



ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES Y DE TELECOMUNICACIÓN

Titulación:

INGENIERO TÉCNICO INDUSTRIAL ELÉCTRICO

Título del proyecto:

“ESTUDIO TEÓRICO Y MODELIZACIÓN
POR ELEMENTOS FINITOS DE UNA
MÁQUINA DE IMANES
PERMANENTES.”

Alumno: Iosu Jiménez Urtasun

Tutor: D. Jesús López Taberna

Pamplona, Febrero 2011

ÍNDICE

CAPÍTULO 1: ASPECTOS TEÓRICOS Y JMAG	7
1. Objeto del proyecto	8
1.1. Introducción.....	8
1.2. Objetivo.....	11
2. Aspectos teóricos.....	12
2.1. Leyes fundamentales del electromagnetismo.....	12
2.1.1. Ley de Ampere	12
2.1.2. Ley de Faraday	13
2.1.3. Ley de Lenz	14
2.1.4. Inductancia.....	14
2.2. Conceptos relacionados con las máquinas eléctricas	15
2.2.1. Flujo de fugas	15
2.2.2. Materiales magnéticos	16
2.3. Fundamentos máquinas eléctricas	20
2.3.1. Densidad de flujo magnético entrehierro	20
2.3.2. Tensión inducida en bobina paso diametral	21
2.3.3. Máquinas multipolares	23
2.3.4. Atenuación de armónicos	25
2.3.5. Par electromagnético	33
3. JMAG	35
3.1. Presentación JMAG.....	35
3.2. Módulos de JMAG	35
3.2.1. Módulos magnéticos.....	35
3.2.2. Módulo eléctrico.....	36
3.2.3. Módulo térmico	36
3.2.4. Módulo estructural.....	36
3.2.5. Módulos adicionales	37
3.3. Proceso de análisis.....	38

3.3.1. Diseño	39
3.3.2. Cálculo	43
3.3.3. Análisis de los resultados	43
4. Máquina objeto de estudio.....	45
4.1. Devanado Concentrado	46
4.1.1. Características de la máquina	46
4.1.2. Características eléctricas.....	48
4.1.3. Características magnéticas.....	48
4.2. Devanado Distribuido.....	50
4.2.1. Características de la máquina	50
4.2.2. Características eléctricas.....	52
5. Bibliografía.....	53
CAPÍTULO 2: DEVANADO CONCENTRADO	54
1. Introducción.....	55
2. Cálculos teóricos en vacío	56
2.1. Densidad de flujo magnético en el entrehierro.....	57
2.1.1. Cálculos	57
2.1.2. Distribución campo magnético	58
2.2. Tensión inducida	59
2.2.1. Flujo magnético	59
2.2.2. Tensión inducida	60
3. Análisis de JMAG en vacío	62
3.1. Introducción.....	62
3.2. Instrucciones previas en JMAG	62
3.3. Densidad de flujo magnético en el entrehierro.....	66
3.4. Tensión inducida	68
4. Comparación entre teoría y JMAG	71
4.1. Introducción.....	71

4.2. Densidad de flujo magnético en el entrehierro.....	71
4.2.1. Distribución campo magnético.....	71
4.2.2. Valores densidad de flujo.....	72
4.3. Tensión inducida.....	72
5. Cálculos teóricos en carga.....	74
5.1. Introducción.....	74
5.2. Cálculo teórico de par.....	75
5.2.1. Par del Motor.....	78
5.2.2. Par del Generador.....	79
6. Análisis de JMAG en carga.....	80
6.1. Introducción.....	80
6.2. Instrucciones previas en JMAG.....	80
6.3. Par del motor.....	81
6.3.1. Principio conservación de la energía.....	83
6.4. Par del Generador.....	84
6.4.1. Principio conservación de la energía.....	86
7. Comparación entre teoría y JMAG.....	88
CAPÍTULO 3: DEVANADO DISTRIBUIDO.....	90
1. Introducción.....	91
2. Cálculos teóricos en vacío.....	92
2.1. Densidad de flujo magnético en el entrehierro.....	93
2.1.1. Cálculos.....	93
2.1.2. Distribución campo magnético.....	94
2.2. Tensión inducida.....	95
2.2.1. Flujo magnético.....	96
2.2.2. Tensión inducida.....	97

3. Análisis de JMAG en vacío	100
3.1. Introducción.....	100
3.2. Instrucciones previas en JMAG	100
3.3. Densidad de flujo magnético en el entrehierro.....	104
3.4. Tensión inducida	106
4. Comparación entre teoría y JMAG	108
4.1. Introducción.....	108
4.2. Densidad de flujo magnético en el entrehierro.....	108
4.2.1. Distribución campo magnético.....	108
4.2.2. Valores densidad de flujo	109
4.3. Tensión inducida	106
5. Efectividad del devanado distribuido	111
5.1. Introducción.....	111
5.2. Densidad de flujo magnético en el entrehierro.....	111
5.3. Flujo magnético	114
5.4. Tensión inducida	115
5.4.1. Amplitud fundamental y armónicos	117
5.4.2. Distorsión total armónica	120
6. Cálculos teóricos en carga.....	122
6.1. Introducción.....	122
6.2. Cálculo teórico del par	123
6.2.1. Par del motor	126
6.2.2. Par del generador	127
7. Análisis de JMAG en carga	128
7.1. Instrucciones previas en JMAG	128
7.2. Par del motor	129
7.2.1. Principio conservación de la energía.....	131
7.3. Par del generador.....	132

7.3.1. Principio conservación de la energía	134
8. Comparación entre teoría y JMAG	136
9. Inductancias de la máquina.....	137
9.1. Introducción.....	137
9.2. Cálculos teóricos	137
9.3. Inductancia magnética	138
9.3.1. Inductancia máxima.....	138
9.3.2. Inductancia mínima	139
9.4. Inductancia cíclica	140
10. Análisis en JMAG de las inductancias.....	141
10.1. Instrucciones previas en JMAG.....	141
10.2. Flujo propio del devanado	144
10.2.1. Flujo máximo.....	146
10.2.2. Flujo mínimo	148
11. Comparación entre teoría y JMAG	150
11.1. Comparación de flujos propios.....	150
11.2. Comparación inductancias magnéticas.....	150
11.2.1. Resultados de JMAG-RT	151
CAPÍTULO 4 CONCLUSIONES.....	153
1. Introducción	154
2. Conclusiones.....	154
3. Comentarios sobre JMAG	157

CAPÍTULO 1:

ASPECTOS TEÓRICOS Y JMAG

1. OBJETO DEL PROYECTO:

1.1. INTRODUCCIÓN:

Sin reserva ni exageración, puede decirse que la disponibilidad de energía en su forma de electricidad ha hecho de la sociedad una forma de vivir más cómoda que en cualquier periodo anterior de historia. En efecto, seguramente la sociedad encontraría muy difícil, sino imposible, realizar sus actividades si alguno de los aparatos que trabajan con electricidad le fuera retirado. Es irónico que la mayor parte de la energía disponible en forma eléctrica sea una conversión directa ó indirecta de alguna otra forma de energía. Un ejemplo del proceso de conversión directo es la transformación de energía luminosa en energía eléctrica por medio de placas fotovoltaicas.

Por su parte, en el proceso indirecto de conversión de energía pueden usarse recursos como petróleo, gas natural, y carbón. Al quemar estos combustibles se genera calor, que entonces se utiliza para producir vapor en una turbina. El vapor impulsa las aspas de la turbina, la cual hace girar el rotor del generador eléctrico que produce energía eléctrica. Por otro lado, la energía potencial del agua se convierte en energía mecánica por medio de una turbina en una planta hidroeléctrica. El proceso de conversión también se conoce como *conversión electromecánica de la energía*. Cabe destacar que este proceso es reversible, lo cual significa que también es posible transformar energía eléctrica en energía mecánica por medio de un equipo conocido como motor eléctrico.

Es el proceso de conversión electromecánico el pilar que sostiene esta sociedad, una sociedad movida por la paramenta eléctrica y con afán de mejorar continuamente en el desarrollo industrial. Así pues, la energía eléctrica desde que es generada por medio del proceso de conversión electromecánico en las centrales eléctricas hasta que llega al propio usuario, sufre un determinado proceso el cual define el sistema eléctrico actual y que se sustenta gracias a los distintos tipos de máquinas eléctricas que existen actualmente. Estas máquinas eléctricas están presentes en todas las etapas del proceso de la conversión de la energía eléctrica.

Por lo tanto, se definen las máquinas eléctricas como todas aquellas máquinas que, pasando por un estado intermedio en forma de energía electromagnética, permiten intercambiar energía entre dos fuentes, donde al menos una de ellas es una fuente de energía eléctrica.

Estas máquinas son reversibles y, como en toda máquina se producen pérdidas durante la transformación de la energía que se convierte en calor.

Dependiendo de las fuentes de energía de la máquina, se distinguen dos tipos diferentes, los transformadores y las máquinas eléctricas rotativas. Estas últimas, son las que funcionan en base al proceso anteriormente citado, el proceso electromecánico.

Transformadores: Son máquinas eléctricas estáticas, en las que las dos fuentes de energía son de tipo eléctrico. Su función principal es modificar perfiles de tensión y corriente entre las dos fuentes eléctricas a través del acoplamiento magnético de las mismas por medio de devanados de alta y baja tensión.

En el sistema eléctrico actual los transformadores están presentes en las etapas de transporte y distribución de la energía eléctrica.

Máquinas eléctricas rotativas: Son las máquinas que funcionan por medio de un proceso electromecánico, es decir, una de las fuentes de energía es mecánica, con movimiento giratorio y la otra es eléctrica. En función de la aplicación que sea necesaria y por ser estas reversibles, se clasifican como, generador ó motor.

El motor permite transformar la energía eléctrica suministrada por una fuente que alimenta los devanados del estator, en energía mecánica en forma de movimiento giratorio del rotor.

El generador sin embargo, transforma la energía mecánica en forma giratoria que recibe el rotor a través de un eje, en energía eléctrica en el estator.

Además según cual sea el funcionamiento requerido a la máquina rotativa, como generador ó motor, está podrá ser síncrona (para una velocidad de giro determinada, la frecuencia del sistema no depende de la carga) ó asíncrona (no existe sincronismo entre la velocidad de giro y la frecuencia de alimentación) respectivamente.

En el sistema eléctrico actual el papel de las máquinas eléctricas rotativas adquiere suma importancia, debido a que son los generadores los que están presentes en la etapa de generación y los motores los que permiten al propio usuario transformar esa energía eléctrica en la energía mecánica tan utilizada hoy en día.

Ambos tipos de máquinas eléctricas tienen como base de funcionamiento el magnetismo y las propiedades magnéticas de los materiales que las constituyen. El campo generado, bien por un imán permanente o bien por la circulación de una corriente por una bobina, en una de las partes de la máquina (parte inductora) inducirá una tensión en las espiras de una segunda bobina que se encuentra en la otra parte de la máquina.

El valor de la tensión inducida dependerá directamente del número de espiras total de la bobina. Así, por ejemplo, para un transformador en el que el número de espiras de la bobina de la parte inductora es menor que el de la bobina de la parte de inducido, la tensión a la salida del transformador será mayor que a la entrada. Para el caso de las máquinas eléctricas rotativas cuando funcionan como generador, cuanto mayor sea el número de espiras del estator mayor será la tensión inducida en sus bobinas y por lo tanto a la salida de la máquina.

Tanto el campo magnético como la tensión inducida son dos características de gran importancia en cualquier máquina eléctrica, pero si además se hace funcionar una máquina eléctrica rotativa como motor, en este funcionamiento aparece la interacción de campos magnéticos los cuales generarán un par electromagnético que será el que establezca la fuerza del motor.

Una máquina eléctrica y sus características pueden ser estudiadas de distintas formas. La forma más simple y utilizada para una introducción a la teoría de máquinas, es considerando la máquina como ideal para así poder utilizar las formulas analíticas clásicas como por ejemplo las leyes de Ampere, Faraday o Lenz.

Para estudios, donde se desea profundizar más en el funcionamiento de las máquinas así como en el comportamiento del campo magnético que atraviesa éstas, es muy utilizada la modelización por elementos finitos de la máquina. Generalmente este método es utilizado por la mayoría de programas de simulación.

Resumiendo, esta sociedad actual se ve obligada a conocer el proceso de la conversión electromecánica y las máquinas eléctricas que funcionan por medio de este, para poder mejorar y obtener mejores rendimientos e eficiencia a la hora de generar energía eléctrica para luego poder ser transformada en otra forma de energía.

Por lo tanto, con el único fin de conocer mejor el funcionamiento y la forma de actuar de las máquinas eléctricas, se ha realizado el siguiente proyecto.

1.2. OBJETIVO:

Con el proyecto que se presenta, se pretende realizar una breve introducción a la modelización por elementos finitos de las máquinas eléctricas rotativas por medio del programa de simulación JMAG. Para ello, se ha realizado una comparación entre los resultados obtenidos por medio de la modelización por elementos finitos y los resultados hallados con las fórmulas analíticas clásicas basadas en máquinas ideales simplificadas.

Se ha realizado la modelización de una máquina eléctrica rotativa, a la cual se le han simulado los ensayos de vacío y en carga. Todos los resultados referentes a dichos ensayos se han obtenido por medio de los dos métodos anteriormente citados, para su posterior comparación.

Además de esto, se pretende conocer como utilizar e interpretar los resultados del simulador JMAG, con el fin de que sirva de apoyo para estudios posteriores.

Para realizar el estudio citado, ha sido necesario conocer la teoría de máquinas y las posibilidades de cálculo disponibles en JMAG. Ambos aspectos se presentan en los siguientes apartados de este capítulo.

2. ASPECTOS TEÓRICOS:

El funcionamiento tanto de las máquinas estáticas como rotativas se rige en las leyes fundamentales del electromagnetismo y por lo tanto se requiere, antes de proceder al estudio de la máquina objeto de este proyecto, la exposición y definición de dichas. Por lo tanto en el siguiente punto se ha realizado un breve resumen de las leyes más importantes del electromagnetismo y de la teoría de máquinas.

2.1. LEYES FUNDAMENTALES DEL ELECTROMAGNETISMO:

La descripción exacta de los campos electromagnéticos requiere el uso de las ecuaciones de Maxwell. Sin embargo, las bajas frecuencias a las cuales trabajan las máquinas eléctricas existentes en el sistema eléctrico actual, permite utilizar las aproximaciones correspondientes a campos cuasi-estacionarios. Este estado se define por medio de las leyes de Ampere, Faraday y Lenz que a continuación serán definidas y estudiadas.

2.1.1. LEY DE AMPERE:

La circulación de corriente eléctrica por un conductor genera un campo magnético alrededor de dicho conductor. La relación entre el campo magnético generado y la corriente se obtiene a partir de la ecuación de Ampere:

$$\oint H \cdot dl = i_{neta}$$

Donde H es la intensidad de campo que se mide en amperios-vuelta.

Para el caso de una bobina con N espiras que rodea un núcleo magnético la ecuación de Ampere queda de la siguiente forma:

$$\oint H \cdot dl = i_{neta} = N \cdot i$$

Conocida la intensidad de campo magnético se define la densidad de flujo magnético B.

$$B = \mu \cdot H$$

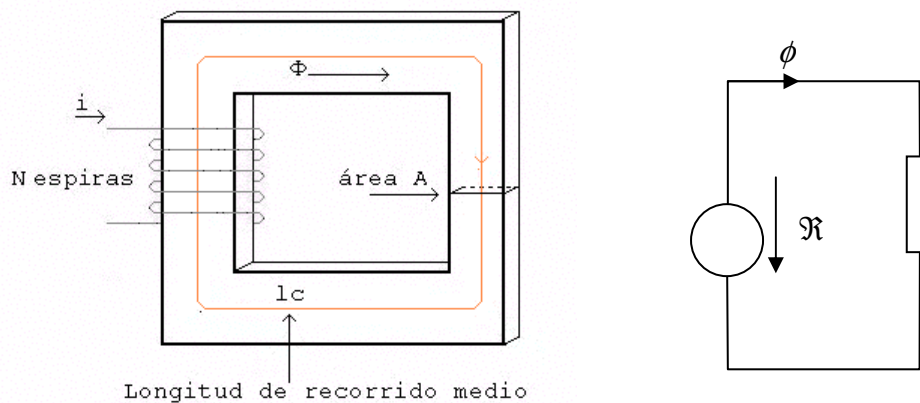
$$\mu = \mu_r \cdot \mu_0$$

Donde μ es la permeabilidad magnética del material.

Conocidas la distribución de la densidad de flujo (B) a lo largo de la superficie (S), el flujo se obtiene como:

$$\phi = \int_S B \cdot dS = B \cdot S$$

Conocidos tanto la intensidad de campo magnético H , como su densidad, B y el flujo magnético, se puede representar el circuito electromagnético de una bobina alrededor de un núcleo ferromagnético de la forma que aparece a continuación.



2.1.2. LEY DE FARADAY:

Cuando el flujo magnético abarcado por una espira varía, se induce en esta una tensión e , habitualmente llamada fuerza electromotriz (fem), cuyo módulo es igual a la derivada del flujo.

Esta variación del flujo puede ser debida a una variación temporal del campo magnético, a una variación en la posición relativa de la espira respecto del mismo, o bien a una combinación simultánea de ambas como en el caso de las máquinas rotativas. En éstas, la variación del flujo se debe a la variación del campo magnético temporalmente que se produce por la disposición de las ranuras y a la variación en la posición relativa de los devanados debido al movimiento giratorio del rotor.

Por lo tanto, la expresión de la tensión inducida en una espira es la siguiente:

$$e = - \left| \frac{d\phi}{dt} \right|$$

Y para el bobinado completo de N espiras:

$$e = -N \left| \frac{d\phi}{dt} \right|$$

2.1.3. LEY DE LENZ:

Los voltajes inducidos serán de un sentido tal, que se opongan a la variación del flujo magnético que las produjo. Es decir, la polaridad de un voltaje inducido es tal, que tiende a producir una corriente, cuyo campo magnético se opone siempre a las variaciones del campo existente producido por la corriente original.

Por lo tanto el signo negativo de la expresión anterior indica que la tensión inducida se opone a la variación de flujo que la produce.

2.1.4. INDUCTANCIA:

Relación que existe entre el flujo total y la corriente que lo genera. También se la conoce como coeficiente de autoinducción o inductancia propia. Se define la inductancia por medio de la siguiente ecuación, suponiendo que se está en la zona lineal de la característica magnética de la bobina.

$$L = \frac{\psi}{i}$$

2.2. CONCEPTOS RELACIONADOS CON LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS:

2.2.1. FLUJO DE FUGAS:

Para un circuito eléctrico, la corriente se considera limitada a un camino definido. El aire circulante y los soportes aislantes del hilo tienen una resistencia muy elevada de manera que las corrientes de dispersión que se escapan del hilo son despreciables comparándolas con la corriente que pasa por él.

Sin embargo, actualmente no se conoce ningún aislante para el flujo magnético, de hecho el propio aire se considera como un conductor magnético relativamente bueno, por lo tanto es imposible señalar a las líneas de campo magnético caminos definidos como los que se establecen para las corrientes eléctricas. De esta manera, en todo circuito magnético real una parte del flujo irá por el circuito magnético denominándose flujo útil, y otra parte se cerrará a través del aire, siendo éste el flujo de fugas.

De esta forma, el flujo tendrá dos componentes, una, denominada flujo mutuo, que circula a través del núcleo, y otra, denominada flujo de fugas que circula a través del aire.

Por lo tanto el coeficiente de autoinducción se define de la siguiente forma:

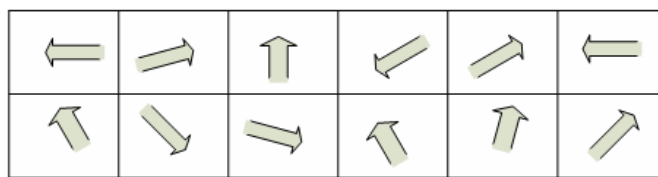
$$L = L_f + L_m$$

La inductancia magnética se calcula fácilmente a partir de de las dimensiones y permeabilidad del núcleo magnético. Sin embargo, resulta muy difícil obtener de forma teórica el valor de la reluctancia del camino de fugas. Por ello, habitualmente se obtienen valores de las inductancias de fugas a partir de ensayos prácticos específicos realizados con el sistema.

2.2.2. MATERIALES MAGNÉTICOS:

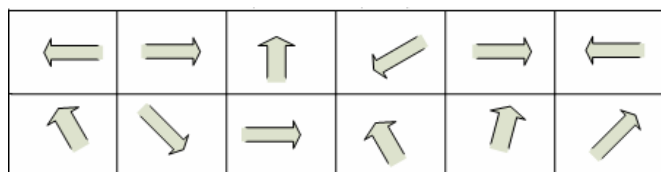
2.2.2.1. DOMINIOS MAGNÉTICOS:

Dentro de un material ferromagnético existen zonas denominadas “dominios” dentro de las cuales las moléculas están ordenadas de tal forma que sus campos netos individuales están alineados. En un material virgen, estos dominios tienen orientaciones aleatorias resultando en un campo macroscópicamente nulo



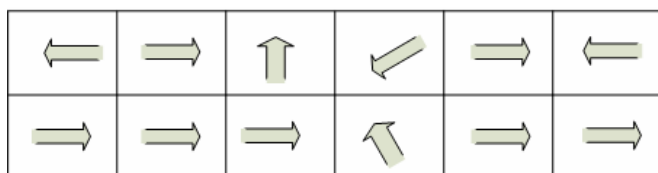
1º) Material en estado original.

Cuando se aplica un campo externo, los dominios que poseen una orientación similar a la del campo aplicado comienzan a ordenarse según el campo aplicado, comenzando por aquellos que presentan una orientación más favorable.



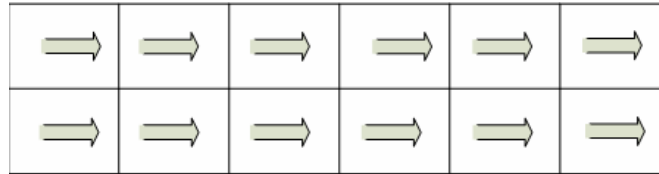
2º) Pequeño campo aplicado.

A medida que va aumentando el campo aplicado hay cada vez menos dominios para reorientar y a su vez, los dominios aún no reorientados son los que presentaban el estado inicial más desfavorable.



3º) Campo medio aplicado.

Finalmente llega un momento, en el que el aumento del campo magnético aplicado ya no incrementa la magnetización, esto es lo que se denomina saturación.



4º) Material saturado.

Por lo tanto, dependiendo de la facilidad de los dominios de un material magnético para alinearse, los materiales magnéticos pueden clasificarse en tres tipos: diamagnéticos, paramagnéticos y ferromagnéticos.

2.2.2.2. CLASIFICACIÓN MATERIALES MAGNÉTICOS:

Cuando un material cualquiera es sometido a la acción de un campo magnético de un valor determinado, teóricamente pueden ocurrir tres cosas:

1º) El campo magnético que se establece dentro del material es igual al campo aplicado.

2º) El campo magnético que se establece dentro del material es menor que el campo aplicado.

3º) El campo magnético que se establece dentro del material es mayor que el campo aplicado.

2.2.2.2.1. DIAMAGNÉTICOS:

Si el campo resultante dentro del material es menor que el campo aplicado, la permeabilidad es menor que 1. Este tipo de materiales, denominados diamagnéticos, tienen la propiedad de magnetizarse negativamente es decir, oponiéndose al campo externo, por lo que serían repelidos por un imán permanente. Existe una gran cantidad de elementos diamagnéticos, pudiendo citarse como ejemplo a metales como el cobre, la plata, el oro, el mercurio, etc., como así también gases, como los gases raros, el nitrógeno, etc.

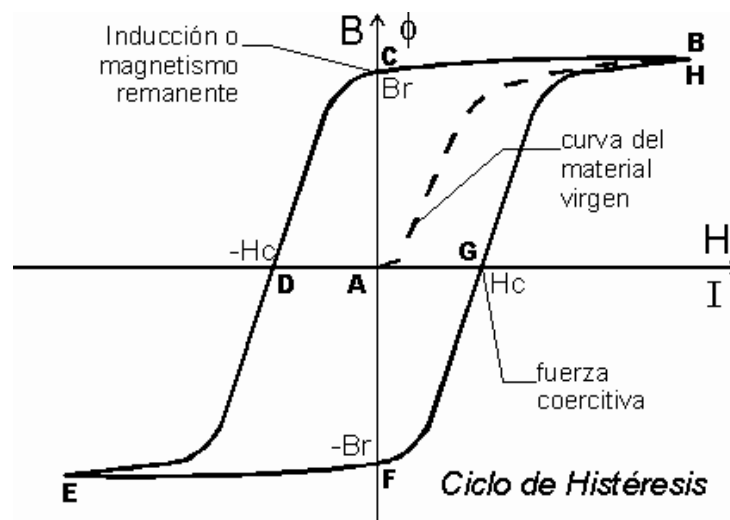
2.2.2.2. PARAMAGNÉTICOS:

Se magnetizan en forma débil y positiva, en el mismo sentido del campo aplicado, por lo que son atraídos por el imán.

2.2.2.3. FERROMAGNÉTICOS:

Si se considera la tabla periódica de los elementos en su conjunto, puede decirse que del orden de la mitad de los elementos que la constituyen son diamagnéticos y la otra mitad son paramagnéticos. Tanto unos como otros, poseen permeabilidades muy próximas a la unidad, es decir que si bien se magnetizan, lo hacen muy débilmente. Pero de todos los elementos de la tabla, hay tres que presentan un comportamiento magnético radicalmente distinto: es la llamada tríada o terna del hierro, el cobalto y el níquel. Estos tres elementos tienen la extraordinaria propiedad de magnetizarse en una proporción enormemente mayor que todos los restantes. Particularmente el hierro presenta una permeabilidad magnética del orden de 10^4 , es decir que desarrolla en su interior un campo magnético 10000 veces superior al que se le aplica externamente.

Si se disminuye el campo magnético H , los dominios comienzan a moverse hacia su dirección inicial, hasta que encuentran una posición estable denominada de “magnetización fácil”. Cuando el campo magnético externo se anula, los dominios del material mantienen una componente neta distinta de cero, originando una inducción magnética remanente (B_r). Este efecto permite crear imanes permanentes y es responsable del efecto conocido como histéresis magnética.



En los núcleos magnéticos sometidos a campos magnéticos variables se dan dos tipos de pérdidas: Pérdidas por histéresis y pérdidas por corrientes de Foucault.

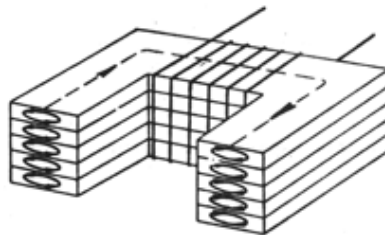
2.2.2.3. PÉRDIDAS POR HISTÉRESIS:

Las pérdidas por histéresis corresponden a la energía necesaria para mover los momentos magnéticos de los dominios durante un ciclo de magnetización. Las pérdidas por histéresis cuando se trabaja con campos magnéticos variables son inevitables.

2.2.2.4. PÉRDIDAS POR CORRIENTES DE FOUCAULT:

Las pérdidas por corrientes de Foucault también, se originan al someter al núcleo magnético a campos magnéticos variables. Dentro del núcleo se inducen diferencias de potencial, Ley de Faraday, que originan corrientes en su interior.

Para disminuir las pérdidas por corrientes de Foucault se puede laminar el núcleo ó aumentar el valor de la resistividad del material añadiendo silicio.



Núcleo magnético laminado.

2.2.2.5. IMÁNES PERMANENTES:

Debido a la histéresis, cuando se anula el campo magnético exterior aplicado a un material ferromagnético, en éste queda un momento magnético distinto de cero, generando así un imán denominado, imán permanente. Observando la figura correspondiente al ciclo de histéresis se puede observar como aparece un flujo remanente, causante del imán permanente, y un campo coercitivo (H_c), necesario para anular la densidad de flujo del imán permanente.

Actualmente los imanes permanentes más utilizados en grandes máquinas eléctricas son, los contruidos a base de tierras raras (Neodimio-Boro-Hierro). Estos presentan un producto de energía máximo muy superior al resto, con buenas características mecánicas.

2.3. FUNDAMENTOS DE LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS ROTATIVAS:

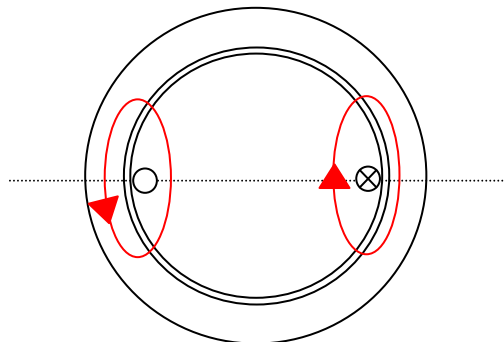
En el siguiente apartado se han definido los aspectos teóricos referentes a las máquinas eléctricas rotativas que se utilizarán en el estudio teórico de la máquina objeto de estudio.

Todos los aspectos se definen y se calculan en base a una máquina ideal simplificada con las siguientes características:

- Simetría cilíndrica perfecta (entrehierro constante).
- Espesor del entrehierro muy pequeño en comparación con los diámetros exterior del rotor e interior del estator, que por lo tanto se tomarán iguales.
- Material magnético ideal en los circuitos magnéticos de rotor y estator., es decir se considerará la permeabilidad infinita, no habrá saturación de los materiales ni tampoco pérdidas en ellos.
- Los conductores serán puntuales, sin dimensiones transversales.

2.3.1. DENSIDAD DE FLUJO MAGNÉTICO EN EL ENTREHIERRO:

Según la ley de Ampere, si se hace circular una corriente por una bobina de paso diametral, se creará un campo magnético alrededor de esta cuya dirección se obtiene con la regla de la mano derecha.



Para analizar la distribución del campo magnético a lo largo del entrehierro se aplica la ley de Ampere escogiendo una trayectoria que atraviese el entrehierro de forma perpendicular.

$$\oint H \cdot dl = \oint \frac{B}{\mu} \cdot dl = N \cdot I$$

Teniendo en cuenta que las líneas de flujo atraviesan por el camino de menor reluctancia y que $\mu_{acero} \gg \mu_{aire}$ y $H_{acero} = 0$ entonces:

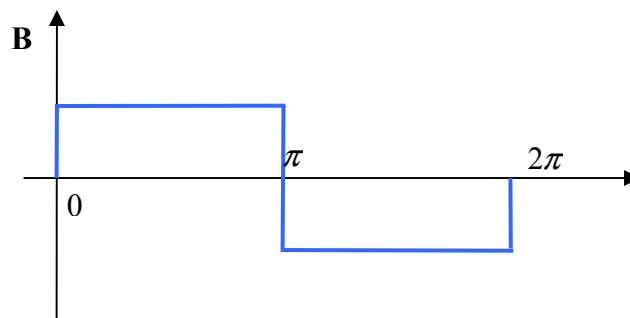
$$2 \cdot H \cdot g = N \cdot I$$

$$H = \frac{N \cdot I}{2g}$$

Por lo tanto a partir de la intensidad de campo, la inducción magnética B en el entrehierro es:

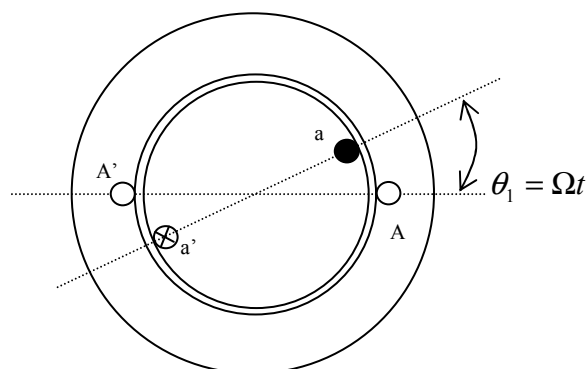
$$B = \mu_0 \cdot H = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{2g}$$

La forma de onda que representa la distribución del campo magnético es:



2.3.2. TENSIÓN INDUCIDA EN BOBINA DE PASO DIAMETRAL:

Supóngase una máquina con una bobina en el rotor, de N_r espiras, por la que circula una corriente continua I_r , y otra en el estator que se deja en circuito abierto, con el rotor girando a una velocidad Ω tal y como se muestra en la siguiente figura.



La distribución del campo magnético es la misma que la analizada en el punto anterior con la diferencia de que ahora la onda se desplaza con el rotor. Por lo tanto el flujo que ve la bobina del estator, es un flujo variable. Aplicando las leyes tanto de Faraday como de Lenz respectivamente, se inducirá una tensión en ésta.

La tensión inducida muestra la siguiente expresión:

$$e_{AA'} = \frac{d\psi_s}{dt} = N_s \cdot \frac{d\phi}{dt}$$

Para $0 < \theta_1 < \pi$:

$$\phi_s = \int_s B(\theta) \cdot dS = \frac{\mu_0 N_r I_r}{2g} \cdot lR(\pi - 2\Omega t)$$

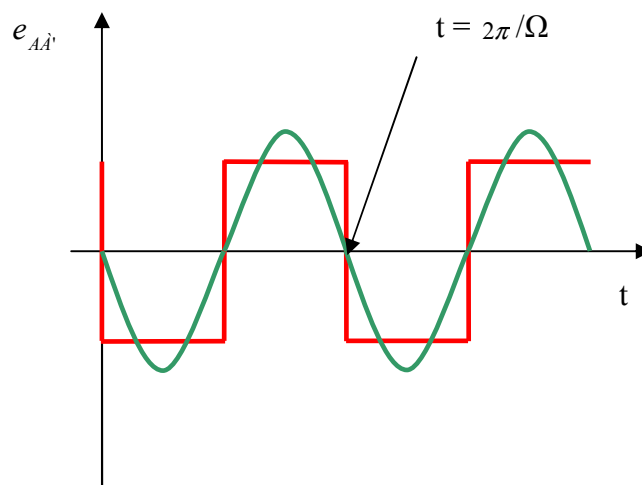
$$e_{AA'} = -2N_s \cdot B l R \cdot \Omega$$

Para $\pi < \theta_1 < 2\pi$:

$$\phi_s = \int_s B(\theta) \cdot dS = \frac{\mu_0 N_r I_r}{2g} \cdot lR(2\Omega t - \pi)$$

$$e_{AA'} = 2N_s \cdot B l R \cdot \Omega$$

La forma de onda que presentara la tensión por lo tanto será:

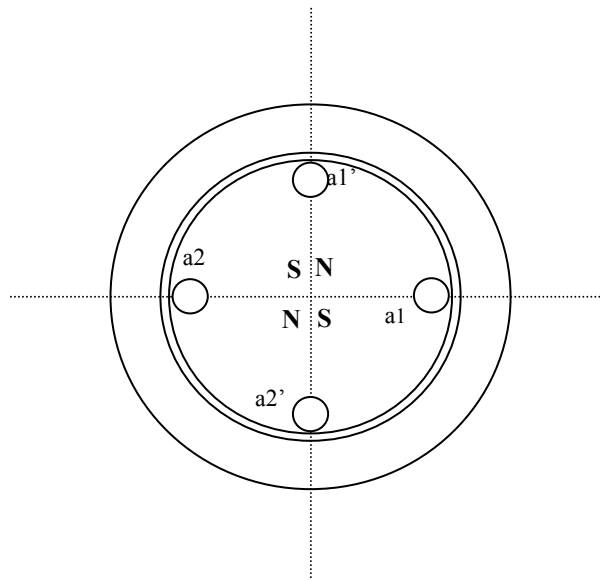


2.3.2.1. SISTEMA TRIFÁSICO:

Actualmente la mayoría de aparatos y componentes eléctricos de media o gran potencia funcionan de forma trifásica, por lo tanto para obtener un sistema de estas características por medio de la máquina anterior, basta colocar otras dos bobinas en el estator con el mismo número de espiras y desfasadas físicamente 120° entre sí.

2.3.3. MÁQUINAS MULTIPOLARES:

La máquina anteriormente citada, se trataba de una máquina que solo tenía un par de polos, sin embargo, en una máquina eléctrica convencional lo habitual es que tenga más de dos pares de polos.



En este tipo de máquinas la distribución del campo magnético en el entrehierro se obtiene de forma análoga al caso anterior, con la diferencia de que ahora cada 90° mecánicos cambia la polaridad del campo. Se obtiene una onda cuadrada pero de frecuencia doble, es decir, a un periodo completo en el sentido geométrico, le corresponden dos periodos completos en el sentido electromagnético: dos alternancias completas de norte y sur.

Se establecen por tanto dos sistemas de referencia, eléctrico y mecánico relacionados por el número de pares de polos.

Se obtienen las siguientes relaciones entre variables:

Relación entre ángulos:

$$\theta_e = \theta_m \cdot p$$

Relación entre velocidades:

$$\omega = p \cdot \Omega$$

Relación entre frecuencias:

$$F_e = p \cdot F_m$$

Por tanto los valores de la densidad de flujo magnético y de la tensión inducida respectivamente:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot \frac{N}{p} \cdot I}{2g}$$

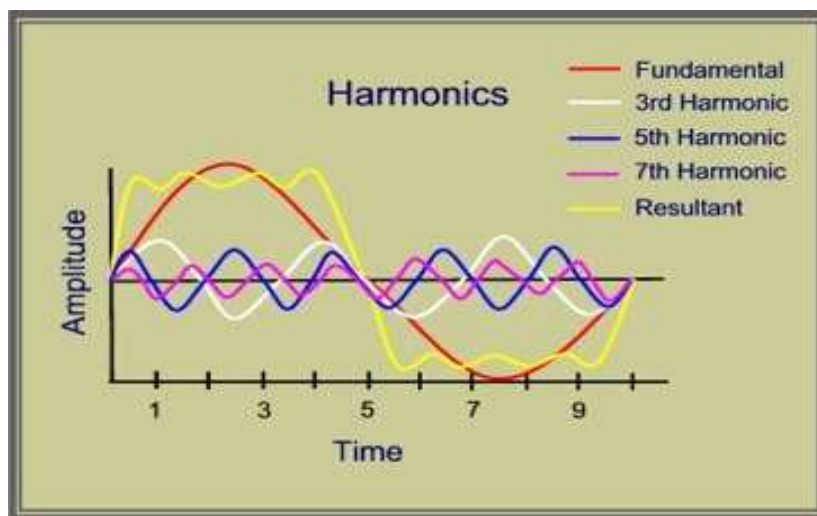
$$e_{AA'} = \frac{d\psi_s}{dt} = \frac{N}{p} \cdot \frac{d\phi}{dt}$$

Donde N, es el número total de espiras para toda la máquina.

La mayor diferencia respecto de una máquina de un solo par de polos, es que la frecuencia de la tensión pasa a ser p veces superior.

2.3.4. ATENUACIÓN DE ARMÓNICOS:

Tanto la distribución del campo magnético a lo largo del entrehierro como la tensión inducida en una bobina de paso diametral adquieren forma de onda cuadrada. Sin embargo, en la mayoría de las máquinas eléctricas rotativas la única componente deseada es la fundamental ya que cuando esta trabaja como generador, por ejemplo, se desea obtener una tensión senoidal y cuando se trabaja como motor una corriente senoidal.



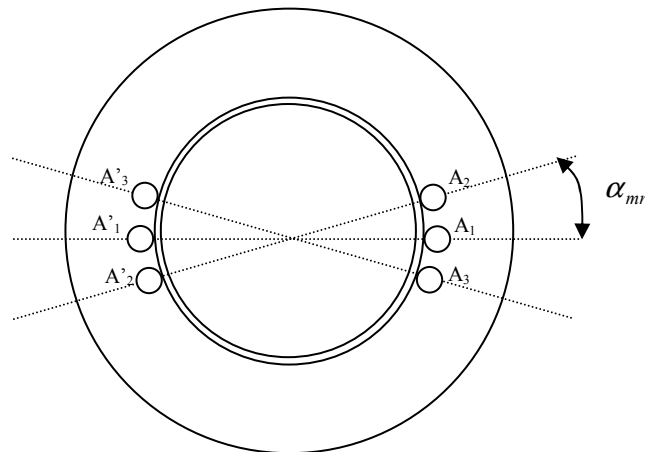
Para obtener tanto tensiones inducidas como distribuciones de campo magnético a lo largo del entrehierro con formas más cercanas a la senoidal se utilizan diversas técnicas constructivas, que a su vez consiguen un mejor aprovechamiento de la superficie del entrehierro.

A continuación se definen las técnicas principales para la eliminación de armónicos, que son las siguientes:

- Devanado Distribuido.
- Devanado paso acortada.
- Devanado de doble capa.
- Ranuras inclinadas: Factor de ranura.

2.3.4.1. DEVANADO DISTRIBUIDO:

Esta técnica consiste en bobinar las espiras de cada fase en varias bobinas iguales y alojarlas en distintas ranuras contiguas conectándolas en serie.



Si desea colocar un número total Z de ranuras en la máquina, el ángulo que quedaría entre dos ranuras adyacentes sería:

$$\alpha_{mr} = \frac{2\pi}{Z}$$

Y el ángulo eléctrico de ranura:

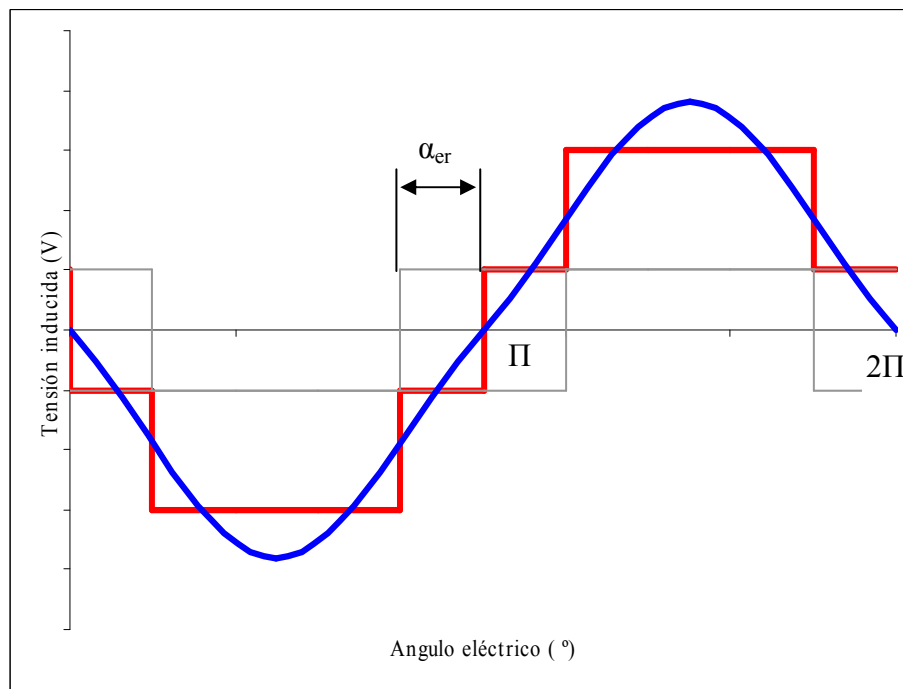
$$\alpha_{er} = p \cdot \alpha_{mr}$$

$$\alpha_{er} = \frac{2\pi \cdot p}{Z}$$

En cada una de las bobinas de la fase se inducirá una tensión con forma de onda cuadrada, desfasadas entre ellas un ángulo α_{er} y de la misma amplitud. La tensión de fase será la suma de las tensiones de todas las bobinas que se componen.

$$e_A(t) = e_{A1}(t) + e_{A2}(t) + e_{A3}(t)$$

La forma de onda de la tensión inducida que verá la bobina A por tanto:



Esta técnica consigue disminuir los armónicos de la tensión inducida, que comparada con la máquina concentrada, el fundamental también se atenúa pero en mucha menor medida. Ésta atenuación se conoce como factor de distribución.

A continuación se presenta la tabla de los factores de distribución en función del valor de “q”. Donde “q” es el número de ranuras por polo y fase y presenta la siguiente expresión:

$$q = \frac{Z}{2 \cdot p \cdot m}$$

q	Kd1	Kd3	Kd5	Kd7
2	0.9695	0.707	0.258	-0.258
3	0.9598	0.667	0.217	-0.177
4	0.9577	0.653	0.205	-0.157
5	0.9567	0.547	0.200	-0.157

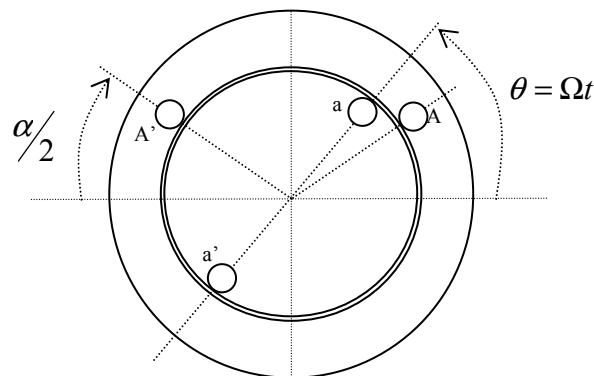
Los factores de distribución se obtienen con la siguiente fórmula:

$$K_{dn} = \frac{\text{sen} \cdot \left(\frac{n \cdot q \cdot \alpha_{er}}{2} \right)}{q \cdot \text{sen} \cdot \left(\frac{n \cdot \alpha_{er}}{2} \right)}$$

2.3.4.2. DEVANADO PASO ACORTADO:

Consiste en colocar los extremos de cada una de las bobinas a una distancia inferior a un paso polar.

Para estudiar la técnica se analiza una máquina de un par de polos cuyo estator se ha devanado con un paso acortado un ángulo total α , simétricamente en ambos lados activos.



La tensión inducida en una máquina de paso acortado es la siguiente:

Para $0 < \theta_1 < \alpha/2$

$$\phi_s = \int_A^{A'} B l R \cdot d\theta = B l R \cdot (\pi - \alpha)$$

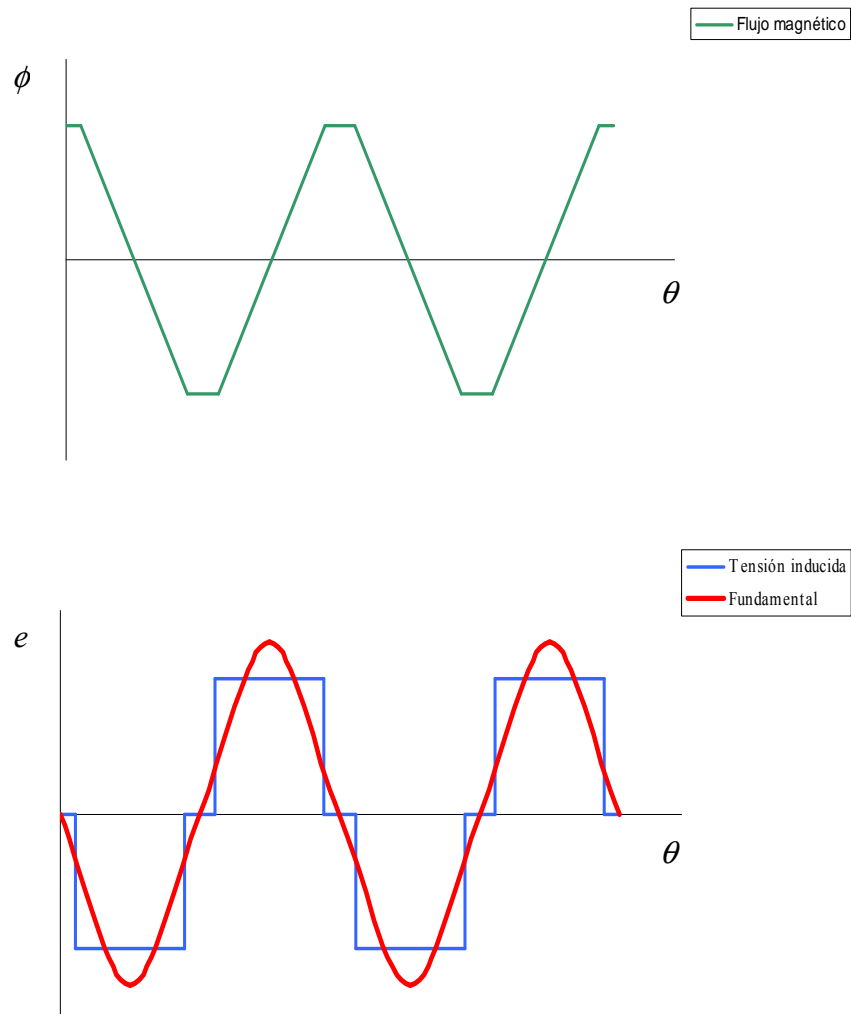
$$e_{AA'} = 0$$

Para $\alpha/2 < \theta_1 < \pi - \alpha/2$

$$\phi_s = \int_A^{A'} B l R \cdot d\theta = B l R \cdot (\pi - 2\theta_1)$$

$$e_{AA'} = -2N_s B l R \Omega$$

A continuación se muestran las formas de onda que adquieren el flujo magnético y la tensión inducida en la fase A respectivamente.



Descomponiendo esta onda en su serie de Fourier se obtiene:

$$E_{An} = -\frac{4}{\sqrt{2 \cdot n \cdot \pi}} 2 \cdot N_s B l R \Omega \cdot \cos\left(\frac{n\alpha}{2}\right)$$

Las componentes de la serie adquieren la misma amplitud que en el caso de la bobina de paso diametral pero multiplicado por un coeficiente, factor de paso, cuyo valor varía con el orden del armónico.

$$K_{pn} = \cos\left(\frac{n\alpha}{2}\right)$$

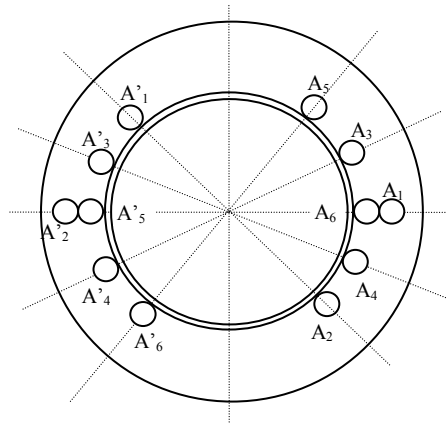
El factor de paso da información de la reducción que ha sufrido la onda fundamental debido al paso acortado, así como de la atenuación de los diferentes armónicos.

A continuación se muestra la tabla resumen con los valores que adquiere el factor de paso según sea el ángulo de acortamiento.

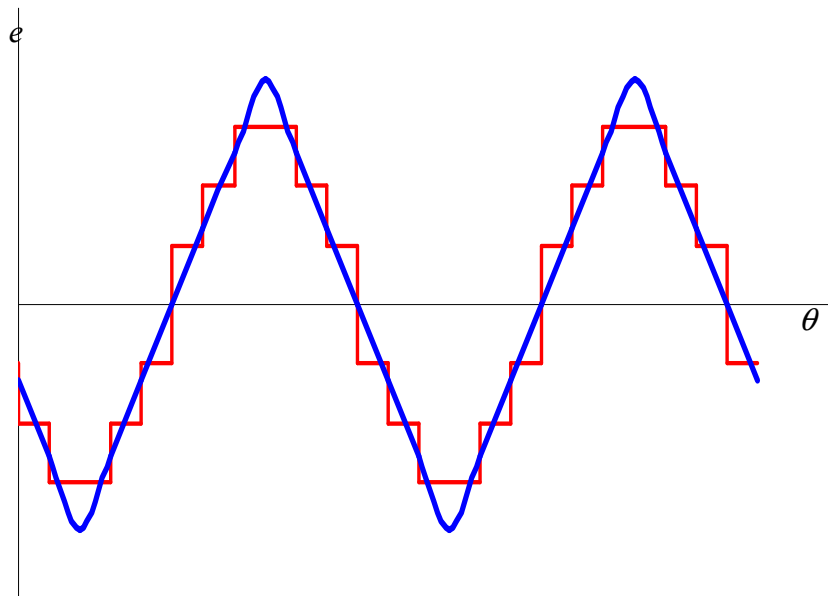
α	Paso de ranura	K_{p1}	K_{p3}	K_{p5}
24°	156°	0.978	0.809	0.500
30°	150°	0.965	0.707	0.258
36°	144°	0.951	0.587	0
40°	140°	0.939	0.500	-0.173

2.3.4.3. DEVANADO DE DOBLE CAPA: FACTOR DE DEVANADO.

Esta técnica permite implementar conjuntamente las técnicas de devanado distribuido y paso acortado. Consiste en introducir dos bobinas en cada una de las ranuras, por lo que el número de bobinas por fase en este caso será igual a $2q$, de tal manera que los bobinados queden distribuidos en distintas ranuras a su vez de paso acortado dos a dos.



La forma de onda de la tensión inducida para cada una de las bobinas que forman parte de un devanado de doble capa es la siguiente:



El valor de la tensión inducida para el devanado de doble capa se obtiene igual que en los análisis para devanado distribuido y devanado concentrado. Por lo tanto las componentes de la serie de Fourier para la tensión inducida en cada una de las fases, son las correspondientes

al caso en el que se hubiera devanado toda la fase con paso diametral pero multiplicado por los factores de paso y de distribución.

$$K_{wn} = K_{dn} \cdot K_{pn}$$

2.3.4.4. BOBINAS CON RANURAS INCLINADAS: FACTOR DE RANURA.

Esta técnica consiste en inclinar las ranuras abarcando una superficie similar a un paso de ranura, es decir, empiezan y acaban en una diferencia de paso de ranura.

Este efecto, equivale a considerar el conductor “distribuido” de forma continua a lo largo del ángulo de ranura (α_{er}).

Las diferentes componentes de la serie de Fourier de la tensión inducida se verán atenuadas en un factor denominado, factor de ranura. Este factor se corresponde con el factor de distribución particularizado en el límite ($q=\infty$) para una apertura igual a α_{er} .

2.3.4.5. DEVANADO EQUIVALENTE:

Las técnicas constructivas para la eliminación de armónicos y en especial el devanado de doble capa, permiten reducir fuertemente los armónicos de las variables electromagnéticas como por ejemplo las fuerzas electromotrices inducidas y los campos magnéticos generados por dichos devanados.

Por ello, tanto la distribución de campo magnético en el entrehierro como la distribución de la tensión inducida pueden simplificarse al primer armónico y por tanto la misma componente se obtendría con un devanado concentrado de paso diametral que tuviese un número de espiras igual a:

$$N_{seq} = K_{w1} \cdot N_s$$

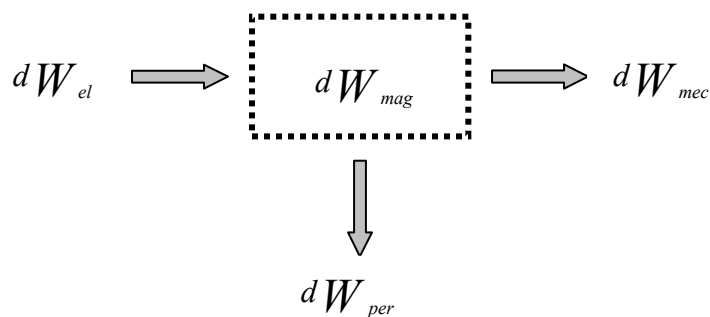
Al ser las formas de onda senoidales, se pueden utilizar fasores tanto temporales como espaciales a la hora de realizar sumas y restas.

Para cualquier devanado distribuido y, o de paso acortado con N_s espiras, puede definirse un devanado equivalente de N_{seq} espiras, el cual presentara una distribución del campo magnético y la tensión inducida con forma senoidal.

2.3.5. PAR ELECTROMAGNÉTICO:

En un dispositivo de conversión de la energía electromecánica, el par se puede obtener de dos formas: interacción de dos campos magnéticos o por reluctancia variable.

La técnica más utilizada, que permite determinar el par obtenido por estas dos formas es la aplicación del principio de la conservación de la energía, que para un dispositivo de conversión electromecánico se puede entender de la siguiente manera:



$$dW_{el} = dW_{mec} + dW_{mag} + dW_{per}$$

Se puede considerar la máquina como ideal si las pérdidas eléctricas se sacan fuera del sistema.

$$dW_{el} = dW_{mec} + dW_{mag}$$

$$dW_{el} = e \cdot idt = id\psi$$

$$dW_{mec} = T \cdot d\theta_m = T \cdot \Omega dt$$

$$dW_{mag}(\psi, \theta_m) = id\psi - T \cdot d\theta_m$$

Utilizando la coenergía magnética:

$$W'_{mag}(i, \theta_m) = \psi \cdot i - W_{mag}$$

$$dW'_{mag}(i, \theta_m) = \psi \cdot di + T \cdot d\theta_m$$

El par entonces, presenta la siguiente expresión:

$$T = \frac{\partial W'_{mag}(i, \theta_m)}{\partial \theta_m} = -p \cdot M_{sr} \cdot i_A \cdot i_a \cdot \text{sen}(p\theta_m)$$

Sustituyendo M_{sr} por su valor e introduciendo las amplitudes de las fuerzas magnetomotrices de cada devanado:

$$M_{sr} = \frac{4 \cdot \mu_0 \cdot R \cdot l}{\Pi \cdot p^2 \cdot g} \cdot N_{req} \cdot N_{seq}$$

$$F_A = \frac{4 \cdot N_{seq} \cdot i_A}{2 \cdot \Pi \cdot p}$$

$$F_a = \frac{4 \cdot N_{req} \cdot i_a}{2 \cdot \Pi \cdot p}$$

$$T = -\frac{p \cdot \mu_0 \cdot \Pi \cdot R \cdot l}{g} \cdot F_A \cdot F_a \cdot \text{sen}(p\theta_m)$$

Como se puede observar, el par desarrollado por dos campos magnéticos, de distribución senoidal a lo largo del entrehierro, es igual a una constante, que depende de las dimensiones de la máquina, por el producto vectorial de ambos.

