Javier tiene tres canicas, ¿cuántas canicas le dio a Alba?), los alumnos son capaces de encontrar la respuesta si siguen las pistas superficiales en el problema, aunque lo resuelven por razones equivocadas. Estos problemas resultarán más fáciles que los aditivos con comienzo desconocido o transformación, ya que en estos, al seguir las pistas pueden llegar a cometer errores. Según Terezinha Nunes y Peter Bryan (1997), las situaciones sustractivas tienen como resultados correctos un porcentaje mayor que las situaciones aditivas.

“Se requiere inversión en los problemas cuyo comienzo es desconocido tanto en una situación aditiva como en una sustractiva. En ambos casos, seguir las pistas lingüísticas superficiales del problema da como resultado un error. Por lo tanto, prevemos que los problemas con comienzo desconocido son más difíciles para los alumnos sin importar si la situación es aditiva o sustractiva” (Nunes y Bryant, 1997, 144).

2.6 Didáctica de las matemáticas

Este bloque presenta los diferentes métodos o estrategias que el maestro puede utilizar a la hora de introducir conceptos nuevos matemáticos en el aula.

¿Cómo enseñamos las matemáticas?

Lahora (1992) afirma que en el área de las matemáticas, al igual que en el resto de las áreas, los conocimientos que se van adquiriendo no son conocimientos que quedan aislados, sino que relacionan unos con otros. Es por esto, que cuando introducimos un concepto nuevo, debemos recalcar la relación que éste tiene con los aprendidos anteriormente, para formar así una estructura cognitiva.

Para trabajar conceptos lógico matemáticos, nos apoyamos en el material, un utensilio de gran ayuda que no modifica los conocimientos del niño, sino que permite al niño actuar sobre él, mientras va descubriendo conocimientos nuevos que se van modificando e integrando en los que ya tenía. Este proceso es una actividad cognitiva, por la cual el niño reorganiza los conocimientos aprendidos mediante la manipulación de un material. Es aconsejable que los niños manipulen los materiales a utilizar antes de interpretarlos con el fin concreto a cada actividad, es decir, conviene que los niños jueguen y conozcan el material antes de que éste nos sirva de utilidad para la actividad concreta a realizar.

A la hora de introducir un concepto nuevo, la maestra debe estar segura que el niño tiene la madurez necesaria para la adquisición del mismo, es decir, que el alumno posea una *estructura suficiente* para asimilarlo. Por ello, es importante tratar con actividades previas relacionadas con el concepto que queremos enseñar, de tal manera que el niño sea capaz de relacionar este concepto con las actividades anteriores realizadas.

La presencia de una nueva situación de aprendizaje activa la capacidad de adaptación cognitiva del niño. Esta situación rompe el equilibrio que el niño tiene en su estructura cognitiva, de tal manera que le obliga a buscar nuevas estrategias que le devuelvan el equilibrio. Por ello se hace necesario introducir situaciones nuevas en el aula para que los alumnos busquen estrategias o vías de solución. El niño alcanza el nuevo equilibrio cognitivo (ha integrado ya el concepto nuevo), que posee un nivel superior al anterior

porque se ha enriquecido gracias a la búsqueda de caminos o soluciones por parte del niño para incorporar los nuevos conocimientos. Por lo tanto, todas las actividades propuestas deben ser progresivas y formuladas una vez nos aseguramos que las anteriores han sido comprendidas.

Además de introducir estas situaciones, es necesario que el alumno se sienta motivado a realizar estas actividades o situaciones planteadas. Por ello se aconseja utilizar un centro de interés que motive al alumno (un cuento, una excursión, temas del propio interés de la edad a la que se dirigen las actividades, mascota que introduzca la actividad...). También cabe destacar que este tipo de actividades son motivadoras en sí porque inciden en las bases del pensamiento infantil y en sus intereses, aunque a veces es necesario que sean estimuladas.

En cuanto a la resolución de problemas, son muy importantes los conocimientos lingüísticos para resolver problemas que poseen una base verbal, ya que el alumno no podrá resolver un problema si no comprende el texto. Por ello, el profesor debe tener en cuenta:

- Expresar los problemas de forma clara y comprensible para el alumno.
- Prescindir de la utilización de los términos que no están incluidos en el lenguaje de los alumnos.
- Estimular el desarrollo del vocabulario matemático.
- Priorizar actividades manipulativas y comprensión de conceptos y operaciones sobre aprendizajes mecánicos y memorísticos.

3. Favorecer la discusión con los compañeros en las estrategias de resolución de problemas y favorecer el trabajo en equipos. (En el caso de la educación infantil, debemos favorecer la autocorrección por parte del alumnado o la discusión entre compañeros para favorecer el trabajo cooperativo, y que un alumno que comprende la situación pueda explicársela a otro que no la comprende).

3. MATERIAL Y MÉTODO

3.1 Material utilizado

El material utilizado es variado, y se expone tanto el material de las actividades del proyecto EntusiasMAT como el material de la experimentación. Se pueden contemplar más ejemplares de este material en el anexo IV.

- Bits con números comprendidos entre el 1 y el 10.
- Fila de números comprendidos entre el 1 y el 30. Como se puede ver en la figura 2, los números están dispuestos en escalera para que los niños “suban” o “bajen” porque no dominan todavía los conceptos de izquierda y derecha. Los números no están muy separados en esta escalera para facilitar el acceso de los niños a todos ellos, debido a que se disponen a mucha altura los niños no llegan a señalarlos.



Figura 2. Escalera numérica

- Tablero donde plasmar la operación aritmética. En la figura 3 se observa el dibujo de un tablero en la pizarra donde los niños deben colocar los sumandos o minuyendo y sustraendo, además del signo de adición o sustracción y el resultado para formular una operación matemática.



Figura 3. Tablero

- Escala numérica con números gigantes
- Bote de galletas
- Álbum de cromos
- Máquina de Manolita. En la figura 4 se expone la máquina de Manolita mediante la cual se realizan operaciones en las que la incógnita varía; es decir, puede que falte el primer sumando, el segundo sumando o el resultado, dando variedad a las operaciones tanto aditivas como sustractivas que propone la maestra.



Figura 4. Máquina de Manolita

3.2 Método empleado: Actividad de EntusiasMAT: “Descomposición de números”

En ninguna de las situaciones que se detectan es relevante el sexo de los niños. Por ello cuando nos referimos a un sujeto (bien sea niño o niña) no se hace referencia a su sexo; es el uso genérico del castellano.

Los juegos en este método se utilizan como una evolución informal de lo que se está haciendo y aprendiendo, es decir, se aprovecha de esta manera el tiempo y el esfuerzo, permitiendo a cada uno/a que participe de una manera activa y sin miedo al fracaso o a la equivocación.

Las actividades se dividen en tres fases de tal manera que se pueden secuenciar dichas actividades para llegar al conocimiento que la maestra quiere enseñar. Las imágenes que reflejan el proceso de estas actividades se pueden contemplar en el anexo II.

En la primera fase, se trabajan los números del 0 al 20 para determinar la posición en la escala numérica de cada uno de ellos. También el juego se centra en la realización de operaciones de adición y sustracción de números comprendidos entre 0 y 10, recordando la dirección a tomar (hacia arriba o hacia abajo) para sumar y restar. En la segunda fase, se propone un resultado y los niños han de encontrar el minuendo y sustraendo necesarios para obtener dicho resultado, además de dos fichas relacionadas con las operaciones aritméticas básicas. Para finalizar, en la tercera fase se realizan algunas preguntas a modo de evaluación.

3.2.1 Fase 1

- Explicar y demostrar cómo se juega. Las reglas las irá nombrando en voz alta mientras juega con otro alumno.
- Antes de que los alumnos empiecen a jugar, se repasará en voz alta el objetivo y las normas del juego para saber si todos lo han entendido.
- Cuando los alumnos empiecen a jugar solos, el profesor deberá supervisarlos para asegurarse de que están jugando correctamente.

Descripción

En esta primera fase se aseguran los conocimientos previos de los niños para continuar con la segunda fase; es decir, se asegura que los niños poseen la etiqueta verbal de los números y reconocen la cantidad que estos representan.

Desarrollo de la actividad

En primer lugar, vamos a contar de 1 a 10 y de 10 a 1. Después contaremos los números hasta 10 de dos en dos, y también desde el 10 hasta el 1. *(Se propone a los niños que digan la cantinela utilizando los dedos)*. Ahora voy a poner en la pizarra una regleta gigante que va desde el número 0 hasta el número 20. Yo voy a elegir uno de estos números. Éste. Ya lo tengo. Ahora vamos a ir en orden diciendo números hasta que adivinemos cuál es, y yo os diré si es mayor o menor. *(Los niños van diciendo números, por ejemplo el 5, y la maestra responde: es mayor que 5, por lo tanto, estos números que están antes que el 5 ya no nos valen, los tachamos. Otro niño dice el 16, y la maestra responde: es menor que 16, entonces los que están detrás del 16 tampoco nos valen. Así sucesivamente hasta que adivinan el número que es, y la maestra enseña el bit con dicho número. Luego repiten la actividad sin tener la regleta dibujada en la pizarra)*. Después voy a enseñar unos bits donde aparecen sumas del número 7, entonces con las manos detrás de la espalda, pensaremos, prepararemos los dedos y los enseñaremos. *(Todas las operaciones son en base 7: $7+1$, $7-3$, $7+2$... Siempre con números que estén entre 0 y 10 para que los niños puedan expresarlos con los dedos)*.

Figura 5. Indicaciones de la maestra para pautar la actividad

Material

Se recuerda la técnica utilizada con las regletas.

