

MATEMÁTICAS

Beatriz MORILLAS ASIAIN

DISEÑO DE MATERIALES Y
PROPUESTA DIDÁCTICA PARA
TRABAJAR LA MEDIDA DEL
TIEMPO

TFG/*GBL* 2015



Facultad de Ciencias Humanas y Sociales
Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea

Grado en Maestro de Educación
Primaria /

Lehen Hezkuntzako Irakasleen

Gradua

Grado en Maestro en Educación Primaria
Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Trabajo Fin de Grado
Gradu Bukaerako Lana

***DISEÑO DE MATERIALES Y PROPUESTA
DIDÁCTICA PARA TRABAJAR LA MEDIDA DEL
TIEMPO***

Beatriz MORILLAS ASIAIN

FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y SOCIALES
GIZA ETA GIZARTE ZIENTZIEN FAKULTATEA

UNIVERSIDAD PÚBLICA DE NAVARRA
NAFARROAKO UNIBERTSITATE PUBLIKOA

Estudiante / Ikaslea

Beatriz MORILLAS ASIAIN

Título / Izenburua

Diseño de materiales y propuesta didáctica para trabajar la medida del tiempo

Grado / Gradu

Grado en Maestro en Educación Primaria / Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Centro / Ikastegia

Facultad de Ciencias Humanas y Sociales / Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea
Universidad Pública de Navarra / Nafarroako Unibertsitate Publikoa

Director-a / Zuzendaria

M^a Inmaculada LIZASOÁIN IRISO

Departamento / Saila

Matemáticas / Matematika

Curso académico / Ikasturte akademikoa

2014/2015

Semestre / Seihilekoa

Primavera / Udaberrik

Preámbulo

El Real Decreto 1393/2007, de 29 de octubre, modificado por el Real Decreto 861/2010, establece en el Capítulo III, dedicado a las enseñanzas oficiales de Grado, que “estas enseñanzas concluirán con la elaboración y defensa de un Trabajo Fin de Grado [...] El Trabajo Fin de Grado tendrá entre 6 y 30 créditos, deberá realizarse en la fase final del plan de estudios y estar orientado a la evaluación de competencias asociadas al título”.

El Grado en Maestro en Educación Primaria por la Universidad Pública de Navarra tiene una extensión de 12 ECTS, según la memoria del título verificada por la ANECA. El título está regido por la *Orden ECI/3857/2007, de 27 de diciembre, por la que se establecen los requisitos para la verificación de los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Primaria*; con la aplicación, con carácter subsidiario, del reglamento de Trabajos Fin de Grado, aprobado por el Consejo de Gobierno de la Universidad el 12 de marzo de 2013.

Todos los planes de estudios de Maestro en Educación Primaria se estructuran, según la Orden ECI/3857/2007, en tres grandes módulos: uno, *de formación básica*, donde se desarrollan los contenidos socio-psico-pedagógicos; otro, *didáctico y disciplinar*, que recoge los contenidos de las disciplinas y su didáctica; y, por último, *Practicum*, donde se describen las competencias que tendrán que adquirir los estudiantes del Grado en las prácticas escolares. En este último módulo, se enmarca el Trabajo Fin de Grado, que debe reflejar la formación adquirida a lo largo de todas las enseñanzas. Finalmente, dado que la Orden ECI/3857/2007 no concreta la distribución de los 240 ECTS necesarios para la obtención del Grado, las universidades tienen la facultad de determinar un número de créditos, estableciendo, en general, asignaturas de carácter optativo.

Así, en cumplimiento de la Orden ECI/3857/2007, es requisito necesario que en el Trabajo Fin de Grado el estudiante demuestre competencias relativas a los módulos de formación básica, didáctico-disciplinar y practicum, exigidas para todos los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Primaria.

En este trabajo, el módulo *de formación básica* permite enmarcar los aspectos relacionados con el currículo de Educación Primaria y su organización, en relación al tiempo y su medida en quinto curso de Educación Primaria. Se analiza la influencia que ejercen en el currículo las teorías sobre el desarrollo de la inteligencia humana de autores como Jean Piaget. Este módulo se puede ver reflejado en el apartado 2.3.

Asimismo, el módulo *didáctico y disciplinar* nos permite enmarcar el concepto matemático de medida y su enseñanza, analizando cómo se lleva a cabo el proceso y presentando, así, una propuesta didáctica sobre la medida del tiempo, que nos permite trabajar dicho concepto. Se concreta a lo largo del trabajo, ya que está presente en todos los apartados indicados en el índice.

Finalmente, el módulo *practicum* nos ha permitido enmarcar el proyecto en un Centro Educativo real y, así, dotar de funcionalidad y practicidad al mismo. Esto queda reflejado en el apartado 5, que se corresponde con la propuesta didáctica planteada para quinto curso de Educación Primaria. Este módulo permite demostrar cómo se podría trabajar la medida del tiempo de una forma manipulativa en la que los alumnos son los protagonistas de su propio proceso de aprendizaje.

Resumen

En el presente trabajo se adaptan al sistema sexagesimal los métodos matemáticos empleados en Singapur para la enseñanza de las operaciones de suma y resta con el fin de trabajar la medida del tiempo. Además, se propone una secuencia didáctica para trabajar el tema en quinto curso de Educación Primaria. Para ello, se analizan las aportaciones matemáticas y pedagógicas de diferentes autores en lo referente a la enseñanza del concepto de medida y la influencia en este de las leyes de educación vigentes en nuestro Sistema Educativo. Asimismo, se intenta determinar si el modelo teórico empleado junto con la propuesta de actividades y el uso de los materiales planteados mejora el proceso de aprendizaje y los resultados académicos del alumnado. Para ello, el punto de partida es la activación de los conocimientos previos, se continúa con la puesta en práctica y se finaliza con la evaluación del tema. Por último, se muestran los resultados obtenidos.

Palabras clave: enseñanza; proceso de aprendizaje; medida del tiempo; secuencia didáctica; actividades manipulativas.

Abstract

In this work, the mathematical methods used in Singapore for teaching addition and subtraction are adapted to the sexagesimal system in order to work the time measurement. In addition, a didactic sequence is proposed to be developed in the fifth grade of Primary Education. To do this, mathematics and pedagogical contributions of different authors regarding the teaching of the concept of measurement and its influence in the laws of the Education System are analyzed. It also attempts to solve whether the theoretical model employed along the project and the use of the different materials improves the learning process and academic results of students. To do this, the starting point is the activation of their previous knowledge, it continues with the didactic proposal and it finishes with the evaluation of the subject. Finally, the results are shown.

Keywords: teaching; learning process; time measurement; didactic proposal; manipulative activities.

Laburpena

Aurreneko lan honetan, denboraren neurriak lantzeko helburuarekin, batuketa eta kenketa eragiketak irakasteko Singapurren erabilitako metodo matematikoak, sistema hirurogeitarrerako egokituak izan dira. Bestalde, Lehen Hezkuntzako bosgarren mailan hau lantzeko sekuentzia didaktiko bat aurkezten da. Horretarako neurriaren kontzeptuaren irakaspenarekin eta honetan jasandako Hezkuntza Sistemaren indarrean dauden legeen eraginarekin hainbat egileen ekarpen matematiko eta pedagogikoak aztertuko dira. Halaber, erabilitako modelo teorikoak, honekin batera proposatutako jarduerak eta materialen erabilerak, ikasleen ikasketa prozesua eta emaitza akademikoak hobetzen dituzten zehazten saiatuko da. Honetarako abiapuntua aurrezagutzen aktibazioa da, hurrengo urratsa praktikan jartzea da eta jarraian gaiaren ebaluazioa egingen da. Azkenik, eskuratutako emaitzak erakutsiko dira.

Hitz-gakoak: irakasketa; ikasketa prozesua; denbora neurria; sekuentzia didaktikoa; jarduera maneiagarriak.

Índice

Introducción	1
1. ANTECEDENTES, OBJETIVOS Y CUESTIONES	3
1.1. Antecedentes	3
1.2. Objetivos	4
1.3. Cuestiones	4
2. MARCO TEÓRICO	6
2.1. Marco matemático	6
2.2. Marco curricular	9
2.3. Marco pedagógico y metodológico	13
2.3.1. Habilidades y destrezas	13
3. PROCESO DE ENSEÑANZA DEL CONCEPTO DE MEDIDA	16
3.1. Introducción de los algoritmos de suma y resta	17
3.1.1. Algoritmo de la suma	17
3.1.2. Algoritmo de la resta	23
3.2. Resolución de problemas	26
4. PROPUESTA DIDÁCTICA	27
4.1. Secuencia didáctica para trabajar el tiempo y su medida con alumnos de quinto curso de Educación Primaria	27
5. RESULTADOS DE LA PUESTA EN PRÁCTICA	40
Conclusiones y cuestiones abiertas	42
Referencias	46
Anexos	49
A. Anexo I	
A. Anexo II	
A. Anexo III	
A. Anexo IV	
A. Anexo V	
A. Anexo VI	
A. Anexo VII	
A. Anexo VIII	
A. Anexo XIX	
A. Anexo X	
A. Anexo XI	
A. Anexo XII	
A. Anexo XIII	

INTRODUCCIÓN

Este Trabajo de Fin de Grado pertenece al área de Didáctica de las Matemáticas y el tema escogido se vio motivado por la presencia de las matemáticas en la vida diaria y por la importancia de su correcta enseñanza en el aula.

El estudio de la medida del tiempo fue el aspecto concreto de las matemáticas escogido para llevar a cabo el presente trabajo. La decisión de basar la propuesta didáctica en la enseñanza de este tema y de aplicarla en 5º curso de Educación Primaria viene motivada por varias razones.

Realicé el último periodo de prácticas escolares del Grado de Maestro en Educación Primaria en un Colegio Público de un barrio de Pamplona, que oferta tanto la etapa educativa de Infantil como de Primaria. El nivel cultural, social y económico de la población de las zonas de influencia del centro escolar es medio / bajo.

Este periodo de prácticas escolares era de carácter generalista, es decir, se centraba en la observación y enseñanza de las materias de Matemáticas, Lengua Castellana y Conocimiento del Medio. Concretamente, me asignaron una clase de quinto curso de Educación Primaria. Por ello, esta propuesta se centra en ese curso.

En lo que se refiere al área de Matemáticas, observando la programación del curso, el tutor me comentó qué temas se iban a dar durante mi periodo de prácticas, concretamente después de las vacaciones de Semana Santa.

Así, me sugirió los siguientes temas: “La medida del tiempo” o “Rectas y ángulos”, ya que los profesores consideraban que los alumnos encontraban dificultades con los temas de medidas.

De las dos opciones, escogí “La medida del tiempo” porque es un tema más cotidiano que el de la otra opción e iba a sacarle más partido a la hora de preparar las sesiones y llevarlas a la práctica con el alumnado. No obstante, el método planteado para impartir este tema se puede aprovechar para el siguiente, en el apartado de medida de ángulos, porque la base de ambos es el sistema sexagesimal.

Además, el periodo en el que estaba previsto impartir el tema elegido era del 13 al 26 de abril. Esas fechas eran el momento adecuado para poner en práctica la propuesta debido a que las prácticas comenzaban la última semana de febrero y finalizaban en la

primera quincena de mayo; de esta manera, tendría tiempo de observar al alumnado, conocer sus capacidades y limitaciones, sobre todo en el área de Matemáticas, e ir obteniendo ideas sobre cómo tratar e impartir el tema en cuestión para que respondiera a sus necesidades.

En cuanto al método de la propuesta, lo elegí porque durante ese tiempo de observación me di cuenta de que los alumnos necesitan aprender matemáticas de forma visual y manipulativa. Además, siguen el libro en cuanto a la materia a impartir, como un recurso guía, pero las clases son totalmente abiertas, es decir, el tema se explica de forma visual y práctica, con ayuda de la pizarra digital, y así lo van interiorizando de una forma más eficaz.

El nivel de la clase, en general, es medio-bajo, aunque hay algunos alumnos y alumnas destacados. Esa es otra razón por la que elegí proponer un método manipulativo y visual. En mi opinión, les resultaría beneficioso a todos, independientemente de su nivel, y sería una forma diferente y atractiva de aprender y comprender Matemáticas.

Por otra parte, en las asignaturas de Matemáticas del Grado de Maestro en Educación Primaria nos habían hablado del método de Singapur. Me pareció curioso poder basarme en ello y, sobre todo, poder comparar la forma en la que enseñamos matemáticas en España y la metodología de otros países en los que obtienen muy buenos resultados. También, podría comprobar qué efectos tendría en esa clase concreta esa forma de impartir conocimientos.

1. ANTECEDENTES, OBJETIVOS Y CUESTIONES

1.1. Antecedentes

Según el prólogo de cada libro de texto de Singapur¹, el rasgo principal de este método es el enfoque “Concreto - Visual - Abstracto”. A los estudiantes se les ofrecen las experiencias necesarias de aprendizaje, empezando con lo concreto y visual y siguiendo con lo abstracto para permitirles aprender matemáticas de una forma significativa. Este método fomenta el pensamiento activo, la comunicación de las ideas matemáticas y la resolución de problemas.

Este modelo es el que tomamos como referencia en nuestro trabajo, concretamente el proceso que se sigue para la enseñanza de las operaciones aritméticas en el sistema decimal, que pasa por las siguientes fases:

1.- El dominio del valor de posición de las cifras: Este es uno de los aspectos más complejos de Educación Primaria. Para llevarlo a cabo hay que seguir los siguientes pasos:

- a) Formar grupos de 10, 100, 1000... unidades.
- b) Si es necesario, reagrupar hasta asegurarse de que no hay más de 9 grupos de cada orden.
- c) Contar el número de grupos de cada orden y expresarlos en la posición adecuada.

Este proceso, en el modelo de Singapur, se trabaja siguiendo el *Chip model*, es decir, usando fichas con valor de 1, 10, 100 unidades para expresar distintos números y representando cada dígito en la columna correspondiente, como podemos ver en el siguiente ejemplo:

Tabla 1. Ejemplo de la aplicación del *Chip model*.

Centenas	Decenas	Unidades
----------	---------	----------

¹ Parker, T.; Baldrige, S. (2008). *Elementary geometry for teachers*. Okemos, Michigan: Sefton-Ash Publishing.

