MATEMÁTICAS

Irene JUAN DE DIOS URSÚA

EL SENTIDO NUMÉRICO EN EDUCACIÓN PRIMARIA

TFG/*GBL* 2015

upna
Universidad Pública de Navarra
Nafarroako Unibertsitate Publikoa
Facultad de Ciencias Humanas y Sociales
Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea

Grado en Maestro de Educación Primaria
/
Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Grado en Maestro en Educación Primaria

Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Trabajo Fin de Grado
Gradu Bukaerako Lana

EL SENTIDO NUMÉRICO EN EDUCACIÓN PRIMARIA

Irene JUAN DE DIOS URSÚA

FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y SOCIALES
GIZA ETA GIZARTE ZIENTZIEN FAKULTATEA

UNIVERSIDAD PÚBLICA DE NAVARRA
NAFARROAKO UNIBERTSITATE PUBLIKOA

Estudiante / Ikaslea
Irene JUAN DE DIOS URSÚA

Título / Izenburua
El sentido numérico en Educación Primaria

Grado / Gradu
Grado en Maestro en Educación Primaria / Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Centro / Ikastegia
Facultad de Ciencias Humanas y Sociales / Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea
Universidad Pública de Navarra / Nafarroako Unibertsitate Publikoa

Director-a / Zuzendaria
Mª Inmaculada LIZASOAIN IRISO

Departamento / Saila
Matemáticas/Matematika

Curso académico / Ikasturte akademikoa
2014/2015

Semestre / Seihilekoa
Primavera / Udaberrik

Preámbulo

El Real Decreto 1393/2007, de 29 de octubre, modificado por el Real Decreto 861/2010, establece en el Capítulo III, dedicado a las enseñanzas oficiales de Grado, que "estas enseñanzas concluirán con la elaboración y defensa de un Trabajo Fin de Grado […] El Trabajo Fin de Grado tendrá entre 6 y 30 créditos, deberá realizarse en la fase final del plan de estudios y estar orientado a la evaluación de competencias asociadas al título".

El Grado en Maestro en Educación Primaria por la Universidad Pública de Navarra tiene una extensión de 12 ECTS, según la memoria del título verificada por la ANECA. El título está regido por la *Orden ECI/3857/2007, de 27 de diciembre, por la que se establecen los requisitos para la verificación de los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Primaria*; con la aplicación, con carácter subsidiario, del reglamento de Trabajos Fin de Grado, aprobado por el Consejo de Gobierno de la Universidad el 12 de marzo de 2013.

Todos los planes de estudios de Maestro en Educación Primaria se estructuran, según la Orden ECI/3857/2007, en tres grandes módulos: uno, *de formación básica*, donde se desarrollan los contenidos socio-psico-pedagógicos; otro, *didáctico y disciplinar*, que recoge los contenidos de las disciplinares y su didáctica; y, por último, *Practicum*, donde se describen las competencias que tendrán que adquirir los estudiantes del Grado en las prácticas escolares. En este último módulo, se enmarca el Trabajo Fin de Grado, que debe reflejar la formación adquirida a lo largo de todas las enseñanzas. Finalmente, dado que la Orden ECI/3857/2007 no concreta la distribución de los 240 ECTS necesarios para la obtención del Grado, las universidades tienen la facultad de determinar un número de créditos, estableciendo, en general, asignaturas de carácter optativo.

Así, en cumplimiento de la Orden ECI/3857/2007, es requisito necesario que en el Trabajo Fin de Grado el estudiante demuestre competencias relativas a los módulos de formación básica, didáctico-disciplinar y practicum, exigidas para todos los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Primaria.

En este trabajo, el módulo *de formación básica* se concreta en el apartado del marco teórico. Éste permite enmarcar la propuesta en teorías psicopedagógicas, apareciendo autores como Piaget y Bruner, que ayudan a plantear el trabajo de las matemáticas en las aulas. Además, aporta los conocimientos necesarios para situar el tema del sentido numérico y comprender la propuesta didáctica.

El módulo *didáctico y disciplinar* se concreta en los apartados del marco teórico, del desarrollo del sentido numérico en la escuela y en la propuesta didáctica. Este módulo recoge el planteamiento de las actividades y materiales en el aula, con el objetivo de fomentar siempre un aprendizaje significativo y desarrollar el sentido numérico. Con él se propone un planteamiento de situaciones didácticas que motiven al alumnado y le permitan extrapolar sus conocimientos al día a día de la vida cotidiana.

Asimismo, el módulo *practicum* está presente en el apartado de la propuesta didáctica. Todas las actividades y materiales propuestos están orientados a una puesta en práctica en las aulas y a la mejora del aprendizaje de las matemáticas en el alumnado de Educación Primaria. Por lo tanto, todo el trabajo está orientado a desarrollar este módulo práctico y favorecer un aprendizaje significativo en las aulas.

Resumen

En este trabajo se proponen una serie de actividades y materiales para primero de primaria, que pretenden favorecer el aprendizaje de los contenidos matemáticos, a la vez que se desarrolla el sentido numérico del alumnado. Se trata de que los alumnos comprendan las matemáticas y se hagan dueños de su propio conocimiento. Así, construirán una sólida base que les permitirá seguir aprendiendo matemáticas, de manera significativa, en cursos posteriores. Dar sentido al aprendizaje matemático es, por lo tanto, la idea principal que vertebra este trabajo. Para favorecer este aprendizaje de las matemáticas, se propone tener en cuenta las tres fases de Bruner, así como las ideas del aprendizaje lógico-matemático de Jean Piaget.

Palabras clave: Sentido numérico; matemáticas; números; propuesta didáctica; aprendizaje significativo.

Abstract

In this project, there are proposed several activities and materials for first year of primary, whose aim is to favour the learning of the mathematics contents and to develop the number sense. This is to help students understand mathematics and make them become master of their knowledge. In this way, students will build a strong basis which will enable them to continue learning mathematics. Making sense of the mathematics learning is the principal idea of this project. To foster this learning, it is proposed to follow Brunner´s stages of learning, as well as Jean Piaget's ideas about the logical-mathematical learning.

Keywords: Number sense; mathematics; numbers; didactic unit; meaningful learning.

Índice

Introducción

Este trabajo de fin de grado pertenece al área de Didáctica de las Matemáticas y se basa en el tema del desarrollo del sentido numérico en el primer curso de Educación Primaria.

El principal objetivo del trabajo es seleccionar materiales y diseñar una serie de actividades que favorezcan la adquisición de los contenidos que aparecen en el currículo, a la vez que desarrollan el sentido numérico en el alumnado. Se trata de ofrecer una serie de estrategias, con el fin de ayudar a los docentes de primero de primaria a propiciar un aprendizaje significativo de los números y sus características.

El motivo que determinó la elección de este tema fue la preocupación ante el alto número de alumnos que fracasan en matemáticas desde una edad muy temprana. Este fracaso, generalmente, surge a raíz de las grandes dificultades que presentan los niños a la hora de comprender los conceptos matemáticos y de actuar con los números.

La investigación en didáctica de las Matemáticas nos condujo al descubrimiento de la idea del sentido numérico. El desarrollo del sentido numérico durante la Educación Primaria parecía ser la manera de construir una base sólida, que favoreciera un adecuado aprendizaje de las matemáticas y, en consecuencia, disminuyera el fracaso en esta materia.

La propuesta de este trabajo está planteada para primero de primaria, ya que es el curso en el que se ha de comenzar a desarrollar el sentido numérico y a construir una base sobre la que ir adquiriendo los contenidos matemáticos en cursos posteriores.

La necesidad de abordar este tema es didáctica y matemática. Didáctica porque busca propiciar un aprendizaje significativo de los contenidos establecidos en el currículo de matemáticas, concretamente en primero de primaria. Matemática porque el principal objetivo es el desarrollo de un sentido numérico, que favorezca el posterior aprendizaje de todos los conceptos matemáticos y que disminuya el fracaso en esta materia.

1. ANTECEDENTES, OBJETIVOS Y CUESTIONES

1.1. Antecedentes

En el siglo XX aparece, por primera vez, la preocupación de cómo enseñar matemáticas en la escuela. Es entonces cuando comienza a elaborarse la Didáctica de las Matemáticas. Hasta entonces su enseñanza estaba basada en lecciones magistrales que no tenían en cuenta el proceso de aprendizaje del alumnado.

Las primeras teorías que intentan dar respuesta a esta preocupación son las asociacionistas conductistas, que surgen a principios del siglo XX.

> "Para los asociacionistas aprender es provocar un cambio de conducta del que aprende" (Flores, 2008, 43).

De esta manera, según esta corriente, un niño habría aprendido a sumar cuando llevara a cabo sumas de manera correcta. Así, la manera de producir el aprendizaje sería haciendo que el alumno repitiera algo hasta que no presentara errores, de lo más simple a lo más complejo.

Esta corriente, además, consideraba que el tiempo era otro aspecto que permitía medir el aprendizaje. Así, a menor tiempo invertido en la realización de una tarea matemática, mayor sería el aprendizaje del alumno que lo había llevado a cabo.

Este enfoque defendía que el alumno era alguien pasivo, y el docente podía medir su aprendizaje mediante un análisis de lo que éste hacía en clase, de sus conductas observables.

En esta línea, Thorndike decía, en su Ley del Ejercicio, que cuantas más veces se producía una conexión entre un estímulo y la respuesta, más se fortalecía esa unión. Por lo tanto, cuantos más ejercicios se realizaran en la clase de matemáticas y más practicara el alumno, mayor sería su aprendizaje.

Estas teorías organizaron las clases de matemáticas la primera mitad de siglo. En estas clases el docente explicaba la lección, y a partir de ahí se trataba de que el alumno realizara ejercicios repetidamente, hasta mecanizar el proceso y no cometer errores. Tanto el tiempo como la memorización eran aspectos primordiales en el aprendizaje de las matemáticas.

Conforme el siglo iba avanzando, algunos maestros comenzaron a poner en duda este enfoque didáctico e implantaron en sus aulas alternativas al mismo.

Maria Montessori y Friedrich Froebel empezaron a usar en sus clases las regletas de Cuisenaire con el fin de enseñar las matemáticas de manera manipulativa. Ya no se trataba de realizar ejercicios a partir de lo expuesto por el docente, sino de descubrir por uno mismo los conceptos matemáticos.

Freinet, un pedagogo francés, decidió fomentar el interés por las matemáticas en la escuela trasladándolas al día a día de la vida cotidiana, a la realidad. Para Freinet el aprendizaje matemático debía convertirse en algo vivo y todo el alumnado debía participar cooperativamente en el aprendizaje, siendo los protagonistas del mismo.

El matemático Dienes fomentó un aprendizaje de las matemáticas a través de juegos, canciones y bailes de manera que resultaran más atractivas a los niños.

Así, a finales de los años 50, tuvo lugar una reforma didáctica general de las matemáticas y surgió el modelo de enseñanza estructuralista.

Las teorías estructuralistas, en oposición a las conductistas, defendían que el conocimiento no radicaba en una acumulación de datos, sino en un aprendizaje de las relaciones generales que se establecían entre los conceptos. De esta manera, afirmaban que la memoria no favorecía el aprendizaje, sino que un verdadero conocimiento superaba la capacidad de memorización.

El estructuralismo partía de la afirmación de que todo individuo tenía una estructura mental a la que iba incorporando cada experiencia vivida. Esta teoría señalaba que comprender conllevaba pensar.

> "La comprensión se construye activamente desde el interior mediante el establecimiento de relaciones entre informaciones nuevas y lo que ya se conoce, o entre piezas de información conocidas pero aisladas previamente" (Baroody, 1988, 25).

El estudiante ya no era visto como alguien pasivo, sino como un sujeto activo que participaba en el proceso de aprendizaje. Defendía, pues, que un ambiente bien estructurado, con las actividades adecuadas, favorecía en gran medida el aprendizaje del alumnado. Sin embargo, afirmaba que lo que verdaderamente propiciaba el aprendizaje era cómo los alumnos iban almacenando, localizando y relacionando los conocimientos. “El conocimiento matemático es construido de forma activa por el niño” (Baroody, 1988, 30).

Así pues, se trataba de que el alumno fuera buscando soluciones a los problemas que se le planteaban según sus experiencias previas pero, cuando estas no le servían para solucionarlas, debía buscar otras ideas que le sirvieran para hallar una respuesta.

> “Para los estructuralistas aprender es incorporar las características de los conceptos aprendidos en sus estructuras mentales, creando una nueva estructura que encaje estas propiedades” (Flores, 2008, 46).

Por lo tanto, esta teoría defendía que el aprendizaje iba más allá de la memorización e implicaba modificar el pensamiento.

> “El desarrollo matemático comporta cambios cualitativos en el pensamiento y cuantitativos en la cantidad de información almacenada. Los cambios de las pautas de pensamiento son esenciales para el desarrollo de la comprensión” (Baroody, 1988, 26).

En la actualidad, se sigue concibiendo el aprendizaje matemático desde teorías estructuralistas, aunque se han ido añadiendo nuevas ideas y estrategias. De la misma manera, se sigue intentando introducir los conceptos mediante actividades manipulativas y relacionadas con el día a día de los niños.

> “El aprendizaje va de lo concreto a lo abstracto. Por lo que la enseñanza matemática actual promueve que se trabaje con objetos concretos antes de pasar a establecer las abstracciones” (Flores, 2008, 48).

Sin embargo, hoy en día la preocupación ya no se sitúa en el cómo hacer que el alumno aprenda matemáticas, sino en cómo lograr que este aprendizaje adquiera profundidad. Se trata de ofrecer al alumnado la oportunidad de construir y contextualizar lo aprendido, convirtiéndolo en un aprendizaje significativo al que le pueda dar uso en su día a día.

1.2. Objetivos

A continuación, aparecen los principales objetivos del presente trabajo.

- Analizar el concepto de sentido numérico y su relación con el currículum de Educación Primaria.
- Estudiar cómo se puede favorecer el desarrollo numérico en la escuela.
- Proponer actividades de tipo manipulativo, gráfico y simbólico que promuevan en el alumnado:
    - La construcción del concepto de número en todas sus variantes y con todas sus características.
    - Un desarrollo del sentido numérico que favorezca el aprendizaje de los contenidos matemáticos de currículo de manera significativa.
    - La capacidad de relacionar los distintos conceptos matemáticos y la resolución de cuestiones complejas de manera autónoma.
    - El interés y el gusto por las matemáticas, relacionándolas con su día a día.

1.3. Cuestiones

- ¿Cómo se puede favorecer un aprendizaje significativo de las matemáticas, convirtiendo al alumno en protagonista de su propio proceso?
- ¿Cómo conseguir que el alumnado reflexione acerca de los conceptos matemáticos, los comprenda y, como consecuencia, sepa cuándo ponerlos en práctica?
- ¿Cuál es la manera de propiciar un aprendizaje de los contenidos del currículo, al mismo tiempo que se desarrolla el sentido numérico?
- ¿Cómo presentar los contenidos matemáticos en el aula, de manera que el alumnado pueda relacionarlos con su día a día?
- ¿Qué situaciones didácticas deben plantearse en las aulas, para conseguir que el alumnado se interese por resolverlas y por ir dominando los conceptos matemáticos?

2. MARCO TEÓRICO

2.1. Las matemáticas y su valor educativo

Las matemáticas constituyen un área de obligatoria enseñanza en el sistema educativo de todos los países del mundo.

> "Las matemáticas son una disciplina universal. Son parte del patrimonio cultural que todas las sociedades trasmiten a las generaciones jóvenes" (Rico, 2008, 38).

La Educación Primaria es la etapa en la que los niños han de adquirir la formación necesaria para construir el conocimiento matemático. El currículo de Educación Primaria define las matemáticas como el conjunto de saberes asociados a los números y a las formas, que constituyen una forma de analizar diversas situaciones y se identifican con la deducción, la inducción, la estimación, la aproximación, la probabilidad, la precisión, el rigor, la seguridad, etc. (Decreto Foral 60/2014).

El aprendizaje matemático tiene consecuencias directas en el desarrollo cognitivo de las personas. Favorece un entrenamiento de la mente y ayuda a mejorar la capacidad creativa, crítica y lógica. Enseña a pensar, a justificar y a no conformarse con la primera respuesta obtenida.

> "Las matemáticas tienen un alto valor formativo porque desarrollan las capacidades de razonamiento lógico, simbolización, abstracción, rigor y precisión que caracterizan al pensamiento formal" (Rico, 2008, 26).

En el mundo en el que vivimos es vital tener un conocimiento mínimo de matemáticas. Éstas aparecen en multitud de escenarios de la vida diaria, y tener un dominio sobre ellas ayuda a desenvolverse con mayor facilidad.

> "La matemática es considerada como parte de nuestra herencia cultural básica. Las prácticas matemáticas están ligadas a contextos socio-culturales concretos" (González; Lupiáñez, 2005, 31).

Así, las matemáticas contribuyen a una plena participación del individuo en la vida adulta, y conducen a una reflexión y organización del mundo que nos rodea. Todo ciudadano necesita poseer un mínimo conocimiento de matemáticas que utilizará en su día a día.

Las matemáticas proporcionan al alumnado la oportunidad de pensar, de llevar a cabo procedimientos con seguridad, de confiar en el resultado. Todo esto les prepara a la hora de emprender soluciones para los problemas que pueden encontrarse a lo largo de su vida.

> "Las matemáticas proporcionan a los ciudadanos un fondo cultural necesario para desenvolverse en su vida cotidiana" (González; Lupiáñez, 2005, 31).

Además, una parte del alumnado irá más allá del conocimiento mínimo de matemáticas, y basará sus estudios futuros en los conocimientos matemáticos adquiridos durante la etapa de escolarización inicial.

> "Las matemáticas básicas son el fundamento de los conocimientos científicos y matemáticos que exigen muchos puestos de trabajo de nuestra sociedad tecnológicamente avanzada" (Baroody, 1988, 13).

De esta manera, los sistemas educativos que trabajan correctamente las matemáticas en la escuela, desarrollan sistemas económicos, políticos, sociales e incluso culturales mejor planificados y más adecuados.

> "Finlandia, el país que ha obtenido el mejor rendimiento medio en matemáticas en 2003, se encuentra también entre los primeros puestos en equidad" (González; Lupiáñez, 2005, 32).

Por todo esto, el aprendizaje de las matemáticas tiene un valor primordial en las primeras etapas de enseñanza, proporcionando un conjunto de destrezas y conocimientos para que el alumnado pueda desenvolverse en su día a día, y una base para aquellos que, mostrando interés y capacidad, quieran alcanzar altos niveles de conocimiento matemático.

2.2. Las matemáticas en Educación Primaria

Durante la etapa de Primaria se pretende formar a los niños en la adquisición de las destrezas matemáticas básicas, proporcionando una formación general y un adecuado desarrollo intelectual. Debido a la necesidad de dominar este campo de estudio para poder desenvolverse sin dificultades en la sociedad, la enseñanza de las matemáticas debe llevarse a cabo correctamente.

Es en el currículo de Educación Primaria donde se establecen los niveles de conocimiento matemático que deben alcanzarse en esta etapa de escolarización.

> "El currículo de Primaria es, pues, el plan de formación legalmente establecido para los jóvenes españoles de 6 a 12 años" (Rico, 2008, 25).

Concretamente, el currículo de Educación Primaria señala que en esta etapa, en el área de matemáticas, se busca alcanzar una eficaz alfabetización numérica, entendida como la capacidad para enfrentarse con éxito a situaciones en las que intervengan los números y sus relaciones, permitiendo obtener información efectiva, directamente o a través de la comparación, la estimación y el cálculo mental o escrito (Decreto Foral 60/2014).

Además, indica que el principal objetivo de esta área es desarrollar las competencias matemáticas básicas e iniciarse en la resolución de problemas que requieran la realización de operaciones elementales de cálculo, conocimientos geométricos y estimaciones, así como ser capaces de aplicarlos a las situaciones de su vida cotidiana.

La asignatura de matemáticas ofrece a los estudiantes la oportunidad de llevar a cabo un trabajo creativo en el que, partiendo de unas ideas básicas, puedan avanzar en el aprendizaje. Para ello se parte siempre de la experiencia del alumnado a la hora de introducir nuevos conceptos en el aula. Una vez presentados, se procuran trabajar en diferentes contextos y relacionarlos con el día a día de los estudiantes.

Por esto mismo, el currículo hace hincapié en los procesos de resolución de problemas como uno de los ejes principales del aprendizaje matemático en la escuela. La resolución de problemas requiere diversas estrategias de pensamiento y pone en práctica diferentes conocimientos que se han ido adquiriendo en el aula.

Los problemas van a poner en contacto al alumnado con la vida real, haciéndoles conscientes de la utilidad y necesidad de los conocimientos matemáticos fuera de la escuela. Por medio de ellos van a aprender de manera significativa los contenidos de la asignatura.

