

MATEMÁTICAS

Laura CRUZ ALBEA

ESTUDIO DE MÉTODOS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN 2º DE PRIMARIA

TFG/GBL 2013

Grado en Maestro en Educación Primaria

Trabajo Fin de Grado

**ESTUDIO DE MÉTODOS DE
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN 2º DE
PRIMARIA**

Laura CRUZ ALBEA

**FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y SOCIALES
UNIVERSIDAD PÚBLICA DE NAVARRA**

Estudiante / Ikaslea

Laura CRUZ ALBEA

Título / Izenburua

Estudio de métodos de resolución de problemas en 2º de Primaria

Grado / Gradu

Grado en Maestro en Educación Primaria / Lehen Hezkuntzako Irakasleen
Gradua

Centro / Ikastegia

Facultad de Ciencias Humanas y Sociales / Giza eta Gizarte Zientzien
Fakultatea

Universidad Pública de Navarra / Nafarroako Unibertsitate Publikoa

Director-a / Zuzendaria

M^a Carmen PRADOS OSES

Departamento / Saila

Matemáticas/Matematika

Curso académico / Ikasturte akademikoa

2012/2013

Semestre / Seihilekoa

Primavera / Udaberrik

Preámbulo

El Real Decreto 1393/2007, de 29 de octubre, modificado por el Real Decreto 861/2010, establece en el Capítulo III, dedicado a las enseñanzas oficiales de Grado, que “estas enseñanzas concluirán con la elaboración y defensa de un Trabajo Fin de Grado [...] El Trabajo Fin de Grado tendrá entre 6 y 30 créditos, deberá realizarse en la fase final del plan de estudios y estar orientado a la evaluación de competencias asociadas al título”.

El Grado en Maestro en Educación Primaria por la Universidad Pública de Navarra tiene una extensión de 12 ECTS, según la memoria del título verificada por la ANECA. El título está regido por la *Orden ECI/3857/2007, de 27 de diciembre, por la que se establecen los requisitos para la verificación de los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Primaria*; con la aplicación, con carácter subsidiario, del reglamento de Trabajos Fin de Grado, aprobado por el Consejo de Gobierno de la Universidad el 12 de marzo de 2013.

Todos los planes de estudios de Maestro en Educación Primaria se estructuran, según la Orden ECI/3857/2007, en tres grandes módulos: uno, *de formación básica*, donde se desarrollan los contenidos socio-psico-pedagógicos; otro, *didáctico y disciplinar*, que recoge los contenidos de las disciplinas y su didáctica; y, por último, *Practicum*, donde se describen las competencias que tendrán que adquirir los estudiantes del Grado en las prácticas escolares. En este último módulo, se enmarca el Trabajo Fin de Grado, que debe reflejar la formación adquirida a lo largo de todas las enseñanzas. Finalmente, dado que la Orden ECI/3857/2007 no concreta la distribución de los 240 ECTS necesarios para la obtención del Grado, las universidades tienen la facultad de determinar un número de créditos, estableciendo, en general, asignaturas de carácter optativo.

Así, en cumplimiento de la Orden ECI/3857/2007, es requisito necesario que en el Trabajo Fin de Grado el estudiante demuestre competencias relativas a los módulos de formación básica, didáctico-disciplinar y practicum, exigidas para todos los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Primaria.

En este trabajo, el módulo *de formación básica* se desarrolla a lo largo del segundo apartado, que se corresponde con el marco teórico. En él se hace referencia a varios autores que han hecho grandes aportaciones a la educación, como son Piaget, Vygotski y Ausubel.

El módulo *didáctico y disciplinar* permite trabajar las matemáticas desde la resolución de problemas. Se concreta a lo largo de todo el trabajo pues se alude a los problemas en cada apartado indicado en el índice, donde se estudian los diferentes métodos de resolución de problemas, su eficacia y los errores cometidos por el alumnado en los mismos. Además se realiza un pequeño recorrido por la historia de las matemáticas en cuanto a la resolución de problemas se refiere, en el que se mencionan autores que han trabajado y estudiado este amplio campo.

Asimismo, el módulo *practicum* se enmarca en los apartados 3 y 4 que se corresponden con los materiales y métodos, y el desarrollo de la propuesta. Este módulo permite poner en práctica la propuesta de trabajo para poder conseguir así los objetivos que se proponen en la misma.

Resumen

En este trabajo se pretenden observar los diferentes métodos que utilizan los alumnos y alumnas de un aula de 2º de Primaria para resolver problemas matemáticos, así como la eficacia de los mismos. En función de estos objetivos, se pretende realizar un análisis a cerca de los errores más comunes de los niños y niñas ante la resolución de problemas en matemáticas. Para ello, se propone el juego como principal elemento motivador.

Se trata de un trabajo empírico y experimental, donde se establece una relación de causa-efecto entre dos variables, que en este caso hacen referencia a los métodos de resolución y los principales errores que se derivan de los mismos.

Palabras clave: Problemas; resolución; métodos; eficacia; errores.

Abstract

The goal of this study is to observe the different methods used by children of second year of Primary school to solve mathematical problems and their efficiency. According to these objectives, it is pretended to analyze the most common mistakes made by boys and girls while resolving mathematical problems. To achieve this, games are used as the main encouraging element.

This is an empirical and experimental study in which a cause-effect relationship is established between two variables that in this case make reference to the resolution methods and the main mistakes that come from them.

Keywords: Problems; resolution; methods; efficiency; errors.

Índice

Introducción

1. Antecedentes, objetivos y cuestiones	1
1.1. Antecedentes	1
1.1.1. LGE	1
1.1.2. LOGSE	2
1.1.3. LOE	2
1.1.4. Principales aportaciones de autores en la resolución de problemas	3
1.2. Objetivos	5
1.3. Cuestiones	6
2. Marco teórico : Fundamentación e implicaciones docentes	6
3. Material y métodos	16
3.1. Situación inicial: ¿Cómo resuelve el alumnado los problemas?	17
3.2. Recursos temporales	19
3.3. Recursos espaciales	20
3.4. Recursos materiales	21
4. Desarrollo	21
4.1. Clasificación de los problemas de matemáticas	22
4.2. Sesiones de trabajo	25
4.2.1. Sesión 1	25
4.2.2. Sesión 2 y sesión 3	32
4.2.3. Sesión 4	37
5. Resultados y su discusión	42
5.1. Sesión 1	42
5.2. Sesión 2 y sesión 3	43
5.3. ¿Cuáles son los métodos de resolución de problemas más utilizados por los alumnos?	45
5.4. ¿Qué método de resolución de problemas resulta más eficaz?	52
5.5. ¿Qué tipo de problemas suponen mayor dificultad para los alumnos y alumnas?	53
5.6. ¿Cuáles son los errores más frecuentes que tienen los alumnos en la resolución de problemas matemáticos?	55
Conclusiones y cuestiones abiertas	
Referencias	
Anexos	
A. Anexo I	
A. Anexo II	
A. Anexo III	
A. Anexo IV	
A. Anexo V	

Introducción

El presente trabajo, es un trabajo de matemáticas porque de la amplia variedad de temas era quizás, la propuesta que más me interesaba. Además de considerarse muy útiles en la vida diaria, son una fuente de crecimiento personal indispensable en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

¿Y por qué los problemas?

Entre las cuatro propuestas que había, en la siguiente propuesta se trabaja la resolución de problemas, puesto que se considera indispensable que los alumnos y alumnas desarrollen su capacidad de razonar, que tan bien les va a venir para el resto de áreas y para el propio día a día.

En muchas ocasiones, los niños ven las matemáticas como algo aburrido y difícil, sin sentido alguno y que sirve para poco. En este trabajo se propone un taller de resolución de problemas donde la motivación será un elemento constante y la resolución de problemas el elemento principal.

Se trata de un taller que se pondrá en práctica en un aula de 2º de Primaria en la que estuve casi tres meses de prácticas, y por lo tanto, se conoce a los estudiantes, el nivel que tienen, hasta donde pueden llegar y cómo trabajan.

El alumnado debe poner en práctica todo su bagaje de conocimientos, así como lo que van a aprender en este taller; de esta forma, harán de su aprendizaje algo significativo, y podrán aplicar estos conocimientos ante cualquier problema que se les proponga, tanto en el presente como en el futuro.

1. ANTECEDENTES, OBJETIVOS Y CUESTIONES

1.1 Antecedentes

Actualmente existen gran variedad de modelos para resolver problemas de matemáticas. Sin embargo, hace unas décadas, la manera de resolver los problemas, difiere bastante de la que se emplea en las aulas del siglo XXI. Para llegar a la situación actual, los procesos de resolución han ido evolucionando año tras año, adaptándose a los recursos disponibles y las demandas de la sociedad.

Los cambios que suceden a lo largo de todos estos años, van a estar orientados a contestar a la siguiente pregunta: ¿qué papel se otorga a la resolución de problemas? Para encontrar una respuesta se va a hacer un recorrido teniendo en cuenta: Por un lado, algunas de las leyes de educación de estos últimos años, y los decretos forales que se derivan de las mismas y que establecen el currículo de las enseñanzas de Educación Primaria en la Comunidad Foral de Navarra, y por otro lado, las aportaciones de varios autores a lo largo de los años en la resolución de problemas.

A lo largo de la historia del currículo se han señalado distintos enfoques en las matemáticas escolares. En ciertos momentos históricos los currículos de matemáticas han destacado su componente estructural, presentándose como algo construido y caracterizándose por su precisión, por su carácter formal y abstracto, por su naturaleza deductiva y por su organización a menudo axiomática.

1.1.1 LGE (1970): *Ley General de Educación*.

Esta Ley supone un cambio muy significativo en los aspectos curriculares. Además de la importancia de las materias instrumentales, se incorporan nuevas áreas de enseñanza. Asimismo se pretende cambiar el enfoque de las materias tradicionales (matemáticas y lengua), y se proponen la globalización y la interdisciplinariedad como principios.

1.1.2 LOGSE (1990): Ley Orgánica General del Sistema Educativo.

A partir de la Ley Orgánica 1/1990, de 3 de octubre, de Ordenación General del Sistema Educativo, se establece en Navarra el Decreto Foral 100/1992 de 16 de marzo, que organiza los contenidos de las áreas del currículo en bloques en los que se especifican los conceptos, procedimientos y actitudes en la enseñanza.

El currículo aborda el área de las matemáticas desde el constructivismo, teniendo en cuenta que el valor formativo de las matemáticas depende sobre todo de cómo se enseñan y aprenden. La necesidad de apoyar las matemáticas en hechos y situaciones que son significativas para el alumnado, hace que se acerquen a la realidad, para explorarla, representarla, explicarla y predecirla. El desarrollo del aprendizaje matemático se basa en la experiencia y en la inducción, pues a partir de experiencias concretas (contar, comparar, clasificar, relacionar), los alumnos y alumnas van a adquirir representaciones lógicas, que en un futuro se formalizarán en un sistema deductivo, independiente de la experiencia directa.

Las consideraciones estudiadas y propuestas en los años anteriores sobre la resolución de problemas, comienzan ahora a difundirse e introducirse en el desarrollo curricular. Es entonces cuando se empieza a considerar la resolución de problemas como actividad fundamental para construir conceptos matemáticos, proponiéndose desde una perspectiva de reflexión continua y sistemática sobre el propio proceso de trabajo.

Tal y como se puede observar en el currículo, la resolución de problemas tiene una presencia importante en el mismo. Sin embargo, con los años ha ido adquiriendo cada vez más relevancia, hasta situarse en la actualidad, con la actual Ley Orgánica de Educación.

1.1.3 LOE (2006): Ley Orgánica de Educación.

Con la Ley Orgánica de Educación 2/2006 del 3 de Mayo se establece un nuevo marco educativo. Así pues, el 19 de marzo de 2007, entra en vigor el currículo de las enseñanzas de Educación Primaria en la Comunidad Foral de Navarra, que establece el Decreto Foral 24/2007.

El principal cambio que se propone es el desarrollo de las competencias básicas, a través del trabajo en las áreas del currículo. La inclusión de las competencias en el currículo se propone con el objetivo de que los alumnos y alumnas integren los diferentes aprendizajes, los relacionen y sepan utilizarlos de manera efectiva en diferentes situaciones y contextos.

De esta forma, el desarrollo de la competencia matemática, según el currículo (2009, pp. 27), al final de la Educación Primaria, conlleva utilizar los elementos y razonamientos matemáticos para interpretar y producir información, para resolver problemas de situaciones cotidianas y para tomar decisiones. Es decir, se trata de aplicar destrezas y actitudes que permitan al alumnado razonar, comprender, expresarse y comunicarse matemáticamente, y al mismo tiempo integrar este conocimiento matemático con otros tipos de conocimientos para dar una mejor respuesta a las diferentes situaciones a las que nos enfrentemos en el día a día.

Por último decir que el área de matemáticas propone trabajar la resolución de problemas transversalmente en todos los bloques de contenidos del área, por lo que se puede afirmar que la resolución de problemas tiene una importancia fundamental en la enseñanza de las matemáticas actuales.

Una vez realizado un pequeño recorrido a través de las matemáticas y la resolución de problemas en el currículo, se presentan a continuación las aportaciones de algunos de los autores más influyentes en la historia de la resolución de problemas, y que por tanto han sido referentes en muchas escuelas.

1.1.4 Principales aportaciones de autores en la resolución de problemas

En base a un artículo escrito por Lorenzo Blanc (1996), se puede decir que el primer modelo más importante se debe a Wallas (1926), quien propone cuatro fases de resolución:

1. Preparación: Se recopila y analiza la solución, y se producen los primeros intentos de solución.
2. Incubación: Es una fase en la que se deja el problema en un segundo plano para descansar o realizar otras actividades.

3. Iluminación: Aparece la idea para llegar a la solución.
4. Verificación: En esta fase se comprueba la solución.

Dos décadas después la obra de George Polya *How to solve it* (1945), supone una gran aportación al mundo de la resolución de problemas. Este autor persigue que cualquier persona logre convertirse en el *resolutor ideal*. Para ello propone, por un lado cuatro fases en la resolución (comprender el problema, concebir un plan, ejecución del plan, y examinar la solución obtenida), y por otro lado, insiste en la importancia de combinar la acción del profesor, con el empleo de las estrategias heurísticas; es decir, el empleo de todas las operaciones mentales que son útiles para resolver problemas. A partir de este momento, la mayoría de aportaciones posteriores se basan en la aportación de Polya.

Así pues, en 1985, Schoenfeld, diseña un modelo más global que el anterior, en el que no pretende hacer de cada persona un resolutor ideal, sino hacerlo mejorar, en un proceso de resolución que no es lineal. Este autor, propone el análisis, la exploración, la ejecución y la comprobación como fases en la resolución de problemas.

Por último, cabe mencionar el modelo propuesto por Guzmán en 1991, en el que propone para la resolución de problemas la necesidad de una actitud adecuada basada en la confianza, la tranquilidad, la disposición para aprender, y la curiosidad. Además, propone ciertos bloqueos que se van a dar en los alumnos y alumnas si adquieren una actitud opuesta a la propuesta. Insiste en la importancia de conocernos a nosotros mismos para utilizar nuestros propios recursos y conocimientos de manera eficaz. Como el resto de autores, basa la resolución de problemas en cuatro fases: Familiarización con el problema, búsqueda de estrategias, desarrollo de la estrategia, y revisión del proceso.

El estudio y la investigación en la resolución de problemas, han hecho que esta actividad tan importante, esté cada vez más presente y adquiera mayor importancia en las escuelas, permitiendo que los alumnos y alumnas sean cada vez más competentes en la aplicación de los diferentes conceptos matemáticos. Además, permite al estudiante construir activamente su propio aprendizaje, hacerlo significativo a través de la lógica y del razonamiento, y

aplicarlo a diferentes situaciones de su vida real. Por esta y muchas otras razones constituye uno de los aprendizajes fundamentales de la educación que le va a ser útil al niño y niña no sólo en el ámbito escolar, sino también en el ámbito personal de su vida.

1.2 Objetivos

Todo trabajo se hace con un propósito. Unos se hacen para informar, otros para enseñar, otros, también para enriquecerse personalmente, para poner algo en práctica...

Al tratarse esta propuesta de un trabajo empírico se intentan englobar todos estos objetivos: Por un lado el trabajo se va a poner en práctica con el objetivo de alcanzar las metas propuestas a continuación. Además, se está informando al lector sobre el tema estudiado. En esta línea, algo que informa, por lo general, suscita un aprendizaje, que en este caso está relacionado con los métodos de resolución de problemas en matemáticas, y en consecuencia, los errores más comunes en el alumnado durante la resolución. Y por último, y no por ello menos importante, todo aprendizaje enriquece a la persona, tanto al emisor (quien lo ha trabajado) como al receptor (quien es informado y aprende).

Así pues, se proponen para este trabajo cuatro objetivos principales:

1. Analizar los métodos de resolución de problemas más utilizados por los alumnos.
2. Observar cuáles de los métodos de resolución de problemas son más eficaces.
3. Identificar los errores más frecuentes que tienen los alumnos en la resolución de problemas matemáticos.
4. Elaborar una propuesta de mejora, en función de los resultados obtenidos y las dificultades observadas.

1.3 Cuestiones

Además de proponerse estos objetivos como meta a alcanzar en este trabajo, también se plantean algunas cuestiones a las que se pretende encontrar respuesta a lo largo de la puesta en práctica de esta propuesta de trabajo.

1. ¿Son capaces los alumnos y alumnas de resolver problemas de multiplicar y dividir sin haber estudiado dichos conceptos?
2. ¿Ayuda la motivación a que los estudiantes resuelvan mejor los problemas de matemáticas?
3. ¿Deben los alumnos y alumnas escoger un método de resolución de problemas adecuados a su edad?
4. ¿Cuál de los métodos de resolución de problemas utilizados da mejores resultados?
5. ¿Cuáles son las dificultades principales que llevan al error de los alumnos y alumnas en la resolución de problemas?
6. ¿Favorece la distribución en pequeños grupos de trabajo, la resolución de problemas matemáticos?

2. MARCO TEÓRICO: FUNDAMENTACIÓN E IMPLICACIONES DOCENTES

El Decreto Foral 24/2007 de 19 de marzo por el que se establece el currículo de Educación Primaria (2009, pp. 103-109) concede una importancia notable a la resolución de problemas, y es por ello que son protagonistas en muchos de los aspectos presentes en el currículo.