<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">100</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">100</div> </div> <div style="display: flex; justify-content: center; align-items: center; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 0 10px;">100</div> </div> <p style="text-align: center; margin-top: 20px;">3</p>	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">10</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">10</div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 0 10px;">10</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 0 10px;">10</div> </div> <p style="text-align: center; margin-top: 20px;">4</p>	<div style="display: flex; justify-content: center; align-items: center; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 0 10px;">1</div> </div> <p style="text-align: center; margin-top: 20px;">1</p>
--	--	--

2.- El dominio de las descomposiciones del número diez: Uno de los recursos didácticos que se utilizan para llevar a cabo este proceso en el modelo de Singapur son los *Number bonds*, unos diagramas en los que se representan una cantidad total y las dos partes en las que se descompone.

Todo ello está diseñado para trabajar con el sistema decimal, por lo que deberemos adaptarlo al sistema sexagesimal para poder aplicarlo en nuestra secuencia didáctica.

1.2. Objetivos

Todo trabajo de investigación se configura en base a unos objetivos que dotan de sentido al trabajo. En nuestro caso son los siguientes:

- Estudiar las posibles formas de introducir el concepto de medida de magnitudes de cualquier tipo.
- Analizar el marco curricular y didáctico de la enseñanza de este concepto en Educación Primaria.
- Diseñar una secuencia didáctica para quinto curso de Educación Primaria, que esté enfocada al aprendizaje del tiempo y su medida según el modelo *concreto – visual – abstracto*.
- Adaptar el material utilizado en el *Chip model* del sistema decimal al sistema sexagesimal que se utilizará para medir el tiempo.
- Utilizar el recurso didáctico llamado *Number bonds* para trabajar las descomposiciones del número 60 y, así, aplicarlo en la algoritmia simbólica.
- Proponer actividades manipulativas para trabajar las unidades de tiempo para posteriormente derivar en una fase más abstracta.

1.3. Cuestiones

Además de formularse estos objetivos en el trabajo, también se plantean una serie de cuestiones a las que se pretenderá responder a lo largo de la puesta en práctica. Las cuestiones son las siguientes:

1. ¿Qué dificultades encuentran los niños a la hora de asimilar el concepto de medida de tiempo?
2. ¿Qué dificultades aparecen en el aprendizaje de las unidades utilizadas habitualmente para medir el tiempo y sus equivalencias?
3. ¿Surgirán problemas a la hora de trabajar con el sistema sexagesimal?
4. ¿Ayudarán las actividades manipulativas a superar tales dificultades?
5. ¿Asimilarán los alumnos realmente los conceptos trabajados en clase sobre el tiempo y su medida?
6. ¿Ayudará el trabajo de las unidades de tiempo a entender las unidades de medida de ángulos?

2. MARCO TEÓRICO

2.1 Marco matemático

Con este trabajo se pretende abarcar la enseñanza de la medida del tiempo en quinto curso de Educación Primaria. Para ello, se desarrollará el concepto de medida, en este caso del tiempo, los sistemas numéricos regulares con una base determinada y la realización de las cuatro operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) en las unidades de tiempo.

Según Enrique Castro (2001) medir es “asignar un número a una cantidad de una magnitud”. Este proceso comienza con la elección de una unidad de medida, mediante la comparación de una cantidad de magnitud cualquiera con la unidad de medida que se utiliza de referente conseguiremos averiguar el número de veces que la cantidad a medir contiene la unidad.

Como explica Thomas H. Parker (2008), los siete temas relacionados con la medida (longitud, masa, capacidad, ángulos, superficie, volumen y tiempo) siguen el mismo procedimiento:

- 1) Elegir la unidad de medida estándar
- 2) Expresar las medidas como múltiplos de esa unidad

Así, el currículo desarrolla el concepto de medida utilizando un proceso de enseñanza concreto, pudiendo emplearlo para los siete aspectos citados anteriormente. Dicho proceso comienza con actividades manipulativas y finaliza con la resolución de problemas aritméticos. Los pasos a seguir son los siguientes:

1. a) Medir diferentes objetos utilizando las medidas básicas y comparar sus medidas.
 - b) Utilizar unidades de medida diferentes a la unidad estándar para medir los objetos.
 - c) Introducir la unidad estándar. El alumnado aprenderá a utilizar la escala correspondiente.
2. Explicar las unidades de medida mayores y menores que la unidad estándar y transformarlas para expresarlas en unidades de medida diferentes.

3. En cada paso, los estudiantes resuelven problemas, tanto de letra como de cálculo. Inicialmente, los problemas son simples pero, a medida que se va avanzando, aumenta la complejidad.

La realización de cada paso requiere un tiempo específico. Así, el paso 1 requiere varios días de clase, mientras que el paso 2 requiere 1 ó 2 semanas y el paso 3 más de 2 semanas, aplicándolo en estudiantes constantes a lo largo del curso.

Esta secuencia es modificada ligeramente para tres de los temas: volumen, superficie y tiempo. Refiriéndonos a este último, los estudiantes aprenden la lectura y la expresión del tiempo y el tiempo transcurrido utilizando únicamente meses, semanas, días, horas, minutos y segundos; por eso, omitimos los pasos 1a y 1b.

Para expresar las medidas empleamos sistemas de numeración. Como explican Wilhelmi y Pascual (2014) “las sociedades han creado sistemas de numeración que les sirvan para representar los números que conocen y para efectuar recuentos con ellos”. Dichos sistemas emplean símbolos para representar unidades y grupos de unidades y cualquier cantidad es representada combinando dichos signos.

Para las unidades de medida empleamos sistemas de numeración posicionales regulares, es decir, aquellos que para pasar de una unidad a otra superior emplean la misma base. Estos sistemas de base b , *número natural mayor o igual que 2*, deben cumplir las siguientes normas:

- Se utilizan b símbolos (0, 1, 2,..., $b - 1$) distintos para representar los números naturales.
- Un número entero se representa mediante una sucesión ordenada de cifras, de forma que:
 - Al formar con el número grupos de b unidades, la cifra que aparece en la última posición de la derecha representa las unidades de primer orden que quedan sin agrupar.
 - El número de grupos de b unidades de primer orden que se obtiene en la primera partición ocupa la posición anterior, siempre que sea menor que b .

- Si ese número de grupos es mayor o igual que b , se repiten con él los pasos anteriores hasta obtener un número de grupos menor que b de unidades de algún orden.
- La forma de recuperar el valor de un número natural n a partir de su expresión en base b , $c_1 c_2 \dots c_k$, es la siguiente:

$$c_k + c_{k-1}b + c_{k-2}b^2 + \dots + c_1b^{k-1} = n$$

Tal y como explica Enrique Castro (2001), el uso práctico de la medida requiere una unidad de medida común para la sociedad en la que se va a emplear. En muchos casos, las cantidades medidas no contienen a la unidad un número exacto de veces, por lo que se requiere el uso de unidades menores. O por el contrario, las contiene tantas veces que el resultado es excesivo y tenemos que utilizar múltiplos de la unidad de medida.

Respecto a la medida del tiempo, la unidad de medida del Sistema Internacional es el segundo (s). Y sus múltiplos son minuto ($m = 60$ s), hora ($h = 60^2$ s) y día ($d = 24$ h). Además, contamos con otros múltiplos no aceptados por el Sistema Internacional, que son: semana (7 días), mes (30 días, en general), año (12 meses) y siglo (100 años).

Asimismo, nos referimos al Sistema Internacional de medidas como sistema decimal a la hora de expresar el número de unidades que tenemos de cada tipo. Castro, E. (2001) lo define como “un conjunto finito de signos, reglas y convenios que permiten representar la serie infinita de los números naturales”. A pesar de ello, el tiempo sigue sistemas tradicionales de medida utilizando la base sexagesimal, es decir, con agrupamientos de 60.

Finalmente, hay que aprender a realizar dos operaciones básicas (suma, resta,) en estas unidades teniendo en cuenta que el sistema empleado es el sexagesimal, por lo que los algoritmos deberán aplicarse en base 60. Más adelante, en el apartado 4 “Propuesta didáctica”, observaremos cómo se lleva a cabo este aprendizaje.

2. 2. Marco curricular

Según la Ley Orgánica de Educación (LOE) del 7 de diciembre de 2006, la etapa de Educación Primaria está formada por tres ciclos de dos cursos cada uno, que son: Primer Ciclo (1º y 2º de Primaria), Segundo Ciclo (3º y 4º de Primaria) y Tercer Ciclo (5º y 6º de Primaria). La educación en esta etapa se organiza en seis áreas, de las cuales una es el área de Matemáticas.

El objetivo principal de esta área es alcanzar una eficaz alfabetización numérica, esto es, lograr la capacidad para enfrentarse con éxito a situaciones en las que intervengan los números y sus relaciones, permitiendo obtener información efectiva, directamente o a través de la comparación, la estimación y el cálculo mental o escrito.

Los contenidos del área están organizados en cuatro bloques: Números y operaciones; La medida: estimación y cálculo de operaciones; Geometría; y, por último, Tratamiento de la información, azar y probabilidad.

La medida del tiempo queda desarrollada en el segundo bloque de contenidos, “La medida: estimación y cálculo de operaciones”, que principalmente pretende facilitar la comprensión de los mensajes en los que se cuantifican magnitudes y se informa sobre situaciones reales que niños y niñas deben llegar a interpretar correctamente.

Los contenidos acerca de la medida del tiempo que el currículo establece para que los alumnos y alumnas de Tercer Ciclo de Educación Primaria aprendan son:

- Unidades de medida del tiempo y sus relaciones. La precisión con los minutos y los segundos.
- Equivalencias y transformaciones entre horas, minutos y segundos en situaciones reales.

No debemos olvidar la importancia de los contenidos aprendidos en cursos anteriores, ya que sin ellos el alumnado no logrará asimilar los del último ciclo, el tercero.

Tabla 2. Contenidos relacionados con la medida del tiempo del Primer y Segundo Ciclo de Educación Primaria

PRIMER CICLO	SEGUNDO CICLO
<ul style="list-style-type: none"> • Unidades de medida del tiempo: el tiempo cíclico y los intervalos de tiempo (lectura del reloj, las horas enteras, las medias). • Selección y utilización de la unidad apropiada para determinar la duración de un intervalo de tiempo. 	<ul style="list-style-type: none"> • Unidades de medida del tiempo: lectura en el reloj analógico y digital. • Confianza en las propias posibilidades y por compartir con los demás los procesos que utilizan la medida para obtener y expresar informaciones y para resolver problemas en situaciones reales. • Interés por la presentación limpia y ordenada del proceso y la expresión de medidas.

En cambio, de acuerdo con la ley de nueva aplicación, la Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE)², la etapa de Educación Primaria está constituida por 6 cursos y se compone de cinco áreas troncales, siendo una de ellas la de Matemáticas.

El currículo de las enseñanzas de Educación Primaria en la Comunidad Foral de Navarra con fecha del 5 de septiembre de 2014, ha empezado a estar vigente en los cursos impares de Primaria (1º, 3º y 5º) y se ha comenzado a implantar en determinados centros educativos.

Los contenidos del área de Matemáticas están organizados en cinco bloques, distribuidos de la siguiente manera:

- Bloque 1 – Procesos, métodos y actitudes en matemáticas
- Bloque 2 – Números
- Bloque 3 – Medida

² La Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa.

-
- Bloque 4 – Geometría
 - Bloque 5 – Estadística y probabilidad.

Así, el currículo establece que el alumnado de quinto curso de Educación Primaria debe aprender los siguientes aspectos sobre la medida del tiempo:

- Medidas en el Sistema sexagesimal: Tiempo y ángulos.
- Equivalencias y transformaciones entre horas, minutos y segundos.
- Medidas temporales.
- Resolución de problemas de tiempo y ángulos.

También en este caso, es necesario tener en cuenta los contenidos asimilados en ciclos anteriores ya que su aprendizaje resulta esencial para la posterior adquisición de los conceptos acerca de la medida del tiempo.

Tabla 3. Contenidos relacionados con la medida del tiempo de los cursos primero, segundo, tercero y cuarto de Educación Primaria

PRIMER CURSO	SEGUNDO CURSO	TERCER CURSO	CUARTO CURSO
--------------	---------------	--------------	--------------

<ul style="list-style-type: none"> • Unidades de medida del tiempo (hora, día, semana, mes y año) y sus relaciones. 	<ul style="list-style-type: none"> • Unidades de medida de tiempo y sus relaciones. 	<ul style="list-style-type: none"> • Longitud, capacidad, peso y tiempo. 	<ul style="list-style-type: none"> • Comparación y ordenación de medidas de una misma magnitud.
<ul style="list-style-type: none"> • Primeras lecturas en relojes analógicos y digitales. 	<ul style="list-style-type: none"> • Lectura en relojes analógicos y digitales. 	<ul style="list-style-type: none"> • Resolución de problemas de medida referidos a situaciones de la vida real. 	<ul style="list-style-type: none"> • Resolución de problemas de medida referidas a situaciones de la vida real.
<ul style="list-style-type: none"> • Cálculos sencillos con las medidas temporales estudiadas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Cálculos sencillos con medidas temporales. 	<ul style="list-style-type: none"> • Realización de mediciones. 	
	<ul style="list-style-type: none"> • Equivalencias y transformaciones entre día, semana, mes y año. 	<ul style="list-style-type: none"> • Elección de la unidad más adecuada para la expresión de una medida. 	

Tras analizar ambos currículos, se intuye que los alumnos de quinto curso de Educación Primaria podrían tener dificultades en el uso de un sistema numérico distinto al sistema decimal, en este caso el sistema sexagesimal, así como en las equivalencias y transformaciones entre horas, minutos y segundos, ya que este último aspecto no lo han aprendido en cursos anteriores.

2.3. Marco pedagógico y metodológico

La secuencia didáctica diseñada está dirigida a los alumnos de 5º curso de Educación Primaria, que son niños de 10-11 años, y se incluirían, según Piaget³, en la etapa de operaciones concretas (7-11 años). En esta etapa, el niño adquiere la capacidad de mostrar el pensamiento lógico ante los objetos físicos y se desarrolla su pensamiento abstracto, lo que le permite realizar operaciones matemáticas. Por otro lado, adquiere la reversibilidad y la capacidad de clasificar y ordenar según sus propiedades, formar jerarquías y establecer niveles en las mismas. Asimismo, aumenta su habilidad para aceptar opiniones ajenas e intercambiar información, justificando cada vez de manera más lógica sus ideas.

