



# ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES Y DE TELECOMUNICACIÓN

Titulación :

INGENIERO EN INFORMÁTICA

Título del proyecto:

SEGMENTACIÓN DE IMÁGENES  
MEDIANTE LÓGICA DIFUSA

Alumno: Eneko Dorronsoro Beitia

Tutor: Humberto Bustince Sola

Pamplona, 15 de Julio de 2010

# ÍNDICE DE CONTENIDOS

<b>1. <u>Introducción</u></b>	<b>1</b>
1.1. Lógica difusa.....	2
1.2. Lógica difusa en tratamiento de imágenes.....	4
1.3. Segmentación de imágenes mediante lógica difusa.....	5
1.4. Objetivos del proyecto.....	5
<b>2. <u>Segmentación de imágenes en escala de grises</u></b>	<b>6</b>
2.1. Conceptos teóricos sobre segmentación de imágenes en escala de grises.....	6
2.2. Segmentación de imágenes en escala de grises basado en conjuntos difusos tipo 2.....	10
2.2.1. Conceptos teóricos.....	10
2.2.2. Algoritmo para calcular umbral basado en conjuntos difusos tipo 2.....	12
2.2.2.1. Selección de función de pertenencia.....	12
2.2.2.2. Construcción de L conjuntos difusos $Q_t$ .....	12
2.2.2.3. Cálculo de límite superior e inferior para cada función de pertenencia.....	13
2.2.2.4. Calcular el nivel de entropía para cada conjunto $Q_t$ .....	15
2.2.2.5. Definir umbral óptimo.....	16
2.3. Segmentación de imágenes en escala de grises basada en funciones de equivalencia restringida maximizando la medida de similitud.....	19
2.3.1. Conceptos teóricos.....	19
2.3.1.1. Funciones de agregación.....	19
2.3.1.2. Funciones de equivalencia restringida.....	20
2.3.1.3. Similaridad.....	20
2.3.2. Algoritmo para calcular umbral basado en funciones de equivalencia restringida maximizando la medida de similitud.....	21
2.3.2.1. Elección de un número k de distintas funciones de pertenencia.....	21
2.3.2.2. Construcción de L conjuntos difusos $Q_t$ .....	22
2.3.2.3. Calcular la similaridad de cada conjunto difuso $Q_t$ con el conjunto 1.....	24
2.3.2.4. Definir umbral óptimo.....	25
2.4. Comparación de los resultados.....	30

<b>3. <u>Segmentación de imágenes en color</u></b>	<b>34</b>
3.1. Conceptos teóricos sobre imágenes en color.....	34
3.2. Segmentación de imágenes en color basada en conjuntos difusos tipo 2.....	39
3.3. Segmentación de imágenes en color basada en funciones de equivalencia restringida maximizando la medida de similitud.....	44
3.4. Comparación de los resultados.....	49
<b>4. <u>Conclusiones y líneas futuras</u></b>	<b>53</b>
<b><u>Bibliografía</u></b>	<b>56</b>

# Capítulo 1

## Introducción

El hecho de diferenciar un objeto del fondo de una imagen es un proceso que no supone ninguna dificultad para la mente humana; es algo que realizamos inconscientemente cientos de veces durante el día, sin que nos cueste ningún esfuerzo. Sin embargo, la misma tarea puede resultar muy complicada o imposible de realizar a través de un programa informático.



Figura 1.1: la mente humana es capaz de realizar la distinción entre el balón y la hierba sin ningún problema.

La segmentación de imágenes sigue siendo uno de los problemas más importantes con el que nos podemos encontrar dentro del análisis de imágenes. Aunque muchos autores han intentado determinar un método para segmentar imágenes, se puede decir que no existe un proceso único capaz de afrontar con éxito todos los problemas de segmentación.

Este proyecto se centra en estudiar dos técnicas de segmentación basados en técnicas de lógica difusa para imágenes en escala de grises y una vez realizado este estudio, aplicarlas a imágenes en color.

## 1.1. Lógica difusa

El propósito de este apartado es explicar de forma global la teoría de la lógica difusa, con el fin de dar una visión global de lo que representa y con ello, establecer una base teórica para poder entender y resolver nuestro problema de segmentación.

Con el fin de explicar diferentes términos de una forma más formal, definimos  $U = u_1, u_2, \dots, u_n$  como un conjunto finito que contiene todos los elementos con los que queremos trabajar.

En la lógica clásica o tradicional, nos limitamos a interpretar cualquier información como verdadera o falsa. Si definimos un conjunto  $A$ , cada elemento de  $U = u_1, u_2, \dots, u_n$  puede pertenecer o no a éste; si pertenece le asignamos el valor 1, mientras que si no lo hace, el valor que se le asigna es 0.

$$A \subseteq U$$

$$A = \{(u_i, \mu_A(u_i)) | u_i \in U\}$$

$$\mu_A : U \rightarrow \{0,1\}$$

$$\mu_A(u) = \begin{cases} 1 & \text{si } u \in U \\ 0 & \text{si } u \notin U \end{cases}$$

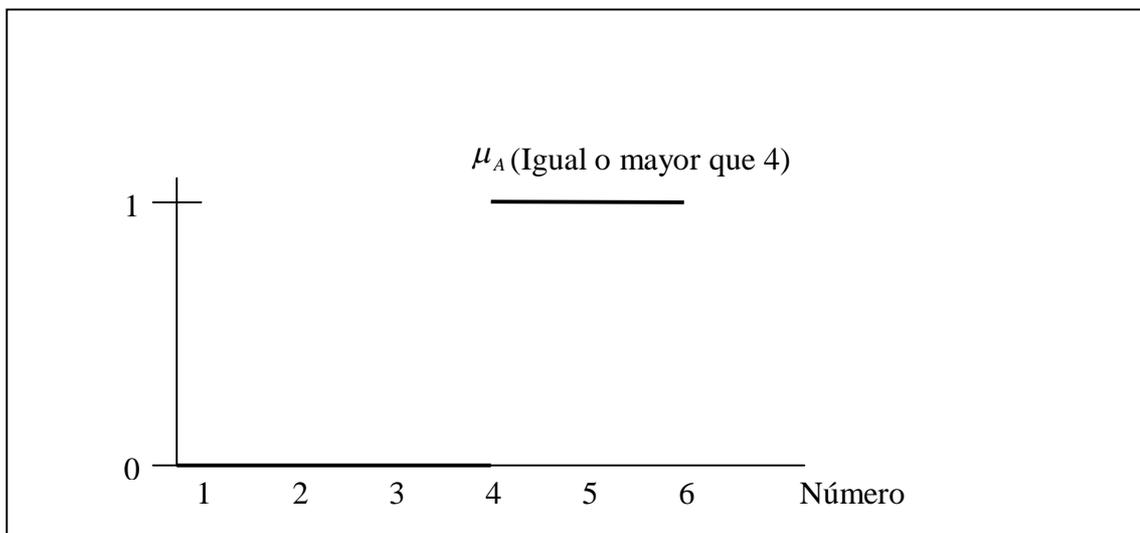


Figura 1.2: ejemplo de función de pertenencia para lógica clásica.

Es obvio que la lógica clásica nos limita mucho a la hora de representar la realidad, ya que prácticamente nada es verdadero o falso al 100%. Por ello, el matemático azerbaiyano Lofti A. Zadeh presentó en 1965 la teoría de conjuntos difusos o lógica difusa como extensión de la lógica clásica que permite manejar y procesar ciertos tipos de información en los cuales se manejen términos inexactos, imprecisos o subjetivos, de una manera similar a como lo hace el cerebro humano.

La lógica difusa se utiliza cuando la complejidad del proceso en cuestión es muy alta y no existen modelos matemáticos precisos, para procesos altamente no lineales y cuando se envuelven definiciones y conocimiento no estrictamente definido (impreciso o subjetivo).

## Conjuntos difusos

En este tipo de lógica ya no tenemos conjuntos en los que únicamente se pueden asignar los valores 0 o 1. Mediante la lógica difusa, se puede decir que un elemento pertenece en mayor o menor grado al conjunto con el que estamos trabajando. Por ejemplo, con la lógica clásica únicamente podemos decir que una persona que mide 1,75 metros es alta o no lo es, mientras que la lógica difusa nos permite decir sobre la misma persona que es muy alta, bastante alta, ... Para ello, nos permite la posibilidad de asignar valores que se encuentran dentro del intervalo [0,1] en vez de únicamente los valores 0 y 1, pudiendo de esta forma ser capaces de representar la realidad con mayor precisión; podemos decir que una persona es alta con pertenencia 0,7.

$$A \subseteq U$$

$$A = \{(u_i, \mu_A(u_i)) | u_i \in U\}$$

$$\mu_A : U \rightarrow [0,1]$$

$\mu_A$  es una función que asigna un valor entre 0 y 1 a cada elemento de U. En la siguiente figura se muestran la función de pertenencia genérica y la función de pertenencia para el ejemplo de la persona alta.

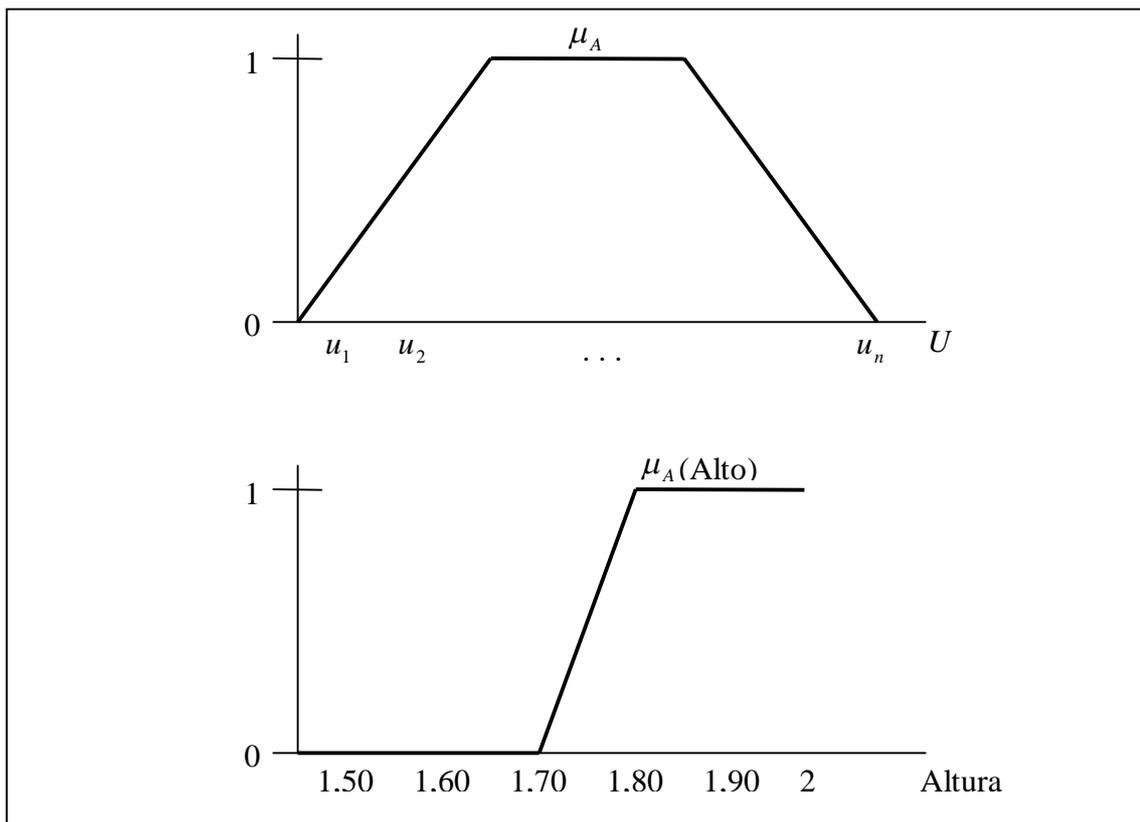


Figura 1.3: función de pertenencia genérica y función de pertenencia para el ejemplo de la persona alta.

Tenemos que puntualizar que cualquier problema que se pueda representar mediante lógica clásica puede ser a su vez representada mediante lógica difusa ya que como se ha mencionado, la segunda es una extensión de la primera; si nos encontramos con un conjunto difuso en el que los grados de pertenencia de todos los elementos sean 0 o 1 estamos ante un conjunto clásico.

## 1.2. Lógica difusa en el tratamiento de imágenes

Desde su aparición en 1965, la lógica difusa ha sido empleada en diversas áreas ya que es una forma muy precisa de modelar diferentes aspectos del mundo real; sectores como la automoción o la óptica se están aprovechando de ella en sus desarrollos tras constatar sus espectaculares beneficios.

El tratamiento de imágenes es otra área donde se aplica la lógica difusa, ya que abarca tareas complejas que necesitan herramientas potentes para representar y procesar información procedente del mundo real. Esto nos abre un amplio abanico de métodos para afrontar diferentes problemas dentro del tratamiento de imágenes, como puede ser en nuestro caso, el reconocimiento de objetos.

A la hora de representar una imagen a través de la lógica difusa, tomamos los distintos niveles de intensidad de gris o de un determinado color como elementos  $u_1, u_2, \dots, u_n$  del conjunto  $A$ .

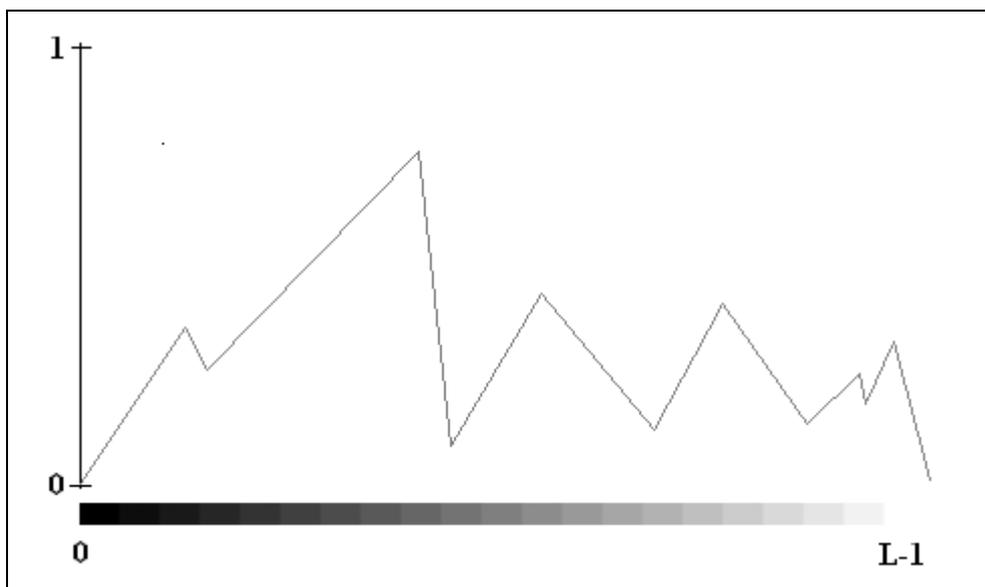


Figura 1.4: función de pertenencia de una imagen a través de lógica difusa

### 1.3. Segmentación de imágenes mediante lógica difusa

Como hemos dicho anteriormente, la lógica difusa es una herramienta muy potente a la hora de afrontar diferentes problemas dentro del tratamiento de imágenes. Uno de esos problemas es la segmentación, donde se busca reconocer objetos en una imagen.

Existen distintos métodos para segmentar imágenes, todos ellos con el fin de realizar este reconocimiento de objetos de forma satisfactoria a pesar de factores de perturbación como por ejemplo, la iluminación no uniforme. Dos de estos métodos de segmentación son la basada en conjuntos difusos tipo 2 y la basada en funciones de equivalencia restringida maximizando la medida de similaridad.

### 1.4. Objetivos del proyecto

Los dos objetivos principales de este proyecto son los siguientes:

- Realizar un estudio sobre dos técnicas de segmentación de imágenes en escala de grises basadas en lógica difusa.
- Aplicar las técnicas de lógica difusa estudiadas a imágenes en color y determinar la viabilidad o no de este tipo de técnicas para este tipo de imágenes.

Para las dos técnicas de segmentación que se emplean en el proyecto, se realizarán suficientes pruebas como para poder apreciar las virtudes de cada una de ellas, tanto en el procesamiento de imágenes en escala de grises como en el procesamiento de imágenes en color, y se intentará obtener un resultado óptimo a partir de los resultados obtenidos a través de la utilización de las dos técnicas.

# Capítulo 2

## Segmentación de imágenes en escala de grises

En este apartado se van a estudiar dos métodos de segmentación para imágenes en escala de grises y se mostrarán los resultados obtenidos a partir de utilizar los dos métodos con el fin de compararlos e intentar obtener un resultado óptimo a partir de ellos.

### 2.1. Conceptos teóricos sobre segmentación de imágenes en escala de grises

Las imágenes representadas en escala de grises están compuestas de intensidades de grises, que van desde el negro más profundo variando gradualmente en intensidad de grises hasta llegar al blanco. Este tipo de imágenes emplean 8 bits para representar cada píxel, lo que sólo permite una escala con 256 intensidades (o escalas de gris).



Figura 2.1: escala de grises

El proceso de segmentación de imágenes en escala de grises consiste en definir una intensidad de gris como umbral y crear una imagen binaria a partir de ella. Los píxeles de la imagen con intensidad de gris menor que el umbral definido se representan de un color, mientras que los píxeles con intensidad de gris mayor que el umbral se representan con otro color. De esta forma, se realiza la diferencia entre el objeto y el fondo de la imagen.

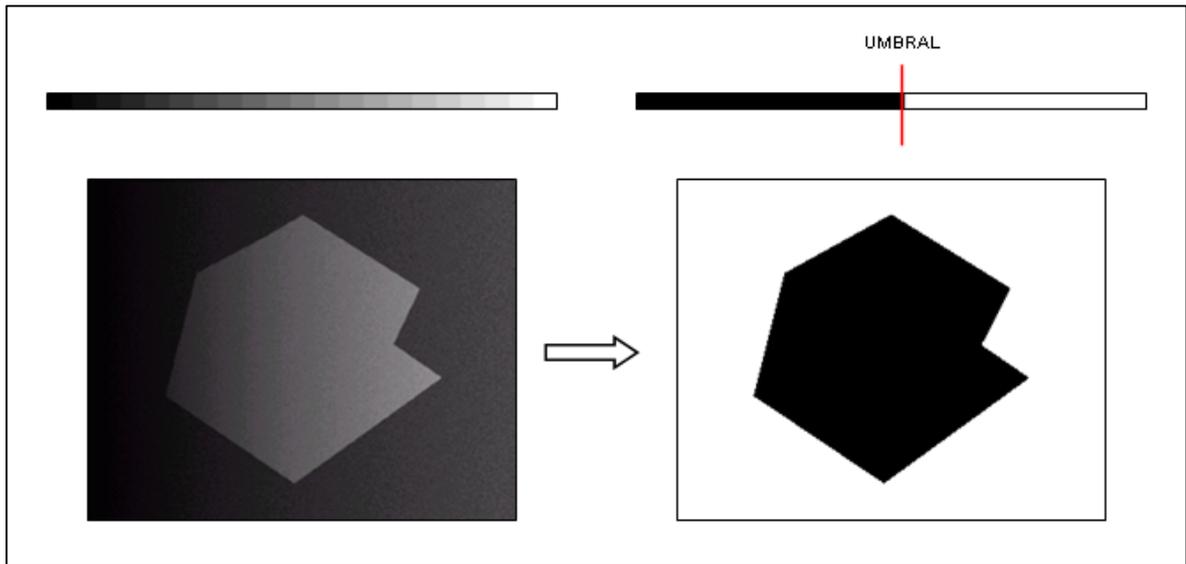


Figura 2.2: proceso de segmentación

A continuación se muestran las imágenes de muestra que se usan durante el proceso de segmentación descrito en este apartado y sus respectivos histogramas.