El signo menos da noción de la tendencia del par electromagnético a reducir el ángulo entre los dos campos magnéticos.

3. JMAG:

3.1. PRESENTACIÓN DE JMAG:

JMAG es un software de simulación de apoyo al usuario para la creación y diseño electromecánico, que por medio de la modelación por elementos finitos es capaz de caracterizar el funcionamiento de un motor, componentes eléctricos y electrónicos, antenas y todo aparato que funcione en base a las leyes fundamentales del electromagnetismo.

La modelización por elementos finitos o FEM, es un método numérico general para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales parciales muy utilizado en problemas de ingeniería.

Este software permite también realizar estudios térmicos y estructurales referentes a los elementos electrónicos y eléctricos objeto de estudio. Para ello se divide en diferentes módulos de cálculo que se definen a continuación.

3.2. MÓDULOS DE JMAG:

3.2.1. MÓDULOS MAGNÉTICOS:

3.2.1.1. ANÁLISIS ESTÁTICO - ST (2D + 3D):

Descripción: En el modelo, el análisis se condiciona de tal forma que la fuerza electromotriz es generada por una corriente y la posición del objeto permanece sin cambios.

Resultados: Flujo magnético, campo magnético, magnetización, corriente, pérdidas, fuerza magnética y fuerza de Lorentz.

3.2.1.2. ANÁLISIS DE FRECUENCIA – FQ (2D + 3D):

Descripción: En el modelo, el análisis del rendimiento de la frecuencia por medio de la frecuencia simple, se condiciona de tal forma que la corriente (tensión) cambia como una onda sinusoidal.

Resultados: Flujo magnético, campo magnético, magnetización, corriente, pérdidas, fuerza magnética y fuerza de Lorentz, conservación de la energía, tensión, corrientes de Eddy, campo eléctrico, inductancia de la bobina y inductancia de motor con imanes permanentes.

3.2.1.3. ANÁLISIS TRANSITORIO 2D(DP) + 3D (TR):

Descripción: En el modelo, el análisis se condiciona de tal forma que la fuerza magnetomotriz generada por una corriente y la posición del objeto dependen del tiempo. Este módulo requiere el módulo ST.

Resultados: Flujo magnético, campo magnético, magnetización, corriente, pérdidas, fuerza magnética y fuerza de Lorentz, conservación de la energía, tensión, corrientes de Eddy, campo eléctrico, desplazamiento, velocidad, inductancia de la bobina y inductancia de motor con imanes permanentes.

3.2.2. MÓDULO ELECTRICO 3D:

3.2.2.1. ANÁLISIS CAMPO ELÉCTRICO:

Resultados: Campo eléctrico, potencial eléctrico, distribución de carga, distribución de corriente, fuerza eléctrica y potencias.

3.2.3. MÓDULO TÉRMICO 3D:

3.2.3.1. ANÁLISIS TÉRMICO:

Resultados: Distribución de la temperatura, vectores del flujo de calor, densidad de generación de calor, suma total de la generación de calor y temperatura media.

3.2.4. MÓDULO ESTRUCTURAL:

3.2.4.1. ANÁLISIS ESTRUCTURAL:

Resultados: Tensiones, desplazamientos, velocidad, nivel del ruido de aceleración, ruido por presión, modos de Eigen, fuerza centrífuga y vibraciones.

Para estos módulos descritos, existen además otros módulos adicionales en forma de apoyo que se describen a continuación.

3.2.5. MÓDULOS ADICIONALES:

3.2.5.1. MÓDULO RT:

Descripción: Herramienta para ejecutar el análisis por elementos finitos. Para su funcionamiento requiere los módulos TR o DP.

Resultados: Estos son de una forma exclusiva de un simulador de potencia y circuitos electrónicos.

3.2.5.2. MÓDULO PI:

Descripción: Calcula la inductancia de una pletina. Para su funcionamiento requiere el módulo FQ (3D).

3.2.5.3. MÓDULO CB:

Descripción: Herramienta exclusiva para el cálculo del campo magnético. Para su funcionamiento requiere los módulos ST (2D), FQ (3D), TR y DP.

3.2.5.4. MÓDULO ST:

Descripción: Herramienta para calcular las pérdidas en el hierro. Requiere los módulos ST (2D), FQ (3D), TR y DP.

Resultados: De los resultados del análisis del campo magnético es posible determinar las pérdidas por histéresis y las pérdidas por corrientes de Eddy.

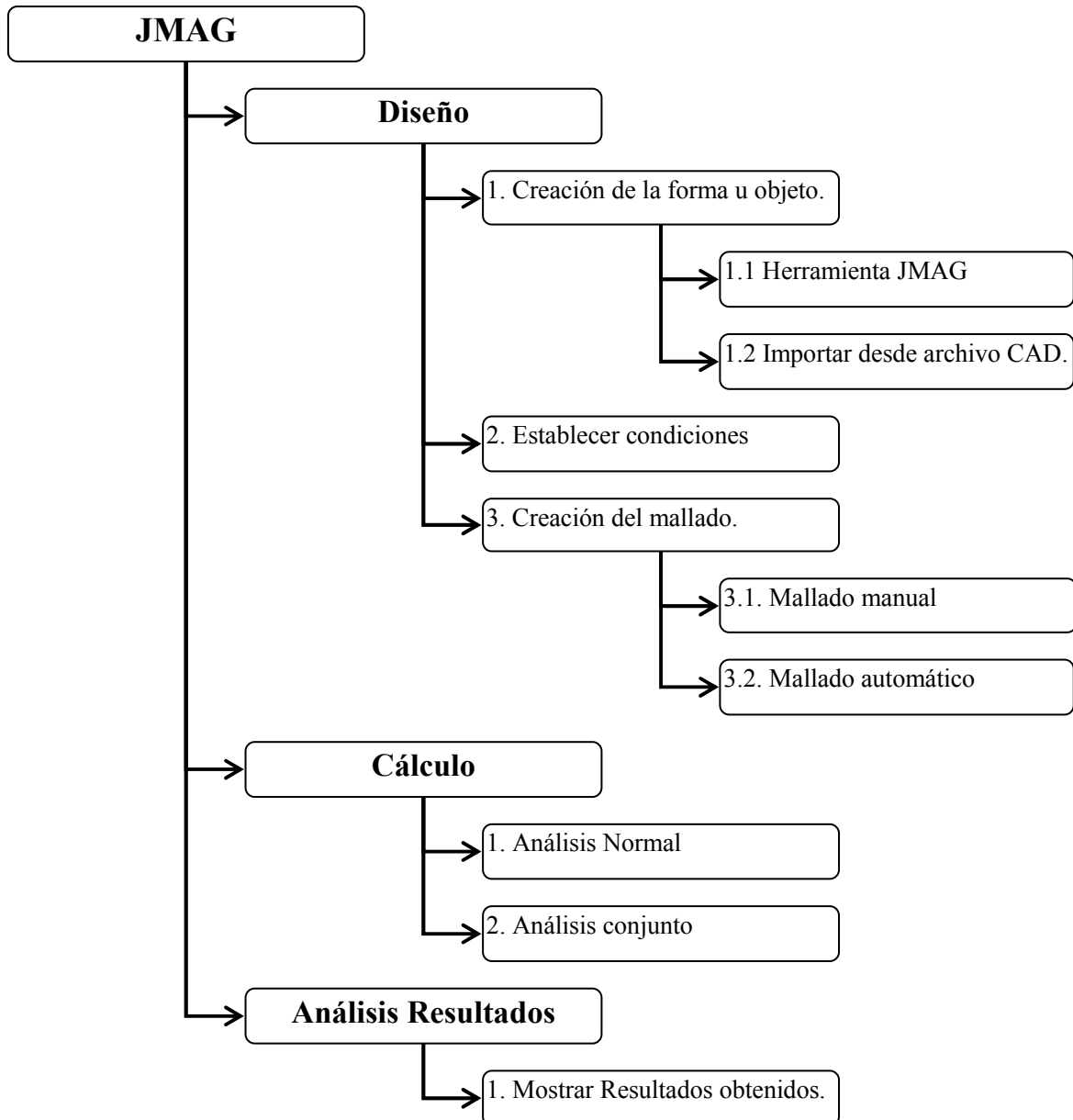
3.2.5.5. MÓDULO SMP (Symmetric Multi processing):

Descripción: Herramienta que permite repartir los cálculos entre dos ordenadores para ganar velocidad de cálculo.

Según el tipo de licencia adquirida, el usuario tiene acceso a todos los módulos o solo a una parte. El paquete utilizado para este estudio, contiene los módulos RT, ST, DT y FQ, todos ellos únicamente en la versión de 2 dimensiones. Por lo tanto será imposible calcular por ejemplo las pérdidas en el hierro, las pérdidas por histéresis o las perdidas por calor. A continuación se muestra el esquema de los procesos a seguir para la correcta utilización del software disponible.

3.3. PROCESO DEL ANÁLISIS:

Para llevar a cabo un análisis en JMAG, es necesario seguir un determinado procedimiento de trabajo para obtener los resultados deseados. Este proceso sigue el siguiente esquema:



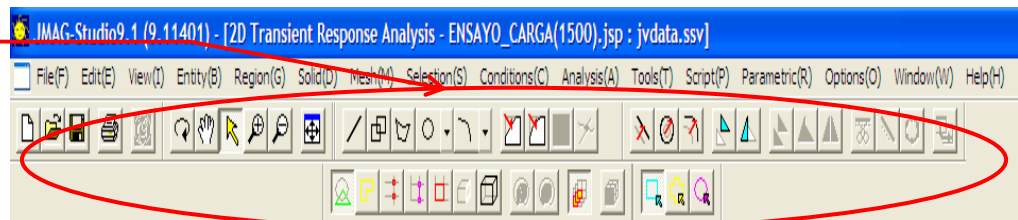
3.3.1. DISEÑO:

En esta primera etapa del proceso de análisis, se dibuja el plano del elemento a estudiar, se establecen las condiciones tanto de los materiales del objeto como las condiciones de cálculo y se realiza el mallado.

3.3.1.1. CREACIÓN DE LA FORMA U OBJETO:

Para dibujar el plano o forma del elemento que se desea analizar, JMAG permite dibujarlo a través de la herramienta de dibujo ó mediante la importación del plano desde otro archivo tipo CAD o similares.

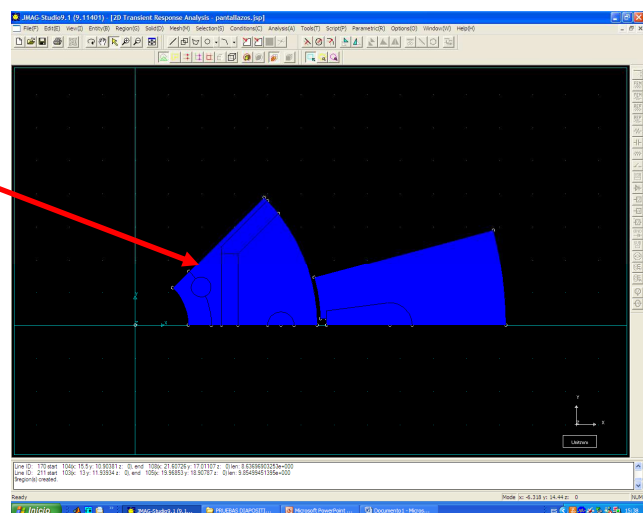
Herramientas
de dibujo



3.3.1.2. REGIONES:

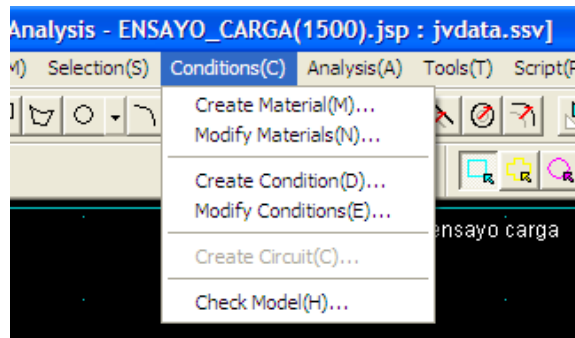
Para determinar el área que ocupan los materiales que componen la máquina, se reparte el diseño realizado en regiones las cuales más adelante corresponderán al material deseado. Por medio de las regiones además se establecen las condiciones de cálculo como por ejemplo las regiones que estarán en movimiento durante el análisis para una máquina eléctrica rotativa.

Regiones creadas



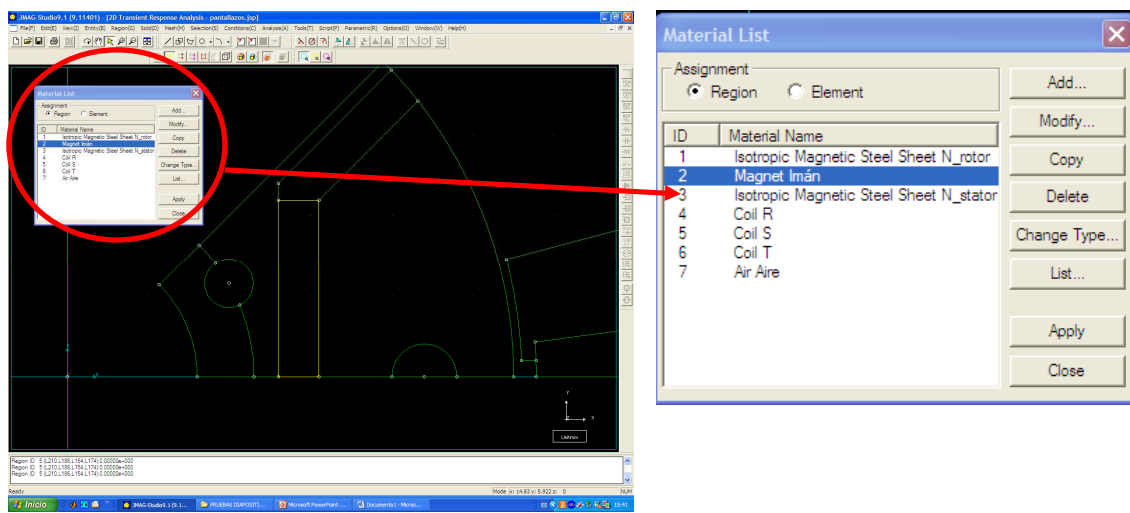
3.3.1.3. ESTABLECER CONDICIONES:

Dependiendo de las formas ó elementos creados se establecen las propiedades y condiciones de los materiales además de las condiciones de cálculo para el posterior análisis. Generalmente las condiciones referentes a las propiedades de los materiales son determinadas antes de realizar el mallado. Sin embargo, las condiciones de cálculo podrán ser definidas antes o después del mallado.



3.3.1.3.1. CONDICIONES DE LOS MATERIALES:

En este punto se establecen las características de los materiales que se van a utilizar así como las regiones que ocuparan estos en la superficie del elemento diseñado.



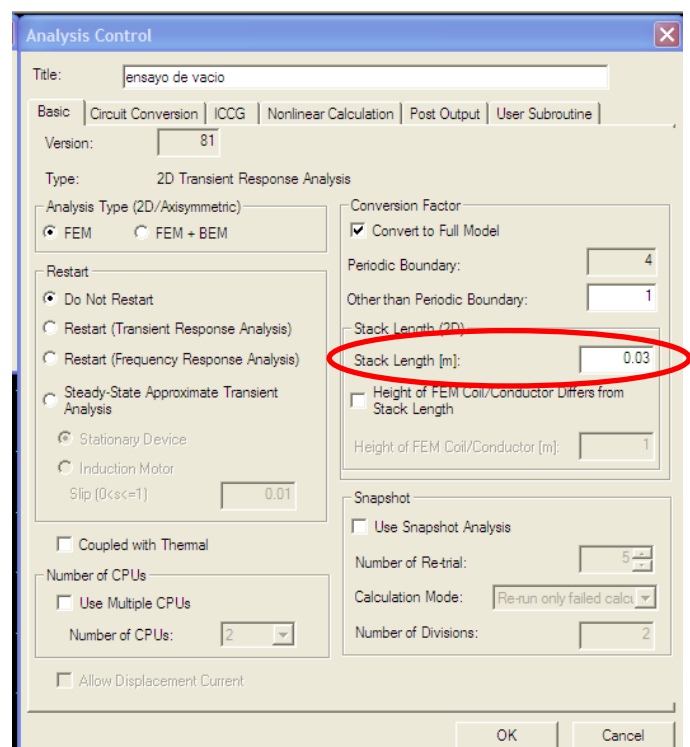
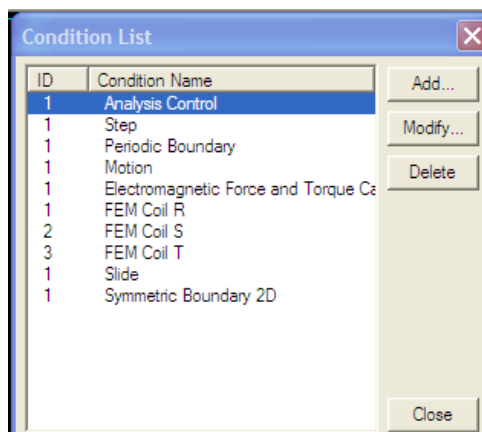
3.3.1.3.2. CONDICIONES DE CALCULO:

Una vez creadas las regiones y determinado los materiales que las forman, se establecen las condiciones de cálculo deseadas para el correspondiente estudio. Habrá que tener en cuenta las posibilidades de las licencias que se posee, ya que sería absurdo además de problemático a lo largo de la simulación, introducir condiciones que luego no se podrán calcular.

Las condiciones de cálculo que pueden ser introducidas por ejemplo pueden ser:

- La longitud transversal de la máquina.
- Establecer las regiones que estarán en movimiento siempre que el diseño lo requiera.
- La velocidad de giro, en el caso de que sea una máquina eléctrica rotativa.
- Regiones donde se desea calcular el par.
- Etc.

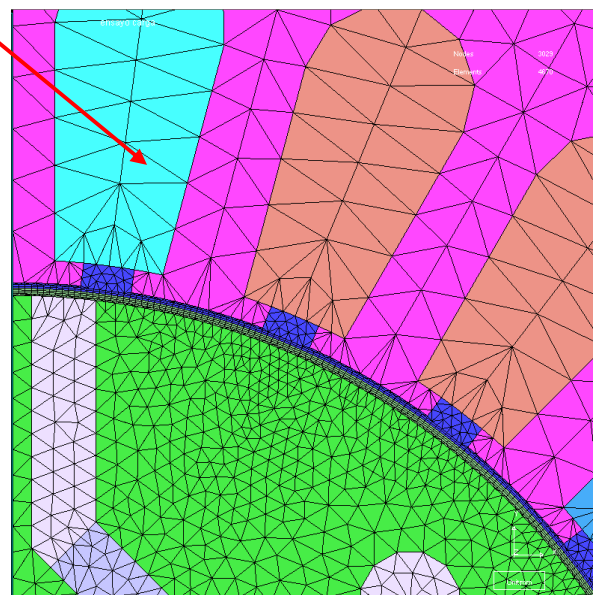
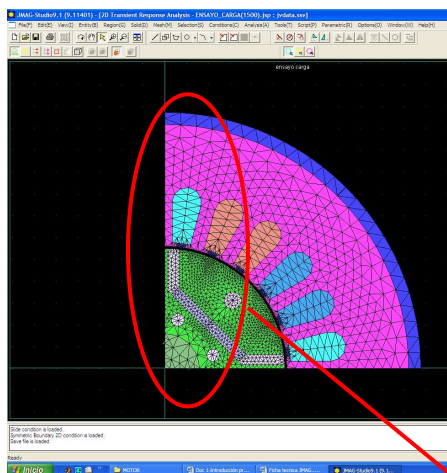
A continuación se muestra un ejemplo de cómo introducir la longitud transversal de la máquina:



3.3.1.4. CREACIÓN DEL MALLADO:

El módulo de cálculo de JMAG utiliza el método por elementos finitos como método de análisis. El proceso de división de la máquina en pequeños elementos se denomina mallado. Para crear los diferentes elementos finitos JMAG permite realizarlo por medio de dos métodos diferentes, uno, manualmente y el otro automático.

Se presenta un ejemplo de mallado en una máquina eléctrica. Claramente se pueden diferenciar los elementos finitos en los que se separa el modelo completo cuando este es mallado.



3.3.2. CÁLCULO:

Seleccionados los datos para el modelo del análisis que ha sido completado en el apartado del diseño, JMAG por medio del módulo de cálculo realiza el análisis deseado con las condiciones definidas también en el apartado de diseño.

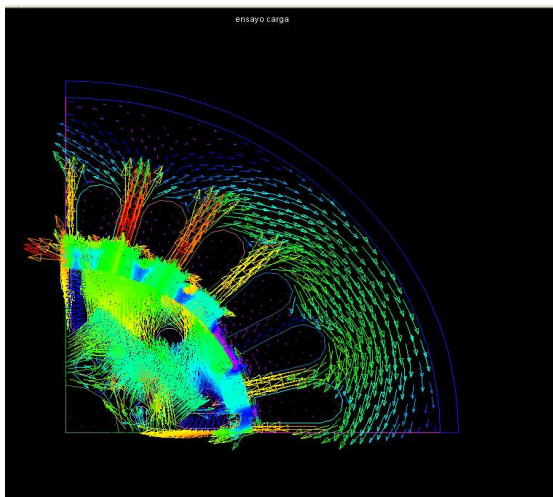
Finalizada la simulación los resultados se obtienen en archivos de tipo “.plot”.

3.3.3. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS:

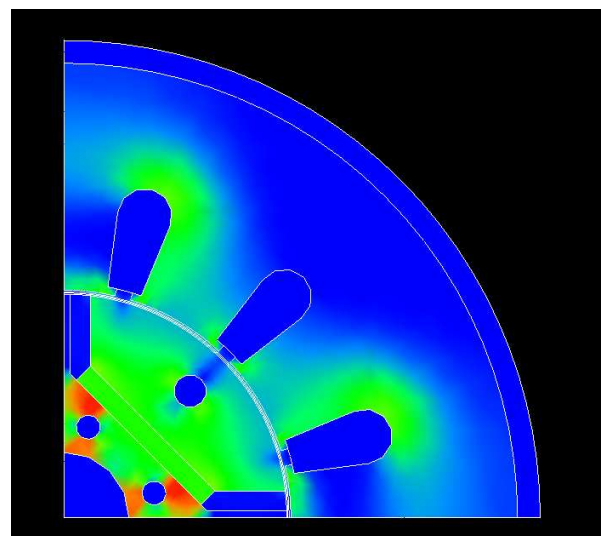
Los resultados administrados por JMAG son además de visuales, gráficos y tablas con el histórico de los valores obtenidos.

Un ejemplo de los resultados que se obtienen a través de JMAG.

- Resultados visuales:

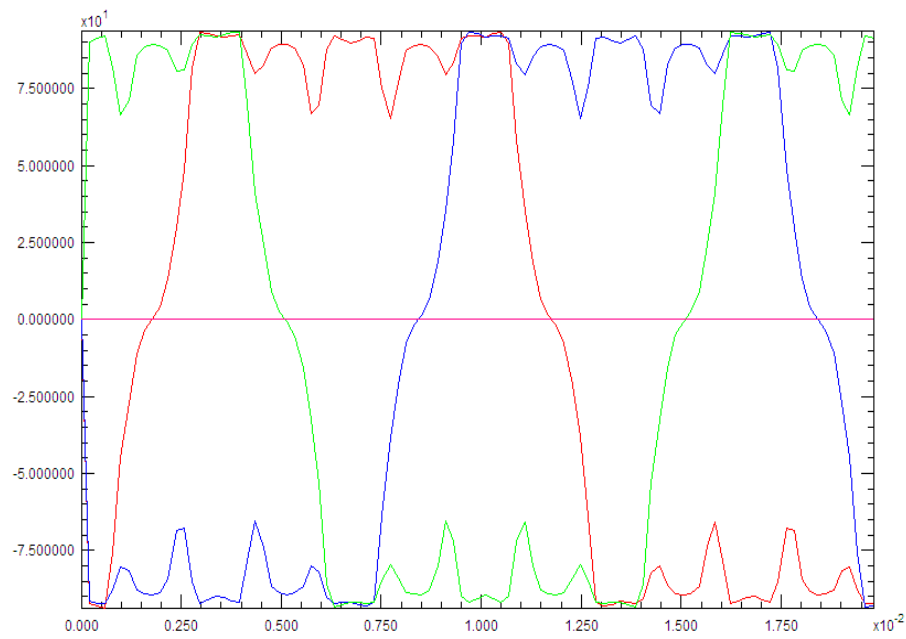


Vectoriales

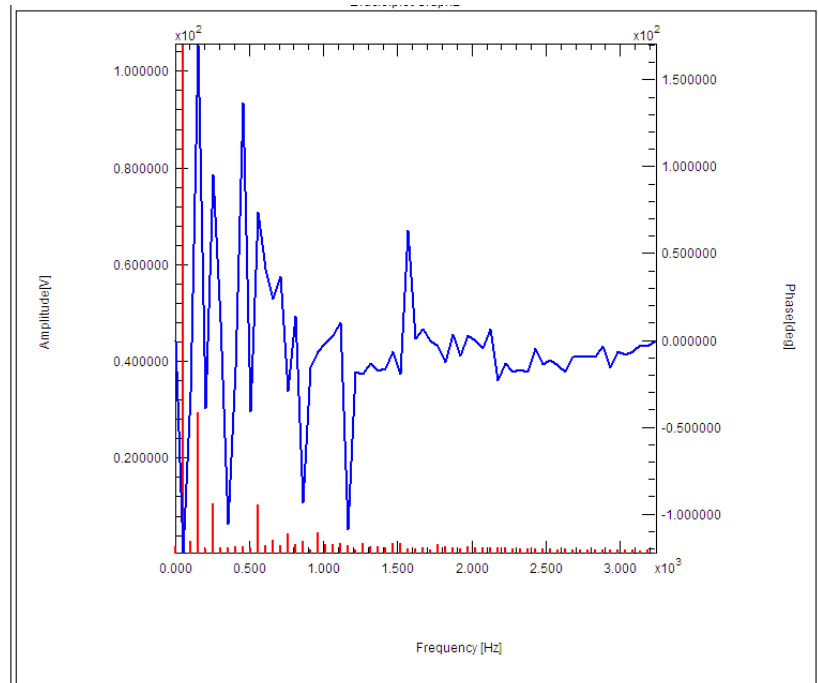


Valores absolutos

- Resultados Gráficos:



Formas de onda



Transformadas de Fourier

Una vez definidos los fundamentos teóricos de las máquinas eléctricas rotativas, las leyes por las que se rigen, y conocidas las limitaciones o posibilidades de cálculo del programa que se utiliza en apoyo al estudio teórico de éstas se procede a definir el tipo de máquina que será objeto de este estudio.

4. MÁQUINA OBJETO DE ESTUDIO:

Como se ha explicado anteriormente existen diferentes tipos de máquinas rotativas, dependiendo de su geometría, de sus características, del funcionamiento al cual estén predestinadas etc.

Para el siguiente estudio se ha seleccionado una máquina rotativa relativamente pequeña con niveles de tensión y de par de salida relativamente bajos. Ambos factores dependen directamente del tamaño y del número de espiras de la máquina, por lo tanto, en el caso de que se requiera una máquina de dimensiones mayores únicamente será necesario aumentar estas características.

Se trata de una máquina eléctrica rotativa cuyo estator está bobinado y el rotor es de imanes permanentes. Tanto el imán como los materiales ferromagnéticos han sido definidos introduciendo la característica BH de los materiales. Para comprobar la eficacia de las técnicas constructivas para la atenuación de armónicos se ha realizado el estudio con dos versiones de la misma máquina: devanado concentrado y devanado distribuido.

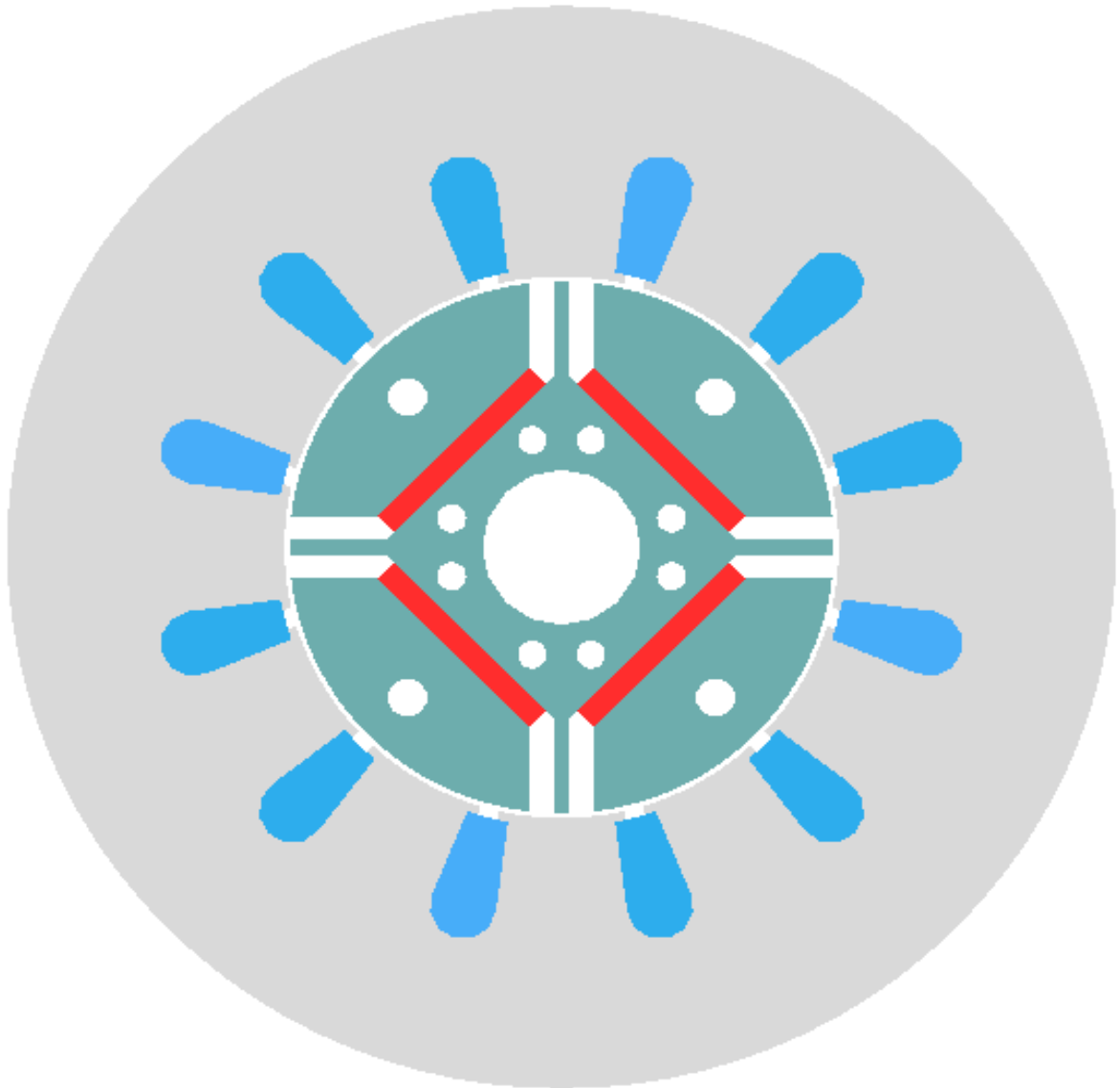
Para ambos casos además, se han realizado el ensayo de vacío como el ensayo en carga para luego poder comparar los resultados obtenidos y así poder verificar la eficacia de dichas técnicas.

A continuación se exponen las características de cada una de las variantes (devanado concentrado y devanado distribuido) de la máquina objeto de estudio.

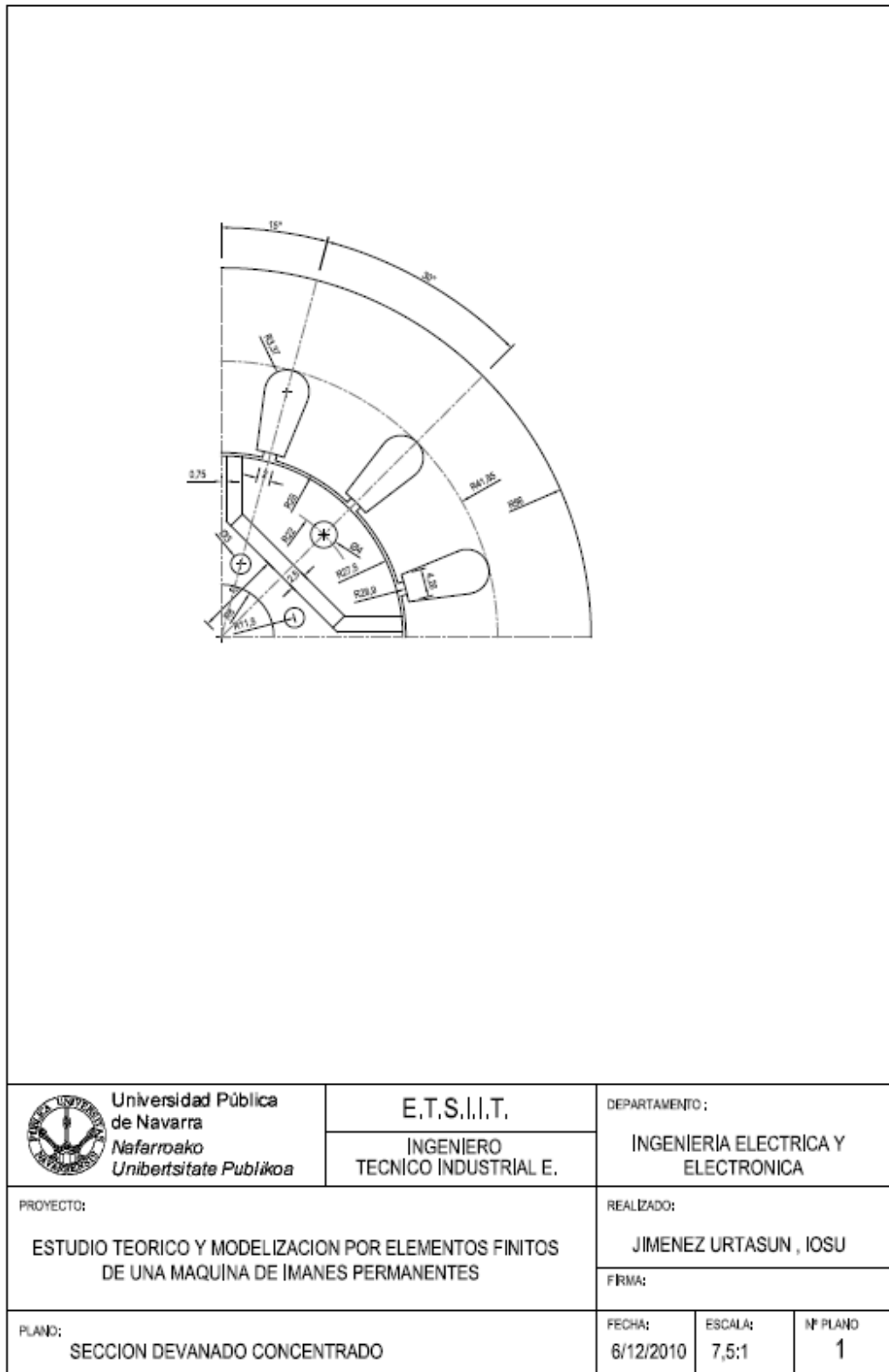
4.1. DEVANADO CONCENTRADO:

4.1.1. CARACTERÍSTICAS DE LA MÁQUINA:

4.1.1.1. GEOMETRÍA:



	Núcleo Estator
	Núcleo Rotor
	Ranuras
	Imán
	Aire



4.1.2. CARACTERÍSTICAS ELÉCTRICAS:

Pares de polos: 2

Nº de espiras: 560

Nº de ranuras: 12

Resistencia bobinados: 0.814 ohm

Nº de fases: 3

Tipo devanado: Concentrado.

Frecuencia: 50 Hz

Velocidad funcionamiento: 1500 rpm

4.1.3. CARACTERÍSTICAS MAGNÉTICAS:

4.1.3.1. IMAN:

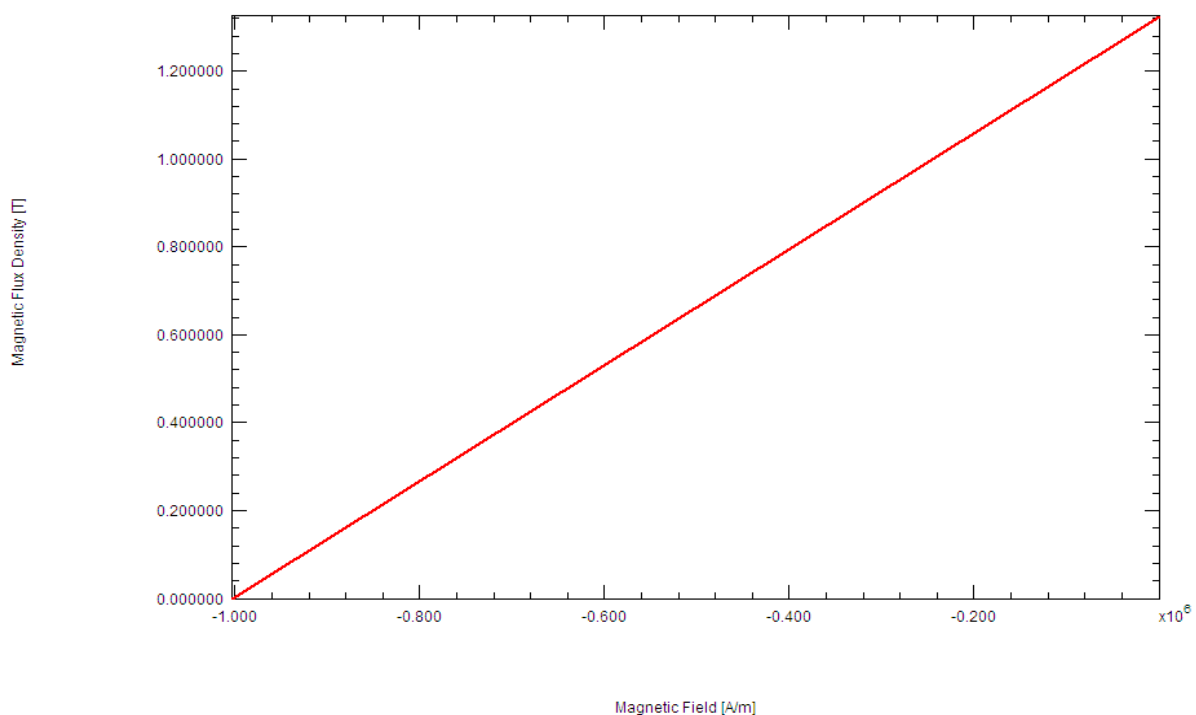
Nombre: NEOMAX – 42

Tipo: Tierras raras

Campo coercitivo: 1004129 A/m

Densidad de flujo remanente: 1.32 T

Grafico BH:



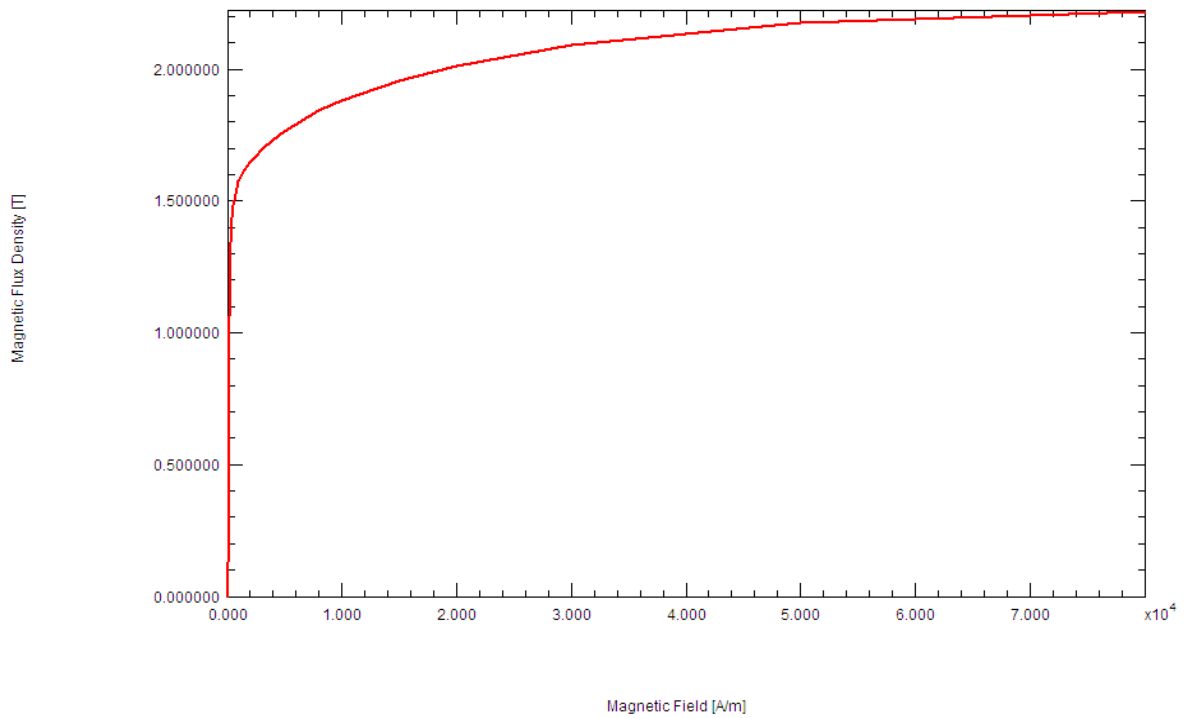
4.1.3.2. MATERIAL FERROMAGNETICO:

Nombre: 50JN1300

Tipo: JN Core

Clase: JFE Steel

Grafico BH:

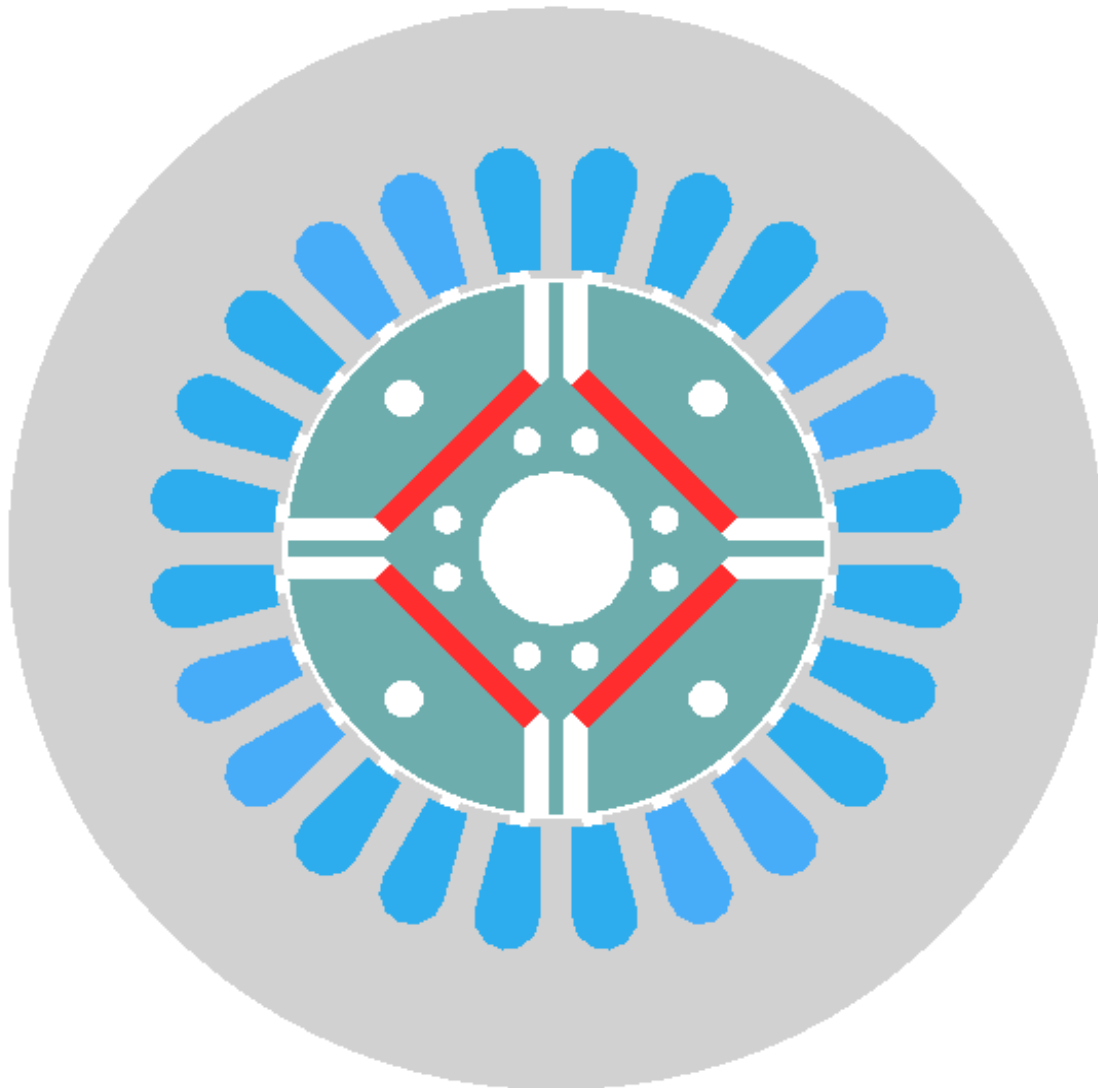


Las características magnéticas entre una variante y otra son las mismas, y lo único que las diferencia será el número de ranuras cambiando así la sección entre una variante y la otra.

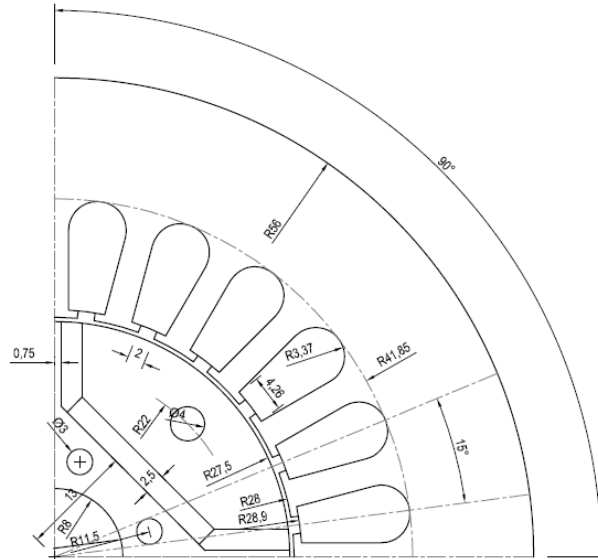
4.2. DEVANADO DISTRIBUIDO:


4.2.1. CARACTERÍSTICAS DE LA MÁQUINA:

4.2.1.1. GEOMETRIA:



	Núcleo Estator
	Núcleo Rotor
	Ranuras devanado
	Imán
	Aire



 <p>Universidad Pública de Navarra Nafarroako Unibertsitate Publikoa</p>	<p>E.T.S.I.I.T.</p>	DEPARTAMENTO :		
	<p>INGENIERO TECNICO INDUSTRIAL E.</p>	<p>INGENIERIA ELECTRICA Y ELECTRONICA</p>		
PROYECTO: <p style="text-align: center;">ESTUDIO TEORICO Y MODELIZACION POR ELEMENTOS FINITOS DE UNA MAQUINA DE IMANES PERMANENTES</p>		REALIZADO: <p style="text-align: center;">JIMENEZ URTASUN , IOSU</p>		
PLANO: <p style="text-align: center;">SECCION DEVANADO DISTRIBUIDO</p>		FECHA: 6/12/2010	ESCALA: 7,5:1	Nº PLANO 2
		FIRMA:		

4.2.2. CARACTERÍSTICAS ELÉCTRICAS:

Pares de polos: 2

Nº de espiras: 560

Nº de ranuras: 24

Resistencia bobinados: 0.814ohm

Nº de fases: 3

Tipo devanado: Distribuido.

Frecuencia: 50 Hz

Velocidad funcionamiento: 1500 rpm

5. BIBLIOGRAFÍA:

- “INTRODUCCIÓN A LAS MÁQUINAS ELECTRICAS”: Upna.
- “MÁQUINAS ELECTRICAS”: Fraile Mora, J. Jesús , Editorial Mc Graw Hill
- “MANUAL DE USUARIO”: JMAG user desing

CAPÍTULO 2:

DEVANADO CONCENTRADO

1. INTRODUCCIÓN:

En los apartados siguientes se ha analizado una máquina eléctrica síncrona trifásica cuyo estator está bobinado y el rotor es de imanes permanentes. El bobinado del estator se ha concentrado y el flujo de la máquina se distribuye de forma radial.

Para llevar a cabo el estudio de esta máquina se han realizado ensayos tanto en vacío como en carga. A su vez, cada uno de estos ensayos se estudia de forma teórica y por medio de JMAG con el fin de poder comparar los resultados obtenidos.

En el primer ensayo, el de vacío, se pretende analizar y comparar los valores y las formas de onda que presentan la densidad de flujo magnético en el entrehierro así como la tensión inducida en los devanados del estator. En el segundo ensayo además, se analizarán y compararán los valores y formas de onda que presenta el par cuando la máquina esta funcionando como motor y como generador.

2. CÁLCULOS TEÓRICOS EN VACÍO:

En el siguiente apartado se describe teóricamente el ensayo en vacío realizado a la máquina anteriormente descrita. Para el análisis, se han utilizado las leyes fundamentales del electromagnetismo definidas en el capítulo número 1, además de haber supuesto la máquina como ideal.

Para considerar a ésta como ideal, se han supuesto las siguientes hipótesis de cálculo:

- Simetría cilíndrica perfecta.
- Se han despreciado las ranuras del rotor.
- Permeabilidad del material ferromagnético infinita. Por lo tanto no existe saturación del material.
- Los bobinados del estator se consideran puntuales.

Para realizar los cálculos teóricos serán necesarios los siguientes datos referentes a la máquina:

- Campo coercitivo, H_c : 1004129 Av
- Densidad de flujo remanente, B_r : 1.32 T
- Espesor del imán, l_m : 0.0025 m
- Sección del imán, S_m : 0.0006543 m²
- Espesor del entrehierro, g : 0.0005 m
- Longitud del entrehierro, l_g : 0.0385 m
- Sección del entrehierro, S_g : 0.00130 m²

Definidas las hipótesis de cálculo y conocidos los datos necesarios, se procede a calcular la densidad de flujo en el entrehierro y la tensión inducida en los devanados del estator.

2.1. DENSIDAD DE FLUJO MAGNÉTICO EN EL ENTREHIERRO:

Un campo magnético puede ser creado de dos formas distintas. Cuando una corriente que circula a lo largo de un conductor lo genera alrededor de éste, Ley de Ampere, o por medio de un imán permanente.

2.1.1. CÁLCULOS:

Utilizando la ley de Ampere aplicada a un imán permanente se obtiene la siguiente expresión:

$$\oint H \, dl = i_{\text{neto}} = 0 \quad \longrightarrow \quad 0 = H_m \cdot l_m + H_g \cdot g$$

Además como la densidad de flujo magnético B, depende directamente de la intensidad de campo magnético H entonces:

$$\text{Para el entrehierro: } B_g = \mu_0 \cdot H_g$$

$$\text{Para el imán: } B_m = B_r \left(1 + \frac{H_m}{H_c} \right)$$

Donde:

- B_g : Densidad de flujo en el entrehierro
- B_m : Densidad de flujo del imán
- μ_0 : Permeabilidad del aire

Según la conservación del flujo magnético y que las secciones del entrehierro y del imán son distintas, se obtiene:

$$B_g \cdot S_g = B_m \cdot S_m \quad B_m = \frac{B_g \cdot S_g}{S_m}$$

Sustituyendo las tres últimas ecuaciones en la ley de Ampere se obtiene la definición de la densidad de flujo en el entrehierro.

$$0 = H_m \cdot l_m + H_g \cdot g$$

$$\left(\frac{B_g}{\mu_0} \cdot g \right) + \left(\frac{B_m}{B_r} - 1 \right) \cdot H_c \cdot l_m = 0$$

$$B_g \cdot \left(\frac{g}{\mu_0} + \frac{S_g \cdot H_c \cdot l_m}{B_r \cdot S_m} \right) - H_c \cdot l_m = 0$$

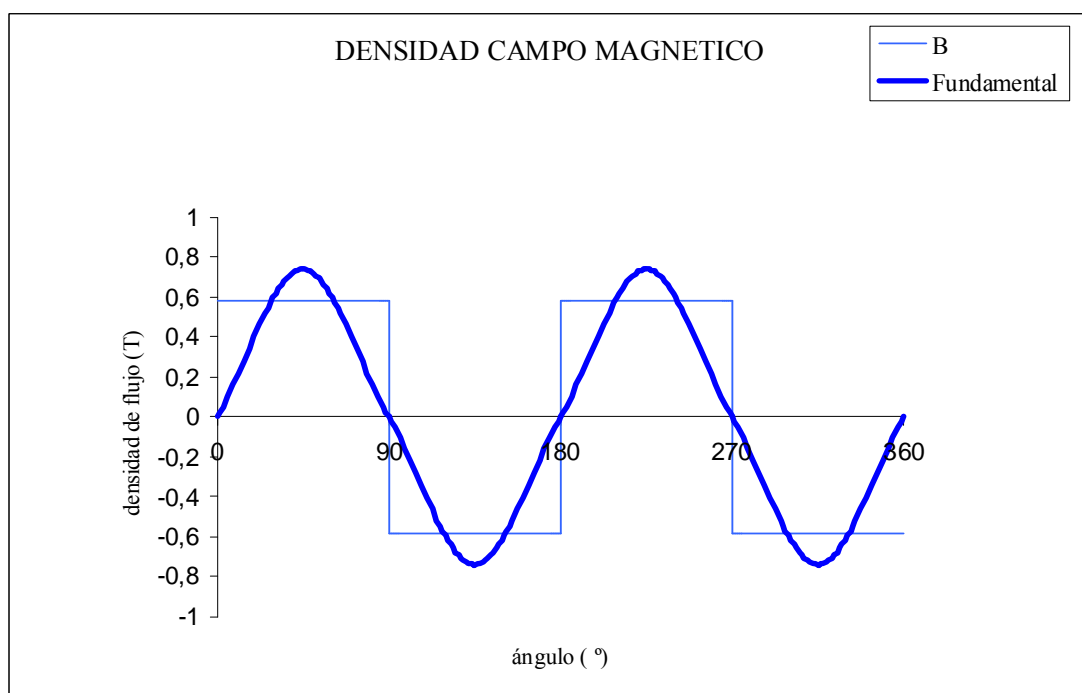
$$B_g = \frac{H_c \cdot l_m}{\left(\frac{g}{\mu_0} + \frac{S_g \cdot H_c \cdot l_m}{B_r \cdot S_m} \right)}$$

Sustituyendo por los valores mostrados al principio del apartado.

$$B_g = \frac{H_c \cdot l_m}{\left(\frac{g}{\mu_0} + \frac{S_g \cdot H_c \cdot l_m}{B_r \cdot S_m} \right)} = \frac{1004129 \cdot 0.0025}{\left(\frac{0.0005}{4\pi \cdot 10^{-7}} + \frac{0.00130 \cdot 1004129 \cdot 0.0025}{1.32 \cdot 0.000654} \right)} = 0.6010 \text{ T}$$

2.1.2. DISTRIBUCIÓN CAMPO MAGNÉTICO:

La distribución del campo magnético a lo largo de la máquina, si se desprecian el efecto de las ranuras y los bordes de aire de cada pieza polar, presentará una forma de onda cuadrada a lo largo de un ciclo de la máquina tal y como se muestra en la siguiente figura:



En el ciclo mecánico de la máquina el valor de la densidad de flujo magnético varía cada 90° de positivo a negativo. Esto se debe a que el campo magnético siempre circula del polo norte al polo sur, es decir tiene una dirección. Si este movimiento es visto desde el rotor habrá momentos en los que el campo magnético este entrando en el rotor y otros saliendo.

Como se trata de una máquina con cuatro polos, dos pares de polos, el campo magnético entrará y saldrá cuatro veces del rotor.