El currículo de Educación Primaria divide el área de matemáticas en cinco bloques diferentes. El primero es el bloque de procesos, métodos y actitudes en matemáticas. El segundo son los números, el tercero las medidas, el cuarto geometría y, el bloque final, estadística y probabilidad.

Dentro de cada bloque se establecen una serie de contenidos, unos criterios de evaluación y unos estándares de aprendizaje evaluables. Cada curso, desde primero hasta sexto, tiene los suyos propios.

Con todo esto se trata de proporcionar la mejor educación matemática al alumnado de Educación Primaria. Todo el currículo tiene en cuenta el desarrollo cognitivo y emocional de los alumnos de esta etapa y busca que, al final de la misma, se hayan alcanzado los objetivos previstos.

Sin embargo, la aplicación del currículo de matemáticas en las aulas no asegura el éxito de todo el alumnado. Para ello, es necesario conocer también cómo se va construyendo el pensamiento matemático de los niños.

2.3. El pensamiento matemático de los niños

Para enseñar matemáticas y favorecer una adecuada construcción del conocimiento, el profesorado debe saber cómo los niños aprenden esta materia. Comprendiendo cómo se lleva a cabo el aprendizaje matemático, se puede ofrecer un marco de enseñanza en el que éste se favorezca y todos avancen en el conocimiento de esta disciplina. Los educadores, por lo tanto, deben conocer qué favorece este aprendizaje y qué lo dificulta.

> "Las teorías del aprendizaje le ofrecen al diseñador de instrucción estrategias y técnicas validadas para facilitar aprendizaje" (Ertmer, Newby, 1993, 50).

Así se establecerán las actividades, materiales y metodologías más idóneas para trabajar en el aula. Igualmente, se seguirán los pasos necesarios para que el aprendizaje sea significativo y los alumnos sean capaces de extrapolar, siempre que lo necesiten, los contenidos tratados en el aula a su día a día.

Además, teniendo en cuenta cómo aprenden los niños, se evitará que éstos usen las matemáticas de manera mecánica y sin pensar. Se trata de que no se conformen con realizar ejercicios en el aula para luego olvidarlo todo. Al contrario, el alumnado debe descubrir por sí solo la importancia y utilidad del aprendizaje matemático, tanto dentro de la escuela como fuera de la misma.

Es importante tener en cuenta que no toda enseñanza produce aprendizaje, ya que la enseñanza es tarea del docente, pero quien aprende es el alumno. Por ello, diversos pedagogos y matemáticos han dedicado su tiempo a estudiar qué forma de enseñanza de las matemáticas favorece un verdadero aprendizaje significativo en los alumnos.

2.3.1. Jean Piaget (1896-1980)

Jean Piaget fue un epistemólogo, biólogo y psicólogo que llevó a cabo una teoría constructivista sobre el desarrollo de la inteligencia durante la infancia. Dentro de su teoría cabe destacar el proceso de asimilación-acomodación, con el que explica cómo van aprendiendo los niños. Según este punto de vista, las personas construimos esquemas mentales para poder comprender la realidad. Conforme vamos adquiriendo nuevos conocimientos, lo primero que hacemos es organizar la información dentro de los esquemas ya existentes; este sería el paso de la asimilación. Cuando estos esquemas no pueden asimilar los nuevos conceptos, se modifican, reestructurándose. Este segundo paso sería la acomodación.

Esta teoría del binomio asimilación-acomodación también sirve para el aprendizaje de las matemáticas. Cuando una persona se enfrenta a un problema matemático, lo primero que hace para intentar resolverlo es asimilarlo según los esquemas cognitivos que ya posee. Las estrategias empleadas para resolver este problema le llevan a reconstruir los esquemas, produciéndose así la acomodación.

Piaget también defiende que existen tres tipos de conocimiento: el conocimiento físico, el conocimiento lógico-matemático y el conocimiento social. Con respecto al lógico-matemático afirma que éste no existe en la realidad, sino que es algo que el sujeto construye. El conocimiento lógico-matemático se lleva a cabo a partir de la abstracción y el niño lo crea relacionando sus abstracciones con experiencias manipulativas que previamente debe haber llevado a cabo. Este conocimiento, según Piaget, no es algo observable, sino que debe surgir a partir de una reflexión. Piaget también afirma que el conocimiento lógico-matemático, al ser algo interno que no proviene sólo de la experiencia, no se olvida.

Según Piaget, dentro del conocimiento lógico-matemático, existen tres operaciones lógicas fundamentales que el niño deberá ir adquiriendo de manera progresiva: clasificación, seriación y numeración.

Mediante la clasificación el niño agrupa objetos y forma clases. Esta operación se va desarrollando progresivamente y es el primer paso para la adquisición del concepto de número.

> "El niño realiza clasificaciones simples en sus primeras experiencias, y una vez logrado el desarrollo pleno de esta estructura, logra realizar clasificaciones múltiples" (Cofré, Tapia, 2003, 64).

En la operación de seriación, el niño ordena las diferencias dentro de un grupo según un criterio determinado. Cofré y Tapia (2003) afirman que la noción de seriación es la que va a dar lugar al aspecto ordinal.

Finalmente llegaría la numeración, mediante la cual el niño va construyendo el concepto de número. Para adquirir este concepto el niño necesitaría comprender tres ideas: la correspondencia uno a uno, la conservación de cantidad y la relación de inclusión.

La correspondencia uno a uno consiste en relacionar los elementos de dos conjuntos de modo que a cada elemento del primer conjunto le corresponda un solo elemento del segundo.

La conservación consiste en entender que una cantidad es algo que permanece, independientemente de sus cambios de forma o de cómo se presenten sus partes.

> "Cuando el niño ha alcanzado el nivel operatorio de conservación de cantidad, está preparado para iniciar el trabajo sistemático con los números" (Cofré, Tapia, 2003, 70).

Finalmente, la inclusión se alcanza cuando el niño puede establecer relaciones entre el todo y sus partes, y entiende que las características del todo incluyen también a las partes. Una vez que el niño ha comprendido estas tres ideas, estará preparado para entender correctamente el concepto de número.

Sin embargo, hay que tener en cuenta que no todos los niños comprenderán y asimilarán los conceptos al mismo tiempo. En cuanto a esto, Piaget defiende que no se deberán presentar conocimientos nuevos a los niños hasta que los anteriores estén bien asimilados, ya que el aprendizaje se realiza a partir del establecimiento de relaciones entre los conocimientos previos y los nuevos conocimientos. Por eso mismo, el aprendizaje significativo va a depender de lo que el individuo en ese momento haya entendido.

2.3.2. Jerome Bruner (1915)

Jerome Bruner es un psicólogo estadounidense que pretende mejorar la enseñanza mediante sus estudios de campo, para hacer posible el abandono del aprendizaje memorístico asentado en la mayoría de aulas.

Bruner afirma que la persona tiene tres modos de representar la realidad. El modo enactivo que consiste en una acción directa sobre ella; el modo icónico, que consiste en representar la realidad a través de imágenes o esquemas; y el modo simbólico, que consiste en representar algo mediante símbolos. De esta manera, Bruner opina que los niños irán pasando progresivamente de un modo de representación a otro conforme vayan creciendo y desarrollándose cognitivamente.

Bruner defiende que los alumnos alcanzan las ideas matemáticas abstractas en la fase simbólica, a partir de materiales concretos que manipulan en la enactiva. Los diagramas y dibujos les ayudan a adquirir el conocimiento icónico y les sirven como puente para la adquisición del conocimiento simbólico.

Según Bruner, los niños deben llegar a comprender los conceptos abstractos porque eso les servirá para poder asentar conocimientos más complejos en el futuro.

> “Comprender algo abstractamente es un inicio para después apreciar que un conocimiento aparentemente complicado, a menudo puede ser reducido a través de derivaciones a formas más sencillas de conocimiento que ya se poseen” (Bruner, 1997, 5).

En esta misma línea, Bruner (1997) dice que una vez que los niños conocen la adición, y saben que la adición se puede repetir distinto número de veces para hacer multiplicaciones, ya saben lo que son las potencias. Así pues, todo lo que hay que determinar es la “base”.

De esta manera, los conocimientos matemáticos deberán ir presentándose progresivamente. En primer lugar de forma manipulativa, después con representaciones icónicas y finalmente de manera simbólica. Así, según Bruner, el conocimiento va de lo concreto a lo abstracto. Una vez los niños conocen los conceptos abstractos, habrá que asegurarse de que tienen todo correctamente entendido y asimilado antes de pasar a otros conocimientos más complejos.

2.3.3. Desarrollo cognitivo de los niños

Para favorecer el aprendizaje en los niños, además de saber cómo se produce, es necesario conocer cómo estos se encuentran cognitivamente en cada momento. Hay que tener en cuenta, pues, que el aprendizaje está íntimamente relacionado con el desarrollo cognitivo del individuo.

Piaget defendía que el niño, conforme va relacionándose con el medio, va construyendo estructuras internas cada vez más complejas. Así, dividía el desarrollo cognitivo en cuatro estadios que iban desde que el niño era un bebé, hasta que con 11-12 años alcanzaba una lógica superior, la abstracta.

- Estadio sensoriomotriz (0-2 años). En esta fase, el niño comienza a adquirir conocimientos lógico-matemáticos a partir de la manipulación de objetos, ya que percibe y experimenta las propiedades de los mismos.
- Estadio preoperatorio (2-6 años). En esta fase aparece la función simbólica. Al final de la misma, el niño conoce los números naturales, comienza a usar las nociones de área y longitud, utiliza la lógica para resolver problemas y es capaz

de relacionar los cambios que se producen en los conjuntos, con operaciones aritméticas de adición y sustracción.

- Estadio de las operaciones concretas (7-11 años). En esta fase el niño desarrolla las operaciones lógicas y la reversibilidad del pensamiento. Adquiere la noción de sistema de numeración y de operaciones con números, además de las nociones de conservación, las nociones espaciales y las temporales.
- Estadio de las operaciones formales (A partir de los 11/12 años). En esta fase se desarrolla el pensamiento abstracto e hipotético. Se domina la estructura de las operaciones formales que permiten movilidad de pensamiento y organización mental.

De esta manera, se debe procurar que el aprendizaje de los niños tenga una continuidad y respete las fases de desarrollo cognitivo en las que cada uno se encuentra. Así, se establecerá un equilibrio intelectual, que permitirá que las estructuras vayan madurando y preparándose para adquirir nuevos conocimientos, cada vez más complejos.

2.3.4. Didáctica actual de las matemáticas

Hoy en día se concibe un aprendizaje constructivista de las matemáticas, siguiendo las ideas de Jean Piaget. El objetivo es alterar los esquemas, adaptándolos según se van asimilando nuevos conceptos. El alumnado ha de relacionar los nuevos conocimientos con los que ya existían e ir avanzando en el aprendizaje de la materia.

Para presentar los conceptos en el aula se siguen los pasos de Bruner. En primer lugar los alumnos han de manipular objetos concretos para ir descubriendo las soluciones a sus problemas, después deben trabajar con dibujos e imágenes y finalmente adquirirán los conceptos abstractos.

Siguiendo a Bruner, también se tiene en cuenta la descomposición de los conocimientos más abstractos y complejos en otros más sencillos que el alumnado ya domina. Estableciendo relaciones entre ellos, se consigue que los alumnos aprendan con mayor facilidad y que este aprendizaje sea significativo.

Además, nuevas ideas van apareciendo en el campo de la Didáctica de las Matemáticas con el objeto de comprender mejor cómo se realiza el aprendizaje en la escuela y cómo puede favorecerse. Dentro de los nuevos conceptos didácticos está comenzando a cobrar especial importancia el de sentido numérico.

2.4. El sentido numérico

2.4.1. ¿Qué es? Definiciones según distintos autores.

En el currículo de Educación Primaria, publicado por Decreto Foral 60/2014, se expone que, para lograr una verdadera alfabetización numérica, no basta con dominar los algoritmos de cálculo escrito, sino que también es necesario actuar con seguridad ante los números y las cantidades. Además, hay que saber utilizarlos siempre que sea necesario e identificar las relaciones básicas que se dan entre ellos.

De esta manera, en la educación matemática de los niños de primaria, es primordial formarles en el uso y las representaciones de los números naturales. El alumnado debe desarrollar maneras diferentes de pensar y de usar los números, es decir, debe adquirir un sentido numérico.

> "El sentido numérico es la comprensión general que tiene una persona sobre los números y operaciones, junto con la capacidad para usar esta comprensión de manera flexible, para emitir juicios matemáticos y desarrollar estrategias útiles para resolver problemas complejos" (Godino, et al., 2009, 118).

Boaler (2015) afirma que las personas con sentido numérico son aquellas que pueden usar los números de manera flexible. Igualmente señala que el desarrollo del sentido numérico es muy importante, ya que incluye una profunda comprensión de los hechos numéricos y de las relaciones de unos números con otros.

El sentido numérico proporciona herramientas para trabajar con los números en cualquier contexto y facilita un establecimiento de relaciones entre los mismos que ayudan a operar de manera más rápida y sencilla. "El sentido numérico es una forma de pensar y de usar los números" (Llinares, 2008, 152).

Según Bruno (2000) la adquisición del sentido numérico favorece un aprendizaje de los números que permite al alumnado ser más reflexivo y crítico, y que no le lleva a actuar siempre siguiendo un método estándar de ejecución.

El National Council of Teachers of Mathematics (1989) señaló cinco componentes que caracterizan el sentido numérico: significado del número, relaciones numéricas, tamaño de los números, operaciones con los números y referentes para los números y cantidades.

2.4.2. Importancia de la adquisición del sentido numérico

El sentido numérico es la base que todo el mundo ha de tener para poder avanzar correctamente en el conocimiento de las matemáticas. Con un sentido numérico bien adquirido, el aprendizaje de las matemáticas se convierte en algo mucho más sencillo y comprensible. Además, el sentido numérico permite vincular los conceptos matemáticos con el día a día de la vida cotidiana.

Por esto, es indispensable desarrollar el sentido numérico en los primeros cursos de Educación Primaria, de manera que éste pueda convertirse en la base de todos los conocimientos matemáticos que vengan después.

> "La expresión sentido numérico se usa principalmente en los primeros niveles escolares como orientación curricular para favorecer el cambio hacia una matemática contextualizada y útil" (Godino, et al., 2009, 118).

Diversos estudios han demostrado que, generalmente, los alumnos que más dificultades encuentran a la hora de resolver problemas numéricos son alumnos que no han desarrollado el sentido numérico, alumnos que están aprendiendo matemáticas siguiendo un camino muy complicado.

De la misma manera, aquel alumnado que resuelve los problemas matemáticos rápidamente y sin complicaciones, lo hace porque tiene desarrollado el sentido numérico y es capaz de establecer relaciones entre los números, convirtiendo operaciones mentales complejas en otras mucho más sencillas.

Así, es importante desarrollar en el alumnado el sentido numérico desde los primeros cursos. Usando y relacionando los números con cuestiones del día a día se podrá llevar a cabo un verdadero aprendizaje de las matemáticas.

El sentido numérico va a hacer que el alumno maneje con fluidez los números. En primer lugar, se trata de que entienda cómo los números pueden componerse y descomponerse, y establezca relaciones entre ellos. Después, una vez haya adquirido confianza, operará con fluidez y entenderá las matemáticas.

Desarrollar el sentido numérico favorecerá la adquisición de un buen cálculo mental, la estimación del tamaño de los números, el reconocimiento de relaciones parte-todo, la comprensión del valor de posición y la resolución de problemas. Por lo tanto, el sentido numérico no es un aspecto más de las matemáticas, sino la base que favorecerá el aprendizaje de todos los demás conceptos. Bruno (2000) afirma que el estudio del sentido numérico debe impregnar la enseñanza general de las matemáticas, adquiriendo especial importancia cuando los números aparecen en contextos distintos a los puramente numéricos.

Por todo esto, construir en la base de la enseñanza matemática un buen sentido numérico, ayudará en todos los aspectos al alumno y será el principio de un verdadero aprendizaje matemático útil y dotado de sentido.

> "El sentido numérico permite a los alumnos tomar decisiones concernientes a las relaciones entre los números, lo que les proporciona razones válidas para sus decisiones" (Llinares, 2008, 153).

2.5. Conceptos matemáticos que van a ser tratados

2.5.1. Los números naturales

El concepto matemático que vertebra este trabajo es el de número natural. Los números son imprescindibles para la vida cotidiana, por eso son lo primero que se enseña en la asignatura de matemáticas en la etapa de Educación Primaria.

Cantero (2011) afirma que la importancia de la adquisición del concepto de número en la Educación Primaria reside en el desarrollo de una competencia matemática que permita posteriormente la transferencia de las actividades de recuento y ordenación a las actividades de la vida cotidiana.

> "En las actividades cotidianas de los seres humanos aparecen implicados frecuentemente los números y las operaciones entre ellos. Los números permiten codificar, tratar y trasmitir información de manera fácil y concisa." (Castro, 2008, 123).

El currículo de Educación Primaria señala una serie de contenidos en relación con el número natural que deben haber sido adquiridos al finalizar el primer curso.

Tabla 1. Contenidos con relación a los números naturales, primer curso de Educación Primaria. (Decreto Foral 60/2014)

CURSO	CONTENIDOS
Primero de primaria	BLOQUE 2. NÚMEROS Números naturales: - Orden numérico. Utilización de los diez primeros números naturales. - Comparación de números. - Nombre y grafía de los números hasta el noventa y nueve. - Estimación de resultados. - Comprobación de resultados mediante estrategias aritméticas. - Ordenación de números de la primera centena.

Entre otros usos, los números nos sirven para contar los elementos de un conjunto. En matemáticas, un conjunto es cualquier colección de cosas; cada una de estas "cosas" del conjunto es un elemento del mismo.

Dados dos conjuntos A y B, una aplicación de A en B es una regla que asigna a cada elemento de A uno de B. Si cada elemento de A se empareja con uno solo de B y viceversa, se dice que la aplicación es biyectiva. Cuando se da una aplicación biyectiva, entre dos conjuntos, se dice que esos dos conjuntos son coordinables. En el conjunto formado por todos los conjuntos finitos, se establece la relación de equivalencia "ser coordinable con" ya que se cumplen las siguientes propiedades:

- Reflexiva: Cualquier conjunto finito es coordinable consigo mismo.
- Simétrica: Siempre que un conjunto es coordinable con otro, este es coordinable con el primero.
- Transitiva: Si un conjunto es coordinable con otro y este a su vez con un tercero, entonces el primero es coordinable con el tercero.

De esta manera, el conjunto formado por todas las colecciones finitas de objetos queda dividido en clases de equivalencia, en cada una de las cuales quedan todos los conjuntos coordinables entre sí. Así, la clase de equivalencia formada por el conjunto vacío se denota 0. La clase de equivalencia formada por los conjuntos unitarios se denota 1. La clase de equivalencia formada por los conjuntos binarios se denota 2.

Al final, el conjunto cociente proporcionado por esta clase de equivalencia es el conjunto {0, 1, 2,…} = N. Este sería el llamado conjunto de los números naturales.

Estos números naturales, además de para el recuento, se usan con diferentes objetivos y de maneras distintas:

- Secuencia verbal: Los números son recitados en su orden habitual, sin referirlos a nada (uno, dos, tres…).
- Cardinal: Este significado del número se utiliza al señalar el tamaño de un conjunto.
- Medida: Se pueden utilizar los números naturales para establecer el resultado de una medida, como puede ser la longitud. Este uso requerirá la introducción más adelante de los números decimales.

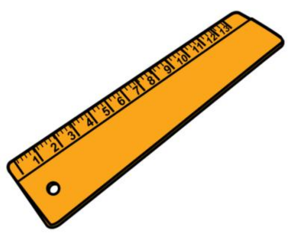


Figura 1. El número como medida

- Ordinal: Los números se asocian con los elementos de un conjunto con el fin de ordenarlos linealmente.
- Código: Los números se utilizan para clasificar o diferenciar elementos de un conjunto.

Figura 2. El número como código

2.5.2. El sistema de numeración

En nuestra sociedad contamos con un sistema de numeración decimal. Una vez que hemos automatizado su uso, nos da la impresión de que es algo sencillo y fácil de utilizar. Sin embargo, son muchas las dificultades que puede conllevar su aprendizaje en la escuela. Por esto, es necesario enseñárselo al alumnado durante el primer curso de Educación Primaria, poniendo atención a cómo se hace.

> "El sistema de numeración decimal es un conjunto finito de signos, reglas y convenios que permiten representar la serie infinita de los números naturales" (Castro, 2008, 138).