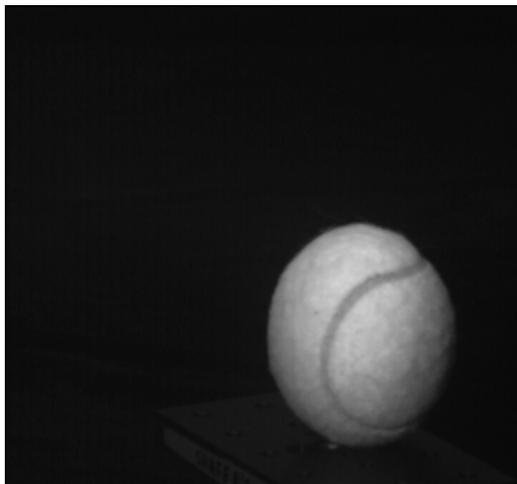
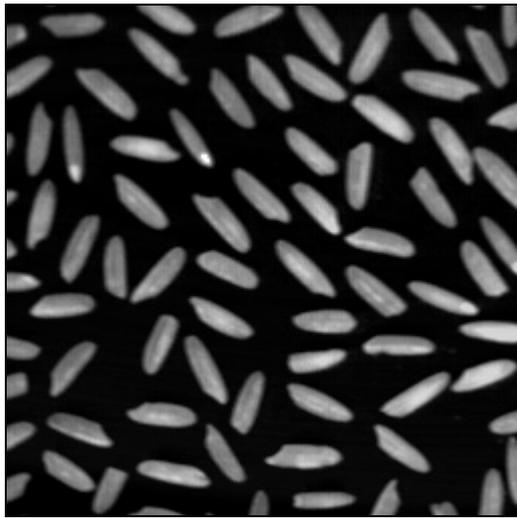


Figura 2.3: imágenes en escala de grises utilizadas: *arroz*, *tetera*, *pelota* y *cubo*.

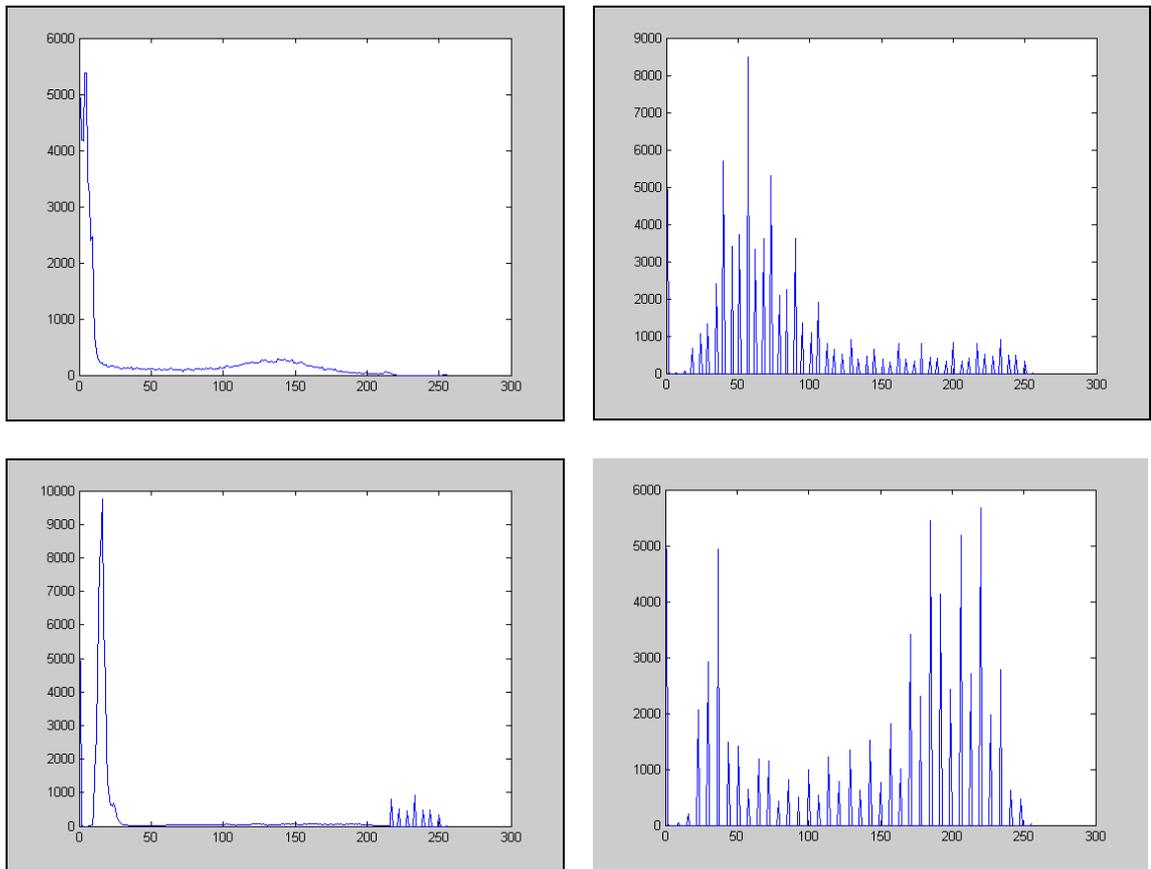


Figura 2.4: histogramas de las imágenes *arroz*, *tetera*, *pelota* y *cubo*.

## 2.2. Segmentación de imágenes en escala de grises basado en conjuntos difusos tipo 2

El principal problema de los conjuntos difusos tipo 1 es que la asignación de un grado de pertenencia a cada elemento no es certera. Las funciones de pertenencia son normalmente definidas por el experto y están basados en su conocimiento, por lo que este tipo de conjuntos difusos no son adecuados para representar más de un grado de pertenencia (opinión) para cada elemento. Por ello, presentamos los conjuntos difusos tipo 2 como solución al problema planteado.

Los conjuntos difusos tipo 1 tienen diferentes fuentes de incertidumbre, como pueden ser el significado de las palabras usadas, las medidas pueden ser ruidosas,... y no son capaces de modelar esta incertidumbre porque sus funciones de pertenencia son totalmente concisas. Por otro lado, los conjuntos difusos tipo 2 son capaces de modelar esa incertidumbre ya que sus funciones de pertenencia son a su vez difusas.

### 2.2.1. Conceptos teóricos

En esta sección definimos los conjuntos difusos tipo 2, con el fin de definir un conjunto de términos que nos permitirá familiarizarnos con este tipo de conjuntos.

Definición: un conjunto difuso tipo 2,  $\tilde{A}$ , es caracterizado mediante una función de pertenencia tipo 2  $\mu_{\tilde{A}}(x, u)$ , donde  $x \in X$  y  $u \in J_x \subseteq [0, 1]$ , es decir,

$$\tilde{A} = \{(x, u), \mu_{\tilde{A}}(x, u)\} \forall x \in X, \forall u \in J_x \subseteq [0, 1]$$

donde  $0 \leq \mu_{\tilde{A}}(x, u) \leq 1$ .  $\tilde{A}$  también puede ser expresado como

$$\tilde{A} = \int_{x \in X} \int_{u \in J_x} \mu_{\tilde{A}}(x, u) / (x, u) \quad J_x \subseteq [0, 1]$$

donde la doble integral denota la unión entre todo  $x$  y  $u$ . La unión entre dos conjuntos A y B es por definición otro conjunto que contiene todos los elementos en A y B.

El término *huella de incertidumbre* (FOU, *footprint of uncertainty*) se usa para expresar la forma o silueta de los conjuntos difusos tipo 2. Se trata de la unión de de todas las pertenencias primarias, es decir,

$$FOU(\tilde{A}) = \bigcup_{x \in X} J_x$$

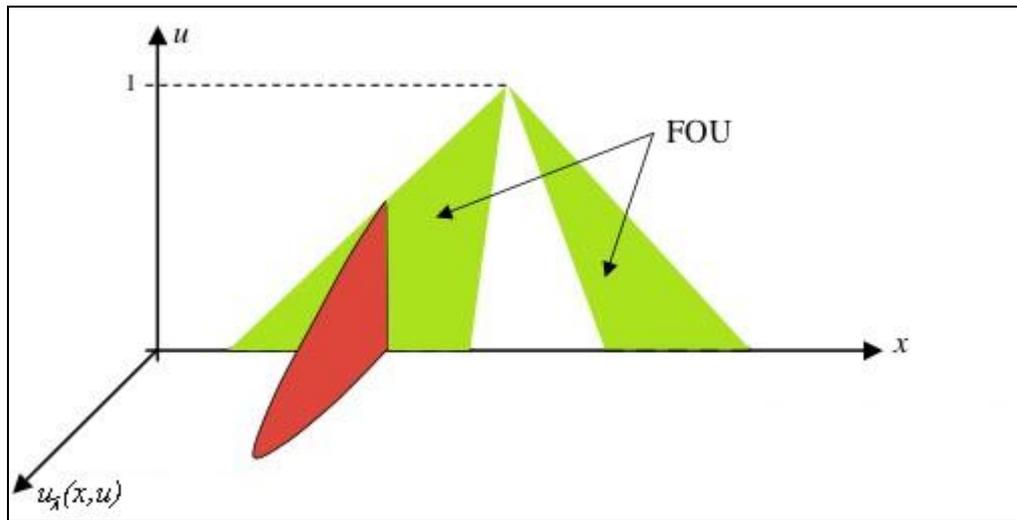


Figura 2.5: huella de incertidumbre o FOU de un conjunto difuso tipo 2

Cuando todos los grados de pertenencia secundarios son igual a 1, los conjuntos difusos de tipo 2 resultantes se conocen como conjuntos intervalo valorados.

Con el propósito de definir un conjunto difuso tipo 2, se puede en primer lugar definir un conjunto difuso de tipo 1 y a partir de este, asignar un grado de pertenencia superior y otro inferior a cada uno de los elementos, construyendo de esta forma su huella de incertidumbre.

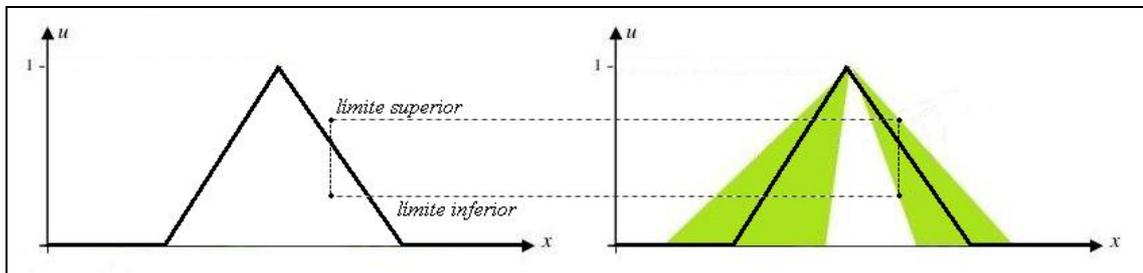


Figura 2.6: construcción de un conjunto difuso tipo 2 a partir de un conjunto difuso tipo 1

De esta forma, obtenemos otra definición para los conjuntos difusos tipo 2:

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_s(x), \mu_l(x)) \mid \forall x \in X, \mu_l(x) \leq \mu(x) \leq \mu_s(x), \mu \in [0,1]\}$$

donde  $\mu_s$  y  $\mu_l$  representan los grados de pertenencia superior e inferior respectivamente.

## Entropía

Si interpretamos una imagen como un conjunto difuso tipo 2, es interesante medir lo difuso que es ese conjunto o lo que es lo mismo, cual es su entropía. En el caso en que el grado de pertenencia de los elementos se pueda definir sin ninguna incertidumbre (conjunto difuso tipo 1) el valor de la entropía es 0, mientras que en el caso en el que se tengan que emplear intervalos para representar los grados de pertenencia de los elementos,

el nivel de entropía ya no es igual a 0. En el caso límite en el que la entropía es igual a 1, podemos afirmar que no sabemos nada acerca de los grados de pertenencia.

Definición: la entropía  $\tilde{\gamma}$  para un subconjunto  $\tilde{A} \subseteq X$  de una imagen  $M \times N$  con  $L$  niveles de gris  $g \in [0, L-1]$ , su histograma  $h(g)$  y la función de pertenencia  $\mu_{\tilde{A}}(g)$ , se define como

$$\tilde{\gamma}(\tilde{A}) = \frac{1}{MN} \sum_{g=0}^{L-1} h(g) \times [\mu_s(g) - \mu_t(g)]$$

## 2.2.2. Algoritmo para calcular umbral basado en conjuntos difusos tipo 2

En esta sección, se estudia y aplica paso a paso el algoritmo para calcular el umbral basado en conjuntos difusos tipo 2, y se muestran los resultados obtenidos a partir de aplicar el algoritmo a las imágenes de muestra.

### 2.2.2.1. Selección de función de pertenencia

Existen diferentes métodos para calcular funciones de pertenencia, como pueden ser la función estándar S de Pal and Rosenfield o la función usada por Huang y Wang. Nosotros construiremos la función de pertenencia basándonos en lo siguiente:

$$u(g) = \begin{cases} 0 & g \leq g_{\min} \quad \text{o} \quad g \geq g_{\max} \\ L(g) = \left( \frac{g - g_{\min}}{T - g_{\min}} \right)^\alpha & g_{\min} \leq g \leq T \\ R(g) = \left( \frac{g_{\max} - g}{g_{\min} - T} \right)^\beta & T \leq g \leq g_{\max} \end{cases}$$

donde  $g$  es el nivel de gris,  $g_{\min}$  y  $g_{\max}$  son los niveles de gris mínimo y máximo, y  $T \in [0, L-1]$  es un constante.  $\alpha$  y  $\beta \in (0, \infty)$  pueden ser definidos respecto a las propiedades estadísticas del histograma de la imagen. Tomaremos  $\alpha = 1$  y  $\beta = 1$ , quedándonos de esta forma una función de pertenencia de forma triangular.

### 2.2.2.2. Construcción de $L$ conjuntos difusos $Q_t$

Asignamos  $L$  conjuntos difusos  $Q_t$  a la imagen, cada uno de ellos asociado a cada nivel de intensidad  $t$  ( $t = 0, 1, \dots, L-1$ ) de la escala de gris empleada, donde la función de pertenencia de cada elemento en el correspondiente  $Q_t$  expresa la relación entre la intensidad  $q$  del píxel en cuestión y su pertenencia al objeto o al fondo. Para cada píxel, definimos su grado de pertenencia a través de la ecuación definida en el punto anterior, donde la variable  $T$  toma el valor de  $t$  para cada conjunto  $Q_t$ .

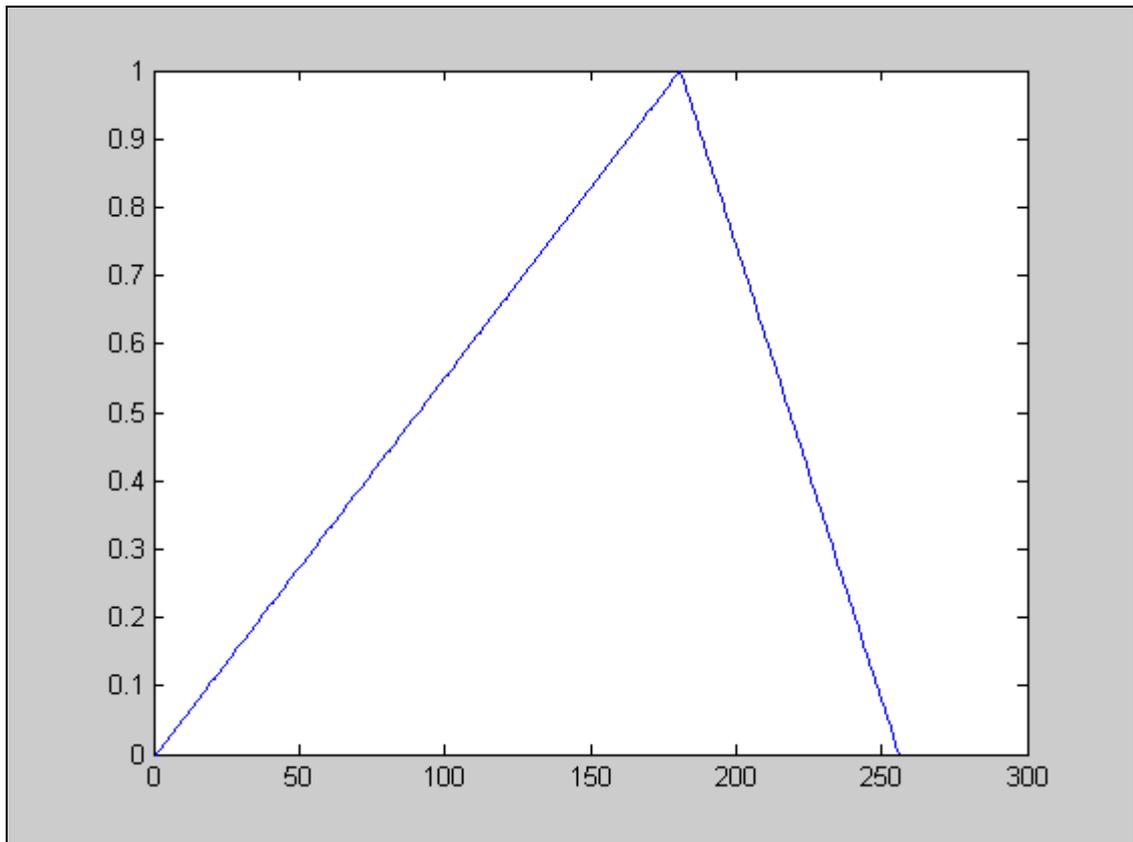


Figura 2.7: función de pertenencia para  $Q_{180}$

### 2.2.2.3. Cálculo de límite superior e inferior para cada función de pertenencia.

Al igual que la función de pertenencia, los límites superior e inferior pueden ser calculados de varias formas. Nosotros calcularemos estos límites basándonos en lo siguiente:

$$\begin{aligned}\mu_S(g) &= [\mu_A(g)]^{1/\alpha} \\ \mu_L(g) &= [\mu_A(g)]^\alpha\end{aligned}$$