Además, la distribución de campo magnético se puede representar mediante una serie de Fourier que por ser una onda cuadrada únicamente incluirá los términos senoidales e impares.

$$B(\theta) = B_{1\max} \cdot \text{sen}(\theta) + B_{3\max} \cdot \text{sen}(3\theta) + B_{5\max} \cdot \text{sen}(5\theta) \dots$$

El primer armónico, también llamado fundamental es igual a:

$$B_{1\max} = \frac{4}{\pi} \cdot B = \frac{4}{\pi} \cdot 0.6010 = 0.7653 \text{ T}$$

2.2. TENSION INDUCIDA:

Tras conocer la distribución de la densidad de flujo magnético a lo largo del entrehierro será posible conocer el flujo magnético. Conocido éste, aplicando la ley de Faraday se obtendrá el valor y la forma de onda de la tensión inducida para una espira.

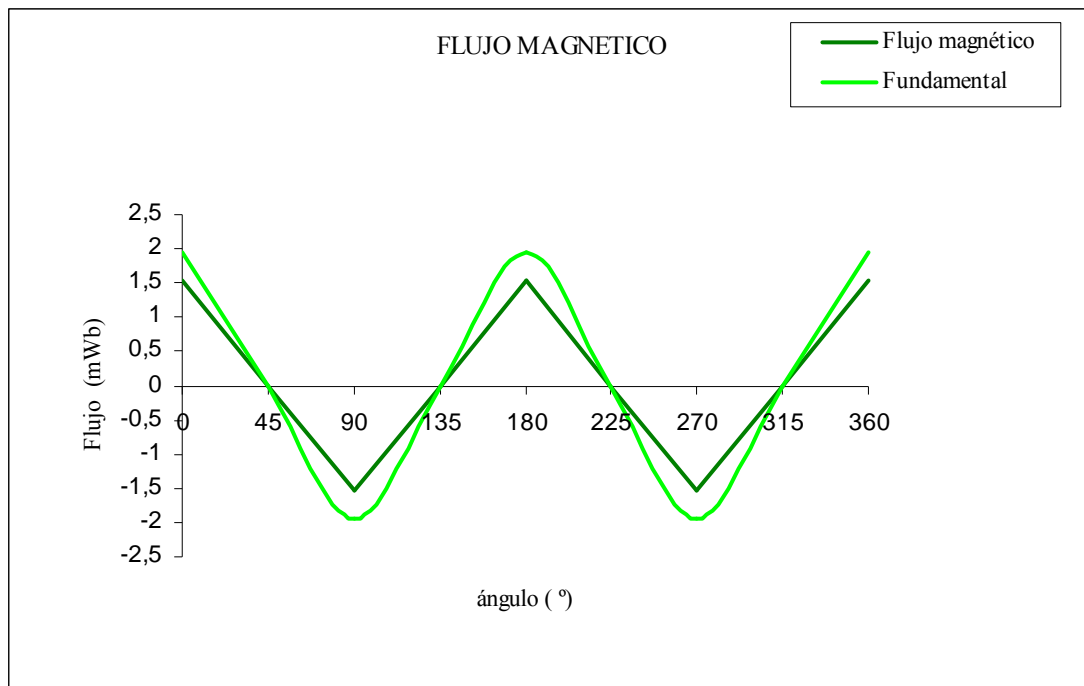
2.2.1. FLUJO MAGNETICO:

El flujo magnético que atraviesa una espira depende de la posición del rotor. Será máximo cuando el ángulo entre el eje magnético de la espira y el eje del imán sea máximo.

El valor máximo del flujo será:

$$\phi = \int_s B(\theta) dS = \int_0^\pi B(\theta) \cdot l \cdot r \cdot d\theta = 0.6010 \cdot \pi \cdot 0.03 \cdot 0.02775 = 1.5578 \text{ mWb}$$

La expresión anterior establece que el flujo es la integral de la densidad de flujo magnético en una superficie S, es decir, la cantidad de densidad B que pasa por una determinada superficie. La forma de onda del flujo se muestra a continuación:



2.2.2. TENSIÓN INDUCIDA:

La tensión inducida de los devanados depende directamente del flujo que los atraviesa y consecuentemente, de la densidad de flujo magnético. Por lo tanto aplicando la ley de Faraday se obtiene:

$$|e| = \left| \frac{d\phi}{dt} \right|$$

Por lo tanto, la tensión que verá cada una de las espiras en la máquina.

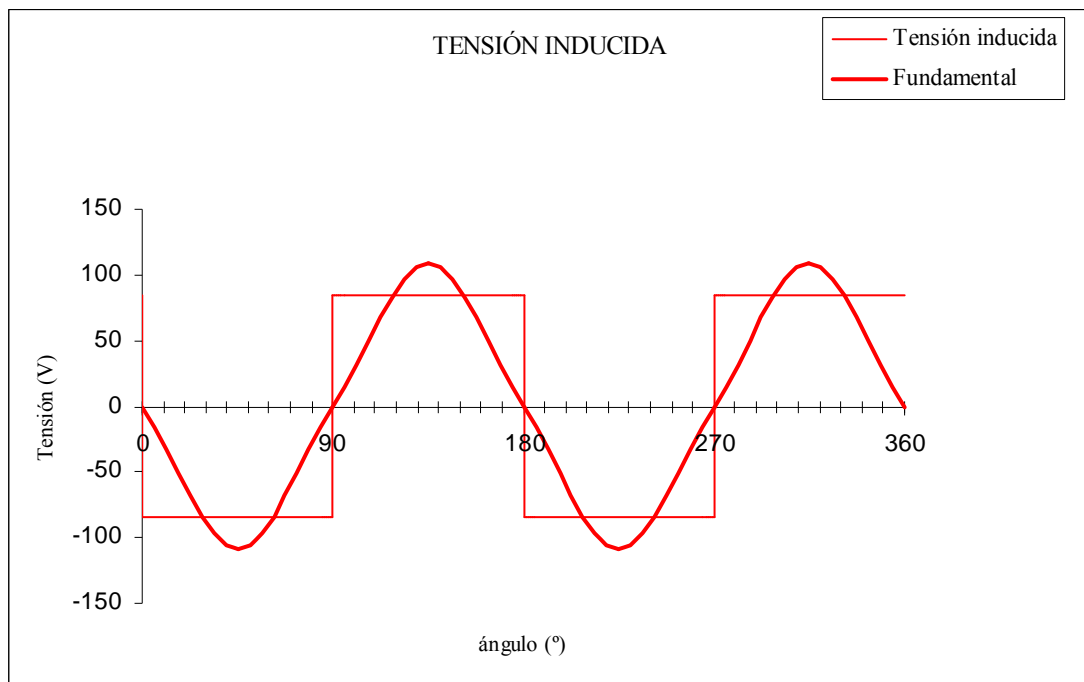
$$e_{esp} = -\frac{d\phi}{dt} = B \cdot l \cdot r \cdot 2\omega = 0.6010 \cdot 0.03 \cdot 0.02775 \cdot 2 \cdot 157.07 = 0.1571 \text{ V}$$

Multiplicando por el número total de espiras se obtiene la tensión de salida de cada uno de los devanados.

$$e_{max} = N \cdot e_{esp} = 560 \cdot 0.1571 = 88.01 \text{ V}$$

La forma de onda de la tensión inducida es al igual que la de la densidad de flujo magnético una onda cuadrada pero con el signo cambiado debido a la ley de Lenz. Por lo tanto, la serie de Fourier de la tensión inducida también incluirá solamente los términos impares.

A continuación se muestra la forma de onda de la tensión inducida total.



La transformada de Fourier presenta la siguiente ecuación:

$$e(t) = E_{1\max} \cdot \text{sen}(\Omega t) + E_{3\max} \cdot \text{sen}(3\Omega t) + E_{5\max} \cdot \text{sen}(5\Omega t) \dots$$

Para hallar la tensión de la fundamental y de los armónicos impares que influyen en la tensión de salida:

$$E_{n\max} = \frac{4}{n\pi} \cdot e_{\max}$$

$$- E_{1\max} = \frac{4}{n\pi} \cdot e_{\max} = \frac{4}{1 \cdot \pi} \cdot 88.01 = 112.06 \text{ V}$$

$$- E_{3\max} = \frac{4}{n\pi} \cdot e_{\max} = \frac{4}{3 \cdot \pi} \cdot 88.01 = 37.35 \text{ V}$$

$$- E_{5\max} = \frac{4}{n\pi} \cdot e_{\max} = \frac{4}{5 \cdot \pi} \cdot 88.01 = 22.41 \text{ V}$$

3. ANÁLISIS DE JMAG EN VACÍO:

3.1. INTRODUCCIÓN:

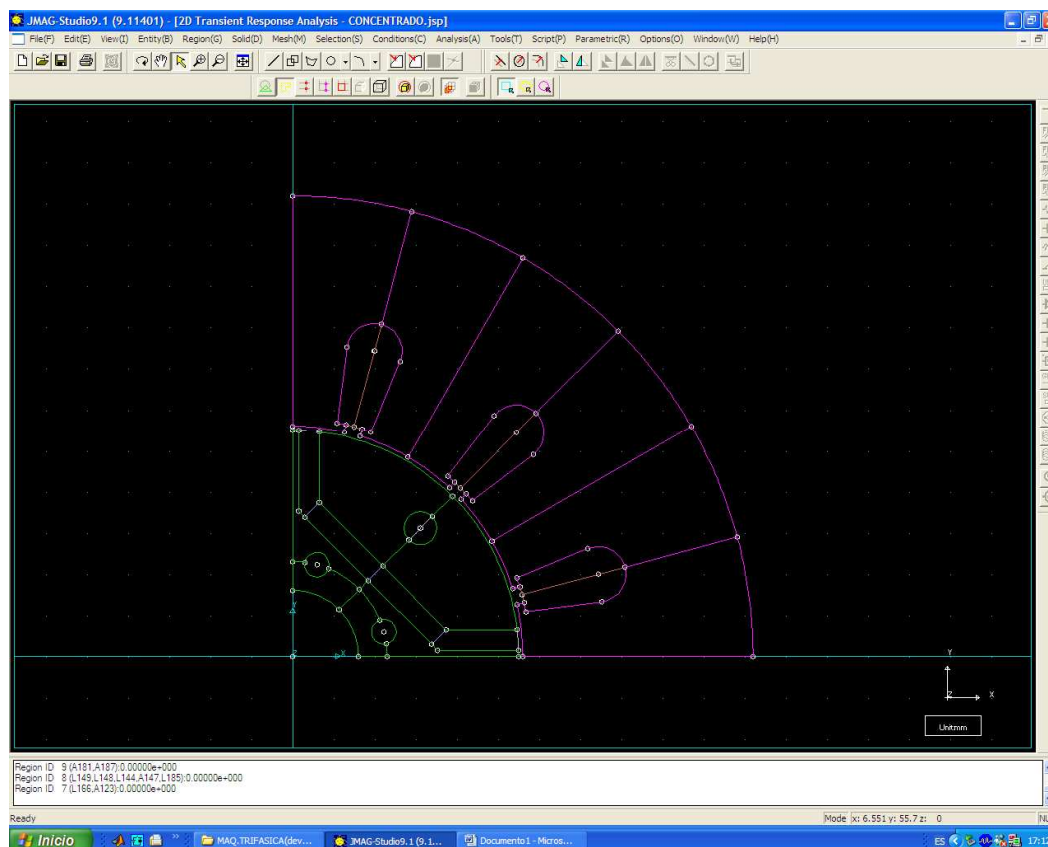
El programa JMAG, tal y como se describió en el capítulo número 1, es un simulador que, a partir de un modelo de elementos finitos permite calcular por ejemplo densidades de flujo magnético, flujos magnéticos, tensiones inducidas, etc.

En este apartado, por medio del simulador, se ha realizado un estudio similar al del apartado anterior, es decir, se ha obtenido en primer lugar la distribución del campo magnético, el valor de la densidad de flujo magnético y finalmente el valor de la tensión inducida.

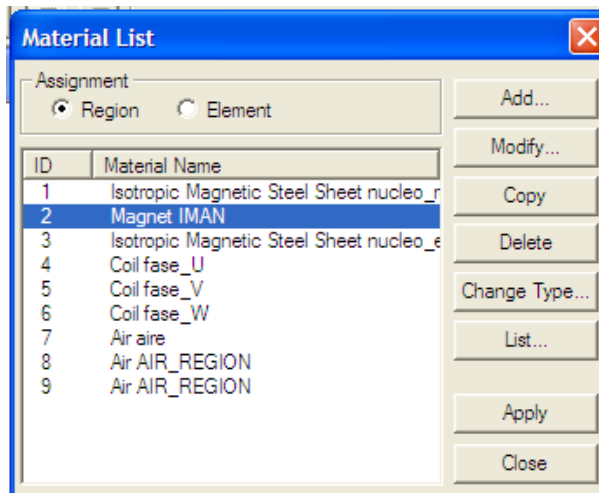
3.2. INSTRUCCIONES PREVIAS EN JMAG:

En el apartado que precede, se muestran ciertos aspectos a tener en cuenta a la hora de llevar a cabo el proceso de creación de modelos que sigue JMAG antes de obtener los resultados deseados.

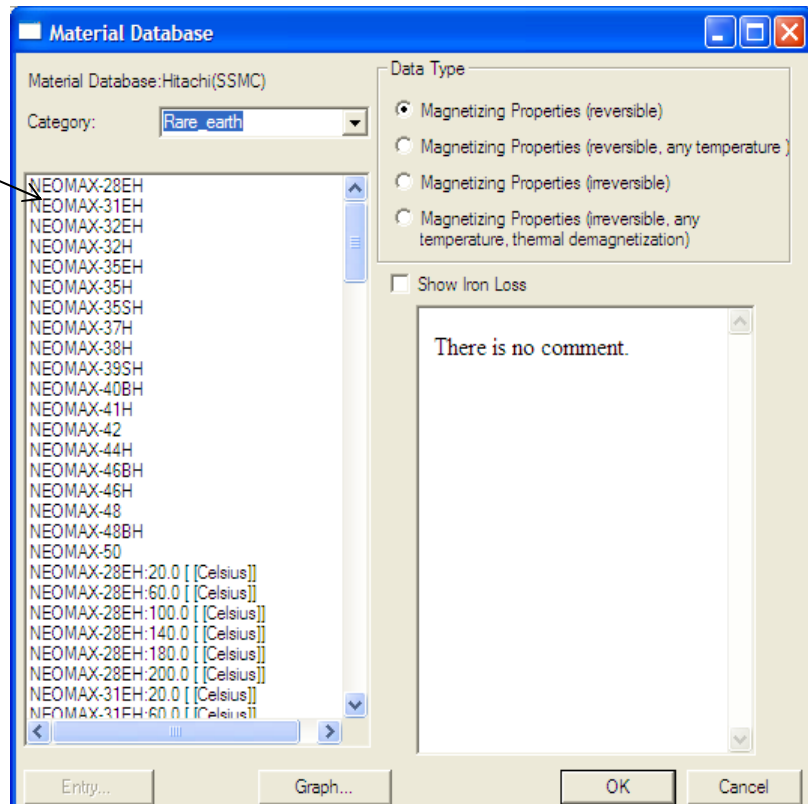
En primer lugar, se diseñara y se dibujará la sección de la máquina por medio de la herramienta de tipo CAD que facilita el propio simulador.



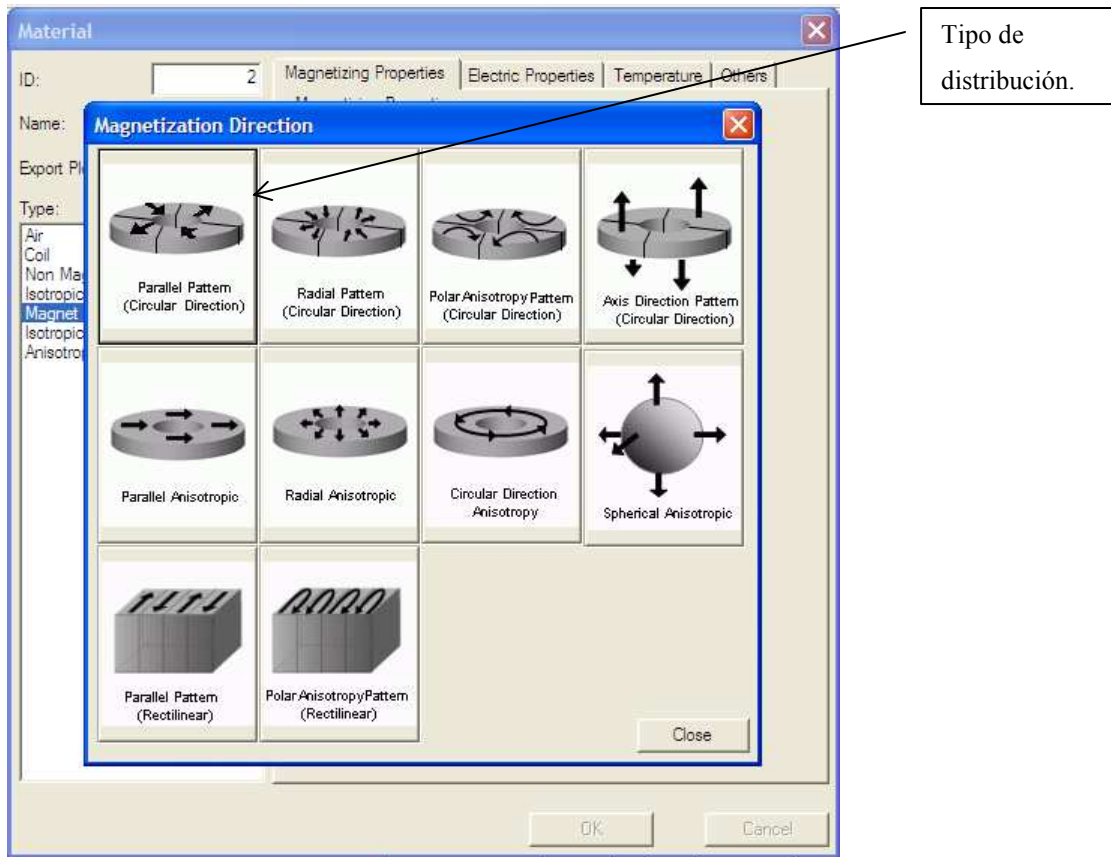
Una vez dibujada la sección de la máquina, se introducen los tipos de materiales que forman la máquina y se especificará el tipo de imán. El imán se puede crear introduciendo sus propiedades manualmente, ó como en este caso, seleccionándolo de la base de datos del propio programa tal y como se muestra en la siguiente imagen:



Listado tipos de imanes.



Se define a continuación la dirección de la densidad de flujo magnético en el interior del imán. Para ello, se selecciona la pestaña “*magnetization direction*” que se encuentra dentro de la ventana de las propiedades del imán.

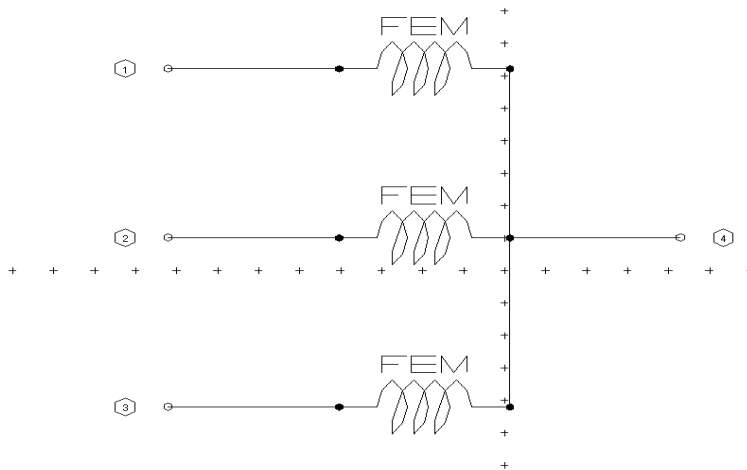


Tal y como se especificó en las características de la máquina, la distribución del campo magnético es de tipo radial por lo que se deberá tener cuidado a la hora de seleccionar la dirección. Para este caso se ha introducido una dirección circular especificada como “*Parallel Pattern*”.

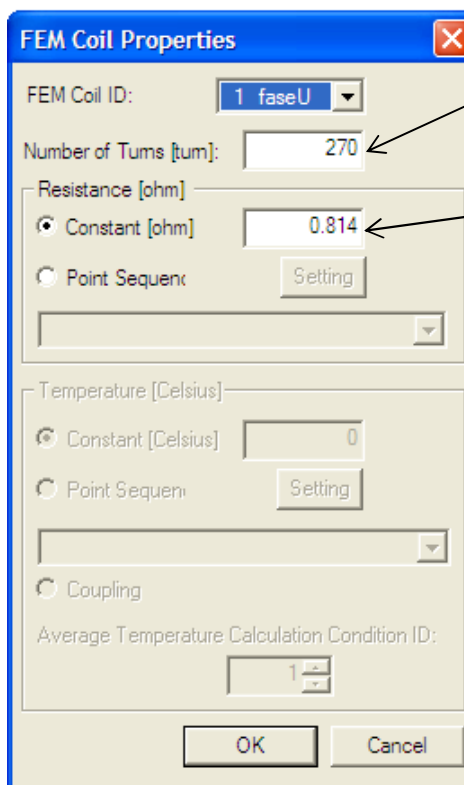
Definir bien tanto las propiedades ó tipo de imán como la dirección de la densidad de flujo magnético, será importante a la hora de estudiar la densidad de flujo magnético en el simulador.

Finalmente se diseña el circuito interno de la máquina en el cual los devanados de cada una de las fases están conectados en estrella. Para ello habrá que seguir el siguiente procedimiento:

- *Conditions / Create circuit* (Aparecerá una nueva ventana donde se dibujará el circuito deseado)



- Se definen las fases y las propiedades eléctricas de cada uno de los devanados:



Numero de espiras.

Resistencia del bobinado.

NOTA: A la hora de introducir el número de espiras por fase, habrá que tener en cuenta que se está ante una máquina de 2 pares de polos y devanado concentrado. Por lo tanto el N° de espiras será:

$$N = \frac{N_t}{p} = \frac{560}{2} = 280 \text{ Espiras por polo y fase}$$

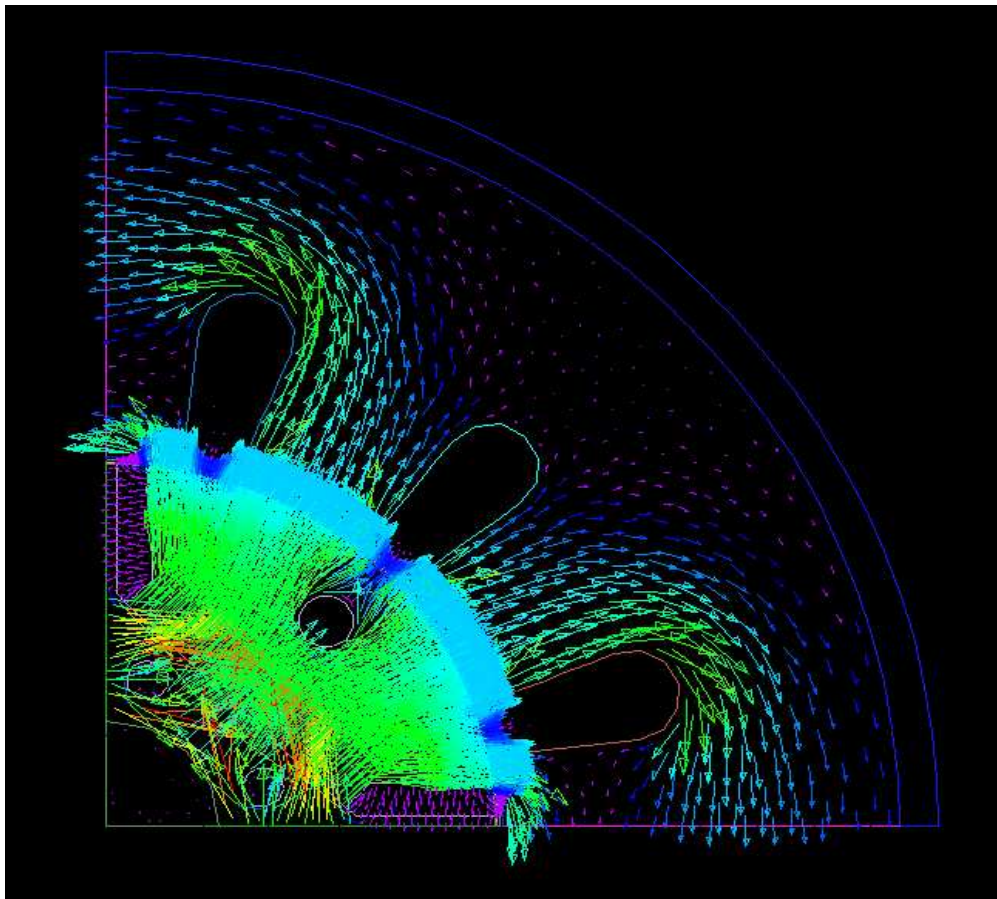
Concluido el diseño de la máquina se procede a simular el ensayo de vacío y a analizar los resultados obtenidos tanto de la densidad de flujo magnético como de la tensión de inducido.

3.3. DENSIDAD DE FLUJO MAGNÉTICO EN EL ENTREHIERRO:

JMAG permite obtener los resultados de forma visual, de tal forma que se facilite la interpretación de éstos, como por ejemplo la densidad de flujo magnético.

A continuación se muestra la distribución del campo magnético a lo largo de la superficie de la máquina de forma vectorial.

- *Results / Magnetic flux density / vector.*

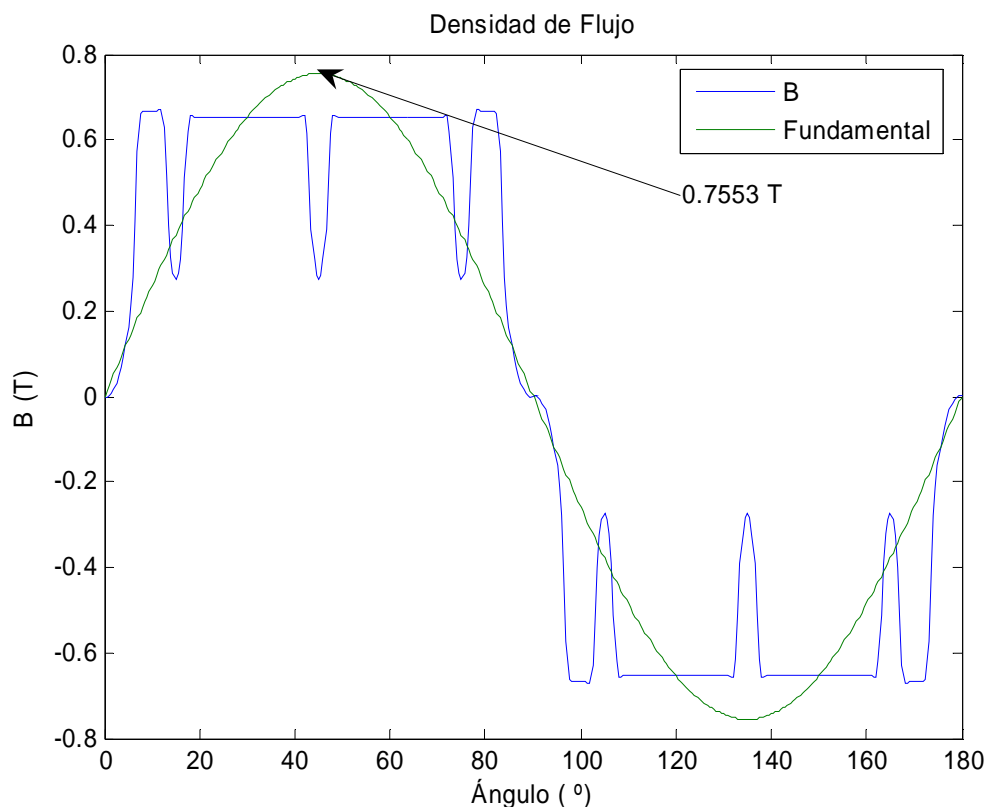


Efectivamente de forma muy visual se puede observar como el campo magnético se distribuye a lo largo de la sección de la máquina. Los vectores de campo magnético van del polo norte al polo sur atravesando tanto el rotor como el estator y definiendo una dirección circular tal y como se especificó en las propiedades del imán.

A continuación interesa obtener la forma de onda que presenta la densidad de flujo magnético en el entrehierro y su valor. Para obtener ésta forma de onda se ha realizado lo siguiente:

- *Results/Magnetic flux density /Arc section/Magnetic flux density (r)*

El programa pregunta entonces el radio para el cual se desea obtener la forma de onda. Introduciendo el valor del radio del entrehierro se obtiene:



NOTA: La forma de onda de la fundamental se ha obtenido por medio de MATLAB.

La forma de onda presenta ciertas ondulaciones que hacen que el valor de la densidad de flujo magnético varíe entre 0.3 y 0.7 teslas aproximadamente. Estas ondulaciones se deben a que JMAG considera la distribución de las ranuras en el estator. Las ranuras están conectadas directamente al entrehierro para poder dirigir el campo magnético de tal forma que se disminuya el flujo de fugas alrededor de la ranura.

Conocida la causa de las ondulaciones, se puede considerar a pesar de todo, que se trata de una forma de onda cuadrada por lo que su transformada de Fourier será una serie de senos.

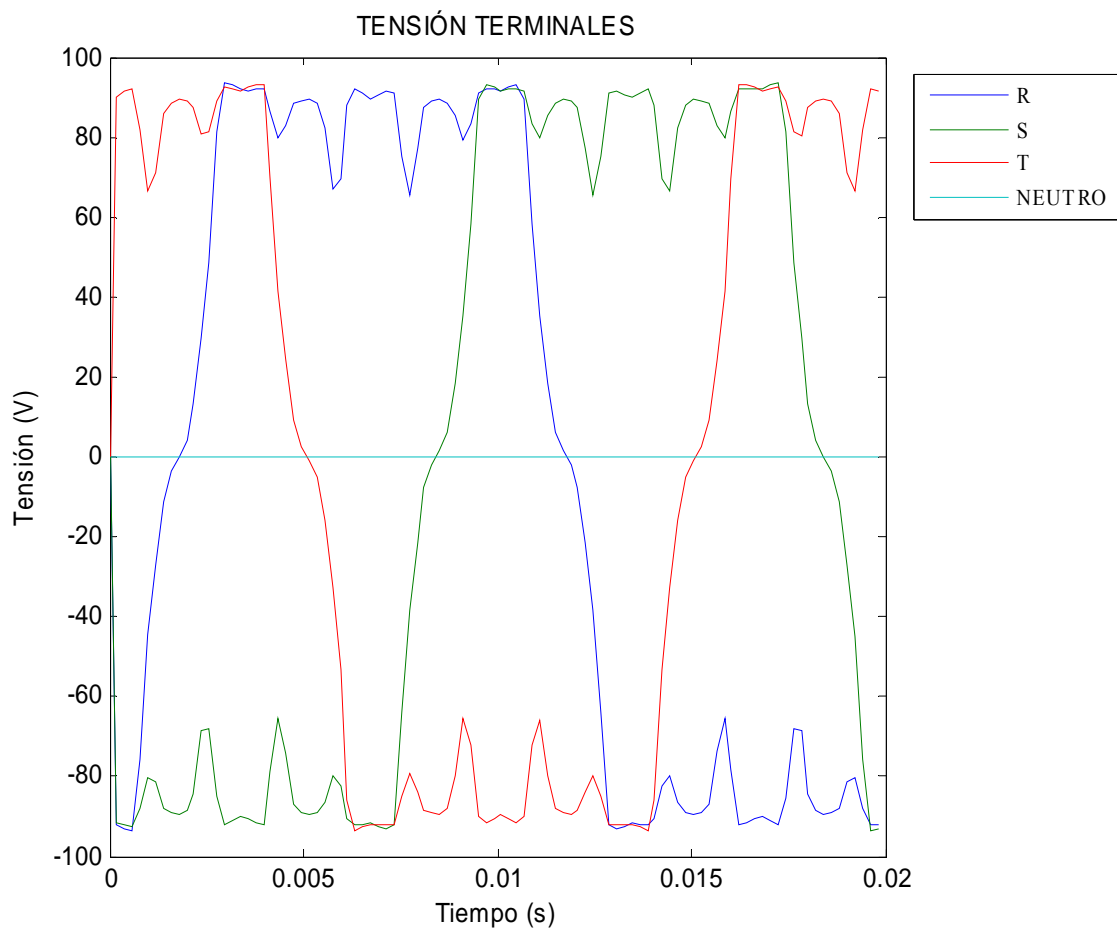
El valor del primer armónico o fundamental es:

$$B_{\max} = 0.7553 \text{ T}$$

3.4. TENSION INDUCIDA:

Una vez analizados los resultados de la densidad de flujo magnético obtenidos en JMAG, se obtienen y se analizan a continuación, los datos referentes a la tensión inducida en los devanados de cada una de las fases:

- *Results / Electric Potential / History*



Como se puede observar, se trata de una señal trifásica en la cual existe un desfase entre cada fase de 60° eléctricos. Éste desfase se debe a que se trata de una máquina de dos pares de polos en la cual el paso polar de los devanados es de 90° mecánicos y no de 180° como en las máquinas monopolares.

El valor máximo de la tensión para cada una de las fases es aproximadamente el mismo y su valor es el siguiente:

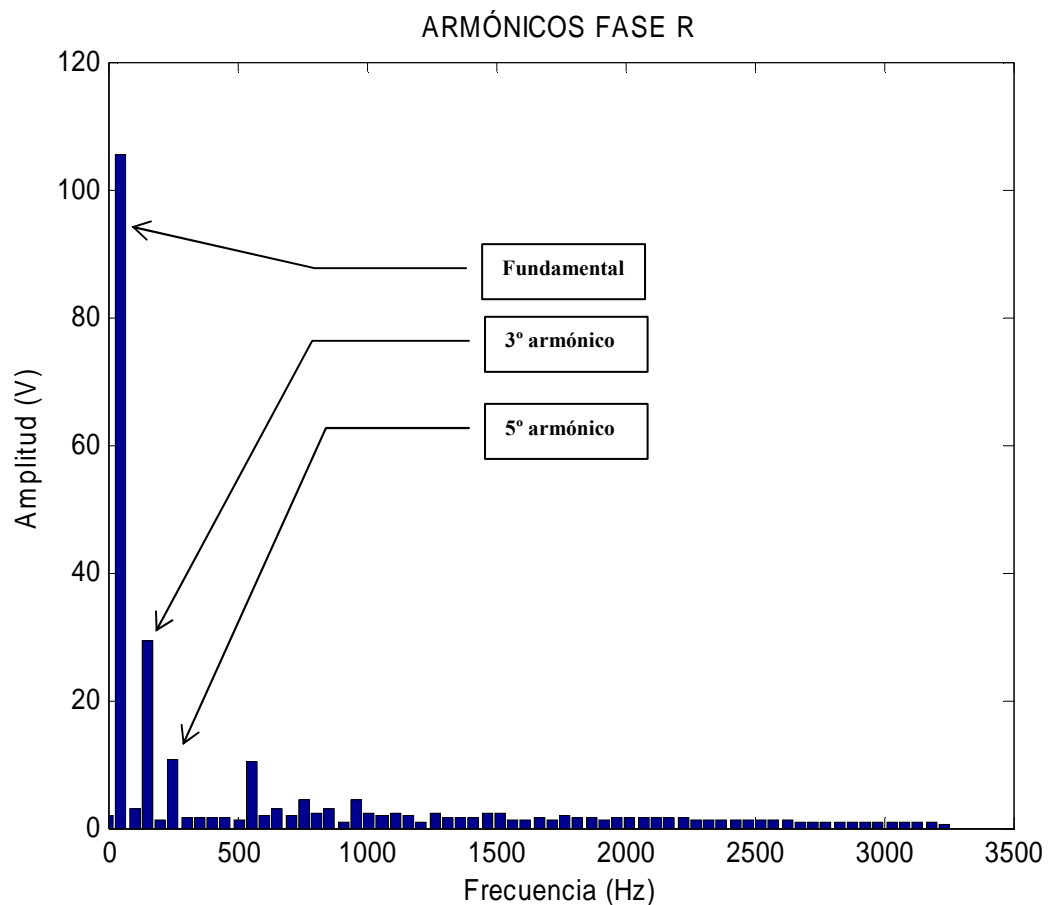
$$V_R = 92 \text{ V}$$

$$V_S = 92 \text{ V}$$

$$V_T = 92 \text{ V}$$

Por tratarse de una forma de onda cuadrada, su transformada estará compuesta por el valor fundamental de la señal y por los términos impares, los cuales impedirán que sea una señal senoidal.

Para poder estudiar el valor de la tensión fundamental y el de los armónicos que atenúan la señal JMAG permite obtener la transformada de Fourier de la señal que se desee. Por lo tanto la transformada de Fourier para la señal de la tensión de salida es:



Como se puede ver en el gráfico de la transformada de Fourier, la forma de onda de la tensión únicamente contempla los armónicos impares múltiplos de la frecuencia fundamental ya que se trata de una onda con antisimetría.

A continuación se presentan los valores de la tensión fundamental y de los armónicos para poderlos comparar más adelante con los valores teóricos.

$$V_f = 105.5 \text{ V}$$

$$V_{3f} = 29.45 \text{ V}$$

$$V_{5f} = 10.65 \text{ V}$$

A partir del 5º armónico se puede ver como su valor es cercano al cero y que su influencia es casi nula.

4. COMPARACIÓN ENTRE TEORÍA Y JMAG:

4.1. INTRODUCCIÓN:

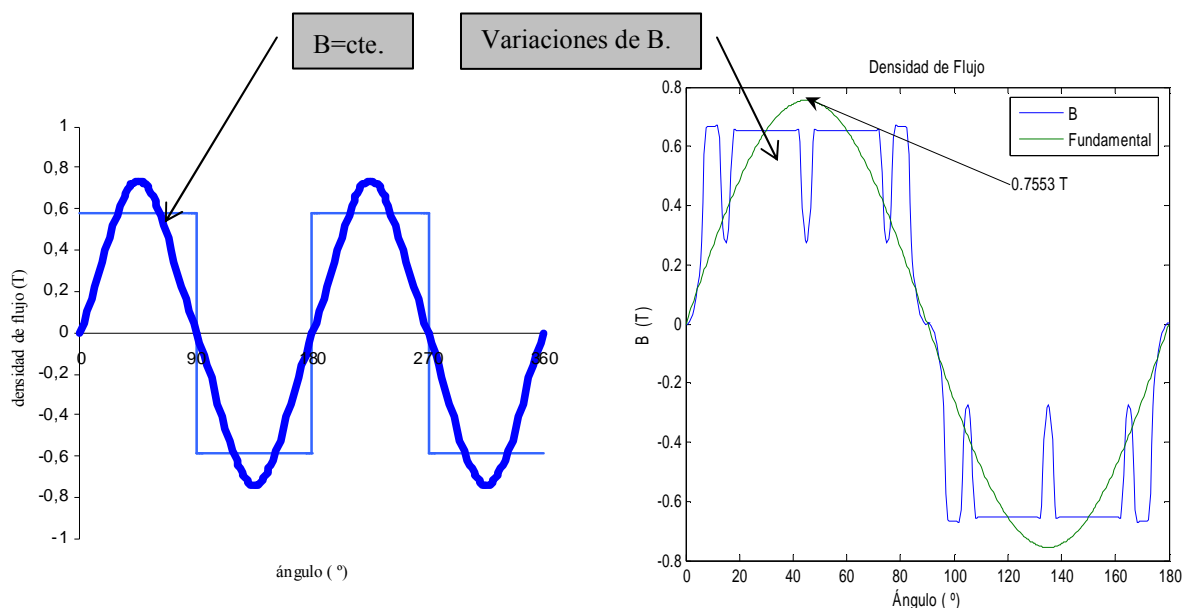
En este apartado se ha realizado una comparación entre los resultados obtenidos en el análisis teórico y en la simulación de JMAG para el ensayo de vacío. Esta comparación pretende determinar hasta que punto los resultados de JMAG coinciden con los obtenidos de forma aproximada en los cálculos teóricos. En la comparación se ha mantenido el esquema utilizado tanto en el análisis teórico como en JMAG, primero se ha comparado la densidad de flujo en el entrehierro para finalmente comparar la tensión inducida en cada uno de los devanados.

4.2. DENSIDAD DE FLUJO MAGNETICO EN EL ENTREHIERRO:

4.2.1. DISTRIBUCIÓN DEL CAMPO MAGNÉTICO:

En el análisis teórico se ha despreciado el efecto de las ranuras y solo se tiene en cuenta si el campo magnético entra o sale del rotor. Por lo tanto, se obtiene una onda cuadrada de valor constante tanto en el semiciclo positivo como en el negativo.

En JMAG sin embargo, no se desprecia la distribución de las ranuras en el estator. Por lo tanto, la forma de onda de la distribución del campo a pesar de parecerse a una onda cuadrada sufre oscilaciones de densidad de flujo relacionadas con la posición de las ranuras tanto en el semiciclo positivo como negativo.



4.2.2. VALORES DENSIDAD DE FLUJO MAGNÉTICO:

Debido a que en JMAG la densidad de flujo B, adquiere valores que oscilan entre 0.3 y 0.7 teslas, será necesario recurrir al valor de la fundamental en cada uno de los análisis para poder compararlos. Los valores obtenidos para cada uno de los casos se representan en la siguiente tabla:

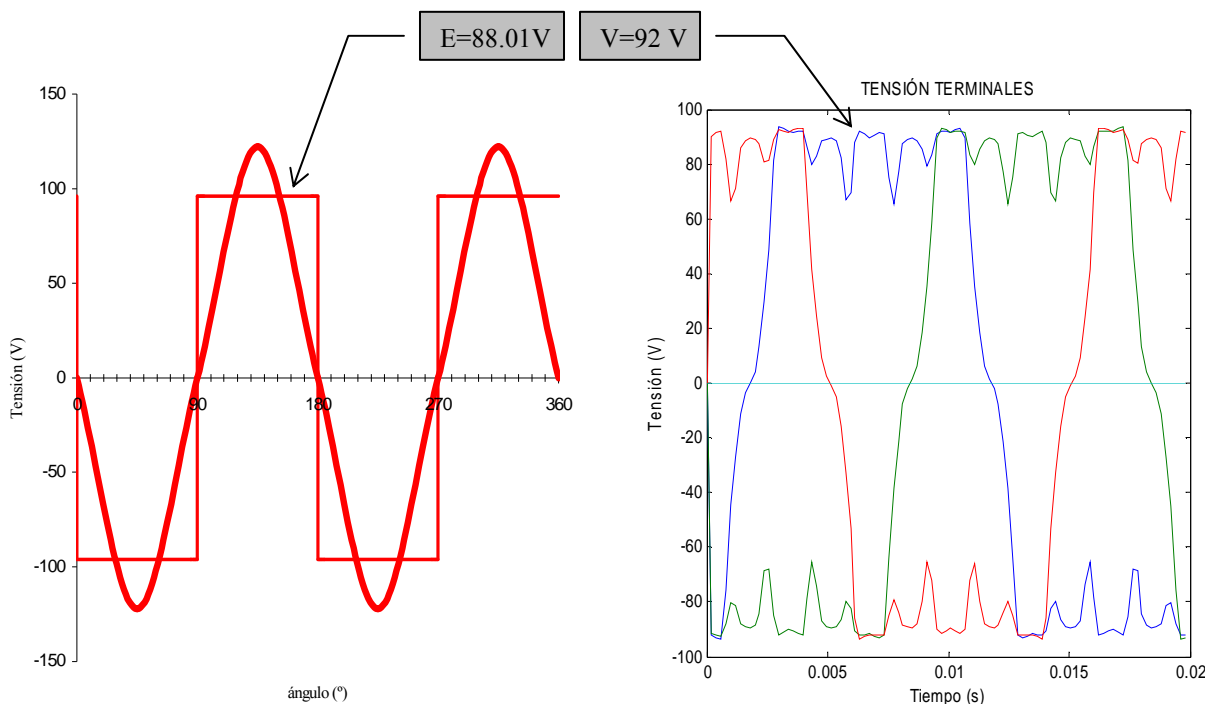
Estudio	B(T)	Fundamental (T)
Teórico	0.6010	0.7653
JMAG	0.3:0.7	0.7553

Se comprueba por lo tanto, que los resultados obtenidos en la aproximación teórica para la densidad de flujo magnético se asemejan bastante a los obtenidos en JMAG.

4.3. TENSION INDUCIDA:

Al igual que para la densidad de flujo magnético en el entrehierro a continuación se comparan las formas de onda y los valores de la tensión inducida obtenidos en ambos análisis.

Las formas de onda correspondientes a los devanados completos eran las siguientes:



Como se puede observar las dos señales son dos formas de onda cuadradas, pero al igual que en la distribución del campo magnético, el efecto de la distribución de las ranuras en el estator implica la diferencia entre ellas. Por lo tanto, por ser ambas señales cuadradas la transformada de Fourier presentará los términos impares que atenuarán la señal de salida de la tensión inducida.

Teóricamente a pesar de haber calculado el valor de la tensión fundamental como de los armónicos impares, a la hora de dibujar la transformada de Fourier no se han tenido en cuenta dichos armónicos siendo así ésta una señal senoidal.

Al contrario, en JMAG, la influencia de los armónicos es apreciable en la forma de onda debido a las deformaciones que presenta tanto en el semiciclo positivo como el negativo.

A continuación se presenta una tabla de valores tanto de la fundamental como de los armónicos obtenidos en ambos análisis:

Estudio	TENSIONES INDUCIDAS (V)			
	E_{max}	Fundamental	3° armónico	5° armónico
Teórico	88.01	112.06	37.35	22.41
JMAG	92	105.5	29.45	10.65

La diferencia que presentan la tensión de salida máxima como la fundamental entre ambos análisis, es del 5% aproximadamente. Sin embargo, es en los armónicos cuando la diferencia aumenta, debido posiblemente a la distribución de las ranuras tenida en cuenta en la simulación de JMAG.

5. CÁLCULOS TEÓRICOS EN CARGA:

5.1. INTRODUCCIÓN:

Cuando a una máquina eléctrica se le conecta en los bornes de salida del estator una fuente de energía eléctrica ó una carga, ésta presentará dos tipos de funcionamiento, motor ó generador respectivamente. La máquina funcionará como motor cuando la energía que recibe es eléctrica y la convierte en energía mecánica en forma de movimiento en el rotor. Sin embargo, al generador se le introducirá una energía mecánica, también en forma de movimiento, para que a la salida esté en forma de energía eléctrica.

En ambos funcionamientos existe un movimiento del rotor, por lo que el campo magnético existente en él, también estará en movimiento generando éste, una fuerza magnetomotriz giratoria. Además en el estator y debido a la ley de Lorentz, la corriente que circula por los devanados en presencia del campo magnético, también generará una fuerza magnetomotriz. Dichas fuerzas presentarán una tendencia a alinearse y es el par, la magnitud que define dicha tendencia.

Para el análisis teórico del ensayo en carga, en el cual se analiza el funcionamiento como motor y generador, se ha considerado la misma máquina ideal que en el ensayo de vacío con la finalidad de simplificar los cálculos del par.

En el caso del motor, se ha alimentado el estator con una fuente de corriente alterna trifásica con las siguientes características:

- Trifásica.
 - Valor pico (I_0) : 4 A
- $$I_R = I_0 \cdot \text{sen}(2\pi ft)$$
- $I_S = I_0 \cdot \text{sen}(2\pi ft + 120^\circ)$
 - $I_T = I_0 \cdot \text{sen}(2\pi ft - 120^\circ)$

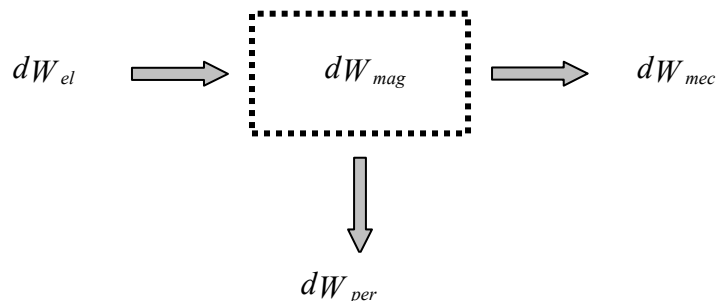
Para el generador sin embargo, se ha conectado en bornes del estator una carga trifásica equilibrada conectada en estrella puramente resistiva de tal forma que esta haga que circule corriente por los devanados del estator.

Carga resistiva equilibrada: $R_R = R_S = R_T = 100 \cdot \Omega$

5.2. CÁLCULO TEÓRICO DEL PAR:

Tal y como se explicó en los aspectos teóricos del proyecto, en un dispositivo de conversión de la energía electromecánica, el par se puede obtener de dos formas: por interacción de dos campos magnéticos o por reluctancia variable. En las máquinas de polos lisos, la máquina objeto de este estudio, se utiliza la interacción de los campos magnéticos.

La técnica más utilizada, que permite determinar el par en función de las variables eléctricas, es la aplicación del principio de la conservación de la energía, que para un dispositivo de conversión electromecánico se puede entender de la siguiente manera:



$$dW_{el} = dW_{mec} + dW_{mag} + dW_{per}$$

Al considerar la máquina como ideal las pérdidas eléctricas pueden despreciarse sacándolas fuera del sistema.

$$dW_{el} = dW_{mec} + dW_{mag}$$

$$dW_{el} = e \cdot i dt = i d\psi$$

$$dW_{mec} = T \cdot d\theta_m = T \cdot \Omega dt$$

$$dW_{mag}(\psi, \theta_m) = i d\psi - T \cdot d\theta_m$$

El par podría entonces calcularse como:

$$T = - \frac{\partial W_{mag}(\psi, \theta_m)}{\partial \theta_m}$$

Sin embargo, el par puede calcularse más fácilmente utilizando el concepto de coenergía.

La coenergía se define como:

$$W'_{mag}(i, \theta_m) = \psi \cdot i - W_{mag}$$

Por lo tanto, utilizando la coenergía magnética, el par presenta la siguiente expresión:

$$T = \frac{\partial W'_{mag}(i, \theta_m)}{\partial \theta_m} = -p \cdot M_{sr} \cdot i_A \cdot i_a \cdot \text{sen}(p\theta_m)$$

Sustituyendo M_{sr} por su valor e introduciendo las amplitudes de las fuerzas magnetomotrizes de cada devanado:

$$M_{sr} = \frac{4 \cdot \mu_0 \cdot R \cdot l}{\pi \cdot p^2 \cdot g} \cdot N_{req} \cdot N_{seq}$$

$$F_A = \frac{4 \cdot N_{seq} \cdot i_A}{2 \cdot \pi \cdot p}$$

$$F_a = \frac{4 \cdot N_{req} \cdot i_a}{2 \cdot \pi \cdot p}$$

Para una máquina de rotor bobinado el par se expresa de la siguiente forma:

$$T = -\frac{p \cdot \mu_0 \cdot \pi \cdot R \cdot l}{g} \cdot F_A \cdot F_a \cdot \text{sen}(p\theta_m)$$

Sin embargo, para una máquina de imanes permanentes en la cual no circula corriente por el estator, será necesario relacionar la densidad del flujo magnético con la corriente que circularía por el devanado del rotor como si de una máquina con rotor bobinado se tratara.

$$B = \frac{\mu_0 \cdot N_{req} \cdot i_a}{2 \cdot g \cdot p}$$

$$N_{req} \cdot i_a = \frac{B \cdot 2 \cdot g \cdot p}{\mu_0}$$

Sustituyendo, la fuerza magnetomotriz del rotor es:

$$F_a = \frac{4 \cdot N_{req} \cdot i_a}{2 \cdot \pi \cdot p} = \frac{4 \cdot B \cdot 2 \cdot g \cdot p}{2 \cdot \pi \cdot p \cdot \mu_0} = 4 \cdot \frac{Bg}{\pi \mu_0}$$

Por lo tanto el par para una máquina de imanes permanentes es el siguiente:

$$T = -\frac{p \cdot \mu_0 \cdot \pi \cdot R \cdot l}{g} \cdot F_A \cdot F_a \cdot \text{sen}(p\theta_m) = -\frac{8 \cdot R \cdot l \cdot B \cdot N_{seq}}{\pi} \cdot i_A \cdot \text{sen}(p\theta_m)$$

Donde:

- B: densidad de campo magnético en el entrehierro
- R: Radio medio del entrehierro
- l: Longitud de la máquina
- N_{seq} : Devanado equivalente del estator.
- i_A : Corriente del estator.

Como se puede observar, el par desarrollado por dos campos magnéticos, de distribución senoidal a lo largo del entrehierro, es igual a una constante, que depende de las dimensiones de la máquina, por el producto vectorial de ambos.

El signo menos da noción de la tendencia del par electromagnético a alinear los dos campos magnéticos.

Una vez obtenida la expresión teórica del par, es momento de aplicarla a la máquina objeto de estudio para los dos funcionamientos, como motor y generador.

5.2.1. PAR DEL MOTOR:

Tal y como se ha indicado, para simular la máquina en su funcionamiento como motor, se han alimentado los devanados del estator con una fuente de corriente ya descrita anteriormente, para que alrededor de estos se genere un campo magnético. A su vez, este campo magnético generará una fuerza magnetomotriz la cual hará que el rotor se mueva apareciendo así el par electromagnético de la máquina.

Además se tendrá en cuenta que tanto en la expresión de la fuerza magnetomotriz del estator, como en la expresión del par, definidas en los cálculos teóricos se trabaja con el devanado equivalente del estator.

Este devanado se define como:

$$N_{seq} = K_{w1} \cdot N_s$$

$$K_{w1} = k_{d1} \cdot k_{p1}$$

Donde “ K_{w1} ” es el factor de devanado, “ k_{d1} ” es el factor distribución y “ k_{p1} ” el factor de paso.

Pero, por tratarse de una máquina de devanado concentrado y de paso diametral el devanado equivalente del estator será:

$$N_{seq} = N_s = 560$$

Conocido el número de espiras del devanado equivalente se procede a calcular el par con la expresión anteriormente obtenida.

$$T = \frac{p \cdot \mu_0 \cdot \pi \cdot R \cdot l}{g} \cdot F_A \cdot F_a \cdot \text{sen}(p\theta_m) = \frac{8 \cdot R \cdot l \cdot B \cdot N_{seq} \cdot i_A \cdot \text{sen}(p\theta_m)}{\pi} =$$

$$= \frac{8 \cdot 0.02775 \cdot 0.03 \cdot 0.6010 \cdot 560}{\pi} \cdot 4 = 2.85 \text{ N} \cdot \text{m}$$

El par máximo que presentará el motor será:

$$T = 2.85 \text{ N} \cdot \text{m}$$

5.2.2. PAR DEL GENERADOR:

Al contrario del motor, para el generador habrá que conectar a bornes del estator una carga de tal forma que por los devanados de éste, circule corriente. La carga conectada es como se anticipó, un grupo de resistencias conectadas en estrella de valor 100 Ohmios.

Al ser la carga resistiva mucho mayor que la impedancia del bobinado, ésta puede despreciarse. Así, la corriente que circulará por el estator se puede calcular aplicando la ley de Ohm.

$$V = R \cdot I$$

$$I_A = \frac{V}{R} = \frac{112.06}{100} = 1.1206 \text{ A}$$

Donde I_A es el valor pico de la corriente que circulará por cada uno de los devanados de las fases.

Considerando además, que el devanado equivalente no varía entre un funcionamiento y otro, el par es:

$$T = -\frac{p \cdot \mu_0 \cdot \pi \cdot R \cdot l}{g} \cdot F_A \cdot F_a \cdot \text{sen}(p\theta_m) = -\frac{8 \cdot R \cdot l \cdot B \cdot N_{seq}}{\pi} \cdot i_A \cdot \text{sen}(p\theta_m) =$$

$$= \frac{8 \cdot 0.02775 \cdot 0.03 \cdot 0.6010 \cdot 560}{\pi} \cdot 1.1206 = -0.7995 \text{ N}\cdot\text{m}$$

El par máximo que presentará el generador será:

$$T = -0.7995 \text{ N}\cdot\text{m}$$

6. ANÁLISIS DE JMAG EN CARGA:

6.1. INTRODUCCIÓN:

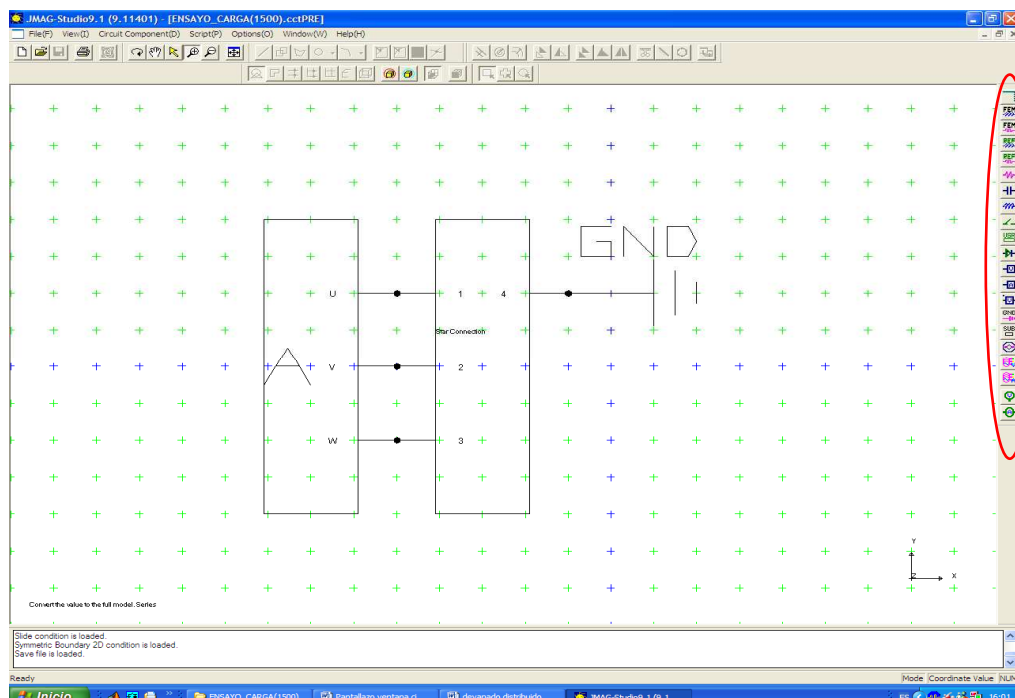
Al igual que en el ensayo de vacío, se ha realizado para el ensayo en carga un análisis en JMAG similar al realizado en los cálculos teóricos. Se ha estudiado el par obtenido tanto en el motor como en el generador desde dos aspectos diferentes. Por un lado se obtiene directamente la forma de onda y el valor del par como resultado de la simulación y por el otro, aplicando el principio de la conservación de la energía con los resultados de la potencia eléctrica y la corriente por los devanados.