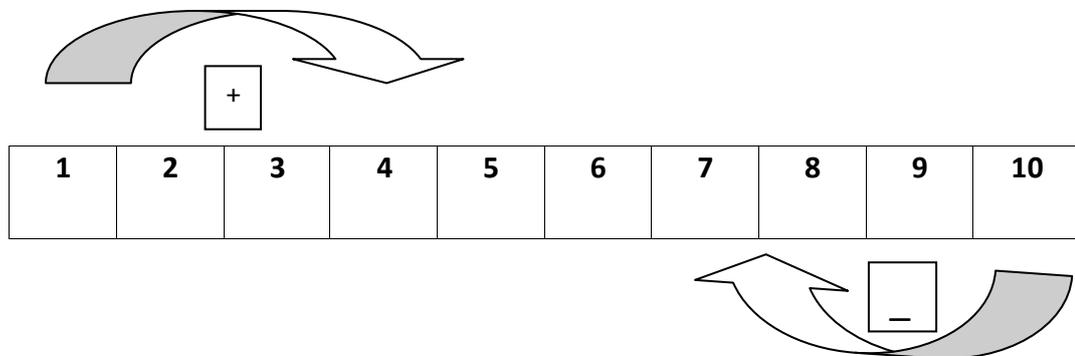


Figura 6. Material a utilizar: regletas

Se utilizan los dedos de las manos para realizar la cantinela hasta el número 10.

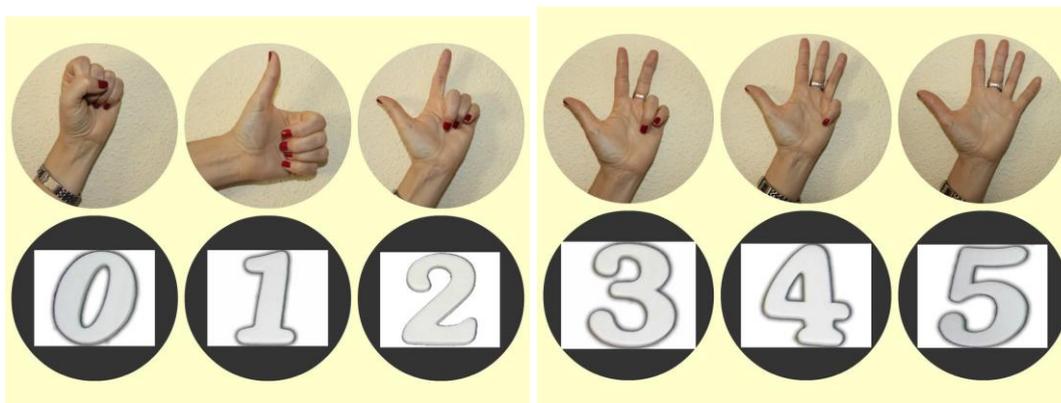


Figura 7. Disposición de los dedos para contar

Comportamientos de los niños

En la figura 8 se puede ver los niños realizan las operaciones con los dedos de la mano con la técnica de pienso, preparo y enseño.



Figura 8. Niños realizando operaciones con los dedos

Segunda parte propuesta por la maestra

Tenemos números desde el 0 hasta el 10. Vamos a buscar a un compañero que tenga otro número que si lo restamos al que nosotros tenemos, o bien, buscamos un compañero para restar su número al nuestro, para que el resultado sea 3. ¿Qué quiere decir que estamos restando, que estamos añadiendo o quitando? Por ejemplo, si tenemos siete cromos y queremos darle algunos a Juan para quedarme solamente con tres cromos, ¿cuántos le tendré que dar? (*De esta manera relacionamos las operaciones de sumas y restas, en este caso particular la resta, con situaciones de la vida real, basándonos en sus propios intereses, los cromos*).

Figura 9. Consigna de la maestra

Objetivo

Conseguir que los niños encuentren el significado a las operaciones, que sepan para qué sirven.

3.2.2 Fase 2

Descripción

Se trata de lograr que los niños realicen una resta en la que se propone un resultado y ellos deben encontrar el minuendo y el sustraendo. Después se proponen dos fichas.

Desarrollo de la actividad

(La maestra pone un ejemplo con diferentes números) Por ejemplo, yo soy el número 4, y Jaime es el número 1, ¿podremos ser una pareja? Sí, porque $4-1$ es igual a 3. Si yo soy el número 4, y Ainara el número 7, ¿podremos ser pareja? Sí, porque $7-4$ es igual a 3. Ahora, cada uno debe buscar una pareja para que cuando la reste a su número o al de su pareja, el resultado pueda ser 3.

Figura 10. Consigna de la maestra

Material- comportamientos de los niños

En la figura 11 se observa a los niños construyen las parejas según las consignas que la maestra le ha dado. Estos comportamientos también se pueden ver en el Anexo II.



Figura 11. Muestras de la operación sustractiva realizada

Segunda parte del desarrollo

Para acabar, vamos a realizar dos fichas. En la primera, tendremos que pintar el primer número de la resta y deberemos tachar el segundo, para que nos queden pintados los objetos que sean el resultado de la resta. Por ejemplo, en el primero tengo que pintar 8 ositos. Luego tacharé 3, y me quedarán 5 ositos pintados. Entonces $8-3$ será igual a 5, que lo escribiremos en este cuadrado.

En esta otra ficha, tendremos que poner los gomets de la forma que nos pide, y pondremos los que nos diga el primer número de la resta. Luego tacharemos lo que nos diga el segundo número de la resta, y así sabremos cuál es el resultado, que serán los gomets que no están tachados. Por ejemplo, yo pongo 7 círculos, y tacharé 2. Entonces me quedarán 5 círculos sin tachar, que serán los mismo que $7-2$ es igual a 5, y lo escribiremos en este cuadrado.

Figura 12. Consigna de la maestra

- Ficha 1. Se pueden observar estas fichas en el Anexo III.



Figura 13. Primera ficha realizada por los alumnos

- Ficha 2

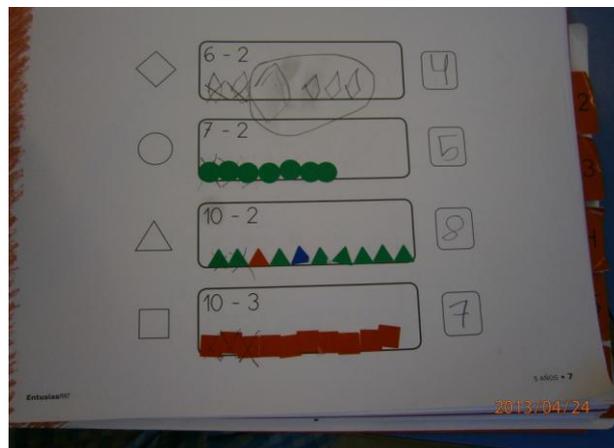


Figura 14. Segunda ficha realizada por los alumnos

3.2.3 Fase 3 (5 minutos)

Suelen hacerse actividades breves que se realizan después de la ficha y ayudan a repasar lo más importante que se ha aprendido.

Descripción

Se trata de realizar algunas preguntas a los alumnos a modo de evaluación para asegurar la comprensión de las actividades anteriores.

Desarrollo de la actividad

Ahora vamos a repasar las sumas y restas que nos dan como resultado el número 3. Yo voy a ir diciendo operaciones y levantamos el dedo si es cierto lo que digo, y lo bajaremos si no es cierto. *(La profesora comienza a decir operaciones que formarán parte de la evaluación como tal, además de otras cuestiones).*

Figura 15. Consigna de la maestra

Comportamientos de los niños



Figura 16. Los niños afirman o niegan a modo de evaluación

3.3 Experimentación

A continuación, se expone el estudio realizado para que los niños pasen del conteo y la realización de operaciones aritméticas básicas con los dedos u objetos a unas estrategias de pensamiento más abstractas que le permitan realizar operaciones con números mayores de diez comprendidos entre el 1 y el 30.

Expectativas

El material seleccionado va a permitir hacer evolucionar el aprendizaje de los niños de estrategias concretas de pensamiento en la que se basan en objetos visibles o

manipulables a estrategias más abstractas que le permitan resolver los problemas mentalmente.

Intercalando diferentes maneras de mantenerse en asamblea, los alumnos se muestran más atentos e interesados durante más tiempo, de tal manera que es más asequible para la maestra explicar más conceptos nuevos para integrarlos en los ya adquiridos.

Hipótesis

- Si en la línea de números comprendidos entre el 1 y el 30, los niños comprenden y llevan a cabo correctamente las operaciones, entonces colocarán bien los sumandos o minuendo y sustraendo, además del resultado en el tablero.
- Si los niños que realizan operaciones comprendidas entre los números 1 y 10, lo hacen sin necesidad de utilizar los dedos, entonces lograrán antes que el resto realizar correctamente las operaciones comprendidas entre los números 1 y 30.
- Si un niño no consigue utilizar estrategias de pensamiento abstracto para realizar las operaciones, entonces no será capaz de realizar las operaciones de números mayores que 10 sin objetos manipulables que él pueda contar y comparar.

Tipo de organización de la clase en general

La clase estará distribuida en asamblea, de tal manera que los niños irán participando en la pizarra uno por uno, y el resto deberá estar atento y comprobando que las operaciones que realiza el compañero que está en la pizarra están bien hechas. En el caso contrario, deberán levantar la mano para decir cuál es el error en la operación.

Se alternan los momentos de asamblea. Primero los niños se sientan alrededor de la maestra para exponer la situación a realizar, después se realiza una actividad que requiera movimiento (como en el ejemplo anterior, buscar parejas para que su resta dé como resultado tres). Después vuelven a sentarse en asamblea, donde podemos cambiar el tipo de asamblea, como por ejemplo, sentarse todos enfrente de la maestra en lugar de en un círculo (como se hace en el ejemplo anterior cuando se presentan los

bits de sumas en base 7). Así, se consigue que los niños aguanten durante más tiempo tranquilos y atentos a lo que se está planteando en el aula.

A la hora de realizar las fichas correspondientes después de cada asamblea, se dispone a los niños sentados en las mesas, debido a que se trata de un trabajo individual.

Descripción de las actividades

Se trata de una clase de 22 alumnos de tercero de infantil (5 – 6 años de edad) que participan en una situación en la que se pide la realización de operaciones aritméticas básicas a partir de números comprendidos entre el 1 y el 30. Esta experimentación se lleva a cabo durante el mes de abril, en el tercer trimestre.

Las actividades se dividen en fases:

- *Actividades preparatorias y de repaso:* son aquellas actividades que se realizan antes de la experimentación para repasar conocimientos ya adquiridos (como operaciones con números comprendidos entre 1 y 10) que sirven como antecedente para la aplicación de las siguientes actividades.
- *Actividades de experimentación:* a lo largo de esta secuencia de actividades aseguramos que los niños poseen la etiqueta verbal y la cantidad que representan los números comprendidos entre 10 y 30, aplicamos técnicas de conteo y operaciones en una escalera numérica, y escribimos la operación con símbolos matemáticos para la profundización de los contenidos adquiridos.
- *Variantes de actividades:* una vez realizadas las operaciones con números mayores que 10, se aplican otro tipo de operaciones: aquellas en las que la incógnita no corresponde al resultado de la operación realizada.