donde

$$\alpha \in (1,2]$$

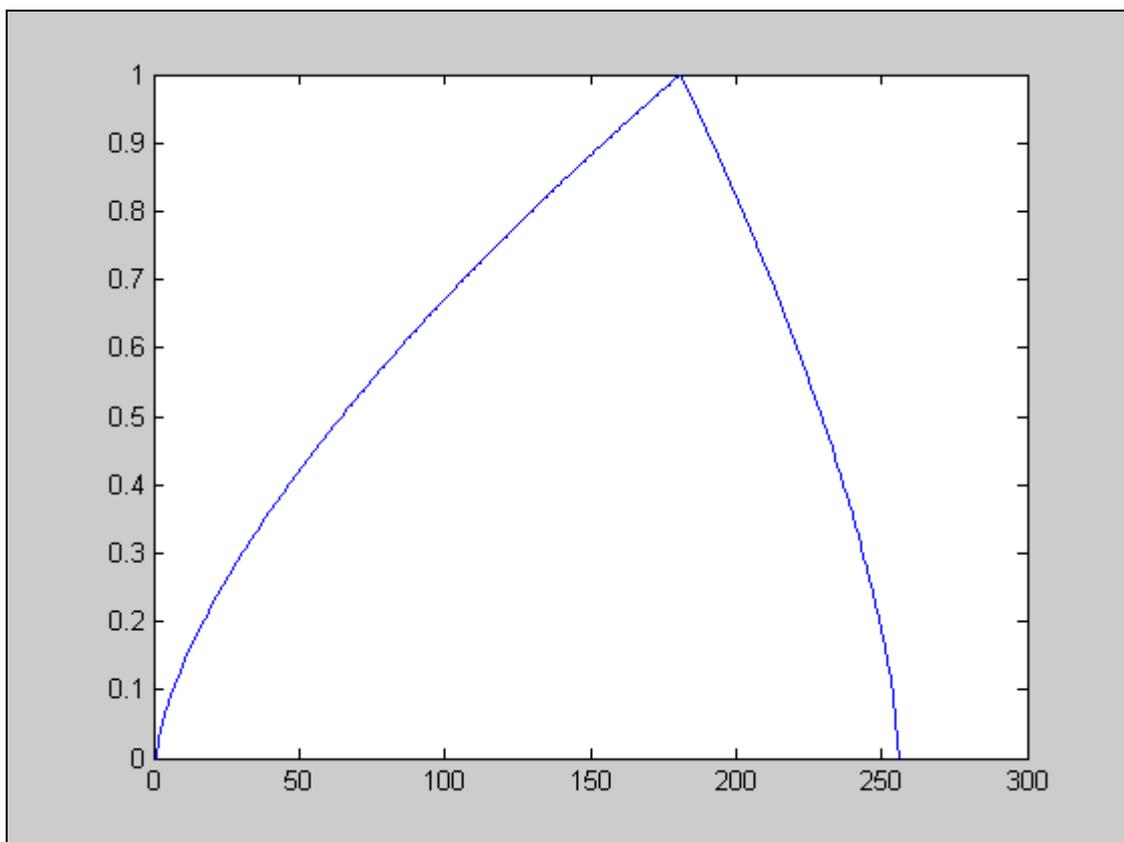


Figura 2.8: función de pertenencia superior de  $Q_{180}$

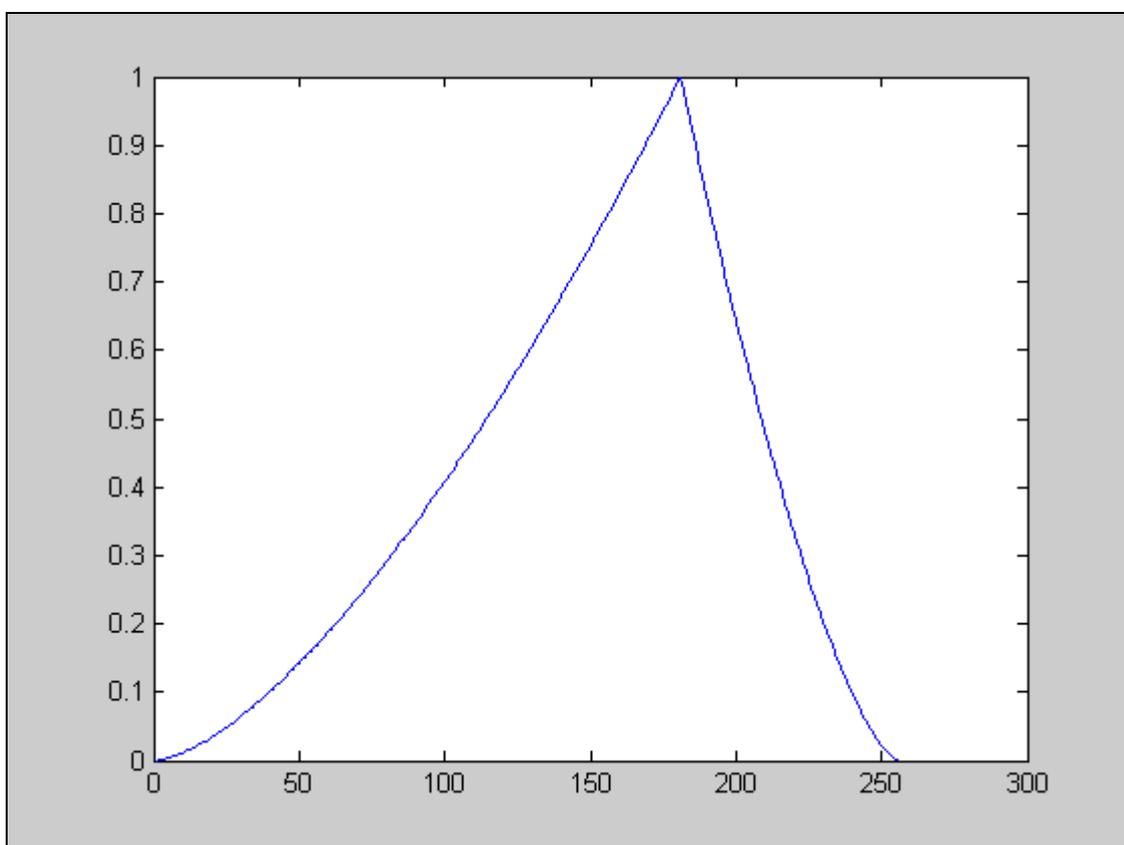


Figura 2.9: función de pertenencia superior de  $Q_{180}$

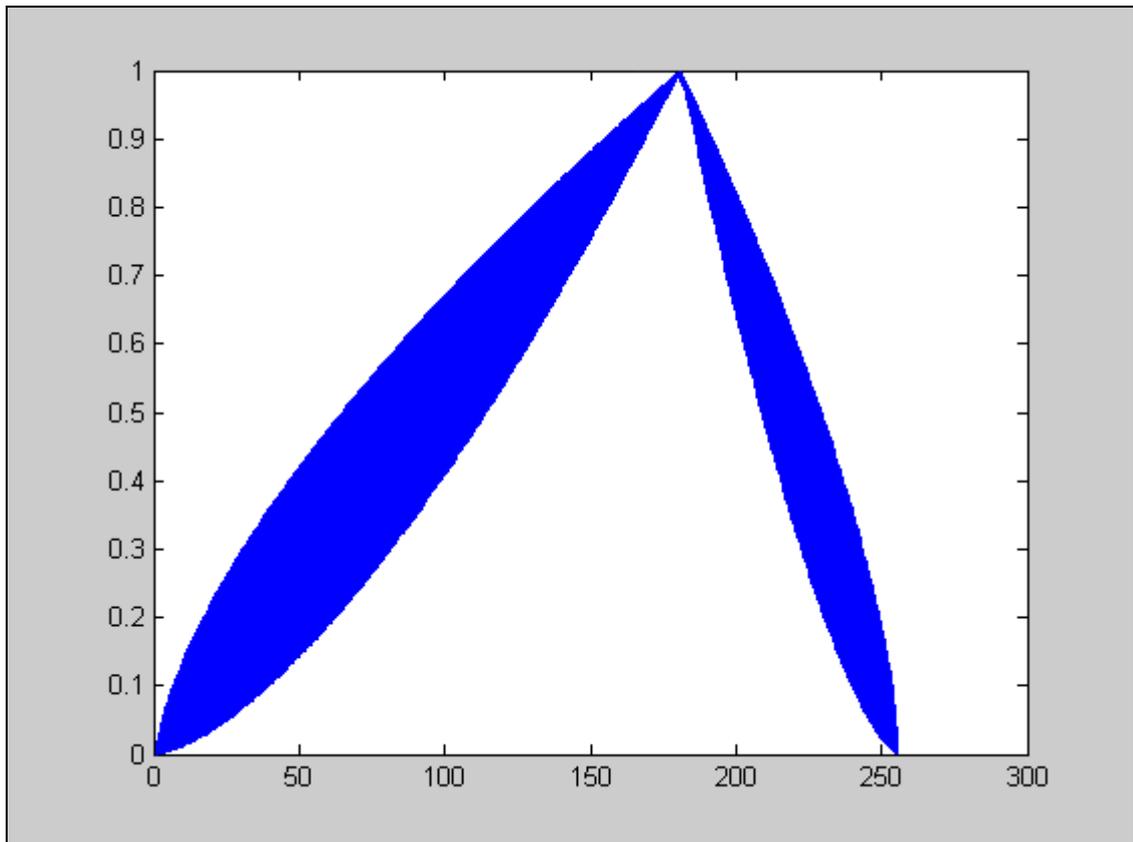


Figura 2.10: FOU de  $Q_{180}$

#### 2.2.2.4. Calcular el nivel de entropía para cada conjunto $Q_t$

Para cada uno de los conjuntos  $Q_t$  que hemos definido para la imagen, calcularemos su nivel de entropía. Este valor nos indica lo difuso que es cada uno de los conjuntos  $Q_t$ .

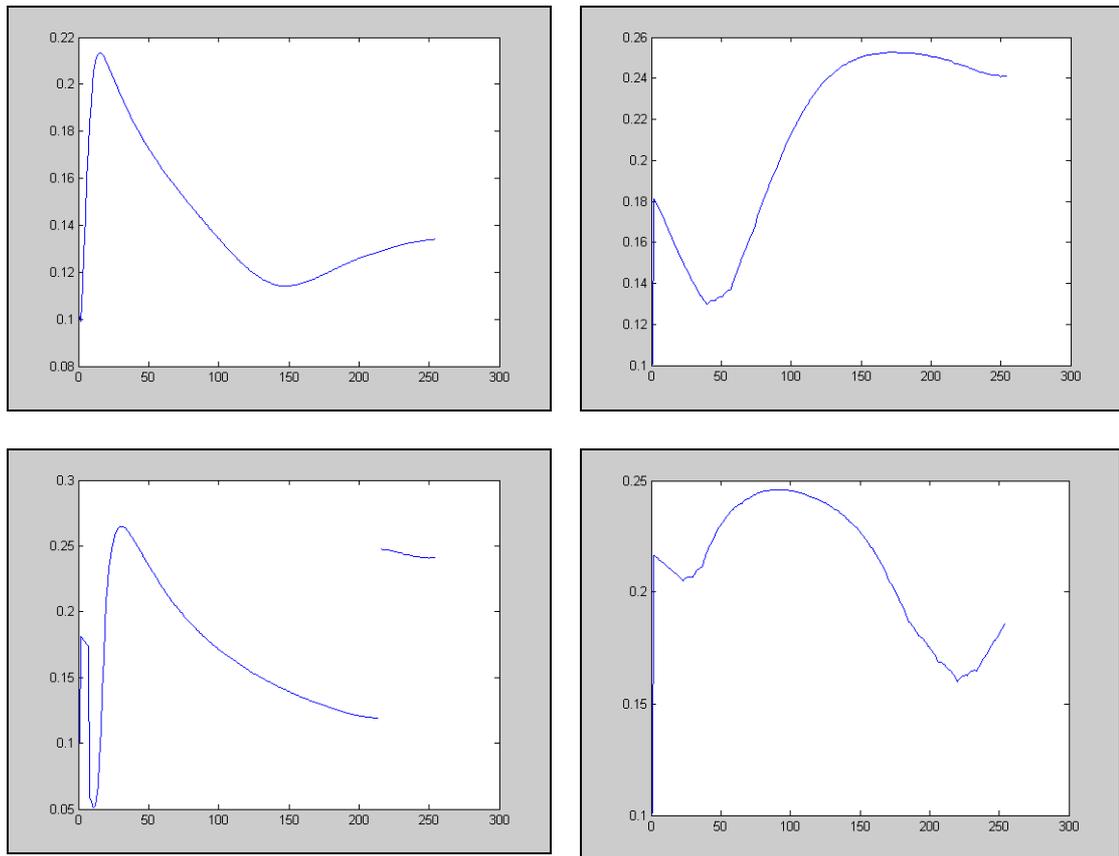


Figura 2.11: representación gráfica de los niveles de entropía para  $Q_t$  es las imágenes *arroz*, *tetera*, *pelota* y *cubo*.

### 2.2.2.5. Definir umbral óptimo

Una vez que tenemos el nivel de entropía para de cada conjunto  $Q_t$ , tomamos como umbral optimo el valor de  $t$  asociado a  $Q_t$  con mayor entropía.

	Umbral óptimo
arroz	14
tetera	170
pelota	30
cubo	90

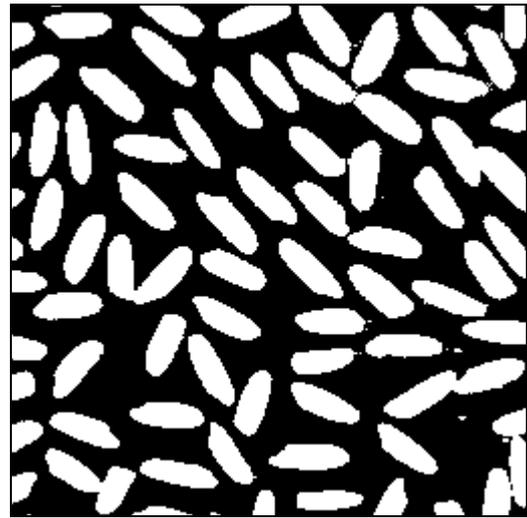
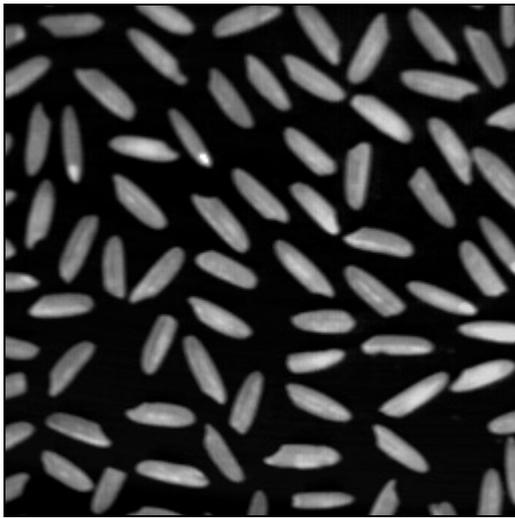


Figura 2.12: imágenes originales y resultados obtenidos.

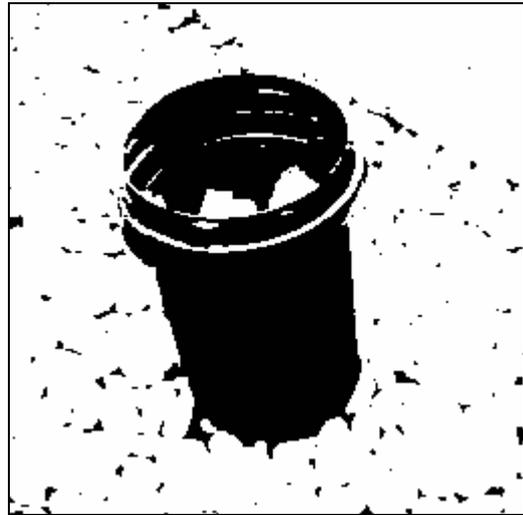
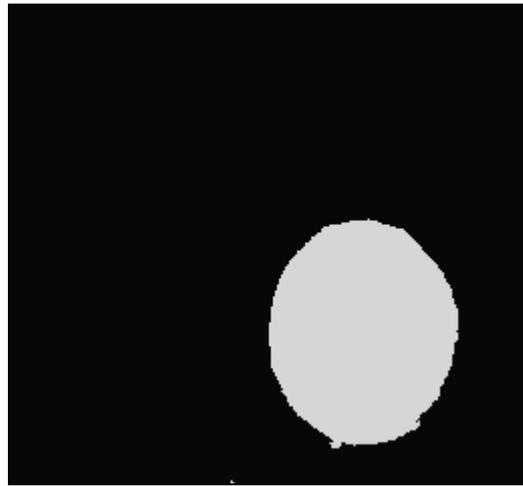
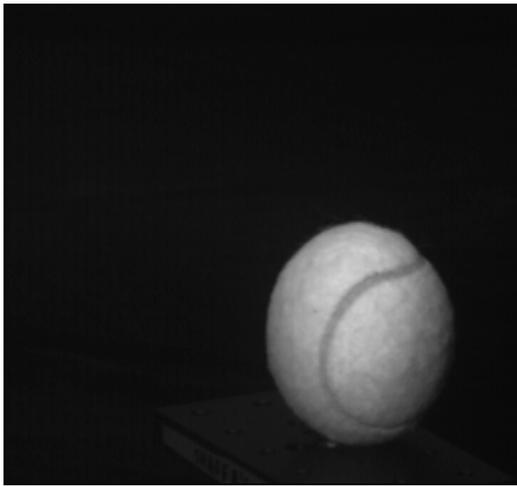


Figura 2.13: imágenes originales y resultados obtenidos.

## 2.3. Segmentación de imágenes en escala de grises basada en funciones de equivalencia restringida maximizando la medida de similitud.

A la hora de definir un umbral para segmentar una imagen, el tipo de función de pertenencia escogida juega un papel importantísimo. Podemos modelizar cada solución obtenida a partir de usar diferentes funciones de pertenencia como una opinión de un experto. De esta forma, el proceso de decidir un umbral se transforma en un proceso multiexperto.

Una forma de obtener diferentes funciones de pertenencia de una imagen es usando distintas funciones de equivalencia restringida para su construcción; podemos interpretar el resultado obtenido a través de cada una de estas funciones como una opinión distinta.

### 2.3.1. Conceptos teóricos

En esta sección definimos una serie de operaciones y funciones que se utilizarán en los algoritmos.

Definición: una función  $\varphi : [a, b] \rightarrow [a, b]$  es un automorfismo en el intervalo  $[a, b]$  si

- es continua
- es estrictamente creciente
- $\varphi(0) = 0$  y  $\varphi(1) = 1$

#### 2.3.1.1. Funciones de agregación

Las funciones de agregación en la lógica difusa son un tema muy complicado, ya que tratan de agregar información que se ha obtenido de diferentes puntos de vista. No son operaciones sencillas y además, dependiendo del caso, pueden tener importancia algunas cosas que en otros caso no. Por ejemplo, en temas de toma de decisión, puede ser importante el orden de agregación, ya que puede no ser lo mismo si es el jefe el primero que opina y después lo hacen los empleados que si es al revés. Sin embargo, en imagen, esta propiedad no es tan importante, ya que no importa tanto el orden, es indiferente obtener primero la información del color verde y luego la del azul que si lo hacemos al revés; la información será la misma.

Definición: una función de agregación, es una función

$$M : [0,1]^n \rightarrow [0,1]$$

con  $n \geq 2$ , tal que se satisfacen las siguientes condiciones:

- A1.  $M(x_1, \dots, x_n) = 0$  si y solo si  $x_i = 0 \quad \forall i \in 1, \dots, n$
- A2.  $M(x_1, \dots, x_n) = 1$  si y solo si  $x_i = 1 \quad \forall i \in 1, \dots, n$
- A3. Para un par  $(x_1, \dots, x_n)$  y  $(y_1, \dots, y_n)$  de  $n$ -tuplas tal que  $x_i, y_i \in [0,1]$  y  $x_i \leq y_i \quad \forall i \in \{1, \dots, n\}$ , entonces

$$M(x_1, \dots, x_n) \leq M(y_1, \dots, y_n)$$

M es monótona creciente en todos sus argumentos.

A4. M es simétrica en todos sus argumentos, tal que

$$M(x_1, \dots, x_n) = M(x_{p(1)}, \dots, x_{p(n)})$$

para una permutación p en  $\{1, \dots, n\}$ .