Por otro lado, en el periodo de las operaciones formales, el niño va a ser ya capaz de desarrollar un pensamiento lógico a partir de hipótesis formuladas verbalmente, liberándose de lo real y construyendo diferentes mundos posibles.

En definitiva, los alumnos de quinto curso de Educación Primaria, de 10-11 años, se encuentran en el límite entre ambos estadios. El paso de un periodo a otro se caracteriza por la presencia en los alumnos del pensamiento inductivo (aquel en el que aún tienen lugar los aspectos concretos de la realidad y, por ello, el niño únicamente es capaz de pensar sobre los aspectos de un problema tal y como se le presentan) como del pensamiento deductivo (pensamiento abstracto y manejo de ciertas operaciones formales).

La presencia de ambos tipos de pensamiento en los alumnos de quinto curso de Educación Primaria justifica la inclusión del tiempo y su medida en este curso debido a que su total comprensión y utilización requiere concebir tanto lo real como lo posible.

2.3.1. Habilidades y destrezas

De acuerdo con Hong, K. T. et al. (2009), debemos tener en cuenta los principios más relevantes para un aprendizaje matemático efectivo. Estos principios son aplicables tanto en Educación Primaria como en las siguientes etapas y nos muestran el modo de enseñar, de aprender y de evaluar las matemáticas.

³ Giménez, M. (2008). *Psicología del desarrollo. Vol. 1, Desde el nacimiento a la primera infancia*. Madrid: Mc. Graw – Hill.

Como centro del aprendizaje, en lugar de situar los contenidos, se coloca la resolución de problemas matemáticos. Su desarrollo depende de cinco componentes relacionados entre sí, que son:

- Conceptos: numéricos, algebraicos, geométricos, estadísticos, probabilísticos y analíticos.
- Habilidades: cálculo numérico, manipulación algebraica, visión espacial, uso de análisis de datos, medida, herramientas matemáticas, estimación.
- Procesos: razonamiento, comunicación y conexión; habilidades de pensamiento y aprendizaje por descubrimiento; método y su aplicación.
- Actitudes: pensamientos, interés, apreciación, seguridad y perseverancia.
- Metacognición: control de los propios pensamientos y autorregulación del aprendizaje.

En cuanto a los conceptos, los estudiantes deben desarrollarlos en profundidad y comprobar que las matemáticas no se componen de nociones aisladas, sino de conceptos que tienen relación entre sí. Además, los docentes debemos mostrarles distintas experiencias de aprendizaje para ayudarles a mejorar la comprensión de estos conceptos. De esta forma, tendrán un papel activo en el proceso de aprendizaje y aumentarán la seguridad en sí mismos en cuanto al descubrimiento y la aplicación de las matemáticas. Esto incluye el uso de material manipulativo, el trabajo práctico y los recursos tecnológicos.

Además, el desarrollo de las habilidades en los estudiantes es esencial en el proceso de aprendizaje de las matemáticas. Aunque los estudiantes deben ser competentes, debemos evitar hacer hincapié en el desarrollo de estas sin asegurarnos de que entiendan los principios matemáticos relevantes.

El tercer componente hace referencia a las habilidades involucradas en la adquisición y aplicación de los conocimientos matemáticos incluyendo el razonamiento, la comunicación y la conexión, las habilidades de pensamiento y el aprendizaje por descubrimiento, el método y sus aplicaciones.

Asimismo, las actitudes de los estudiantes hacia las matemáticas están influidas por sus experiencias de aprendizaje. Para potenciar actitudes positivas, debemos hacer que el proceso de aprendizaje sea ameno, significativo y relevante. Por eso, tenemos que diseñar las actividades con cuidado, tratando de fomentar la seguridad de los alumnos y su gusto por la asignatura.

El último componente hace referencia al conocimiento y la habilidad del autocontrol del pensamiento, en particular en la selección y el uso de las estrategias adecuadas para la resolución de problemas. Este elemento es necesario para que el estudiante sea consciente de sus propias habilidades

3. PROCESO DE ENSEÑANZA DEL CONCEPTO DE MEDIDA

Como se ha comentado en apartados anteriores, Thomas H. Parker (2008) establece una secuencia didáctica que el alumnado debe experimentar en el aprendizaje de la medida de cualquier magnitud. Los pasos a seguir son los siguientes:

1. a) Comparar las medidas de diferentes objetos.
b) Utilizar una unidad de medida no estándar para dichas mediciones.
c) Introducir una unidad de medida estándar.
2. Conocer las unidades de medida estándar mayores y menores y aprender a transformar las medidas expresadas en unidades diferentes.
3. Resolver problemas tanto de letra como de cálculo. A medida que se avance, la dificultad de esos problemas irá en aumento.

En el caso de la medida del tiempo encontramos dificultades a la hora de llevar a cabo el primer paso. Por lo tanto, proponemos presentarles a los alumnos un instrumento de medida de tiempo como es el reloj de arena y pedirles que expresen la duración de diferentes tareas en esta medida para después compararlas.

Por otro lado, Teresa Cascallana (2002) nos señala que el conocimiento lógico-matemático aporta al niño la estructura mental sobre la que asentar de forma sólida el conocimiento físico y social y le permite superar el egocentrismo intelectual.

Así, la enseñanza ha de ser activa sin dar predominancia a la transmisión verbal. Por ello, partimos de un pensamiento concreto: para la resolución de los problemas lógicos el niño tiene que experimentar la fase manipulativa; es decir, observar unos objetos concretos, tener la posibilidad de manipularlos, operar sobre ellos y comprobar por sí mismo el resultado de sus acciones. Esta fase es necesaria pero no suficiente.

A continuación, deberá pasar de lo concreto a lo abstracto mediante la fase representativa o simbólica, en la que el alumno opera sobre objetos concretos y sobre sus representaciones gráficas simbólicas.

La última fase que debe atravesar es la más abstracta, en la que puede pasar del símbolo al signo y operar sobre signos abstractos y arbitrarios, como son los números.

Estas fases deben realizarse de forma consecutiva para trabajar un mismo concepto. Si trabajamos distintas nociones simultáneamente, no es necesario que se encuentren en el mismo paso en todas ellas.

Asimismo, Jerome Bruner (1961) manifiesta que existen tres modelos para la representación de las ideas matemáticas: el modelo manipulativo, el icónico y el simbólico o abstracto.

Así, el alumnado accede a las ideas matemáticas abstractas a través de objetos concretos que pueden manipular para derivar de ellos conocimientos representables. Posteriormente, las representaciones gráficas le ayudan al estudiante a adquirir conocimientos icónicos de una idea y le sirven como una conexión para la adquisición de un conocimiento simbólico.

Además, Zoltan Dienes (1960), en su teoría, señala que las ideas matemáticas han de ser modelizadas de varias formas distintas para que todos los estudiantes tengan la posibilidad de comprenderlas en su forma abstracta.

3.1 Introducción de los algoritmos de suma y resta

Como hemos expuesto anteriormente, realizaremos diferentes actividades manipulativas para, después, introducir los algoritmos de la suma, resta, multiplicación y división, teniendo en cuenta que los debemos adaptar al sistema sexagesimal, ya que nos encontramos realizando actividades con datos de tiempo.

3.1.1 Algoritmo de la suma

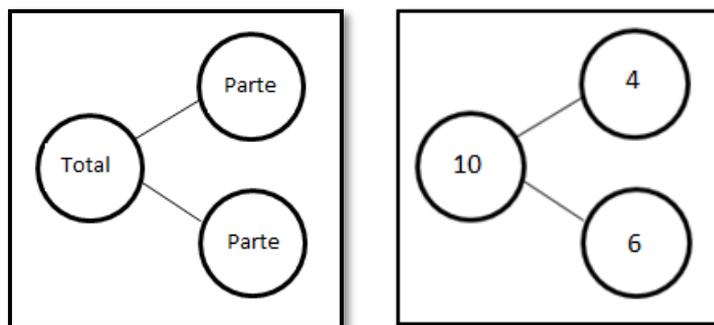
En cuanto a la suma, Jana Hazekamp (2011) señala que debemos seguir los siguientes pasos: comenzar con aspectos concretos, continuar con representaciones gráficas de los mismos y finalizar trabajando los aspectos más abstractos. Esto se puede conseguir llevando a la práctica la siguiente secuencia:

1. Uso de diagramas de números
2. Descomposición de números
3. Suma horizontal
4. Uso de fichas y tabla de valores posicionales
5. Suma vertical

6. Suma tradicional

La descripción se hace para la suma en el sistema decimal. Para llevar a cabo el primer paso se debe elegir un número y escribirlo en la casilla del diagrama en la que ponga "total".

A continuación, se les dirá a los alumnos que piensen diferentes maneras de dividir es número en dos partes. Cogemos el material que necesitamos, en este caso fichas, y realizaremos la partición ante todos los alumnos y alumnas con los instrumentos correspondientes. La separación debe quedar muy clara y tiene que ser muy visual para que los estudiantes asimilen el proceso sin cometer errores. Por ejemplo, descompondremos el número 10 como 4 más 6. Así, les explicamos que 10 es el total y que 4 es una parte, y 6 es otra, que serán las cantidades que escribiremos en las casillas correspondientes.



Figuras 1 y 2. Diagramas que tendrán que rellenar los alumnos.

Una vez realizada la primera separación, volvemos a juntar las fichas y pensamos en más formas de descomponer dicho número en dos. Esta vez, el docente no será quien realice la descomposición, sino que serán los alumnos quienes la lleven a cabo. Así, procederemos hasta que hayan asimilado correctamente esta fase.

Comprender este paso es fundamental para que los alumnos obtenga buenos resultados en todas las estrategias que aprenderemos. Una vez introducido el método, los alumnos lo practicarán. Comenzaremos con combinaciones simples y aumentaremos progresivamente la dificultad. Por último, realizaremos el mismo

proceso, pero el docente les dará las partes y los estudiantes tendrán que averiguar el total.

Continuaremos con la descomposición de números en decenas y unidades, para la cual necesitaremos las fichas correspondientes. Escogeremos un número y lo representaremos con el material disponible. Por ejemplo, si escogemos el número 23 serán 2 fichas de 10 unidades cada una y 3 fichas de una unidad. Para ello, pensemos cuántas fichas de unidades de decenas necesitaremos.

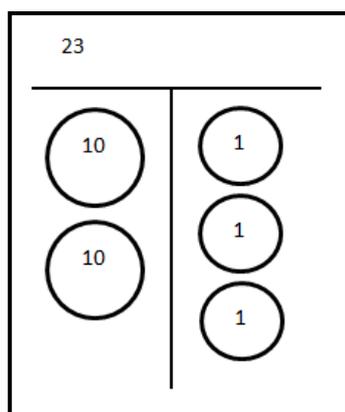


Figura 3. Representación del número escogido con fichas de valores.

Una vez representado el número, utilizaremos los carteles con los valores para volver a interpretarlo por separado (unidades, decenas, centenas). Por último, superpondremos ambos carteles para ver el resultado y comprobaremos si 20 y 3 es lo mismo que 3 y 20.

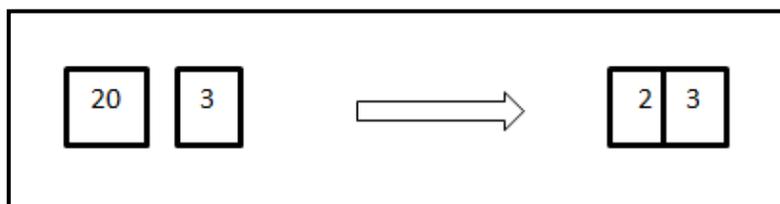


Figura 4. Representación del número escogido con fichas de valores.

Una vez que el alumnado haya comprendido la base del paso de descomposición de los números, iremos aumentando la dificultad practicando, así, con números de 3 ó más dígitos.

Posteriormente, realizaremos la suma horizontal. En primer lugar, escribiremos en horizontal las cantidades que sumaremos. Descompondremos cada número tanto por escrito como de forma visual con la ayuda de los carteles, colocando en un sumando los múltiplos de diez y en el otro el resto de los números. Sumamos las cantidades de cada sumando por separado y, por último, hallamos el resultado final. Al igual que en las fases anteriores, practicaremos la suma horizontal aumentando progresivamente la complejidad.

1º) $54 + 33$

2º) $(50 + 30) + (4 + 3)$ \Rightarrow

50	30
----	----

4	3
---	---

3º) $(50 + 30) + (4 + 3)$
 $80 + 7$

4º) $(50 + 30) + (4 + 3)$
 $80 + 7 = 87$

Figura 5. Ejemplo de la fase 3 “Suma horizontal”.

Para la fase 4, “Uso de fichas y tabla de valores posicionales”, escribiremos en vertical una expresión de uno o dos dígitos. Representaremos ambos números con las fichas en la tabla de valores, poniendo los múltiplos de 10 y las unidades en el lugar correspondiente. Para sumar, comenzaremos con la columna de las unidades, las cuales agruparemos de 10 en 10. Cada grupo de diez unidades formará una unidad de orden superior.

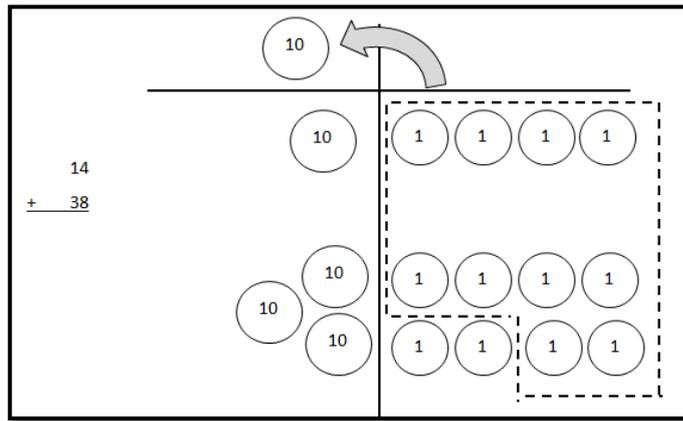


Figura 6. Ejemplo de los pasos 1 y 2 de la fase 4 “Uso de las fichas y la tabla de valores”.