A continuación, se describen las tareas según los siguientes puntos:

- Objetivo fundamental
- Cuestión
- Material
- Tipo de tarea que se propone
- Organización de la clase
- Consigna
- Comportamientos esperados

- Breve descripción
- Intervención de la maestra
- Fases

Actividades.

Se pueden observar las fotos de la secuencia de actividades realizadas en el aula en el anexo V.

- **ACTIVIDAD Nº 1**

Objetivo fundamental: ampliar el universo numérico de los niños

Cuestión: ¿Son capaces de reconocer los números escritos?

Material: pizarra

Tipo de tarea que se propone: demostrar que los alumnos tienen la etiqueta verbal y el concepto de cantidad de números

Organización de la clase

Asamblea en la que los niños se encuentran alrededor de la maestra formando un círculo. Los niños deben levantar la mano para responder a las preguntas formuladas por la maestra. Van pasando alumnos de uno en uno para escribir la palabra que representa el número en la pizarra como aparece en la figura 17.

Consigna:

Voy a escribir unos números en la pizarra, a ver si sabéis cuáles son, cómo se llaman y entre qué otros números se encuentra. A ver, por ejemplo, escribo 14, ¿sabéis cómo se llama?, ¿qué números están a su lado?, ¿cuál va delante del 14?, ¿y detrás?, ¿podéis escribir su nombre?

Comportamientos esperados

- Eficaces:
 - Poseen la etiqueta verbal de los números mayores de 10 y que además saben en qué posición se encuentra de la serie numérica.
 - Conocen el concepto de cantidad que representa cada número
 - Lo sitúan correctamente en la serie numérica

- Ineficaces
 - No reconocen el concepto de cantidad que representa cada número
 - No lo sitúan correctamente el número indicado en la serie numérica

Breve descripción

En primer lugar, se pretende operar con números que superen el 10. Hay que asegurar que los niños reconocen los números del 11 al 30, porque a pesar de que sepan contarlos (cantinela), hay que saber que tienen el concepto de cantidad requerido por cada uno de los números (además previo a esto deben tener la etiqueta verbal de los números del 1 al 30). Este paso ya está realizado, porque en la actividad realizada en la asamblea, durante la introducción de las actividades, se trabaja con números del 0 al 20, y si un número es mayor o menor que otro, aunque también es necesario que posean la etiqueta verbal y el concepto de cantidad de los números comprendidos entre el 20 y el 30, debido a que no se han trabajado anteriormente. Aún así, se propone una actividad en la que deben decir qué número está escrito en la pizarra y escribir su palabra correspondiente.

- Los niños reconocen números comprendidos entre 10 y 30.

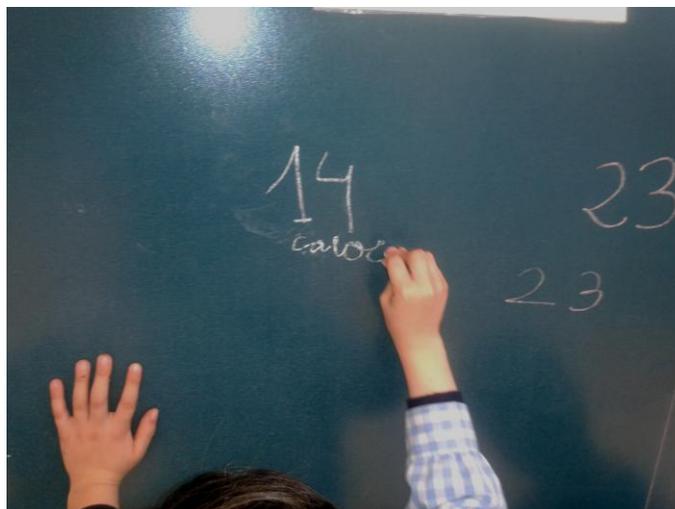


Figura 17. Los niños reconocen números mayores de 10

Intervención de la maestra

Si un niño no sabe nombrar un número o no lo sabe situar en la serie numérica, la maestra pedirá que respondan los otros niños. En caso que el resto de alumnos no sea

capaz de decirle la respuesta con una explicación justificada, la maestra formulará una serie de preguntas que conduzcan a los alumnos a la respuesta correcta.

Fase de acción

Los alumnos actúan sobre el material sus estrategias de base. En este caso, actúan sobre los números escritos en la pizarra, afirmando la etiqueta verbal de cada uno de los números y la cantidad que representan, así como escribiendo la palabra correspondiente como muestra de su reconocimiento.

- **ACTIVIDAD Nº 2**

Objetivo fundamental: operar con números mayores de diez

Cuestión: ¿pueden los niños de Educación Infantil realizar operaciones aritméticas sin utilizar los dedos u objetos?

Material: escalera numérica



Figura 18. Escalera numérica

Tipo de tarea que se propone:

Operaciones de adición y sustracción de números comprendidos entre 1 y 30, incluyendo el resultado de las operaciones.

Avanzar o retrasar en la serie numérica para realizar operaciones aritméticas de adición y sustracción.

Organización de la clase:

Los niños están dispuestos en asamblea, aunque para esta actividad se disponen de frente a la maestra, sentados en cuadros que hay marcados en el suelo. De esta manera se hace mover a los alumnos para que no pierdan el interés por la actividad y podamos continuar con la asamblea para introducir las operaciones aritméticas de adición y sustracción.

Consigna:

Vamos a realizar sumas y restas, pero en lugar de hacerlo con los dedos, vamos a realizarlas subiendo y bajando la escalera. Por eso, si tenemos que sumar, ¿hacia dónde deberemos ir, hacia arriba o hacia abajo?, ¿y si queremos restar? Vamos a salir de uno en uno, y el resto de compañeros estaremos en silencio, y si realiza la operación mal, levantaremos la mano para decirle en qué se ha confundido, ¿estáis de acuerdo?

Comportamientos esperados:

- Eficaces
 - Si un alumno no es capaz de realizar la operación, el resto de compañeros le ayudan indicándole que tiene que contar siete números hacia la derecha para saber el resultado (en el ejemplo de la figura 19)



Figura 19. Operación de adición

- Serán capaces de realizar operaciones que no puedan demostrar con los dedos de las manos ni con objetos manipulables.

- Que los alumnos utilicen la técnica trabajada con las regletas y se dirijan hacia la derecha para sumar (arriba de la escalera numérica) y hacia la izquierda (debajo de la escalera numérica) para restar.
- Ineficaces.
 - El alumno no va a asociar la acción de mover la mano hacia una dirección u otra con la operación matemática, sino que contará a partir del primer sumando, es decir, en la operación aditiva $7 + 5$, partirá del número 7 y añadirá 5 contando los dedos de la mano. Una vez realizada dicha operación con los dedos y averigüe el resultado, colocará su mano en el número 12 de la escalera numérica.
 - Debido a que los niños no pueden operar con los dedos, pueden coger objetos que les sirva para el conteo al realizar la operación.

Breve descripción:

Se trabaja con operaciones matemáticas, tanto adictivas como sustractivas. Para ello, se dispone de una fila de números desde el 1 hasta el 30. Se comienza preguntando si saben sumar. Se supone que responden que sí, tal y como se demuestra en las actividades anteriores. Tras este paso, se pide al alumnado que sume 5 más 7 (de tal manera que no puedan realizar la operación con los dedos de las manos, porque necesitarían más dedos). Entonces se introduce el nuevo material: la fila de números (esta fila estará dispuesta en escalera, debido a que los niños todavía no dominan la izquierda y la derecha, y han trabajado anteriormente “subiendo” y “bajando” en la escalera de números).

Se pide a un niño (mientras el resto están en asamblea) que señale el número 5 con su mano. Luego se pide que sume el número 7. Como ya se ha trabajado con regletas, cuando sumen, deben añadir números hacia arriba de la escalera, es decir, mover la mano hacia la derecha para añadir. El procedimiento contrario se hace para las sustracciones, de tal manera que se pide que resten números y deben contar números hacia la izquierda (o bajar la escalera).

Intervención de la maestra:

En el caso que entre todos los alumnos no sean capaces de realizar la operación, la maestra intervendrá con preguntas que les conduzcan hasta la respuesta, sin decirla en ningún momento.

- Si no podemos restar al 5 el 7 porque se nos acaba la fila de números, ¿qué podremos hacer para tener una resta con estos dos números?
- En el caso de que el problema sea al sumar, por equivocación en la dirección de los números, la maestra intervendrá de la siguiente manera: Si aquí tengo 7 sillas y necesito 5 sillas más, ¿cuántas sillas tendré? ¿Sólo tendré 2? *(siempre relacionando los contenidos con problemas de la vida real, ejemplificando con objetos cercanos a los alumnos)*

En el caso en el que un alumno realice bien todas las operaciones, la maestra debe proponer otro tipo de operaciones, bien cambiando el material o el método, de tal manera que el niño siempre esté motivado, y nunca se “aburra” realizando lo mismo que ya lo hace perfectamente.

- Por ejemplo, en lugar de colocar los números en el tablero, tras realizar la operación en la escalera numérica, podemos pedir a los niños que transcriban la operación ellos mismos en la pizarra, sin proporcionarles los números ni los símbolos correspondientes para que los coloquen.
- Dispondremos otra forma matemática de plasmar la operación, que servirá posteriormente para comenzar las operaciones con llevadas, como se muestra en la figura 20.