Una de las funciones de agregación más utilizada y conocida es la media aritmética:

$$M(x_1, \dots, x_n) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$

### 2.3.1.2. Funciones de equivalencia restringida

Una función de equivalencia restringida es una medida de la equivalencia entre dos valores x, y. Vamos a ver la definición formal del concepto REF (restricted equivalent function) y las condiciones que les debemos exigir:

Definición: una función  $REF : [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$  se denomina función de equivalencia restringida, si cumple las siguientes condiciones:

- $REF(x, y) = REF(y, x) \quad \forall x, y \in [0,1]$
- $REF(x, y) = 1$  si y sólo si  $x = y$
- $REF(x, y) = 0$  si y sólo si  $x = 1$  y  $y = 0$  o  $x = 0$  y  $y = 1$
- $REF(x, y) = REF(c(x), c(y)) \quad \forall x, y \in [0,1]$ , siendo c una negación fuerte.
- $\forall x, y, z \in [0,1]$ , si  $x \leq y \leq z$ , entonces  $REF(x, y) \geq REF(x, z)$  y  $REF(y, z) \geq REF(x, z)$ .

### 2.3.1.3. Similaridad

A continuación vamos a ver como se puede definir una medida de similaridad a partir de funciones de agregación y funciones de equivalencia restringida.

Definición: Sea  $M : [0,1]^n \rightarrow [0,1]$  una función que cumple las condiciones A1, A2 y A3 y sea  $REF : [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$  una función de equivalencia restringida. Se define la similaridad entre dos conjuntos como

$$SM : F(X) \times F(X) \rightarrow [0,1]$$

$$SM(A, B) = \sum_{i=1}^n REF(\mu_A(x_i), \mu_B(x_i))$$

tal que satisface las siguientes condiciones:

- $SM(A, B) = SM(B, A)$  para todo  $A, B \in F(X)$ .
- $SM(A, A_c) = 0$  si y solo si  $A$  no es difuso.
- $SM(A, B) = 1$  si y sólo si  $A = B$ .
- Si  $A \leq B \leq C$  entonces  $SM(A, B) \geq SM(A, C)$  y  $SM(C, B) \geq SM(C, A)$ .
- $SM(A_c, B_c) = SM(A, B)$

### 2.3.2. Algoritmo para calcular umbral basado en funciones de equivalencia restringida maximizando la medida de similitud.

En esta sección, se estudia y aplica paso a paso el algoritmo para calcular umbral basado en funciones de equivalencia restringida maximizando la medida de similitud, y se muestran los resultados obtenidos a partir de aplicar el algoritmo a las imágenes de muestra.

#### 2.3.2.1. Elección de un número $k$ de distintas funciones de pertenencia

Como hemos mencionado anteriormente, vamos a aplicar este método de segmentación a partir de usar diferentes funciones de pertenencia, transformando el proceso de decidir un umbral en un proceso multiexperto. Podemos construir diferentes funciones de pertenencia combinando diferentes funciones de equivalencia restringida  $REF$  con funciones  $F$ .

$\mu_1$	$F(x) = 0.5(1 + x)$ $REF(x, y) = 1 -  x - y $
$\mu_2$	$F(x) = 0.5(1 + x)$ $REF(x, y) = (1 -  x - y )^2$
$\mu_3$	$F(x) = 0.5(1 + x)$ $REF(x, y) = 1 -  x - y ^2$
$\mu_4$	$F(x) = 0.5(1 + x)$ $REF(x, y) = (1 -  x - y )^{0.5}$
$\mu_5$	$F(x) = 1/(2 - x)$ $REF(x, y) = 1 -  x - y $
$\mu_6$	$F(x) = 1/(2 - x)$ $REF(x, y) = (1 -  x - y )^2$
$\mu_7$	$F(x) = 1/(2 - x)$ $REF(x, y) = 1 -  x - y ^2$
$\mu_8$	$F(x) = 1/(2 - x)$ $REF(x, y) = (1 -  x - y )^{0.5}$

Tabla 2.1: diferentes métodos de construcción de funciones de pertenencia a partir de funciones de equivalencia restringida  $REF$  con funciones  $F$ .

### 2.3.2.2. Construcción de $L$ conjuntos difusos $Q_t$

Asignamos  $L$  conjuntos difusos  $Q_t$  a la imagen, cada uno de ellos asociado a cada nivel de intensidad  $t$  ( $t = 0, 1, \dots, L-1$ ) de la escala de gris empleada, donde la función de pertenencia de cada elemento en el correspondiente  $Q_t$  expresa la relación entre la intensidad  $q$  del píxel en cuestión y su pertenencia al objeto o al fondo. Para cada píxel, definiremos su grado de pertenencia a través de las funciones de equivalencia restringida (REF), tomando como argumentos la intensidad de gris del píxel en cuestión y la media del nivel de gris del objeto en unos casos y en otros, la intensidad de gris del píxel en cuestión y la media del nivel de gris del fondo. De esta forma, cuanto más alto sea el valor de la función de equivalencia restringida, mayor es el valor de la función de pertenencia. Cada conjunto  $Q_t$  tiene dos clases asociadas:  $C_b(t)$  y  $C_o(t)$ . La primera corresponde a los píxeles con el nivel de gris menor o igual a  $t$  y representan el fondo (o el objeto, dependiendo del caso). La segunda corresponde a los píxeles con el nivel de gris mayor que  $t$  y representan el objeto (o el fondo, dependiendo en el caso). Cada una de estas clases está representada por su correspondiente nivel de gris medio.

La forma en la que construimos los  $L$  conjuntos difusos  $Q_t$  es la siguiente:

$$\mu_{\tilde{Q}_t}(q) = \begin{cases} F(REF(q, m_b(t))) & \text{si } q \leq t \\ F(REF(q, m_o(t))) & \text{si } q > t \end{cases}$$

donde

$$m_b(t) = \frac{\sum_{q=0}^t q \cdot h(q)}{\sum_{q=0}^t h(q)} \qquad m_o(t) = \frac{\sum_{q=t+1}^{L-1} q \cdot h(q)}{\sum_{q=t+1}^{L-1} h(q)}$$

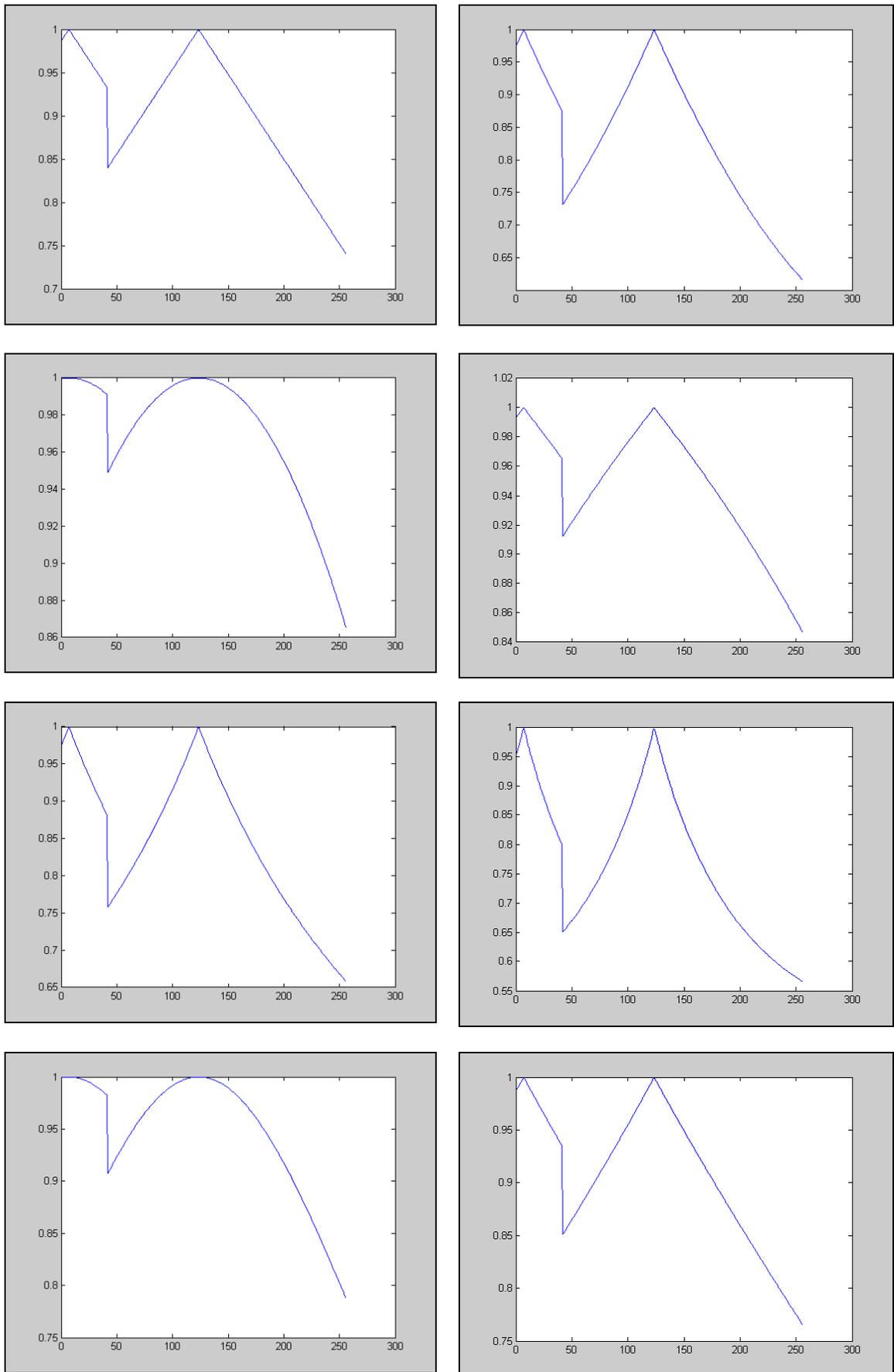


Figura 2.14: funciones de pertenencia  $\mu_Q$  con  $t = 40$ .

### 2.3.2.3. Calcular la similaridad de cada conjunto difuso $Q_t$ con el conjunto $\tilde{I}$ .

Tomamos cada uno de los conjuntos difusos  $Q_t$  que hemos calculado en el punto anterior y calculamos la similaridad de cada uno de los conjuntos con el conjunto  $\tilde{I}$  a través de la siguiente ecuación:

$$SM(\tilde{I}, Q_t) = \sum_{q=0}^{L-1} h(q) \cdot REF(1, \mu_{Q_t}(q))$$

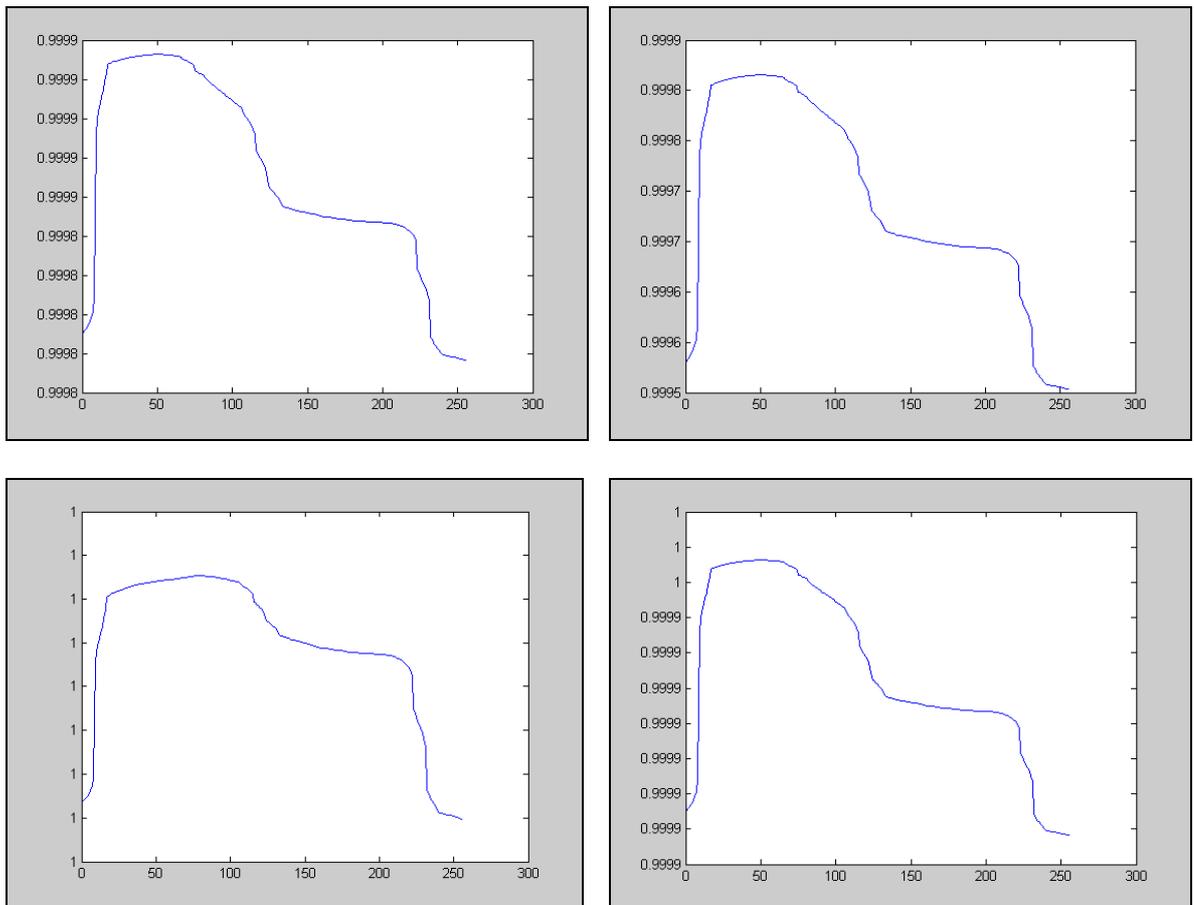


Figura 2.15: similaridad de cada conjunto  $Q_t$  con el conjunto  $\tilde{I}$ .

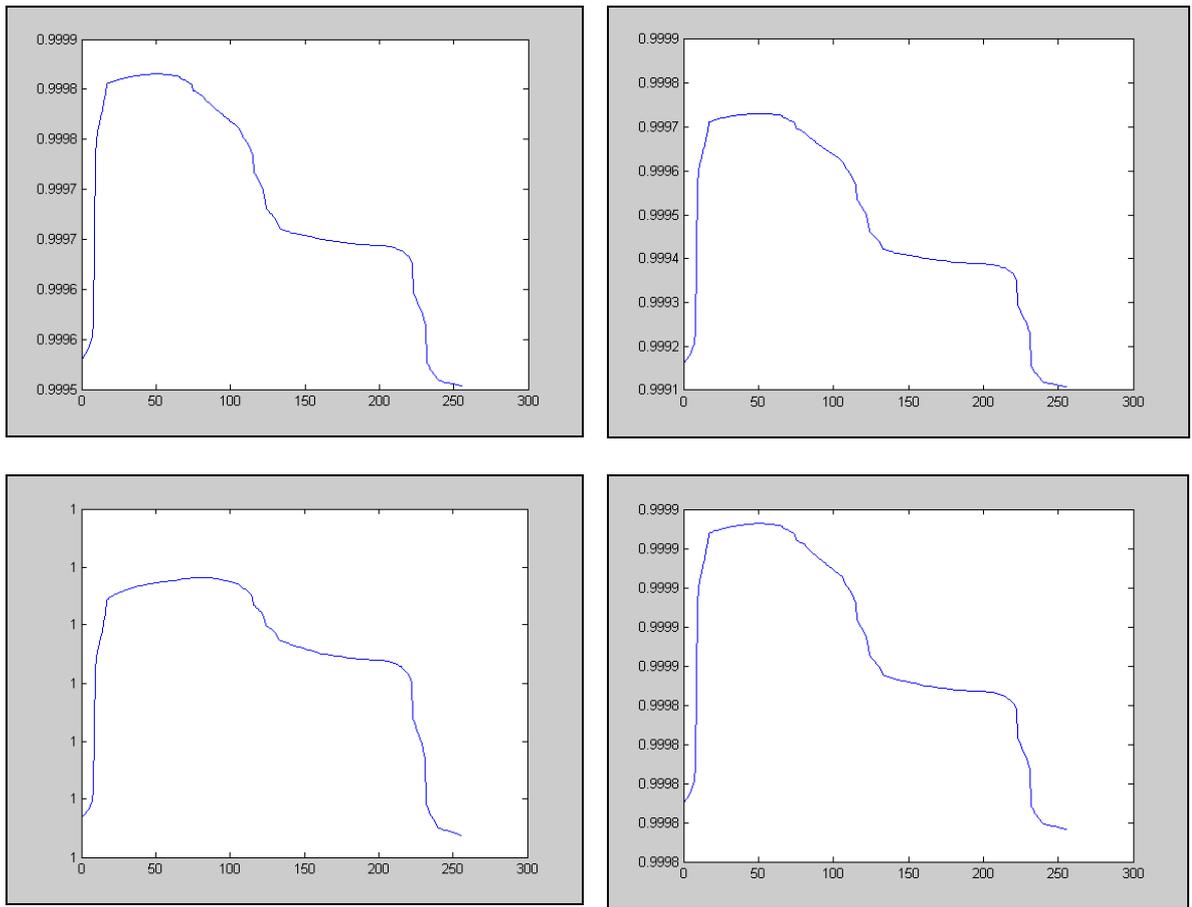


Figura 2.16: similaridad de cada conjunto  $Q_t$  con el conjunto  $\tilde{I}$ .

### 2.3.2.4. Definir umbral óptimo.

Una vez que tenemos la similaridad de cada conjunto  $Q_t$  con el conjunto  $\tilde{I}$ , tomamos como umbral óptimo el valor de  $t$  asociado a  $Q_t$  con mayor similaridad. La razón de esta elección es que cuanto más grande es la similaridad del conjunto  $Q_t$  con el conjunto  $\tilde{I}$ , mayor es el grado de pertenencia de cada píxel y como consecuencia, mayor es el valor de la función de equivalencia restringida que lo define. Si tenemos en cuenta la definición de función de pertenencia que hemos dado, cuanto más grande es la función de equivalencia restringida, la intensidad de cada píxel está más cerca del significado aritmético de las intensidades de los píxeles que componen el objeto o del significado aritmético de las intensidades de los píxeles que componen el fondo.

A continuación se muestran cuales son los niveles de gris asociados a los conjuntos difusos con mayor similaridad con el conjunto  $\tilde{I}$  para cada una de las imágenes.

	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$t_6$	$t_7$	$t_8$
arroz	57	57	71	57	57	57	71	57
tetera	121	121	127	121	121	121	127	121
pelota	72	72	80	72	72	72	80	72
cubo	119	119	127	119	119	119	127	119

Tabla 2.2: umbrales óptimos para cada REF

Como se puede observar en la tabla anterior, cada imagen tiene dos umbrales diferentes.