6.2. INSTRUCCIONES PREVIAS EN JMAG:

Para realizar el ensayo en carga en JMAG, únicamente habrá que cambiar el circuito utilizado para el ensayo de vacío.

Para cambiar el circuito, se abrirá el archivo de tipo “jps” de JMAG referente al ensayo de vacío y se sacará la ventana donde se dibuja el circuito interno de la máquina.

- *conditions / Create circuit.*

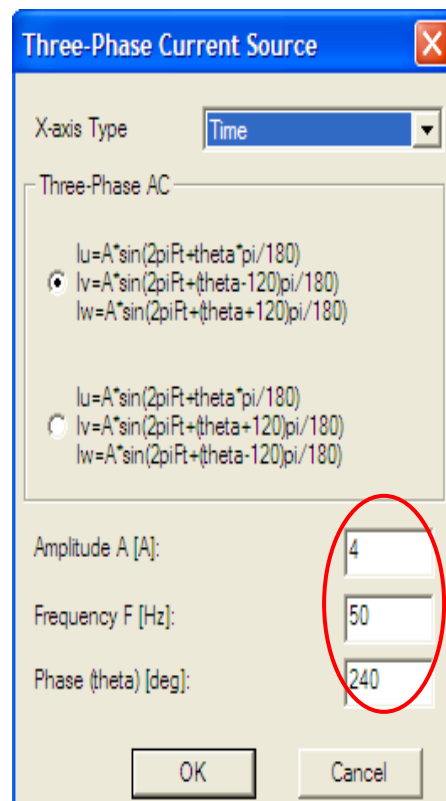
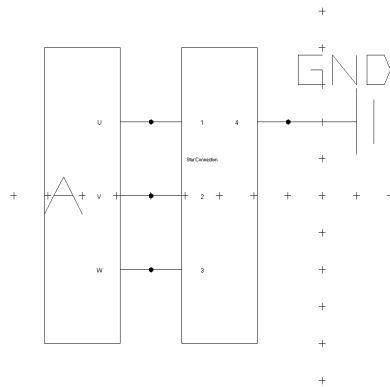


Se diseña el circuito en función del funcionamiento requerido. Los componentes se encuentran en la barra de herramientas, alojada a la izquierda de la pantalla.

6.3. PAR DEL MOTOR:

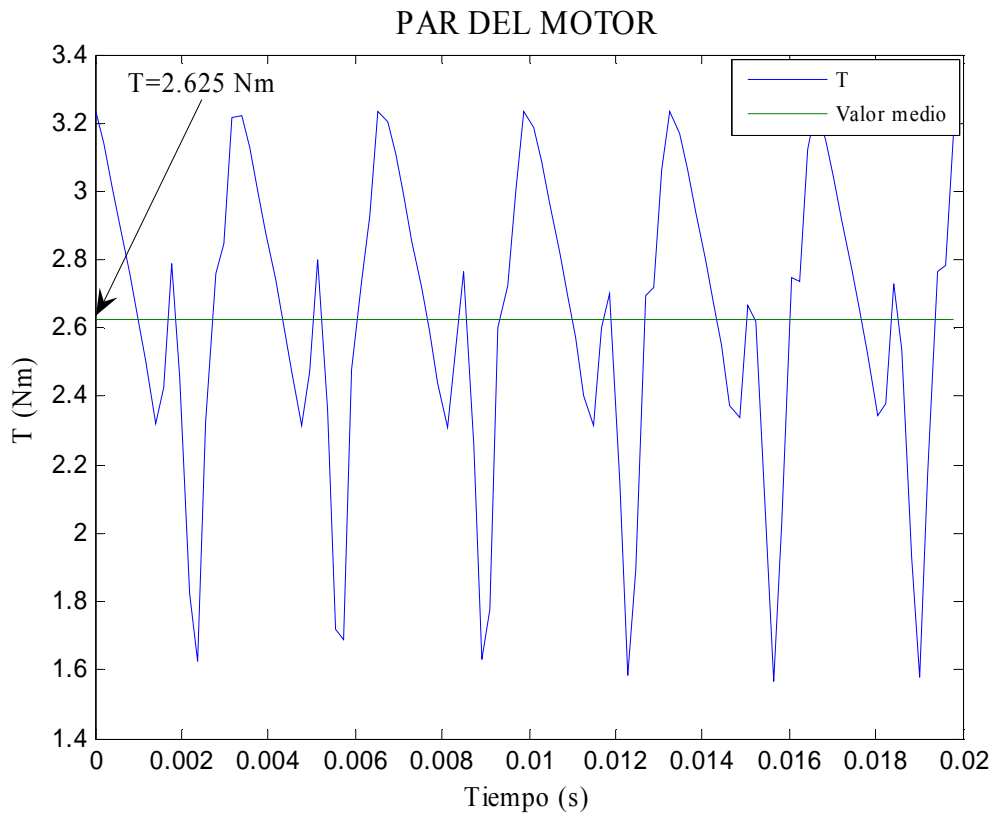
En el funcionamiento como motor, se ha diseñado en JMAG la fuente de corriente trifásica de 4 A utilizada en los cálculos teóricos, para conectarla a los bornes del estator. La fuente se ha seleccionado entre los componentes disponibles en la barra de herramientas de la derecha.

Haciendo doble clic sobre la fuente de corriente se podrán introducir las características de funcionamiento necesarias, tal y como se muestra a continuación.



Tras haber diseñado el circuito y haber simulado se obtienen de JMAG la señal del par y su valor, de la siguiente forma.

- *Results / Torque (electromagnetic force) /History*



El valor medio que presenta el par es:

$$T = 2.625 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Tras obtener la forma de onda y el valor del par directamente de los resultados que facilita JMAG, a continuación utilizando el principio de la conservación de la energía, se procede también a calcular el valor de éste para determinar si los resultados obtenidos son coherentes.

6.3.1. PRINCIPIO CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA:

El principio de la conservación de la energía ha sido simplificado para facilitar los cálculos. Para ello se ha despreciado la energía magnética y las pérdidas por calor.

$$dW_{el} = dW_{mec}$$

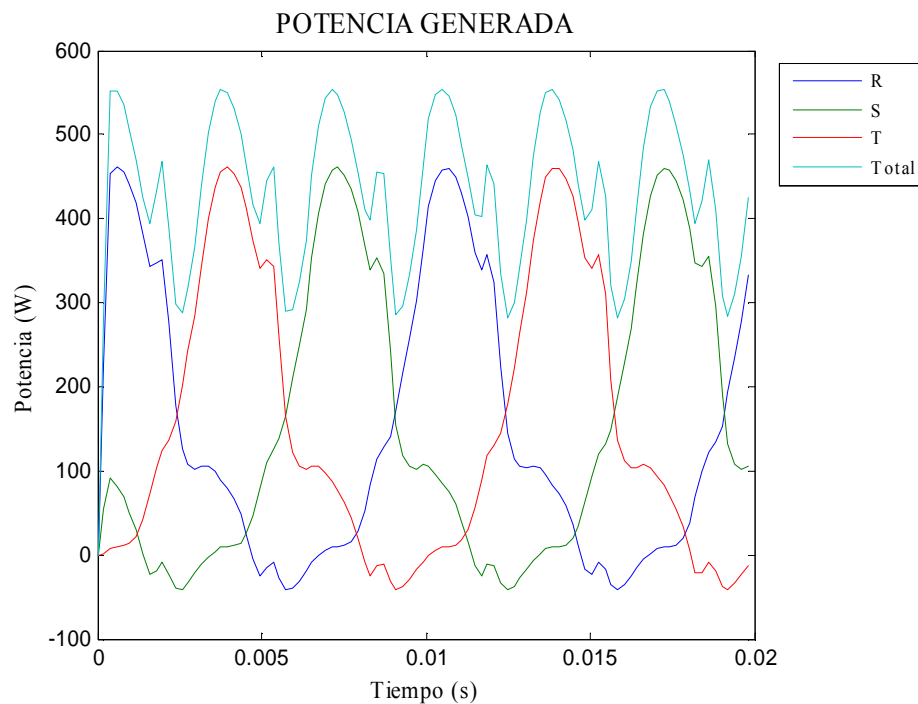
$$dW_{el} = e \cdot idt$$

$$dW_{mec} = T \cdot \Omega$$

$$T = \frac{e \cdot idt}{\Omega dt} = \frac{P_{generada}}{\Omega}$$

El propio programa permite ver la potencia eléctrica generada por la fuente de la siguiente forma:

- *Results / Circuit / FEM coil Power / History*



El valor medio de la potencia total es:

$$P = 450W$$

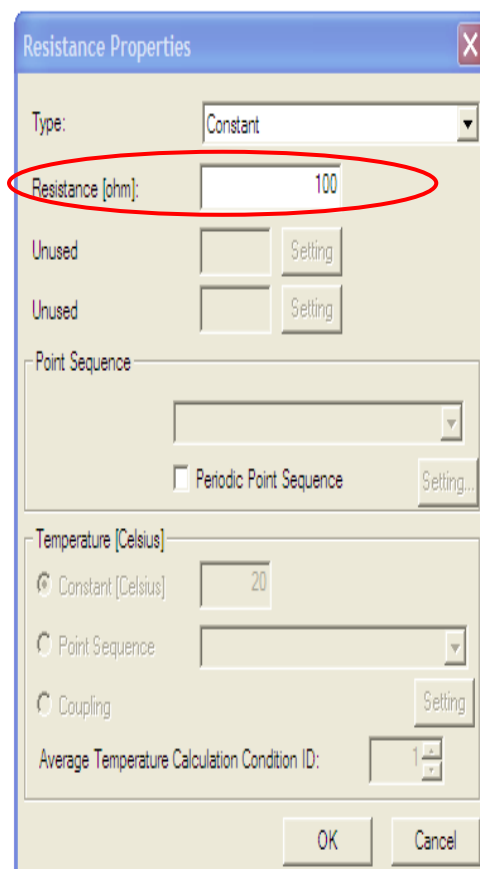
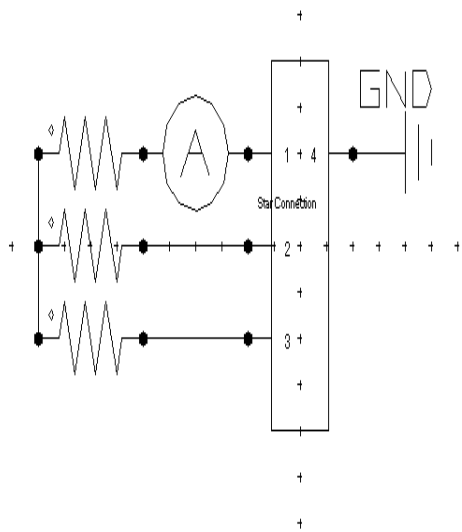
Si el motor consume la potencia hallada y gira a 1500 rpm entonces el par será:

$$T = \frac{P_{generada}}{\Omega} = \frac{450}{157.07} = 2.86 N \cdot m$$

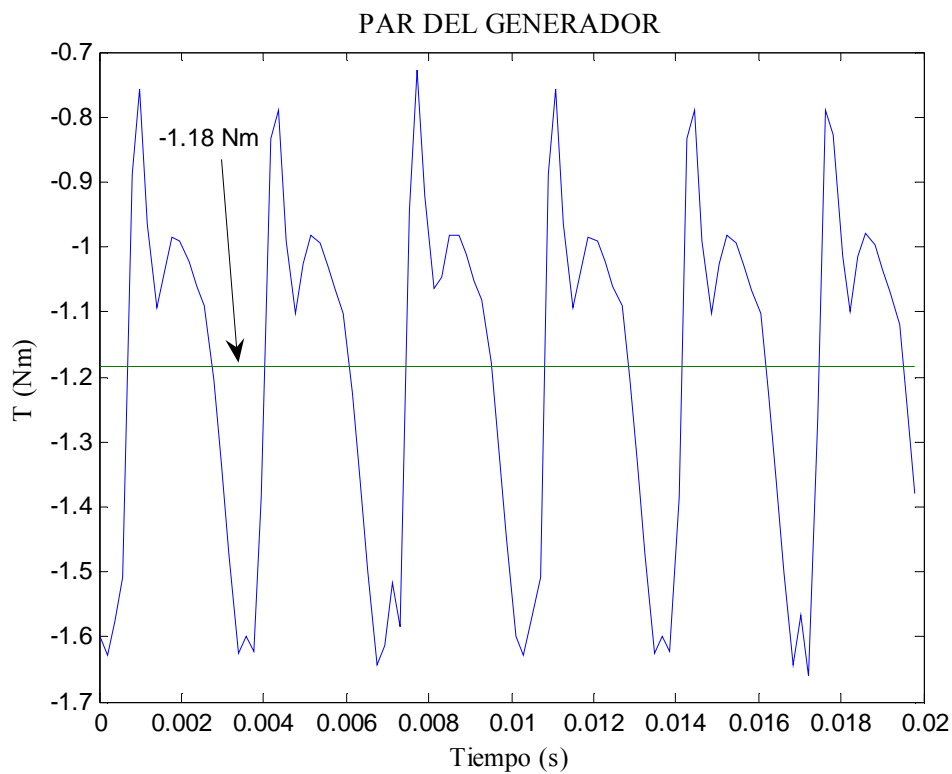
6.4. PAR DEL GENERADOR:

Para el caso del generador, se ha diseñado la carga trifásica conectada en estrella utilizada en los cálculos teóricos para conectarla a la salida del estator. Además para poder comparar más adelante la corriente teórica con la obtenida en JMAG, se ha colocado un amperímetro como componente del circuito.

Todo ello se ha diseñado, al igual que para el motor, utilizando la barra de componentes que aparece en la ventana del circuito.



La grafica del par que se obtiene, es la siguiente:



El valor medio que presenta el par es:

$$T = -1.18 N \cdot m$$

En este caso también se ha comprobado por medio del principio de la conservación de la energía si los resultados obtenidos son coherentes.

6.4.1. PRINCIPIO CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA:

Al igual que para el motor, éste principio ha sido simplificado.

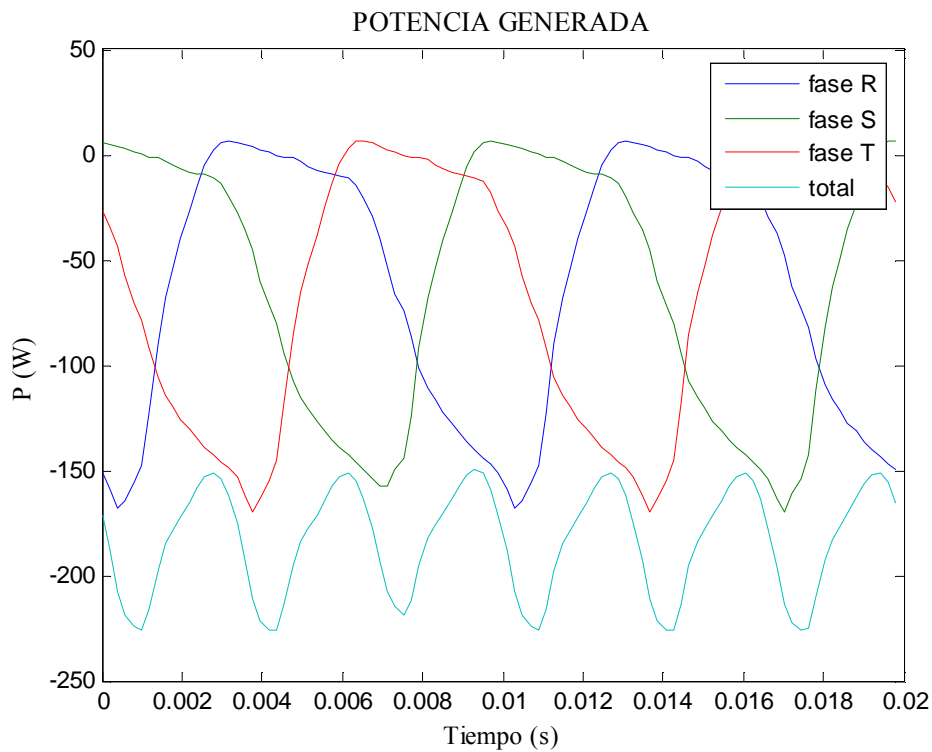
$$dW_{el} = dW_{mec}$$

$$dW_{el} = e \cdot idt$$

$$dW_{mec} = T \cdot \Omega$$

$$T = \frac{e \cdot idt}{\Omega dt} = \frac{P_{consumida}}{\Omega}$$

La señal que presenta la potencia y el valor de la potencia total son los siguientes.



$$P = -183.7W$$

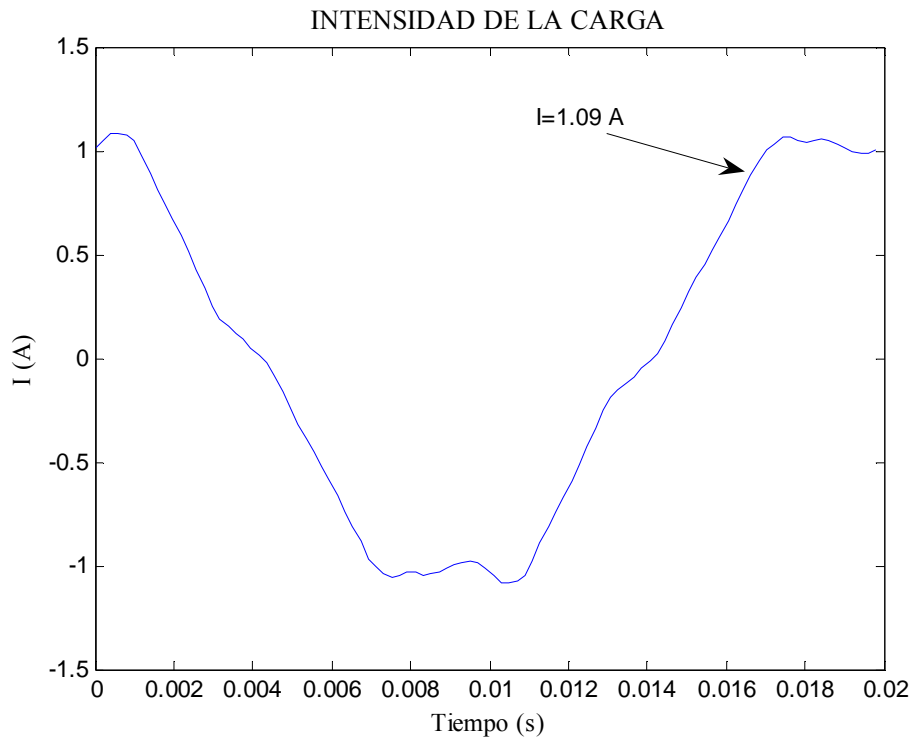
Si la máquina gira a 1500 rpm entonces el valor del par:

$$T = \frac{P_{consumida}}{\Omega} = -\frac{183.7}{157.07} = -1.17 N \cdot m$$

Por lo tanto para el generador, también queda demostrado que los resultados obtenidos en el simulador son coherentes.

Además, se ha medido la corriente que circula por la carga para comprobar si está correspondiente con la corriente calculada en el caso teórico.

Para hallar la corriente al igual que la potencia habrá que seguir el mismo proceso.



El valor de la corriente que circulará por los devanados del estator es:

$$I = 1.09 \text{ A}$$

El valor pico de la fundamental es:

$$I_A = 1.1206 \text{ A}$$

7. COMPARACIÓN ENTRE TEORIA Y JMAG:

A continuación, al igual en el ensayo de vacío y con la intención de determinar hasta que punto los resultados teóricos se acercan a los obtenidos en JMAG, se ha realizado una comparación. En primer lugar se presenta una tabla resumen de los valores del par obtenidos tanto en el motor como en el generador para los dos análisis.

La tabla resumen de los valores, es la siguiente:

PAR GENERADO T (Nm)			
TIPO ESTUDIO		MOTOR	GENERADOR
TEORICO		2.85	-0.80
JMAG	SIMULACIÓN	2.625	-1.18
	P. CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA	2.86	-1.17

Como se puede observar, existe cierta desviación entre los resultados obtenidos en el análisis teórico y el análisis en JMAG. Ésta diferencia se atribuyen a las diferentes hipótesis y simplificaciones supuestas para una máquina ideal en el análisis teórico, que en JMAG no son tenidas en cuenta.

A continuación se analizan las diferentes hipótesis y simplificaciones responsables de la desviación:

- Densidad de flujo en el entrehierro: En el ensayo de vacío, se pudo ver como la posición de las ranuras influenciaba directamente en la distribución del campo magnético y en el valor que presentaba ésta, generando así, una desviación entre los resultados obtenidos teóricamente y en JMAG. Por lo tanto, al estar relacionado el par con la densidad de flujo magnético es de esperar que los resultados en ambos análisis no sea el mismo.
- Permeabilidad del material ferromagnético: Teóricamente, al ser la máquina ideal, la permeabilidad del material ferromagnético se supone infinita despreciando así la saturación de éste y las pérdidas magnéticas que puedan aparecer. JMAG sin embargo, si que tiene en cuenta la saturación del material

y posiblemente para los valores de corriente con los que se está trabajando en el ensayo en carga, el material ferromagnético presente cierta saturación.

- c) Devanados del estator: Los devanados del estator en el análisis teórico se han supuesto puntuales sin dimensiones transversales, sin embargo en JMAG los devanados están alojados en el interior de las ranuras abarcando así, cierto espacio dentro del estator.

Además, teóricamente no se tiene en cuenta la resistividad de los devanados del estator, la cual influye directamente en la corriente que pueda circular por éstos, en los dos funcionamientos definidos en el ensayo en carga. En JMAG sin embargo, cuando se diseñaba el circuito y se especificaban los devanados, era necesario definir tanto la resistencia como la impedancia.

Para el generador, se ha obtenido en los dos análisis el valor de la corriente que circula por el estator y se puede observar como para el caso teórico ésta es superior que en JMAG.

Se comparan las corrientes pico de ambos análisis:

Análisis teórico: $I_A = 1.1206 \text{ A}$

Análisis en JMAG: $I_A = 1.102 \text{ A}$

Por lo tanto queda demostrado que existan desviaciones en los resultados obtenidos en JMAG respecto a los obtenidos en el análisis teórico, ya que en éste último los cálculos han sido realizados en base a una aproximación a la realidad.

CAPÍTULO 3:

DEVANADO DISTRIBUIDO

1. INTRODUCCIÓN:

Al igual que en el capítulo 2, se ha analizado una máquina eléctrica síncrona trifásica cuyo estator está bobinado y el rotor es de imanes permanentes. A diferencia del capítulo anterior, en éste, el devanado del estator está distribuido en ranuras contiguas pretendiendo así atenuar los armónicos.

Para llevar a cabo el estudio de la máquina, al igual que en el devanado concentrado, se han realizado los ensayos en vacío y en carga tanto en el análisis teórico como en el análisis de JMAG con la intención de determinar hasta que punto se acercan las aproximaciones teóricas a los resultados obtenidos en JMAG. Los resultados que se analizan en ambos ensayos serán los mismos que para el devanado concentrado.

Se pretende además, comparar los resultados obtenidos para el devanado distribuido con los de el devanado concentrado con el fin de saber hasta que punto son eficaces las técnicas constructivas para la atenuación de los armónicos.

2. CÁLCULOS TEÓRICOS EN VACÍO:

A continuación se describe el análisis teórico del ensayo en vacío que se le ha realizado a la máquina anteriormente descrita. Para los cálculos teóricos, al igual que en el devanado concentrado, se ha considerado una máquina ideal con las siguientes hipótesis:

- Simetría cilíndrica perfecta.
- Se han despreciado las ranuras del rotor.
- Permeabilidad del material ferromagnético infinita. Por lo tanto no existe saturación del material.
- Los bobinados del estator se consideran puntuales.

Los datos y medidas referentes a la máquina que serán necesarios para realizar los cálculos teóricos son:

- Campo coercitivo, H_c : 1004129 Av
- Densidad de flujo remanente, B_r : 1.32 T
- Espesor del imán, l_m : 0.0025 m
- Sección del imán, S_m : 0.0006543 m²
- Espesor del entrehierro, g : 0.0005 m
- Longitud del entrehierro, l_g : 0.0385 m
- Sección del entrehierro, S_g : 0.00130 m²

Conocidas las hipótesis de cálculo y los datos necesarios se procede a calcular la densidad de flujo en el entrehierro y la tensión inducida en los devanados.

2.1. DENSIDAD DE FLUJO MAGNÉTICO EN EL ENTREHIERRO:

En un ensayo en vacío, por los devanados del estator no circulará corriente, es decir el campo magnético será creado en el rotor bien por otro devanado o bien como es este caso, por un imán permanente. Por lo tanto, el haber distribuido los devanados del estator en varias ranuras contiguas, no implicará variación alguna en el valor de la densidad de flujo magnético en el entrehierro respecto a la calculada en el devanado concentrado.

2.1.1. CÁLCULOS:

Si la densidad de flujo magnética no varía de un devanado a otro, los cálculos ha realizar también serán los mismos que en el devanado concentrado. Por lo tanto, utilizando la ley de Ampere aplicada a un imán permanente se obtiene:

$$\oint H \, dl \Rightarrow i_{\text{neta}} = 0 \quad \longrightarrow \quad 0 = H_m \cdot l_m + H_g \cdot g$$

Las expresiones de las densidades de flujo magnético en el entrehierro e imán son:

$$\text{Para el entrehierro: } B_g = \mu_0 \cdot H_g$$

$$\text{Para el imán: } B_m = B_r \left(1 + \frac{H_m}{H_c} \right)$$

Donde:

- B_g : Densidad de flujo en el entrehierro
- B_m : Densidad de flujo del imán
- μ_0 : Permeabilidad del aire

Por ser las secciones del entrehierro y del imán distintas, entonces:

$$B_g \cdot S_g = B_m \cdot S_m \quad B_m = \frac{B_g \cdot S_g}{S_m}$$

Sustituyendo en la ley de Ampere se obtiene

$$0 = H_m \cdot l_m + H_g \cdot g$$

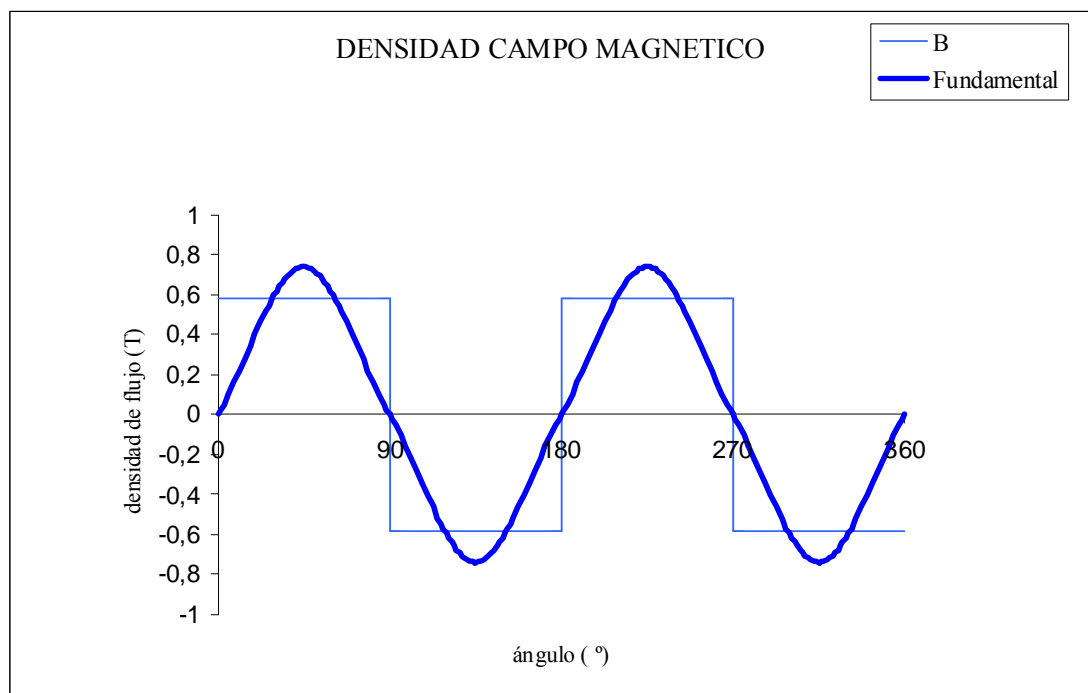
$$\left(\frac{B_g}{\mu_0} \cdot g \right) + \left(\frac{B_m}{B_r} - 1 \right) \cdot H_c \cdot l_m = 0$$

$$B_g \cdot \left(\frac{g}{\mu_0} + \frac{S_g \cdot H_c \cdot l_m}{B_r \cdot S_m} \right) - H_c \cdot l_m = 0$$

$$B_g = \frac{H_c \cdot l_m}{\left(\frac{g}{\mu_0} + \frac{S_g \cdot H_c \cdot l_m}{B_r \cdot S_m} \right)} = \frac{1004129 \cdot 0.0025}{\left(\frac{0.0005}{4\pi \cdot 10^{-7}} + \frac{0.00130 \cdot 1004129 \cdot 0.0025}{1.32 \cdot 0.000654} \right)} = 0.6010 \text{ T}$$

2.1.2. DISTRIBUCIÓN CAMPO MAGNÉTICO:

Como se ha introducido anteriormente, el campo magnético de la maquina en el ensayo de vacío es creado por los imanes alojados en el rotor. Por lo tanto el haber duplicado el número de ranuras en el estator, tampoco implicará un cambio en la distribución del campo magnético en el entrehierro respecto al devanado concentrado.



Por tratarse de una máquina de dos pares de polos la densidad de flujo magnético varía cada 90° mecánicos, es decir, las líneas de campo entran y salen del rotor cuatro veces para un solo ciclo de la máquina.

Por haber despreciado el efecto de las ranuras, el valor de la densidad de flujo magnético tanto en el semiciclo positivo como en el negativo será constante generando así una forma de onda cuadrada.

Se puede expresar la transformada de Fourier con la siguiente ecuación:

$$B(\theta) = B_{1\max} \cdot \text{sen}(\theta) + B_{3\max} \cdot \text{sen}(3\theta) + B_{5\max} \cdot \text{sen}(5\theta) \dots$$

El valor de la fundamental es:

$$B_f = \frac{4}{\pi} B = \frac{4}{\pi} \cdot 0.6010 = 0.7653 \text{ T}$$

2.2. TENSION INDUCIDA:

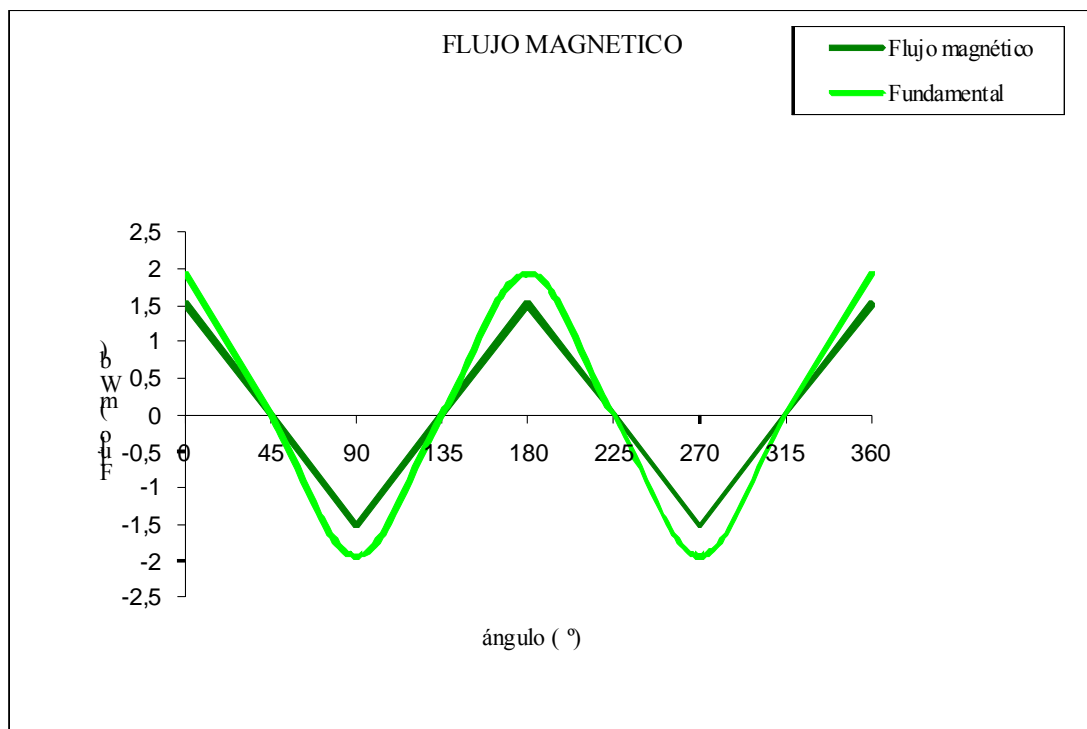
Para calcular la tensión inducida de la máquina se ha utilizado el mismo procedimiento que para la máquina con devanado concentrado, primero se estudiará el flujo magnético que ve el estator y la forma de onda que presenta, para después poder calcular la tensión inducida por el imán permanente en las espiras del estator. Sin embargo, a pesar de utilizar la misma técnica de cálculo, es aquí donde empezará a distanciarse en los valores el devanado distribuido del concentrado.

2.2.1. FLUJO MAGNÉTICO:

El valor del flujo magnético máximo que atraviesa una determinada superficie, al igual que en el devanado concentrado, se calcula con la siguiente expresión:

$$\phi = \int_s B(\theta) \cdot dS = \int_0^\pi B(\theta) \cdot l \cdot r \cdot d\theta = 0.6010 \cdot \pi \cdot 0.03 \cdot 0.02775 = 1.5578 \text{ mWb}$$

Como el valor de B no ha variado, ni tampoco la superficie del entrehierro por la que cruza el campo magnético, entonces el flujo será el mismo que para el devanado concentrado.



2.2.2. TENSIÓN INDUCIDA:

Al igual que en el devanado concentrado, la tensión inducida en cada uno de las espiras de los devanados, se calcula aplicando la ley de Faraday.

$$|e| = \left| \frac{d\phi}{dt} \right|$$

$$e_{esp} = -\frac{d\phi}{dt} = B \cdot l \cdot r \cdot 2\omega = 0.6010 \cdot 0.03 \cdot 0.02775 \cdot 2 \cdot 157.07 = 0.1571 \text{ V}$$

Al haber aplicado a la máquina la técnica del devanado distribuido, la tensión total inducida que vera cada una de las fases, será la suma de las tensiones inducidas en cada una de las bobinas que la componen

Por lo tanto, si cada fase esta compuesta por dos bobinas iguales alojadas en ranuras contiguas, entonces la tensión inducida total es.

$$e_{sal} = e_{b1} + e_{b2}$$

Si cada bobina esta compuesta por 280 espiras (la mitad del devanado completo), la tensión inducida en cada una de ellas es:

$$e_{b1} = N \cdot e_{esp} = 280 \cdot 0.1571 = 43.988 \text{ V}$$

$$e_{b2} = N \cdot e_{esp} = 280 \cdot 0.1571 = 43.988 \text{ V}$$

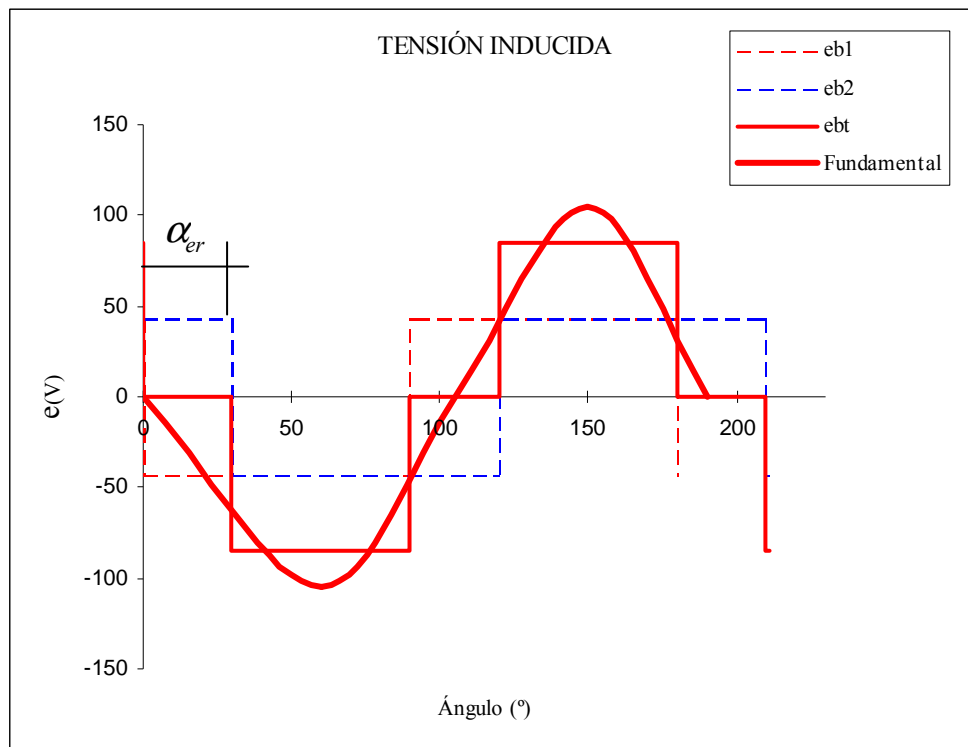
La tensión inducida total en cada fase:

$$e_{sal} = e_{b1} + e_{b2} = 43.988 + 43.988 = 87.976 \text{ V}$$

Se procede a continuación ha mostrar la forma de onda de la tensión inducida total de la fase, además de las formas de onda de las tensiones de los bobinados que la componen. Se tendrá en cuenta que, las formas de onda de los bobinados estarán desfasadas un ángulo eléctrico entre sí por estar estas alojadas en diferentes ranuras.

Dicho ángulo eléctrico se calcula con la siguiente expresión, donde “Z” es el número de ranuras total de la máquina:

$$\alpha_{er} = \frac{2 \cdot \pi \cdot p}{Z} = \frac{4 \cdot \pi}{24} = 0.52 \text{ rad} = 30^\circ$$



La forma de onda de la tensión total inducida es la suma de dos formas de onda cuadrada, por lo que se puede considerar que en la transformada de Fourier predominaran los términos impares presentando la siguiente expresión:

$$e(t) = E_{1\max} \cdot \text{sen}(\Omega t) + E_{3\max} \cdot \text{sen}(3\Omega t) + E_{5\max} \cdot \text{sen}(5\Omega t) \dots$$

Al haber aplicado la técnica del devanado distribuido, los valores obtenidos de la fundamental como de los armónicos, disminuirán en un porcentaje respecto al devanado concentrado. Este porcentaje es definido por el factor de distribución que se muestra en la siguiente tabla:

q	kd1	kd2	kd3
2	0.9659	0.707	0.258
3	0.9598	0.667	0.217
4	0.9577	0.653	0.205
5	0.9567	0.547	0.200

Donde q es el número de ranuras por polo y fase y se calcula con la siguiente expresión:

$$q = \frac{Z}{2pm} = \frac{24}{2 \cdot 2 \cdot 3} = 2$$

Con lo cual, los coeficientes a aplicar son los siguientes:

2	0.9659	0.707	0.258
---	--------	-------	-------

El valor de la fundamental y de los armónicos entonces:

$$E_{n \max} = \frac{4}{n\pi} \cdot e_{sal} \cdot k_{dn}$$

$$- E_{1 \max} = \frac{4}{n\pi} \cdot e_{sal} \cdot k_{d1} = \frac{4}{1 \cdot \pi} \cdot 87.976 \cdot 0.9659 = 108.19 \text{ V}$$

$$- E_{3 \max} = \frac{4}{n\pi} \cdot e_{sal} \cdot k_{d3} = \frac{4}{3 \cdot \pi} \cdot 87.976 \cdot 0.707 = 26.39 \text{ V}$$

$$- E_{5 \max} = \frac{4}{n\pi} \cdot e_{sal} \cdot k_{d5} = \frac{4}{5 \cdot \pi} \cdot 87.976 \cdot 0.258 = 5.77 \text{ V}$$

3. ANÁLISIS DE JMAG EN VACÍO:

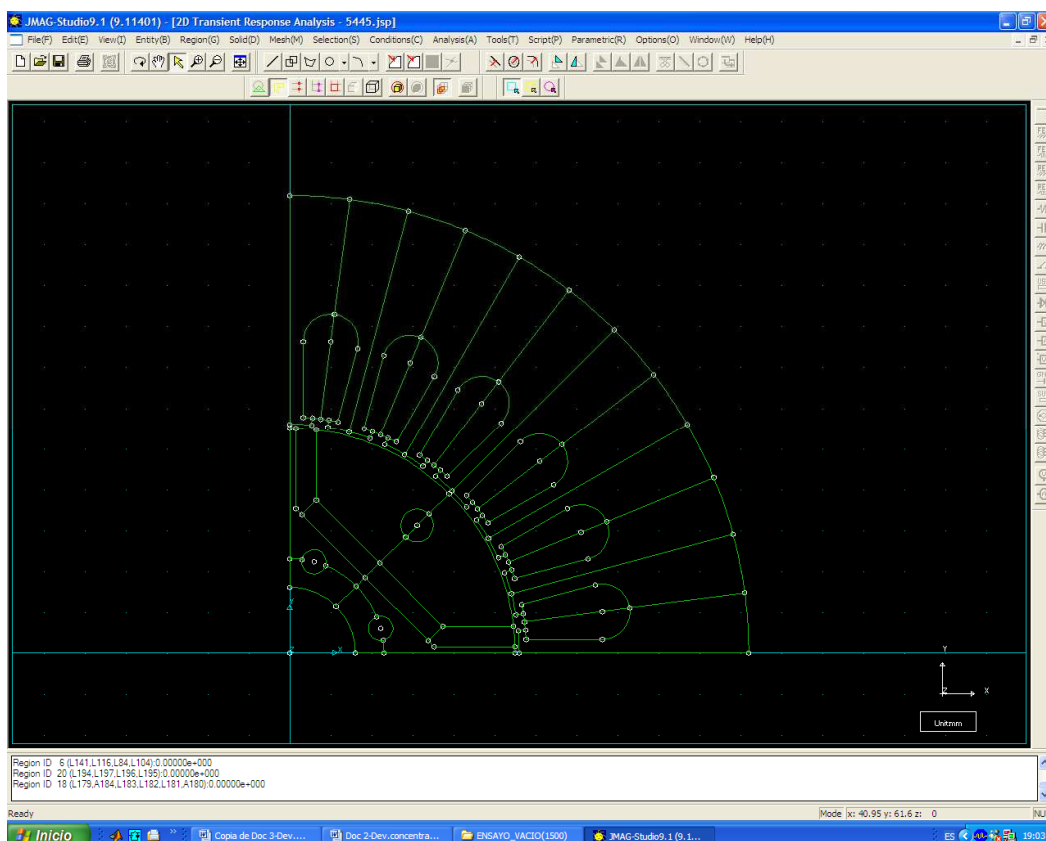
3.1. INTRODUCCIÓN:

Al igual que con la máquina de devanado concentrado, en JMAG se ha realizado un estudio paralelo al análisis teórico del ensayo en vacío. Primero se ha estudiado la densidad de campo magnético para finalmente ver los resultados de la tensión inducida.

3.2. INSTRUCCIONES PREVIAS EN JMAG:

Como se explicó para la máquina con devanado concentrado, JMAG requiere de un proceso de diseño del modelo, antes de la simulación.

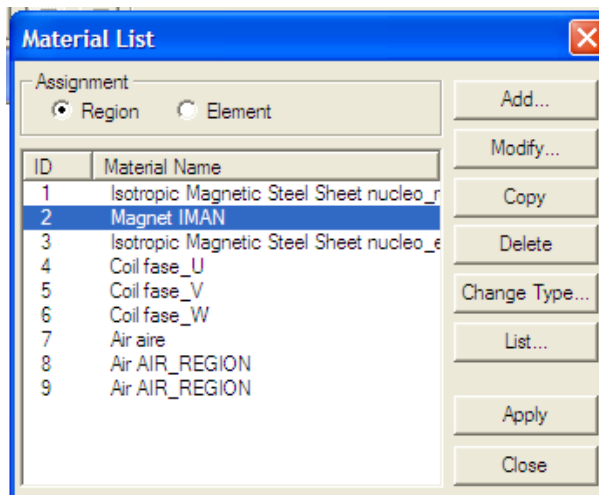
En primer lugar, se diseñaba y se dibujaba la sección de la máquina por medio de la herramienta de tipo CAD.



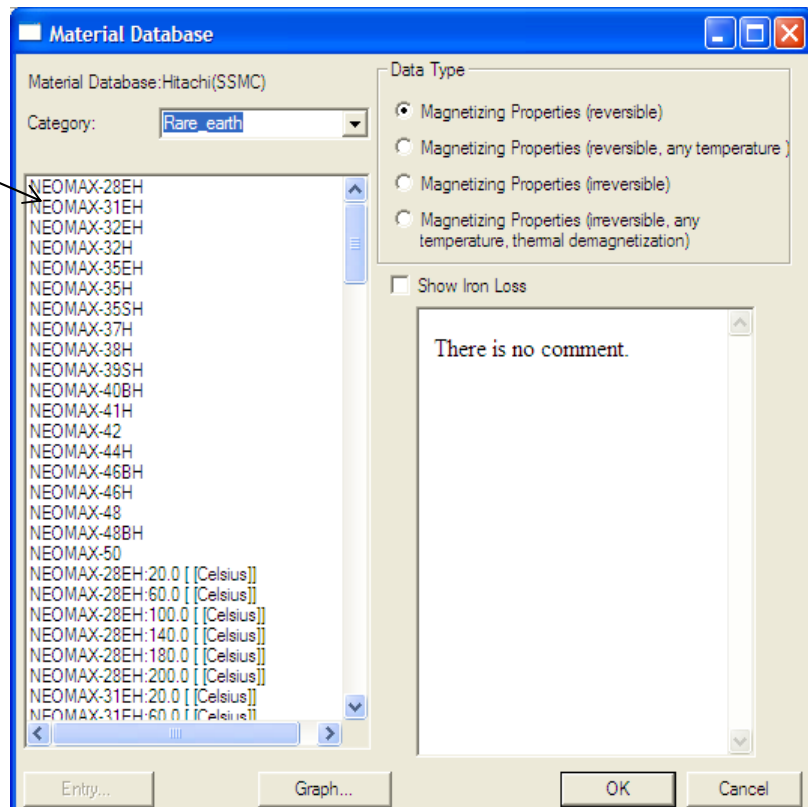
Con el diseño finalizado, se procedía a seleccionar los materiales y el imán del modelo.

- *Conditions / create materials*

Aparecerá la ventana de creación de materiales.



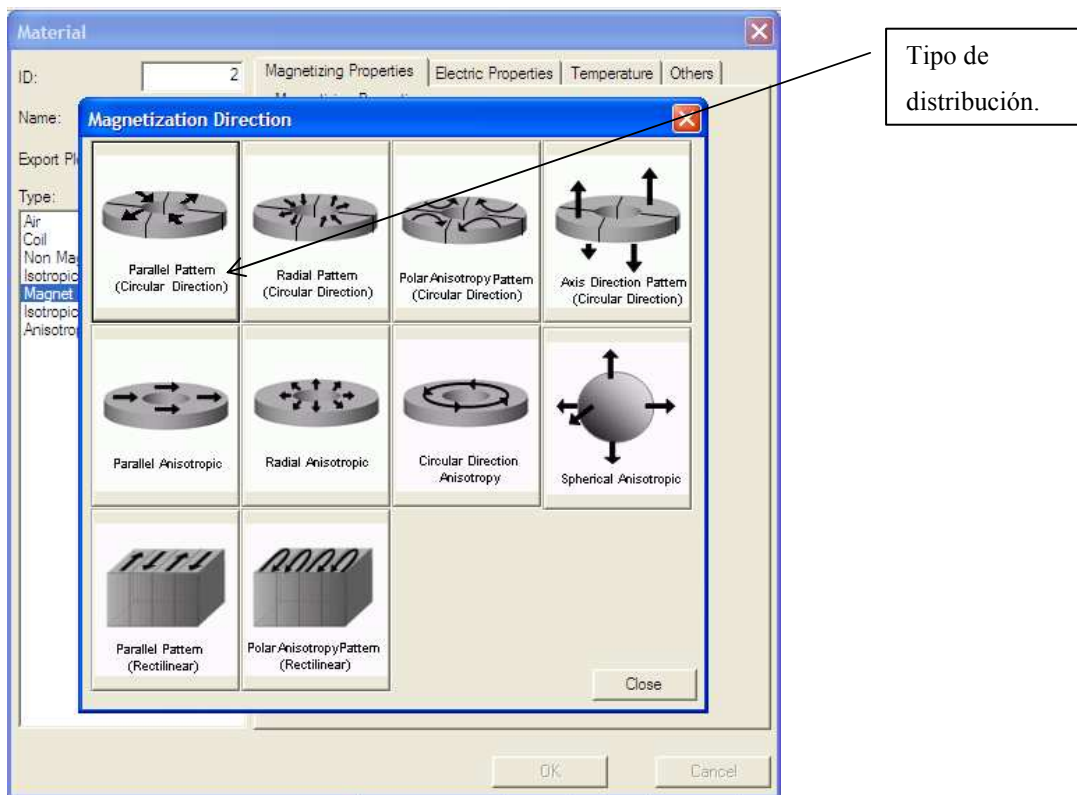
Listado tipos de imanes.



Al igual que en el devanado concentrado, se definían además las propiedades de magnetización del imán. Aquí, se seleccionará la dirección radial de la distribución del campo magnético requerida.

- *Conditions / Modify materials / Magnetizing Properties / Magnetization direction.*

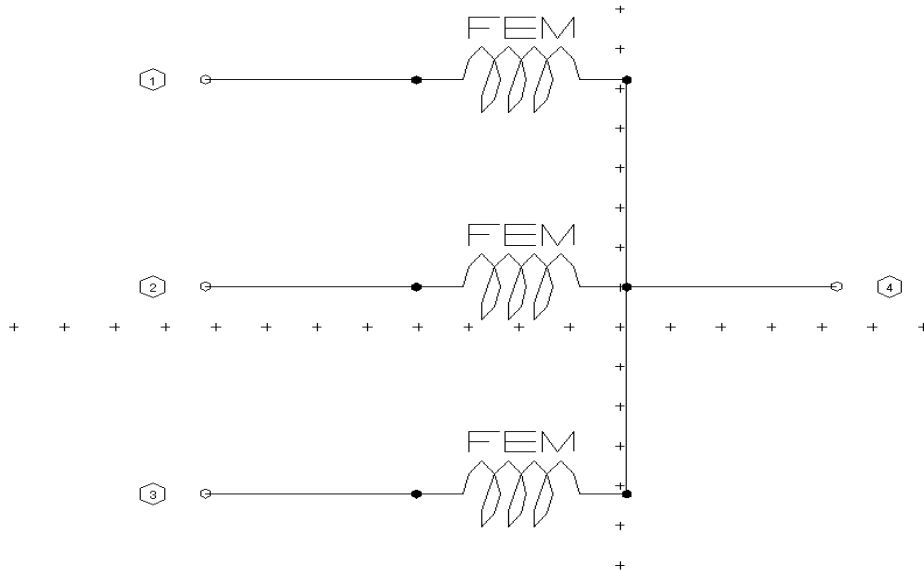
Aparecerá la siguiente pantalla:



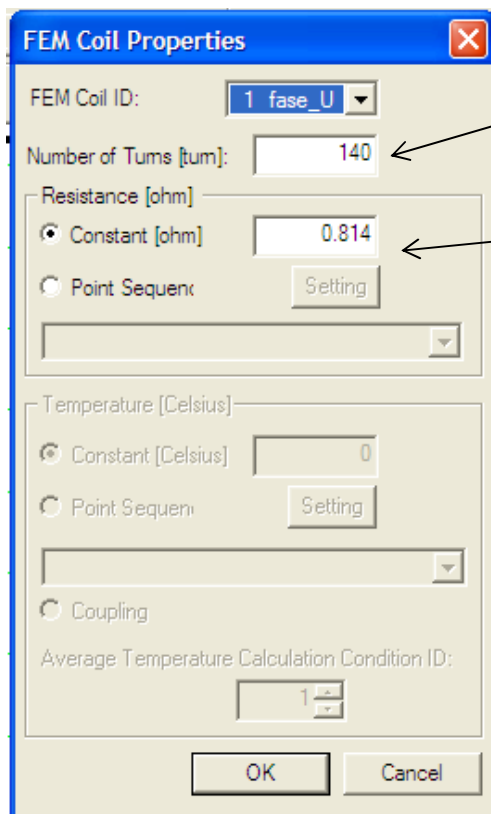
Concluida la selección de los materiales, se diseñaba el circuito interno de la máquina.

Para crear el circuito:

- conditions / Create circuit.



Definido el circuito, se especificaban el número de espiras y resistencia de cada uno de los devanados,



Numero de espiras.

Resistencia del bobinado.

El devanado está distribuido en dos ranuras contiguas para cada uno de los pares de polos, por lo que, el número de espiras a introducir en la casilla es:

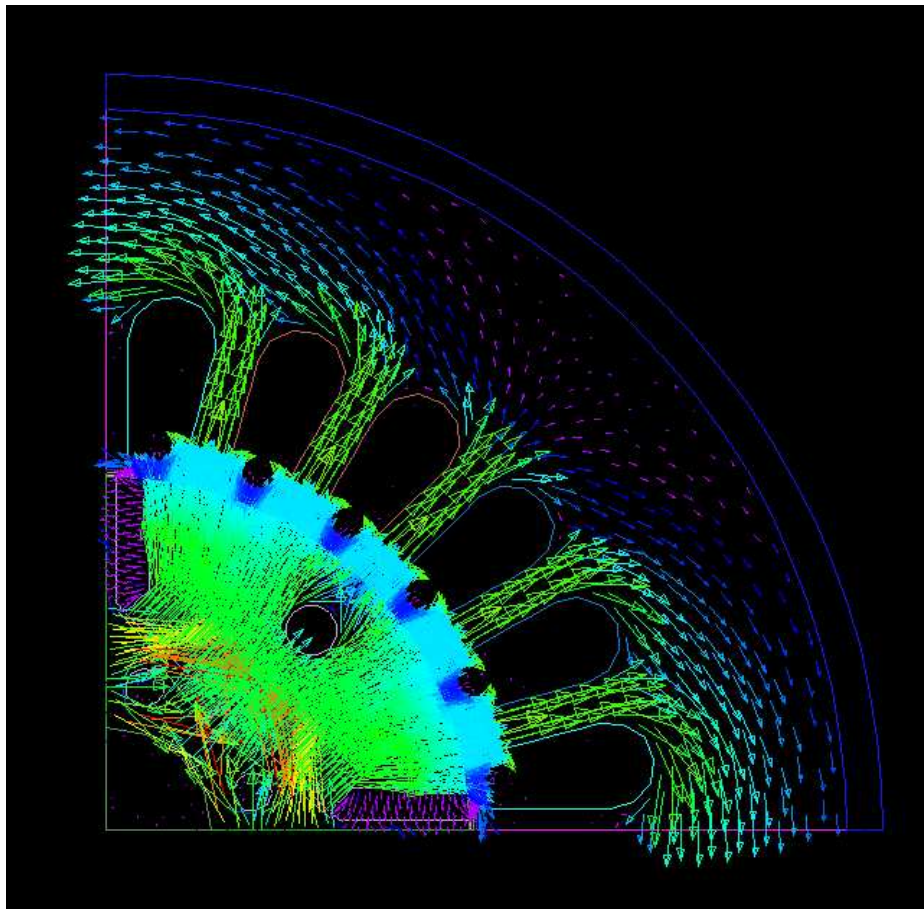
$$N = \frac{N_t}{2 \cdot p} = \frac{560}{4} = 140$$

3.3. DENSIDAD DE FLUJO MAGNÉTICO EN EL ENTREHIERRO:

Una vez concluida la simulación, se analizan los resultados referentes a la densidad de flujo magnético en el entrehierro. Al igual que en el devanado concentrado, se obtiene como ayuda para el análisis, la imagen de la distribución del campo magnético a lo largo de la sección de la máquina.