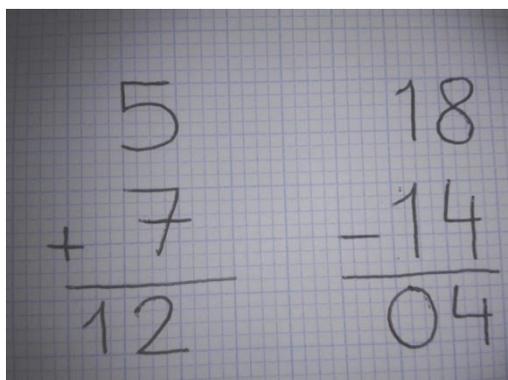

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 7 \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 18 \\ - 14 \\ \hline 04 \end{array}$$

Figura 20. Otros métodos de formulación de operaciones

Fases de acción y formulación

Se trata de una situación de acción porque vuelven a ser los alumnos los encargados de manipular el material para resolver el problema formulado. En cuanto a la situación de formulación, se produce al errar en esta fase de acción, en la cual otro alumno participa dándole órdenes al compañero que comete el error para que resuelva el problema correctamente.

- **ACTIVIDAD Nº 3**

Objetivo fundamental: reproducir operaciones con los signos matemáticos adecuados

Cuestión: ¿Pueden los alumnos de Educación Infantil plasmar operaciones ve

Material: tablero expuesto en la figura 21. En este caso, me aseguro que van a conocer el material, porque durante la actividad anterior (encontrar números de tal manera que al restarlos el resultado sea tres), los han corregido en la pizarra, poniendo los números en el orden correspondiente, escribiendo el signo igual y el resultado. Se pueden observar más fotos de este material en el anexo IV.

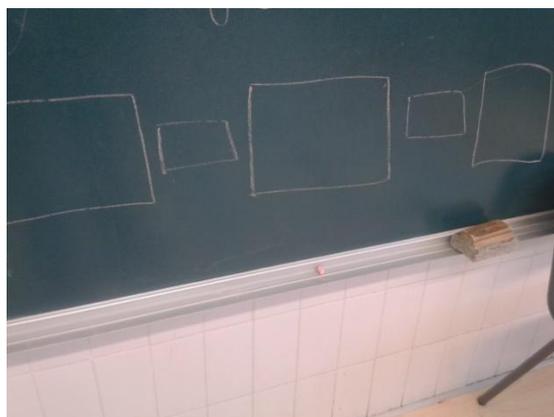


Figura 21. Material: tablero

Tipo de tarea que se propone:

Exponer en un tablero mediante símbolos matemáticos la operación realizada en la fila numérica.

Organización de la clase:

En asamblea. Los niños pasan de la asamblea en la que se han realizado las operaciones en la serie numérica conforme las van realizando, escogiendo los números

que han intervenido en cada una de las operaciones en particular a la pizarra para colocarlos en el tablero dibujado.

Comportamientos esperados:

- Eficaces
 - A la hora de colocar los sumandos (o minuendo y sustraendo) en el tablero colocarán correctamente los números en el orden que han realizado la operación.
 - En el caso en que un niño altere el orden de los sumandos, se confirmará la propiedad conmutativa de la suma.
 - En el caso en que un niño altere el orden del minuendo y el sustraendo, se confirmará la propiedad no conmutativa de la resta.
 - Manejarán correctamente los símbolos matemáticos correspondientes (+, -, =).
- Ineficaces
 - Pueden existir problemas a la hora de transcribir las operaciones en el tablero con los signos matemáticos correspondientes, puesto que es un lenguaje distinto al oral.
 - El niño tendrá problemas en la resolución de algunas sumas si no identifica el número que sigue o precede a otro, o si puede resolver problemas de tipo " $x + 1$ " y no del tipo " $1 + x$ ", porque para que el niño alcance el concepto de suma es necesario que comprenda la propiedad conmutativa ($5 + 2 = 2 + 5$).
 - En la operación de la resta, puede que se confundan y alteren el orden de los números.
 - Cuando el niño no tenga más números para continuar restando, cambiará el orden de minuendo y sustraendo y realizará bien la operación.
 - Cuando el niño no tenga más números para continuar restando, optará por afirmar que no es posible realizar la resta.

Consigna:

Después de subir o bajar en la escalera de números, como ya sabemos el resultado de las sumas y las restas, vamos a poner los números en este tablero. Por ejemplo, primero pondremos un número, luego el signo de sumar o restar, el segundo número, el signo igual, y el resultado. Así podemos hacer operaciones como las escriben los niños mayores.

Breve descripción:

Para asegurar la comprensión de las operaciones matemáticas, se utiliza un nuevo material: un tablero donde podamos poner los dos sumando (o el minuendo y el sustraendo), la operación a realizar (suma o resta), el signo igual y un espacio también para el resultado obtenido, de tal manera que nos aseguramos que saben formular mediante símbolos una operación.

Intervención de la maestra:

En caso en que se demuestre que hay alumnos que no comprenden estas operaciones, se hará una recta numérica gigante para que sean los alumnos los que salten hacia adelante cuando suman, y hacia atrás cuando restan. De esta manera se permite que los alumnos desarrollen las operaciones con todo el cuerpo, no solamente con las manos en la línea numérica, de tal manera que realicen las operaciones también de manera más lúdica. Con esto se pretende captar la atención de los niños de manera diferente, saliendo de la asamblea, debido a que tienen 5 años y no aguantan mucho rato sentados y concentrados.

Fases de acción y validación

Se produce la situación de acción en el momento en que los alumnos colocan los bits en el tablero para reproducir de manera simbólica la operación realizada anteriormente en la escalera numérica. En cuanto a la corrección por parte del resto de alumnos dispuestos en asamblea, da lugar a una interacción, un debate entre el alumno que expone la operación y el alumno corrector, que deben llegar a un acuerdo en cómo disponer la operación, y el resto de alumnos que no han participado en el debate confirman si la operación está expuesta de manera correcta o no.

- **ACTIVIDAD Nº 4**

Objetivo fundamental: relacionar las operaciones matemáticas con situaciones de la vida real.

Cuestión: ¿Responden mejor los alumnos en Educación Infantil a cuestiones relacionadas con su entorno más próximo?

Material: cuestionario de EntusiasMAT.

Tipo de tarea que se propone:

Responder preguntas formuladas por la maestra implicando los conocimientos ya adquiridos para relacionarlos con situaciones cotidianas.

Organización de la clase:

Tras las asambleas anteriores, los niños ya se muestran algo inquietos. Por lo tanto, se dispone la clase sentada en las mesas, cada alumno en su sitio correspondiente, aunque todos atienden a las breves preguntas formuladas por la maestra.

Consigna:

Vamos a hacer preguntas, el que sepa la respuesta, levanta la mano y me dice la respuesta, ¿de acuerdo? Cuando queremos corregir al compañero, también levantamos la mano para responder.

Comportamientos esperados:

- Eficaces
 - Los alumnos responden correctamente las preguntas relacionando los conceptos aprendidos con los que ya poseían.
- Ineficaces
 - Los alumnos no son capaces de realizar las operaciones que requieren las preguntas formuladas por la maestra.

Breve descripción:

Además de esto, se proponen también situaciones diarias matemáticas, donde el profesor debe narrar y los alumnos deben describir la operación que corresponde a

esa narración. Por ejemplo, tras realizar estas sumas y restas en la escalera numérica, se narra la siguiente situación:

- Esta mañana me he levantado y he sacado tres galletas para desayunar de “este” bote. Mi hermano se ha levantado y ha sacado dos galletas para desayunar. Hemos terminado todas las galletas que había en el bote. ¿Cuántas galletas había antes de que desayunáramos?
- Necesito tener cinco cromos para terminar de completar “este” álbum. Ayer compré dos cromos, ¿cuántos deberá comprar mi hermano para completarlo?

Intervención de la maestra:

En el caso en el que los alumnos no lleguen a la respuesta correcta, la maestra plantea la situación de nuevo. En algún caso se puede modificar la pregunta, de tal manera que los niños comprendan la situación mejor.

Fases de acción y validación

Los alumnos van respondiendo individualmente a las preguntas formuladas por la maestra, es decir, actúan sobre la situación. Sin embargo, cuando hay un desacuerdo, la maestra permite el debate entre alumnos hasta que llegan a una conclusión. Puede haber más partícipes que corroboren la respuesta final.

- **ACTIVIDAD Nº 5**

Objetivo fundamental: realizar operaciones aritméticas básicas en las que la incógnita es uno de los sumandos o minuendo/ sustraendo.

Cuestión: ¿son capaces de realizar operaciones en las que falte uno de los sumandos?

Material: máquina de Manolita (figura 22)



Figura 22. Máquina de Manolita

Tipo de tarea que se propone:

Adivinar el segundo sumando de una operación, o el sustraendo, teniendo como referencia el primer sumando o minuendo y el resultado que se obtiene.

Organización de la clase:

Durante la duración de esta actividad, los niños se mantienen en sus sitios sentados para posteriormente realizar una ficha sobre la “máquina de Manolita”.

Consigna:

Ahora vamos a jugar con la máquina de Manolita. ¿Recordáis qué pasaba con los números que metíamos en la máquina? (Los niños responden que dentro de la máquina se quitan o se añaden números y sale otro diferente).

Comportamientos esperados:

- Ineficaces
 - Los niños confundan los signos de adición y sustracción.

Breve descripción:

Finalmente se trabajan las sumas desde un punto de vista diferente. No solo se debe solucionar las operaciones propuestas para conocer el resultado, sino que se debe

conocer algunos de los sumandos para la suma o de minuendo y sustraendo para la resta.

Ante esta situación, se presenta la máquina de Manolita, que esconde números (los alumnos ya la conocen porque han trabajado anteriormente con ella). Deben adivinar qué número y qué símbolo matemático se esconde en esta máquina. De esta manera, se introduce un número en la máquina y sacamos otro. Por ejemplo, metemos el número 10 y sacamos el número 6. Preguntamos a los alumnos ¿qué ha pasado? Y ellos deben responder que se han restado 4 números. Por lo tanto, en esta máquina se esconde el -4. Ahora, se opera con la máquina. Se presenta a los alumnos otro número, por ejemplo, el número 8, y ellos deben predecir qué pasará cuando pase por la máquina, es decir, que saldrá el número 4 porque al pasar por la máquina restamos 4. Se repetirá la actividad con diferentes números y alternando las operaciones de adición y sustracción.

Intervención de la maestra

En el caso en que los niños no comprendan estas operaciones, en las que tenemos el resultado pero desconocemos un número que participa en la operación, la maestra se apoyará en objetos que “meterá” en la máquina de Manolita y sacará, para comprobar las respuestas de los niños. En este caso se hace una excepción con materiales que los niños ven y pueden contar porque se trata de otro tipo de adición y sustracción al que han realizado a lo largo de este experimento.

