

# MATEMATIKA

Asier HOYUELOS NAPAL

ARITMETIKA  
REGGIO APPROACH  
IKUSPEGIAREN ARABERA

*GBL 2016*

**upna**  
Universidad  
Pública de Navarra  
Nafarroako  
Unibertsitate Publikoa

Facultad de Ciencias Humanas y Sociales  
Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea

*Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua*



**Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua**  
**Grado en Maestro en Educación Primaria**

Gradu Bukaerako Lana  
Trabajo Fin de Grado

**ARITMETIKA**  
**REGGIO APPROACH IKUSPEGIAREN ARABERA**

Asier HOYUELOS NAPAL

GIZA ETA GIZARTE ZIENTZIEN FAKULTATEA  
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y SOCIALES

**NAFARROAKO UNIBERTSITATE PUBLIKOA**  
**UNIVERSIDAD PÚBLICA DE NAVARRA**

**Ikaslea**

Asier HOYUELOS NAPAL

**Izenburua**

Aritmetika *Reggio Approach* ikuspegiaren arabera Lehen Hezkuntzako 2. mailan.

**Gradu**

Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua

**Ikastegia**

Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea  
Nafarroako Unibertsitate Publikoa

**Zuzendaria**

Aitzol LASA OYARBIDE

**Saila**

Matematika Saila

**Ikasturte akademikoa**

2014/2015

**Seihilekoa**

Udaberria

## Hitzaurrea

2007ko urriaren 29ko 1393/2007 Errege Dekretua, 2010eko 861/2010 Errege Dekretuak aldatuak, Gradu ikasketa ofizialei buruzko bere III. kapitulu hau ezartzen du: “ikasketa horien bukaeran, ikasleek Gradu Amaierako Lan bat egin eta defendatu behar dute [...] Gradu Amaierako Lanak 6 eta 30 kreditu artean edukiko ditu, ikasketa planaren amaieran egin behar da, eta tituluarekin lotutako gaitasunak eskuratu eta ebaluatu behar ditu”.

Nafarroako Unibertsitate Publikoaren Haur Hezkuntzako Irakaslearen Graduak, ANECAk egiaztatutako tituluaren txostenaren arabera, 12 ECTSko edukia dauka. Abenduaren 27ko ECI/3857/2007 Aginduak, Haur Hezkuntzako irakasle lanetan aritzeko gaitzen duten unibertsitateko titulu ofizialak egiaztatzeko baldintzak ezartzen dituenak arautzen du titulu hau; era subsidiarioan, Unibertsitatearen Gobernu Kontseiluak, 2013ko martxoaren 12ko bileran onetsitako Gradu Amaierako Lanen arautegia aplikatzen da.

ECI/3857/2007 Aginduaren arabera, Haur Hezkuntzako Irakaslearen ikasketa-plan guztiak hiru modulutan egituratzen dira: lehena, oinarrizko prestakuntzaz arduratzen da, eduki sozio-psiko-pedagogikoak garatzeko; bigarrena, didaktikoa eta diziplinakoa da, eta diziplinen didaktika biltzen du; azkenik, Practicum daukagu, zeinean graduko ikasleek eskola praktikan lortu behar dituzten gaitasunak deskribatzen baitira. Azken modulu honetan dago Gradu Amaierako Lana, irakaskuntza guztien bidez lortutako gaitasun guztiak islatu behar dituena. Azkenik, ECI/3857/2007 Aginduak ez duenez zehazten gradua lortzeko beharrezkoak diren 240 ECTSak nola banatu behar diren, unibertsitateek ahalmena daukate kreditu kopuru bat zehazteko, aukerako irakasgaiak ezarriz, gehienetan.

Beraz, ECI/3857/2007 Agindua betez, beharrezkoa da ikasleak, Gradu Amaierako Lanean, erakus dezan gaitasunak dituela hiru moduluetan, hots, oinarrizko prestakuntzan, didaktikan eta diziplinan, eta Practicumean, horiek eskatzen baitira Haur Hezkuntzako Irakasle aritzeko gaitzen duten unibertsitateko titulu ofizial guztietan.

---

Lan honetan, oinarrizko prestakuntzako moduluak hezkuntza on bat eramateko pedagogia, psikologia eta matematika arloak kontuan hartu behar dela kontsideratu da. Ikaslearen ezaugarri psikologikoak, taldearen ezaugarriak, irakasteko metodoa eta matematikaren aritmetikaren printzipioak kontuan hartu dira lan hau egiterako orduan irakasle eta ikaslearen arteko lana uztartuz.

Didaktika eta diziplinako moduluak aztergaia den gaiaren inguruko oinarrizko teoriak, metodoak eta proposamenak ekartzen ditu. Batetik, matematikaren inguruko jakintza bat garatzen da eta bestetik, Matematikaren Didaktikarako behar diren autoreak ulertzeko bidea ematen digu.

Halaber, Practicum moduluak teoria praktikara eramateko modu bat aurkezteko garatu da.

Beste alde batetik, ECI/3857/2007 Aginduak ezartzen du, Gradua amaitzerako, ikasleek gaztelaniazko C1 maila eskuratuta behar dutela. Horregatik, hizkuntza gaitasun hau erakusteko, hizkuntza honetan idatziko dira "Sarrera" eta "Ondorioak" atalak, baita hurrengo atalean aipatzen den laburpen derrigorrezkoa ere.

ECI/3857/2007 Aginduak ezartzen duen arabera, Graduaren bukaeran hizkuntza koofizial bat ezagutzen duten ikasle elebidunek C1 maila ere izan behar dute erkidegoaren beste hizkuntzan, alegia, gure kasuan, euskaran. Hori dela eta, euskaraz hizkuntza gaitasuna erakusteko, hitzaurrea eta lanaren azken ondorioak gure hizkuntzan idatziko dira.

## Laburpena

Matematika betidanik eskolan garrantzia handia izan duen ikasgai bat izan da, halere, matematika ikastea eta irakastea ez da lan erraza, askorentzako momentuan erabiltzen den matematikaren didaktikaren planteamendua interesgarria ez baitelako. Gaur eguneko eskolan matematikak irakasteko beste modu bat proposatu beharra dago matematika egitearen nahia pizteko eta harekin disfrutatzeko. Horregatik, lan honetan metodo naturala eta *Reggio Approach* ikuspegiak batzen dituen esperientzia aurkezten da, non teorian bai matematikoki, bai didaktikoki matematika irakasteko modua azalduko den eta bestetik, praktikan aritmetikari buruzko esperientzia bat agertuko den, Loris Malaguzzi eskolako Lehen Hezkuntzako 2. mailan egindakoa, pedagogia mota horren adibide. Saio nahiko izan dira eta umeak aritmetikaren hainbat alorretan sakontzeko eta trebatzeko beharrezkoak ziren tresnak eta interesak lortu dituzte.

*Hitz gakoak:* metodo naturala; aritmetika; materialak; biderketak; zatiketak

## Resumen

La matemática siempre ha sido una materia de mucha importancia en la escuela, sin embargo, aprender y enseñar matemáticas no es un trabajo fácil, ya que muchos no ven interesante el actual planteamiento didáctico de las matemáticas. La escuela actual debe proponer un nuevo método de enseñar para motivar a hacer matemáticas y poder disfrutar de ellas. Por ello, en este trabajo se ha hecho un enlace entre el método natural de aprendizaje y el enfoque de *Reggio Approach*, donde en la parte teórica se expondrá cómo funciona el modo de aprendizaje concretamente dirigido hacia la matemática. En la parte práctica, en cambio, se narrará una experiencia de aritmética con estudiantes de 2º de Educación Primaria de la escuela Loris Malaguzzi. En todo este tiempo ha dado tiempo a que los niños cojan confianza en las multiplicaciones y empiecen a trabajar con las divisiones de una manera motivadora.

*Palabras clave:* método natural; aritmética; materiales; multiplicación; división

**Abstract**

The mathematics have been a very important subject at school, however, learning and teaching mathematics is not an easy job because some don't feel interesting the actual didactic planning for mathematics. The school has to propose a new method to teach in order to motivate to make mathematics and enjoy them. For this reason, it is made a link between the natural method of learning and the *Reggio Approach*. On the theoretical part will be presented how the method of learning functions, which is concretely made for mathematics. In the practicum part, it is explained the experience of arithmetic with 2nd grade Elementary Students from Loris Malaguzzi school. The time spent has given time to the children to be confident with multiplications and to start working the divisions in a motivating way.

*Keywords:* natural method; arithmetic; materials; multiplication; division

## AURKIBIDEA

<b>Sarrera</b>	
<b>Introducción</b>	
<b>1. Marko teorikoa</b>	<b>19</b>
1.1. Umearen nortasunaren definizioa	19
1.1.1. Umeak mundua ezagutzen duen modua	20
1.1.2. Umeak besteekin batera ikaskuntza sortzen du	24
1.1.3. Umeak ideiak adierazteko modu ezberdinak ditu	25
1.2. <i>Reggio Approache</i> ko eta metodo naturalaren oinarriak	26
1.2.1. Proiektuen garapena	27
1.2.2. Espazioen eta materialen aukeraketa	28
1.2.3. Esperientzia bizitaketik abiatu	29
1.2.4. Talde lana	30
1.2.5. Galderen formulazioa eta dokumentazioa	34
1.2.6. Maisu-maistraren funtzioa	36
1.3. Matematikaren oinarriak	38
1.3.1. Matematika sormen bidez lantzea	40
1.3.2. Umeen prozesuen bitartez ikasi	41
1.3.3. Matematikaren zentzua jaiotzetikoa da	42
1.3.4. Bizitzarako matematika praktikoa	43
1.3.5. Matematikara hurbiltzea	44
1.3.6. Italiako ministeritzak matematika lantzeko duen proposamena	45
<b>2. Praktika zatia</b>	<b>46</b>
2.1. Sarrera	46
2.1.1. Hiria, ikastetxea eta ikastaldea	46
2.1.2. Aritmetikaren esparrua	46
2.2. Umeen prozesuak eskola barruan	46
2.3. Jardueren proposamenak	49
2.3.1. Ikerketaren urteko aurrekariak	50
2.3.2. Frutaren banaketa eta taldeko teoriaren hausnarketak	54

2.3.3. Haur Hezkuntzako umeentzako janaria banatzea	67
2.3.4. mahai apainketa 3 urtekoentzat	73
<b>Ondorioak</b>	
<b>Conclusiones</b>	
<b>Erreferentziak</b>	

## SARRERA

Matematika eta beraz, aritmetika, bi alde ezberdinetatik landu daiteke. Biak oso garrantzitsuak izanik, bakoitzaren balioa eta garrantzia ulertzen jakin behar da. Batetik, ezagutza pertsonala dago: esperientzia pertsonaletik, egoera ezberdinen aurrean aurkezten diren erronkei aurre egitea da. Horretarako, behar diren probak egitea, proba horien ondorioztatzea eta besteen formulazioekin alderatuz bakoitzaren lehen ideia balioztatzea egin behar da.

Bestetik, matematikaren ikasketa instituzionala daukagu. Horretan kulturak dituen konbentzioez, hau da, gizarte bateko partaideek adostutako jakintzez sortuta dago. Ikasketa instituzionalera iristeko besteekin partekatuz eta adostasunetara iritsita lortzen da.

Momentura arte, ikaskuntza tradizionalak matematikaren lehen pausuak baztertu ditu, hau da, umearen esperientziak sortzen dituen lehen ezagutzak alde batera utzi ditu matematikaren ikasketa guztiz memoristikoa lantzeko. Horrek arazo larriak sortzen ditu umeengan: formulen aplikagarritasuna ulertzea, egoera matematiko baten aurrean zer egin behar den jakitea edota egiten den prozesuaren zergatiak ulertzea eta azaltzea beraientzako zailagoa izango da.

Gratu Bukaerako Lan honetan Lehen Hezkuntzako eskoletan matematika lantzeko beste modu bat aurkezten da: umeari matematikarekiko irudi positibo bat nola aurkez dakioken azalduko da. Hortaz, lan honetan aurkeztuko den esperientzia, matematikaren ikaskuntzan ezagutza pertsonaletatik abiatuz jakintzara iristeko bidea jarraituko da.

Eskoletan, Matematika irakasteko modu tradizionalan, hau da, kontzeptu abstraktuetatik eta umeen ideietatik urrun, landu da. Umeak testuinguratu gabeko kalkuluak egitera eta haren bizitzarekin bat egiten ez duten arazoak ebaztera behartu dira. Horren ondorioz, umeek matematika ulertzeko zailtasunak izan ditzakete.

Argi dago ume batzuek klasean jasotako jakintza memoristikotatik matematika klasean aurkezten zaien bezalako erronketan aurrera jarraitzeko gai izango direla, nahiz eta horretan interesik ez izan, baina horrek ez du esan nahi umeek matematika

---

ikaskuntza mota horretan ematen dituzten pausuen eta jardueren prozeduraren aukeraketaren zergatia ulertuko dutela eta barneratuko dutela, baizik eta azterketa, lan edo ariketa baterako programatutako pausuak mekanikoki ezartzen eta aplikatzen jakingo dutela esan dezakegu.

Horregatik, matematika horren aplikagarritasuna hain zehatza eta deslotua izanik, epe laburrerako ikaskuntzan balioko du, baina epe luzerako edo beste testuinguru batean prozedura horretatik egin behar dena ondorioztatzeko arazo handiagoak izango dituzte.

Hala ere, horrek ez du esan nahi umeei matematikarengan interesik ez dutenik, baizik eta matematika beste modu batean bizitzen eta ikasten dutela. Horrenbestez, umeei matematikari nola beraien esanahi pertsonala ematen dieten, eta haiek matematikaz jakinmina sustatzeko behar diren elementuak zein diren jakin beharko dira.

Beraz, matematikaren didaktikaren arazo honi aurre egiteko, teoriko ezberdinen beharra adierazten da: matematikoak, psikologoak, irakasleak, soziologoak eta abar irakurri ostean, matematikaren arazoaren berri izaten eta bakoitzak bere ikuspuntutik aurkezten dituen iritzien eta aukeren kontziente izaten laguntzen du. Teoriko horiez gainera, Centro Internazionale Loris Malaguzzi eskolako irakasleekin eta pedagogoarekin hitz egiten eta eztabaidatzen ere matematikako ikuspegia handitzen da.

Hortaz, Gradu Bukaerako Lan honek umeei matematika interesgarria egiteko, matematika bizitzeko, matematika ulertzeko, matematikara hurbiltzeko eta matematikaren inguruko interesa sortzeko metodo baten aurkezpena eta prozesuaren jarraipena izango dira.

Horretarako, proiektu honetan, *Reggio Approach* eta metodo naturala integratuko dira, matematika humanista, testuinguratu eta kritiko bat lantzeko oinarriak azalduko dira eta praktikan jarriko dira. Eduki matematikoa aritmetikan zentratuko da eta proiektu honen bidez hainbat zalantza eta galderari erantzuna emateko aukera izango da.

Gradu Bukaerako Lan modu ezberdinetako galdera mota ezberdinak landu dira.

Hortaz, bi eremu ezberdinetan banatutako galderak aurkezten dira:

Aritmetika Reggio Approach ikuspegiaren arabera Lehen Hezkuntzako 2. mailan

Ezagutza pertsonala edota instituzionalaren arteko erlazioen galderetatik honako galderak sortzen dira:

- Nola egin daiteke matematika umeentzat interesgarria izatea?
- Ume guztientzako matematika interesgarria egitea posible al da?
- Nola sortu daiteke matematika proiektu bat non esperientzian oinarrituko den eta umeen interesengandik hurbil egongo dena?
- Zein galdera motak laguntzen du umea bere ikaskuntza prozesuan?
- Zein hizkuntza modu lantzen dituzte aritmetika egiterako orduan?
- Nola garatzen dituzte aritmetikaren inguruko teoriak?
- Nola iristen dira ezagutza pertsonaletik kultura batek duen konbentzioen ezagutzara?

Bestetik, ikaskuntza hori emateko behar diren inguru-didaktikoak antolatzeko irizpideak agertzen dira:

- Zein espazio erabili daitezke matematika egiteko?
- Zein esperientzia motak eman ditzake espazio bakoitzak?
- Zein material erabil daiteke aritmetika egoki lantzeko?

Lan honen helburua galdera horiei erantzuna ematea da. Marko Teorikoa abiapuntu hartuz, proposamen praktiko bat egituratuko da.

Horrela, lan hau zati ezberdinetan banatzen da. Marko teorikoaren barnean hainbat aspektu lan egiten dira:

Lehen atalean umearen nortasunaren ezaugarri nagusiak landuko dira. Umeak mundua nola ezagutzen duten aurkeztuko da eta umeak dituzten ideiak adierazteko modu ezberdinen azalpen bat emango da.

Bigarren atalean aukeratutako ikuspegiaren oinarri ezberdinak azalduko dira. Hau da, alde batetik Reggio Approacheko metodoa eta ikasteko metodo naturalaren arteko nahasketa horri egokitzen zaizkion ezaugarriak aurkeztuko dira. Horrela, proiektuak

---

nola garatzen diren, nork garatzen dituen eta zer motakoak diren aztertuko da. Proiektu horiek gauzatzeko behar diren material eta espazioen aukeraketari buruz hitz egingo da proiektuak modu egoki batean gara daitezten.

*Reggio Approach* ikuspegia, nahiz eta marko teorikoaren barruan aurkituko dugun azalduta, Lella Gandinik (1995) honako ideia azpimarragarriak aurkitzen ditu:

Umeak konplexuak dira eta elkarreragitearen bitartez ikasten dute. Elkarreragite horren bitartez bai bere burua, bestea, kultura eta jakintzen arteko erlazioak sortzen ditu.

Ume horiek ezberdinak izanda, bakoitzaren garapen eta ikaste denborak errespetatzen duen ikuspegia da.

Eskola mota hau adeitsua izan beharko du hainbat aspektutan beraz. Eskola langile bat izan beharko du, gauza berriak asmatzeko prest, bizitzeko atsegina, gertatzen dena dokumentatuko duena ondoren horri buruz aztertzeko, birpentsatzeko eta hausnartzeko. Eskola hau batez ere umeak eta familiak gustura egoteko eginak egongo dira eta haien parte hartzea sustatuko da.

Proiektuak taldeka ere lantzea garrantzitsua izango da eta esperientzia errealetan oinarritutakoa. Proiektuetan akats egiteko aukera egongo da haien akatsetatik ikasteko aukera izateko, aukeraketak eta akatsak egitearen ondorioz ikasten baita. Proiektu horiek, malguak izango dira, umeen denbora errespetatzen dituzten. Hargatik, proiektuen prozesuak garrantzi handia izango du.

Eskolak espazio ezberdinak izango ditu hezkuntza proiektua barneratuko duena: talde txikientzako tailerra, plaza (espazio guztien erdigunea) eta sukaldea (sukaldari berezkoekin). Espazio guztietan hor egindako proiektuen dokumentazioa ageri egongo da.

Irakasleak bikote hezitzaile moduan ibiliko dira, bi talde bakoitzeko. Haien arteko koordinazio pedagogiko bat eramango da proiektua lotua egon dadin eta haien arteko erlazioa egoteko. Horrela, haien lana eta horri dagokion azterketa egitea proposatzen zaie proiektuari buruz hausnartzeko eta birplanteatzeko.

Eskolan ikasteko baliabideak egotea eta ikasteko baldintza egokiak egoteari garrantzia emango diote.

Hemen aurkeztutako proiektuari jarraiki, umeak bizitakotik abiatuta jakintzara iristeko bidearen garrantzia azalduko du. Ondoren, bizitakoa taldearekin elkarbanatzearen eta guztien artean ezagutza eraikitzeke eta ezagutza horretara iristeko abantailak aurkeztuko dira.

Azkenik, maisu-maistren lanaren aldetik, umeengandik jakintza lortzeko eta ahalik eta autonomoen ibili ahal izateko, zein galdera mota egin behar diren, zer nolako dokumentazioa egin behar den eta irakasleen aldetik klase barruan eta kanpoan haien funtzioa nola izango den azalduko da.

Hirugarren atalean, berriz, matematikaren didaktika nola landuko den aurkeztuko da. Hori dela eta, matematika sormenari lotuta nola landu daitekeen ikusiko da. Horrez gain, umeak dituzten ideietatik abiatuta matematika nola egin daitekeen azalduko da. Ondoren, matematika nola jaiotzetik ezagutzen den azalduko da eta beraz, hortik abiatuta eta aurrezagutzen bitartez matematika praktikoa bat egiten hasi beharko dela. Azkenik, Italiako ministeritzak eta matematikako proiektu honen artekoa nola erlazionatzen diren eta haren barruan nola erlazionatzen den baieztatuko da.

Marko teorikoa alde batera utziz, marko praktikoa azalduko da. Hau ere zati ezberdinetan banatua egongo dena:

Sarreran hiriaren, ikastetxearen eta ikastaldearen ezaugarriak erakutsiko dira proiektuaren testuinguratze modura. Ondoren, aritmetikaren barruan lan hau zehazki zein esparrutan zentratuko den azalduko da.

Ondoren, 5 urteko eta 1. Mailako (6 urte) umeen prozesuak azalduko dira: matematikari hurbilketa, egindako dokumentazioa, egindako jarraipena eta eskuratutako ezagutzak.

Azkenik, matematika 2. Mailako (7 urte) umeekin egindako 3 jarduera ezberdinak haien proposamenekin, haien prozesuarekin eta egindako jarraipen osoarekin jarriko dira.



## INTRODUCCIÓN

La matemática, y por lo tanto, la aritmética se puede trabajar desde dos miradas distintas. Teniendo las dos importancia, es importante conocer el valor de cada una de ellas.

Por un lado, está el conocimiento personal: saber resolver los retos que se proponen desde la propia experiencia práctica. Para ello, se deben hacer pruebas, llegar a conclusiones y compararlo con las formulaciones de los demás para verificar las ideas adquiridas.

Por otro lado, tenemos el aprendizaje de la matemática institucional. En ella la convención que tiene la cultura, es decir, se crea desde los conocimientos compartidos y aceptados por los participantes de una sociedad. Para llegar a un aprendizaje institucional es necesario compartir y llegar a acuerdos.

Hasta el momento, la enseñanza tradicional ha desechado el primer paso, es decir, ha dejado a un lado las experiencias que crea un niño para fomentar el aprendizaje memorístico. Esto conlleva unos problemas graves para los niños: se les puede hacer más difícil entender la aplicación que puede tener una fórmula, saber qué hacer delante de una situación que requiera de la matemática o entender y saber explicar los procesos que se dan.

En este Trabajo de Fin de Grado se ofrece otro modo de trabajo: se presentará cómo hacer que el niño tenga una idea positiva hacia las matemáticas. Por lo tanto, el proyecto que se va a presentar en esta experiencia irá del conocimiento personal al saber.

En las escuelas, se ha trabajado el aprendizaje de Matemáticas tradicional, es decir, desde conceptos abstractos y lejos de las ideas de los niños. Los niños deben hacer cálculos sin contexto y que no tienen nada que ver con su experiencia vital. En consecuencia, los niños pueden llegar a tener problemas a la hora de entender las matemáticas.

---

Está claro que algunos niños pueden seguir adelante con los ejercicios memorísticos que se les presentan en clase, aunque no tengan interés en ello, sin embargo, esto no quiere decir que entenderán el proceso que hagan en esos cálculos ni los pasos que tienen que seguir sino que aprenderán a responder mecánicamente al trabajo, examen o ejercicio que se les dé.

Por eso, al estar la aplicabilidad de esta matemática tan desligada y concreta, solo sirve para aprendizajes de corto plazo, sin embargo, tendrán problemas para poder saber qué hacer en otro contexto o en una situación similar pero en un tiempo largo.

De todas maneras, eso no quiere decir que el niño no tenga interés en las matemáticas, sino que la vive y la aprende de otro modo. Es más, los niños le confieren un sentido propio a las matemáticas y por lo tanto, hay que saber cuáles son los elementos que atraen al niño hacia ellas.

Para hacer frente al problema de la didáctica de las matemáticas es necesario la ayuda de diferentes teóricos: después de leer matemáticos, psicólogos, profesores, sociólogos y demás personas influyentes, se comienza a comprender los problemas de la didáctica de las matemáticas y del punto de vista y de las posibilidades que le otorga cada uno. A parte de esos teóricos, se ha debatido y hablado con las profesoras y pedagoga del Centro Internazionale Loris Malaguzzi para aumentar la visión de esa realidad didáctica-matemática.

Por lo tanto, el Trabajo Fin de Grado se propone como una investigación de un método para hacer de la matemática algo interesante, vívida, práctica y comprensible. Debe servir pues, para presentar y desarrollar el proceso para que se desarrolle una matemática interesante.

Para conseguir lo siguiente, se integrarán la visión de *Reggio Approach* y el método natural, explicando la matemática desde un punto de vista humanista, contextualizado y crítico, para a posteriori ponerlo en práctica. El encuadre dentro de las matemáticas será la aritmética y a través de éste se dará pie a responder algunas dudas y preguntas.

En éste Trabajo se trabajarán diversos tipos de preguntas. Por lo tanto, se presentarán en dos grupos distintos.

Relacionadas con la experiencia personal o institucional:

Aritmetika Reggio Approach ikuspegiaren arabera Lehen Hezkuntzako 2. mailan

- ¿Cómo se puede hacer para que las matemáticas sean interesantes para los niños?
- ¿Es posible hacer la matemática interesante para todos los niños?
- ¿Cómo se puede crear un proyecto que se base en la experiencia y en los intereses de los niños?
- ¿Qué tipo de preguntas ayudan a los niños en su proceso de aprendizaje?
- ¿Qué modo de lenguaje utilizan los niños para hacer matemáticas?
- ¿Cómo desarrollan las teorías de la aritmética los niños?
- ¿Cómo llegan de la experiencia personal a los saberes convencionales que tiene una cultura?

Por otro lado, nos preguntamos qué criterios aparecen para que se dé este aprendizaje de ambiente y didáctica:

- ¿Qué espacios se pueden utilizar para hacer matemáticas?
- ¿Qué tipo de experiencias puede dar cada espacio?
- ¿Qué material se puede usar para trabajar la aritmética?

El objetivo de este Trabajo será responder a estas cuestiones, empezando por el Marco Teórico para llegar a la estructuración del planteamiento práctico.

Así, este trabajo se divide en diversas partes. Dentro del Marco Teórico encontramos diversos aspectos que se trabajan:

En la primera parte se hablará de la personalidad del niño. Se hablará de cómo el niño descubre el mundo y del cómo representan sus ideas.

En la segunda parte, se verán los diversos apartados relacionados con el tipo de método escogido. Es decir, por un lado se hablará de la mezcla de *Reggio Approach* con el método natural y las características que éstas contienen. Se verá cómo se desarrollan los proyectos, quién los desarrolla y de qué tipos son esos proyectos. Se hablará de la selección de los materiales y los espacios que son necesarios para llevar un proyecto a cabo en condiciones adecuadas.

---

Aunque luego se hable más a fondo sobre el *Reggio Approach*, Lella Gandini (1995) expone estas ideas principales:

Los niños son complejos y aprenden relacionándose. En esa relación son capaces de juntar su persona con el otro, para hacer relaciones culturales y de conocimientos.

Siendo esos niños diversos, cada uno tendrá un tiempo de desarrollo y aprendizaje que hay que respetar.

Este tipo de escuela deberá ser acogedora en varios aspectos: será una escuela trabajadora, dispuesta a innovar, agradable de habitar, que documente lo que ocurre en ella para luego debatir sobre ello, repensar y reflexionar. Esta escuela, sobre todo, será para que las niñas y los niños y sus familias puedan estar a gusto y se fomente la participación colectiva.