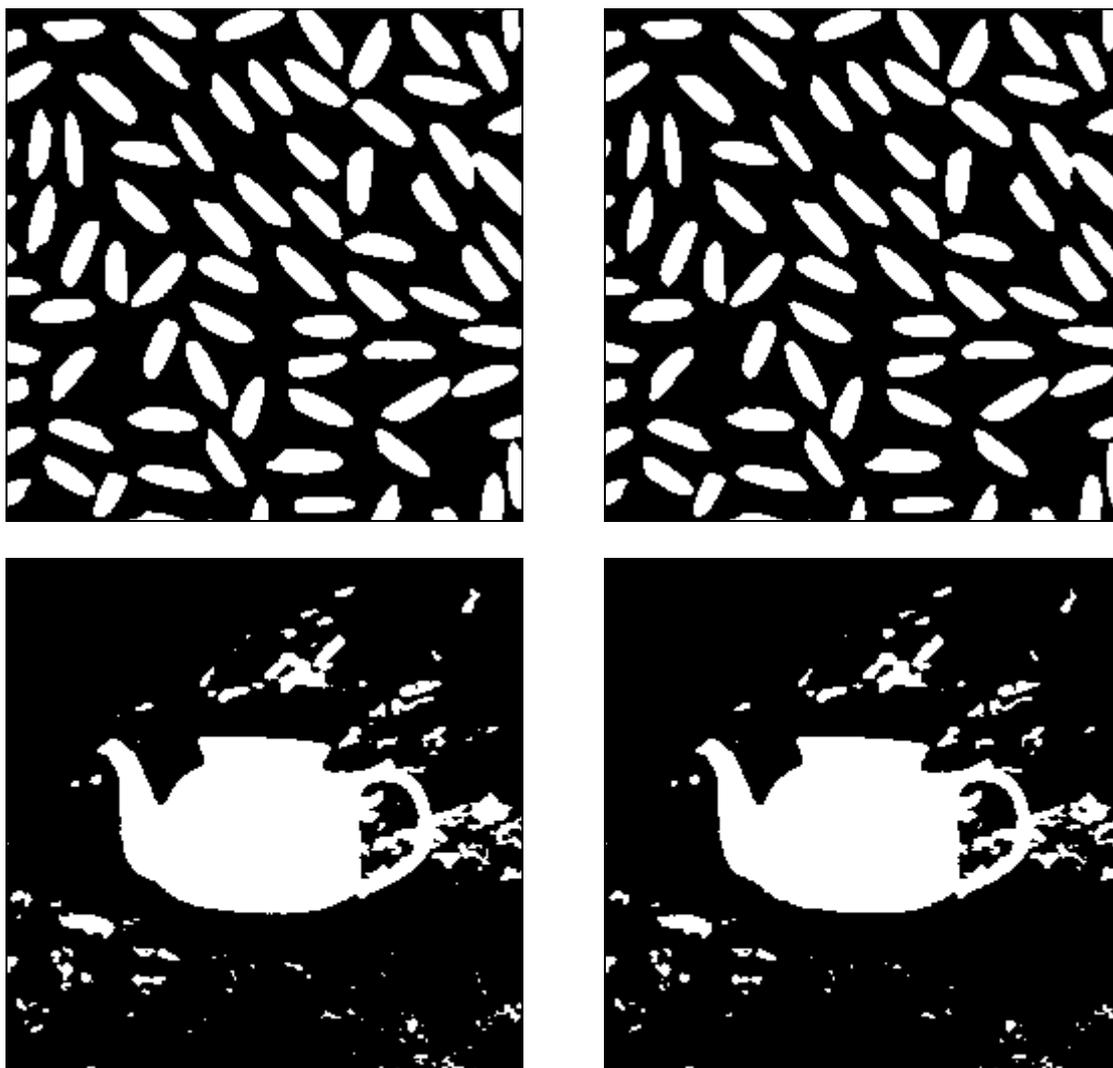


Figura 2.17: imágenes segmentadas a partir de diferentes funciones de equivalencia restringida.

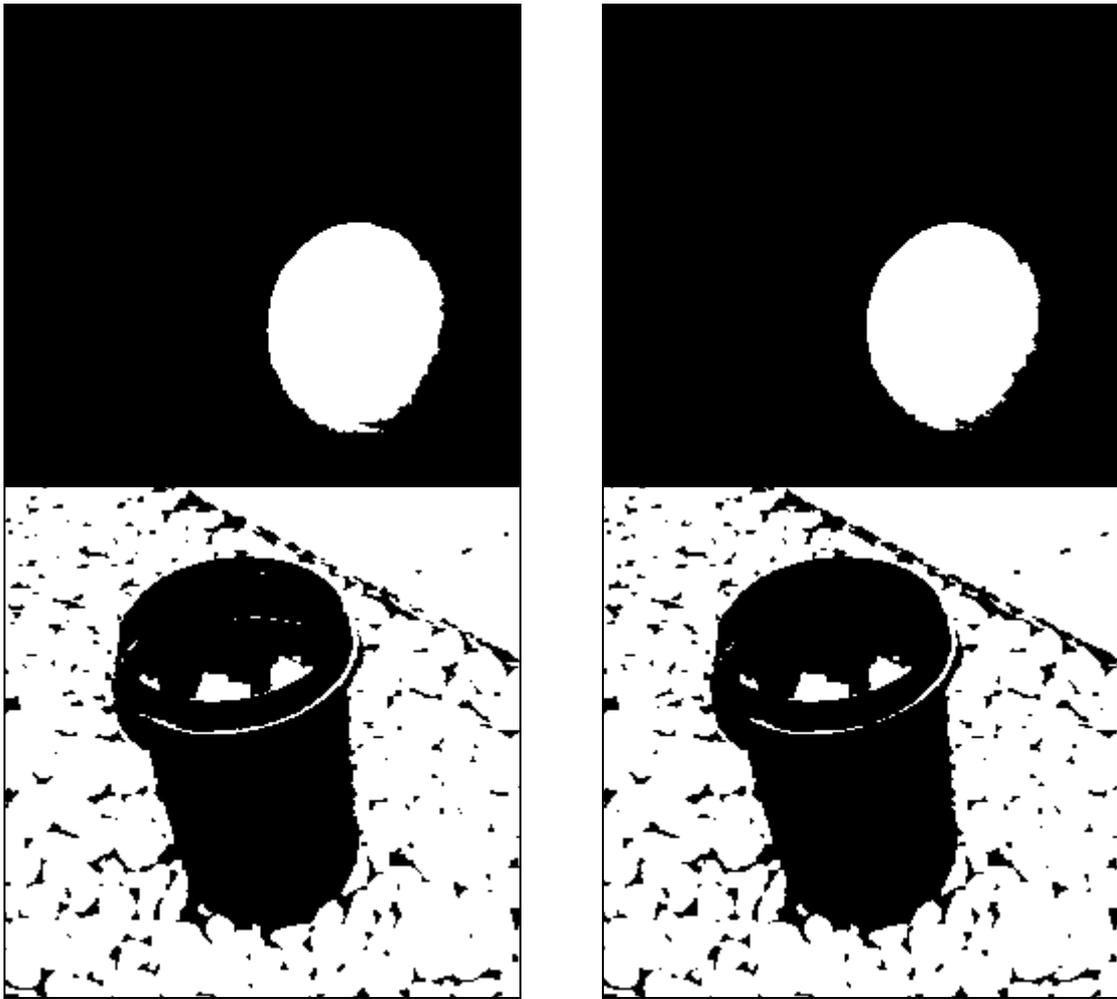


Figura 2.18: imágenes segmentadas a partir de diferentes funciones de equivalencia restringida.

Tomamos la media aritmética de los  $k$  umbrales calculados como umbral óptimo:

	Umbral óptimo
arroz	61
tetera	123
pelota	74
cubo	121

Tabla 2.3: umbral óptimo para cada imagen.

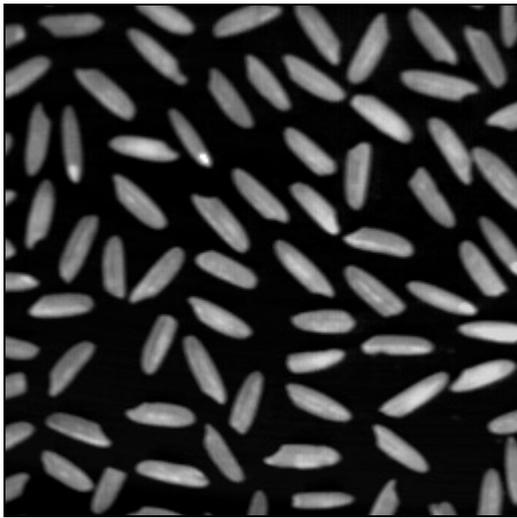


Figura 2.19: imágenes originales y segmentadas.

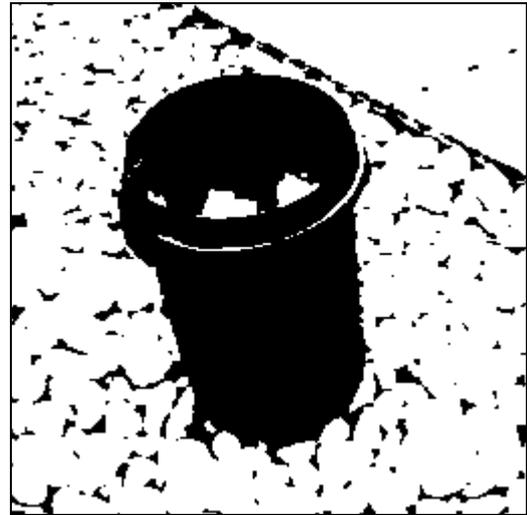
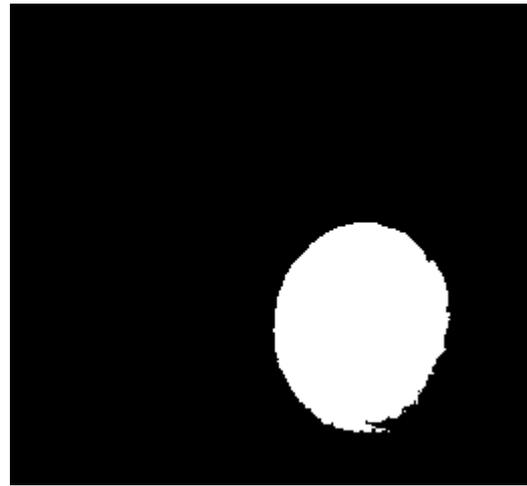
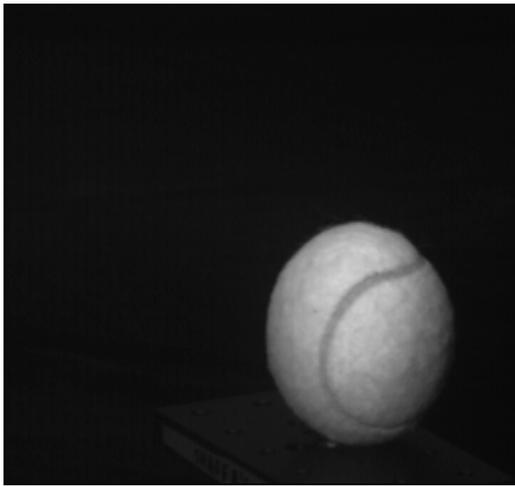


Figura 2.20: imágenes originales y segmentadas.

## 2.4. Comparación de los resultados

En este apartado se van a comparar los resultados obtenidos a través de los métodos descritos en los dos apartados anteriores y se va a proceder a definir otro resultado óptimo a partir de estos.

	Algoritmo 1	Algoritmo 2	Media
arroz	14	61	37
tetera	170	123	146
pelota	30	74	52
cubo	90	121	105

Tabla 2.4: resultados obtenidos de cada algoritmo y media aritmética.

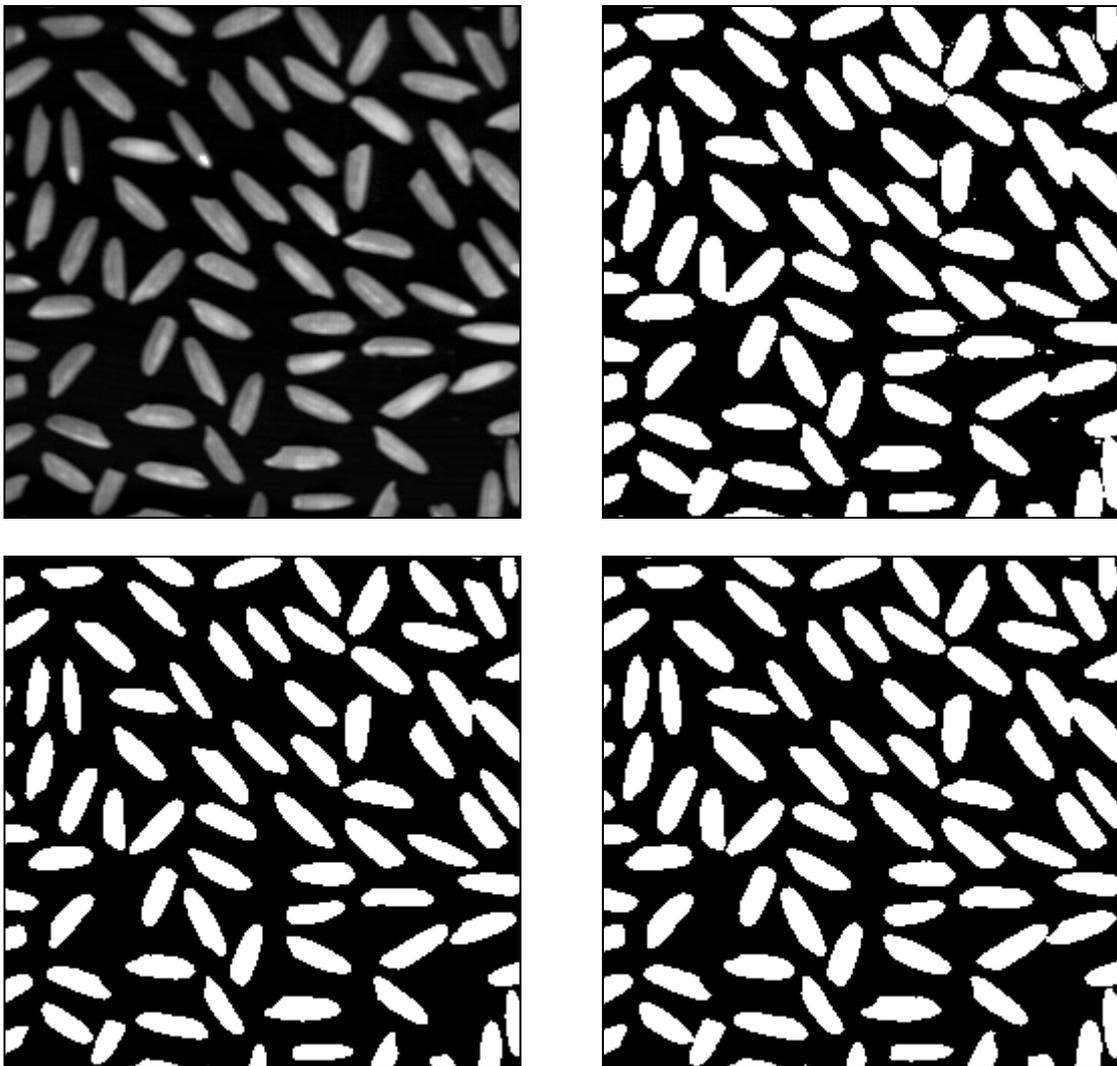


Figura 2 21: imagen original, segmentada por el algoritmo 1, segmentada por el algoritmo 2 e imagen óptima.



Figura 2.22: imagen original, segmentada por el algoritmo 1, segmentada por el algoritmo 2 e imagen optima.

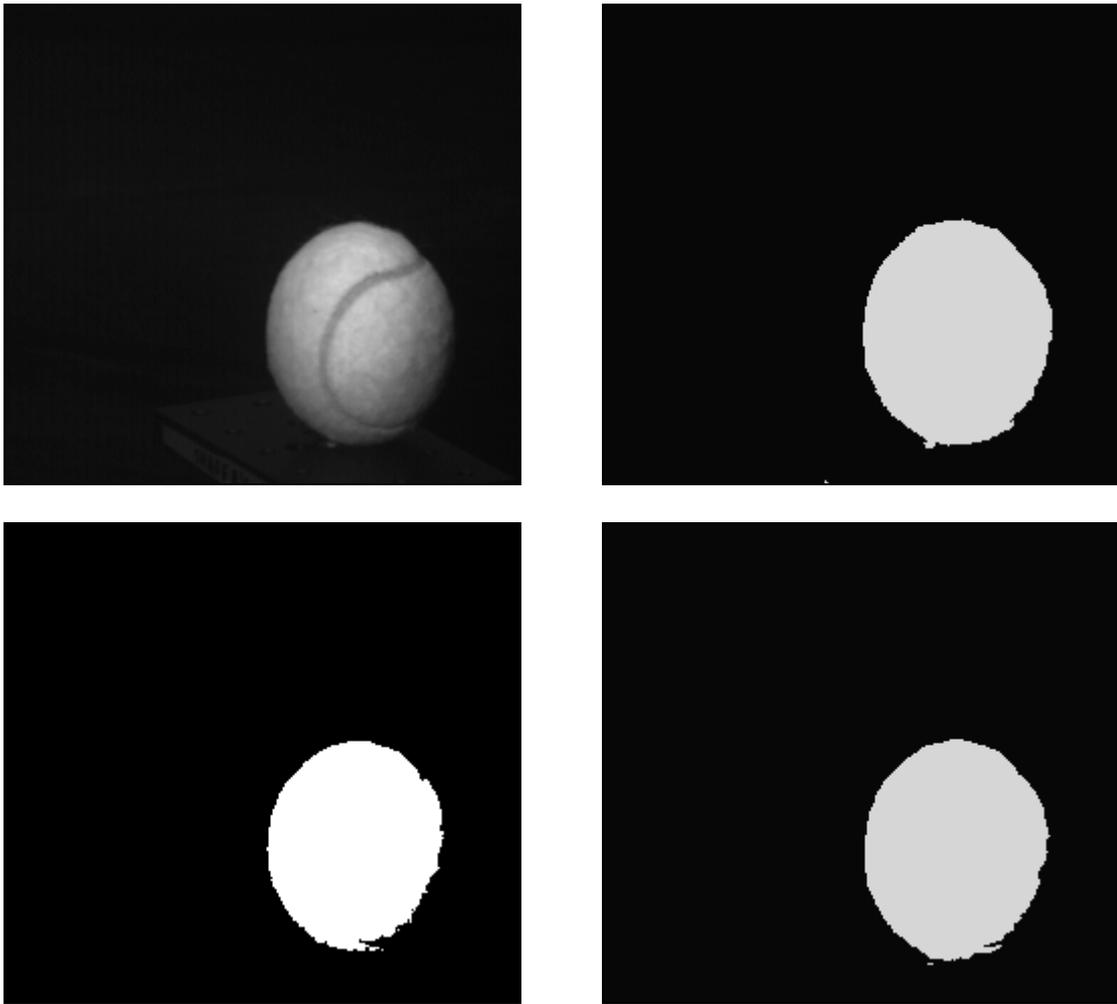


Figura 2.23: imagen original, segmentada por el algoritmo 1, segmentada por el algoritmo 2 e imagen optima.

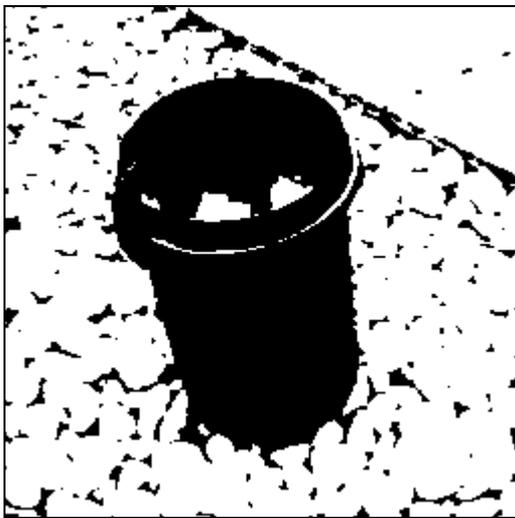
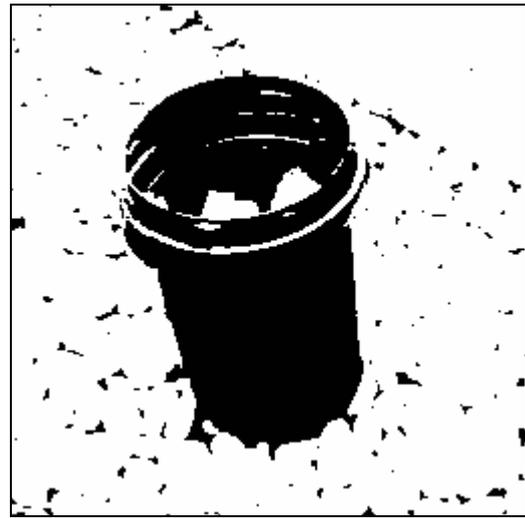


Figura 2.24: imagen original, segmentada por el algoritmo 1, segmentada por el algoritmo 2 e imagen optima.