Fases de acción y validación

Los alumnos interpretan el material aportado y resuelven los problemas que propone el mismo. Cuando hay desacuerdo, de nuevo los alumnos disputan hasta ponerse de acuerdo en una única solución que una tercera persona afirma como correcta o incorrecta.

- **ACTIVIDAD Nº 6**

Objetivo fundamental: plasmar en una ficha los conocimientos adquiridos con la máquina de Manolita.

Cuestión: ¿se pueden introducir operaciones en las que falta uno de los sumandos o minuendo y sustraendo en la Educación Infantil?

Material: ficha del libro del alumno de EntusiasMAT (figura 23)



Figura 23. Ficha de EntusiasMAT

Tipo de tarea que se propone:

Averiguar el número que falta en cada una de las operaciones (en esta ficha en particular, falta solamente el resultado)

Organización de la clase:

Sentados cada uno en su mesa realizando la ficha individualmente.

Consigna:

Ahora que hemos hecho algunas operaciones con la máquina de Manolita, vamos a hacer esta ficha, ¡a ver qué tal nos sale!

Comportamientos esperados:

- Eficaces
 - Los niños respondan bien en la ficha porque se ha trabajado previamente en la pizarra

Breve descripción:

Los niños realizan la ficha individualmente sentados cada uno en su sitio.

Intervención de la maestra:

A la hora de corregir la ficha una vez la hayan terminado los alumnos, serán ellos mismos los que digan las soluciones. La maestra intervendrá en caso de que la respuesta no sea correcta al igual que en la actividad anterior, utilizando objetos.

Fases de acción y formulación

Los alumnos realizan la ficha, y en lugar que haya dudas, es un segundo alumno el que apoya al que tiene problemas, afirmando la orden trabajada anteriormente en la pizarra: realizar la operación (aditiva o sustractiva) que nos marca la máquina de Manolita y aplicarla al resto de números que entran en la máquina.

3.4 Valoración de los aprendizajes adquiridos y del proceso de estudio

En este trabajo no solo se puede basar en una evaluación en la que la maestra califica el trabajo realizado por los alumnos, sino que también ésta se complementa con una autoevaluación realizada por parte de los niños.

De esta manera, en algunas actividades, como por ejemplo es el caso de realizar operaciones aritméticas, se puede facilitar la autocorrección para poder observar los propios errores, y así motivar al alumnado a plantearse nuevos retos matemáticos. Esta autoevaluación proporciona al profesorado la posibilidad de comprender cómo cada uno utiliza sus estrategias, cómo resuelve los problemas, cómo se apoya en el resto de compañeros, cómo discute o defiende sus posturas frente a opiniones opuestas a la suya...

Por otra parte, esta autoevaluación se va a complementar con la formulada por el profesor: se anotan observaciones, reflexiones, el progreso y los resultados obtenidos. Para ello, se realizan pruebas orales a los niños de los contenidos aprendidos al finalizar la actividad para evaluar los niveles de habilidad, observar si entienden los contenidos aprendidos, dar oportunidad de verbalizar y demostrar su comprensión.

Estas pruebas orales son las siguientes:

- ¿Qué hacemos cuando sumamos, añadimos o quitamos? ¿Y cuando restamos?
- ¿Qué número viene detrás del 18? ¿Qué número viene antes del 18? ¿Qué número es mayor, el 15 o el 12?

- Si tenemos los números 10 y 7 y queremos restarlos, ¿qué número pondremos el primero?

4 RESULTADOS DE LA EXPERIMENTACIÓN

4.1 Resultados generales

Los niños han entendido correctamente la parte de asamblea. Todos los niños han pasado por la pizarra para realizar sumas y restas, y después para transcribirlas de forma matemática en el tablero. Cuando los niños han cometido errores a la hora de realizar las operaciones, en la escalera de números, el resto de compañeros ha levantado la mano para poder corregirle. En cuanto a los errores cometidos en el tablero, los niños no aguantaban y contestaban sin levantar la mano en ocasiones:

- No, el 18 se pone primero porque no podemos quitar 14 a 18 porque no existe.
- A raíz de esta corrección dada por válida, otra niña interviene de una forma parecida en la formulación de una suma $7 + 5$. Figura 24.

-**Niña (N)**: no, porque el primero que tienes que poner es el 7 y luego el 5.
 -**Maestra (M)**: ¿por qué tiene que poner primero el 7?
 -**N**: porque hemos dicho 7 más 5, y no 5 más 7, entonces primero es el 7.
 -**M**: ¿y si probamos a hacer $7 + 5$, y después $5 + 7$?
(Se realizan ambas operaciones y llegamos a la conclusión que el resultado es el mismo).
N: hombre, porque da igual porque es 12. Pero si decimos primero el 7 pues lo ponemos primero.
M: pero si las dos son 12, ¿importa cuál pongamos primero?
N: no, pero antes (*refiriéndose a la resta anterior corregida por el niño*) hemos dicho el primero es el primero porque si no, no existe.
M: y si ponemos 5 más 7, ¿existe?
Niño2: sí. Entonces da igual. Solo cuando restamos no da igual. Si sumamos ponemos primero el que queremos.
N: pero si restamos no porque no existe.

Figura 24. Diálogo entre dos niños y la maestra.

- Resta realizada correctamente por un niño.



Figura 25. Operación sustractiva

- Suma realizada correctamente por una niña.



Figura 26. Operación aditiva

En cuanto a la máquina de Manolita, las operaciones han salido bastante bien. Esto es debido a que los niños ya conocían previamente el material y habían trabajado varias veces con él, además, esta máquina les gusta mucho. Solamente en una ocasión un niño ha cometido un error afirmando que en la máquina se había sumado una cantidad cuando en realidad se había restado, pero ha sido un error verbal, ya que cuando ha escuchado al resto de compañeros afirmar que se estaba restando, ha reflexionado y lo ha comprendido.

4.2 Estudio clínico de los comportamientos

[CC1] Un niño en particular, para realizar la suma en la línea de la serie numérica (de 0 a 30), comienza a sumar desde el número indicado. Es decir, en la operación $5 + 7$, primero pone su mano en el número cinco, y a la hora de añadir siete, comienza a contar desde el cinco. Por lo tanto, la suma no es correcta porque el resultado es un número menor al resultado correcto.

[CC2] En este caso, el resto de compañeros le ha indicado que la respuesta era incorrecta, sin embargo no han sido capaces de transmitirle dónde estaba el error, por lo cual ha debido intervenir la maestra.

[CC3] Algunos niños han realizado las operaciones con los dedos de las manos, de tal manera que partían del primer sumando para realizar la operación. Así, ponían siete dedos y comenzaban la serie numérica a partir de cinco: ocho, nueve...

[CC4] Lo mismo que en el comportamiento anterior ha pasado con la resta, en la cual dos de los niños han puesto ocho dedos de su mano, y han comenzado la cuenta atrás hasta llegar al resultado correcto.

[CC5] A la hora de realizar las operaciones de cálculo en la línea de números, en todos los casos los niños se dirigen hacia la dirección correcta: hacia la derecha (arriba) para sumar, y hacia la izquierda (abajo) para restar.

[CC6] Un niño altera el orden del minuendo y el sustraendo a la hora de colocar los números en el tablero, por lo tanto, la operación no se puede realizar. Aunque pone el resultado correctamente porque ya había realizado la operación en la fila numérica, a la hora de transcribirlo altera el orden. Otro niño de la asamblea se da cuenta y lo corrige.

[CC7] Una niña discute la conmutatividad de la suma, como podemos ver en el cuadro de diálogo anterior. Entiende que el orden de los sumandos altera el resultado porque si no, la operación “no existe”. Demostramos la propiedad conmutativa de la suma y llega la conclusión de que el resultado es el mismo, al contrario de la resta.

[CC8] En la disposición de un tablero de números gigantes en el suelo, los niños realizan correctamente todas las operaciones, saltando hacia adelante para la adición y saltando hacia atrás para la sustracción.

Se interviene en el comportamiento observado 1, debido a que el resto de alumnos no ha sido capaz de descifrar el error. Para ello, se utilizan las regletas con los números 1,4 y 7. De esta manera, se plantea el número 5 como descomposición de 4+1. El niño pone las tres regletas en fila y comienza a contar. El resultado es 12. Entonces se le pide que comience a contar desde el número 5 y añada 7 más. El niño vuelve al resultado fallido de la primera vez que realiza esta operación en la línea numérica. Entonces se pide ayuda al resto de niños. Uno de ellos afirma que si empieza a contar siete desde la casilla número 5 (regleta número 1), está sumando 4 + 7, en lugar de 5 + 7, porque tiene cuatro casillas desde donde él empieza a contar.