Tal y como dice el currículo, y muy de acuerdo con ello, el aprendizaje de las matemáticas ha de ir dirigido a enriquecer sus posibilidades de utilización. Por un lado porque las matemáticas son útiles en diferentes ámbitos de la vida, y por otro lado, porque potencian las capacidades cognitivas de los niños y niñas.

Es importante que para ello, los estudiantes trabajen las matemáticas en contextos funcionales que se relacionen con la vida diaria, para que, adquieran de manera progresiva conocimientos más complejos a partir de la experiencia.

Tal y como se ha comenzado diciendo, uno de los ejes principales en el área de matemáticas, es la resolución de problemas, y dentro de esta área tan extensa, se consideran los problemas como uno de los aprendizajes primordiales para desarrollar la capacidad de razonamiento y el pensamiento lógico en el alumnado. Especialmente porque en la resolución de problemas se utilizan muchas de las capacidades básicas: leer comprensivamente, reflexionar, establecer un plan de trabajo que los alumnos y alumnas van revisando durante la resolución del problema, y si es necesario modifican, y comprobar la solución. En consecuencia, constituye la principal fuente de contenidos que contribuye a desarrollar la autonomía e iniciativa personal del alumnado.

Además, la resolución de problemas se encuentra presente en todos los contenidos que se trabajan en matemáticas, y es por ello que actúa como eje transversal del área, contribuyendo de esta manera a alcanzar la mayor parte de los objetivos que se proponen en el currículo de Educación Primaria.

Se puede decir que las matemáticas están muy presentes en el día a día y por tanto son protagonistas en nuestras vidas. A pesar de ello, es difícil en muchas ocasiones que los niños y niñas en las primeras etapas de aprendizaje, sepan valorar las matemáticas como algo útil, siendo los maestros quienes se encargarán de cambiar esta forma de pensar.

Hoy en día, la sociedad demanda una educación diferente, donde destaquen métodos innovadores y motivadores que sean eficaces para el alumnado. Desde la propia experiencia, se puede decir que la realidad de muchas escuelas está bien lejos de conseguir este objetivo, y tristemente, todavía se ven muchas aulas con niños y niñas poco motivados, donde el aprendizaje es poco atractivo, monótono y en muchas ocasiones, resulta difícil trasladarlo a la realidad. Actualmente, la resolución de problemas se considera la parte más esencial de las matemáticas. Bien es sabido que a lo largo de los años, se ha valorado excesivamente el razonamiento mecánico. Sin embargo, muchas de las actividades que se proponen no son útiles si no tienen sentido, funcionalidad y no son significativas para el alumno. Por ello se precisa un cambio, y se necesita la presencia de unas matemáticas que sean diferentes.

Esto obliga a introducir métodos pedagógicos e innovadores que permitan construir un aprendizaje significativo desde las primeras etapas educativas. Para ello, es necesario proporcionar al alumnado de recursos que permitan comprender que las matemáticas tienen sentido y son divertidas. Como ejemplos se proponen: pasatiempos, olimpiadas matemáticas, enigmas, juegos con nuevos materiales de geometría, construcciones, representación de figuras, rompecabezas, juegos de ordenador, adivinanzas numéricas y juegos de estrategia, entre otros. (Abrantes et al., (2002). En definitiva, se trata de proponer recursos metodológicos recreativos que hagan más agradable el aprendizaje de las matemáticas.

Es evidente de que es difícil romper con las matemáticas tradicionales y por supuesto, supone un gran esfuerzo por parte de los docentes. No obstante, si en las aulas siguen estando presentes muchos de estos métodos que tan poca motivación suponen en las aulas, probablemente continuarán creciendo las dificultades de aprendizaje del alumnado, no sólo en matemáticas, sino en muchas otras áreas.

Basándome en un artículo de Fuentes; & Bofarull (2001, pp. 78-79) estas dificultades pueden ser causadas tanto por factores internos, en caso de que los alumnos y alumnas no posean un desarrollo cognitivo suficiente y adecuado a su edad, como por factores externos al alumnado, de los cuales es la actuación del profesorado y la manera de plantear las actividades en el aula la responsable. La actitud del maestro influye no sólo en la motivación del alumnado, sino también en su autonomía y por tanto en su rendimiento.

Las dificultades más frecuentes en los estudiantes se centran principalmente en la realización del cálculo y en el propio proceso de resolución del problema. Durante la realización del cálculo puede producirse un déficit procedimental, que se debe a un retraso en el desarrollo del niño o niña, que hace que se utilicen estrategias inmaduras, tengan errores en el recuento, o una ejecución lenta. También puede producirse un déficit relacionado con la recuperación de la información; esto significa que los alumnos tienen dificultad para mantener activadas simultáneamente las operaciones que tiene que hacer en función de la respuesta que deben dar al problema. En cuanto a las dificultades que surgen en la resolución de problemas, se relacionan con la falta de

conocimiento lógico-matemático, y con la falta de comprensión lingüística del texto del problema. A pesar de que algunas de las dificultades puedan estar directamente relacionadas con una dificultad en el lenguaje verbal, el currículo considera un objetivo mínimo y prioritario la resolución de problemas dentro del área de las matemáticas, por lo que en este caso, se estaría hablando de un déficit dentro de esta área y no de la de lengua.

La detección de las dificultades es tarea de una buena observación por parte del docente, que va a permitir identificar los déficits de cada alumno o alumna e identificar así la zona de desarrollo próximo de la que tanto habla Vygotski. Es decir, qué actividades es capaz de resolver el niño o niña con ayuda de una persona adulta. Sólo estas actividades van a permitir el progreso del alumnado, ya que las que se encuentran por debajo resultan repetitivas y no aportan nada nuevo, y las que están por encima van a provocar un bloqueo en el estudiante puesto que no posee los conocimientos previos suficientes para poder hacer frente a esa tarea exitosamente, con la posibilidad de que el niño o niña se desmotive y pierda el interés.

La enseñanza y aprendizaje de la resolución de problemas conlleva mucho tiempo, puesto que está ligado al desarrollo cognitivo del niño o niña, aspecto que le va a permitir resolver problemas cada vez más complejos. No obstante, esta habilidad para resolver problemas no sólo se adquiere resolviendo muchos problemas, sino adquiriendo estrategias y diferentes técnicas de resolución heurísticas; y lo heurístico según las palabras de Polya (1965) significa “que sirve para descubrir”.

La tarea del maestro es sembrar la confianza en los alumnos y alumnas para ser capaces de resolver diferentes problemas, y así, en un futuro, poder recoger el fruto de ese aprendizaje que es, la adquisición de una óptima capacidad de lógica y razonamiento. Para ello, debemos dejar que el alumnado se enfrente a las dificultades que pueda encontrarse, y que así aprenda a superarlas.

Resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no se consigue de forma inmediata, utilizando los medios adecuados. (Polya, 1976, citado en Abrantes et al., 2002).

Según un artículo de Abrantes et al., (2002, pp. 113), para llegar a resolver correctamente los problemas, el alumno ha de disponer de:

1. Conocimientos matemáticos adecuados para resolver el problema.
2. Conocimiento de estrategias heurísticas.
3. Deseo de resolver el problema, porque se ve capaz. Es decir, porque sabe aplicar los conocimientos y estrategias que posee.

Y en esta misma línea, desde mi experiencia y de acuerdo al pensamiento de Santos (1996) los problemas deben tener las siguientes características:

1. Sin ser triviales, los problemas deben ser accesibles a los estudiantes sobre la base de sus conocimientos previos. No deben requerir el uso de ideas sofisticadas o gran cantidad de procedimientos mecánicos.
2. Deben poderse resolver por medio de diferentes formas o caminos (varios métodos de solución).
3. Deben ilustrar ideas matemáticas importantes.
4. No debe involucrar trucos o soluciones sin explicación.
5. Deben poder extenderse o generalizarse a otros contextos donde se muestren exploraciones o conexiones matemáticas. (Santos, 1996 pp. 59, citado en Carrillo Yáñez, & Contreras González 2000, pp. 217).

Polya (1965), basándose en Skinner y su teoría del estímulo-respuesta en la cabeza, propone en su libro *cómo plantear y resolver problemas* (pp. 19), un modelo en el que se incluyen unas pautas distribuidas en cuatro fases, que ayudan a resolver los problemas de manera correcta:

1. Comprender el problema:
 - ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos?
 - ¿Cuál es la condición? ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita? ¿Es insuficiente? ¿Redundante? ¿Contradictoria?

2. Concebir un plan:

- ¿Se ha encontrado con un problema semejante? ¿O ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?
- ¿Conoce un problema relacionado con éste? ¿Conoce algún teorema, que le pueda ser útil? Mire atentamente la incógnita y trate de recordar un problema que le sea familiar y que tenga la misma incógnita o una incógnita similar.
- He aquí un problema relacionado al suyo y que se ha resuelto ya. ¿Podría usted utilizarlo? ¿Podría utilizar su resultado? ¿Podría emplear su método? ¿Le haría a usted falta introducir algún elemento auxiliar a fin de poder utilizarlo?
- ¿Podría enunciar el problema en otra forma? ¿Podría plantearlo en forma diferente nuevamente? Refiérase a las definiciones si no puede resolver el problema propuesto, trate de resolver primero algún problema similar. ¿Podría imaginarse un problema análogo un tanto más accesible? ¿Un problema más general? ¿Un problema más particular? ¿Un problema análogo? ¿Puede resolver una parte del problema? Considere sólo una parte de la condición; descarte la otra parte; ¿en qué medida la incógnita queda ahora determinada? ¿En qué forma puede variar? ¿Puede usted deducir algún elemento útil de los datos? ¿Puede pensar en algunos otros datos apropiados para determinar la incógnita? ¿Puede cambiar la incógnita? ¿Puede cambiar la incógnita o los datos, o ambos si es necesario, de tal forma que la nueva incógnita y los nuevos datos estén más cercanos entre sí?
- ¿Ha empleado todos los datos? ¿Ha empleado toda la condición? ¿Ha considerado usted todas las nociones esenciales concernientes al problema?

3. Ejecución del plan:

- Al ejecutar su plan de la solución, compruebe cada uno de los pasos.
- ¿Puede usted ver claramente que el paso es correcto? ¿Puede usted demostrarlo?

4. Visión retrospectiva:

- ¿Puede usted verificar el resultado? ¿Puede verificar el razonamiento?
- ¿Puede obtener el resultado en forma diferente? ¿Puede verlo de golpe?
- ¿Puede usted emplear el resultado o el método en algún otro problema?

En cualquier caso, es necesario proponer problemas que los estudiantes puedan resolver en grupos, donde los niños y niñas se apoyen unos en otros, se hagan preguntas, consideren diferentes alternativas, y discutan a cerca de la estrategia a elegir. En definitiva, se trata de que aprendan los unos de los otros, donde el maestro sea una guía para el alumnado y les ayude a ser más creativos en este largo camino como es la resolución de problemas.

Como se ha dicho previamente, la tarea principal del maestro es formar a sus alumnos para que sean capaces de enfrentarse a diferentes problemas de la vida. Sin embargo, el objetivo más difícil que pretende alcanzar todo maestro, quizás sea hacer que sus alumnos y alumnas disfruten durante el aprendizaje. Y, ¿Cuándo van a disfrutar los estudiantes ante la resolución de problemas? El disfrute surgirá cuando el alumno o alumna tome conciencia de los errores durante la resolución, así como de las decisiones que debe tomar para mejorar en su proceso formativo.

Sin embargo, para que los estudiantes consigan disfrutar en la resolución de problemas no sólo es suficiente una buena motivación, sino que es preciso un desarrollo cognitivo adecuado a su edad donde la capacidad de razonamiento, atención y memoria estén siempre presentes. Para hablar de estos aspectos se han tomado referencias de Fernández Bravo. (2000, pp. 21-34).

En este sentido, la atención de un niño o niña, va a aumentar cuando esté disfrutando de la actividad. En el desarrollo de la atención se debe tener en cuenta que el tiempo dedicado a la resolución de problemas, la cantidad de problemas propuestos y la diversidad de problemas, sea la adecuada, para que el alumnado no disminuya la atención en la tarea propuesta y pierda el interés.

Por otro lado, el razonamiento es esencial en las situaciones problemáticas que se proponen en un aula, puesto que resolver un problema implica razonar. De esta forma, los alumnos y alumnas deben emplear la lógica del pensamiento para poder dar solución a diferentes problemas.

Por último decir, que tan importante es la memoria para aprender a resolver problemas, como lo es la resolución de problemas para desarrollar la memoria. En este caso se refiere a la memoria lógica, que es la que va a permitir al alumno desglosar el problema, dividirlo y analizarlo.

En la enseñanza, además de los contenidos que se imparten, hay que tener en cuenta el desarrollo de los estudiantes, para poder así adaptar dichos contenidos al grupo de alumnos y alumnas al que nos enfrentamos. Para hablar del desarrollo del niño y niña se recogen principalmente características del constructivismo, donde el conocimiento se construye a partir de la experiencia sensorial (lo empírico) y lo racional. Como autores que basan sus teorías en este enfoque destacan Vygotski, Piaget y Ausubel.

Para empezar, Piaget reconoce el carácter activo del sujeto en la elaboración de su propio conocimiento, aspecto primordial en la resolución de problemas. Además organiza el conocimiento en esquemas que se pueden modificar, combinar, reorganizar o coordinar durante el desarrollo. La finalidad de cada persona es adaptarse a las diferentes situaciones con las que se encuentra, y por tanto eliminar las dificultades que puedan surgir. Para resolver estas dificultades cada uno pone en marcha dos mecanismos en los que Piaget basa su teoría: la asimilación y la acomodación.

Mediante la asimilación el sujeto puede integrar conocimientos nuevos en un esquema ya creado. Y a través de la acomodación, el niño o niña puede modificar sus estructuras de conocimiento en función de las demandas del medio. Es decir, cuando un alumno o alumna se enfrenta ante un problema de matemáticas con elementos que no encajan en los conocimientos que posee se produce un desequilibrio, y es entonces cuando el estudiante tiene que modificar o crear nuevos esquemas que le permitan asimilar esta nueva información.

Piaget, propone en su teoría diferentes períodos en el desarrollo de la inteligencia: Sensoriomotor, de operaciones concretas, y de operaciones formales. En el presente trabajo únicamente se habla del período de las operaciones concretas ya que es en esta etapa donde se encuentran los alumnos y alumnas a los que va destinada esta propuesta. Este período se divide en dos subperíodos, el preoperatorio (de 2 a 5-6 años), y el de operaciones concretas (de 5-6 años hasta 11-12). (Corral Iñigo, Delgado Egido, García Nogales, Giménez-Dasí, & Mariscal Altares., 2008).

Piaget define diferentes rasgos que caracterizan el pensamiento del niño en este período: En primer lugar la descentración del pensamiento, en la que el autor afirma que a partir de los 6-7 años los niños y niñas son capaces de tener en cuenta al mismo tiempo más de una dimensión de un objeto, de atender a diferentes propiedades de la realidad y de considerar varios puntos de vista. En segundo lugar, la distinción entre apariencia y realidad, donde son capaces de inferir conclusiones más allá de los datos observables. El tercer rasgo es la conciencia de que un acontecimiento es reversible. Y por último, un niño o niña es capaz de tener en cuenta las transformaciones de una misma entidad, fijándose en los estados inicial y final de la misma.

Así pues, con 7-8 años, el alumno o alumna comienza a resolver tareas de conservación, clasificación, seriación, y comprensión de la secuencia numérica. Son tareas que requieren de operaciones mentales, y que el propio autor define como acciones internas que permiten al niño o niña realizar transformaciones mentales con los objetos (reordenarlos, combinarlos, invertirlos, cambiarlos).

Por otro lado, en esta edad, los estudiantes sólo son capaces de pensar sobre los aspectos de un problema tal y como se le presentan, es decir, utilizan la lógica sólo con datos concretos, presentes o reales. Pueden llegar a considerar situaciones posibles adicionales, pero siempre con apoyos, y basándose en lo real. Los problemas abstractos están todavía fuera de su capacidad, pero en esta edad, los niños y niñas ya son capaces de distinguir la información relevante de la irrelevante en un problema (aunque todavía cometen errores). Poco a poco, con la experiencia y la madurez serán capaces de resolver problemas cada vez más complejos, puesto que lo que se aprende no es

totalmente nuevo, sino que siempre se realiza sobre un esquema anterior. (Brioso Díez., et al. (2009).

A diferencia de Piaget, Vygotski propuso tres ideas sobre el desarrollo y el aprendizaje que se diferencian de las aportaciones de Piaget: Los procesos del desarrollo del niño son independientes del aprendizaje.

1. El aprendizaje es desarrollo.
2. Anula los extremos de las dos ideas anteriores combinándolas entre sí.

De esta manera, Vygotski construye su aportación a la teoría de aprendizaje y desarrollo, y propone dos niveles evolutivos: el real, y la zona de desarrollo próximo (ZDP). El primero se corresponde con lo que el niño o niña es capaz de hacer en función del nivel de desarrollo de sus funciones mentales, es decir, la capacidad de resolver los problemas de manera independiente. Y la zona de desarrollo próximo es la distancia entre el nivel de desarrollo real y el nivel de desarrollo potencial, en el que el alumno o alumna es capaz de resolver un problema bajo la guía de un adulto o con otro compañero más capaz. En definitiva, en esta zona se encuentran las funciones que todavía no han madurado. (Brioso Díez., et al. (2009).

Para cerrar este apartado es necesario destacar una teoría que debe estar presente no sólo en las matemáticas, sino en cualquier aprendizaje. Se trata del aprendizaje significativo del que tanto habla Ausubel. Esta teoría constructivista hace que los estudiantes relacionen los nuevos conocimientos con aquellos que ya posee para lograr así, nuevos aprendizajes. La experiencia es la protagonista principal, y tanto es así, que considero esta teoría esencial para poder enfrentarnos a cualquier tipo de problema, no sólo de matemáticas, sino de la vida en general.

Para terminar, sólo decir que tal y como afirman G. Polya y G. Szego, “en el aprendizaje del pensar sólo la práctica del pensar es verdaderamente útil”. Citado en Guzmán (1994, pp. 17).

3. MATERIAL Y MÉTODOS

La propuesta de trabajo se dirige a los alumnos de 2ºA de Educación Primaria de un colegio de Pamplona, donde pude realizar las prácticas escolares VI durante casi 3 meses.