Por último, contaremos cuántas fichas tenemos de cada orden y averiguaremos el total. También, podremos utilizar esta estrategia para operar con números de 3 ó más dígitos.

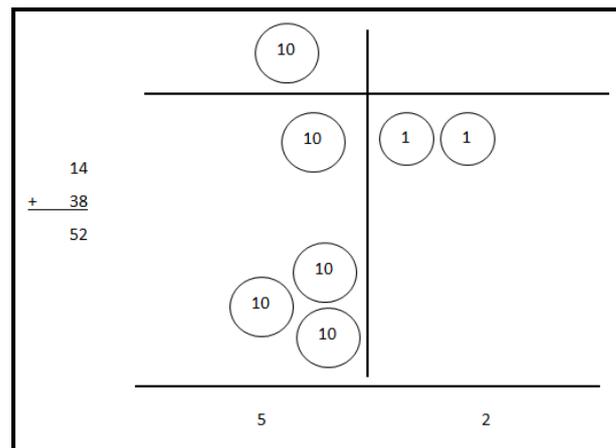


Figura 7. Resultado final de un ejemplo de la fase 4 “Uso de las fichas y la tabla de valores”.

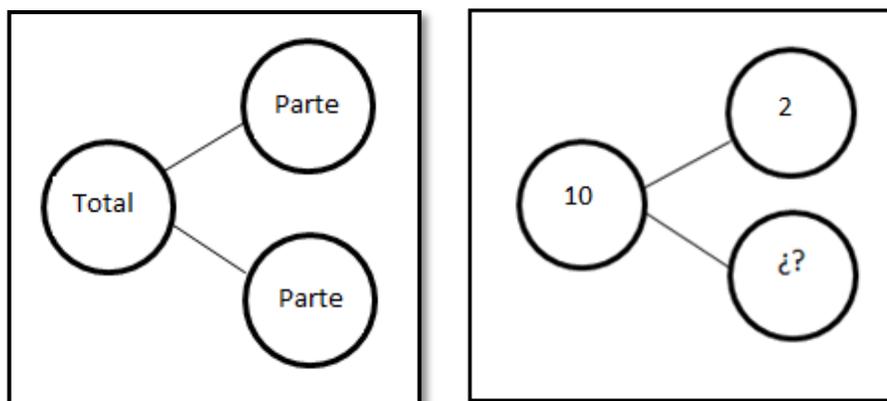
En la quinta fase realizaremos sumas en vertical. Para ello, escribiremos las cantidades de forma vertical colocando las unidades debajo de las unidades y las decenas debajo de las decenas. Sumaremos ambas columnas y obtendremos el resultado. En la parte superior del resultado escribiremos otra cantidad a sumar tal y como hemos hecho en el primer paso, las sumaremos y obtendremos el resultado final. En esta fase también se puede operar con números de 3 ó más dígitos.

3.1.2 Algoritmo de la resta

Siguiendo las explicaciones de Hazekamp (2011), el algoritmo de la resta se compondría de 3 fases:

1. Uso de diagramas de números
2. Uso de fichas y tabla de valores posicionales
3. Resta tradicional

En la primera fase seguiríamos los mismos pasos que en el algoritmo de la suma para el sistema decimal. Es decir, escogeríamos el número 10, y lo escribiríamos en la parte del diagrama en la que ponga “total”. A continuación, escogeremos un número cualquiera menor de 10, que colocaremos en uno de los huecos del diagrama en el que ponga “parte”. Como vemos, conocemos la cantidad total y una de las partes, pero nos faltaría averiguar la otra.



Figuras 10 y 11. Diagramas que tendrán que rellenar los alumnos.

En la fase dos utilizaremos las fichas de valores y la tabla para poder realizar la resta. En primer lugar, escribiremos la operación en horizontal. A continuación, representaremos las cantidades con las fichas de las que disponemos y comenzaremos a operar. No debemos olvidar que el número mayor lo colocaremos en la fila superior, es decir, en el minuendo, y el número menor en el sustraendo, ya que sino no podríamos realizar la resta.

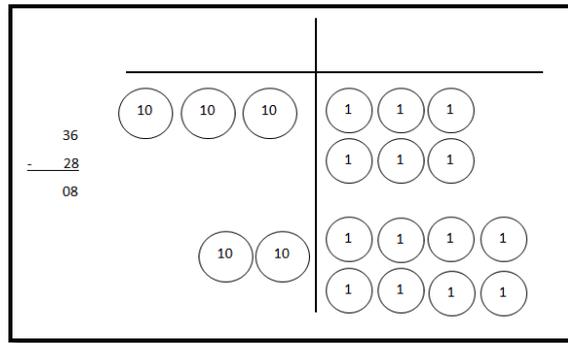


Figura 12. Ejemplo del primer paso de la fase 2 “Uso de las fichas y la tabla de valores posicionales”.

Comenzando por la columna de las unidades, observaremos ambas cifras: si la unidad del minuendo es mayor, lo restamos y dejamos expresado el resultado. Si es menor, tomaríamos prestada una decena, la cual sumaríamos a las unidades con las que estamos operando y la restaríamos en la columna del orden superior. Así, continuaremos con la sustracción hasta hallar el resultado final.

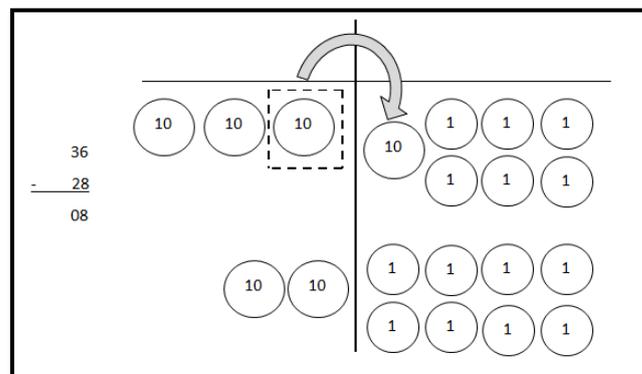


Figura 13. Ejemplo del segundo paso de la fase 2 “Uso de las fichas y la tabla de valores posicionales”.

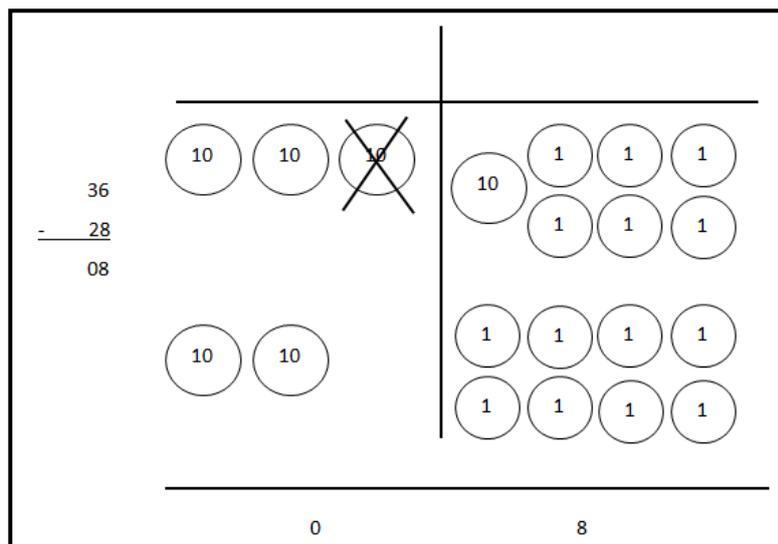


Figura 14. Ejemplo del tercer paso de la fase 2 “Uso de las fichas y la tabla de valores posicionales”.

Por último, realizaríamos la resta tradicional, que se soluciona tal y como hemos explicado en la fase anterior: colocamos el número mayor en la fila superior. Restamos la columna de las unidades, si la cifra de las unidades del minuendo es mayor, restaríamos las cantidades y expresaremos el resultado. Si es menor, tomamos prestada una unidad de orden superior y la añadimos, una vez hecho expresariamos el resultado. En la columna de las decenas, procederíamos a restar ambas cantidades teniendo en cuenta la unidad de este orden que hemos tomado prestada. Así, hasta obtener el resultado final.

$$\begin{array}{r}
 -1 \ +10 \\
 4 \ 6 \\
 - \underline{1 \ 7} \\
 2 \ 9
 \end{array}$$

Figura 15. Ejemplo de la tercera fase “Resta tradicional”.

Al igual que ocurre con el algoritmo de la suma, tenemos que tener en cuenta que trabajaremos con el sistema sexagesimal; por lo que, en nuestra propuesta, restaremos de 60 en 60.

3.2 Resolución de problemas

Finalmente, una vez que los alumnos hayan interiorizado todos los conceptos y realicen correctamente los algoritmos explicados, comenzaremos con la resolución de problemas.

En nuestro caso será con datos de tiempo, por lo que deberán emplear las estrategias aprendidas aplicándolas al sistema sexagesimal.

4. PROPUESTA DIDÁCTICA

A través de la propuesta de actividades para quinto curso de Educación Primaria, se pretende trabajar los siguientes aspectos acerca del tiempo y su medida:

- Unidades de tiempo menores que el año
- Unidades de tiempo mayores que el año
- El sistema sexagesimal
- Horas, minutos y segundos
- La suma de datos de tiempo
- La resta de datos de tiempo
- Formas compleja e incompleja de la expresión de datos de tiempo

Para trabajar los aspectos citados anteriormente, se propone una unidad didáctica que tendrá una duración de siete sesiones, durante las cuales los contenidos principales se realizarán mediante actividades manipulativas y una última sesión se dedicará a realizar el examen. Esta unidad engloba los contenidos primordiales relacionados con la medida del tiempo que los alumnos de quinto curso de Educación Primaria deben comprender y aprender. Cabe anotar que se deberían abordar las cuatro operaciones básicas, pero debido a cuestiones organizativas del tutor y a los contenidos expuestos en el libro de texto, únicamente aprenderemos la suma y la resta de datos de tiempo, dejando a un lado la multiplicación y la división.

4.1 Secuencia didáctica para trabajar el tiempo y su medida con alumnos de quinto curso de Educación Primaria

Sesión 1: ¿Qué sabemos del tiempo y su medida?

- Tiempo: 50 minutos
- Material: Ficha 1 (Anexo 1)
- Descripción:

El profesor introducirá el nuevo tema, que se titula “Medida de tiempo”. Les explicará que antes de comenzar el tema tenemos que rellenar una ficha (Anexo 1) para comprobar qué sabemos y recalcará que no es un examen, que rellenen lo que saben y

que no se preocupen si no saben contestar a alguna pregunta, ya que lo aprenderemos a lo largo del tema.

A continuación, repartiré una ficha a cada uno, puesto que la realizarán de forma individual. Y, una vez terminada, la recogerá y les preguntará oralmente qué les ha parecido la ficha en cuanto a dificultad, si sabían responder a muchas preguntas o no, etc.

Algunas preguntas de la ficha abarcan contenidos que trabajaremos a lo largo del tema. En cambio, otras cuestiones acerca del tiempo tratan de recoger la cultura general sobre el tema que tiene cada alumno.

Además, el docente les comentará que en las próximas clases iremos aprendiendo todos los contenidos relacionados con las preguntas de la ficha y que, si tienen alguna duda, se les irá resolviendo durante las clases.

Por último, se explicarán nociones básicas sobre la medida del tiempo, que profundizaremos en las siguientes clases.

Sesión 2: Realizamos nuestro propio calendario

- Tiempo: 50 minutos
- Material: Cartulina, lápiz y pinturas. Ficha 2 (Anexo 2)
- Descripción:

El docente entregará una cartulina a cada niño. El alumnado elaborará un calendario anual siguiendo las instrucciones que se le indiquen, paso a paso, por lo que será una actividad guiada y no totalmente libre. Estas instrucciones serán orales, aunque también podrán consultarlas en un documento escrito (Anexo 2).

Antes de su realización, les mostraremos un calendario como ejemplo, para que vean el resultado final del proceso que van a seguir. Una vez visto un ejemplo, se llevará a cabo la construcción del calendario siguiendo las instrucciones correspondientes. Durante la explicación de cada paso, se irán nombrando las unidades menores que el año, por ejemplo:

Profesor: -¿Cuántos meses tiene un año?

Alumnado: -Doce

Profesor: -Entonces, ¿en cuántas partes dividiremos la cartulina?

Alumnado: -En doce, una para cada mes.

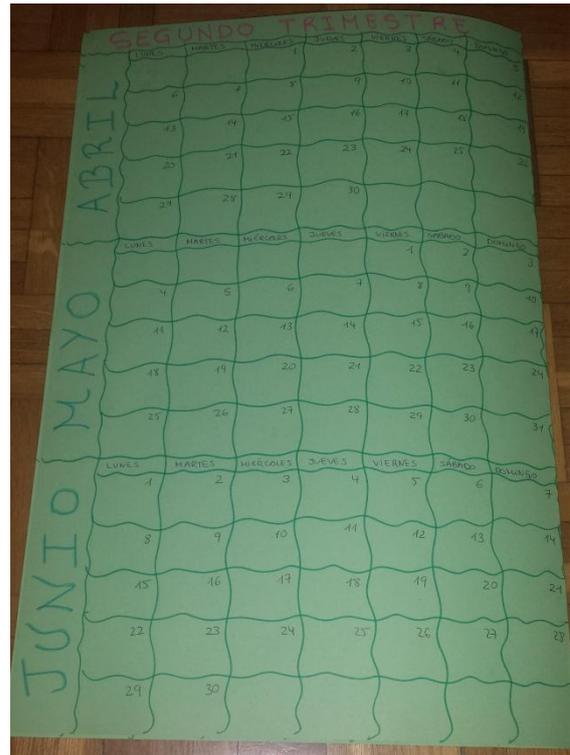
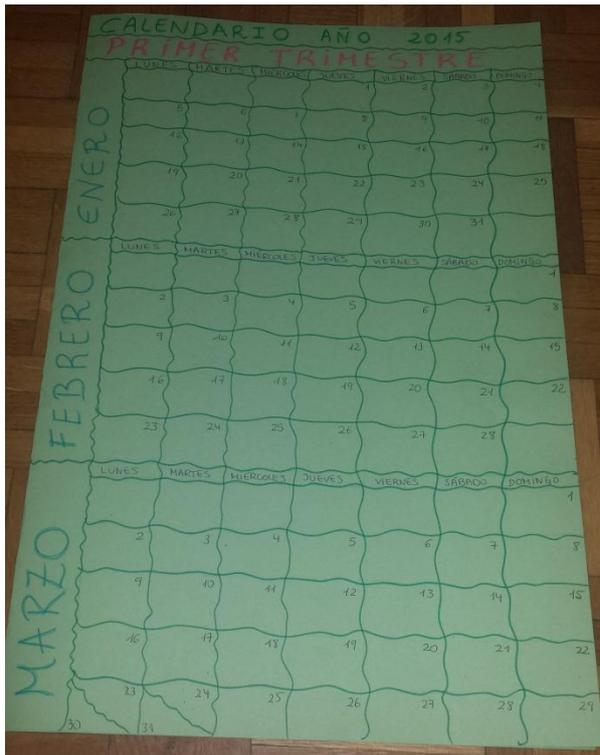
Profesor: -Muy bien. Entonces dividimos la cartulina en doce partes iguales, de forma que cada una será para un mes diferente.