Disposición de las regletas:



Figura 27: regletas

5 DISCUSIÓN SOBRE LOS RESULTADOS

- *¿Por qué los niños parten del primer sumando y lo tienen en cuenta a la hora de añadir el segundo sumando? (CC 1 y 2)*

Se trata de un error sistemático, es decir, un error a consecuencia de un procedimiento incorrecto que los niños inventan. Esto se debe a que los alumnos no se bloquean cuando llegan a una situación en la que no saben resolver un problema. Para ello, lo que hacen es aplicar ciertas operaciones basadas en su conocimiento para resolver estos problemas. *Brown y Van Lehn (1982)* señalan que cuando los conocimientos de los alumnos son insuficientes para aplicar el procedimiento exacto, aplica su conocimiento que le permite seguir aunque le conduce a un resultado erróneo. Esta aplicación tiene partes que respeta las reglas correctas y otras no, como es el caso, que el niño escoge la dirección exacta para realizar la suma pero no parte del número correcto. Por lo tanto, este proceso tiene apariencia de estar bien realizado pero los resultados no son correctos. Hay errores sistemáticos debido a que no se han tenido en cuenta algunas de las reglas del procedimiento correcto (*Brown y Van Lehn, 1982*)

Baroody (1988) identifica algunas dificultades que conducen a los alumnos a cometer algunos errores similares al específico:

- Dificultades de alineación: colocación incorrecta de las cifras.
 - Dificultades debidas a la puesta en marcha de procedimientos o estrategias incorrectas o inventadas.
 - Dificultades por la aplicación inconsciente de un procedimiento correcto, es decir, el alumno conoce los procedimientos pero no sabe cuándo debe utilizarlos.
 - Dificultades por la aplicación mecánica de reglas a procedimientos aprendidos de memoria. En este caso, el niño tiene claro que tiene que dirigirse hacia la derecha o hacia arriba para sumar, pero no sabe desde dónde debe partir para comenzar a subir con su mano en la fila numérica.
 - Dificultades observadas por la incapacidad para aprender procedimientos nuevos. El niño se basa en los dedos de su mano para resolver este tipo de operaciones, y aunque las operaciones puedan hacerse con los dedos de la mano, es decir, aunque planteemos una suma tal que $5 + 3$, el niño se ve incapaz de realizarla en la serie numérica porque es un material extraño al que utiliza normalmente.
 - Dificultades derivadas por la memorización incompleta o incorrecta de reglas. Por ejemplo, a la hora de transcribir una resta, saben que primero va el minuendo, y sin embargo colocan en primer lugar el sustraendo, porque la suma es una operación conmutativa y no han aprendido que la resta no, es decir, han aprendido una parte solamente. Como ocurre en el *comportamiento observado número 6*.
- *¿Por qué los niños siguen utilizando los dedos en estas operaciones? (CC 3 y 4)*

Siegler, analizando las investigaciones centradas en la interacción entre el conocimiento que ya poseen los niños y el nuevo conocimiento (aprendizaje), concluye que los niños actúan según reglas: “las reglas constituyen una unidad básica útil para caracterizar los conocimientos que ya tienen los niños. Las reglas que los niños usan pueden evaluarse mediante el diseño de problemas que producen distintas pautas de actuación para reglas diferentes” (Siegler, 1983, 395)

Esta experimentación es una actividad nueva dentro del aula con la que se ha trabajado anteriormente estas operaciones con números comprendidos entre 0 y 10. Los alumnos están acostumbrados a poder realizar estas mismas operaciones con los dedos de la mano. Por esta razón, continúan realizándolas, aunque al observar que el resultado no pueden expresarlo con las manos, optan por partir del primer sumando o del minuendo para comenzar la operación. Han asimilado correctamente la serie numérica, porque realizan un conteo ascendente y descendente correcto, además de reconocer estos números que representan una cantidad imaginaria, pero no son conscientes todavía de la necesidad matemática, porque les sirven sus manos para poder realizar estas operaciones.

En algunos casos, estas operaciones no se han realizado con los dedos. Esto es debido a que los niños tienen la capacidad de representar y contar elementos de una colección (en este caso son números reales comprendidos entre el 0 y el 30) que no está en su campo inmediato de experiencias. Es decir, a un niño le decimos que cuente una colección de 9 pinturas, de las cuales 4 están ocultas. El niño comienza a contar las pinturas visibles (una, dos, tres, cuatro, cinco), y sigue contando hasta nueve, contando las pinturas que no ve. Si le preguntamos cuántas pinturas nos faltan, nos dice la solución correcta, porque va imaginando las pinturas que están ocultas y las va contando. Estas representaciones mentales de los elementos que no están dentro del campo de visión del niño, se llaman representaciones figurales de los elementos.

Por este motivo, estos niños que realizan correctamente la operación requerida sin utilizar los dedos ni objetos visibles o manipulables, ya han adquirido las destrezas necesarias para imaginar la cantidad que estos números representan, y operar con estas cantidades, aumentándolas y reduciéndolas según se indique en la operación. Se dice que estos niños están en la fase de *contadores de elementos unidad figural*, porque puede utilizar representaciones visualizadas, en el acto de conteo, como sustitutas de los elementos perceptuales. Los niños no ven la cantidad que refleja cada uno de los números al resolver dichas operaciones, pero imaginan su posición en la línea numérica y la cantidad de elementos que estos representan (González y Denia, 1994)

- *¿Por qué los alumnos escogen la dirección correcta a la hora de realizar sumas y restas? (CC 5)*

Esto es debido a que anteriormente se ha trabajado la serie numérica con los alumnos, por eso conocen qué números son mayores y cuáles son menores respecto a uno dado como referencia. Además de esto, los niños tienen muy claro el concepto de suma como acción de añadir, es decir, aumentar la cantidad; y el concepto de resta, acción de quitar, o disminuir la cantidad. Por ambos motivos, los alumnos han sabido escoger bien la dirección de la operación a la hora de realizarla en la serie numérica expuesta en la pizarra.

También con la técnica de las regletas Cuisenaire los niños aprenden la dirección hacia la cual se deben dirigir para realizar las operaciones que se formulan. Han trabajado previamente la acción de subir en la escalera de la regleta para añadir números o para dirigirse hacia números mayores, y la bajada en la escalera para quitar números o dirigirse hacia números menores.

- *¿Por qué se cuestiona la propiedad conmutativa de la suma? (CC 7)*

Este comportamiento está basado en el comportamiento observado 6, debido a que se corrige la posición de minuendo y sustraendo en la operación de la resta, porque si no la operación no se puede realizar, según como afirma uno de los niños, porque “no existe el resultado”. Esta corrección lleva a la aplicación de la misma regla en la operación de la adición. Se demuestra a la niña que el resultado no varía aunque alternemos el orden de los sumandos. Los propios niños, interviniendo entre ellos, llegan a la conclusión de que esto sólo ocurre en las operaciones aditivas, y sin embargo, en las operaciones sustractivas, el orden de minuendo y sustraendo sí que altera el resultado.

Tabla 1. Resultados obtenidos

| Observaciones | Errores /correcciones | Frecuencia |
|----------------------|---|-------------------|
| C.O. 1 | Integra el primer sumando en el segundo para realizar la operación. | 1 |
| C.O. 3 | Utiliza los dedos de la mano para la adición. | 3 |
| C.O. 4 | Utiliza los dedos de la mano para la sustracción. | 2 |
| C.O. 5 | Elige la dirección correcta para sumar y para restar en la escalera numérica. | 22 |
| C.O. 6 | Altera el orden de minuendo y sustraendo. | 1 |
| C.O. 7 | Difiere de la conmutatividad de la suma. | 1 |
| C.O. 8 | Realizan correctamente la dirección de los saltos en el tablero gigante. | 22 |

CONCLUSIONES

Después de llevar a cabo en el aula una serie de actividades previas a los objetivos, y la experimentación para comprobar si estos podían cumplirse, se concluye que:

- *Se pueden realizar operaciones aritméticas básicas en la etapa del ciclo de infantil. Todo depende del método que el maestro utilice para su enseñanza y la capacidad del alumnado de crear las estrategias necesarias para su aprendizaje.*

Las operaciones aritméticas básicas deben estar incluidas en el currículo de Educación Infantil, porque los alumnos se muestran capaces para su aprendizaje. Se pueden plantear mediante el método de resolución de problemas como el medio para lograr el aprendizaje de los alumnos. Debemos plantear a nuestros alumnos gran variedad de problemas en los que intervengan las operaciones aditivas o sustractivas para su resolución, para que tengan la oportunidad de plantear, explorar y resolver problemas que tengan un esfuerzo significativo. Es decir, con un agente motivador, una situación que sea de interés para el niño, que esté si es posible en su entorno cercano, el niño se ve capaz de construir estrategias nuevas para la resolución de problemas y operaciones aritméticas.

- *A través de diversos métodos, los alumnos de educación infantil tienen la capacidad de formar las estrategias abstractas que se requiere para realizar operaciones de adición y sustracción sin un material manipulable o lo dedos.*

Un buen método, como nombramos anteriormente, es el método de resolución de problemas matemáticos, por los cuales los alumnos adquieren modos de pensamiento adecuados, hábitos y curiosidad ante el planteamiento de situaciones no familiares. Estos problemas van avanzando a la vez que el pensamiento del niño va madurando pasando de ser concreto a un pensamiento más abstracto, que le permite crear imágenes mentales de lo que anteriormente hacía con objetos visibles o con los dedos de las manos, permitiéndole así realizar operaciones cada vez más complejas.

- *Existen diversos métodos para motivar a los alumnos y partir de su propio interés para comenzar la enseñanza de las operaciones aritméticas básicas.*

Es aconsejable que estos métodos a utilizar planteen situaciones o problemas a solucionar relacionados con las experiencias del niño en la vida real, partiendo de su interés propio y teniendo en cuenta los conocimientos previos que el alumno posee. A

partir de estas pautas, se pueden comenzar los problemas que irán evolucionando a problemas de mayor dificultad atendiendo el proceso madurativo del alumno.

- *A través del paso del niño de un pensamiento concreto a otros más abstractos, éste es capaz de formar conexiones mentales que le permitan realizar soluciones a problemas u operaciones.*

El niño del aula de infantil posee un pensamiento concreto, generalmente centrado en el yo como persona protagonista de todo lo que ocurre a su alrededor. En primer lugar el alumno necesita valerse de objetos manipulables o los dedos de la mano para poder contar un conjunto de elementos y después operar con ellos. Poco a poco el alumno va interiorizando los conocimientos y convierte esos objetos en imágenes mentales que le permiten comenzar a operar sin necesidad de ver o manipular dichos objetos para poder contar un conjunto o poder operar con dos conjuntos de elementos. Este paso se denomina paso de un pensamiento concreto a un pensamiento más abstracto.

- *Dentro del aula se requieren unas condiciones para que la situación que planteamos funcione.*

Estas condiciones se producen generalmente a primera hora de la mañana, cuando los alumnos están más atentos. Además, para desarrollar procesos de enseñanza y aprendizaje de la adición y la sustracción se hace necesario tener en cuenta los materiales nuevos aportados, de tal manera que captemos la atención y el interés del niño, así como la parte lúdica de la actividad. Es aconsejable permitir a los alumnos un tiempo de ocio y juego con el material a utilizar, antes de usarlo para la actividad concreta que vamos a plantear. También se pueden utilizar estos materiales después de haber realizado la actividad, permitiendo que el niño continúe explorándolos, tanto para repetir la actividad trabajada como para otras actividades improvisadas por el alumno en el momento de manipulación y juego. También influyen en las condiciones las estrategias interiorizadas de los alumnos por actividades que se han trabajado anteriormente, es decir, partiendo de los conocimientos previos.