Es importante que se trabajen en grupo los proyectos desde la experiencia vital. Tiene que ser posible equivocarse para poder aprender de los errores, ya que de hacer errores y de hacer elecciones es como se aprende. Esos proyectos serán flexibles, respetando los tiempos de cada niño y niña. Por eso, tendrá especial importancia el proceso de los proyectos.

La escuela tendrá espacios diferentes que acogerá el proyecto: *atelier* para grupos pequeños, plaza (el centro y conector de todos los espacios) y la cocina (con cocineros propios). En todos esos sitios, estará visible la documentación hecha.

Las maestras estarán dispuestas en pareja educativa, dos por cada grupo. Se llevará una coordinación pedagógica entre ellas para que el proyectos fluya y que haya relación entre ellas. Así, se les propone reflexionar y replantear su trabajo y la investigación que le corresponde.

Se le da importancia a que haya recursos y condiciones de aprendizaje dentro de la escuela.

Siguiendo con el proyecto presentado, se explicará el camino de la vivencia de los niños al saber. Después, se presentarán las ventajas de compartir y crear conocimiento a partir de las experiencias vividas.

Por último, por parte del trabajo de las maestras, se explicará cómo se consigue que el niño llegue al conocimiento de una manera autónoma sabiendo qué preguntas proponer, qué documentación hacer y cuál será la función de la maestra dentro y fuera del aula.

En la tercera parte, en cambio, se trabajará la didáctica de la matemática. Por eso, se verá cómo se puede trabajar la matemática desde un la creatividad. Además, se explicará cómo se trabajan las matemáticas desde las ideas de los niños. Después se explicará cómo las matemáticas vienen ya desde antes de nacer y que, por lo tanto, a través de una matemática práctica se podrán utilizar los preconocimientos.

Por último, se relacionará lo que el Ministerio de Italia propone y el proyecto matemático que aquí se expone.

Dejando aparte el Marco Teórico, se explicará el Marco Práctico. Este también está dividido en partes diferentes:

En la introducción se contextualizará el proyecto hablando de la ciudad, la escuela y el grupo. Después, se explicará dentro de la aritmética en qué se centrará.

Más tarde, se verán los procesos de los niños de 5 años y 1º de primaria (6 años): la aproximación a las matemáticas, la documentación el seguimiento y los conocimientos trabajados.

Por último, se presentarán los 3 proyectos realizados con los niños de 2º de primaria (7años) enfatizando en sus procesos y todo el seguimiento.



## 1. MARKO TEORIKOA

### 1.1. Umearen nortasunaren definizioa

Eskolak eta haren komunitatean lan egiten dutenek umearen ikuspegi bat izan behar dute eta haren arabera ikastetxearen nortasuna eta identitatea definituko dute; umearekin sortzen den erlazio-motaren arabera eskolako esperientziak horretara bideratuak egongo baitira.

*Reggio Approachek*, eta beraz, Haur eta Lehen Hezkuntzako Loris Malaguzzi eskolak uste duten bezala, umeek bere jakintzak eraikitzen dituzte. Umea mundua ezagutzeko nahia duen pertsona bat da eta horretarako, bere zentzumenak, bere esperientziak eta bere aurrezagutzen bidez munduaren inguruko esanahi pertsonalak sortzen ditu.

Konbentzio hauek dira giza kulturak, ezagutzak eta jakintzak dituen konbentzio berak, aitzitik bera bere gorputzarekin eta bestearekin<sup>1</sup> erlazioan sortzen diren hipotesiak dira, zeinak haren kulturaren, umearen kulturaren arabera, mugitzen diren, helduen ikuspegitik ezberdinak direnak. Umeen kultura ume talde batek munduko haien ideia partekatutako multzoak dira, haiek taldean eraikitako ezagutzak. Hauek helduen kulturatik eta ezagutzatik ezberdinak izan daitezke, baina haien jakintza moduan zentzua daukana. Konbentzio hauek ere besteekin konpartitzeko eta alderatzeko kapaz da, non bere munduaren errealitatea aurkezten duen.

Beatrice Ligorik (2003) hiru metafora erabiltzen ditu ikaskuntzaren bitartez mundua ezagutzeko eta aldatzeko pausoak azaltzeko:

- Metafora konstrukibistaren zentzua besteekin partekatzean sortzen da. Honakoa giroarekin eta mundu fisiko eta sozialarekin batera dator. Subjektuak bere esperientzia, emozioa eta kulturaren errealitatea interpretatzen ditu horri zentzua emanez. Metafora mota horrek munduaren inguruko informazioa egin eta sortzen du.

---

<sup>1</sup> Bestea definitzean subjektua bera ez diren formak, gizaki, izaki, giro, material, komunitate, gizarte, kultura eta natura subjektu eta objektu guztiak barneratzen dituen kontzeptua bezala azaltzen da.

- 
- Akulturazioaren metafora jakintzak taldeka egiteko, aldatzeko eta arrazoitzeko pausoa da. Horretan bakoitzak lortutako ezagutzak besteekin alderatzean eta horien inguruan arrazoitzean aurrez izandako jakintzaren ideian beste motako ezagutzak eragiten duten prozesua da.
  - Transizioaren metafora jakintzen aldaketa bat da, non banakoak eta giroak baldintzatzen duten. Jakintza errealitatearen ikerketa da eta beraz, errealitate hori ikertzean haren inguruko jakintza berrituz doa.

Azaldutako ikaskuntzaren hiru metaforak mundua ezagutzeko eta aldatzeko behar diren hiru pausuk sartzen ditu, hauek ere umeari dagozkionak haren kulturaren aldetik: Metafora konstruktibistak zentzua besteekin partekatuz etortzen den gauza bat dela esaten du. Giroarekin batera datorrena eta mundu fisiko eta sozialarekin datorrena. Subjektua bere esperientzia, emozioa, kultura errealitatea interpretatzen du zentzua emanez. Honek informazioa egiteko eta sortzeko balio du. Akulturazioaren metaforak jakintza taldeka egiten aldatzen eta arrazoitzen dela esaten du. Eta transizioaren metaforak, berriz, jakintzen aldaketa banakoaren eta giroarekin datorrela esaten du. Jakintza errealitatearen ikerketa, berritzen dena da.

### *1.1.1. Umeak mundua ezagutzen duen modua*

Umeak mundura ezagutzeko eta ulertzeko jakinmina eta harriduraren bidez hurbiltzen dira. Ez dakitenaren bila ateratzen dira bere aurrezagutzak eta hipotesiak zalantzan jarriz. Horrela, beraiek momentu horretan dakitenarekin bestearekin erlazionatzen dira beste ezagutza batzuk sortuz. Marcello Salak esaten duen bezala, ikaskuntza egitea *bakoitzaren baieztapena eta bestearen onartzearen arteko konexio bat da*<sup>2</sup> (2008, or. 19). Umearen arabera horren interpretazioa aldatuko da errealitatea bere ikuspuntutik ikertzen eta ezagutzen baitu. Hargatik, esperientzia horien arabera bere errealitatearen ikuspegia sortuko du, besteengandik ezberdina izango dena, bakoitzaren esperientziak eta horien interpretazioak bata bestearengandik ezberdinak sentituko baititu.

Umeei bere ingurua aztertzeko eta ulertzeko nahia daukate, baina haiek duten ezagutzeko modua, antzemateko modua, helduen prozesutik aldentzen da, ezberdina

---

<sup>2</sup> *Interconnessione tra affermazione di sè e riconoscimento dell'altro.*

Aritmetika Reggio Approach ikuspegiaren arabera Lehen Hezkuntzako 2. mailan

da. Ezberdintasun hori, beranduago azalduko den bezala, ikuspegi holistiko batetik dator. Ikuspegi holistiko horrek erronka berri eta ezezagun baten aurrean jartzean osotasun batetik hartzera darama eta beraz, sormenezko aukera ezberdinak eraikitzen eramango ditu.

Umeek halere, haien arteko komunikazio bat sortzeko eta haien arteko ulermena izateko gai dira. Brousseauk (2007) esaten du umeak inguruarekin erlazionatzeko 3 modu dituela: informazio ez kodifikatuen elkar trukaketa (ekintzak eta erabakiak), informazioaren elkar trukaketa (mezuak) eta iritzien elkartrukaketa (enuntziatuen inguruan, teoriarik oinarritua). Ume batek bestearen teoria entzutean haien ideiekin alderatzeko gai dira eta bestearena ulertu. Bestearekin ideia horiek alderatzean bere ideiak argudiatzen eta defendatzen ikasten du, baita bestearena entzuten eta ulertzen. Ideien elkartrukatze horretan ez da bakarrik ideien argudiatzea ematen, baizik eta bakoitzaren hizkuntza bestearen hizkuntzara moldatu behar da besteak zure teoriaren ideiak ezagutu ahal izateko eta hor kooperazio eta enpatiarik oinarriak azaltzen dira.

Horrela, besteei haien arrazoiak azalduz, bestea konbentzitzeko estrategiak bilatzen dituzte. Ume batek bestearen ideia entzuterakoan ere bere gain har dezake ideia hori bere ezagutza modutik interpretatuz.

Ume bat beste ume batekin komunikatzeko orduan, komunikazio hori hainbat modutara gauzatu daiteke (Edwards, Gandini eta Foreman, 1995). Loris Malaguzzi pedagogoa egindako metaforan, umeak 100 hizkuntza ezberdin erabiltzen dituela eta umeek hizkuntza hauen arteko loturak egiten dituztela esan zuen. Umeek hizkuntza modu ezberdinak erabiltzen dituzte komunikatzeko eta hauen arteko nahasketa egiten dute ez baita posible bata bestetik bereiztua egoterik. Umeek hizkuntza hauek egoeren, proiektuen, giroen, taldeen eta espazioen arabera alda ditzakete proiektua bere modura hurbiltzeko.

Umeak, lehen esan bezala, helduek pentsatzen duten moduarekin alderatuta ezberdin pentsatzen du. Halere, horrek ez du esan nahi haien pentsamendua sinplea edo erraza denik, ezpada haien ikuspegia ere konplexua dela. Marcello Salak (2008) esaten duen moduan, *umeek naturalki modu konplexuan pentsatzen dute*. Umeak batzuetan beraien ezagutzen ez duten esperientzia edo ezagutza baten aurrean aurkitzen dira eta

beraz, haien aurre ezagutzen bitartez esperientzia berri hori ezagutzeko pausuak ematen dituzte.

Esperientzia horiek berriak izanik, ikuspegi holistiko edo ekologiko batengandik interpretatzen du. Hau da, berak dakien guztia ezagutzen ez duen objektu edo subjektu horrengan jartzen du ikuspegi holistiko baten bitartez aztertuz.

Umeak ezagutza batzuen aurrean aurreiritzirik gabe doaz, inoiz izan ez dituzten esperientzien aurrean egonda, errealitatea osotasun bat bezala antzemateko gai dira eta errealitatearen atal ezberdineko loturak egiten dituzten pentsamendu ekologiko bat sortuz. Bestea ezagutzeko bere hipotesietatik abiatuz bestea frogan jartzen du haren izatea ezagutzeko. Hipotesiaren, frogen eta bestearekin erlazioan egotearen ondorioz, ezagutza berri bat sortzen du aurrekoekin erlazionatua egongo dena. Bronfenbrennerrek (1979), honi jarraiki, testuinguruari buruzko kontzeptua lantzean, honakoa defendatu zuen: gizakien garapen prozesua testuinguru batean ematen da. Garapen hori banakoak sortzen dituen erlazioen eta pertzepzioen arabera aldatuko da. Gorputzak ikaskuntzan parte aktiboa dauka, buruak eta gorputz osoak egiten dute, ez bakarrik burmuinak.

Emozioa ere ikaskuntzaren parte garrantzitsu bat da; ume bat, alde batetik, emozioen bitartez bere mundua ezagutzen du eta esperientzia horiek sortu dizkien zirrarak gogoratzeko gai da; bestetik, emozioa jakintza batera iristeko eta horretan interesarekin jarduteko beharrezko osagaia da. Emozioa ikaskuntzarekin batera elkartzen denean ikaskuntza esanguratsua eta epe luzerako emango duen jakintza bat sortuko baitu. Emozioaren definizio asko egonik, honako hau da lan honetarako gehien hurbil daitekeena:

*Emozioa, (sakontasunetik) erauzteko mugimenduaren esanahi etimologikoari erkatua, ikaslearen buru pentsatzailetik pentsamendu autonomoak eta egoera ezberdinei egokituak dauden ekintza maieutiko, edo sokratiko, bat bezala sortzea ulertzen dut.*<sup>3</sup> (Francalanci, 2014, or. 12)

Umea, beraz, Susana Mantovanik esaten duen bezala, honelakoa bihurtzen da:

<sup>3</sup> *Con emozione, in relazione al suo significato etimologico di movimento di estrazione (dal profondo), intendo un'attività maieutica, o socratica, di far nascere dall'atesta "pensante" dell'allievo pensieri autonomi e adeguati alle diverse situazioni.*

*Ume liluratuak, ume alaiak, behatzeko eta entzuteko beti interesgarriak diren umeak ez beharrikatik eta bihotz onekoa izateagatik baizik eta interesagatik, pasioagatik, interesgarria delako aurkitzea zer egiten duen ume batek paretako zulo baten aurrean, edo ispilu baten aurrean, edo ehun ispilu txikietan, -Lorisek esaten zuen bezala- probak egitea interesgarria delako, espioia izatea.*<sup>4</sup> (1995, or. 13-14)

Umeak ezagutzara eta jakintzara iristeko probak (edo saiakerak) egin behar ditu, esperientziak egin behar ditu eta hori egitean mundua igartzen doa. Proba hauetatik gai bakoitzean gero eta ikuspegi sakonago eta zehatzagoa izaten joango da. Ezagutza eta esperimentazio horretatik jakintza, eta beraz, munduaren inguruko bere hipotesiak zalantzan eta praktikan jartzen doa. Umeek ezagutza berriak lortzeko, batzuetan jakintza ulertzeko modua aldatu behar dute bere esperientziaren ondorioak eta haren hipotesi berriek bat egin dezaten haren errealitatearen interpretazioan.

Brousseauk (2007) esaten zuen ezagutzara iristeko agertzen diren oztopoak jakintza modu batetik bestera igarotzen laguntzen dutela. Oztopoak ezagutza bat barneratzeko arazoa sortzen denean agertzen da, non jakintza modua aldatu behar den, momentuan dagoen jakintza sarearen ikuspuntuak ezin baitu ezagutza mota hori ulertu eta beraz, beste ikuspegi berri batetik hasitako jakintzak ezagutzak barne hartu behar ditu. Batesonek (1984) esaten duen bezala, jakintza ulertzen den moduaren arabera tratatzeko, ikasteko eta barneratzeko aukerak aldatuko ditu.

Brousseauk (Brousseau eta Centeno, 1991) honela bereizten ditu ezagutza eta jakintza: ezagutzak, helarazi daitezkeen kontzeptuak, ideiak, hipotesiak eta teoriak dira. Jakintza berriz, instituzio baten produktu kulturala da, zeinak ezagutzak komunikatzeko balio duen, hau da, jakintza hori nola antolatua dagoen eta haien arteko zein erlazio dituen azalduko duena. Beraz, ezagutza kontzeptuak, ideiak, hipotesiak eta teoriak izanik, jakintza kultura batek dituen konbentzioetan eta hauek sortzen dituzten erlazioetan oinarrituta dago. Umearentzako aurkikuntzak,

---

<sup>4</sup> *Bambini affascinanti, bambini divertenti, bambini che vale sempre la pena di osservare e ascoltare non per dovere vocazionale e per buon cuore, ma per interesse, per curiosità, per passione, per divertimento, perché è interessante scoprire che cosa fa un bambino davanti a un buco nel muro o a uno specchio o a cento piccoli specchi, perché è interessante "lanciare delle sonde"-come diceva Loris-"fare delle spiante".*

---

pentsatzeak, ezagutzeak eta esperimentatzeak balio handia dauka eta horren plazera bilatzen du jakintzara iritsi ahal izateko.

Askotan, ikasten dena ez da bakarrik ikastea, askotan jolasen bidez ere ikasten da eta horren bidez ezagutzara iristen dira. Aurkikuntzaren plazera, jolastearen sentsazioa, besteekin batera egoteko eta lantzeko alaitasuna eta ongizateak sortutako jakintza umearengan emozio batzuk sortuko ditu eta pertsona guztietan gertatzen den bezala, umeean ere esperientzietara, sentimenduetara, sentsazioetara lotutako ikaskuntza betiko geratzen da.

### *1.1.2. Umeak besteekin batera ikaskuntza sortzen du*

Umearen ikuspegi honek umea bere ikas prozesuaren protagonista dela adierazi nahi du. Berak egoerak antzematen eta erlazionatzen dituen moduaren arabera bere ikaskuntza prozesua eraikiko baitu.

Umeak ezin du bakarrik ikasi, partekatzean eta komunikatzean ikasten du. Bruner psikologoak (1973) esaten duen bezala, umeak komunikatu eta partekatu nahi du, eta horretan esfortzua jartzen du. Umea gai baten inguruko haren ideiak eta asmoak komunika ditzake beste batekin eta oraindik gehiago, ikuspuntu bera partekatzera irits daitezke. Hau da, umea jaiotzetik kulturala eta soziala den izaki bat da eta erlazioen bidez bere ezagutza handitzen du. Izaki hau komunikatzeko gai da eta besteenganako empatia adieraz dezake. Jakintza ez da batek ulertzen duenaren produktua, ezpada jakintza bestearekin elkarrekiko ulermen konplexu batetik eta pertsonarteko sentsibilitatetik datorren elementu bat da.

Horrez gain, Brousseauk (2007) ere antzeko ideia darabil: subjektu batek, ekintza bat egitean testuinguruaren egoerak aukeratzen ditu bere motibazioaren arabera. Testuinguruak modu erregularrez erantzutean bere erabakiekin erlazioa egin dezake (testuinguruak informazio berria ematen dio) hurrengo ekintzetan kontuan hartuz. Ikaskuntzak jakintza aldatzen du.

Donaldson psikologoak (1979) Piageten teoriak berraztertu zituen eta egozentrismo eta soziozentrismoari buruzko ikerketa lan bat publikatu zuen. Horretan umea oso goiztik bestearen ikuspuntuan jar daitekeela egiaztatu zuen, Piageten teoriari aurre eginez.

Hori dela eta, Donaldson eta Bruner psikologoek esaten dutenaren arabera, esan dezakegu haien arteko erlazioak gauza dezaketela eta bestea ulertu dezaketela. Baina ez da horretan gelditzen, horrek esan nahi du jakintzara iristeko bestearen beharra behar dela esan dezakegu.

Hala ere, Brousseauk, Matematikaren Didaktikan adituaren arabera, umeak ikaskuntzak eskuratzen ditu ekintzak egitean, erabaki ezberdinak egiten dituenean. Horrela, ekintza horien araberrako emaitzen bitartez, ezagutza edo zalantza berri bat sortuko da jakintzan aurrera egiteko, nahiz eta iritsitako ondorioa aurrezarritakoaren kontrakoa izan.

Ikus daitekeenez, psikologoek eta Matematikako Didaktikariek ez dute ideia bera jakintzara nola irits daitekeen, baina bien arteko loturak emanda ikaskuntza oso batera bideratzen dugu matematikaren ikaskuntza.

Hori dela eta, esan dezakegu umeak bere errealitatearen esentzia eraikitzen duela. Lehenik bere aldetik frogak eginez bere ezagutza egingo baitu. Ondoren, bestearekin erlazioan egotean errealitatearen irudikapen berri bat egiten du eta beraz, ume bakoitzak duen esperientzien arabera eta jasotakoari lotuta bere ezagutzak eta jakintzak sortuko ditu.

### *1.1.3. Umeak ideiak adierazteko hainbat modu ditu*

Umeengan ideiak pentsatzeko eta hauek adierazteko modu ezberdinak aurkitzen dira. Adierazteko eta pentsatzeko modu hauek helduaren ikuspuntutik ezberdinak dira eta beraz, umearen hizkuntzatik hitz egin behar da eta ulertu behar zaie haien jakintzen eta ekintzen bidearen kontziente izateko.

Umeak, beraz, ezin du helduen ikuspuntutik ikasi, ezin du helduek duten ikasketa modua jarraitu; bakoitzak bere ezagutza bidea jarraitu behar du. Helduak jakintza instituzionalera iritsi direnez, jakintza orokortzat ematen dituzten hainbat ideia dituzte, hau da, kulturalki edo globalki adostutako jakintza bat ulertzen dute.

Helduek abstrakzioaren bidez jakintza hori ulertzeko gai dira. Umeak berriz, bere esperientziaren bitartez jakintza orokor horretara hurbiltzen doaz, baina ez dira horren

jabe, beraz, bere esperientziatik ikasten dute, dakitenetik. Oraindik abstrakzioarenganako bidea egiten ari baitira.

Umeari ezin zaio helduaren ikuspuntutik ateratako informazioa irakatsi eta erakutsi behar baizik eta, umeari bere mundua antzemateko dituen gaitasunen jabe eginez, bere teoriak sortzen eta egiaztatzen lagunduko dion instrumentu, espazio, talde, galdera eta egoerak aurkeztu behar zaizkio. Prozesu hau, noski, ezin da momentuan egin; aurkikuntzarekin bat datorren prozesu bat da eta ondorioz, umearen prozesuak errespetatzen dituen ikuspegi bat da. Umea ezagutzara iristeko berezko aurkikuntza eta ezagutza denborak ditu eta helduek hauek errespetatu behar dituzte poliki-poliki besteekin alderatuz, konpartituz eta arrazoituz jakintzara iristeko.

## 1.2. Reggio Approacheko eta metodo naturalaren oinarriak

Ikasten ikasteak eta proiektuetan egiten diren ikaste-prozesuak garrantzia handia daukate. maisu-maistrek lagundu egin behar diete umeei euren proiektuetan sortzen diren arazoak eta erronkak gainditzen<sup>5</sup>. Duccio Demetriok aztertu zuen bezala, hauxe da hezkuntza jakintzak eta arauak erronkak sortzen uzten ez dituenean:

*Bizi garen garai honetan hezkuntza jakintza eta arauak, zaintzeko eta kontrolatzeko antolaketa modua, jardueren multiplikazioak helaraztera mugatzeko arriskua dauka. Emaitzak kezagarriak dira motibatze eta intrigatzeko artea, existentziaren plazera eta bere buruaren kontziente izatea ahultzen ari direlako. Krisiaren atzetik ikus dezakegu hitzen eta kontakizunen ahultzea ez diela gazteei ezta helduei bere bizitza jarraitu bat izaten eta erronkak sortzen uzten<sup>6</sup>. (2012, or. 15)*

Aurkeztutako proiektu horiek errealitate kanpo ezin dira sortu, baizik eta errealitate baten barnean daudela jakinik, testuinguratuak agertu behar dira. Umeak eskolan ez

<sup>5</sup> Euskaran lagundu hitzak adierazpen ezberdinak ditu eta testu honetan zehar argitu nahiko nuke lagundu hitzaren adierazpena honakoa izango dela: pertsona baten sentimenduetan parte hartzea eta hauek ulertu eta errespetatzea, bere prozesu eta erritmo kognitiboa errespetatzea eta bere ondoan egotea beharrezkoa duenean.

<sup>6</sup> *Viviamo in un tempo in cui l'educazione rischia di limitarsi a trasmettere conoscenze e norme, organizzare forme di accudimento e controllo, fare perno sulla moltiplicazione delle attività. Gli esiti sono preoccupanti perché si affievolisce l'arte di motivare e incuriosire, dare gusto all'esistenza e prendere coscienza di sé. Dietro la crisi si intravede un grave indebolimento dello scambio di parole e narrazione che non permette ai giovani non meno che agli adulti di vivere la loro vita come un continuo e impegnativo tessere significati.*

du bakarrik egoera horretan ikasitakoa aplikatu behar, baizik eta maistrek umeei erantzunak baino gehiago egoera ezberdinei aurre egiteko tresnak, aukerak eta espazioak eman behar dizkio umeak berak bere aukeraketa egiteko. Hau da, eskolatik ateratzean, ikasitakoa aplikagarria izan behar du bizitza errealean. Hargatik, kontzeptuak baino gehiago, errealitatea interpretatzeko, hausnarketak egiteko, begirada kritikoz aztertzeke, ikerketak egiteko, eztabaidak sortzeko, arrazoitzeko eta errealitatea bihurtzeko, eta aukera edo ekintza egokiena aurkitzeko tresnak ematen dion eskola bat izan behar du.

Gure curriculumean (Nafarroako Gobernua, 2014) kontzeptu hau ikasten ikasteko gaitasuna bezala agertzen da, oinarritzko gaitasunen artean. Beraz, eskola honetan ikasitakoa eskolatik kanpoko *egoera adidaktikoetan*<sup>7</sup> erabilgarria da. Beraz, nahiz eta kontzeptuak ikasten diren, balio indartsuago bat izango du honek kontzeptuak ez buruz ikasten, baizik eta ulertzen eta erabiltzen irakatsiko baitie.

### *1.2.1. Proiektuen garapena*

Proiektuak maisu-maistrek gidatu behar dituzte, baina ez dira gida didaktiko bat non dena aurrezarrita dagoen. Maistrek proposamen bidez esperientzia gidatzen dute, non materialak, espazioak, hipotesiak eta galderak aurrezarritakoak diren, baina inoiz ez dira helburu eta kontzeptu zehatzak definitzen, baizik eta lerro orokorrak jarraituz, umeen erritmoa eta bidea jarraitzen da haien bakarrik ezagutzara irits daitezten.

Maisu-maistrak proposamenaren oinarriak aldatzen ditu umeak egun bakoitzean estimuluen aurrean erantzuten duen moduaren arabera, proposamena berraztertuz hura umeei atsegingarriagoa bihurtzeko. Maisu-maistrak ezer esan gabe umea ezagutzara iristeko bidea proposatzen dute eta hor dago honen zailtasuna: umeak besteekin erlazioan ezagutzara iristea, maisu-maistrak ezagutzaren transmisioan parte hartu gabe.

---

<sup>7</sup> *Egoera adidaktikoa*: Eskolan ikasitako ezagutzak eskolatik kanpo, egoera hezitzailea duen helburu baten kanpo, erabiltzen direnean. (Brousseau, 2007)

---

Proposamen hauek maistren eta umeen arteko elkarrizketetatik sortzen dira, hau da, umeen interesetatik abiatzen diren proiektuak dira eta maistrek interesgarri ikusten dituzten gaiak jorratzearen arteko nahasketa sortuz.

Proiektu guztiak umeen interesetatik eta teorietatik abiatzen dira, haien nahietatik ateratzen dira eta hauekin sortutako elkarrizketen bidez proiektua irakasleena eta umeena bihurtzen da. Maisu-maistrak bere hipotesiak ez betetzean, proposamenaren aldaketa egin behar du umeak beste modu batez erakarriz haien ikasketa prozesuarekin jarraitzeko. Lehen esan den bezala, proposamena umeen hizkuntzara moldatu beharra dago umea ezagutza berera beste modu batetik hurbiltzeko.

Umea momentuko errealitatean heztea bermatu behar da, momentuko kultura eta jakintzak eskolara sartuz eta proposatutako planteamenduetan horiek barneratuz. Umea kultura horren partaide izan behar du eta ez hori bakarrik, baizik eta horren sortzailea ere haren nahiak, interesak, desioak eta plazerak helarazi ahal izateko. Umea bere kulturaren eta ezagutzaren sortzaile eta eraikitzaileak izanik, ahalik eta testuinguru aberatsena eman behar zaio ahalik eta gehien ezagutzeko eta bizi ahal izateko bera eta inguratzen duen egoeraren arteko sinergia bat sortuz.