Se trata de una clase de 28 alumnos, aunque sólo se van a utilizar los resultados de 27 de ellos, puesto que una alumna presenta una discapacidad intelectual que hace que posea un nivel académico de 3º de Infantil, es decir, presenta un desfase curricular de dos cursos, y por tanto tiene ACI.

Además, otra alumna presenta un nivel de lecto-escritura de 1º de primaria, por lo que la comprensión lectora, y por tanto de los enunciados de los problemas es muy baja. No obstante, los resultados de esta alumna si se utilizarán puesto que sigue el currículum ordinario.

Por último, también es preciso hablar de un alumno de familia desestructurada. Es un tanto desafiante en ciertas asignaturas y con profesores puntuales. Intelectualmente es muy capaz, pero sus pérdidas de atención constantes por falta de motivación, puede que no den los resultados esperados. No obstante también vamos a utilizar los resultados de este alumno en el análisis de la resolución de problemas.

Para terminar, decir que en el aula se encuentran tres alumnos extranjeros en: Una alumna colombiana, otra alumna ecuatoriana y un tercer alumno búlgaro, aunque ninguno de ellos presenta problemas de aprendizaje.

Se trata de un aula muy variada, y a pesar de que son muy habladores, se respira un buen ambiente de trabajo. Además, los alumnos y alumnas están acostumbrados a trabajar tanto en pequeños grupos como individualmente.

Durante la propuesta de trabajo, se pretende que los alumnos y alumnas sean los protagonistas, y por ello, el profesor actúa en un segundo plano como guía y apoyo para ellos. El papel del maestro se limitará especialmente a proponer problemas interesantes, ayudar durante el proceso, en la superación de los miedos y bloqueos que puedan tener los niños y niñas, proponer desafíos, animar y motivar al alumnado a reconocer sus méritos, proponer situaciones para mejorar, etc.

Así pues, se trata de una propuesta motivadora en la que los niños y niñas van a tener que ir resolviendo una serie de problemas y enigmas matemáticos. Se decide trabajar los problemas matemáticos porque durante las prácticas se pudo observar que era un tema que no suscitaba demasiado interés por parte del alumnado. De esta forma, se utiliza el juego como principal elemento motivador con el objetivo de mantener un rendimiento óptimo y constante en el alumnado, y por supuesto, para que vean las matemáticas como algo divertido. A través de las actividades propuestas en las distintas sesiones que se explican a continuación, se van a analizar también los métodos de resolución de problemas más utilizados por los niños y niñas, así como los errores que cometen, y a qué se deben. De esta forma, se utilizarán gráficos para que quede representada toda la información.

3.1 Situación inicial: ¿Cómo resuelve el alumnado los problemas?

Este colegio de Pamplona es un centro que trabaja por proyectos, utilizando únicamente el libro de texto para las asignaturas de lengua, matemáticas, música y religión. No obstante, en las asignaturas de matemáticas y lengua utilizan el libro principalmente para realizar ejercicios en casa.

El libro de matemáticas se titula "Cifras 2" y es de la editorial Vicens Vivens; en él se propone una amplia variedad de problemas, ejercicios y actividades que los alumnos y alumnas deben resolver utilizando diferentes métodos, como dibujos, gráficas y operaciones aritméticas principalmente, entre otros.

Los niños y niñas de 2º utilizan principalmente los algoritmos de las operaciones, aunque en algunos de los problemas propuestos se espera que utilicen además otros métodos, puesto que se trata de problemas que invitan a razonar y a utilizar la lógica, y no sólo a elegir una operación aritmética.

Dedican una sesión de matemáticas a la semana a la resolución de problemas. La metodología que se utiliza implica una participación activa por parte de los alumnos y alumnas, y los problemas son propuestos de diferentes maneras:

- *Sesión tradicional:* El alumnado resuelve problemas que propone la profesora en la pizarra de manera individual. Al final de la sesión los alumnos y alumnas van resolviendo los problemas en la pizarra para que los puedan corregir el resto de compañeros. Si algún niño o niña no lo entiende es el propio alumno o alumna que lo ha corregido quien lo explica. Otros compañeros o la maestra le ayudan en caso de que lo necesite.
- *La ruleta:* Ésta, es una técnica que motiva mucho a los alumnos. Consiste en resolver problemas que propone la profesora lo más rápido posible. Cuando lo terminan se van poniendo en fila y la maestra según el resultado les escribe un uno si es correcto, o nada si no es correcto. Al final los alumnos cuentan los puntos que han obtenido y lo anotan. Se trata de una actividad de superación personal en la que los niños y niñas deben intentar aumentar o igualar sus puntuaciones en sesiones posteriores.
- *La caja de problemas:* Se trata de un recurso que elaboré personalmente durante las prácticas escolares VI, y por tanto llevan poco tiempo utilizándolo. Incluye un gran abanico de ejercicios y problemas de matemáticas divididos en tres niveles de dificultad (nivel 1, amarillo; nivel 2, azul; nivel 3, naranja). En cada nivel hay 30 tarjetas que deben resolver, y los niveles se ajustan a lo que los alumnos y alumnas estudian en cada trimestre, de manera que en el primer trimestre utilizarán las tarjetas amarillas, en el segundo las tarjetas azules y amarillas, y en el tercer trimestre podrán utilizar tarjetas de cualquier nivel (amarillas, azules y naranjas). Las tarjetas están numeradas por lo que los estudiantes saben en todo momento qué tarjeta han realizado ya, para así no repetirlas.

También es importante mencionar que los niños y niñas de 2º saben realizar perfectamente sumas y restas con y sin llevadas, y están iniciándose en el aprendizaje de la multiplicación.

3.2 Recursos temporales

El taller se desarrollará durante 4 sesiones de 50 minutos cada una.

Durante la primera sesión se explicará a los estudiantes en qué va a consistir la propuesta, y se mostrarán diferentes métodos por los que se pueden resolver los problemas.

Durante la segunda y tercera sesión, se comenzará el taller con la historia y los alumnos y alumnas procederán a resolver problemas para poder llegar al final del trayecto. En la tercera sesión seguirán avanzado en el taller. Estas dos sesiones se llevarán a cabo en dos sesiones seguidas, para que los estudiantes no se pierdan en el transcurso de la actividad.

Tabla 1. Cronograma de las sesiones

	JUEVES 16	VIERNES 17	SABADO 18	DOMINGO 19	LUNES 20
08:45-09:45					
09:45-10:45					
10:45-11:15					
11:15-12:10	Sesión1	Sesión 2			
12:10-13:00		Sesión 3			Sesión 4
15:00-15:55					
15:55-16:45					

Tabla 2: Distribución del tiempo por sesiones

	<i>Introducción</i>	<i>Actividad 1</i>	<i>Actividad 2</i>
Sesión 1	10 minutos	30 minutos	10 minutos
Sesión 2	10 minutos	40 minutos	-----
Sesión 3	-----	40 minutos	10 minutos
Sesión 4	10 minutos	40 minutos	-----

3.3 Recursos espaciales

En cuanto al espacio, se va a utilizar el aula de 2ºA. Esta aula se distribuye en 6 pequeños grupos de 4 o 6 alumnos y alumnas, donde cada uno tiene una mesa de trabajo individual, tal y como se observa en la figura 1. Se ha optado por llevar a cabo las sesiones principales en pequeños grupos ya que los niños y niñas están acostumbrados a trabajar así en diversas asignaturas. Además, esta distribución permite que los estudiantes trabajen y participen activamente en cada grupo y puedan apoyarse los unos en los otros cuando les surgen problemas y dudas en su trabajo. Durante las prácticas se pudo observar que es una metodología de trabajo con muy buenos resultados y se ha considerado la más adecuada para este taller de resolución de problemas.

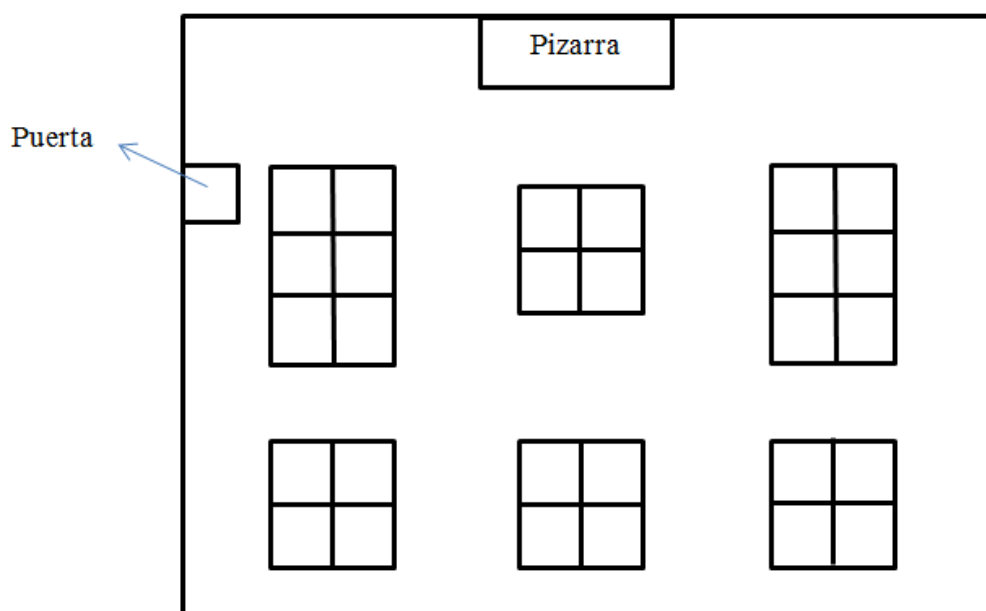


Figura 1. Plano de la distribución del aula por grupos

Por otro lado, durante la última sesión, se va a cambiar la distribución del aula para que los alumnos y alumnas trabajen de manera individual. Las mesas se colocarán en fila, mirando cada una de ellas a la pizarra (tal y como muestra la figura 2), para que cada uno pueda razonar individualmente y escoja el método de resolución que más le conviene en cada problema.

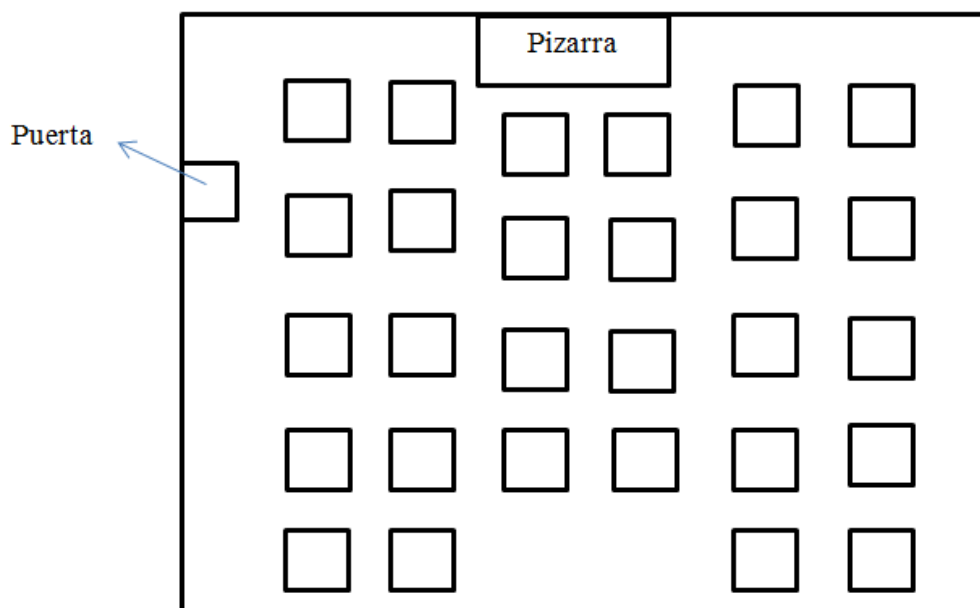


Figura 2. Plano de la distribución individual del aula

3.4 Recursos materiales:

Para llevar a cabo el taller, serán necesarios los siguientes materiales:

- Un proyector.
- Un ordenador.
- Una presentación de power point que será la que utilice con los alumnos y alumnas (anexo I).
- Una historia que introduzca el taller.
- La profesora desaparecida (anexo II).
- Una selección de problemas adecuados a 2º de Primaria.
- Una pizarra.
- Un premio final. En mi caso 28 chupa-chups, uno para cada niño y niña.
- 12 tarjetas con las pistas (anexo III).
- Un abecedario numerado.

3. DESARROLLO:

Como ya se ha mencionado anteriormente, se va a desarrollar la propuesta a lo largo de 4 sesiones de 50 minutos cada una. Se trata de varias sesiones en las que se van a trabajar principalmente diferentes tipos de problemas de suma y

resta, además de iniciar al alumnado en problemas que se resuelven con más de una operación, es decir, en problemas de operaciones combinadas. Asimismo se proponen algunos problemas sencillos de multiplicación y división para observar cómo se desenvuelven los niños y niñas en la resolución de los mismos.

4.1 Clasificación de los problemas de matemáticas:

Siguiendo a Vergnaud (1985. Citado en Cid; Godino & Batanero. 2004, pp.49-53), los problemas se clasifican según el papel que juegan los números en los problemas, y por tanto se va a trabajar con problemas de estado, transformación y comparación.

- *Estado*: Si los números son el cardinal del conjunto, el ordinal de un elemento o la medida de una cantidad de magnitud.
- *Transformación*: Cuando un número expresa que un estado ha variado.
- *Comparación*: Si un número señala la diferencia entre dos estados que se comparan entre sí.

De esta manera, en función de la clasificación anterior, se van a plantear problemas en los que se pueden dar las siguientes situaciones:

- *Estado-Estado-Estado (EEE)*: Se tiene una cantidad que se refiere a un todo, y dos cantidades en las que se compone ese todo.
- *Estado-Transformación-Estado (ETE)*: Tenemos una cantidad inicial, y otra cantidad que indica el estado final de la primera.
- *Estado-Comparación-Estado (ECE)*: Se comparan dos estados.
- *Transformación-Transformación-Transformación (TTT)*: Dos transformaciones se componen para dar lugar a otra transformación.
- *Comparación-Transformación-Comparación (CTC)*: Se comparan dos estados en un momento inicial, que se vuelven a comparar porque uno de ellos ha sufrido una transformación.
- *Comparación-Comparación-Comparación (CCC)*: A partir de tres estados, se comparan el primero y el segundo y el segundo y el tercero, para así, establecer la comparación entre la primera y la tercera cantidad.

Asimismo, Heller y Greeno (1978. Citado en Echenique Urdiain, 2006, pp.31-33), proponen otra clasificación diferente, que divide en tres, los tipos de problema para el aprendizaje de la suma y de la resta:

- *De cambio:* En el enunciado incluyen una secuencia temporal. Este tipo de problemas se corresponden con la categoría ETE propuesta por Vergnaud.
 - *De cambio aumentando:* Se parte de una cantidad inicial (C_i , que experimenta un cambio por el aumento de otra cantidad, para dar lugar a otra cantidad final (C_f). De esta forma, la cantidad inicial se transforma en una cantidad mayor. Así, se obtienen tres situaciones problemáticas posibles:
 - De cambio aumentando de cantidad final desconocida: Un niño tiene 8 cromos (C_i), cuando empieza a jugar gana 4. ¿Cuántos tiene al final (C_f)?
 - De cambio aumentando de cambio desconocido: Tengo 8 (C_i) cromos, he jugado y ahora tengo 12 (C_f), ¿cuántos he ganado?
 - De cambio aumentando de cantidad inicial desconocida: Si he ganado 4 cromos y ahora tengo 12 (C_f), ¿cuántos tenía al principio? (C_i).
 - *De cambio disminuyendo:* Se parte de una cantidad inicial (C_i), que experimenta un cambio por la disminución de otra cantidad, para dar lugar a otra cantidad final (C_f). De esta forma, la cantidad inicial se transforma en una cantidad menor. Obtenemos de nuevo tres situaciones posibles:
 - De cambio disminuyendo de cantidad final desconocida: Si tenía 9 cromos (C_i) y he perdido 3, ¿cuántos tendré ahora? (C_f).
 - De cambio disminuyendo de cambio desconocido: Tengo 9 cromos (C_i), juego y al final tengo 6 (C_f), ¿cuántos he perdido?
 - De cambio disminuyendo de cantidad inicial desconocida: Si he perdidos 3 cromos y ahora tengo 6 (C_f), ¿cuántos tenía al principio? (C_i).

- *De combinación:* En el problema se describe una relación entre conjuntos (P1) y (P2) que unidos forman un todo que las incluye (T). La pregunta del problema hace referencia a la determinación de una de las partes (P1) o (P2) o del todo (T).
 - *De combinación de cantidad total desconocida:* Tengo 4 canicas azules (P1) y 7 amarillas (P2). ¿Cuántas canicas tengo en total? (T).
 - *De combinación de una parte desconocida:* En una mano tengo 4 canicas (P1), y entre las dos manos tengo 11 (T), ¿cuántas tengo en la otra mano? (P2).
- *De comparación:* Se dan dos cantidades que han de ser comparadas determinando cuantos elementos tiene la cantidad mayor respecto a la menor. Es decir, establecer la relación de la cantidad de referencia (Cr), la cantidad comparada (Cc) o bien la diferencia (D) entre ambas cantidades.
 - *De diferencia desconocida:* Laura tiene 6€ (Cr) y Pablo tiene 4€ (Cc), ¿cuántos euros tiene Laura más que Pablo? (D).
 - *De cantidad mayor desconocida:* Pablo tiene 4€ (Cr) y Laura tiene 2€ (D) más que Pablo, ¿cuántos euros tiene Laura? (Cc).
 - *De cantidad menor desconocida:* Laura tiene 6€ (Cr), y Laura tiene 2€ (D) más que Pablo, ¿cuántos euros tiene Pablo? (Cc).

Por otro lado, también se van a trabajar algunos problemas de multiplicación y división, para ver si los alumnos y alumnas son capaces de hallar la solución a través de un razonamiento lógico. Así pues, en Cid; Godino & Batanero (2004, pp. 73-76), se clasifican los problemas multiplicativos en función del “papel que juegan los números”, que pueden ser:

- *Estado:* Cuando expresan el cardinal de un conjunto o la medida de una cantidad de magnitud.
- *Razón:* Cuando expresa una razón de dos magnitudes diferentes.
- *Comparación:* Cuando indica el número de veces que una cantidad está contenida en otra.