Tabla 2. Contenidos con relación al sistema de numeración decimal, primer curso de Educación Primaria. (Decreto Foral 60/2014)

CURSO	CONTENIDOS
Primero de primaria	**BLOQUE 2. NÚMEROS.** *Números naturales:* - Nombre y grafía de los números hasta el noventa y nueve. - Ordenación de números de la primera centena. *Operaciones:* - Operaciones con números naturales: adición, sustracción. *Cálculo:* - Descomposición de forma aditiva. - Utilización de los algoritmos estándar de suma y resta. Automatización de los algoritmos

Los sistemas de numeración tienen fijado un número que constituye la base del sistema. En nuestro caso, la base del sistema es el diez. Para facilitar el uso de los números y su recuento, se realizan agrupamientos simples en los que cada grupo tiene diez elementos (o en otro caso, el número de la base del sistema de numeración). Cuando el número de elementos o de grupos es superior a diez, se realiza otro agrupamiento. Cada nuevo grupo contendrá diez de los grupos anteriores. Cada vez que los grupos superen en número a la base se volverán a crear grupos de mayor orden.

En nuestro sistema de numeración decimal existen diez signos para representar los números: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Teniendo en cuenta todo esto, aparece el valor de posición.

> "Según la idea de valor de posición, las cifras representan unidades, decenas, centenas, etc. según el lugar que ocupan empezando a contar desde la izquierda" (Castro, 2008, 140).

Cuando no hay potencias entre medio, se colocan ceros.

Castro (2008) establece seis supuestos del sistema de numeración decimal:

- Base: La base de este sistema es diez
- Unidades de orden superior: Cada diez unidades de un orden forman una unidad de orden inmediato superior.
- Multiplicadores: Hay diez cifras que actúan como multiplicadores de las potencias de la base.
- Valor de posición: Las unidades de orden superior se representan por posiciones ordenadas en orden ascendente de derecha a izquierda.
- Valor relativo: Cada cifra de un número tiene un valor relativo según la posición que ocupe.
- El valor de un número es la suma de los productos de las cifras por el valor de posición que tienen.

2.5.3. Adición y sustracción

Una vez conocidos los números naturales y el sistema de numeración decimal, los alumnos han de conocer las operaciones básicas, la de adición y la de sustracción. Estas operaciones les van a permitir actuar en su vida cotidiana y comprender mejor la realidad que les rodea.

> "Con las operaciones aritméticas no sólo se describe la realidad circundante sino que se actúa sobre ella, transformándola" (Maza, 2008, 177).

De esta manera, las operaciones de adición y sustracción van a favorecer que el alumnado transforme la realidad y se sienta menos ajeno a su día a día, más protagonista de su vida.

> "Las operaciones aritméticas remiten a una acción transformadora en la que dos situaciones interactúan para dar lugar a una nueva situación que, de nuevo, se describe numéricamente" (Maza, 2008, 177).

Tabla 3. Contenidos con relación a la adición y la sustracción, primer ciclo de Educación Primaria. (Decreto Foral 60/2014)

CURSO	CONTENIDOS
Primero de primaria	**BLOQUE 2. NÚMEROS.** *Operaciones:* - Operaciones con números naturales: adición, sustracción. - Propiedad conmutativa de la suma utilizando números naturales. *Cálculo:* - Utilización de los algoritmos estándar de suma y resta. Automatización de los algoritmos. - Descomposición de forma aditiva.

La adición y la sustracción son dos operaciones relacionadas entre sí. Sumar significa añadir algún elemento a un conjunto, o bien unir dos conjuntos. La sustracción, por el contrario, trata de hallar un sumando de la adición teniendo otro sumando y el resultado. Esta operación consiste en apartar, separar o extraer algún elemento de un conjunto.

Para realizar estas dos operaciones, utilizamos los algoritmos de la suma y de la resta. Gómez (1988) define algoritmo como una serie finita de reglas a aplicar en un determinado orden a un número finito de datos, para llegar con certeza (es decir, sin indeterminación ni ambigüedad) en un número finito de etapas a cierto resultado, y esto para cualquier colección de datos.

No hay un único algoritmo válido, pero sí que hay un algoritmo extendido y comúnmente utilizado para la suma y otro para la resta. Para llevar a cabo el algoritmo, los números se colocan verticalmente, justificados a la derecha. Una vez justificados se realiza la adición o la sustracción de derecha a izquierda, desde las unidades hasta las cifras de mayor orden.

Cuando, en la adición, una de las sumas de un valor posicional supera el número diez, se siguen las normas del sistema de numeración decimal, se forma una unidad de orden superior y las que no llegan a formar otra agrupación de diez se dejan como unidades de ese valor en el que nos encontrábamos.

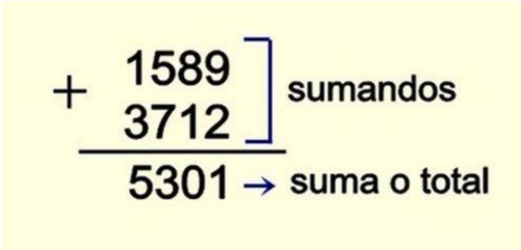


Figura 3. Algoritmo de la suma

En la sustracción llamamos minuendo al número del que se va a restar y sustraendo al número que va a ser restado del minuendo. Cuando sucede que en el sustraendo aparecen cifras mayores que en el minuendo, se emplean una serie de estrategias numéricas. Para ello, quitamos al minuendo una unidad del orden inmediatamente superior y se la añadimos como diez unidades a la cifra del orden que estamos restando en ese momento. De esta manera, será posible llevar a cabo la operación y no modificaremos ninguno de los dos números.

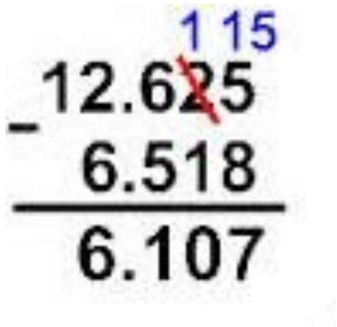


Figura 4. Algoritmo de la resta

Tanto la adición como la sustracción cumplen una serie de propiedades que el alumnado debe conocer para poder operar con ellas correctamente y de manera más sencilla.

Propiedades de la suma:

- Conmutativa: a + b = b + a para todos los números naturales
- Asociativa: (a + b) + c = a + (b + c) para todos los números naturales
- Elemento neutro: El número natural 0 verifica que a + 0 = a para todos los números naturales.

La resta no es conmutativa ni asociativa, sólo verifica la propiedad del elemento neutro siempre y cuando el 0 actúe como sustraendo.

3. EL SENTIDO NUMÉRICO EN LA ESCUELA

3.1. Cómo trabajar el sentido numérico en el aula

Para desarrollar el sentido numérico y convertirlo en una sólida base del aprendizaje de las matemáticas, es necesario fomentarlo desde que comienza la escolarización. Sin embargo, en la mayoría de las escuelas no se potencia ni se trabaja, razón por la que los alumnos no lo tienen suficientemente desarrollado.

Martínez y Sánchez (2013) defienden que en la escuela se enseña a hacer cuentas, pero no a calcular y, como consecuencia, no se desarrollan las destrezas innatas de cálculo que tenemos los seres humanos, sino que sólo se aprenden instrucciones de memoria.

Para comenzar a introducir el sentido numérico en la escuela, hay que tener en cuenta que éste no se debe trabajar como una sección aislada dentro del currículo de matemáticas. Al contrario, es necesario trabajar los contenidos que aparecen en el currículo de manera relacionada, contextualizada, dándoles sentido y favoreciendo el desarrollo en paralelo tanto de los conceptos matemáticos, como del sentido numérico.

> "El sentido numérico se concibe como una forma de pensar, por consiguiente no es una lección en el currículo de las matemáticas de Primaria, sino una manera de aproximarse al trabajo con números en el aula" (Llinares, 2008, 152).

El sentido numérico, por lo tanto, deberá ser una constante en la clase de matemáticas, encontrándose detrás de todos los conocimientos que los alumnos van adquiriendo. Construir el aprendizaje sobre una sólida base matemática dará al alumnado la oportunidad de avanzar en el conocimiento y alcanzar altos niveles con mayor facilidad.

Si en la clase de matemáticas se trabajan los números relacionándolos entre sí, introduciéndolos en el día a día, jugando con ellos, usándolos en diferentes contextos y descomponiéndolos de maneras distintas, no sólo se favorecerá el desarrollo del sentido numérico, sino que también se propiciará un aprendizaje significativo de todos los contenidos establecidos en el currículo.

Por lo tanto, se trata de establecer una serie de actividades y materiales en el aula que doten de sentido a los conceptos matemáticos que el alumno va trabajando. Encontrarles una utilidad ayudará al alumnado a comprender la importancia de llevar a cabo un buen aprendizaje y propiciará una actitud más positiva ante la asignatura de matemáticas en el aula.

3.2. El sentido numérico en el currículo de Educación Primaria

Si, como ya ha sido dicho, el sentido numérico ha de trabajarse relacionando, contextualizando y profundizando los contenidos que aparecen en el currículo, éste debe estar estructurado de manera que potencie dichas relaciones.

Sin embargo, al analizar el Currículo de Educación Primaria, publicado en el Decreto Foral 60/2014, se observa que cada contenido de aprendizaje se encuentra totalmente aislado y organizado en bloques separados.

El bloque número dos es el que corresponde a los números. Este bloque coloca por un lado los números naturales, por otro las operaciones y por otro el cálculo, por lo que fomenta el trabajo por separado de la comprensión de estos tres aspectos.

Teniendo en cuenta que mediante el aprendizaje y la comprensión de las operaciones se pretende favorecer un cálculo más fluido y sin errores, no se puede entender que estos dos aspectos aparezcan separados en el currículo.

Esta organización de los contenidos matemáticos sigue favoreciendo una enseñanza descontextualizada de los algoritmos, que se lleva a cabo en el aula mediante la práctica continuada y mecanizada de operaciones aisladas y sin ninguna otra finalidad.

No obstante, que el currículo en Navarra no esté organizado de manera que favorezca el desarrollo del sentido numérico, no quiere decir que este desarrollo no sea posible. Si estudiamos el currículo de matemáticas de Singapur, publicado el año 2013, podemos observar una estructura que relaciona todos los contenidos y contextualiza cada apartado.

Al igual que el currículo de Navarra, el currículo de Singapur presenta un bloque de números, pero no hace una separación entre las operaciones y el cálculo dentro de este bloque, sino que los presenta ordenados conjuntamente, de manera que se favorezca un proceso continuo de aprendizaje. En primer lugar establece la comprensión de los conceptos de adición y sustracción. Una vez comprendidos, señala que se deben realizar sumas y restas sencillas mediante diferentes estrategias. Finalmente, introduce los algoritmos de la suma y la resta.

Además, el currículo de Singapur expone que es importante que los estudiantes consoliden y profundicen su aprendizaje mediante tareas que les ayuden a reflexionar y a establecer relaciones entre sus ideas matemáticas y entre las matemáticas y otras asignaturas.

Presentando el currículo de esta manera, se favorece una enseñanza de las matemáticas en las aulas que potencia un aprendizaje contextualizado y propicia el establecimiento de relaciones entre los contenidos de la asignatura y, en consecuencia, el desarrollo del sentido numérico.

3.3. Fluidez matemática frente a memorización

Uno de los aspectos que acompaña al sentido numérico es el de la fluidez a la hora de resolver cuestiones matemáticas. Cuando una persona tiene desarrollado el sentido numérico, trabaja de manera fluida ya que tiene muchas estrategias y operaciones interiorizadas de forma significativa que le facilitan el cálculo de operaciones más complejas.

En gran parte de las escuelas, sin embargo, lo que se potencia en la asignatura de matemáticas es la rapidez mediante la práctica repetitiva de mecanismos automatizados no siempre bien comprendidos. Para ello, los alumnos son obligados a aprender de memoria una serie de resultados matemáticos, como las tablas de multiplicar.

Durante mucho tiempo se ha creído que las personas que mayor manejo de las matemáticas tenían eran aquellas que resolvían las cuestiones antes que el resto. Por esto mismo, las clases se basaban en la repetición de ejercicios y problemas hasta conseguir que la persona automatizara los mecanismos, memorizara resultados y adquiriera velocidad.

No obstante, la memoria tiene limitaciones, puede conllevar a errores y no es infinita. Muchas de las dificultades que surgen en clase de matemáticas son debidas a la importancia que se concede a la memorización y automatización. Es necesario tener en cuenta que habrá alumnos que tengan mayor facilidad para memorizar y que terminen antes las tareas, pero esto no quiere decir que posean mayor habilidad para trabajar las matemáticas.

Existe la idea general de que ser rápido es la esencia de las matemáticas cuando, en realidad, muchas veces, los mejores en matemáticas son los que más despacio operan, ya que lo hacen de manera reflexiva y cuidada.

Algunos estudiantes pueden tener mayor capacidad para comprender y trabajar las matemáticas, que para memorizar. No obstante, al sentirse incapaces de aprender de memoria determinados resultados matemáticos y terminar siempre los últimos la mayoría de las actividades, comienzan a pensar que tienen dificultades en este área del conocimiento.

El currículo de matemáticas de Singapur, publicado en el año 2013, expone que no todos los alumnos tienen los mismos intereses y habilidades para aprender matemáticas, por lo que es importante que se ofrezcan diferentes caminos y elecciones para favorecer el potencial de cada alumno.

Por todo esto, es importante no potenciar ni la memorización, ni la velocidad, al enseñar matemáticas a los niños. Por el contrario, habría que focalizar especialmente en la comprensión y la reflexión de los conceptos matemáticos que son presentados en el aula.

Además, en muchas ocasiones, exigir rapidez en los trabajos de matemáticas crea ansiedad en el alumnado, despertando sentimientos negativos hacia esta materia y propiciando el fracaso de muchos estudiantes. Es considerable el número de alumnos que encuentran las matemáticas complicadas, estresantes y poco estimulantes, pensamiento que no tiene consecuencias positivas en su aprendizaje.

Boaler (2014) afirma que el estrés provoca que la mente se quede en blanco y afecta, sobre todo, a los estudiantes que mayor potencial tienen para alcanzar altos niveles de conocimiento matemático. De la misma manera, añade que esto les hace cuestionarse su habilidad matemática y en muchos casos desarrollar rechazo hacia las mismas.

Esta rapidez y memorización exigidas en las aulas no tienen nada que ver con la adquisición del sentido numérico. Cuando se trabaja el sentido numérico, se habla de desarrollar fluidez en el trabajo con números y adquirir cierta automatización, pero de una forma totalmente distinta. Si los alumnos trabajan las matemáticas sin la presión de terminar todo cuanto antes, irán adquiriendo una fluidez que curiosamente les ayudará a resolver las cuestiones en menos tiempo, irán automatizando métodos sin ser conscientes de ello y, lo que es más importante, irán desarrollando el sentido numérico.

> "El aprendizaje es un proceso que conlleva tiempo, y no puede ser acelerado con métodos que potencien la velocidad por encima de la comprensión" (Boaler, 2014, 473).

La velocidad y fluidez a la hora de trabajar matemáticas aparecen cuando el alumno ha desarrollado el sentido numérico y se siente seguro porque comprende lo que hace.

3.4. ¿Facilidad o sentido numérico?

Es una creencia ampliamente aceptada que en toda aula hay alumnos con facilidad para las matemáticas y otros a los que les resultan más complicadas. Sin embargo, no existen personas matemáticas, al contrario, todo el mundo puede llegar a alcanzar altos niveles siguiendo el camino adecuado. La clave está en entender las matemáticas y dotarlas de sentido. Una vez logrado esto, todos tenemos la capacidad de obtener grandes resultados.

El cerebro es un órgano flexible, posee la capacidad de crecer y cambiar. Se pueden crear nuevas conexiones entre los conocimientos y potenciar, mediante el aprendizaje, las habilidades de una persona.

> “Diversos estudios reflejan la plasticidad del cerebro y la habilidad de los estudiantes para desarrollar la inteligencia a través del duro trabajo y los retos” (Boaler, 2013, 145).

Esta es la razón por la que todos los alumnos pueden alcanzar altos niveles de matemáticas, a pesar de que algunos las encuentren más fáciles que otros y tengan menos dificultades para trabajar con ellas.

Gray y Tall (1994) llevaron a cabo un estudio en la Universidad de Warwick en el que demostraron que la razón por la que algunas personas tienen éxito en matemáticas y muchas fracasan es porque, quienes alcanzan los mejores resultados, llevan a cabo su aprendizaje matemático de una forma diferente y más sencilla que los que alcanzan bajos resultados. De esta manera, el estudio mostró que los alumnos con mejores resultados usaban el sentido numérico para resolver las cuestiones matemáticas. Sin embargo, aquellos con los resultados más bajos, no lo tenían desarrollado y, por lo tanto, recurrían a la memorización y automatización de diversos mecanismos para resolverlas.

Si las matemáticas tratan de memorización, de rapidez y capacidad, entonces no todo el alumnado va a obtener resultados satisfactorios. Todo lo contrario, muchos se quedarán por el camino y presentarán problemas de comprensión que arrastrarán a lo largo de toda la Educación Primaria. Sin embargo, si las matemáticas tratan de construir un sentido numérico gracias al cual cada alumno va a poder seguir su propio camino, comprendiendo qué es lo que hace, por qué lo hace y eligiendo cómo lo hace, entonces todos los alumnos podrán alcanzar altos niveles matemáticos.

Siguiendo el camino correcto y ofreciendo las oportunidades adecuadas, ninguna distinción de facilidad o capacidad en el aula marcará diferencia a la hora de obtener altos resultados matemáticos.

3.5. Trabajo habitual de matemáticas en las aulas de educación primaria

Si la adquisición del sentido numérico favorece en gran manera el aprendizaje y la comprensión de las matemáticas, entonces puede surgir la pregunta de por qué el trabajo habitual en el aula se encamina hacia otros aspectos.

En primer lugar, cabe destacar la importancia concedida por parte de los colegios al currículo de Educación Primaria y a la adquisición de los objetivos y contenidos que en éste están incluidos. Como ya ha sido dicho anteriormente, el sentido numérico no aparece explícito en el currículo, sino que es algo que debería tratarse de manera transversal durante la clase y, lamentablemente, en muchos casos, si algo no aparece en el currículo, no tiene cabida en las aulas.

Además, es difícil desligarse de una educación matemática basada en la repetición y la memorización. No es sencillo dejar atrás una forma de impartir clase que ha venido acompañando a nuestro sistema educativo durante mucho tiempo. Por esto mismo, no sólo los profesores no tienen en cuenta el desarrollo del sentido numérico en las aulas, sino que los libros de texto continúan siendo impresos con los mismos ejercicios repetitivos, que hacen que el alumnado adquiera su conocimiento matemático mediante la memorización de datos y la automatización de métodos y procesos.

Por otro lado, sigue estando ampliamente extendida la creencia de que hay personas que nacen con una habilidad innata para el aprendizaje de las matemáticas y otras que presentan una inhabilidad que les imposibilitará avanzar en el dominio de esta materia. De esta manera, numerosos alumnos siguen siendo juzgados desde el principio como incapaces de obtener altos resultados y, como consecuencia, terminan la escolarización obligatoria con muy bajos niveles matemáticos.

Finalmente, la realidad es que algunos profesores continúan focalizando su atención en la memorización de datos y en la rapidez a la hora de aplicar los algoritmos, en lugar de centrarse en la comprensión, reflexión y profundidad de los contenidos matemáticos.

Por todo esto, el sentido numérico todavía se encuentra muy lejos de las aulas y la educación matemática continúa estancada en el mismo punto en el que estaba hace ya muchos años.

4. PROPUESTA DIDÁCTICA

A continuación, presentamos una serie de actividades y materiales cuyo objetivo es favorecer el aprendizaje de los contenidos presentes en el currículo de matemáticas de primer curso de Educación Primaria, a la vez que se desarrolla el sentido numérico. De esta manera, se construirá una base matemática sólida que acompañará al alumnado durante todo su estudio de esta materia.

La siguiente propuesta no pretende funcionar como unidad didáctica, ya que el sentido numérico no es un concepto del currículo que deba tratarse durante un tiempo determinado, sino que debe acompañar toda la enseñanza de los aspectos matemáticos en el aula.

Debido a esto, las actividades se podrán plantear en el orden y momento que el profesor considere más adecuado. Su puesta en práctica dependerá de cómo sea el alumnado, sus facilidades y ritmos de trabajo. Además, siguiendo la línea de trabajo aquí propuesta, se podrán ir añadiendo actividades o materiales que se adapten mejor a las características de cada aula.

A la hora de poner en práctica las actividades, es recomendable seguir la teoría de Bruner, ya explicada anteriormente, según la cual para el aprendizaje de los conceptos matemáticos se han de seguir tres fases, la manipulativa, la icónica y la simbólica. Esta manera de presentar los contenidos también contribuye a desarrollar el sentido numérico, ya que sigue un orden adecuado para que los niños puedan hacerse dueños de su propio aprendizaje y construir sus conocimientos de manera significativa.

