



ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES
Y DE TELECOMUNICACIÓN

Titulación:

INGENIERO DE TELECOMUNICACIÓN

Título del proyecto:

ESTIMACIÓN DE LA ESTRUCTURA DE LA UNIDAD MOTORA
EN BASE A REGISTROS DE EMG

Íñigo Corera Orzanco

Tutor: Javier Navallas Irujo

Pamplona, 12 septiembre 2014

Índice

Resumen	3
1. Introducción	5
1.1. Fisiología de la unidad motora	5
1.2. Modelado del potencial de unidad motora	6
1.3. Estimación de los parámetros de la unidad motora	7
1.4. Estado del arte en la descomposición del MUP	9
1.5. Objetivos y organización de la memoria	11
2. El problema directo: elección de la función de error	13
2.1. El espacio de parámetros	13
2.2. Funciones de error	13
2.3. Estudio del error en el espacio de parámetros	14
2.3.1. Error en función del error en R	15
2.3.2. Error en función del error en Z	15
2.3.3. Error en función del error en V	16
2.3.4. Error en función del error en VZ	17
2.3.5. Error en función del error en VR	19
2.3.6. Error en función del error en ZR	19
3. El problema inverso: elección del algoritmo de optimización	21
3.1. Estimación de 1 fibra con NMS	21
3.2. Estimación de 1 fibra con PSO	23
3.2.1. El algoritmo básico PSO	23
3.2.2. Adaptación a un espacio acotado	25
3.2.3. Evaluación de la calidad de la estimación con PSO	27
3.2.4. Ajuste de los parámetros internos	28
3.3. Comparativa NMS vs PSO	29
4. Estudio de la estimación basada en PSO	33
4.1. Estimación de 1 fibra	33
4.1.1. Experimento 1	33
4.1.2. Experimento 2	35
4.2. Estimación de N fibras	37
4.2.1. MUP con SFAPs separados	37
4.2.2. MUP con SFAPs solapados	39
4.3. El problema de la indeterminación del número de fibras	41

4.3.1.	Forma de onda compleja	43
4.3.2.	Forma de onda sencilla.....	45
4.4.	El problema de la indeterminación del inicio del potencial	47
4.4.1.	Efecto de suponer un instante de inicio de registro falso	47
4.4.2.	Intentando estimar la diferencia entre dos posiciones de inervación	51
5.	Mejora de la estimación basada en PSO	53
5.1.	PSO con ECM alineado.....	53
5.1.1.	Funcionamiento de la estimación con 1 fibra.....	53
5.1.2.	Funcionamiento de la estimación con 3 fibras	56
5.2.	Mejora del proceso de registro	58
5.3.	PSO con ECM alineado y corrección z.....	60
5.4.	PSO con ECM y error ZV	63
6.	Resultados de la estimación basada en PSO	67
6.1.	Condiciones de los experimentos	67
6.1.1.	Complejidad del MUP.....	67
6.2.	Influencia del número de fibras en el PSO.....	69
6.2.1.	Estimaciones 5F/5F	70
6.2.2.	Estimaciones 5F/10F	72
6.2.3.	Estimaciones 5F/20F	73
6.3.	Influencia de la relación Señal-Ruido del MUP.....	75
6.3.1.	Estimaciones sin ruido	77
6.3.2.	Estimaciones con bajo nivel de ruido.....	78
6.3.3.	Estimaciones con alto nivel de ruido.....	79
7.	Conclusiones y líneas futuras	81
7.1.	Conclusiones	81
7.2.	Líneas futuras	82
	Bibliografía	83

Resumen

En este proyecto se ha diseñado un algoritmo cuya finalidad es la estimación de ciertos parámetros de la estructura de la unidad motora a partir de la información que proporciona el potencial de unidad motora (MUP – motor unit potential) registrado con un electrodo de aguja concéntrica. Estos parámetros son la distancia radial entre cada una de las fibras de la unidad motora y el electrodo encargado de registrar el MUP (r), las distancias longitudinales entre la el electrodo y la posición de la unión neuromuscular de cada fibra (z), las velocidades de propagación del potencial en cada fibra (v) y el número de fibras de la unidad motora. Empleando un modelo de simulación del MUP, el algoritmo propuesto trata de buscar un conjunto de estos parámetros que haga que el MUP simulado sea lo más parecido posible al MUP registrado. Para ello, utiliza una función de error que cuantifica las diferencias entre el MUP simulado y el registrado. Así pues, el algoritmo busca iterativamente en el espacio de parámetros aquellas soluciones que minimizan la función de error.

Para el desarrollo del algoritmo de estimación, en primer lugar se ha tratado de encontrar una función de error óptima de cara a la estimación. Tras estudiar la dependencia del valor diversas funciones de error con los parámetros a estimar, se ha llegado a la conclusión de que la función de error más adecuada es el error cuadrático medio (ECM).

En segundo lugar, se ha tratado de encontrar el algoritmo de optimización adecuado para llevar a cabo la estimación de los parámetros. Los algoritmos escogidos han sido el Nelder-Mead Simplex y el Particle Swarm optimization (PSO). Se ha realizado una comparativa entre ambos algoritmos en un conjunto de experimentos que evalúa la calidad de la estimación para el caso de una sola fibra. Tras los experimentos se ha decidido optar por el PSO-ECM.

Posteriormente, se ha realizado un estudio del comportamiento de la estimación del algoritmo PSO-ECM tanto para MUPs de 1 fibra como de 3 fibras. En ambos casos, las soluciones dadas por el algoritmo para cada fibra se dispersan en el espacio de parámetros $[r, z, v]$ en rectas en las cuales el potencial de acción de fibra simple (SFAP – Single Fiber Action Potential) que genera cada fibra apenas varía su forma de onda. Otro efecto que se ha observado en estos experimentos es que cuando los SFAPs que componen al MUP están alineados temporalmente, las soluciones en el espacio de parámetros se siguen dispersando, ahora fuera de las rectas anteriormente descritas, debido a que la descomposición del MUP como contribución de SFAPs individuales no es única.

Además, existe otro problema en la estimación: el desconocimiento del instante de inicio del potencial. Se ha estudiado el efecto en la estimación de suponer un instante de inicio falso, llegando a la conclusión de que un instante de inicio falso implica una estimación de parámetros falsa. Se ha estudiado la posibilidad de modificar PSO para superar este problema, surgiendo de esta manera PSO-ECMa. Tras el análisis de un conjunto de experimentos con este nuevo algoritmo, se ha llegado a la conclusión de que no era viable ya que las estimaciones muestran una indeterminación total en la componente z de las fibras.

Para solventar esta indeterminación del inicio del potencial, ha sido necesario complementar el método de registro añadiendo una serie de electrodos superficiales. Así, vuelve a ser posible utilizar PSO-ECM, pero además, gracias a la información que proporcionan los

electrodos de superficie se han desarrollado dos nuevos algoritmos de estimación: PSO-ECMa-CZ y PSO-ECM-eZV. El primero de ellos ha sido descartado tras realizar un conjunto de experimentos en los que se ha comparado la calidad de la estimación de los dos nuevos algoritmos.

Tras ello se ha realizado un estudio en más profundidad acerca de la calidad de la estimación de los algoritmos PSO-ECM y PSO-ECM-eZV. En estos experimentos se ha evaluado la dependencia de la calidad de la estimación en función de la forma de onda del MUP de referencia, de la relación señal ruido del mismo, y del número de fibras de la solución del PSO. Se ha observado que el ajuste de la forma de onda empeora al aumentar el número de fibras de la solución del PSO, dado el aumento de la dimensionalidad del espacio de parámetros. La estimación del número de fibras ha dado buenos resultados, aunque estos también empeoran cuando el número de fibras de la solución es muy alto. En estos experimentos también se ha observado que la estimación tiene cierta inmunidad al ruido del MUP de referencia. En general, se ha concluido que con PSO-ECM se obtienen mejores estimaciones que PSO-ECM-eZV. Por ello, el algoritmo de estimación que definitivamente se ha escogido es el PSO-ECM.

En definitiva, se ha desarrollado un sistema que permite un correcto ajuste de la forma de onda del MUP y también una buena estimación del número de fibras que lo componen. Sin embargo, los parámetros estimados de cada fibra r_j , z_j y v_j no son siempre correctos, si no que tienden a dispersarse por el espacio de soluciones $[r, z, v]$ bajo ciertas condiciones. Proponemos que la inclusión de información espacial adicional, como el caso de los registros de scanning-EMG podría, al igual que ha sucedido con la información obtenida de los registros de EMG de superficie, reducir los grados de libertad del problema y acercarnos un poco más a la solución del problema inverso.

1. Introducción

1.1. Fisiología de la unidad motora

Se le llama unidad motora a la unidad anatómica y funcional responsable de la contracción muscular. La unidad motora consta de una neurona motora y de todas las fibras musculares que son inervadas por ella. La estimulación de una neurona motora produce la activación de todas las fibras a las que inerva, es decir, cuando una unidad motora se activa, se contraen todas sus fibras musculares.

El estudio de la anatomía y la fisiología de la unidad motora tiene importantes implicaciones en el diagnóstico y seguimiento de patologías neuromusculares. El registro de los potenciales eléctricos musculares mediante el uso de técnicas electrofisiológicas basadas en la electromiografía (EMG) permite hacer inferencias sobre la estructura muscular, su estado y su comportamiento y por lo tanto tiene un papel relevante en el diagnóstico de enfermedades neuromusculares.

Cada fibra muscular se activa por impulsos eléctricos procedentes de la neurona a través de su axón. Cuando un impulso eléctrico llega a la unión neuromuscular, se produce una transducción electro-química y una posterior transducción químico-eléctrica originándose un potencial intracelular (IAP – Intracellular Action Potential) que se propaga en direcciones opuestas a lo largo de la fibra muscular (Fig. 1, Fig. 2).

La propagación de los IAP a lo largo de la fibra muscular genera un potencial eléctrico en el medio extracelular, llamado potencial de acción de la fibra individual (SFAP – Single Fiber Action Potential). La superposición en el tiempo y en el espacio de los SFAPs de todas las fibras musculares de una unidad motora es el potencial de unidad motora (MUP – Motor Unit Potential).

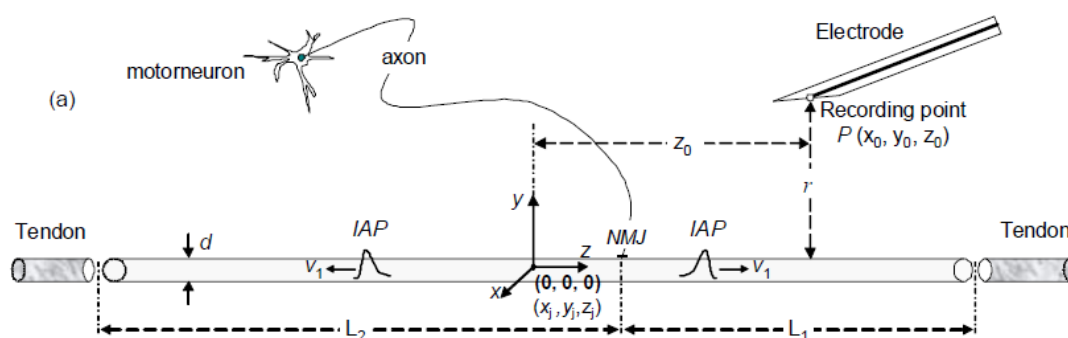


Fig. 1. Diagrama esquemático del registro del potencial de una fibra muscular mediante un electrodo de aguja, mostrando los ejes de coordenadas usados en el modelado y las principales magnitudes implicadas (Extraído de [5]).

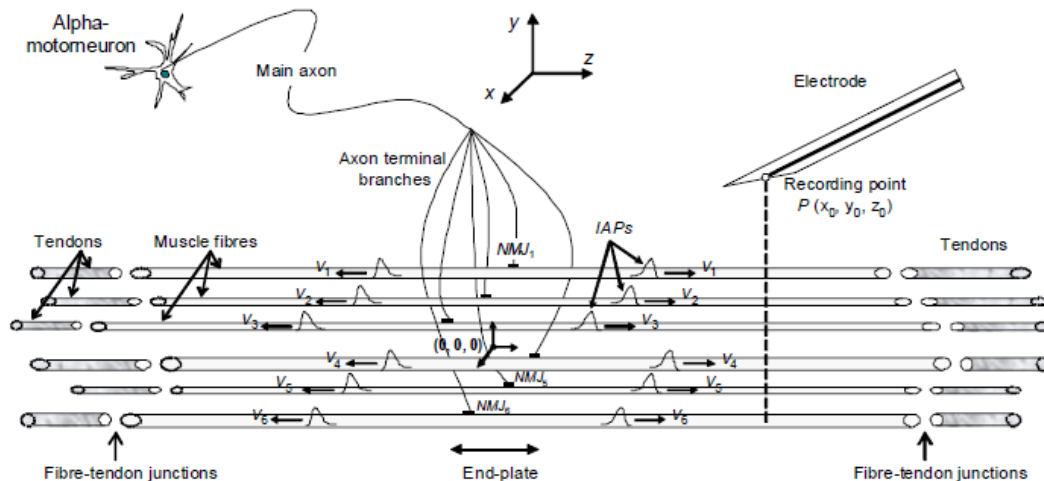


Fig. 2. Diagrama esquemático de los principales elementos de la unidad motora (Extraído de [5]).

Es posible registrar el MUP con un electrodo. Este proceso suele llevarlo a cabo un especialista, el neurofisiólogo, que inserta una aguja con un electrodo dentro del músculo a estudiar. El especialista pide al paciente que contraiga el músculo suavemente para poder realizar el registro.

1.2. Modelado del potencial de unidad motora

En este capítulo se pretende describir matemáticamente el modelado del potencial de unidad motora cuando el proceso de registro se realiza con un electrodo de aguja concéntrica.

El proceso de adquisición de señales EMG se modela matemáticamente como se expone a continuación, tal modelo es una descripción simplificada del SFAP y del MUP. Asumiendo que la forma y la velocidad de propagación del IAP permanecen prácticamente inalterables a lo largo de la fibra podemos considerar que la fibra muscular se comporta como un sistema lineal-tiempo-invariante (LTI). Por lo tanto podemos expresar el SFAP como la convolución de una señal de entrada con una cierta respuesta impulsional:

$$SFAP_j(t) = C \cdot d_j^2 \cdot \frac{\partial^2 IAP(t)}{\partial t^2} * IR_j(t) \quad (1)$$

donde C es un coeficiente de proporcionalidad que depende de la conductividad del tejido (con un valor típico de $0,01 \text{ s} \cdot \text{m}^{-1}$) y d_j es el diámetro de la fibra j (en mm). La señal de entrada del sistema es la segunda derivada temporal de la potencial de acción intracelular, el cual se puede modelar a tramos [12], constando de la fase de depolarización, fase de subida rápida, fase de transición y fase de post-potencial.

A su vez la respuesta al impulso (IR – Impulse Response) de la fibra j se modela de la siguiente forma:

$$IR_j(t) = \frac{1}{[(z_0 - z_j - v_j t)^2 + r_j^2]^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{[(z_0 - z_j + v_j t)^2 + r_j^2]^{\frac{1}{2}}} \quad (2)$$

donde z_j es la posición con respecto al eje de coordenadas de la unión neuromuscular (en mm); t representa el tiempo transcurrido entre el inicio de IAP en la z_j y su extinción en las uniones fibra-tendón derecha e izquierda, respectivamente; v_j es la velocidad de propagación del potencial (en m/s), la cual se puede relacionar con el diámetro de la fibra (d_j):

$$v_j(m/s) = 3.7 + 0.05 \cdot (d_j - 55) \quad (3)$$

donde z_0 es la posición longitudinal del electrodo con respecto al origen de coordenadas, y r_j es la distancia radial del electrodo con respecto a la fibra j :

$$r_j = \sqrt{(x_0 - x_j)^2 + (y_0 - y_j)^2} \quad (4)$$

donde (x_0, y_0) y (x_j, y_j) son las coordenadas del electrodo y la fibra muscular, respectivamente. El MUP es la superposición de los SFAPs de cada fibra perteneciente a la unidad motora. Siendo N el número de fibras tenemos que:

$$MUP(t) = \sum_{j=1}^N SFAP_j(t) \quad (5)$$

Por simplicidad de ahora en adelante fijaremos el origen de coordenadas en la posición del electrodo, lo cual implica que: $(x_0, y_0, z_0) = (0, 0, 0)$

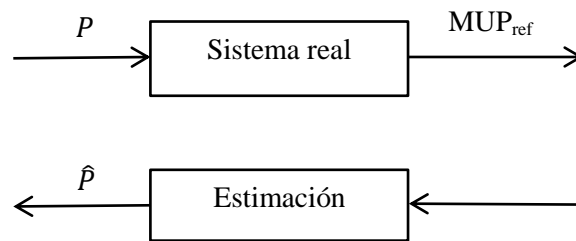
1.3. Estimación de los parámetros de la unidad motora

La obtención de información acerca de parámetros tales como el número de fibras musculares que constituyen la unidad motora, sus diámetros y sus posiciones, o la localización de las uniones neuromusculares puede ser muy útil a la hora de diagnosticar ciertas patologías neuromusculares. Estos parámetros caracterizan la unidad motora y producirán un cierto MUP registrado en el electrodo. La idea es utilizar dicho MUP para estimar en la medida de lo posible los parámetros reales de la unidad motora (Fig. 3 (a)). Utilizando el modelo descrito en el anterior capítulo, se busca un procedimiento que obtenga un conjunto de parámetros utilizados en el modelo tal que consiga aproximar en la medida de lo posible el MUP simulado con el MUP registrado con el electrodo en la unidad motora bajo estudio.

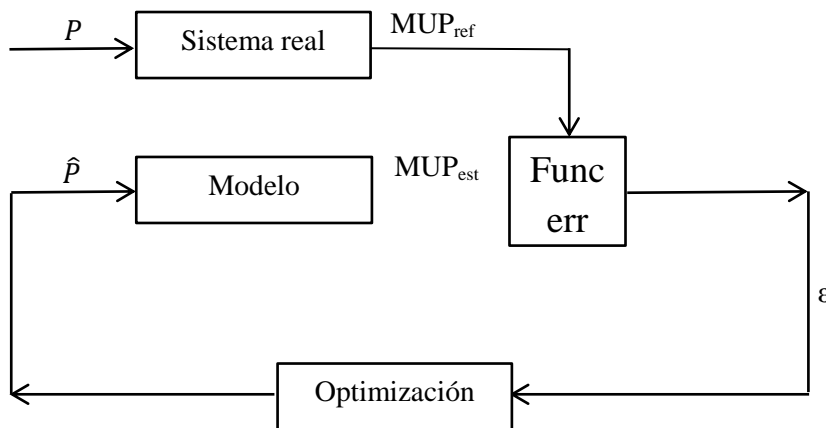
Al iniciar el proyecto se disponía de la implementación en Matlab del modelo descrito anteriormente, el cual se utiliza para calcular la forma de onda del potencial registrado en el electrodo (MUP). Como ya se ha visto en el apartado anterior, esta forma de onda depende de una serie de parámetros relacionados con la estructura de la unidad motora y con las posiciones relativas de las fibras que la constituyen con respecto al electrodo. Estos parámetros son, por lo tanto, los que se intentan estimar.

El algoritmo diseñado para realizar la estimación de los parámetros lleva a cabo una búsqueda iterativa en una cierta región del espacio de parámetros. La finalidad del algoritmo es encontrar un conjunto que mediante el modelo genere una forma de onda tal que se aproxime lo máximo posible a la forma de onda registrada con el electrodo de aguja (a este MUP utilizado para realizar la estimación de los parámetros, lo denominaremos MUP de referencia). Si el algoritmo funciona satisfactoriamente, entonces los parámetros obtenidos para el MUP estimado son una buena aproximación de los parámetros desconocidos del MUP de referencia y por tanto estiman correctamente la estructura de la unidad motora de dicho MUP de referencia.

En cada iteración el algoritmo produce un conjunto de parámetros a partir de los cuales se genera una determinada forma de onda (MUP estimado) que se compara con el MUP de referencia. Es por lo tanto necesario establecer un criterio para comparar el MUP de referencia con el MUP estimado. Este criterio se basa en la utilización de una función de error que cuantifique las diferencias entre las dos señales. Por lo tanto el objetivo es encontrar un conjunto de parámetros que haga que el error calculado por la función de error sea mínimo.



(a)



(b)

Fig 3. (a) Esquema general del proceso de estimación. (b) Esquema del proceso de estimación basado en la optimización del valor de la función de error.

Dado un MUP de referencia, a cada punto del espacio de parámetros le corresponde un determinado valor de la función de error. El algoritmo diseñado es un algoritmo de optimización que recorre el espacio de parámetros buscando el punto cuyo valor de la función de error es mínimo. Para ello en cada iteración se aprovecha parte de la información obtenida en iteraciones previas sobre el valor de la función de error en el espacio de parámetros para buscar en puntos del espacio de parámetros en los cuales es más probable que se encuentren valores mínimos de la función de error (Fig. 3 (b)).

La estimación de los parámetros lleva implícita la caracterización del MUP como superposición de los SFAPs que lo constituyen ya que la estimación de cada cuaterna de parámetros x_j, y_j, z_j, v_j se corresponde con la aportación individual de cada fibra al MUP. Por ello, éste problema inverso suele conocerse también como descomposición del MUP.

1.4. Estado del arte en la descomposición del MUP

A lo largo de este capítulo se expondrán brevemente los dos intentos de descomposición del MUP más destacados que se han realizado hasta la consecución de este proyecto.

El primer intento, publicado por Loof [1, 2], aborda la descomposición del MUP tratando de encontrar de entre un conjunto de SFAPs simulados (SSFAPs) una combinación de los mismos tal que su superposición de como resultado una señal que se ajuste de forma óptima al MUP que se registra con un electrodo de aguja monopolar.

Los SSFAPs pertenecientes al conjunto utilizado para realizar la descomposición del MUP presentan diferentes distancias con respecto al electrodo. El modelo que han utilizado para simular estos SSFAPs es una modificación que hicieron del modelo propuesto por Nandedkar y Stålberg [7] adaptado para simular registros con aguja monopolar.

El proceso de descomposición del MUP se divide tres pasos, siendo el MUP la señal de entrada del algoritmo:

- Se realiza la correlación cruzada entre la señal de entrada y cada SSFAP del conjunto.
- El más parecido a la señal de entrada se guarda para ser utilizado en la descomposición del MUP, asignándole el retardo y el factor de amplitud que implique un mejor ajuste. El criterio utilizado para cuantificar como de bueno ha sido el ajuste, es el de mínimos cuadrados.
- Se reinicia el proceso utilizando como señal de entrada la diferencia entre la reconstrucción del MUP y el propio MUP.

Una vez conseguido, tras un adecuado número de iteraciones, un buen ajuste entre el MUP y la superposición de los SSFAPs el algoritmo se detiene.

Los resultados obtenidos mediante esta descomposición del MUP permiten deducir algunos parámetros biológicos acerca de la unidad motora, tales como el número de fibras, la densidad de fibras, el diámetro de la unidad motora y la varianza de la distribución de los retardos temporales de los SFAPs. Sin embargo existen algunas limitaciones que pueden dificultar este proceso:

- La descomposición del MUP como combinación de SSFAPs puede no ser única.
- El número de SSFAPs utilizado es muy limitado.
- No se ha incluido en el modelo la variación en la forma de onda que se produce cuando cambia la velocidad de propagación del SFAP. Las diferentes formas de onda de los SSFAPs son debidas únicamente a diferentes distancias con respecto al electrodo.
- La distribución que siguen los retardos temporales de los SFAPs no es conocida. Para determinar la varianza de la misma, se ha supuesto una distribución gaussiana.

El segundo intento lo realizaron Zalewska y Hausmanova-Petrusewicz en 2008 [6]. En el artículo, las autoras describen el procedimiento que utilizaron para llevar a cabo la estimación de los parámetros que caracterizan la estructura de la unidad motora. Se trata de un proceso de optimización semejante al que se ha utilizado para la realización de este proyecto. El modelo utilizado para resolver el problema directo, es decir, para a partir de la caracterización de la estructura de la unidad motora calcular el potencial de unidad motora es el modelo desarrollado por Nandedkar y Stålberg [7], Nandedkar et al. [8] y modificado por Stålberg and Karlsson [9, 10].

Los parámetros que intentaron estimar fueron el diámetro y las posiciones (x, y) con respecto a la aguja de cada fibra de la unidad motora de estudio, además de la distancia de la aguja a la zona de inervación y la diferencia temporal entre el potencial registrado y el origen de tiempos del registro. Para simplificar el problema, se ha supuesto que la distancia de la aguja a la posición de inervación es común para todas las fibras de la unidad motora.

Como función de error utilizaron el error cuadrático medio entre el potencial modelado y el registrado. El algoritmo utilizado para realizar la optimización es el algoritmo de Powell, el cual se inicializa con un número de fibras grande (40-80) y una distribución aleatoria de sus parámetros, conforme se ejecuta el algoritmo, las fibras que están muy lejos de la aguja y que por lo tanto no contribuyen significativamente en el potencial se van eliminando. El criterio en el que se basaron para determinar cuándo una cierta contribución al MUP no es significativa es el siguiente:

$$\frac{Amp(SFAP_i)}{Amp(MUP)} < c d_i \quad (6)$$

donde $c=200 \text{ m}^{-1}$ y d_i es el diámetro de la fibra i .

Para realizar la determinación de los parámetros, el programa se ejecuta varias veces con objeto de elegir la mejor solución, es decir, aquella en la que el error cuadrático medio obtenido es menor.

Una limitación que tiene este procedimiento es que la posible solución de la posición de cada fibra no es única debido a que el potencial generado por las fibras tiene simetría radial con respecto al centro de la fibra por lo que no tiene sentido intentar estimar las posiciones (x,y) de

cada fibra, ya que la señal registrada no da suficiente información. Se intenta solventar esta limitación escogiendo posiciones (x, y) tales que no se produzcan solapamientos entre las diferentes fibras. Sin embargo esta restricción impuesta es insuficiente para una correcta determinación de (x, y) debido a que hay muchas posibles soluciones que cumplen esta restricción, por lo que las posibilidades de haber llegado a una solución semejante a los parámetros del MUP real son escasas.

1.5. Objetivos y organización de la memoria

El objetivo de este proyecto es desarrollar y perfeccionar un algoritmo cuya función sea extraer información relevante sobre la unidad motora a partir de señales electromiográficas registradas con un electrodo de aguja concéntrica en la unidad motora bajo estudio. En concreto se desea extraer información acerca de las posiciones y velocidades de propagación de las diferentes fibras que contribuyen al potencial de unidad motora, así como del número de fibras que la constituyen.

La memoria se organizará de la siguiente forma. En el capítulo 2 se realiza la elección de la función de error. Para ello, dado un modelo de simulación de señales EMG, se busca una función que permita cuantificar las diferencias entre el MUP registrado y el simulado, para ello se analizan diferentes funciones de error para el caso simple de una sola fibra con objeto de intentar valorar cual será más beneficioso para el proceso de estimación.

En el capítulo 3 se trata de determinar el algoritmo de optimización adecuado al problema. Se busca un algoritmo que permita encontrar un conjunto de parámetros del modelo que minimicen lo máximo posible la función de error, es decir, que consiga aproximar en la medida de lo posible la forma de onda del MUP simulado con la del MUP registrado. Para ello se compara el funcionamiento de varios algoritmos para el caso simple de una unidad motora de una sola fibra.

El capítulo 5 se centra en el estudio de la estimación basada en PSO. Una vez determinado que el algoritmo de estimación más indicado es el PSO, se estudia el comportamiento de la estimación para este algoritmo utilizando diferentes tipos de MUPs. Estos MUPs serán generados con el modelo a partir de diferentes conjuntos de parámetros. Los parámetros que se varían son el número de fibras de la unidad motora, además de las posiciones y velocidades de propagación de las mismas. Una vez realizado este estudio, se exponen y analizan las principales limitaciones que tiene el proceso de estimación.

En el capítulo 6 se aborda la mejora de la estimación basada en PSO. Se proponen y analizan en diferentes experimentos algunas modificaciones del algoritmo PSO y del procedimiento de registro con objeto de intentar superar algunas de las limitaciones expuestas en el capítulo anterior. Se proponen 4 versiones distintas del algoritmo, de las cuales se descartarán dos debido a que la calidad de la estimación obtenida en los experimentos para estas versiones se considera insuficiente.

El capítulo 6 expone los resultados de la estimación basada en PSO. Se evalúa de forma más exhaustiva la calidad de la estimación de las dos versiones finales del algoritmo PSO. Para ello se analizan los resultados de una serie de experimentos en los cuales se han variado diferentes parámetros relacionados con la generación del MUP de referencia (tales como el número de fibras, las posiciones y velocidades de propagación de las fibras y la relación señal ruido del MUP) y otros relacionados con el funcionamiento del algoritmo y con la dimensionalidad del espacio de soluciones.

Finalmente se plantean las conclusiones y líneas futuras, destacando los puntos más importantes de este proyecto y las posibles vías a seguir tras la consecución del mismo.

2. El problema directo: elección de la función de error

2.1. El espacio de parámetros

El modelo implementado en Matlab que utilizamos para resolver el problema directo se basa en la descripción matemática explicada en el capítulo anterior.

Es necesario establecer qué parámetros se pretenden estimar, para lo cual se han de tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- Las fibras se suponen infinitamente largas, ya que el efecto de considerar fibras de longitud finita no es especialmente significativo en registros de aguja concéntrica por lo que de esta forma se simplifica el modelo favoreciendo la eficacia del proceso de estimación.
- El modelo permite establecer diferentes instantes de despolarización para cada fibra, emulando las posibles diferencias de transmisión axonal en las ramificaciones a cada una de las uniones neuromusculares. La diferencia entre los tiempos de despolarización de las diferentes fibras suele ser despreciable en comparación con los retardos asociados al resto de parámetros [11], por lo que, con objeto de eliminar complejidad al problema, se considerará que los instantes de despolarización de todas las fibras son iguales.
- El modelo trabaja con las velocidades de propagación de las fibras musculares y no con los diámetros de las mismas, por lo que el parámetro a estimar será la velocidad. Existe una relación directa entre el diámetro de una fibra y la velocidad de propagación del potencial de la misma, como se observa en (4), por lo que obtenidas las velocidades la determinación de los diámetros es inmediata.
- Si se simplifica el modelo de electrodo, empleando un electrodo puntual, la contribución al potencial extracelular de cada una de las fibras tiene simetría radial con respecto al punto de registro, por lo que en vez de estimar las posiciones x e y se estimará la distancia radial r :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (7)$$

- Por lo tanto por cada fibra, los parámetros a estimar serán:
 - r : Distancia radial entre el electrodo y el centro de la fibra (en mm).
 - z : Distancia longitudinal entre la zona de inervación y el electrodo (en mm).
 - v : Velocidad de propagación del potencial eléctrico por la fibra (en m/s).

2.2. Funciones de error

En este apartado se definen una serie de funciones de error con objeto de utilizarlas si procede en el proceso de estimación. Para ello en primer lugar se describen algunos parámetros de especial relevancia en la caracterización de señales generadas con el modelo para el caso de una sola fibra (el MUP es un SFAP) (Fig. 4).

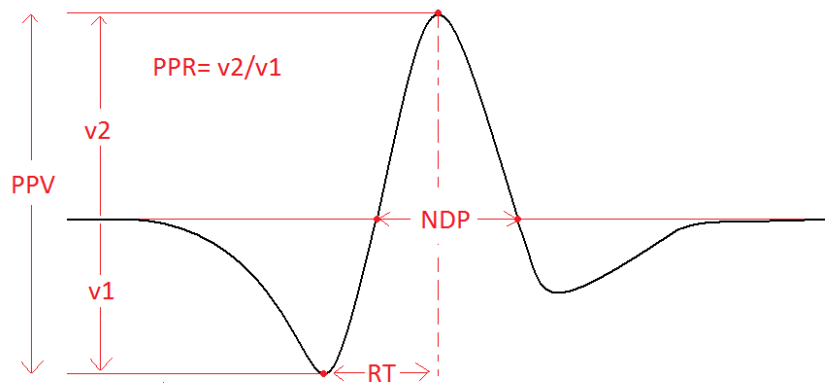


Fig 4. En la figura se indican para un cierto SFAP los parámetros RT, NDP, PPV y PPR.

Estos parámetros son:

- *Rise time* (RT): Diferencia temporal entre el máximo y el mínimo de un *SFAP*
- *Negative phase duration* (NDP): Diferencia temporal entre los dos cruces por cero de un *SFAP*
- *Peak-to-peak voltaje* (PPV): Diferencia entre el valor máximo y el mínimo de un *SFAP*
- *Peak-to-peak ratio* (PPR): Cociente entre el valor máximo y el mínimo de un *SFAP*

A partir de estos parámetros hemos definido diferentes funciones de error, calculando el error absoluto normalizado. Siendo θ un parámetro genérico (RT, NDP, PPV, PPR), definimos las funciones de error ERT, ENDP, EPPV, EPPR respectivamente como:

$$e_{\theta} = \left| \frac{\theta_1 - \theta_2}{\theta_2} \right| \quad (8)$$

Además, empleamos el error cuadrático medio (ECM) normalizado como medida de error de la forma de onda en global. Dadas dos señales $S_1[n]$ y $S_2[n]$ de N muestras, tenemos que:

$$ECM = \frac{\sum_{n=1}^N (S_1[n] - S_2[n])^2}{\sum_{n=1}^N S_2[n]^2} \quad (9)$$

2.3. Estudio del error en el espacio de parámetros

Se pretende establecer cuál es la función de error más adecuada para ser utilizada en el proceso de estimación. Interesan funciones de error que sean sensibles a las variaciones de los parámetros que se intentan estimar, es decir, interesa que el valor de la función de error de dos señales aumente cuanto mayores sean las diferencias de los valores de los parámetros que se han utilizado para generar con el modelo esas dos señales y disminuya cuanto más próximos sean los valores de los parámetros.