Para obtener la imagen de la distribución del campo magnético:

- *Results / Magnetic flux density / vector.*

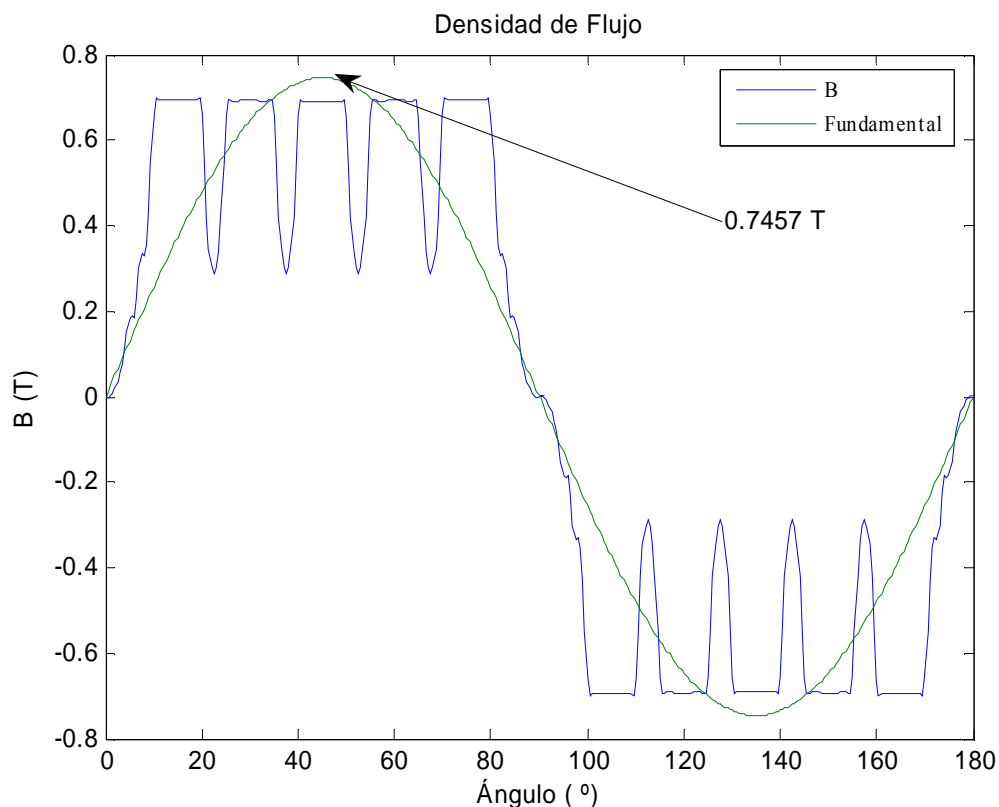


Los vectores de campo magnético van del polo norte al polo sur atravesando tanto el rotor como el estator y definiendo una dirección circular tal y como se especificó en las propiedades del imán.

A continuación se muestra la forma de onda que presenta la densidad de flujo. Se podrá observar como la conexión física de las ranuras con el entrehierro y la posición en el estator de éstas influye directamente en la forma de onda.

- *Results/Magnetic flux density /Arc section/Magnetic flux density (r)*

El programa pregunta entonces el radio para el cual se desea obtener la forma de onda. Introduciendo el valor del radio del entrehierro se obtiene:



NOTA: La forma de onda de la fundamental se ha obtenido por medio de MATLAB.

Efectivamente, JMAG no desprecia el efecto de las ranuras por lo tanto, tal y como se puede observar la densidad de flujo magnético no es constante. La forma de onda presenta una serie de variaciones entre 0.3 y 0.7 teslas debido a la superficie que ocupan las ranuras en las cuales se encuentra el aire. Por tratarse además de una señal cuadrada el valor del primer armónico o fundamental es:

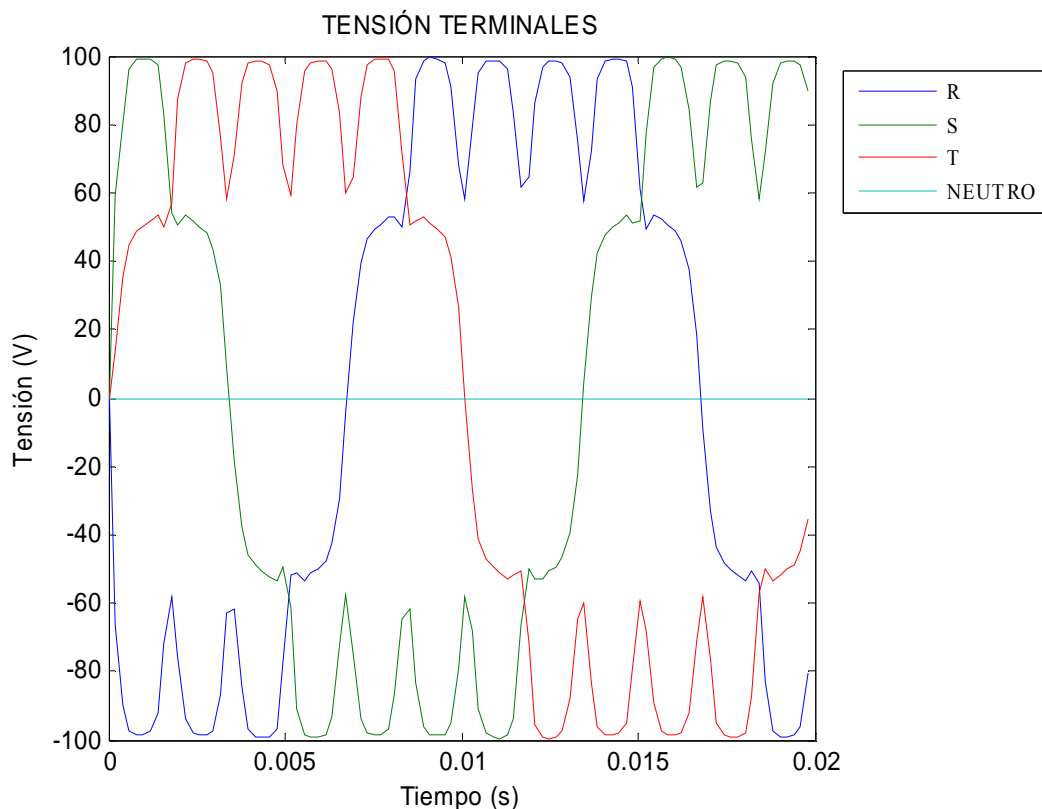
$$B_f = 0.7457 \text{ T}$$

3.4. TENSION INDUCIDA:

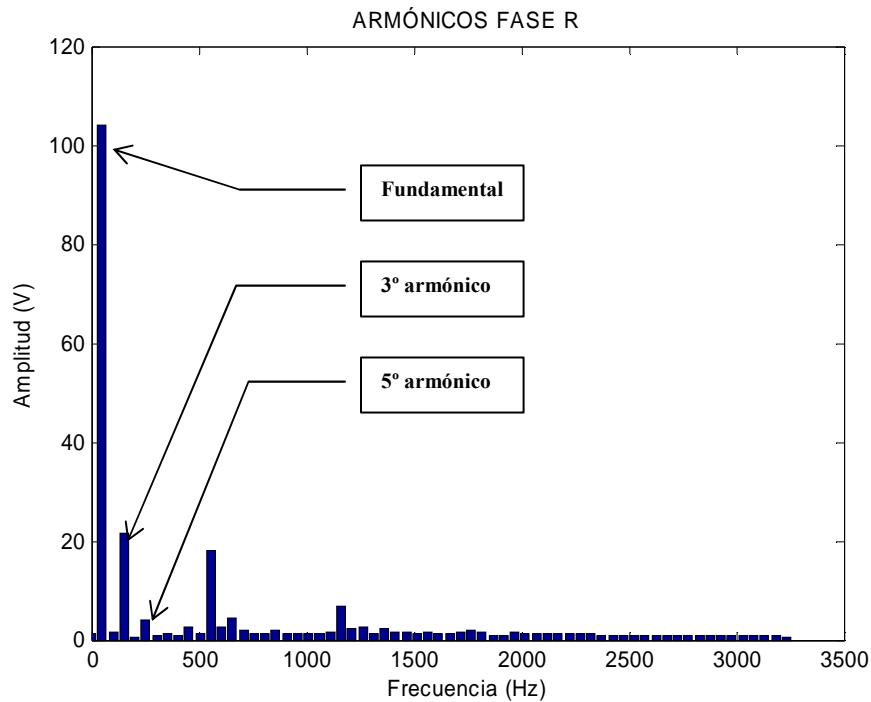
Se obtiene a continuación la forma de onda de la tensión total inducida en los devanados de cada una de las fases.

Para tener la forma de onda de la tensión de salida:

- *Results / Electric Potential / History*



La forma de onda, es trifásica de carácter senoidal debido a la densidad de flujo magnético que también es de carácter senoidal. Tal y como se aprecia, la señal no es pura, se ve condicionada por las componentes armónicas de la tensión, dentro de las cuales predominarán los múltiplos impares. Por lo tanto, queda demostrado que el utilizar técnicas para la eliminación de armónicos no implica la eliminación total de la influencia de estos, sino la atenuación en la medida de lo posible. Para poder poner un ejemplo ha esta situación, lo idóneo es mostrar la transformada de Fourier para una de las fases.



Efectivamente la tensión fundamental está seguida de una serie de armónicos, donde predominan los armónicos impares. Los valores se muestran a continuación.

$$V_f = 103.96 \text{ V}$$

$$V_{3f} = 21.47 \text{ V}$$

$$V_{5f} = 3.90 \text{ V}$$

Por lo tanto, a pesar de haberle aplicado a la máquina técnicas constructivas para la atenuación de los armónicos, éstos siguen presentes en la forma de onda de la tensión.

4. COMPARACIÓN ENTRE TEORIA Y JMAG:

4.1. INTRODUCCIÓN

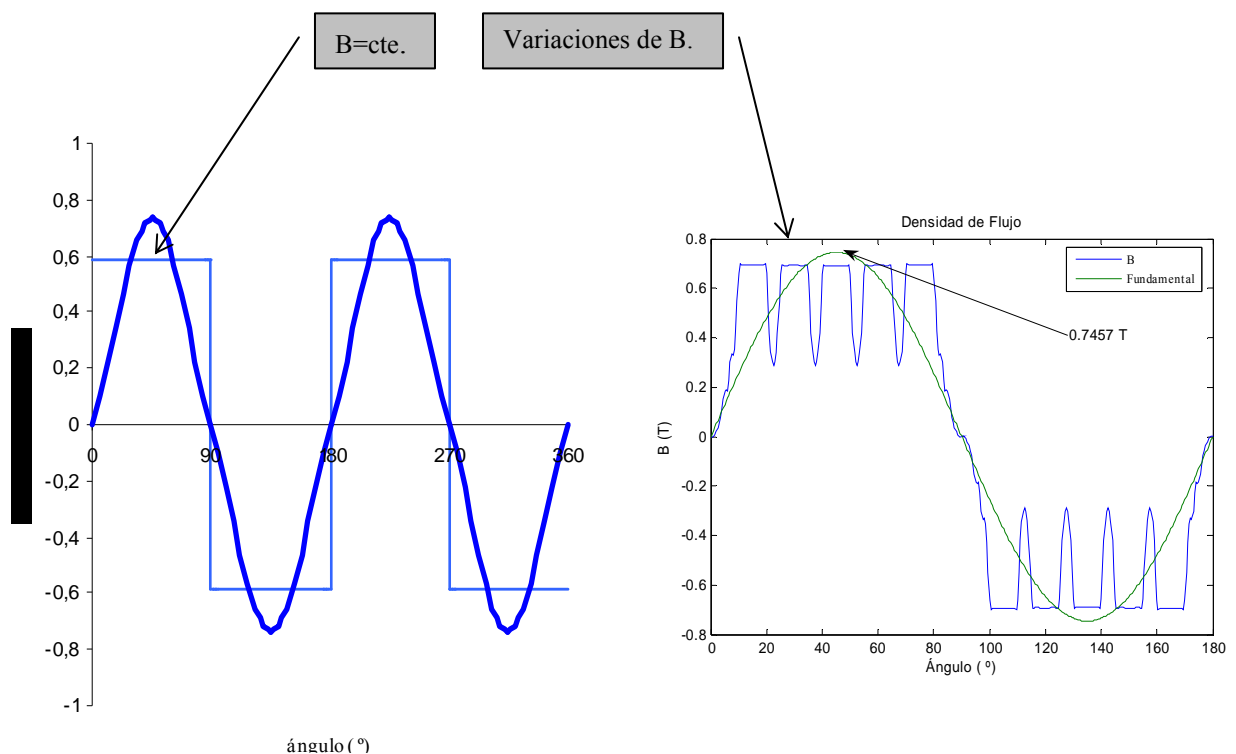
Al igual que en el devanado concentrado, se pretende comparar los resultados teóricos con los obtenidos en JMAG para conocer hasta que punto son factibles las aproximaciones de cálculo teóricas con la simulación.

4.2. DENSIDAD DE FLUJO MAGNÉTICO EN EL ENTREHIERRO:

4.2.1. DISTRIBUCIÓN DEL CAMPO MAGNÉTICO:

La forma de onda obtenida en el análisis teórico era de valor constante tanto en el semiciclo positivo como en el negativo por considerarse el espesor del entrehierro constante, es decir sin tener en cuenta las ranuras del estator. Para JMAG, sin embargo, el espesor del entrehierro no es constante debido a que las ranuras están conectadas físicamente con éste. Por lo tanto la forma de onda que se obtiene del simulador no es de valor constante sino que presentará oscilaciones tanto en el semiciclo positivo como en el negativo, referentes a la posición de las ranuras.

Se muestran a continuación ambas señales para facilitar la comparación.



4.2.2. VALORES DENSIDAD DE FLUJO MAGNÉTICO:

Para JMAG, aparecen oscilaciones del valor de la densidad de flujo en ambos semiciclos, por lo tanto es necesario recurrir a los valores fundamentales para poder comparar el análisis teórico con el realizado en JMAG.

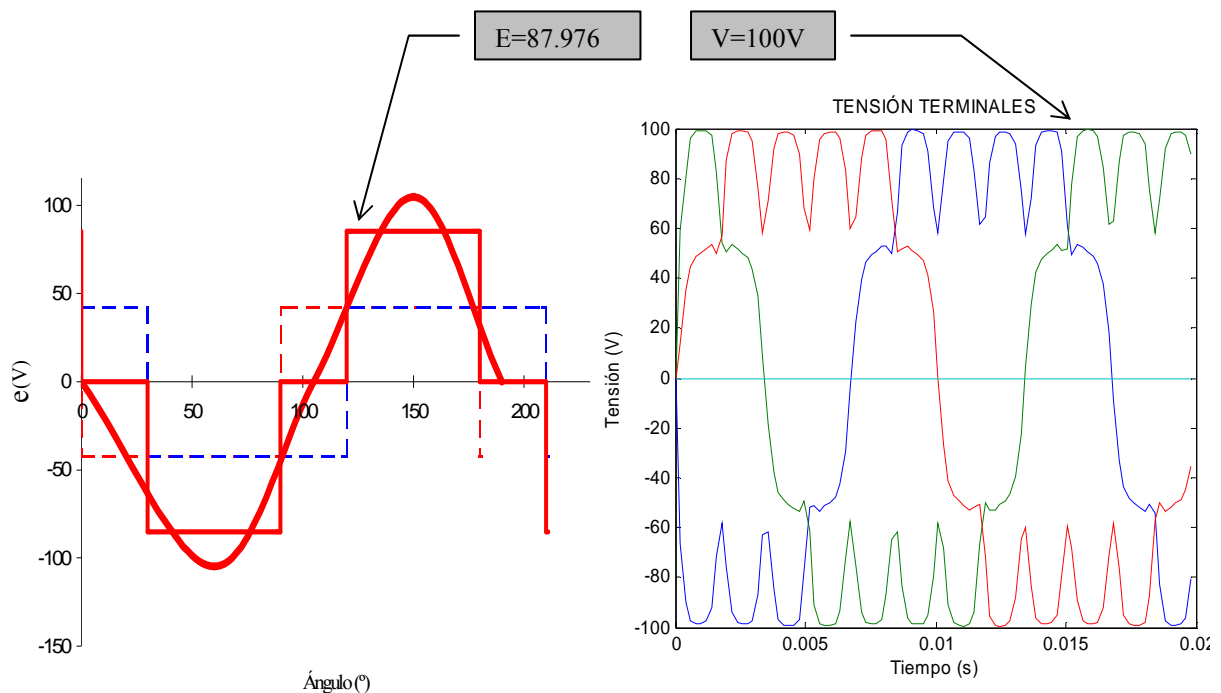
Se presenta a continuación la tabla donde se reflejan los valores obtenidos en ambos análisis.

Estudio	B(T)	Fundamental (T)
Teórico	0.6010	0.7653
JMAG	0.3:0.7	0.7457

El valor que presenta la fundamental en ambos casos es prácticamente idéntico a pesar de que las formas de onda no son iguales.

4.3. TENSIÓN INDUCIDA:

Al igual que para la densidad de campo magnético, para comparar la tensión inducida calculada teóricamente con la calculada en JMAG se muestran las dos formas de onda obtenidas.



La teoría, demuestra que la tensión inducida en una espira es proporcional a la densidad de flujo que la atraviesa, es decir la tensión depende de B. Por lo tanto, si JMAG a la hora de hallar la densidad de campo magnético tenía en cuenta la distribución de las ranuras, en la tensión de inducido también se verá reflejada, presentando ésta en el semiciclo positivo como en el negativo, una serie de ondulaciones.

Además, en el caso teórico a pesar de haber calculado el valor de los armónicos, a la hora de dibujar la señal de la tensión inducida se despreció la influencia de éstos. En JMAG sin embargo no son despreciados por lo que la forma de onda que presenta aparecía distorsionada

Se muestran a continuación los valores tanto de la tensión máxima como el de los armónicos obtenidos en el análisis teórico y en el de JMAG.

Estudio	TENSIONES INDUCIDAS (V)			
	E _{max}	Fundamental	3º armónico	5º armónico
Teórico	87.976	108.19	26.39	5.77
JMAG	100	103.96	21.47	3.90

Como se puede observar es el valor de la tensión máxima en el que se encuentra mayor diferencia de un análisis al otro, debido a que para uno no se tuvieron en cuenta las ranuras y para el otro si. Por otro lado, el valor de los armónicos obtenidos teóricamente se acerca en gran parte a los de JMAG.

5. EFECTIVIDAD DEL DEVANADO DISTRIBUIDO:

5.1. INTRODUCCIÓN:

Cuando se estudió el devanado concentrado, se pudo ver como los armónicos distorsionaban las formas de onda de las tensiones de salida, algo que no interesa en la realidad. Actualmente, la mayoría de aparatos y componentes eléctricos de corriente alterna, requieren de una tensión o una corriente sinusoidal lo más pura posible, puesto que, las propias distorsiones de la onda pueden generar elevaciones de temperaturas inusuales en los aparatos acortando así su vida útil.

Al principio del estudio del devanado distribuido, se definió a este como una técnica constructiva que se aplicaba a las máquinas eléctricas con el fin de disminuir la influencia de estos armónicos. Sin embargo, lo único que se ha expuesto son los valores obtenidos tanto en la teoría como en JMAG, pero para poder verificar si es efectiva la técnica utilizada será necesario realizar un análisis donde se puedan comparar los resultados con los obtenidos en el devanado concentrado.

Para la comparación se han utilizado los resultados obtenidos en los análisis de JMAG, ya que es en éste donde se aprecia mejor la influencia de los armónicos.

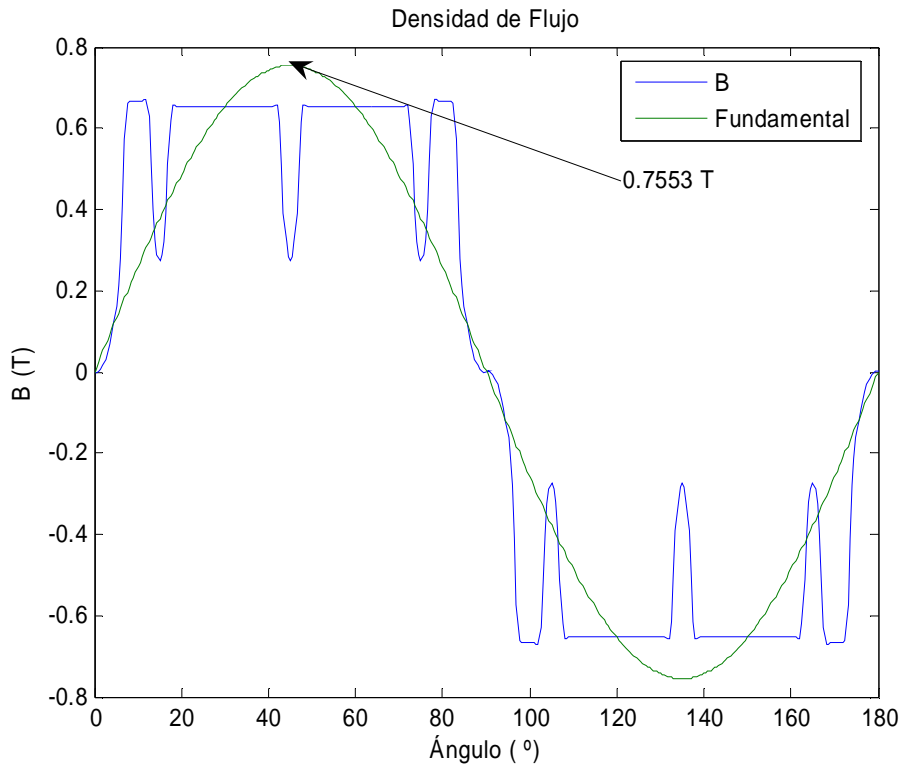
5.2. DENSIDAD DE FLUJO MAGNÉTICO EN EL ENTREHIERRO:

Para el análisis teórico de la densidad de flujo magnético en el entrehierro se consideró una máquina ideal de imanes permanentes donde el espesor del entrehierro era constante por no considerar la conexión física existente entre las ranuras y éste. Por lo tanto, para el devanado concentrado como para el distribuido el valor de la densidad de flujo obtenida teóricamente era la misma.

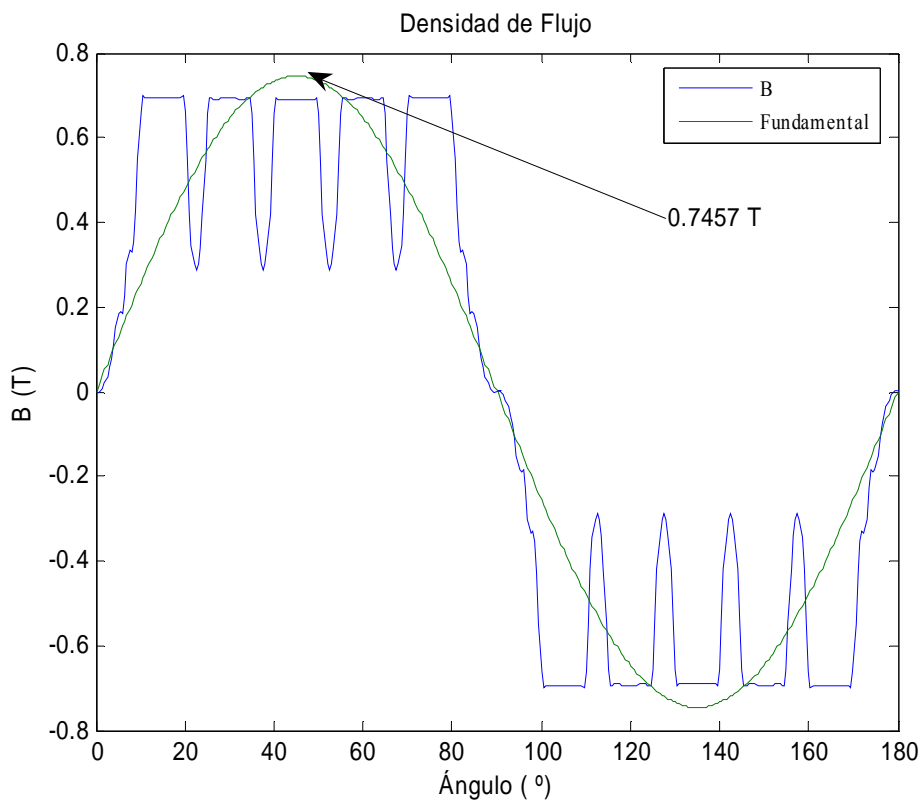
Sin embargo, para el análisis de JMAG la situación cambiaba ya desde el diseño del modelo. Al haber distribuido el devanado concentrado en ranuras contiguas, el número total de éstas aumentaba respecto del devanado concentrado, donde pasaba de tener 12 ranuras a tener 24.

Si además, se tiene en cuenta que para JMAG el espesor del entrehierro no era constante entonces, la forma de onda y el valor de la fundamental cambiarán de un devanado a otro.

Densidad flujo magnético del *devanado concentrado*:



Densidad flujo magnético del *devanado distribuido*:



Habiendo aumentado el número de ranuras, el número de variaciones del espesor y por lo tanto el total de las oscilaciones en la forma de onda, también aumenta tal y como se puede comprobar.

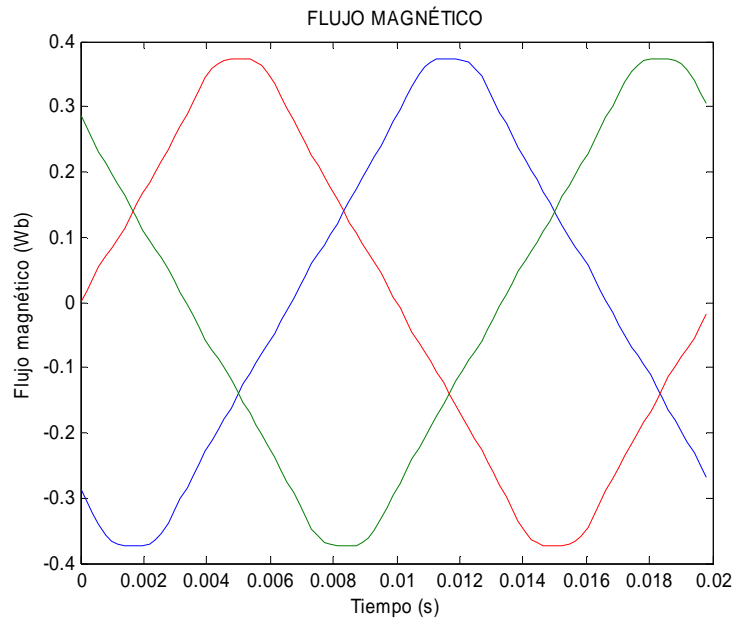
Por otro lado el valor de la fundamental y seguramente también el de los armónicos que le siguen disminuye respecto del devanado concentrado aproximándose a los valores obtenidos en el análisis teórico.

DENSIDAD DE FLUJO (T)		
	Teórico	JMAG
Devanado concentrado	0.7653	0.7553
Devanado distribuido		0.7457

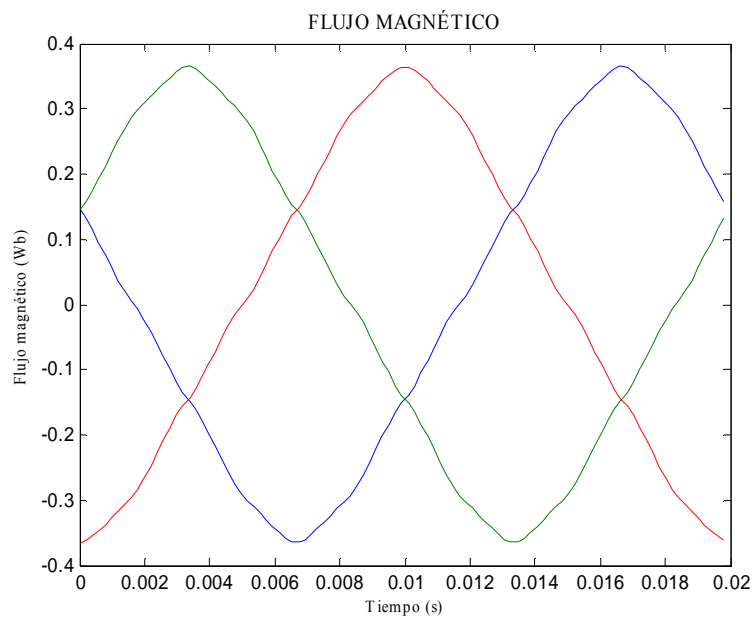
5.3. FLUJO MAGNÉTICO:

A lo que el flujo magnético se refiere, lo más importante a tener en cuenta, es que la forma de onda que presenta se suaviza considerablemente hasta alcanzar una forma de onda cercana al coseno cuando se utiliza una técnica como el devanado distribuido.

Flujo magnético *devanado concentrado*:



Flujo magnético *devanado distribuido*:

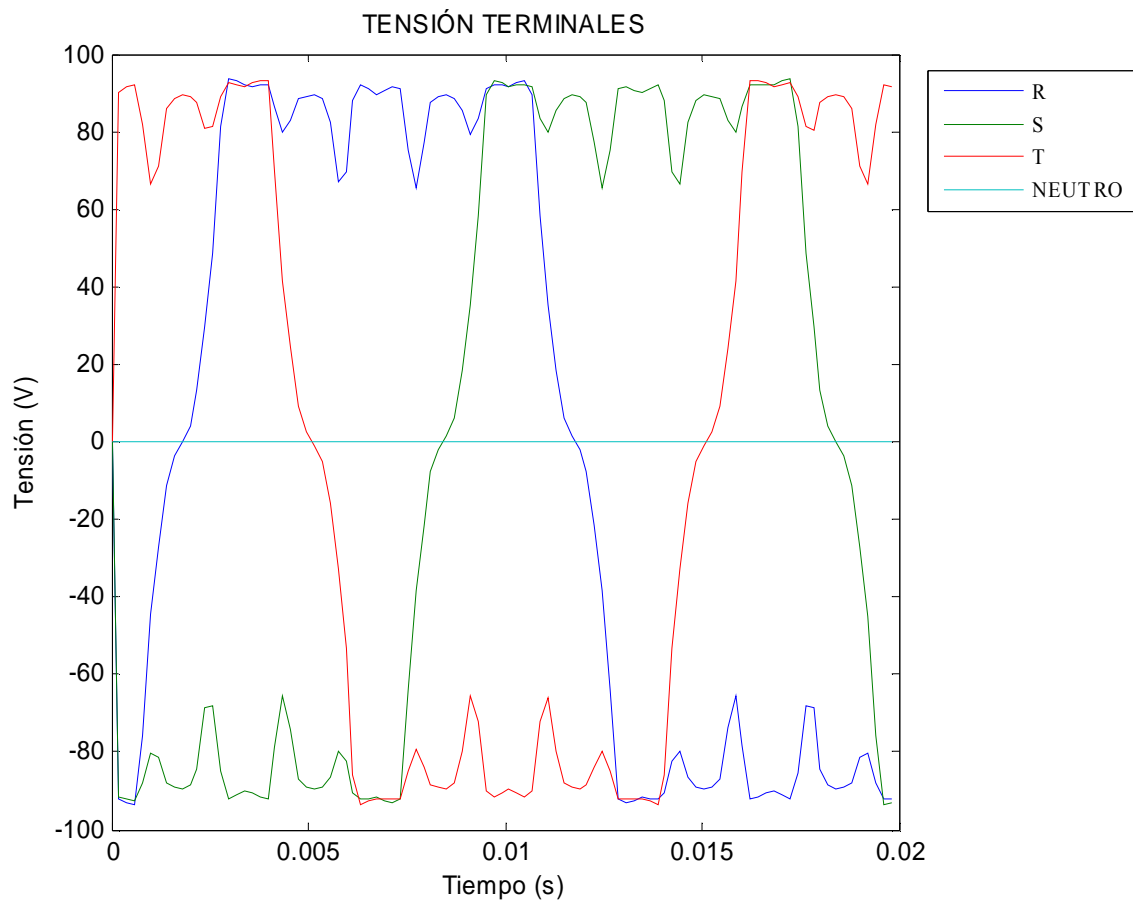


5.4. TENSION INDUCIDA:

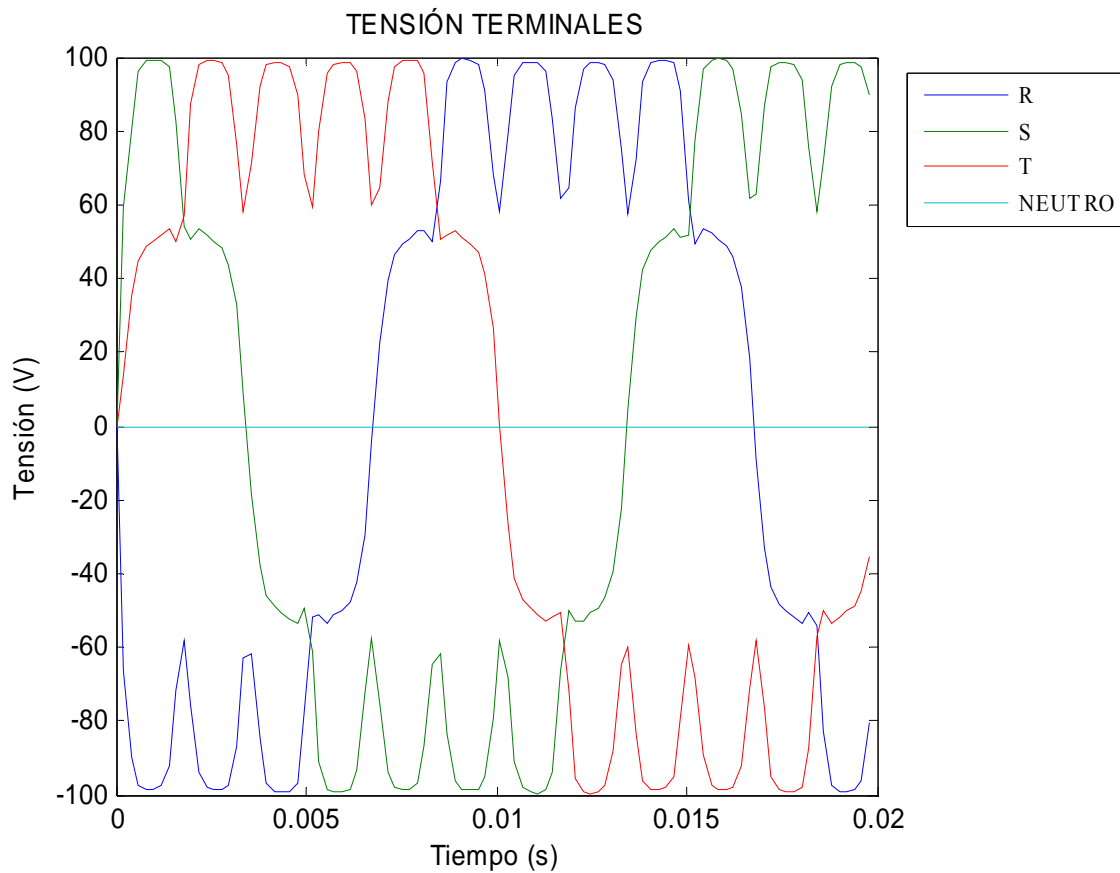
Es en la tensión inducida donde realmente se puede apreciar la efectividad de una técnica como es el devanado distribuido.

A pesar de que la tensión inducida también sufra una disminución de la fundamental, se podrá comprobar a continuación como la señal a la salida de los terminales de cada una de las fases es mucho más limpia, de carácter más senoidal y sin tanta influencia de los armónicos.

Tensión inducida *devanado concentrado*:



Tensión inducida *devanado distribuido*



Efectivamente la forma de onda del devanado distribuido es notoriamente más uniforme y homogénea que la del devanado concentrado, está ausente de variaciones bruscas de la tensión a diferencia del devanado concentrado donde se pueden apreciar diversos picos producidos a causa de los armónicos impares de la tensión.

Además la tensión de salida máxima al haber disminuido la influencia de los armónicos aumenta con respecto al devanado concentrado.

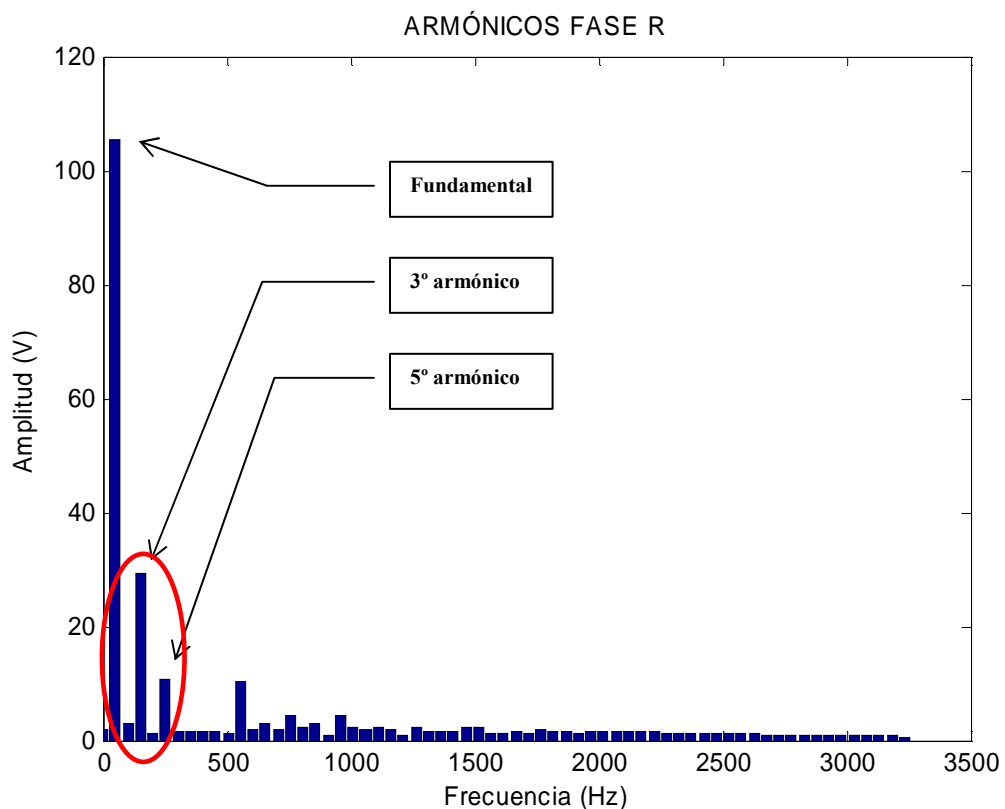
TENSIÓN MÁXIMA (V)	
Devanado Concentrado	Devanado distribuido
92	100

Para poder comprobar que además de la fundamental, los valores de los armónicos también han disminuido, se ha realizado a continuación un análisis de los armónicos para cada uno de los devanados más profundo. Además se ha calculado para cada uno de ellos la distorsión total armónica que presentan, un factor muy utilizado en la realidad.

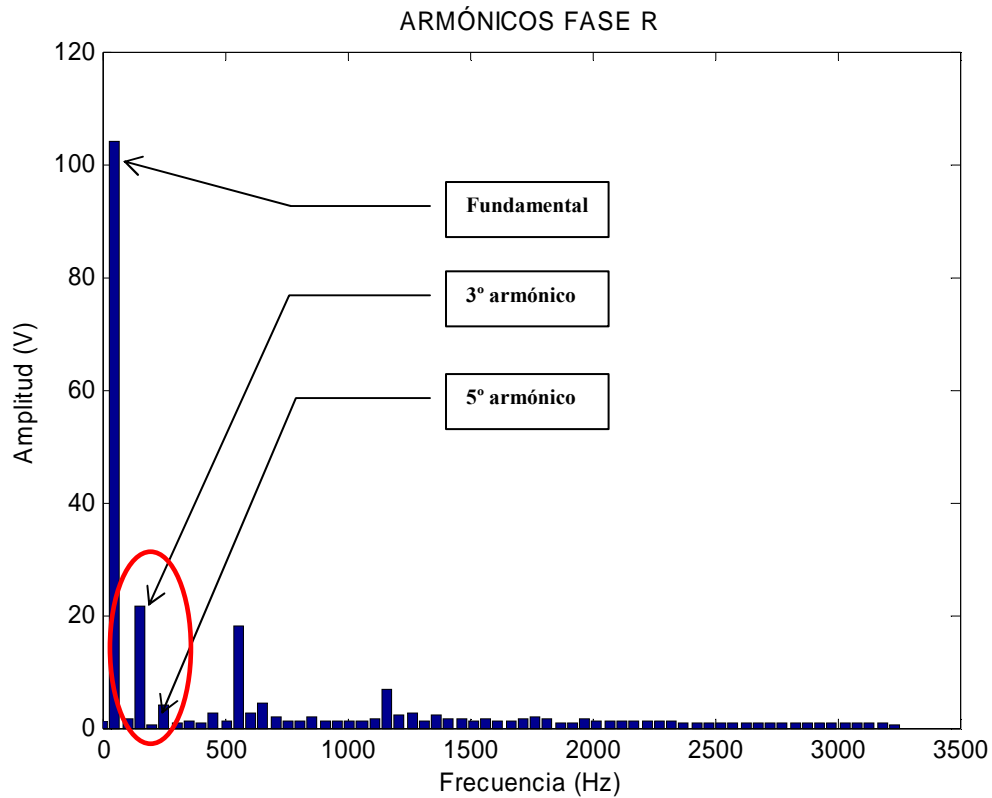
5.4.1. AMPLITUD FUNDAMENTAL Y ARMÓNICOS:

En el siguiente apartado, se presentarán los valores de la amplitud de la fundamental y de los armónicos para ambos devanados por medio de la transformada de Fourier que permite obtener JMAG. Se presenta en ambos casos la señal de una de las fases únicamente por considerar las señales de las tres fases idénticas.

Transformada de Fourier *devanado concentrado*:



Transformada de Fourier *devanado distribuido*:



Efectivamente, de un vistazo rápido, se puede ver como la amplitud de la fundamental y de los armónicos ha disminuido en el devanado distribuido respecto al concentrado

A continuación se presenta una tabla resumen con los valores tanto del devanado distribuido como el devanado concentrado.

TIPO DEVANADO	AMPLITUD (V)		
	FUNDAMENTAL	3° ARMÓNICO	5° ARMÓNICO
DISTRIBUIDO	103.96	21.47	3.90
CONCENTRADO	105.50	29.45	10.65

Los valores se han visto atenuados, en especial el 5° armónico, por el factor de distribución aplicado por el programa.

5.4.1.1. FACTOR DE DISTRIBUCIÓN:

En los aspectos teóricos del capítulo número 1, se definió el factor de distribución como, el cociente entre la amplitud de un armónico cualquiera producido por una bobina distribuida y la del armónico del mismo orden que produciría una bobina diametral y concentrada con el mismo número de espiras.

Por lo tanto para calcular el factor de distribución correspondiente a cada uno de los armónicos:

$$K_d = \frac{E_{An(distribuido)}}{E_{An(concntrado)}}$$

$$- K_{d1} = \frac{E_{A1}}{E_{A1}} = \frac{103.96}{105.50} = 0.9854$$

$$- K_{d3} = \frac{E_{A3}}{E_{A3}} = \frac{21.47}{29.45} = 0.7290$$

$$- K_{d5} = \frac{E_{A5}}{E_{A5}} = \frac{3.90}{10.65} = 0.3661$$

Los factores de distribución aplicados u obtenidos en JMAG no distan mucho de los valores determinados teóricamente como se puede ver en la siguiente tabla:

FACTOR DISTRIBUCIÓN			
Estudio	Kd1	Kd3	Kd5
Teórico	0.9659	0.707	0.258
JMAG	0.9854	0.729	0.366

La pequeña diferencia entre unos y otros puede deberse a que JMAG no considera el bobinado como completamente concentrado.

5.4.2. DISTORSIÓN TOTAL ARMÓNICA:

Como se comentó al principio de este apartado, los armónicos afectan a la vida útil de las máquinas y componentes eléctricos, por lo que es necesario determinar un factor por medio del cual se mida la influencia de los armónicos que es capaz de aguantar cualquier máquina ó componente eléctrico.

El factor es la distorsión total armónica o THD y se calcula con la siguiente fórmula.

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{n=\infty} Y_n^2}}{Y_1}$$

Será necesario conocer el valor de los armónicos de ambos devanados.

n° Armónico	AMPLITUD (V)	
	Devanado Concentrado	Devanado Distribuido
1°	105.50	103.96
2°	2.85	1.41
3°	29.45	21.47
4°	1.30	0.50
5°	10.65	3.90
6°	1.51	0.85
7°	1.50	1.20
8°	1.60	0.80
9°	1.74	2.80

A partir del 9º armónico la influencia de estos se puede despreciar, por lo que si se calcula el THD de ambos devanados para $n = 9$, donde n es el número de armónico, se obtiene lo siguiente:

$$THD_{con} = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{n=\infty} Y_n^2}}{Y_1} = \frac{\sqrt{2.85^2 + 29.45^2 + \dots + 1.74^2}}{105.05} = 0.30$$

$$THD_{dist.} = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{n=\infty} Y_n^2}}{Y_1} = \frac{\sqrt{1.41^2 + 21.47^2 + \dots + 2.80^2}}{103.96} = 0.213$$

Otra muestra más de que el devanado distribuido es una técnica constructiva para la atenuación se puede ver en los valores de THD, pasa de estar en un 30% con el devanado concentrado a un 21.3% en el distribuido.

Este dato es importante por ejemplo en el caso de un generador ya que no será la misma señal que llegue de un generador con una distorsión armónica generada de un 30% que de un 21.3%. Los aparatos o líneas de tensión que estén conectados a él, notarán considerablemente en su vida útil esta atenuación de la distorsión. No correrán tanto peligro de sufrir elevaciones de temperaturas excesivamente elevadas.

6. CÁLCULOS TEÓRICOS EN CARGA:

6.1. INTRODUCCIÓN:

Al igual que el capítulo 2, una vez finalizado el análisis del ensayo de vacío se le ha realizado un ensayo en carga a la máquina para poder obtener el valor del par generado cuando la máquina funciona como motor y generador. Para ambos funcionamientos se ha realizado un análisis teórico y otro en JMAG.

En el caso del motor, se ha alimentado el estator con una fuente de corriente alterna trifásica con las siguientes características:

- Trifásica.
- Valor pico (I_0) : 4 A

$$I_R = I_0 \cdot \text{sen}(2\pi ft)$$

- $I_S = I_0 \cdot \text{sen}(2\pi ft + 120^\circ)$

$$I_T = I_0 \cdot \text{sen}(2\pi ft - 120^\circ)$$

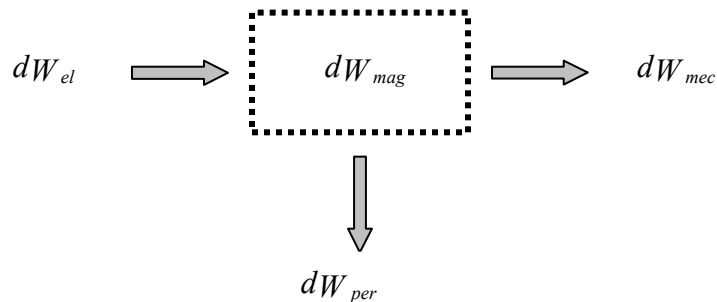
Para el generador sin embargo, se ha conectado en bornes del estator una carga trifásica equilibrada conectada en estrella puramente resistiva de tal forma que esta haga que circule corriente por los devanados del estator.

Carga resistiva equilibrada:

$$R_R = R_S = R_T = 100 \cdot \Omega$$

6.2. CÁLCULO TEÓRICO DEL PAR:

Para los cálculos teóricos del ensayo en carga se ha supuesto la misma máquina ideal utilizada en el ensayo de vacío. Además, al igual que en el capítulo anterior, el par se obtiene aplicando el principio de la conservación de la energía para un dispositivo electromagnético.



$$dW_{el} = dW_{mec} + dW_{mag} + dW_{per}$$

Al considerar la máquina como ideal las pérdidas eléctricas pueden despreciarse sacándolas fuera del sistema.

$$dW_{el} = dW_{mec} + dW_{mag}$$

$$dW_{el} = e \cdot idt = id\psi$$

$$dW_{mec} = T \cdot d\theta_m = T \cdot \Omega dt$$

$$dW_{mag}(\psi, \theta_m) = id\psi - T \cdot d\theta_m$$

El par podría entonces calcularse:

$$T = - \frac{\partial W_{mag}(\psi, \theta_m)}{\partial \theta_m}$$

Sin embargo, el par puede calcularse más fácilmente utilizando el concepto de coenergía.

La coenergía se define como:

$$W'_{mag}(i, \theta_m) = \psi \cdot i - W_{mag}$$

Por lo tanto, utilizando la coenergía magnética, el par presenta la siguiente expresión:

$$T = \frac{\partial W'_{mag}(i, \theta_m)}{\partial \theta_m} = -p \cdot M_{sr} \cdot i_A \cdot i_a \cdot \text{sen}(p\theta_m)$$

Sustituyendo M_{sr} por su valor e introduciendo las amplitudes de las fuerzas magnetomotrices de cada devanado:

$$M_{sr} = \frac{4 \cdot \mu_0 \cdot R \cdot l}{\pi \cdot p^2 \cdot g} \cdot N_{req} \cdot N_{seq}$$

$$F_A = \frac{4 \cdot N_{seq} \cdot i_A}{2 \cdot \pi \cdot p}$$

$$F_a = \frac{4 \cdot N_{req} \cdot i_a}{2 \cdot \pi \cdot p}$$

Para una máquina de rotor bobinado el par se expresa de la siguiente forma:

$$T = -\frac{p \cdot \mu_0 \cdot \pi \cdot R \cdot l}{g} \cdot F_A \cdot F_a \cdot \text{sen}(p\theta_m)$$

Sin embargo, para una máquina de imanes permanentes en la cual no circula corriente por el estator, será necesario relacionar la densidad del flujo magnético con la corriente que circularía por el devanado del rotor como si de una máquina con rotor bobinado se tratara.

$$B = \frac{\mu_0 \cdot N_{req} \cdot i_a}{2 \cdot g \cdot p}$$

$$N_{req} \cdot i_a = \frac{B \cdot 2 \cdot g \cdot p}{\mu_0}$$

Sustituyendo, la fuerza magnetomotriz del rotor es:

$$F_a = \frac{4 \cdot N_{req} \cdot i_a}{2 \cdot \pi \cdot p} = \frac{4 \cdot B \cdot 2 \cdot g \cdot p}{2 \cdot \pi \cdot p \cdot \mu_0} = 4 \cdot \frac{Bg}{\pi \mu_0}$$

Por lo tanto el par para una máquina de imanes permanentes es el siguiente:

$$T = -\frac{p \cdot \mu_0 \cdot \pi \cdot R \cdot l}{g} \cdot F_A \cdot F_a \cdot \text{sen}(p\theta_m) = -\frac{8 \cdot R \cdot l \cdot B \cdot N_{seq}}{\pi} \cdot i_A \cdot \text{sen}(p\theta_m)$$

Donde:

- B: densidad de campo magnético en el entrehierro
- R: Radio medio del entrehierro
- l: Longitud de la máquina
- N_{seq} : Devanado equivalente.
- i_A : Corriente del estator.

6.2.1. PAR DEL MOTOR:

Conocida la fuente de corriente que se conectará a los devanados del estator y conocida la expresión del par para una máquina de imanes permanentes se procede a calcular el par del motor.

Ha diferencia del devanado concentrado, en este caso será necesario calcular el devanado equivalente de la siguiente forma.

$$N_{seq} = K_{w1} \cdot N_s$$

$$K_{w1} = k_{d1} \cdot k_{p1}$$

Donde “ K_{w1} ” es el factor de devanado, “ k_{d1} ” es el factor distribución y “ k_{p1} ” el factor de paso.

$$N_{seq} = K_{d1} \cdot N_s = 0.9659 \cdot 560 = 540.90 \text{ para } k_{p1} = 1$$

Por lo tanto sustituyendo en la definición de par, se tiene:

$$T = \frac{p \cdot \mu_0 \cdot \pi \cdot R \cdot l}{g} \cdot F_A \cdot F_a \cdot \text{sen}(p\theta_m) = \frac{8 \cdot R \cdot l \cdot B \cdot N_{seq}}{\pi} \cdot i_A \cdot \text{sen}(p\theta_m) =$$

$$= \frac{8 \cdot 0.02775 \cdot 0.03 \cdot 0.6010 \cdot 540.90}{\pi} \cdot 4 = 2.75 \text{ N}\cdot\text{m}$$

El par máximo que presentará el motor será:

$$T = 2.75 \text{ N}\cdot\text{m}$$

6.2.2. PAR DEL GENERADOR:

Al igual que en el devanado concentrado, para poder utilizar la definición del par será necesario calcular la corriente que circule por los devanados aplicando la ley de Ohm.

Al ser la carga resistiva mucho mayor que la impedancia del bobinado, ésta puede despreciarse y por lo tanto:

$$V = R \cdot I$$

$$I_A = \frac{V}{R} = \frac{108.19}{100} = 1.0819 \text{ A}$$

Donde I_A es el valor pico de la corriente que circulará por cada uno de los devanados de las fases.

Considerando además, que el devanado equivalente no varía entre un funcionamiento y otro, el par es:

$$T = -\frac{p \cdot \mu_0 \cdot \pi \cdot R \cdot l}{g} \cdot F_A \cdot F_a \cdot \text{sen}(p\theta_m) = -\frac{8 \cdot R \cdot l \cdot B \cdot N_{seq}}{\pi} \cdot i_A \cdot \text{sen}(p\theta_m) =$$

$$= \frac{8 \cdot 0.02775 \cdot 0.03 \cdot 0.6010 \cdot 540 \cdot 90}{\pi} \cdot 1.0819 = -0.7455 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$T = -0.7455 \text{ N} \cdot \text{m}$$

7. ANÁLISIS DE JMAG EN CARGA:

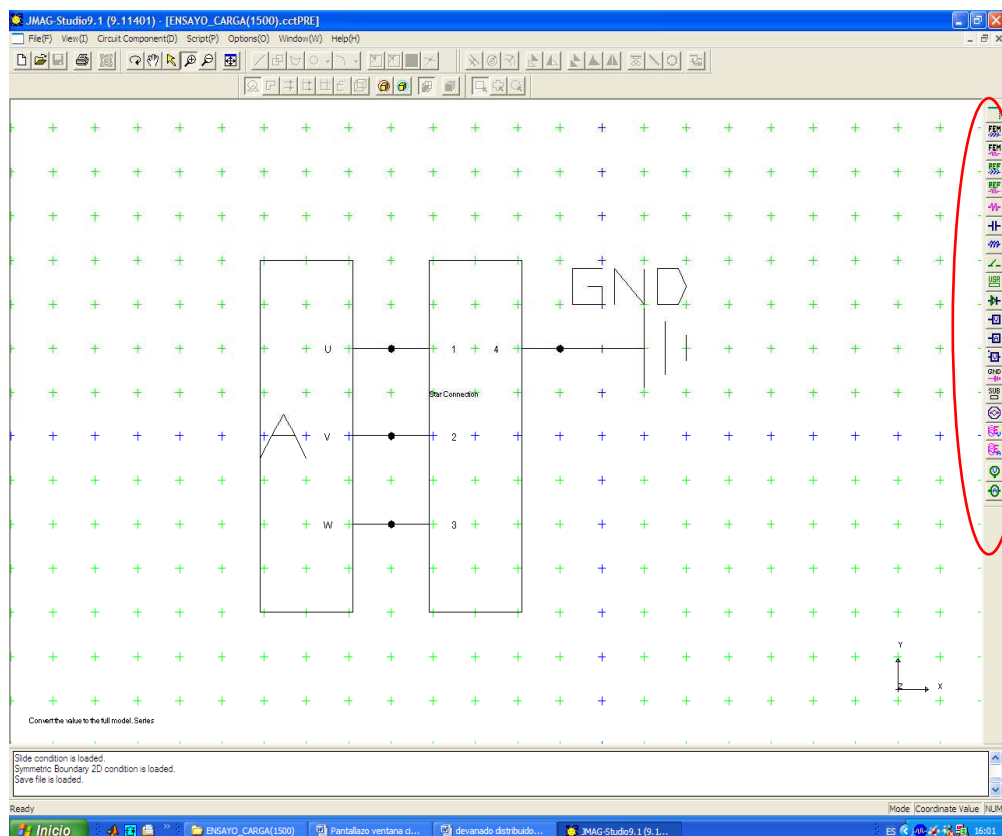
Manteniendo el esquema de los apartados anteriores se procede a continuación a realizar el análisis del ensayo en carga por medio de JMAG para luego poder compararlo con el teórico.

Para simular el funcionamiento como motor se diseñará la fuente de corriente ya descrita en el análisis teórico y para el generador, la carga trifásica de 100 ohmios.

7.1. INSTRUCCIONES PREVIAS EN JMAG:

Para realizar el ensayo en carga en JMAG, el procedimiento será el mismo que para el devanado concentrado, se seleccionará el componente requerido en función del funcionamiento que se desee analizar desde la barra de herramientas alojada en el lado izquierdo de la ventana.

- *conditions / Create circuit.*

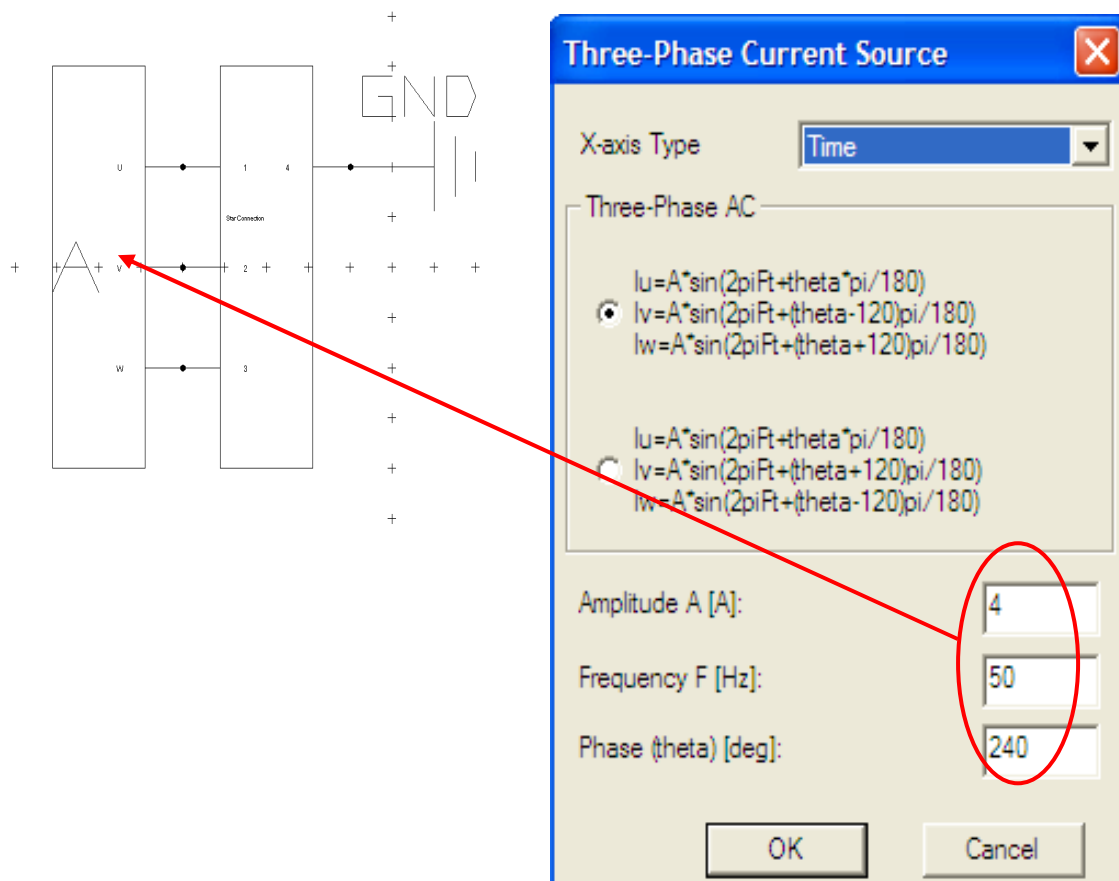


A continuación se presentan los resultados de JMAG referentes al par, para ambos funcionamientos, como motor y generador respectivamente.

7.2. PAR DEL MOTOR:

Para el funcionamiento como motor, se ha diseñado en JMAG la fuente de corriente trifásica de 4 A utilizada en los cálculos teóricos, para conectarla a los bornes del estator.

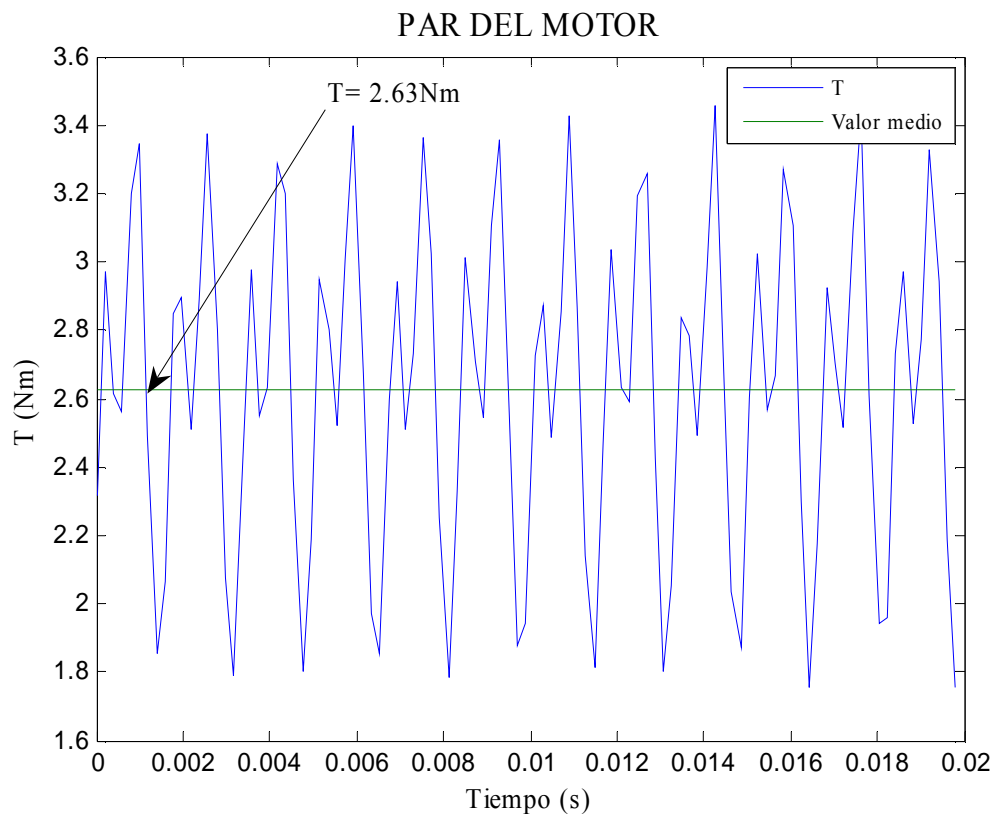
Haciendo doble clic sobre la fuente de corriente se podrán introducir las características de funcionamiento necesarias, tal y como se muestra a continuación.



Una vez diseñado el circuito se procede a simular en JMAG y finalmente a analizar los resultados obtenidos.

Se obtiene la forma de onda y el valor del par del siguiente modo.

- *Results / Torque (electromagnetic force) /History*



El valor medio que presenta el par es:

$$T = 2.63 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Tras obtener la forma de onda y el valor del par directamente de los resultados que facilita JMAG, al igual que para el devanado concentrado y utilizando el principio de la conservación de la energía, se procede también a calcular el valor del par, para determinar si los resultados obtenidos son coherentes.

7.2.1. PRINCIPIO CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA:

El principio ha sido simplificado, despreciando las pérdidas magnéticas, para facilitar los cálculos al igual que en el devanado concentrado.

$$dW_{el} = dW_{mec}$$

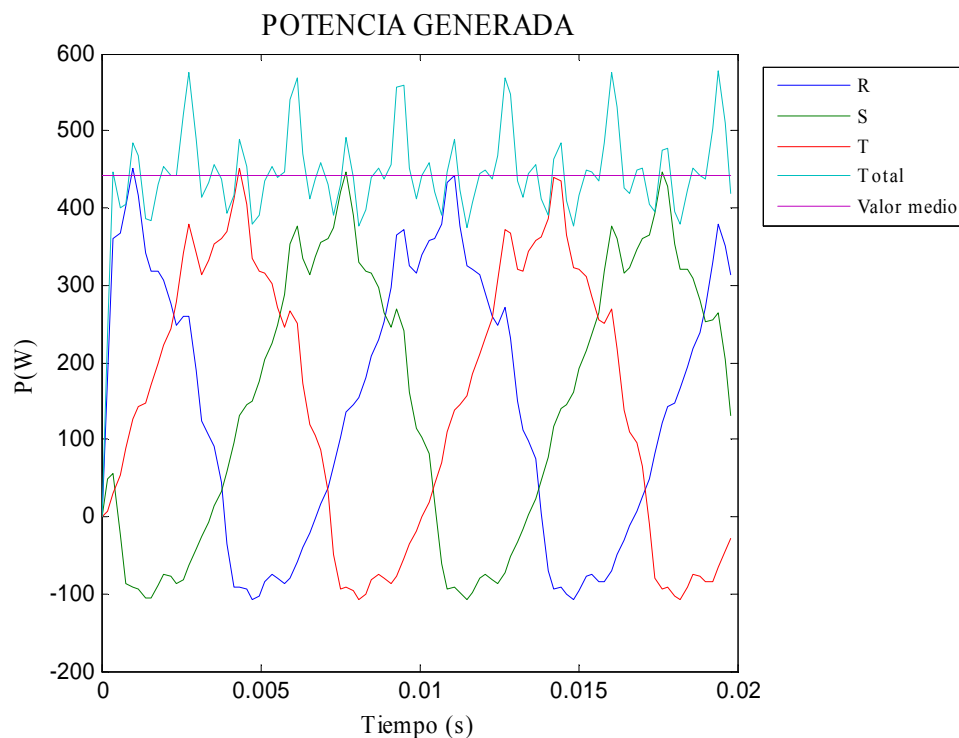
$$dW_{el} = e \cdot idt$$

$$dW_{mec} = T \cdot \Omega$$

$$T = \frac{e \cdot idt}{\Omega dt} = \frac{P_{generada}}{\Omega}$$

Se obtiene a continuación la potencia eléctrica generada por la fuente de la siguiente forma:

- *Results / Circuit / FEM coil Power / History*



El valor medio de la potencia total es:

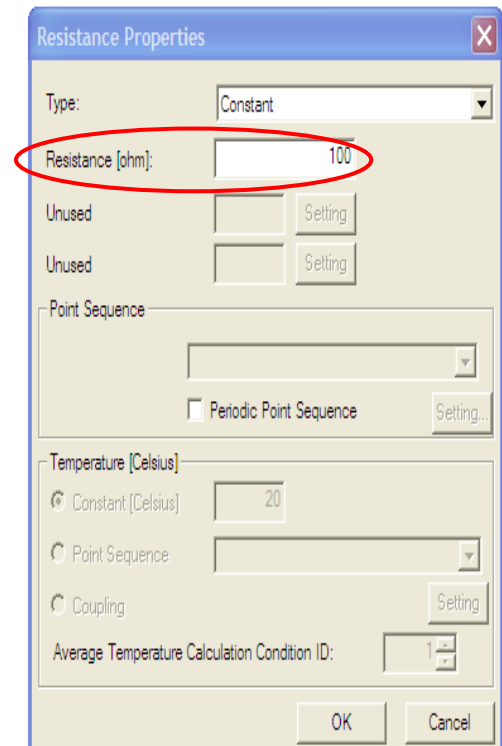
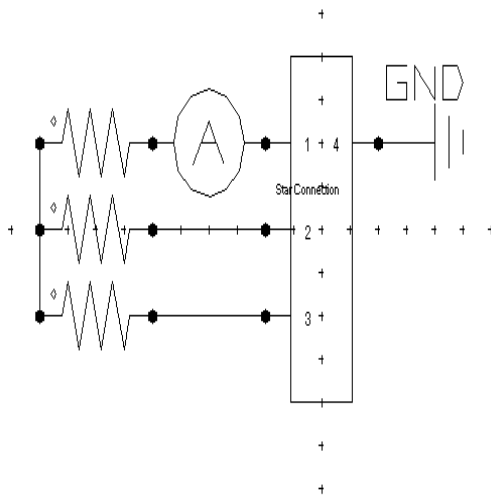
$$P = 430W$$

Si el motor consume la potencia hallada y gira a 1500 rpm entonces el par será:

$$T = \frac{P_{generada}}{\Omega} = \frac{430}{157.07} = 2.73N \cdot m$$

7.3. PAR DEL GENERADOR:

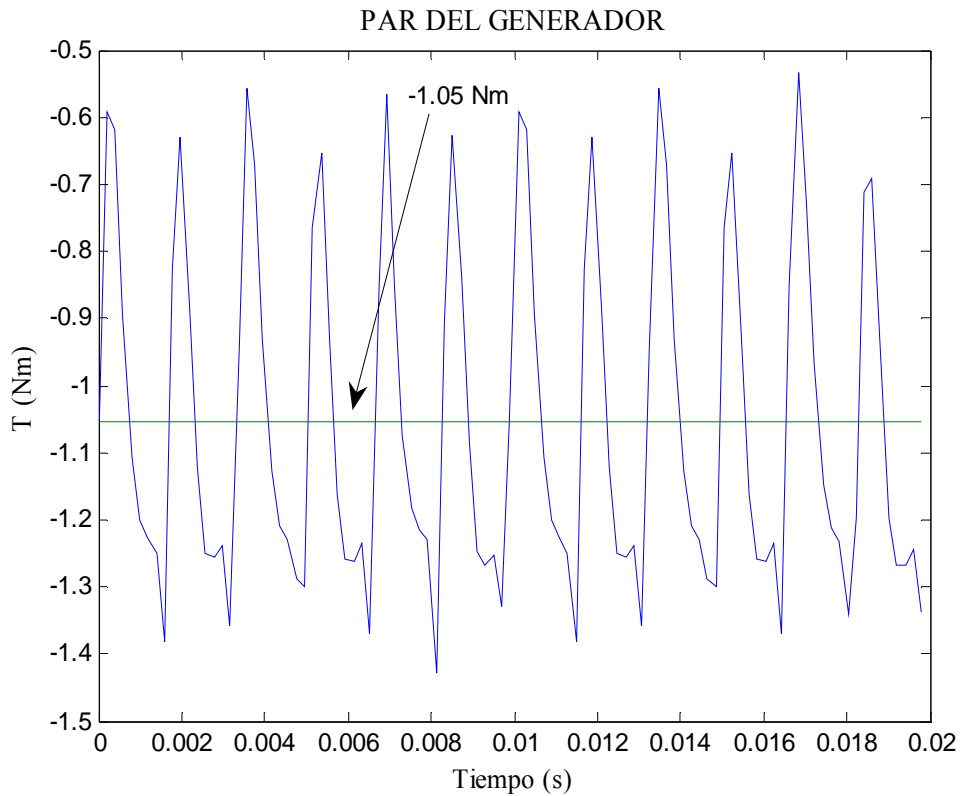
Para simular el funcionamiento como generador, al igual que en el capítulo anterior, se ha diseñado la carga resistiva ya descrita en los cálculos teóricos. Además, de un amperímetro para poder obtener el valor de la corriente que circulara por los devanados del estator.



Concluido el diseño se procede a simular la nueva situación de la máquina.

La gráfica del par que presenta el simulador es la siguiente:

- *Results / Torque (electromagnetic force) /History*



El valor medio que presenta el par es:

$$T = -1.05 \text{ N}\cdot\text{m}$$

En este caso también se ha comprobado la coherencia de los resultados obtenidos en JMAG por medio del principio de conservación de la energía.

7.3.1. PRINCIPIO CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA:

Aplicando el principio de la conservación de la energía donde se desprecian tanto las pérdidas magnéticas como las pérdidas por calor, se obtiene lo siguiente.

$$dW_{el} = dW_{mec}$$

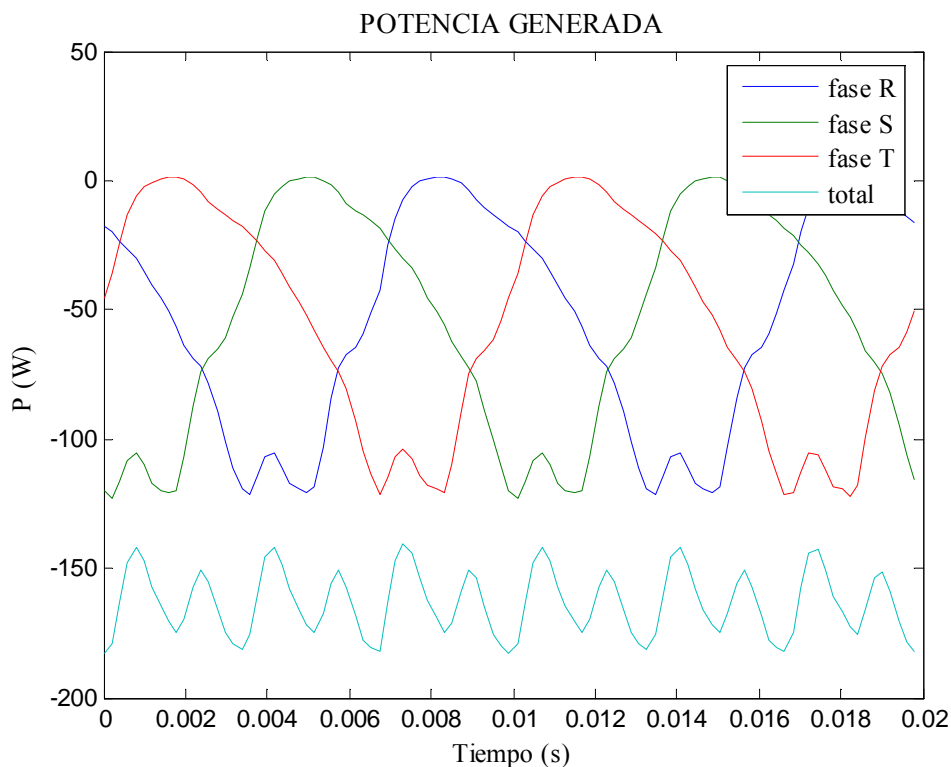
$$dW_{el} = e \cdot idt$$

$$dW_{mec} = T \cdot \Omega$$

$$T = \frac{e \cdot idt}{\Omega dt} = \frac{P_{consumida}}{\Omega}$$

Se presenta por lo tanto la señal de la potencia consumida por la carga.

- Results / Circuit / FEM coil Power / History



El valor medio de la potencia total es: $P = -163.4W$

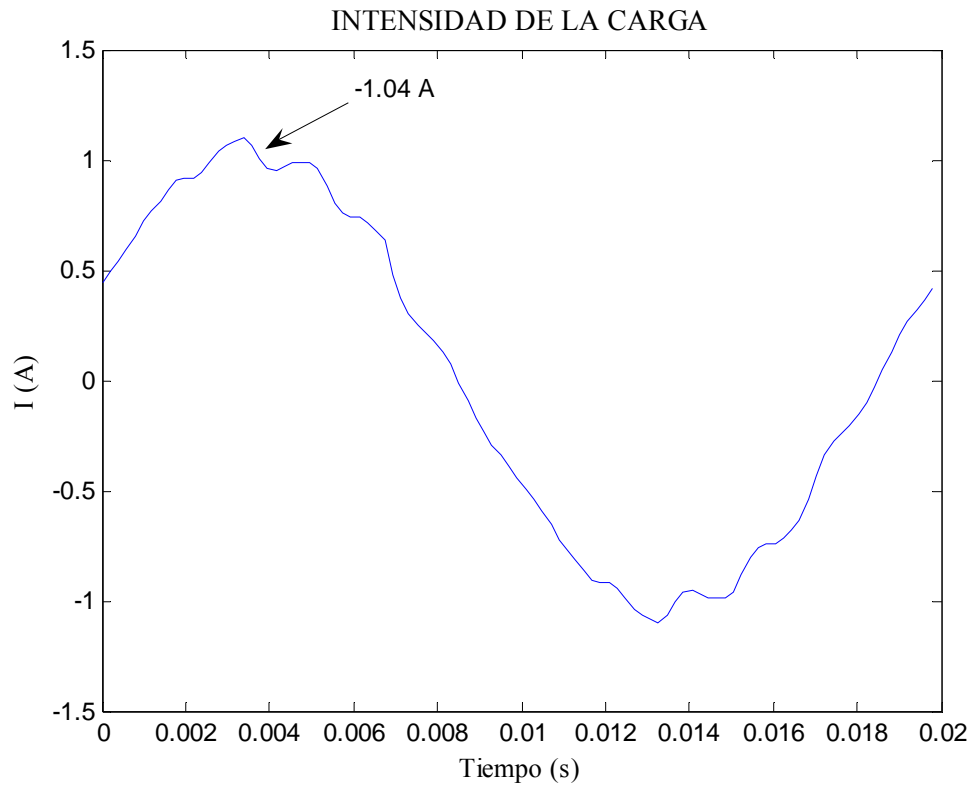
Por lo tanto, si la máquina gira a 1500 rpm entonces el valor del par:

$$T = \frac{P_{consumida}}{\Omega} = -\frac{163.4}{157.07} = -1.04 N \cdot m$$

Por otro lado, para el caso del generador, se ha medido la corriente que circula por la carga para comprobar si está corresponde con la corriente calculada en el caso teórico.

La corriente medida para el generador con devanado distribuido es:

- *Results / Circuit / Current*



El valor pico de la fundamental de la corriente que circulará por los devanados del estator es:

$$I_A = 1.04 \text{ A}$$

8. COMPARACIÓN ENTRE TEORIA Y JMAG:

A continuación, al igual que para los resultados obtenidos en el ensayo de vacío, se ha realizado una comparación entre los valores del par teórico y los de JMAG tanto para el motor como el generador.

La tabla resumen de los valores es la siguiente:

PAR GENERADO T (Nm)			
TIPO ESTUDIO		MOTOR	GENERADOR
TEORICO		2.75	-0.7455
JMAG	SIMULACIÓN	2.63	-1.05
	P.CONSER. DE LA ENERGÍA	2.73	-1.04

Al igual que en el devanado concentrado, los resultados teóricos difieren de los obtenidos en JMAG debido a las hipótesis y simplificaciones de cálculo consideradas para el análisis teórico. El par está relacionado directamente con la densidad de flujo magnético por lo que si está ya presentaba diferencia entre unos cálculos y otros, es obvio que el par la presente.

Por otro lado, ya para el devanado concentrado se consideró que teóricamente, no se tiene en cuenta la resistividad de los devanados del estator, la cual influye directamente en la corriente que pueda circular por éstos en los dos funcionamientos definidos en el ensayo en carga. En JMAG sin embargo, cuando se diseñaba el circuito y se especificaban los devanados, era necesario definir tanto la resistencia como la impedancia.

Se comparan las corrientes pico de ambos análisis:

Análisis teórico: $I_A = 1.08$ A

Análisis en JMAG: $I_A = 1.04$ A

Efectivamente la corriente teórica es mayor que la obtenida en JMAG ya que no se ha tenido en cuenta la resistividad del material de los devanados.

9. INDUCTANCIAS DE LA MÁQUINA:

9.1. INTRODUCCIÓN:

En el siguiente apartado se ha estudiado la inductancia magnética del estator. Al igual que en los apartados anteriores, primero se ha realizado un estudio teórico para luego poder compararlos con los obtenidos en JMAG.

9.2. CÁLCULOS TEÓRICOS:

Cuando varias bobinas se encuentran compartiendo el mismo núcleo magnético estas se encuentran acopladas magnéticamente. Es decir, dentro del núcleo circulará un flujo mutuo igual al sumatorio de los flujos generados por cada bobina, además del flujo propio y de fugas de cada bobina.

En el caso de las máquinas eléctricas, sus devanados también son circuitos eléctricos acoplados magnéticamente. El flujo neto que ve cada bobinado es igual al campo magnético total (suma de los campos magnéticos de todas las bobinas acopladas) entre la reluctancia equivalente.

En el caso de la máquina objeto de estudio, si a los bornes del estator se le conecta una fuente de energía eléctrica para que ésta funcione como motor, en este se generará un flujo mutuo, sumatorio de todos los flujos propios de cada uno de los devanados. El flujo propio que atraviesa cada uno de los devanados debido al campo magnético generado por ellos mismos tiene asociada una inductancia magnética L .

La inductancia se define como la relación que existe entre el flujo total y la corriente que lo genera. Por lo que para calcular la inductancia magnética de uno de los devanados del estator, se alimentará a éstos con una corriente continua de tal forma que genere un campo magnético propio.

La ecuación que presenta la inductancia magnética del estator es:

$$L_{ms} = \frac{\psi_{md}}{i_s} = \frac{N_{seq} \cdot \phi_{md}}{i_s}$$

Además este flujo será máximo cuando el espesor del entrehierro sea mínimo, y será mínimo, cuando el espesor del entrehierro sea máximo. Estos flujos, máximo y mínimo, definen las inductancias L_q y L_d respectivamente.

9.3. INDUCTANCIA MAGNÉTICA:

Tras definir la inductancia magnética en el apartado anterior, a continuación se procede a calcularla. Para ello se ha de introducir una corriente en el devanado para que en éste se genere el campo magnético el cual creará el flujo que lo atraviesa.

En el caso de este estudio se ha conectado a los bornes del devanado del estator una fuente de corriente continua de 1 A.

A continuación se procede al cálculo de los valores máximo y mínimo de la inductancia magnética.

9.3.1. INDUCTANCIA MÁXIMA, L_q :

Si el flujo propio que ve el devanado es el siguiente:

$$\phi_{md} = \int_s B \cdot d_s = \int_s \frac{\pi \cdot 4\mu_0 \cdot N_{seq} \cdot i_s}{2\pi \cdot p \cdot g} \cdot \text{sen} \theta_e R l d\theta_m = \frac{8\mu_0 \cdot N_{seq} \cdot R l}{2\pi \cdot p^2 \cdot g} \cdot i_s$$

Sustituyendo en la definición de la inductancia:

$$L_{ms} = \frac{\psi_{md}}{i_s} = \frac{N_{seq} \cdot \phi_{md}}{i_s} = \frac{4\mu_0 \cdot R l}{\pi \cdot p^2 \cdot g} \cdot N_{seq}^2 = \frac{N_{seq}^2}{\mathfrak{R}}$$

Para calcular el valor de la reluctancia, se supondrá para este caso, que el espesor del entrehierro es mínimo y por tanto no se tendrá en cuenta el espesor del imán.

Si $g = 0.5\text{mm} = 0.0005\text{m}$ como se especifico en las características de la máquina, entonces:

$$\mathfrak{R} = \frac{\pi \cdot p^2 \cdot g}{4\mu_0 \cdot R l} = \frac{\pi \cdot 4 \cdot 0.0005}{4\mu_0 \cdot 0.02775 \cdot 0.03} = 1501501.502 \text{ Av/Wb}$$

Si el número de espiras del devanado equivalente del estator es el mismo que el calculado para el ensayo en carga ($N_{seq} = 540.90$) entonces:

$$L_q = \frac{N_{seq}^2}{\mathfrak{R}} = \frac{540.90^2}{1501501.502} = 0.1942 \text{ H}$$

Por lo tanto la inductancia magnética que verá el devanado para el eje magnético “q” será:

$$L_q = 0.1942 \text{ H}$$

Si se aplica la definición de inductancia, donde se relaciona el flujo magnético con la corriente que atraviesa el devanado, es posible calcular el flujo magnético máximo que atraviesa el devanado.

$$\phi_{\max} = L_q \cdot i_s = 0.1942 \cdot 1 = 0.1942 \text{Wb}$$

9.3.2. INDUCTANCIA MÍNIMA, L_d :

Para hallar el valor de la inductancia mínima se ha utilizado el mismo método que para la inductancia máxima. Sin embargo, por tratarse del caso más desfavorable, para calcular la reluctancia se tendrá en cuenta que el espesor del entrehierro será máximo.

Al tratarse de una máquina de imanes permanentes al espesor del entrehierro se le sumará el espesor del imán en el cálculo de la reluctancia. Un imán satura con intensidades de campo magnético muy elevadas, además si se observa la gráfica BH de estos, se puede ver que es lineal como la del aire pero con una permeabilidad muy superior. En conclusión el funcionamiento del imán para el cálculo de la reluctancia se considerará como si de aire se tratara.

Si el espesor del imán mide 0.0025m entonces el valor de la reluctancia es el siguiente:

$$\mathfrak{R} = \frac{\pi \cdot p^2 \cdot (g_0 + \frac{g_{\text{imán}}}{2})}{4\mu_0 \cdot Rl} = \frac{\pi \cdot 4 \cdot (0.0005 + \frac{0.0025}{2})}{4\mu_0 \cdot 0.02775 \cdot 0.03} = 5255257.032 \text{Av/Wb}$$

El valor de la inductancia magnética en el eje “d” entonces.

$$L_q = \frac{N_{\text{seq}}^2}{\mathfrak{R}} = \frac{540.90^2}{5255257.032} = 0.055 \text{H}$$

Por lo que, si se ha conectado una fuente de 1 amperio a los bornes del devanado, el flujo mínimo propio que vera el devanado es el siguiente:

$$\phi_{\min} = L_d \cdot i_s = 0.055 \cdot 1 = 0.055 \text{Wb}$$

9.4. INDUCTANCIA CÍCLICA:

Teorema de superposición: *Se puede determinar el flujo que ve una bobina como la suma del flujo que crearía cada uno de los campos independientemente.*

Teorema Ferraris: *Todo devanado trifásico alimentado con un sistema trifásico equilibrado de corrientes genera un campo magnético rotatorio de amplitud constante e igual a 3/2 la de una de las fases.*

Por tanto el flujo que verá una de las fases en el caso de alimentar los devanados con una fuente trifásica será:

$$\phi_A = L_{AA} \cdot i_a + L_{AB} \cdot i_b + L_{AC} \cdot i_c$$

$$\phi_A = L_{AA} \left(i_a - \frac{i_b}{2} - \frac{i_c}{2} \right)$$

$$i_a + i_b + i_c = 0$$

$$\phi_A = L_{AA} \left(i_a + \frac{-i_b - i_c}{2} \right)$$

$$\phi_A = \frac{3}{2} \cdot L_{AA} \cdot i_A$$

Para una corriente de un amperio:

$$\phi_{\max} = \frac{3}{2} \cdot L_d = \frac{3}{2} \cdot 0.1942 = 0.2913Wb$$

$$\phi_{\min} = \frac{3}{2} \cdot L_q = \frac{3}{2} \cdot 0.055 = 0.0825Wb$$

10. ANÁLISIS EN JMAG DE LAS INDUCTANCIAS:

A continuación se muestra las instrucciones previas a tener en cuenta en el simulador y los resultados obtenidos del flujo magnético para uno de los devanados cuando se le conecta una fuente de corriente continua de amplitud 1 A.

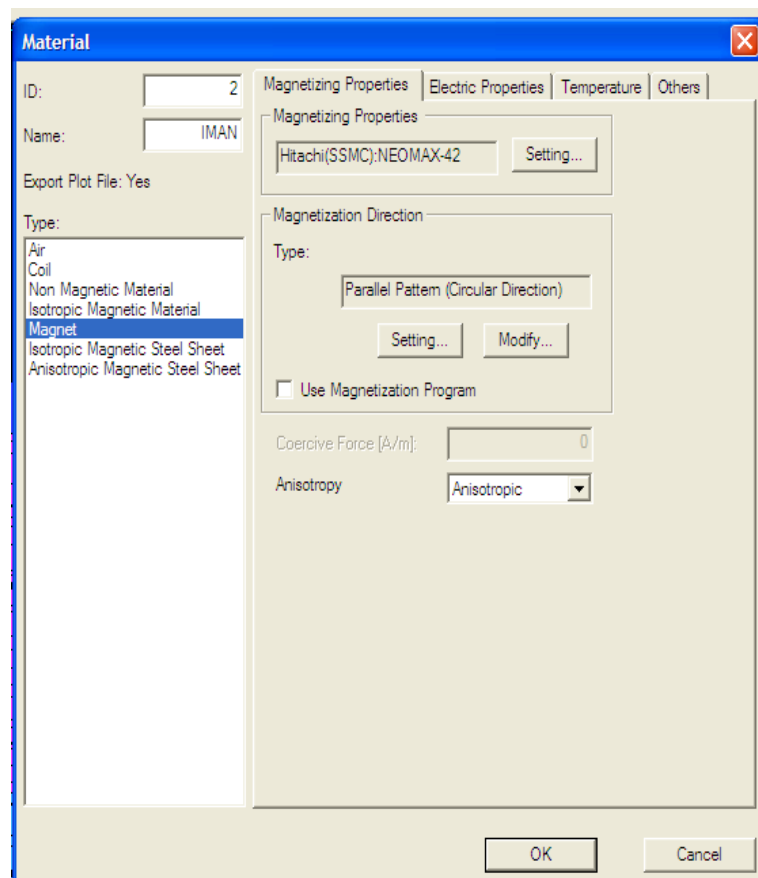
10.1. INSTRUCCIONES PREVIAS EN JMAG:

Cuando se procede a la simulación en JMAG, se tendrá en cuenta que se está simulando una máquina de imanes permanentes por lo que el campo magnético del imán siempre estará presente y se podrían contaminar los resultados del flujo propio del devanado del estator.

Para que esto no ocurra, se ha anulado de manera ficticia el imán en el simulador, es decir se han cambiado la distribución del campo magnético generado por éste y la permeabilidad.

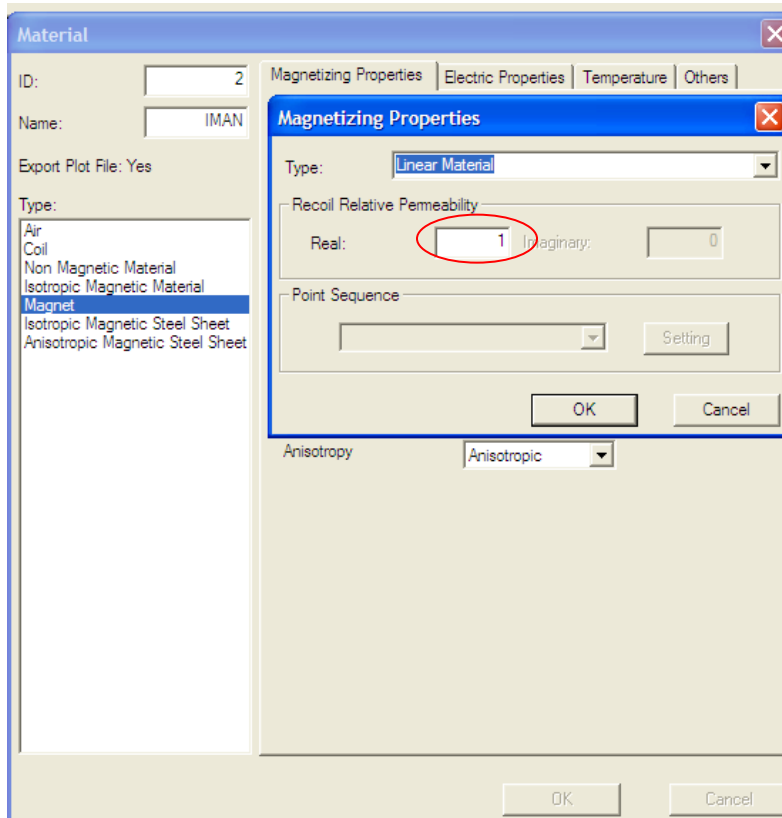
El proceso utilizado ha sido el siguiente:

- *Conditions / modify materials / magmet.*



Se cambian las propiedades magnéticas del siguiente modo:

- *Magnetizing properties*



En la pestaña “type” se sustituye “Hitachi(SSMC:NEOMAX-42)” por “Linear Material” y se comprueba que la permeabilidad relativa es 1.

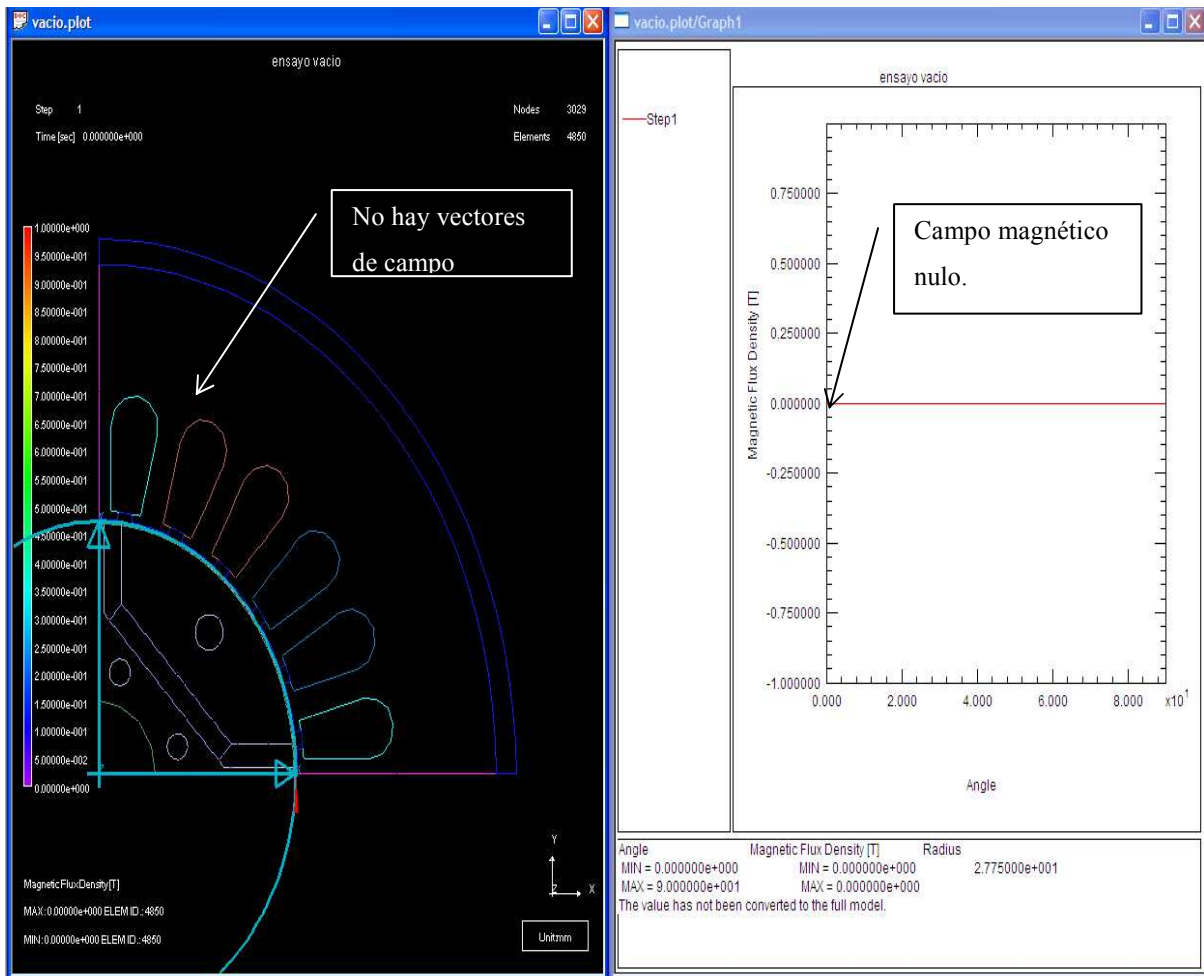
Una vez eliminado el imán, se simula esta nueva situación con la máquina en vacío para comprobar si realmente se ha eliminado.

Tras la simulación para verificar que efectivamente se ha eliminado la presencia del imán se obtiene la forma de onda de la densidad de campo magnético en el entrehierro.

El resultado se muestra a continuación:

- *Results / Magnetic Flux density / vector.*

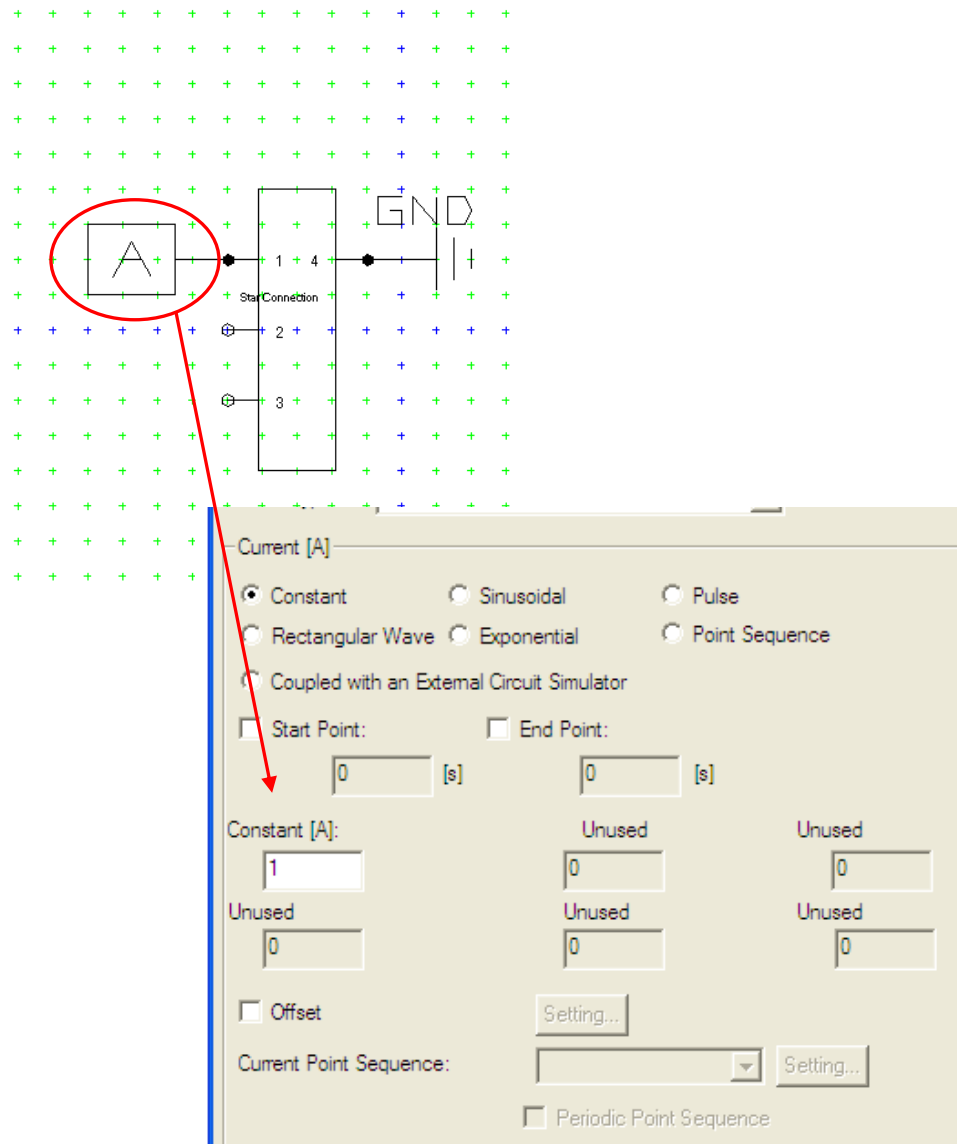
Como se puede observar en la imagen siguiente, no aparecen vectores de campo como en los apartados anteriores y la forma de onda es nula.



Se demuestra por lo tanto que la acción del imán ha sido eliminada y se puede proceder al cálculo del flujo propio de un devanado cuando se conecta una fuente de corriente.

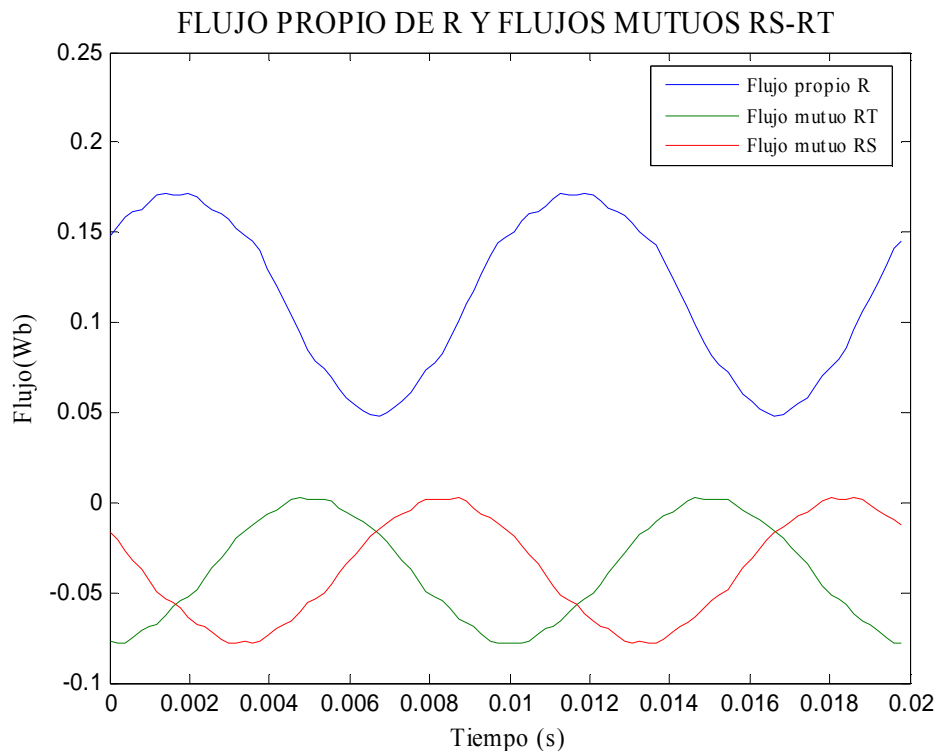
10.2. FLUJO PROPIO DEL DEVANADO:

Como se adelantó en el cálculo teórico se ha conectado una fuente de corriente continua a los bornes de uno de los devanados del estator para ver el flujo propio que lo atraviesa. El circuito a dibujar en el simulador es el siguiente:



Tras definir la fuente que alimentará el devanado del estator se procede a la simulación de la nueva situación en JMAG para luego poder hallar la forma de onda del flujo propio y así determinar el valor máximo y mínimo de este.

Tras la simulación, la forma de onda obtenida es la siguiente:



Como se puede ver en la grafica aparecen tres señales, dos idénticas pero desfasadas en el tiempo y otra de mayor amplitud.

La forma de onda de mayor amplitud, representa el flujo propio que atraviesa el devanado al cual se le ha introducido la corriente de 1 amperio. Las otras dos señales, sin embargo, representan el flujo generado por la fase R que atraviesa los devanados de las otras fases.

La forma de onda que interesa para este estudio es la que representa el flujo propio del devanado de la fase R. Es una onda que sin pasar por cero, adquiere un valor máximo correspondiente al eje magnético “q” y un mínimo correspondiente al eje magnético “d”. En los siguientes puntos se han analizado ambos valores por medio de JMAG.

10.2.1. FLUJO MÁXIMO:

Por medio de la grafica anterior se puede obtener el valor máximo del flujo y determinar la posición del rotor en ese momento con una simple relación de espacio-tiempo.

El valor máximo del flujo propio del devanado R y que corresponde al eje “q” del devanado es:

$$\phi_{\max} = 0.175Wb$$

Este valor se presenta en los instantes de tiempo t_1 y t_2 donde:

$$t_1 = 0.002s$$

$$t_2 = 0.012s$$

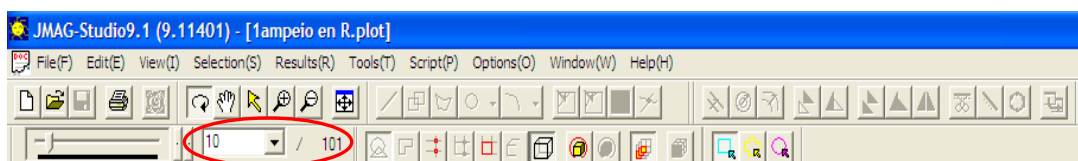
Si a la hora de simular, dentro de las características de simulación se determinaron para 2ms 101 pasos, basta hacer una relación de los pasos con cualquiera de los tiempos donde se consigue el valor máximo del flujo para poder determinar la posición del rotor:

$$101 \text{ pasos} \longrightarrow 0.02 \text{ s}$$

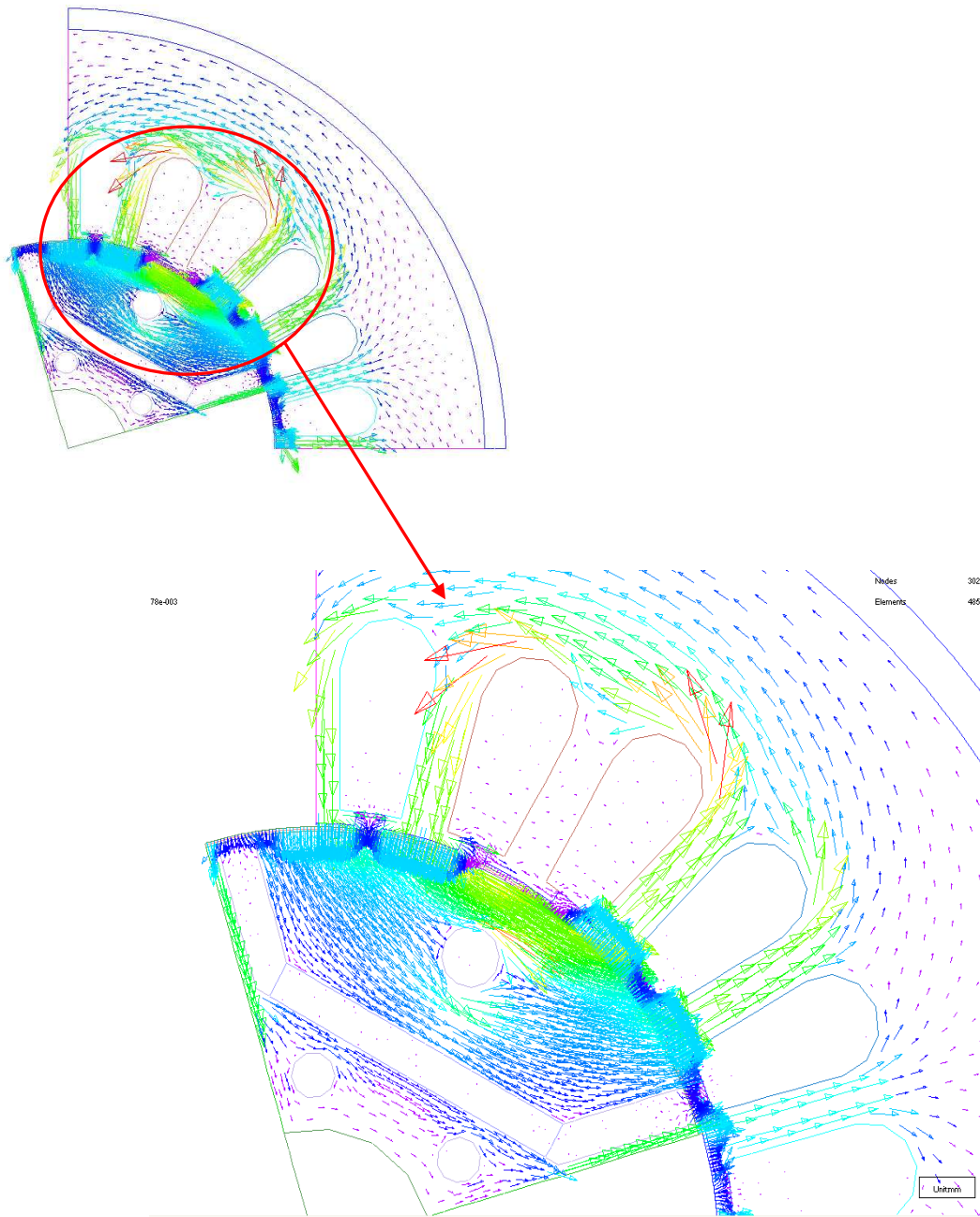
$$X \longrightarrow 0.002s$$

$$X = 10 \text{ pasos}$$

Por lo tanto seleccionando en la barra de herramientas de JMAG la posición número 10 del rotor tal y como se muestra a continuación:



Una vez seleccionada la posición del rotor se obtiene el resultado de la densidad de campo magnético de forma vectorial, del mismo modo que en apartados anteriores.



Como se puede observar en la figura el flujo es máximo debido a que recorre el camino más corto es decir sin pasar por el imán.

A continuación se ha realizado el mismo proceso para el flujo mínimo que verá el devanado.

10.2.2. FLUJO MÍNIMO:

El valor mínimo del flujo propio del devanado R y que corresponde al eje “d” del devanado es:

$$\phi_{\min} = 0.05Wb$$

Este valor se presenta en los instantes de tiempo t_3 y t_4 donde:

$$t_3 = 0.0065s$$

$$t_4 = 0.017s$$

Por lo tanto, realizando la misma relación de espacio- tiempo se determina la posición del rotor donde el flujo es mínimo y por tanto corresponde con el eje magnético “q” del devanado.

$$101 \text{ pasos} \longrightarrow 0.02 \text{ s}$$

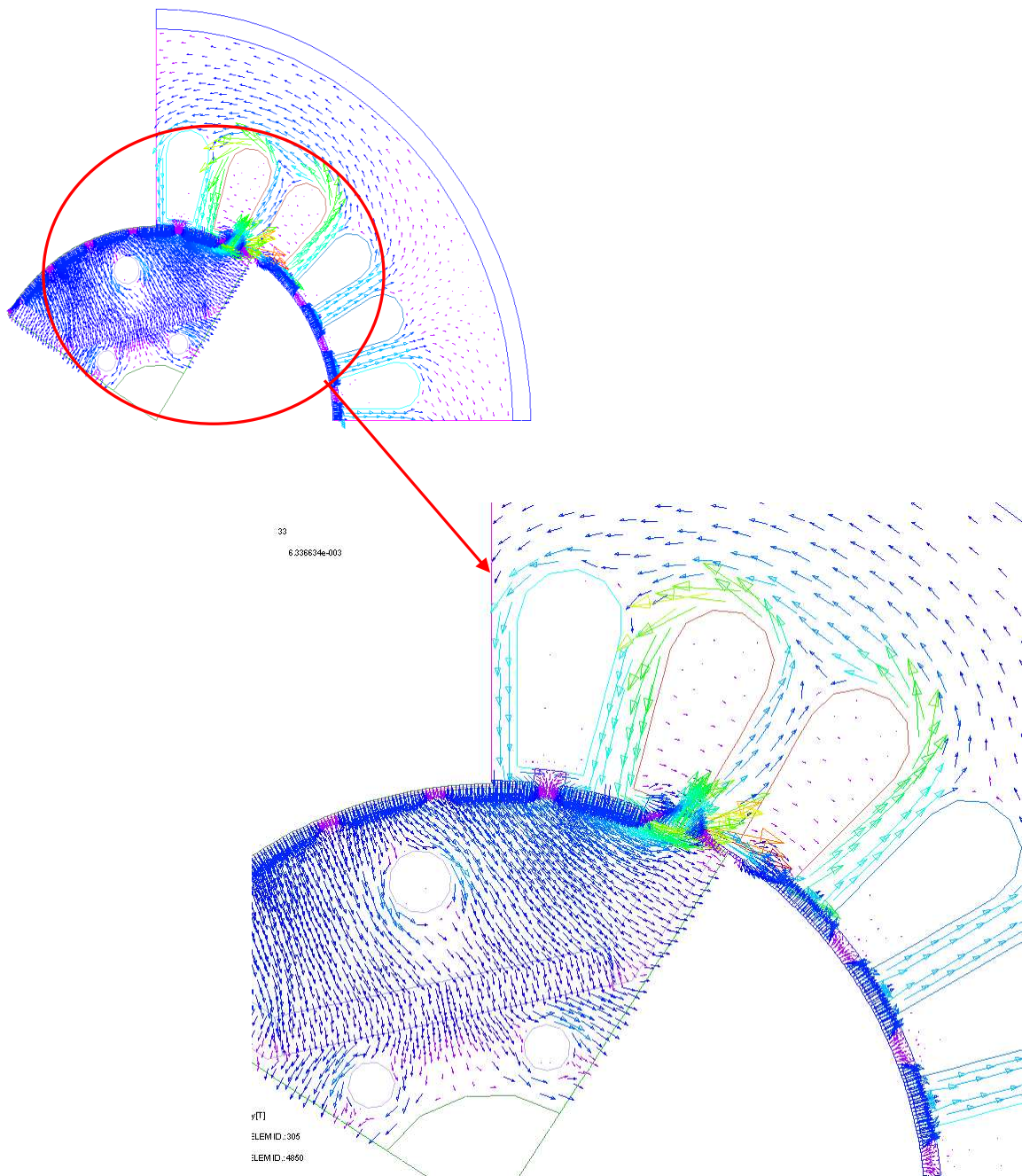
$$X \longrightarrow 0.0065s$$

$$X = 33 \text{ pasos}$$

Por medio de la barra de herramientas se sitúa el rotor en la posición 33 del cálculo.