### *1.2.2. Espazioen eta materialen aukeraketa*

Ikasketa egoteko espazioen eta materialen trataera egoki bat egon behar du. Espazioak eta materialak egoki erabiltzea aukera gehiago ematen dio ume bati bere esperientziak garatzeko. Beraz, espazioa eta materialak egoki prestatuak egon behar dira umeen interesak eta nahiak frogatzen laguntzeko. Horretarako, espazioa umeak sartzen direnetik harrera egin behar die, estimulatu behar die talde giroa sortuz eta estetikoki prestatuz. Estetika adiera ez da dena ordenean mantentzea, baizik eta egoera baten objektu eta subjektu guztien arteko komunikazioa eta erlazioa bermatzen duen giroaren eta materialen prestakuntza baizik, umeentzako gauzeekin esperimintatzea erakargarria eginez.

Aurkeztutako materialak modu ezberdinekoak, konplexuak, ez egituratuak eta anitzak izan behar dira ume bakoitzaren hizkuntzara hurbiltzeko eta estimulatzailerak izateko.

Espazio horiek umeari fisikoki eta psikologikoki gustura egoten lagundu behar dio. Behin lehen mailako premiak asetuta, ezagutzeko eta ikasteko gogoia aterako dira espazio horretan proposatutako materialengandik.

Materialak konplexuak izateak ez du esan nahi erabiltzeko zailak izango direnik, baizik eta umeentzako erronka bat suposatuko dutela. Haiek ulertzeko nahia emango dien materialak dira, pentsatzen lagunduko dietenak, ezagutza eraikitzeke balioko dutenak material horien nortasuna haiekin erlazioan definituz. Horrela, material ez-egituratuak erabileraren garrantzia azpimarratu nahi da: material ez-egituratuak funtzio konkretu bat ez duten materialak dira eta haien funtzioa asma daiteke proposamenaren arabera.

Ikasle eta ikastalde bakoitzak, lehen esan bezala, modu ezberdin batean antzematen du, sentitzen du eta ezagutzen du eta beraz, ezagutzeko tresnak, materialak, taldeak eta esperientziak ezberdinak izan behar dira umearen eta taldearen arabera haien jakintza modura hurbiltzeko.

### *1.2.3. Esperientzia bizitaketik abiatu*

Umea jakintzara iritsi behar da, ez heldua, beraz, umeen ikas prozesuak babestuko eta lagunduko dituen proposamenak aurkeztuko dira. Horietan irakasleek ez dute bere iritzia emanen, ezta jakintzen helaraztea egingo aitzitik, aukerak, espazioak, materialak eta proposamenak aurkeztuko ditu umeek autonomikoki bere erritmoan jakintzara iristeko eta ikasteko estrategiak garatzeko.

Jakintza emozioa, esperientzia eta kontzientziaren nahasketa bat da, beraz, proposamena ahalik eta osoena izan behar du umeak ezagutza bere kabuz ongi barneratzeko, bizitzen dena baita gero gogoratzen dena, bere bihurtuz, eta ez zentzurik gabe errepikatzen dena. Alberto Manzik (2012) esaten zuen bezala, ezin da ezagutza eman, baizik eta pentsatzen irakatsiko duen eskola bat sortu:

*Ni – irakaslea – ez dut eragiten nire arrazoitzeko edo ezagutzeko modua emanaz: ezagutza eraikitzen da desmuntatu ahal izateko moduan (...)*

---

*pentsamenduak irakasten diren eskola batetik, pentsatzera irakasten duen eskola batera eraldatu.*<sup>8</sup>

Ikaskuntzak afektiboki, kognitiboki, sozialki eta fisikoki egitea beharrezkoa da umeez ezagutzeko eta ikasteko modua esperientzien, jakintzen, erlazioen, sentimenduen eta zentzuen nahasketa baten bidez egiten baitu, hau da, gorputz osoa erabiltzen du ezagutzara iristeko. Ikaskuntza mota honi holistikoa deitzen zaio. Ikaskuntza holistikoak hizkuntza ezberdinen arteko erlazioaren bidezkoa da eta horretan pertsonaren ezagutza zelai ezberdinak esperientzia batera bideratzen ditu esperientzia osatu bat lortzeko. Gauzak egitea, eta beraz, gorputza erabiltzea ikaskuntzaren parte garrantzitsua da. Horrek esperientziak gordetzen laguntzen baitu eta sentitutakotik hausnarketak sortzen. Emozioa ikaskuntzaren parte garrantzitsua da, Erika Francalancik (*La matematica è un'emozione*, 2014, or. 12) esaten duen bezala,

*Emozioa, (sakontasunetik) erauzteko mugimenduaren esanahi etimologikoari erkatua, ikaslearen buru pentsatzaitetik pentsamendu autonomoak eta egoera ezberdinei egokituak dauden ekintza maieutiko, edo sokratiko, bat bezala sortzea ulertzen dut.*<sup>9</sup>

#### 1.2.4. Talde lana

Umeez modu ezberdinetan lan egin behar dute. Horietako bat talde lana da. Hori oso garrantzitsua da. *Galleseren ispilu neuronen ikerketa berriek kooperatzeko eta imitatze joerak (ez pasiboak) banakoen oinarrizko jarduerak bezala baieztatzen dituzte*<sup>10</sup> (Francalanci, 2014, or. 29). Cristina Negrik (2005, or. 13) talde lana eta taldean egiteko lanaren arteko ezberdintasuna adierazten ditu: taldean egiteko lanari buruz hitz egiten denean lan bat bukatzeko helburua dago eta horrela banatzen da erlazio sakonagorik egin gabe.

---

<sup>8</sup> *Io - l'insegnante - non influisco dando un mio tipo di modello di ragionamento o di conoscenza: la conoscenza si costruisce per cui va anche smontata (...)*trasformare una scuola dove si insegnano pensieri in una scuola dove si insegna a pensare.

<sup>9</sup> *Con emozione, in relazione al suo significato etimologico di movimento di estrazione (dal profondo), intendo un'attività maieutica, o socratica, di far nascere dall'atesta "pensante" dell'allievo pensieri autonomi e adeguati alle diverse situazioni.*

<sup>10</sup> *Le ricerche recenti di Gallese sui neuroni specchio confermano la propensione degli individui alla cooperazione e all'imitazione (ma non passiva) come attività di base.*

Talde lana azaltzean berriz, denen kolaborazioa behar duen egoera bat aurkezten da eta guztiek batera lan egin behar dute arazo hori konpontzeko, beraz, guztien parte hartzea beharrezkoa da. Horretarako, taldeko partaideen arteko elkarrenergina egon behar du eta komunikazioa, taldearen nortasuna, taldean egindako lana (denek parte hartu dutena) eta beraien arteko laguntza ematen du ume bakoitzaren abilezia indartsuenak aprobetxatuz.

Talde lan batean talde nortasuna banakoarena bezain garrantzitsua izan behar du. Benetako talde lan batek partaideen arteko dependentzia bat sortu behar du. Talde honek komunitate bat bezala funtzionatu behar du: denek proiektu bera daukate, baina bakoitzaren nortasuna kontuan hartzen duen komunitate bat da. Bakoitzaren nortasuna taldean bestearen identitatea ezagutuz eta identifikatuz sortuko da. Dependentzia hitzak gaizki ulertuetara jo dezake, horregatik, hitz hau azaltzen eta testuinguru honen barruan daukan adiera argi uzten saiatuko naiz: talde lana sortzeko denen beharra dago, talde lana ikuspuntu guztiak kontuan hartu behar baititu eta ez batzuenak, beraz, guztien ikuspuntuaren beharra daukan talde bat sortzen da.

Marcello Salak (2008) ume taldea subjektu bezala hartzen du, *garun-sistema* bezala funtzionatzen duena, baina horrek ez du esan nahi pentsamendu bakarra daukatenik, baizik eta aukera ezberdinak aurkezteko gai dena. Beraz, umeak taldeka egotean beste mota bateko ideiak lortzea bermatzen du beste nortasun berri bat sortuz.

Talde lanaren muina lan talde barruko guztien ideiak, berezitasunak ikuspuntuak eta arrazonamendu multzoak sortzen dituen esperientzia ezberdinen arteko erlazioak eta erabakiak hartzea da. Piergiuseppe Rossi irakaslearen hitzetatik egindako laburpen honek ere argi uzten du zertarako balio duen lan taldea sustatzea: besteekin aurrez aurreko eztabaida soziala sortzeak bestea ulertzeko nahia izatea da, bestearen ikuspegia aurkitzea, ulertzea eta zure baitan hartzea, gero zurea ere besteentzako ulergarria bihurtuz<sup>11</sup>.

---

<sup>11</sup> *Non si analizza solo l'evolvere del pensiero di singoli e della classe, ma anche l'attenzione di ciascuno a comprendere il pensiero dell'altro e a esprimere il proprio, assicurandosi che venga compreso.* (Rossi, 2014)

---

Talde lan batek bere partaide bakoitzaren abantailak ezagutzen jakin behar du esperientzia besteengandik ezberdina eta berezkoa bihurtzeko. Talde horrek besteak ezin dutena eman bilatu behar du. Horretarako, talde horren partaideen jakintzak erabiliz haien arteko erlazioen bidez talde sentimendua sortu behar da. Talde sentimendua taldekide bakoitza ulertzea, errespetatzea eta bakoitzaren zailtasunen eta gaitasunen kontziente izatea da.

Talde lanean denek helburu bera daukate eta denek taldearen sostengua behar dute. Talde lan hori bereizten jakin behar da, baina hauen arteko komunikazioa mantenduz denek bide berean murgildu ahal izateko. Taldeak bakoitzaren nortasunaren jabe izanik, zailtasunen eta abantailen kontziente izan behar dute gai batean zailtasunak dituzten taldekideak laguntzeko eta abantaila daukan pertsona horretan aprobetxatzeko. Beraz, taldeak bi helburu lortuko ditu: lana modu orijinal batez bukatzea eta taldekide guztiaren ezagutzak kontuan hartutako funtzionamendu bat eramatea.

Talde lan horiek ez dute helburu zehatzik, leku berera iristeko beharrik. Horregatik, umeen arteko eztabaidak, hausnarketak eta ikerketak bultzatzeko eginak daude. Besteekin haien ideiak alderatzean bere teoriak eta besteak uztartzen dituzte esperientzia handiago bat sortuz. Talde lanak helburu zehatzik ez izatean, ez du erantzun konkretu bat bilatzen, baizik eta ahalik eta ikuspuntu gehien eta zabalena hartzea aukera anitzak aurkeztuz eta haien arteko elkarreraginak sortuz. Horrek komunean jartzean ere aberastasun handiagoa emango du bakoitzak bere aldetik lan egin baitu eta besteen teoriak entzutean bakoitzarena osatu, baztertu, berraztertu egin dezakeelako.

Vygotskyk umeek beraien artean sortutako kulturaren bidez eta ume ezberdinak batera jarriz Garapen Hurbileko Zonaldean dauden ezagutzak lortzera iritsi zitezkeela esaten zuen. Vygotsky psikologoak horrela definitu zuen Garapen Hurbileko Eremua: umeen momentuko garapen maila eta garapen maila potentzialaren arteko distantzia da, hori beste pertsona baten laguntzarekin ikas diatekeena helduekin edo arlo

horretan konpetentzia altuagoak dituen bere adineko bikotekideekin bakarrik lor daitekeena.<sup>12</sup> (1978, or. 86)

Umeak besteen laguntzaren bidez ezagutza berriak lor ditzake. Ezagutza horiek momentu horretan bakarrik ezin daitezkeenak iritsi dira, baina taldekideen laguntza ezagutza handitzera iritsi daiteke. Ezagutza emateko eta interesgarria izateko taldea umearen ezagutzatik hurbil egon behar du, nahiz eta teoria ezberdinak izatea posiblea den. Hurbil egotea beharrezkoa da haien arteko ulertze bat egon dadin. Ume bat bestea laguntzean elkarreragin didaktiko bat suertatuko da; subjektu batek bestearen ezagutzak alda ditzazkenean gertatzen da.

Esan dezagun bestearengandik ikasten dugula, kooperazio, kolaborazio eta laguntza bidez ezagutzetara iristen garela eta aldi berean kontseiluak emanez eta besteei irakasten bakoitzaren ezagutza hobetzen dela, baita hori argudiatzeko modua ere. Erika Francalancik esaten duen moduan: *Ikasketa bakarka egiten den jarduera bat da, baina ikas komunitateko giroan esperimintatzen da, zeinetan babesten, kooperatzen eta denek batera benetakoa den zentzu berri bat ematen dioten.*<sup>13</sup> (2014, or. 27)

Talde txikitik sakondu ondoren, bakoitzak egindakoa asanbladara eramaten du aurkitutakoa besteei adierazteko. Asanbladan proposamen berriak sortzen dira talde proiektualizazioan aurrera egiteko zalantza berriak ikertzeko. Asanbladetan irakasleek galdera emankorrak eman behar dituzte umeen ezagutzak handitzeko, haien arteko erlazioak gauzatzeko, jakinmina sorzeko, zalantzak sortzeko eta proposamen berriari hasiera emateko. Asanblada batez ere beraien arteko komunikazioa, jakintza eta kooperazioa egotea laguntzen duen instrumentu bat da eta horrekin erlazio emotibo-afektiboaren garapena sortzea ahalbidetzen da.

---

<sup>12</sup> *The distance between the actual developmental level as determined by independent problem solving and the level of potential development as determined through problem solving under adult guidance, or in collaboration with more capable peers*

<sup>13</sup> *L'apprendimento è un atto individuale ma va esperito nell'ambito di una comunità di apprendimento in cui ci si spalleggia, si coopera e si costruisce insieme un senso autentico, nuovo.*

---

### 1.2.5. Galderen formulazioa eta dokumentazioa

Lehen azaldu den bezala, umeek ez dute helduek bezala pentsatzen eta, ondorioz, ez dute galderak modu berean ulertzen eta erantzunak ere ezberdinak dira; izan ere, Mehler eta Bever psikologoek (1967) Piageten zenbakien kontserbazioaren teoriaren akatsa zuzenduz, egindako esperimentuan azaldu zuten bezala, umeek galderak beste modu batean interpretatzen dituzte, hau da, ez dute helduaren ikuspuntutik interpretatzen eta beraz, ikaskuntza umeen ikuspuntutik egitea ezinbestekoa bihurtzen da.

Beraz, umeari ez zaio helduaren ikuspuntutik ateratako informazioa irakatsi eta erakutsi behar ezpada, umeari bere munduaren pertzepziorako dituen gaitasunen jabe eginez, bere teoriak sortzen eta egiaztatzen lagunduko dion instrumentu, espazio, talde, galdera, egoera aurkeztu behar zaizkiola. Umeei egindako galderak maisu-maistrak umei hurbiltzeko gaitasuna bezala ulertu behar da. Galderak proposatzen diren moduaren arabera umeek interpretazio ezberdina egin baitezakete eta beraz, proiektua moztu, jarraitu edo pentsatzen zen bidetik kanpo jarraitzea suerta baitezake. Hori dela eta, galderak oso prestatuak dira eta galdera bakoitzak suerta ditzazkeen bideraketen hipotesiak kontuan hartzen dituzte umei bota baino lehen.

Umeak entzutean batzuetan, prestatu gabeko egoeretan umeak espontaneoki nola jolasten duten eta nola erlazionatzen diren ikasten da. Hortik proiektuak prestatu ahal izateko. Erika Francalanciren (2014, or. 18) hitzez *umeen jarrera entzutea eta behatzea, proxemika eta modu dialogikoaren bitartez, beharrezkoak diren eta espontaneoki gertatzen diren egoeretan dauden ñabardura asko eta ikasle bakoitzaren izaera antzematea bermatzen du.*<sup>14</sup>

Argi eduki behar dugu maisu-maistra ezin dela neutroa izan umeen prozesuak dokumentatzen dituenean, haiek bere ikuspuntutik adierazten baitute gertatutakoa eta prozesuaren moldaketa bat egiten delako beti. Halere, hori jakinda, egunean gertatzen diren momentu garrantzitsuenak dokumentatu behar ditu, non umeen

---

<sup>14</sup> *Ascoltare e osservare il comportamento dei bambini permette di cogliere, attraverso la prossemica e le modalità dialogiche, molte sfumature che sarebbero difficilmente identificabili in situazioni meno spontanee e che sono indispensabili per cercare di cogliere maggiormente il carattere dei singoli allievi.*

hitzak, umeen prozesuak, umeen detaileak eta haien arteko erlazioak gordeko diren. Hauek guraso eta lankideekin konpartituz, begirada kritikoz proposamena aztertu eta berraztertu egingo da. (Francalanci, 2014, or. 19)

Dokumentazio modu ezberdinak aurki daitezke, baina guk bilatzen duguna umeek esaten dutena gordetzeko eta beste klasekideentzako agerian uzteko balio duen tresna bat da. Umea entzutean bere ideia garrantzitsuenak biltzen jakin behar dugu hauek birplanteatuz, aztertuz edota teoria horren aurkikuntzen kontziente izateko.

Dokumentazio honen baliorik garrantzitsuen behaketa etnologiko batean oinarrituta dagoela esan dezakegu, hau da, behaketa ez da laborategi batean egiten, non testuingurutik kanpo agertzen diren eta dena prestaturik dagoen, baizik eta eguneroko bizitzan, dena kontuan harturik egiten den behaketa da, hau da, zelaiko behaketa, naturalagoa den behaketa.

Umea entzuten dugunean ume horren nortasuna, auto-estimua, adierazteko modua, egoerei aurre egiteko gaitasuna, bestearekin enpatia gehiago izatea eta bere burutik kanpo begiratzeko kapaz izaten laguntzen du. Umeak berak esaten duena garrantzitsua dela eta baliogarria dela sentitzea eta ulertzea oso garrantzitsua da, hori ulertzean besteak entzuten ikasten du, besteak esango dutena garrantzitsua dela ikusten baitu. Umeen ideiak eta munduaren funtzionamenduaren inguruko haien berezko azalpenak entzuteko espazio erreala eta esanguratsua egon behar du, non giro egoki baten bidez benetako espazio ziurra emango den libreki adierazi ahal izateko.

Carl Rogersek (1973) horrela esaten du umearen entzutea eta errespetatzea zergatik garrantzitsua den: banakoa, bere buruarekin konforme egoteko, bere baliabideak erabiltzeko eta batez ere arazo baten aurrean daudenean, inguruko pertsonen onartzen dutela sentitu behar du.

Umeari proiektuan zehar galderak sortzen zaizkio. Galdera horietatik haien lehen hipotesiak formulatzen dituzte. Hipotesi horiek umeek mundua ulertzeko modua adierazten digute eta proiektuaren proposamena aurkezteko moduaren inguruko aztarnak ematen dizkigu. Erika Francancik (2014, or. 33) horrela definitu zuen hipotesiaren beharrezkotasuna: *hipotesi baten formulazioa, zientifikoena ere,*

*fantasiaren atariko ekintza bat inplikatzeko du, zeina aldi berean sormenaren manifestazioa den.*<sup>15</sup>. Umeak hipotesiak botatzen dituzte eta eskolak hauek frogatzeko, baztertzeko, aldatzeko, defendatzeko edota ikertzeko erabili behar ditu. Hipotesi hauetatik bere esperientziaren bidea jorratuko dute, galdera berriak sortuko dituzte eta zalantza berriak agertuko dira berriz ere ezagutza berriekin ez dakiten beste gauza batzuk aurkituz eta horren inguruko interesa adieraziz.

Maisu-maistrak eta umeek beraiek egiten dituzten galdera ireki eta esanguratsu hauek haien ideien antolaketan laguntzen die, baita horien adierazpenetan eta arrazoitzean. Galdera hauek irekiak izanik, ez dute bat-bateko erantzunaren beharra. Galdera hauek ikerketa prozesu bat bermatu nahi duten galderak dira. Ikerketa prozesu horren erlazio modu berriak garatzeko eta teoriak zalantzan jartzeko galderak izan behar dira.

Galdera egokietara iristea zaila da Brousseauk (2007) asmatutako kontratu didaktikoan azaltzen den bezala, irakasleak ikasleak modu batean jokatzeko eta alderantziz aurreikusten dute eta bestea pentsatzen duenaren aurreikuspena daukate. Beraz, maisu-maistraren eta umearen kontzeptuak ere landu behar dira galderak emankorrak izateko eta ez maisu-maistraren nahiak asebetetzeko, baizik eta haien ikaskuntza bideari lagunduko dion bidea jarraitzeko.

#### *1.2.6. Maisu-maistraren funtzioa*

Umeek haien pentsamendua garatzeko honakoa da irakatsi behar dioguna Erika Francalanciren aburuz: *Beraz, arrakasta izateko haietako bakoitzari pentsatzeko, maitatzeko, ikasteko modu ezberdinak aurkitzen, puntu ezberdinetatik ikasteko objektuak aurkezten, argumentu eta estiloak denbora eta interes gehiago ematen, programazioa umeentzako (denbora errealean) egokitzen, proposamenak dibertsifikatzen eta erantzun ezberdinak hartzen irakatsi behar diogu.* (2014, or. 48)<sup>16</sup>

Proiektuen prozesuak ez dira linealak, batzuetan atzera egin behar da gero aurrera egiteko, berriz planteatu behar diren proposamenak ateratzen dira eta beraz,

<sup>15</sup> *La formulazione di un'ipotesi, anche la più "scientifica", comporta un atto preliminare di fantasia che è nello stesso tempo una manifestazione di creatività.*

<sup>16</sup> *Quindi per essere vincenti(...) dobbiamo insegnare ad ognuno di loro, scoprendo ogni modo di pensare, amare, imparare, proponendo oggetti di conoscenza da diversi punti di vista, dedicando tempo e interesse a più argomenti e stili, adeguando (anche in tempo reale) la nostra programmazione ai bambini, diversificando le proposte e accogliendo le diverse risposte.*

pentsatzen eta ikertzen duen eskola bat izanik, mugimenduan dagoen eskola bat da, ez dago ezer mantentzen denik, baizik eta egunez egun hausnartutakoaren eta ikusitakoaren arabera aldatzen da.

Freinetek (1972) hainbat ikaskuntza inbariante (taula 1) aurkezten ditu, edozein eskolaren ikaskuntzaren oinarria izan behar dutenak, eskola honetan jarraitzen dituztenak eta inplizituki barruan sartuak dituztenak.

Umeen pentsamolde hau aurrera eramateko, eskolak ere nortasun berri bat izan behar du. Eskolak izango duen nortasun hori berrikuntzan oinarrituta egon beharko da. Hau da, gaur eguneko erronkei lotuta egon beharko du, teknologian oinarrituta, arloen didaktika ezberdinetako garapenak kontuan izango dituen eta aplikatuko dituen, psikologia, soziologia, neurozientzia eta beste hainbateko teorien eta aurrerapen zientifikoaren kontziente izan beharko dena, kultura orokor eta berritua izango duena eta bere barne pentsamendu kritikoa landuko duena eskola eta eskolako partaide guztiak hobetu ahal izateko. Eskola identitate hau Berrikuntzan oinarrituta izan beharko du, berrikuntza baita pentsamendu kritikoa sortzen eta garatzen lagundu dezakeena. Eskolaren inguruan pentsamendu kritiko hori lantzean, bai umeengan, bai irakasleengan, berrikuntza izateko tresna egokia izango da eskola balorazio etengabearen egongo baita eta beraz, beti berritua egongo da, egunerokotua.

---

**1. taula**

Ikaskuntza bakoitzaren gaitasunetatik eta baloreetatik eraiki behar da.
Ikaskuntza bakoitza askatasun eta autonomia gehiago eman behar du.
Ikaskuntza bakoitza unibertsoaren eta bere arteko koherentzia handitu behar du.
Ikaskuntza indibiduotik etorri behar da.
Ikaskuntza errealitatearen pertzepzioetik sortu behar da.
Ikaskuntza esperientzia pertsonaletik abiatu behar du.
Ikaskuntza bakoitzaren baliabide guztiak erabiltzen direnean sortzen da.
Ikaskuntza barneratutako kontzeptuen ezagutzara eraman behar du.
Ikaskuntzak desberdintasun indibidualen errespetua bermatu behar du.
Ikaskuntza barne-motibazioetik sortu behar da.
Ikaskuntza bakoitza bere momentuan egiten da.
Ikaskuntzak benetako aldaketa garrantzitsuak barneratzen ditu.
Balioespenak ikaskuntzaren parte dira.
Akatsen erabilpena ikaskuntza prozesuaren parte da.
Ikaskuntza bakoitza giro ziurra eta askearen beharra dauka.
Ikaskuntza bakoitzaren haztearekin eta giroarekin sortutako erlazioekin erlazioa dauka.
Irakasleek mezu bat bidaltzen dute egituraren eta antolakuntzaren aurkezpenaren arabera eta egiten dituzten interbentzioen arabera.

**1.3. Matematikaren oinarriak**

Paul Lockhartek (2010, or. 26-27) premia ikusten du matematika aldatzeko eta dibertigarria bihurtzeko, hura ikasleentzako erakargarria bihurtzeko.

*Izan ere, ume gehienen jakin-min naturala eta eskemak sortzeko maitasuna suntsitzeko bideratutako mekanismo bat pentsatu beharko banu, ezingo*

Aritmetika Reggio Approach ikuspegiaren arabera Lehen Hezkuntzako 2. mailan

*nuke orain arte egin dena baino hobe egin- oraingo prestakuntza matematikoaren izpirituak osatzen dituen ideia zentzugabe eta apalgarriak sortzeko fantasia ez nuke izango.*

*Denek badakite zerbait ez doala. Politikariek esaten dute -maila altuagoa behar dugu-. Eskolak esaten du: -Baliabide gehiago behar ditugu-. Hezitzaileek gauza bat esaten dute eta irakasleek beste bat.*

Inork ez du arrazoirik. Denak oker darabiltzate. Gertatzen ari dena dakiten bakarrak askotan gaizki tratatuak eta gutxitan entzuten zaien horiek dira: ikasleek. Beraiek esaten dute: -matematikako ikasgaia aspergarria da-<sup>17</sup>

Giovanni Filocamok (2009), aurrekoarekin loturik, bere esperientziaren berri kontatzen digu, non matematika nola gustuko duen eta berarentzat zer den azaltzen duen, non irudimenari, galdetzeari, ikerketari eta pertzepzioari garrantzia ematen dion bere matematikako bizitzan:

*Ikasketa sakona egiten hasi zen, gauzen zergatiak galdetzeraz, bere buruarekin baieztatu arte liburuetan agertzen zenaz ez fidatzeraz, irudimena erabiltzen hasi zen, inori esan gabe, bere buruan objektu matematiko arraroz eta komikoz betetako mundu bat sortzen baina, bere burutik ateratzen zirenean izan behar zutena bihurtzen ziren. (...) azterketak gainditzeko zituen, baita azkar eta bikain ere eta, egindako pausu bakoitza, baieztapen bakoitza, dossierreko nota bakoitza, pertsona honek sentitzen zuen bere metodoak zuzenak zirela (...) Zer aldatu zen? Hitz batean: pertzepzioa. Matematikaren eta argumentuen pertzepzioa, dudarik gabe, askoz liluragarriagoak interesgarriagoak eta unibertsitatean ikasitako jenialtasunez beteta (...) Hamabost urterekin galdetu izan balidate zer zen*

---

<sup>17</sup> *In effetti, se dovessi individuare un meccanismo pensato proprio per distruggere la naturale curiosità e l'amore per la creazione di schemi di qualsiasi bambino, non potrei far meglio di quanto non sia già stato fatto – semplicemente non avrei la fantasia che occorre per concepire quel genere di idee insensate e avvilenti per lo spirito che costituiscono l'attuale formazione matematica. Tutti sanno che c'è qualcosa che non va. I politici dicono: "ci vogliono livelli più elevati". Le scuole dicono: "abbiamo bisogno di maggiori risorse". Gli educatori dicono una cosa e gli insegnanti ne dicono un'altra. Hanno tutti torto. Gli unici che capiscono veramente che cosa stia succedendo sono quelli che molto spesso vengono bistrattati e poco ascoltati. Essi dicono, "le lezioni di matematica sono stupide e noiose", e hanno ragione.*

*matematikarako garrantzitsuena erantzungo nuke: asko ikastea eta memoria ona izan, orain deliberatuki honakoa erantzungo nuke: irudimena. Matematika ikasleentzako enpresa bat da non ikasleek kontaketa departamentua bakarrik ikusten duten eta ez ikerketa eta garapen departamentua.<sup>18</sup>*

### 1.3.1. Matematika sormen bidez lantzea

Matematika, eskolan gustukoa izatea zaila da ez bada modu egoki batean eramaten. Hori horrela ez izateko, matematikak umeengan kitzikapena sortuko dion modu bat aurkitu behar da, non umeen modu suhartsuan eta gogo handiz matematikako kontzeptuetara eta horri buruz hausnartzera iritsiko diren.