Por esto mismo, las actividades planteadas al principio de cada apartado siempre son manipulativas, utilizando diferentes materiales y, conforme se va avanzando, aparecen actividades más abstractas y simbólicas.

De esta manera, teniendo esta propuesta como guía para plantear el aprendizaje de los números en el aula y llevando a la práctica tanto las actividades planteadas como otras parecidas, se potenciará un aprendizaje de los contenidos del currículo y un desarrollo del sentido numérico. Esto posibilitará que el alumnado pase a segundo de primaria con una sólida base matemática y la capacidad de seguir aumentando sus conocimientos.

4.1. Contenidos contemplados en la propuesta

Las actividades presentadas en esta propuesta están planteadas para llevarlas a cabo a lo largo del primer curso de Educación Primaria. En ellas se trabajan todos los contenidos del segundo bloque (bloque de números) y algunos del primero (bloque de procesos, métodos y actitudes en matemáticas). Los contenidos que aquí se plantean aparecen en el Decreto Foral 60/2014.

Tabla 4. Contenidos

BLOQUE 1. PROCESOS, MÉTODOS Y ACTITUDES EN MATEMÁTICAS.	**BLOQUE 2. NÚMEROS.**
- Estrategias y procedimientos puestos en práctica: hacer un dibujo, una tabla, un esquema de la situación, ensayo y error razonado, operaciones matemáticas adecuadas, etc. - Planteamiento de pequeñas investigaciones en contextos numéricos, geométricos y funcionales. - Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.	*Números naturales:* - Orden numérico. Utilización de los diez primeros números ordinales. Comparación de números. - Nombre y grafía de los números hasta el noventa y nueve. - Estimación de resultados. - Comprobación de resultados mediante estrategias aritméticas. - Ordenación de números de la primera centena. *Operaciones:* - Operaciones con números naturales: adición, sustracción, iniciación a la multiplicación y al reparto. - La multiplicación como suma de sumandos iguales y viceversa. - Propiedad conmutativa de la suma utilizando números naturales. - Resolución de problemas de la vida cotidiana. *Cálculo:* - Utilización de los algoritmos estándar de suma y resta. Automatización de los algoritmos. - Descomposición de forma aditiva. - Construcción de series ascendentes y descendentes. - Iniciación en la construcción de las tablas de multiplicar.

Aunque en el currículo se hace distinción entre números naturales, operaciones y cálculo, en las actividades y materiales que se proponen a continuación, estos tres aspectos se trabajan simultáneamente, por las razones esgrimidas anteriormente. Al finalizar la propuesta habrán sido tratados todos ellos, pero pensamos que la mejor forma de potenciar el desarrollo del sentido numérico es relacionando conceptos.

No obstante, la propuesta ha sido divida en cuatro apartados que engloban todo el aprendizaje. Estos apartados marcan el orden que debe seguirse para que el alumnado vaya construyendo su conocimiento de los números y éste adquiera sentido. Los cuatro apartados son: aprendizaje del número y sus relaciones, el sistema de numeración decimal, algoritmos de suma y resta e iniciación a la multiplicación.

4.2. Desarrollo de la propuesta

4.2.1. Aprendizaje del número y sus relaciones

Cuando los niños llegan a Primaria, ya saben algo sobre los números: sus nombres, su escritura, y conocen la secuencia numérica. Siguiendo las ideas del conocimiento lógico-matemático de Piaget, estos niños ya habrán trabajado las nociones de clasificación y seriación, pero deben seguir adquiriendo la de numeración, de manera que puedan construir completamente el concepto de número. Para interiorizar este concepto van a tener que observar todos sus usos y sus descomposiciones. Una vez trabajados los números en diversos contextos y de diferentes formas, será cuando construyan el concepto abstracto que les ayudará a seguir avanzando en el aprendizaje de las matemáticas.

Como los alumnos llegan a primaria habiendo trabajado ya los números tanto manipulativamente, como icónica y simbólicamente, no es necesario que se comience a trabajar todo desde el principio. Sin embargo, sí que conviene trabajar los números desde una perspectiva más abstracta y conseguir que sean capaces de observar las relaciones entre ellos.

- PRIMERA FASE DE ACTIVIDADES: Etapa manipulativa

NUMICON SHAPES

Numicon Shapes es un material que se puede utilizar en el aula para ayudar al niño a comprender aspectos de la descomposición de los números y propiciar una primera toma de contacto con un cálculo muy básico. Además, favorecerá la observación de ciertas características del número que ayudarán al niño a completar el concepto.

Numicon Shapes consta de diez piezas, cada una de las cuales representa un número natural, del uno al diez. Son de diferentes colores y tamaños. Su número de agujeros crece con el número que representan.

Figura 5. Numicon shapes

El Numicon Shapes ofrece una visión del número según un modelo discreto. Su número de agujeros se puede contar y responde a la pregunta de “cuántos hay”. Este modelo de representación del número es el que mejor comprenden los niños y el que han trabajado en Educación Infantil.

Estas piezas también ofrecen una clara visión de cómo se puede formar un número uniendo otros más pequeños y cómo se puede descomponer. Además, al tener cada una un determinado número de agujeros, se facilita la comprensión de que representan números diferentes. De hecho, los agujeros no sólo ayudan a entender el número que cada pieza representa, sino también a entender que cada pieza está formada por una unidad más que la anterior.

Otro de los conceptos que puede ser introducido con este material es el de número par e impar. Este aspecto no aparece en ningún lugar del currículo, pero los niños han de aprenderlo en algún momento. El hecho de que los agujeros estén dispuestos de dos en dos ayudará al alumno a diferenciar los números pares e impares y, sin necesidad de memorizar ninguna regla, se aprenderá de qué tipo es cada número.

REGLETAS CUISENAIRE

Otro material que se puede utilizar en el aula para favorecer el aprendizaje del concepto de número son las Regletas Cuisenaire. Las Regletas Cuiseaire, al igual que el Numicon Shapes, favorecen el aprendizaje de la descomposición de los números y la adquisición de un cálculo muy básico.

Este material consta de diez regletas de colores diferentes, cada una de las cuales tiene una medida distinta que equivale en centímetros al número que representa.

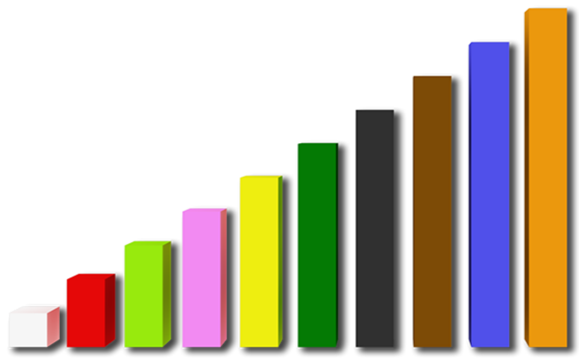


Figura 6. Regletas Cuisinaire

Las regletas ofrecen una visión del número según un modelo continuo. Este modelo de representación puede resultar un poco más complejo para el niño que el discreto, pero añade un nuevo aspecto del concepto de número. En este caso, el número es entendido como una medida de longitud y responde a la pregunta de "cuánto mide algo". Trabajar con los dos materiales, Regletas Cuisenaire y Numicon Shapes, por lo tanto, permitirá al alumnado hacerse a la idea de los diferentes usos del número.

Este material permite al alumnado observar claramente que la serie que va del 1 al 10 es una serie creciente de números.

Cualquiera de estos dos materiales puede servir para introducir en el aula el concepto de número. Sería recomendable realizar actividades tanto con uno, como con otro, ya que los dos se complementan, favorecen la comprensión de los usos del número y amplían el concepto. Para facilitar la comprensión de los niños, convendría comenzar introduciendo el Numicon Shapes, que es más sencillo de entender, y, una vez trabajado, pasar a las Regletas Cuisenaire.

A continuación se presentan tres actividades de tipo manipulativo que se pueden llevar a cabo con ambos materiales.

Actividad. Conociendo piezas

Objetivo: Conocer el nuevo material del aula

Material: Regletas Cuisenaire o Numicon Shapes

Desarrollo: En esta actividad el docente va a introducir el nuevo material en el aula (Regletas Cuisenaire o Numicon Shapes) para que el alumnado vaya familiarizándose con él. Se trabajará en gran grupo, el profesor repartirá a cada alumno las diez piezas de manera desordenada y les pedirá que las ordenen de menor a mayor. Probablemente haya niños que presenten problemas para llevar a cabo esta parte de la actividad, por lo que el docente deberá estar atento para ayudar a quienes lo precisen. Una vez tengan todos las piezas ordenadas sobre la mesa, se propiciará un diálogo que fomente una observación de los detalles más importantes del material que vamos a utilizar. Para ello, el profesor planteará las siguientes preguntas:

- ¿Son todas las piezas iguales?, ¿en qué se diferencian?
- ¿Cuántas piezas tenéis?
- ¿De qué colores son?
- ¿Qué podemos hacer con ellas?
- ¿Qué os parece si las numeramos?

Los alumnos, teniendo las piezas en sus manos, no tendrán dificultad alguna para responder a estas preguntas e incluso añadir más datos. Esta actividad probablemente motive al alumnado, despierte su curiosidad y les haga prestar atención a los aspectos que queremos trabajar con estos materiales.

Actividad. Juego de equivalencias

Objetivo: Establecer equivalencias de tamaños

Contenidos:

- Planteamiento de pequeñas investigaciones en contextos numéricos, geométricos y funcionales.
- Orden numérico. Utilización de los diez primeros números ordinales. Comparación de números.

Material: Primero con Numicon Shapes, después con Regletas Cuisenaire

Desarrollo: Se organizará la clase en grupos de cuatro, de manera que mientras se lleva a cabo la actividad, los niños puedan ir hablando sobre lo que están haciendo, compartiendo opiniones y ayudándose unos a otros. Se les pedirá que, utilizado diferentes piezas, formen dos del mismo tamaño. Para ello tendrán que ir juntando piezas hasta conseguir o bien igualar el tamaño de una de las grandes o bien juntar varias y conseguir dos uniones que tengan el mismo tamaño.

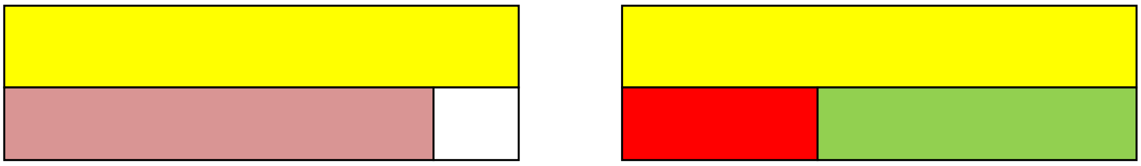


Figura 7. Ejemplo de combinaciones

Puede ser que al principio les resulte más complicado. En ese caso, el docente puede enseñarles una pieza de las grandes y pedirles que busquen dos más pequeñas cuya unión tenga el mismo tamaño que la anterior.

Una vez llevadas a cabo varias agrupaciones, los alumnos irán realizando la actividad más fácilmente e incluso podrán recordar qué uniones de piezas dan lugar a otras de iguales tamaños.

Actividad. Correspondencias

Objetivo: Asociar las piezas al cardinal que les corresponde.

Contenidos:

- Planteamiento de pequeñas investigaciones en contextos numéricos, geométricos y funcionales.
- Orden numérico. Comparación de números.

Material: Primero con Numicon Shapes, más tarde con Regletas Cuisenaire. Además necesitaremos 55 bolas

Desarrollo: Los alumnos se organizarán en grupos de cuatro, así podrán ayudarse mutuamente en el desarrollo de la actividad. Se les pedirá que emparejen cada pieza con el número de bolas que ésta representa. En el caso de que se lleve a cabo con Numicon Shapes, esta actividad será más sencilla ya que cada bola encajará en un agujero de la pieza. Con las regletas se requiere mayor abstracción por lo que, al encontrar más complicaciones, puede que necesiten ayuda.

Una vez hayan emparejado las diez piezas con las bolas, se les pedirá que den un paso más. Deberán unir varias piezas y emparejarlas con el número de bolas que representan.

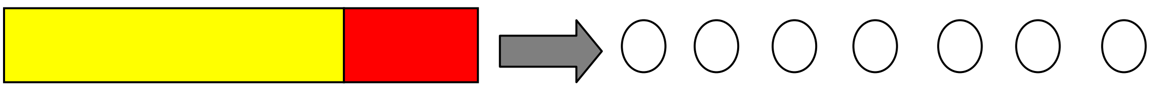


Figura 8. Ejemplo de correspondencia

En el desarrollo de esta actividad no importa que unos grupos vayan más avanzados que otros ya que se les deja libertad para ir haciendo las agrupaciones que quieran. Por eso mismo, se les recordará que lo importante no es hacerlo rápido, sino reflexionar y hacerlo bien.

Actividad. Cada pieza con su número

Objetivo: Reconocer que cada pieza se corresponde con un número natural

Contenidos:

- Planteamiento de pequeñas investigaciones en contextos numéricos, geométricos y funcionales.
- Orden numérico. Comparación de números.
- Nombre y grafía de los números hasta el noventa y nueve.

Material: Regletas Cuisenaire o Numicon Shapes, tarjetas con los números escritos (1-10)

Desarrollo: Esta actividad la llevará a cabo cada alumno de manera individual, sentado en su mesa. Se entregarán diez tarjetas con los diez primeros números naturales escritos en ellas y las diez piezas del material a cada uno. Se les pedirá que emparejen las piezas con las tarjetas del número que cada una representa.

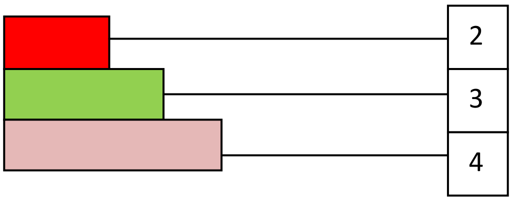


Figura 9. Emparejamiento de regletas con números

Si esta actividad se lleva a cabo después de haber hecho todas las anteriores, es probable que los niños no encuentren problemas al emparejar. No obstante, al tratarse de una actividad individual, puede haber algún alumno que no sea capaz de establecer relación entre las piezas y los números naturales. En este caso, estos alumnos pueden repetir individualmente la actividad anterior, con las bolas, y luego pasar a las tarjetas.

Estas actividades u otras de este tipo, con cualquiera de estos dos materiales, habrán posibilitado que el alumnado comprenda el concepto de número mediante la manipulación de objetos y que observe sus numerosas características. Una vez introducido el tema con los materiales más idóneos ya se puede pasar a trabajar los conceptos en el aula de manera icónica y simbólica.

- SEGUNDA FASE DE ACTIVIDADES: Etapa icónica

El planteamiento de estas actividades en el aula, que pueden ir acompañadas de otras del mismo tipo, va a propiciar que el niño adquiera un concepto de número mucho más abstracto. Con ellas será capaz de establecer relaciones entre los números, componerlos, descomponerlos y comenzar a llevar a cabo operaciones sin ser todavía consciente de ello. De esta manera, se favorecerá el desarrollo del sentido numérico.

Actividad. Reconociendo conjuntos

Objetivo: Comprender que la naturaleza de los elementos de un conjunto no afecta al total

Contenidos:

- Estrategias y procedimientos puestos en práctica: hacer un dibujo, una tabla, un esquema de la situación, ensayo y error razonado, operaciones matemáticas adecuadas, etc.
- Nombre y grafía de los números hasta el noventa y nueve

Materiales: Folio, lápiz

Desarrollo: Los alumnos llevarán a cabo esta actividad de manera individual, sentados cada uno en su mesa. Se les entregará un folio dividido en diez cuadros y se les pedirá que cuenten cuántos hay. En cada cuadro deberán dibujar tantos objetos como número ocupe el mismo (en el primero un objeto, en el segundo dos, en el tercero tres…). No importa qué objetos sean los que dibujen ni en qué disposición los pongan dentro del cuadro. Una vez hayan rellenado todos los cuadros se les dirá que los recorten y se los entreguen en desorden al compañero que va detrás suya en la lista de clase (esto les ayudará a afianzar el orden numérico). Cuando tengan las tarjetas dibujadas por su compañero deberán escribir en cada una cuántos elementos hay. Con esta actividad se espera que los alumnos observen que ni la naturaleza de los elementos ni su distribución afecta al total del conjunto y, por lo tanto, adquieran la noción de conservación de cantidad de la que habla Piaget.

Actividad. ¡Cada oveja con su pareja!

Objetivo: Reconocer números representados por objetos diferentes y distribuidos de distinta manera

Contenidos:

- Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.
- Nombre y grafía de los números hasta el noventa y nueve.

Materiales: Tarjetas con objetos

Desarrollo: Esta actividad se llevará a cabo en gran grupo y los alumnos tendrán libertad para desplazarse por el aula. El profesor contará con una serie de tarjetas en las que aparecen diferentes grupos de objetos. Cada una de ellas representará un número, según la cantidad de objetos que haya en la misma. Habrá siempre dos que representen el mismo número, aunque la colección estará formada por elementos de distinto tipo y distribuidos en la tarjeta de forma diferente.

El profesor entregará una tarjeta a cada alumno, que deberá encontrar al compañero cuya tarjeta represente el mismo número que la suya. Se podrá repetir varias veces, ya que son muchas las posibilidades que pueden tocarle a cada niño.

Con esta actividad los alumnos afianzarán la idea de que el número de una colección no tiene que ver ni con los elementos que la forman ni con la manera en que están organizados. Además, si algún alumno presenta dificultades a la hora de comprender estas ideas, el compañero que le esté buscando para emparejarse le podrá prestar ayuda.

- TERCERA FASE DE ACTIVIDADES: Etapa simbólica

Actividad. ¡Volando cometas!

Objetivos: Reconocer todas las descomposiciones posibles de dos sumandos de los números del 1 al 10.

Contenidos:

- Estrategias y procedimientos puestos en práctica: hacer un dibujo, una tabla, un esquema de la situación, ensayo y error razonado, operaciones matemáticas adecuadas, etc.
- Propiedad conmutativa de la suma utilizando números naturales.
- Descomposición de forma aditiva.

Materiales: Cartulinas, tijeras, pegamento, folios, rotuladores, cuerda, plantillas de cometa.

Desarrollo: Se dividirá la clase en nueve grupos, de manera que queden dos o tres alumnos por grupo. A cada grupo se le entregará uno de los materiales que han aparecido anteriormente, Numicon Shapes o Regletas Cuisinaire, para que puedan apoyarse manipulativamente en caso de necesitarlo. Se repartirá un número a cada grupo, del 2 al 10.

En primer lugar, en un folio, cada grupo deberá descomponer, de todas las maneras posibles, el número que le ha tocado en dos sumandos. Por ejemplo, el número dos se puede descomponer de tres maneras, 2+0, 0+2 y 1+1. Pueden utilizar material manipulativo para apoyarse a la hora de hacer las descomposiciones. Como aquellos que deban descomponer los números más pequeños lo tendrán más fácil que aquellos que deban descomponer los números más grandes, una vez un grupo haya acabado, podrá ir a ayudar a otro que aún se encuentre haciéndolo.

Para hacer hincapié en la propiedad conmutativa de la suma y que vayan siendo conscientes de ella, les pediremos que las parejas de sumandos distintos las pongan dos veces, con las posiciones intercambiadas.

Cuando todos los grupos hayan descompuesto en dos sumandos, de todas las maneras posibles, su número, deberán coger las plantillas que les hemos entregado y copiarlas en la cartulina. La plantilla de la cabeza de la cometa la deberán copiar una vez y la de los lazos tantas veces como parejas de sumandos hayan sacado al descomponer su número. Una vez tengan recortadas las partes de la cometa, deberán escribir en la cabeza el número que les ha tocado y en los lazos las parejas de sumandos que lo forman. Finalmente, montarán la cometa. Cuando estén hechas todas las cometas, el profesor pondrá una cuerda de pared a pared en el aula y de ella se colgarán las nueve.

Con esta actividad se pretende que los alumnos observen las posibilidades de descomposición de los primeros números naturales y puedan estar siempre presentes en el aula, de manera que se pueda favorecer el cálculo mental e ir introduciendo la operación de adición.

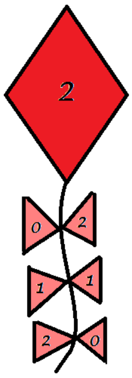


Figura 10. Ejemplo de cometa número 2

Actividad. ¡A colorear!

Objetivos: Distinguir los números representados de distintas maneras

Contenidos:

- Nombre y grafía de los números hasta el noventa y nueve.
- Descomposición de forma aditiva.
- Propiedad conmutativa de la suma utilizando números naturales.