La elaboración del calendario se realizará de la siguiente forma:

En primer lugar, doblaremos la cartulina por la mitad. Así, obtendremos cuatro caras, de forma que el calendario nos quedará como si fuera un libro. En cada cara de la cartulina, pondremos 3 meses, por lo que cada cara corresponderá a un trimestre.

Como ya hemos dicho, dividimos cada cara en 3 partes, ya que un trimestre es un periodo de 3 meses, dejando un pequeño espacio para poner el nombre del mes. Una vez representado cada mes, seguiremos con las semanas. Cada mes, excepto febrero que es un poco especial, tiene 30 ó 31 días, que se corresponden con 4 semanas y 2 ó 3 días más, dependiendo de qué mes estemos hablando. Por eso, dividiremos cada mes en 5 semanas. Así, seguiremos con la división de las semanas de manera que debemos obtener 7 columnas, una por cada día de la semana, dejando también un espacio para poner el día correspondiente.

Una vez realizados todos los pasos, procederemos a escribir los nombres de los meses, los días de la semana y el número de cada día de los meses, así como a decorar nuestro calendario. Y ya estará listo para apuntar aquellas fechas que sean importantes. El resultado será el siguiente:



Figuras 16 y 17. Primer y segundo semestre del calendario que mostraremos de ejemplo al alumnado.

Con la realización de este calendario, como ya hemos dicho anteriormente, se pretende recordar las unidades de tiempo menores que el año, de forma que las irán asimilando conforme vayan siguiendo los pasos. Al final de la sesión, realizaremos un repaso de las unidades que hemos recordado y de sus equivalencias.

También, les diremos que pueden utilizar el calendario para organizarse su tiempo, para apuntar fechas concretas de su día a día, como por ejemplo exámenes, cumpleaños, etc.

Sesión 3: Aprendemos las unidades mayores que el año

- Tiempo: 50 minutos
- Material: Ficha 3 (Anexo 3)
- Descripción:

Al inicio de esta sesión, volveremos a hacer un breve repaso sobre las unidades menores que el año para recordar lo que hemos aprendido y para comprobar si lo han asimilado o si aún surge alguna duda.

Después del breve repaso, comenzaremos a explicar las unidades de tiempo mayores que el año. Les preguntaremos cuáles conocen y si saben a cuánto tiempo equivalen. Por ejemplo, si dicen “década”, además del nombre de la unidad deberán decir, si lo saben, que equivale a 10 años y, si no lo saben, simplemente dirán por qué conocen el nombre de esa unidad.

Las unidades mayores que el año que estudiaremos son lustro, década, siglo y milenio. Les preguntaremos sobre cada una de ellas y calcularán su edad, que es 10-11 años, según la unidad que nombremos. Cuando expliquemos el siglo, además, les preguntaremos qué tipo de sistema numérico empleamos para escribirlos y si saben utilizarlo.

Independientemente de la respuesta del alumnado, repasaremos el sistema numérico romano; tanto las normas como los símbolos de escritura.

Recalcaremos que el sistema de numeración romano consta de 7 símbolos, que se dividen en dos grupos:

- Símbolos principales: aquellos que designan las unidades de primero, segundo, tercero y cuarto orden en base 10. Los símbolos serían I, X, C y M respectivamente.
- Símbolos secundarios: designan el 5 (V), el 50 (L) y el 500 (D).

Así, también les explicaremos algunas de las peculiaridades de dicho sistema:

- Los símbolos principales no se pueden repetir más de tres veces, y los secundarios no pueden ser repetidos ninguna vez.
- No existe ningún símbolo que represente el 0, ya que los romanos desconocían este valor.

- Para expresar un número mayor que 3999, el valor de los números romanos queda multiplicado por mil tantas veces como rayas horizontales se coloquen encima de los mismos, así con dos rayas se multiplica por un millón.
- Si a la derecha de una cifra romana se escribe otra igual o menor, el valor de ésta se suma a la anterior. Por ejemplo: VII = 7, LIII = 53.
- Si entre dos cifras cualesquiera existe otra menor, ésta restará su valor a la siguiente. Por ejemplo: XIX = 19, CIV = 104.
- La cifra "I" colocada delante de la "V" o la "X", les resta una unidad; la "X", precediendo a la "L" o a la "C", les resta diez unidades y la "C", delante de la "D" o la "M", les resta cien unidades. Por ejemplo: IV = 4, XC = 90, CM = 900.

Además, les consultaremos si saben algún truco para averiguar a qué siglo pertenece un año determinado. Si algún alumno lo conoce, deberá explicarlo a sus compañeros. Por ejemplo, para saber a qué siglo pertenece el año 1897, cogemos las dos primeras cifras, les sumamos 1 y el resultado será el siglo correspondiente. En este caso el año 1897 sería el siglo 19 (siglo XIX). Pero este truco solo sirve para años posteriores al año 1000.

Por último, realizaremos unos ejercicios en los que tengan que emplear el sistema numérico romano y otros en los que trataremos de averiguar a qué siglo pertenece cada año (Ficha 3 – Anexo 3).

Sesión 4: Conocemos el sistema sexagesimal

- Tiempo: 50 minutos.
- Material: Fichas 4 (Anexo 5) y 5 (Anexo 5)
- Descripción:

En primer lugar, les explicaremos en qué consiste el sistema sexagesimal. Para ello, les contaremos que es un sistema en el que la base es el número 60 y que se utiliza para la medida del tiempo, que es donde nos vamos a centrar, pero también para la medida de ángulos.

Así, les diremos que la unidad más pequeña con la que vamos a trabajar es el segundo (s) y que seguidamente, trabajaremos el minuto (min). Les preguntaremos a cuántos segundos equivale un minuto. Y, por último, les hablaremos de las horas (h) y les preguntaremos a cuántos minutos equivale una hora. También, citaremos las abreviaturas de cada unidad de medida de tiempo. De esta forma entenderán cómo se utiliza el sistema sexagesimal.

A continuación, seguiremos explicando el paso de unidades de tiempo mayores a menores y viceversa. Para ello, emplearemos la escalera:

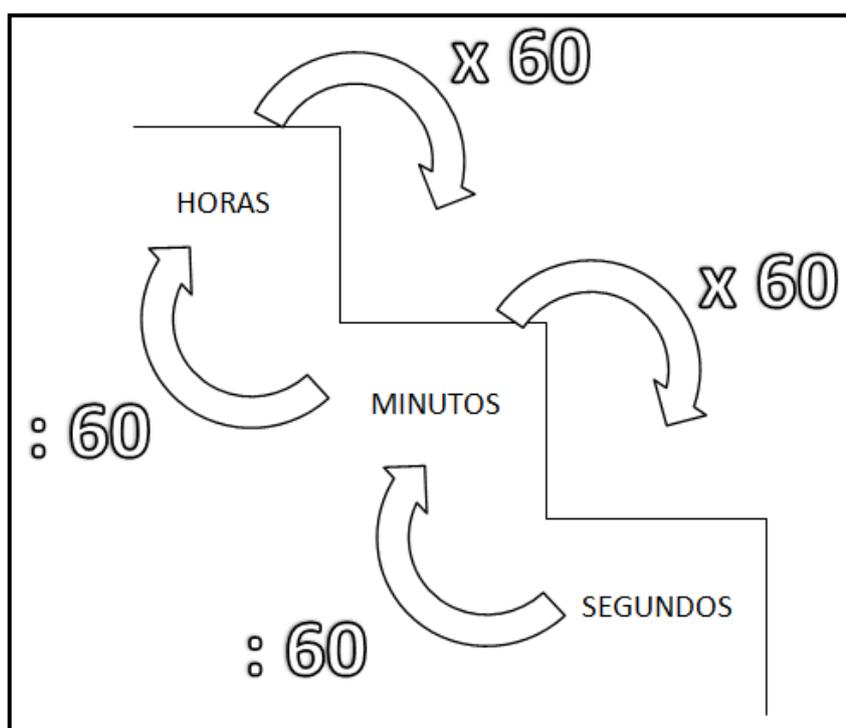


Figura 18. Escalera para explicar la transformación de las unidades de medida de tiempo.

Posteriormente, para hacer hincapié en el sistema sexagesimal, realizaremos la descomposición del número 60 en diferentes formas, y les daremos una ficha con diferentes diagramas en los que tendrán que averiguar qué número tienen que poner en los huecos que están libres.

En primer lugar, les recordaremos que estamos trabajando con el sistema sexagesimal y con el tiempo, por lo que la base de todas las operaciones que hagamos es el número 60. Así, tendrán que ser conscientes de que en esta actividad siempre será el protagonista el número citado anteriormente. El primero paso lo realizaremos todos juntos, para saber y conocer algunas de las formas posibles de descomposición del 60 y, de esta forma, poder rellenar los siguientes diagramas como corresponda. Así:

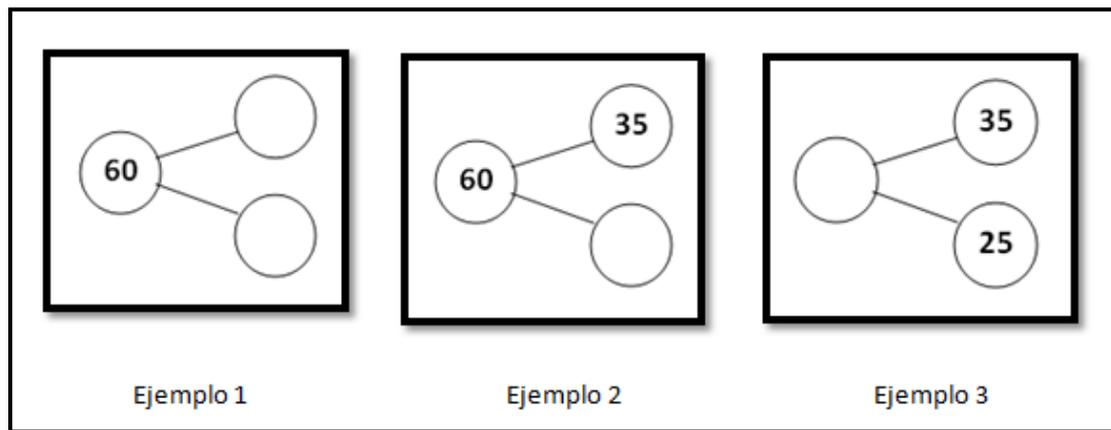


Figura 19. Diagramas para trabajar el sistema sexagesimal.

En el ejemplo 1, deberán escribir dos números que, entre ambos, sumen el número 60. Este paso lo realizaremos en voz alta y de uno en uno hasta obtener como mínimo una forma de descomposición de dicho número por cada alumno.

En el ejemplo 2, vemos que aparece el número 60 y el número 35. Les explicaremos que tienen que averiguar un número que si lo sumamos con 35 nos da 60. Para ello, se tendrán que dar cuenta de que deben emplear la resta.

En el ejemplo 3, verán que aparecen el número 35 y el 25. Para obtener el número 60 deben ser conscientes de que deben sumar ambas cifras.

Con esta actividad se pretende conseguir una mayor agilidad a la hora de realizar las operaciones de sumas y restas con el sistema sexagesimal, así como fomentar el uso de estrategias a la hora de encontrar la forma más rápida para llevar a cabo esas operaciones.

Una vez explicado el sistema sexagesimal, la transformación de unidades de medida del tiempo y habiendo realizado ya los diagramas, pondremos en práctica los nuevos conocimientos mediante los ejercicios de la ficha 5 (Anexo 5).

Por último, explicaremos las expresiones complejas e incomplejas con datos de tiempo y acabaremos la sesión realizando los ejercicios correspondientes de la misma ficha (Anexo 5).

Sesión 5: Suma de datos de tiempo

- Tiempo: 50 minutos
- Material: Fichas 6 (Anexo 6), 7 (Anexo 7), 8 (Anexo 8), 9 (Anexo 9) y 10 (Anexo 10)
- Descripción:

En esta sesión el docente les explicará cómo sumar los datos de tiempo. Para ello, les entregaremos unas fichas (Anexos 7, 8 y 9) con las que tendrán que representar las cifras necesarias en la tabla que también les entregaremos para que realicen las operaciones (Anexo 6). El docente les explicará cómo son las fichas de las que dispondrán: fichas de 1 segundo y de 10 segundos, de 1 minuto y de 10 y por último, de 1 y de 10 horas. Los alumnos emplearán las fichas que crean convenientes para representar cada cantidad.

Después, el profesor realizará la explicación visual y oral, utilizando la pizarra digital y, en vez de hacerlo con números, lo explicará con dibujos de las fichas citadas anteriormente. Así, para la explicación nos basaremos en el siguiente ejemplo:

$$\begin{array}{r}
 2 \text{ h } 13 \text{ min } 21 \text{ s} \\
 + \\
 \underline{10 \text{ h } 51 \text{ min } 33 \text{ s}} \\
 12 \text{ h } 64 \text{ min } 54 \text{ s} = 13 \text{ h } 4 \text{ min } 54 \text{ s}
 \end{array}$$

La explicación, a pesar de que en el aula la realizaremos con las fichas, será la siguiente:

En primer lugar, colocamos cada unidad donde corresponda; es decir, los segundos debajo de los segundos, los minutos debajo de los minutos y las horas debajo de las horas. De esta forma ya podremos sumar las cantidades.