Fernándezek (2010) esaten duen bezala, matematika ezin ditu kontzeptu bereiztuak azaldu benetako testuinguru batera aplikatzeko, baizik eta bere eguneroko bizitza testuinguru akademikora erakarri behar du. Horretarako, haien parte hartze ludiko eta fantastikotik hasita, matematikako esperientziak aurrean jartzean datza, non jolasa eta sormenaren bitartez matematikaren inguruko gauzak egingo dituzten jolasten duten bitartean. Matematika jolasa da, eta aurkikuntza bultzatzeko, ulertzeko eta pentsatzeko askatasuna da.

Stanislas Dehaenek (2000, or. 157) bere liburuan matematikak sortzen duen beldurra gainditzeko modu bat aurkezten du:

*arazo hauei (matematika irakasten den moduarengatik sortzen den matematikarenganako fobia izateak ekartzen dituenak) aurre egin diezaiekegu gure umeen burmuinean jakintza matematikoak, konkretua den zerbaiten gainean eta ez abstraktuan, eraikitzen baditugu: lagun*

---

<sup>18</sup> *Cominciò a studiare a fondo, a chiedersi I perché delle cose, a non fidarsi di quello che trovava nei libri se non “tornavano i conti” con la sua mente, cominciò a usare l’immaginazione, senza dirlo a nessuno, creando nella propria mente un mondo popolato di oggetti matematici strani e buffi e che però, quando uscivano dalla sua testa, erano precisamente quello che dovevano essere. (...)gli esami venivano superati, anche brillantemente e velocemente e, a ogni gradino salito, a ogni conferma, a ogni voto nel libretto, il ragazzo sentiva che i suoi metodi erano quelli giusti(...)Che cosa era cambiato? In una parola: la percezione. La percezione della matematica e gli argomenti senza dubbio più affascinanti, interessanti e intrisi di genialità che aveva studiato all’università(...)Se a quindici anni mi avessero chiesto qual è la cosa più importante per la matematica, avresi risposto: “studiare tanto e avere buona memoria”, adesso risponderei decisamente: “l’immaginazione”. La matematica è come un’azienda di cui gli studenti vedono soltanto il reparto “contabilità” e mai il reparto “ricerca e sviluppo”.*

*diezaiegun matematikako operazioak esanahi intuitiboa daukala ulertzen, bere kantitatearen jaiotzetiko zentzuen laguntzarekin irudika ditzaketela, hitz batez, lagun diezaiegun aritmetikako buruzko modeloen liburutegi aberatsa sortzen.*<sup>19</sup>

Beraz, lehen esan bezala, umearen ikuspegitik landu behar da matematika, konkretutik hasita, modu intuitibotik hasten den ezagutza hau arrazoitzera iritsiko diren modu batera, hau da, intuitiboki pentsatu dutena arrazoitzera iristea izango da helburua, esaten den bezala, matematika jaiotzetikoa baita, eta beraz, ez da irakatsi behar, baizik eta arrazoitu behar.

### *1.3.2. Umeen prozesuen bitartez ikasi*

Matematika mota hau aurrera eramateko ez da metodo bat aurrera eramango, baizik eta ume bakoitzak duen metodoak erabiliko dira matematikara hurbiltzeko. Horrek esan nahi du matematikako materialak metodo ezberdinetakoak izan daitezkeela, hala nola, Montessori edo Cuisinaire-k asmatutako materialak, baina, haien metodoa erabili gabe, material horien berrazterketa, berregituraketa eta nortasun berri bat sortzea proposatuko zaie umeei haiek materialak beraien testuingurura moldatuz ikerketa sortzeko. Ume ezberdinak daude, lehen esan bezala, horregatik, klasean matematika ikasteko eta haren irudikapena egiteko modu ezberdinak aurkeztu behar dira umeen pentsaera eta prozedura mota ezberdinak kontuan hartzeko eta haiei bere ikasteko modutik matematika ikasten laguntzeko.

Broussearen (2007) aburuz modu hauek egoera konkretu batzuk sortzen dituzte eta giza interakzio ezberdinak sortzen dituzte ikasleen, irakasleen eta ikaskuntza matematikoen artean. Egoera horiek umeen ikaskuntza baldintzatuko du. Brousseauk aipatzen duen egoera subjektu bat objektu batekin duen elkarreraginaren ondorioz jakintza bat definitzen duena da. Batzuetan egoera hauek aurretik lortutako jakintzen

---

<sup>19</sup> Possiamo lottare contro queste difficoltà se costruiamo le conoscenze matematiche nel cervello dei nostri bambini su qualcosa di concreto sull'astrazione: facciamo loro capire che le operazioni matematiche hanno un significato intuitivo, che le possono rappresentare con l'aiuto del loro senso innato delle quantità; in breve, aiutiamoli a costruirsi una ricca biblioteca di modelli mentali dell'aritmetica.

---

eta eskemen beharra dute, besteetan berriz, subjektuak bere jakintza berria sortzeko aukera da.

Brousseauk (2007) egoera fundamentalak deitu zionari, jakintza lortzeko prestatzen diren egoerak dira. Hauek modu ezberdinetan aurkezten dira jakintza bera lortzeko nahian. Umeentzako erronka bat izango da baldin eta egoeraren ebazpenaren prozesua oraindik ez badu ezagutzen eta beraz, interesgarria suertatzen bazaio. Hauek lehen esandako material eta proposamenekin bat egiten duen teoria da.

### *1.3.3. Matematikaren zentzua jaiotzetikoa da*

Mehler eta Bever psikologoek (1967) Piageten zenbakien kontserbazioaren teoriaren inguruko frogak bat egin zuten, non galderen formulazioaren inguruko azterketa bat egin zuten. Esperimentu horretan, umeei galdera adierazten zitzaaien moduaren arabera, umeei modu batean hala bestean erantzuten zuten eta beraz, Piageten zenbakien kontserbazioaren teoria baztertu zuten, galderaren arazoa zela esanik eta ez umeen heldze falta.

Beraz, umeei ez dute helduaren ikuspuntutik galderak ulertzen, umeei hitz egiteko haien hizkuntzara moldatutako esperientziak aurkeztu behar dira, non galderen formulaketa garrantzia izango duen.

Horrez gain, R. Gelman eta R. Gallistel (1978) Californiako Unibertsitateko psikologoek egindako tesi batean gizakiek kontaketa genetikatik datorren aspektu bate dela adierazi zuten, jaiotzetik umeei kalkulatzeko printzipioak dituztela eta beraz, ez dela kontatzen irakatsi behar. Hauek 4 eguneko umeei 2 eta 3 zenbakia ezberdintzen zekitela adierazi zuten 2 silabako hitzak eta 3 silabako hitzak alderatuz eta amari titixurgaketaren konstanteak aldatzen zirela ikusiz silaba kopuru batetik beste batera, eta beraz, aldaketa batera igarotzen zenean.

Hori dela eta, matematika ez da irakatsi behar den gauza bat, matematika jaiotzetik barruan daukagun intuizioak eta zentzumenei sortu dute, beraz, aurretiko ezagutzak berriekin erlazionatzean sortzen diren hipotesiak landuz ume bakoitzaren matematika esperientzia sortzeaz kezkatu behar gara normaltasunez eta, batzuetan, matematika bezala ez duguna ikusten matematika lantzen duelaren kontziente izanik, matematika beharrezkoa eta guri loturik dagoela konturatu behar dira horretaz gozatzeko.

#### 1.3.4. Bizitzarako matematika praktikoa

Pollicino aldizkarian (2014) matematikaren inguruko teoria bat ateratzen dute, non matematika aplikagarritasunari lotua dagoela esaten den: *Ziur naiz ebatzitako ariketa kantitateak ez direla ikasle bat materia baten maisu-maistra egiten duena, baizik eta ikasitakoa egoera ezberdinetan aplikatzeko gaitasuna.*<sup>20</sup>

Honekin batera, Keith Devlinek (2002) ere matematikaren gaitasunei buruz eta hari hurbiltzeko behar diren bi osagai garrantzitsuenei (sormenari eta fantasiari) buruz hitz egiten digu: *Matematikarako gaitasunarekin jaioko gara, eta hau guregan dago, eta soilik itxaroten du ateratzeko. Pentsamendu matematika berez daukagun gaitasun bat da, jaiotzetik daukaguna.(...) Pertsona gehienek pentsatzen dute matematika arrazoiarekin dela, pausoz pauso. Ez da horrelakoa. Gehienetan matematika sormena eta fantasia da.*<sup>21</sup>

Horrez gain, gaitasun batzuen garapena ere bermatu behar dira: arazoei modu ezberdinetan irudikatuz aurre egiten jakitea, arazo ezberdinak ebazten ikastea prozesua eta emaitzaren garrantzia kontuan izanik, bere hipotesiak defendatzen jakitea klasekideekin alderatuz eta eztabaidatuz, irudikapen ezberdinak erabiltzea matematikako problemetan eta matematikaren inguruko gozamina sortzea proposatutako esperientzien bitartez.

Freinetek (1964) *Matematika metodo naturalean* nola irakasten den azaltzen duenean, *naturala* honako balorea hartzen du: eskola kanpora begiratu behar du, eskolatik atera behar da, behatzeko, aztertzeko, parte hartzeko, komunitatean esku hartzeko, baina aldi berean, bizitza eskolan sartu behar da, umeen ideiak, bere interesak, nahiak, desioak eta plazerak hartuz. Naturala eskola umeen nahietan zentratzea da. Beraz, ikasteko modu naturalean prozesuak garrantzia handia hartzen du horren ondorioz ikasiko baita. Hori bideratzeko, espresio modu ezberdinak, sormena, bilaketa, komunikazioa eta kooperazioa ezinbesteko puntuak dira.

---

<sup>20</sup> Sono convinto che non sia il numero degli esercizi svolti a rendere l'allievo padrone dell'argomento, ma piuttosto la capacità di applicare quanto si è appreso a situazioni diverse.

<sup>21</sup> Siamo nati con l'abilità matematica, e questa è in noi, e aspetta soltanto di emergere. Il pensiero matematico è una abilità innata, che abbiamo fin dalla nascita. (...) La maggior parte delle persone pensa che la matematica sia il ragionamento, passo dopo passo. Non è così. Il più delle volte la matematica è creatività e fantasia.

---

Puig Adam eta George Polyak (2014) matematika ikasteko dekalogotik hartutako ideia batzuk garatuko dira lan honetarako interesgarrienak aipatuz: haiek uste dute materiaren didaktika ikasleekin batera sortu behar dela behaketa jarraitu baten bitartez. Behaketa hori ikasle bakoitzaren itxaropenak eta zailtasunak ulertzeko eta haien lekuan enpatikoki jartzeko balioko duena izanik.

Gainera, matematikaren ezagutzak izatea ezinbestekoa da bakoitzak nola ikasten duen eta nola ikas daitekeen ulertzeko. Horrela bakoitzaren ikasleak aurkikuntzaren bidetik eraman ahalko ditu berak ezagutza helarazi gabe. Haiek oso argi daukate matematika errealitatearen behaketatik jaio zela gero abstraktura iristeko, beraz, umeekin prozesu hori aurkitzea (konkretutik abstrakturakoa) eta egitea proposatzen dute.

Horrez gain, matematika ezin da mundutik bereiztua egon, matematika, lehen esan bezala errealitateetik sortutakoa baita eta beraz, fenomeno naturaletara eta gizarte bizitzara loturiko matematika aurkezteak umei lagunduko die. Matematika eta haien teoriak sormenetik eta aurkikuntza grinetik sortuak dira, beraz, umeengan bi oinarri hauek sustatzea garrantzitsua da umeek matematikarako gozamina lortzeko eta bere esperientziatik bizi ahal izateko.

Horretarako, halere, jorratuko den gaiaren edo objektuaren inguruko interesa egon behar du aurkikuntza nahia egoteko eta aurrera pausuak egiten joateko. Ikasleak ere bere burua zuzentzen jakin behar du, hau da, autoebaluaketa egiten eta berak egindako gauzen inguruko zuzenketak adierazten, horrek matematika ikastearen eta haien prozesuen kontziente dela esan nahi baitu. Azkenik, ikasleak bere sormena eta pentsamendua erabiltzen jakin behar du egoera bakoitzean ahalik eta hobe egindako azaltzeko eta arrazonomenduak argi uzteko.

### *1.3.5. Matematikara hurbiltzea*

Matematikaren arlora itzuliz, espazioaren, dimentsioen, neurketen eta zenbakien pertzepzioa eta ikasketa hasieratik dago aurretik irakurri ahal izan dugun bezala. Bizitza, baita ere, zeinu, hizkuntza eta pertzepzio matematikoz betea dago. Umeak ere txikitatik pertzepzio geometriko eta aritmetikoak barneratzen ditu. Umeak jolasaren bidez, hizkuntza, zeinu eta pertzepzio erlazio eta deskriptiboen bidez iristen da matematika ezagutzera eta harekin esperientziak sortzera. Umeak jaiotzetik aurkitzen

dituzte matematikarekin bat datozen elementuak eta beraien zentzua, balorea, rola eta helburua ezagutu aurretik erabiltzen dituzte.

Ume bakoitzak matematika ulertzeko modu bat dauka eta horretatik jakintza matematikoa edo ikuspegi matematikoa sortzen du. Hori, Brousseau (2007) aburuz, matematika egoera bat tratatzen den moduaren arabera definitzen dela esaten du. Matematikaren ikuspegia aldatzeko zaila da ezagutzen berregituraketa eta berraztertze bat proposatzen baitu.

Italiako ministeritzari dagokionez, 1. Ziklo bukaeran (6 eta 7 urte arteko umeak), aurkeztuko den proiektuan oinarriturik, oinarritzko alfabetizazioa eskatzen da, non hizkuntza matematikoak bere lekua daukan.

Matematikara hurbilduz, Italiako ministeritzak matematika pentsatzera eta egitera lagunduko duen metodo bat aukeratzea proposatzen du.

Hezkuntza Ministeritza Italiarrak (Ministero dell'Istruzione, 2012) horrela esaten du matematikaren garrantziari buruz hitz egiten duenean: *Bereziki matematikak munduaren deskripzio zientifikoa egiteko eta bizitza errealean arazoak ebazteko gailuak ematen ditu; komunikatzeko eta eztabaidatzeko gaitasunak garatzen laguntzen du, modu zuzenez arrazoitzera, besteen ikuspuntuak eta arrazonamenduak ulertzeraz.*<sup>22</sup>

### 1.3.6. Italiako ministeritzak matematika lantzeko duen proposamena

Italiako ministeritzak (2012) 1. zikloa 3. mailara arte izanik, 3. mailarako (8 urte) helburuak hauexek dira: zenbakiak kontatzen jakitea bai ahotsez, bai eta mentalki aurrera eta atzera, saltoak eginez, binaka kontatuz e.a. eta matematikako kalkulu baten prozesu guztiak azaldu eta jarraitu ahal izatea.

Oso garrantzitsua da umeentzako arazoetan eta ebazpenetan ideiak elkarrekin aleratzeko bakoitzak haren autoebaluaketa egin dezan, auto zuzenketa, baita talde lanean eta klase osoan, baita haren akatsak besteei azaltzeko gai izatea denek haren teoria eta bere zailtasunen jabe izanik, beste bide berri bat hartu ahal izateko.

---

<sup>22</sup> *In particolare, la matematica dà strumenti per la descrizione scientifica del mondo e per affrontare problemi nella vita quotidiana; contribuisce a sviluppare la capacità di comunicare e discutere, di argomentare in modo corretto, di comprendere i punti di vista e le argomentazioni degli altri.*

---

## 2. PRAKTIKA ZATIA

### 2.1. Sarrera

#### 2.1.1. *Hiria, ikastetxea eta ikastaldea*

Aurkeztutako lana Loris Malaguzzi Lehen Hezkuntzako eskolan egin da. Hau Reggio Emiliako eskola bat da, eta beraz, italieraz irakasten dute. Aurkeztutako proiektua zehazki Lehen Hezkuntzako 2. Mailara egokitua dago. Sekuentzia didaktikoa nahiko interesgarria da egun nahiko aurkezten baitira proiektu hori aurrera eramaten.

Eskola Reggio Emiliako imigranteen zonalde batean dago, eta beraz, testuinguru konplexu eta ezberdinak daude eskola horren barruan, baita egoera familiarrari begiratuz. Horregatik, batzuk ere italierarekin arazoak dituzte eta hizkuntza horretan hitz egiteko esfortzuak egin behar dituzte.

Eskolako 2. Maila honek dituen ikasle batzuk aritmetika egiten oso trebeak dira, halere, beste batzuk laguntza eta denbora gehiago behar dute proiektua aurrera eramateko.

#### 2.1.2. *Aritmetikaren esparrua*

Aritmetika barruan honako gaiak lantzea proposatu da: alde batetik, biderketaren lanketa hastea eta jarraitzea proposatu da, non bere diseinu ezberdinak, egiteko modu ezberdinak, propietate konmutatiboa eta haren funtzioa erabiltzeko beharra non dagoen jakitea proposatu da, egindakoa arrazoiketa pentsatzea eta gehiketarik biderketara nola pasa daitekeen eta nola adierazten den ulertzea eskatu da.

Horrez gain, zatiketen inguruan hitz egiten hasi dira eta horri ere bidea ireki zaio zatiketarik egiteko modu ezberdinei kasu eginez, diseinuen bitartez azalduz, haren funtzioaren azalpena emanez eta egindako arrazoiketa pentsatuz.

Horrela, gehiketa, kenketa, zatiketa eta biderketaren arteko erlazioak nola sortzen diren ulertzen hastea proposatu zaie.

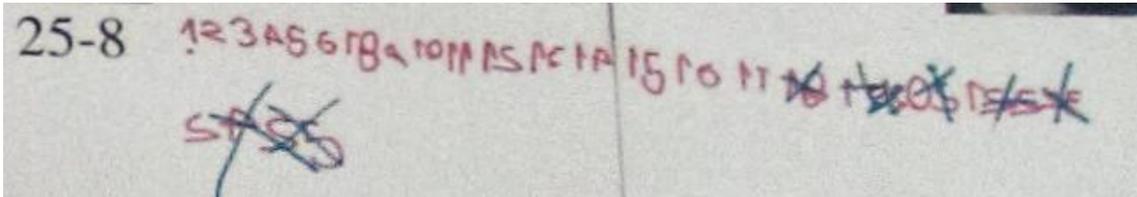
### 2.2. Umeen prozesuak eskola barruan

Atal honetan umeek aurreko urteetan landutako matematika prozesuak azalduko dira. Alde batetik, 5 urteko umeen dokumentazioa azalduko da matematikaren hasiera

ikusteko. Bestetik, oraingo lehen mailako umeen dokumentazioa azalduko da talde bakoitzaren bide ezberdinen eta pentsamolde ezberdinen ikuspegia izateko. Horrez gain, 2. Mailako umeak 1. Mailan egindako lana ikusiko da 2. Mailan egiten duten proiektua ulertu ahal izateko.

- *Panel matematikoa*

Aurreko urteko 5 urteko umeek dokumentatutako panel bat sortu zuten matematika nola landu zuten adieraziz. Haiek Haur Hezkuntzako gelan aritmetikaren inguruan kenketak egiteko, umeak asanbladan egotean falta direnak ume kopuru osoari kentzen diote. 1. irudian ikus daiteke, adibidez, klasean 25 izanik eta 8 falta badira, nola adierazten duten.



### 1. irudia

1. irudian ikusten den bezala, zenbaki lerro bat sortzen zuten klaseko kopuru osora iritsi arte eta 8 kendu behar zirenez, lerro horretan 8 zenbaki kenduta geratzen direnak klaseko umeak dira. Hau da, atzeraka kontaketa eta segida batez egindako zenbakiak ordenean jartzen ari dira.

- *Eskuko zenbaketa*

Eskuekin ere kontaktzen ikasten dute eta hauek bai gorputz moduan, baita grafikoki adierazten dituzte. Horrela,  $5+5$  (bi eskuak elkarturik) hamar egiten duela adierazi dute, aldiz,  $5-5=0$  dela esan dute esku bati 5 behatz kenduta ez delako ezta bat geratzen. Umeek askotan matematikara hurbiltzen dira bere gorputzaren bitartez eta kasu honetan, helduek ere egiten dugun moduan, behatzen erabilpena egiten dute gehiketak eta kenketak ebazteko.

- *Kode pertsonala*

Umeek askotan zeinu ezberdinak erabiltzen dituzte zenbaki berak marrazteko, batzuetan, zenbakietan ikusten den bezala, kulturak asmatutako zeinu matematikoen erabilera egiten dute, zeinak abstrakzio baten beharra daukan zeinu horrek kulturak emandako zentzu bat jarraitzen baitu. Halere, kenketa egiteko modua ezberdina da. Ez dute zuzen egiten, baizik eta zenbaki guztien lerro bat eginez, kendu behar diren zenbakiak kentzen dituzte behar den zenbakira iristeko. Oraindik buru kalkulua kasu honetan ez da ematen, baina zenbakienganako abstrakzio bat agertzen da. Bestean berriz, eskuekin, bere gorputzarekin, matematikak egiten ditu eta bere eskuari eta hatzei balore bat ematen die (behatzak bat, eskua irekita 5 eta eskua itxita 0). Horrela, kalkuluak egiten dituzte zenbakiak modu konkretu batez erabiliz erantzun bat lortu ahal izateko.

- *Zenbaki kapitainak*

Urte bat beranduago, ume hauek, Lehen Hezkuntzako 1. Mailan (6 urte) egonda, honako teoriak sortu dituzte:

Ume hauek *zenbaki kapitainak*<sup>23</sup> (haiek asmatutako hitza), guk zifrak deitzen ditugunak, daudela esaten dute. Horrela 3 galderen bitartez *zenbaki kapitainaren* inguruko jakintzetara hurbildu nahi dute: Zer dira *zenbaki kapitainak*? Zertarako balio dute? Zeintzu dira? Evak esaten du *zenbaki kapitainak* bakarrik joaten direla. Lorenzo N.-k berriz, esaten du zenbaki horietatik beste guztiak sortzen direla eta Danielek adierazten du hauek nahastean gertatzen dela. Georgek esaten du zenbaki kapitainak gutxi direla, 9, baina beste guztiak sortzen dituztela. Azkenean, Samuelek esaten du zenbakiak bere postua daukala, baina nahi dituzun bezala erabil daitezkeela eta Evak berriz ere, esaten du zenbakiak mugitzen direla.

Hemen ikusten den bezala, zifren baloreak aurkitu dituzte eta haien garrantzia ere. Zifrak nahastean beste zenbaki bat sortzen dela esaten dute alde batetik, eta bestetik, zenbakiak mugitzen direla esaten dute. Horregatik, *zenbakiak bere postuan*<sup>24</sup> eta *makina*zko *zenbakiak*<sup>25</sup> deitzen diren jolasak asmatzen dituzte. *Zenbakiak bere postuan*

---

<sup>23</sup> *Numeri capi.*

<sup>24</sup> *Numeri al loro posto*

<sup>25</sup> *Numeri in macchina*

jolasa zenbaki batekin egin daitezkeen zifrak jartzen dituzte. Adibidez, 3 zifrarekin: 3, 13,23,30,31...

- *Makinazko zenbakiak (taula 2)* deitzen dena, aldiz, hiru edo lau zifrekin elkartuz sor daitezkeen zenbakien nahasketa adierazi nahi dute. Adibidez, 1,2 eta 3 zifrekin:

## 2. taula

12,13,21,23,31,32,123, 132, 213,231,312 eta 321
---

- *Propietate konmutatiboak*

Aurreko urteko 1. Mailako umeak (orain 2. Mailan eta proiektua egin dudaneekin), berriz, horrelako matematika jarduerak egin dituzte:

10-8 eta 8-10 egitearen ezberdintasunak bilatu dituzte, non  $10-8=2$  zela esaten dute, baina  $8-10=0$  zela esaten dute. Eta horrela adierazten dute: 10 zenbakia balore altuagoa izanik 8 kenduta 2 balore gelditzen zaizkio, aldiz, 8 baloreari 10 kentzean, 8ak 10ak baino balore gutxiago dituenaz, 0 gelditzen dela esaten dute.

Aldi berean, talde honetan, gehiketaren konmutazio propietatearen jabe egin dira eta kenketarekin egitean ezin dela konturatu dira. Horrelako adibide bat egin dute:  $4+6=10$  eta  $6+4=10$  zela adierazi dute, aldiz,  $10-4=6$  eta  $10-6=4$  zela ikusi dute eta erantzuna ez dela bera kenketen arteko emaitzetan gehiketen artekoetan horrela denean.

### 2.3. Jardueren proposamenak

3 proposamen mota landuko dira 2. Mailako umeekin gehienbat biderketen inguruko garapen bat izateko. Hala ere, zatiketen gaia ere jorratzen hasiko da. Nahiz eta 3 proposamenak bateratuak izan, hau da, aldi berean egin diren, hemen bereiztuak aurkeztuko dira bakoitzaren prozesua ikusteko. Hala ere, batetik ateratako ondorioak eta jarduerak beste bi proposamenekin egindako jarduerekin eta hausnarketekin elkarloturik egongo dira. Horrela ere, proposamenen prozesua eta umeen prozesua ikusiko da egunez egun nola aldatzen doan proposamen bakoitzean. Ikertzailea apirilak

13tik aurrera egon denez, urteko aurrekariak eta hiru proiektu horiek hasteko ideia ikusiko da aurretik.