- *Los alumnos no pueden realizar estas operaciones si previamente no se han trabajado otros conceptos previos a la adquisición de estrategias para realizarlas.*

Se hace necesario tener en cuenta el trabajo anterior con los alumnos de otras actividades como, en este caso, la descomposición de números naturales a través de

regletas, y buscando por parte del maestro otras condiciones consecuentes al aula, como por ejemplo, partir de un punto de fuerte interés para el conjunto del alumnado.

Para finalizar, se aportan algunas cuestiones abiertas relacionadas con el trabajo empírico realizado. Dichas cuestiones son las siguientes.

- ¿Se hace necesario un cambio en la metodología a utilizar en la enseñanza de las operaciones aritméticas básicas para niños que disponen problemas de hiperactividad?
- ¿Estas metodologías podrían realizarse introduciendo actividades de mayor movimiento corporal? ¿Sería necesario cambiar la hora de las rutinas, posponiéndolas a momentos después del recreo, en los cuales los niños hiperactivos se muestran más concentrados?
- ¿Esto influiría en el método de trabajo y estrategias de pensamiento a desarrollar con el resto de alumnos que no padecen síntomas de hiperactividad?
- ¿Cómo tratar la enseñanza de problemas relacionados con las operaciones aritméticas de adición y sustracción para niños que tienen problemas de conducta? ¿Se necesita otro agente motivador?

REFERENCIAS

- Baroody, A. (1988). *El pensamiento matemático de los niños: un marco evolutivo para maestros de preescolar, ciclo inicial y educación especial*. Madrid: Visor
- Baroody, A. (1987). *Children's mathematical thinking*. (Versión en castellano (1988). *El pensamiento matemático de los niños*. Madrid: Visor y M.E.C.
- Bermejo, V. (1996). *Enseñar a comprender las matemáticas*. Madrid: Síntesis.
- Bermejo, V. y Rodríguez, P. (1992). *Conceptualización de la operación aditiva y estrategias de resolución*. Investigaciones psicológicas
- Brissiaud, R. (1989). *El aprendizaje del cálculo: más allá de Piaget y la teoría de los conjuntos*. Madrid: Visor
- Brown J. S. y Van Lehn, K. (1982). *Towards a generative theory of bugs (addition and subtraction: a cognitive perspective)*. Nueva York: Academic Press
- Fiz, R (2001). *Psicología del desarrollo*. Apuntes de clase no editados. Pamplona: Universidad Pública de Navarra.
- Fuson y Willis (1988). *Subtracting by counting up: more evidence*. Journal for research in Mathematics Education. [Disponible en (19/5/2013) <http://www.jstor.org/discover/10.2307/749174?uid=3737952&uid=2129&uid=2&uid=70&uid=4&sid=21102266859051>]
- Gelmal y Gallistel (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge: Harvard University press.
- Geary (1995). *Reflections of evolution and culture in children's cognition: implications for mathematical development and instruction*. American Psychologist
- González-Pérez, J. y Criado del Pozo, M.J. (2003). *Psicología de la educación para una enseñanza práctica*. Madrid: CSS
- Heller, J.I. y Greeno, J.G. (1978). *Semantic processing in arithmetics word problem solving*". Chicago. Midwestern Psychological Association Convention.
- Lacasta, E. y Wilhelmi, M. R. (2011). *La actividad matemática bajo el principio de globalización*. (Apuntes de clase inéditos). Pamplona: Universidad Pública de Navarra.
- Lacasta, E. y Wilhelmi, M.R. (2004). *Matemáticas para maestros. Sistemas numéricos*. (Apuntes de clase inéditos). Pamplona: Universidad Pública de Navarra.

- LAHORA, C. (1992). *Actividades matemáticas con niños de 0 a 6 años*. Madrid: Narcea
- López de los Mozos, A. (2001). *Desarrollo de las operaciones de sumar y restar: comprensión de los problemas verbales*. Madrid: Universidad Complutense de Madrid. [Disponible en (5/5/2013) <http://biblioteca.ucm.es/tesis/psi/ucm-t25308.pdf>]
- Macías, R. *Formalización del número natural*. Autodidacta, revista online. Jerez de los caballeros (Badajoz) [Disponible en (18/5/2013) http://www.anpebadajoz.es/autodidacta/autodidacta_archivos/numero_1_archivos/r_m_hernandez_feb10.pdf]
- Moriana, B. y Bravo, R. *Enseñanza creativa para la Educación intercultural*. Martos (JAEN): CEIP "Tucci"
- Nunes, T. y Peter Bryant (2000). *Las matemáticas y su aplicación: la perspectiva del niño*. Oxford: siglo XXI editores.
- Palacios, J., Marchesi, A. y Coll, C. (2009). *Desarrollo psicológico y educativo. Psicología evolutiva*. Madrid: Alianza Editorial.
- Reed, D. (2007). *Psicología del desarrollo: infancia y adolescencia*, (Traducción de: *Developmental psychology childhood and adolescence* (1999). Brooks/Cole Publishing Company). Madrid: Thomson learning.
- Resnick, L.B. y Klopfer (1996). *Hacia un currículum para desarrollar el pensamiento: una visión general*. Argentina: Aique. Traducido de *Toward the thinking curriculum: current cognitive research* (Resnick, L.B. y Klopfer, 1989. Virginia: ASCD)
- Serrano, J.M. y Denia, A. (1994) *¿Cómo cuentan los niños?* Murcia: Instituto Ciencias de la Educación, ICE.
- Sadurní, M. (2003) *El desarrollo de los niños, paso a paso*. Barcelona: UOC
- Siegler (1983). Five generalizations about cognitive development. *American psychologist*. (Traducido: Carrero y García Madruga. *Cinco generalizaciones sobre el desarrollo cognitivo*. Lecturas psicológicas del pensamiento).
- Steffe y Cols (1982). *An analysis of children's creation of countable items while counting*. Nueva York: Praeger
- Woolfolk, A. (1999). *Psicología educativa*. (Traducido de: *Educational psychology*. Ed: Pearson education)

ANEXOS

Anexo I: fichas de los diferentes bloques del proyecto EntusiasMAT

- Ficha de numeración

0 + 4

0 + 5

2 + 6

6 - 2

4

5

8

4

2013/04/24

EntusiasMAT

Detailed description: This worksheet contains four rows of mathematical operations. Each row features a simple drawing of objects: 1) 4 buses, 2) 5 boats, 3) 2 cars and 6 trees, 4) 6 airplanes with 2 crossed out. To the right of each row is a box containing the result of the operation: 4, 5, 8, and 4 respectively. A date stamp '2013/04/24' is in the bottom right, and 'EntusiasMAT' is in the bottom left.

Consigna: pinta los objetos que representa cada uno de los números de la operación de sumar, y tacha los números que restamos, y averigua el resultado de la operación.

- Ficha de razonamiento lógico

A Pol le gustan las almendras, las avellanas y los cacahuetes. Pero prefiere las avellanas. ¿Cuántas podrá comer? 7.

Une los números y conseguirás que aparezca un monstruo.

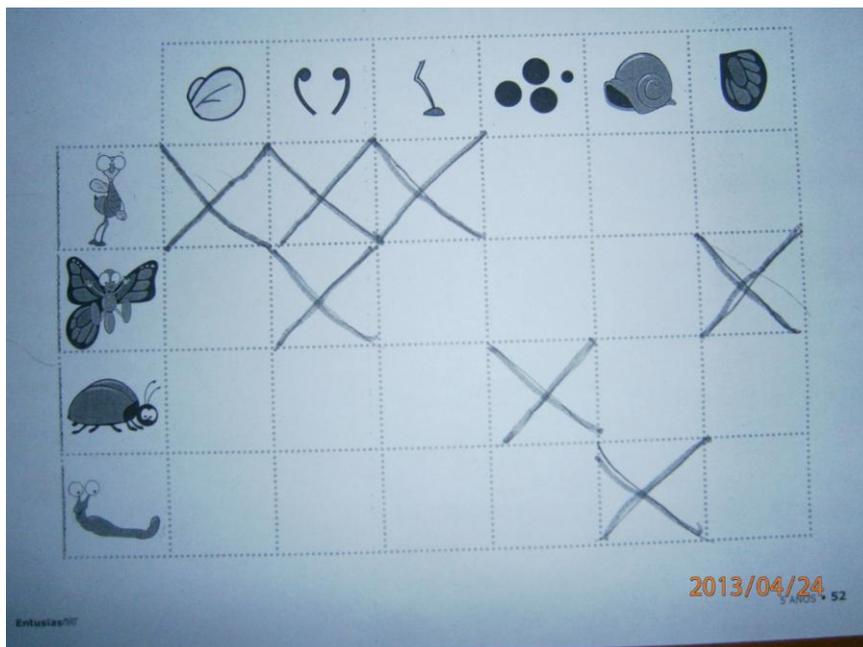
2013/04/24

5 AÑOS

Detailed description: The worksheet features a drawing of a bear on the left and a large nut on the right. The nut is divided into sections, each labeled with a number from 1 to 20. A small monster's face is visible through the nut's opening. The text at the top asks how many nuts Pol can eat, with the number 7 circled. The text at the bottom instructs to connect the numbers to reveal a monster. A date stamp '2013/04/24' is in the bottom right, and '5 AÑOS' is in the bottom left.