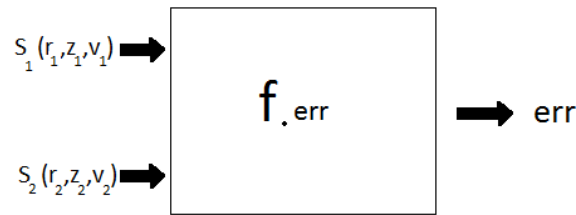


Fig 5. Diagrama de bloques correspondiente a una función de error genérica.

Otra característica deseable de la función de error elegida para el proceso de estimación es que solo haya un mínimo absoluto, y que este se dé cuando los parámetros utilizados para generar las señales S_1 y S_2 sean los mismos. Una función de error que no cumpla este requisito, si se utiliza en la estimación llevará asociada una indeterminación, ya que impedirá conocer en qué mínimo los parámetros de las señales S_1 y S_2 son iguales.

Se estudia en primer lugar el comportamiento de las funciones de error anteriormente definidas para señales de una sola fibra, para ello, una de las dos señales (S_1 en el esquema) será utilizada como referencia y será generada a partir del modelo con unos parámetros r_1 z_1 v_1 que serán constantes en todo el análisis:

$$r_1 = 0,2 \text{ mm}; \quad z_1 = 30 \text{ mm}; \quad v_1 = 2,9 \text{ m/s}$$

La señal S_2 se genera con el modelo para diferentes parámetros r_2 z_2 v_2 . A partir de S_1 y de las diferentes señales S_2 , se calculan los correspondientes valores de la función de error (Fig. 5).

En los siguientes 6 experimentos se analiza el comportamiento de las funciones de error definidas en el capítulo anterior (ECM, ERT, ENDP, EPPV y EPPR).

2.3.1. Error en función del error en R

En este primer experimento se mantienen los valores de z_2 y v_2 iguales al valor de referencia ($z_2 = z_1$; $v_2 = v_1$), mientras que r_2 varía de forma continua dentro del rango [0.05, 1] mm, dentro del cual está comprendido el valor de referencia $r_1=0.2$ mm.

En la Fig. 6 se observa cómo, tal y como se esperaba, la señal S_2 presenta amplitudes menores al aumentar el valor de r y amplitudes más bajas para valores altos de r . Todas las funciones de error que se han analizado son sensibles a cambios en el valor de r por lo que este primer experimento no aporta información útil para establecer qué funciones de error funcionarán mejor en la estimación.

2.3.2. Error en función del error en Z

Para este segundo experimento se mantienen los valores de r_2 y v_2 iguales al valor de referencia ($r_2 = r_1$; $v_2 = v_1$), mientras que z_2 varía de forma continua dentro del [25, 35] mm, dentro del cual está comprendido el valor de referencia $z_1=30$ mm.

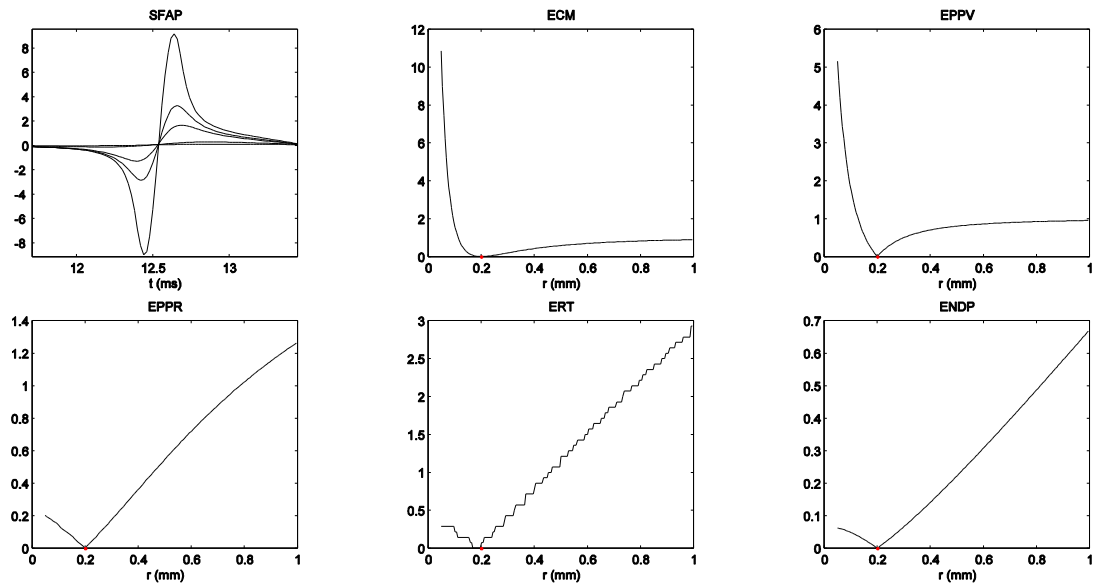


Fig. 6. En esta figura se muestra cómo depende el valor de las distintas funciones de error en función del valor que toma el parámetro r_2 conforme va variando en el intervalo 0.05 a 1 mm. Además se dibuja la forma de onda de la señal S_2 para 5 valores diferentes de r_2 . ($r_2 = \{0.05, 0.125, 0.2, 0.6, 1\}$).

En la Fig. 7 se observa como la forma de la señal es independiente del valor de z , el cual solo afecta al retardo temporal. En concordancia con el modelo, el retardo temporal de la señal es proporcional a su correspondiente valor de la distancia z .

En las subfiguras correspondientes al EPPV, EPPR y ENDP, los valores tomados por la función de error son de una magnitud muy pequeña ($< 10^{-3}$); en la subfigura correspondiente al ERT el valor de la función de error es siempre 0. Esto implica que el único error sensible al retardo temporal, y por lo tanto a los valores de z , es el ECM, ya que las demás funciones de error dan valores de un orden de magnitud despreciable. Consecuentemente, ningún parámetro, excepto el ECM, podrá emplearse para estimar de forma efectiva el valor de z .

2.3.3. Error en función del error en V

Para este tercer caso, se mantienen los valores de r_2 y z_2 iguales al valor de referencia ($r_2 = r_1$; $z_2 = z_1$), mientras que v_2 varía de forma continua dentro del rango [2.5, 4.5] m/s, dentro del cual está comprendido el valor de referencia $v_1 = 2.9$ m/s.

En la Fig. 8 se observa cómo el parámetro v afecta tanto a la amplitud como al retardo temporal de la señal. El retardo es inversamente proporcional a la velocidad. La dependencia que se observa entre la velocidad de propagación y amplitud de la señal menor cuanto menor es la velocidad y mayor cuando la velocidad es mayor.

Todas las funciones de error que se han analizado son sensibles a cambios en el valor de v .

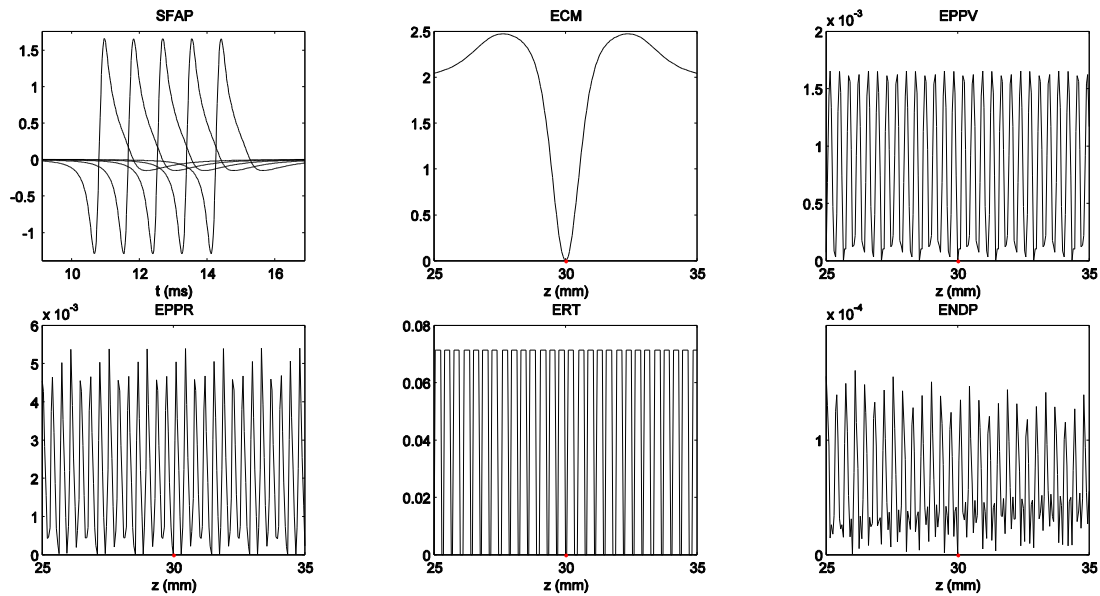


Fig. 7. En esta figura se muestra cómo depende el valor de las distintas funciones de error en función del valor que toma el parámetro z_2 conforme va variando en el intervalo 25 a 35 mm. Además se dibuja la forma de onda de la señal S_2 para 5 valores diferentes de z_2 . ($z_2 = \{25, 27.5, 30, 32.5, 35\}$).

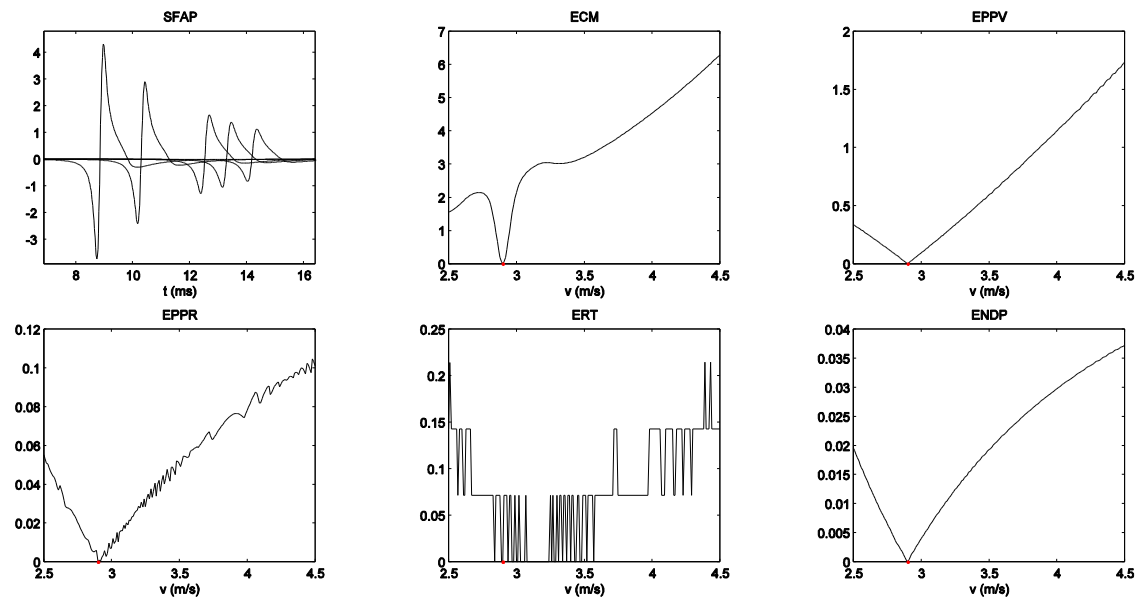


Fig. 8. En esta figura se muestra cómo depende el valor de las distintas funciones de error en función del valor que toma el parámetro v_2 conforme va variando en el intervalo 2.5 a 4.5 m/s. Además se dibuja la forma de onda de la señal S_2 para 5 valores diferentes de v_2 . ($v_2 = \{2.5, 2.7, 2.9, 3.1, 3.3\}$).

2.3.4. Error en función del error en VZ

En este cuarto experimento se mantienen los valores de r_2 iguales al valor de referencia ($r_2 = r_1$), mientras que z_2 y v_2 varían de forma continua dentro de los rangos $z_2 = [25, 35]$ mm y $v_2 = [2.5, 4.5]$ m/s respectivamente, dentro de los cuales está comprendido el valor de referencia $z_1 = 30$ mm, $v_1 = 2.9$ m/s.

En la Fig. 9 vemos que la función ECM presenta una franja de puntos muy cercanos a cero. Sin embargo al observar el zoom correspondiente a la función de error ECM, se ve que estos puntos en realidad no toman el valor cero excepto en el punto de referencia: $v=2.9$ y $z=30$.

El hecho de que existan puntos con valores muy cercanos a cero, como es el caso de la función ECM puede ser perjudicial para el proceso de estimación, sin embargo siempre que haya un único punto en el que la función de error vale 0, al menos en teoría se podrá llegar a una estimación correcta.

Para el resto de funciones de error existe una recta de puntos en los cuales la función de error toma el valor cero. A diferencia de en el caso de la función de error ECM, la utilización de estas funciones lleva asociada una indeterminación en el proceso de estimación ya que para el algoritmo de estimación todos los puntos en los cuales la función de error toma el valor 0 son igualmente buenos y no tiene forma de determinar cuál de todos esos puntos es el correspondiente con el valor real. Además podemos observar que todas las curvas de nivel de todas estas funciones de error son horizontales, el valor de la función de error no cambia al variar el valor de z (en el capítulo 2.3.2 ya se había observado este fenómeno). El hecho de que todas estas funciones de error son insensibles a cambios en z implica que son incapaces de estimar dicho parámetro.

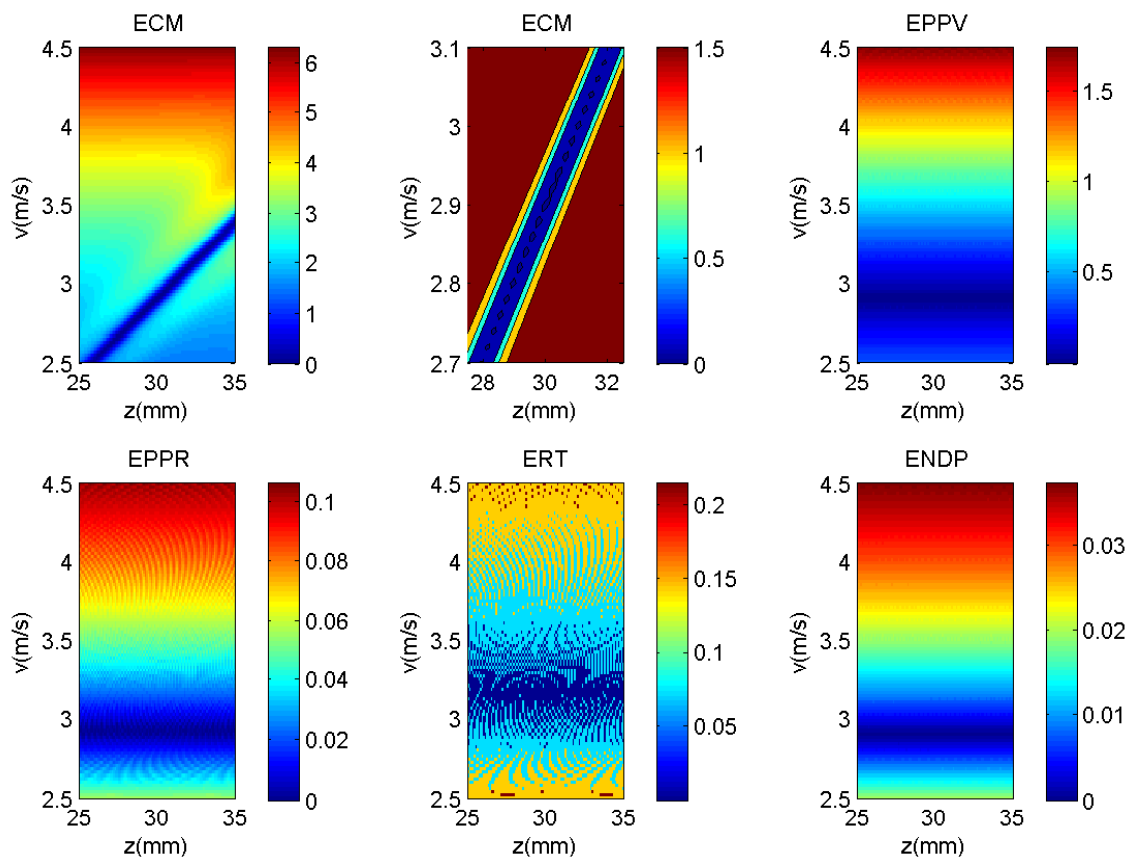


Fig. 9. En esta figura se muestra la dependencia las distintas funciones de error en función de los valores que toman los parámetros z_2 y v_2 en el plano $[z, v]$ para las condiciones descritas. La subfigura superior central es un zoom de la subfigura superior izquierda.

2.3.5. Error en función del error en VR

En este experimento se mantienen los valores de z_2 iguales al valor de referencia ($z_2 = z_I$), mientras que r_2 y v_2 varían de forma continua dentro de los rangos $r_2 = [0.05, 1]$ mm y $v_2 = [2.5, 4.5]$ m/s respectivamente, dentro de los cuales está comprendido el valor de referencia $r_I=0.2$ mm, $v_I=2.9$ m/s.

Podemos observar en la Fig. 10 como para la función de error ECM, el mínimo parece localizarse en el punto de referencia $v=2.9$ $r=0.2$. No es así para el resto de funciones de error en las cuales existe toda una línea de puntos en donde la función de error toma el valor cero.

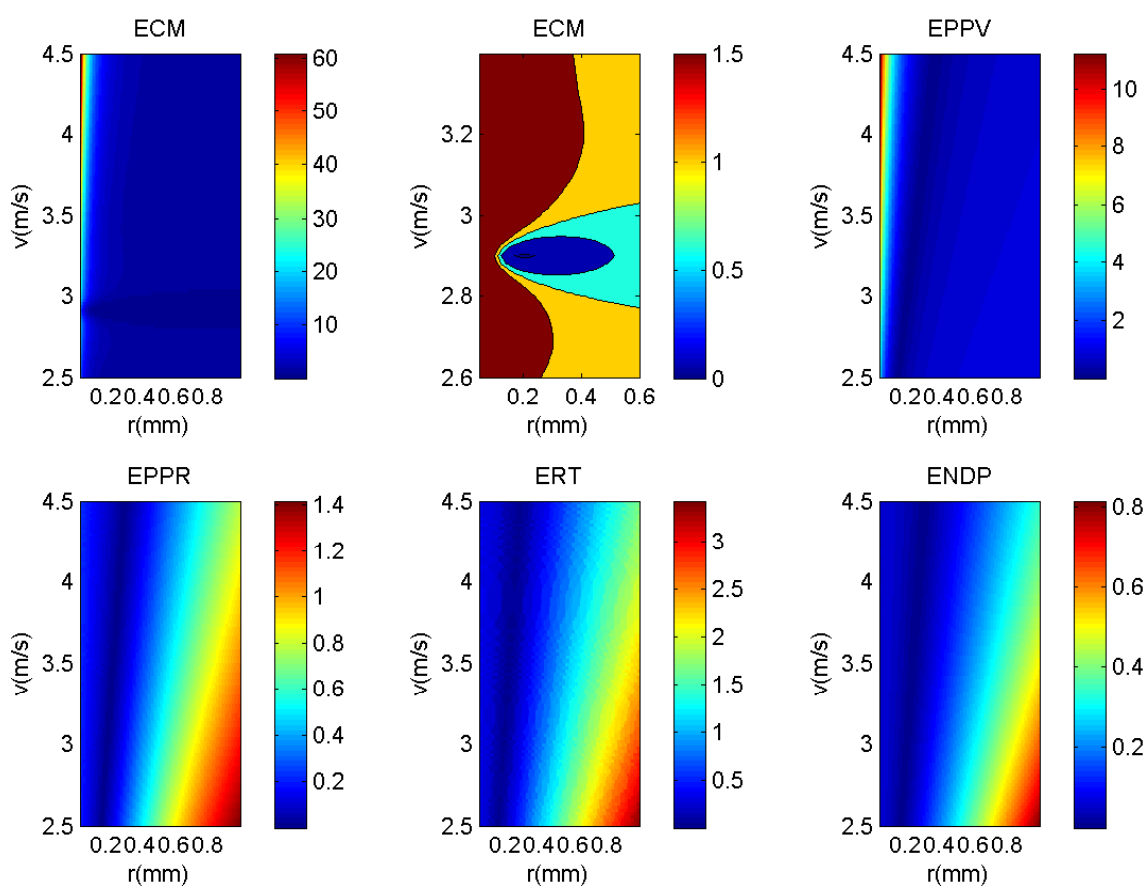


Fig. 10. En esta figura se muestra la dependencia las distintas funciones de error en función de los valores que toman los parámetros r_2 y v_2 en el plano $[r, v]$. La subfigura superior central es un zoom de la subfigura superior izquierda.

2.3.6. Error en función del error en ZR

En este último experimento se mantienen los valores de v_2 iguales al valor de referencia ($v_2 = v_I$), mientras que r_2 y z_2 varían de forma continua dentro de los rangos $r_2 = [0.05, 1]$ mm y $z_2 = [25, 35]$ mm respectivamente, dentro de los cuales está comprendido el valor de referencia $r_I=0.2$ mm, $z_I=30$ mm.

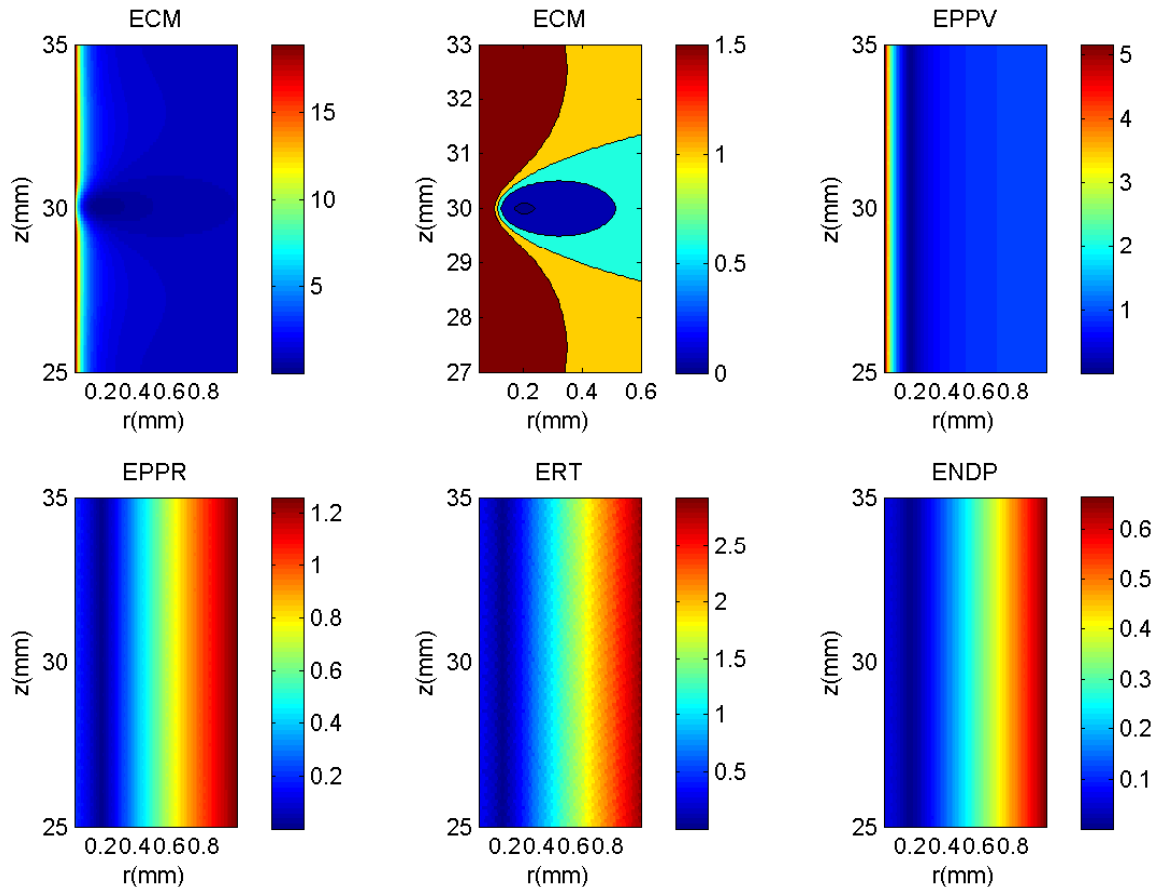


Fig. 11. En esta figura se muestra la dependencia las distintas funciones de error en función de los valores que toman los parámetros r_2 y z_2 en el plano $[r, z]$. La subfigura superior central es un zoom de la subfigura superior izquierda.

Observamos en la Fig. 11 cómo para la función de error ECM, el mínimo parece localizarse también en este experimento en el punto de referencia $z=30$ $r=0.2$. Al igual que en el caso anterior, la única función de error que presenta un único mínimo es el ECM, en el resto de funciones de error presentan una línea de puntos de valor igual a cero.

De estos experimentos se concluye que el error cuadrático medio (ECM) es la función de error más adecuada para ser utilizada en el proceso de estimación, ya que el resto de funciones de error presentan una recta de puntos entre los que se incluye el punto de referencia y en los que la función de error toma el valor cero. Esto implica que el algoritmo de optimización no tiene forma de determinar cuál de esas soluciones en las que la función toma el valor mínimo es la que se corresponde con los parámetros de la señal de referencia.

Otro motivo para descartar la utilización del resto de funciones de error es que debido a cómo se han definido las funciones EPPV, EPPR, ENDP y ERT, su utilización en señales con formas de onda más complejas (MUPs de más de una fibra) podría no ser viable. Esto se debe a la posible presencia de más de una espiga en potenciales complejos que podría dificultar la elección automática de la espiga principal.

3. El problema inverso: elección del algoritmo de optimización

3.1. Estimación de 1 fibra con NMS

Una vez determinada la función de error a utilizar, es necesario evaluar la efectividad de varios algoritmos de optimización cuando son utilizados en el proceso de estimación. El primer algoritmo de optimización que se ha evaluado es el algoritmo Nedler-Mead Simplex (NMS). Para ello se ha utilizado la función *fminsearchbnd* [3]. Se trata de una modificación de la función *fminsearch* disponible en el toolbox de Matlab. A diferencia de *fminsearch*, *fminsearchbnd* no busca la solución en todo el espacio de parámetros, sino que lo hace dentro de unos límites a especificar. Cabe señalar que además de la especificación de los límites, *fminsearchbnd* requiere de especificar un punto en el espacio de parámetros en el cual comienza la búsqueda de la solución.

La salida de la función *fminsearchbnd* serán los parámetros estimados correspondientes a un MUP generado por una sola fibra $\hat{P} = (\hat{r}, \hat{z}, \hat{v})$. Para llevar a cabo la estimación, *fminsearchbnd* utiliza como entrada un MUP de referencia al que denominaremos MUP_{ref} , el cual se genera con el modelo a partir de unos parámetros $P = (r, z, v)$ correspondientes a una sola fibra.

Para determinar si el algoritmo NMS es adecuado para ser utilizado en el proceso de estimación, es necesario analizar su convergencia. El grado de convergencia nos da idea de cuan próxima ha sido la solución encontrada por el algoritmo del caso de referencia. Diremos que la función no converge y que por lo tanto la estimación no ha sido correcta cuando el error de estimación obtenido es superior a un cierto umbral. Donde el error de estimación ε lo definimos como:

$$\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_r^2 + \varepsilon_z^2 + \varepsilon_v^2} \quad (10)$$

con $\varepsilon_r, \varepsilon_z, \varepsilon_v$ son los errores de estimación normalizados de cada parámetro:

$$\varepsilon_r = \frac{\hat{r}-r}{r} \quad \varepsilon_z = \frac{\hat{z}-z}{z} \quad \varepsilon_v = \frac{\hat{v}-v}{v} \quad (11)$$

La convergencia se analizará para un MUP_{ref} concreto, generado a partir de los parámetros $r = 0.2, z = 30, v = 2.9$. Los límites del espacio de búsqueda de la función son $r = [0.05, 1]$; $z = [25, 35]$; $v = [2.5, 4.5]$. Asumiremos que la función no converge, y que por lo tanto la estimación no es correcta si $\varepsilon > 0.4$.

En la Fig. 12 se caracteriza el error de estimación obtenido con el algoritmo NMS en función del punto inicial de búsqueda. En cada caso, el punto de comienzo (r, z, v) de búsqueda del algoritmo se establece variando dos de los tres parámetros, obteniéndose así un plano. El otro valor se deja constante y se corresponde con el valor exacto del parámetro que se ha utilizado para establecer el MUP de referencia.

Los puntos en marrón son puntos en los que la función claramente no ha convergido ya que se trata de errores de estimación mayores que 4 y por lo tanto un orden de magnitud por encima

del umbral. El hecho de que existan estas zonas, implica que el algoritmo no siempre consigue realizar la estimación correctamente. Se puede observar en Fig. 12 que existe cierta correlación entre la forma que toma la función de error ECM en el espacio de parámetros y la convergencia de la estimación. Las regiones del espacio de parámetros en los que el error es menor, permiten la convergencia del algoritmo, mientras que las zonas de no convergencia se asocian a puntos de inicio de la estimación de error moderado o alto.

Estos resultados demuestran que el algoritmo NMS no es un método de optimización adecuado ya que ni siquiera realiza la estimación de forma satisfactoria en el caso de MUPs generados con una sola fibra. Es por lo tanto de esperar que en espacios de parámetros de más dimensiones (MUPs de más de una fibra) la estimación tampoco funcione.

A modo de comparativa con el algoritmo NMS acotado, se ha evaluado también la calidad de la estimación utilizando la versión implementada en el toolbox de Matlab, *fminsearch*, que implementa el algoritmo NMS sin acotar. En esta versión la región de búsqueda es todo el espacio de parámetros, lo que implica que como era de esperar los resultados son aún peores que para *fminsearchbnd* por lo que se descarta su utilización en el proceso de estimación.

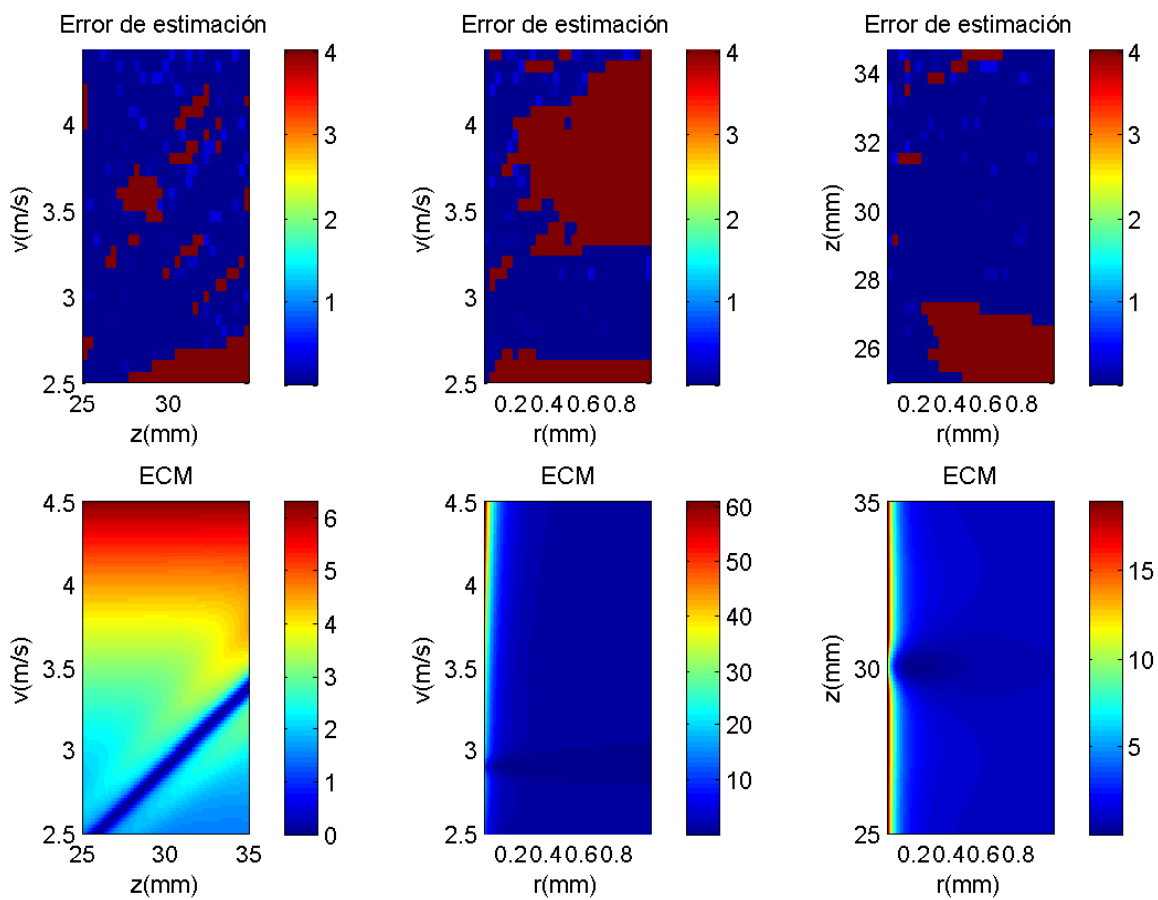


Fig. 12. Subfiguras superiores: Error de estimación obtenido en los planos $[z, v]$, $[r, v]$ y $[r, z]$ respectivamente. Subfiguras inferiores: Valor de la función de error en los planos $[z, v]$, $[r, v]$ y $[r, z]$ respectivamente (Ver sección 2.3)

3.2. Estimación de 1 fibra con PSO

3.2.1. El algoritmo básico PSO

Se ha evaluado la eficacia en la estimación de un segundo algoritmo de optimización, la optimización por enjambre de partículas (PSO - particle swarm optimization). Se trata de un método de búsqueda de solución heurístico en el cual se evoca el comportamiento de los enjambres de abejas en la naturaleza.

El algoritmo PSO realiza la optimización de un determinado problema a partir de un grupo de soluciones candidatas llamadas partículas. Éstas se mueven por todo el espacio de parámetros en función de reglas matemáticas que tienen en cuenta la posición y la velocidad de las partículas. El objetivo es que el enjambre de partículas tienda a buscar nuevas soluciones en puntos cercanos a donde se han encontrado hasta ese momento las mejores soluciones. Cuando se encuentran mejores soluciones el movimiento de las partículas se reorienta hacia éstas, y el proceso se repite hasta que se halla una solución suficientemente satisfactoria.