Praktika zatian hauek dira aurkeztutako hiru proposamenak:

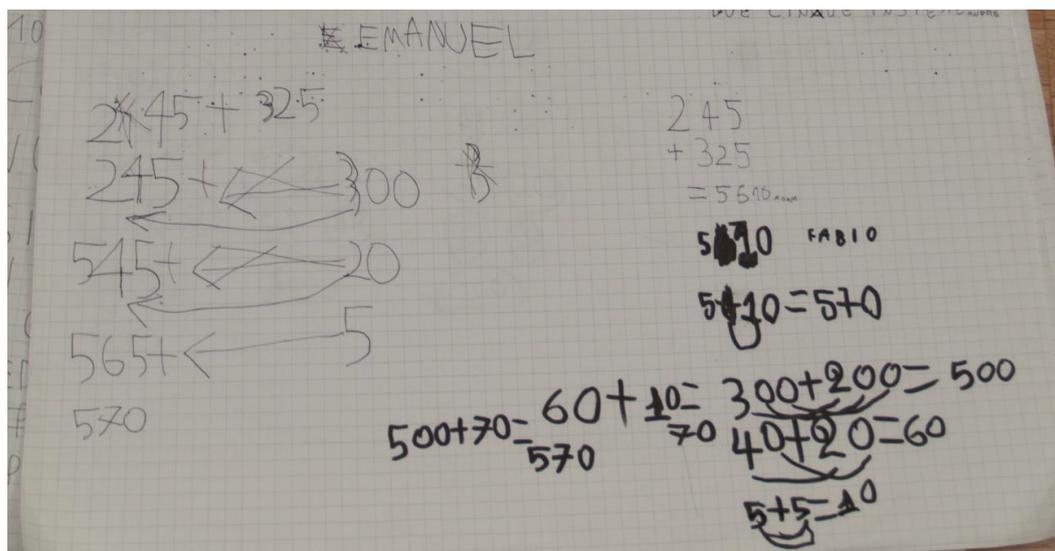
- 3 urtekoen mahaien apainketa
- Klasera etortzen den fruta kantitatea eta egindako zatien arteko erlazioak
- Lehen Hezkuntzako umeentzako janaria prestatzea

### 2.3.1. Ikerketaren urteko aurrekariak

Ikerketa lana hasi aurretik, umeak gehiketekin hasiak dira. Hasieran, umeek gehiketa egitean ez dute ere dena batera egiten, baizik eta banakoak banakoekin, hamarrekoak hamarrekoekin eta ehunekoak ehunekoekin elkartzen dituzte. Emanuelek adibidez, horrela egiten du: lehenik ehunekoak batuz, gero hamarrekoak eta azkenik batekoen zifrak. Horrela, erantzunera iristen da. Fabiok berriz, ehunekoen zifrak, hamarrekoen zifrak eta batekoen zifrak bereizita kalkulatu zituen gero, guztiak batera sartu ahal izateko. Haien bien gehiketen prozesu ezberdinak 2. Irudian agertzen dira azalduta

Egun batzuk beranduago, urtarrilak 12an Federicok honako teoria pentsatu du: 7 badituzu, 10era iristeko zenbat falta zaizkizu?  $10-7=3$ ;  $7+3=10$ . Federicok gehiketa eta kenketaren arteko koerlazioa eta baieztatzeko lortzeko formula aurkitu ditu. Giuseppek ere  $400+400$  errazago egiteko modu bat aurkitu du,  $4+4$  eginez, 8 lortzen delako eta  $400+400=800$  delako esaten du. Berak zifren baloreak ez direla aldatzen ikusi du, baizik eta bere postuaren arabera kantitate handiago bat edo txikiago bat adierazten duela, beraz, kasu honetan eragiketa erraztu daitekeela ikusi du.

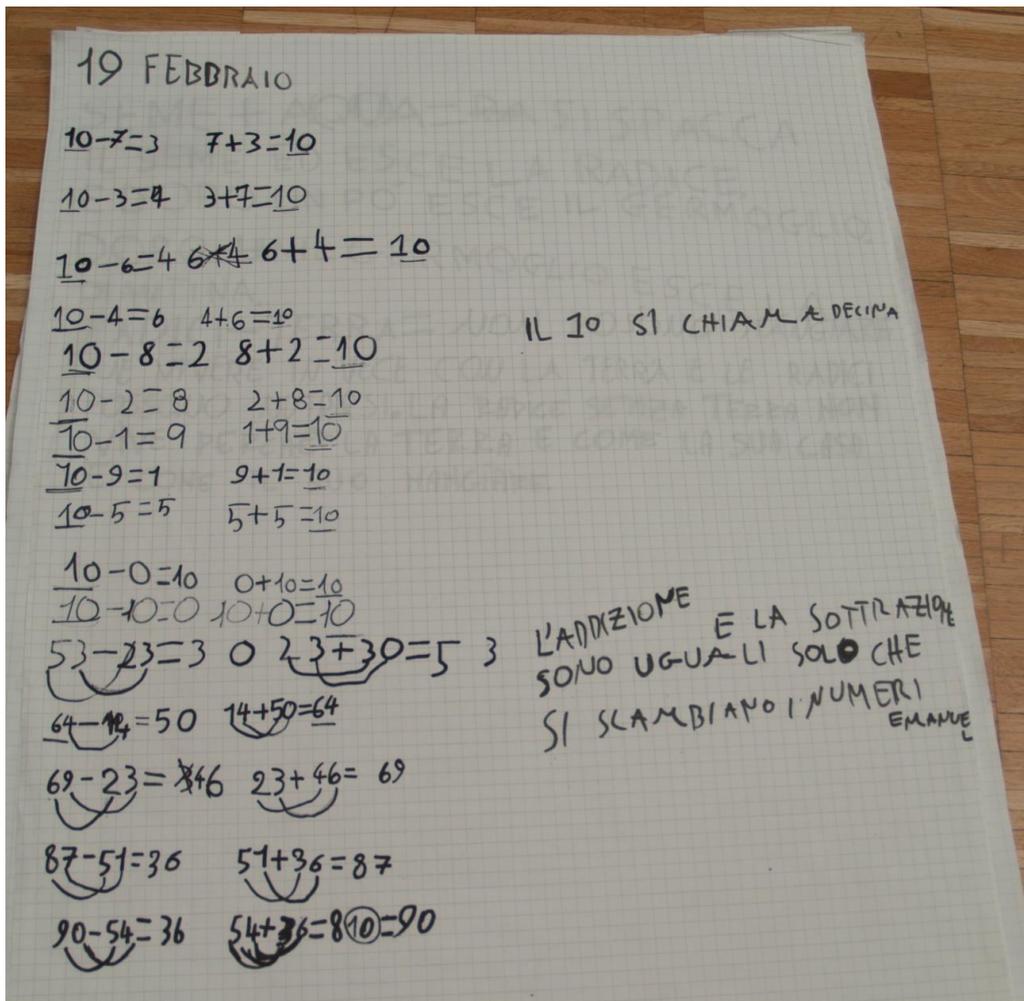
Otsailak 19an Federicok aurkitutako teoriaren inguruan eragiketak egiten hasi dira (3. Irudia) hori beti betetzen den ikusi ahal izateko, hau da, gehiketak eta haien egiaztatzeak egiten eta kenketak eta haien egiaztatzen. Baina ez hori bakarrik, bi zifrekin ere hori lortzen saiatu dira. Beti ere, hamarrekoak eta hamarrekoak elkartuz eta banakoak eta banakoak elkartuz. Emanuelek honela esaten du: *gehiketa eta kenketa berdinak dira, baina zenbakiak aldatuta*. (3. Irudia)



## 2. Irudia Emanuel eta Fabioren gehiketa moduak

Hala ere, Beste arazo bat sortzen da: zenbaki batek duen zifra batean beste zenbakiak kentzen dionaren zifra baino txikiagoa denean. Zenbakian dauden zifren arteko elkarlotura egin behar zela ikusi dute. Batek, 90-54 ariketan ikusten den bezala, lehenik 90 zenbakiari banakoak kentzea erabakitzen du ( $90-4=86$ ) arazo hori konponduz eta gero beste 50ak kenduz ( $86-50=36$ ). Ume berberak, ordea, egiaztatzea egiterako orduan,  $80-32=48$  egiten duela adierazteko,  $32+48$  egitean, lehen emaitzan 7 eta 10 borobildu bat egiten du (4. Irudia). Aurreko zazpia hamarrekoaren postuan dagoela ulertzen du, 10 unitate beste hamarreko bat egiten duela ikusi du eta horrela 80ra iritsi da.

Beste batek berriz, kenketa egiterako orduan, 90-54 egitean, 0a eta 4a elkartzen ditu kenketa egiteko, 0a 10 bihurtuz 4 kendu ahal izateko eta 90, beraz, 80 bihurtuz, 50 kentzen dizkio. Andreeak esaten duen bezala, *90ari 10 kenduta 80 bihurtzen da* (4. Irudia). Bi kenketak egin ondoren bi zenbakiak gehiketa bidez elkartzen ditu emaitzara iristeko. Gehiketa egitean, egiaztatzean, berriz ere hamarrekoak hamarrekoekin eta batekoak batekoekin elkartzen ditu. Martinak Federicok aurretik egindako teoriari eta egun honetan garatzen ari direnari hitzak ematen dizkio: *ez badakizu zure kenketaren emaitza ongi dagoen egin ezazu gehiketa*. (4. Irudia)



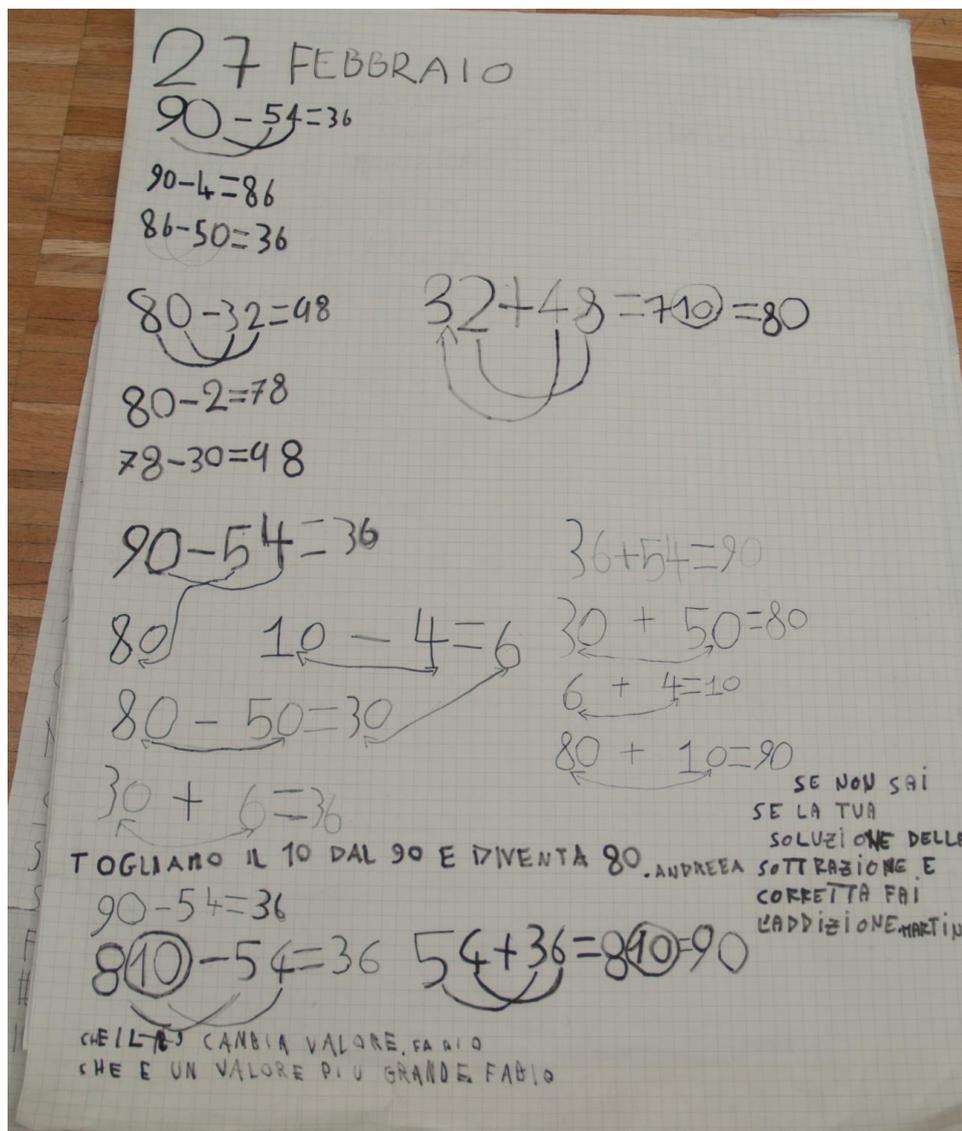
### 3. irudia kenketa eta bere frogapena

Martxoak 16an biderketara iritsi dira. Bakoitza, ikusten den bezala, bere metodoa erabiltzen du. Adam, Riccardo eta Sarak  $6 \times 5$  egiteko 5 ilaretako 6 lerro egin dituzte eta horrela adierazi dute: gehiketa bidez biderketaren berdina adierazten dute. 30 ateratzen zaie bai batean, bai bestean. 6a 5 aldiz errepikatu dute  $6 \times 5$  delako eta marrazkiak ere horrela adierazten du. (5. Irudia)

Martinak, Edoardok eta Danielek berriz,  $8 \times 8$  egiten dutenean, 8a zortzi aldiz errepikatzen dute eta 8aren multiploak egiten dituzte haiek multiploen definizioa jakin gabe. Aldi berean, haien ezkerrean, 8ak gehitzen dituzte 7 aldiz  $8+8$ arekin hasi baitira kontatzen eta bietan 64 ateratzen dela ikusi dute. (5. Irudia)

Fabiok, Caterinak eta Alexek, berriz,  $7 \times 3$  egitean, 7naka antolatzen dituzte taldeak eta 3 talde sortzen dituzte 21era iristeko. (5. Irudia)

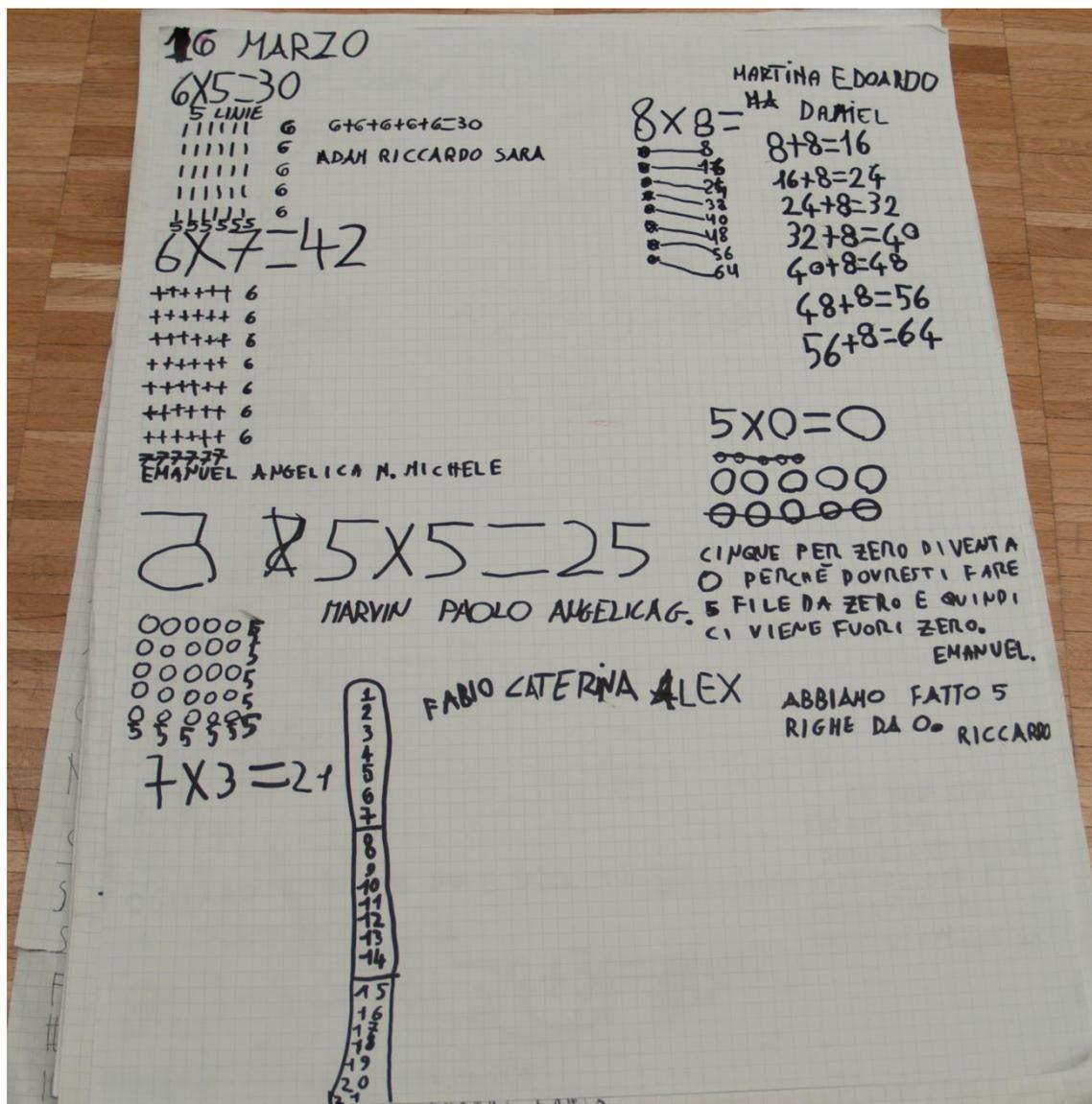
Batez ere Adamek, Ricardok eta Sarak eta Fabiok, Caterinak eta Alexek egindako matematika kalkulu moduetatik zatiketara iristeko a proposak diren bideak direla argi ikus dezakegu: Lehen taldean 30a 6 edo 5 zatitan banatzeko grafikoki erraza suertatzen baita eta bigarren talde honetan, 21zenbakia 3 zatitan banatu du eta bakoitzean 7 sartu ditu, nahiz eta beraiek oraindik ez duten zatiketaren hitza aipatu.



#### 4. irudia kenketak zifraka

Hemendik aurrera, ikertzailearekin batera hasi dira lanean. Horretarako, 3 proiektu mota aurrera eraman dituzte, lehen esan bezala: klaseko hamaiketakoan zenbat fruta erabiltzen diren eta sortzen diren zatien arabera erlazio bat sortzea, Haur Hezkuntzako umeen janariak erretiluetan banatzea eta 3 urteko umeen mahaiak prestatzea. Hiru hauek biderketarekin jarraitzeko eta modu testuinguratu batean

egoteko egin da. Orain bai, hiru proposamenak banatuko dira, bakoitza bestearekin erlazionatuak daude eta denboran bateratuak daude. Hala ere, bakoitza modu ezberdinez antolatuko da proposamen bakoitzean egindako hausnarketak eta ateratako ondorioak argi edukitzeko.



### 5. irudia biderketak diseinu bidez

#### 2.3.2. Frutaren banaketa eta taldeko teorien hausnarketak

Atal honetan bi gauza ezberdin landuko dira. Frutaren bitartez egindako aritmetika prozesuak eta bestetik, klaseko talde orokorrean egindako hausnarketak. Frutaren

bitartez egindako proiektuan osotasuna eta zatien arteko alderaketa landuko da eta hortik biderketa eta zatiketaren oinarriak landuko dira. Klaseko hausnarketetatik, bai biderketaren, bai zatiketaren eta bai osotasunaren eta zatien inguruko hausnarketak, teoriak, ezagutzak eta aurkikuntzak ikusiko dira, zeinak horiek geroztik, proiektuen garapena eta ume bakoitzaren pentsaera nondik doan zehazteko balioko duena.

Apirilak 13an, umeek fruta nola moztua dagoen begiratu eta hortik fruta bakoitza zenbat zatitan moztua dagoen aurkitu behar dute. Argazki hauetan ikusten den bezala (6. eta 7. irudia), Caterinak platanoak binaka kontaktzen ditu bere eskuineko behatzekin binaka hartuz eta ezkerrekoarekin zenbat pare hartu dituen adieraziz egiten du. Kontatzeko konplexutasun bat agertzen da bi zenbaki ezberdin kontaktzen dituelako aldi berean. Bere eskuineko eskuarekin binaka kontaktzen dituen bitartean platanoak errepikatu gabe, ezkerrekoarekin zenbat platano zati pare dauden kontaktzen ditu bi eskuen arteko erlazioa eginez.



### 6. irudia platano zatien kontaketa

Bere taldekoa den Martinak ere horrela adierazi du bere diseinuan (8. eta 9. irudia): platanozko 10 zati bitan banatua= 5 egiten du. Diseinua egiterako orduan erdi platanoak marraztu ditu eta binaka kontaktzen ditu, hamar zatiak kontatu eta 5 ateratzen direla esaten du 5 zatitan banatu dituelako banana erdi guztiak.

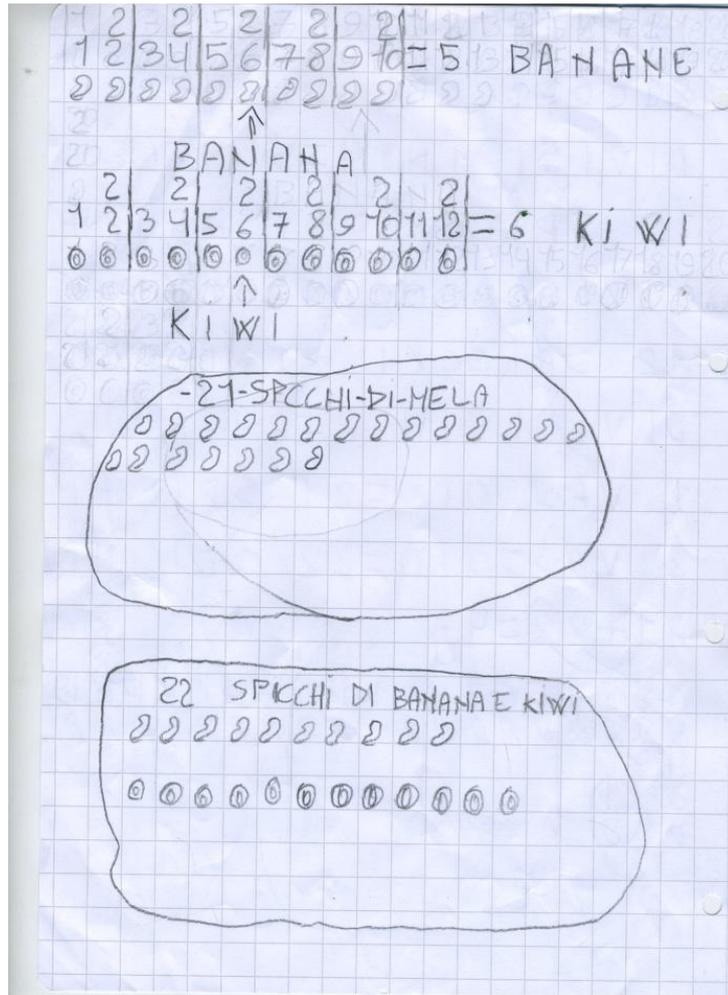
Talde honek sagarrak kontatzean, berriz, 21 sagar zati kontatu ditu (20 zirenean) eta galdetzerako orduan, 1 hori beste sagar batena dela eta beste hiruak beste erretilu batean joan dela esan zidaten.



### 7. irudia platano zatien kontaketa

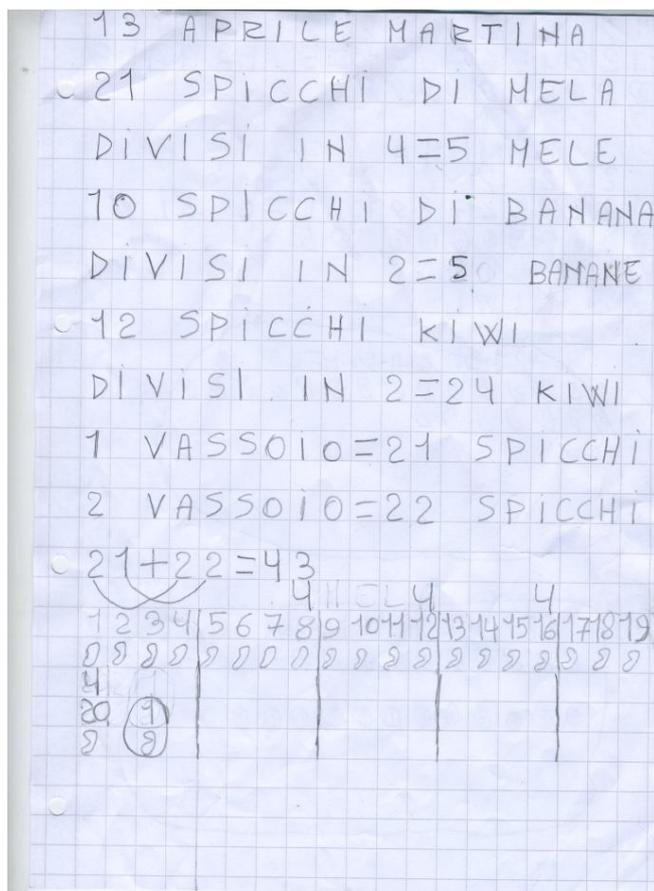
Horrela, haien teoria guztiz egokia da, nahiz eta egia ez izan eta marrazkian horrela adierazten dute. Hauek zatiketa esaten dutenean ez dute pentsatzen matematikak duen zatitzearen kontzeptuan, baizik eta moztearen kontzeptuan. Horregatik, zatitzen dutenean lehen zeukatena baino zenbaki altuago bat ateratzen zaie. Hala ere, diseinuak ere zatiketak eta biderketaren oinarriak jartzeko balio dezake.

Caterinaren taldea oso egokia da hizkuntza ezberdinen erabilpena eta haien arteko erlazioak ikusteko. Lehenik eta behin eskuz kontatzen dutena, ondoren paperera eramaten dute bere konprobaketa egiteko. Konprobaketa horretan, aldiz, ez dute zenbakiak idazten bakarrik, baizik eta diseinuak ere egiten dituzte horri laguntzeko. Kontatzeko modu hau esperientziatik, gorputza erabiltzetik, zenbakiak eta eragiketak idazterainoko abstrakzioa jotzen du.



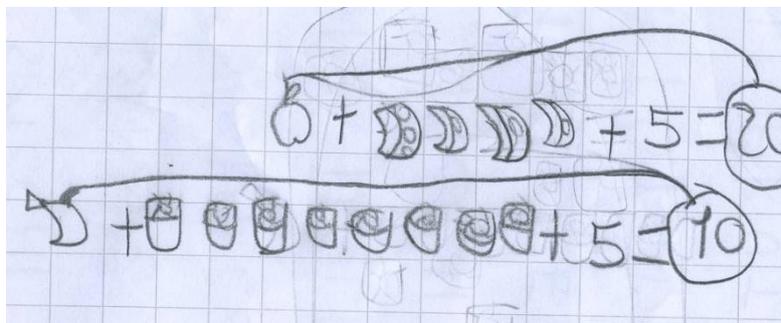
### 8. irudia frutaren zatiketaren diseinua eta kontaketa

Carlottaren taldeak berriz, beste modu bateko teoria izan du eta beraiek bai aurrekoen alderantziz egin dute. 10. irudian haien teoria azaltzen dute: sagarrak 20 zati dituela adierazi dute eta sagar bakoitza 4 zatitan banatu dutela esaten dute eta horretarako 5 sagar erabili dituztela. Bere diseinua (11. irudia) ere oso interesgarria da gehiketa erabiltzen du bere esaldiaren 3 zatiak batzeko, baina ez horien gehiketa 20 egiten duelako. Horrela, sagar osoa 4 zatitan banatzen duela eta 5 sagar erabiltzen dituela adierazten du. Hemen ere osotasuna eta zatien arteko ezberdintasuna egiten du eta beraz, osotasunari eta zati bakoitzari ez dio balio konkretu bat ematen, baizik eta horien kontaketa egiten duela esan dezakegu.