# Capítulo 3

## Segmentación de imágenes en color

En este capítulo se van a aplicar los dos métodos descritos en el capítulo anterior a imágenes en color

### 3.1. Conceptos teóricos sobre imágenes en color

Las imágenes en color que se tratan en este proyecto son imágenes basadas en el modelo RGB (del inglés *Red, Green, Blue*). Este es un modelo de color basado en la síntesis aditiva, con el que es posible representar un color mediante la mezcla por adición de los tres colores luz primarios.

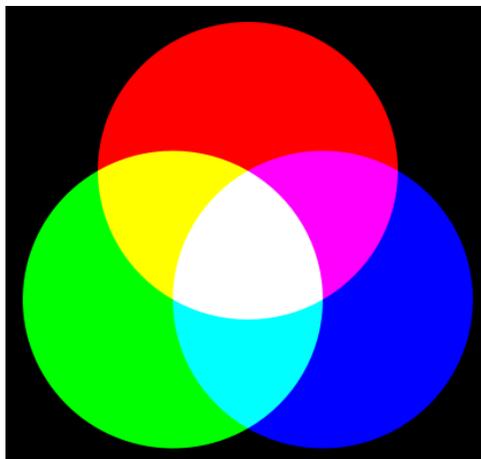


Figura 3.1: mezcla aditiva de colores

Para indicar con qué proporción mezclamos cada color, se asigna un valor a cada uno de los colores primarios, de manera, por ejemplo, que el valor 0 significa que no interviene en la mezcla y, a medida que ese valor aumenta, se entiende que aporta más intensidad a la mezcla. Aunque el intervalo de valores podría ser cualquiera, es frecuente que cada color primario se codifique con un byte (8 bits). De esta forma, la intensidad de cada uno de los componentes se mide según una escala que va del 0 al 255: el rojo se obtiene con (255,0,0), el verde con (0,255,0) y el azul con (0,0,255), obteniendo, en cada caso un color resultante monocromático. Cuando hacemos referencia a una imagen en color, entendemos que cada píxel de este tiene asociados tres valores, un para cada color primario.

A la hora de segmentar una imagen en color, se repite para cada color primario el mismo proceso que se aplica a las imágenes en escala de grises, obteniendo así tres umbrales diferentes, uno para cada color, y a partir de estos tres umbrales, 8 combinaciones (colores) diferentes con los que redibujar la imagen.

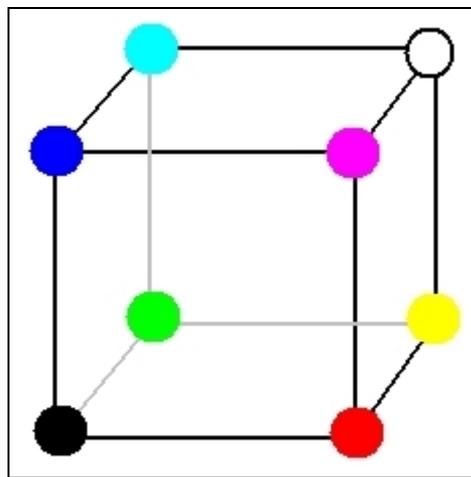


Figura 3.2: distintas combinaciones posibles a partir de los colores rojo, verde y azul.

A continuación se muestran las imágenes de muestra que se usan durante el proceso de segmentación descrito en este apartado y sus respectivos histogramas para cada color primario:

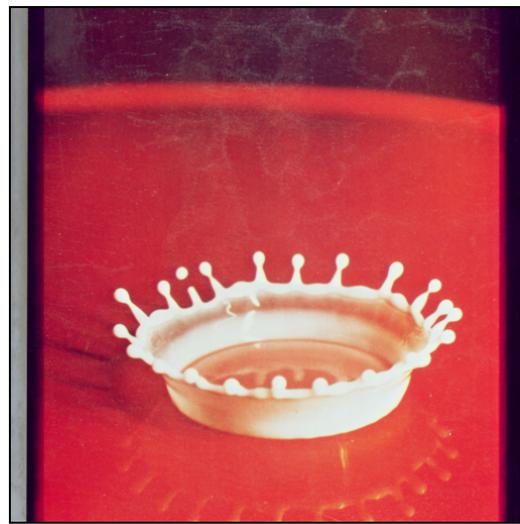
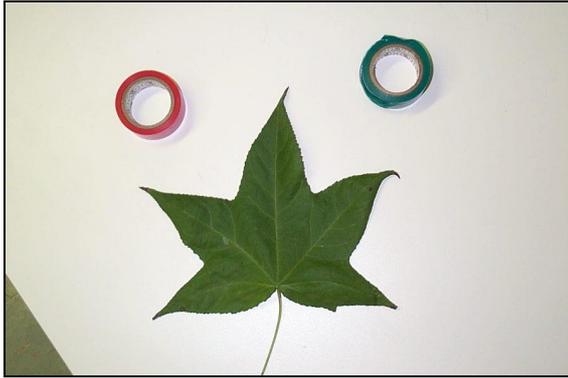


Figura 3.3: *hoja, madera, flor y gota*

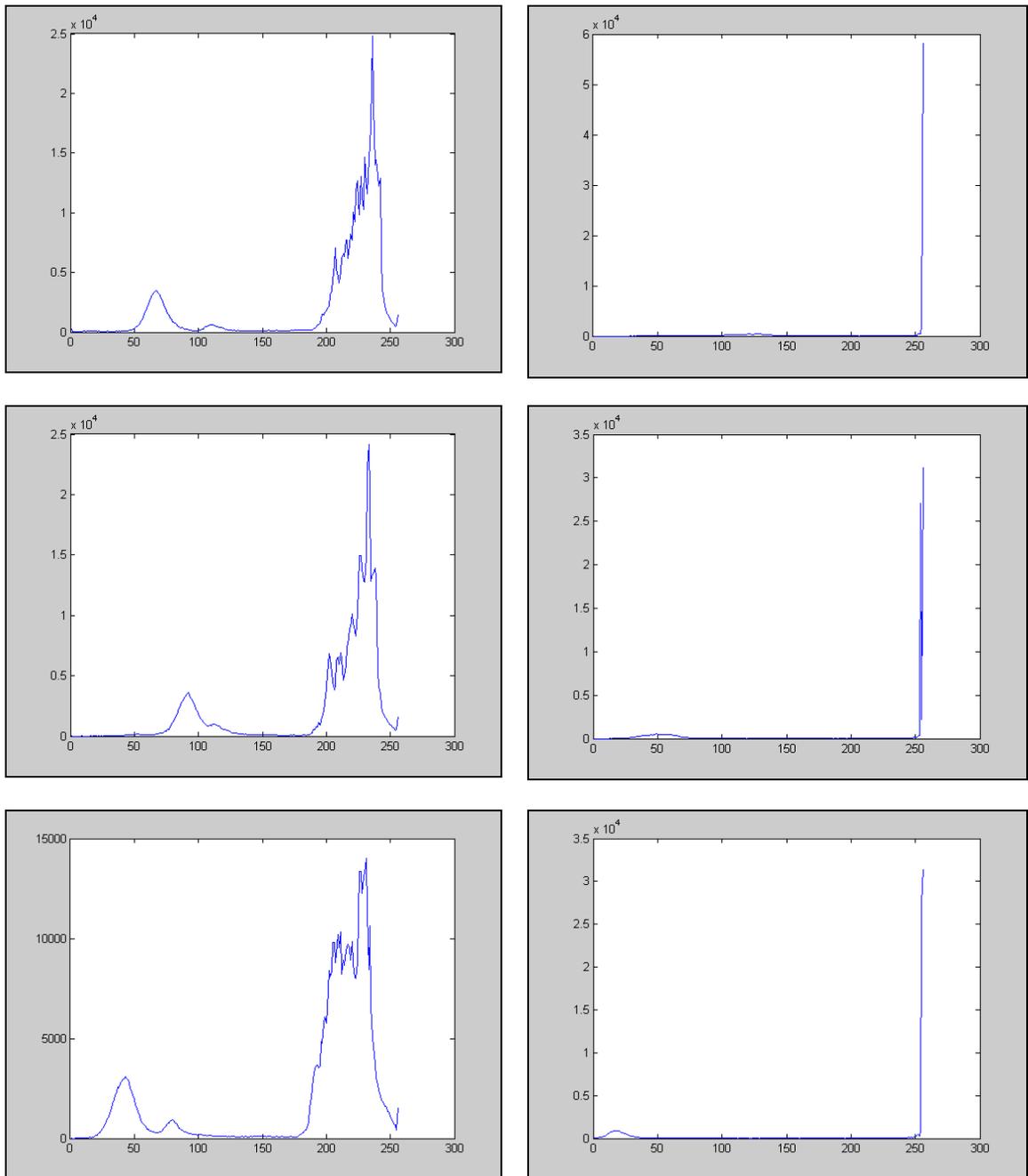


Figura 3.4: histogramas (RGB) de la imagen *hoja* y *madera*.

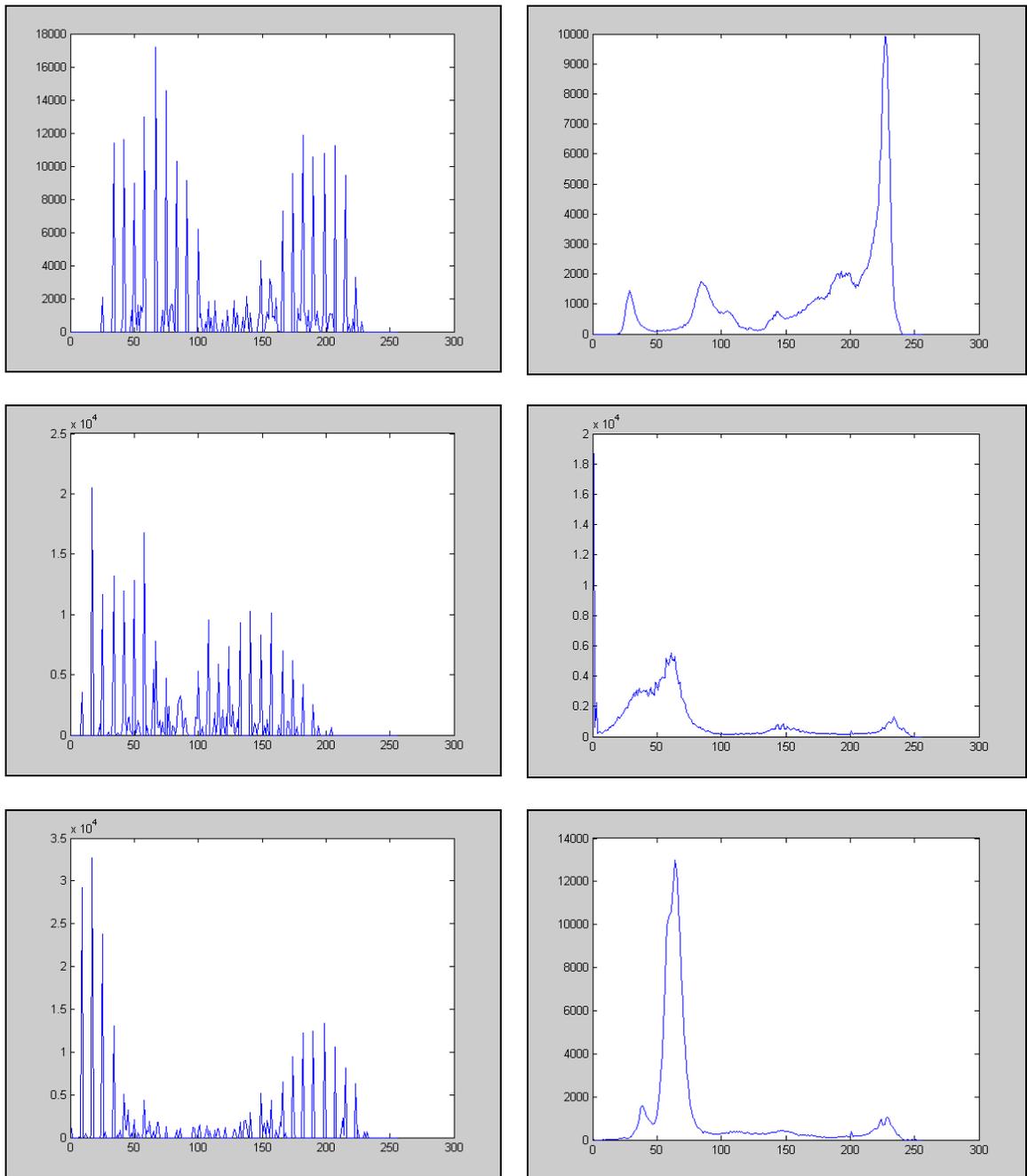


Figura 3.5: histogramas (RGB) de la imagen *flor* y *gota*.

### 3.2. Segmentación de imágenes en color basado en conjuntos difusos tipo 2

En este apartado se realiza el proceso de segmentación basado en conjuntos difusos tipo 2 para las cuatro imágenes de muestra, siguiendo el mismo algoritmo que para imágenes en escala de grises, con la única diferencia de que en este caso, se aplica para cada uno de los colores primarios. De esta forma, se construyen  $L$  conjuntos difusos  $Q_t$  para cada nivel primario, cada uno de ellos con su respectivo límite inferior y superior para cada nivel de intensidad. Nótese que tanto los  $L$  conjuntos difusos  $Q_t$  como los límites inferiores y superiores son exactamente iguales para los tres colores primarios.

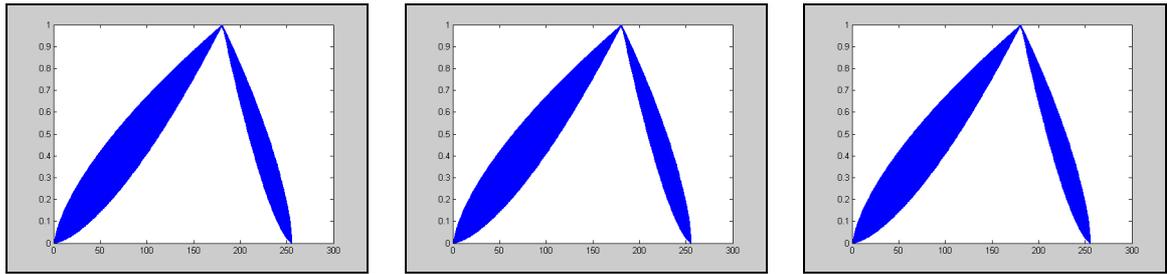


Figura 3.6: FOU de  $Q_{180}$  para cada color primario.

Después de calcular la entropía para cada conjunto difuso  $Q_t$  en cada color, tomamos como umbral óptimo de cada color el valor de  $t$  asociado a  $Q_t$  con mayor entropía, ya a partir de estos tres umbrales, re-dibujamos la imagen segmentada.

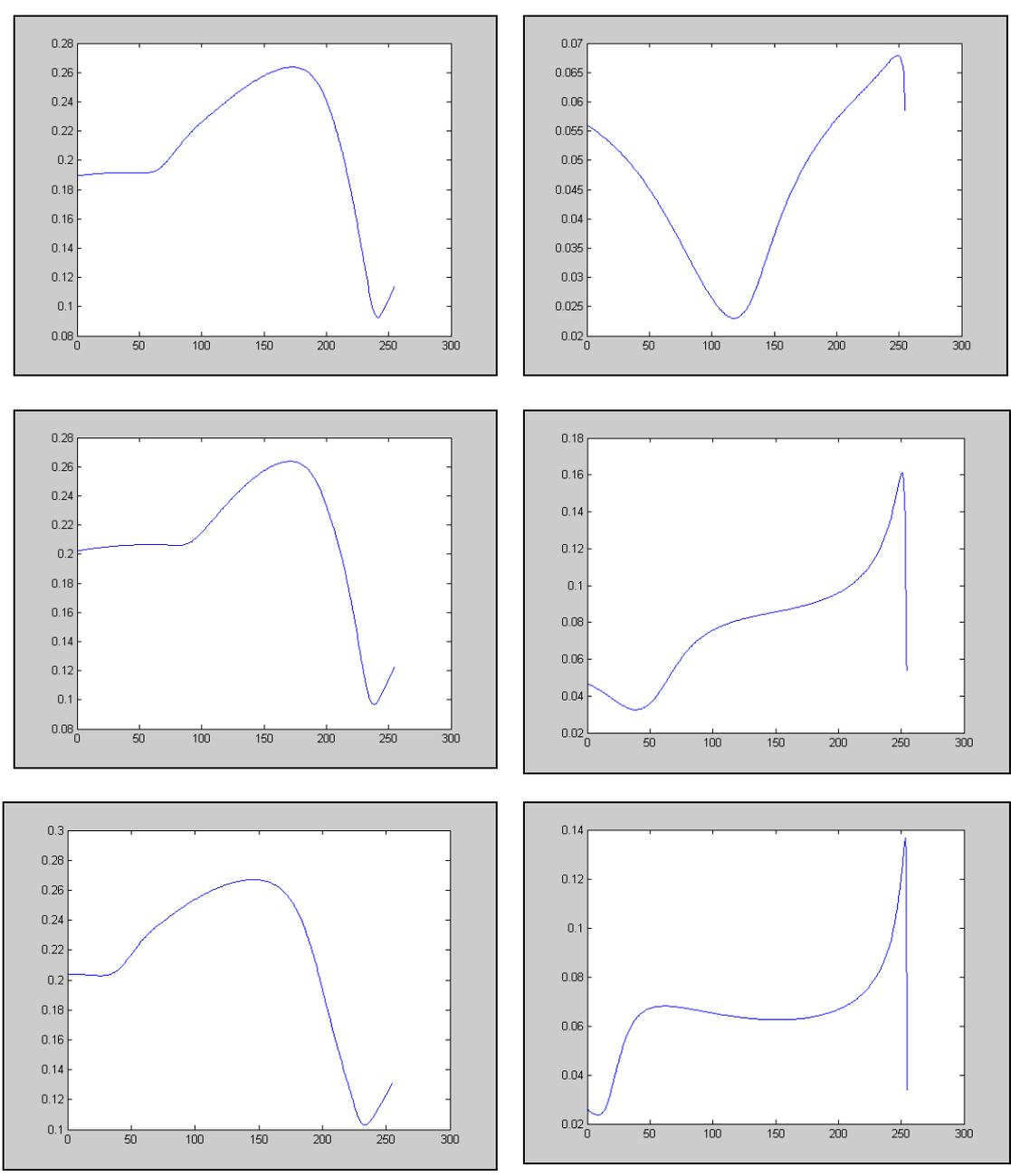


Figura 3.7: nivel de entropía (RGB) para las imágenes hoja y madera.