En consecuencia se obtienen tres tipos de problema:

- *De tipo razón:* En estos problemas intervienen dos estados y una razón.

- *De tipo comparación:* Intervienen dos estados y una comparación que indica el número de veces que un estado está contenido en el otro.
- *De tipo combinación:* Intervienen dos estados que expresan los cardinales de dos conjuntos y un tercer estado que expresa el cardinal del producto cartesiano de esos conjuntos.

Para la realización de las sesiones se ha intentado utilizar problemas de todos tipos propuestos, para que así, el abanico fuera más variado y amplio.

4.2 Sesiones de trabajo.

4.2.1 Sesión 1

- *Introducción:* Al llegar al aula, se explicará a los alumnos y alumnas en qué va a consistir este pequeño taller de problemas que van a realizar durante cuatro sesiones. Para ello se empleará la siguiente consigna:

Consigna: ¡Buenos días! ¿Qué tal estáis? Vengo a proponeros una actividad muy interesante y especial que vamos a llevar a cabo durante 3 días. Empezaremos hoy, utilizaremos 2 horas de mañana, y también vendré el lunes para terminarla. Si os hablo de “la rebelión de los números”, ¿qué asignatura creéis que vamos a trabajar? (...)

Vamos a trabajar diferentes problemas de matemáticas, pero antes me gustaría que me contestarais por escrito e individualmente a esta pregunta: ¿Qué es para vosotros un problema de matemáticas?

A través de esta pregunta podré observar el punto de partida de los alumnos y alumnas, pues sabiendo qué entienden ellos por un problema de matemáticas voy a poder observar la actitud y motivación que tienen los niños y niñas ante los problemas.

- *Actividad 1:* Una vez introducido y explicado qué vamos a trabajar, en gran grupo se realizarán dos problemas de matemáticas que se resolverán de diferentes maneras.

Se entiende que los alumnos en 2º de Primaria, se encuentran en un nivel de resolución de problemas que se corresponde a la fase simbólica, por lo que ya tienen interiorizadas las fases anteriores (manipulativa y gráfica). No

obstante, quizás haya alumnos o alumnas que precisen aún de la utilización de dibujos o incluso objetos, para realizar determinados problemas.

Los métodos que se van a poner en práctica en los problemas, han sido utilizados por los alumnos en actividades y ejercicios de matemáticas a lo largo de todo el curso. No obstante, se propone recordarlos a través de problemas de matemáticas para que los estudiantes se den cuenta de que los diversos ejercicios y actividades que realizan en clase tienen una utilidad.

Para repasar los métodos estudiados, se proponen dos problemas a modo de ejemplo. No obstante, antes de empezar a resolver cualquier problema, es importante que los alumnos y alumnas conozcan en todo momento qué es lo que tienen que hacer. De esta forma, recordando las fases de Polya (1965), voy a enumerar unos pasos que todos los niños y niñas conocen (aunque a veces olvidan), y que deben tener en consideración ante cualquier problema.

Consigna: Como sabéis, para resolver problemas de matemáticas correctamente, hay que tener en cuenta varios aspectos: En primer lugar, debéis leer muy bien el problema, con tranquilidad, y las veces que necesitéis, para entenderlo correctamente. Después tenéis que buscar las estrategias para resolver ese problema. Para ello debéis tener claro qué os pregunta el problema, anotar los datos, empezar por la parte más fácil, buscar un problema semejante, hacer un esquema, un dibujo... A continuación debéis utilizar la mejor estrategia que se os haya ocurrido y utilizarla para resolver el problema. Una vez resuelto, no debéis olvidaros de revisar lo que habéis hecho y tratar de entender si está bien o no. En caso de que creáis que la solución no es la correcta tenéis que averiguar qué es lo que ha fallado. Es muy importante que tengáis en cuenta en todo momento estas estrategias para poder hacer correctamente un problema.

Los problemas propuestos y los diferentes métodos de resolución serán los siguientes:

1. Paula está recogiendo libros usados para venderlos en un mercadillo. Quería tener 60 pero sólo tiene 41. ¿Cuántos libros le faltan para tener 60?

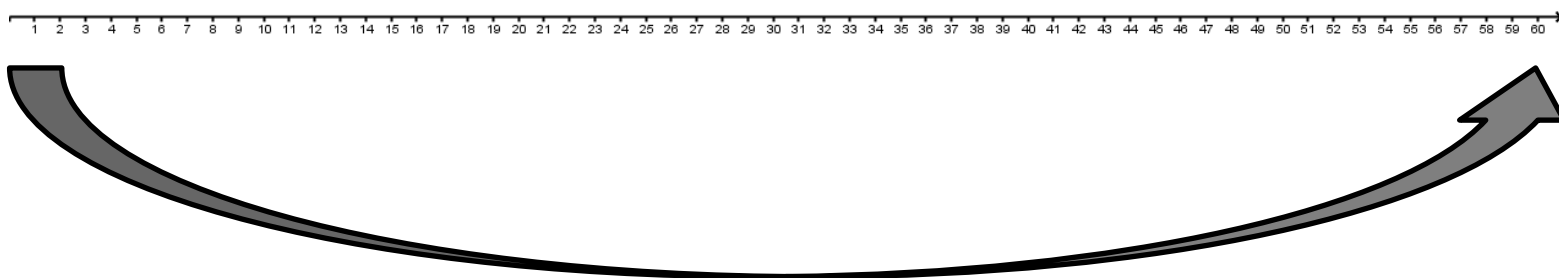
Se trata de un problema de combinación de una parte desconocida, de categoría Estado-Transformación-Estado (ETE).

Estos son los distintos métodos de resolución de este problema propuestos para los alumnos y alumnas de 2º de Primaria:

- a. *A través de la operación de la resta, que puede ser de dos formas:* Algoritmo de me llevo una, o algoritmo de quito una.

Datos	Operación	Resultado
Quiere 60 libros	60	Le faltan 19 libros
Tiene 41 libros	$\begin{array}{r} - 41 \\ \hline \end{array}$	
	19	

- b. *Por conteo aditivo a través de la recta numérica:* Se Trata de un conteo aditivo utilizando la recta numérica. La mayor parte de los niños y niñas contarán a partir de 42 (pues saben que ya tienen 41 elementos); no obstante puede que haya estudiantes que necesiten hacer el conteo completo desde el elemento número 1.



- c. *Por conteo verbal y mental:* Para resolver el problema, los niños y niñas pueden realizar un conteo verbal utilizando sus dedos. Normalmente, van a hacer el conteo aditivo desde 42 (conteo a partir del sumando mayor), pero igualmente puede que algún niño o niña necesite hacerlo desde el principio (conteo a partir del primer

sumando). Además, los alumnos y alumnas pueden elegir también realizar un conteo regresivo (desde 60 a 41).

- d. *Otras opciones que se le ocurran al alumno:* Después de cada problema se le preguntará al alumnado cómo han resuelto el problema para así añadir algún otro método a los ya propuestos. Un ejemplo podría ser a través de representación gráfica, que aunque no sea el más adecuado para este problema ni para la edad del niño o niña, puesto que ya ha superado esta fase, podría ser igualmente válido, siempre y cuando sirva para resolver el problema correctamente y no dé lugar a equivocaciones.

En el siguiente problema, se preguntará directamente a los alumnos y alumnas qué método les parece más fácil para resolverlo, y por tanto serán ellos quienes decidan.

2. Los 28 alumnos de 2ºA se van de excursión a Pamplona con la profesora. Cuando van a coger la villavesa hay sólo 4 personas montadas. Después de dos paradas se bajan 2 personas y se suben 6. ¿Cuántos pasajeros hay ahora en la villavesa? ¹

Se trata de un problema de cambio de cantidad final desconocida que podemos clasificar en categoría TTT (transformación-transformación-transformación).

- *Actividad 2:* Con esta actividad comienza el taller de matemáticas en el que los alumnos y alumnas deberán poner en práctica lo explicado sobre los diferentes métodos de resolución.

Así pues, se utilizará como recurso un cuento para motivar al alumnado. Se trata de una adaptación que he realizado de la segunda escena del libro titulado “La rebelión de los números” (De la Fuente Arjona, 2010). Se ha llevado a cabo una adaptación de la obra situándola en el propio colegio, haciendo partícipes del cuento a todos los alumnos y alumnas, y por tanto

¹ En este problema, los alumnos propusieron resolverlo a través de los algoritmos de la suma y de la resta, y también, mediante la recta numérica (avanzando si subían pasajeros, y retrocediendo si bajaban).

siendo ellos el centro del taller que van a llevar a cabo. Para ello se han utilizado los nombres de todos y cada uno de los niños y niñas que van a adentrarse en tan motivadora historia.

La adaptación es la siguiente:

LA REBELIÓN DE LOS NÚMEROS

LOS SOBRES MISTERIOSOS

Un día cualquiera en clase de matemáticas, los alumnos de 2ºA de Primaria de La Compasión estaban tranquilamente en sus mesas mientras la profesora intentaba explicar la lección. Ese día tocaba hacer diferentes problemas de matemáticas, pero era algo que no despertaba mucho interés en los alumnos. Unos bostezan, otros cuchichean a escondidas, otros juegan con las pinturas, otros hacen dibujitos... De repente, un avioncito de papel vuela por la clase, y todos los alumnos se ríen.

— *¿Pero esto que es? ¿Quién ha sido? Grita la profesora.*

— *He sido yo. Dice Alejandro levantando la mano un poco avergonzado.*

La profesora, decide continuar la clase.

— *Como iba diciendo, este problema se resuelve de esta forma... Joselyn ¿sabes el resultado?*

Pero no se oye nada.

— *¿Joselyn? Vuelve a preguntar la maestra.*

De repente, se escucha un ronquido espectacular y la profesora de un salto hacia atrás del susto. Todos se ríen a carcajadas y Joselyn despierta.

— *¿Qué pasa? Dice la alumna.*

— *¡Pero bueno! Chicos, ¡un poco de orden por favor! No sé qué os sucede hoy pero estáis insoportables y no se puede dar la clase. Como sigáis así yo me marcho. Dice la profesora.*

Y Joselyn contesta:

— *Perdóneme, profe, pero es que en cuanto empieza la clase de matemáticas me da un sueño... ¡Uaaaa! (Bostezo) ¡Uy!, perdón.*

— *Es que las mates son un poco rollo. Añade Unai.*

— *Yo no puedo con ellas. Dice Leire.*

— *¡Pues anda que yo! Contesta Marcos.*

Entonces la maestra interviene:

— *¿Pero no os dais cuenta que las matemáticas forman parte de nuestra existencia?*

— *¿De verdad? Pregunta Antonio.*

La profesora contesta:

— *¡Pues claro! Piénsalo bien, te despierta la alarma de un reloj y gracias al reloj sabes en qué hora vives y alrededor del reloj sueles organizar tu día. Coges una villavesa para ir a diferentes sitios y gracias a que tiene un número sabes qué villavesa es la tuya y a dónde te lleva. Y esto por poner solo un ejemplo. Los números y las matemáticas están en tu vida diaria desde que te levantas hasta que te acuestas...*

— *¡Buf!, qué agobio, ¿no? Dice Sergio.*

— *Nuestro mundo sería un caos absoluto sin los números; si no fuera por las matemáticas no sé qué sería de nosotros... Contesta la profesora.*

— *Pues por mí como si desaparecen todas, mejor, para lo que las quiero... Las matemáticas sólo sirven para complicarnos la vida, ¿a que sí? Dice Joel.*

— *Estoy totalmente de acuerdo. Contesta Bea.*

— *¡Y yo! Añaden Daniel y Camila.*

— *La verdad es que a veces son un poco difíciles... Piensa Álvaro.*

— *¿Sólo a veces? Pregunta Eva.*

— *¡Fuera las matemáticas! ¡Fuera las matemáticas!... Comienzan a gritar Nerea y Eder.*

De repente, los demás se unen a los gritos de Nerea y Eder y siguen el ritmo incluso golpeando la mesa. Solamente Xabi se mantiene al margen un poco asustado. Mientras, la profesora de matemáticas no sabe qué hacer.

— *¡Fuera las matemáticas! ¡Fuera las matemáticas!... Siguen gritando.*

Inmediatamente, suena un trueno que retumba por toda la clase, las luces parpadean dos o tres veces, y se produce un apagón.

— *¿Qué ha pasado? Pregunta Irune.*

- *¿Qué ha sido eso? Añade Jessica.*
- *¿Pero quién ha apagado la luz? Esto no me huele nada bien... Dice Nuria muy asustada.*

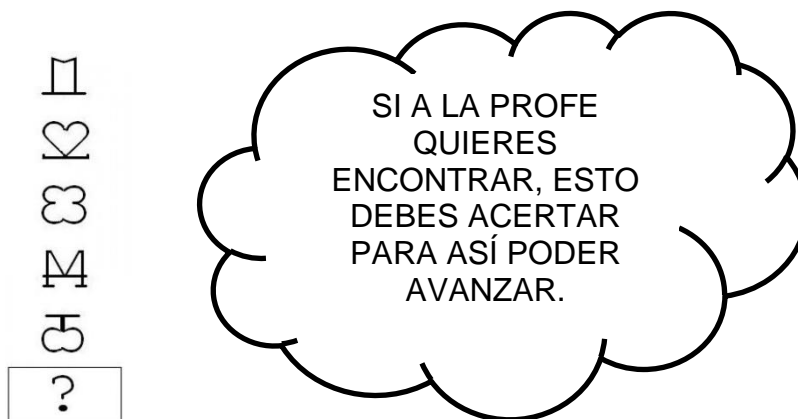
La luz vuelve poco a poco, con pequeños parpadeos, como si le costase regresar con toda su fuerza. Todos aplauden cuando por fin vuelve la luz.

- *¿Y la profe? Pregunta Ian.*
- *Es cierto, la profesora no está... Contesta Emil.*
- *Habrà ido a mirar qué ha pasado con la luz. Dice Aroa.*
- *O ha cumplido su amenaza y se ha ido de clase... Piensa Gabriel.*

De repente, Leyre mira como hipnotizada la pizarra y dice:

- *Yo creo que no se ha ido, o por lo menos, no voluntariamente...*
- *¿Por qué dices eso Leyre? Pregunta Marcos.*
- *Mirad lo que hay escrito en la pizarra. Responde Leyre.*

¿Eso no estaba antes no? Parece un mensaje... Piensa Álvaro.



- *Muy bonito, ¿y eso qué quiere decir? Pregunta Antonio.*
- *Es una especie de enigma de matemáticas. Contesta Eder.*
- *¡Bueno!, ya estamos de nuevo con las matemáticas... Dice Daniel.*
- *La profesora de matemáticas ha desaparecido y alguien ha dejado este misterioso mensaje para nosotros. Debemos resolverlo para encontrar a la profe. Comenta Xabi.*

Todos están de acuerdo, y se reúnen en torno a la pizarra para intentar resolverlo. Sin pararse a pensar, empiezan a poner números, letras y signos

sin sentido, pero no pasaba nada. Un poco cansados de escribir resultados deciden ponerse a pensar un poco, y de repente...

— *¡Lo tengo, lo tengo, lo tengo! -Dice Eva-. Si tapamos la mitad del acertijo se ven los número del 1 al 5, ¿veis? Y lo que he tapado con la mano parecen...*

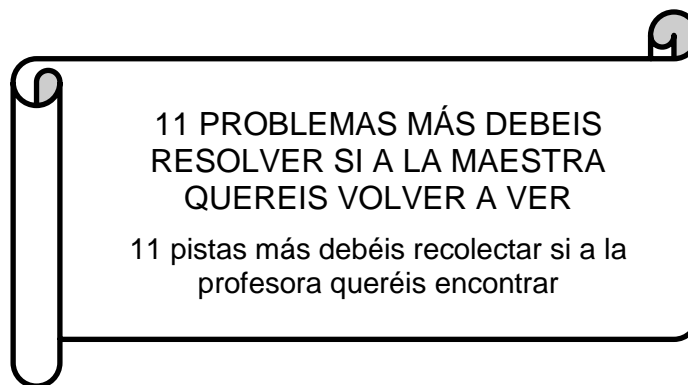
— *¡Los números al revés! Grita Sergio.*

— *¡Claro! Son números simétricos. Contesta Eva de nuevo.*

— *Entonces el último número... será un 6 y su número simétrico. Dice Camila.*

06

Los niños lo dibujan y de repente... Aparece un sobre blanco perfectamente cerrado en el que pone lo siguiente:



Y ahora sois vosotros quienes tenéis que seguir la historia...

4.2.2 Sesión 2 y sesión 3

- *Introducción:* Lo primero que se va a realizar al comenzar la sesión es recordar entre todos y en gran grupo cuáles son los métodos de resolución de problemas que aprendimos en la sesión anterior. Una vez recordados se procederá a la explicación de la sesión actual, para que tengan claro qué tienen que hacer.

Consigna: Ahora que ya conocemos varios métodos para resolver los problemas, vamos a ponernos a trabajar para poder encontrar a la maestra desaparecida. Pero antes debéis conocer unos últimos detalles.

Todos los problemas vais a resolverlos en grupos, de manera que si alguno de vuestros compañeros no entiende algo y necesita ayuda, debéis ayudarle.

Cada grupo estará formado por los alumnos y alumnas que formáis una mesa, es decir, en 6 grupos tal cual estáis.

Para obtener las pistas que os van a llevar a descubrir dónde está la profesora, debéis ir resolviendo diferentes problemas, pero no se trata de ninguna competición, ya que la pista final vais a tener que averiguarla entre todos. Si colaboráis todos será más fácil solucionarlo. ¿Tenéis alguna duda? Vamos a comenzar.

- *Actividad 1:* Seguidamente se proyectará sobre la pizarra el siguiente problema que deberán resolver. Los estudiantes tendrán alrededor de 8 minutos para cada problema, de manera que emplearemos 5 minutos para resolverlo y 3 minutos para corregirlo en la pizarra y resolver dudas. El tiempo es orientativo, pues seguramente haya problemas en los que tengan que invertir menos tiempo que en otros. Los problemas planteados, son sobre todo de suma y resta, aunque también se plantean otros tipos de problemas en los que los estudiantes deben emplear la lógica para poder darles solución.

PROBLEMAS PLANTEADOS

PROBLEMA 1: Problema de cambio disminuyendo, y de categoría Estado-Transformación-Estado.