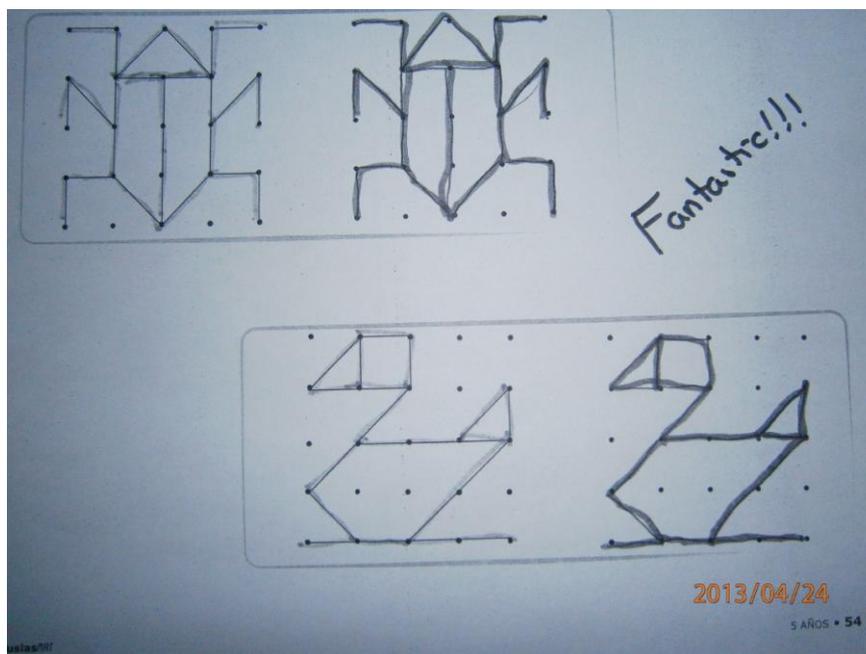
Consigna: la maestra lee el texto de la ficha

- Ficha de percepción visual



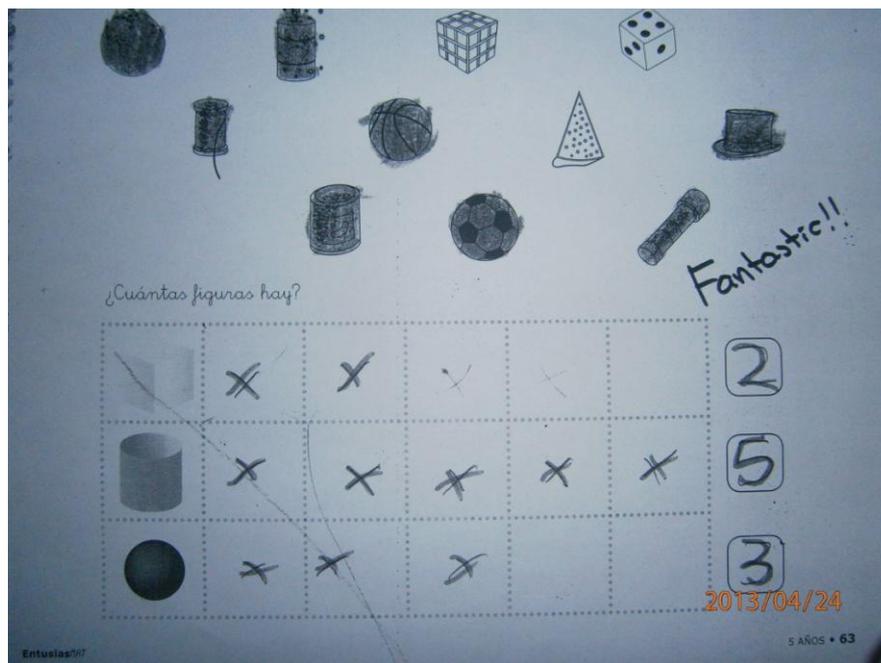
Consigna: haz una cruz debajo de cada una de las partes que le falta a cada animal, en su casilla correspondiente.

- Ficha de orientación espacial



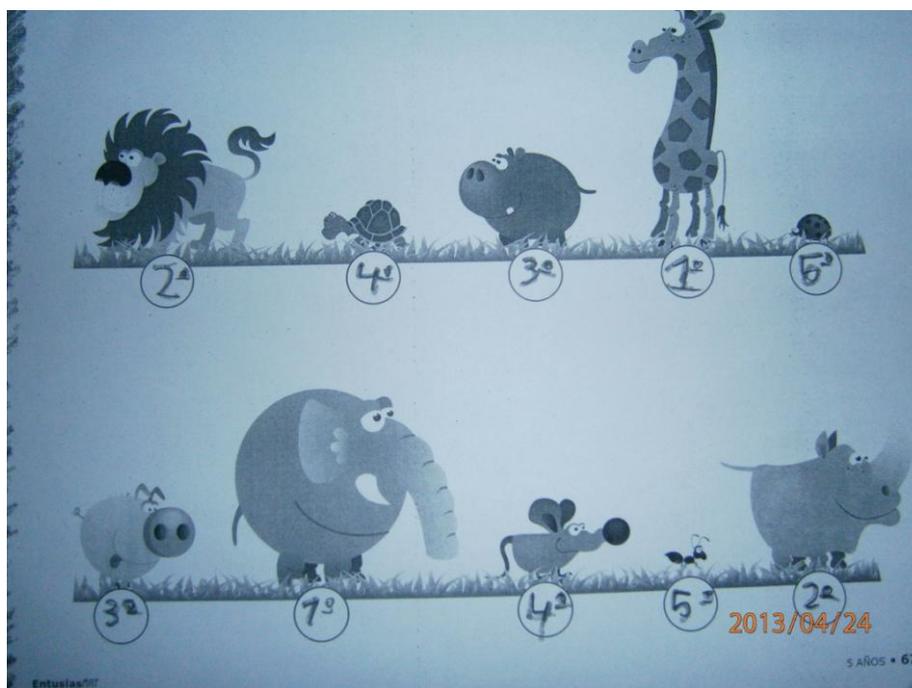
Consigna: sigue los puntos para representar el mismo animal.

○ Ficha de geometría



Consigna: cuenta los objetos y rellena con cruces las casillas de cada objeto.
Después, pon el resultado en el cuadrado.

○ Ficha de medida



Consigna: algunos animales son más altos que otros. Escribe el número ordinal, según la posición comenzando por el más alto hasta el más bajo.

ANEXO II: se exponen fotos de las actividades realizadas previas al proceso de experimentación.

- Realizan las sumas de los bits de operaciones presentados con los dedos de la mano.



- Buscan pareja de números para que el resultado sea 3.



- Los niños corrigen las operaciones en la pizarra

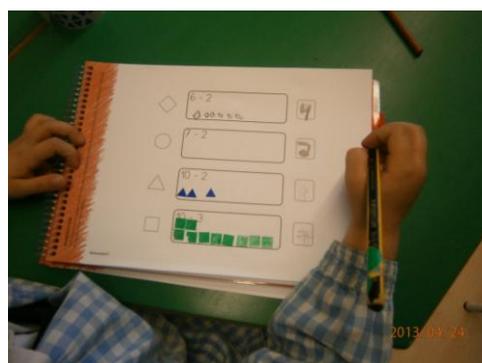
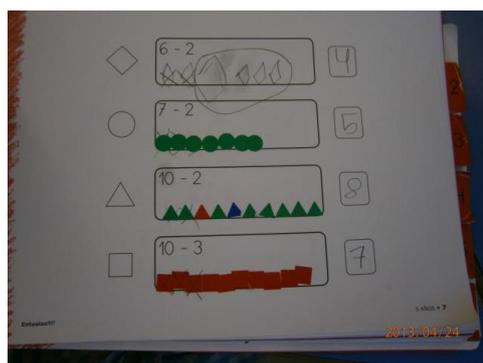


ANEXO III: fichas del proyecto EntusiasMAT que se realizan en la fase 2 previas al proceso de experimentación.

- Ficha nº 1



- Ficha nº2



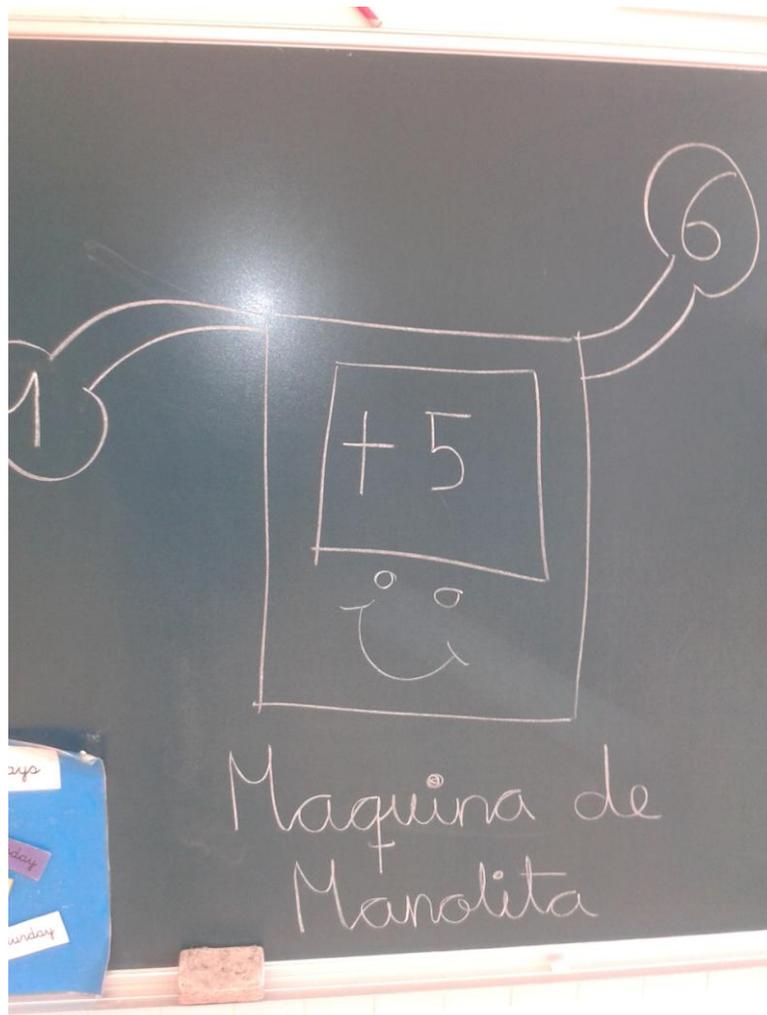
ANEXO IV: Materiales utilizados en la experimentación

- “Tablero”



En este tablero se colocan los bits con números entre 0 y 30 para realizar la representación matemática de las operaciones aritméticas básicas

- Máquina de Manolita



Con esta máquina realizamos operaciones en las que la incógnita puede ser el resultado o uno de los sumandos.

ANEXO V:

- Reconocen los números mayores que 10, incluso escriben cómo se llaman.



ANEXO VI: Actividades de la experimentación

- Realizan operaciones en la escalera numérica





- Bits con los que realizan las restas los niños y las exponen en el tablero.



8 + 3 = 11

18 - 14 = 4