Este procedimiento tiene el inconveniente de que no garantiza encontrar la solución óptima al problema. Sin embargo PSO tiene la ventaja de que suele ser adecuado para espacios de alta dimensionalidad como los que en nuestro problema se dan cuando el número de fibras musculares involucradas en el MUP a descomponer es alto.

Con objeto de entender el funcionamiento básico del algoritmo PSO, se detallan a continuación las variables principales que utiliza PSO su ejecución:

- Posición actual: la posición actual de cada partícula en el espacio de parámetros es un vector $3N$ -dimensional (donde N es el número de fibras de la solución) formado por todos los parámetros de las fibras. Permite por lo tanto, mediante el modelo, simular un MUP.
- Velocidad actual: la velocidad actual de cada partícula es un vector $3N$ -dimensional que utiliza PSO para actualizar las posiciones de las partículas en función de su valor.
- Mejor posición local: la mejor posición local de cada partícula es, de entre todas las posiciones en las que ha estado la partícula hasta la iteración actual, aquella en la cual la partícula ha tomado el error más bajo.
- Mejor posición global: es, de entre todas las posiciones en las que ha estado alguna partícula del enjambre hasta la iteración actual, aquella en la cual la se ha tomado el error más bajo.

El movimiento de cada partícula se ve influenciado por su mejor posición local, y también por la mejor posición global encontrada por todo el enjambre de tal forma que cada partícula busca mejores soluciones en regiones en las que a priori es más probable encontrarlas según su experiencia individual y la del enjambre.

El algoritmo PSO requiere de la especificación de una serie de parámetros que condicionan su rendimiento, tales parámetros se describen a continuación:

- Región de inicialización de las partículas: la inicialización de la posición de cada partícula es aleatoria dentro de una región paramétrica a especificar. De cual sea esta región puede depender la efectividad de la estimación.

Algoritmo PSO básico

Entrada: MUP de referencia.

1. Para cada partícula:
 - 1.1. Se inicializa la posición de la partícula con valores aleatorios.
 - 1.2. Se inicializa la velocidad de la partícula con valores aleatorios.
 - 1.3. Se calcula el MUP simulado en función de la posición actual.
 - 1.4. Se calcula el error de cada partícula a partir del MUP de referencia y del MUP simulado.
 - 1.5. Se inicializa la mejor posición local de la partícula asignándole la posición actual.
 - 1.6. Se inicializa el error de la mejor posición local de la partícula asignándole el error actual de la partícula.
2. Se inicializa la mejor posición global con la mejor posición local de la partícula cuyo error es mínimo.
3. Se inicializa el error de la mejor posición global con el mínimo de los errores de las posiciones locales de las partículas.
4. Mientras no se alcance el número máximo de iteraciones y el error de la mejor posición global sea mayor que el error mínimo admitido, para cada partícula:
 - 4.1. Se actualiza la velocidad en función de la posición actual, de la mejor posición local de la partícula y de la mejor posición global.
 - 4.2. Se actualiza la posición de la partícula, siendo la nueva posición suma de la posición y velocidad actual de la partícula.
 - 4.3. Se calcula el MUP simulado en función de la posición actual.
 - 4.4. Se calcula el error de la partícula a partir del MUP de referencia y del MUP simulado.
 - 4.5. Si el error de la partícula es menor que el error correspondiente a la mejor posición local de la partícula:
 - 4.5.1. Se actualiza la mejor posición local asignándole la posición actual.
 - 4.5.2. Se actualiza el error de la mejor posición local de la partícula asignándole el error de la partícula.
 - 4.5.3. Si el error de la partícula es menor que el error correspondiente a la mejor posición global:
 - 4.5.3.1. Se actualiza la mejor posición global asignándole la posición actual.
 - 4.5.3.2. Se actualiza el error de la mejor posición global asignándole el error de la posición actual.

Salida: Mejor posición global encontrada \equiv Parámetros estimados.

- Número de iteraciones: número máximo de iteraciones que realiza el algoritmo antes de detenerse. Debe ser lo suficientemente grande como para que la solución converja. El tiempo de ejecución es proporcional a este valor.
- Número de partículas: a mayor número de partículas, mayor eficacia en la búsqueda de la solución, sin embargo también aumenta el tiempo de ejecución.

- Número de fibras del PSO: es el número de fibras que utiliza el PSO para intentar ajustar el MUP estimado al MUP de referencia. Este número debe de ser mayor o igual que el número de fibras del MUP de referencia, sin embargo un número de partículas del PSO más alto implica que el espacio de parámetros tiene un mayor número de dimensiones (número de dimensiones = $3 \cdot$ número de fibras del PSO).
- Pesos aplicados a la mejor posición local, mejor posición global y a la inercia de las partículas: la actualización de la posición de cada partícula en cada iteración depende estos tres pesos (w_p , w_g y w respectivamente). El rendimiento del PSO depende fuertemente de un equilibrio entre ellos.
- Error mínimo admitido: el algoritmo se detendrá cuando se haya encontrado una solución que implique un valor de la función de error (error cuadrático medio normalizado ECM) menor que el error mínimo admitido.

Se ha implementado el algoritmo PSO en Matlab como una función cuya entrada es un MUP de referencia MUP_{ref} , y cuya salida es un conjunto de parámetros \hat{P} . En el Algoritmo 1 se describe en pseudocódigo el algoritmo PSO.

3.2.2. Adaptación a un espacio acotado

El PSO básico está diseñado para funcionar en un espacio de parámetros no acotado. Sin embargo, para el propósito de este proyecto, realizar una búsqueda en un espacio sin acotar no es adecuado ya que solo en una determinada región del espacio los parámetros de las fibras musculares tienen sentido fisiológico.

Es por lo tanto necesario adaptar el algoritmo PSO a un espacio de parámetros acotado. Para ello se restringe el movimiento de las partículas del PSO dentro de una región de parámetros a especificar. Esta región se puede añadir a la lista de parámetros de funcionamiento del PSO descrita en el capítulo anterior:

- Región de búsqueda: se establece a partir de un límite inferior y un límite superior para cada una de las dimensiones del espacio de parámetros. Es la región por la cual se van desplazando las partículas en busca de la solución.

Con esto conseguimos un doble efecto. Por un lado forzamos que la solución dada por PSO esté acotada dentro de una región en la que si los límites se han definido convenientemente, los parámetros obtenidos tienen sentido fisiológico. Por otro lado se consigue facilitar el proceso de búsqueda ya que las partículas se desplazan por una región del espacio de parámetros más pequeña.

El procedimiento que se ha utilizado para forzar que las partículas se encuentren siempre dentro de los límites de la región de búsqueda es simulando que tales límites actúan como “paredes rígidas” haciendo que las partículas del PSO reboten en ellas. En el Algoritmo 2 se describe en pseudocódigo esta versión del algoritmo PSO.

Algoritmo 2: Algoritmo PSO acotado

Algoritmo PSO acotado

Entrada: MUP de referencia.

1. Para cada partícula:

- 1.1.** Se inicializa la posición de la partícula con valores aleatorios.
- 1.2.** Se inicializa la velocidad de la partícula con valores aleatorios.
- 1.3.** Se calcula el MUP simulado en función de la posición actual.
- 1.4.** Se calcula el error de cada partícula a partir del MUP de referencia y del MUP simulado.
- 1.5.** Se inicializa la mejor posición local de la partícula asignándole la posición actual.
- 1.6.** Se inicializa el error de la mejor posición local de la partícula asignándole el error actual de la partícula.

2. Se inicializa la mejor posición global con la mejor posición local de la partícula cuyo error es mínimo.

3. Se inicializa el error de la mejor posición global con el mínimo de los errores de las posiciones locales de las partículas.

4. Mientras no se alcance el número máximo de iteraciones y el error de la mejor posición global sea mayor que el error mínimo admitido, para cada partícula:

- 4.1.** Se actualiza la velocidad en función de la posición actual, de la mejor posición local de la partícula y de la mejor posición global.
- 4.2.** Se actualiza la posición de la partícula, siendo la nueva posición suma de la posición y velocidad actual de la partícula.
- 4.3.** **Si la posición de la partícula excede los límites de la región de búsqueda la posición se modifica para que se encuentre dentro de los límites.**
- 4.4.** Se calcula el MUP simulado en función de la posición actual.
- 4.5.** Se calcula el error de la partícula a partir del MUP de referencia y del MUP simulado.
- 4.6.** Si el error de la partícula es menor que el error correspondiente a la mejor posición local de la partícula:
 - 4.6.1.** Se actualiza la mejor posición local asignándole la posición actual.
 - 4.6.2.** Se actualiza el error de la mejor posición local de la partícula asignándole el error de la partícula.
 - 4.6.3.** Si el error de la partícula es menor que el error correspondiente a la mejor posición global:
 - 4.6.3.1.** Se actualiza la mejor posición global asignándole la posición actual.
 - 4.6.3.2.** Se actualiza el error de la mejor posición global asignándole el error de la posición actual.

Salida: Mejor posición global encontrada \equiv Parámetros estimados.

3.2.3. Evaluación de la calidad de la estimación con PSO

En este apartado se pretende explicar cómo se va a evaluar la calidad de la estimación para un conjunto genérico de experimentos así como la forma en la que se presentarán habitualmente los resultados de los mismos. Teniendo en cuenta esto, es conveniente aclarar previamente la notación que de aquí en adelante se va a utilizar para caracterizar las fibras en el espacio de parámetros.

Dado un conjunto de parámetros P con el cual se genera un cierto MUP de referencia de N fibras, y un conjunto de parámetros \hat{P} estimado a partir de tal MUP de referencia. Tenemos que:

$$P = (r_1, z_1, v_1, \dots, r_N, z_N, v_N) = (p_1, \dots, p_N)$$

$$\hat{P} = (\hat{r}_1, \hat{z}_1, \hat{v}_1, \dots, \hat{r}_N, \hat{z}_N, \hat{v}_N) = (\hat{p}_1, \dots, \hat{p}_N)$$

donde cada p_j y \hat{p}_j son los parámetros de referencia y estimados respectivamente correspondientes a la fibra j , es decir:

$$p_j = (r_j, z_j, v_j) \quad \text{y} \quad \hat{p}_j = (\hat{r}_j, \hat{z}_j, \hat{v}_j);$$

Cada p_j está por lo tanto asociado a un punto en el espacio de parámetros $[r, z, v]$ al que denominaremos punto de referencia de la fibra de la fibra j , a su vez cada \hat{p}_j está asociado a un punto en el espacio de parámetros $[r, z, v]$ al que denominaremos punto estimado de la fibra j .

El procedimiento general que se utiliza para evaluar la calidad de la estimación consiste en lo siguiente. Se eligen, en función del experimento, unos parámetros P concretos, a partir de los cuales se genera mediante el modelo el correspondiente MUP de referencia. El algoritmo de estimación utilizando como entrada el MUP de referencia genera uno o varios conjuntos de parámetros estimados \hat{P} ; esto es, se realiza una o varias optimizaciones independientes. Por último, se comparan los conjuntos P y \hat{P} mediante una cierta figura de mérito.

La figura de mérito a utilizar va a depender del experimento en el que se emplea. Por ejemplo, para evaluar la calidad de la estimación del algoritmo NMS en el capítulo anterior se ha utilizado el error de estimación. Este mismo criterio se utilizará también para hacer una comparativa entre PSO y NMS, además de en experimentos relacionados con el ajuste de los parámetros internos del PSO. Como se ha visto anteriormente, el error de estimación se calcula utilizando (10) y (11).

En el resto de experimentos, para los cuales se seguirá normalmente el mismo formato a la hora de presentar los resultados (ver Fig. 13), se utilizan para comparar P y \hat{P} dos figuras de mérito distintas que aportan distinta información acerca de la calidad de la estimación. La primera de ellas consiste en la visualización de los puntos estimados en el espacio de parámetros comparándolos con los puntos de referencia. La segunda figura de mérito que se utiliza es el conjunto de valores que toma en cada experimento la función de error a la salida; esto es, el error asociado a la solución encontrada. Si bien esta segunda figura a priori no serviría para una evaluación definitiva de la calidad del estimador ya que un valor bajo de la función de error no tiene por qué implicar que $P \cong \hat{P}$, a efectos prácticos sí que es muy útil ya que minimizar la función de error es el mecanismo que utilizamos para intentar aproximar \hat{P} a P .

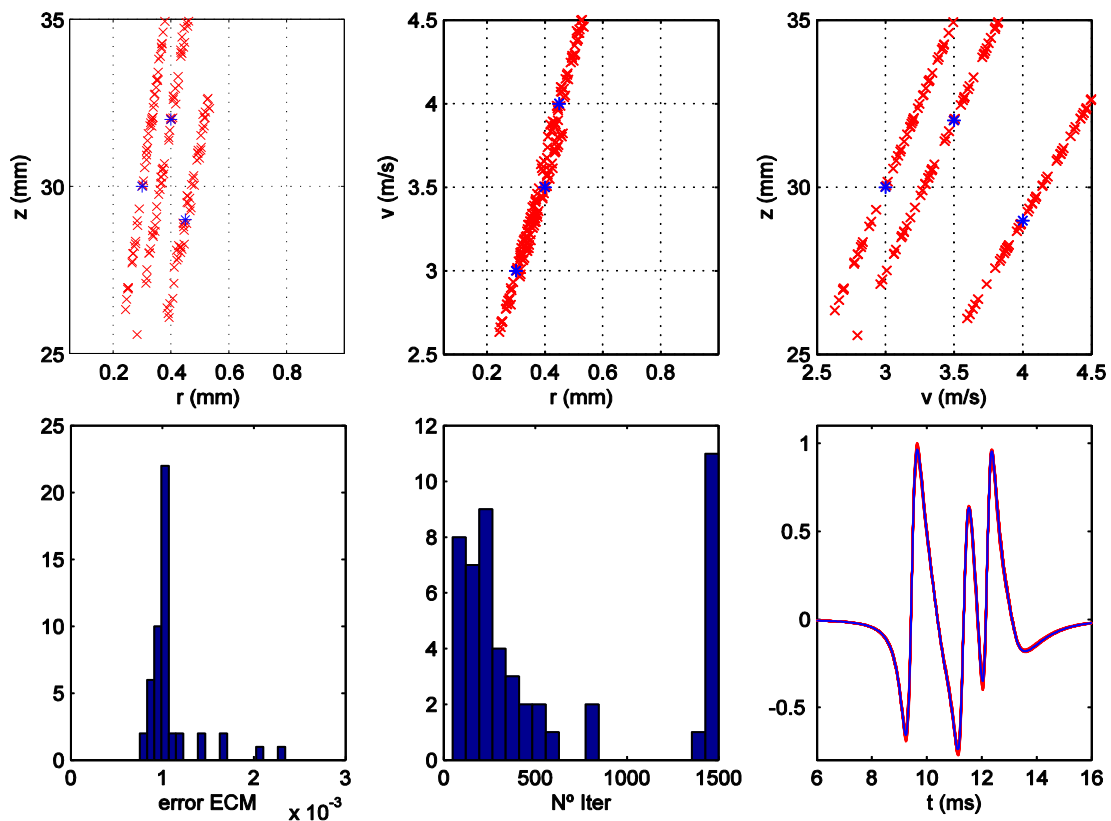


Fig. 13. En las tres sub-figuras de la parte de arriba se representan en tres proyecciones el espacio de parámetros $[r, z, v]$ los conjuntos p_1, p_2 y p_3 correspondientes a los parámetros de referencia (en azul), y los conjuntos \hat{p}_1, \hat{p}_2 y \hat{p}_3 correspondientes a los parámetros estimados de cada realización del experimento, en el ejemplo hay 50 por cada fibra (en rojo). En las sub-figuras inferiores hay dos histogramas en los que se representan el valor de la función de error y el número de iteraciones respectivamente, la última sub-figura muestra la forma de onda del MUP de referencia (en azul) y la de cada uno de los MUPs estimados (en rojo).

3.2.4. Ajuste de los parámetros internos

En el capítulo 3.2.1 se han descrito brevemente los parámetros de funcionamiento del algoritmo PSO, los cuales condicionan en gran medida el rendimiento del PSO como estimador. A la mayoría de estos parámetros no se les ha asignado un valor fijo, si no que este dependerá del tipo de experimento en el que se utilice el algoritmo. Sin embargo hay una serie de parámetros que sí se han mantenido constantes a lo largo de los diferentes experimentos realizados durante este proyecto. Estos parámetros son los pesos aplicados a la mejor posición local, mejor posición global y a la inercia de las partículas (w_p, w_g y w respectivamente).

La función de estos parámetros es la de controlar en cada iteración en qué medida la actualización de la posición de cada partícula se ve influenciada por la mejor posición local, la mejor posición global y la inercia (la velocidad en la iteración anterior) de la partícula. Por lo tanto el rendimiento del PSO depende fuertemente de un equilibrio entre ellos.

Para fijar los valores de estos tres parámetros de la forma más conveniente, se han realizado para diferentes combinaciones de valores w_p, w_g y w una serie de experimentos en los que se han utilizado los errores de estimación obtenidos para encontrar una combinación de

estos parámetros adecuada. Tras la realización de los experimentos se concluyó que la combinación de valores que mejor funcionaba y que por lo tanto utilizamos, era la recomendada en [4], es decir $w_p = 1$; $w_g = 1$; y $w = 0.9$.

3.3. Comparativa NMS vs PSO

Una vez establecidos los parámetros de funcionamiento del PSO, se procede a comparar bajo las mismas condiciones la calidad de la estimación obtenida mediante el algoritmo PSO y la obtenida mediante el algoritmo NMS cuando se intentan estimar MUPs de una fibra.

Para ello se ha llevado a cabo el siguiente experimento: Se generan 100 MUPs de una sola fibra a partir de 100 conjuntos de parámetros $P = (r, z, v)$ a su vez generados aleatoriamente siguiendo sus componentes r , z y v distribuciones uniformes. Para cada MUP se obtienen los parámetros estimados \hat{P} tanto para PSO como para NMS. El resultado es un conjunto de 100 valores del error de estimación para PSO y otro conjunto de también 100 valores del error para NMS. Las condiciones del experimento se indican en la Tabla 1.

Los resultados acerca del error de estimación para ambos algoritmos se detallan en la Fig. 14. Se observa que mientras en el caso del PSO el sesgo obtenido es muy pequeño, para el algoritmo NMS es significativamente no nulo. Además la dispersión de los errores de estimación en el caso de NMS es mucho mayor que para PSO, por ejemplo, para el parámetro r se dan en un alto porcentaje de casos errores de estimación superiores al 100%. Para los otros dos parámetros, z y v , NMS obtiene bastantes resultados con errores del 20%, 30% en incluso en algunos casos superiores al 40%. Estos resultados concuerdan con los que se obtuvieron en el capítulo anterior cuando se analizaba la convergencia de NMS y se concluía que el algoritmo NMS no convergía (Ver Fig. 12).

Se observa para todos los parámetros que se obtienen peores resultados utilizando NMS que utilizando PSO. Debido a ello y teniendo en cuenta que los errores de estimación correspondientes al NMS no son aceptables para el buen funcionamiento del estimador, queda definitivamente descartado NMS en detrimento de PSO para ser utilizado en el proceso de estimación.

En la Fig. 15 se muestra con más detalle cómo se han distribuido los errores de estimación cuando se utiliza el algoritmo PSO. Si se observa el error de estimación de los parámetros r , z y v , se puede ver como el error de estimación toma en una gran mayoría de casos valores cercanos a 0 y que rara vez se alcanzan errores de estimación superiores al 20%. Lo que sí se puede apreciar es que en los tres casos (r , z y v) existe un cierto sesgo positivo en las distribuciones del error de estimación, aunque mucho menor que el observado para NMS).

La existencia en PSO de este sesgo tiene sentido si tenemos en cuenta que es más improbable que PSO dé como resultado un cierto \hat{r} cuanto mayor es el valor que toma el error ECM para dicho \hat{r} , se puede inferir observando la Fig. 16 que será más probable que se den en la estimación valores de \hat{r} mayores que r ya que el ECM crece muy rápidamente para valores de \hat{r} menores que r , mientras que para valores de \hat{r} mayores que r el crecimiento es lento. Esto explica por qué existe un sesgo positivo en la estimación de \hat{r} .

Tabla 1

Parámetros generales	
Número de fibras	1
Error mínimo admitido	10^{-3}
Número de realizaciones	100
$r=$	U[0.05, 1]
$z=$	U[25, 35]
$v=$	U[2.5, 4.5]
Límite Inferior	[0.05, 25, 2.5]
Límite superior	[1, 35, 4.5]
Número de realizaciones	100
Parámetros NMS	
Punto de comienzo	[0.2, 30, 2.9]
Parámetros PSO	
Número de iteraciones	1000
Número de partículas	50

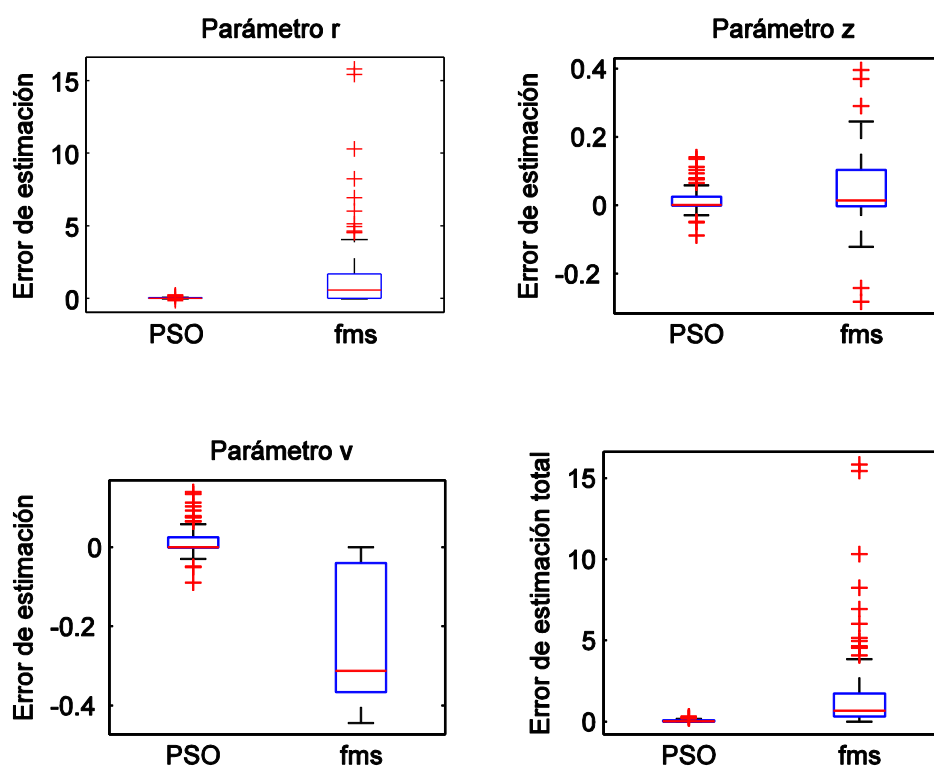


Fig. 14. En la figura se representan diferentes boxplots correspondientes al error de estimación de cada uno de los parámetros r , z , v así como del error de estimación total tanto para el caso de utilizar PSO como NMS.

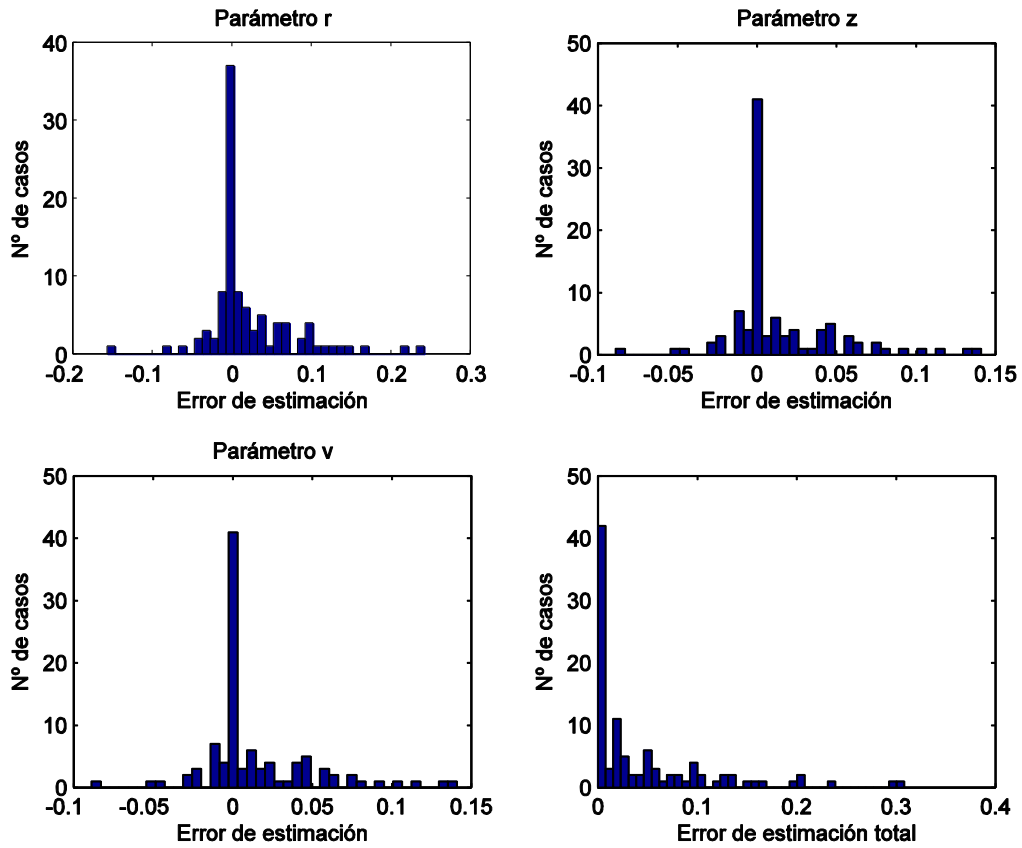


Fig. 15. Histograma del error de estimación de cada parámetro y del error de estimación total para el algoritmo PSO.

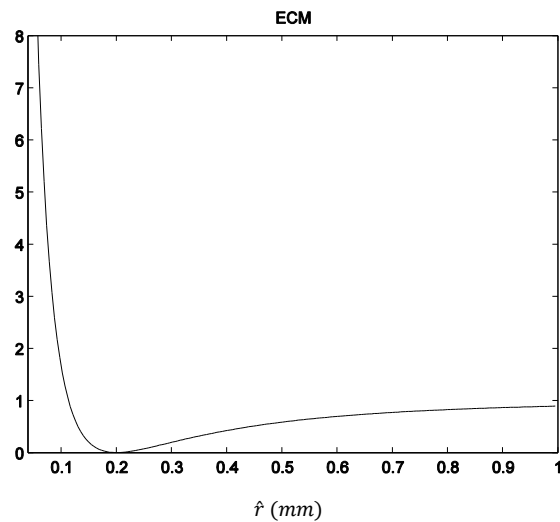


Fig. 16. Dado un cierto $P = (r, z, v)$ y un $\hat{P} = (\hat{r}, \hat{z}, \hat{v})$ con $\hat{z} = z$, $\hat{v} = v$ y $\hat{r} \in [0,1]$ la figura muestra la dependencia del valor de la función de error ECM con respecto a \hat{r} . (En este caso $r = 0.2$).

Además, si $\hat{r} > r$ entonces el MUP estimado es en principio de menor amplitud que el MUP de referencia. El algoritmo, para minimizar el valor de la función de error intenta lograr que la amplitud del MUP estimado sea parecida a la del MUP de referencia por lo que tiende a sobreestimar el valor de \hat{v} ($\hat{v} > v$) ya que valores más altos de v se corresponden con amplitudes mayores, lo que implica un sesgo positivo en la estimación de \hat{v} .

Si $\hat{v} > v$ entonces el MUP estimado en principio sufre un retardo temporal con respecto al MUP de referencia, para compensar este retardo y minimizar el valor de la función de error, PSO sobreestima el valor de \hat{z} ($\hat{z} > z$), lo que explica por qué también se da un sesgo positivo en la estimación de \hat{z} .

4. Estudio de la estimación basada en PSO

El algoritmo PSO utilizando como función de error el ECM (PSO-ECM), en vista de los resultados obtenidos en el capítulo anterior podría ser un algoritmo de optimización adecuado para ser utilizado en el proceso de estimación. Es necesario comprobar de forma más exhaustiva si este algoritmo funciona correctamente, para ello, a lo largo de este capítulo se estudiará el funcionamiento del algoritmo en diferentes situaciones y se analizarán los posibles problemas y limitaciones que puedan darse.

4.1. Estimación de 1 fibra

En este apartado se analiza el funcionamiento del algoritmo cuando el MUP de referencia es de una sola fibra. Para ello se describen y analizan los dos experimentos siguientes:

4.1.1. Experimento 1

El siguiente experimento tiene como finalidad estudiar cómo se distribuyen las soluciones dadas por el algoritmo PSO en el espacio de parámetros para el caso de un MUP generado a partir de una sola fibra muscular. Se parte de un MUP de referencia generado a partir de un cierto P . Este MUP será la entrada del algoritmo de estimación, el cual se ejecutará un determinado número de veces (en este caso 50 realizaciones). Se obtienen por lo tanto 50 conjuntos \hat{P} correspondientes con cada realización del experimento. Las condiciones en las que se ha llevado a cabo el experimento se muestran en la Tabla 2.

Como se observa en la Fig. 17, el algoritmo es capaz de ajustar la forma de onda estimada a la de referencia de forma precisa. Esto tiene sentido ya que los valores de ECM obtenidos son relativamente bajos, en todos los casos menores que el parámetro de error mínimo (10^{-3}) que se ha impuesto al PSO. La ejecución del programa acaba por lo tanto antes de llegar al máximo número de iteraciones, de hecho no se superan las 150 iteraciones en ningún caso.

A pesar de este buen ajuste de la forma de onda del MUP, se puede observar cómo los puntos estimados en muchos casos tienden a distar bastante del punto de referencia. Los puntos estimados se localizan en una cierta recta del espacio de parámetros $[r, z, v]$, la cual también contiene al punto de referencia. El porqué de este resultado se fundamenta en que cuando \hat{p} toma valores cercanos a esa recta la función de error ECM presenta valores muy pequeños. Este fenómeno es el mismo que observamos con anterioridad al evaluar el error en el espacio de parámetros (Fig. 9). Cuando PSO ha encontrado una solución perteneciente a esta recta, la forma de onda está muy ajustada y el valor de la función de error es bajo, por lo tanto la probabilidad de que las partículas del PSO pasen por una mejor solución (que también estará contenida en esa recta) es baja.

Los puntos pertenecientes a esta recta de soluciones implican formas de onda muy parecidas. Intuitivamente, esto puede entenderse siguiendo el siguiente razonamiento. Dada una cierta forma de onda (un cierto MUP de una sola fibra) correspondiente con el conjunto de parámetros $P = p = (r, z, v)$ y un conjunto de parámetros estimados $\hat{P} = \hat{p} = (\hat{r}, \hat{z}, \hat{v})$, tenemos que si existe cierta sobreestimación en r , $\hat{r} = r + \Delta r$, entonces PSO intenta compensar la diferencia de amplitudes que a priori existiría entre la forma de onda estimada y la forma de onda de referencia. Puesto que la velocidad de propagación de una fibra influye en la amplitud, PSO tendería a compensar la amplitud con una velocidad mayor, $\hat{v} = v + \Delta v$. La diferencia entre el valor de las velocidades estimadas y de referencia a priori implica, a su vez, un

desalineamiento temporal entre la forma de onda estimada y la de referencia. Así pues, para compensar este desalineamiento, PSO incrementa la distancia estimada, $\hat{z} = z + \Delta z$, ya que el valor de z es directamente proporcional al retardo temporal.

Tabla 2. Condiciones del experimento

Número de fibras	1
Número de iteraciones	1000
Número de partículas	90
Límite inferior de inicialización	[0.05, 25, 2.5]
Límite superior de inicialización	[1, 35, 4.5]
Límite inferior de búsqueda	[0.05, 10, 2]
Límite superior de búsqueda	[3, 40, 6]
Error mínimo admitido	10^{-3}
Número de realizaciones	50
$P =$	(0.3, 30, 3)

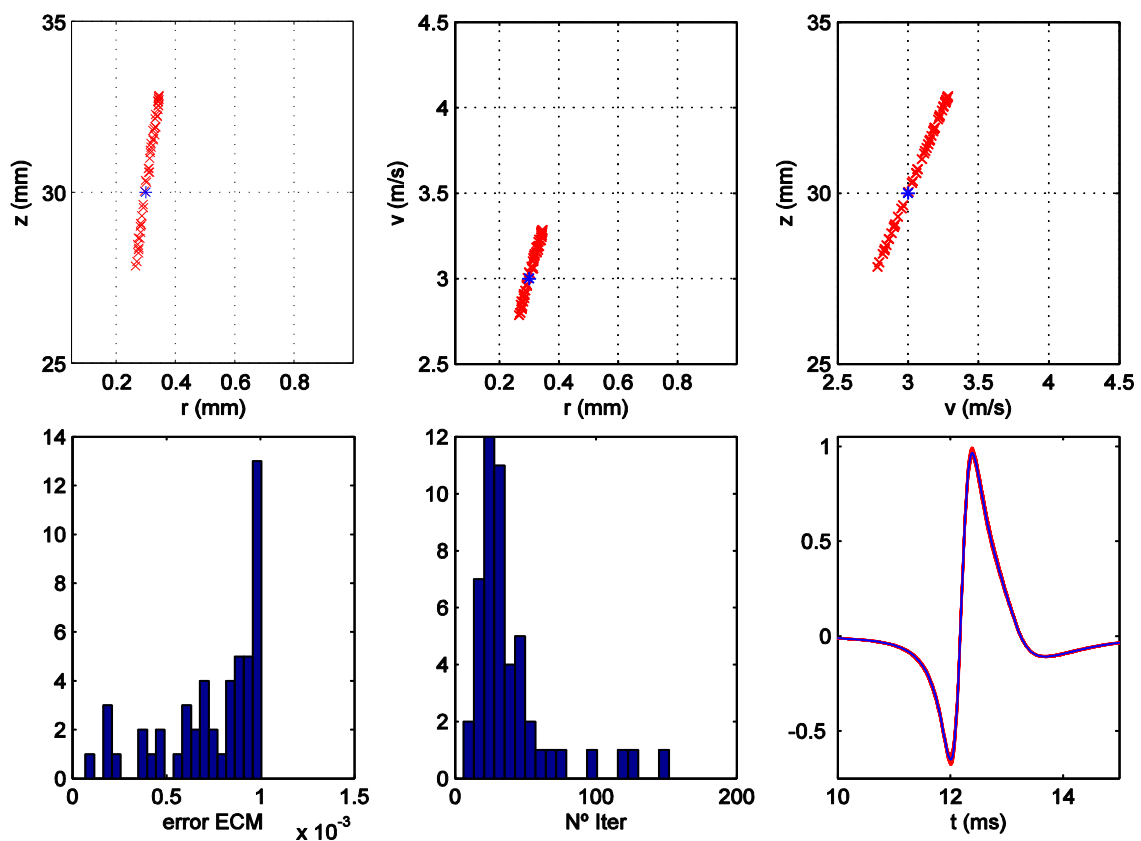


Fig. 17. Resultados del experimento 1: En las tres sub-figuras de la parte de arriba se representan en tres proyecciones el espacio de parámetros $[r, z, v]$ el conjunto $p = (0.3, 30, 3)$ (correspondientes a los parámetros de referencia, en azul) y los 50 conjuntos $\hat{p} = (\hat{r}, \hat{z}, \hat{v})$ (correspondientes a los parámetros estimados de cada realización, en rojo). En las sub-figuras de la parte de abajo hay dos histogramas en los que se representan el valor de la función de error ECM y el número de iteraciones respectivamente, la última sub-figura muestra la forma de onda del MUP de referencia (en azul) y la de cada uno de los MUPs estimados (en rojo).