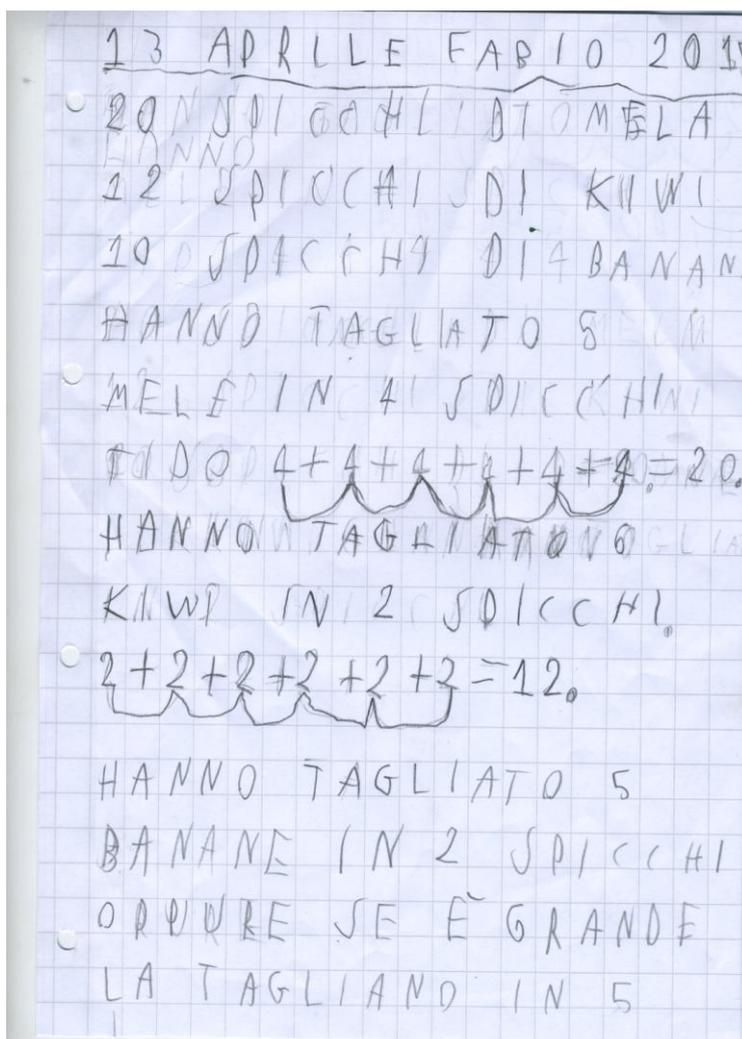
### 9. irudia frutaren zatiketaren diseinua eta kontaketa

Fabioren taldeak berriz, 6 kiwi 2 zatitan banatu dituztela esaten dute eta hori gehiketaren errepikapenaren bidez egiten dute 12ra iritsi arte eta haiek esaten duten bezala, 2a 6 aldiz errepikatu behar da 12ra iristeko. Hau, argi eta garbi biderketaren oinarriak dira eta kasu praktikoetan erabiltzeko erraztasun bat aurkitu ahal dezakete horrelako eragiketarik biderketara pasatzeko errazagoa baita. Haien irudiak (12. Irudia) hori adierazten du.



### 10. irudia frutaren zatiketaren diseinua eta kontaketa

Riccardoren taldeak ere diseinuan (13. Irudia) nahiko interesgarria den matematika kontzeptua sartzen du: beraiek sagarra 4 zatitan mozten dela adierazteko zenbakien eta irudien arteko erlazio bat egiten dute sagarrak 5 zenbakiarekin lotuz eta hortik ateratzen diren 4 zatiak 4 zenbakiarekin lotuz eta horrela 20 ateratzen dela esanez. Hauek ere marrazkiaren bidez biderketa bat egingo balute bezala egiten dute. Zenbakiekin eta marrazkiekin egiten duten biderketa bat da 4 zatiak eta 5 sagarrak batera joatean 20 zatiak egiten baitute, biderketa baten moduan, baina zeinurik gabe.

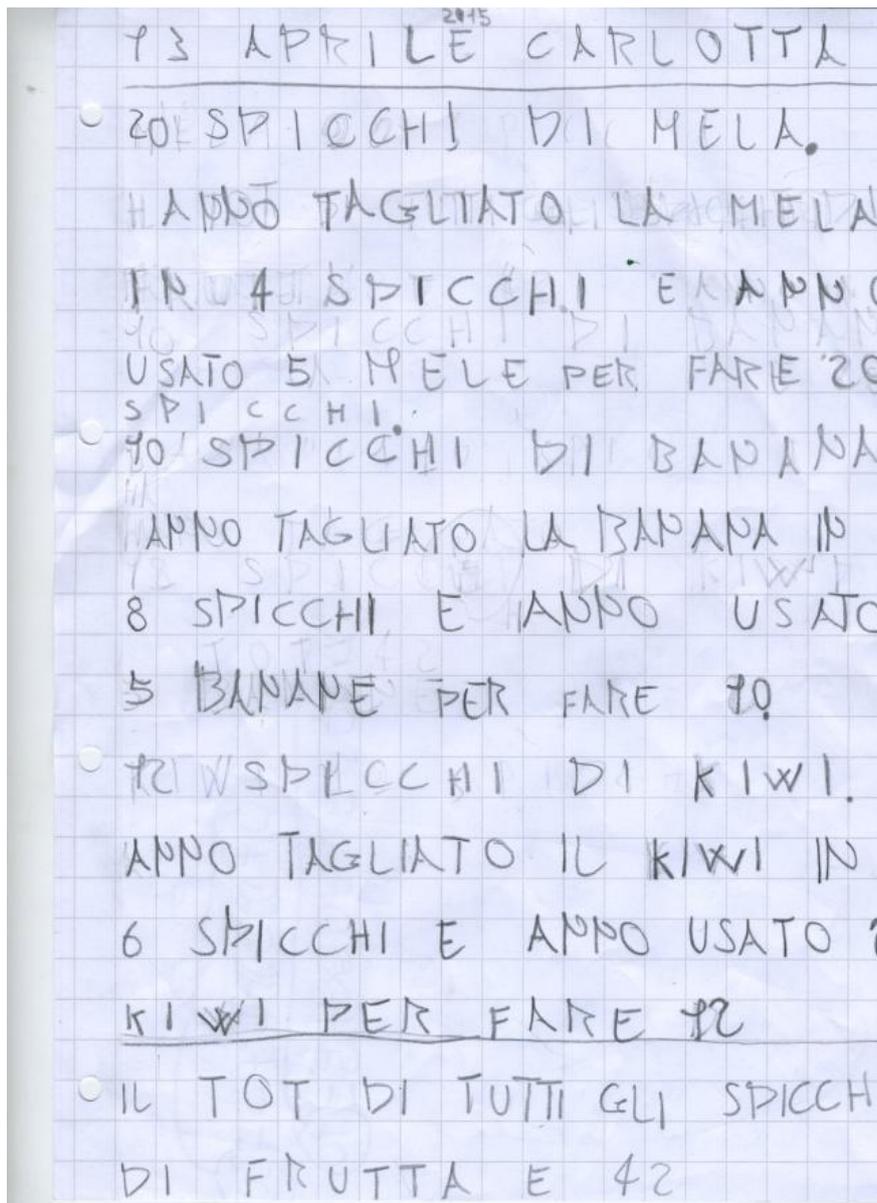


### 11. irudia frutaren zatiketaren diseinua eta kontaketa

Apirilak 20an, lehenik eta behin fruten inguruko arrazonamendu ezberdinak nola egin dituzten azaltzen dute eta momentu batean, Fabiok aurreko eguneko biderketekin erlazionatu ahal daitekeela pentsatzen du. Andreeak horrela esaten du: ikusi dugu sagarra lau zatitan banatzen dutela. Martinak berriz esaten du: hemen bost 4 daude.

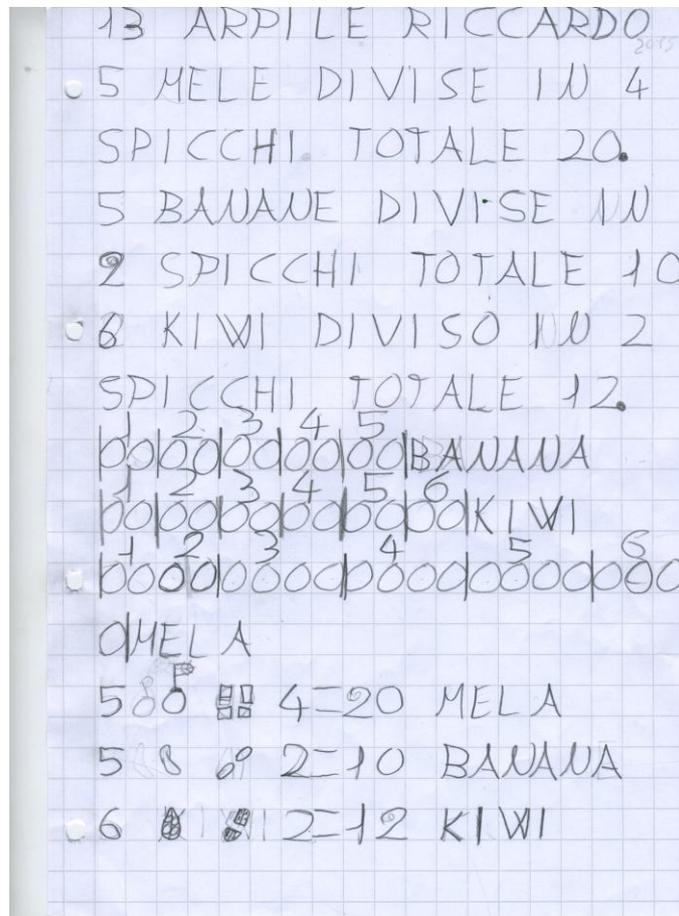
Fabiok esan du: biderketa egitean aurrera joaten dira zenbakiak. Ikusten den bezala, sagarrak adierazteko Fabioren teoria jarraitu da 5 gelaxketan sartuz 4 zenbaki bakoitzean. Horrela, 20 egitera iristen dira.

Behean ilarekin eta lerroekin egiten dituzte ere haien kalkuluak. 6x2 eta 2x6 diseinuaren ezberdintasunak aurkezten dituzte, nahiz eta erantzun bera den, ez da berdin adierazten, ezta idazten. Edoardok esaten du *2 aldiz 6 2x6 eta 6 aldiz 2 6x2 da.*



## 12. irudia frutaren zatiketaren diseinua eta kontaketa

Caterinak diseinuari buruz hitz egitean horrela esaten du: 6x2 egitean 6ko 2 lerro egiten dituzu, 2x6 egitean, 6 bikote egiten dituzu. Emanuelek ere biderketaren oinarria azaltzen du: 2a bigarren zenbakiak esaten dion aldietan errepikatzen da, kasu honetan 6. Haien diseinuetan ere 6x2 eta 2x6aren arteko ezberdintasunak azaltzen dituzte eta beste batzuk frogatzen dituzte.



### 13. irudia frutaren zatiketaren diseinua eta kontaketa

Ondoren, gehiketa ezberdinetatik biderketara pasatzeko eskatzen diegu fruten araberakoak. Horietako batean, berriz, mahaiak jartzeko momentuan  $6+7+6$  egin dutela gogoratzen gara eta galdetzen diegu horren biderketa egin daitekeen ala ez. Beraiek  $6 \times 7$  eta  $6 \times 6$  egiten saiatzen dira, baina alferrik, emaitza ez da beraiek bilatzen dutena, ezta  $6 \times 7$  eta  $6 \times 6$  gehiketa modura pasatzean, ikusten dute 6 gehiegi daudela eta ez dagoela ezta 7 bat ere. Orduan, Andreeak horrela esaten du: *ezin da biderketa egin 3 zenbaki ezberdinekin, berdinak izan behar dira.*

Gutxika esperientzia eta frogen bitartez umeek biderketaren, gehiketaren eta haien arteko erlazioen propietateen jabe egiten doaz. Askotan bide hau luzeagoa izan

daiteke, baina haienezako erakargarriagoa izateaz gain, haien barne geratzen da beraiek ulertu eta frogatu dutelako matematika nola funtzionatzen duen eta beraz, ez da bakarrik teorikoki eginikoa, baizik eta enpirikoki egindakoa. Akatsen bitartez ikasten dute biderketen propietateak nola dabilzaten eta horrez gain, biderketa emaitza bera duten bi eragiketa ezberdinen arteko ezberdintasunak aurkitzen ikasten dute. Zenbakiari eta eragiketaren egituraketari kasu egiten diete. (14. Irudia)

Apirilak 28an zatiketari buruzko aurrera pausu batzuk eman dira eta berriz ere aurretik galdetutakoa galdetu da: Zatiketa egitean zenbakia txikiagoa, handiagoa edo berdin gelditzen da?

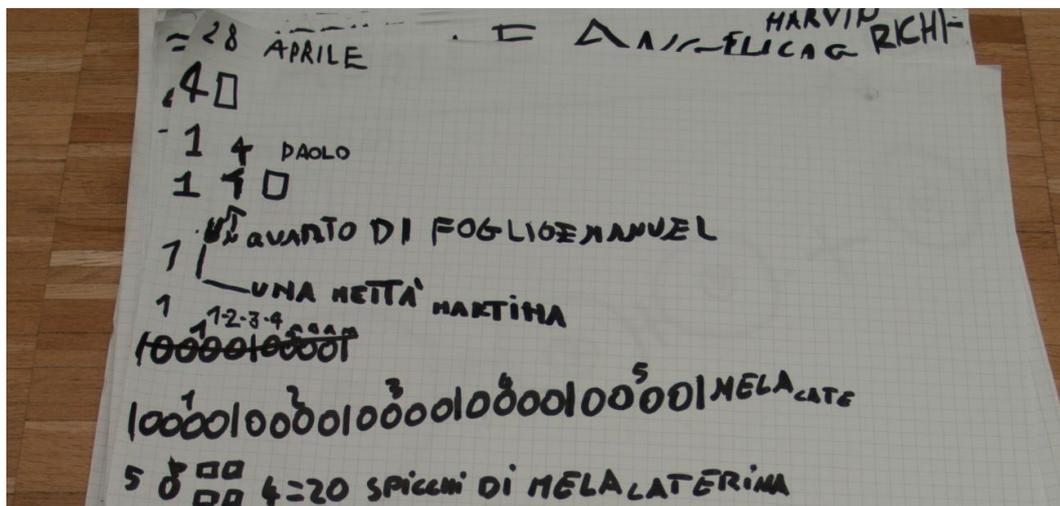
- (Emanuel) Zatiketa egitean txikiagoa bihurtzen da zenbakia.
- (Irakaslea) Biderketa egitean berriz, zer gertatzen da?
- (Fabio) Biderketa egitean zenbakia handiagoa da.
- (Sara) Baina zatitzean zenbaki bera izaten jarraitzen du.
- (Paolo) Zatiketa egitean zati bat kentzen da.
- (Irakaslea) Horri bat zatitzean zer gertatzen da?
- (Emanuel) 4 horritan bihurtzen da.
- (Fabio) Horri baten lau zati dira.
- (Emanuel) 4 zatitan banatu duzu.
- (Sara) Nire ustez lau deskonposa daiteke.
- (Caterina)  $5:4=20$  egiten du.
- (Emanuel)  $5 \times 4=20$  egiten du.

Ondoren, galdetu diegu, horri bat 4 zatitan banatzean, 4 ateratzen bada, zergatik gero elkartzean berriz bat da eta ez gehiago?

Orduan lau ez, baizik eta laurden bat egiten duela adierazi dute. Bakoitzak bere teoria azaltzen duenean horriaren laurden bat nola idatziko duten galdetu zaie. Horrela, bakoitzak bere moduan egin du. Batzuk diseinatuz, besteak diseinu eta zenbakiez eta besteak diseinu, zenbaki eta hitzak nahastuz. (15. Irudia)



hartzen du, hau da, aurretik dauden zati kopuruak eta ondoren daudenak haien osotasunari begiratu gabe, baizik eta objektu kantitatearen kontaketa eginez.

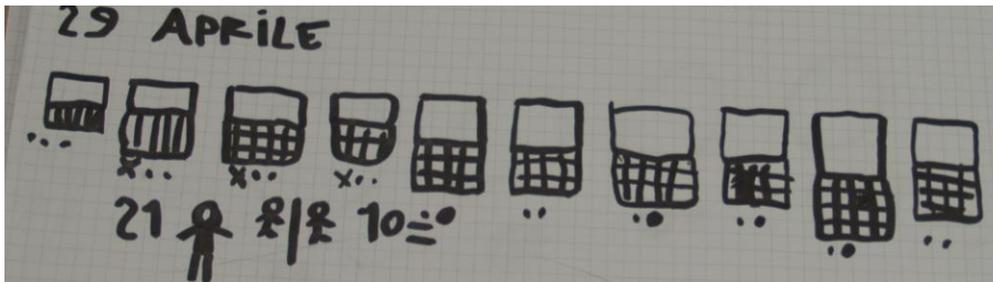


### 15. irudia zatikiak adierazteko moduak

Hori ikusita, zati hori eta horri osoa edota sagar zati hori edota sagar osoa bat kontatzean balio bera daukan ala ez galdetu zaie. Haien berriz, balio hori txikiagoa dela erantzun dute.

Ume hauek oraindik ez dira iritsi zatikiak lantzerara, hala eta guztiz ere, haien buruz hitz egiteko, hausnartzeko, diseinatzen saiatzeko eta horren inguruko teoriak egiteko gai dira. Nahiz eta ez zaien azaldu, beraiek gutxinaka galderen bitartez ondorio batzuetara iristen dira eta horiek zalantzan jartzen dituzte errealitatearekin kontraesanetan jartzen direnean. Horrela, haien ezagutza handitzen jakintzara iristen doaz. Ume bakoitzak modu ezberdinetan egiten du bere hausnarketa eta diseinu mota, baina denek haien artean ulertzeko gai dira.

Apirilak 29an, (16. irudia) ordenagailuen inguruko sakontze lan bat egin behar dute. Ditutzen ordenagailuak (10), eta ume kopurua (21) batera jarri behar dituzte umeak ordenagailu bakoitzean sartzeko. Horrela, berriz ere, zatiketa nola idatziko duten adierazi behar dute eta bestalde, horren diseinua eginez, umeak nola banatuko dituzten pentsatu. Umeek erantzuna 2-3 dela esaten dute denetan 2 daudelako eta beste batean 3. Beste batzuek berriz, 2 dela esaten dute gehiengoak irabazten duelako.

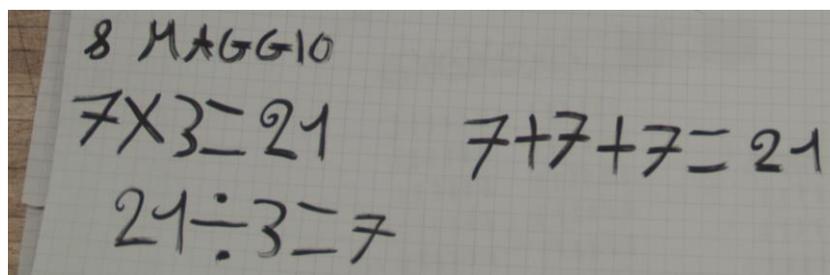


### 16. irudia, zatiketa umeak ordenagailuetan sartzeko

Irudi honetan ikus dezakegu nola egiten duten zatiketaren saiakera bat, non 21 pertsona 10 zatitan banatzearen irudikapena agertzen den. Haien irudikapenean ikusten da haietako batzuek nola zatiketa banaketa bat bezala ulertzen dutela eta beraz, 21 umeak bereizten dituzte kalkuluan ikusteko 10 ordenagailuetan nola sartuko diren.

Oraingoz, 2-3 emaitza jarri duten umeek ez dute ulertu erantzuna 2 eta 3ren artean dagoen zenbaki bat dela, baizik eta 2 edo 3 sartzen dituztenez ordenagailu bakoitzean hori izango dela erantzun zuzena. Baina, emaitzara hurbiltzeko modu bat bada eta hortik zenbaki osoen artean dauden beste zenbakien lanketa egiteko aukera ere aurkeztu ahalko da beste ikasturte batean, aritmetikaren prozesua aurrera doan bitartean.

Emanuelek berriz ere, bere teoria beste modu batean egin zuen (17. irudia). Berak esan zuen 7 ordenagailu izango balira errazagoa izango zela  $21:7=3$  zelako,  $7+7+7=21$  zelako eta  $7 \times 3=21$  delako. Horrela, eragiketa ezberdinen arteko erlazioak egin zituen 21, 7 eta 3 zenbakien arteko erlazioak sortuz. Berak eragiketa ezberdinen bitartez bere teoria konprobatzeko gai izan zen, baina ez hori bakarrik, baizik eta biderketa eta gehiketaren arteko berdintasunak emaitza lortzeko orduan eta zenbakiak edo kopuruen errepikakortasunean gakoa zegoela ulertu zuen. Horrez gain, zatiketa egin zuen kontrako prozesua eginez ere gauza bera egingo zuela eta dena lotuta egongo zela.

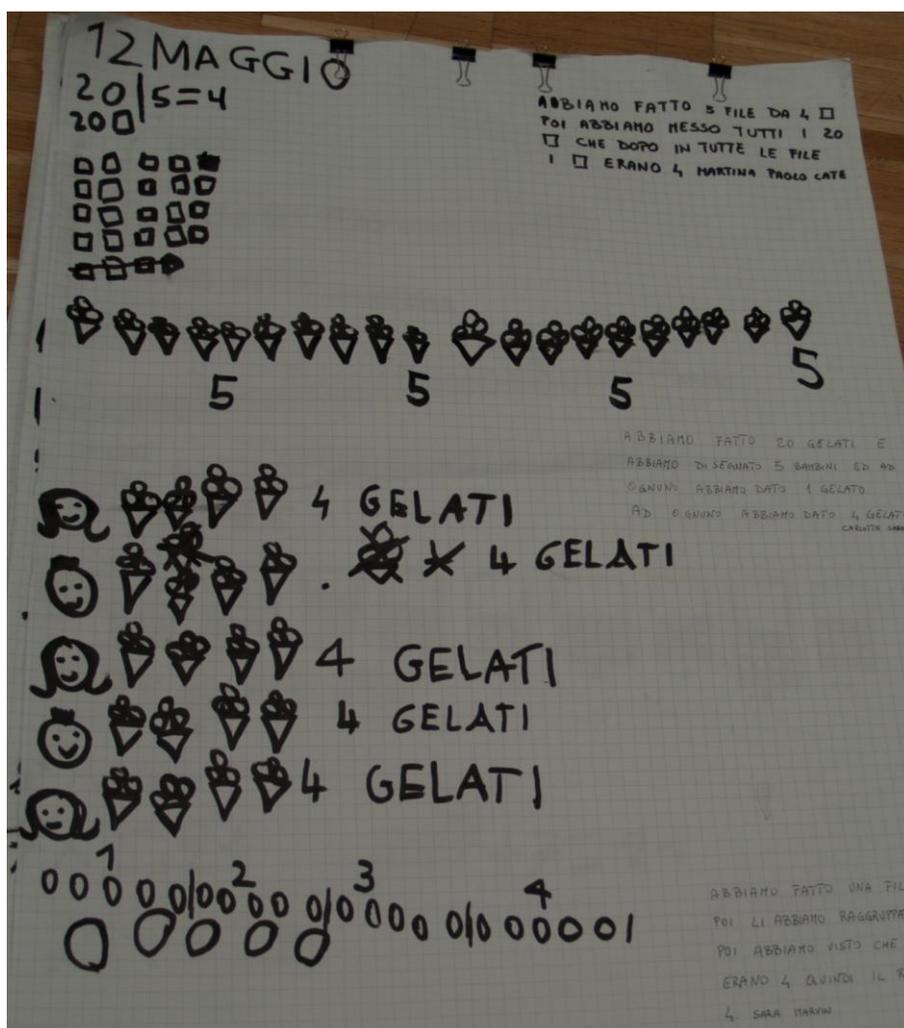


### 17. irudia, biderketa, zatiketa eta gehiketaren arteko erlazioa

Matematika lan honen azkeneko eguna maiatzak 12 izan da. Egun horretan zatiketak berriz ere landu dituzte. Zatiketa adierazteko zeinu ezberdinak erabiltzen dituzte hala nola marra. Beste batzuek berriz, izozkiak diseinatu dituzte eta 5 kontatzen dituztenean 5a jartzen dute. Horrela, 5a lau aldiz errepikatzen da, 20a eginez eta  $20:5=4$  dela adieraziz. Carlottak berriz, 5 ume diseinatuz 4 izozki eman dizkio bakoitzari. Beste batzuek 20 zirkulu egin dituzte eta 5eko taldeak egiten 4 talde ateratzen direla konturatu dira, beraz,  $20:5=4$  dela esan dute.

Haiek zatiketak eta biderketak oso antzekoak bezala irudikatzen dituzte:  $20:5$  egiten dutenean, laukiak biderketetan egiten duten bezala antolatzen dituzte, baita izozkiak edo bolatxoak banatzerako orduan, biderketen antzeko diseinuak egiten dituzte eta zenbakiei garrantzia ematen diete grafikoarekin batera. Hau da, banatzean, marra batekin edota zenbaki batekin banatzen dituzte, baina kopuru osoa mantentzen dute denak banatzen baitira, ez dira desagertzen eta emaitza beraz, haien parean aurkitzen dute, zati bakoitzaren kopurua eginez.

18. irudian haiek egindako eragiketen eta hausnarpenen aurkezpena aurkezten da.



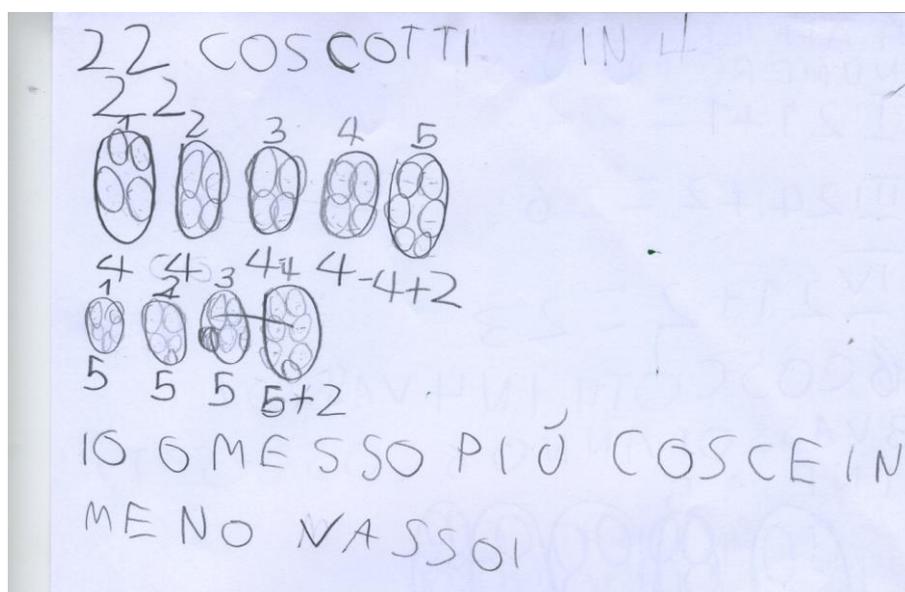
### 18. irudia, zatiketak

Aritmetika Reggio Approach ikuspegiaren arabera Lehen Hezkuntzako 2. mailan

### 2.3.3. Haur Hezkuntzako umeentzako janaria banatzea

Proiektu hau Haur Hezkuntzako umeentzako bazkaltzeko dituzten janariekin zatitzea, banatzea eta kontatzea izango da. Hemendik, biderketa eta zatiketa landu egingo da eta gehiketaren errepikakortasunaren bitartez biderketara eta zatiketara iristeko bidea egingo da.

Apirilak 14an, 3 ume sukaldera etorri dira erretiluetan oilasko zatiak sartzera Haur Hezkuntzakoentzat. Sarak horrela adierazi du 3 urteko gelakoentzat prestatutako oilasko zatien distribuzioa (19. irudia): erretilu bakoitzean zenbaki bera errepikatu eta gero, soberan daudenen gehiketa egin du. Horietako batean beste biak sartu ditu eta horregatik, 5. Erretiluan 4+2 adierazten du eta erretilu bakoitza kontatzen du. Horrela 5 erretilutan 4 zati sartuz gehi beste bi 22 egiten duela adierazi du.

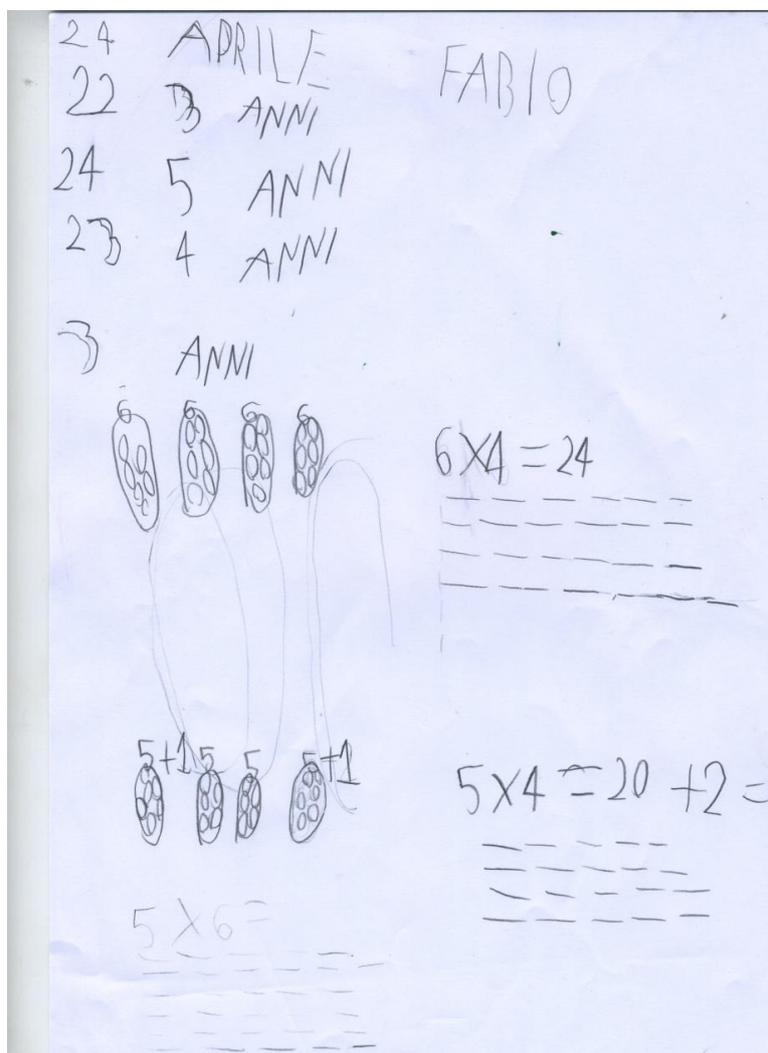


**19. irudia** frutaren zatiketaren diseinua eta kontaketa

Sarak biderketa egiteko modu erraz bat asmatu du, oso ondo irudikatu eta idatzi du bere orrialdean. Lehenik zenbaki guztiak berdinak izatea eta ondoren, geratzen direnak batean gehitu.

Apirilak 24an beste hiru ikasle umeen bazkaria prestatzera joan dira. Fabioren idazketan (20. irudia) agertzen den bezala 3 urteko umeak 22 ziren eta lau erretilu daude. Haien teoria 6 zati bakoitzean sartzea izan da. Horrela, baina, 24 lortzen dira. 5 zati bakoitzean sartu dituzte eta horrela 20 egiten dute. Beraz, bi falta dira.

Haiek bi erretilu ezberdinetan sartu dituzte eta honela idatzi dute:  $5+5+5+1+5+1$ . Ikusten dugun bezala, alde batetik ume haiek erretiluan sartzen dituzte zatiak, gero, biderketa egiteko 6 ilaratako 4 lerro egin dituzte 24a egiteko eta gauza bera 5 ilararekin eta 4 lerroekin 20 egiteko. Horretan, berriz, 2a ere sartu dute 22ra iristeko. Berriz ere, zenbaki antzekoekin egindako gehiketak eginez biderketara hurbiltzeko modua erakusten dute guk  $5+5+6+6$  denek zenbaki berekin egin nahi baditugu nola egin dezakegun esaten baitiegu eta beraz, haiek 5a errepikatzen dute eta 2a ondoren sartzen dute.



## 20. irudia bazkari prestaketa

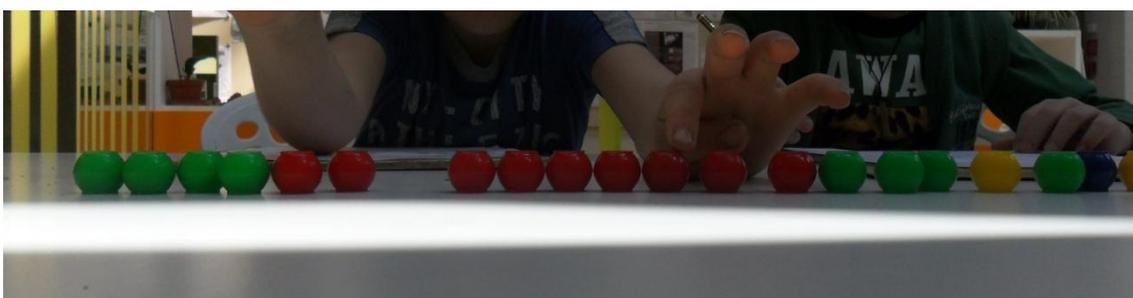
Haiek, halere askotan materialen beharra daukate aurrera egiteko eta horrela, hauei abakoa erabiltzea okurritu zaie taldeen bereizketak egiteko. Batzuetan

material konkretutik hasiera ongi dago abstraktua den kontzeptu batera iristeko edota kontzeptu abstraktu hori ulergarriago eta umeengandik hurbilago egoteko. Horrela, abakoarekin taldeak egin eta hauek kontatzen ditu zatiketaren prozesu bat eginez gero adierazi ahal izateko. 21. Irudian Fabiok 4 taldeak egiten ditu 22 umeekin banatuz. Ondoren, talde bakoitzaren kantitatea kontatzen ditu 22. Irudian.

Abakoaren erabilera ez da beti pentsatzen den bezala, eta kasu honetan nahiz eta kolore ezberdinetakoak izan, momentu honetan haien balioa bera da. Bestalde, manipulazio prozesu honekin, umeek zenbakiekin jolasten dute eta sentitzen dituzte matematika haien hurbil. Haien operazio matematikoak eta emaitzak momentuan ikusteko eta beraz, hartatik ondorioztatzeko errazago bihurtzen da beraiek egiten baitituzte fisikoki eragiketak pentsamendua eta ekintza bat eginez.



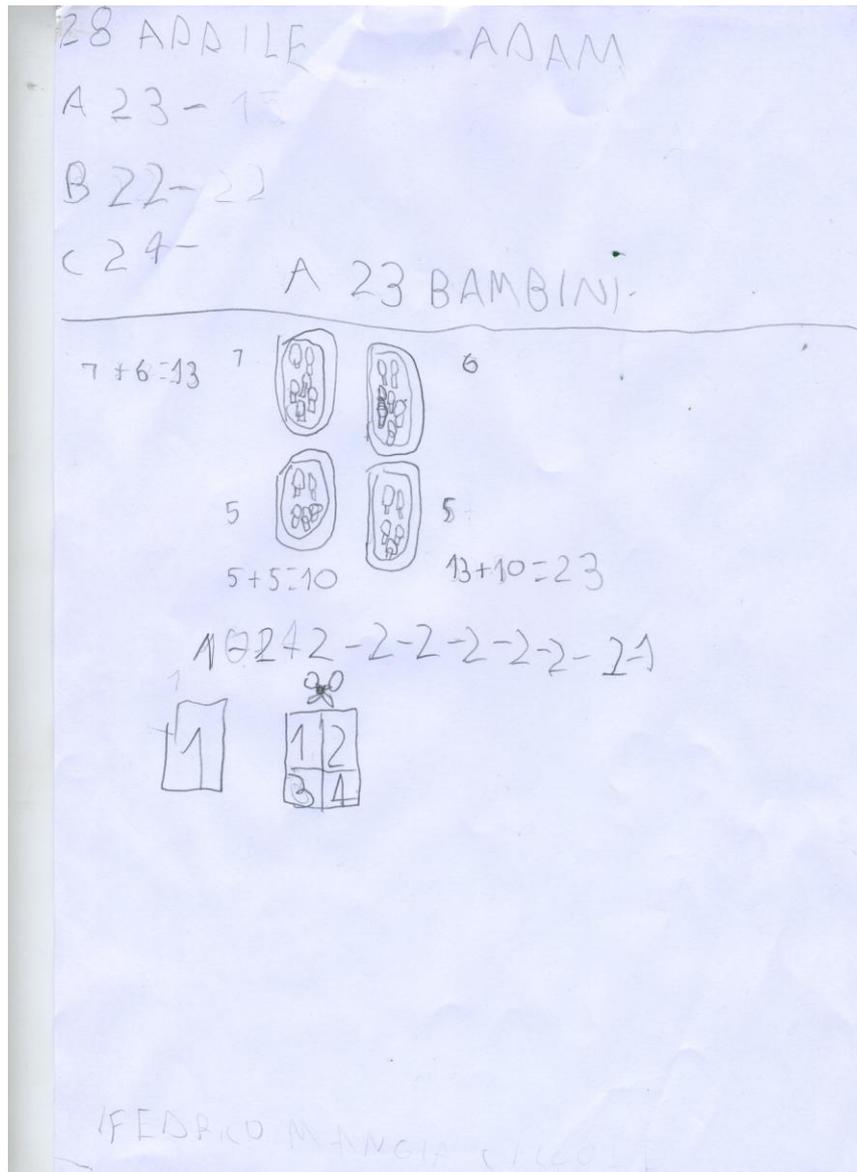
**21. irudia** 4 taldeen banaketa



**22. irudia** talde bakoitzaren kopuruen kontaketa

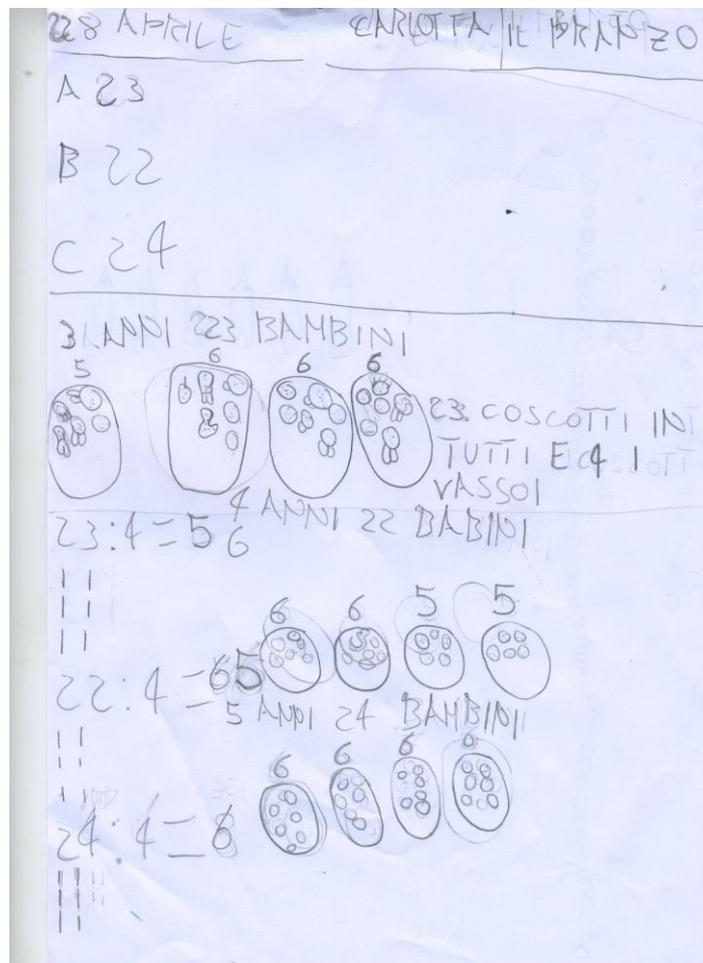
Apirilak 28an sukalderako bidea egin da eta arrain zatiak erretiluetan banatu dira. Gero, hauen inguruko hausnarketa egiterakoan, honako hausnarketak atera dira (23. eta 24. irudia). Haiek haragi zatiak sartzean banaka hasi dira, gero binaka eta

azkenik banaka eta gero hirunaka egin dituzte. Beraz, zenbakiak ere banaka, binaka eta hirunaka kontatzen dituzte. Ondoren, 3 urteko umeak (23 osotara) erretilu ezberdinetan nola sartu dituzten komentatzea eskatu zaie. Leku bakoitzean hainbat sartzen dituztela esaten dute. Honelako galdera egin zaie: denak batera egonda erretilu ezberdinetara pasata zer gertatzen da? Zein operazio matematikoarekin erlazioa daiteke?



### 23. irudia bazkariaren prestaketa

Horrela, Carlottak zatiketarekin erlazionatu du, baita Adamek ere denbora bat pasa ostean. Adamek goizeko teoriatik abiatuta orria zatitu daitekeela esan eta bere egin du. Horrela, orri osoa 1 eta horriaren 4 zatiak 1,2,3 eta 4 bezala aurkeztu ditu. 4 zatiak elkartzean, hau da, gehitzean, zein zenbaki ateratzen den galdetu zaio, berak 10 esan du eta horregatik, galdetu zaio: nola da posible horri bat zatitzea lau zatitan eta elkartzean 10 horri izatea. Berak ezin izan dio horri erantzunik eman ez baitu ulertzen oraindik zergatik gertatzen den hori. Adami galdetzean 23:5 egitean eta 1:4 egitean gertatzen denaren arteko ezberdintasunak, esan du: 23:5 egitean ateratzen den zenbakia txikiagoa dela. Nik orduan galdetu diot nola posible den 1:4 egitean zergatik zenbaki altuagoak ateratzen diren.



**24. irudia** bazkariaren prestaketa

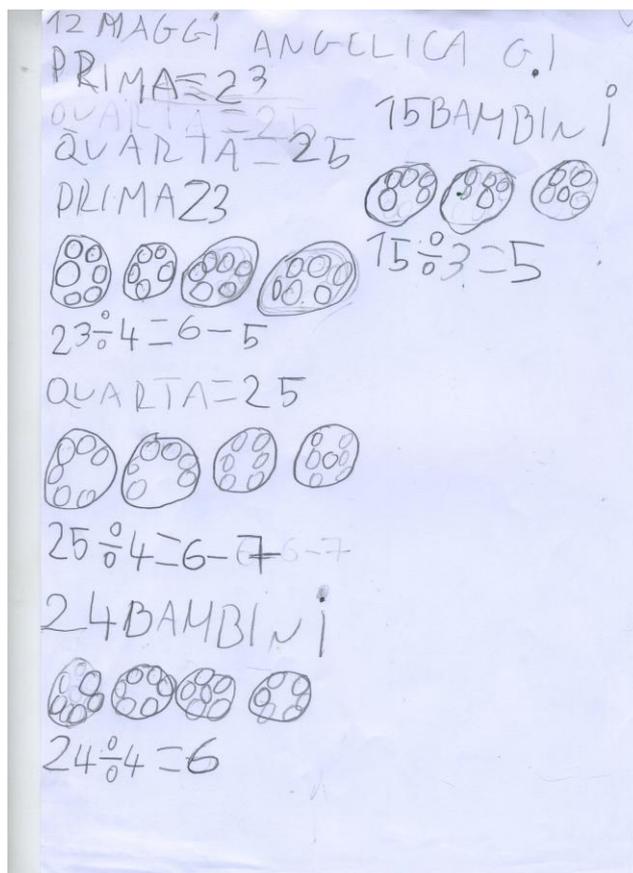
---

Azken finean, beti erronka berriak proposatzea eta dakitena zalantzan jarriz iritsi daitezke teoria berriak sortzera, alderatzera eta sormenezko pentsamendu eta pentsamendu kritiko bat eskuratzera. Batzuetan umeez beste baten teoriaren jabe egiten dira eta ulertzeko gai dira, horregatik, galderen bitartez teoria hori defendatzen, baztertzen edota indartzen laguntzen da, zalantzan jarriz ikusten baitute nola moldatzen den teoria errealitatera.

Carlottak zatiketaren zeinua etxean ikasi du eta beraz, zatiketak egiterakoan zeinu hori erabiltzen du, zeina besteek oraindik ez diren iritsi. 23:4 egitean 56 dela esaten du bere erretiluetan 5eko bat eta 6ko hiru daudelako eta beraz, hauek elkartzen ditu. 22:4 egitean berriz, 65 ateratzen zaio lehen erretiluetan 6 sartu duelako eta beste bietan 5. Zatiketean, lehen ordenagailuetan gertatu den bezala, bi zenbaki oso ezberdinak banatzen dituztenean bi zenbakiak jartzen dituzte esanez horiek adierazita daudenez zenbaki horiekin erlazio bat daukatela. Horregatik, zenbaki bakarra ateratzean ez du zenbakia errepikatzen. 5 eta 6 zenbakiak jartzean hasieran 5 eta 6 ateratzen direlako egiten du eta ez 56 egiteko. Ondoren konturatzen da bi zenbakiak ateratzean 56 egiten duela.

Maiatzak 12an azkeneko hiruekin sukaldara sartu gara haragi zatiak erretiluetan banatzeko. Angelicak, Giuseppek eta Sabrinak bezala, zatiketa nola egin daitekeen adierazi dute eta zeinu antzeko bat hartu, ziurrenik nonbaiten ikusi dutelako. Zatiketa egitean, oraindik bi zenbaki agertzen direnean bi zenbakiak marratxo batekin bereizten dituzte bi zenbakiak barne daudela esanez. Beti ere diseinuarekin akonpainatzen dute egindakoa argi utziz. Hau da, haiei bi zenbaki ezberdinak agertzen zaizkienean erretiluen banaketan, 5 eta 6 jartzen dituzte bi zenbakiak agertzen direlako, nahiz eta oraindik kontziente ez izan 5 eta 6ren arteko zenbaki bat dela erantzuna. Oraindik gehiago, lehen jarritako zenbakia, ez da txikiena izango, baizik eta erretiluen artean kopuru aldetik gehien errepikatzen den zenbakia.

Horrela, Angelicak (25. Irudia) 23/4 egitean 6-5 egiten du (6 gehiago daudelako) eta berriz 25/4 egitean 6-7 (6 gehiago daudelako) idazten du. Nahiz eta oraindik ez den konturatu, Horrek lagun dezake jakiteko bi zenbakien artean dagoen distantzia zenbaki batetik hurbilago edo urrunago dagoen.



## 25. irudia maiatzak 12

### 2.3.4. mahai apainketa 3 urtekoentzat

Atal honetan 3 urtekoak bazkaltzera joaten direnean erabiltzen dituzten mahaien apainketa landuko da. 4 mahai dira: 3 baxuak eta aulki kopurua aldakorra dena eta beste bat altua, lau aulki alturekin eta ezin direnak aldatu. Hemen umeen banaketa, zatiketa, biderketa eta errepikakortasuna landuko da. Betiere zailtasun batekin, mahai guztiak berdinak ez izatean aritmetika prozesu guzti hauek ezberdinak izango dira.

Apirilak 16an 3 urteko mahaiak apaintzen hasi dira. Hasi aurretik zer egin behar den galdetu eta Adamek aulkiak kontatu behar direla esaten du. Martinak berriz, umeak zenbat diren gero mahai bakoitzean zatitzeko. 4 mahai dituzte, 23 ume, baina horietako bat beti 4 aulki ditu, aulki altu bakarrak baitira, beraz, 19 ume dira eta haiek bi mahaietan 8 eta 8 sartu dituzte. Halere, maisu-maistra ez dute kontatu eta beraz, 20 direla konturatu dira. Mahai bakoitzean 8 zeudela ikusita eta gehiegi direla ulertuta, 4 mahaietan sartzea erabaki dute. Horretarako, aulkiak kontatu eta soberan daudenak

baztertu dituzte. Beraiek 29 aulkietatik 20ra iritsi arteko prozesua egin dute banan banan kenduz. Horrela, mahaiak 4, 5 eta 6 aulkirekin utzi dituzte.

Bukatzean, umeak ongi daudela ikusi eta arratsaldean horren inguruko hausnarketa bat egin dute. Arratsaldean berriz mahai horiekin egin daitekeena proposatu zaie. Horrela, mahai bakoitza, laukiduna kenduta, zenbat aulki sar daitezkeen galdetu zaie. Helburua mahai bakoitzean pertsona kantitate antzekoak sartuz Sarak aurreko egunean lortutakoa erabiltzea da, hau da, zenbaki bera errepikatu eta soberan dauden aulkiak mahai bati gehitu. Halere, ez da horrelakorik lortu.

26. eta 27. irudietan mahaien espazioa, kokapena eta hauek ordenatzeko moduko banaketa agertzen dira. 28. irudian berriz, goizeko lanketaren ondorengo haunsarketak, prozesuak, ideiak eta teknika ezberdinak nola lantzen diren agertzen da.

Egun horretan bertan, beraiek esandako zatiketaren inguruan ahoz hitz egin da eta horrelako erantzunak eman dituzte.

- *(Irakaslea) Zer da zatiketa? Zer da zatitzea?*
- (Ricardo) Laranja erditik zatitu daitezke.
- (Adam) Aparte sartzea da
- (Marvin) Sagarra moztea da
- (Emanuel) Bi anai banatzen dira bakoitza etxe batean bizi nahi duelako.
- Moztu
- (Caterina) Erditik banatu, gauza bat eskuinera, bestea ezkerrean
- Umeak leku batean daude, banatzen dira gauza bat bilatzeko
- Anaiak klase ezberdinetan daudenean banatzen dira
- Senar-emazteak bana daitezke ez badira gehiago maite.
- *(Aztartzailea) Zatitzean gehiago, gutxiago edo berdin gelditzen dira?*
- (Caterina) Gozokiak banatzen dituzu.
- Batek ogi bat dauka, besteak ez, orduan zati bat ematen dio.



**26. irudia** 3 urtekoen jantokia

Askotan, matematikaren kontzeptuak umeekin lantzean ez dira hain objektiboak geratzen umeengandik pasatzen direnean. Haiek matematikak ez dituzte ulertzen haien bizipenetik kanpo, baizik eta haien esperientziatik ateratakoa. Horrela, adibide eta esemplu hurbilen bidez haiek sentitu, ikusi edo egin duten gauzaren batekin lotzen dute, adibidez, zatiketa laranja moztearekin lotzen dute edota anaiak banatzen direla etxe ezberdinetan bizi nahi dutelako, hau da, zatiketa ez da bakarrik prozesu bat, baizik eta istorio baten moduan, zerbaitengatik sortzen da eta.

Apirilak 17an beste hiru ume mahaien apainketa egitera etorri dira. Umeak 23 direla esan didate, 22 gehi maisu-maistra bat. Baina, aulkiak jartzean ez dira justuak ateratzen eta behin eta berriz kontatzen dituzte. Mahai laukiduna azkenerako uztea erabaki dute. Giuseppek behin eta berriz kontatzen du, baina ezberdin ateratzen zaio, horregatik, Carlottak esaten du berak oso azkar kontatzean aulkiak salto egiten dituela. Esaten du berak urrunetik behatzarekin kontatzen duela eta berari 23 ez zaiola etortzen maisu-maistra ez duelako kontatzen. Giuseppek bere akatsa onartzen du eta esaten du maisu-maistrak eta umeak ez duela kontatzen, baina haserre dago lehen 22,

gero 23 eta gero 24 egiten dituelako. Justuak direla kontatzeko, 23tik kontatzen hasten dira eta 4 kenduz 19ra iristen dira, maisu-maistrarekin berriz, 24tik hasi eta 4 kenduta 20ra iristen dira.



### 27. Irudia mahai apainketa

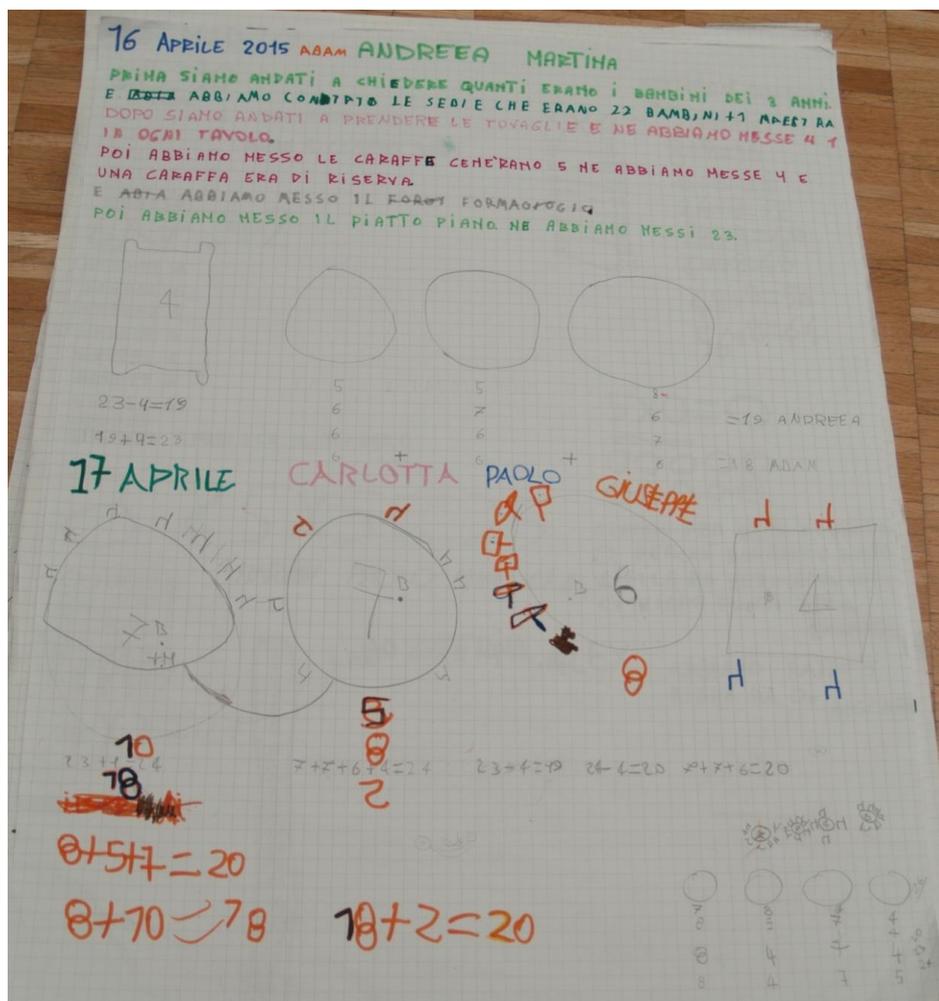
Azkenean, Giuseppek bere akatsa ulertzen du eta esaten du 3 aldiz 7a kontatu duela eta  $7+7+6$  zen, 4ko mahaian beti lau joaten direlako eta beraz, besteek 20 egin behar dutelako. Giuseppek horrela egiten du kalkulua bukaeran:  $7+6=13$ ;  $13+7=20$ . Baina, Paolok 18 egiten duela esaten du, bi aulki falta direla eta 20ra iristeko beste bi behar dituztela.

Batzuk oraindik kontaketa ahul dabilta, baina haien akatsak zein diren ikusten dituzte haiek egiaztatzean edo haien lagunek esanda, baina horrek ez du haiek etsitzen, baizik eta berriz ere kontaketa, gehiketa eta kenketa egitera bultzatzen ditu.