Materiales: Lámina, pinturas

Desarrollo: Esta actividad se llevará a cabo de manera individual, cada uno en su mesa. A cada niño se le entregará una lámina dividida en espacios, cada uno de los cuales representará un número. Algunos espacios contarán con el número escrito, otros con un número determinado de objetos, otros con sumas sencillas de dos o más sumandos... Se les pedirá que todos los espacios en los que esté representado un mismo número los pinten de un mismo color. Al finalizar, si lo han pintado correctamente, les habrá salido un dibujo.

Con esta actividad se pretende que los niños comprendan que un número se puede representar de muchas maneras, pero que no por eso deja de ser el mismo número. Además, llevarla a cabo coloreando resultará motivador e interesante para el alumnado.

Actividad. ¡Hojas de colores!

Objetivos:

- Buscar estrategias de resolución de problemas
- Utilizar los conceptos ya aprendidos en situaciones concretas

Contenidos:

- Planteamiento de pequeñas investigaciones en contextos numéricos, geométricos y funcionales.
- Nombre y grafía de los números hasta el noventa y nueve.
- Resolución de problemas de la vida cotidiana.

Materiales: Folios y pinturas

Desarrollo: Esta actividad se llevará a cabo en gran grupo. En primer lugar, se pedirá a los niños que dibujen un cuadrado en un folio y lo pinten de amarillo o verde, el color que prefieran. Quizás algunos niños no sepan qué es un cuadrado o cómo dibujarlo, por lo que, en caso de ser necesario, el profesor tendrá que dibujar un cuadrado en la pizarra y resaltar sus rasgos característicos.

Cuando tengan todos su cuadrado pintado, se pedirá que levanten la mano, primero quienes lo han pintado de verde y después quienes lo han pintado de amarillo. Cuando tengan las manos levantadas contaremos en alto, todos juntos, cuántos cuadrados hay en total de cada color. Una vez sabido este dato, el profesor hará preguntas en voz alta para que los alumnos vayan pensándolas juntos, reflexionando y contestando de manera justificada.

Preguntas:

- ¿De qué color hay más cuadrados?
- ¿Cómo lo sabes?
- ¿Cuántos cuadrados verdes/amarillos hay de más?
- ¿Cuántos cuadrados verdes/amarillos hay de menos?
- ¿Cómo lo sabes?
- ¿Cuántos cuadrados verdes/amarillos más tenemos que hacer para igualar el número?

Es posible que algunos alumnos no sepan responder a las cuestiones sin utilizar ningún material manipulativo. En este caso el profesor puede poner a su disposición algún material para que se les haga más fácil averiguar la respuesta. Además, en el caso de que siempre respondan los mismos, deberá dejar de hacer preguntas abiertas para dirigirlas a determinados alumnos en concreto, a los que ayudará con pistas y materiales si presentan dificultades para contestar.

Actividad. ¿Cuántos he escondido?

Objetivos: Descubrir un sumando conociendo otro sumando y el resultado.

Contenidos:

- Estrategias y procedimientos puestos en práctica: hacer un dibujo, una tabla, un esquema de la situación, ensayo y error razonado, operaciones matemáticas adecuadas, etc.
- Operaciones con números naturales: adición, sustracción, iniciación a la multiplicación y al reparto.
- Propiedad conmutativa de la suma utilizando números naturales.
- Descomposición de forma aditiva.

Materiales: Un cubo y varias bolas (para cada pareja)

Desarrollo: Para el desarrollo de esta actividad los niños trabajarán en parejas, cada una de las cuales contará con un cubo y varias bolas. En cada turno podrán coger un distinto número de bolas. Uno de los alumnos esconderá algunas de ellas dentro del cubo y dejará otras fuera. Viendo las que quedan fuera, su compañero deberá deducir cuántas ha escondido.

En esta actividad no importa la velocidad que lleven. Se les puede decir que dispongan del tiempo necesario para pensar y, aquel que lo necesite, se apoye en material manipulativo para resolver las cuestiones.

Como esta actividad no requiere supervisión constante, el profesor puede aprovechar para observar a las parejas que presenten más dificultades y ayudarles, dándoles estrategias de resolución.

Con todas estas actividades, el alumnado habrá ido construyendo el concepto de número, estableciendo relaciones entre los primeros números naturales y realizando operaciones sin ser consciente de ello.

4.2.2. Sistema de numeración decimal

Una vez que los niños manejan los números con cierta soltura, saben actuar sobre ellos y son capaces de componerlos y descomponerlos para dar lugar a otros diferentes, es la hora de que comprendan el sistema de numeración decimal. Hasta este momento, todo el trabajo con números lo han hecho con unidades, por lo que tienen que aprender que, en nuestro sistema de numeración, las cifras tienen diferente valor según la posición que ocupen.

- PRIMERA FASE DE ACTIVIDADES: Etapa manipulativa

PAJITAS

Uno de los materiales que sirve para introducir, de manera sencilla, el sistema de numeración decimal en el aula son las pajitas.

Actividad. ¡Agrupando!

Objetivos:

- Realizar agrupamientos simples de unidades
- Reconocer el número de unidades observando los agrupamientos realizados

Contenidos:

- Nombre y grafía de los números hasta el noventa y nueve.
- Planteamiento de pequeñas investigaciones en contextos numéricos, geométricos y funcionales.

Material: Pajitas

Desarrollo: Esta actividad se realizará en gran grupo. Para llevarla a cabo, se repartirá a cada alumno un número de pajitas múltiplo de diez, se le pedirá que primero las cuente, después las agrupe en grupos de diez y finalmente cuente cuántos grupos le han salido. Cada alumno tendrá que compartir sus dos respuestas con el resto de la clase y el profesor las irá anotando en la pizarra.

Cuando estén todas las respuestas en la pizarra se puede suscitar un pequeño diálogo, invitando al alumno a sacar conclusiones de lo observado. Probablemente se habrán dado cuenta de que hay una relación entre el número total de pajitas y el número de grupos de diez que después se han formado. Estas reflexiones pueden ser constructivas y muy valiosas si se comparten en este momento y se deja al alumno pensar y hablar con total libertad.

Después de este pequeño diálogo, se les volverá a repartir un número de pajitas múltiplo de diez y se les pedirá que vuelvan a hacer grupos, como la vez anterior, pero esta vez sin contar previamente cuántas pajitas les han sido dadas. Una vez hechos los grupos se les pedirá que, contando cuántos les han salido, digan cuántas pajitas les habían repartido.

Con esta actividad se pretende que el alumno comience a establecer relaciones entre las unidades y las agrupaciones de diez.

Actividad. ¿Cuántas hay?

Objetivos: Reconocer el número de unidades observando los agrupamientos realizados

Contenidos:

- Nombre y grafía de los números hasta el noventa y nueve.
- Planteamiento de pequeñas investigaciones en contextos numéricos, geométricos y funcionales.

Materiales: Pajitas

Desarrollo: Esta actividad se llevará a cabo en gran grupo. En primer lugar, se pedirá a los niños que no cuenten cuántas pajitas se les da. Se repartirán de manera que el número de pajitas nunca sea un múltiplo de diez y se les dirá que formen grupos de diez. Una vez hechos todos los grupos, deben deducir qué número de pajitas les había sido dado, contando los grupos formados y las pajitas que han sobrado. Iremos apuntando en la pizarra todas las respuestas para reflexionar sobre ellas y poder sacar conclusiones.

Esta actividad saldrá bien si antes se ha hecho la anterior, en la que habrán observado la relación entre el número de unidades y el número de agrupamientos de diez que pueden hacerse con las mismas.

Probablemente no les cueste demasiado deducir el número de pajitas que tenían al principio, verán cuántas pajitas tienen en grupos de diez y después le añadirán las unidades sueltas. Sin embargo, puede que haya algún alumno al que le cueste establecer estas relaciones. En ese caso, el docente deberá ir preguntando al alumnado desordenadamente y dejará a estos alumnos para el final, de manera que puedan ir escuchando lo que sus compañeros van diciendo, observando la pizarra y, así, servirse de esas pistas para responder cuando sea su turno.

Estas dos actividades, a pesar de no haber incluido el vocabulario específico del sistema de numeración, habrán preparado al alumnado y posibilitado que, cuando sea explicado, lo comprendan con mayor facilidad.

BLOQUES MULTIBASE

Los bloques multibase permiten observar el paso de una unidad de orden a otra y favorecen el aprendizaje del sistema de numeración decimal. Están formados por piezas de cuatro tamaños distintos que representan las unidades de primero, segundo, tercero y cuarto orden. Los cubos de 1 cm de lado representan las unidades, las barras de 10 cm de largo representan las decenas, las placas de 10 cm de largo y 10 cm de ancho representan las centenas y los bloques representan las unidades de millar.

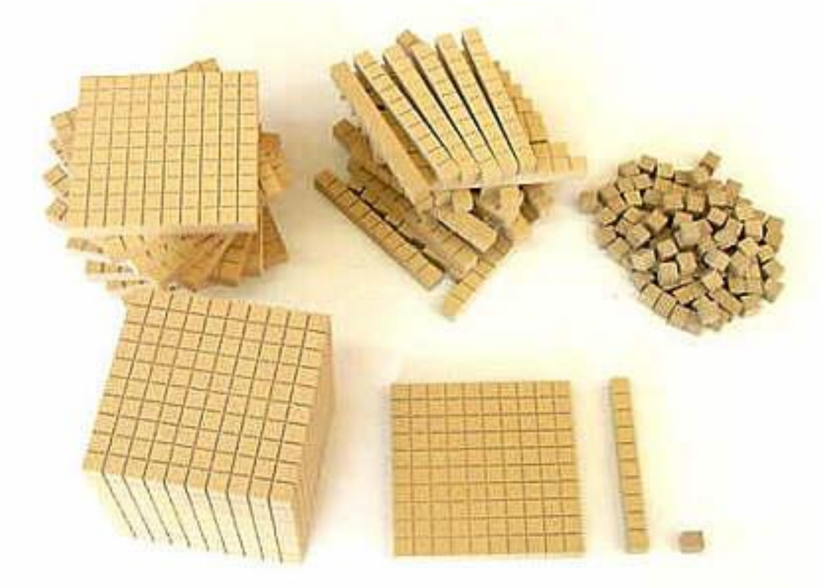


Figura 11. Bloques multibase

Este material ayudará al alumnado a comprender el valor posicional de las cifras. Además, favorecerá la introducción del vocabulario específico del sistema de numeración. El profesor podrá explicar que los cubos representan unidades, las barras decenas, las placas centenas y los bloques unidades de millar. Con él, los niños podrán familiarizarse con los valores posicionales de las cifras, de manera manipulativa y con mayor facilidad.

Antes de llevar a cabo ninguna actividad, se debería repartir el material al alumnado y dejarle que experimente con él, que juegue, que lo manipule y lo observe. Después se suscitará un diálogo en el aula, permitiendo que los alumnos compartan sus opiniones respecto al material. Se debería aprovechar este momento para recalcar el hecho de que diez cubos son iguales a una barra, diez barras a una placa y diez placas a un bloque. Tras esta familiarización se podrán llevar a cabo las actividades.

Actividad. Dame piezas

Objetivo: Reconocer el valor posicional de las piezas

Contenidos:

- Nombre y grafía de los números hasta el noventa y nueve
- Planteamiento de pequeñas investigaciones en contextos numéricos, geométricos y funcionales.

Materiales: Caja de zapatos compartimentada, bloques multibase

Desarrollo: Para llevar a cabo esta actividad, se organizará la clase en parejas. A cada pareja se le entregará una caja de zapatos con dos compartimentos (pueden estar separados por una cartulina o un trozo de cartón) y bloques multibase, nueve piezas cubos y nueve barras. Colocarán cada tipo de piezas en cada uno de los compartimentos de la caja, de mayor a menor, de izquierda a derecha. Se les avisará de que tienen que estar muy atentos y que deben seguir las órdenes que les dé el profesor. Éste les irá diciendo que saquen y metan determinado número de piezas de la caja.

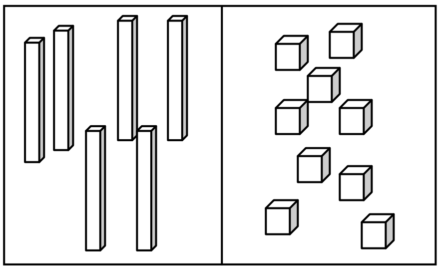


Figura 12. Caja compartimentada con bloques.

Esta actividad puede parecerles un poco difícil al principio, así que el profesor comenzará con órdenes sencillas que progresivamente irá complicando.

Órdenes:

- Sacad tres unidades

- Meted dos unidades
- Sacad dos decenas
- Sacad cuatro unidades
- Sacad cuatro decenas
- Meted cinco unidades
- Meted seis decenas
- Sacad diez unidades

En la última orden se presentará el primer problema, ya que no tendrán más que nueve cubos. Es posible que alguno se dé cuenta de que diez cubos son iguales a una barra. Si no es así, el profesor les irá dando pistas hasta que lo descubran. Para ir poco a poco, ahora tendrá que añadir órdenes que sólo incluyan múltiplos de diez.

Órdenes:

- Sacad veinte unidades
- Meted diez unidades
- Sacad cincuenta unidades
- Meted veinte unidades
- Meted cuarenta unidades

Llegados a este punto, tras haber estado practicando con cosas más sencillas, podrá empezar a dar órdenes más complejas.

Órdenes:

- Sacad trece unidades
- Meted seis
- Sacad cincuenta y tres
- Meted veintisiete

Esta actividad podrá ser prolongada el tiempo que el profesor considere necesario para que el alumnado pueda familiarizarse con los valores posicionales. Además entre orden y orden es recomendable que espere un tiempo para que la pareja pueda hablar y discutir qué es lo correcto.

- SEGUNDA FASE DE ACTIVIDADES: Etapa icónica

Actividad. Tira el dado

Objetivo: Reconocer el valor posicional de las piezas

Contenidos:

- Nombre y grafía de los números hasta el noventa y nueve
- Planteamiento de pequeñas investigaciones en contextos numéricos, geométricos y funcionales.

Material: Bloques multibase y un dado

Desarrollo: Se organizará la clase en grupos de cuatro personas que se sentarán alrededor de una mesa, con cubos y barras de los bloques multibase en el centro y un dado. Cada persona tendrá dos tiradas; la primera corresponderá a los cubos (unidades), la segunda a las barras (decenas). El tirador cogerá tantos cubos y barras, del centro como le haya tocado y apuntará el número obtenido. Para ver más fácilmente qué número total le ha salido a cada uno, los alumnos podrán apoyarse en un ábaco plano, en el que irán escribiendo lo que les va saliendo. Cada ronda ganará el jugador que haya sacado el número más alto.

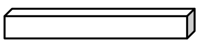
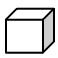
		NÚMERO
5	4	54

Figura 13. Ábaco plano

Se podrán hacer en el aula, con los bloques, tantas actividades de este tipo como el profesor considere necesario. No obstante, con dos o tres sería suficiente para conseguir que el alumnado se familiarice con el sistema de numeración decimal. Así, se podría pasar ya ha trabajar sobre papel, sin necesidad de seguir apoyándose en materiales para trabajar este sistema.

Actividad. Los gusanos del 100

Objetivo:

- Reconocer el valor posicional de las cifras de un número
- Ordenar números de mayor a menor

Contenidos:

- Nombre y grafía de los números hasta el noventa y nueve
- Ordenación de números de la primera centena.
- Construcción de series ascendentes y descendentes.
- Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.

Materiales: Cartulinas, pinturas, tijeras, pegamento

Desarrollo: Se entregará a cada alumno un folio con diez gusanos en blanco dibujados. Cada gusano representará un número. El primero el 91, el segundo el 82, el tercero el 73, el cuarto el 64, el quinto el 55, el sexto el 46, el séptimo el 37, el octavo el 28, el noveno el 19 y el décimo el 10. Cada gusano estará formado por diez círculos, los pintados de rojo representarán las decenas y los pintados de azul las unidades. Los alumnos han de pintar cada gusano de manera que represente su número. Una vez pintados los recortarán y los pegarán en una cartulina de mayor a menor, al lado del número que representan.

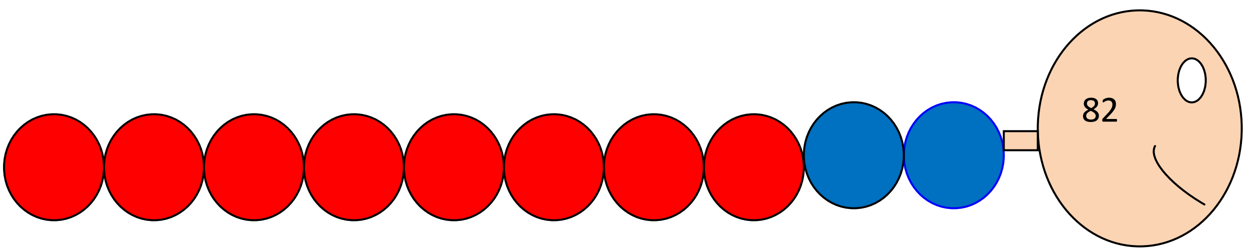


Figura 14. Gusano número 82

Es posible que encuentren dificultades a la hora de ordenar de mayor a menor y, en vez de fijarse primero en las decenas, se fijen en las unidades. Si lo hacen de manera incorrecta el profesor debería poner a su disposición material manipulativo para reflexionen al respecto y lo vean más fácilmente.

- TERCERA FASE DE ACTIVIDADES: Etapa simbólica

Actividad. ¡Bingo!

Objetivos: Reconocer el valor posicional de las cifras

Contenidos:

- Nombre y grafía de los números hasta el 99
- Operaciones con números naturales: adición
- Descomposición de forma aditiva.

Materiales: Cartones de bingo, fichas de bingo, dos bolsas

Desarrollo: Esta actividad se llevará a cabo en gran grupo. Cada alumno tendrá un cartón de bingo con números desde el 1 hasta el 99. El profesor contará con dos bolsas, en cada una de las cuales habrá diez números, del 0 al 9. La primera bolsa corresponderá a las decenas y la segunda a las unidades. El profesor sacará primero un número de la bolsa de las decenas y lo leerá, después sacará un número de la de las unidades y lo leerá. Los alumnos deberán deducir de qué número total se trata y, si lo tienen, lo marcarán. Para evitar errores, después de dejar un tiempo para que lo marquen, anotará en la pizarra el valor del número. Por ejemplo, 9 decenas y cinco unidades, que son 90 más 5, número 95.

Cuando un alumno cante bingo, al haber salido todos los números de su cartón, será el que leerá las decenas y las unidades en la siguiente ronda e irá apuntando en la pizarra. Probablemente ninguno de los alumnos encuentre problema alguno a la hora de llevar a cabo esta actividad si el sistema de numeración ha sido introducido anteriormente, en el aula, de manera adecuada.

Actividad. La ruleta de la fortuna

Objetivos: Reconocer el valor posicional de las cifras de un número

Contenidos:

- Estrategias y procedimientos puestos en práctica: hacer un dibujo, una tabla, un esquema de la situación, ensayo y error razonado, operaciones matemáticas adecuadas, etc.
- Orden numérico. Utilización de los diez primeros números ordinales. Comparación de números.
- Ordenación de números

Material: Ruleta con números (para cada grupo), folio con filas de dos recuadros

Desarrollo: Se organizará la clase en grupos de cinco personas. A cada grupo se le entregará una ruleta con nueve sectores, cada uno con un número del uno al nueve.

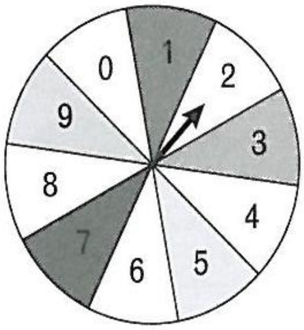


Figura 15. Ruleta

El objetivo es conseguir el número de dos cifras más grande posible. Cada jugador deberá hacer girar dos veces la ruleta, una para cada cifra. Tras hacerla girar la primera vez y ver la cifra obtenida, el jugador decidirá si es mejor escribirla en el recuadro de las unidades o en el de las decenas. Después hará girar otra vez la ruleta y escribirá la segunda cifra en el recuadro en que no haya escrito la anterior. Las dos cifras formarán el número. Una vez hayan tirado los cuatro jugadores, ganará aquel cuyo número sea mayor.

Es posible que esta actividad les resulte complicada, pero es necesaria para que reflexionen acerca del valor de posición. No importa que no lo hagan bien al principio, sino que poco a poco vayan haciéndolo mejor y manejando las posiciones.

Para trabajar el sistema de numeración no haría falta realizar muchas más actividades, ya que con los contenidos posteriores se seguirá trabajando y repasando. No obstante, es necesario que quede bien entendido, ya que para aprender los algoritmos de la suma y la resta de manera significativa, hace falta comprender y dominar el sistema de numeración decimal.