Esta organización de las soluciones en rectas sugiere que al minimizar la función de error lo que se está consiguiendo estimar correctamente no son los parámetros \hat{r} , \hat{z} y \hat{v} , si no los cocientes \hat{z}/\hat{v} , \hat{v}/\hat{r} y \hat{z}/\hat{r} . Se puede observar este fenómeno con más detalle en a fig. 18. Estos cocientes están centrados como era de esperar en torno a los valores de los cocientes de los parámetros de referencia: $z/v = 10$; $v/r = 10$; $z/r = 100$; con $p = (0.3, 30, 3)$.

Aunque se puede considerar que las soluciones están contenidas en una recta que además pasa por el origen de coordenadas $[0, 0, 0]$, en realidad no se trata de una recta perfecta, ya que solo los cocientes \hat{z}/\hat{v} están totalmente ajustados con respecto al valor z/v . La escasa variabilidad en las soluciones hace que aparenten ser rectas en el espacio de parámetros.

El cociente z/v es el retardo temporal de la forma de onda con respecto al origen de coordenadas. La función de error ECM es muy sensible a desalineamientos temporales entre la forma de onda estimada y la de referencia, es por este motivo por lo que en la estimación debe de cumplirse que $\hat{z}/\hat{v} \cong z/v$.

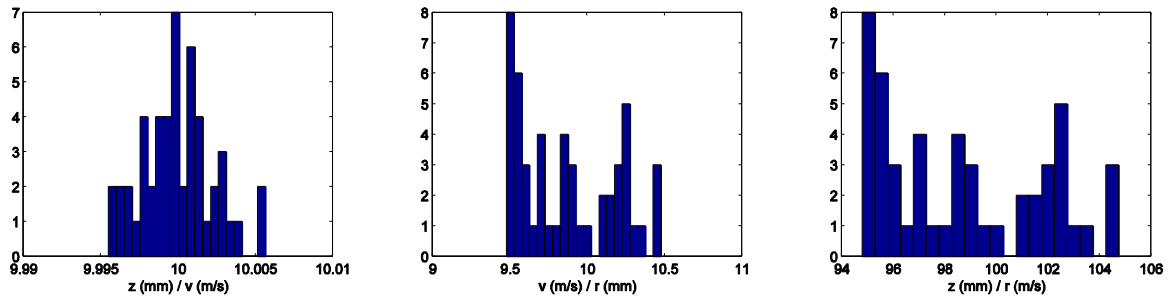


Fig. 18. Histogramas de los cocientes \hat{z}/\hat{v} , \hat{v}/\hat{r} y \hat{z}/\hat{r} respectivamente para el experimento anterior.

4.1.2. Experimento 2

Este segundo experimento tiene como finalidad analizar cómo se organizan las soluciones en el espacio de parámetros en caso de conseguir valores más bajos de la función de error. Para ello se ha repetido el experimento anterior pero cambiando las exigencias en cuanto al valor del error mínimo admitido. Las condiciones en las que se ha llevado a cabo el experimento se muestran en la Tabla 3.

Como se observa en la Fig. 19, al ser más exigentes en cuanto al mínimo error requerido para que se detenga el algoritmo, en general se ha requerido en este segundo experimento un mayor número de iteraciones, lógicamente también se ha logrado en promedio decrementar el valor de la función de error llegando a formas de onda aún más ajustadas con respecto al MUP de referencia. Este ajuste más fino se ha traducido en una mejor estimación, los puntos estimados están más próximos al punto de referencia que en el experimento anterior.

Se puede concluir de estos experimentos que, debido a que existe toda una recta de puntos que implican MUPs muy similares, las exigencias en lo que respecta a minimizar el valor de la función de error ECM deben de ser altas si se quiere lograr que las posiciones de los conjuntos de parámetros estimados estén aceptablemente cerca de la posición del conjunto de parámetros de referencia, lo cual puede dificultar el proceso de estimación.

Tabla 3. Condiciones del experimento

Número de fibras	1
Número de iteraciones	1000
Número de partículas	90
Límite inferior de inicialización	[0.05, 25, 2.5]
Límite superior de inicialización	[1, 35, 4.5]
Límite inferior de búsqueda	[0.05, 10, 2]
Límite superior de búsqueda	[3, 40, 6]
Error mínimo admitido	10^{-4}
Número de realizaciones	50
$P =$	(0.3, 30, 3)

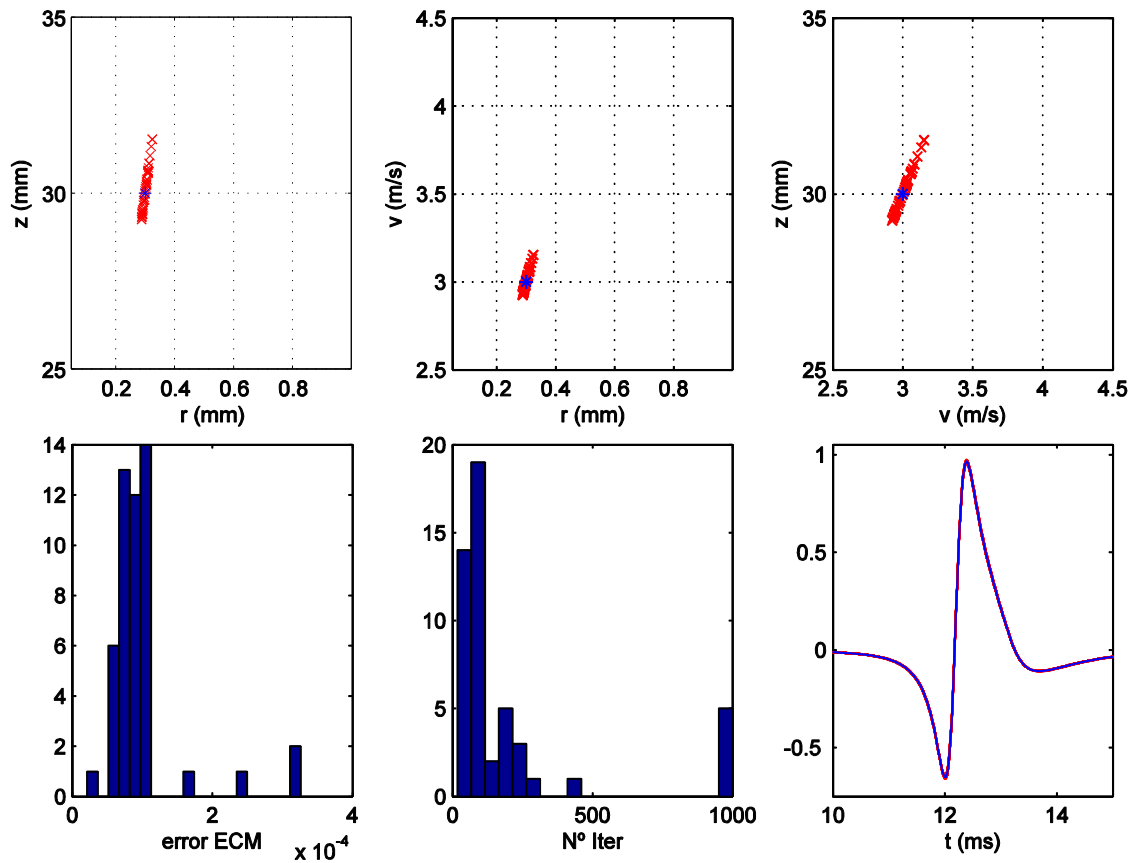


Fig. 19. Resultados del experimento 2. La interpretación de las subfiguras es la misma que en Fig. 17.

4.2. Estimación de N fibras

Hasta ahora se ha probado el funcionamiento del algoritmo PSO solamente para MUPs de una sola fibra. Este apartado pretende analizar el comportamiento del algoritmo PSO y los problemas que pueden darse cuando se intentan estimar los parámetros de MUPs de más de una fibra. Para ello se han realizado dos experimentos que se detallan en los dos siguientes subapartados.

En ellos se pretende estudiar cómo se organizan las soluciones dadas por el algoritmo PSO en el espacio de parámetros cuando el MUP de referencia ha sido generado a partir de varias fibras musculares. Un MUP, si recordamos (5), es el resultado de la superposición de un determinado número de SFAPs (uno por cada fibra de la unidad motora). En función de si los SFAPs que componen al MUP están más o menos alineados en el eje temporal, se darán MUPs con formas de onda más o menos complejas, lo cual tendrá un efecto importante en la estimación. Si la forma de onda es más compleja, al algoritmo de estimación le será más fácil identificar por separado cada SFAP que constituye al MUP.

4.2.1. MUP con SFAPs separados

En este primer experimento se analizará el comportamiento de la estimación cuando el MUP de referencia es resultado de la superposición de tres SFAPs que entre ellos están totalmente desalineados. Se parte de un MUP de referencia generado a partir de un P de tres fibras. Este MUP será la entrada del algoritmo de estimación, el cual se ejecutará 50 veces obteniéndose por lo tanto 50 conjuntos \hat{P} correspondientes con cada realización del experimento.

Las condiciones en las que se ha llevado a cabo el experimento se muestran en la Tabla 4, los resultados del mismo se reflejan en la Fig. 20.

Este MUP generado con 3 fibras musculares tiene una forma de onda como cabía esperar relativamente compleja. A la vista de los resultados de la Fig. 20, el algoritmo es capaz de ajustar de forma aceptable la forma de onda estimada a la del MUP de referencia. Sin embargo, si se observa el histograma de la función de error, se ve que los valores de error conseguidos no son tan bajos como los que se conseguían para un MUP de una sola fibra. A pesar de que en promedio el número de iteraciones realizadas por el PSO ha sido mayor, el ajuste por lo tanto no es tan preciso como en los experimentos anteriores. La razón por la que en este experimento existen más dificultades para ajustar la forma de onda es que PSO tiene ahora que lidiar con un espacio de parámetros de 9 dimensiones en lugar de 3.

El ajuste de la forma de onda tiene que ser extremadamente preciso para que los \hat{p}_j se localicen cerca de p_j y no se dispersen a lo largo de una recta, algo que parece no ser tan sencillo de conseguir cuando el espacio de parámetros tiene una elevada dimensionalidad. Los resultados sugieren que para MUPs de varias fibras existe en la práctica cierta dificultad en llevar a cabo una correcta estimación. Esta dificultad es intrínseca al modelo, ya que diferentes conjuntos de parámetros proporcionan similares formas de onda, como ya se ha visto en el caso de las soluciones “equivalentes” situadas a lo largo de una recta para el caso de una fibra..

Tabla 4. Condiciones del experimento

Número de fibras	3
Número de iteraciones	1500
Número de partículas	90
Límite Inferior de inicialización	[0.05, 25, 2.5]
Límite superior de inicialización	[1, 35, 4.5]
Límite Inferior de búsqueda	[0.05, 10, 2]
Límite superior de búsqueda	[3, 40, 6]
Error mínimo admitido	10^{-3}
Número de realizaciones	50
$P =$	(0.3, 30, 3, 0.4, 32, 3.5, 0.45, 29, 4)

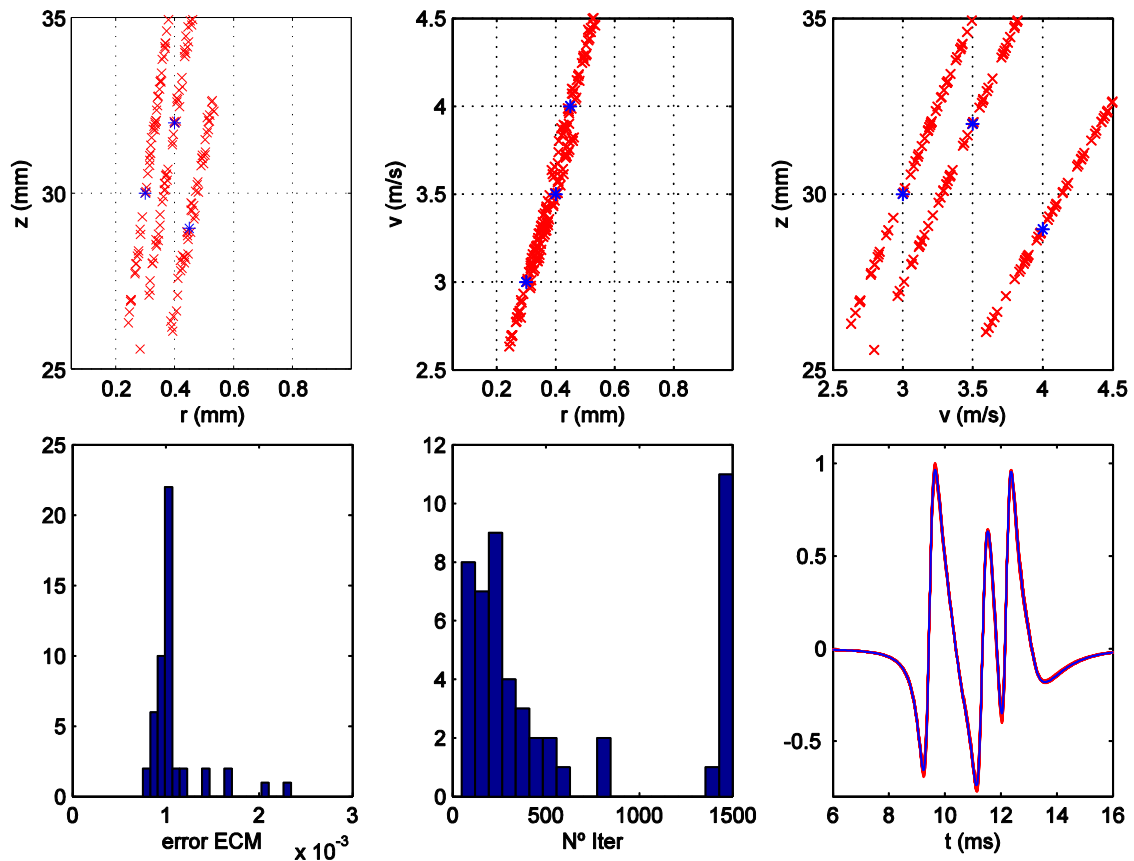


Fig. 20. Resultados del experimento: En las tres sub-figuras de la parte de arriba se representan en tres proyecciones el espacio de parámetros $[r, z, v]$ los conjuntos p_1, p_2 y p_3 correspondientes a los parámetros de referencia (en azul), y los conjuntos \hat{p}_1, \hat{p}_2 y \hat{p}_3 correspondientes a los parámetros estimados de cada realización (hay 50 por cada fibra, en rojo). En las sub-figuras inferiores hay dos histogramas en los que se representan el valor de la función de error ECM y el número de iteraciones respectivamente, la última sub-figura muestra la forma de onda del MUP de referencia (en azul) y la de cada uno de los MUPs estimados (en rojo).

Los \hat{p}_j del experimento se localizan en tres rectas bien diferenciadas en el espacio de parámetros $[r, z, v]$, $j \in [1, 2, 3]$. Cada recta se corresponde con una determinada forma onda y la superposición de las distintas formas de onda (3 en total) da como resultado un cierto $\widehat{MUP} \cong MUP$. Por lo tanto para cada una de las 50 realizaciones tenemos que cada \hat{p}_j pertenece a la recta j . Esto sugiere que PSO intenta estimar cada \hat{p}_j de forma independiente, ajustando cada contribución al MUP por separado. Esto es posible debido a que la forma de onda del MUP (resultado de tres SFAPs muy desalineados temporalmente) permite una única descomposición como combinación de tres SFAPs diferenciados.

4.2.2. MUP con SFAPs solapados

En este segundo experimento se analizará el comportamiento de la estimación cuando el MUP de referencia es resultado de la superposición de tres SFAPs que se encuentran totalmente alineados temporalmente. Se parte de un MUP de referencia generado a partir de un P de tres fibras. Este MUP será la entrada del algoritmo de estimación, el cual se ejecutará 50 veces obteniéndose por lo tanto 50 conjuntos \hat{P} correspondientes con cada realización del experimento. Las condiciones en las que se ha llevado a cabo el experimento se muestran en la Tabla 5, los resultados del mismo se reflejan en la Fig. 21.

En este experimento al igual que en los anteriores, se ha conseguido que el ajuste de la forma de onda del MUP estimado a la forma de onda del MUP de referencia sea bueno (Fig. 21). Los valores obtenidos de la función de error son del mismo orden de magnitud que en el experimento anterior, sin embargo el algoritmo no ha sido capaz de realizar una estimación de los parámetros satisfactoria.

En el plano $[z, v]$ de la Fig. 21 podemos ver como al estar los tres SFAPs alineados temporalmente, los p_j (con $j \in [1, 2, 3]$) se localizan en la misma recta de retardo. Al igual que en el experimento anterior, el ajuste de la forma de onda no es lo suficientemente preciso como para que los \hat{p}_j no se dispersen a lo largo de dicha recta de retardo. Esta limitación ya ha sido estudiada en el experimento anterior.

En los planos $[z, r]$ y $[v, r]$ de la Fig. 26 se observa cómo, en contraposición a lo que ocurría en el experimento anterior en el que los SFAPs estaban desalineados (Fig. 20), no existe una dispersión clara de la proyección en los planos de los \hat{p}_j en tres rectas diferenciadas. Cada una de estas rectas si recordamos del sub-apartado anterior contenían la proyección en el plano de un p_j y se identificaban con la forma de onda de un determinado SFAP.

El hecho de que los SFAPs estén alineados temporalmente hace que exista para este experimento un grado de confusión extra que se traduce en que los \hat{p}_j ya no pertenecen a la misma recta en el espacio de parámetros que los p_j , esto hace pensar que el MUP se puede descomponer como combinación de SFAPs de múltiples formas, a partir de la superposición de diferentes combinaciones de formas de onda. Por lo tanto el hecho de conseguir ajustar convenientemente la forma de onda del MUP no implica haber logrado descomponer el MUP como combinación de los SFAPs originales, lo cual complica el proceso de estimación.

Tabla 5. Condiciones del experimento

Número de fibras	3
Número de iteraciones	1500
Número de partículas	90
Límite Inferior de inicialización	[0.05, 25, 2.5]
Límite superior de inicialización	[1, 35, 4.5]
Límite Inferior de búsqueda	[0.05, 10, 2]
Límite superior de búsqueda	[3, 40, 6]
Error mínimo admitido	10^{-3}
Número de realizaciones	50
$P =$	(0.3, 30, 3, 0.4, 28.5, 2.86, 0.45, 30.9, 3.1)

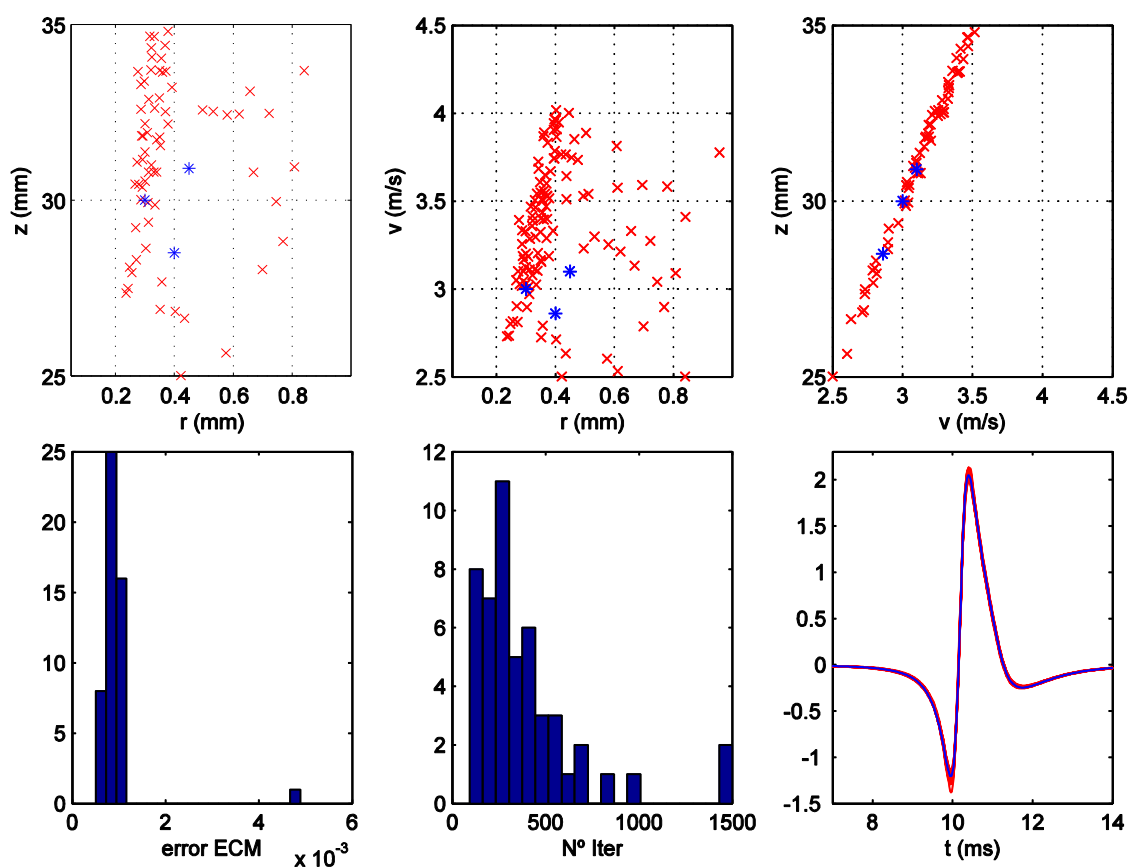


Fig. 21. Resultados del experimento. La interpretación de las subfiguras es la misma que en Fig. 20.

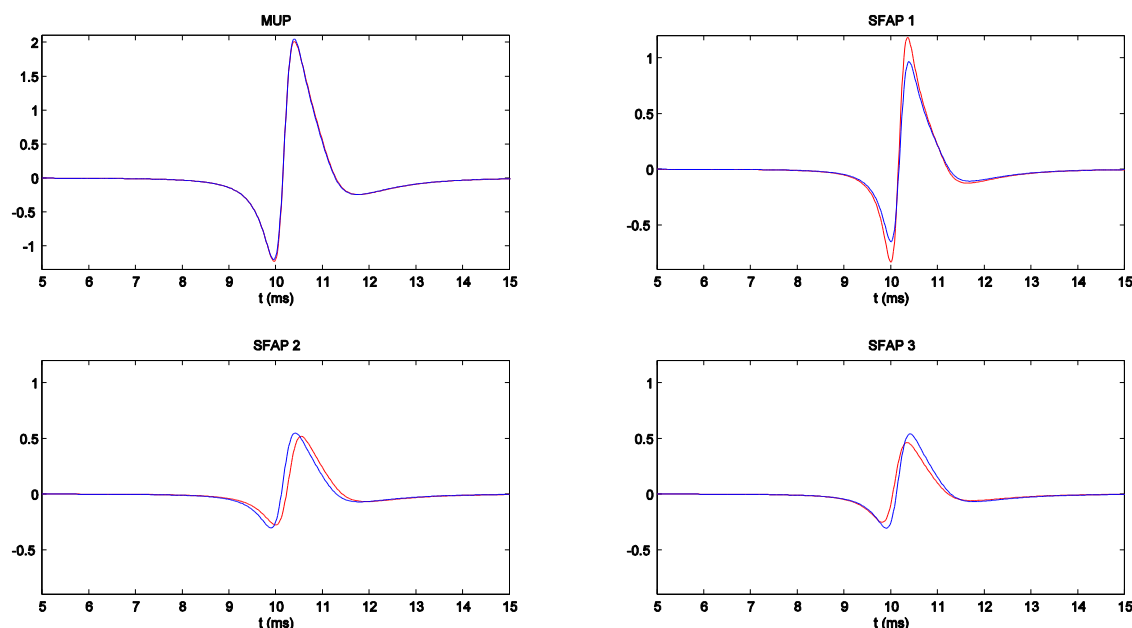


Fig. 22. Representación de la forma de onda del MUP y de la de cada uno de los SFAPs que componen al MUP. En rojo, formas de onda del caso de referencia, en azul, formas de onda estimadas.

En la Fig. 22 se ve con más detalle que es lo que ha ocurrido con el ajuste de la forma de onda. Se ha escogido el mejor de todos los casos del experimento anterior (aquel en el que el ECM era más bajo). El MUP se ha ajustado con precisión, sin embargo la amplitud de los SFAPs estimados difiere de la de los SFAPs de referencia. Se puede observar como para compensar que uno de los SFAPs estimados es de una amplitud mayor que su correspondiente SFAP de referencia, los otros dos SFAPs estimados son de menor amplitud que sus correspondientes SFAPs de referencia.

Estas compensaciones que se dan entre las formas de onda de los SFAPs sólo son posibles en caso de que los SFAPs estén alineados temporalmente, algo que sí ocurre en este experimento y que no ocurría en el experimento del apartado anterior.

4.3. El problema de la indeterminación del número de fibras

Hasta ahora hemos considerado conocido el número de fibras del MUP a estimar, por lo tanto en todos los experimentos que se han descrito hasta este punto, se ha asignado un número de fibras del PSO igual al número de fibras del MUP de referencia. Sin embargo, en la práctica, el número de fibras del MUP de referencia no es un dato conocido si no que debe de ser estimado a partir de la información que proporciona la forma de onda del MUP de referencia.

Siendo N_{PSO} el número de fibras de la solución del PSO y N el número de fibras que se han utilizado para generar el MUP de referencia, deseamos determinar si es posible estimar el número de fibras si se cumple que $N_{PSO} \geq N$. La idea es que una vez realizado el proceso de estimación se descarten aquellas fibras cuya contribución al MUP estimado es despreciable. Así pues, denominando \hat{N} al número de fibras estimadas, se cumplirá que $\hat{N} \leq N_{PSO}$. N_{PSO} debe de ser un número suficientemente grande como para asegurar que N es siempre un número más

pequeño, sin embargo si N_{PSO} es muy grande la dimensionalidad del espacio de parámetros también lo es, lo que puede dificultar en gran medida el proceso de estimación.

Para estimar \hat{N} es necesario establecer un criterio para determinar cuándo una cierta contribución al MUP estimado es despreciable. Dado un \hat{P} que ha sido estimado a partir de un conjunto de parámetros de referencia P , para el cual se cumple que $\hat{N} \leq N_{PSO}$ con $P = (p_1, \dots, p_N)$ y con $\hat{P} = (\hat{p}_1, \dots, \hat{p}_{N_{PSO}})$, se define \hat{N} como el número de \hat{p}_j que cumplen que $\hat{r}_j < r_{umbral}$ siendo $j \in [1, \dots, N_{PSO}]$. Este criterio se basa en que cuanto mayor es el valor de \hat{r}_j menor es la amplitud de la correspondiente contribución de \hat{p}_j al MUP estimado, por lo tanto a partir de un cierto valor de \hat{r}_j la amplitud puede considerarse despreciable, lo que implica que la fibra j puede descartarse al ser nula su contribución.

Esto supone que es imposible que se detecte una fibra que se encuentre a una distancia de la aguja mayor que r_{umbral} . Hay que tener en cuenta que las fibras que se encuentren muy alejadas de la aguja tendrán contribuciones al MUP muy pequeñas, por lo que en la práctica no podrán ser detectadas independientemente del criterio de estimación del número de fibras que se haya elegido. El MUP de referencia solo proporciona información acerca de las fibras que se encuentren relativamente cerca de la aguja utilizada en el registro, por lo que sólo se podrá estimar el número de fibras que existen en una cierta región cercana a la aguja. En la práctica asumiremos que esa región es aquella en la que $r < r_{umbral}$. Para fijar un valor adecuado de r_{umbral} podemos ayudarnos de la Fig. 23 en la cual se ve como varía la amplitud de un cierto SFAP con respecto a r . Se observa que para valores de $r > 1.1$, la amplitud se puede considerar despreciable. Por lo tanto se decide establecer un $r_{umbral} = 1.1$.

Otro aspecto importante a considerar es que ahora el rango de parámetros de r no puede estar limitado entre 0.05 y 1, ya que cada r_j debe de tener la posibilidad de tomar valores más altos que r_{umbral} .

Para entender el comportamiento de la estimación del número de fibras, se han seleccionado de entre un conjunto de experimentos una serie de ejemplos representativos. Interesa conocer las limitaciones inherentes a la estimación del número de fibras, por lo tanto, los ejemplos seleccionados son estimaciones en las que se ha llegado a un buen ajuste de la forma de onda.

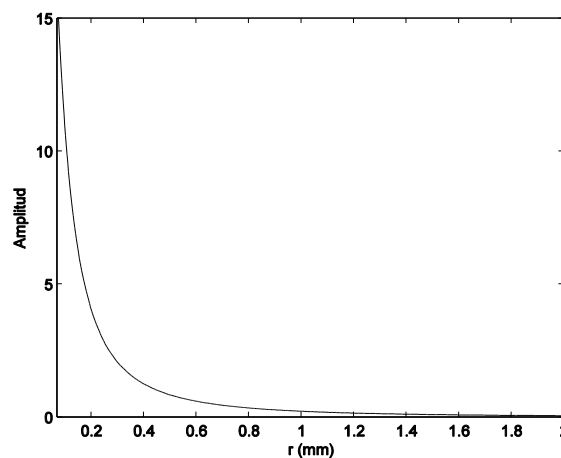


Fig. 23. Dependencia de la amplitud de un MUP de una sola fibra con respecto al valor de r (para esta figura se ha tomado $z=30$ y $v=3.3$).

4.3.1. Forma de onda compleja

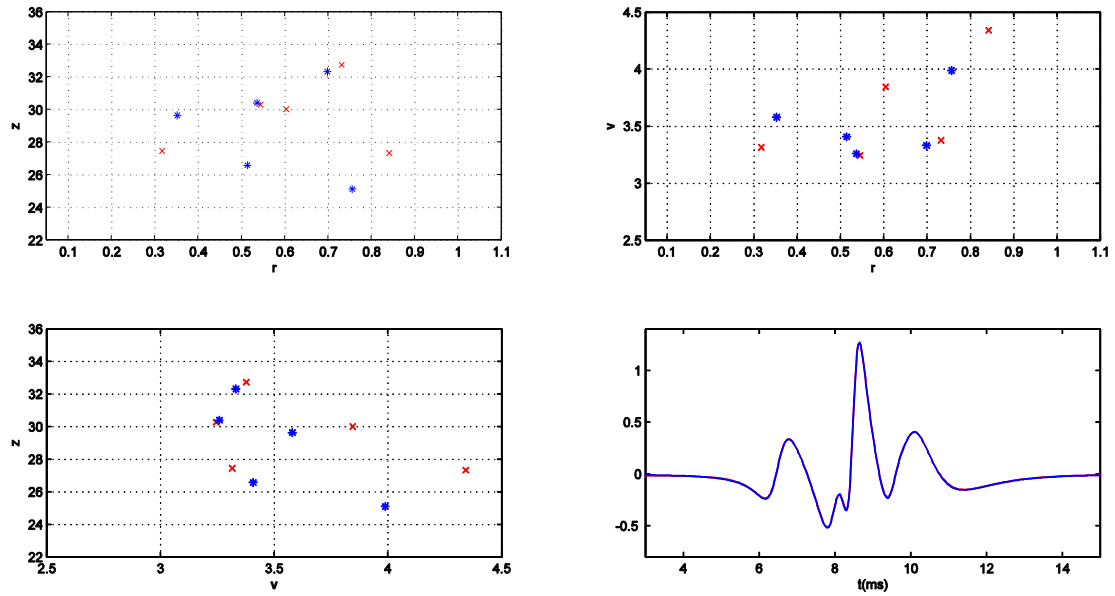
En las dos realizaciones siguientes el MUP de referencia utilizado es el mismo, el cual es resultado de la superposición de 5 SFAPs (5 fibras) que presentan un desalineamiento temporal grande. Esto implica un MUP de referencia con una forma de onda de cierta complejidad. A la variable del algoritmo de estimación *número de fibras del PSO* se le ha asignado un valor de 10. Las condiciones en las que se han llevado a cabo estos dos experimentos se muestran en la Tabla 6, los resultados de los mismos se reflejan en la Fig. 24.