Arratsaldean, kasu hipotetiko bat egiteko eskatzen zaie (28. Irudia), non 4 mahaiak berdinak izango balira zenbat sartuko lituzkete mahai bakoitzean. Beraiek zenbaki

ezberdinekin egiten dituzte eta momentu batean, Emanuel sartu da, taldetik kanpoko bat eta honek 24, 4 mahaietan nola banatuko lituzkeen galdetzean, honakoa erantzuten du:

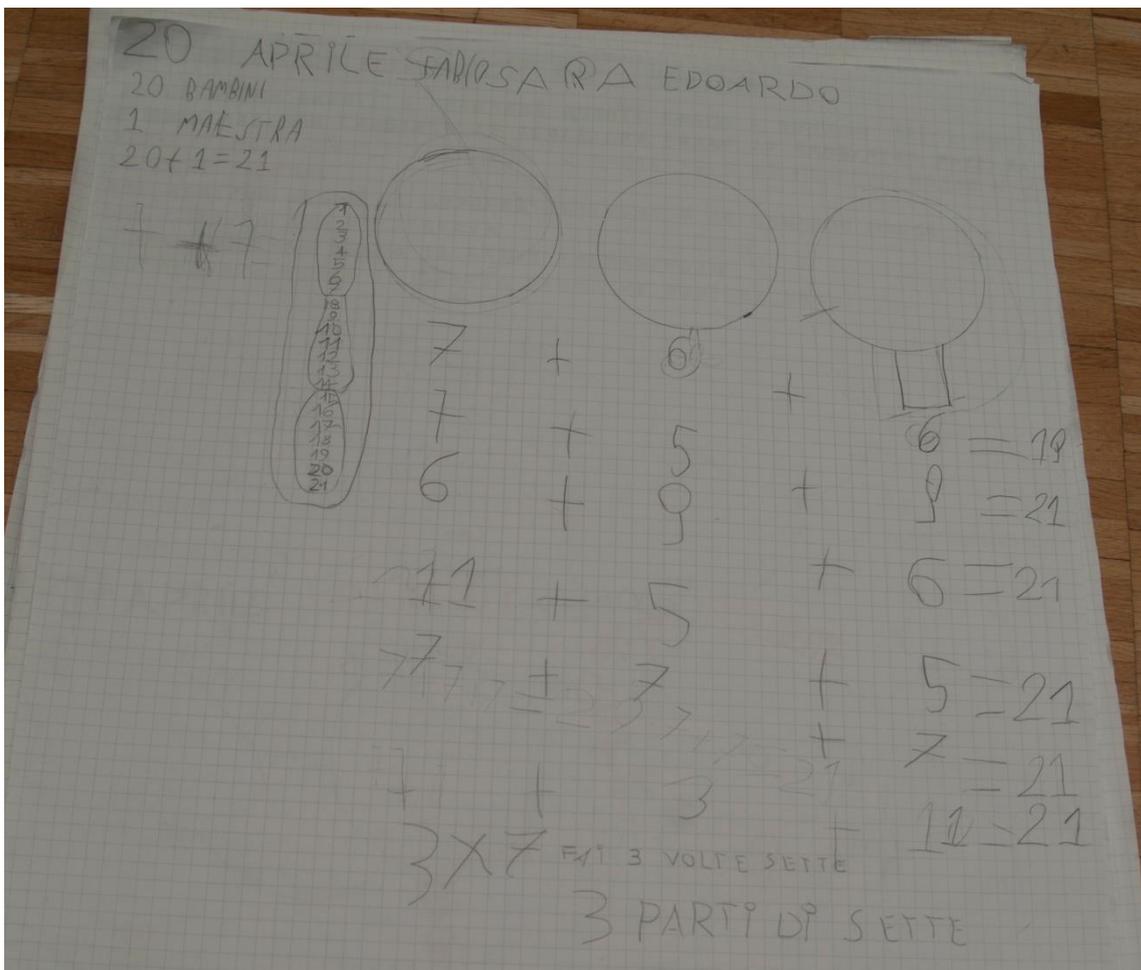
-6+6+6+6. 6+6=12 eta 6+6=12 delako eta 12+12=24 delako.



28. irudia, 1. mahai apainketa

Berak zatiketa egin du, baina alderantziz ere horren frogapena eginez eta zenbakiak binaka hartuz gehiketak egiteko 24ra arte iristeko. Argi dago klasean batzuk matematika hobe kontrolatzen dutela besteek baino eta batzuk modu ordenatu eta logiko batean banatzen dituzten bitartean, besteak oraindik, gehiketa eta kenketaren mailan daudela.

Apirilak 20an 3 urteko umeentzako apainketa egiten da. Egun horretan goizean egin dena kontuan hartuz, haiek ere haien ondorioak ateratzen dituzte. Behin mahaia apaindu dutenean, esan zaie mahai karratua kenduz geratzen diren 3 mahaiak harturik dauden umeak, 21, nola sar daitezkeen. Horrela, lehenengoak  $7+6+6$  egiten du eta motz gelditu dela ikusten du. Horrela, frogatzen doaz 21 lortuz. Azkeneko batean  $7+7+7$  jartzen dute eta hori ikusita horrela galdetzen zaie: Egin daiteke horren multiplikazioa? Baietz esanik,  $7 \times 3$  idatzi dute eta 3 aldiz 7 egiten dela esan dute edota 7ko 3 parte. Horrela, goizeko teoria beste gauza batzuetan erabili daitekeela eta haiek horren kontziente direla ikusi da. Irudian ere ikusten da Fabiok egindako biderketa prozesua erabili dela mahaien banaketa egiteko klasean ikasitakotik alde praktikoa batera eramanez. Hona hemen haien arratsaldeko hausnarketa (29. irudia):



29. irudia mahaien apainketaren diseinua

Apirilak 21ean mahaiak apaindu dira. Horrela, arratsaldean, 4 mahaiak berriz ere berdinak izango balira nola egingo luketen galdetu zaie. Haiek 6+6+6+6, hau da, orain dela egun batzuk Emanuelek asmatu duena, jarraitu dute, baina ez dira horretan gelditu, 6+6+6+6 nola adieraz daitekeen galdetu eta biderketaren modu berean egin dute ilarak eta lerroak eginez. Halere, haiek 6+6+6+6 6x6x6x6 bezalakoa dela esan dute eta marrazterako orduan 6+6+6+6 baino handiagoa dela konturatu dira ez baitzuen 24 egiten. Horrela, haiek ere 4x4 eta 4x6 egiten saiatu dira oroitzuz bi zenbakiekin egiten dituztela biderketak (zenbakia eta zenbaki horren errepikakortasuna). Horrela, azkenean, 24ren 4x6ra iritsi dira, nahiz eta benetan 6x4ko eragiketa adierazi behar den. Haien marrazkiaren arabera, 6 mahai daude eta bakoitzean 4 aulki, baina 4 mahai eta bakoitzean 6 aulki egon beharko lukete. 30. irudian haien ideia azaltzen da:

Oraindik biderketarekin frogatu behar dute, baina gutxika gehiketa eta biderketaren arteko ezberdintasunak nabaritzen hasten dira. Frogatuz haiek bakarrik biderketaren arrazonamendura iritsi dira aurreko eguneko eragiketak kontuan hartuta.

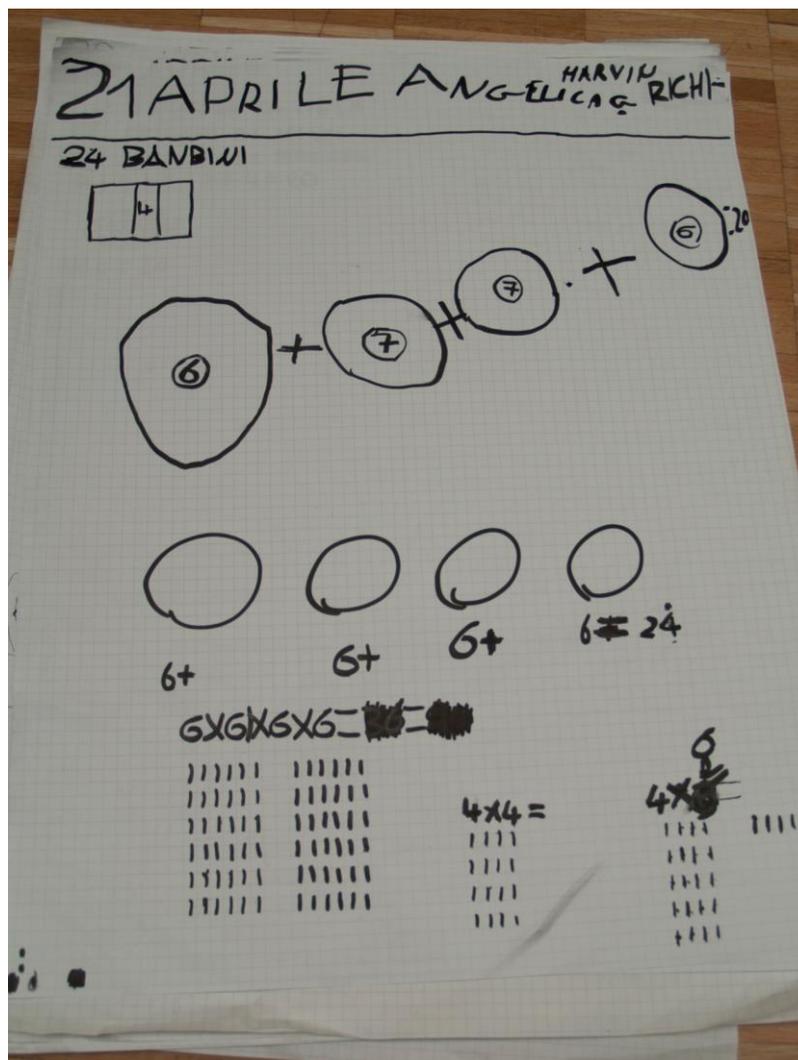
Maiatzak 12an, beste ume batzuekin 3 urtekoen mahaiak apaintzera joan dira. Egun horretan Alex, Caterina eta Emanuel izan dira eta honelakoa izan da prozedura:

- (ikertzailea) Nola hasiko gara mahaiak apaintzen?
- (Alex) Sukaldean galdetuko dugu.
- (Caterina) 22 dira.
- (ikertzailea) Eta irakasleak?
- (Caterina) 1 sartuko dugu mahai bakoitzean.
- Mahai bakoitzean banatu behar ditugu. 5, 5 eta 5.
- Hemen 7, 8 eta 6 dira. 6koan 8ko bat sartuko dut zazpi edukitzeko.
- Hiru maisu-maistra jaten dute.
- (ikertzailea)Joan zaitezte galdetzera ea hirurek jango duten
- Bakarrik batek jaten du, baina aulkiak jarri behar dira.

Behin bukatua, nola sartu dituzten adierazteko esan diet:

- Zenbat sartu dituzue mahai bakoitzean?

- 4 karratuan, hemen 6, bestean 6 eta bestean 7. Gero, 6koetan bi sartu ditugu maistrentzako.
- Hasieran aulki asko zeuden eta kendu behar izan ditugu. Gero, aulkiak kontatuz, lekuz aldatu ditugu.
- (Irakaslea) 25 zatitu al daiteke?
- (Alex) 25 egina dago, ezin da.
- (Emanuel) 25-4 21 egiten duela, 21-7 14 egiten duela, 14-7 7 egiten duela.
- (Irakaslea) Zergatik egin duzu lehenengo 25-4?
- (Emanuel) 4a zenbaki txikiena zelako
- (Emanuel) 4 zenbakia azkenerako utzi dugu.  $7+7+7=21$  egiten du. Bi aldiz 7a kendu dut 7ra iristeko.



30. irudia mahaien apainketaren diseinua

Ume batzuen arrazonamendua, Emanuelena bezala, oso aurreratua da, baina besteak haren teoriak ulertu ahal izateko arazoak dituzte dena mekanikoki egitean ez baitu haren prozesuaren kontzientzia, oso azkar egiten duelako. Berriz, Fabiok eta Edoardok matematikaren intuizioa daukate eta gauzak erlazionatzeko gai dira. Hauek, besteen pentsamenduetatik hurbilago egonda, Emanuel uler dezakete eta besteei haien teoriak azaldu ditzakete. Bi hauek gehiketa eta biderketaren inguruko erlazioak sortu dituzte besteek ere biderketa eta gehiketa uler zezaten. Aldi berean, haiek erabiltzen duten metodoa diseinukoa izanik eta materialen bidezkoa izanik, beste umeez ulertzeko errazago jartzen dute. Emanuelek berriz, buruz eta abstraktuz egiten duenez, batzuetan umeez haren teoria ulertzeko zailtasunak agertzen dituzten. Horregatik, harekin besteak ulertzeko eta hark ere egiten duen prozesuaren jabe egiteko lana egin da, non bere prozesua azalduz besteek matematika ulertzeko aukera izango duten.

Azken finean, bakoitzak duen matematika maila besteekin konpartitzen dute eta hausnarketak batera egiten dituzte besteei lagunduz. Bakoitzak bere teoriak azaltzen eta berrikusten ditu egunak joan ahala praktikara eramanez.



## ONDORIOAK

Eskola honetan jorratu diren aritmetika proiektu hauek matematika interesgarria bihurtzeko, baliagarria izateko eta benetan berritzailea izateko balio behar badu, matematika ez da pentsatzen den bezain erraza.

Alde batetik, matematika ongi irakastea maisu-maistrari lan gogorra ekartzen dio. Maisu-maistrak, badakizkien gauzak umeei ez helarazten eta materialen eta galderen bitartez umeei haien ondorioak ateratzen lagunduko dien metodologia bat eramateak lan asko ekartzen du. Material eta galdera zehatzen bilaketa egin behar da eta ez hori bakarrik, baizik eta esperientziak ere ongi aukeratzeko jakin behar dira. Esperientzia horiek interesgarriak izateko, umeengandik abiatu behar dira eta haiengandik hurbil dagoen errealitatearen azterketaren eta lanketaren bitartez egin behar dela ikusi dugu. Errealitatea eta benetako erronkak umeengan matematikarako interesa handitzen dute balioko dien zerbait delako eta komunitateko kide batzuei bideratuta dagoelako.

Espazioen eta materialen aldetik, ikusten den bezala, alde batetik klasea erabili da, baina horretaz gain, sukaldea eta bazkaltzeko lekua baita ere. Espazio eta material ezberdinak erabiltzea umeei ere haien lantzeko modua aldatzea eta moldatzea ekartzen du egoera ezberdinetara moldatuz. Materialak, alde batetik, ez egituratuak izan dira, hau da, Montessoriren, Cuisinaire, multibaseak, lapitzak, ordenagailuak, erretiluak, janaria e.a. izan dira. Umeei uki ditzaketen materialak aurkeztu dira umeei konkretutik abstrakturako bidea egiteko zeinuen eta zenbakien garapenean eta zeinu eta zenbaki hauen konkretizazioa ere lantzeko balio izan du. Bestalde, haiek dokumentatutako orriak eta panelak klase osorako material bihurtu da, non guztiek beha dezaketen, kontsulta dezaketen eta modu ezberdinez lan egiteko aukerak aurkezten dituen.

Bestalde, ikusi den bezala, biderketa eta zatiketa nola idazten diren batzuetan ez jakin arren, haien zeinuak asmatzen dituzte, non umeen zeinu horien bidez denek ulertzen diren.

Pentsaerak eta arrazoitzeko era ezberdinak direla argitu da, baita beraiek diseinatzeko eta azaltzeko orduan ezberdin egiten dutela ikusten dute. Batzuetan ere kontzeptuen

---

definizio ezberdina hartzen dute jakintza mota ezberdin batetik ikusten baitute eta beraz, hurrengora pasatzeko, haien lagunen beharra dute.

Talde lana egitean umeak haien artean laguntzen dira, zuzentzen dira eta bestea laguntzen dute haren teoriak azalduz eta partekatuz.

Galderak ere oso garrantzitsuak dira. Batzuetan egindako galderak ez direla ulertzen ikusi da. Alde batetik beste ama hizkuntza batean hitz egiten delako eta besteetan umeen matematika zentzura hurbiltzeko arazoak daudelako. Horrela, gutxika galdera hobeak egiten ikasten da materialekin eta aukerekin batera.

Matematika lantzean ez da bakarrik hizkuntza matematikoa landu, baizik eta gorputzaren ingurukoa (kontaketa egitean, mahaiak apaintzean), artistikoa (diseinuak), idaztea, haien ideiak argitzeko. Horrela, pentsamendu osatu eta holistiko bat eman da.

Ikusi denez, zatiketaren zeinura iristeko neska batek etxean ikusi duela esan du. Horregatik, orain, memento honetan dauden zeinu kopuruengatik, lehenago edo beranduago matematikaren zeinuak ikasten dituzte eta bitartean, haiek adostutako batzuen bitartez ulertzen dira eta egiteko gai dira. Beraz, zeinua, gizakien kulturakoa izanik, baina ez matematikaren nortasunari lotuta dagoena da. Horregatik, matematika ikasten jarraitu daiteke zeinuen beharrik gabe. Hauek beranduago iristean, haien teoriara atxikitakoak baitira.

Beraz, esan daiteke, umeentzako matematika interesgarria egitea posible izan daitekeela. Hilabete hauetan zehar umeek matematika egiteko gogoia dutela erakutsi dute eta horren inguruan eztabaidatutakoa eta naturaltasunez lortutakoak hori bermatzen du.

Halere, beti gelditzen dira galderak egiteko aukerak, erronka berriak aurkezteko, matematikan gehiago sakontzeko, umeak matematikara nola hurbiltzen diren ulertzeko:

Noiz arte irakatsi daiteke matematika metodo naturalaren bitartez? Nola irits daiteke beste matematika arloak lantzerako? Zein material, espazio eta galdera emankorragoak dira aritmetika lantzeko? Nola uztartu daiteke ume batzuen teoriak besteekin matematikan aurrera egiteko? Nola sar daiteke matematika eguneroko bizitzan eta eskolan? Zein da umeentzat matematika ikasteko modu interesgarriena?

Aritmetika Reggio Approach ikuspegiaren arabera Lehen Hezkuntzako 2. mailan

## CONCLUSIONES

Los proyectos que se han trabajado en esta escuela deben servir para conseguir una matemática interesante, práctica e innovadora y esto no es nada sencillo.

Enseñar bien la matemática es un trabajo duro. El no poder transmitir las cosas que sabe el maestro y dejar que los niños a través de preguntas y materiales lleguen a esas conclusiones es una metodología que acarrea mucho trabajo. Hay que buscar las preguntas y los materiales correctos y no solo eso, sino que también hay que pensarse bien las experiencias que se van a proponer, ya que ellas tienen que estar bien hechas. Para hacer más interesantes estas propuestas hay que partir desde los niños. Para que esas experiencias sean interesantes e importantes, hay que partir desde ellos y de la realidad que los rodea, haciendo que la investiguen y la trabajen. La realidad y los retos verdaderos favorecen que el niño aumente su interés por las matemáticas ya que ello les servirá para aplicarlo en otros contextos, puesto que está dirigido hacia parte de la comunidad educativa de la escuela.

Si miramos el tema de los espacios y los materiales, es obvio que, por una parte se utiliza la clase, pero además de ello, la cocina y el comedor son también dos lugares importantes en el proyecto. Al utilizar espacios y materiales diversos se acogen los diversos modos que tiene el niño de trabajar y de modificar adaptándose a diferentes situaciones. Los materiales, por un lado, son no estructurado, esto es, se utilizan materiales Montessori, Cuisinaire, multibases, lápices, ordenadores, bandejas etc. Los niños tienen que tener material táctil ya que con él hacen el camino matemático de lo concreto a lo abstracto y ayuda en el proceso de adquisición de los números y símbolos matemáticos. A parte de esto, las hojas documentadas por ellos y los paneles sirven para toda la clase, donde todos pueden mirar, consultar y donde se presentan diferentes maneras de entender las matemáticas.

Por otra parte, como se ha visto, el trabajar las multiplicaciones y las divisiones no tiene que ver cómo se escriba en un principio. Los niños pueden crear signos comunes que todos entienden creando símbolos propios.

También se ha visto cómo los niños tienen pensamientos divergentes también en su forma de diseñar y de explicar. Algunas veces la definición de conceptos es distinta

---

porque el modo de aprendizaje es distinto y, para pasar al siguiente necesitan ayuda de un compañero.

Al hacer trabajo en grupo se ayudan entre ellos, se corrigen entre ellos y acompañan a que el otro haga su teoría compartiendo la suya.

Las preguntas en este trabajo han sido muy importantes; algunas veces las preguntas que se hacían no estaban bien formuladas. Algunas veces, al no ser la misma lengua materna, pero otras, en cambio era por no transformar el idioma a la cultura de los niños. Así pues, poco a poco, durante el trabajo se aprende a hacer preguntas más acertadas.

Cuando se trabaja las matemáticas en este proyecto, también se trabajan otros ámbitos que están conectados: el cuerpo (para contar), artístico (para los diseños), el escrito para el argumentar de las ideas. Por lo tanto, el pensamiento que se ha llevado ha sido holístico y completo.

Como se ha visto, el símbolo de la división lo ha encontrado una niña en casa. Por ello, ahora, por la cantidad de símbolos que se pueden encontrar se encontrarán los símbolos matemáticos y no hay que preocuparse por ello. Mientras tanto, utilizan unos que han sido adoptados por toda la comunidad de la clase y que entienden todos. Los signos, siendo de la cultura humana, pero no de la identidad matemática, no es necesario que se aprendan desde el principio, se puede seguir estudiando matemáticas y llegar a meter los símbolos a la teoría más tarde.

Así pues, se puede decir, que hacer las matemáticas interesantes para los niños es posible. El tiempo que ha durado este proyecto se ha visto como los niños tenían ganas de hacer matemáticas, de debatir y de lograr objetivos naturalmente.

No obstante, siempre queda posibilidad de plantearse nuevas preguntas, de presentar nuevos retos, de profundizar en las matemáticas, de saber cómo se acercan los niños a la matemática:

¿Hasta cuándo se puede trabajar de un método natural las matemáticas? ¿Cómo se puede llegar a trabajar los diferentes ámbitos matemáticos de este modo? ¿Cuáles son los materiales, espacios y preguntas más importantes que se pueden hacer en aritmética? ¿Cómo se pueden relacionar diferentes teorías de niños para avanzar en Aritmetika Reggio Approach ikuspegiaren arabera Lehen Hezkuntzako 2. mailan

matemáticas? ¿Cómo se puede meter la cotidianidad de la matemática en la escuela?  
¿Cuál es el modo más interesante para aprender las matemáticas?



## ERREFERENTZIAK

Adam, P., & Polya, G. (2014). Decalogo della didattica matematica. *Pollicino. Matematica amata nemica mia* (232), 12.

Bateson, G. (1984). *Mente e natura*. Milan: Adelphi.

Bateson, G., & Bateson, M. C. (1989). *Dove gli angeli esitano*. Milan: Adelphi.

Bronfenbrenner, U. (1979). *Ecologia dello sviluppo umano*. Bologna: Il mulino.

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Brousseau, G., & Centeno, J. (1991). Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 11, 167-210.

Bruner, J. S. (1973). *Verso una teoria dell'istruzione*. Roma: Armando.

Cortelazzo, M., & Zolli, P. (Zanicchelli,). *Dizionario etimologico della lingua italiana*. Milan: 2000.

Dehaene, S. (2000). *Il pallino della matematica. Scoprire il genio dei numeri che è in noi*. Milan: Arnoldo Mondadori.

Demetrio, D. (2012). Un educare che si affida a parole e racconti. Quando narrare è educare e educarsi. *Animazione Sociale* (266), 15.

Devlin, K. (2002). L'istinto matematico. *La matematica e... lo studente* (or. 15, 19). Torino: Pollicino.

Donaldson, M. (1979). *Come ragionano i bambini*. Milano: Emme.

Edwards, C., Gandini, L., & Foreman, G. (1995). *I cento linguaggi dei bambini*. Bergamo eta Reggio nell'Emilia: Edizioni Junior s.r.l. eta Comune di Reggio nell'Emilia.

Fernández, I. (2010). Matemáticas en educación primaria. *Revista Eduinnova* (24), 41-47.

---

Filocamo, G. (2009). Perchè ho sempre avuto paura della matematica. G. Filocamo en, *Mai più paura della matematica: Come fare pace con numeri e formule* (or. 4-7). Milan: Feltrinelli Editore.

Francalanci, E. (2014). *La matematica è un'emozione*. Parma: Edizioni Junior.

Freinet, C. (1964). *Les techniques Freinet de l'Ecole Moderne*. Paris: Libraire A. Colin.

Freinet, C. (1972). *Saggio di psicologia sensibile (applicata all'educazione)*. Florentzia: le Monnier.

Gandini, L. (1995). La storia, le idee, la cultura. C. Edwards, L. Gandini, & G. Foreman en, *I cento linguaggi dei bambini. L'approccio di Reggio Emilia all'educazione dell'infanzia* (1. ed., or. 43-112). Bergamo, Italia: Edizioni Junior.

Gasol, A. (2001). *La motivación. La magia del descubrimiento*. Barcelona: CEAC.

Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1978). *The Child's Understanding of Number*. Cambridge (MA): Harvard University Press.

Ligorio, B. (2003). *Come si insegna, come si apprende*. Roma: Carocci.

Lockhart, P. (2010). Lamento di un matematico. *Pollicino. Matematica amata nemica mia* (232), 26-27.

Mantovani, S. (1995). Presentazione. L. G. Carolyn Edwards en, *I cento linguaggi dei bambini* (or. 13-14). Bergamo eta Comune di Reggio nell'Emilia: Edizioni Junior s.r.l. eta Comune di Reggio nell'Emilia.

Manzi, A. (2012.eko 10k 25). *Archive*. Eskuratze-eguna: 2015.eko 03k 8. Iturria: Archive: [http://web-archive-it.com/it/c/centroalbertomanzi.it/2012-10-25\\_521789\\_16/Educare\\_a\\_Pensare/](http://web-archive-it.com/it/c/centroalbertomanzi.it/2012-10-25_521789_16/Educare_a_Pensare/)

Mehler, J., & Bever, T. G. (1967). Cognitive Capacity of Very Young Children. *Science* (158), 141-142.

Ministero dell'Istruzione. (2012). *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione*. Florentzia: Le Monnier.

Nafarroako Gobernua. (2014.eko Irailak 05). *Nafarroako Gobernua*. Eskuratze-eguna: 2016.eko 01k 03. Iturria: Nafarroako Gobernua:

Aritmetika Reggio Approach ikuspegiaren arabera Lehen Hezkuntzako 2. mailan

[http://www.navarra.es/NR/rdonlyres/DC9FD764-A71A-4920-851D-24BB2C653B6F/0/F1410295\\_LehenHezkuntzako.pdf](http://www.navarra.es/NR/rdonlyres/DC9FD764-A71A-4920-851D-24BB2C653B6F/0/F1410295_LehenHezkuntzako.pdf)

Negri, S. C. (2005). *Il lavoro di gruppo nella didattica* (13. ed.). Roma: Carocci.

Pollicino. (2014). Che idea abbiamo della matematica. *Pollicino. Matematica amata nemica mia* (232), 4.

Rogers, C. (1970). *La terapia centrata-sul-cliente*. Firenze: Martinelli & C.

Rogers, C. (1973). *Libertà nell'apprendimento*. Firenze: Giunti.

Rossi, P. (2014). Introduzione. E. Francalanci en, *La matematica è un'emozione* (or. 8). Parma: Edizioni Junior.

Sala, M. (2008). *Il volo di Perseo. Bambini e adulti verso un'ecologia dell'educazione scientifica*. Milan: Edizioni Junior.

Vygotsky, L. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.