A continuación, representamos cada número con las fichas. Una vez representado, comenzamos a sumar cada cantidad.

En cuanto a los segundos, tenemos $21'' + 33'' = 54''$. Como nos basamos en el sistema sexagesimal, les explicamos a los alumnos que siempre que sumemos cada columna debemos comprobar si el resultado es mayor o menor que 60. Si es menor que 60 el resultado se deja igual; en cambio, si es 60 o mayor, lo convertimos en 1 unidad de tiempo del orden siguiente. Por ejemplo, si el resultado fuera 67 segundos, escribiríamos en esa columna 7 segundos y los otros 60, pasarían a la columna siguiente en forma de 1 minuto. En este ejemplo, al haber obtenido un número menor que 60, lo dejamos expresado en su columna tal y como está.

Respecto a los minutos, sumamos $13' + 51' = 64'$. Al comprobar que el número es mayor que 60, le restamos 60 minutos, que se convertirán en 1 hora, y los 4 minutos restantes los dejamos expresados en el resultado en la columna de los minutos. La hora en que se han convertido los 60 minutos restantes pasará a la columna de las horas en forma de llevada, como hemos explicado anteriormente.

Por último, en la columna de las horas, tenemos $2\text{ h} + 10\text{ h} = 12\text{ h}$. Pero recordamos que hemos llevado 1 hora, porque contábamos con más de 60 minutos. Así, obtendríamos en total 13 h.

Finalmente, expresaremos el resultado que hemos obtenido: 13 horas, 4 minutos y 54 segundos.

También, les diremos que pueden realizar la suma hasta obtener el resultado y, cuando ya la hayan realizado, que comprueben si cada unidad es mayor de 60 o no, para expresarlo de la forma más adecuada posible.

Una vez terminada la explicación, les preguntaremos si tienen alguna duda, las resolveremos y continuaremos con la sesión realizando diferentes sumas (Anexo 10) con la tabla y las fichas que les hemos entregado.

Sesión 6: Restamos datos de tiempo

- Tiempo: 50 minutos
- Material: Fichas 6 (Anexo 6), 7 (Anexo 7) , 8 (Anexo 8), 9 (Anexo 9) y 11 (Anexo 11)
- Descripción:

En la sexta sesión, los alumnos restarán datos de tiempo, también, de forma práctica y manipulativa.

Así, entregaremos a cada uno el material utilizado en la sesión anterior (Anexos 6, 7, 8 y 9) para realizar las restas correspondientes.

Para ello, comenzaremos explicando la resta utilizando el mismo ejemplo que empleamos en la explicación de la suma, pero cambiando las cifras de los minutos:

$$\begin{array}{r} 2 \text{ h } 23 \text{ min } 21 \text{ s} \\ - \\ \underline{10 \text{ h } 11 \text{ min } 33 \text{ s}} \end{array}$$

La explicación será la siguiente:

En este caso, en la resta, también colocaremos cada cifra de la misma unidad en la misma columna, unas debajo de otras. Además, al ser una resta, también comprobaremos que el número mayor esté en la parte superior, es decir que sea el minuendo, y el número menor en el sustraendo, en la fila inferior. El resultado será la diferencia.

Para saber qué expresión es mayor nos fijaremos en el número de horas. En esta operación, la expresión mayor es 10 h 51 min 33 s, por lo que invertiremos el orden en el que la habíamos escrito:

$$\begin{array}{r} 10 \text{ h } 11 \text{ min } 33 \text{ s} \\ - \\ \underline{2 \text{ h } 23 \text{ min } 21 \text{ s}} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9 \text{ h } 61 \text{ min } 33 \text{ s} \\ - \\ \underline{2 \text{ h } 23 \text{ min } 21 \text{ s}} \\ 7 \text{ h } 38 \text{ min } 12 \text{ s} \end{array}$$

Una vez que tengamos expresada correctamente la operación ya podremos empezar a sustraer.

Comenzamos con los segundos, $33'' - 21'' = 12''$. Lo dejamos expresado en el resultado.

Ahora continuamos con los minutos, y vemos que tenemos $11' - 23'$. No lo podemos restar porque el número mayor estaría en la fila inferior. Para conseguir un número mayor en la fila superior cogemos 1 hora de las 10 que ya tenemos, la transformamos en 60 minutos y los sumamos a los 11 que teníamos. De esta forma ya podemos hacer $61' - 23' = 38'$.

Por último, sustraemos las horas. Tenemos $10 - 2$, pero si repasamos la operación, hemos quitado 1 hora y la hemos añadido en forma de 60 minutos a la columna central para poder realizar la resta. Por lo que ya no tenemos 10 horas, sino 9. La resta sería así: $9 - 2 = 7$ horas.

Finalmente, expresaríamos el resultado obtenido: 7 horas, 38 minutos y 12 segundos.

Por último, resolveremos todas las dudas que hayan surgido y realizaremos diferentes restas (Anexo 11) utilizando la tabla y las fichas.

Sesión 7: Problemas

- Tiempo: 50 minutos
- Material: Ficha 12 (Anexo 12)
- Descripción:

En esta sesión, el profesor planteará problemas en los que los alumnos tengan que operar con datos de tiempo y, de esta forma, pongan en práctica lo aprendido en las sesiones 5 y 6. Podrán realizar las operaciones tanto de forma escrita, si ya han interiorizado bien el proceso de cada operación, como con las fichas utilizadas en las sesiones anteriores.

Sesión 8: Examen

- Tiempo: 50 minutos
- Material: Ficha 13 (Anexo 13)
- Descripción:

El examen que realizarán los alumnos será el que decida el docente. En este caso ha escogido el que propone el libro de texto que utilizan en el centro.

Esperamos que el alumnado no tenga ninguna dificultad para realizar los ejercicios, ya que los contenidos que hemos trabajado son los mismos que comprende el libro de texto, solo que esta vez, en vez de utilizarlo como recurso principal, lo hemos empleado como un recurso guía.

5. RESULTADOS DE LA PUESTA EN PRÁCTICA

En esta sección valoramos la puesta en práctica de las actividades diseñadas para 5º curso de Educación Primaria de un determinado colegio de Pamplona.

Se trata de un aula de 18 alumnos, 9 chicos y 9 chicas, pero solamente presentaremos los resultados de 17 de ellos, puesto que uno de los alumnos tiene una Adaptación Curricular Individualizada. Además, es importante destacar que, en el aula, la mayoría de los alumnos son extranjeros, pero no presentan dificultades ni en el idioma ni en el aprendizaje.

Como punto de partida considerábamos necesario activar los conocimientos previos del alumnado. Así pues, preparamos una ficha que debían rellenar de forma individual. En el momento en el que explicamos la actividad se quedaron sorprendidos y asustados ya que pensaban que se trataba de un examen sorpresa, pero al presentar el tema y explicar qué íbamos a hacer en esa sesión, se tranquilizaron.

Además, al rellenar la ficha, se les veía con interés y ganas de completarla correctamente. A pesar de ello, al revisarla, vimos que eran muy pocos alumnos los que la habían completado en su totalidad, mientras que la mayoría había dejado 2 ó más preguntas sin responder. Aun así, la mayoría de las respuestas eran aceptables y correctas.

En cuanto a la segunda sesión, la realización de un calendario, los alumnos se mostraron activos, motivados y se ayudaban entre ellos. Además, el alumnado disponía de un manual de instrucciones porque, aunque les explicábamos paso a paso lo que debían hacer, cada alumno tiene un ritmo diferente y de esta forma cada uno seguía su proceso. Esta sesión les gustó mucho, pero no pudimos terminar el calendario completo y pedían que les dejásemos más sesiones para ello, lo que no fue posible debido al tiempo del que disponíamos.

La tercera sesión no fue tan amena, pero aun así, estaban motivados y seguían mostrando interés y ganas de aprender. Además, al trabajar con el sistema de numeración romano, prestaban más atención, puesto que la expresión de los números en este sistema les suponía un reto ya que a muchos de ellos se les hacía difícil aplicar las normas de escritura.

En la siguiente sesión explicamos el sistema sexagesimal. El uso de los diagramas les ayudó mucho para comprenderlo y, de esta forma, las transformaciones de una unidad a otra no fueron tan complicadas.

Las sesiones 5, 6 (suma y resta de datos de tiempo) y 7 (resolución de problemas) fueron las favoritas del alumnado. En estas tres sesiones los alumnos estaban muy participativos y con ganas de realizar las actividades. Además, colaboraban y se ayudaban entre ellos comentando diferentes estrategias y pasos para llevar a cabo las operaciones correspondientes. Una vez más, el inconveniente de estas sesiones era el tiempo con el que contábamos, ya que las sesiones son de 50 minutos pero el tiempo real de clase es inferior y no se aprovecha tanto como nos gustaría.

Por último, queríamos evaluar este proceso y por eso realizamos el examen propuesto. Los resultados no fueron llamativos, es decir, los alumnos notables obtuvieron notas altas, los alumnos medios sacaron una nota entre 5 y 8 y los alumnos que habitualmente suspenden también lo hicieron en este caso. Bien es cierto que sí hubo una mejora sutil. Lo ideal hubiera sido comparar los resultados con los de otras clases del mismo curso que dieron el tema de la forma habitual o con los de otros años, pero esto no fue posible.

Con esta experiencia, constatamos que la secuencia didáctica se puede llevar perfectamente a la práctica en un contexto real. Además, durante el transcurso de las actividades, los alumnos se mostraron totalmente motivados, activos y participativos, gracias a que ellos eran los protagonistas de su propio aprendizaje. Aunque, como hemos dicho anteriormente, también encontramos algunos inconvenientes, como por ejemplo, el tiempo disponible.

CONCLUSIONES Y CUESTIONES ABIERTAS

Al comienzo de este trabajo, se proponen varias cuestiones que intentamos resolver tras la puesta en práctica de la secuencia didáctica del tiempo y su medida. Hemos obtenido las siguientes conclusiones:

¿Qué dificultades encuentran los niños a la hora de asimilar el concepto de medida de tiempo?

Tras la puesta en práctica, podemos afirmar que para ellos el concepto de medida de tiempo es un aspecto muy cotidiano. Son conscientes de que hay muchas unidades con las que expresarlo y muchas formas de medirlo.

Además, entienden que las distintas duraciones de tiempo solo son comparables si conocemos sus medidas concretas y exactas.

Por eso, para medir el tiempo, los alumnos ven natural que utilicemos diferentes instrumentos que son los que realmente nos van a dar la medida exacta y no encuentran en esto ninguna dificultad.

¿Qué dificultades aparecen en el aprendizaje de las unidades utilizadas habitualmente para medir el tiempo y sus equivalencias?

La mayor dificultad que han encontrado los alumnos ha sido la comparación de datos de tiempo en las diferentes unidades de medida. El primer paso que llevaban a cabo era comparar directamente las cantidades sin fijarse en la unidad de medida en la que estaban expresadas.

Una vez resuelto este error, el alumnado era consciente de que debía fijarse tanto en la cantidad como en la unidad de medida; a continuación, expresar todos los datos en la misma unidad y, por último, comparar todas las expresiones.

¿Surgirán problemas a la hora de trabajar con el sistema sexagesimal?

Los alumnos ya tenían interiorizadas las medidas de tiempo menores que el año, especialmente las horas, los minutos y los segundos. Esto fue beneficioso para ellos, ya que al conocer las equivalencias de dichas unidades y ser conscientes de que se basan en el sistema sexagesimal, se les hizo más fácil la transformación de unas unidades a otras y, así, la aplicación y el uso de este sistema.

Por lo tanto, podemos decir que no ha surgido ningún problema a la hora de trabajar con el sistema sexagesimal.

¿Ayudarán las actividades manipulativas a superar tales dificultades?

Las actividades manipulativas se realizaban con fichas de 1 y 10 segundos, 1 y 10 minutos y 1 y 10 horas. El uso de estas fichas junto con las actividades propuestas trabajaban principalmente la transformación de los datos de tiempo en diferentes unidades de medida y la comparación de estos, que son los aspectos que más obstáculos presentaban en el aprendizaje de los alumnos. Por ello, consideramos que estas actividades sí han ayudado a superar esas dificultades.

¿Asimilarán los alumnos realmente los conceptos trabajados en clase sobre el tiempo y su medida?

Consideramos que no se puede responder a esta pregunta. Por un lado, los resultados en el examen no fueron muy buenos y esto puede indicar que no asimilaron correctamente los conceptos. Por otro lado, las actividades realizadas en las sesiones se llevaban a cabo de una forma adecuada y los alumnos eran capaces de realizarlas sin ningún problema.

En definitiva, la asimilación de los conceptos por parte del alumnado es satisfactoria, puesto que no solo pusieron ganas y mostraron interés, sino que hubo una pequeña mejora en los resultados académicos.

¿Ayudará el trabajo de las unidades de tiempo a entender las unidades de medida de ángulos?

Tampoco podemos responder a esta pregunta, ya que únicamente se han trabajado las unidades de medida de tiempo. Nuestra hipótesis es que este trabajo sí ayudara a entender las unidades de medida de los ángulos, puesto que ambos temas están basados en el sistema sexagesimal y los alumnos ya son conscientes de la utilización de dicho sistema.

Por último, en función de los objetivos planteados para este trabajo, podemos afirmar lo siguiente:

En cuanto al primer y al segundo objetivo, “Estudiar las posibles formas de introducir el concepto de medida de magnitudes de cualquier tipo” y “Analizar el marco curricular y didáctico de la enseñanza de este concepto en Educación Primaria” respectivamente, consideramos que sí se han logrado ambos objetivos ya que a lo largo del presente trabajo se muestran las formas en las que podemos introducir el concepto de medida, así como el análisis del Currículum de Educación Primaria en la Comunidad Foral de Navarra.