En la primera realización (Fig. 24(a)), la forma de onda del MUP de referencia es suficientemente compleja y forma de onda se ajusta con precisión (así ocurre en este ejemplo donde $ECM=3.35 \cdot 10^{-4}$), el algoritmo es capaz de ajustar cada SFAP que compone la forma de onda de forma independiente. Si esto ocurre, podemos pensar que puesto que cada contribución se origina a partir de una fibra diferente, la estimación del número de fibras será correcta, tal y como ocurre en el presente ejemplo donde ($\hat{N} = N = 5$). Sin embargo en el ejemplo siguiente veremos como esta no tiene porqué cumplirse.

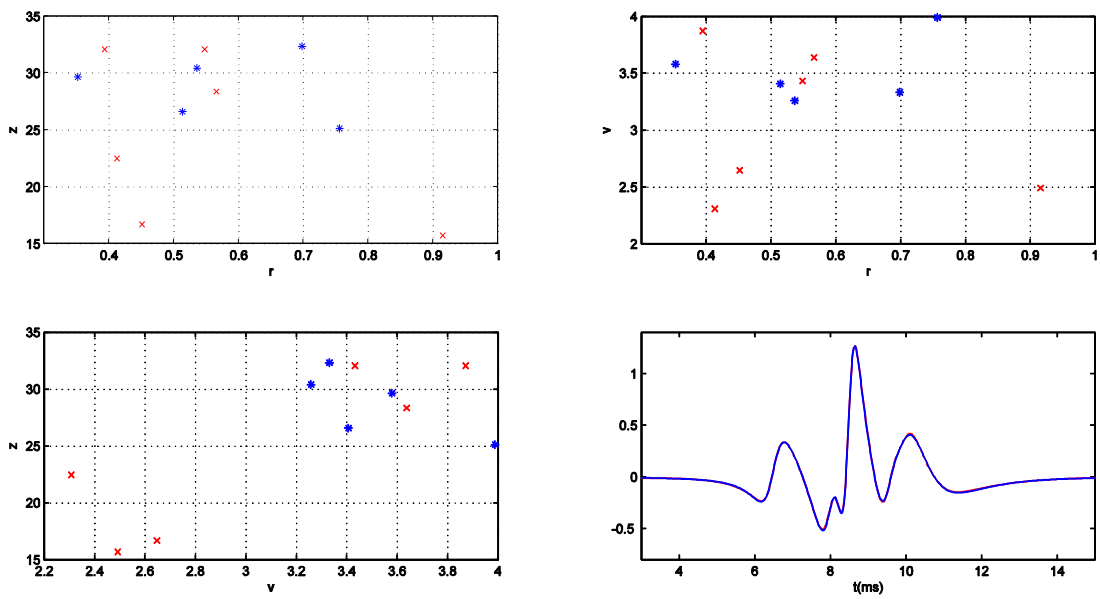
En la segunda realización (Fig. 24(b)) también se da un buen ajuste de la forma de onda del MUP de referencia ($ECM=8.58 \cdot 10^{-4}$), sin embargo para este caso la estimación del número de fibras no ha sido correcta ($\hat{N} = 6 \neq 5$). Esto es debido a que una de las 6 contribuciones al MUP estimado es despreciable (en la fig. 24 el punto estimado en el cual $\hat{r}=0.92$). Si modificásemos convenientemente el valor de r_{umbral} se conseguiría una correcta estimación del número de fibras para este ejemplo. Bajar el valor de r_{umbral} hace que sea más improbable que en la estimación aparezcan fibras falsas, sin embargo también podría dar lugar a problemas a la hora de conseguir detectar fibras que cuya contribución al MUP sea pequeña por encontrarse lejos del electrodo.

Tabla 6. Condiciones del experimento

Número de fibras	5
Número de fibras del PSO	10
Número de iteraciones	2000
Número de partículas	10
Límite Inferior de inicialización	[0.05, 25, 2.5]
Límite superior de inicialización	[1, 35, 4.5]
Límite Inferior de búsqueda	[0.05, 10, 2]
Límite superior de búsqueda	[3, 40, 6]
Error mínimo admitido	10^{-5}
Número de realizaciones	1
$P =$	(0.51, 26.57, 3.41, 0.35, 29.63, 3.58, 0.54, 30.39, 3.26, 0.76, 25.10, 3.99, 0.70, 32.31, 3.33)



(a)



(b)

Fig. 24. Resultados de las dos realizaciones del experimento. Se representan en tres proyecciones el espacio de parámetros $[r, z, v]$ los conjuntos p_1, \dots, p_N correspondientes a los parámetros de referencia (en azul), y los conjuntos $\widehat{p}_1, \dots, \widehat{p}_N$ correspondientes a los parámetros estimados (en rojo). También se muestra la forma de onda del MUP de referencia (en azul) y la del MUP estimado (en rojo).

4.3.2. Forma de onda sencilla

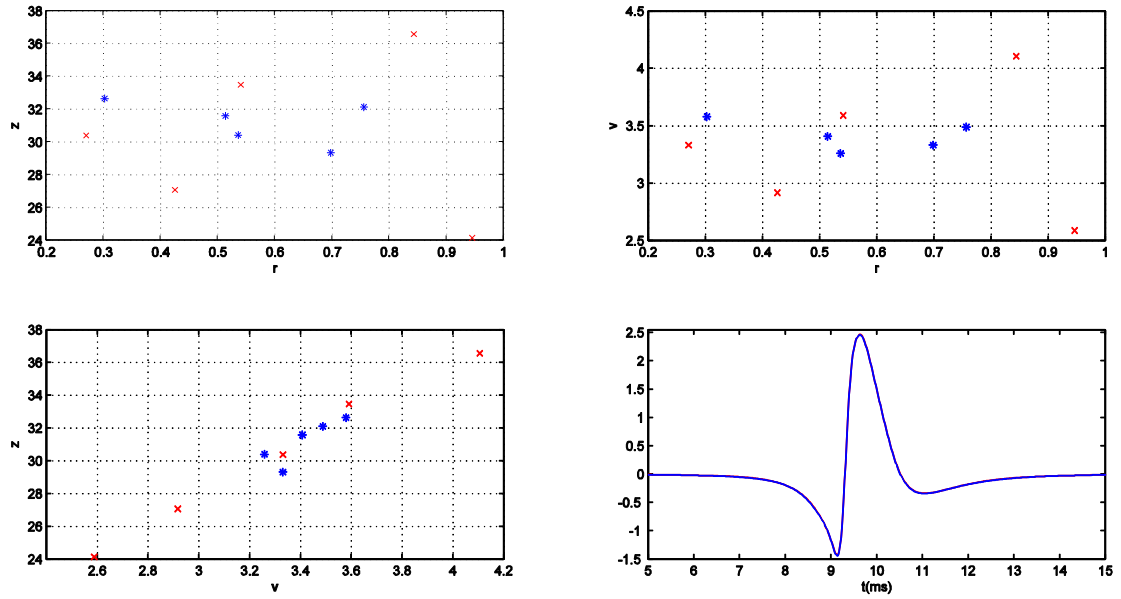
Como se verá en las dos realizaciones siguientes existe otra limitación a la hora de conseguir una correcta estimación del número de fibras. En estas dos realizaciones el MUP de referencia utilizado es el mismo, el cual es resultado de la superposición de 5 SFAPs que presentan entre ellos un desalineamiento temporal muy pequeño. Esto implica un MUP de referencia con una forma de onda simple. Las condiciones en las que se han llevado a cabo estos experimentos se muestran en la Tabla 7, los resultados de los mismos se reflejan en la Fig. 25.

Para estos dos ejemplos, el ajuste de la forma de onda del MUP de referencia ha sido muy bueno ($ECM=8.67 \cdot 10^{-5}$ y $ECM=6.48 \cdot 10^{-5}$ respectivamente). En la primera realización la estimación del número de fibras ha sido correcta, sin embargo en la segunda no ($N = 5$, $\hat{N} = 5$ y $\hat{N} = 4$ respectivamente).

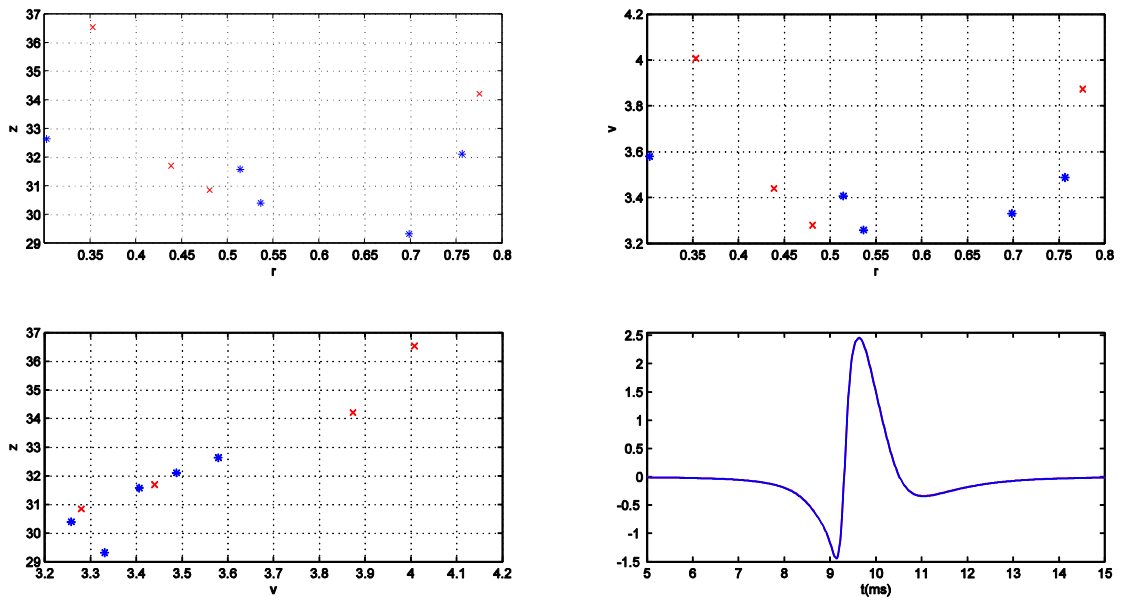
Esta subestimación del número de fibras es debida a que los SFAPs que componen el MUP de referencia están alineados temporalmente, lo que provoca que el MUP de referencia se puede descomponer como combinación de SFAPs de múltiples formas, a partir de la superposición de diferentes combinaciones de formas de onda. En la segunda realización lo que ocurre es que el algoritmo ha encontrado un MUP estimado prácticamente idéntico al de referencia, pero que ha sido construido a partir de 4 SFAPs diferentes (4 fibras estimadas por lo tanto) en vez de 5. Esta limitación no es debida al método de estimación del número de fibras, sino que es intrínseca al modelo y por ello más difícil de solucionar.

Tabla 7. Condiciones del experimento

Número de fibras	5
Número de fibras del PSO	10
Número de iteraciones	2000
Número de partículas	10
Límite Inferior de inicialización	[0.05, 25, 2.5]
Límite superior de inicialización	[1, 35, 4.5]
Límite Inferior de búsqueda	[0.05, 10, 2]
Límite superior de búsqueda	[3, 40, 6]
Error mínimo admitido	10^{-5}
Número de realizaciones	1
$P =$	(0.51, 31.57, 3.41, 0.30, 32.63, 3.58, 0.54, 30.39, 3.26, 0.76, 32.10, 3.49, 0.70, 29.31, 3.33)



(a)



(b)

Fig. 25. Resultados de las dos realizaciones del experimento. Se representan en tres proyecciones el espacio de parámetros $[r, z, v]$ los conjuntos p_1, \dots, p_N correspondientes a los parámetros de referencia (en azul), y los conjuntos $\widehat{p}_1, \dots, \widehat{p}_N$ correspondientes a los parámetros estimados (en rojo). También se muestra la forma de onda del MUP de referencia (en azul) y la del MUP estimado (en rojo).

4.4. El problema de la indeterminación del inicio del potencial

En esta sección se describirá otra limitación en el proceso de estimación: la indeterminación del inicio de registro del potencial. Además, se estudiarán las posibles implicaciones de esta limitación en la estimación de los parámetros de la unidad motora.

El problema radica en que en el modelo que empleamos para generar simular el MUP, el instante en el que se produce la despolarización es el origen de tiempos ($t=0$), mientras que en el registro del MUP, la señal comienza mucho antes, cuando se inicia proceso de registro. Para poder comparar el MUP simulado con el dado por el modelo es necesario recortar la señal registrada para que comience en el instante de inicio de la despolarización. Sin embargo, en la práctica, ese instante no es conocido si se registra con un solo electrodo concéntrico o de fibra simple.

Así pues, el procedimiento por el cual se realiza el registro del potencial de unidad motora lleva asociada una indeterminación en el eje temporal de la señal registrada, o dicho de otro modo, no se conoce el lapso temporal (al cual denominaremos t_0) existente entre el instante de inicio de la despolarización de las fibras (que asumimos idéntico para todas ellas tal y como se vio en la sección 2.1) y el instante en el que el potencial eléctrico llega al electrodo (definido aquí por simplicidad como el instante en el que se produce el paso por cero de la espiga principal).

Dado un cierto MUP de N fibras ($MUP(t) = \sum_{j=1}^N SFAP_j(t)$) y siendo t_j la diferencia temporal entre el instante del inicio de la despolarización y el instante en el que la contribución al potencial eléctrico procedente de la fibra j llega al electrodo, se cumple según el modelo lo siguiente:

$$t_j = t_0 + \Delta t_j = \frac{z_j}{v_j} \quad (13)$$

Donde Δt_j es el retardo existente entre el instante donde se da el máximo del $SFAP_j$ y el instante donde se da el paso por cero de la espiga principal del MUP cuando llega al electrodo. El proceso de registro del potencial puede proporcionar información para obtener los valores Δt_j ya que las diferentes distancias temporales que se dan entre los máximos de los SFAPs pueden en muchos casos ser determinadas a partir de la forma de onda del MUP que se obtiene durante el proceso de registro del potencial.

4.4.1. Efecto de suponer un instante de inicio de registro falso

Hemos visto en el capítulo 3 como dado un cierto $P = (p_1, \dots, p_n)$, la estimación de cada \hat{p}_j no es exacta debido a las grandes exigencias de minimización del valor de la función de error. Sin embargo hasta ahora sí que se ha podido estimar con gran precisión tanto para una como para múltiples fibras el cociente \hat{z}_j/\hat{v}_j , por lo que hasta ahora se cumplía que $\hat{z}_j/\hat{v}_j \cong z_j/v_j$.

Sin embargo la indeterminación del inicio del registro hace que esto ya no tenga por qué cumplirse. Desconocer el valor t_0 es equivalente a considerar que el MUP de referencia presenta un offset temporal desconocido. Para simular el efecto de desconocer el valor real de t_0 se supondrá un t_0 falso que cumplirá lo siguiente:

$t_{0\ falso} = t_{0\ real} + \varepsilon_{t0}$; Donde $t_{0\ real}$ es el t_0 del MUP creado a partir de P y $t_{0\ falso}$ es el t_0 del MUP de referencia utilizado en la estimación, el cual es el resultado de añadir de forma aleatoria un cierto offset temporal ε_{t0} al MUP generado a partir de P . Se cumplirá lo siguiente:

$$\frac{z_j}{v_j} = t_{0\ real} + \Delta t_j \quad (14)$$

$$\frac{\hat{z}_j}{\hat{v}_j} = t_{0\ falso} + \Delta t_j = t_{0\ real} + \varepsilon_{t0} + \Delta t_j \quad (15)$$

De estas dos ecuaciones se deduce que:

$$\frac{\hat{z}_j}{\hat{v}_j} = \frac{z_j}{v_j} + \varepsilon_{t0} = \frac{z_j + v_j \varepsilon_{t0}}{v_j} \quad (16)$$

Se puede concluir que si se toma como t_0 del MUP de referencia un valor distinto a $t_{0\ real}$, la estimación siempre será errónea, ya que será imposible estimar de forma correcta y simultánea los parámetros \hat{z}_j y \hat{v}_j .

En los dos ejemplos siguientes se analiza el efecto de la indeterminación del instante de registro del potencial en la estimación. Para ello se establece en el MUP de referencia con un cierto offset temporal ε_{t0} . Siendo $MUP(t)$ el MUP generado a partir del conjunto de parámetros de referencia P , el MUP de referencia utilizado en la estimación para estos dos experimentos será $MUP_{ref}(t) = MUP(t - \varepsilon_{t0})$.

Ejemplo 1

Para este primer ejemplo se ha escogido un MUP de una sola fibra y un offset de -1 ms. Las condiciones en las que se ha llevado a cabo el experimento se muestran en la Tabla 7. Los resultados del mismo se reflejan en la Fig. 26.

Tabla 7

Número de fibras	1
Número de iteraciones	1000
Número de partículas	90
Límite Inferior de inicialización	[0.05, 25, 2.5]
Límite superior de inicialización	[1, 35, 4.5]
Límite Inferior de búsqueda	[0.05, 10, 2]
Límite superior de búsqueda	[3, 40, 6]
Error mínimo admitido	10^{-3}
Número de realizaciones	50
ε_{t0}	-1 ms
$P =$	(0.3, 30, 3)

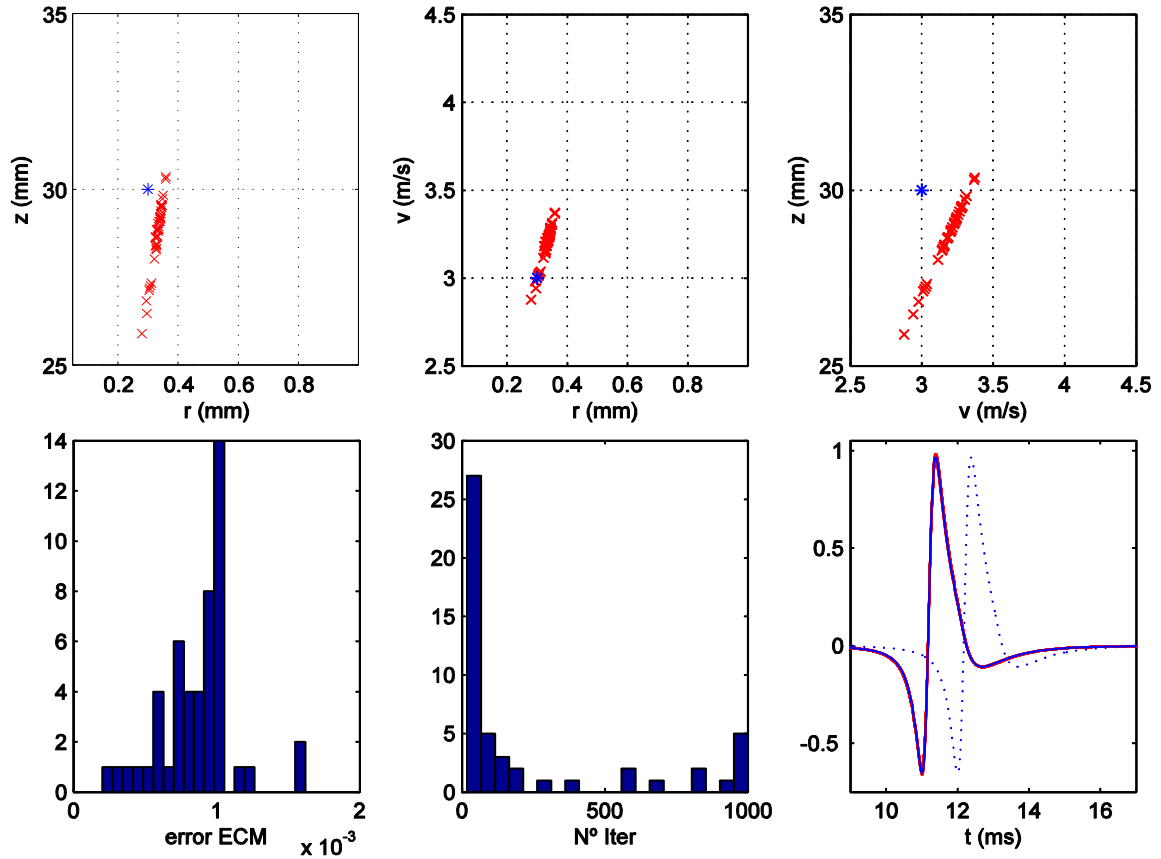


Fig. 26. Resultados del ejemplo 1. En la sub-figura en la que se representan las formas de onda, se representa en rojo el MUP estimado, en azul el MUP de referencia $MUP(t - \varepsilon_{t0})$, y en azul discontinuo $MUP(t)$.

Como se observa en Fig. 26, el efecto de desplazar temporalmente el MUP de referencia en ε_{t0} ms es que ahora los puntos estimados ya no se distribuyen por la recta que contiene al punto de referencia $p = (r, z, v)$. En la proyección $[v, r]$ del espacio de parámetros $[r, z, v]$, la recta que forman los puntos (\hat{v}, \hat{r}) estimados contiene al punto de referencia (v, r) , sin embargo esto no ocurre en las otras dos proyecciones.

Esto sugiere que el parámetro más sensible a ε_{t0} es la z , lo cual es razonable si pensamos que una variación en z , según el modelo, únicamente produce una variación en el retardo temporal de la señal mientras que el parámetro v y el parámetro r afectan a la amplitud y forma de la señal (de hecho v afecta tanto a la amplitud como al retardo) y deben de ser tales que la amplitud y forma de la señal estimada quede bien ajustada.

Por lo tanto es importante analizar qué ocurre si suponemos que la v no se ve influenciada por la indeterminación en el inicio del registro del potencial. Si suponemos una estimación ideal en la que se cumpla que $\hat{v}_j = v_j$ entonces:

$$\hat{z}_j = z_j + \varepsilon_{t0} \cdot v_j \quad (16)$$

$$\hat{z}_j - z_j = \varepsilon_{zj} = v_j \cdot \varepsilon_{t0} \quad (17)$$

Ejemplo 2

En este caso se ha escogido un MUP de tres fibras y un offset de -1 ms. Las condiciones en las que se ha llevado a cabo el experimento se muestran en la Tabla 8. Los resultados del mismo se reflejan en la Fig. 27.

En la proyección $[z, v]$ de la Fig. 27, cada recta de puntos estimados (correspondiente a cada una de las tres fibras y por lo tanto a cada una de las tres contribuciones al MUP) sufre, en concordancia con (16), un cambio de pendiente con respecto al que tendría la recta de puntos estimados en caso de no haberse introducido el desplazamiento temporal ε_{t0} . Además se observa como el cambio de pendiente parece darse por igual en las tres rectas que forman los puntos estimados.

En la figura 28 se representan en forma de histogramas los cocientes \hat{z}_j/\hat{v}_j para cada una de las tres fibras ($j = 1, 2$ y 3 respectivamente). A partir de la solución obtenida, se ha calculado para cada una de las tres fibras la media de los 50 cocientes \hat{z}_j/\hat{v}_j (Con $j=1, 2$ y 3), dando como resultado: $\hat{z}_1/\hat{v}_1 = 6.25$; $\hat{z}_2/\hat{v}_2 = 8.14$; $\hat{z}_3/\hat{v}_3 = 9.00$. Se observa por lo tanto que para cada una de las tres fibras los diferentes valores de \hat{z}_j/\hat{v}_j toman siempre valores muy cercanos a la media. Recordemos que para este experimento tenemos que $P = (p_1, p_2, p_3)$ con $p_1 = (0.45, 29, 4)$; $p_2 = (0.4, 32, 3.5)$; $p_3 = (0.3, 30, 3)$. Por lo tanto $z_1/v_1 = 7.25$; $z_2/v_2 = 9.14$; $z_3/v_3 = 10.00$. Comparando estos valores con el promediado de los obtenidos en el experimento, podemos verificar (teniendo en cuenta que $\varepsilon_{t0} = -1$) que en estos ejemplos se cumple la relación entre z 's y v 's estimadas y reales deducida anteriormente (16).

Tabla 8

Número de fibras	3
Número de iteraciones	1500
Número de partículas	90
Límite Inferior de inicialización	[0.05, 25, 2.5]
Límite superior de inicialización	[1, 35, 4.5]
Límite Inferior de búsqueda	[0.05, 10, 2]
Límite superior de búsqueda	[3, 40, 6]
Error mínimo admitido	10^{-3}
Número de realizaciones	50
ε_{t0}	-1 ms
$P =$	(0.3, 30, 3, 0.4, 32, 3.5, 0.45, 29, 4)

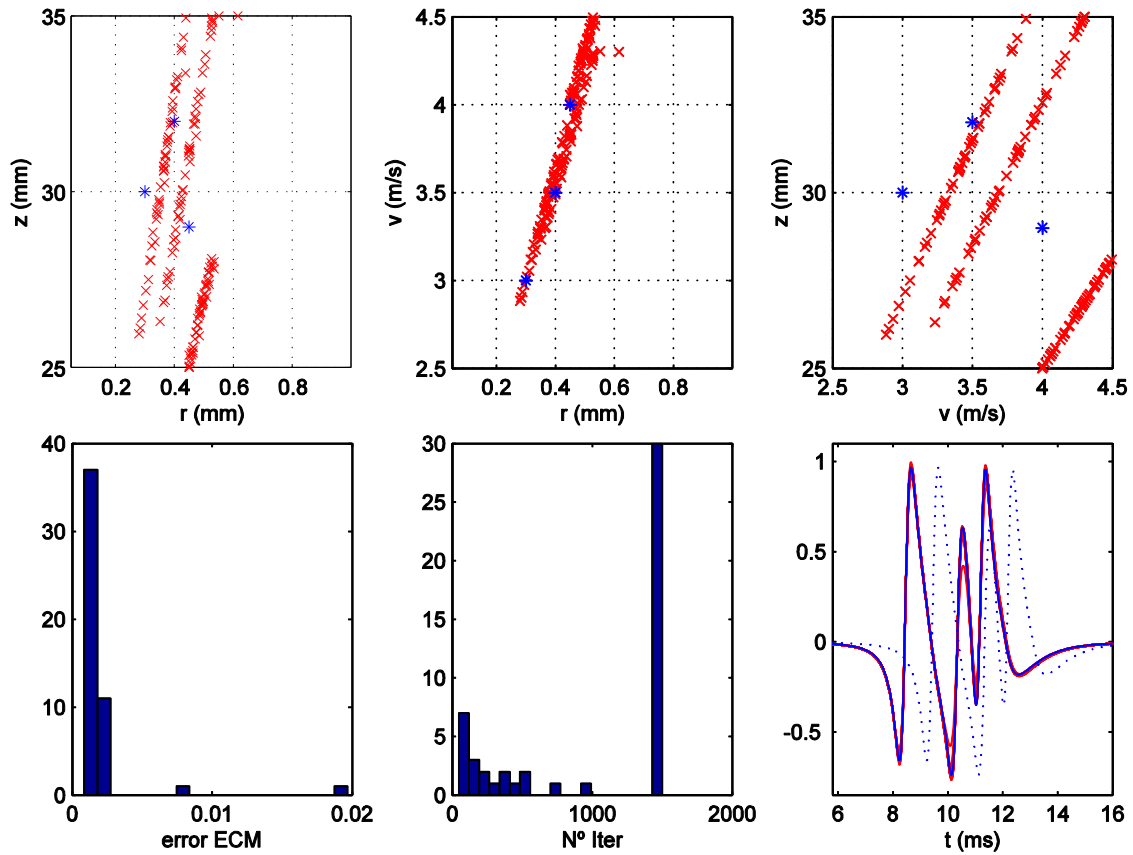


Fig. 27. Resultados del ejemplo 2.

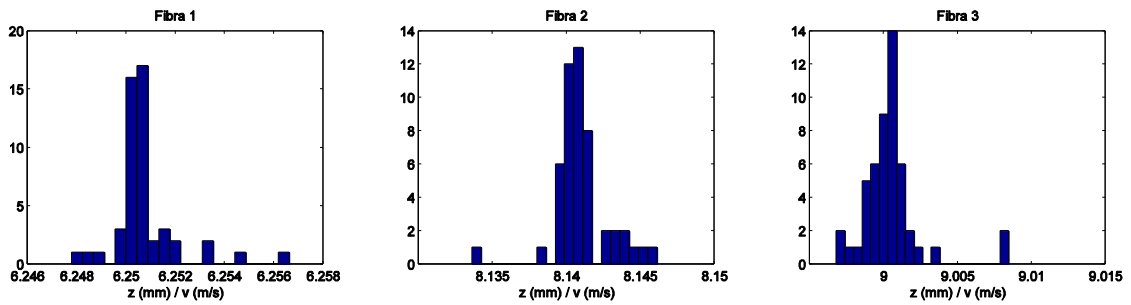


Fig. 28. Histogramas de los cocientes z_1/v_1 , z_2/v_2 y z_3/v_3 .

4.4.2. Intentando estimar la diferencia entre dos posiciones de inervación

En este punto, el algoritmo a la hora de realizar la estimación, tiene tres fuentes principales de confusión. La primera es que las soluciones estimadas en vez de localizarse cerca del punto asociado a la solución real (punto asociado a los parámetros del MUP de referencia), se dispersan en rectas del espacio de parámetros que implican un MUP estimado de amplitud y retardo temporal similar al MUP.

Otra fuente de confusión se da cuando los SFAPs que componen al MUP se encuentran solapados temporalmente, lo que provoca que existan varias posibles combinaciones de formas de onda que originan un mismo MUP lo que tiene como consecuencia un mayor grado de confusión en los planos de soluciones $[r,v]$ y $[v,r]$. Así pues estas dos primeras fuentes de confusión son inherentes al modelo y por lo tanto difíciles de superar.

La tercera fuente de confusión es debida a la indeterminación del instante de inicio del potencial, la cual produce un mismo cambio de pendiente aleatorio en todas las rectas de posibles puntos estimados (16). En realidad se puede suponer que el efecto de esta indeterminación recae sobre los \hat{z}_j , ya que el valor de z no afecta a las formas de onda de los SFAPs que componen al MUP. En apartados anteriores se ha podido observar experimentalmente que \hat{v}_j no es afectada por el valor de ε_{t0} , la obtención de, en general un \hat{v}_j distinto a v_j es causada únicamente por la primera y la segunda fuente de confusión.

Desde el punto de vista de la caracterización de la estructura de la unidad motora, no es tan interesante conocer para cada fibra el valor de la distancia longitudinal entre el electrodo y la posición donde se produce la inervación, como conocer las posiciones relativas donde se produce la inervación en cada fibra. Es decir, más que conocer los diferentes valores de z_j , lo que interesa es conocer los diferentes valores $\Delta z_{kj} = z_k - z_j \quad \forall j, k$.

Es necesario plantearse si a pesar de la influencia de ε_{t0} se cumple que $\widehat{\Delta z_{kj}} \cong \Delta z_{kj}$. Si suponemos que la estimación se comporta de forma ideal, obviando por lo tanto cualquier otra fuente de confusión, se cumplirá que $\hat{v}_j = v_j \quad \forall j$ y reescribiendo (16) tenemos que:

$$\widehat{z}_k = z_k + \varepsilon_{t0} \cdot v_k \quad \widehat{z}_j = z_j + \varepsilon_{t0} \cdot v_j$$

A partir de estas expresiones podemos deducir:

$$\widehat{z}_k - \widehat{z}_j = z_k - z_j + \varepsilon_{t0} \cdot (v_k - v_j) \quad (18)$$

Por lo que finalmente:

$$\widehat{\Delta z_{kj}} = \Delta z_{kj} + \varepsilon_{t0} \cdot \Delta v_{kj} \quad (19)$$

Luego ε_{t0} provocará un error en la estimación de Δz_{kj} aun en un caso ideal en el que no haya más fuentes de confusión. Dicho error, además, será proporcional a la diferencia de velocidades de propagación entre ambas fibras musculares.

5. Mejora de la estimación basada en PSO

En este capítulo se propondrán versiones modificadas del algoritmo PSO que hemos utilizado hasta ahora con objeto de intentar superar algunas de las limitaciones de la estimación de los parámetros de la unidad motora.

5.1. PSO con ECM alineado

Esta primera modificación del algoritmo PSO (A la que llamaremos PSO con ECM alineado o PSO-ECMa) se basa en el hecho de que la indeterminación del inicio de registro del potencial hace que la información que proporciona el MUP se encuentre en la forma de onda, y no en su retardo temporal. Tal y como se ha visto en el apartado anterior, al elegir de forma aleatoria el valor de t_0 , es más que probable que tengamos que $\varepsilon_{t0} \neq 0$, por lo que se llega irremediabilmente a una estimación de parámetros errónea.

La función de error utilizada hasta ahora (ECM), es sensible a desplazamientos temporales. Así pues, para valores de $\varepsilon_{t0} \neq 0$ la función de error no se hace mínima cuando $\hat{P} = P$ debido al desplazamiento temporal existente entre el MUP de referencia y el MUP estimado, el mínimo de la función de error se desplaza a otro $\hat{P}' \neq P$. Esto obliga a redefinir la función de error de tal forma que esta sea insensible a desplazamientos temporales y así asegurarnos que para $\hat{P} = P$, la función de error presenta un mínimo.

El objetivo por lo tanto es que la nueva función de error cumpla que, siendo $MUP(n)$ el MUP de referencia, $MUP(n) \equiv MUP(n + \varepsilon_n)$ para cualquier valor de ε_n . A continuación se define la nueva función de error a la que denominaremos ECM alineado:

Siendo:

$$ECM(\varepsilon_n) = \frac{\sum_{n=1}^N [\overline{MUP}(n) - MUP(n + \varepsilon_n)]^2}{\sum_{n=1}^N MUP(n + \varepsilon_n)^2} \quad (20)$$

Definimos ECM alineado como:

$$ECM_a = \min_{\varepsilon_{n0}} ECM(\varepsilon_{n0}) \quad (21)$$

Para explicar el comportamiento de la estimación con esta nueva función de error, se utilizan en los siguientes apartados unos ejemplos en los que se describen y analizan una serie de experimentos bajo diferentes condiciones de error mínimo admitido y número de fibras.