En una caja hay 8 ceras rojas, 10 azules, 3 naranjas y 12 rosas. Después de usarlas se gastan 4 ceras rosas, 3 ceras azules, 3 ceras naranjas y 8 ceras rojas.

- ¿Cuántas ceras quedan en la caja?*
- ¿De qué colores son las ceras que quedan en la caja?*

PROBLEMA 2: Problema de multiplicativo de tipo razón².

Un caracol recorre 1 metro en 10 minutos, ¿Cuántos metros recorrerá ese caracol en una hora?

PROBLEMA 3: Problema de combinación de cantidad total desconocida, o problema de tipo EEE (Estado-Estado-Estado).

² Se han introducido problemas de multiplicación y división para observar si son capaces de resolverlos sin haber estudiado previamente dichos conceptos.

Mi hermano se ha leído un libro en 3 días. El primer día se leyó 93 páginas, el segundo 158 páginas y el tercer día se leyó 206 páginas. ¿Cuántas páginas tenía el libro?

PROBLEMA 4: Problema de combinación, o problema de tipo Estado-Estado-Estado (EEE).

El total de alumnos de una clase es 10. En esa clase hay más niños que niñas.

- a. ¿Cuántas niñas puede haber en esa clase?*
- b. ¿Qué añadirías al enunciado del problema para que sólo hubiera una respuesta?*

PROBLEMA 5: Se trata de un problema de comparación de cantidad menor desconocida, o un problema de categoría Estado-Comparación-Estado (ECE).

Javier tiene 189 euros. Javier tiene 46 euros más que Begoña. ¿Cuántos euros tiene Begoña?

PROBLEMA 6: Problema de multiplicativo de tipo comparación.

Elena va al supermercado para comprar leche. Sólo tiene 90 céntimos en la cartera y cada caja de leche cuesta 33 céntimos.

- a. ¿Cuántas cajas de leche puede comprar Elena?*
- b. ¿Cuánto dinero necesita para comprar una caja más?*

PROBLEMA 7: Problema de combinación de cantidad total desconocida, o problema de tipo Estado-Estado-Estado (EEE).

En un plato hay 74 aceitunas, y en el plato de al lado hay 49 huesos de aceitunas. ¿Cuántas aceitunas había?

PROBLEMA 8: Se trata de un problema de cambio aumentando, que se corresponde con un problema de tipo Estado-Transformación-Estado (ETE).

Hoy he ido a hacer unos recados. He salido de casa a las 9:00 y he vuelto a las 15:30. ¿Cuánto tiempo he estado fuera de casa?

PROBLEMA 9: Problema de lógica que los alumnos deben resolver mediante el razonamiento.

Javier tiene una caja con 10 fichas rojas y 10 fichas amarillas. El juego consiste en sacar, con los ojos vendados fichas de una en una hasta conseguir dos iguales.

- a. *¿Cuántas fichas hay que sacar para estar seguro de conseguirlo?*
- b. *¿Cuántas fichas hay que sacar para estar seguro de tener dos fichas amarillas?*

PROBLEMA 10: Problema multiplicativo de tipo razón.

En una bolsita hay 16 canicas, ¿Cuántas canicas habrá en 4 bolsitas del mismo tamaño?

PROBLEMA 11: Problema de multiplicación-división de tipo razón.

Un grupo de 16 amigos se va de excursión al monte y llevan tortillas para merendar. Si de cada tortilla comen 4, ¿Cuántas tortillas han llevado al monte?

SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS PLANTEADOS

PROBLEMA 1:

- a. En la caja quedan 15 ceras.
- b. Quedan ceras de color azul y de color rosa.

PROBLEMA 2: Ese caracol recorrerá 6 metros en una hora.

PROBLEMA 3: El libro que se leyó mi hermano tenía 457 páginas.

PROBLEMA 4:

- a. En esa clase puede haber una, dos, tres o cuatro niñas.
- b. Lo que se debe añadir al resultado para que la respuesta sea única tiene que ser algo que establezca diferencia: "...más" o "...menos" o "sabiendo que hay tantos niños"; por ejemplo: "Sabiendo que hay dos niños más" o "sabiendo que hay 7 niños".

PROBLEMA 5: Begoña tiene 143 euros.

PROBLEMA 6:

- a. Elena puede comprar 2 cajas de leche.
- b. Necesitará 9 céntimos para poder comprar una caja de leche más.

PROBLEMA 7: Antes de comerla había 123 aceitunas en el plato.

PROBLEMA 8: He estado fuera de casa 6 horas y 30 minutos.

PROBLEMA 9:

- a. Hay que sacar 3 fichas para conseguir dos fichas del mismo color.
- b. Para estar seguro de conseguir dos fichas amarillas habrá que sacar como máximo 12 fichas, porque puede que las 10 primeras fichas que saquemos sean todas rojas.

PROBLEMA 10: Habrá 64 canicas en cuatro bolsitas.

PROBLEMA 11: Han llevado 4 tortillas al monte.

PISTAS QUE PROPORCIONAN LOS PROBLEMAS

La dinámica del taller sigue tres pasos principalmente:

1. Resolución del problema en pequeños grupos.
2. Corrección de los problemas en la pizarra en gran grupo.
3. Obtención de la pista después de cada problema realizado correctamente.

La pista se dará a cualquiera de los grupos que haya realizado correctamente el problema. No importa a qué grupo se otorgue la pista, puesto que al final todos van a tener que coordinarse y participar en la elaboración de la última pista. No obstante, puede ser que ninguno de los grupos logre hallar el resultado de un problema, en este caso no se entregará la pista a ningún grupo. Sin embargo al finalizar el taller, los alumnos y alumnas tienen la posibilidad de resolver problemas extras para conseguir las pistas que le faltan, o bien resolver el problema sólo con las pistas que tienen.

Como pistas se va a otorgar una tarjeta con un número después de cada problema. Esos números corresponden a diferentes letras del abecedario. Los números indican la posición de cada letra en el abecedario, por lo que los estudiantes deberán sustituir cada número por la letra que se corresponde con dicha posición. Por ejemplo, el número 1 se sustituirá por la letra A, el 4 por la letra D, el 10 por la letra J, etc.

Estas letras van a formar la palabra del lugar donde está la profesora de matemáticas. En este caso serán las correspondientes a la palabra

CHINCHACHOMA, que es el nombre que tiene uno de los gimnasios del colegio. Las pistas se repartirán en orden de la siguiente manera:

- Enigma del cuento: Número 3, correspondiente a la letra C.
- Problema 1: Número 8, da lugar a la letra H.
- Problema 2: Número 9, letra I.
- Problema 3: Número 14, letra N.
- Problema 4: Número 3, letra C.
- Problema 5: Número 8, letra H.
- Problema 6: Número 1, letra A.
- Problema 7: Número 3, letra C.
- Problema 8: Número 8, letra H.
- Problema 9: Número 16, letra O.
- Problema 10: Número 13, letra M.
- Problema 11: Número 1, letra A. Este último problema vendrá acompañado de la siguiente consigna: *Si quieres saber el lugar donde se encuentra la profesora de matemáticas debes sustituir ordenadamente cada número, por una letra del abecedario. Puedes ayudarte de esta tabla (anexo IV).*
- Problemas extras: Por cada problema adicional que resuelvan correctamente obtendrán la pista correspondiente a la letra que les falta.

Entre todos los estudiantes deben relacionar los números con las letras para poder hallar el nombre del lugar donde van a encontrar a la maestra desaparecida.

4.2.3 Sesión 4

En esta última sesión los alumnos y alumnas deberán trabajar individualmente. Para ello colocarán las mesas en dirección a la pizarra, tal y como muestra el plano en el apartado de recursos espaciales. La sesión va a contar únicamente con una actividad principal que va a consistir en una ficha (anexo V) en la que tienen que resolver 6 problemas en los cuales deben aplicar todo lo aprendido en las sesiones anteriores y escoger entre los métodos de resolución de problemas estudiados.

- *Introducción:* Antes de comenzar con la actividad, se realizará otro pequeño repaso para recordar los métodos de resolución de problemas, ya que les será de ayuda durante el transcurso de la actividad.
- *Actividad 1:* Una vez hecho el repaso, se introducirá la actividad utilizando la siguiente consigna:

Consigna: Ahora que ya hemos resuelto el misterio de la maestra desaparecida, quiero ver cuánto habéis aprendido sobre los problemas de matemáticas. Para ello os voy a entregar una hoja con 6 problemas parecidos a los que hemos resuelto estos días. Para resolverlos, tenéis que aplicar lo que habéis aprendido, así que cada uno va a solucionar el problema como mejor sepa, y por lo tanto debéis elegir el método de resolución que queráis. Lo mejor es que utilizéis el que mejor entendéis o más fácil os resulta.

Es importante que si no entendéis alguno paséis al siguiente para que así os de tiempo a hacer todos. Además podéis levantar la mano para que vaya a vuestra mesa a explicaros el problema. ¿Alguna duda? ¿Estáis preparados?

A continuación se exponen los problemas propuestos, así como las soluciones a los mismos:

PROBLEMAS PLANTEADOS

PROBLEMA 1: Se trata de un problema de combinación de cantidad total desconocida, o un problema de tipo EEE (Estado-Estado-Estado).

En una panadería los 4 últimos clientes han comprado lo siguiente: Una barra de pan, media barra, 2 barras, y 4 barras y media, ¿Cuántas barras de pan han comprado entre todos?

PROBLEMA 2: Problema de combinación de una parte desconocida, o problema de categoría EEE (Estado-Estado-Estado).

A un partido de tenis han asistido 196 personas, pero sólo han pagado la entrada 178, porque los niños entran gratis. ¿Cuántos niños han visto el partido?

PROBLEMA 3: Problema de varias operaciones y luego comparación de resultados, o problema de tipo Estado-Comparación-Estado (ECE).

En una caja grande hay 246 canicas rojas y 111 canicas azules. En una caja pequeña hay 303 canicas azules y 84 rojas. ¿En cuál de las dos cajas hay menos canicas?

PROBLEMA 4: Problema de operaciones combinadas (pues tienen que emplear varias sumas, o multiplicación y suma), o de categoría EEE (Estado-Estado-Estado).

En una granja hay 6 patos, 4 cerdos, 3 gallinas y 5 ovejas. ¿Cuántas patas de animales hay en total?

PROBLEMA 5: Problema de varias operaciones. Problema de categoría Estad-Estado-Estado (EEE).

En clase somos 13 niñas y 12 niños. En el patio, cada niña ha tirado dos veces a canasta y cada niño sólo una vez. ¿Cuántas veces hemos tirado a canasta entre todos?

PROBLEMA 6: Problema de tipo Transformación-Transformación-Transformación (TTT), o de cambio disminuyendo.

En un árbol del jardín están durmiendo 65 gorriones. Se marchan 17 a otro árbol, pero al cabo de un rato vuelven 9. ¿Cuántos gorriones hay ahora en el árbol del jardín?

SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS PLANTEADOS

PROBLEMA 1: Han comprado 8 barras de pan entre los cuatro últimos clientes.

PROBLEMA 2: Han visto el partido 18 niños.

PROBLEMA 3: Hay menos canicas en la caja grande, que tiene 357, frente a las 387 que tiene la caja pequeña.

PROBLEMA 4: Hay un total de 54 patas entre patos, cerdos, gallinas y ovejas.

PROBLEMA 5: Hemos tirado a canasta 38 veces entre los niños y las niñas.

PROBLEMA 6: Ahora hay 57 gorriones en el árbol del jardín.

PROBLEMAS DE RESERVA

Además de los problemas que van a resolver los alumnos y alumnas durante el taller de problemas, se han preparado algunos problemas adicionales si acaso alguno de los planteados resultara demasiado difícil y no logran resolverlo. De esta forma, los niños y niñas podrán conseguir las pistas que les faltan para hallar el enigma y poder encontrar a la profesora desaparecida.

Por otro lado, también se podrán utilizar estos problemas en la sesión 4, en caso de que alguno de los niños o niñas terminara la ficha de problemas, y poder así analizar más resultados. También son problemas que se pueden emplear a modo de ejemplo si algún estudiante no entiende algo.

PROBLEMA 1: Problema de categoría TTT (Transformación-Transformación-Transformación), o de multiplicación de tipo razón.

Hay 47 escalones desde el piso de Begoña hasta el portal. Hoy, Begoña ha ido al colegio por la mañana; ha vuelto a casa a comer y después, a las tres de la tarde, ha ido otra vez al colegio. ¿Cuántos escalones ha subido y bajado Begoña, en total?

PROBLEMA 2: Problema de varias operaciones, o problema de categoría ECE (Estado-Comparación-Estado).

Entre mi hermano y yo estamos haciendo un puzzle de 250 piezas. Entre los dos hemos colocado 138 piezas. Mi hermano ha colocado 74.

- a. *¿Cuántas piezas he colocado yo?*
- b. *¿Cuántas piezas faltan por colocar?*

PROBLEMA 3: Problema de cambio aumentando, o problema de tipo ETE (Estado-Transformación-Estado):

He salido de casa con 38 sellos. Por el camino he comprado más sellos. He llegado al colegio con 53 sellos. ¿Cuántos sellos he comprado?

PROBLEMA 4: Problema de cambio aumentando, que se corresponde con un problema de tipo Estado-Transformación-Estado (ETE).

Por la noche me suelo ir a dormir a las 11 de la noche y me despierto a las 8 de la mañana. ¿Cuántas horas suelo dormir todos los días?

PROBLEMA 5: Problema de tipo Estado-estado-Estado (EEE), o de combinación de una parte desconocida.

Mi madre me ha pedido que cuente los libros que tenemos en casa. Esta mañana he contado los libros del salón. Por la tarde he contado 96 libros que tenemos en las habitaciones. Si en total tenemos 312 libros, ¿cuántos tenemos en el salón?

PROBLEMA 6: Problema de cambio, o problema de Estado-Transformación-Estado (ETE).

Por la mañana había en el garaje 36 coches y 17 motos. No ha salido ni entrado ningún coche. Al mediodía había en el garaje 24 motos. ¿Cuántos coches había en el garaje al mediodía?

PROBLEMA 7: Problema de combinación de cantidad total desconocida, o problema de categoría EEE (Estado-Estado-Estado).

Un frutero tenía 240 kilos de manzanas y 195 kilos de peras. Ha vendido todas las peras y 170 kilos de manzanas. ¿Cuántos kilos de fruta ha vendido?

PROBLEMA 8: Problema de combinación de cantidad total desconocida, o problema de categoría Estado-Estado-Estado (EEE).

Teniendo en cuenta la lista de precios, calcula cuánto ha pagado mi madre. Hemos ido al cine mi hermano, mi madre y yo. Hoy es domingo.

	NIÑOS	ADULTOS
DÍAS LABORABLES	6€	7€
DÍAS FESTIVOS	7€	8€

PROBLEMA 9: Problema de varias operaciones, o problema de tipo Estado-Transformación-Estado (ETE).

Tenía una moneda de un euro. He comprado dos golosinas. Cada golosina costaba 20 céntimos. ¿Cuánto dinero me queda?

PROBLEMA 10: Problema de combinación de una parte desconocido, o problema de categoría EEE (Estado-Estado-Estado).

Mi madre necesita dos decenas de fresas para hacer una tarta y en la nevera sólo quedan 6 fresas. ¿Cuántas fresas más necesita mi madre para poder hacer la tarta?

SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS DE RESERVA

PROBLEMA 1: Begoña ha subido 141 escalones.

PROBLEMA 2:

- a. Yo he colocado 64 piezas de puzzle.
- b. Quedan 112 piezas de puzzle por colocar.

PROBLEMA 3: He comprado 15 sellos por el camino.

PROBLEMA 4: Duermo 9 horas cada día.

PROBLEMA 5: Tenemos 216 libros en el salón.

PROBLEMA 6: Al mediodía había 36 coches, los mismos que por la mañana ya que no salió ninguno.

PROBLEMA 7: Ha vendido 365 kg de fruta en total.

PROBLEMA 8: Mi madre se ha gastado 22€ en el cine hoy.

PROBLEMA 9: Me quedan 60 céntimos.

PROBLEMA 10: Necesita 18 fresas más para hacer la tarta.

5. RESULTADOS Y SU DISCUSIÓN

5.1 Sesión 1

Como punto de partida, ya se conocía de antemano que los problemas no era un tema que entusiasmasse demasiado a los alumnos y alumnas, así que en el trabajo se propone comenzar contestando a la siguiente pregunta: *¿qué es para vosotros un problema de matemáticas?*

Entre las respuestas que más se repetían destacaban las siguientes:

“Es un rollazo/aburrimiento”; “Son difíciles y un lío en mi cabeza”; “Es divertido pero difícil”; “Hay que hacer muchas sumas y restas”; “Es un grupo de frases con una pregunta”

En definitiva, se puede decir que la mayor parte de los niños y niñas consideran la resolución de problemas como algo difícil y aburrido, donde hay que hacer muchas operaciones. Llama la atención que los estudiantes que contestaron que “son divertidas” fueran los que mayores dificultades de comprensión suelen tener, por tanto no se sabe hasta qué punto los alumnos y alumnas comprenden el significado de “problema”. A través de estas respuestas se puede afirmar tal y cómo se pensaba en un primer momento, que los estudiantes están poco motivados ante un problema de matemáticas.

Tras la lectura del cuento que se preparó como recurso motivador, los alumnos y alumnas estaban realmente entusiasmados, y al día siguiente, comenzaron la segunda sesión con una actitud muy positiva (aspecto indispensable ante la resolución de problemas).

5.2 Sesión 2 y sesión 3

Las sesiones 2 y 3, sirvieron principalmente para que los niños y niñas comenzaran a poner en práctica los diferentes métodos de resolución planteados. El hecho de trabajar en grupos pudo ser favorecedor, ya que los niños y niñas se pudieron ayudar entre ellos, pero al mismo tiempo contraproducente porque algún alumno o alumna actuó como líder del grupo, aspecto que repercutió negativamente en el resto de compañeros. Es necesario señalar también, que durante la sesión 3, todos los alumnos estuvieron muy alborotados y habladores, perdiendo mucha concentración y haciendo difícil el seguimiento de la clase. Pudieron influir varios factores:

- Que estuvieran cansados: Pues llevaban 2 horas seguidas haciendo problemas, y era último día de la semana.
- Nerviosismo: La maestra mencionó que estaban “agitados” porque la semana siguiente tenían una salida importante.
- Pérdida de concentración: Quizás hubiera sido mejor hacer un descanso, pero se decidió hacerlo así para que no perdieran la concentración. Vista la situación parece que se consiguió el efecto

contrario, así que se puede considerar que en general, los resultados de las sesiones 2 y 3 no son demasiado fiables para evaluar los métodos de resolución del alumnado.