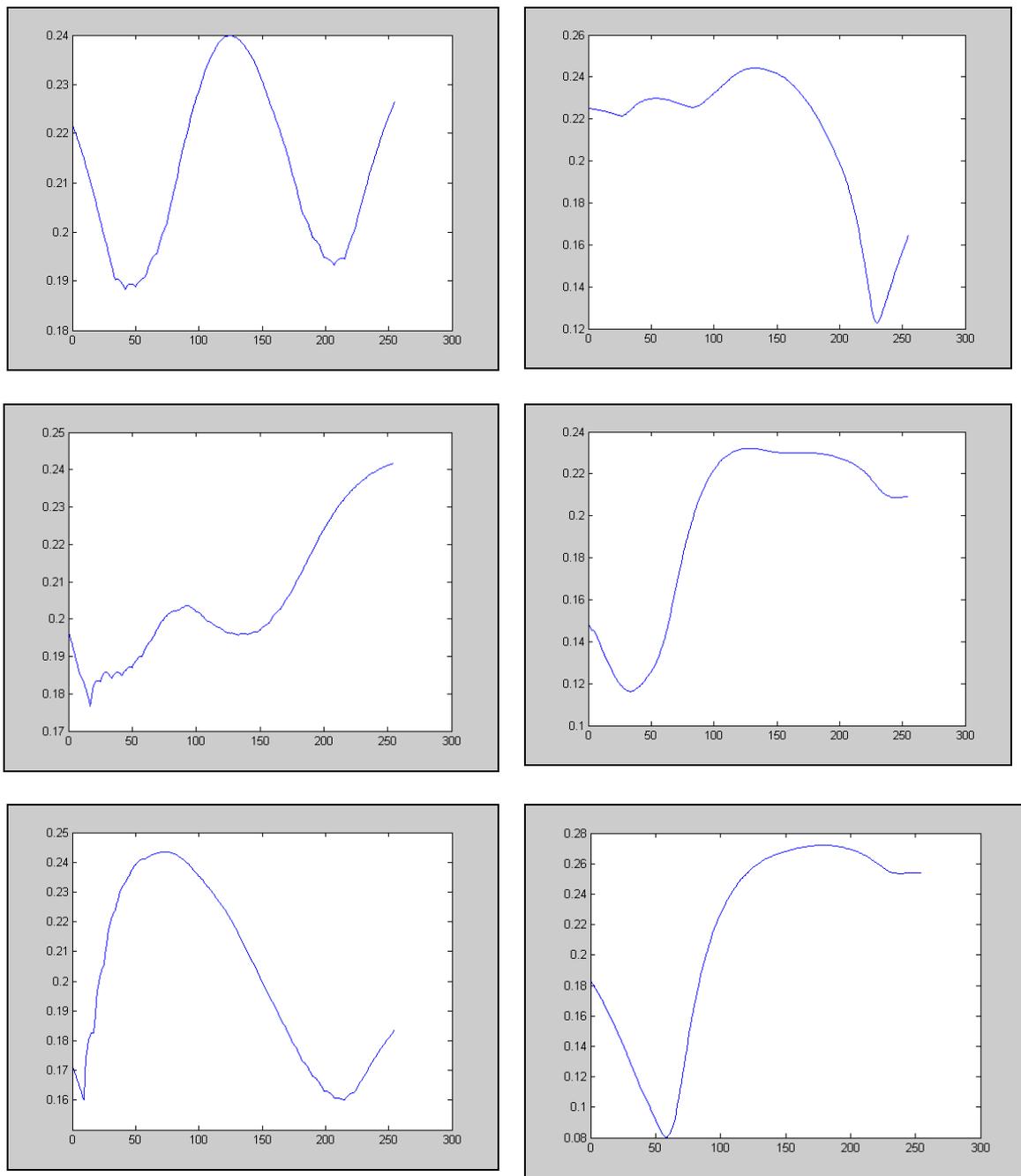


Figura 3.8: nivel de entropía (RGB) para las imagenes flor y gota.

	R opt	G opt	B opt
hoja	172	170	145
madera	248	250	252
flor	124	254	72
gota	132	127	178

Tabla 3.1: umbrales (RGB) para cada imagen.

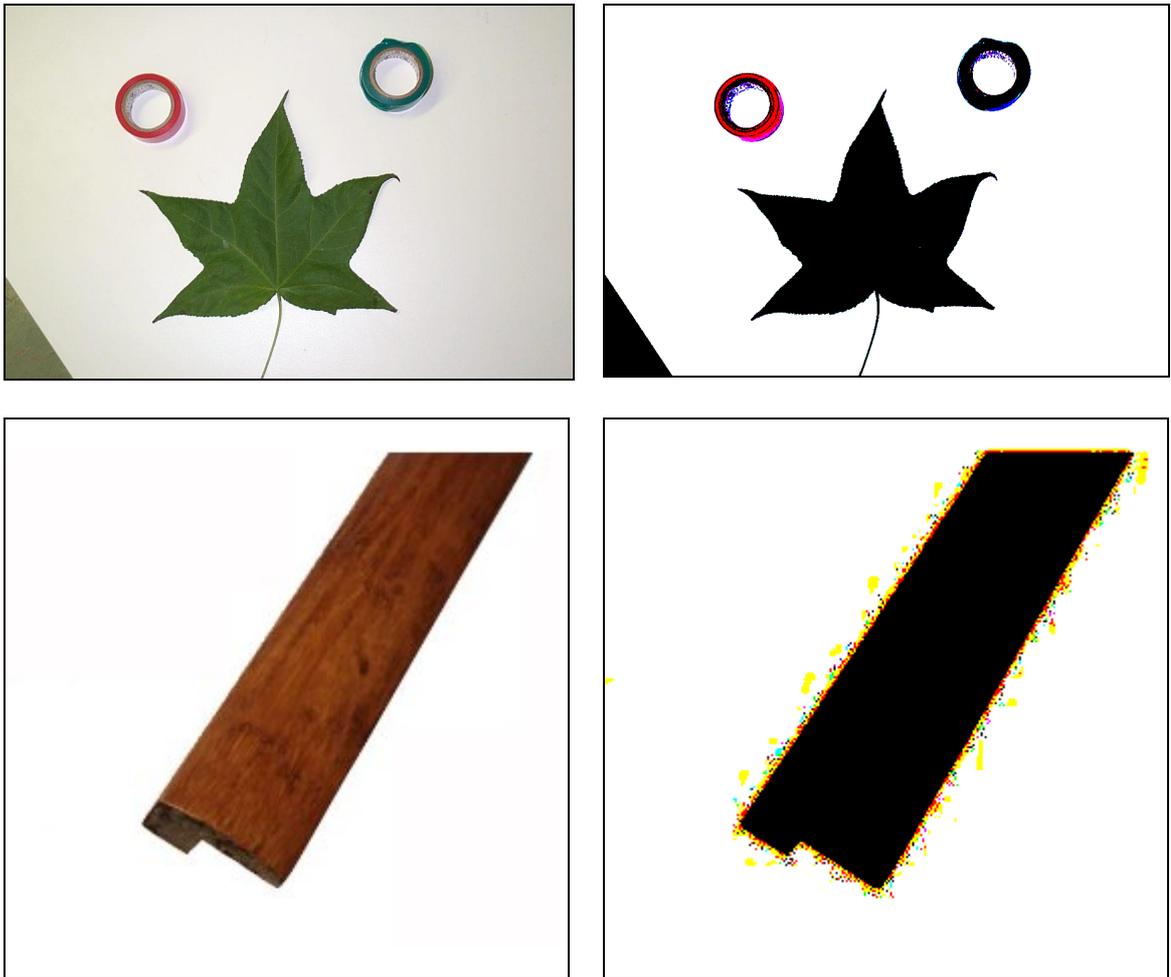


Figura 3.9: imágenes originales y segmentadas

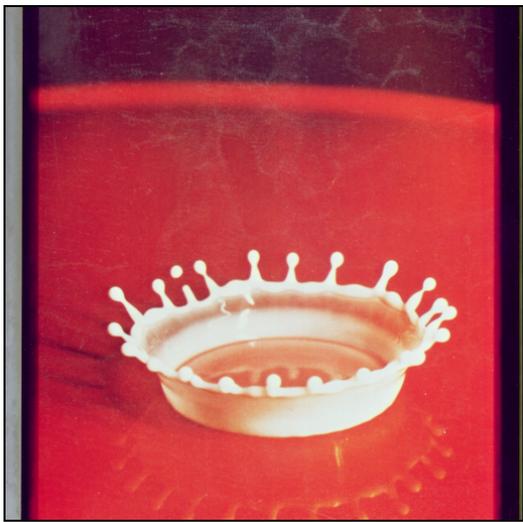


Figura 3.10: imágenes originales y segmentadas

### 3.3. Segmentación de imágenes en color basada en funciones de equivalencia restringida maximizando la medida de similitud.

En este apartado se realiza el proceso de segmentación basado en funciones de equivalencia restringida maximizando la medida de similitud para las cuatro imágenes de muestra, siguiendo el mismo algoritmo que para imágenes en escala de grises, con la única diferencia de que en este caso, se aplica para cada uno de los colores primarios.

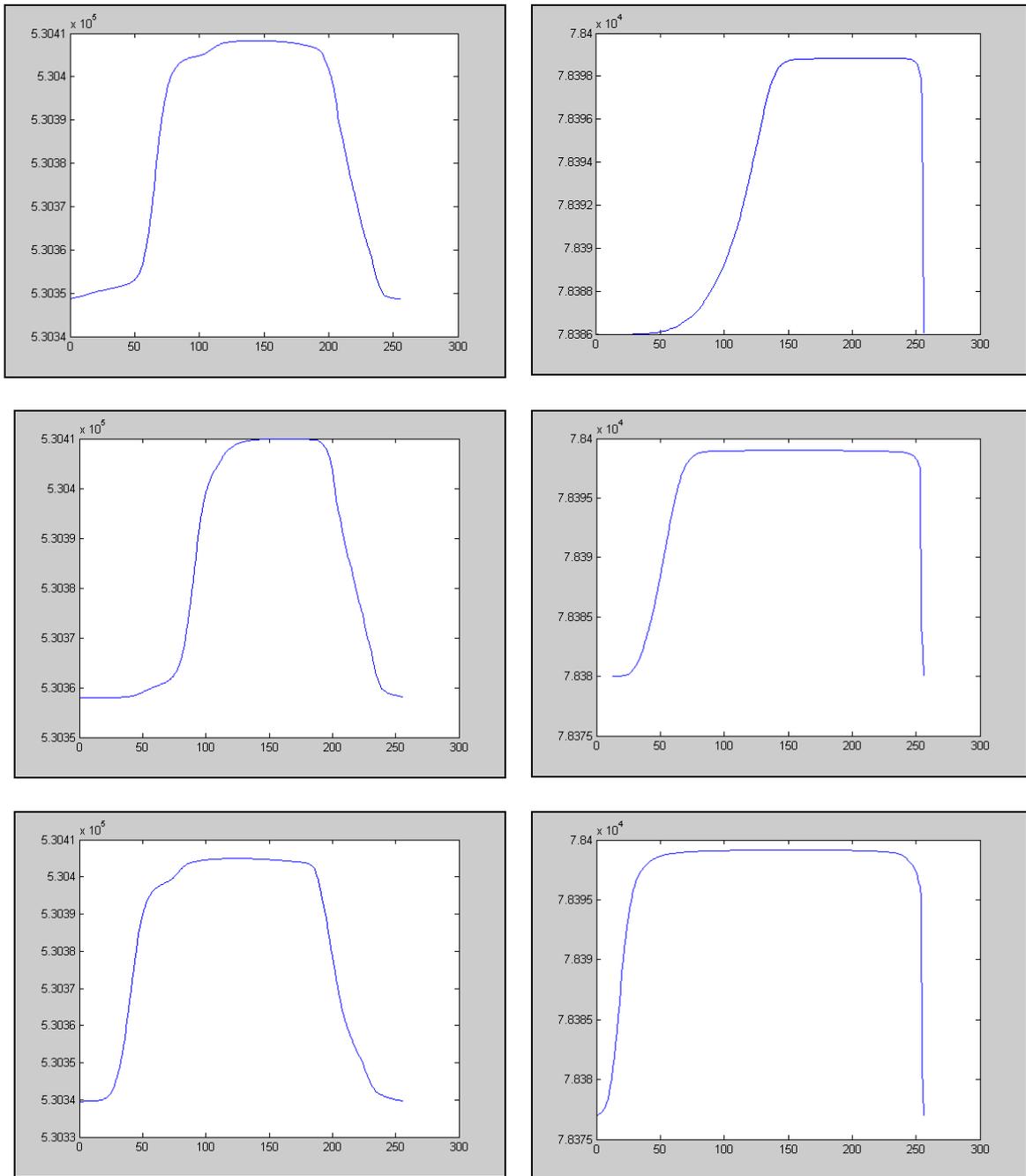


Figura 3.11: similitud de la función de pertenencia calculada con REF1 para R, G y B de las imágenes hoja y madera

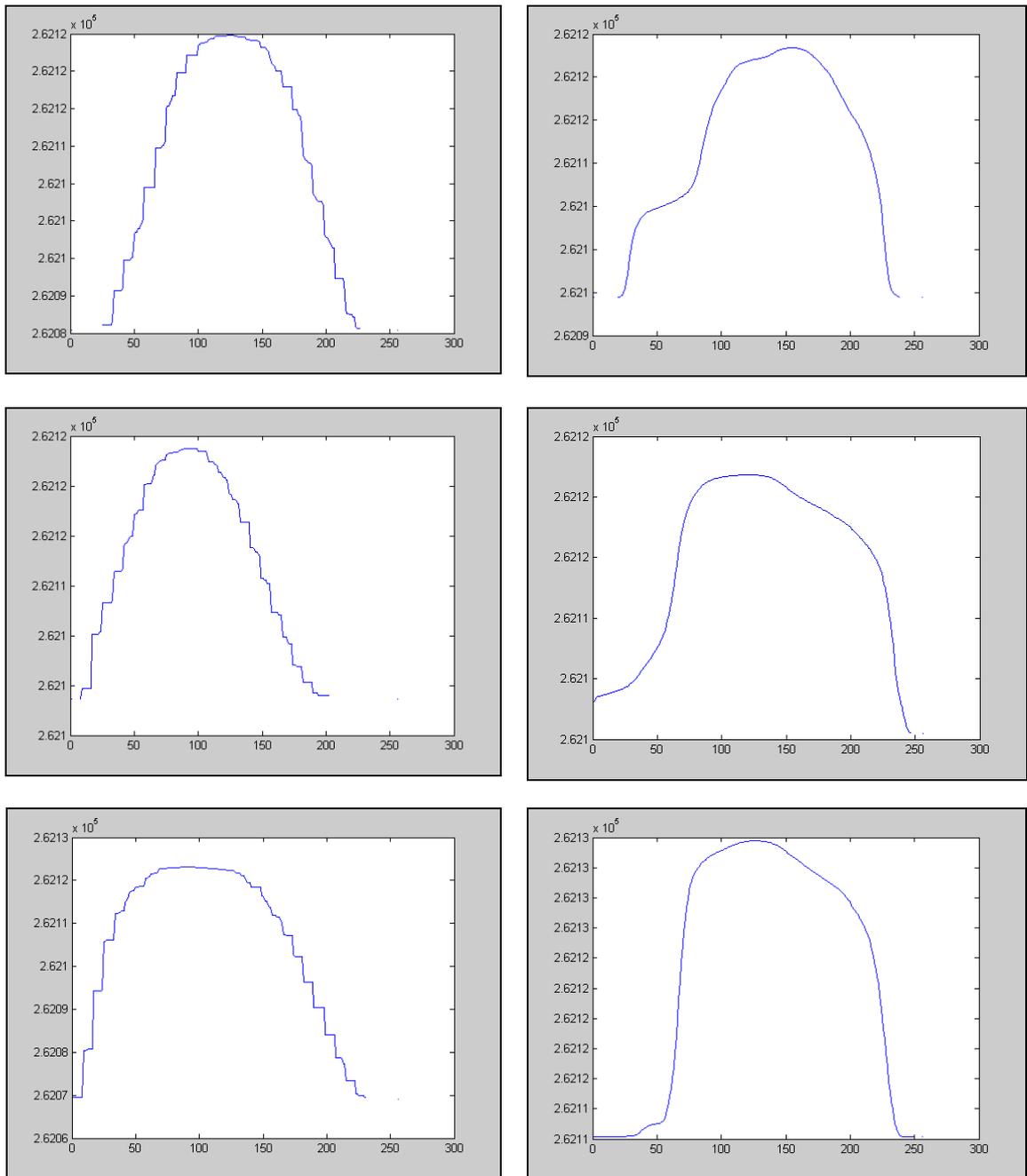


Figura 3.12: similitud de la función de pertenencia calculada con REF1 para R, G y B de las imágenes flor y gota

	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$t_6$	$t_7$	$t_8$
hoja	143	143	149	143	143	143	149	143
madera	209	209	184	209	209	209	184	209
flor	126	126	126	126	126	126	126	126
gota	154	154	144	154	154	154	144	154

Tabla 3.2: umbrales óptimos para cada imagen y cada REF para el color Red

	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$t_6$	$t_7$	$t_8$
hoja	160	160	159	160	160	160	159	160
madera	154	154	152	154	154	154	152	154
flor	96	96	96	96	96	96	96	96
gota	120	120	116	120	120	120	116	120

Tabla 3.3: umbrales óptimos para cada imagen y cada REF para el color Green

	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$t_6$	$t_7$	$t_8$
hoja	123	123	134	123	123	123	134	123
madera	159	159	137	159	159	159	137	159
flor	94	94	104	94	94	94	104	94
gota	123	123	126	123	123	123	126	123

Tabla 3.4: umbrales óptimos para cada imagen y cada REF para el color Blue

Tomamos la media aritmética de los  $k$  umbrales calculados como umbral optimo:

	R opt	G opt	B opt
hoja	145	160	126
madera	203	154	154
flor	126	96	97
gota	152	119	124

Tabla 3.5: media aritmética de los umbrales de todas las REF para cada imagen

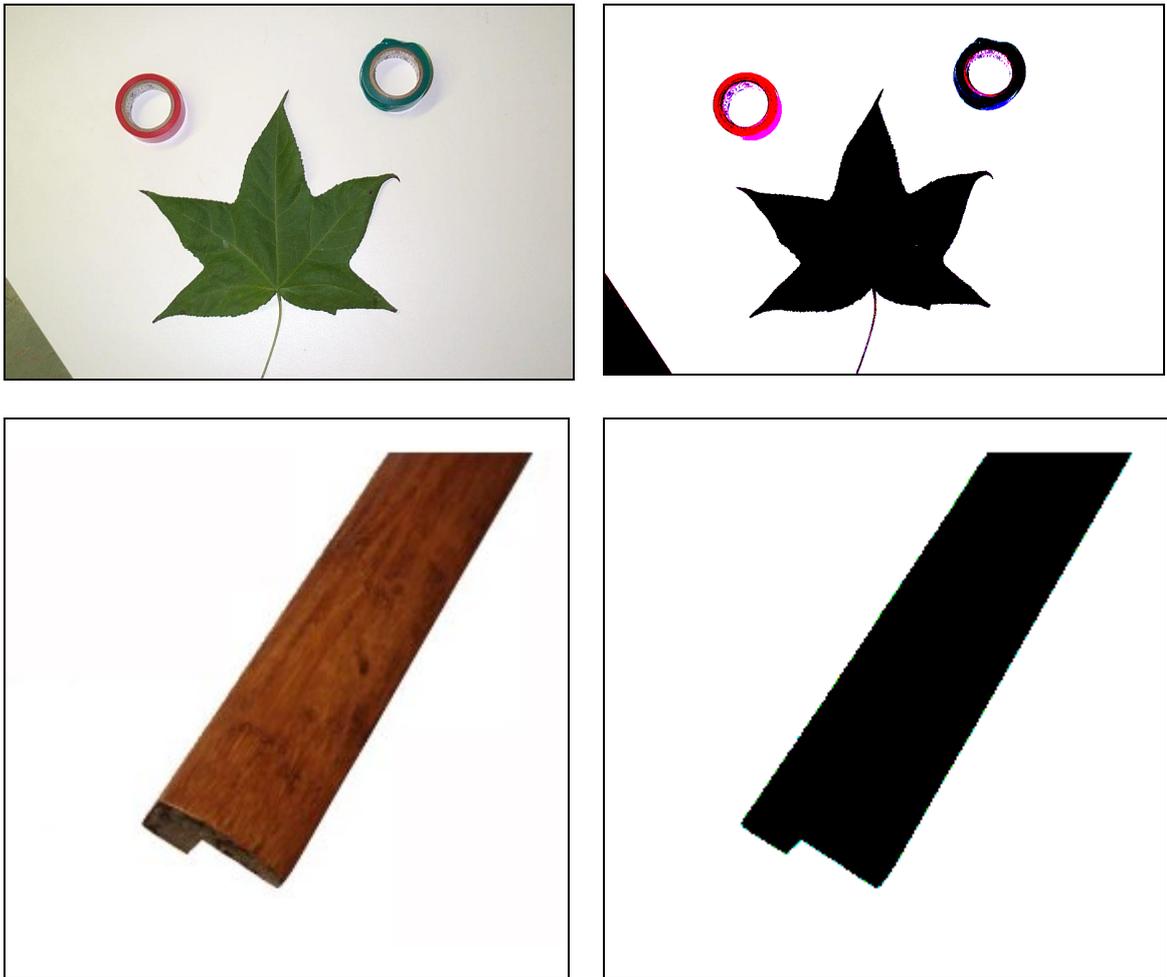


Figura 3.13: imágenes originales y segmentadas

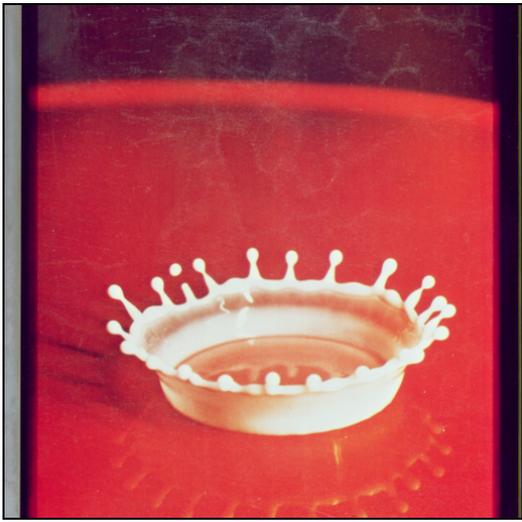


Figura 3.14: imágenes originales y segmentadas

### 3.4. Comparación de los resultados

En este apartado se comparan los resultados obtenidos a través de los métodos descritos en los dos apartados anteriores y se procede a definir otro resultado óptimo a partir de estos. Como en el caso de la segmentación de imágenes en escala de grises, se realiza una media aritmética de cada umbral calculado por cada uno de los algoritmos para obtener los nuevos umbrales.