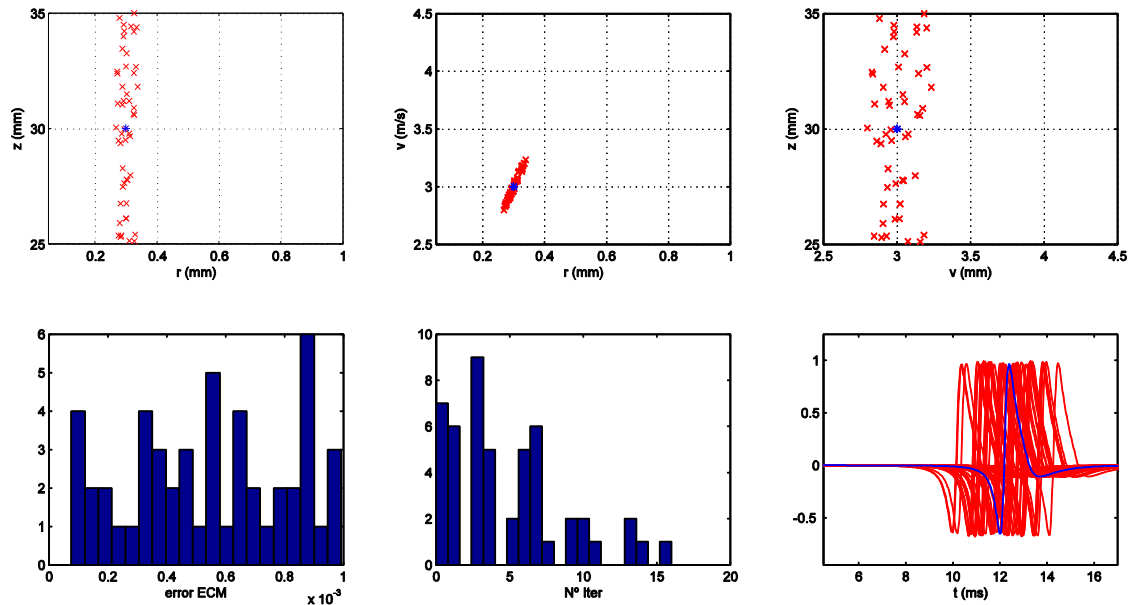
5.1.1. Funcionamiento de la estimación con 1 fibra

En los tres siguientes experimentos se evalúa la calidad de la estimación para un MUP de una sola fibra utilizando como función de error el ECM alineado. En cada uno de ellos se parte de un MUP de referencia generado a partir de un cierto conjunto de parámetros P . Este MUP será la entrada del algoritmo de estimación, el cual se ejecutará un determinado número de

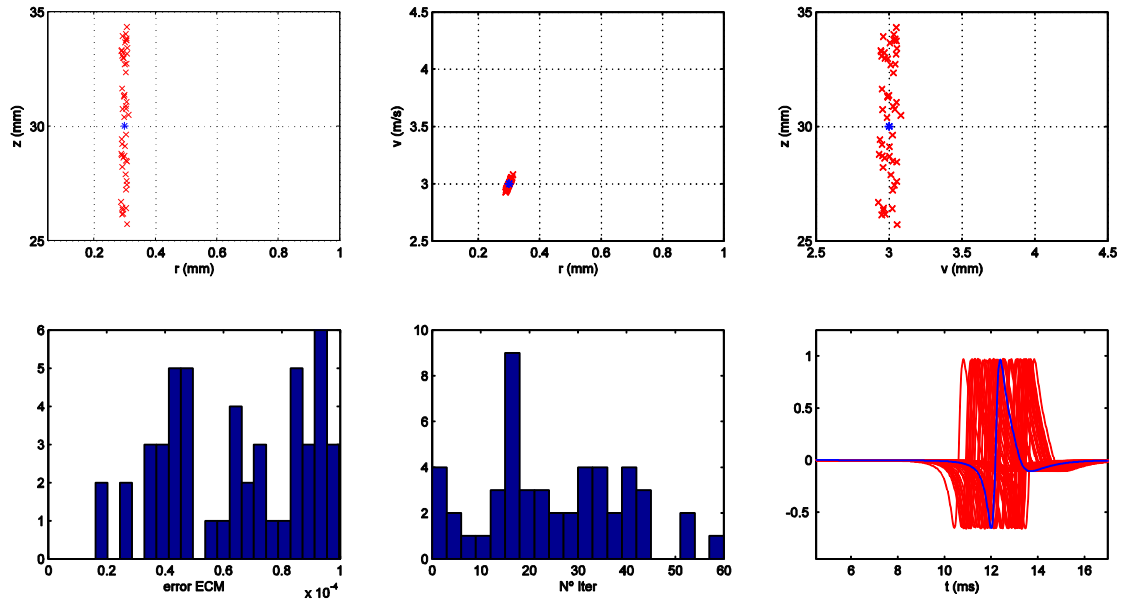
veces (en este caso 50 realizaciones). Se obtienen por lo tanto 50 conjuntos de soluciones \hat{P} correspondientes a cada realización del experimento. Las condiciones en las que se han llevado a cabo los experimentos se muestran en la Tabla 9, y los resultados de los mismos se reflejan en las Fig. 29.

Tabla 9. Condiciones de los experimentos 1, 2 y 3 respectivamente.

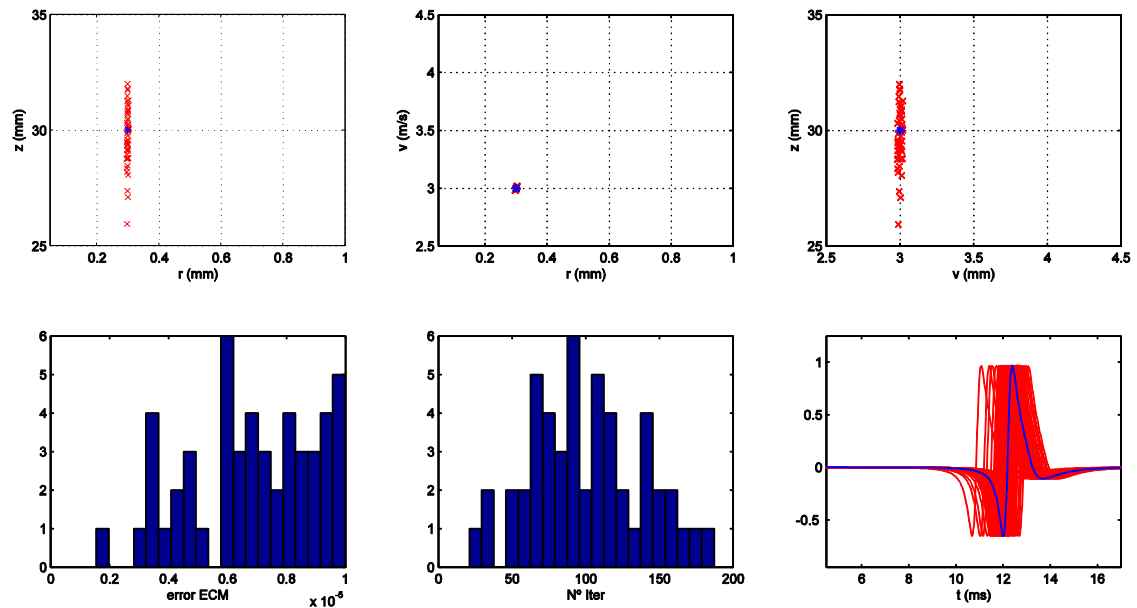
Número de fibras	1
Número de iteraciones	1000
Número de partículas	90
Límite Inferior de inicialización	[0.05, 25, 2.5]
Límite superior de inicialización	[1, 35, 4.5]
Límite Inferior de búsqueda	[0.05, 10, 2]
Límite superior de búsqueda	[3, 40, 6]
Error mínimo admitido	10^{-3} , 10^{-4} , 10^{-5}
Número de realizaciones	50
$P =$	(0.3, 30, 3)



(a)



(b)



(c)

Fig. 29. Resultados de los experimentos 1, 2 y 3: En las tres sub-figuras de la parte de arriba se representan en tres proyecciones el espacio de parámetros $[r, z, v]$ el conjunto $p = (0.3, 30, 3)$ (correspondientes a los parámetros de referencia, en azul) y los 50 conjuntos $\hat{p} = (\hat{r}, \hat{z}, \hat{v})$ (correspondientes a los parámetros estimados de cada realización, en rojo). En las sub-figuras de la parte de abajo hay dos histogramas en los que se representan el valor de la función de error ECM alineado y el número de iteraciones respectivamente, la última sub-figura muestra la forma de onda del MUP de referencia (en azul) y la de cada uno de los MUPs estimados (en rojo).

En la fig. 29 se observa que los MUPs estimados tienen la misma forma que el MUP de referencia, pero como era de esperar con la utilización de esta nueva función de error, están

desalineados temporalmente, es decir, presentan diferentes valores de ε_{t0} . Debido a que los parámetros \hat{v} y \hat{r} afectan a la forma del MUP estimado, la estimación de estos parámetros se sigue comportando igual, no se ven afectados por la modificación de la función de error.

Utilizando ECM alineado para el caso de una sola fibra, se observa que con un menor número de iteraciones se consigue una mayor minimización de la función de error con respecto a si utilizamos ECM como función de error (ver apartado 4.1). Dado que cuanto más se minimiza la función de error mejores estimaciones de los parámetros \hat{v} y \hat{r} se consiguen, la estimación de estos parámetros es en este caso más eficiente que si se utiliza la función de error ECM.

Puesto que \hat{z} afecta mínimamente a la forma del MUP estimado, y sin embargo afecta de forma considerable al retardo temporal, es su estimación la que se ve afectada por la indeterminación del eje temporal, se observa en las tres figuras como los valores de \hat{z} se dispersan en la componente z por toda la región de búsqueda. Tenemos que si se minimiza suficientemente la función de error, entonces $v \cong \hat{v}$, por lo tanto se cumplirá (16).

5.1.2. Funcionamiento de la estimación con 3 fibras

En el siguiente experimento se evalúa la calidad de la estimación para un MUP de tres fibras utilizando como función de error el ECM alineado. Se parte de un MUP de referencia generado a partir de un cierto P . Este MUP será la entrada del algoritmo de estimación, el cual se ejecutará un determinado número de veces (en este caso 50 realizaciones). Se obtienen por lo tanto 50 conjuntos \hat{P} correspondientes con cada realización del experimento. Las condiciones en las que se ha llevado a cabo el experimento se muestran en la Tabla 10, y los resultados del mismo se reflejan en la Fig. 30.

Tabla 10. Condiciones del experimentos 4.

Número de fibras	3
Número de iteraciones	1500
Número de partículas	90
Límite Inferior de inicialización	[0.05, 25, 2.5]
Límite superior de inicialización	[1, 35, 4.5]
Límite Inferior de búsqueda	[0.05, 10, 2]
Límite superior de búsqueda	[3, 40, 6]
Error mínimo admitido	10^{-3}
Número de realizaciones	50
$P =$	(0.3, 30, 3, 0.4, 32, 3.5, 0.45, 29, 4 2)

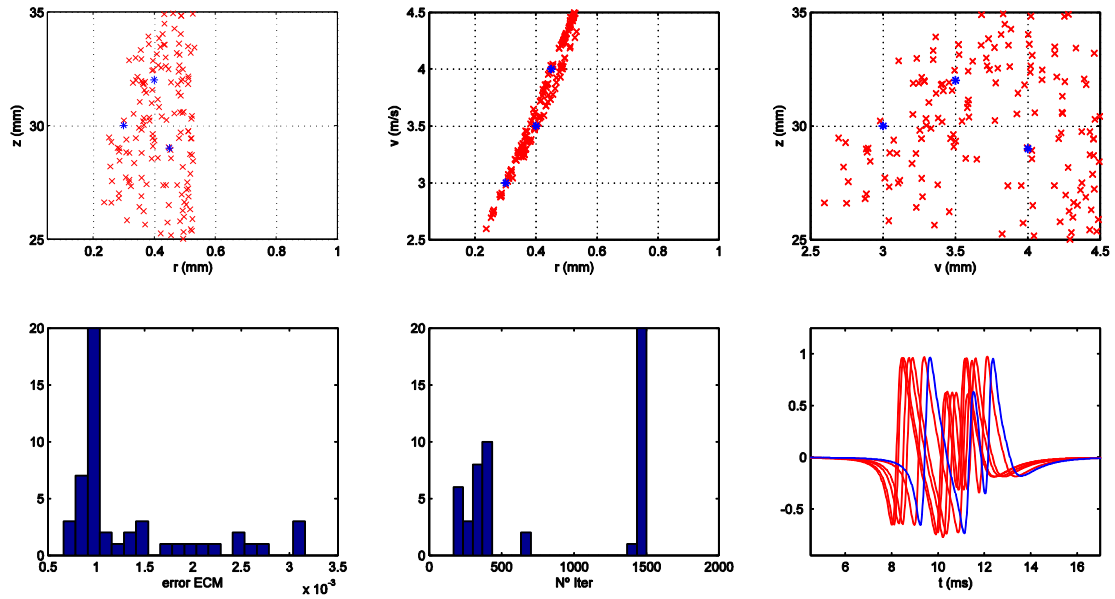


Fig. 30. Resultados del experimento 4: En las tres sub-figuras de la parte de arriba se representan en tres proyecciones el espacio de parámetros $[r, z, v]$ los conjuntos p_1, p_2 y p_3 correspondientes a los parámetros de referencia (en azul), y los conjuntos \hat{p}_1, \hat{p}_2 y \hat{p}_3 correspondientes a los parámetros estimados de cada realización (hay 50 por cada fibra, en rojo). En las sub-figuras inferiores hay dos histogramas en los que se representan el valor de la función de error ECM y el número de iteraciones respectivamente, la última sub-figura muestra la forma de onda del MUP de referencia (en azul) y la de los MUPs estimados (para una mejor visualización se han dibujado únicamente 5 de ellas, en rojo).

Como se observa en la Fig. 30, los MUPs estimados tienen una forma semejante a la del MUP de referencia pero con un cierto desalineamiento temporal con respecto al MUP de referencia. El ajuste de la forma de onda, debido a un mayor número de dimensiones del espacio de parámetros ya no es tan bueno como para el caso de una sola fibra, y por lo tanto los valores de la función de error tampoco son tan bajos como los conseguidos para una sola fibra.

Debido al desalineamiento temporal, al igual que para el caso de una sola fibra, los \hat{z}_j no se estiman correctamente, si no que se dispersan en la componente z . Para los \hat{v}_j y los \hat{r}_j , si se observa la proyección del espacio de parámetros $[r, z, v]$ en $[v, r]$, vemos que se ha llegado a un resultado similar al obtenido con la función de error ECM (ver Fig. 20). Tanto para una como para varias fibras, los \hat{z}_j son los únicos parámetros cuyo comportamiento ha cambiado con respecto al caso de utilizar como función de error el ECM.

Si bien cuando se ha realizado la estimación con una sola fibra el ECM alineado ha demostrado ser más eficiente a la hora de minimizar la función de error, en este caso en el que se utiliza un MUP de tres fibras, observando los histogramas del número de iteraciones y de la función de error, no parece haber mayor eficiencia en la búsqueda de un mínimo en la función de error si lo comparamos con el experimento análogo utilizando ECM (ver Fig. 20).

Las limitaciones de la estimación expuestas en el apartado 4.4 han quedado patentes a la hora de utilizar la función de error ECM alineado, para la cual se da un retardo temporal (positivo o negativo) aleatorio entre el MUP de referencia y el MUP estimado. La consecuencia de esto es que las componentes z no pueden ser estimadas correctamente. La indeterminación en

el inicio del potencial produce en la estimación resultados que no son admisibles, por lo tanto, para mejorar la estimación, será necesario utilizar algún procedimiento en el proceso de registro que permita obtener el valor de t_0 .

5.2. Mejora del proceso de registro

La indeterminación en el registro del potencial y por ende el desconocimiento del valor de t_0 es una consecuencia del método empleado para registrar el MUP. Para poder determinar este valor, es por lo tanto necesario utilizar un método de registro más completo.

El nuevo método de registro a emplear (Fig. 31 (a)) consiste en la utilización de una serie de electrodos superficiales colocados en la piel del paciente (además del electrodo con aguja concéntrica introducido en el músculo) de tal forma que sirvan para obtener diferentes registros del MUP en diferentes puntos de la superficie de la piel.

Cabe señalar que estos MUPs superficiales son más ruidosos y las señales que detectan son de amplitudes más bajas que el MUP registrado con el electrodo de aguja, por ese motivo no pueden ser utilizados directamente en nuestro sistema de estimación. Sin embargo, tal y como se explica a continuación, sí pueden ser utilizados para inferir el valor de t_0 . El MUP, tal y como se describe en el modelo (2), se propaga lo largo de las dos sentidos de la componente longitudinal con respecto a las fibras. Esto implica que las señales registradas por aquellos electrodos superficiales que se encuentren más cerca de la zona de inervación tendrán un menor retardo de propagación. Asumiendo en ambos sentidos una misma velocidad media de propagación del MUP (a la que llamaremos v_0) podemos estimar dónde ha sido generado (Fig. 31 (b)), y puesto que la posición del electrodo de aguja es conocida, se puede inferir cual es la distancia longitudinal entre la zona de inervación y el electrodo de aguja (z_0). El valor de t_0 se estima como el lapso temporal transcurrido entre que el MUP es generado en la zona de inervación y su llegada al electrodo de aguja. Dicho cálculo requiere de la sincronización de ambos registros: el del electrodo de aguja y el de los electrodos de superficie.

El hecho de poder conocer el valor de t_0 resuelve la indeterminación del inicio de registro del MUP ya que permite establecer en que instante hay que recortar el MUP registrado. Este instante es aquel que implique un valor de t_0 para el MUP registrado igual al obtenido en el proceso de registro. Por lo tanto se puede replantear la utilización el ECM básico como función de error sin tener que preocuparnos por los errores de estimación asociados al desconocimiento del valor de t_0 . Hay que hacer notar que, por simplicidad y dado que se trata de un ejercicio teórico, no se está considerando el posible error cometido en la medida de t_0 .

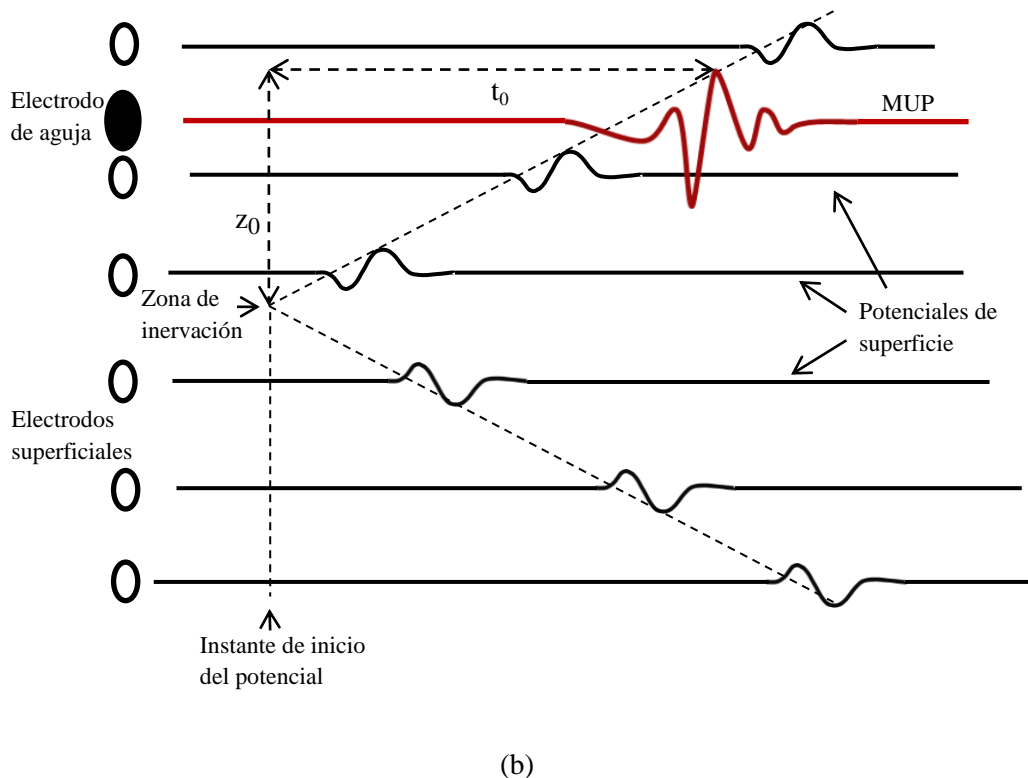
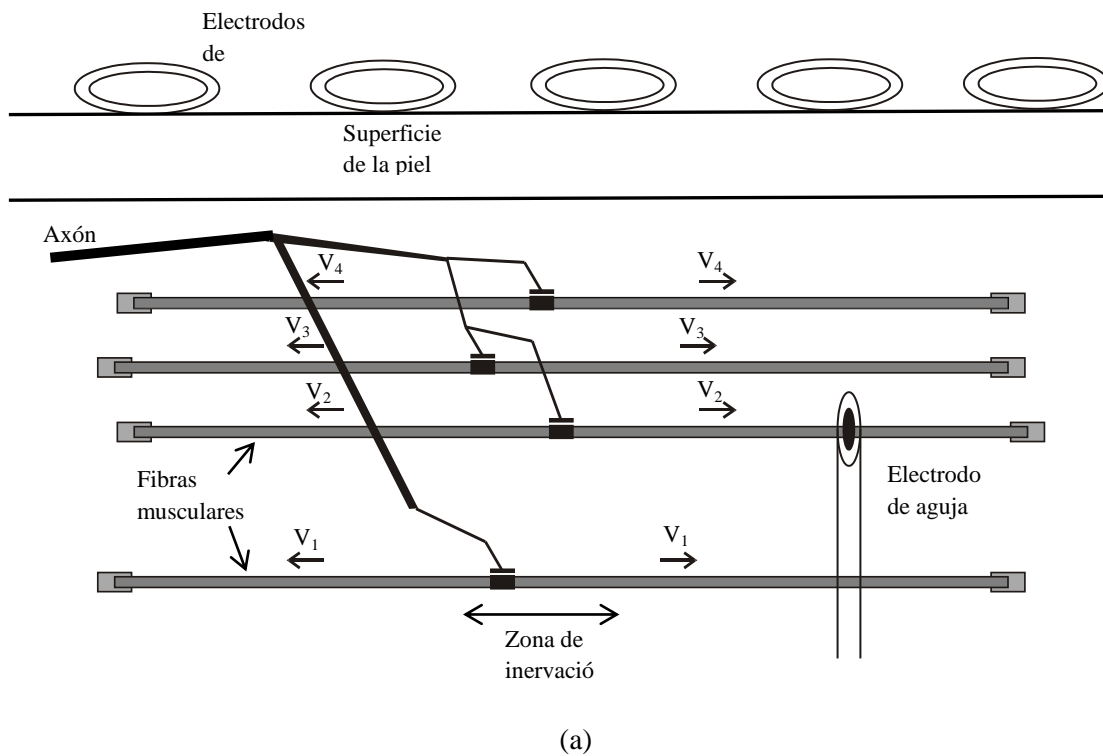


Fig. 31. (a) Esquema en el que se representa la zona de inervación, el electrodo de aguja concéntrica y los electrodos superficiales. (b) Diagrama en el que se muestran las diferentes señales registradas por los electrodos de superficie así como su relación con los parámetros z_0 , v_0 y t_0 . El eje horizontal representa el tiempo en ms, y el eje vertical la distancia en mm.

5.3. PSO con ECM alineado y corrección z

Además de la utilización del PSO-ECM existe otra alternativa, la cual se expone a continuación.

En la sección 5.1.1 hemos visto como utilizando PSO-ECMa para el caso de una fibra, la minimización de la función de error es más eficiente que si se utiliza PSO-ECM. Esto lleva a proponer una nueva versión del PSO que se aproveche de esta supuesta mayor eficiencia a la hora de ajustar la forma de onda del MUP, la cual llamaremos PSO con ECM alineado y corrección z (PSO-ECMa-CZ). Esta versión utiliza como función de error el ECM alineado, pero a diferencia de PSO-ECMa no sufre de las limitaciones debidas a la indeterminación del inicio del potencial, ya que en cada iteración las componentes z de las posiciones de las partículas del PSO se corrigen gracias a la información obtenida mediante el nuevo método de registro acerca del valor del parámetro t_0 . Las componentes z_j de cada partícula se corrigen de tal forma que la nueva posición de las partículas esté asociada a MUPs estimados cuyo retardo temporal con respecto al MUP de referencia sea mínimo.

Buscaremos en primer lugar un criterio adecuado para corregir las posiciones de las partículas, de tal forma que no se altere la forma del MUP estimado correspondiente a cada una de ellas y que se modifique el retardo temporal asociado a cada SFAP de cada MUP estimado de tal forma que el nuevo MUP estimado adquiera el mismo valor de t_0 que el obtenido mediante el nuevo método de registro.

En el capítulo 5.1 se llegó a la conclusión de que la utilización de la función de error ECM alineado tiene como consecuencia una fuente de error adicional debida a suponer un t_0 aleatorio y por ello en general falso. Se puede considerar que esa fuente de error solo influye en la estimación de los \hat{z}_j . Ello es debido a que una correcta minimización de la función de error se corresponde con una buena estimación de los parámetros \hat{v}_j (Ver Fig. 29) mientras que los \hat{z}_j toman valores que se dispersan por todo el espacio de soluciones. Por este motivo y debido a que lo que se pretende es compensar el error de estimación cometido debido a no utilizar el valor de t_0 correcto, podemos asumir que los valores \hat{v}_j se estiman correctamente. La conclusión de este razonamiento es que la corrección debe de hacerse sobre el valor de las \hat{z}_j y no sobre el valor de las \hat{v}_j .

En estas condiciones se cumple (16). Reordenando los términos de la ecuación tenemos que:

$$z_j = \hat{z}_j - \varepsilon_{t_0} \cdot v_j$$

donde recordemos que ε_{t_0} es la diferencia entre el retardo del MUP estimado, \hat{t}_0 , y el correspondiente al MUP original, t_0 , obtenido gracias a los electrodos superficiales de los que se sirve el nuevo procedimiento de registro. Esto es:

$$\varepsilon_{t_0} = \hat{t}_0 - t_0.$$

Se propone como método para corregir los valores \hat{z}_j la siguiente fórmula:

$$\hat{z}'_j = \hat{z}_j - (\hat{t}_0 - t_0) \cdot \hat{v}_j \quad (22)$$

donde \hat{z}_j' es el nuevo valor de \hat{z}_j . Esta ecuación garantiza que a cada SFAP del MUP estimado, se le aplica un mismo retardo de tal forma que el MUP estimado correspondiente con los nuevos valores de \hat{z}_j tenga un t_0 igual al estimado con los electrodos de superficie.

El algoritmo PSO se modifica de tal forma que cada posición z de cada fibra de cada partícula sufra esta corrección. En Algoritmo 3 se describe en pseudocódigo esta nueva versión del PSO.

Mediante el siguiente experimento se pretende evaluar la calidad de la estimación de esta nueva versión del algoritmo PSO. Para ello se parte de un MUP de referencia generado a partir de un P de tres fibras. Este MUP será la entrada del algoritmo de estimación, el cual se ejecutará 50 veces obteniéndose por lo tanto 50 conjuntos \hat{P} correspondientes con cada realización del experimento. Las condiciones en las que se ha llevado a cabo el experimento se muestran en la Tabla 11, y los resultados del mismo se reflejan en la Fig. 32.

En la fig. 32 se observa como la calidad de la estimación con esta nueva versión del PSO es mala si la comparamos con la que se obtiene utilizando PSO-ECM en las mismas condiciones (Ver Fig. 20). Se aprecia cómo el ajuste de la forma de onda de los MUPs estimados al de referencia no es bueno, a pesar de mejorar en gran medida la incertidumbre en la localización temporal del MUP. Esto es coherente con los resultados en cuanto valores de error obtenidos, en este caso de un orden de magnitud superior al obtenido con PSO-ECM. Se observa además que las soluciones obtenidas ya no se organizan en tres rectas del espacio de parámetros como cabría esperar (y como de hecho ocurre utilizando PSO-ECM). Estos resultados sugieren que PSO-ECMa-CZ no es un método de optimización eficaz a la hora de estimar los parámetros por lo que se descarta su utilización.

Tabla 11. Condiciones del experimento

Número de fibras	3
Número de iteraciones	1500
Número de partículas	90
Límite Inferior de inicialización	[0.05, 25, 2.5]
Límite superior de inicialización	[1, 35, 4.5]
Límite Inferior de búsqueda	[0.05, 10, 2]
Límite superior de búsqueda	[3, 40, 6]
Error mínimo admitido	10^{-3}
Número de realizaciones	50
$P =$	(0.3, 30, 3, 0.4, 32, 3.5, 0.45, 29, 4)

Algoritmo 3: Algoritmo PSO corrección Z

Entrada: MUP de referencia.

1. Para cada partícula:

- 1.1.** Se inicializa la posición de la partícula con valores aleatorios.
- 1.2.** Se inicializa la velocidad de la partícula con valores aleatorios.
- 1.3.** Se calcula el MUP simulado en función de la posición actual.
- 1.4.** Se calcula el error de cada partícula a partir del MUP de referencia y del MUP simulado.
- 1.5.** Se inicializa la mejor posición local de la partícula asignándole la posición actual.
- 1.6.** Se inicializa el error de la mejor posición local de la partícula asignándole el error actual de la partícula.

2. Se inicializa la mejor posición global con la mejor posición local de la partícula cuyo error es mínimo.

3. Se inicializa el error de la mejor posición global con el mínimo de los errores de las posiciones locales de las partículas.

4. Mientras no se alcance el número máximo de iteraciones y el error de la mejor posición global sea mayor que el error mínimo admitido, para cada partícula:

- 4.1.** Se actualiza la velocidad en función de la posición actual, de la mejor posición local de la partícula y de la mejor posición global.
- 4.2.** Se actualiza la posición de la partícula, siendo la nueva posición suma de la posición y velocidad actual de la partícula.
- 4.3.** Si la posición de la partícula excede los límites de la región de búsqueda la posición se modifica para que se encuentre dentro de los límites.
- 4.4.** Se calcula el MUP simulado en función de la posición actual.
- 4.5.** Se calcula el error de la partícula a partir del MUP de referencia y del MUP simulado.
- 4.6.** Se calcula el valor $\hat{t}_0 - t_0$ de la partícula a partir del MUP simulado y del MUP de referencia.
- 4.7.** A partir $\hat{t}_0 - t_0$ se corrige el valor de las componentes z_j de la posición de la partícula.
- 4.8.** Si la posición de la partícula excede los límites de la región de búsqueda la posición se modifica para que se encuentre dentro de los límites.
- 4.9.** Si el error de la partícula es menor que el error correspondiente a la mejor posición local de la partícula:
 - 4.9.1.** Se actualiza la mejor posición local asignándole la posición actual.
 - 4.9.2.** Se actualiza el error de la mejor posición local de la partícula asignándole el error de la partícula.
 - 4.9.3.** Si el error de la partícula es menor que el error correspondiente a la mejor posición global:
 - 4.9.3.1.** Se actualiza la mejor posición global asignándole la posición actual.
 - 4.9.3.2.** Se actualiza el error de la mejor posición global asignándole el error de la posición actual.

Salida: Mejor posición global encontrada \equiv Parámetros estimados.

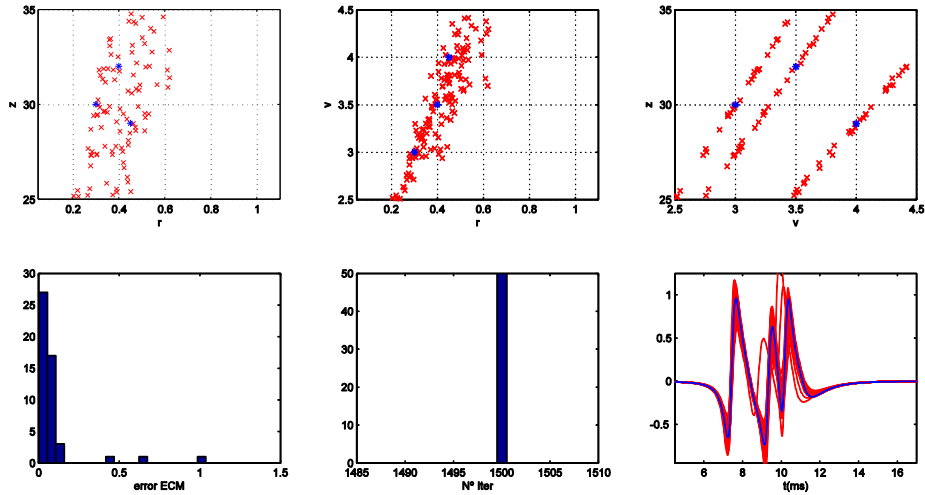


Fig. 32. Resultados del experimento: En las tres sub-figuras de la parte de arriba se representan en tres proyecciones el espacio de parámetros $[r, z, v]$ los conjuntos p_1, p_2 y p_3 correspondientes a los parámetros de referencia (en azul), y los conjuntos $\widehat{p}_1, \widehat{p}_2$ y \widehat{p}_3 correspondientes a los parámetros estimados de cada realización (hay 50 por cada fibra, en rojo). En las sub-figuras inferiores hay dos histogramas en los que se representan el valor de la función de error ECM alineado y el número de iteraciones respectivamente, la última sub-figura muestra la forma de onda del MUP de referencia (en azul) y la de cada uno de los MUPs estimados (en rojo).

5.4. PSO con ECM y error ZV

De entre todos los algoritmos propuestos, el que mejor funciona es el PSO con ECM. Por ello se ha considerado la utilización una nueva versión basada en dicho algoritmo, llamada PSO con ECM y error ZV (PSO-ECM-eZV), la cual intenta explotar toda la información que nos proporciona el sistema de registro combinado de aguja más superficie. Además de utilizar la forma de onda del MUP de referencia y el valor de t_0 , esta nueva versión aprovecha el conocimiento que los electrodos superficiales dan sobre los valores z_0 y v_0 .

En el apartado 5.2 se habían definido los parámetros z_0 y v_0 como la distancia longitudinal entre la zona de inervación y el electrodo de aguja (z_0), y como la velocidad media de propagación del MUP (v_0).