A continuación se muestra el resultado de la densidad de campo magnético de forma vectorial.



Como se puede observar en la figura gran parte del flujo del campo magnético traspasa el imán además del propio entrehierro, generando así un mayor espesor de aire y en conclusión, un flujo mínimo.

11. COMPARACIÓN ENTRE TEÓRIA Y JMAG:

Antes de comparar los resultados, se tendrá en cuenta que el simulador al igual que para el calculo del par considera el nivel de saturación de los materiales, factor el cual no se tiene en cuenta en ningún momento en los cálculos teóricos. La comparación se ha dividido en comparar primero los flujos obtenidos para luego poder comparar las inductancias L_q y L_d respectivamente.

11.1. COMPARACIÓN DE FLUJOS PROPIOS:

Se comparan los resultados obtenidos del flujo mediante una tabla resumen:

FLUJOS PROPIOS (Wb)		
ESTUDIO	MÁXIMO	MÍNIMO
TEÓRICO	0.1942	0.055
JMAG	0.175	0.05

Los resultados obtenidos tanto teóricamente como en JMAG son realmente parecidos y como para un amperio el material no satura, el efecto de este en JMAG no es apreciable.

11.2. COMPARACIÓN INDUCTANCIAS MAGNÉTICAS:

Las inductancias, en el caso teórico, se han calculado por definición teórica cuando por el devanado circulaba una corriente. Esta misma definición se puede aplicar al flujo obtenido en JMAG. Sin embargo, además de aplicar esta definición teórica, dentro de JMAG permite por medio del paquete JMAG-RT ya nombrado en el capítulo número 1, calcular las inductancias cíclicas del devanado cuando por ellos circula la corriente deseada.

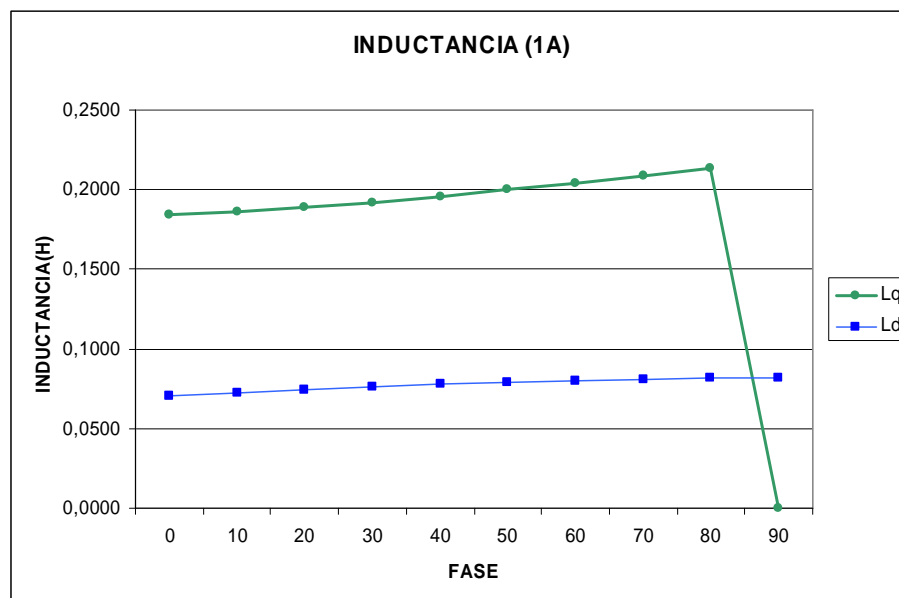
Este paquete, en el momento de calcular las inductancias, suministra corriente a los devanados de las tres fases y por tanto, por tratarse de una maquina trifásica los resultados serán 3/2 veces los obtenidos cuando circula por un solo devanado.

11.2.1. RESULTADOS DE JMAG-RT:

En este caso el paquete RT facilita el valor de la inductancia cíclica al contrario del método anterior utilizado en JMAG donde se calculaba la autoinductancia.

Los resultados obtenidos en JMAG – RT se muestran por medio de una tabla resumen y una gráfica:

AMPLITUD	FASE	Ld	Lq
1	0	0,0702	0,1840
1	10	0,0726	0,1860
1	20	0,0747	0,1884
1	30	0,0765	0,1915
1	40	0,0781	0,1954
1	50	0,0791	0,1998
1	60	0,0801	0,2043
1	70	0,0809	0,2091
1	80	0,0813	0,2130
1	90	0,0814	0,0000



Efectivamente la grafica no presenta saturación.

Teniendo en cuenta que se ha alimentado con una fuente de un amperio para evitar posibles saturaciones del imán se procede a comparar los flujos resultantes obtenidos en el análisis teórico frente al análisis realizado con el paquete JMAG-RT.

Se obtuvieron los flujos máximo y mínimo para 10° y 30° respectivamente por lo tanto:

FLUJO CÍCLICO (Wb)		
ANÁLISIS	MÁXIMO	MÍNIMO
TEORICO	0.2913	0.0825
JMAG-RT	0.1954	0.0765

CAPÍTULO 4: CONCLUSIONES

1. INTRODUCCIÓN:

Con este proyecto se pretendía dar a conocer por un lado el funcionamiento de una máquina eléctrica como dispositivo electromagnético por medio de dos métodos de análisis diferentes, y por el otro probar el software de simulación JMAG, mediante el cual es posible simular cualquier dispositivo o elemento eléctrico que funcione en base a las leyes del electromagnetismo.

2. CONCLUSIONES:

El utilizar dos métodos diferentes para el estudio de la máquina ha permitido determinar hasta qué punto son correctos los cálculos basados en una máquina simplificada de devanados puntuales y paso diametral frente a la modelización por elementos finitos de ésta. El estudio y comparación han tenido como base los ensayos de vacío y carga de los cuales se han obtenido las conclusiones que se exponen a continuación.

En el análisis teórico para el ensayo de vacío, a la hora de calcular la densidad de flujo magnético se ha utilizado la Ley de Ampere aplicada a imanes permanentes en la cual se ha considerado el espesor del entrehierro constante. Como se ha podido observar esta hipótesis ha supuesto que la distribución del campo magnético tanto en los semiciclos positivos como en los negativos fuera constante. En JMAG sin embargo, debido a la propia geometría del modelo, en el cual el espesor del entrehierro no era constante, la distribución del flujo magnético presentaba oscilaciones en ambos semiciclos. Además se ha podido comprobar en JMAG, que una situación estratégica de regiones de aire permite dirigir en gran parte la distribución del campo magnético.

Por el contrario, cuando se han comparado los resultados del método aproximado con los resultados de JMAG se ha podido comprobar que los resultados eran muy parecidos.

Para el ensayo de vacío se han obtenido además, los resultados referentes a la tensión inducida en los devanados del estator. Teniendo en cuenta que la tensión inducida depende directamente de la densidad de flujo magnético, en el caso teórico la forma de onda que presenta se mantiene constante tanto en el semiciclo positivo como negativo. Por el contrario, en JMAG aparecen las oscilaciones debidas a la posición de las ranuras.

Por presentar en ambos casos formas de onda cuadradas, se han calculado tanto el valor de la fundamental como de los armónicos impares múltiplos de la frecuencia fundamental.

Conocida la influencia de los armónicos, a la máquina, se le ha aplicado el devanado distribuido para la atenuación de éstos. La atenuación prevista por la teoría coincide aproximadamente con los resultados obtenidos en JMAG.

En JMAG la atenuación ha sido caracterizada por medio del diseño geométrico del modelo y la distribución de los devanados en ranuras contiguas. Por lo tanto ha quedado demostrado que la atenuación de los armónicos supone un cambio en la estructura física de la máquina y que los factores utilizados son también aproximaciones teóricas por las cuales se intenta reflejar la realidad.

En el ensayo en carga, se han obtenido los valores del par en el análisis teórico y en JMAG. Como se ha podido comprobar, en este ensayo también se han encontrado diferencias entre un análisis y otro. En el análisis de la máquina eléctrica simplificada, se ha supuesto, por un lado, la permeabilidad del material ferromagnético infinita sin que éste pueda llegar a presentar saturación, y por el otro, los devanados como puntuales e ideales. Sin embargo, en JMAG el material ha sido seleccionado de la base de datos, en la cual se facilitan la curva característica BH de cada uno de ellos. Por lo tanto, cuando se ha realizado el ensayo en carga, por los devanados del estator ha circulado una corriente que según sea su valor, hará saturar el material.

Para el generador se han medido además las corrientes que circulan por los devanados, y se ha podido comprobar que los valores de las corrientes teóricas eran mayores que los obtenidos en JMAG ya que, en el simulador si que se han tenido en cuenta las características eléctricas de los devanados.

Por otro lado en el ensayo en carga, se ha comprobado que el principio de la conservación de la energía aplicado a dispositivos electromagnéticos donde se han despreciado tanto las pérdidas magnéticas como las pérdidas por calor, es una aproximación que se puede utilizar a la hora de calcular el par teóricamente.

Concluidos ambos ensayos se han obtenido varias conclusiones referentes a los métodos de análisis utilizados y JMAG.

La principal conclusión es que, las leyes e hipótesis basadas en máquinas eléctricas simplificadas utilizadas actualmente en el ámbito teórico, se pueden considerar como buenas aproximaciones a la realidad gracias a las comparaciones realizadas entre los resultados de ambos análisis.

Se definió JMAG como un programa de simulación basado en la metodología de elementos finitos. Efectivamente, cuando se han comparado los resultados entre ambos análisis se ha podido determinar que los resultados de JMAG eran fruto de métodos de cálculo más exactos.

Por otro lado, se ha observado que la geometría de la máquina es un factor importante en el diseño de las máquinas eléctricas, ya que los resultados obtenidos en la simulación de JMAG siempre han estado influenciados, por ejemplo, por la posición de las ranuras en el estator y por el espesor del entrehierro.

3. COMENTARIOS SOBRE JMAG:

Uno de los objetivos de éste proyecto, era probar el programa de simulación JMAG mediante el cual es posible realizar diferentes estudios relacionados con los diferentes dispositivos electromagnéticos. Al trabajar con este programa se han obtenido una serie de conclusiones y aspectos que se exponen a continuación.

En primer lugar habrá que conocer los paquetes de cálculo necesarios para realizar los análisis deseados. Tal y como se introdujo en el capítulo número 1, JMAG está compuesto por diferentes paquetes o módulos de cálculo, por lo tanto será imposible, por ejemplo, realizar un análisis sobre las pérdidas en el hierro si no se dispone del módulo correspondiente.

Una vez conocidas las limitaciones del paquete del que se dispone, se procede a diseñar el modelo deseado según el proceso ya descrito anteriormente.

En primer lugar se dibujará la sección de la máquina por medio de la herramienta de tipo CAD que dispone el programa. En éste punto habrá que tener cuidado ya que si no se ha realizado un modelo homogéneo, sin puntos ni líneas que queden libres de conexión con el resto del plano, a la hora de realizar el mallado donde se definen los elementos finitos, el programa presentará errores.

Cuando se ha dibujado la sección del modelo correctamente, se procede a crear el mallado el cual definirá los elementos finitos en los cuales se basa el programa para poder realizar los cálculos de los análisis deseados. Se debe tener especial cuidado en cuanto al número de divisiones en las que se dividen las distintas regiones: para una línea que divide dos superficies diferentes el número de divisiones a ambos lados debe de ser el mismo. Una vez creado el mallado se determinan las condiciones de cálculo en función de las posibilidades del paquete del que se dispone y en función del estudio que se desea realizar.

Finalizado el diseño correctamente, se procede a la simulación, obteniendo así los resultados deseados.

Es en este punto donde se obtiene una primera conclusión referente al funcionamiento del simulador. Si durante el diseño ha habido errores que no han sido solucionados, como por ejemplo un mal mallado, el programa lo detecta y no permite continuar con la simulación,

mostrando un aviso de error. Por otro lado, y por increíble que parezca, el programa no puede ser cerrado hasta que se han creado y han sido guardadas todas las condiciones de cálculo. Si se cierra antes de este paso, y aunque se hayan guardado todos los pasos anteriormente realizados, los resultados que aparezcan después de la simulación no serán coherentes con lo deseado. En este aspecto el programa presenta una limitación que para el usuario es inexplicable.

Concluida la simulación se puede proceder a interpretar los resultados obtenidos. Estos resultados han sido utilizados a lo largo de este proyecto como herramienta para determinar hasta qué punto el análisis aproximado que se suele emplear en el estudio de las máquinas eléctricas es correcto. En base a esta comparación se han obtenido las conclusiones relacionadas con JMAG que se describen a continuación.

En primer lugar, la posibilidad de obtener los resultados de diferentes características de forma visual, por ejemplo, la distribución del campo magnético, ha sido de gran ayuda para poder interpretar los resultados. Claramente se podían interpretar los resultados de un primer vistazo.

Por el contrario, el obtener los resultados de forma gráfica ha supuesto un inconveniente debido a varios aspectos. Por un lado, cuando se importaban las gráficas, lo hacían en forma de texto con las tablas de valores para cada instante de tiempo lo que implicaba tener que utilizar otro programa de cálculo como MATLAB para poder dibujar la gráfica. Por otro lado, habrá que tener especial cuidado en el instante cero de la gráfica, ya que JMAG al utilizar el cálculo por derivadas parciales, al no tener el instante anterior a cero, supone éste como cero y en muchas de las formas de onda, esto no es cierto.

Además cuando se está estudiando la forma de onda de ciertas características que puedan presentar un régimen transitorio que JMAG también lo representará, y que, si éste no se desea para el análisis, será necesario eliminarlo por medio de otros programas de cálculo.

ESTUDIO TEÓRICO Y MODELIZACIÓN POR ELEMENTOS FINITOS DE UNA MÁQUINA DE IMANES PERMANENTES

OBJETIVOS DEL PROYECTO

Presentación de JMAG:

- Descripción de la herramienta.

Comparación entre:

- Modelización por FEM (JMAG).
- Fórmulas analíticas simplificadas.

Resultados comparados:

- Densidad de flujo magnético.
- Tensión inducida.
- Par desarrollado.

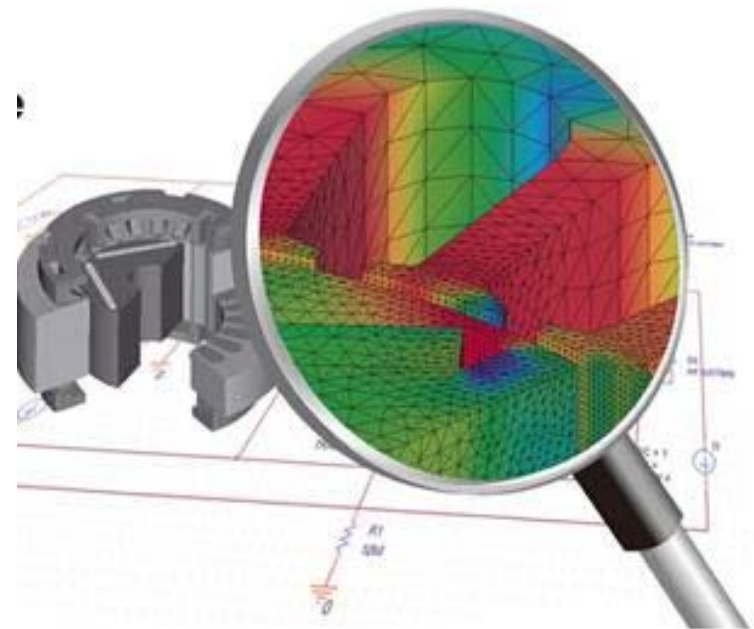
OBJETIVOS DEL PROYECTO

1º PRESENTACIÓN Y DESCRIPCIÓN DE JMAG

PRESENTACIÓN JMAG

¿qué es?

Programa de simulación para el apoyo al usuario en el diseño y desarrollo de elementos y componentes que funcionen en base a las leyes del electromagnetismo.



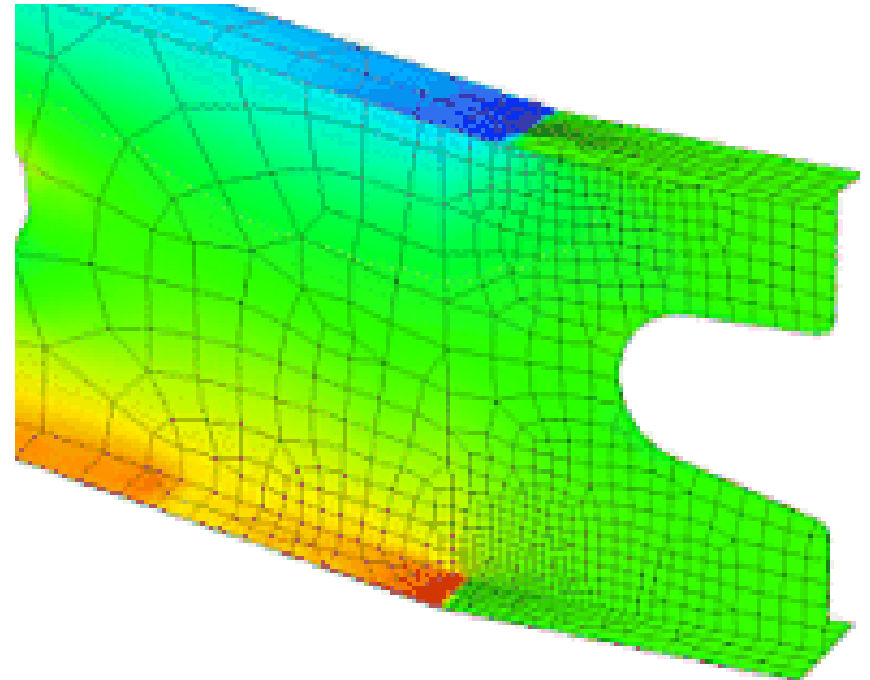
PRESENTACIÓN JMAG

¿Como calcula?

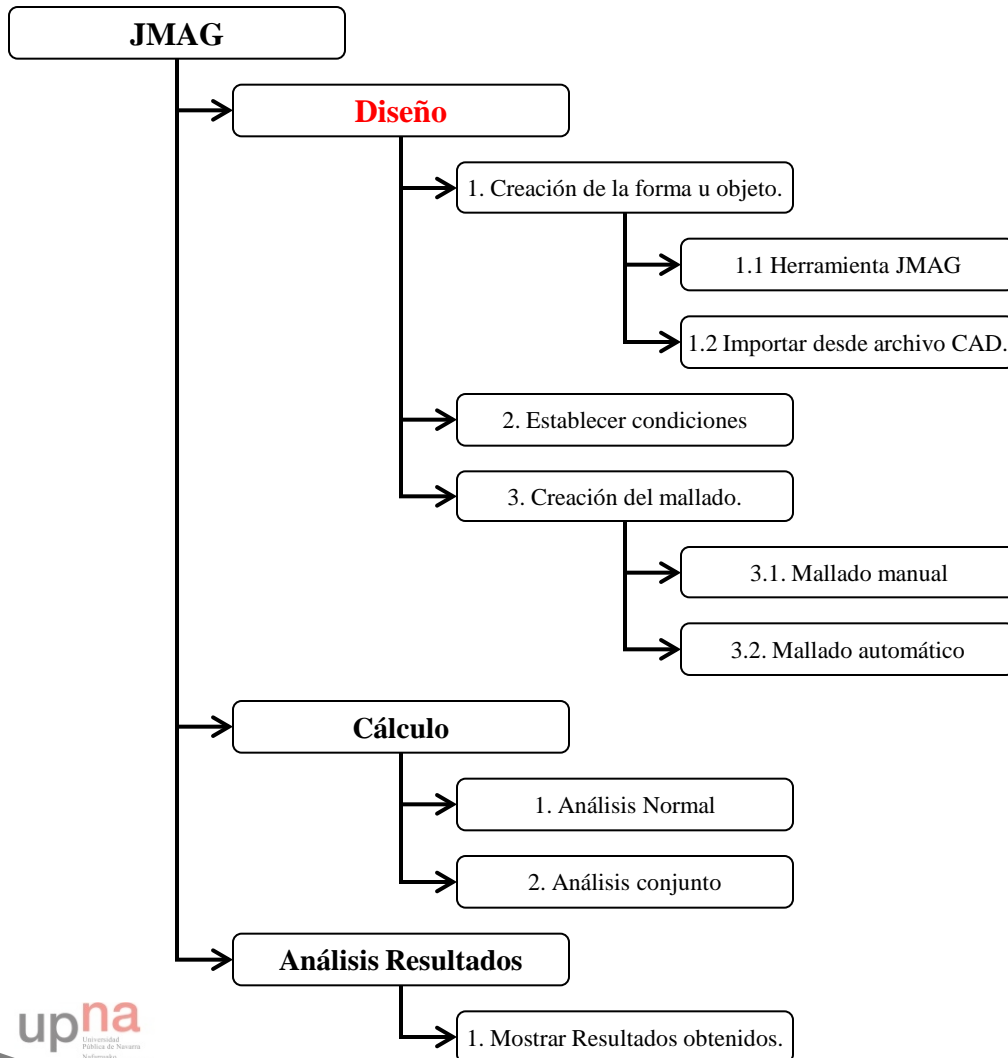
Utiliza la modelización por elementos finitos (método FEM) para el cálculo.

FEM:

Método numérico general, para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales parciales muy utilizado en problemas de ingeniería.



JMAG: Descripción de la herramienta.



Se distinguen tres bloques principales:

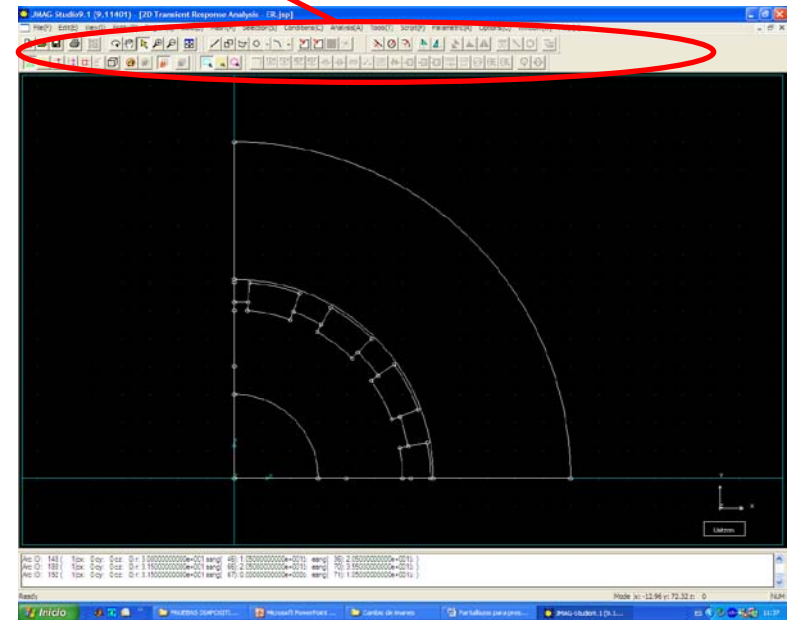
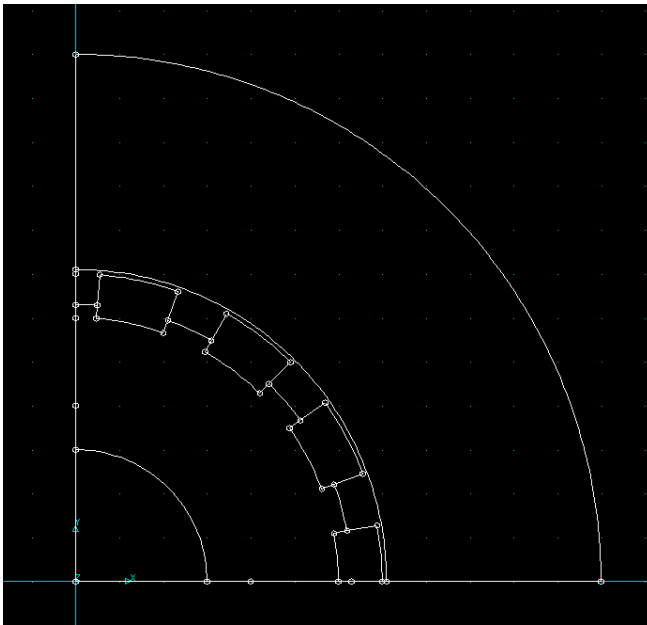
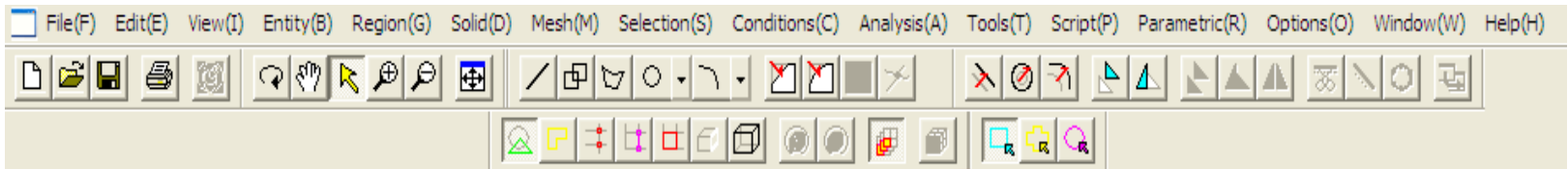
1. Diseño.

2. Cálculo.

3. Análisis resultados.

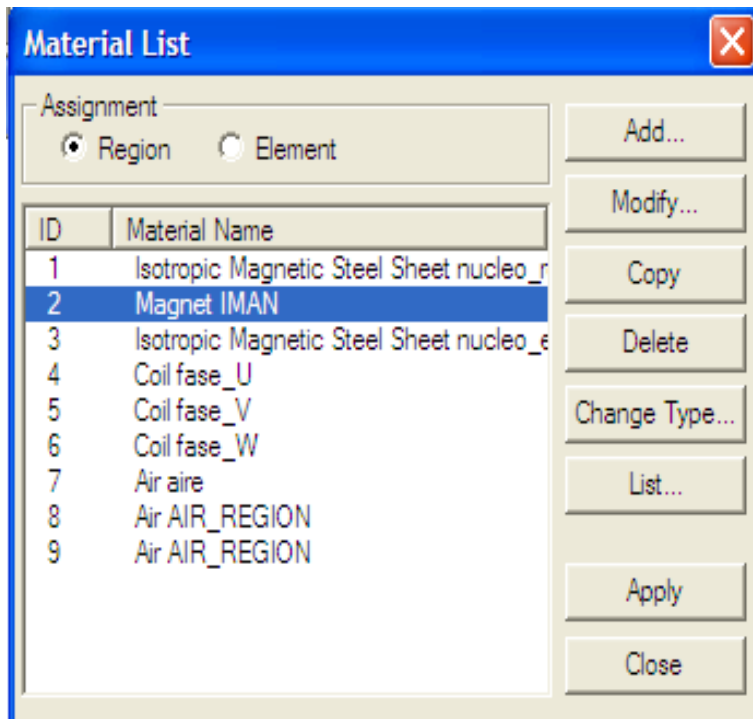
1. DISEÑO: Dibujo.

Herramienta de dibujo de tipo CAD.

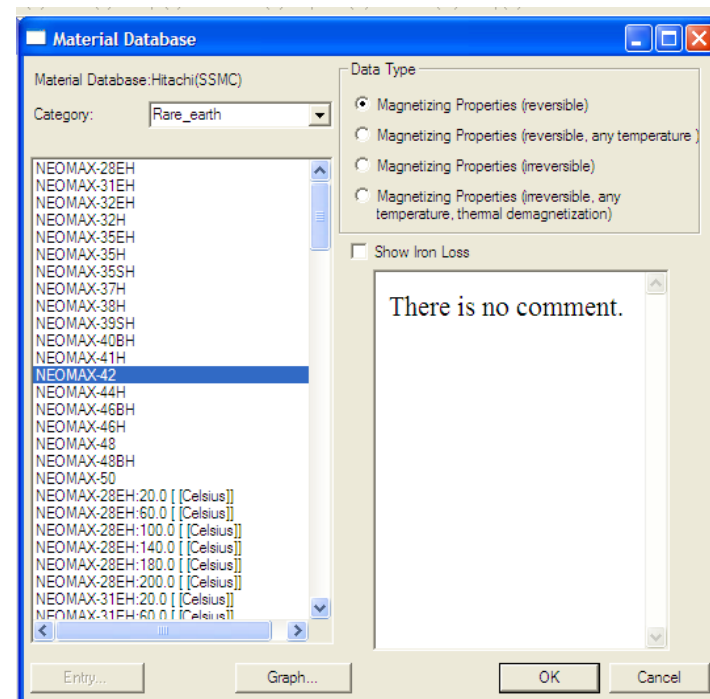


1. DISEÑO: Condiciones de los materiales.

SELECCIÓN DE LOS MATERIALES:



Base datos JMAG



1. DISEÑO: Condiciones de los materiales.

PROPIEDADES DE LOS MATERIALES:

Propiedades magnéticas:

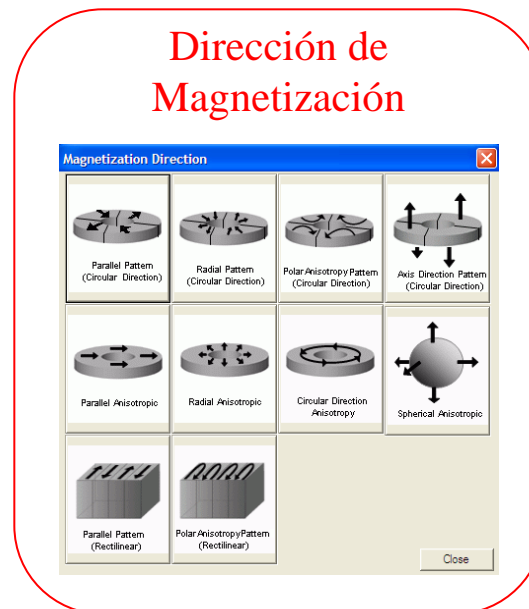
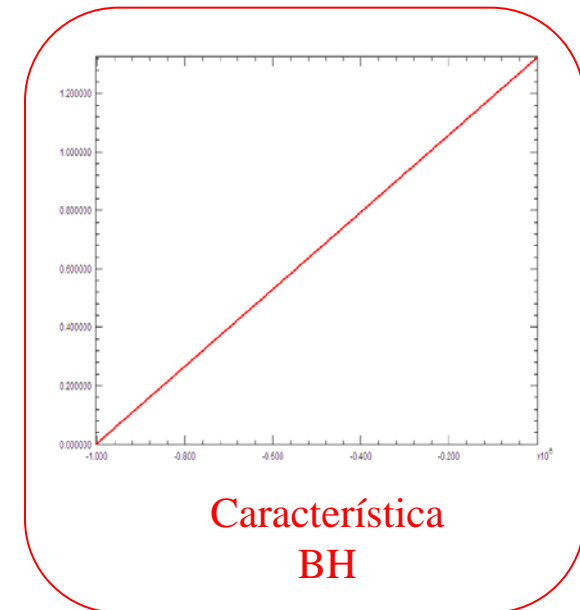
- Característica BH.
- Dirección de magnetización.
- Permeabilidad.

Propiedades eléctricas:

- Conductividad.
- Resistividad.

Otros:

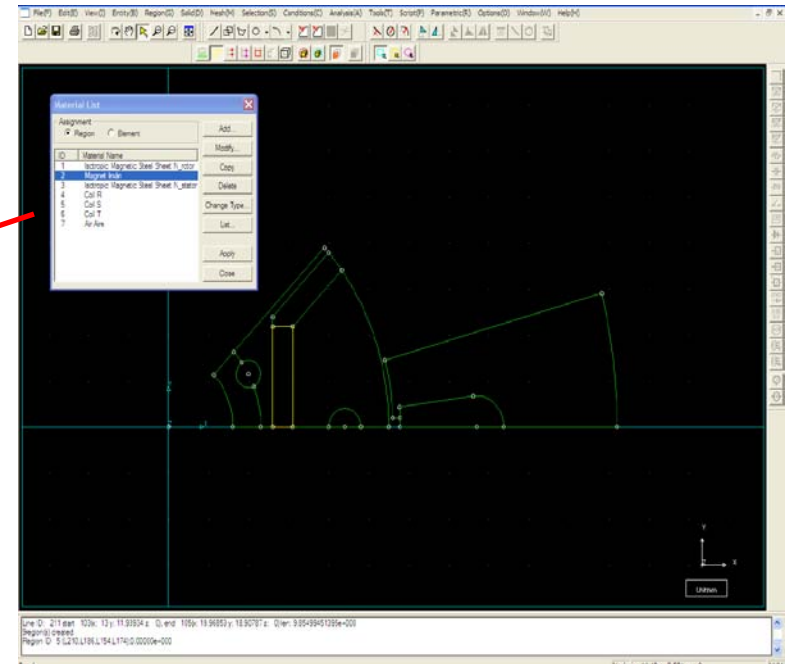
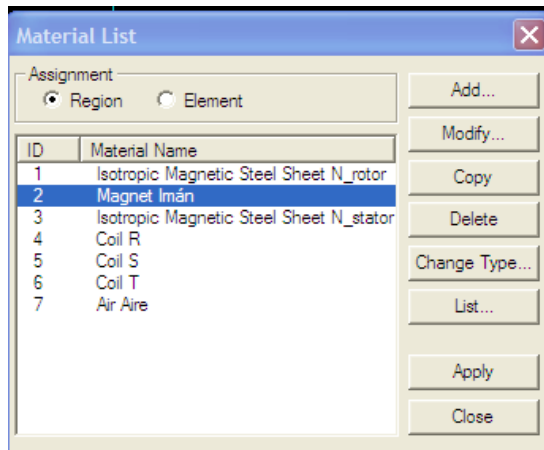
- Densidad.



1. DISEÑO: Condiciones de los materiales.

REGIONES DE LOS MATERIALES:

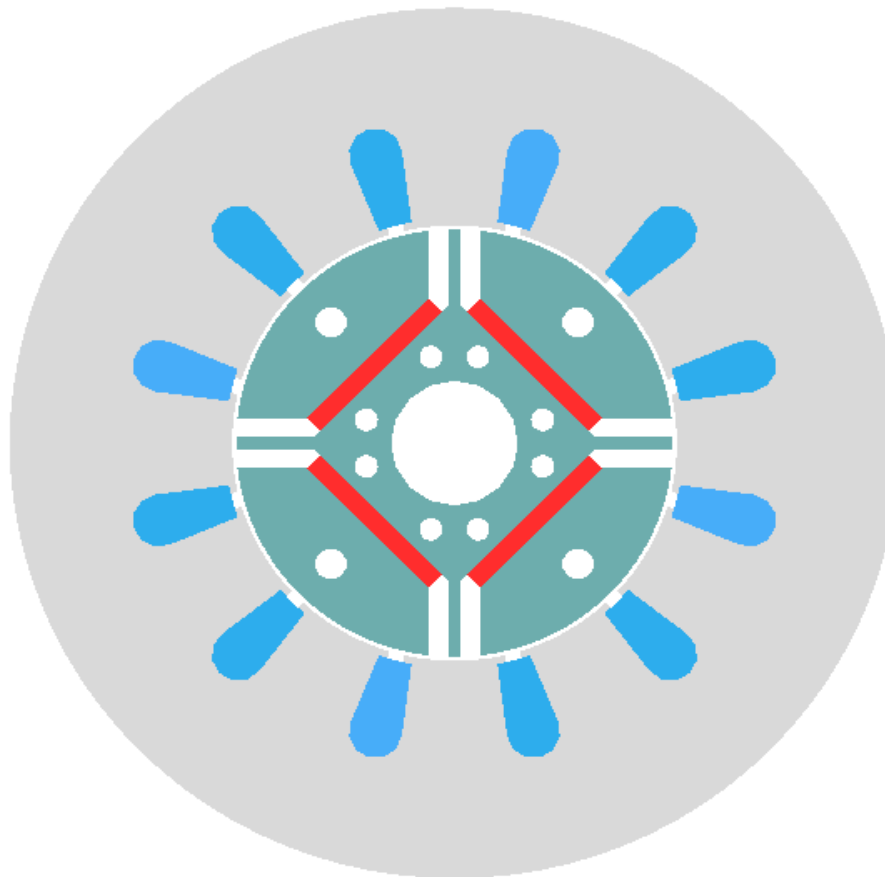
Definir las regiones del elemento diseñado para cada material.








→ REGIONES BIEN DEFINIDAS PARA LA MODELIZACIÓN
POR ELEMENTOS FINITOS.

1. DISEÑO: Condiciones de los materiales.

Los materiales quedan distribuidos por regiones a lo largo del elemento.

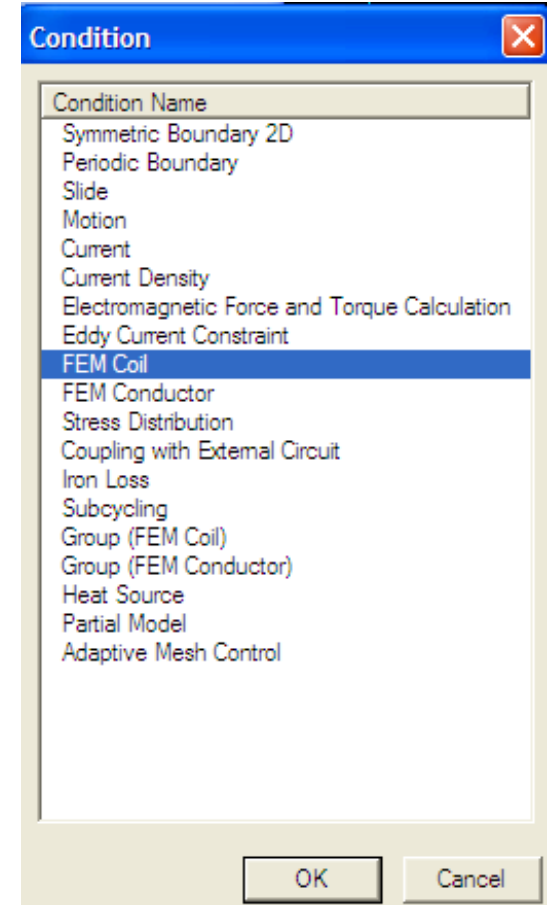
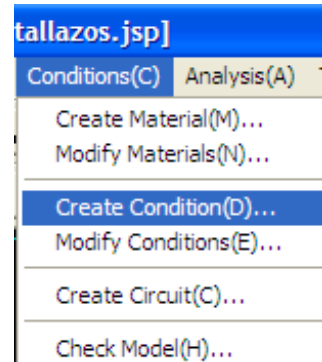


	Núcleo Estator
	Núcleo Rotor
	Ranuras
	Imán
	Aire

1. DISEÑO: Condiciones de cálculo.

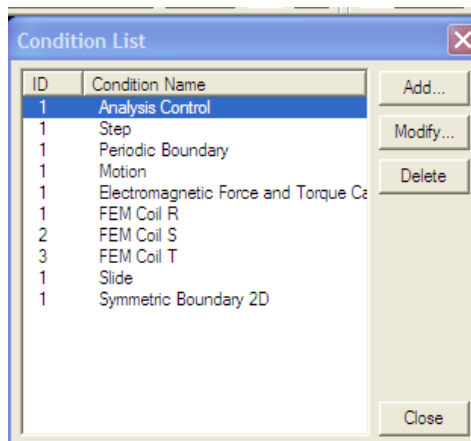
Condiciones de cálculo:

- Longitud transversal de la máquina.
- Regiones en movimiento
- Velocidad de giro
- Cálculo del par.
- Diseño del circuito
- Etc.

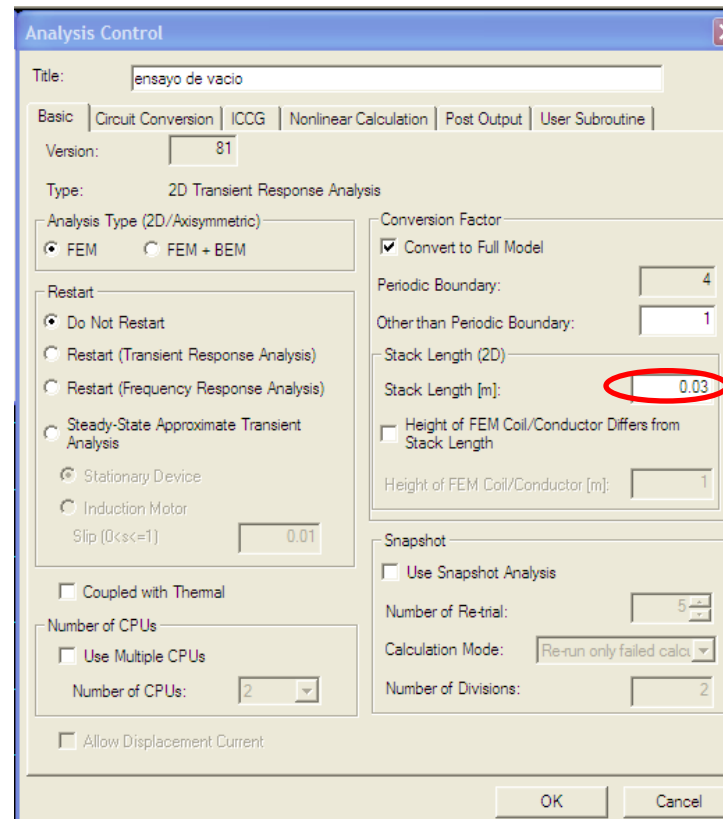


1. DISEÑO: Condiciones de cálculo.

LONGITUD TRANSVERSAL DEL ELEMENTO:



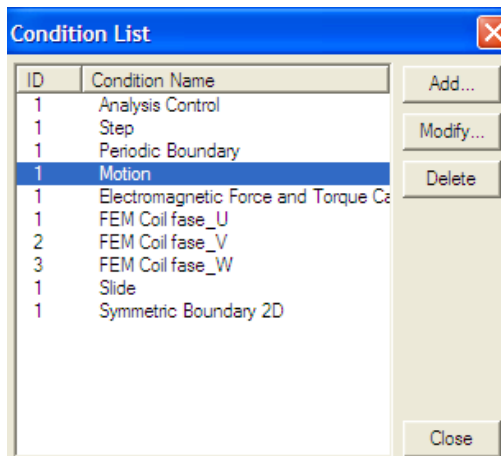
Condiciones
seleccionadas



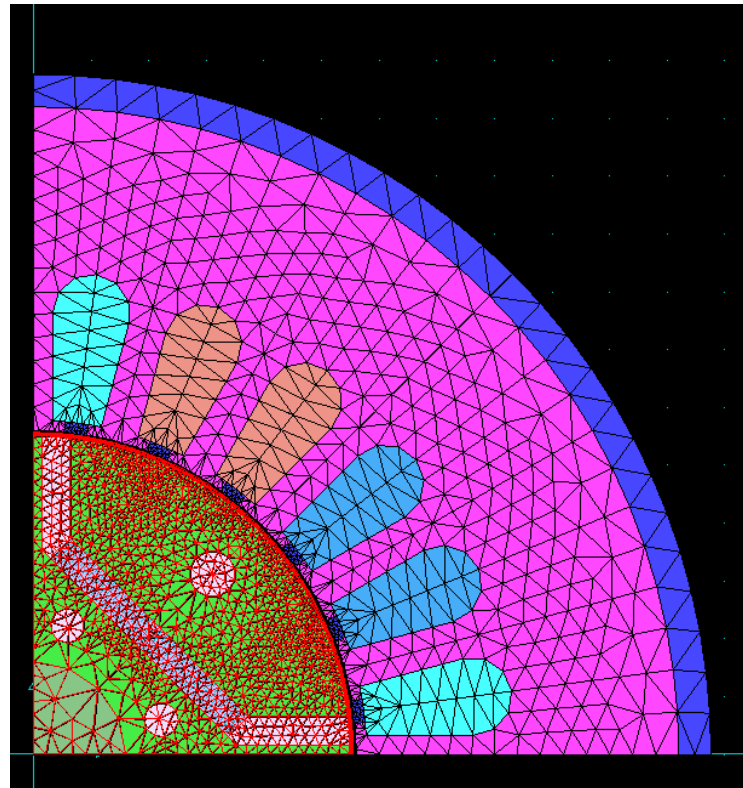
1. DISEÑO: Condiciones de cálculo.

REGIONES EN MOVIMIENTO:

Se seleccionan las regiones que estarán en movimiento durante la simulación.

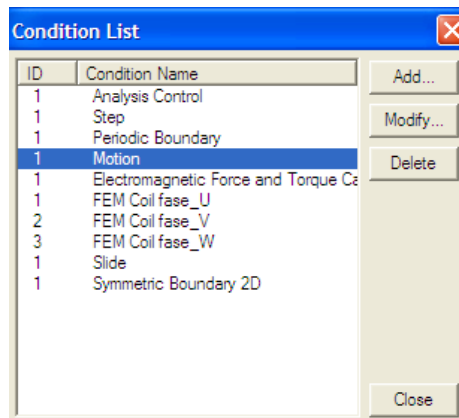


Condiciones
seleccionadas

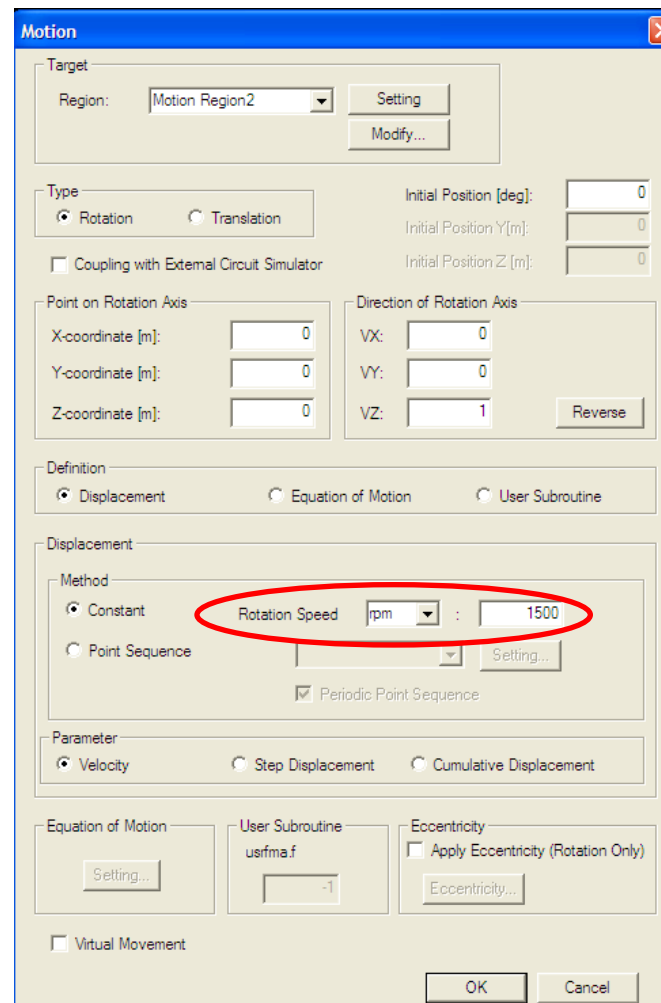


1. DISEÑO: Condiciones de cálculo.

VELOCIDAD DE GIRO:



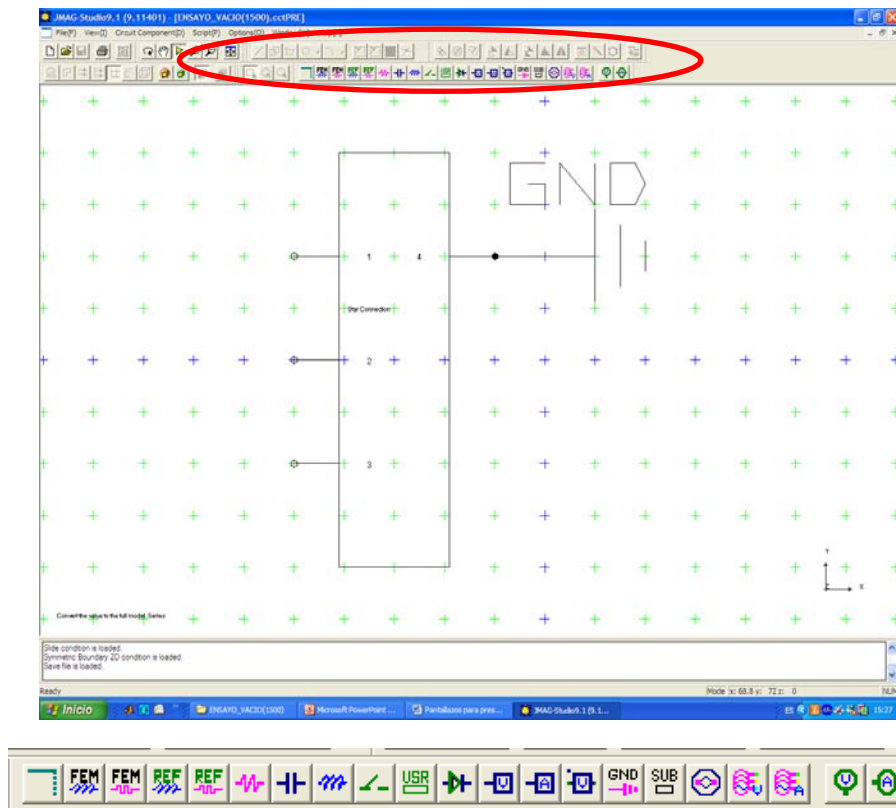
Condiciones
seleccionadas



1. DISEÑO: Condiciones de cálculo.

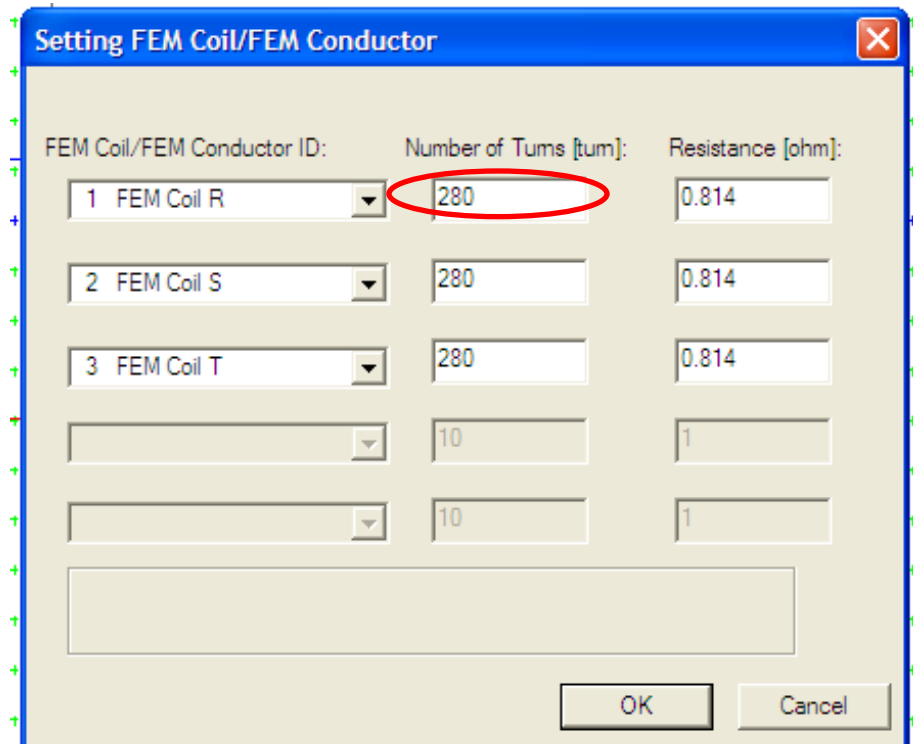
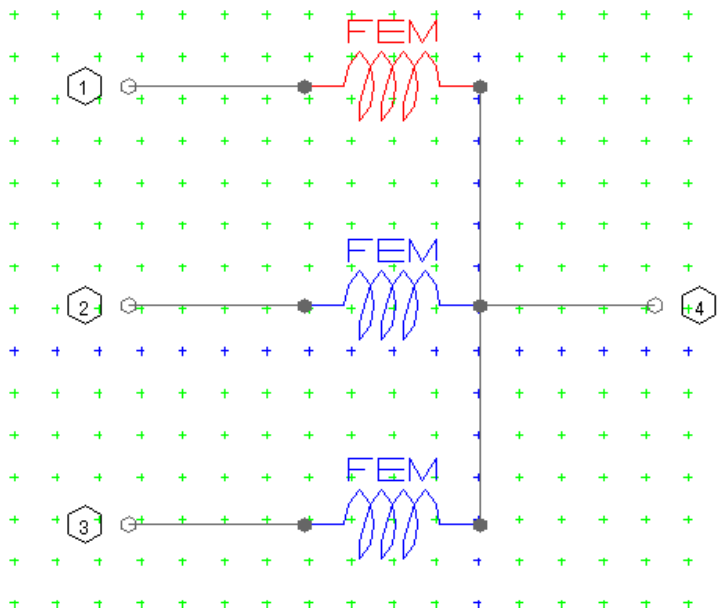
DISEÑO DEL CIRCUITO:

Disponible barra de herramientas para el diseño de circuitos eléctricos.



1. DISEÑO: Condiciones de cálculo.

EJEMPLO CIRCUITO INTERNO: Bobinados máquina eléctrica.



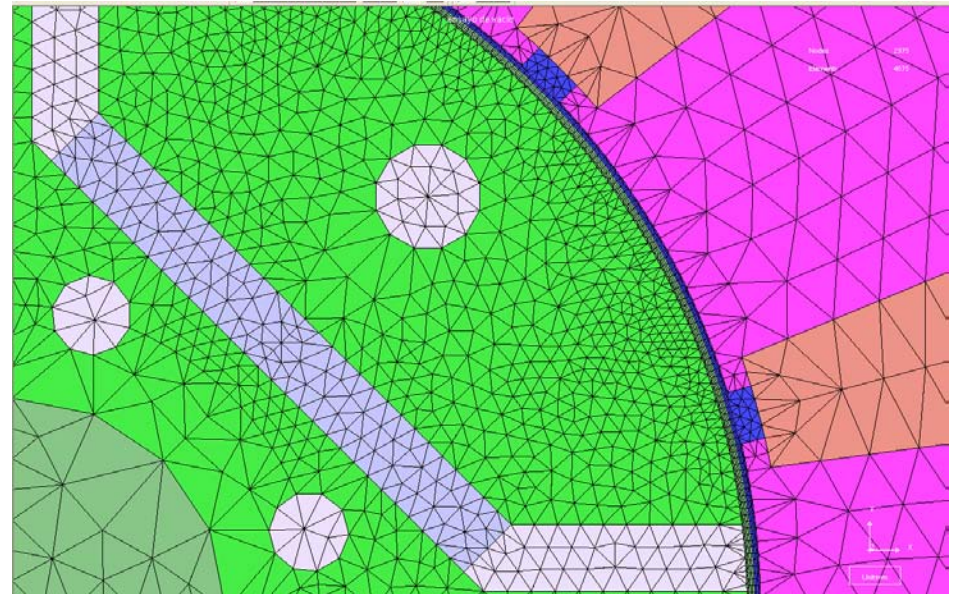
$$N = \frac{N_t}{p \cdot q} = \frac{560}{2} = 280$$

1. DISEÑO: Mallado. Elementos finitos.

MALLADO: Proceso de división de la máquina en pequeños elementos.

Dos tipos de mallado:

- Mallado manual.
- Mallado automático.



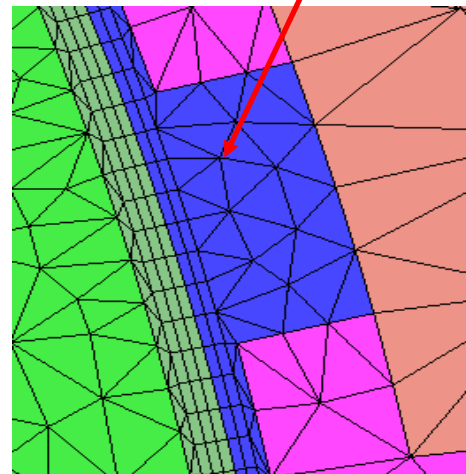
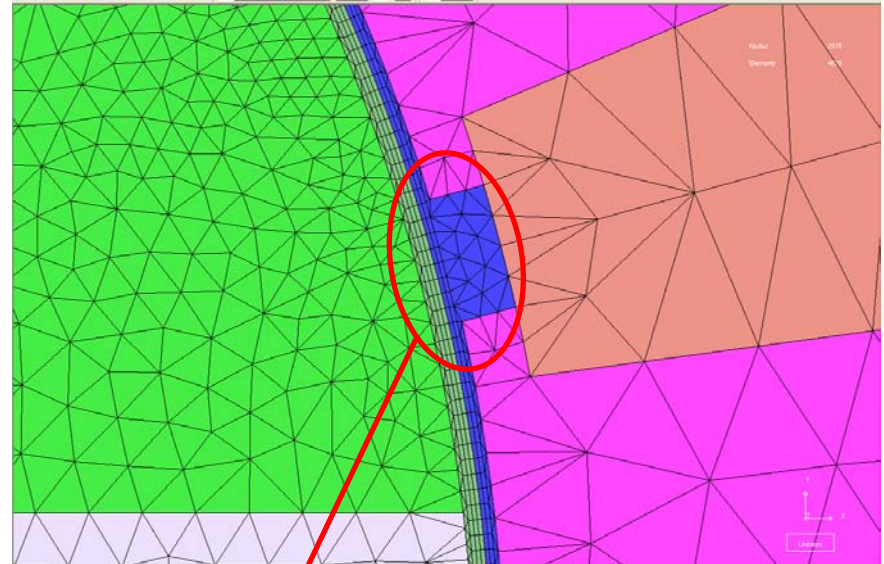
→ IMPRESCINDIBLE REALIZAR UN MALLADO CORRECTO.