Así pues, dedicar un tiempo del curso a trabajar y comprender este sistema, favorecerá el aprendizaje de conceptos posteriores y también el desarrollo del sentido numérico. Llegados a este punto, los alumnos habrán ido construyendo sus conocimientos y ampliado su visión del concepto de número.

4.2.3. Algoritmos de la suma y la resta

El aprendizaje de los algoritmos de la suma y la resta es uno de los aspectos más importantes de primero de primaria. Generalmente, se lleva a cabo mediante la práctica repetitiva y mecanizada de operaciones. Sin embargo, así no se desarrolla el sentido numérico ni se favorece la reflexión a la hora de operar. Debido a esto, a continuación aparecen una serie de materiales y actividades que pretenden favorecer un aprendizaje significativo de los algoritmos. El objetivo es que el alumno se convierta en protagonista del proceso; que experimente, comprenda, reflexione y decida dar cada paso por una razón.

Para conseguir todo esto, habrá que evitar presentar al alumno operaciones aisladas cuyo único objetivo sea resolverlas de forma mecánica. Al contrario, convendría presentar situaciones en las que el alumno sienta la necesidad de resolver la operación para conseguir algo. De esta manera, estarán relacionando el aprendizaje con la realidad y dando sentido a lo que hacen.

Si se han trabajado anteriormente los números correctamente y el alumnado ha hecho descomposiciones de los mismos, ya sabrá sumar. De hecho, posiblemente ya recuerde resultados concretos de sumas sencillas. Si, de la misma manera, se ha trabajado el sistema de numeración decimal, estos nuevos conceptos no conllevarán grandes dificultades al introducirlos en el aula.

- PRIMERA FASE DE ACTIVIDADES: Etapa manipulativa

PAJITAS

Si antes se ha trabajado el sistema de numeración decimal con pajitas, introducir también los algoritmos con ellas facilitará su comprensión.

Actividad. ¡En grupos!

Objetivo: Comprender los algoritmos

Contenidos:

- Comprobación de resultados mediante estrategias aritméticas
- Operaciones con números naturales: adición
- Utilización de los algoritmos estándar de suma y resta. Automatización de los algoritmos.

Materiales: Caja compartimentada, pajitas.

Desarrollo: Esta actividad se realizará en gran grupo. Cada alumno contará con una caja con dos compartimentos, el de la izquierda para los grupos de diez pajitas (decenas) y el de la derecha para las pajitas sueltas (unidades). Además cada uno tendrá unas pocas pajitas.

El profesor irá diciéndoles que se pongan en grupos. Primero ordenará que se formen grupos de dos, después de tres, luego de cuatro. Puede ir añadiendo órdenes, como que se junten quienes llevan camisetas del mismo color o cumplen los años en el mismo mes.

Cada vez que se forman unos grupos, los alumnos, sabiendo qué número de pajitas tiene cada uno y apoyándose en las cajas, deben decir qué número de pajitas tienen en total. Cada turno ganará aquel grupo que tenga mayor número de pajitas.

Esta actividad les permitirá observar cómo, cada vez que hay más de diez unidades, se pasa un grupo de pajitas a las decenas. De esta manera, irán comprendiendo cómo funciona el algoritmo de la suma y será más fácil introducirlo después.

ÁBACO

El ábaco es un material que permite observar y experimentar por qué los algoritmos están diseñados de esa forma concreta. Este material es más abstracto que las pajitas, pero representa de forma muy sencilla el sistema de numeración decimal, por lo que tampoco conllevará grandes dificultades.

El ábaco se sitúa sobre un soporte de madera y está formado por una serie de varillas colocadas en paralelo, tanto horizontal como verticalmente, que cuentan con nueve bolas o cuentas que se encajan en cada una de ellas.

Cada varilla representa un orden de unidades. Comenzando por la derecha, la primera representa las unidades, la siguiente las decenas, después las centenas, unidades de millar, etc. Hay que tener en cuenta que este material resulta más abstracto que los bloques multibase, ya que las bolas de una unidad no se distinguen de las de otra salvo por la posición que ocupan.

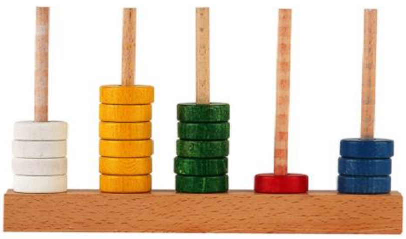


Figura 16. Ábaco

Este material va a favorecer la introducción del alumnado en la forma de expresar gráficamente las operaciones de la suma y la resta. Además, evitará errores conceptuales posteriores que suelen producirse en la escuela, como el situar en la misma columna cifras con valores posicionales diferentes.

Actividad. ¿Quiénes ganan?

Objetivo:

- Realizar sumas de números de varias cifras con el ábaco
- Realizar estimaciones de resultados
- Ordenar números de mayor a menor

Contenidos:

- Estimación de resultados.
- Comprobación de resultados mediante estrategias aritméticas
- Operaciones con números naturales: adición
- Utilización de los algoritmos estándar de suma y resta. Automatización de los algoritmos.

Materiales: Ábaco, tarjetas con números, pizarra

Desarrollo: Esta actividad se realizará en gran grupo. El profesor repartirá una tarjeta a cada niño en la que habrá un número de dos o tres cifras escrito. Ese será su número para toda la actividad. Después, al azar, seleccionará cada turno una pareja de niños que deberá salir al frente del aula, delante de sus compañeros.

En primer lugar, el profesor les pedirá que, observando sus números, estimen el resultado de su suma, dejará tiempo para que la pareja decida y apuntará el número en la pizarra. Después comprobarán si han estimado bien.

En segundo lugar, la pareja deberá llevar a cabo la suma con el ábaco. Posiblemente encuentren dificultades al comenzar y no sepan muy bien cómo hacerlo. El profesor, por tanto, deberá informarles de que siempre se empieza por las unidades y después se sigue en orden de derecha a izquierda. No obstante, tendrá que dejar que sean los alumnos quienes reflexionando y, tomándose su tiempo, descubran cómo llevar a cabo la operación.

Si tienen una suma sin llevadas, no encontrarán grandes problemas para realizarla. Primero añadirán a las unidades las cuentas de uno, después las de otro, y contarán el total. Así harán sucesivamente con cada valor posicional.

Cuando una de las parejas tenga que sumar con llevadas aparecerán más complicaciones. Sin embargo, con todo lo que han aprendido anteriormente, pueden deducir que diez unidades de un orden hacen una del orden inmediatamente superior. Por lo tanto, la solución consistirá en añadir una cuenta más a las del orden siguiente y dejar en ese valor de posición solamente las que había por encima del diez.

Una vez terminada la operación, el profesor apuntará el resultado en la pizarra, observarán si habían estimado correctamente y saldrá otra pareja a hacer su operación.

Tras realizar muchas sumas con diferentes parejas de alumnos (intentando que cada uno haya salido por lo menos una vez al frente) se ordenarán todos los resultados que han ido saliendo, de mayor a menor, y ganará la pareja cuya suma haya dado el resultado situado en primer lugar.

Actividad. Duelo de parejas

Objetivos:

- Realizar restas de números de varias cifras con el ábaco
- Determinar qué número es mayor en una pareja de números

Contenidos:

- Ordenación de números de la primera centena.
- Operaciones con números naturales: sustracción
- Utilización de los algoritmos estándar de suma y resta. Automatización de los algoritmos.

Materiales: Ábaco, tarjetas con números

Desarrollo: Esta actividad se llevará a cabo en gran grupo. Se entregará a cada alumno una hoja con varios cuadrados en blanco, uno encima de otro, y un número escrito en el cuadrado superior. El ganador del juego será el alumno que consiga acabar la clase con el número más alto en su hoja.

Se sacará a un alumno al azar que deberá elegir un compañero a quien retar. El compañero retado y él, saldrán al frente de la clase y mostrarán sus números. El que tenga el número mayor (ellos deberán saber cuál es el mayor y cuál el menor) será el minuendo y el que tenga el número menor actuará de sustraendo. Previamente se les habrá explicado, con ejemplos, qué es el minuendo y qué el sustraendo y por qué el minuendo debe ser mayor.

Con la ayuda del ábaco deberán llevar a cabo la resta de ambos números. A la primera pareja el profesor le ayudará en lo que necesite, los demás tendrán que estar atentos porque a partir de ese momento deberán hacerlo por sí solos. El profesor les dará pistas para hacerles ver que deben poner el minuendo en el ábaco e ir quitándole tantas cuentas como cifras tenga el sustraendo en cada valor posicional.

Como ya tienen que manejar el sistema de numeración, el hecho de que haya llevadas no debe suponerles una dificultad añadida. Cuando un valor se quede sin cuentas pero haya que seguir quitándole alguna, convertiremos una cuenta del valor inmediatamente superior en diez del valor que necesitemos y terminaremos de quitar las cuentas que nos faltaba. Si a los niños no se les ocurre, el profesor dará pistas, pero en ningún caso ha de decírselo él, sino que debe dejar que sean ellos quienes vayan intentándolo y acaben descubriéndolo.

Una vez hecha la resta, el alumno que tenía el minuendo apuntará el resultado de la resta en su hoja, en el siguiente cuadrado, y, a partir de ese momento, ese será su número. El alumno que tenía el sustraendo se quedará con el mismo número que tenía anteriormente.

El alumno que había elegido un compañero para retar se sentará en su mesa y el que había sido elegido, retará a otro. Así, esta actividad se puede alargar todo lo que se quiera. Se trata de que los alumnos vayan realizando restas con el ábaco, utilizando todos los conocimientos que tienen y familiarizándose con esta operación. Una vez terminada la actividad, se buscará quien se ha quedado con el número más alto en su hoja y éste será el ganador.

Con estas dos actividades se habrá conseguido acercar al alumnado a los algoritmos de la suma y de la resta. El ábaco habrá permitido que el alumnado observe por qué las operaciones se hacen de esta manera y ya estarán preparados para llevarlas a cabo de una forma más abstracta.

- SEGUNDA FASE DE ACTIVIDADES: Etapa icónica

ÁBACO PLANO

Antes de pasar a la representación numérica, es aconsejable realizar operaciones con el ábaco plano. El ábaco plano se dibuja sobre papel y consiste en una serie de cuadros con líneas verticales paralelas. En cada columna se representa un valor posicional, de derecha a izquierda, comenzando por las unidades.

C	D	U

Figura 17. Ábaco plano

Las dos actividades anteriores se podrían realizar con el ábaco plano. De hecho, observar el cambio desde la primera vez que comenzaron a hacerlas, manipulativamente, con el ábaco, hasta este punto, que ya sabrán hacerlas en la pizarra, dibujando sobre el ábaco plano, les motivará y hará conscientes de su propio aprendizaje.

Primero se puede empezar representando las cifras del número, en el ábaco plano, con dibujos, de manera que sea más fácil el cambio. A la hora de sumar se irán añadiendo dibujos y para restar se tacharán o borrarán. Una vez que sepan llevar a cabo las sumas y las restas con dibujos, podrán pasar a escribir los números.

A la hora de hacer operaciones con números, deberemos recordarles que el minuendo siempre va arriba y el sustraendo debajo y que a la izquierda de la operación se pone el símbolo.

El hecho de comenzar a realizar las operaciones con números sobre el ábaco plano, ayudará a evitar errores a la hora de colocar cada cifra en la columna del valor posicional que ocupa.

Una vez realizadas varias veces las operaciones con números sobre el ábaco plano, ya podrán pasar sin problemas a las formas abstractas de representación numérica.

Introduciendo el uso de los algoritmos de este modo, se habrá conseguido que el alumno dé sentido a lo que va aprendiendo. Esto asegura que no domine los algoritmos debido a una repetición mecánica de operaciones que no dejan sitio a ningún tipo de reflexión o comprensión, sino que los comprenda y los haya interiorizado.

No obstante, una vez que el alumnado ha aprendido los algoritmos, necesita practicarlos y se corre el riesgo de reducir esta práctica a una repetición de mecanismos sin sentido. Por eso, en el aula se han de plantear actividades que tengan relación con el día a día, involucren a los alumnos y, a la vez, les permitan practicar las operaciones. Cualquiera de las dos actividades planteadas con el ábaco pueden realizarse en la pizarra, pidiendo a los alumnos que escriban ahí el algoritmo de la operación y la resuelvan.

Además, es importante recordar que las operaciones no pueden desligarse del cálculo. Hay que dejar claro a los alumnos que los algoritmos se utilizan para solucionar operaciones de suma o resta de manera sencilla y rápida. Sin embargo, hay operaciones que se pueden hacer sin necesidad de escribir el algoritmo. Por eso, también es importante ofrecerles estrategias y presentarles actividades en las que puedan desarrollar el cálculo mental. De esta manera, aprenderán a discernir cuándo les hace falta escribir el algoritmo y cuándo pueden solucionar las operaciones mentalmente.

TERCERA FASE DE ACTIVIDADES: Etapa simbólica

Actividad. Mapas numéricos

Objetivos:

- Realizar descomposiciones de números
- Descubrir estrategias de cálculo mental

Contenidos:

- Estrategias y procedimientos puestos en práctica: hacer un dibujo, una tabla, un esquema de la situación, ensayo y error razonado, operaciones matemáticas adecuadas, etc.
- Nombre y grafía de los números hasta el noventa y nueve.
- Operaciones con números naturales: adición
- Propiedad conmutativa de la suma utilizando números naturales.
- Descomposición de forma aditiva

Materiales: Fichas, cartulinas, bolígrafo, rotuladores, tijeras, pegamento

Desarrollo: Se organizará la clase en parejas y se dará a cada una, una ficha con tres sumas en ella. Cada pareja tendrá números diferentes en su hoja, de manera que no se repitan operaciones. Cada sumando estará inscrito en una circunferencia y el objetivo será obtener el resultado sin llevar a cabo el algoritmo. Para ello, tendrán que descomponer los números, de manera que puedan ir haciendo la operación por partes y sean capaces de obtener el resultado sin seguir instrucciones fijas.

Antes de comenzar se les explicará cómo deben expresarlo de manera que se vean bien todos los pasos intermedios que han ido haciendo. De cada sumando irán sacando varios brazos hacia abajo con la descomposición. Cada número lo escribirán dentro de una circunferencia. Deben expresar cada una de las sumas intermedias realizadas. El último paso debe contar con dos sumandos cuya operación sea sencilla de realizar.

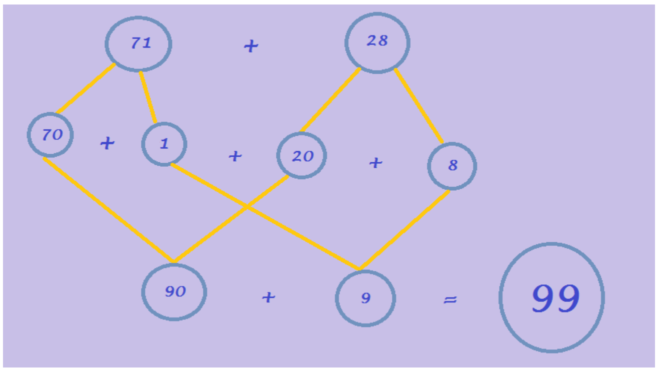


Figura 18. Ejemplo de suma

Una vez que han realizado las tres operaciones de manera correcta en el folio, recortarán cada circunferencia y las pegarán, de manera que queden ordenadas y claras, en una cartulina.

Finalmente, pondremos todas las cartulinas en la pared del aula, para que puedan observar diferentes variables de descomposiciones y vayan acostumbrándose a realizar sumas sencillas sin utilizar el algoritmo.

4.2.4. Iniciación a la multiplicación

El último contenido del bloque de números que se trabaja en primero de Educación Primaria es la iniciación a la construcción de las tablas de multiplicar. La multiplicación es uno de los conceptos que, generalmente, se memoriza en la escuela sin trabajar su comprensión. Sin embargo, en primero de primaria, se plantea una iniciación a esta operación y no un aprendizaje de la misma, por lo que es buen momento para introducirla significativamente, de manera que el alumnado sepa cuándo y por qué utilizarla. Este será el modo de prepararles para un aprendizaje con sentido de las tablas y facilitar la resolución de problemas en cursos posteriores.

La mejor forma de introducir al alumnado de primero de primaria en esta operación es mediante la suma repetida de un mismo número. Por eso, construir series ascendentes servirá como un primer paso en el aprendizaje de las tablas de multiplicar. Además, aprenderán a diferenciar cuándo necesitan usar esta operación.

Por lo tanto, a continuación se presentan una serie de actividades que favorecen la comprensión de esta operación y el aprendizaje de serie ascendentes, de manera que comprendan el concepto y vayan aprendiendo las tablas sin ser conscientes de ello.

Para facilitar el aprendizaje, daremos a cada alumno una gran cartulina con los números escritos en ella, del 1 al 100, en filas de diez que podrán utilizar en cualquier actividad de este tipo. De esta manera, podrán ir haciendo los saltos de un número a otro y contando sobre la misma y les servirá de ayuda para ir resolviendo operaciones de multiplicación sin necesidad de memorizar las tablas.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Figura 19. Cartulina con números

Como en este curso sólo se trata de una iniciación, las actividades propuestas pertenecen a la fase manipulativa y, para llevar a cabo los cálculos necesarios a la hora de resolver las operaciones, el alumnado se apoyará en la cartulina con números que les ha sido dada.

Actividad. Carrera de robots

Objetivo:

- Realizar series ascendentes
- Relacionar la suma repetida con la operación de multiplicación

Contenidos:

- Planteamiento de pequeñas investigaciones en contextos numéricos, geométricos y funcionales
- Nombre y grafía de los números hasta el noventa y nueve
- Operaciones con números naturales: iniciación a la multiplicación
- Construcción de series ascendentes y descendentes
- Iniciación en la construcción de las tablas de multiplicar

Materiales: Dibujos de robots, cartulina con números

Desarrollo: Esta actividad se llevará a cabo en gran grupo. Para facilitar el desarrollo, se apilarán los pupitres y las sillas en una esquina del aula, de manera que queden gran parte de las baldosas del suelo al descubierto. El profesor presentará a los niños los dibujos de cuatro robots que, pegados a una cartulina doblada, podrán sostenerse de pie. Les explicará que se va a realizar en el aula una carrera de robots, pero que cada uno tiene una particularidad, sólo salta, en el suelo, un número determinado de baldosas. El primero de ellos salta las baldosas de dos en dos, el segundo de tres en tres, el tercero de cuatro en cuatro y el cuarto de cinco en cinco.

Comenzarán con el de dos. El profesor elegirá a un alumno que, cogerá el robot y lo colocará en la línea de salida. Irá moviéndolo de dos en dos baldosas y los alumnos, apoyándose en la cartulina, irán contando en alto cuántas baldosas va saltando en total. Posteriormente harán esto con cada uno de los cinco robots.

Una vez practicado con todos los robots, será el momento de comenzar la carrera. El profesor explicará que cada robot tiene que dar seis saltos y el que llegue más lejos será el ganador. Antes de moverlos, cada uno apostará por el que cree que va a ser el robot ganador y se les dará la oportunidad de explicar por qué han apostado por ese. Después se llevará a cabo la carrera y cada robot saltará, según su capacidad de salto, el número de veces establecidas.

Una vez terminada la carrera el profesor planteará preguntas al alumnado. En primer lugar, les preguntará si hubieran sido capaces de adivinar cuántas baldosas iba a saltar cada robot en la carrera, sin haberla llevado a cabo. Probablemente, la respuesta sea afirmativa y, apoyándose en la cartulina, puedan ir estableciendo series ascendentes cada dos, tres, cuatro o cinco números.

Después les planteará la cuestión de cuántas baldosas saltaría cada robot si la carrera constara de nueve saltos y escribirá en la pizarra las cinco sumas, que consistirán en la repetición de cada sumando nueve veces.

Finalmente, terminará la actividad explicándoles que una suma repetida es lo mismo que una multiplicación. Por lo tanto, es más sencillo expresar las dieciocho baldosas que avanza el primer robot en nueve saltos, como 2x9 que como 2+2+2+2+2+2+2+2+2.

Para facilitar futuras carreras de robots, el profesor podrá ampliar esta actividad dividiendo la clase en cinco grupos, uno por cada robot, y pidiendo a cada grupo que construya una cartulina con números, como la que ya tiene cada uno, para su robot y pinte aquellas casillas por las que su robot pasa.

De esta manera, los robots irán acompañados de una cartulina con los múltiplos del número que representan y los alumnos podrán ir memorizando las tablas sin ser conscientes de ello.