Dada una unidad motora de N fibras, los parámetros Z_0 y V_0 de dicha unidad motora se pueden aproximar como:

$$z_0 = \frac{1}{N} \cdot \sum_{j=1}^N z_j \quad v_0 = \frac{1}{N} \cdot \sum_{j=1}^N v_j \quad (23)$$

Por lo tanto para cada MUP estimado asumiremos que:

$$\hat{z}_0 = \frac{1}{N} \cdot \sum_{j=1}^N \hat{z}_j \quad \hat{v}_0 = \frac{1}{N} \cdot \sum_{j=1}^N \hat{v}_j \quad (24)$$

Esta nueva versión del PSO pretende eliminar de la zona de búsqueda en el espacio de soluciones aquellos conjuntos de parámetros que se correspondan con valores de z_0 y v_0 estimados distintos de los z_0 y v_0 de referencia, de tal forma que se reducen los grados de

libertad del posible espacio de soluciones. Para ello se añadirá a la función de error un nuevo término que haga que la función de error crezca cuando la solución se aleje de los valores z_0 y v_0 de referencia. Para esta nueva versión, el algoritmo PSO utilizado será el mismo que el de PSO-ECM.

Algoritmo 4: Algoritmo PSO con ECM y error ZV.

Entrada: MUP de referencia, z_0 , v_0 .

1. Para cada partícula:

- 1.1. Se inicializa la posición de la partícula con valores aleatorios.
- 1.2. Se inicializa la velocidad de la partícula con valores aleatorios.
- 1.3. Se calcula el MUP simulado en función de la posición actual.
- 1.4. Se calcula el error de cada partícula a partir del MUP de referencia, del MUP simulado, **de la posición actual y de los valores z_0 y v_0 .**
- 1.5. Se inicializa la mejor posición local de la partícula asignándole la posición actual.
- 1.6. Se inicializa el error de la mejor posición local de la partícula asignándole el error actual de la partícula.

2. Se inicializa la mejor posición global con la mejor posición local de la partícula cuyo error es mínimo.

3. Se inicializa el error de la mejor posición global con el mínimo de los errores de las posiciones locales de las partículas.

4. Mientras no se alcance el número máximo de iteraciones y el error de la mejor posición global sea mayor que el error mínimo admitido, para cada partícula:

- 4.1. Se actualiza la velocidad en función de la posición actual, de la mejor posición local de la partícula y de la mejor posición global.
- 4.2. Se actualiza la posición de la partícula, siendo la nueva posición suma de la posición y velocidad actual de la partícula.
- 4.3. Si la posición de la partícula excede los límites de la región de búsqueda la posición se modifica para que se encuentre dentro de los límites.
- 4.4. Se calcula el MUP simulado en función de la posición actual.
- 4.5. Se calcula el error de cada partícula a partir del MUP de referencia, del MUP simulado, **de la posición actual y de los valores z_0 y v_0 .**
- 4.6. Si el error de la partícula es menor que el error correspondiente a la mejor posición local de la partícula:
 - 4.6.1. Se actualiza la mejor posición local asignándole la posición actual.
 - 4.6.2. Se actualiza el error de la mejor posición local de la partícula asignándole el error de la partícula.
 - 4.6.3. Si el error de la partícula es menor que el error correspondiente a la mejor posición global:
 - 4.6.3.1. Se actualiza la mejor posición global asignándole la posición actual.
 - 4.6.3.2. Se actualiza el error de la mejor posición global asignándole el error de la posición actual.

Salida: Mejor posición global encontrada \equiv Parámetros estimados.

Lo que sí se ha modificado es la función de error. Definimos a función de error ECM error ZV como:

$$ECM_{ZV} = ECM + Ez + Ev \quad (25)$$

donde:

$$ECM = \frac{\sum_{n=1}^N [\widehat{MUP}(n) - MUP(n)]^2}{\sum_{n=1}^N MUP(n)^2} \quad (26)$$

$$Ez = \left| \frac{1}{\sum_{j=1}^N M(r_j)} \cdot \sum_{j=1}^N M(r_j) \cdot \frac{z_0 - \hat{z}_j}{z_0} \right| \quad (27)$$

$$Ev = \left| \frac{1}{\sum_{j=1}^N M(r_j)} \cdot \sum_{j=1}^N M(r_j) \cdot \frac{v_0 - \hat{v}_j}{v_0} \right| \quad (28)$$

donde $M(r_j) = \begin{cases} 1 & r_j < 1 \\ 0 & r_j \geq 1 \end{cases}$. La función $M(r_j)$ sirve para diferenciar cuándo una fibra tiene una contribución al MUP significativa ($r_j < 1$) y por lo tanto podemos asumir que la fibra j existe (es decir, que no ha sido eliminada en el proceso de estimación del número de fibras), y cuándo no. La utilización de esta función es necesaria ya que en caso de que la fibra j haya sido eliminada, los valores z_j y v_j no deben de contribuir en el cálculo de la función de error.

Cabe señalar que ahora la función de error tiene tres componentes: el algoritmo de optimización debe de lograr minimizar la suma de las tres componentes para minimizar la función de error total. La primera componente es el ECM, y a la hora de evaluar la calidad de la estimación del algoritmo servirá como criterio de comparación con el resto de versiones del PSO, ya que se trata de una medida del ajuste de la forma de onda estimada a la de referencia. Las otras dos componentes del error miden cuánto se acercan los valores z_0 y v_0 estimados a los reales, una correcta minimización de la función de error implica por lo tanto haber logrado obtener unos valores de z_0 y v_0 estimados similares a los reales.

Una vez descrito el algoritmo PSO-ECM-cZV, se pretende evaluar la calidad de la estimación del mismo. El experimento para realizar dicha evaluación es el mismo que en casos anteriores. Se parte de un MUP de referencia generado a partir de un P de tres fibras. Este MUP será la entrada del algoritmo de estimación, el cual se ejecutará 50 veces obteniéndose por lo tanto 50 conjuntos \hat{P} correspondientes con cada realización del experimento. Las condiciones en las que se ha llevado a cabo el experimento se muestran en la Tabla 12.

Como se observa en Fig. 33, los errores Ez y Ev son, en la mayoría de las realizaciones del experimento, inferiores al 1%. Esto implica que las soluciones a las que este algoritmo llega son soluciones en las que los valores de z_0 y v_0 estimados, se aproximan con bastante precisión a los valores z_0 y v_0 de referencia.

El ajuste de la forma de onda observado ha sido bueno, aunque no tan preciso como el que se consigue utilizando PSO-ECM (Ver Fig. 20). Podemos ver cómo, de hecho, los valores del error ECM son más altos utilizando PSO-ECM-eZV. Se observa que las soluciones obtenidas en este experimento son similares a las obtenidas en el experimento correspondiente con la Fig. 20. Esta versión, pese a que a priori presenta unos resultados en cuanto a calidad de la estimación ligeramente peores que PSO-ECM, se puede considerar lo suficientemente satisfactoria como

para ser tenida en cuenta junto con PSO-ECM como versión candidata del método de estimación definitivo.

Tabla 12. Condiciones del experimento

Número de fibras	3
Número de iteraciones	1500
Número de partículas	90
Límite inferior de inicialización	[0.05, 25, 2.5]
Límite superior de inicialización	[1, 35, 4.5]
Límite inferior de búsqueda	[0.05, 10, 2]
Límite superior de búsqueda	[3, 40, 6]
Error mínimo admitido	10^{-3}
Número de realizaciones	50
$P =$	(0.3, 30, 3, 0.4, 32, 3.5, 0.45, 29, 4)

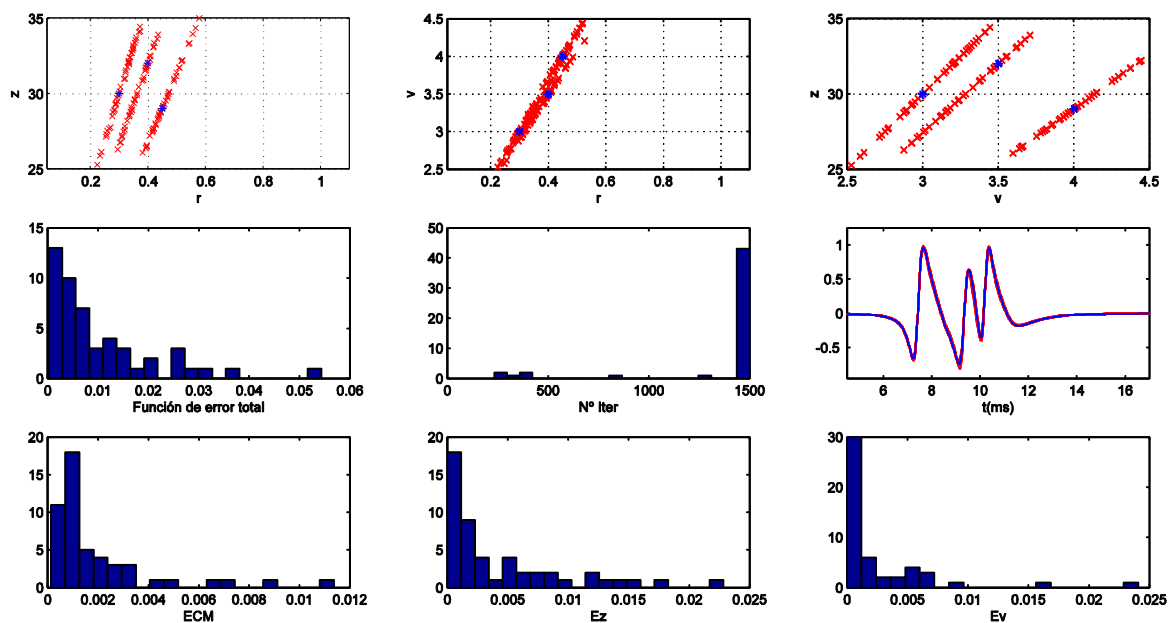


Fig. 33. Resultados del experimento: En las tres sub-figuras de la parte de arriba se representan en tres proyecciones el espacio de parámetros $[r, z, v]$ los conjuntos p_1, p_2 y p_3 correspondientes a los parámetros de referencia (en azul), y los conjuntos \hat{p}_1, \hat{p}_2 y \hat{p}_3 correspondientes a los parámetros estimados de cada realización (hay 50 por cada fibra, en rojo). En las sub-figuras del medio hay dos histogramas en los que se representan el valor de la función de error total y el número de iteraciones respectivamente, la otra sub-figura muestra la forma de onda del MUP de referencia (en azul) y la de cada uno de los MUPs estimados (en rojo). En las sub-figuras inferiores se muestran las tres componentes de la función de error: El error ECM, el error E_z y el error E_v respectivamente.

6. Resultados de la estimación basada en PSO

En este capítulo se pretende realizar una evaluación más exhaustiva de los dos algoritmos de estimación que se han considerado candidatos a ser el método de estimación definitivo. En el capítulo anterior se han descrito cuatro algoritmos de estimación para los cuales se ha realizado un análisis preliminar de sus calidades de estimación. A partir de dichos análisis se ha llegado a la conclusión de que los algoritmos PSO-ECMa y PSO-ECMa-CZ no son aptos como métodos de estimación. En cambio PSO-ECM y PSO-ECM-eZV sí han dado resultados satisfactorios y por ello será el comportamiento de estos dos algoritmos los que se analicen en el presente capítulo.

A lo largo de este capítulo se evaluará la calidad de la estimación de estos dos algoritmos utilizando diferentes MUPs de referencia con formas de onda de distinta complejidad. Se estudiará cómo responde la estimación ante diferentes valores de número de fibras de la solución del PSO y ante diferentes valores de relación señal ruido.

6.1. Condiciones de los experimentos

En esta sección se explicarán las condiciones en las se han llevado a cabo los diferentes experimentos. De entre estas condiciones hay algunas que son comunes a todos los experimentos. Éstas son descritas en la Tabla 13.

El resto de condiciones (forma de onda del MUP de referencia, relación señal-ruido y número de fibras de la solución del PSO) tal y como se describe en las siguientes secciones, variarán de unos experimentos a otros.

6.1.1. Complejidad del MUP

La complejidad de la forma de onda del MUP está directamente relacionada con cuan desalineados temporalmente se encuentren los diferentes SFAPs que componen el MUP. Un MUP de N fibras tendrá una forma de onda compleja, es decir, con un mayor número de turns, si los SFAPs que lo componen están desalineados. Por el contrario, si los SFAPs están alineados temporalmente, la forma de onda del MUP será sencilla (con pocos turns).

Tabla 13

Número de fibras del MUP de referencia	5
Número de iteraciones	2000
Número de partículas	100
Límite Inferior de inicialización	[0.05, 25, 2.5]
Límite superior de inicialización	[1, 35, 4.5]
Límite Inferior de búsqueda	[0.05, 10, 2]
Límite superior de búsqueda	[3, 40, 6]
Error mínimo admitido	10^{-5}
Número de realizaciones	100

Como se ha explicado en la sección 4.2 el grado de complejidad de la forma de onda del MUP de referencia condiciona la capacidad de estimación del algoritmo. Si la forma de onda es lo suficientemente compleja como para que el algoritmo de estimación pueda identificar por separado cada SFAP que constituye al MUP, entonces la descomposición del MUP es única y no existirán compensaciones entre las formas de onda los SFAPs que componen el MUP estimado. En caso contrario, es decir, que exista un cierto grado de solapamiento temporal de los SFAPs del MUP de referencia, la cantidad de posibles soluciones a las que llega el algoritmo (equivalentes desde el punto de vista del ajuste de la forma de onda) se multiplica debido a posibles compensaciones entre SFAPs estimados.

Para una completa evaluación del algoritmo de estimación será necesario analizar cómo responde el algoritmo ante diferentes MUPs de referencia con formas de onda de diferentes grados de complejidad. Cada tipo de experimento que se analiza en el presente capítulo constará de cuatro casos distintos, cada uno de ellos correspondiente con un determinado MUP de referencia. Los 4 MUPs de referencia que se utilizan en los experimentos presentan distintos grados de complejidad en la forma de onda. En la fig. 34 se representa la forma de onda de estos 4 MUPs, los cuales han sido generados con el modelo a partir de los parámetros descritos en la Tabla 14.

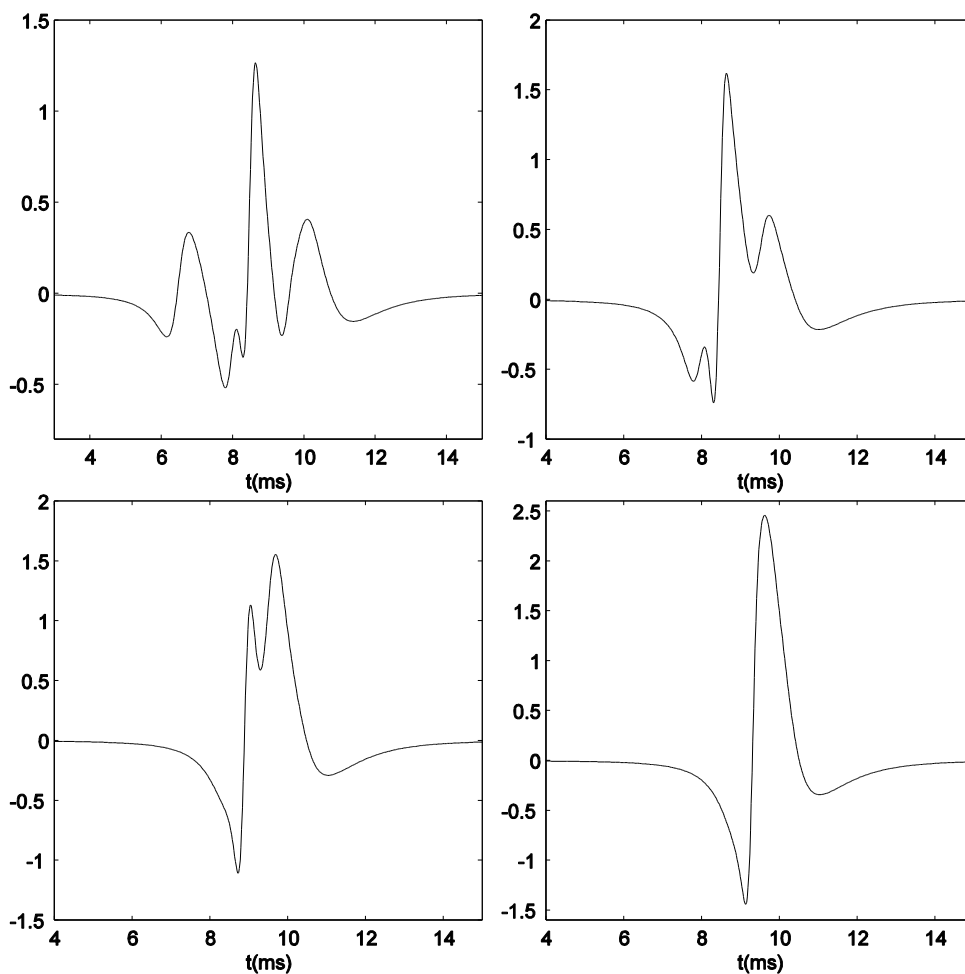


Fig. 34. Formas de onda de los 4 MUPs de referencia a emplear en los experimentos. En orden decreciente en complejidad: MUP₁, MUP₂, MUP₃ y MUP₄.

Tabla 14

$P_1 =$	(0.51, 26.57, 3.41, 0.35, 29.63, 3.58, 0.54, 30.39, 3.26, 0.76, 25.10, 3.99, 0.70, 32.31, 3.33)
$P_2 =$	(0.51, 26.57, 3.41, 0.30, 29.63, 3.58, 0.54, 30.39, 3.26, 0.76, 32.10, 3.49, 0.70, 28.31, 3.33)
$P_3 =$	(0.51, 31.57, 3.41, 0.30, 31.13, 3.58, 0.54, 30.39, 3.26, 0.76, 32.10, 3.49, 0.70, 27.81, 3.33)
$P_4 =$	(0.51, 31.57, 3.41, 0.30, 32.63, 3.58, 0.54, 30.39, 3.26, 0.76, 32.10, 3.49, 0.70, 29.31, 3.33)

En definitiva, tenemos que cada bloque fundamental de experimentos consta de un análisis por cada algoritmo y por cada forma de onda del MUP de referencia (2 algoritmos por 4 formas de onda). A su vez, cada uno de estos análisis consta de 100 realizaciones independientes. Este bloque de experimentos, tal y como se explica en las dos siguientes secciones, ha sido ejecutado en diferentes condiciones de relación señal ruido y de número de fibras de la solución del PSO con objeto de analizar el efecto de estos dos parámetros sobre la estimación.

6.2. Influencia del número de fibras en el PSO

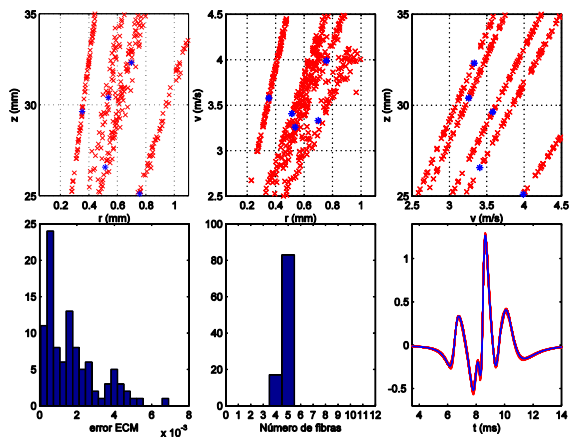
Se desea estudiar la calidad de la estimación para diferentes valores del número de fibras de la solución del PSO (N_{PSO}). Este parámetro es crítico si se pretende que el algoritmo de estimación sea capaz de estimar el número de fibras del MUP de referencia. El valor de N_{PSO} asignado interesa por un lado que sea lo más grande posible, para asegurarnos de que éste sea siempre mayor que el del número de fibras del MUP de referencia (recordemos de la sección 4.3 que siendo el número de fibras del MUP de referencia, el que se cumpla que $N_{\text{PSO}} \geq N$ es condición necesaria para una correcta estimación). Sin embargo un mayor número de fibras de la solución del PSO implica también una mayor dimensionalidad del espacio de parámetros (n° dimensiones = $3 \cdot N_{\text{PSO}}$). Esto no es deseable si tenemos en cuenta que una mayor dimensionalidad implica que la cantidad de puntos por los que las partículas del PSO tienen que buscar la solución es también mayor, lo que conlleva una pérdida significativa de eficacia en la estimación. Si se quisiera compensar en parte esa pérdida de eficacia, sería necesario aumentar el número de partículas y de iteraciones del PSO, lo cual tendría como consecuencia un aumento significativo del tiempo de cómputo necesario para realizar la estimación. Además, hay que tener en cuenta que el tiempo de cómputo para un mismo número de iteraciones y de partículas del PSO también aumenta al aumentar el número de dimensiones.

Para analizar la calidad de la estimación en función del número de fibras de la solución del PSO, se ha ejecutado el bloque de experimentos descrito en las secciones anteriores para distintos valores de dicho parámetro: $N_{\text{PSO}} = \{5, 10, 20\}$. Cabe señalar que el número de fibras del MUP de referencia es en los 4 casos igual a 5. Tenemos por lo tanto tres realizaciones diferentes del bloque de experimentos: $5f/5f$, $5f/10f$, $5f/20f$. Se han resumido en la Tabla 15 las condiciones principales en las que se ejecutan los diferentes tipos de experimentos.

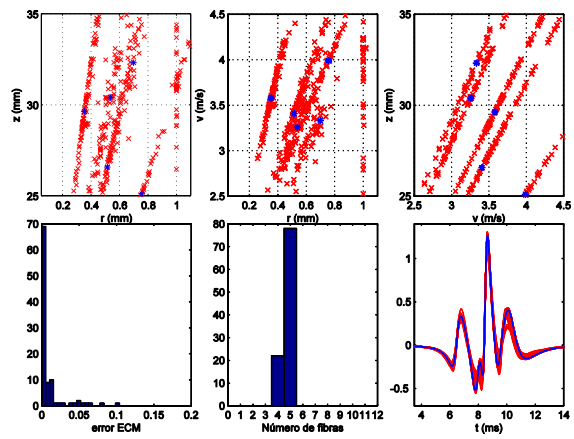
Tabla 15

Sección	N_{PSO}	SNR (dB)
6.2.1	5	∞
6.2.2	10	∞
6.2.3	20	∞

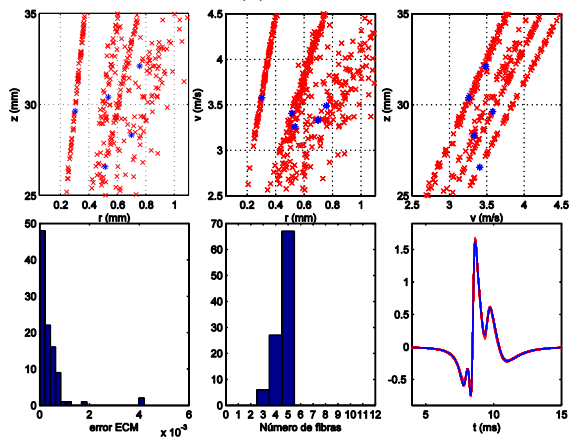
6.2.1. Estimaciones 5F/5F



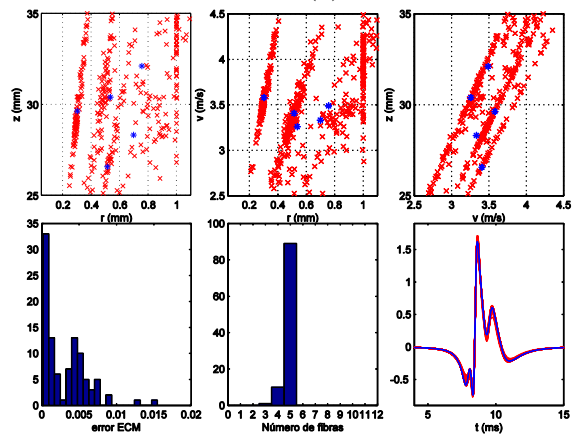
(a)



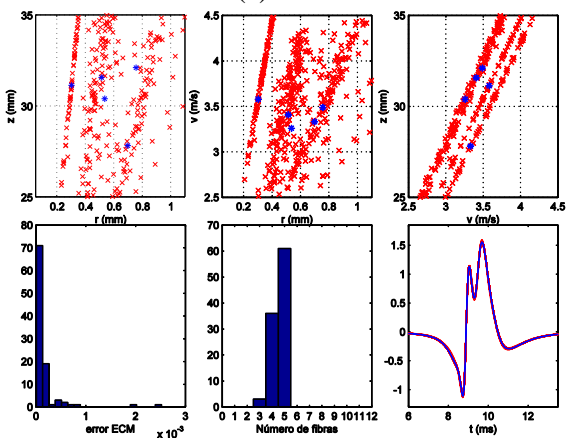
(b)



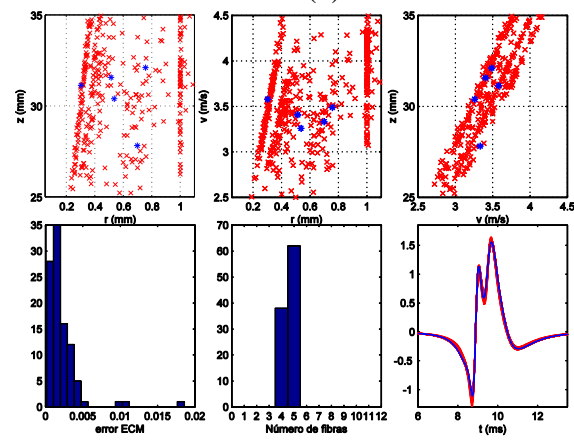
(c)



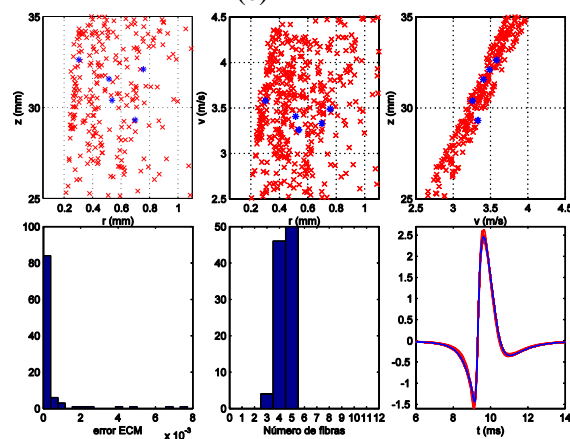
(d)



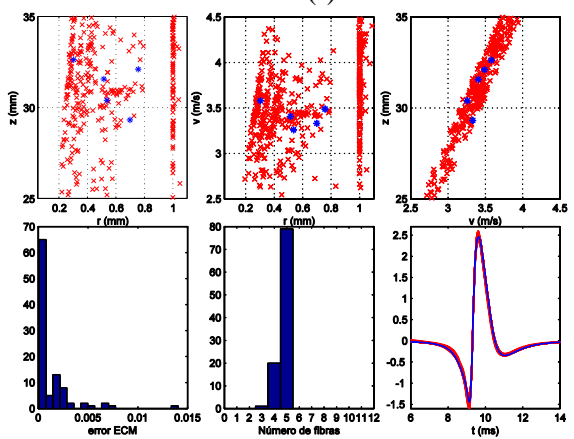
(e)



(f)



(g)



(h)

Fig. 35[en la página anterior]: (a) Resultados utilizando el algoritmo PSO-ECM cuando el MUP de referencia utilizado es MUP₁ (b) PSO-ECM-eZV, MUP₁ (c) PSO-ECM, MUP₂ (d) PSO-ECM-eZV, MUP₂ (e) PSO-ECM, MUP₃ (f) PSO-ECM-eZV, MUP₃ (g) PSO-ECM, MUP₄ (h) PSO-ECM-eZV, MUP₄. Para cada subfigura, en las gráficas de la parte de arriba se representan en tres proyecciones el espacio de parámetros $[r, z, v]$ los conjuntos p_1, p_2, p_3, p_4 y p_5 correspondientes a los parámetros de referencia (en azul), y los conjuntos $\widehat{p}_1, \widehat{p}_2, \widehat{p}_3, \widehat{p}_4$ y \widehat{p}_5 correspondientes a los parámetros estimados de cada realización (hay 100 por cada fibra, en rojo). En las subfiguras inferiores hay dos histogramas en los que se representan el valor del error ECM (En los experimentos con ruido, en azul, los valores del error ECM resultantes de los MUPs estimados y el MUP de referencia sin ruido, y en rojo, los valores del error ECM entre los MUPs estimados y el MUP de referencia ruidoso) y el número de fibras estimadas respectivamente, la última sub-figura muestra la forma de onda del MUP de referencia (en azul) y la de cada uno de los MUPs estimados (en rojo).

En la fig. 35, la distribución de las soluciones sobre el espacio de parámetros es, teniendo en cuenta las conclusiones sacadas en la sección 4.2 el esperado. Cuanto más compleja es la forma de onda más evidente es la organización de las soluciones en rectas de igual retardo y amplitud. También vimos en 4.2 que, en general, el hecho de que las soluciones tiendan a organizarse en rectas es mucho más evidente en el plano $[z, v]$, debido a que la función de error es muy sensible al retardo temporal, algo que en estos experimentos también se observa.

El ajuste de la forma de onda es en general mejor para el algoritmo PSO-ECM que con PSO-ECM-eZV, obsérvese por ejemplo el ajuste de las formas de onda de la Fig. 35 (a) y (b), lo que también es coherente con el hecho de que los valores de error ECM también son más bajos para el primer algoritmo. Se observa este comportamiento a lo largo los distintos tipos de experimentos que se han realizado.

Las soluciones dadas por el algoritmo PSO-ECM-eZV presentan en muchos casos valores de $r_j = 1$ (esto se puede observar en todas las figuras, una línea de puntos estimados en $r = 1$), estas soluciones tienen fibras que están tendiendo a ser eliminadas en el proceso de optimización, pero que no pueden avanzar hacia la eliminación total que se lleva a cabo en $r = 1.1$, debido a que valores de r mayores que 1 implican que la función de error aumente bruscamente (recordemos que las soluciones se van desplazando hacia valores más bajos de la función de error). Este comportamiento de la función de error es debido a que los valores E_v y E_z también aumentan bruscamente ya que cuando $r_j > 1$, se elimina la contribución de z_j y v_j al cálculo de z_0 y v_0 (ver (27) y (28)). Por lo tanto la estimación del número de fibras en ese caso puede ser incorrecta, debido a que la solución puede estar compuesta por fibras que en el proceso de optimización tienden a superar el valor de umbral ($r_{umb} = 1.1$), pero que no lo hacen debido a este efecto de la función de error. Otro problema que esto supone es que en estos casos se ha llegado a unos valores de z_0 y v_0 falsos aun en el caso de que E_v y E_z sean minimizados convenientemente, ya que hay que tener en cuenta que estas fibras que deberían haber sido eliminadas están influyendo en el cálculo de z_0 y v_0 .

Por lo tanto el algoritmo elegido como método de estimación definitivo es en vista de estos resultados, el PSO-ECM. En las siguientes secciones, la discusión de los resultados se centrará en dicho algoritmo.