Como resumen, se puede decir que la mayoría de los problemas fueron resueltos a través de operaciones, aunque la recta numérica también fue utilizada por varios alumnos y alumnas. El conteo también estuvo muy presente, pues fueron muchos los niños y niñas que utilizaron sus dedos para hacer un conteo mental.

En términos generales se puede decir que los niños y niñas realizaron bastante bien los problemas; sin embargo también ha habido errores de gran importancia que llevaron a los estudiantes a una solución incorrecta. Entre otros se destacan:

- No anotación de los datos: Sorprende negativamente que sólo uno de los grupos anotara los datos del problema, así como la solución al mismo. Aunque hay que decir, que ni si quiera este grupo lo hace en todos los problemas propuestos.
- Mal uso de la estrategia: Escogían una estrategia para resolver el problema que luego no sabían aplicar.
- Comprensión incorrecta: Muchos alumnos no entendieron lo que decían los enunciados, aspecto que les llevó a la elección de una estrategia incorrecta. Además, tampoco comprendían que un problema puede tener varias soluciones posibles, como era el caso del problema 4. Es interesante destacar, que ante problemas que tenían más de una pregunta, muy pocos alumnos las contestaron, bien porque no sabían hacerla, o porque quizás no recordaban que hubiera otra pregunta (no leían correctamente).
- Falta de concentración: Varios alumnos cometieron errores debidos a distracciones, que se observan especialmente en las soluciones a algunos problemas como el segundo, donde había que responder 6 metros, y respondieron "6 minutos". Además olvidan escribir el signo de la operación en varias ocasiones por "despiste".
- Al operar: Varias soluciones incorrectas se debieron a fallos en el cálculo.

- Copiar: Fueron muchos los niños y niñas que copiaron los resultados de sus compañeros de grupo, y en muchas ocasiones les llevó a una solución equivocada.

A continuación, se muestra el análisis de los diferentes datos estudiados, de acuerdo a los objetivos planteados al inicio del trabajo. Para ello, se han tenido en cuenta únicamente, los problemas de la última sesión que realizaron individualmente, ya que al trabajar en grupos durante las sesiones anteriores, los resultados no han sido muy objetivos. Esto sucede porque como ya se ha mencionado, en cada grupo siempre había algún niño o niña que hacía de “guía del grupo”, especialmente porque razonaba más rápido que el resto. Es por ello, que muchos de los alumnos y alumnas, no decidían emplear ningún método propio, sino que se dejaban guiar por sus compañeros, y por tanto no utilizaban el razonamiento para ser creativos en el momento de la resolución.

5.3 ¿Cuáles son los métodos de resolución de problemas más utilizados por los alumnos?

En este apartado, se muestran diferentes gráficos en el que se analizan los métodos utilizados por el alumnado en la resolución de cada uno de los problemas propuestos, además de indicar la correcta o incorrecta resolución de los problemas.

Problema 1: *En una panadería los 4 últimos clientes han comprado lo siguiente: Una barra de pan, media barra, 2 barras, y 4 barras y media, ¿Cuántas barras de pan han comprado entre todos?*

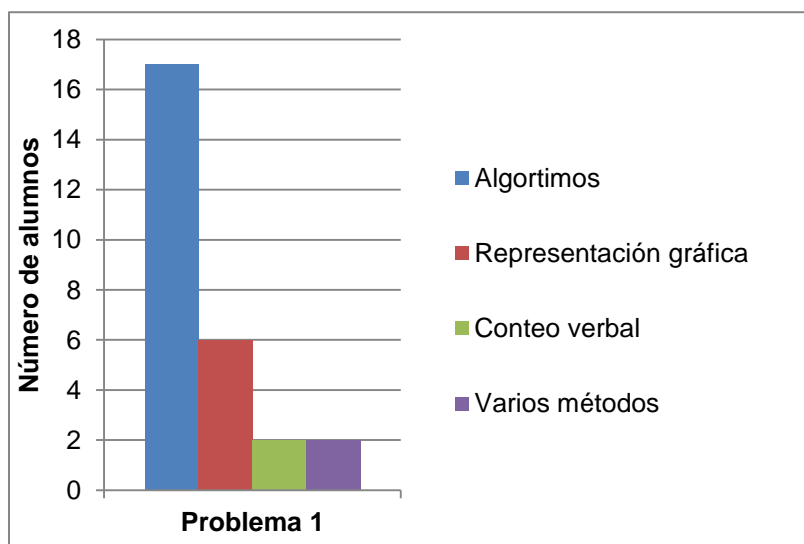


Figura 3. Métodos de resolución utilizados en el problema 1

Como se muestra en el gráfico de barras anterior, un 63% de los alumnos y alumnas optaron por utilizar el algoritmo de la suma al que ya están acostumbrados. Tan sólo un 22% realizó dibujos barras de pan, y un 7% decidió hacer un conteo verbal con los dedos. El otro 7% empleó en el mismo problema el algoritmo de la suma, y el dibujo de los elementos del problema.

A pesar de que todos realizaron el problema, sólo el 37% de la clase lo resolvió de manera correcta, tal y como muestra el siguiente gráfico. Los errores son principalmente por falta de comprensión del problema y un mal uso de los datos.



Figura 4. Respuestas correctas e incorrectas en el problema 1

Problema 2: *A un partido de tenis han asistido 196 personas, pero sólo han pagado la entrada 178, porque los niños entran gratis. ¿Cuántos niños han visto el partido?*

En este problema, todo el alumnado ha optado por elegir el algoritmo de la resta, excepto cuatro niños que han utilizado el de la suma, y por tanto les ha llevado a una solución errónea. Tres alumnos han elegido la operación correcta, pero se han equivocado en el resultado, por lo que han tenido un error en el cálculo. El siguiente gráfico muestra las respuestas correctas e incorrectas de los alumnos.



Figura 5. Respuestas correctas e incorrectas en el problema 2

Problema 3: *En una caja grande hay 246 canicas rojas y 111 canicas azules. En una caja pequeña hay 303 canicas azules y 84 rojas. ¿En cuál de las dos cajas hay menos canicas?*

En este problema todos los alumnos a excepción de dos (uno ha dejado el problema en blanco, y otro sólo ha puesto la solución), han utilizado el algoritmo de la suma. Era la opción más adecuada puesto que las cifras del enunciado eran elevadas.

Sin embargo, el error ha estado muy presente al poner la solución del problema, pues a pesar de que muchos estudiantes han realizado muy bien las operaciones, no han contestado correctamente a la pregunta del problema. Algunas de las respuestas que han llevado a contestar incorrectamente son: "Hay más en la pequeña", o "Hay 357 canicas".

Por último añadir, que aunque el procedimiento era el correcto, debido a las respuestas incorrectas, ni si quiera la mitad de la clase, tan sólo un 44% del alumnado, contestó bien, como se observa en el gráfico siguiente.



Figura 6. Respuestas correctas e incorrectas en el problema 3

Problema 4: En una granja hay 6 patos, 4 cerdos, 3 gallinas y 5 ovejas. ¿Cuántas patas de animales hay en total?

En este problema sorprende positivamente variedad en cuanto a los métodos de resolución escogidos como se puede observar en el gráfico.

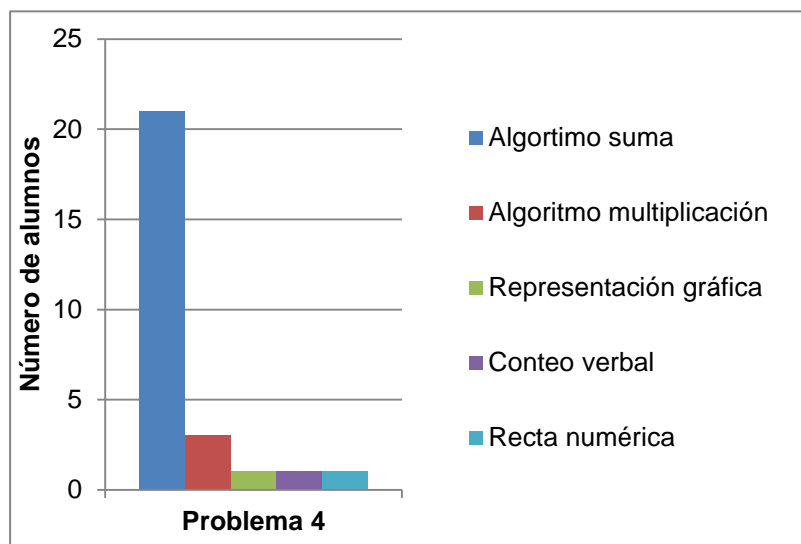


Figura 7. Métodos de resolución utilizados en el problema 4

Un 78% de los niños utilizaron el algoritmo tradicional de la suma para contar las patas, pero también, un 11% supo aplicar los pocos conocimientos que tenían de la multiplicación, y hallaron la solución por una vía más rápida. Otra

buena opción, fue dibujar elementos para así contarlos, como hizo una alumna, o utilizar la recta numérica y desplazarse a través de la misma.

A pesar de que sólo el 40% hizo bien el problema, los resultados son satisfactorios porque varios alumnos y alumnas hicieron correctamente el procedimiento, pero erraron al final del problema por olvido de algún dato. No obstante, también hay un porcentaje elevado de niño y niñas que no comprendieron el enunciado, y se dedicaron a sumar exclusivamente las cifras del mismo.



Figura 8. Respuestas correctas e incorrectas en el problema 4

Problema 5: En clase somos 13 niñas y 12 niños. En el patio, cada niña ha tirado dos veces a canasta y cada niño sólo una vez. ¿Cuántas veces hemos tirado a canasta entre todos?

En este problema las opciones que han elegido los estudiantes para llegar a la solución del problema han sido varias. Como en el resto de problemas, destacan las operaciones (un 63% ha elegido esta opción), sin embargo, los niños y niñas también han combinado diferentes métodos, como el conteo y el algoritmo, o la representación gráfica y el conteo. Asimismo, en los algoritmos, además del de la suma, algún alumno ha sabido utilizar adecuadamente la multiplicación.

Una buena opción quizás, hubiera sido utilizar la recta numérica, sin embargo, ninguno de los niños y niñas ha escogido este método.

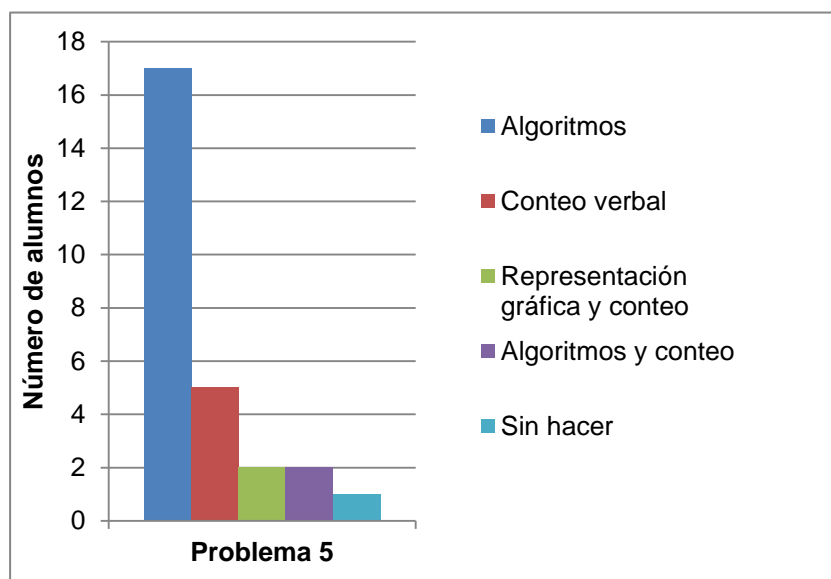


Figura 9. Métodos de resolución utilizados en el problema 5

Ante este problema, la mitad de la clase ha llegado a una correcta solución y la otra mitad a una solución incorrecta. Sólo un alumno ha dejado el problema en blanco, como se puede observar en la figura 8.



Figura 10. Respuestas correctas e incorrectas en el problema 5

Los errores que se observan son exclusivamente por falta de comprensión del problema, donde la mayoría de los alumnos y alumnas sumaron las cifras del enunciado sin utilizar ningún tipo de razonamiento.

Problema 6: *En un árbol del jardín están durmiendo 65 gorriones. Se marchan 17 a otro árbol, pero al cabo de un rato vuelven 9. ¿Cuántos gorriones hay ahora en el árbol del jardín?*

En este último problema todo el alumnado ha utilizado el algoritmo de la suma, a excepción de un alumno que lo ha combinado también con el dibujo de elementos (9 círculos que simulan los 9 gorriones que vuelven). Sólo un alumno ha dejado el problema en blanco, que resulta ser el mismo que no hizo el problema 5, por lo que es probable que se deba a una falta de tiempo.

El siguiente gráfico circular muestra cómo la mitad de la clase resuelve el problema adecuadamente y la otra mitad tiene dificultades de comprensión y por tanto no lo resuelven de manera correcta.



Figura 11. Respuestas correctas e incorrectas en el problema 6

Como resumen, se puede decir tal y como muestran los gráficos anteriores, que los alumnos y alumnas tienden a escoger los algoritmos como principal método de resolución. Esto se debe a que los niños y niñas están acostumbrados a emplear este método en los problemas. No obstante, también fueron varios los estudiantes que intentaron emplear otros métodos que antes sólo habían utilizado en actividades y ejercicios, como el dibujo de elementos para contarlos después.

Sorprende negativamente la falta de comprensión que tienen muchos niños y niñas en cuando a los enunciados de los problemas, así como la ausencia de anotación de los datos para resolverlo.

5.4 ¿Qué método de resolución de problemas resulta más eficaz?

En la siguiente figura se puede observar un resumen de todos los métodos que han utilizado los alumnos y alumnas en cada problema. Como ya he explicado anteriormente, no todos los métodos han sido empleados correctamente, por lo que este gráfico no sirve para analizar la eficacia de los mismos.

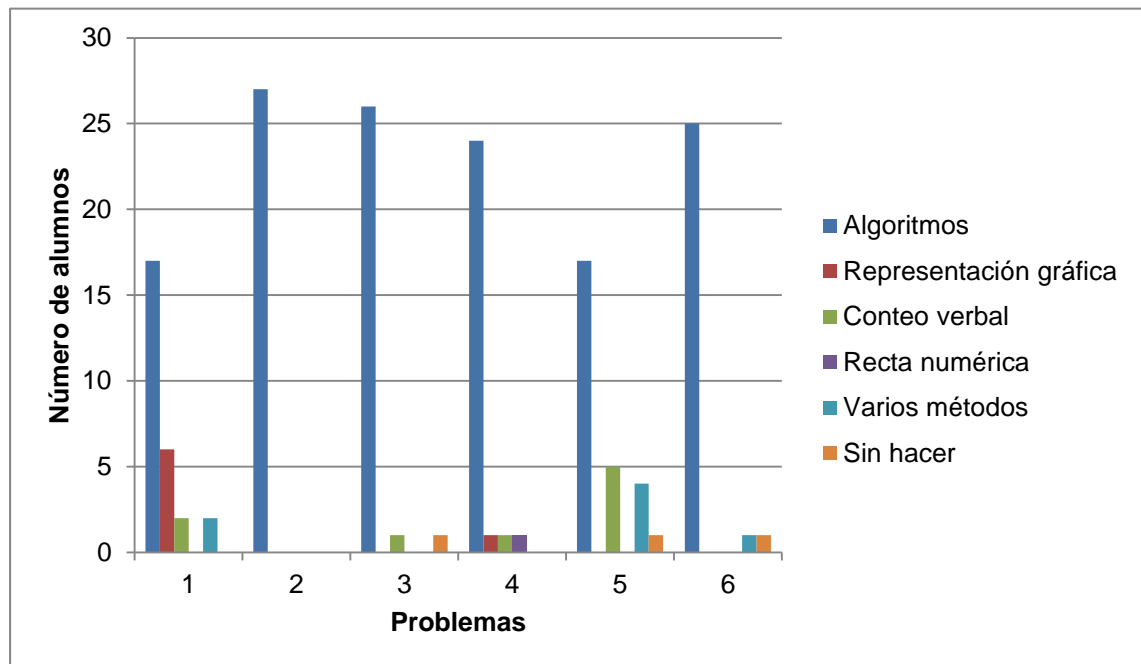


Figura 12. Total de métodos de resolución de problemas elegidos en cada problema

Como el objetivo es observar cuál de los métodos resulta más eficaz, se han tenido en cuenta solamente los problemas que los niños y niñas han resuelto de manera correcta, ya que lo que nos interesa, es observar que los métodos se han empleado adecuadamente.