1. DISEÑO: Mallado. Elementos finitos

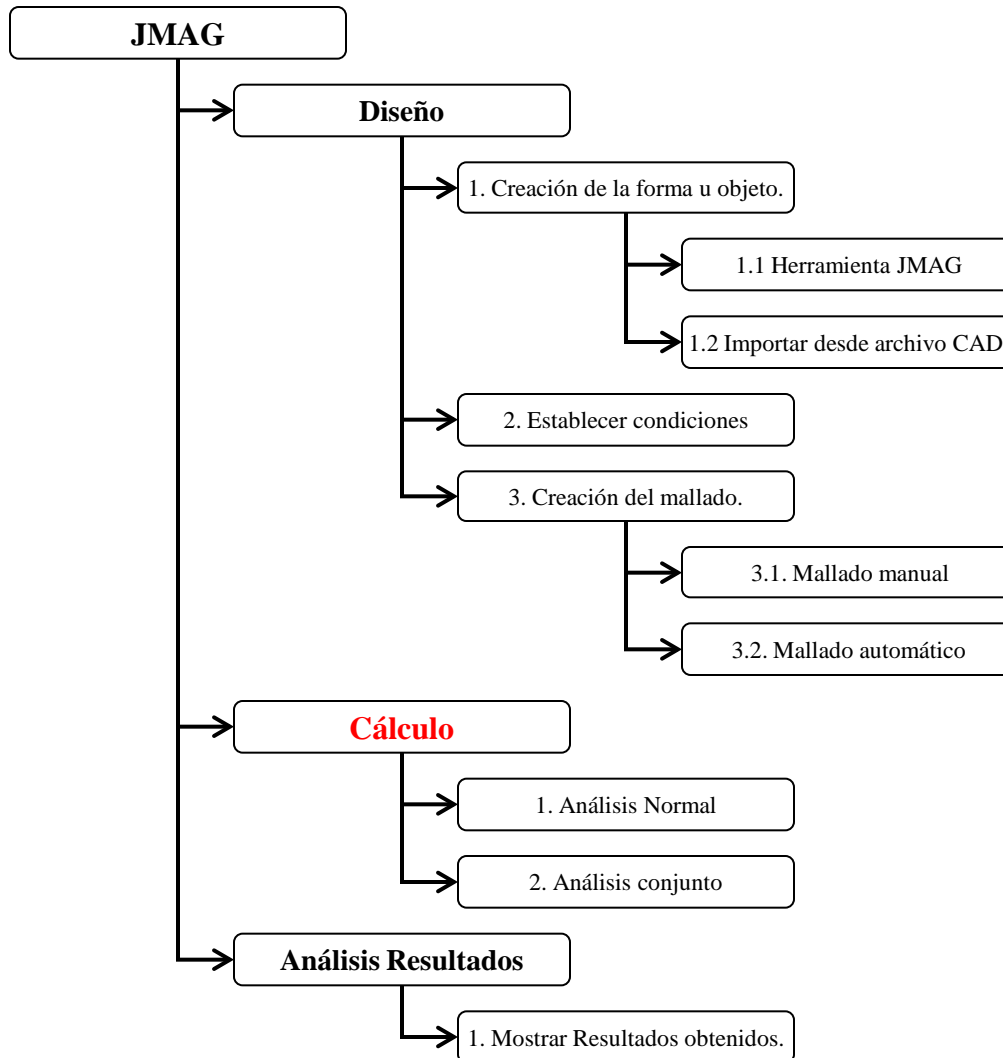
Las regiones donde se prevén grandes variaciones habrá:

- Mayor cantidad de divisiones.
- Divisiones más pequeñas.

DENSIDAD DE
FLUJO
MAGNÉTICO EN
EL ENTREHIERRO



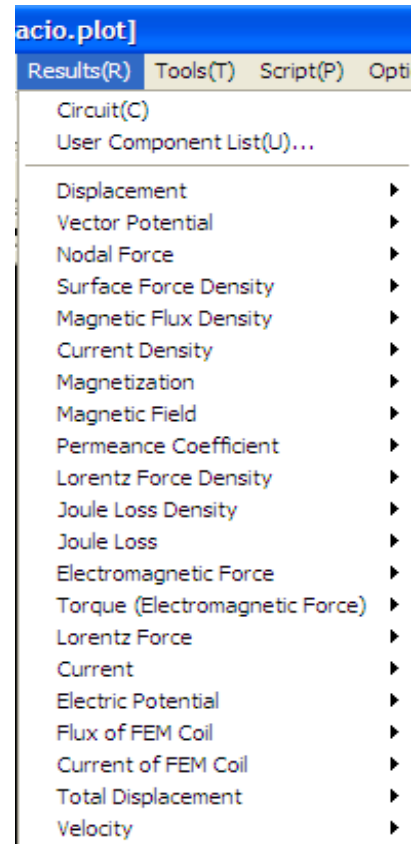
JMAG: Descripción de la herramienta.



2. CÁLCULOS.

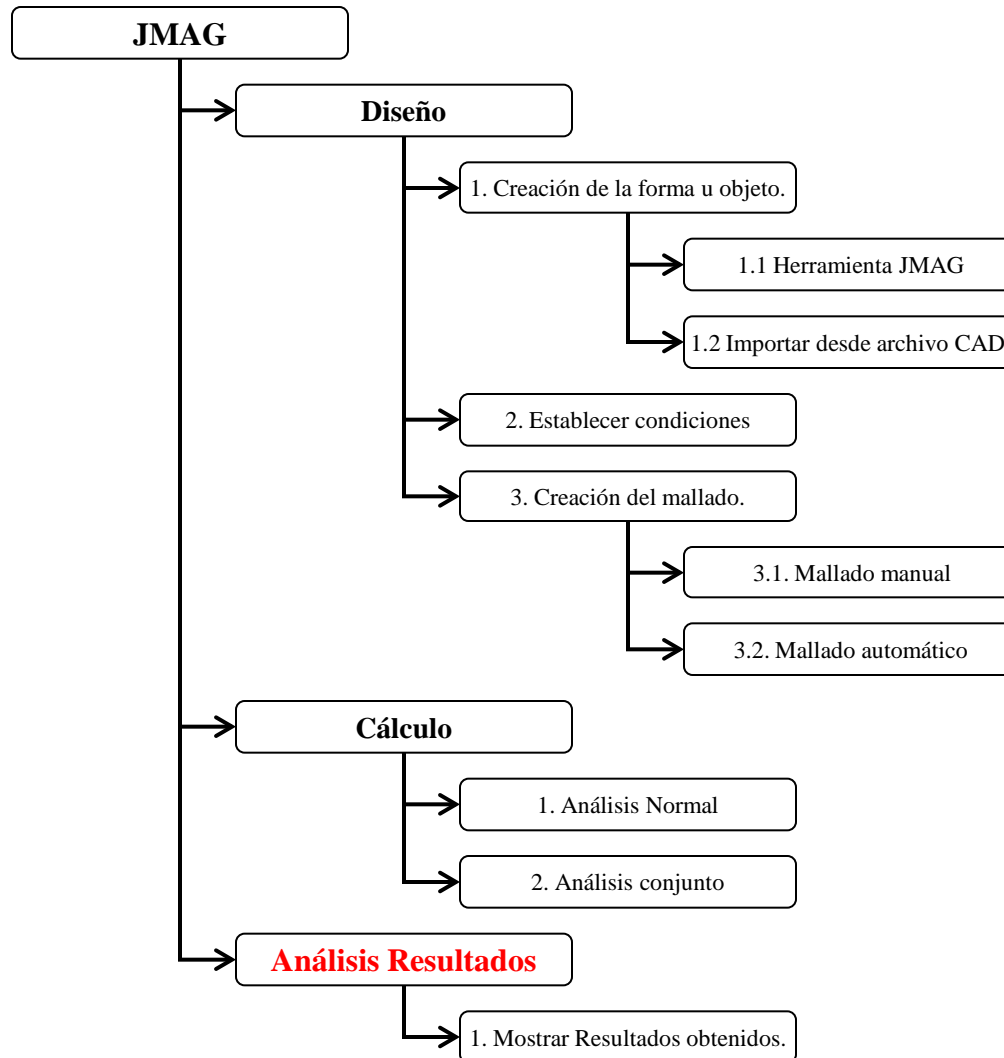
Tipo de variables que calcula JMAG.

- Campos magnéticos.
- Densidades de flujo magnético.
- Flujos magnéticos.
- Fuerzas electromagnéticas.
- Tensiones inducidas.
- Corrientes de los devanados.
- Par desarrollado.
- Etc.



Listado
variables

JMAG: Descripción de la herramienta.



3. ANÁLISIS.

Visualización de resultados

1) Campos vectoriales (B, H)

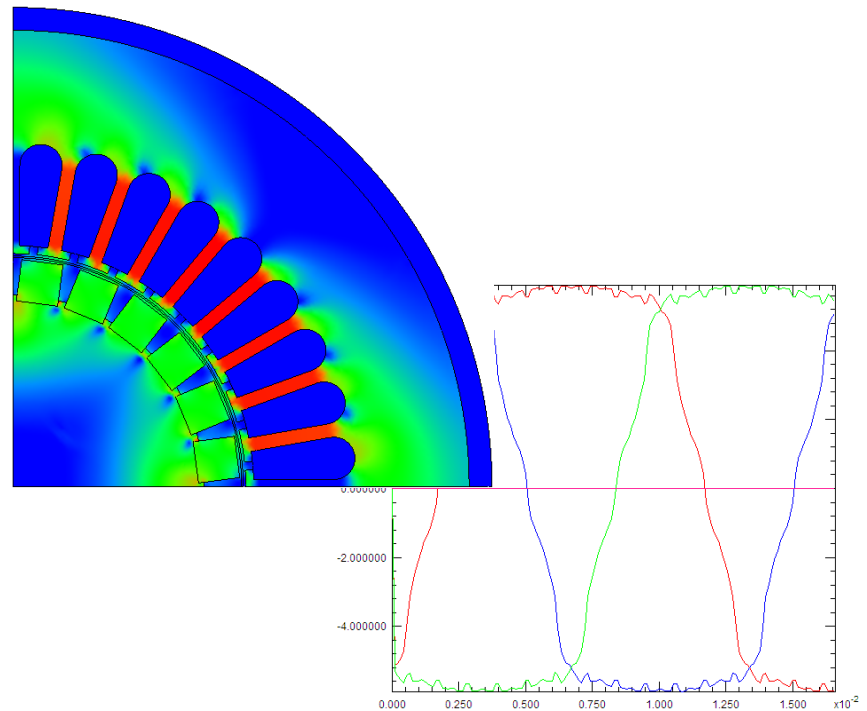
- flechas
- valor absoluto
- secciones

2) Resultados para cada bobinado.

- Flujo
- Tensión inducida
- Corriente

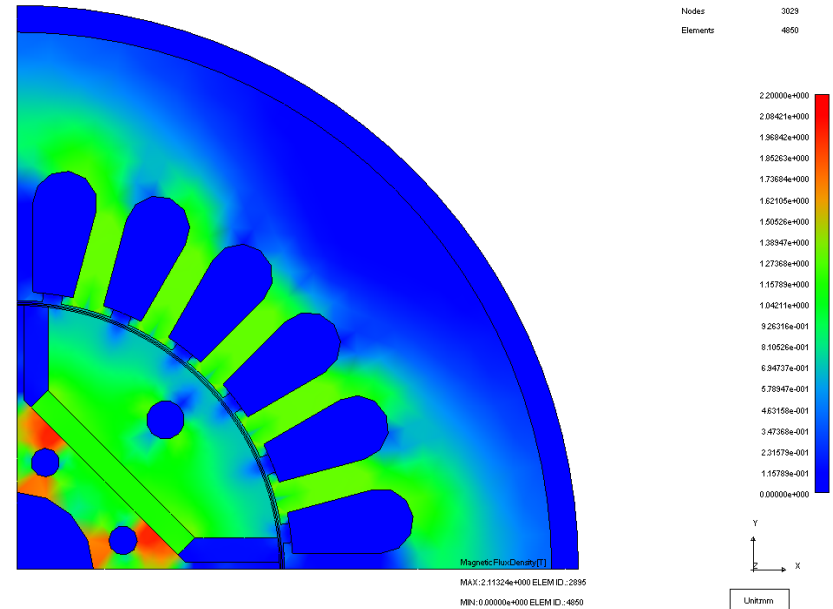
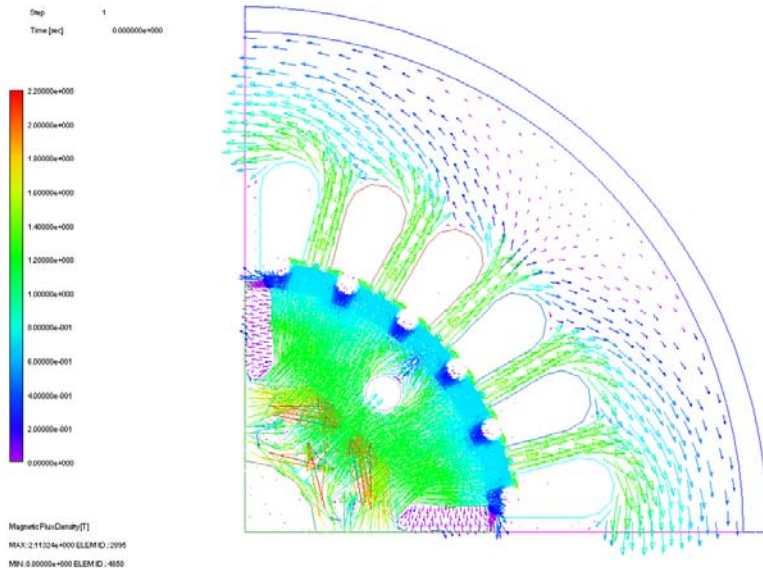
3) Otros.

- Par desarrollado.



3. ANÁLISIS: Campos vectoriales.

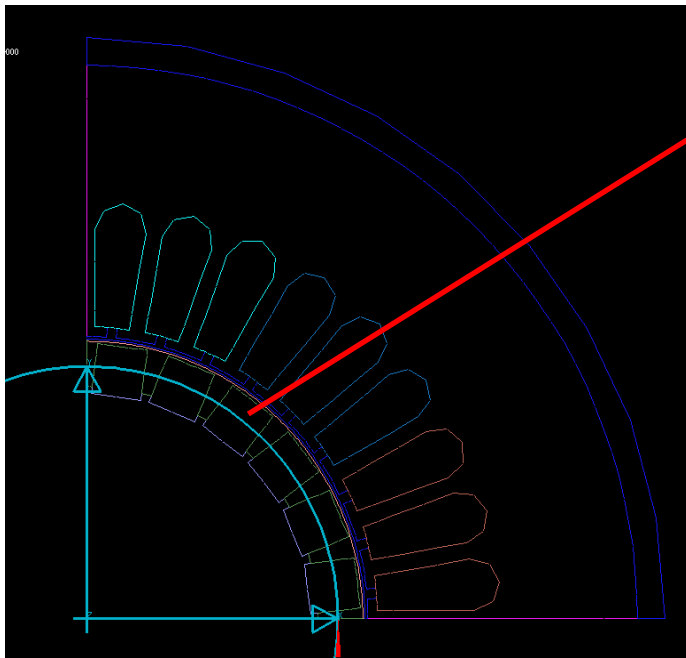
FLECHAS



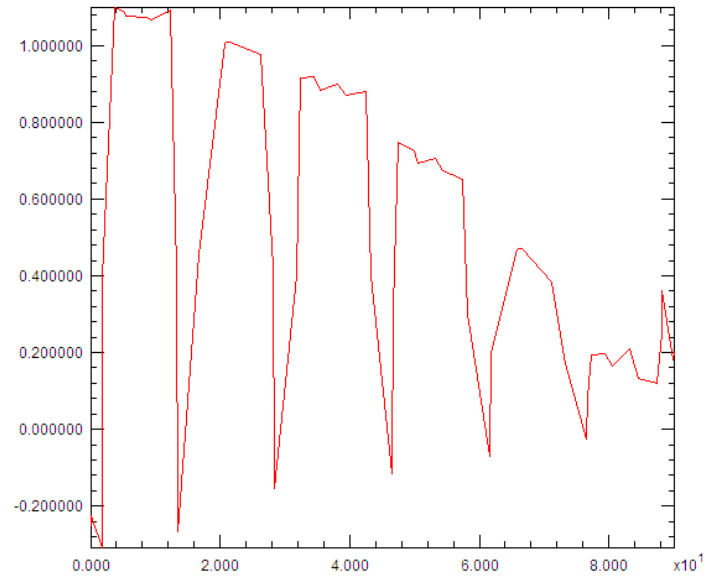
VALOR ABSOLUTO

3. ANÁLISIS: Campos vectoriales.

SECCIONES:



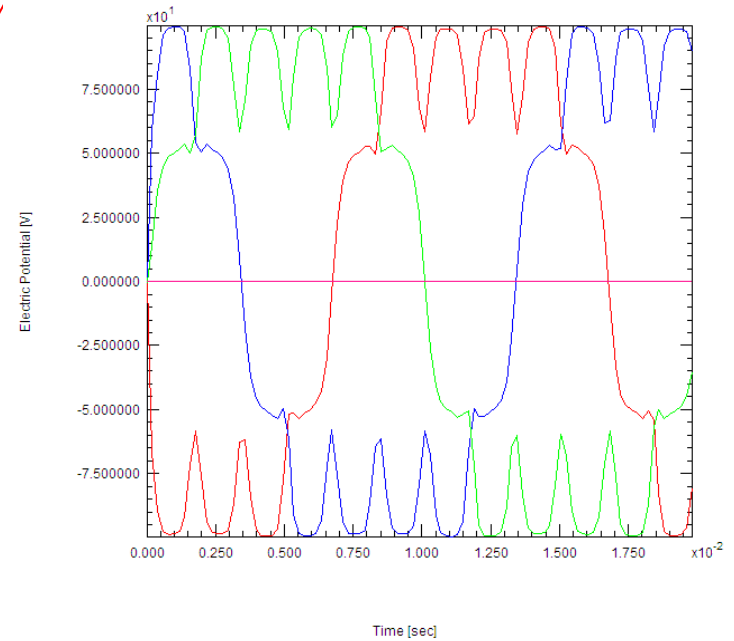
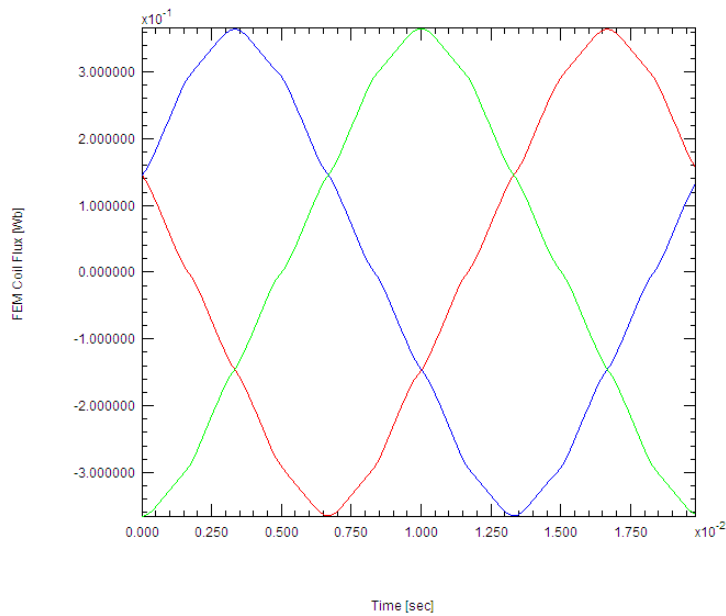
Sección de donde se desea calcular la variable.



3. ANÁLISIS: Resultados para cada bobinado.

Generalmente formas de onda.

FLUJO MAGNÉTICO



TENSIÓN INDUCIDA

COMENTARIOS PARA JMAG:

- **TODO EL DISEÑO DEBE DE SER HOMOGENEO.**
- **DEFINIR CORRECTAMENTE LAS REGIONES DE LOS MATERIALES.**
- **EL MALLADO DEBE DE ESTAR BIEN GENERADO.**
- **NO CERRAR EL SIMULADOR HASTA JUSTO ANTES DEL BLOQUE DE CÁLCULO.**

OBJETIVOS DEL PROYECTO

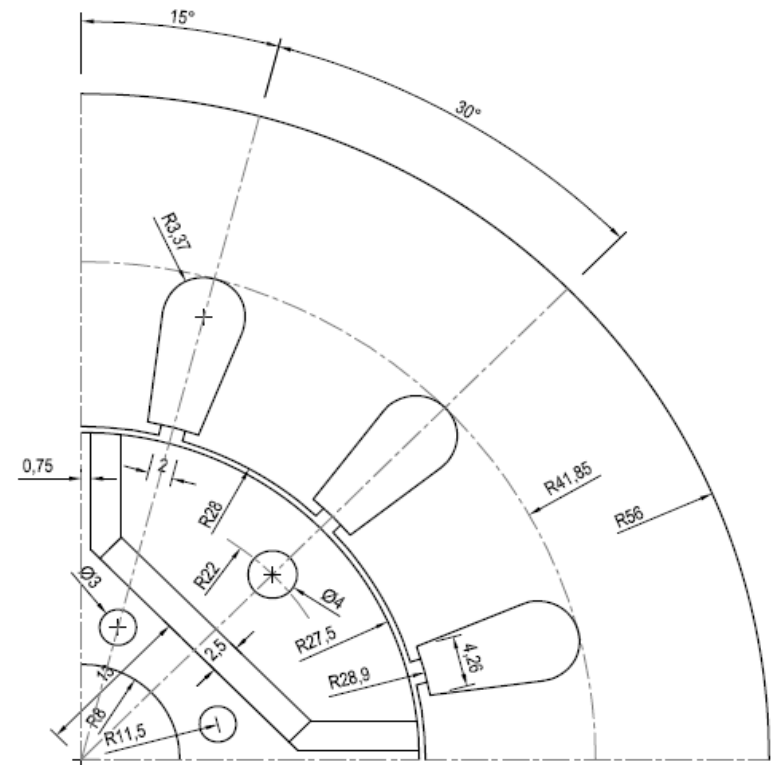
2º COMPARACIÓN

COMPARACIÓN: Ejemplo de aplicación.

Máquina eléctrica síncrona trifásica de flujo radial con estator bobinado y rotor de imanes permanentes.

CARACTERÍSTICAS:

- Pares de polos: 2
- N° de fases: 3
- N° de espiras: 560
- N° de ranuras: 12
- Devanado concentrado
- Resistencia bobinados: 0.814 ohm
- Frecuencia: 50 Hz
- Velocidad funcionamiento: 1500 rpm



COMPARACIÓN: Ejemplo de aplicación.

RESULTADOS COMPARADOS:

Ensayo en vacío:

- Densidad de flujo en el entrehierro.
- Distribución del campo magnético.
- Tensión inducida.

Ensayo en carga: Motor

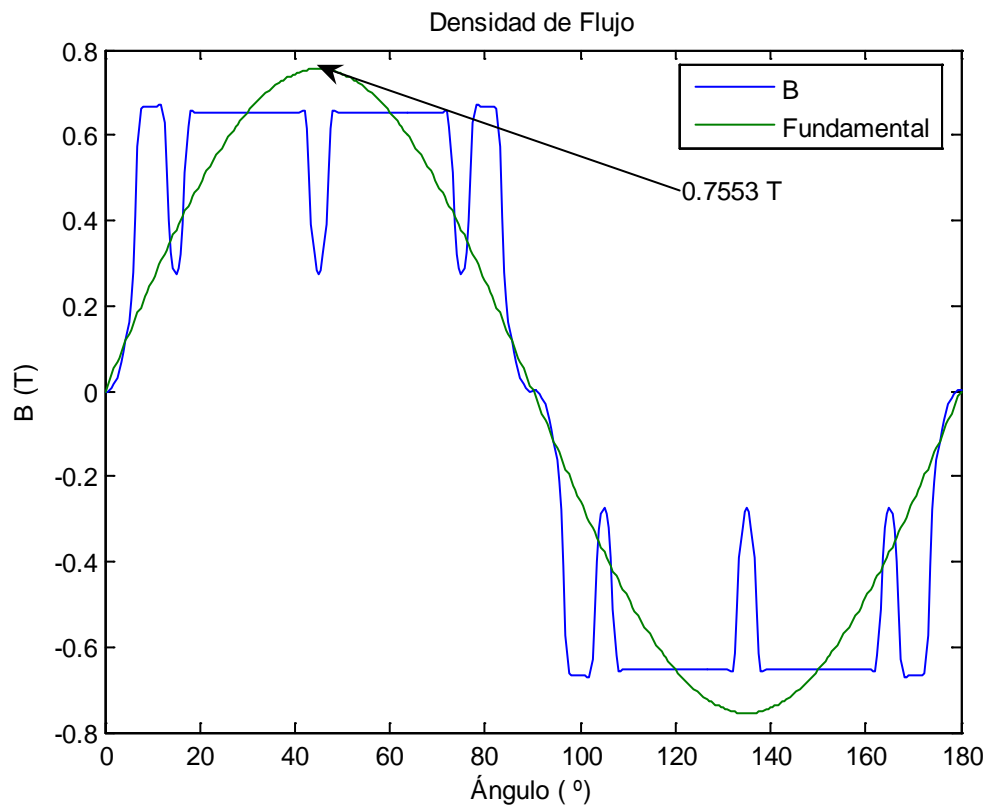
- Par desarrollado.

Devanado distribuido:

- Factor de distribución.

COMPARACIÓN: Ensayo de vacío.

DENSIDAD DE FLUJO MAGNÉTICO EN EL ENTREHIERRO:



Valor teórico utilizando la Ley de ampere aplicada a un imán permanente:

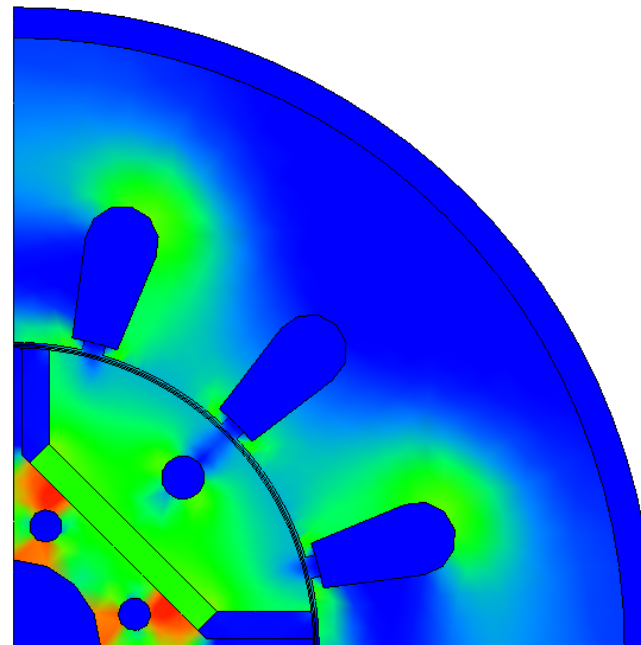
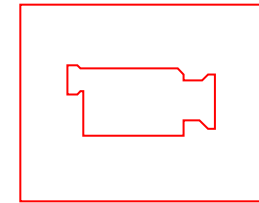
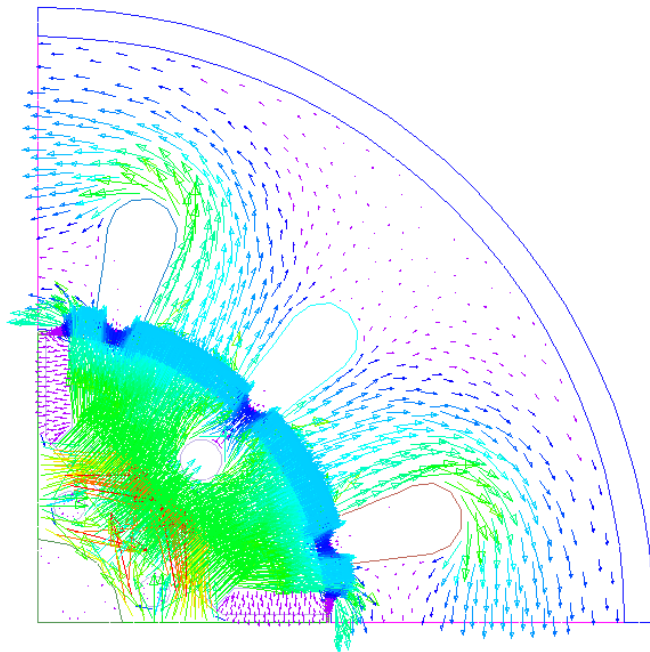
$$B_g = \frac{H_c \cdot l_m}{\left(\frac{g}{\mu_0} + \frac{S_g \cdot H_c \cdot l_m}{B_r \cdot S_m} \right)} = 0.6010T$$

El valor de la fundamental:

$$B_{1\max} = \frac{4}{\pi} \cdot B = \frac{4}{\pi} \cdot 0.6010 = 0.7653T$$

COMPARACIÓN: Ensayo de vacío.

DISTRIBUCIÓN DEL CAMPO MAGNÉTICO:



COMPARACIÓN: Ensayo de vacío.

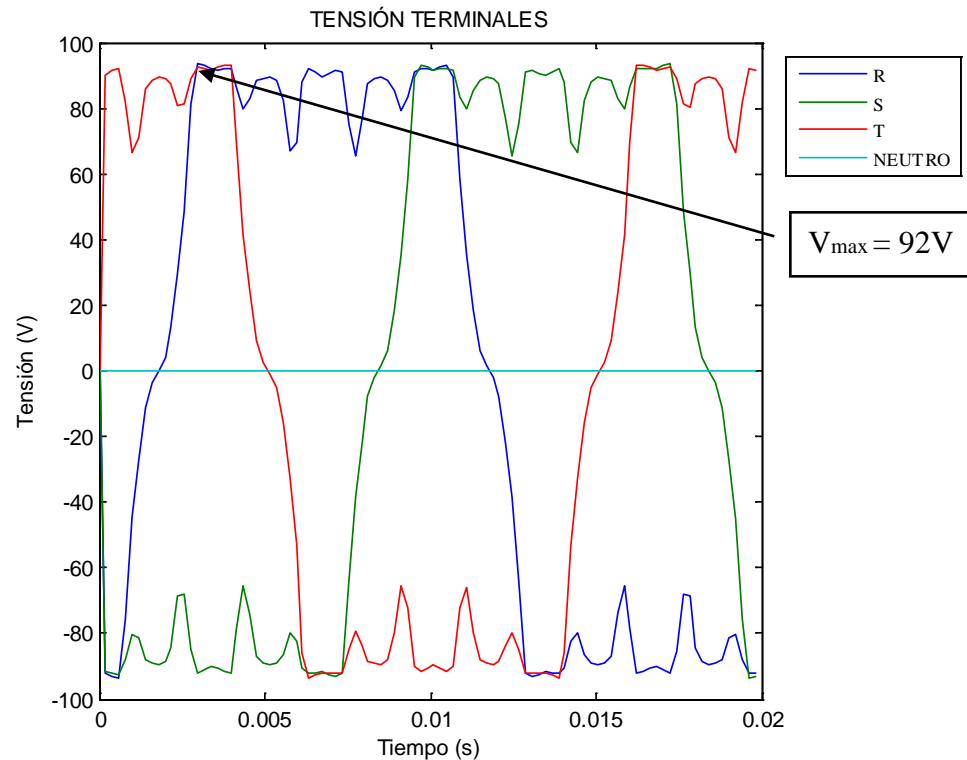
TENSIÓN INDUCIDA:

Aplicando la ley de Faraday.

$$e_{esp} = -\frac{d\phi}{dt} = B \cdot l \cdot r \cdot 2\omega = 0.1571V$$

Para un bobinado de 560 espiras.

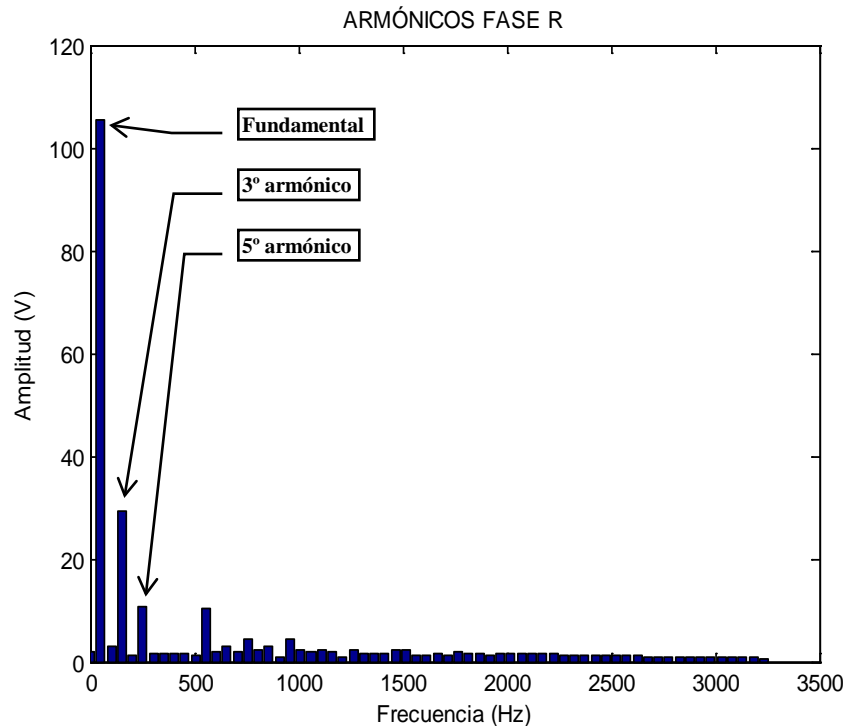
$$e_{max} = N \cdot e_{esp} = 560 \cdot 0.1571 = 88.01V$$



EXISTE INFLUENCIA DE LOS ARMÓNICOS.

COMPARACIÓN: Ensayo de vacío.

TENSIÓN INDUCIDA: Transformada de Fourier



El valor teórico de la fundamental:

$$E_{1\max} = \frac{4}{n\pi} \cdot e_{\max} = \frac{4}{1 \cdot \pi} \cdot 88.01 = 112.06V$$

$$JMAG: V_F = 105.05V$$

COMPARACIÓN: Ensayo en carga.

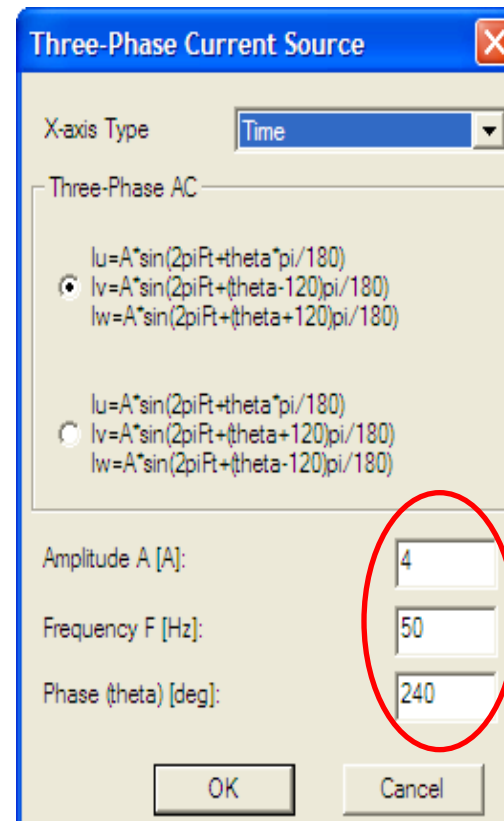
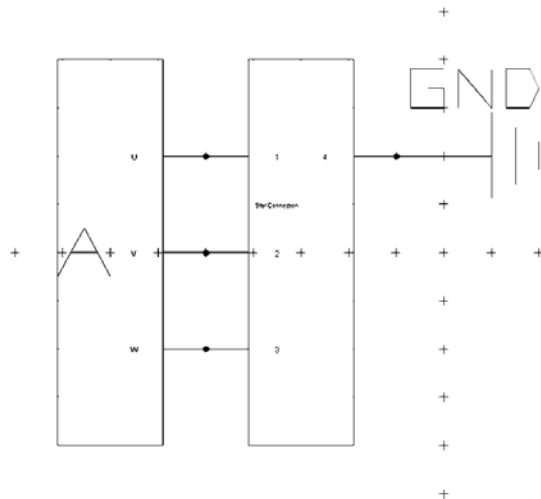
MOTOR: Se conecta fuente de corriente trifásica:

Valor pico (I_0) : 4 A

$$I_R = I_0 \cdot \text{sen}(2\pi ft)$$

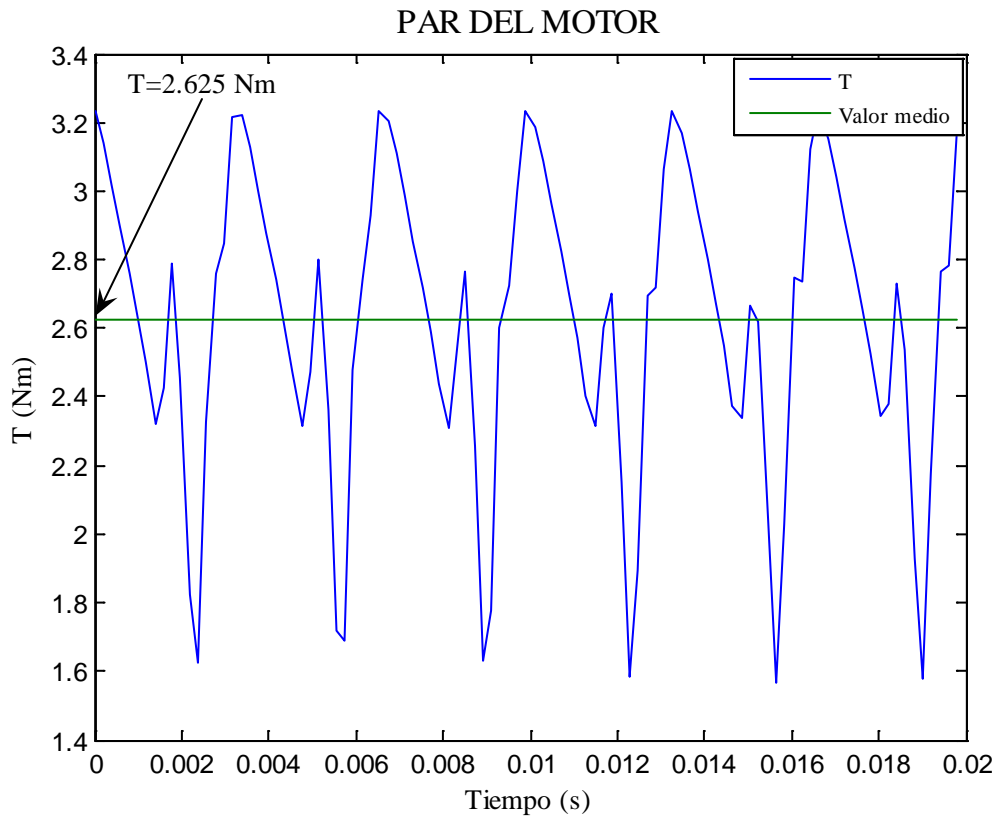
$$I_S = I_0 \cdot \text{sen}(2\pi ft + 120^\circ)$$

$$I_T = I_0 \cdot \text{sen}(2\pi ft - 120^\circ)$$



COMPARACIÓN: Ensayo en carga.

MOTOR: PAR.



Aplicando el principio de superposición y utilizando la coenergía para el cálculo, el valor del par teórico es:

$$\begin{aligned}
 T &= -\frac{p \cdot \mu_0 \cdot \pi \cdot R \cdot l}{g} \cdot F_A \cdot F_a \cdot \text{sen}(p\theta_m) = \\
 &= -\frac{8 \cdot R \cdot l \cdot B \cdot N_{seq}}{\pi} \cdot i_A \cdot \text{sen}(p\theta_m) = \\
 &= \frac{8 \cdot 0.02775 \cdot 0.03 \cdot 0.6010 \cdot 560}{\pi} \cdot 4
 \end{aligned}$$

$$T = 2.85 \text{ Nm}$$

COMPARACIÓN: Resultados.

ENSAYO EN VACÍO

DENSIDAD DE FLUJO MAGNÉTICO (T)		
	JMAG	TEÓRICO
Bmax	0.3:0.7	0.601
Fundamental	0.7553	0.7653

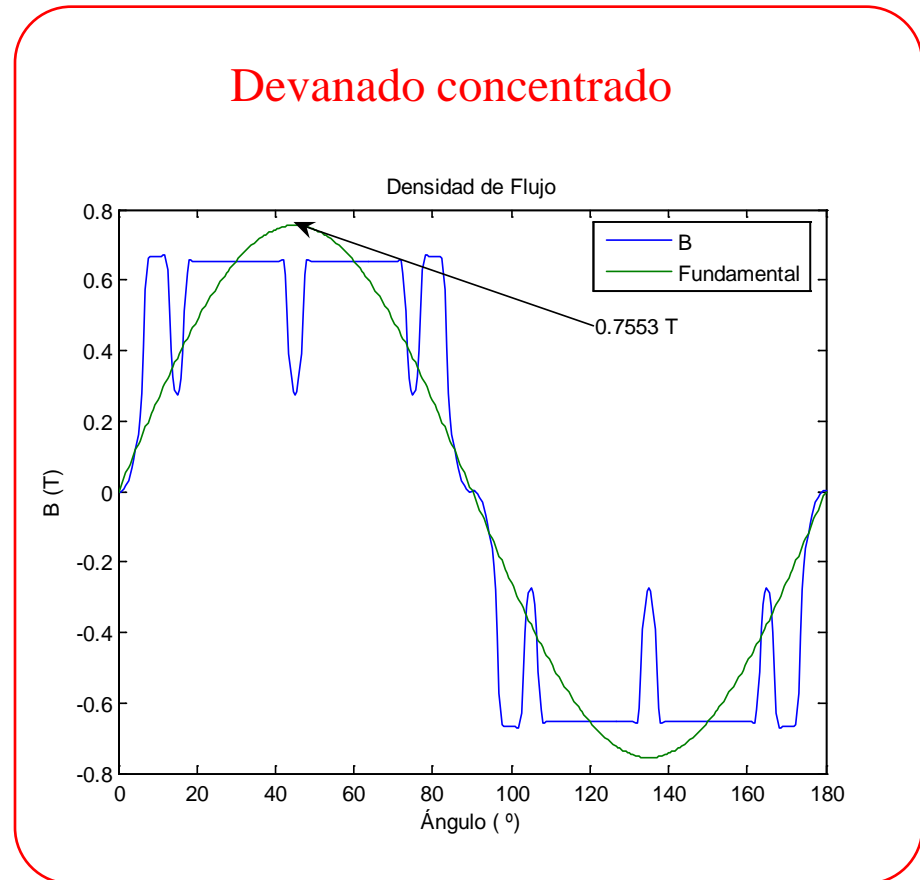
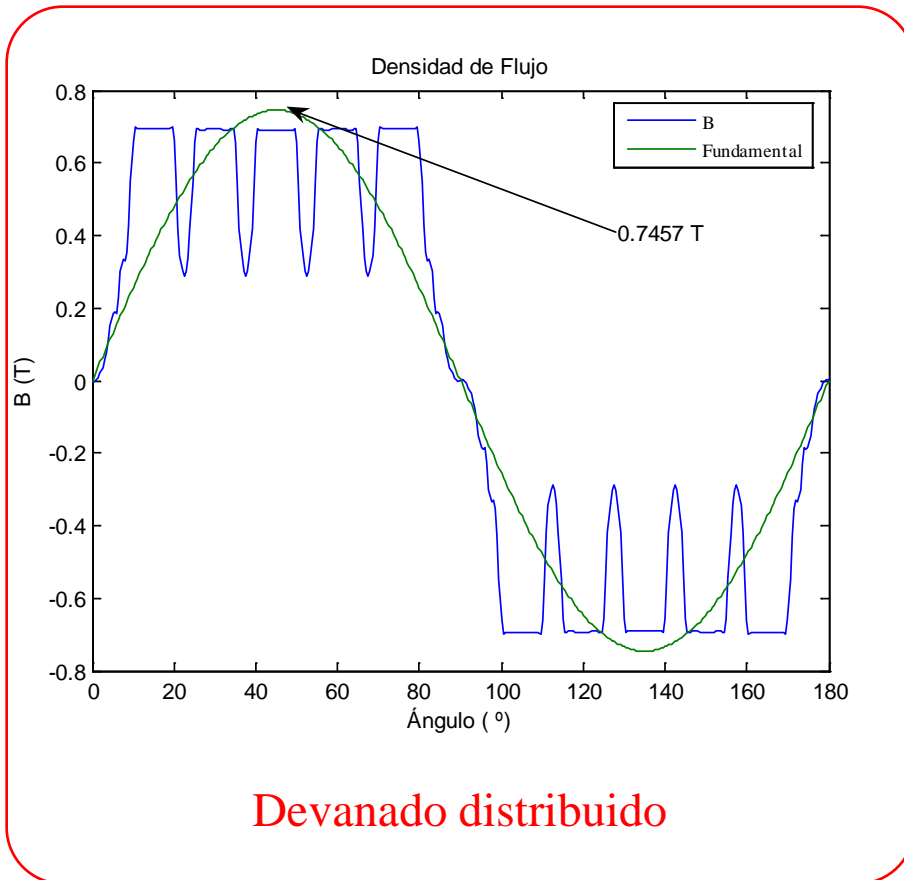
TENSIÓN INDUCIDA (V)		
	JMAG	TEÓRICO
Tensión max.	92	88.01
Fundamental	105.05	112.06

ENSAYO EN CARGA

MOTOR		
	JMAG	TEÓRICO
PAR (Nm)	2.625	2.85
Intensidad (A)	4	4

COMPARACIÓN: Devanado distribuido.

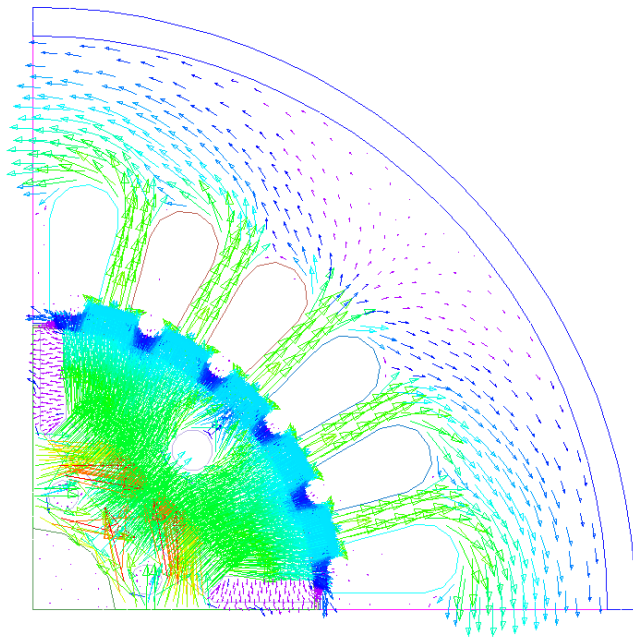
DENSIDAD DE FLUJO MAGNÉTICO EN EL ENTREHIERRO:



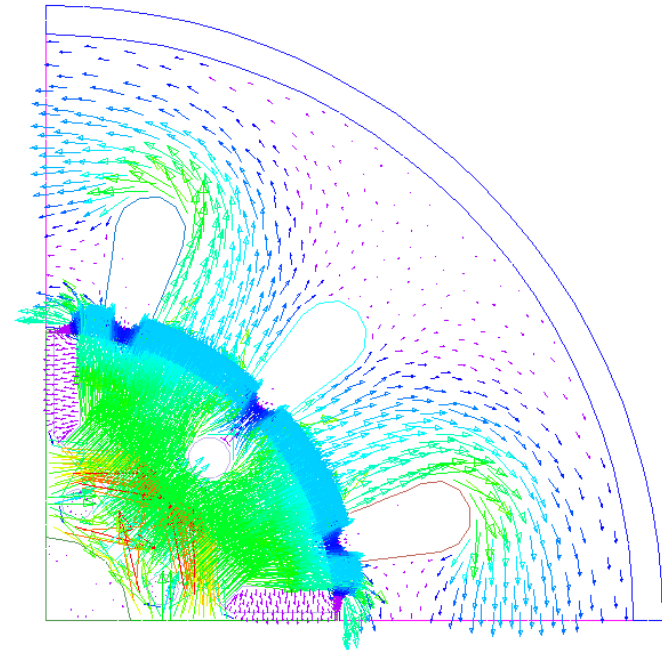
COMPARACIÓN: Devanado distribuido.

DISTRIBUCIÓN CAMPO MAGNÉTICO:

Devanado distribuido.



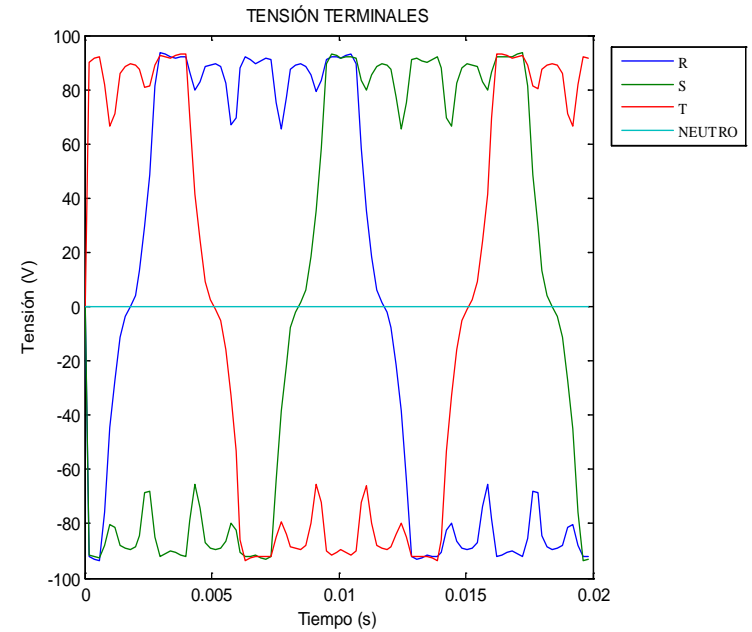
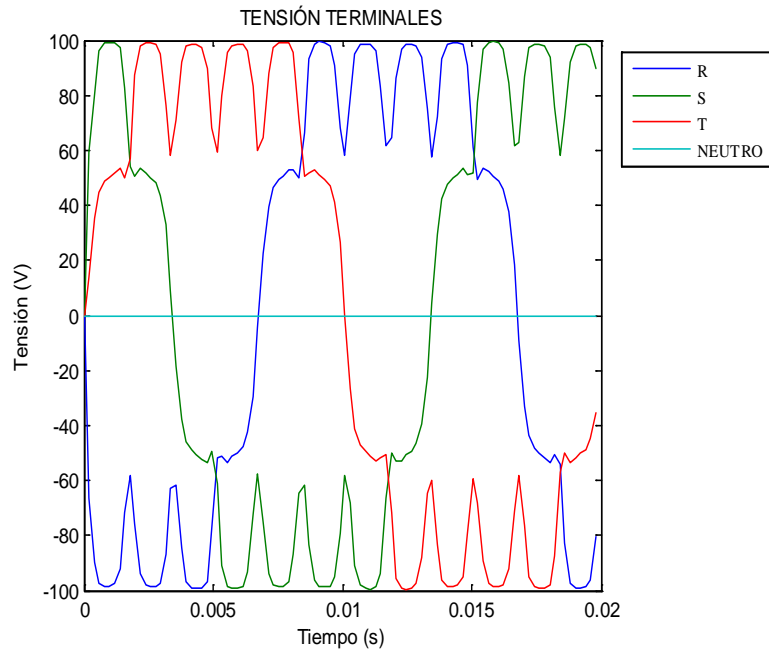
Devanado concentrado



COMPARACIÓN: Devanado distribuido.

TENSIÓN INDUCIDA:

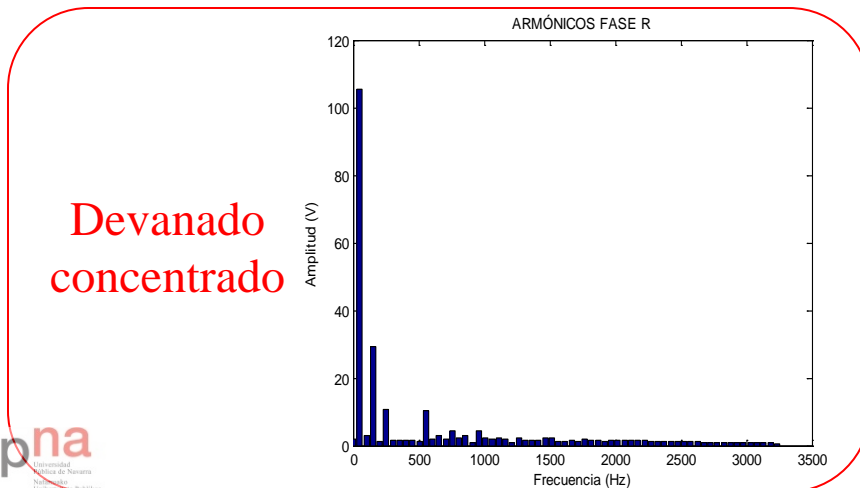
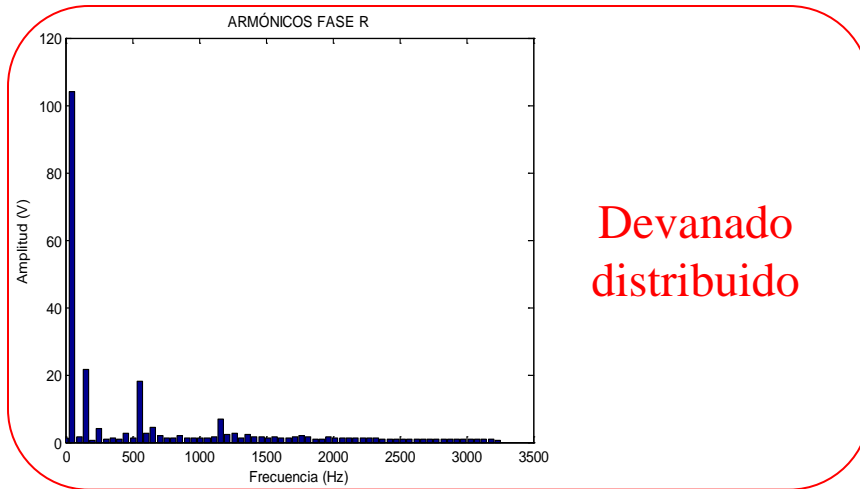
Devanado distribuido



Devanado concentrado

COMPARACIÓN: Devanado distribuido.

ARMÓNICOS:



AMPLITUD (V)	TIPO DE DEVANADO	
	Devanado DISTRIBUIDO	Devanado CONCENTRADO
Fundamental	103.96	105.05
3º armónico	21.47	29.45
5º armónico	3.90	10.65

COMPARACIÓN: Devanado distribuido.

FACTOR DISTRIBUCIÓN:

$$K_d = \frac{E_{An(distribuido)}}{E_{An(concentrado)}}$$

FACTOR DISTRIBUCIÓN			
Estudio	Kd1	Kd3	Kd5
Teórico	0.9659	0.707	0.258
JMAG	0.9854	0.729	0.366

DISTORSIÓN TOTAL ARMÓNICA:

$$THD(\%) = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{n=\infty} Y_n^2}}{Y_1} \cdot 100$$

THD (%)	
D. DISTRIBUIDO	D. CONCENTRADO
21.3%	30%

CONCLUSIONES.

- **COHERENCIA ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS**
- **FÓRMULAS ANALÍTICAS SIMPLIFICADAS BUENAS APROXIMACIONES.**
- **LA GEOMETRÍA DE LA MÁQUINA UN ASPECTO MUY IMPORTANTE.**
- **LAS REGIONES DE AIRE AYUDAN A LA DISTRIBUCIÓN.**

ESTUDIO TEÓRICO Y MODELIZACIÓN POR ELEMENTOS FINITOS DE UNA MÁQUINA DE IMANES PERMANENTES