6.2.2. Estimaciones 5F/10F

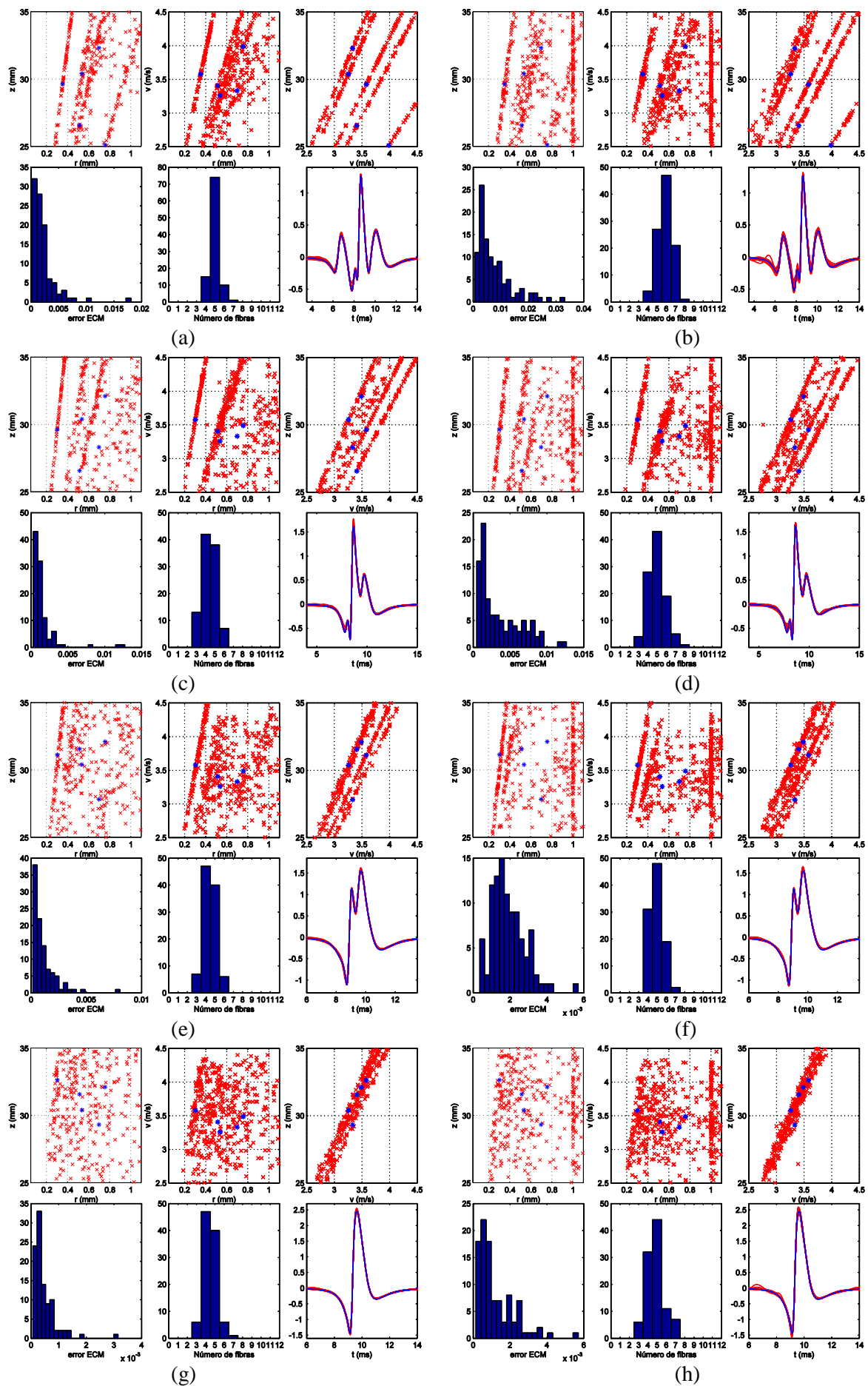


Fig. 36. Las subfiguras representadas equivalen a las de la Fig. 41. Condiciones 5F/10F

6.2.3. Estimaciones 5F/20F

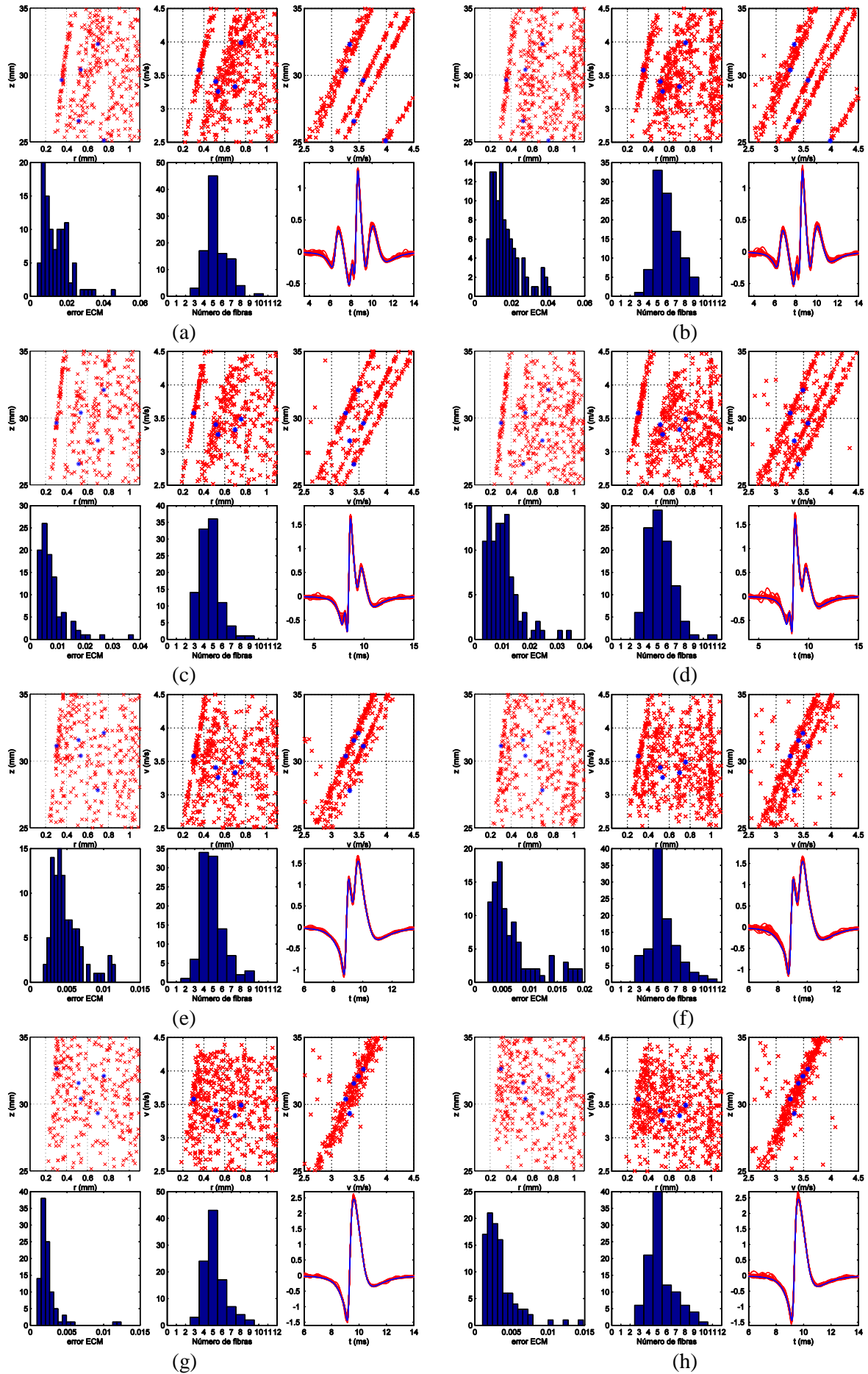


Fig. 37. Las subfiguras representadas equivalen a las de la Fig. 41. Condiciones 5F/20F

Comparando las fig. 35, 36 y 37 se comprueba que al aumentar el número de fibras de la solución del PSO la calidad de la estimación disminuye: Los errores ECM obtenidos son mayores, en concordancia con este hecho, se observan también que las formas de onda de los MUPs estimados en general se ajustan peor al MUP de referencia. Esto se traduce en que en el espacio de parámetros $[r, z, v]$ los puntos estimados están más difuminados, la tendencia a organizarse las soluciones en rectas de mismo retardo y amplitud deja de ser tan evidente aun para la forma de onda más compleja. Esto se debe a que la dimensionalidad del espacio de soluciones también aumenta con el número de fibras de la solución del PSO lo que dificulta la capacidad del algoritmo para encontrar en el espacio de parámetros aquellas formas de onda que minimicen la función de error de manera adecuada.

En cuanto a la estimación del número de fibras, cuando $N_{PSO} = 5$ (Fig. 35), el algoritmo para los MUPs 1, 2 y 3, estima en un alto porcentaje de las realizaciones correctamente el número de fibras ($N = 5$). No ocurre así para los experimentos realizados con el MUP₄ (es decir, con la forma de onda más simple), en los cuales hay muchas soluciones en las que el número de fibras estimadas es de 4 aun cuando la función de error ha tomado valores pequeños. La razón ya ha sido expuesta en la sección 4.3.2. Para este caso (MUP₄), el MUP de referencia se puede descomponer como combinación de SFAPs de múltiples formas, a partir de la superposición de diferentes combinaciones de formas de onda, algunas de estas combinaciones son de 4 SFAPs. Luego, si el algoritmo ha producido un MUP estimado similar a alguna de estas soluciones, el número de fibras estimadas será igual a 4 pese a que el error sea muy pequeño. Si N_{PSO} vale 5, es más probable que el algoritmo estime correctamente el número de fibras que si toma valores mayores, ya que se están descartando todas las posibles soluciones en las que el número de fibras estimadas sea mayor que 5.

Cuando $N_{PSO} = 10$ (Fig. 36), para los MUPs 2, 3 y 4 el número de fibras estimadas es, en un mayor número de realizaciones de 4, que de 5. Esto no ocurría cuando $N_{PSO} = 5$, lo cual podría ser debido a que las formas de onda están mejor ajustadas en ese caso, habiéndose obtenido valores más bajos de la función de error, lo que restringe el número de combinaciones de SFAPs que, superpuestas, den como resultado un MUP estimado suficientemente parecido al MUP de referencia como para obtener esos bajos valores del error. Muchas de esas combinaciones de SFAPs son de 4 fibras. En caso de que $N_{PSO} = 10$, la función de error no consigue minimizar lo suficiente como para descartarlas.

Para el MUP1 la estimación del número de fibras ha sido correcta en la mayoría de las realizaciones, tanto si N_{PSO} vale 5, 10 o 20. Esto tiene sentido si pensamos que para este MUP de referencia, los SFAPs que lo componen están desalineados temporalmente, lo que ayuda al algoritmo a identificar cada contribución por separado, y por lo tanto a estimar el número de fibras.

Cuando $N_{PSO} = 20$ (Fig. 37), se observa para todas las formas de onda que en un porcentaje significativo de realizaciones, el valor del número de fibras estimado es de 6, 7, 8 e incluso 9. La capacidad del algoritmo para desplazar fibras cuya contribución al MUP debe de ser eliminada hacia valores de r grandes, y que por lo tanto sean descartadas en la estimación, es menor debido a la alta dimensionalidad del espacio de parámetros. Precisamente debido a esta contribución de fibras indeseadas se observa un cierto rizado en las formas de onda de los MUPs estimados, esto es especialmente evidente en la Fig. 37 (a).

Cabe señalar que, aun cuando la forma de onda ha sido bien ajustada (sin que aparezca ese rizado en los MUPs estimados), también es posible que se produzca una sobreestimación del número de fibras debido a haber escogido un valor de umbral demasiado alto (ver sección 4.3.1). En este caso recordemos que el valor escogido ha sido de 1.1.

6.3. Influencia de la relación Señal-Ruido del MUP

El algoritmo de estimación, cuando se emplee en condiciones normales, al trabajar con señales reales tendrá la dificultad añadida de que estas señales serán ruidosas. Por lo tanto es importante estudiar el efecto que pueda tener el ruido en la calidad de la estimación.

Previamente a realizar los experimentos que se analizan en este capítulo, se hizo un estudio sobre cómo afecta el ruido al comportamiento del algoritmo de estimación. Para ello se utilizó en la estimación un MUP de referencia de una sola fibra al que se le añadió ruido blanco gaussiano para diferentes valores de varianza del ruido (y por lo tanto diferentes relaciones señal ruido). En el siguiente párrafo se exponen algunas de las conclusiones a las que se llegó a través de estos experimentos.

La componente de ruido del MUP de referencia, modelada como un AWGN, es una señal de media nula y potencia σ_n^2 cuya forma de onda no se puede ajustar con el modelo. Esto implica que si la señal es ruidosa, la función de error no puede minimizarse por debajo del nivel cierto valor umbral. Este valor, al que denominaremos ECM umbral se relaciona con la relación señal ruido del MUP de referencia de la siguiente forma:

$$ECM_{umb} = \frac{E_n}{E_s + E_n} = \frac{1}{\frac{E_s}{E_n} + 1} = \frac{1}{SNR + 1} \quad (29)$$

donde E_s es la energía del MUP de referencia sin ruido y E_n es la energía del ruido, y $E_n + E_s$ es la energía del MUP de referencia. Hay que tener en cuenta que el ECM con el que se trabaja como función de error es un ECM normalizado con respecto a la energía del MUP de referencia, razón por la cual el ECM umbral no es la energía del ruido, si no ésta, dividida por la energía del MUP de referencia.

Si el nivel de ruido es lo suficientemente bajo como para poder minimizar (al menos en teoría, ya que no siempre se consigue minimizar la función de error todo lo que se quiere) la función de error por debajo del error mínimo admitido asignado al PSO, entonces el algoritmo podrá si llega el caso detenerse. Sin embargo si el nivel de ruido es tal que el ECM umbral está por encima del error mínimo admitido, entonces la función de error nunca se minimizará lo suficiente como para que se cumpla la condición de parada del algoritmo, por lo que siempre se ejecutará el máximo número de iteraciones del PSO.

Tabla 16

Sección	NPSO	SNR (dB)
6.3.1	5	∞
6.3.2	5	20
6.3.3	5	14

Para estudiar de forma más detallada que efecto tiene el ruido en la estimación de los parámetros, se ha ejecutado el bloque fundamental de experimentos (descrito en la sección 6.1.1) para 2 diferentes condiciones de relación señal ruido: $SNR \text{ (dB)} = \{20, 14\}$. Utilizando (29) obtenemos que el valor de ECM_{umb} es de 0.0099 y 0.038 respectivamente. El error mínimo admitido es de 10^{-5} , mucho menor en ambos casos que el ECM umbral por lo tanto siempre se ejecutará el número máximo de iteraciones. Lo cierto es que aunque no existiera la limitación del ruido, el error mínimo admitido asignado al PSO es lo suficientemente bajo como para asegurarse de que en ningún experimento la función de error pueda en la práctica ser minimizada lo suficiente como para que el algoritmo se detenga antes de llegar al máximo de iteraciones.

Cabe señalar que para esta serie de experimentos, se ha obviado el efecto de la alta dimensionalidad producida por un mayor número de fibras de la solución del PSO que del MUP de referencia (es decir $N_{PSO} = N = 5$). Por lo tanto las dos realizaciones del experimento ($SNR = 14$ y $SNR = 20$) se pueden comparar con el caso $5f/5f$ descrito en la sección anterior ya que está ejecutado en las mismas condiciones que esta serie de experimentos, lo único que varía en el caso $5f/5f$ es el nivel de ruido que es igual a 0 ($SNR = \infty$). Para poder comparar mejor los diferentes resultados, en la sección 6.3.1 se replican los resultados expuestos en la sección 6.2.1.

Se han resumido en la Tabla 16 las condiciones principales en las que se ejecutan los diferentes tipos de experimentos.

6.3.1. Estimaciones sin ruido

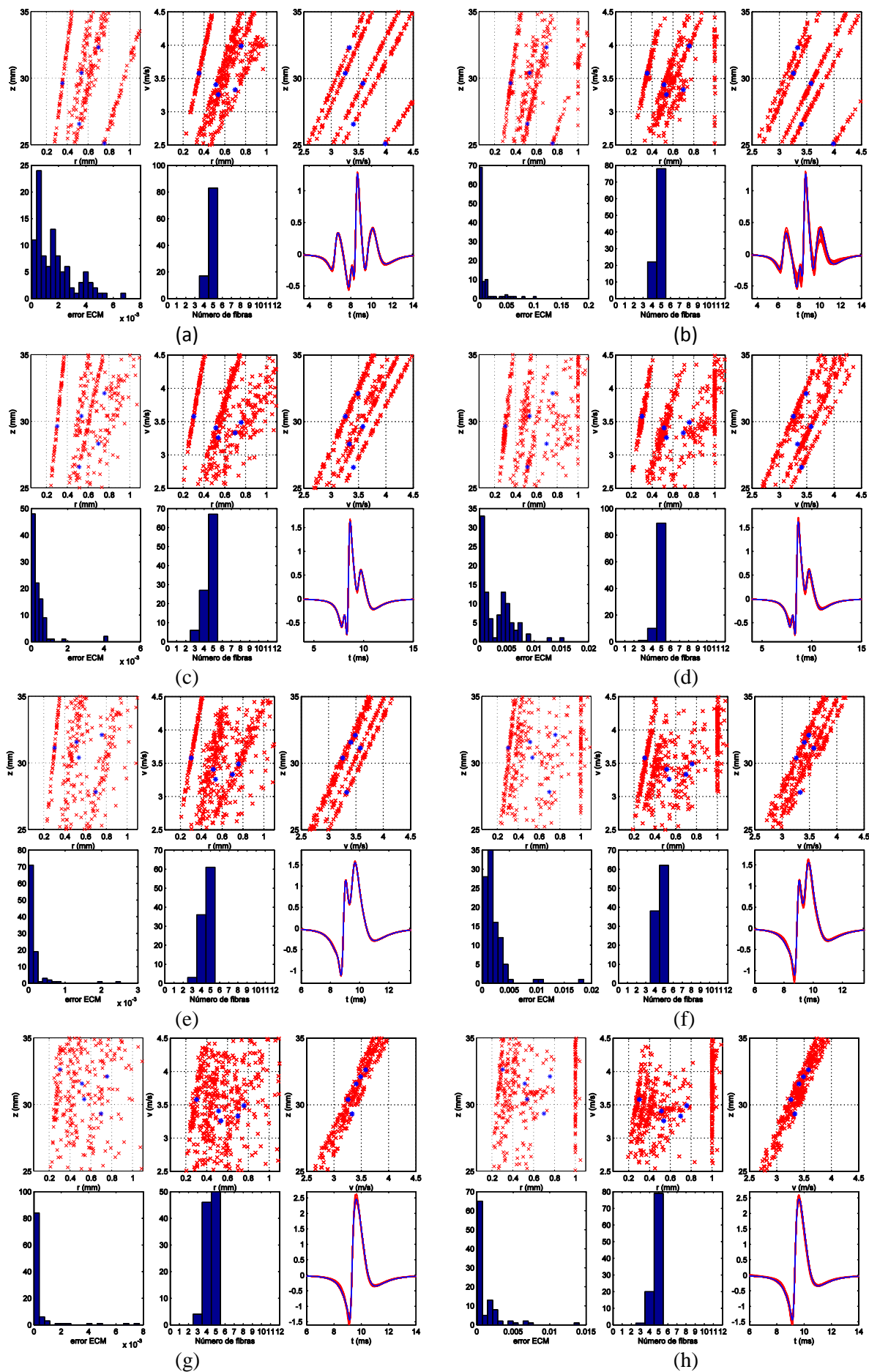


Fig. 38. Las subfiguras representadas equivalen a las de la Fig. 35. Condiciones SNR= ∞ dB

6.3.2. Estimaciones con bajo nivel de ruido

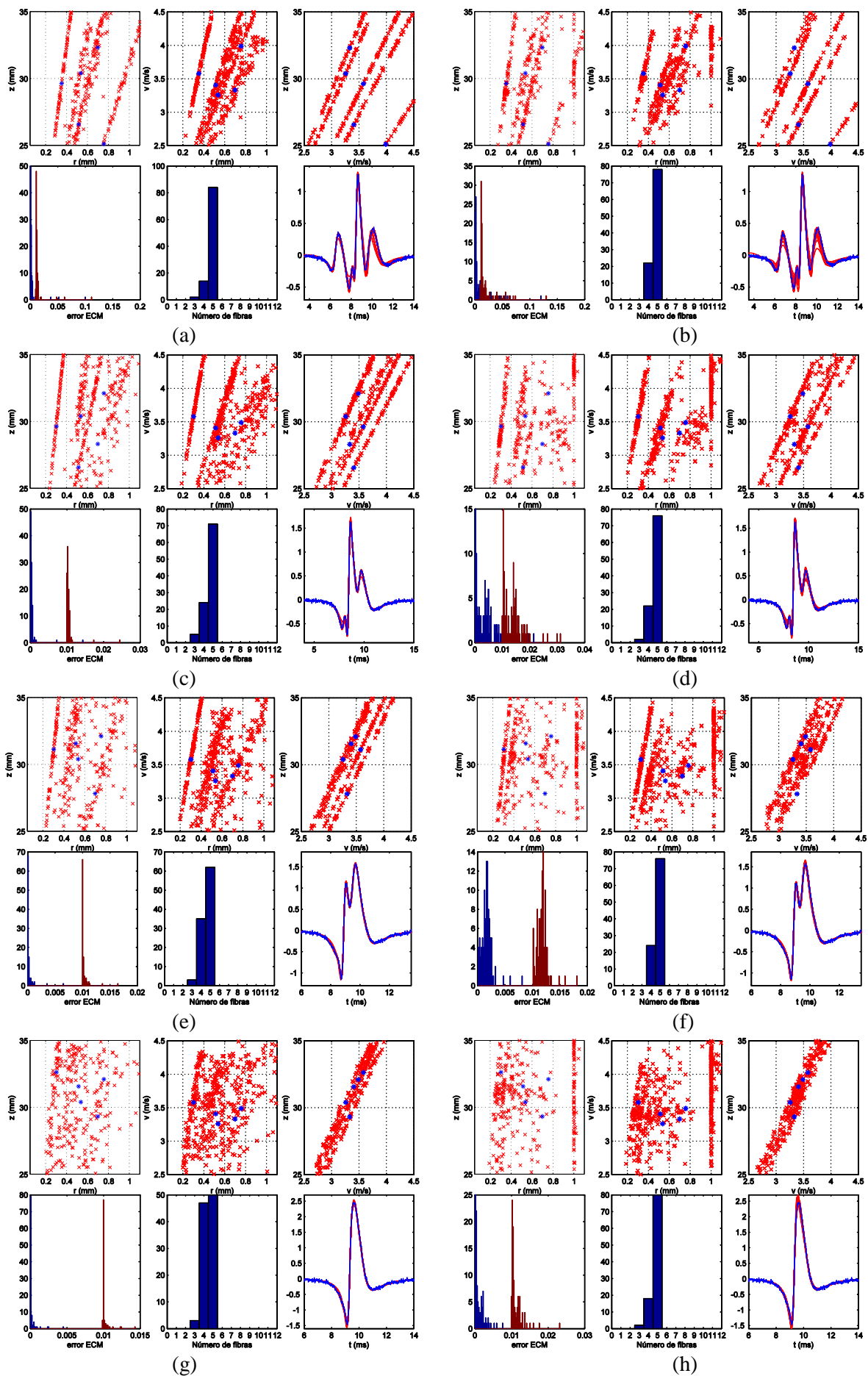


Fig. 39. Las subfiguras representadas equivalen a las de la Fig. 35. Condiciones SNR=20 dB

6.3.3. Estimaciones con alto nivel de ruido

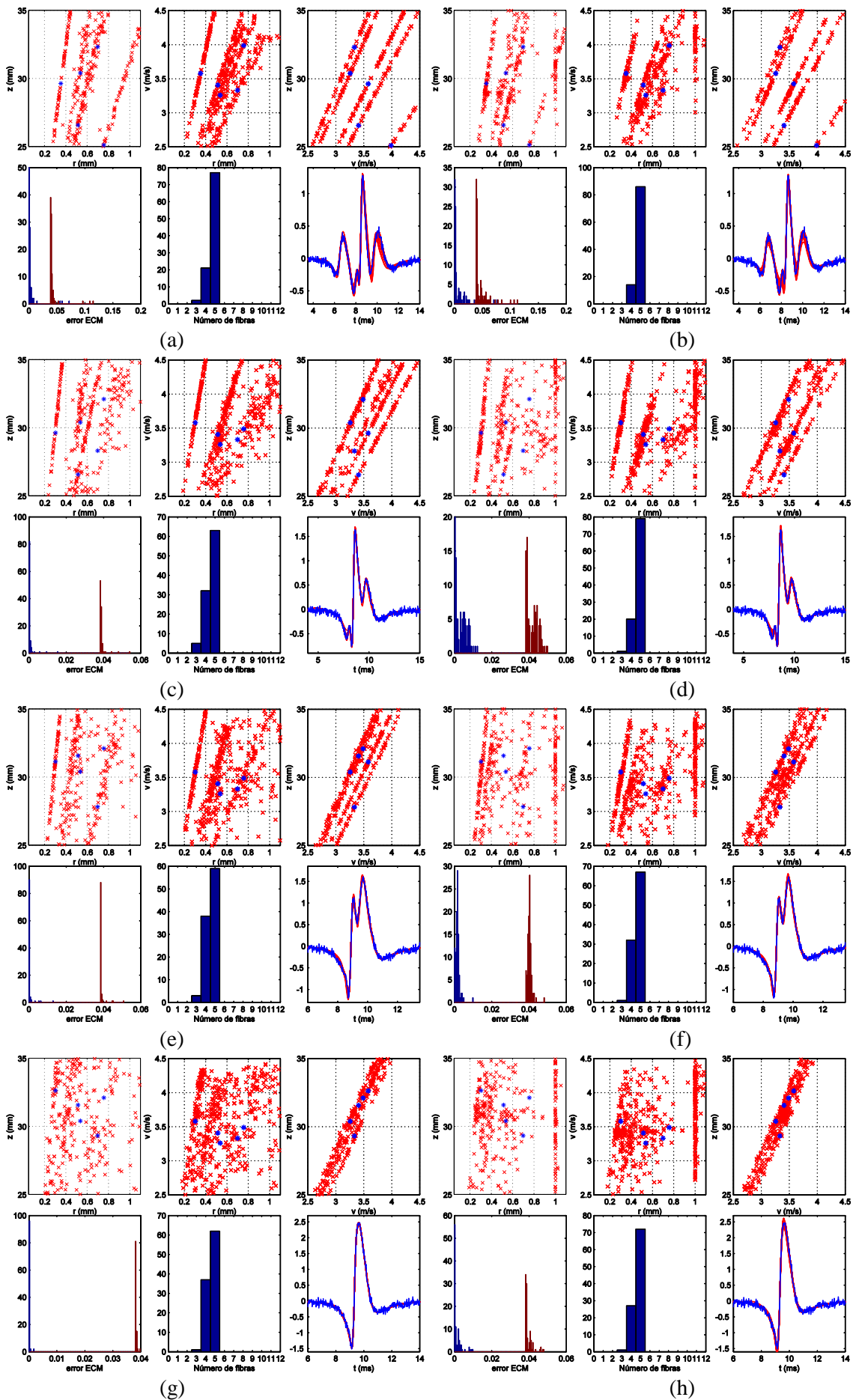


Fig. 40. Las subfiguras representadas equivalen a las de la Fig. 35. Condiciones SNR=14 dB

Comparando las figuras 38, 39 y 40 ($SNR = \infty$, 20 y 14 respectivamente) se observa que en las figuras correspondientes con MUPs más ruidosos la calidad de la estimación es ligeramente inferior (se aprecia un ajuste de la forma de onda de los MUPs estimados al de referencia más preciso en los casos menos ruidosos). Sin embargo la pérdida de calidad que se produce es pequeña, la estimación no se ve muy afectada por el ruido blanco gaussiano añadido a los MUPs de referencia. Hay que tener en cuenta que el modelo no es capaz de ajustar la forma de onda de la componente de ruido de los MUPs de referencia, lo cual actúa en nuestro beneficio ya que el algoritmo de estimación se comporta como si gran parte del ruido no existiera. Este fenómeno se observa claramente en las formas de onda mostradas en la fig. 40 donde los MUPs estimados se ajustan a la forma de onda que tendría el MUP de referencia si se eliminase parte del ruido, y en cambio la componente de ruido no es seguida por dichos MUPs.

Es importante destacar que no se ha tenido en cuenta qué ocurriría en la estimación cuando hay ruido y $N_{PSO} > N$. En esta situación si el MUP de referencia estuviera compuesto por MUPs muy alejados (valores altos de r_j) podría ocurrir que tales MUPs se camuflaran con el ruido, llegando a estimaciones erróneas.

El ECM (entendiendo este como el resultado de comparar el MUP estimado con el MUP de referencia ruidoso) tal y como se esperaba según lo visto en la sección 4.1.3, toma valores muy próximos al ECM_{umb} , y siempre por encima del mismo. Recordemos que para el experimento de las fig. 39 y 40, el ECM_{umb} es respectivamente de 0.0099 y 0.038. El ECM no nos está dando, debido al ruido un criterio adecuado para evaluar la calidad de la estimación.

Un parámetro más realista de la calidad de la estimación obtenida (y que sólo podemos utilizar con MUPs de referencia simulados) es el ECM sin ruido (entendiendo este como el resultado de comparar el MUP estimado con el MUP de referencia eliminándole el ruido). El hecho de que la estimación en los experimentos con ruido (Fig. 39 y 40) haya sido de una calidad no muy inferior a la de los experimentos sin ruido (Fig. 38), es debido a que el algoritmo es capaz de discriminar la forma de onda del MUP de referencia de la componente de ruido, por lo que el ECM sin ruido puede seguir minimizándose por debajo del ECM_{umb} , tal y como se observa en los histogramas de las figuras 39 y 40.

7. Conclusiones y líneas futuras

7.1. Conclusiones

El algoritmo de optimización propuesto es capaz de conseguir un buen ajuste de la forma de onda del MUP estimado al MUP de referencia y por lo tanto una buena minimización de la función de error.

Pese a un buen ajuste de la forma de onda, se dan tres problemas fundamentales:

- Para una correcta estimación se necesita resolver el problema de la indeterminación del inicio del potencial. La información que proporciona el electrodo de aguja concéntrica es insuficiente para determinarlo, por lo que se ha propuesto la utilización de electrodos de superficie para conseguir la información adicional necesaria para determinar el inicio del potencial.
- Para cada fibra, las soluciones dadas en el espacio de parámetros $[r, z, v]$ tienden a dispersarse en rectas que impliquen que cada SFAP que compone al MUP estimado sea de retardo y amplitud constante. Los diferentes puntos de estas rectas se corresponden con SFAPs de formas de onda muy parecidas, por lo que es necesario un ajuste de la forma de onda extremadamente preciso para que no se de esta dispersión, algo que para MUPs de más de una fibra no ocurre. Esta limitación es debida a cómo se relacionan los parámetros de la unidad motora con el MUP generado en la misma, por lo tanto en última instancia es debida a cómo se comportan las señales en el mundo real.
- La descomposición del MUP puede no ser única si los SFAPs que lo componen están alineados temporalmente. Como consecuencia, aunque en estos casos se consiga ajustar convenientemente la forma de onda del MUP, puede llegarse a una estimación errónea en la cual las soluciones correspondientes a cada fibra se dispersen fuera de las rectas de retardo y amplitud constante.

El margen de mejora es grande teniendo en cuenta que estas tres limitaciones (además de otras ya expuestas cuando se describieron estos procedimientos) también se dan en intentos previos de estimación de los parámetros de la unidad motora, en [1, 2, 6], y ni siquiera fueron consideradas o se obviaron deliberadamente.

En general se ha conseguido una relativamente buena estimación del número de fibras. Ésta se ve favorecida cuando el MUP de referencia está compuesto por SFAPs desalineados temporalmente. En general, las fibras de la unidad motora muy alejadas del electrodo tienen pequeñas contribuciones al MUP y por lo tanto no son detectables. Esto implica que en la práctica sólo se puede calcular el número de fibras que existe en una cierta región cercana al electrodo. Sumada a esta limitación, aparece otra propia del método de estimación: si el número de fibras de la solución del PSO es alto (lo que implica una alta dimensionalidad del espacio de parámetros) el ajuste de la forma de onda del MUP empeora, por lo que la estimación es en esos casos poco fiable. Es por ello que la detección de las fibras y las conclusiones respecto de su densidad deben tomarse con cautela y en un entorno cercano al punto de registro.

7.2. Líneas futuras

En este proyecto se ha evaluado el funcionamiento del estimador con señales simuladas a partir de un modelo. Es necesario, por tanto, probar cómo responde la estimación cuando se utilizan señales reales en vez de simuladas. La estimación puede verse resentida debido a las posibles diferencias que existen entre la generación de MUPs a partir del modelo y el registro de señales en el mundo real.

Mejorar el algoritmo de optimización de tal forma que en espacios de alta dimensionalidad se consiga una mayor eficacia en la minimización de la función de error. Para ello, se proponen tres posibles vías:

- Afinar los parámetros de funcionamiento del PSO. Es posible que a través de un estudio más minucioso de la dependencia de los parámetros internos del PSO con la eficacia de la estimación se logre llegar a un conjunto de los mismos que en general consiga mejores estimaciones.
- Modificar el funcionamiento del algoritmo PSO. Por ejemplo se podría cambiar el comportamiento del enjambre de partículas modificando cómo se actualizan las posiciones de las mismas, o hacer que el comportamiento del enjambre dependa de la iteración actual, etc.
- Buscar un nuevo algoritmo de optimización que en caso de funcionar mejor que PSO, lo sustituyera.

Utilización de registros múltiples para obtener MUPs medidos en diferentes posiciones:

- Utilización de un registro doble. Utilizando dos electrodos de aguja separados por una distancia conocida, se pueden registrar simultáneamente dos MUPs en dos posiciones distintas del eje longitudinal a las fibras, cada uno por lo tanto correspondiente con diferentes valores de z_0 . En el proceso de estimación, al ajustar simultáneamente la forma de onda de los dos MUPs se prevé que desaparezca la dispersión de las soluciones en rectas. Esta solución aunque válida en teoría, podría ser difícil de implementar físicamente debido a que entre las dos agujas debe de haber una distancia fija, y además conocida.
- Scanning-EMG: Esta es una opción más viable desde el punto de vista práctico. Utilizando un electrodo que se va desplazando a lo largo de eje transversal a la dirección de las fibras musculares, se realizan múltiples registros sincronizados, obteniéndose MUPs en diferentes posiciones. El resultado es una señal bidimensional compuesta por el conjunto de los MUPs registrados en las distintas posiciones. La información que proporciona esta señal, se espera que además de permitir eliminar las limitaciones expuestas en 7.1, consiga caracterizar una región de la unidad motora mucho más extensa, además de conseguir estimar los parámetros x e y de cada fibra, en lugar de solamente r .

Bibliografía

- [1] Lööf Y. Model for decomposition of the motor unit action potential. 2. Analysis of simulated motor unit action potentials. *Med Biol Eng Comput.* 1986 Sep;24(5):513-20.
- [2] Lööf Y. Model for decomposition of the motor unit action potential. 1. The algorithm. *Med Biol Eng Comput.* 1986 Sep;24(5):506-12.
- [3] Lagarias, J.C., J. A. Reeds, M. H. Wright, P. E. Wright, Convergence Properties of the Nelder-Mead Simplex Method in Low Dimensions, *SIAM Journal of Optimization*, 1998 9 (1): 112-147.
- [4] Seminario sobre METAHEUR METHEURÍSTICAS parte 1. Feb 2013. [Online]
Accesible: http://www.epio.org.ar/seminarios/doc_download/59-seminario-metaheurísticas-parte-1-general.html
- [5] Rodriguez J, Navallas J, Malanda A. Teaching a master student how to model the electrical potentials produced by the muscle *International journal of engineering education*; 2010. 26; 1391-1404.
- [6] Zalewska E, Hausmanowa-Petrusewicz I. Approximation of motor unit structure from the analysis of motor unit potential. *Clin Neurophysiol.* 2008 Nov;119(11):2501-6.
- [7] Nandedkar SD, Stålberg E. Simulation of single fiber action potentials. *Med Biol Eng Comput* 1983;21:158-65.
- [8] Nandedkar SD, Barkhaus PE, Sanders DB, Stålberg EV. Analysis of amplitude and area of concentric needle EMG motor unit action potentials. *Electroencephalogr Clin Neurophysiol* 1988a;69:561-7.
- [9] Stålberg E, Karlsson L. Simulation of the normal concentric needle electromyogram by using a muscle model. *Clin Neurophysiol* 2000;112:464-71.
- [10] Stålberg E, Karlsson L. Simulation of EMG in pathological situations. *Clin Neurophysiol* 2001;112:2118-32.
- [11] Navallas J, Stålberg E. Studying motor end-plate topography by means of scanning-electromyography. *Clin Neurophysiol.* 2009 Jul;120(7):1335-41.
- [12] Rodriguez-Falces J, Navallas J, Gila L, Malanda A, Alexandrovna Dimitrova N. Influence of the shape of intracellular potentials on the morphology of single-fiber extracellular potentials in human muscle fibers. *Med Biol Eng Comput.* 2012 May;50(5):447-60.