En lo referente al tercer objetivo, “Diseñar una secuencia didáctica para quinto curso de Educación Primaria, que esté enfocada al aprendizaje del tiempo y su medida según el modelo *concreto – visual – abstracto*”, podemos afirmar que sí lo hemos logrado puesto que no solo hemos diseñado la secuencia didáctica para quinto curso de Educación Primaria cumpliendo dichas condiciones, sino que también hemos diseñado los materiales para poder llevarla a cabo en un aula real.

Respecto al cuarto objetivo, “Adaptar el material utilizado en el *Chip model* del sistema decimal al sistema sexagesimal que se utilizará para medir el tiempo”, hay que decir que sí se ha llevado a cabo ya que todos los materiales propuestos para llevar a cabo la secuencia didáctica están diseñados para trabajar con el sistema sexagesimal, incluidos los del *Chip model*.

El quinto objetivo, “Utilizar el recurso didáctico llamado *Number bonds* para trabajar las descomposiciones del número 60 y, así, aplicarlo en la algoritmia simbólica” también ha sido logrado porque hemos dedicado una sesión para utilizar dicho recurso y nos ha ayudado a la comprensión de nociones que emplearíamos más tarde y en las siguientes sesiones.

Por último, podemos afirmar que el sexto objetivo, “Proponer actividades manipulativas para trabajar las unidades de tiempo para posteriormente derivar en una fase más abstracta”, también ha sido logrado puesto que el proceso de aprendizaje comienza con actividades manipulativas y deriva en una fase más abstracta, como puede ser la resolución de problemas.

Por lo tanto, podemos afirmar que hemos logrado todos los objetivos planteados. Además, todas las actividades han sido diseñadas teniendo en cuenta las

características de los alumnos de 10-11 años y, de esta forma, tanto los materiales como la secuencia didáctica pueden ser unos recursos útiles a la hora de impartir el tema del tiempo y su medida.

REFERENCIAS

- Bruner, J.S. (1961). The act of discovery. *Harvard Educational Review*, 31, 21-32.
- Cascallana, M. T. (2002). *Iniciación a la Matemática: materiales y recursos didácticos*. Madrid: Santillana.
- Castro, E. (2001). *Didáctica de la matemática en la Educación Primaria*. Madrid: Síntesis Editorial.
- DECRETO FORAL 60/2014, de 16 de julio, por el que se establece el currículo de las enseñanzas de Educación primaria en la Comunidad Foral de Navarra.
- Dienes, Z.P. (1960). *Building up Mathematics*. Londres: Hutchinson Educational Ltd.
- Giménez, M. (2008). *Psicología del desarrollo. Vol. 1, Desde el nacimiento a la primera infancia*. Madrid: Mc. Graw – Hill.
- Har, Y.B. (2010). *Bar modeling. A problem solving tool. From Research to practice. An effective Singapore Math Strategy*. Singapur: Marshall Cavendish Education.
- Hazekamp, J. (2011). *Why before how: Singapore math computation strategies*. Peterborough, Reino Unido: Crystal Springs Books.
- Hong, K. T.; Mei, Y. S.; Lim, J. (2009). *The Singapore Model Method for learning Mathematics*. Singapur: Marshall Cavendish Education.
- Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa, ha modificado la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación.

Ley Orgánica 1513/2006, de 7 de diciembre, del Real Decreto, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de Educación Primaria. Boletín Oficial del Estado, 8 de diciembre de 2006, núm. 293.

Parker, T.; Baldrige, S. (2008). *Elementary geometry for teachers*. Okemos, Michigan: Sefton-Ash Publishing.

Proyecto Planeta Amigo (2006). *Matemáticas 5º Primaria*. Madrid: Sm.

Wilhelmi, M.R.; Pascual, J. R. (2014). *Matemáticas para maestros*. Universidad Pública de Navarra.

ANEXOS



Nombre: _____ Fecha: _____

FICHA 1. ¿QUÉ SABEMOS DEL TIEMPO Y SU MEDIDA?

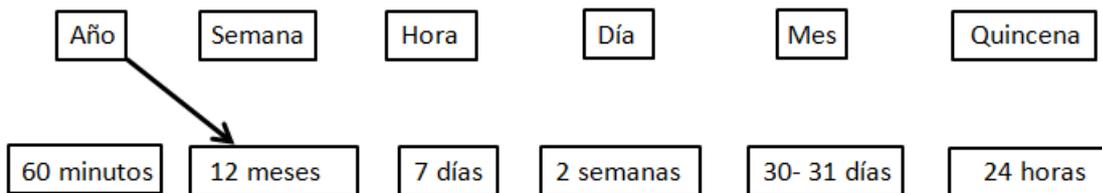
1. ¿Qué unidades utilizamos para medir el tiempo?

2. ¿Qué instrumentos conoces para medir el tiempo? Nombra al menos 2.

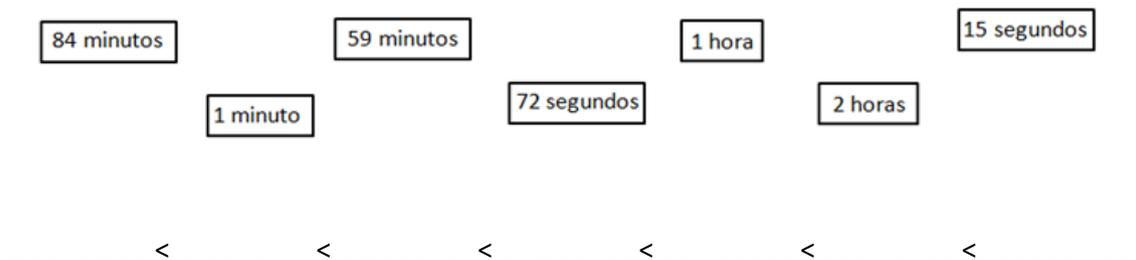
3. ¿De qué tipo es cada uno de estos relojes?



4. Relaciona las unidades de la fila superior con las de la fila inferior:



5. Ordena de menor a mayor las siguientes expresiones:



6. Define las siguientes palabras:

Trimestre: _____

Cuatrimestre: _____

Semestre: _____

7. Responde a las siguientes preguntas:

a) Clasifica los meses del año según tengan 30 días ó 31.

Meses de 30 días: _____

Meses de 31 días: _____

b) ¿Hay algún mes que no se pueda clasificar? ¿Cuál es?

8. ¿Sabes qué es un año bisiesto? Explícalo.

9. Define las siguientes palabras:

Lustro: _____

Década: _____

Siglo: _____

Milenio: _____

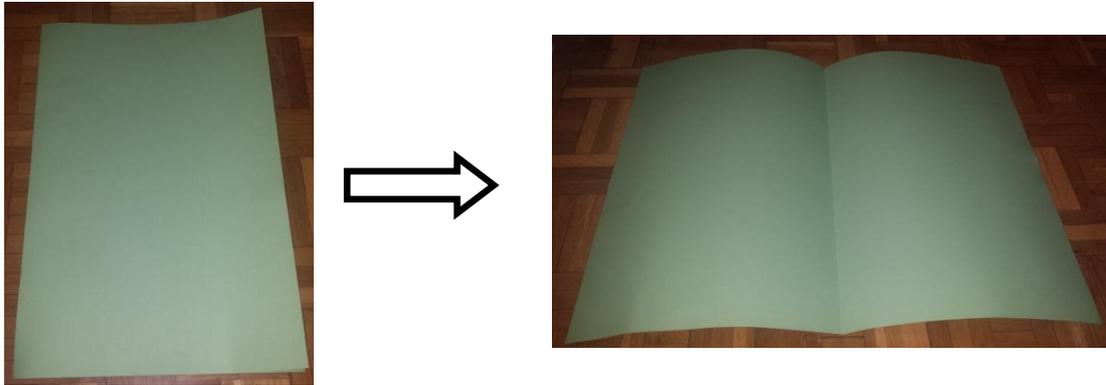
10. ¿Qué números utilizamos para escribir los siglos?

11. ¿Por qué un día dura 24 horas?

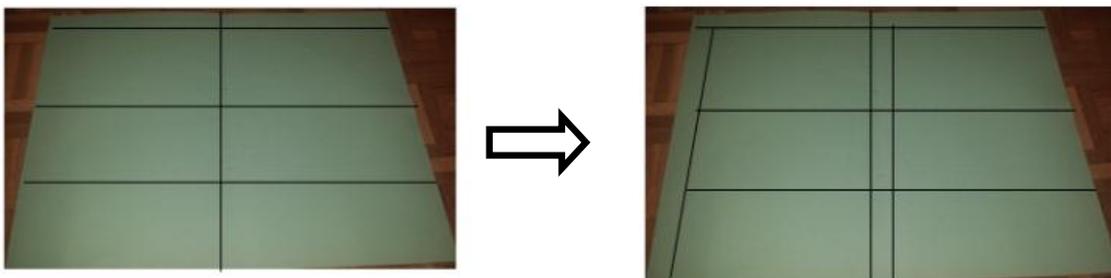
12. ¿Por qué un año dura 365 días?

FICHA 2. INSTRUCCIONES PARA LA REALIZACIÓN DE UN CALENDARIO

En primer lugar, doblaremos la cartulina por la mitad. Así, obtendremos cuatro caras, de forma que el calendario nos quedará como si fuera un libro.



A continuación, dejaremos un espacio de unos 2 cm para indicar en qué trimestre estamos y el espacio restante lo dividimos en 3, ya que un trimestre es un periodo de 3 meses, un espacio por cada mes en el que también dejaremos un pequeño espacio para escribir el nombre de cada mes.

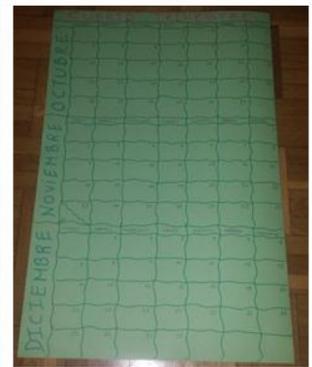
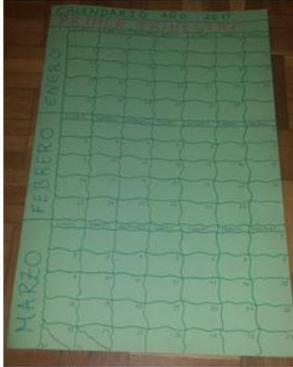


Una vez representado cada mes, seguiremos con las semanas. Cada mes tiene 30 ó 31 días, que se corresponde con 4 semanas y 2 ó 3 días más, dependiendo de qué mes estemos hablando. Por eso, dividiremos cada mes en 5 semanas.

Así, seguiremos con la división de las semanas de manera que debemos obtener 7 columnas, una por



cada día de la semana, dejando también un espacio para poner el día correspondiente. Una vez realizados todos los pasos, procederemos a escribir los nombres de los meses, los días de la semana y el número de cada día de los meses, así como a decorar nuestro calendario. Y ya estará listo para apuntar aquellas fechas que sean importantes.



FICHA 3. EJERCICIOS DEL SISTEMA NUMÉRICO ROMANO

1. Expresa con números romanos las siguientes cantidades:

34 = _____

58 = _____

105 = _____

249 = _____

587 = _____

728 = _____

2673 = _____

5673 = _____

2. Escribe con cifras el valor de los siguientes números romanos:

VIII = _____

XLVI = _____

XXII = _____

MCCCX = _____

DCXIX = _____

CDLIII = _____

V̄ICC = _____

MCDXCI = _____

MCXVI = _____

MMDXL = _____

3. Di a que siglo pertenecen los siguientes años y escríbelo, también, en números romanos:

49 = _____

125 = _____

789 = _____

1098 = _____

1342 = _____

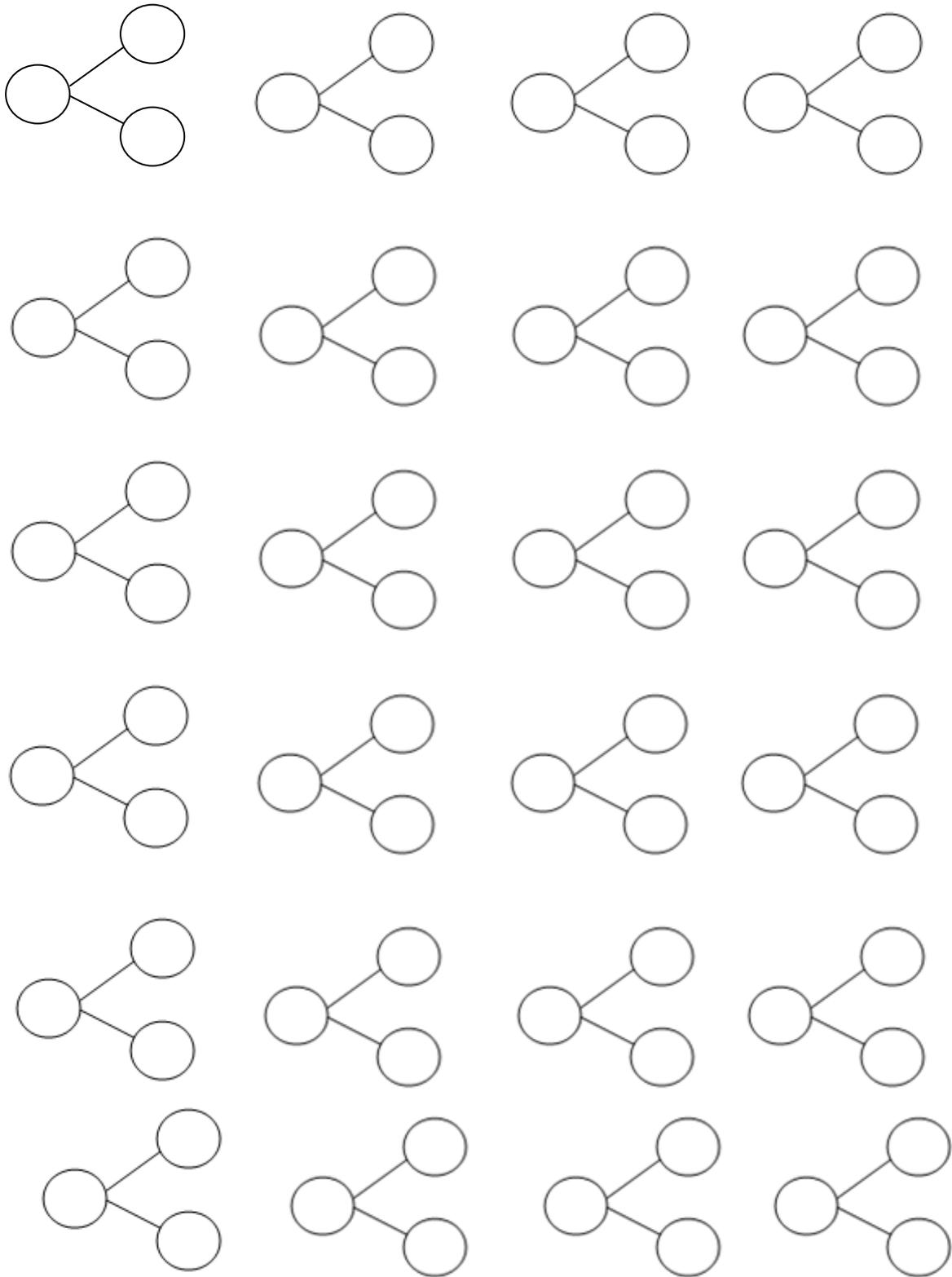
1492 = _____

1789 = _____

2015 = _____

4. El Panteón de Roma se comenzó a construir en el año CXVIII y se terminó en el año CXXV. Escribe con cifras cuándo se comenzó y cuándo se terminó de construir e indica a qué siglo pertenecen ambos años.