	Alg.1 (RGB)			Alg.2 (RGB)			Media (RGB)		
hoja	172	170	145	145	160	126	159	165	136
madera	248	250	252	203	154	154	226	202	203
flor	124	254	72	126	96	97	125	175	85
gota	132	127	178	152	119	124	142	123	151

Tabla 3.6: umbrales calculados por los dos algoritmos y umbral óptimo

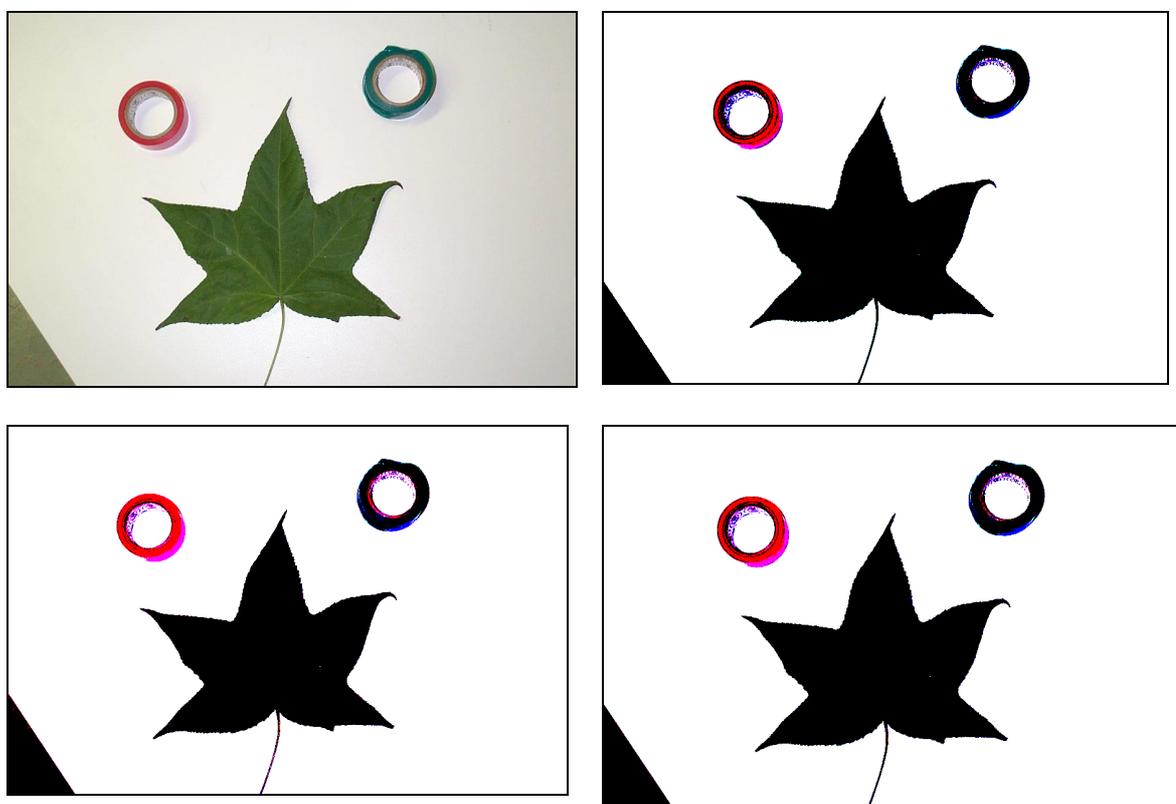


Figura 3.15: imagen original, imagen segmentada a partir de usar algoritmo 1, imagen segmentada a partir de usar algoritmo 2 y imagen segmentada a partir de umbrales óptimos.

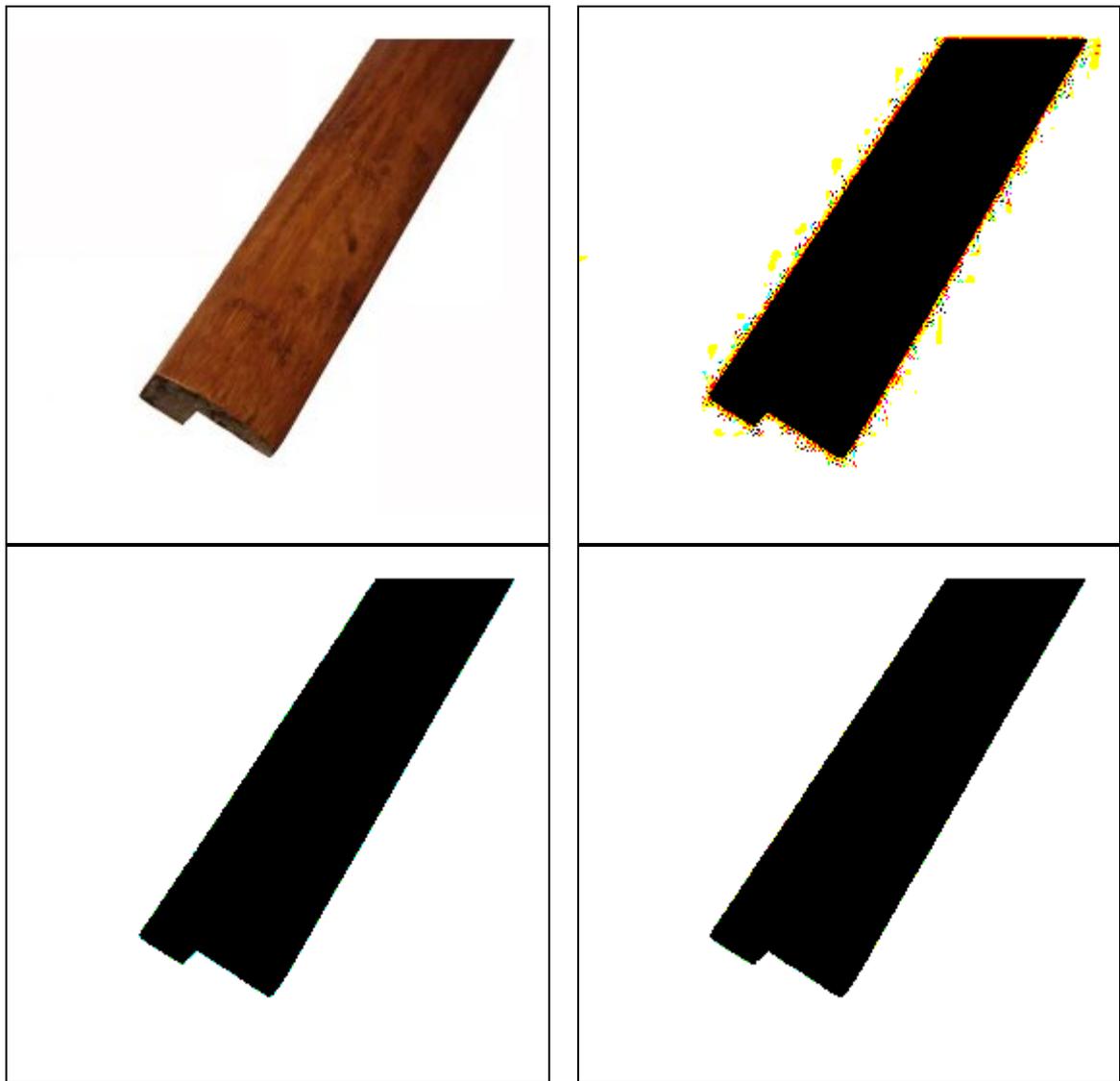


Figura 3.16: imagen original, imagen segmentada a partir de usar algoritmo 1, imagen segmentada a partir de usar algoritmo 2 y imagen segmentada a partir de umbrales óptimos.



Figura 3.17: imagen original, imagen segmentada a partir de usar algoritmo 1, imagen segmentada a partir de usar algoritmo 2 y imagen segmentada a partir de umbrales óptimos.



Figura 3.18: imagen original, imagen segmentada a partir de usar algoritmo 1, imagen segmentada a partir de usar algoritmo 2 y imagen segmentada a partir de umbrales óptimos.

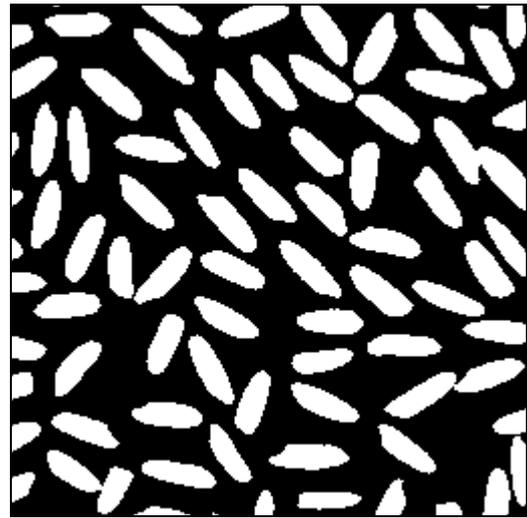
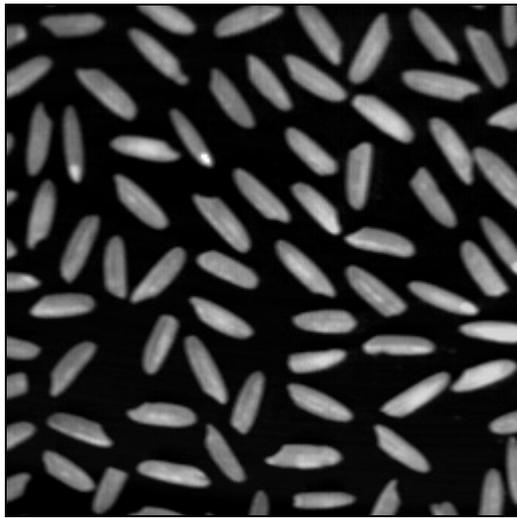
# Capítulo 4

## Conclusiones y líneas futuras

A lo largo de este proyecto se han estudiado dos métodos de segmentación para imágenes en escala de grises y se han aplicado a imágenes en color, comparando en ambos casos los resultados obtenidos.

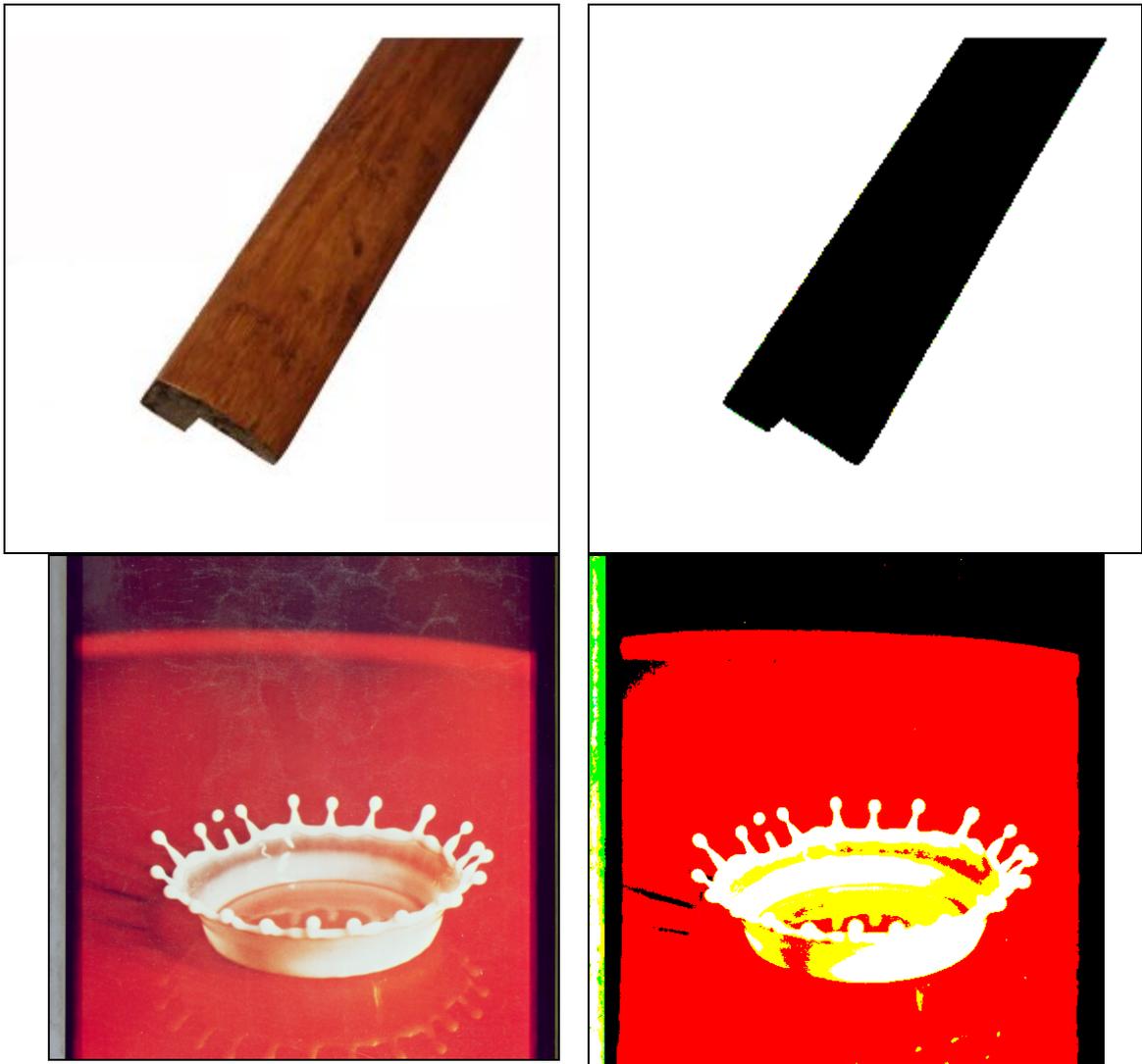
Los resultados obtenidos confirman que estamos ante dos métodos muy eficaces, ya que se puede observar que tanto en los resultados obtenidos para imágenes en escala de grises como para imágenes en color se puede diferenciar el objeto del fondo de la imagen de forma clara, y hay que tener en cuenta que las imágenes de muestra usadas tienen muchos niveles de gris o color distintos, añadiendo este factor dificultad para realizar la segmentación.

Se ha intentado probar los algoritmos con imágenes donde la diferenciación entre el objeto y la imagen se podía realizar de una forma fácil y con imágenes donde esa diferenciación se presentaba más complicada, debido a factores como la iluminación o la diversidad de niveles de gris o de color.



Como se puede observar en la figura, los resultados obtenidos en imágenes en escala de grises son muy buenos tanto como para imágenes fáciles de segmentar (arroz) como para imágenes difíciles para segmentar (tetera).

En cuanto a imágenes en color, podemos afirmar que los resultados obtenidos son también muy buenos, teniendo en cuenta que el proceso de segmentación se presenta más difícil debido a que se mezclan tres colores en la imagen.



En cuanto a las líneas futuras, cabe destacar que durante este proyecto se han ido definiendo un número elevado de umbrales para cada imagen, sobre todo en el algoritmo basado en funciones de equivalencia restringida. La elección del umbral óptimo a partir de estos umbrales se ha realizando empleando la media aritmética y este es uno de los aspectos donde se podría seguir estudiando ya que al igual que en la vida real, la opinión de un experto podría tener más repercusión en la decisión final. Aparte de esas decisiones, se han definido los umbrales óptimos a partir de los umbrales definidos a través de los dos algoritmos utilizando la media aritmética, ya que ignoramos cual de los dos algoritmos ha dado mejores resultados.

Teniendo en cuenta lo mencionado, se podría desarrollar un algoritmo para escoger la decisión de un experto como resultado óptimo, en vez de dar la misma importancia a cada una de las decisiones y definiendo el resultado óptimo a través de la media aritmética.

# Bibliografía

- FUZZY SETS. L.A.Zadeh. Inf. Control 8. 1965
- FUZZY IMAGE PROCESSING. H.R.Tizhoosh. Springer, Heidelberg. 1998
- IMAGE THRESHOLDING USING TYPE II FUZZY SETS. H.R.Tizhoosh. Pattern recognition. 2005
- COLOR IMAGE SEGMENTATION USING TYPE-2 FUZZY SETS. J.Clairet, A.Bigand, O.Colot. IEE Transactions on fuzzy systems. 2006
- TYPE-2 FUZZY SETS MADE SIMPLE. J.M.Mendel, R.B.John. IEE Transactions on fuzzy systems. 2002
- IMAGE THRESHOLDING BY MINIMIZING THE MEASURE OF FUZZINESS. L.K.Huang, M.J.Wang. Pattern recognition 28. 1995
- RESTRICTED EQUIVALENCE FUNCTIONS. H.Bustince, E.Barrenechea, M.Pagola. Fuzzy sets and Systems. 2006.
- IMAGE THRESHOLDING USING RESTRICTED EQUIVALENCE FUNCTIONS AND MAXIMIZING THE MEASURES OF SIMILARITY. H.Bustince, E.Barrenechea, M.Pagola. Fuzzy sets and systems. 2006.
- ENTROPY, DISTANCE MEASURE AND SIMILARITY MEASURE OF FUZZY SETS AND THEIR RELATIONS. X.Liu. Fuzzy sets and systems. 1992.