Actividad. Mosaico de baldosas

Objetivo: Relacionar la suma repetida con la operación de multiplicación

Contenidos:

- Planteamiento de pequeñas investigaciones en contextos numéricos, geométricos y funcionales.
- Operaciones con números naturales: iniciación a la multiplicación y al reparto.
- La multiplicación como suma de sumandos iguales y viceversa
- Iniciación en la construcción de las tablas de multiplicar

Materiales: Folio, pinturas, plastificador, celo, cartulina con los números

Desarrollo: Esta actividad se realizará en gran grupo. Se apilarán en una esquina todos los pupitres y sillas, de manera que queden las baldosas del aula al descubierto. Se les explicará que, para hacer la clase más bonita, van a cubrir cada baldosa con un folio plastificado, con dibujos hechos por ellos, de manera que quede un bonito mosaico en el suelo. Para ello, cada alumno deberá pintar un determinado número de folios. Su trabajo es descubrir cuántas baldosas hay en el aula y cuántos dibujos tiene que hacer cada uno.

El profesor deberá dejar un rato para que el alumno investigue, reflexione y descubra el número total de baldosas pero, antes, puede recordarles que quizás posean las herramientas necesarias para descubrir cuántas baldosas hay sin la necesidad de contar todas.

Tras un rato de investigación se preguntará al alumnado cuántas baldosas hay y cómo lo ha descubierto. Probablemente, todos hayan contado las baldosas una por una, pero quizás a alguien se le haya ocurrido que contando cuántas baldosas hay por fila y sumándolas repetidamente tantas veces como filas haya, se puede descubrir también el número total. Poco probable será que alguien haya deducido que esa suma repetida podría ser una multiplicación del número de baldosas en una fila por el número de filas totales. Si no han llegado en ningún momento a estas conclusiones, el profesor deberá ir dando las pistas necesarias, de manera que entre todos puedan ir deduciéndolas.

Una vez obtenido el número total de baldosas y sabiendo cuántos alumnos hay en total, el alumnado debe deducir cuántos folios ha de pintar cada uno. En el caso de que el número total de baldosas no sea múltiplo del número de alumnos que hay en el aula, el profesor debe redondear el número de baldosas hacia arriba hasta el múltiplo más cercano, alegando que será mejor que sobren dibujos por si acaso se estropea alguno.

Teniendo un número de baldosas múltiplo del número de alumnos y la cartulina con todos los números del 1 al 100, el profesor debe dejar libertad para que los alumnos, individualmente o ayudándose unos a otros, vayan investigando y probando hasta dar con el número justo de folios que debe pintar cada uno. Esta será la forma de ir iniciándose en el reparto.

Estas dos actividades posibilitarán que el alumno sepa en qué consiste la operación de multiplicación. Cualquier actividad de este tipo favorece la introducción de esta operación, a la vez que va desarrollando un sentido numérico que sentará las bases de la multiplicación y ayudará al alumnado en cursos posteriores.

Además, trabajando series ascendentes, aunque sea mediante la suma repetida de números, el alumnado puede ir aprendiéndose las tablas sin ser consciente de ello, ni hacer grandes trabajos de memorización.

Conclusiones y cuestiones abiertas

Las matemáticas impregnan nuestra vida cotidiana. Cuanto mayor manejo tengamos de las mismas, mejor vamos a poder desenvolvernos en el día a día. Nos permiten entender muchas de las cosas que ocurren a nuestro alrededor y, además, su dominio es fundamental para gran parte de las carreras universitarias y puestos laborales.

Es importante entender que, para alcanzar altos niveles de conocimiento matemático, se ha de tener una sólida base, sin errores conceptuales, construida mediante la comprensión y la reflexión. Por esta razón, la educación matemática ha de cuidarse desde los primeros niveles, fomentando un aprendizaje significativo que permita ir avanzando en el conocimiento.

Observando el alto número de fracaso escolar en la asignatura de matemáticas y el rechazo del alumnado a la misma, encontramos datos muy preocupantes. Parece evidente el hecho de que las matemáticas no se introducen de la manera más adecuada en el aula, ni el alumnado es motivado como debería.

Con esta propuesta, hemos tratado de proporcionar una serie de estrategias que puedan servir como referencia para cambiar esta realidad en las aulas. Hemos querido mostrar que introduciendo en clase unas matemáticas relacionadas con el día a día del alumnado, potenciando su reflexión y convirtiéndoles en protagonistas del aprendizaje, el interés hacia esta materia cambiaría en gran medida. Además, desarrollando un sentido numérico en el alumnado que potenciara unas matemáticas pensadas, comprendidas y justificadas, se disminuiría el fracaso escolar que hoy en día hay en esta asignatura. De esta manera, creemos que el sentido numérico debería ser el concepto que vertebrara toda la educación matemática en la escuela.

No obstante, el realizar esta propuesta nos ha permitido observar que programar en el aula una enseñanza de las matemáticas desde la reflexión y promoviendo la comprensión, no es sencillo. Para ello hay que dar sentido a cada una de las actividades que se plantean. No consiste únicamente en que el alumnado construya su propio conocimiento, sino en que se haga consciente de que él es el dueño y de que puede seguir sus propios caminos para alcanzar los objetivos propuestos.

Realizando la propuesta, nos hemos dado cuenta de que la mayor dificultad a la hora de plantear una asignatura de matemáticas que desarrolle el sentido numérico, surge de que éste no es algo que deba tratarse durante un tiempo determinado, sino que debe acompañar a toda la enseñanza de esta materia. Incorporarlo, de esta manera, al día a día de las aulas, debe conllevar una reestructuración de toda la enseñanza de las matemáticas. Las actividades y materiales que hemos presentado podrían servir como guía para organizar el cambio necesario en esta materia.

Sin embargo, echamos en falta no haber podido llevar a cabo la propuesta en un aula. Al no contar con la oportunidad de realizar las prácticas escolares III en primero de Primaria, curso para el que ha sido programada, no ha sido posible comprobar su puesta en práctica. De esta manera, hemos planteado el camino que se debe seguir para responder a las cuestiones que aparecen al principio del trabajo, pero, para conocer las respuestas, será necesario llevarlo a las aulas.

Aún así, concluimos el trabajo con la seguridad de que teniendo en cuenta la propuesta y siguiendo los puntos planteados, se puede favorecer un aprendizaje significativo de las matemáticas y un desarrollo del sentido numérico, que permitan al alumnado construir una sólida base sobre la cual seguir avanzando en la adquisición de conocimientos.

Referencias

Baroody, A. J. (1988). El pensamiento matemático de los niños. Madrid: Centro de Publicaciones del M.E.C y Visor Libros.

Boaler, J. (2013). Ability and mathematics: the mindset revolution that is reshaping education. *Forum, 55*(1), 143-152.

Boaler, J. (2014). Research suggests timed tests cause math anxiety. *Teaching children mathematics, 20*(8), 469-475.

Boaler, J. (2015). Fluency without fear: Research evidence on the best ways to learn maths facts.

Bruner, J. (1997). Pedagogía popular. *La Educación, puerta de la cultura.* Capítulo 2. Edit. Visor.

Bruno, A. (2000). Sentido numérico. *Números,* 43, 267 -270.

Cantero, N. (2011). El aprendizaje del cálculo numérico en Educación Primaria. *Revista digital innovación y experiencias educativas* (40).

Castro, E.; Castro, E. (2008). Primeros conceptos numéricoa. En E. Castro (Ed), *didáctica de la matemática en la Educación Primaria* (pp. 123-149). Madrid: Síntesis educación.

Cofré, A; Tapia, L. (2003). Cómo desarrollar el razonamiento lógico matemático. Santiago de Chile: Editorial universitaria.

Decreto Foral 60/2014, del 16 de julio, por el que se establece el currículo de las enseñanzas de Educación Primaria en la Comunidad Foral de Navarra.

Ertmer, P. A.; Newby, T. J. (1993). Conductismo, cognitivismo y constructivismo: Comparación de los aspectos críticos desde la perspectiva del diseño de instrucción. *Performance Improvement Quarter,* 6(4), 50-72.

Flores, P. (2008). Aprendizaje y evaluación. En E. Castro (Ed), *didáctica de la matemática en la Educación Primaria* (pp. 23-40). Madrid: Síntesis educación.

Godino, J.; Font, V.; Konic, P.; Wilhelmi, M. (2009). El sentido numérico como articulación flexible de los significados parciales de los números. *Investigación en el aula de Matemáticas. Sentido Numérico,* 117-184.

Gómez, B. (1988). Numeración y cálculo 3. Madrid: Síntesis.

González, M. J.; Lupiáñez, J. L. (2005). ¿Qué valor social tiene el conocimiento matemático?. *La enseñanza de las matemáticas,*(82), 29-33.

Gray, E.; Tall, D. (1994). Duality, ambiguity and flexibility: A proceptual view of simple arithmetic. *The Journal for Research in Mathematics Education, 26*(2), 115-141.

Llinares, S. (2008). El sentido numérico y la representación de los números naturales. En E. Castro (Ed), *didáctica de la matemática en Educación Primaria (*pp. 151-175). Madrid: Síntesis educación.

Martínez, J.; Sánchez, C. (2013). Resolución de problemas y método ABN. Madrid: Wolters Kluwer Educacion.

Maza, C. (2008). Adición y sustracción. En E. Castro (Ed), *didáctica de la matemática en la Educación Primaria* (pp. 177-202). Madrid: Síntesis educación.

Rico, L. (2008). Matemáticas en Educación Primaria. En E. Castro (Ed), *didáctica de la matemática en la Educación Primaria* (pp. 23-40). Madrid: Síntesis educación.

Anexos

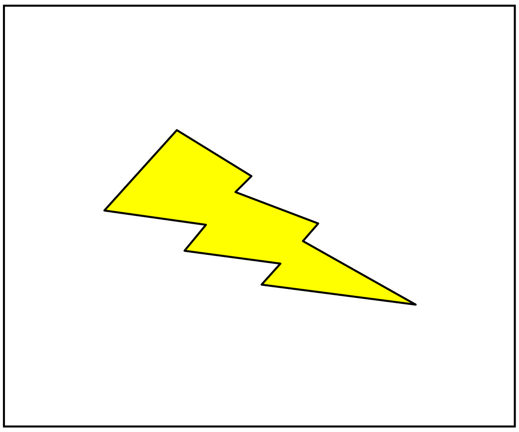
Anexo I. Cada pieza con su número: Tarjetas números

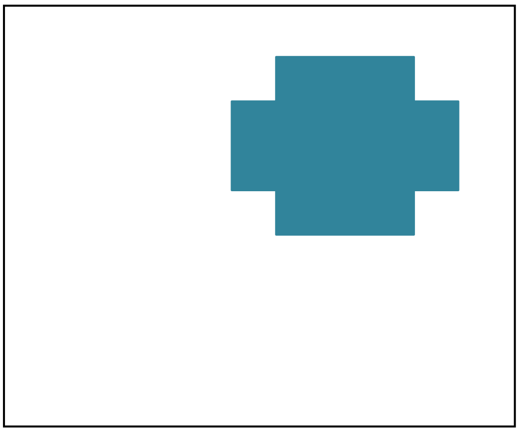
1	2
3	4
5	6
7	8
9	10

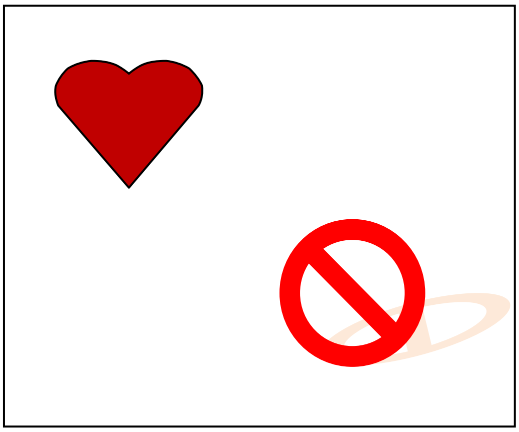
Anexo II. Reconociendo conjuntos: Plantilla recuadros

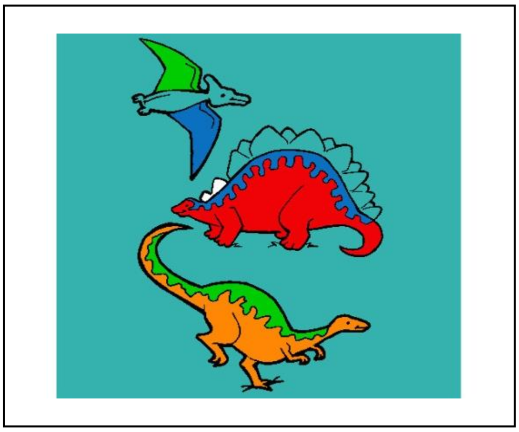
1	2
3	4
5	6
7	8
9	10

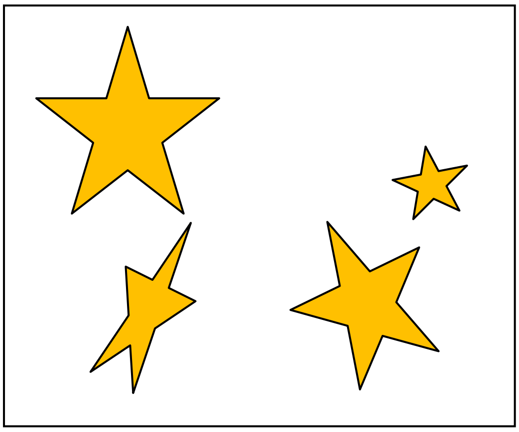
Anexo III. ¡Cada oveja con su pareja!: Tarjetas con objetos

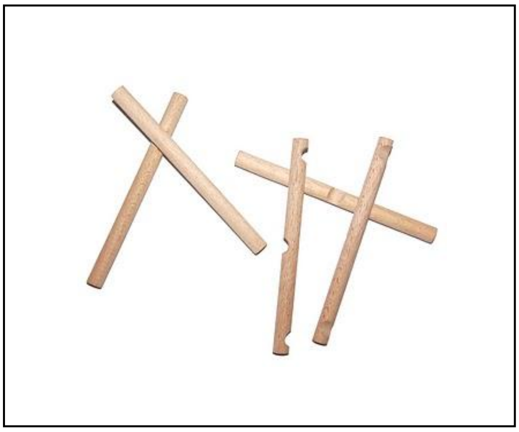


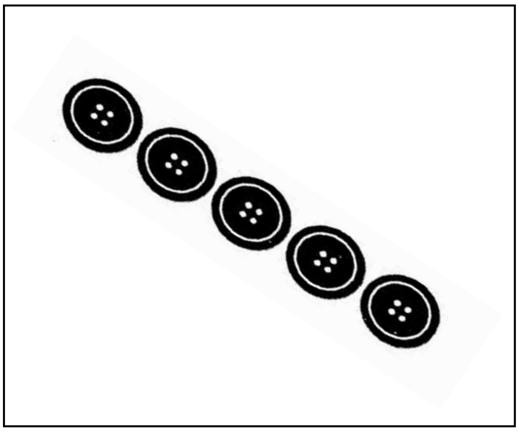


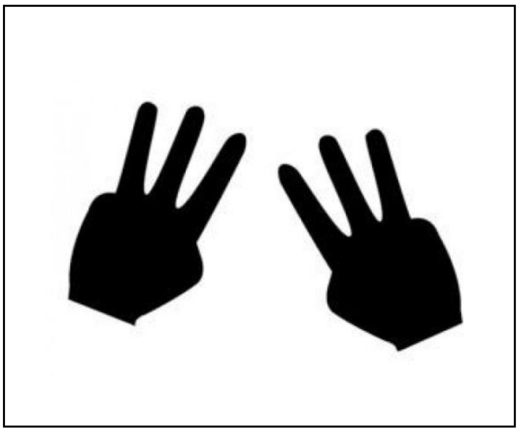


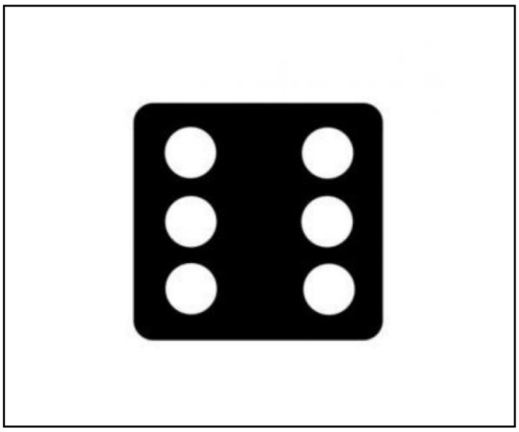


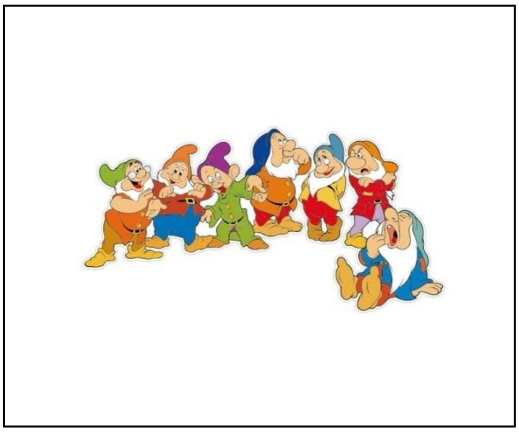


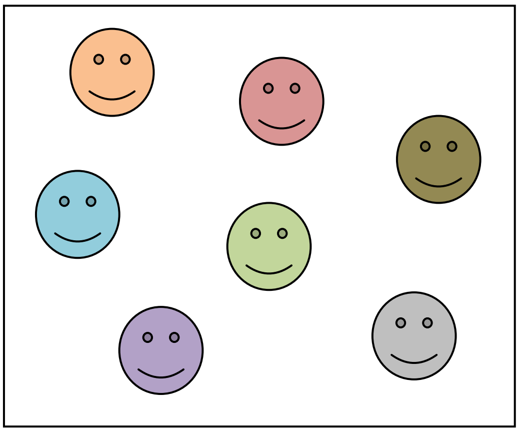


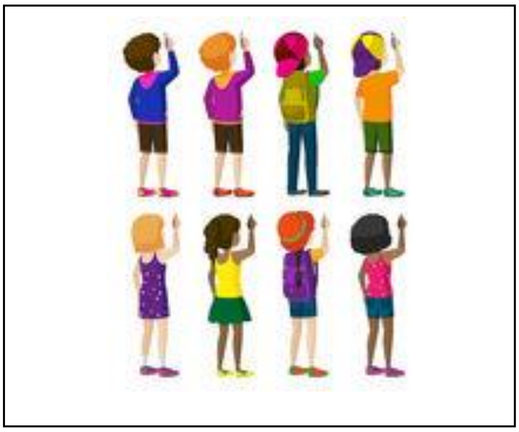


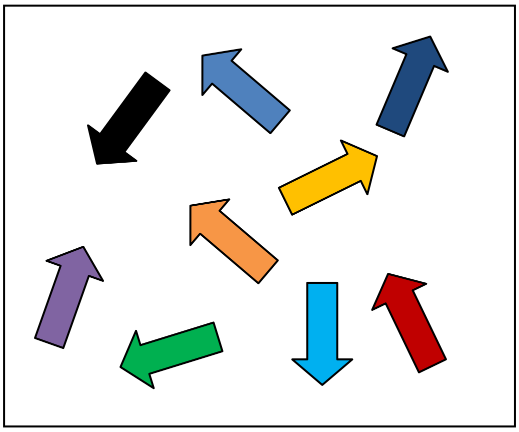




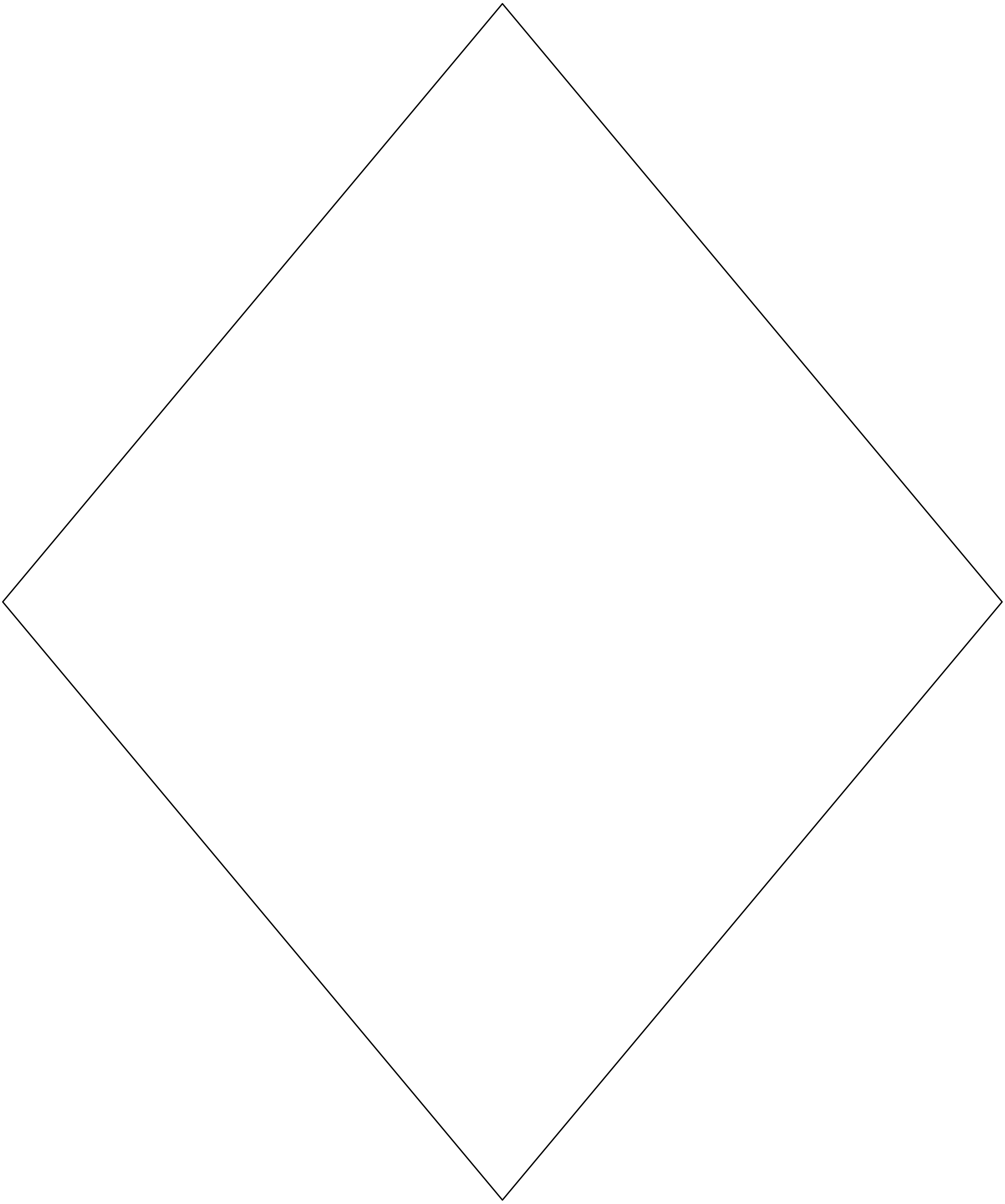


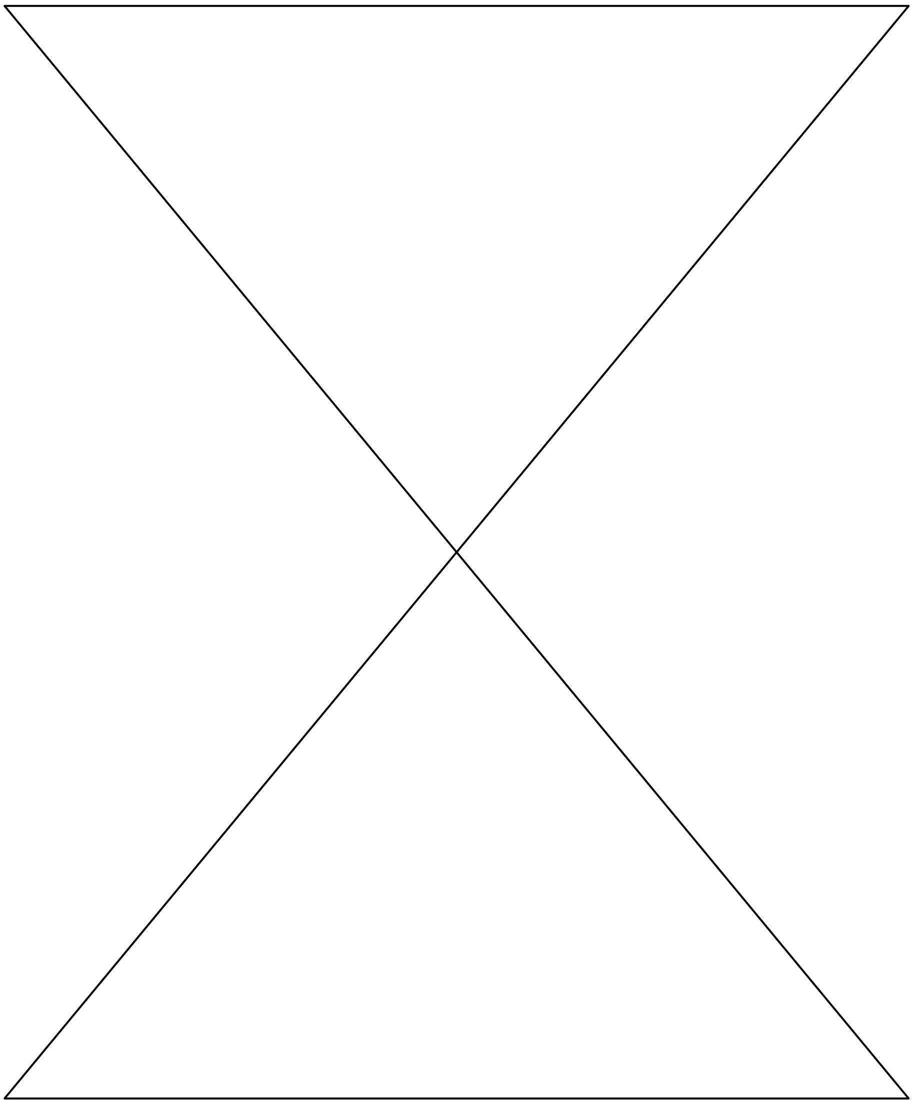




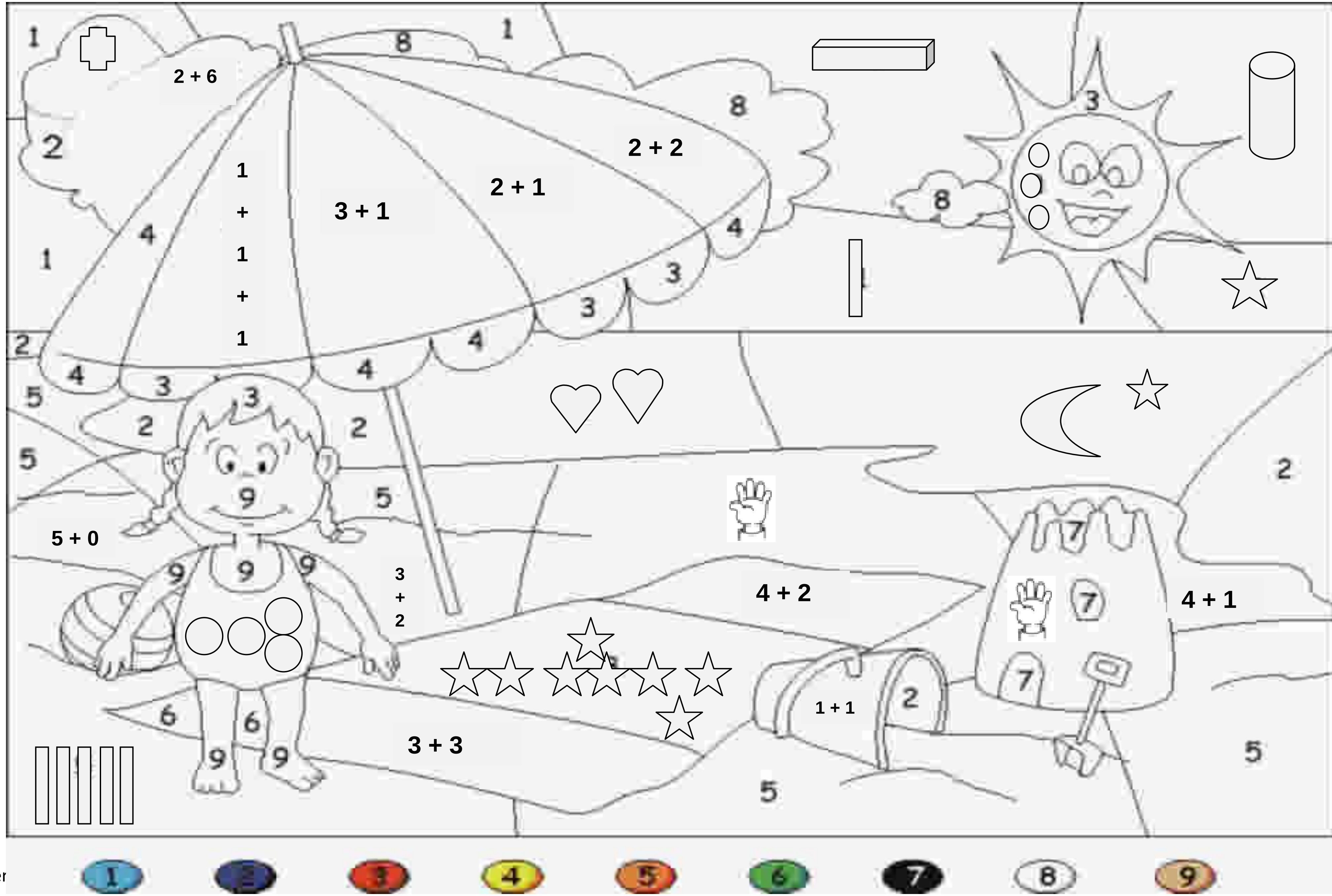


Anexo IV. ¡Volando cometas!: Plantilla cometas

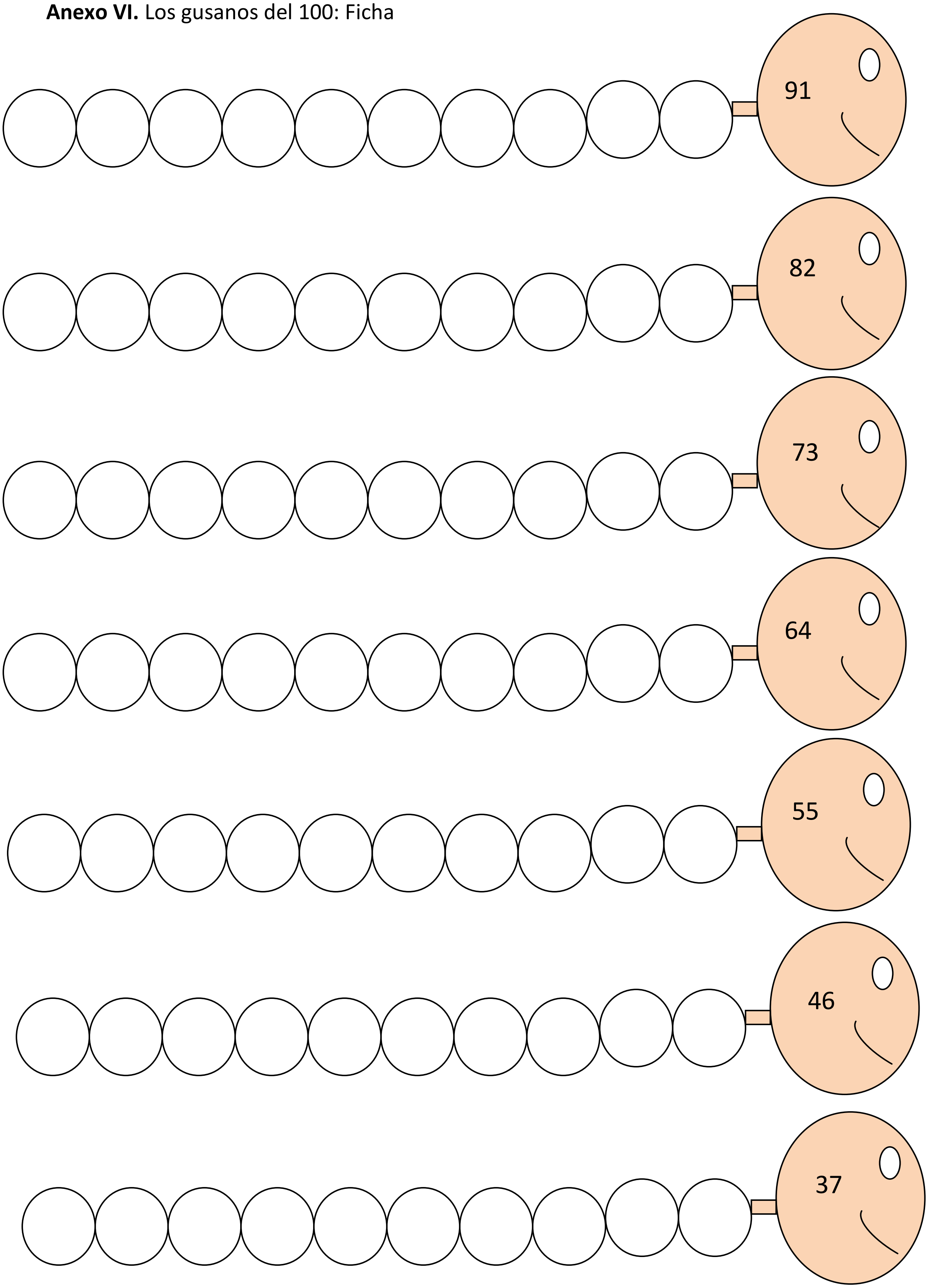


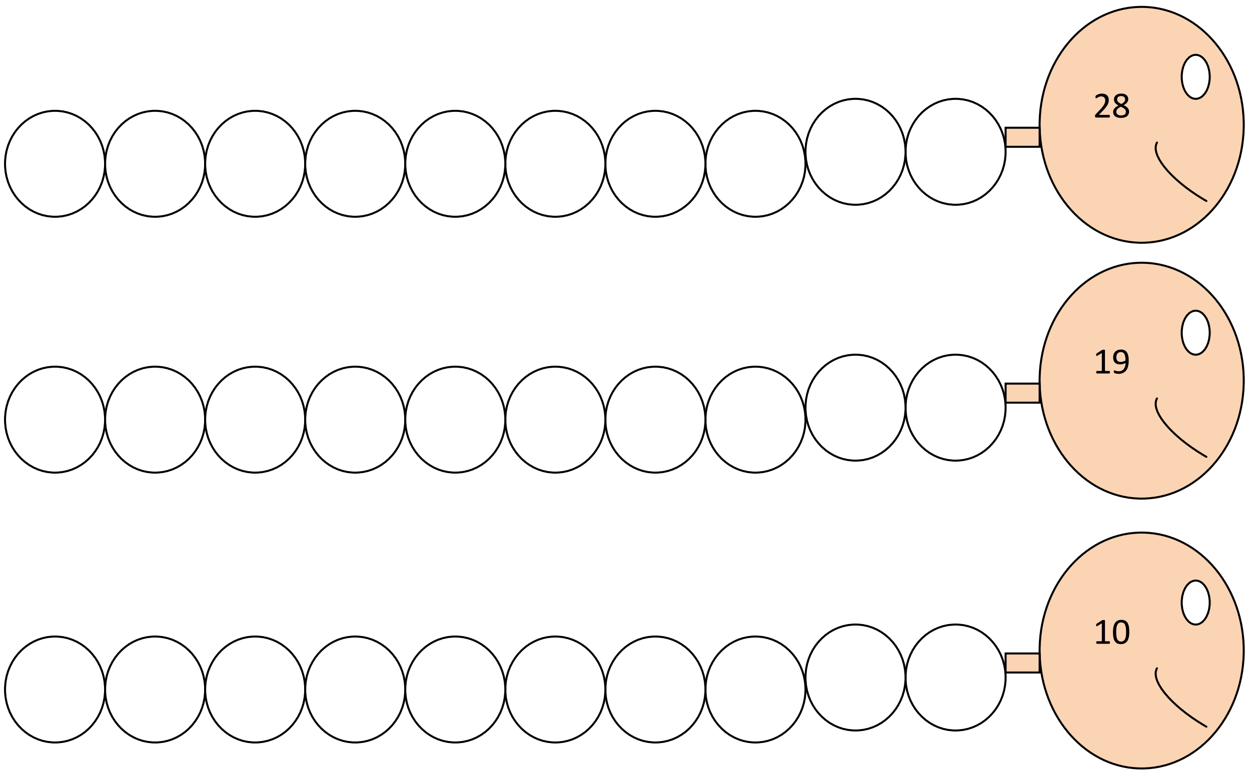


Anexo V. ¡A colorear!: Plantilla

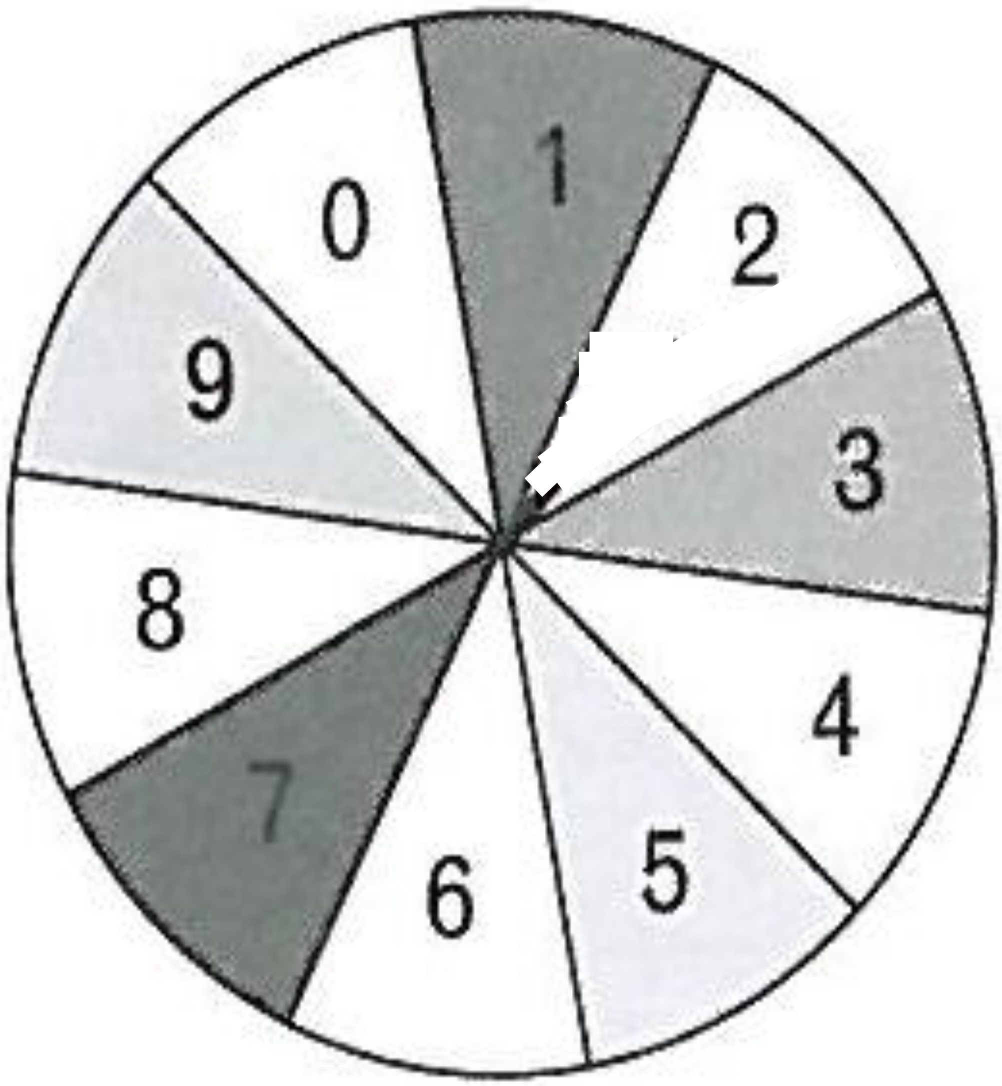


Anexo VI. Los gusanos del 100: Ficha




28
19
10

Anexo VII. La ruleta de la fortuna: Ruleta con números y ficha



DECENAS	UNIDADES

Anexo VIII. Mapas numéricos. Sumas para cada grupo.

1.	71 + 28 =	32 + 54 =	21 + 49 =
2.	15 + 53 =	47 + 33 =	58 + 41 =
3.	66 + 22 =	51 + 14 =	11 + 49 =
4.	22 + 75 =	17 + 24 =	53 + 36 =
5.	18 + 21 =	63 + 46 =	41 + 49 =
6.	31 + 28 =	46 + 34 =	27 + 72 =
7.	56 + 31 =	92 + 17 =	41 + 46 =
8.	35 + 64 =	51 + 17 =	81 + 15 =
9.	42 + 27 =	63 + 24 =	35 + 45 =
10.	12 + 78 =	34 + 52 =	84 + 15 =

Anexo IX. Carrera de robots: Robots