FICHA 4. DIAGRAMAS PARA EL SISTEMA SEXAGESIMAL



FICHA 5. EJERCICIOS DEL SISTEMA SEXAGESIMAL

1. Completa las siguientes igualdades:

3 h = _____ min

13 h = _____ s

24 h = _____ s

$\frac{1}{2}$ h = _____ min

240 min = _____ h

3600 s = _____ min

2. Transforma estos tiempos en segundos:

3 h 43 min 57 s = _____ s

5 h 24 min 59 s = _____ s

1 h 22 min 50 s = _____ s

2 h 13 min 13 s = _____ s

3. Ordena los siguientes tiempos de menor a mayor:

480 s - 5 min 13 s - 20 min - 1800 s - 1 h 10 min - 56 min 43 s - 72 min 10 s

_____ < _____ < _____ < _____ < _____ < _____

4. Completa la siguiente tabla:

EXPRESIÓN COMPLEJA	EXPRESIÓN INCOMPLEJA
	8927 s
4 h 34 min 11 s	
	4532 s
21 h 50 min 28 s	

FICHA 6. TABLA PARA LAS OPERACIONES DE DATOS DE TIEMPO

HORAS	MINUTOS	SEGUNDOS
<p style="text-align: center;">⋮</p>	<p style="text-align: center;">⋮</p>	<p style="text-align: center;">⋮</p>
<p style="text-align: center;">⋮</p>	<p style="text-align: center;">⋮</p>	<p style="text-align: center;">⋮</p>

<p style="text-align: center;">⋮</p>	<p style="text-align: center;">⋮</p>	<p style="text-align: center;">⋮</p>
--------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------

FICHA 7. FICHAS PARA LAS OPERACIONES DE DATOS DE TIEMPO (SEGUNDOS)

1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S
1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S
1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S
1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S
1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S
1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S
1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S
1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S
1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S
1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S
1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S
1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S	1 S

10 S					
10 S					
10 S					

FICHA 8. FICHAS PARA LAS OPERACIONES DE DATOS DE TIEMPO (MINUTOS)

1 MIN					
1 MIN					
1 MIN					
1 MIN					
1 MIN					
1 MIN					
1 MIN					
1 MIN					
1 MIN					
1 MIN					
1 MIN					
1 MIN					
1 MIN					
1 MIN					
1 MIN					

10 MIN	10 MIN	10 MIN	10 MIN
10 MIN	10 MIN	10 MIN	10 MIN
10 MIN	10 MIN	10 MIN	10 MIN
10 MIN	10 MIN	10 MIN	10 MIN

FICHA 9. FICHAS PARA LAS OPERACIONES DE DATOS DE TIEMPO (HORAS)

1 H	1 H	1 H	1 H
1 H	1 H	1 H	1 H
1 H	1 H	1 H	1 H
1 H	1 H	1 H	1 H
1 H	1 H	1 H	1 H
1 H	1 H	1 H	1 H
1 H	1 H	1 H	1 H
1 H	1 H	1 H	1 H
1 H	1 H	1 H	1 H

10 H	10 H	10 H
10 H	10 H	10 H
10 H	10 H	10 H
10 H	10 H	10 H

FICHA 10. SUMAS DE DATOS DE TIEMPO

$$\begin{array}{r} 2 \text{ h } 53 \text{ min } 11 \text{ s} \\ + \\ \underline{3 \text{ h } 1 \text{ min } 35 \text{ s}} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \text{ h } 34 \text{ min } 27 \text{ s} \\ + \\ \underline{7 \text{ h } 32 \text{ min } 9 \text{ s}} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \text{ h } 22 \text{ min } 21 \text{ s} \\ + \\ \underline{5 \text{ h } 31 \text{ min } 3 \text{ s}} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \text{ h } 43 \text{ min } 40 \text{ s} \\ + \\ \underline{13 \text{ h } 59 \text{ min } 2 \text{ s}} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \text{ h } 13 \text{ min } 21 \text{ s} \\ + \\ \underline{10 \text{ h } 51 \text{ min } 33 \text{ s}} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \text{ h } 41 \text{ min } 12 \text{ s} \\ + \\ \underline{14 \text{ h } 13 \text{ min } 30 \text{ s}} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \text{ h } \quad 41 \text{ s} \\ + \\ \underline{10 \text{ h } 11 \text{ min } 33 \text{ s}} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \text{ h } 16 \text{ min } 27 \text{ s} \\ + \\ \underline{1 \text{ h } 43 \text{ min } 51 \text{ s}} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \text{ h } 33 \text{ min } 36 \text{ s} \\ + \\ \underline{1 \text{ h } \dots\dots\dots 13 \text{ s}} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \text{ h } 13 \text{ min } 24 \text{ s} \\ + \\ \underline{2 \text{ h } \quad \quad 59 \text{ s}} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \text{ h } 38 \text{ min} \\ + \\ \underline{10 \text{ h } 32 \text{ min } 16 \text{ s}} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \text{ min } 45 \text{ s} \\ + \\ \underline{21 \text{ h } 28 \text{ min } 22 \text{ s}} \end{array}$$

FICHA 11. RESTAS DE DATOS DE TIEMPO

$$\begin{array}{r} 2 \text{ h } 27 \text{ min } 22 \text{ s} \\ - \\ \hline 3 \text{ h } 34 \text{ min } 35 \text{ s} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \text{ h } 54 \text{ min } 20 \text{ s} \\ - \\ \hline 7 \text{ h } 32 \text{ min } 19 \text{ s} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \text{ h } 52 \text{ min } 21 \text{ s} \\ - \\ \hline 5 \text{ h } 31 \text{ min } 53 \text{ s} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \text{ h } 43 \text{ min } 40 \text{ s} \\ - \\ \hline 8 \text{ h } 29 \text{ min } 12 \text{ s} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \text{ h } 32 \text{ min } 53 \text{ s} \\ - \\ \hline 16 \text{ h } 57 \text{ min } 33 \text{ s} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \text{ h } 29 \text{ min } 53 \text{ s} \\ - \\ \hline 14 \text{ h } 7 \text{ min } 30 \text{ s} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \text{ h } \quad 50 \text{ s} \\ - \\ \hline 13 \text{ h } 58 \text{ min } 33 \text{ s} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \text{ h } 29 \text{ min } 30 \text{ s} \\ - \\ \hline 2 \text{ h } 43 \text{ min } 51 \text{ s} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \text{ h } 29 \text{ min } 56 \text{ s} \\ - \\ \hline 2 \text{ h } \dots \dots \dots 10 \text{ s} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \text{ h } 28 \text{ min } 59 \text{ s} \\ - \\ \hline 2 \text{ h } \quad 58 \text{ s} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \text{ h } 54 \text{ min} \\ - \\ \hline 15 \text{ h } 17 \text{ min } 16 \text{ s} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 47 \text{ min } 17 \text{ s} \\ - \\ \hline 2 \text{ h } 18 \text{ min } 31 \text{ s} \end{array}$$

FICHA 12. PROBLEMAS CON DATOS DE TIEMPO

1. Un niño sale de casa a las 08:45 y regresa a las 17:15 ¿Cuánto tiempo estuvo en el colegio?
2. Nuria realiza 3 dibujos por hora ¿Cuánto tiempo ha estado dibujando si ha realizado 9 dibujos?
3. Mario sale a andar en bici a las 07:10 de la mañana y regresa a las 11:20. ¿Cuánto tiempo duró su paseo en bici? Exprésalo en modo complejo.
4. En una fiesta de cumpleaños, Pedro llegó a las 17:30; Xabier había llegado 10 minutos antes que Pedro; Laura, 10 minutos después de Xabier y Andrea 5 minutos antes que Laura. ¿A qué hora llegó cada persona?
5. La hermana de Paula tiene una planta que mide 5 cm. Si cada mes crece 1'5 cm. ¿Cuántos meses tendrán que pasar hasta que llegue a medir 17 cm?
6. Rosa llama por teléfono a su mejor amiga, que vive en otra ciudad. Le llamó a las 16:50 de la tarde y terminaron de hablar a las 17:25. Cada minuto cuesta 0,04 € ¿Cuánto tiempo estuvieron conversando? ¿Cuánto costó la llamada?
7. Marie Curie, una conocida científica, nació en el año 1867 y murió en el 1934. ¿En qué siglo o siglos vivió? ¿Con cuántos años murió? ¿Cuántos años hace que murió?
8. La madre de Daniel trabaja en una empresa de ordenadores. El lunes trabajó de 10:00 a 13:30, el martes de 16:15 a 19:45, el miércoles de 09:30 a 12:30, el jueves tuvo fiesta y el viernes de 18:45 a 21:45. Si por cada hora que trabaja le pagan 11 euros, ¿cuánto dinero ha ganado esta semana?
9. Un programa de televisión comienza a las 15:35 y acaba a las 16:10. Si los anuncios duran 10 minutos y 25 segundos ¿cuánto dura el programa?
10. Antonio fabrica velas de 16 cm largo, por si se va la luz. Las velas se consumen 3,2 cm cada hora que están encendidas. ¿Cuántas horas dura una vela?
11. Esther, Laura y Juan han realizado una carrera de 200 m. Esther ha tardado un minuto y medio, Laura un minuto y 25 segundos y Juan ha empleado 96 segundos. Expresa en segundos los tiempos de cada una e indica el orden de llegada a la meta

12. Un ciclista comienza una etapa contrarreloj; sale a las 11 h 40 min y 42 s y llega a la meta transcurridos 35 min y 20 s. ¿A qué hora llegó a la meta?
13. En una competición de natación femenina, la ganadora hizo un tiempo de 1 min 50 s. La que quedó en segundo lugar tardó 2 min 3 s. ¿Cuántos segundos transcurrieron entre la llegada de la primera y de la segunda?
14. Andrés ha comprado una cinta de vídeo de tres horas de duración. En ella quiere grabar dos películas. La primera dura 1 h 38 min y la segunda 1 h 26 min. ¿Caben las dos películas en la cinta que compró? ¿Cuánto tiempo sobra o falta?
15. Si un coche viaja a 98 km/h, ¿cuánto tiempo tardará en recorrer 343 km?

FICHA 13. EXAMEN DEL LIBRO DE TEXTO

Evaluación

11

Medida de tiempo

Fecha

Apellidos:

Nombre:

1. Completa y relaciona los elementos de estas dos columnas que sean equivalentes.

- | | |
|-------------|---------------|
| Trimestre • | • _____ días |
| Lustro • | • 3 meses |
| Quincena • | • _____ años |
| Siglo • | • _____ meses |
| Semestre • | • 100 _____ |

2. Escribe el siglo al que pertenecen los siguientes años:

- 57 → _____ 1954 → _____
 1800 → _____ 1492 → _____
 476 → _____

3. Transforma las siguientes expresiones de tiempo en la unidad indicada.

4 min = _____ s	$\frac{1}{2}$ h = _____ min
$\frac{1}{4}$ h = _____ s	20 min = _____ s

4. Expresa estos tiempos en unidades mayores:

60 min = _____ h	3600 s = _____ h
1800 s = _____ h	720 min = _____ h

5. Completa la siguiente tabla:

expresión compleja	expresión incompleja
6 h 17 min 28 s	s
	8.439 s
5 h 54 min 36 s	s

Apellidos:

Nombre:

6. Realiza las siguientes operaciones.

$$\begin{array}{r} 12 \text{ h } 30 \text{ min } 42 \text{ s} \\ + 7 \text{ h } 56 \text{ min } 33 \text{ s} \\ \hline \end{array}$$

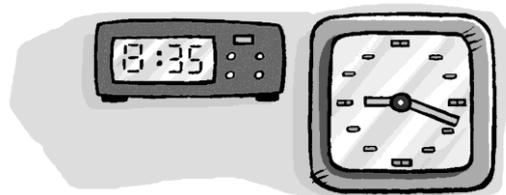
$$\begin{array}{r} 15 \text{ h } 29 \text{ min } 56 \text{ s} \\ - 7 \text{ h } 12 \text{ min } 46 \text{ s} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \text{ h } 24 \text{ min } 39 \text{ s} \\ - 7 \text{ h } 46 \text{ min } 15 \text{ s} \\ \hline \end{array}$$

7. Calcula los minutos que tiene un fin de semana.

8. Un día en Plutón equivale a una década, un lustro, tres años, un semestre y dos días terrestres. ¿Cuántos días terrestres tarda Plutón en dar una vuelta sobre sí mismo?

9. Estos relojes indican la hora a la que Alejandro sale de su casa y la hora a la que llega al colegio. ¿Cuánto tiempo ha tardado en llegar?



10. Un programa de televisión que dura 25 min 42 s comienza a las 18 h 15 min. Si el programa acabó a las 18 h 52 min, ¿cuánto tiempo duraron los anuncios?