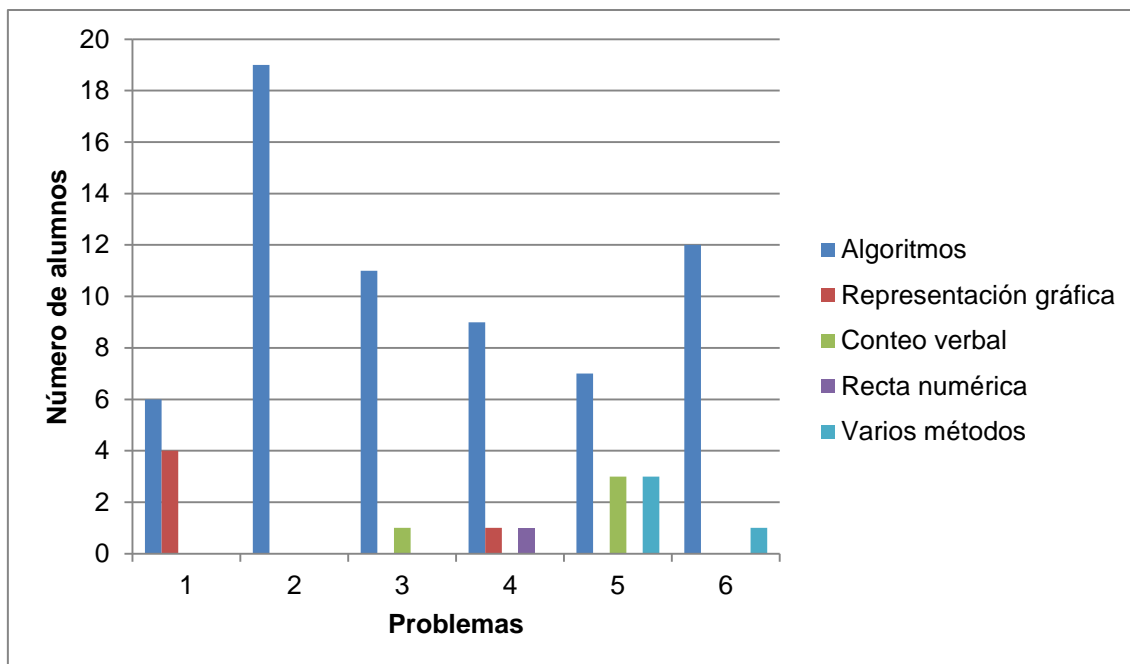


Figura 13. Métodos de resolución de problemas en cuanto a eficacia

Sin ninguna duda, el método más eficaz se puede decir que es la aplicación de los algoritmos. Como ya se ha dicho se debe a que es un método que los alumnos y alumnas saben aplicar a distintos problemas. Por otro lado, hay que destacar que la representación gráfica por medio de dibujos también ha dado buenos resultados, especialmente a los niños y niñas que quizás no sabían cómo resolver el problema por medio del tradicional algoritmo. Hay que añadir, que aunque el conteo verbal no aparece demasiado reflejado en los gráficos, siempre está presente, pues la mayor parte de los niños y niñas utilizan los dedos para realizar las operaciones de sumas y restas.

5.5 ¿Qué tipo de problemas suponen mayor dificultad para los alumnos y alumnas?

A continuación se muestra un gráfico que resume la resolución correcta o incorrecta de los diferentes problemas. En él se pueden observar los tipos de problemas en los que los alumnos y alumnas han presentado mayores dificultades.

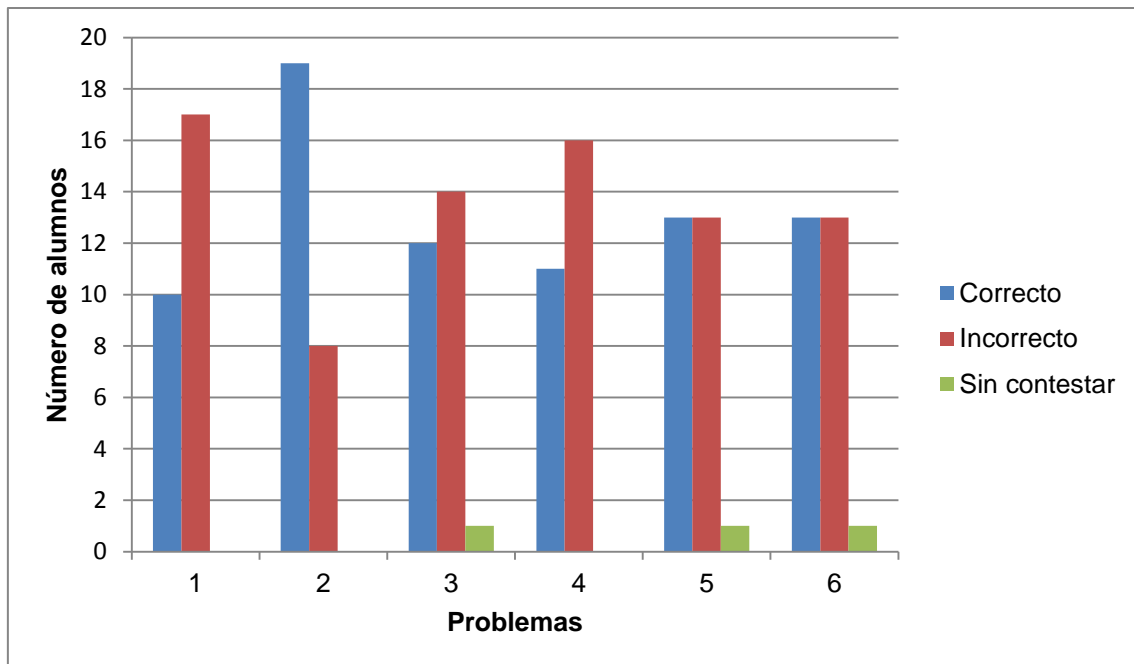


Figura 14. Resolución correcta o incorrecta de los problemas

El gráfico muestra como los niños y niñas han tenido mayores dificultades en los problemas 1, 3 y 4. Según su clasificación, son problemas de más de una operación (2 y 4) y de combinación (1).

En cambio, han resuelto mejor el problema número 4 que es de tipo combinación, y que se resuelve con única operación.

El quinto y sexto problema han tenido el mismo número de errores y de aciertos, por lo que no se puede decir ni que hayan tenido muchas dificultades ni tampoco demasiadas facilidades. Ambos problemas requieren varias operaciones para resolverlos.

Con todo esto, se podría decir que en general, los alumnos y alumnas presentan mayores dificultades en los problemas que requieren más de una operación para llegar a la solución. Quizás pueda deberse a la dificultad de organizar y estructurar su pensamiento tras la lectura y consiguiente comprensión del enunciado.

5.6 ¿Cuáles son los errores más frecuentes que tienen los alumnos en la resolución de problemas matemáticos?

Como se ha podido observar en los apartados anteriores, los diferentes gráficos han representado las respuestas correctas e incorrectas de los alumnos y alumnas. Es sorprendente la cantidad de respuestas incorrectas que se han obtenido, y en este apartado se van a tratar de explicar las causas de las mismas.

Para analizar los errores se utilizan los tipos de bloqueos que propone De Guzmán (1994, pp.27-90) en su libro “para pensar mejor”:

- *Bloqueos de origen afectivo*: Tal y como se ha señalado al principio de este apartado, muchos alumnos presentan un grado de motivación muy bajo ante los problemas de matemáticas. Expresiones como “es un rollazo”, o “son difíciles” permiten ver que los niños y niñas tienen una concepción negativa de los problemas. Se trata de una tarea que exige cierto esfuerzo intelectual, y que produce un sentimiento negativo en el alumno. Teniendo en cuenta la edad que tienen los alumnos (7-8 años), estos sentimientos pueden relacionarse principalmente con el miedo a equivocarse, pues piensan que el errar es algo negativo.

¿Cómo hacer que el alumno supere este bloqueo?

Es importante hacerle ver que de los errores también se aprende, y que los fallos nos van a permitir hacer las cosas mejor en un futuro. Todos los estudiantes, deberían tener siempre presente que: “quien se equivoca, más aprende”. Por otro lado, es importante la motivación por parte del maestro para reducir así el bajo grado de motivación del alumnado.

- *Bloqueos de tipo cognoscitivo*: Hacen referencia especialmente a la dificultad para desglosar el problema, y a la manera de “atacar al problema”. En este caso, se ha observado como muchos alumnos y alumnas tienen dificultades para entender el problema y por tanto son incapaces de elegir la estrategia adecuada para resolverlo. La causa puede estar relacionada con la ausencia de un conocimiento logicomatemático óptimo para hallar la solución. En estos casos, la

estrategia más adecuada podría ser, por un lado descomponer el problema en partes más sencillas que faciliten la comprensión del enunciado, y por otro lado, la anotación de los datos que permitan al alumnado estructurar su pensamiento en el momento de abordar el problema.

El siguiente gráfico permite observar los alumnos y alumnas que han anotado los datos y la solución de los diferentes problemas durante la sesión individual de resolución de problemas.

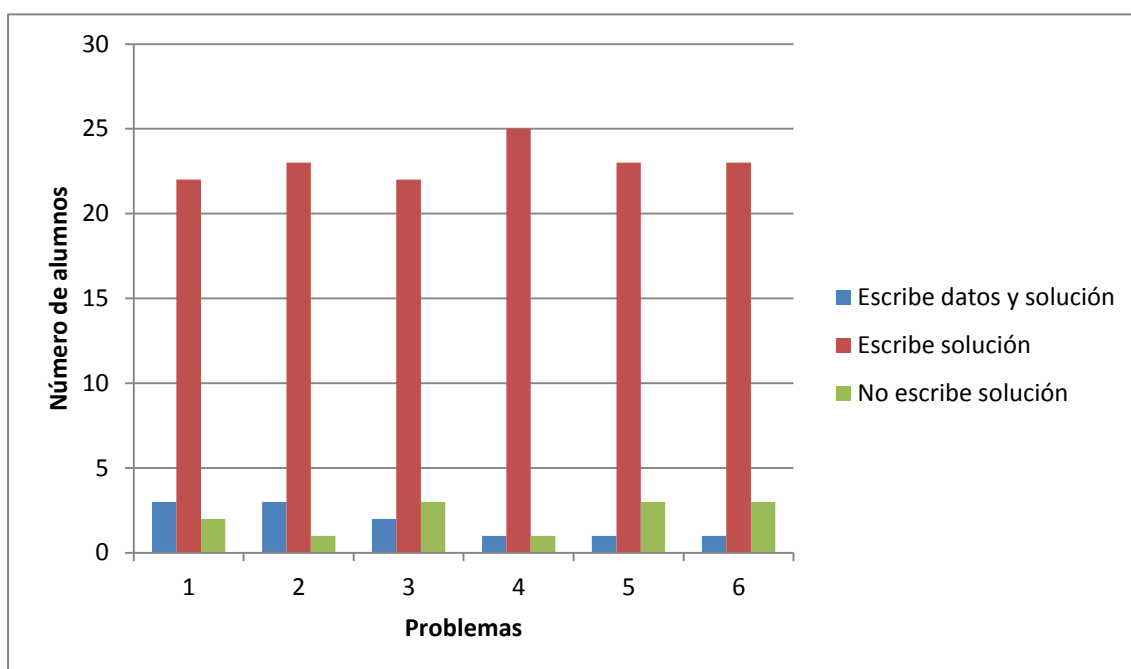


Figura 15. Comparativa en la redacción de los datos y soluciones en la resolución de problemas

Se puede observar una clara diferencia entre los alumnos y alumnas que han apuntado los datos y los que han anotado la solución. Quizás esta diferencia se deba, por un lado a que los niños y niñas son conocedores de que en todo problema deben dar respuesta a una pregunta, o bien porque había un espacio en cada problema en el que se indicaba que debían escribir la solución. Quizás, si también se hubiera indicado un espacio para que escribieran los datos, los habrían anotado un mayor número de estudiantes.

Es interesante saber, que los pocos alumnos y alumnas que anotaron los datos del problema, contestaron correctamente dichos problemas, por lo que se podría afirmar que una buena estructuración del problema, y una adecuada organización y seguimiento de los pasos que propone Polya, lleva a una correcta resolución del mismo, tal y como se puede comprobar en los resultados obtenidos.

Como resumen, se pueden destacar los siguientes errores en el alumnado: Estrategias de resolución incorrectas, incompreensión entre los datos del problema y la pregunta, aplicación de operaciones y soluciones al azar, falta de una lectura comprensiva del enunciado, fallos en el cálculo de las operaciones, y desorganización.

- *Bloqueos culturales y ambientales:* Se refiere a que los estudiantes utilizan las formas de pensar que se les transmite. Esto es, como durante el taller se les ha mostrado diferentes maneras por las que se pueden solucionar los problemas, algunos alumnos o alumnas, han intentado aplicarlas sin saber cómo, y no han sabido pensar en cuál sería la mejor estrategia para cada problema.

Para mejorar este aspecto, los niños y niñas deben aprender a utilizar la lógica y el razonamiento, hacerse preguntas, y proponer sus propias ideas para llevarlas a la práctica.

En conclusión, los alumnos que comenten errores suelen:

- Aplicar el último concepto aprendido en clase, sin pararse a pensar si es el adecuado.
- Omitir elementos del problema que se expresan en el enunciado y que se relacionan con la pregunta.
- Intuir lo que se les pregunta, sin reflexionar sobre el contenido real de la pregunta.
- Operar con los datos en el mismo orden de aparición en el problema, incluso empleando los que no son necesarios.
- Asociar operaciones a determinadas expresiones como “menos que” (restan), “en total” (suman).

- Utilizar estrategias incorrectas, aunque los alumnos comprendan el problema con datos más pequeños.
- Buscar una solución, aunque sea absurda.

Como estrategias para superar todos los obstáculos con los que se pueden encontrar el alumnado durante la resolución de problemas, se proponen las siguientes:

- Una actitud positiva unida a una preparación afectiva, física y cognoscitiva adecuada.
- Disponer de estrategias variadas de resolución entre las que se pueda elegir.
- Ser perseverante.
- Estimar la magnitud de los problemas a los que nos enfrentamos.
- Ensayar herramientas propias y originales, no sólo a lo que nos propongan los demás.
- Necesidad de encontrar un método para resolver sus problemas.
- Reducir lo complicado a lo simple.
- Estructurar el conocimiento.
- Ensayar con otros métodos que han sido aplicados por otros.
- Examinar atentamente el propio proceso de resolución para entender mejor nuestras posibles deficiencias y virtudes, y hacer más eficaz nuestros procesos de pensamiento en el futuro.
- Estar abierto a la utilización de todos los recursos del entendimiento, de la imaginación, de los sentidos y de la memoria.

CONCLUSIONES Y CUESTIONES ABIERTAS

Al principio de este trabajo, se proponen unas cuestiones, con el objetivo de intentar darles solución tras la aplicación de la propuesta. Así pues, una vez llevada a la práctica se obtienen las siguientes conclusiones:

¿Son capaces los alumnos de resolver problemas de multiplicar y dividir sin haber estudiado dichos conceptos?

Tras las sesiones en individual y grupo, se puede afirmar que los alumnos y alumnas sí son capaces de resolver problemas de este tipo sin haber estudiado previamente la multiplicación y división. Aunque es cierto que los estudiantes estaban iniciándose en la multiplicación, no habían aplicado aún este concepto en ningún tipo de problema. Simplemente eran aprendices de las tablas del 2, 3, 5 y 10. Sin embargo, como se ha podido comprobar en los problemas que han resuelto, han sabido ordenar su pensamiento y su propio razonamiento les ha llevado a hacer sumas sucesivas, o a hacer repartos con dibujos en las divisiones. Los niños y niñas son capaces de razonar de esta forma porque las cuatro operaciones básicas están relacionadas entre sí, como se puede observar en la siguiente figura.

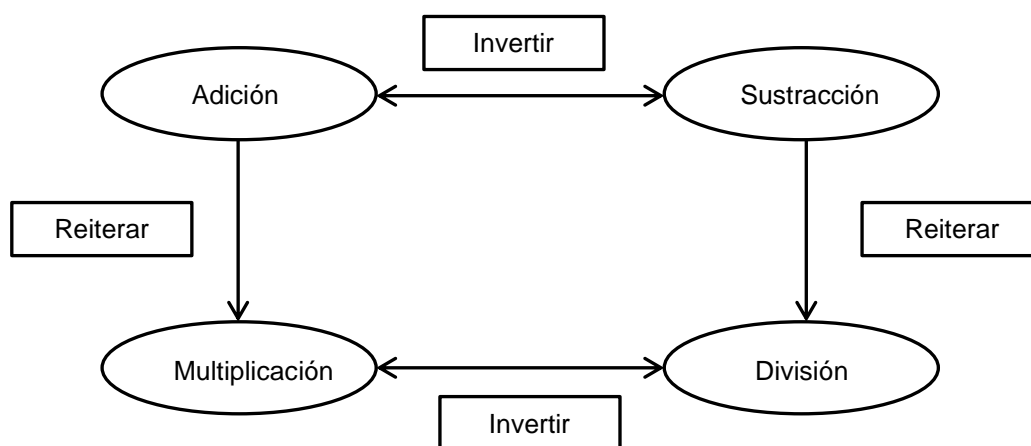


Figura 15. Relación entre las cuatro operaciones básicas. (Castro, 2008, pp. 213)

¿Ayuda la motivación a que los alumnos y alumnas resuelvan mejor los problemas de matemáticas?

La motivación es una característica que debe estar en todas las áreas y asignaturas de la escuela, no obstante, en este caso ha sido muy necesaria para que los niños y niñas afrontaran estas sesiones de manera positiva. Durante todo el taller se ha observado como disfrutaban, y aunque los resultados no han sido tan buenos como se esperaba, todos están aprendiendo que deben organizar su pensamiento al llevar a cabo cualquier tarea.

¿Deben los alumnos escoger un método de resolución de problemas adecuados a su edad?

Tras mucha búsqueda de información, y ver las controversias que hay respecto a este tema, personalmente creo que cada niño o niña debe organizar su pensamiento y escoger el método que mejor le convenga en cada momento. Este es un aspecto que tiene que ver mucho con la madurez de cada alumno o alumna, por lo que considero que no está mal que un niño o niña elija un método de resolución que no se corresponde a su edad. Es decir, un niño que ya ha superado las etapas manipulativa y gráfica, normalmente no utilizará el dibujo o los objetos reales para resolver el problema, pero no veo incorrecto que en problemas puntuales decida escoger dichos métodos, ya que esta opción le va a permitir al alumnado seguir construyendo su aprendizaje.

¿Cuál de los métodos de resolución de problemas utilizados da mejores resultados?

Se podría decir que los algoritmos dan mejores resultados. No obstante, no es una consideración muy objetiva, ya que los alumnos y alumnas, están acostumbrados a este método de resolución y por tanto es el deciden aplicar con mayor frecuencia. Seguramente con la práctica, el resto de métodos, también resultarían ser eficaces para resolver distintos problemas.

¿Cuáles son las dificultades principales que llevan al error de los alumnos en la resolución de problemas?

Como ya se ha dicho en el apartado anterior (resultados y su discusión), principalmente es la falta de organización del pensamiento la que lleva al error

durante la resolución de problemas. Además, la falta de comprensión del enunciado también está muy presente.

¿Favorece la distribución en pequeños grupos de trabajo, la resolución de problemas matemáticos?

El trabajo en pequeños grupos ha sido positivo y negativo al mismo tiempo. Positivo porque los niños y niñas que comprendían el problema, han podido explicárselo al resto de sus compañeros; además era muy enriquecedor ver como el alumnado intercambiaba opiniones con el resto de sus compañeros sobre qué método utilizar en cada problema.

Por otro lado, resultó negativo, porque muchos de los niños y niñas que mayores problemas de comprensión tenían, se limitaban a copiar lo que decían sus compañeros y compañeras de grupo, sin esforzarse en pensar, en cómo podrían resolver ellos mismos el problema. Quizás hubiera sido mejor trabajar la propuesta a través de más sesiones, para dar así oportunidad de razonar a todos los estudiantes.

Con todo esto, se proponen a continuación unas preguntas abiertas que hacen plantear mejoras de cara a futuras aplicaciones en el aula.

- ¿Qué hubiera pasado si los niños y niñas hubieran trabajado en parejas y no en pequeños grupos durante la propuesta?
- ¿Habrían mejorado los resultados si se hubiera dedicado más tiempo a la propuesta?
- ¿Enriquecería al alumnado el descubrimiento de las diferentes maneras de resolución de problemas por sí mismos?

Por último decir, que en función de los objetivos planteados para esta propuesta de trabajo, las conclusiones halladas son las siguientes:

Respecto a los dos primeros objetivos “*analizar los métodos de resolución de problemas más utilizados por los alumnos; observar cuáles de los métodos de resolución de problemas son más eficaces*”, hay que decir que no se han podido observar tal y como se esperaba. Quizás ha sido la distribución del alumnado en el aula a la hora de trabajar, la que no ha permitido que todos los niños y niñas pudieran razonar plenamente en cada problema. Además, como ya se ha dicho en páginas anteriores, el alumnado estuvo muy alterado y

nervioso durante las sesiones 2 y 3, por lo que no tenían la disposición adecuada que requiere la resolución de problemas.

Respecto al tercer objetivo, *“identificar los errores más frecuentes que tienen los alumnos en la resolución de problemas matemáticos”*, sí se ha podido lograr, ya que los dos objetivos anteriores han servido para poder observar cuáles son los errores que llevan a los alumnos y alumnas a una incorrecta resolución de los problemas matemáticos. Especialmente se relaciona con una ausencia casi general de la aplicación de la primera fase propuesta por Polya en la resolución de problemas.

En cuanto al último objetivo, *“elaborar una propuesta de mejora, en función de los resultados obtenidos y las dificultades observadas”*, se proponen a continuación diferentes aspectos a tener en cuenta en futuras aplicaciones:

- Utilizar un mayor número de sesiones para poner en práctica los diferentes métodos de resolución de problemas.
- Sustituir las sesiones de trabajo en pequeños grupos por sesiones de trabajo en pareja. Esta manera de trabajar, va a permitir a los alumnos y alumnas
- Inculcar al alumnado la importancia de aplicar las cuatro fases de resolución de problemas que propone Polya, incidiendo especialmente en la primera y en la cuarta, que hacen referencia a la comprensión del problema y a la comprobación del mismo.

Debido a que los errores cometidos por los niños y niñas hacen referencia especialmente a la escasa comprensión de los problemas, es necesario proponer actividades que ayuden a los alumnos y alumnas, a mejorarla. Para ello, es interesante que los niños y niñas trabajen en parejas y se planteen problemas los unos a los otros, en los que, además de entender qué dice el enunciado del problema, tengan que interpretar, inferir y recrear más información a partir de lo leído.

Para mejorar la comprensión del enunciado, se proponen problemas en los que tengan que inventar la pregunta, algunas partes del problema, el problema entero, o detectar los datos que no son importantes para resolver el problema.

Como ejemplos se plantean los siguientes:

- *Identificar el dato que no es necesario para responder a la pregunta:*

Mi abuela ha escrito un libro de recetas de cocina. Hay 30 recetas de tartas, 18 de helados, 42 de sopas y 29 de bizcochos. ¿Cuántas recetas de postres ha escrito mi abuela?

Esta mañana he ido al supermercado y he comprado 3 kg de manzanas, 1 kg de fresas, 2 kg de tomates, y 1 kg de peras. ¿Cuántos kilos de fruta he comprado en total?

Begoña entra al colegio a las 9 de la mañana. Sale al recreo a las 11 y va al comedor escolar a las 13 del mediodía. Acaba las clases a las 5 de la tarde. ¿Cuántas horas está Begoña en el colegio cada día?

- *Escribir una pregunta que se pueda contestar con estos datos:*

En un autobús pueden viajar 55 personas. Están ocupados 32 asientos.
¿.....?

Esta tarde en el cine hay 78 mujeres, 42 hombres y 23 niños.
¿.....?

Necesito comprar una televisión. Tengo 145 euros y la televisión cuesta 207 euros.
¿.....?

- *Completar los datos que faltan para poder responder a la pregunta:*

En clase somos 28 alumnos.....

 ¿Cuántos alumnos han faltado hoy a clase?

Jugando en el recreo he perdido 16 canicas.....

 ¿Cuántas canicas tenía al principio?

Mi hermano y yo tenemos caramelos de fresa y de limón. Mi hermano tiene 36 caramelos de fresa.....

 ¿Cuántos caramelos tenemos entre los dos?

- *Inventar un problema que se resuelva con los datos propuestos:*

Marta, para resolver un problema que habla de canicas, ha planteado la siguiente operación: $44-18= ?$

 ¿.....?

En un partido de baloncesto los resultados han sido los siguientes: $78 - 93$, inventa un problema y una pregunta para el mismo.

 ¿.....?

En una cesta hay 345 nueces y 169 almendras, inventa un problema que se resuelva con la siguiente operación: $345-169=$ ¿?

.....
.....
¿.....?

Por otro lado, también es conveniente trabajar con los alumnos y alumnas, aspectos que hacen referencia a la última fase de la resolución de problemas propuesta por Polya. Es decir, es necesario que los niños y niñas verifiquen los resultados obtenidos en función de las preguntas planteadas en los problemas. La propuesta de problemas anterior, permite el desarrollo de la capacidad de razonamiento y comprensión del alumnado, por lo que también va a contribuir a la mejora de esta fase de comprobación y contrastación de resultados.

Para terminar, añadir que la propuesta de trabajo ha resultado ser muy satisfactoria, puesto que ver a unos alumnos y alumnas tan motivados con algo que en un principio no llamaba su atención, es muy enriquecedor y gratificante.

REFERENCIAS:

- Abrantes, P; Barba, C; Battle, I; Bofarull, M.T; Colomer, T; Fuertes, T (...)
Serra, T. (2002). *La resolución de problemas en matemáticas*. 1ª edición.
(pp.41-42). Graó.
- Blanco, L.J. (2000). La resolución de problemas en primaria. Una propuesta para la formación inicial del profesorado. En J. Carrillo Yáñez y L. Contreras González (Eds.), *Resolución de problemas en los albores del siglo XXI: Una visión internacional desde múltiples perspectivas y niveles educativos*. 1ª edición. (pp. 217). España: Hergué.
- Cid, E; Godino, J.D; Batanero, C. (2004). Adición y sustracción. En E. Cid; J.D. Godino; C. Batanero (Eds.), *Matemáticas para maestros*. 1ª edición. (pp.49-52). Granada
- Cid, E; Godino, J.D; Batanero, C. (2004). Multiplicación y división entera. En E. Cid; J.D. Godino; C. Batanero (Eds.), *Matemáticas para maestros*. 1ª edición. (pp.73-75). Granada
- Corral Íñigo, A. (2008). Principales teorías sobre el desarrollo (II): el modelo de L.S. Vygotski. En A. Corral Íñigo; B. Delgado Egido; M.G. García Nogales; M. Giménez-Dasí; S. Mariscal Altares (Eds.), *Psicología del desarrollo: desde el nacimiento a la primera infancia*. 1ª edición. Vol. 1. (pp. 54). España, Madrid: McGraw-Hill.
- De la Fuente Arjona, A (2010). *La rebelión de los números*. 1ª edición. Madrid: Ediciones de la Torre.

Gobierno de Navarra. Departamento de Educación. (2009). *Currículo de Educación Primaria. (Vol 1). Conocimiento del medio natural, social y cultural. Educación artística. Educación física. Educación para la ciudadanía y los derechos humanos. Matemáticas.* 1ª edición. (pp. 27, 103-112).

Gobierno de Navarra. Departamento de Educación. (1992). *Currículo de Educación Primaria.* Recuperado de <http://www.lexnavarra.navarra.es/detalle.asp?r=29367>

De Guzmán, M (1994). *Para pensar mejor: Desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos.* 1ª edición. (pp. 27-90). España, Madrid: Pirámide.

Echenique Urdiain, I. (2006). Tipología de problemas en la etapa de educación Primaria. En I. Echenique Urdiain. *Matemáticas resolución de problemas.* 1ª edición. (pp.31-33). Gobierno de Navarra. Recuperado de <https://www.edu.xunta.es/centros/ceipisaacperal/system/files/matematicas.pdf>

Fernández Bravo, J.A. (2000). *Técnicas creativas para la resolución de problemas matemáticos.* 1ª edición. (pp. 21, 24-24). Cisspraxis.

Fuentes, M.T., Boafarull, M.T (2001). Dificultades de cálculo y resolución de problemas en educación primaria. Propuesta de unas pautas de observación. En P. Abrantes; C. Barba; I. Battle; M.T. Bofarull; T. Colomer; T. Fuertes, (...) T. Serra (Eds.), *En la resolución de problemas en matemáticas.* 1ª edición. (pp.77-91). Graó.

- García, J.E. (1992) Ideas, pautas y estrategias heurísticas para la resolución de problemas. En P. Abrantes; C. Barba; I. Battle; M.T. Bofarull; T. Colomer; T. Fuertes, (...) T. Serra (Eds.), *La resolución de problemas en matemáticas*. 1ª edición. (pp. 111-116). Graó.
- Gómez Veiga, I. (2009). Desarrollo cognitivo y lingüístico. En A. Brioso Díez; A. Contreras Felipe; A. Corral Iñigo; B. Delgado Egido; M.C. Díaz Mardomingo; M. Giménez Dasí; (...) I. Sánchez Queija (Eds.), *Psicología del desarrollo: desde la infancia a la vejez*. 1ª edición. Vol. 2. (pp. 3-22). España, Madrid: McGraw-Hill.
- Lorenzo Blanco, J. (febrero, 1996). La resolución de problemas. Una revisión teórica. *Revista Suma*, 21, (pp. 11-19).
- Mariscal Altares, S., Giménez-Dasí, M (2008). Principales teorías sobre el desarrollo (I): la teoría de J. Piaget. En A. Corral Iñigo; B. Delgado Egido; M.G. García Nogales; M. Giménez-Dasí; S. Mariscal Altares (Eds.), *Psicología del desarrollo: desde el nacimiento a la primera infancia*. 1ª edición. Vol. 1. (pp. 21-43). España, Madrid: McGraw-Hill.

ANEXOS:

Anexo I: Power point para el alumnado

* LA REBELIÓN DE LOS NÚMEROS

Taller de problemas 2º de Primaria

* PROBLEMA 1:

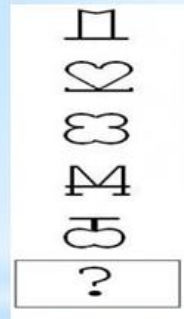
PAULA ESTÁ RECOGIENDO LIBROS USADOS PARA VENDERLOS EN UN MERCADILLO. QUERÍA TENER 60 PERO SÓLO TIENE 41. ¿CUÁNTOS LIBROS LE FALTAN PARA TENER 60?



* PROBLEMA 2:

LOS 28 ALUMNOS DE 2ª DE LA COMPASIÓN SE VAN DE EXCURSIÓN A PAMPLONA CON LA PROFESORA. CUANDO VAN A COGER LA VILLAVESA HAY SÓLO 4 PERSONAS MONTADAS. DESPUÉS DE DOS PARADAS SE BAJAN 2 PERSONAS Y SE SUBEN 6. ¿CUÁNTOS PASAJEROS HAY AHORA EN LA VILLAVESA?

* ENIGMA



* SOLUCIÓN AL ENIGMA



11 PROBLEMAS MÁS DEBEIS RESOLVER SI
A LA MAESTRA QUEREIS VOLVER A VER

11 pistas más debéis recolectar si a la profesora
queréis encontrar



* PROBLEMAS

* PROBLEMA 1



EN UNA CAJA HAY 8 CERAS ROJAS, 10 AZULES, 3 NARANJAS Y 12 ROSAS. DESPUÉS DE USARLAS SE GASTAN 4 CERAS ROSAS, 3 CERAS AZULES, 3 CERAS NARANJAS Y 8 CERAS ROJAS.

¿CUÁNTAS CERAS QUEDAN EN LA CAJA?

¿DE QUÉ COLORES SON LAS CERAS QUE QUEDAN EN LA CAJA?

* PROBLEMA 2

* UN CARACOL RECORRE 1 METRO EN 10 MINUTOS, ¿CUÁNTOS METROS RECORRERÁ ESE CARACOL EN UNA HORA?



* PROBLEMA 3

* MI HERMANO SE HA LEÍDO UN LIBRO EN 3 DÍAS. EL PRIMER DÍA SE LEYÓ 93 PÁGINAS, EL SEGUNDO 158 PÁGINAS Y EL TERCER DÍA SE LEYÓ 206 PÁGINAS. ¿CUÁNTAS PÁGINAS TENÍA EL LIBRO?



- * EL TOTAL DE ALUMNOS DE UNA CLASE ES 10. EN ESA CLASE HAY MÁS NIÑOS QUE NIÑAS.
- ¿CUÁNTAS NIÑAS PUEDE HABER EN ESA CLASE?
 - ¿QUÉ AÑADIRÍAS AL ENUNCIADO DEL PROBLEMA PARA QUE SÓLO HUBIERA UNA RESPUESTA?



* PROBLEMA 4

* PROBLEMA 5

* JAVIER TIENE 189 EUROS. JAVIER TIENE 46 EUROS MÁS QUE BEGOÑA. ¿CUÁNTOS EUROS TIENE BEGOÑA?



* ELENA VA AL SUPERMERCADO PARA COMPRAR LECHE. SÓLO TIENE 90 CÉNTIMOS EN LA CARTERA Y CADA CAJA DE LECHE CUESTA 33 CÉNTIMOS.

- ¿CUÁNTAS CAJAS DE LECHE PUEDE COMPRAR ELENA?
- ¿CUÁNTO DINERO NECESITA PARA COMPRAR UNA CAJA MÁS?



* PROBLEMA 6

* EN UN PLATO HAY 74 ACEITUNAS, Y EN EL PLATO DE AL LADO HAY 49 HUESOS DE ACEITUNAS. ¿CUÁNTAS ACEITUNAS HABÍA?



* PROBLEMA 7



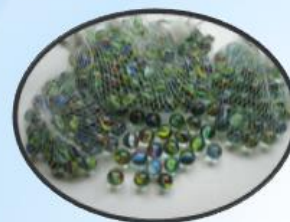
* PROBLEMA 8

* HOY HE IDO A HACER UNOS RECADOS. HE SALIDO DE CASA A LAS 9:00 Y HE VUELTO A LAS 15:30. ¿CUÁNTO TIEMPO HE ESTADO FUERA DE CASA?

* JAVIER TIENE UNA CAJA CON 10 FICHAS ROJAS Y 10 FICHAS AMARILLAS. EL JUEGO CONSISTE EN SACAR, CON LOS OJOS VENDADOS FICHAS DE UNA EN UNA HASTA CONSEGUIR DOS IGUALES.

- ¿CUÁNTAS FICHAS HAY QUE SACAR PARA ESTAR SEGURO DE CONSEGUIRLO?
- ¿CUÁNTAS FICHAS HAY QUE SACAR PARA ESTAR SEGURO DE TENER DOS FICHAS AMARILLAS?

* PROBLEMA 9



* PROBLEMA 10

* EN UNA BOLSITA HAY 16 CANICAS, ¿CUÁNTAS CANICAS HABRÁ EN 4 BOLSITAS DEL MISMO TAMAÑO?

*UN GRUPO DE 16 AMIGOS SE VA DE EXCURSIÓN AL MONTE Y LLEVAN TORTILLAS PARA MERENDAR. SI DE CADA TORTILLA COMEN 4, ¿CUÁNTAS TORTILLAS HAN LLEVADO AL MONTE?



*PROBLEMA 11

A	B	C	D	E	F	G
1	2	3	4	5	6	7
H	I	J	K	L	M	N
8	9	10	11	12	13	14
Ñ	O	P	Q	R	S	T
15	16	17	18	19	20	21
U	V	W	X	Y	Z	
22	23	24	25	26	27	



*LA MAESTRA DE MATEMÁTICAS



Anexo II: La maestra desaparecida



Anexo III: Tarjetas con las pistas

Estudio de métodos de resolución de problemas en 2º de Primaria



Anexo IV: Abecedario numerado

Laura Cruz Albea

A	B	C	D	E	F	G
1	2	3	4	5	6	7
H	I	J	K	L	M	N
8	9	10	11	12	13	14
Ñ	O	P	Q	R	S	T
15	16	17	18	19	20	21
U	V	W	X	Y	Z	
22	23	24	25	26	27	



Anexo V: Problemas de la sesión individual

NOMBRE: _____ FECHA: _____

PROBLEMA 1:

En una panadería los 4 últimos clientes han comprado lo siguiente: Una barra de pan, media barra, 2 barras, y 4 barras y media, ¿Cuántas barras de pan han comprado entre todos?

Solución:

PROBLEMA 2:

A un partido de tenis han asistido 196 personas, pero sólo han pagado la entrada 178, porque los niños entran gratis. ¿Cuántos niños han visto el partido?

Solución:

PROBLEMA 3:

Laura Cruz Albea

En una caja grande hay 246 canicas rojas y 111 canicas azules. En una caja pequeña hay 303 canicas azules y 84 rojas. ¿En cuál de las dos cajas hay menos canicas?

Solución:

PROBLEMA 4:

En una granja hay 6 patos, 4 cerdos, 3 gallinas y 5 ovejas. ¿Cuántas patas de animales hay en total?

Solución:

PROBLEMA 5:

En clase somos 13 niñas y 12 niños. En el patio, cada niña ha tirado dos veces a canasta y cada niño sólo una vez. ¿Cuántas veces hemos tirado a canasta entre todos?

Solución:

PROBLEMA 6:

En un árbol del jardín están durmiendo 65 gorriones. Se marchan 17 a otro árbol, pero al cabo de un rato vuelven 9. ¿Cuántos gorriones hay ahora en el árbol del jardín?

Solución:
