

MATEMATIKA

Kattalin AIZKORRETA KORTA

PROBLEMEN EBAZPENA LEHEN
HEZKUNTZAKO LEHEN ZIKLOAN

TFG/*GBL* 2013

upna
Universidad
Pública de Navarra
Nafarroako
Unibertsitate Publikoa

Facultad de Ciencias Humanas y Sociales
Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea

Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua
Grado en Maestro en Educación Primaria

Gradu Bukaerako Lana

**PROBLEMEN EBAZPENA LEHEN HEZKUNTZAKO
LEHEN ZIKLOAN**

Kattalin AIZKORRETA KORTA

GIZA ETA GIZARTE ZIENTZIEN FAKULTATEA
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y SOCIALES

NAFARROAKO UNIBERTSITATE PUBLIKOA
UNIVERSIDAD PÚBLICA DE NAVARRA

Ikaslea

Kattalin AIZKORRETA KORTA

Izenburua

Problemen ebazpena Lehen Hezkuntzako Lehen Zikloan

Gradu

Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua / Grado en Maestro en Educación Primaria

Ikastegia

Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea / Facultad de Ciencias Humanas y Sociales
Nafarroako Unibertsitate Publikoa / Universidad Pública de Navarra

Zuzendaria

Aitzol LASA OYARBIDE

Saila

Matematikaren Saila / Departamento de Matemáticas

Ikasturte akademikoa

2012/2013

Seihilekoa

Udaberriko seihilekoa

Hitzaurrea

2007ko urriaren 29ko 1393/2007 Errege Dekretua, 2010eko 861/2010 Errege Dekretuak aldatuak, Gradu ikasketa ofizialei buruzko bere III. kapitulu hau ezartzen du: “ikasketa horien bukaeran, ikasleek Gradu Amaierako Lan bat egin eta defendatu behar dute [...] Gradu Amaierako Lanak 6 eta 30 kreditu artean edukiko ditu, ikasketa planaren amaieran egin behar da, eta tituluarekin lotutako gaitasunak eskuratu eta ebaluatu behar ditu”.

Nafarroako Unibertsitate Publikoaren Haur Hezkuntzako Irakaslearen Graduak, ANECAk egiaztatutako tituluaren txostenaren arabera, 12 ECTSko edukia dauka. Abenduaren 27ko ECI/3857/2007 Aginduak, Haur Hezkuntzako irakasle lanetan aritzeko gaitzen duten unibertsitateko titulu ofizialak egiaztatzeko baldintzak ezartzen dituenak arautzen du titulu hau; era subsidiarioan, Unibertsitatearen Gobernu Kontseiluak, 2013ko martxoaren 12ko bileran onetsitako Gradu Amaierako Lanen arautegia aplikatzen da.

ECI/3857/2007 Aginduaren arabera, Haur Hezkuntzako Irakaslearen ikasketa-plan guztiak hiru modulutan egituratzen dira: lehena, oinarrizko prestakuntzaz arduratzen da, eduki sozio-psiko-pedagogikoak garatzeko; bigarrena, didaktikoa eta diziplinakoa da, eta diziplinen didaktika biltzen du; azkenik, Practicum daukagu, zeinean graduko ikasleek eskola praktikan lortu behar dituzten gaitasunak deskribatzen baitira. Azken modulu honetan dago Gradu Amaierako Lana, irakaskuntza guztien bidez lortutako gaitasun guztiak islatu behar dituen. Azkenik, ECI/3857/2007 Aginduak ez duenez zehazten gradua lortzeko beharrezkoak diren 240 ECTSak nola banatu behar diren, unibertsitateek ahalmena daukate kreditu kopuru bat zehazteko, aukerako irakasgaiak ezarriz, gehienetan.

Beraz, ECI/3857/2007 Agindua betez, beharrezkoa da ikasleak, Gradu Amaierako Lanean, erakus dezan gaitasunak dituela hiru moduluetan, hots, oinarrizko prestakuntzan, didaktikan eta diziplinan, eta Practicumean, horiek eskatzen baitira Haur Hezkuntzako Irakasle aritzeko gaitzen duten unibertsitateko titulu ofizial guztietan.

Lan honetan, oinarrizko prestakuntzako moduluak marko teorikoko lehen eta hirugarren puntuetan bidea eman digu, alde batetik, historian zehar proposatu diren eredu pedagogikoei buruz mintzatzeko eta bestalde, Lehen Hezkuntzako Lehen Zikloan haurrek dituzten ezaugarri psikoebolutiboak garatzeko.

Didaktika eta diziplinako moduluak praktikoki lan osoan zehar garatzen dira. Izan ere, matematikaren didaktikak egindako ekarpenak etengabe islatuak izan dira, problemen ebazpenari buruzko lana den heinean. Beste aldetik, hizkuntzaren didaktikak egindako ekarpenek, komunikazio gaitasuna hobetzen dutenez, bide ematen dute lana hobeto garatzeko.

Halaber, Practicum moduluak ekarpen oso garrantzitsua egiten dio lanari, modulu honek berebiziko garrantzia duelako Irakasle Gradua bezalako ikasketa batzuetan. Azken finean lan osoan zehar teorian oinarritzeaz gain, practicumetan bizi izandako esperientzietan oinarritu naiz, baina batez ere modulu honen ekarpena nire proposamena egin behar izan dudanean nabari izan da. Ikasleak zer motibatzen dituen ikusita, informazioa nola prozesatzen duten ikusita, orokorrean matematikarekiko duten interes urria ikusita e.a. , nire proposamena ustez eraginkorra den norabide baterantz bideratzeko aukera eman dit.

Azkenik, aukerako moduluak ez du zuzenean inolako ekarpenik egin. Nire aukerako moduluak *orokorra* izan da, eta gainera kanpoan gauzatu dudana modulu bat izan da. Esan bezala, lan honi ez dio zuzeneko ekarpenik egin, baina orokorrean pertsona bezala eta irakasle bezala gehiago trebatzeko balio izan didan esperientzia izan denez, zeharka lan osoan nabari da bere presentzia.

Gazteleraz egin den atala, *laburpenarena* eta *ondorioena* izan dira.

Laburpena

Lan honen xedeak bi dira, alde batetik, problema matematikoen Lehen Hezkuntzan, eta zehazki, Lehen Zikloan duten garrantziaz kontzientzia piztea, eta bestetik, problema matematiko hauek ikasleek aurrerapausoak eman ditzaten nola planteatu behar diren aztertzea. Hasteko irakaskuntza-ikaskuntza prozesuan erabili izan diren eredu pedagogiko ezberdinak aztertuko dira, gaur egun Matematikaren Didaktikan erabiltzen den eredu edo erabili beharko litzakeena (*eredu sistemikoa*) aztertzerantz iritsi arte. Ondoren problemaren ebazpenaren inguruan autore ezberdinek emandako teoriak aurkeztuko dira, baita Lehen Ziklo honetan haurrak izaten dituzten ezaugarri psikoebolutiboak ere. Bestalde, historian zehar curriculumean eta testu liburuetan problemaren ebazpenek hartu izan duten garrantzia aztertzea ezinbestekotzat jo da, gaur egungo egoera aztertu ahal izateko. Problema ebazpenak ezin dira beste ariketa bat bezala planteatu, lan honetan ikusiko den moduan, egunerokotasunean garrantzia handia baitute eta estrategia oso bat baitaude haien atzean.

Hitz gakoak: Matematika; Problema ebazpena; Lehen Hezkuntza; Lehen Zikloa; Eredu Sistemikoa

Resumen

Dos serían los objetivos de este trabajo: por un lado, activar la conciencia de la importancia de la d los problemas matemáticos en la educación primaria y más concretamente en el primer ciclo; por otro, analizar la metodología idónea dentro de un contexto para haga posible el desarrollo integral de los alumnos. Para empezar se hace un recorrido a lo largo de la historia de los diferentes modelos pedagógicos utilizados, hasta llegar al que se utiliza hoy en día, o por lo menos a la que se debería de utilizar (modelo sistémico). El trabajo desarrolla a continuación una serie de teorías de diferentes autores para la resolución de problemas así como las diferentes características psicoevolutivas que presentan los niños y niñas en esta fase de la enseñanza del primer ciclo. Por otro lado, se pone énfasis en analizar la importancia que han ido cogiendo los problemas en los Currículos y en los libros de texto. No se pueden plantear los problemas como otro ejercicio más, tienen toda una estrategia atrás.

Palabras clave: Matemática; Resolución de problema; Primaria; Primer ciclo; Modelo sistémico

Abstract

The aims of this work are two. On the one hand, to make society aware of the importance that mathematical problems have in Primary Education, more precisely, in the first stage. On the other hand, how to proceed with these mathematical problems so that students can make progress. Firstly, different pedagogical models used in the teaching-learning process are analyzed, finishing with the teaching model that nowadays it is or, at least, it should be applied (*systematic model*). Secondly, different authors theories stating how to solve mathematical problems are presented, as well as, the psicoevolutive development that children have in the first year of Primary School. Finally, to examine the importance that solving mathematical problems have had in the curriculum and books in history has been essential in order to analyze the current situation. Solving problems cannot be contemplated as a common exercise since it is significance in everyday life and it has a strategy behind.

Keywords: Mathematics; Troubleshooting; Primary Education; First Stage; Systemic model

Aurkibidea

1. Aurrekariak, helburuak eta galdekizunak	1
1.1. Aurrekariak	1
1.2. Helburuak	2
1.3. Galdekizunak	2
2. Marko teorikoa	3
2.1. Eredu pedagogikoak	3
2.2. Problemen ebazpenari buruzko teoriak	12
2.3. Lehen Hezkuntzan problema matematikoak eta ikasleen ezaugarriak	34
3. Garapena	39
3.1. Perspektiba historikoak	39
3.2. Autorearen planteamendu arrazonatua	50
4. Inplikazio pedagogikoak	59
Ondorioak eta galdekizun irekiak	
Erreferentziak	

1. AURREKARIAK, HELBURUAK ETA GALDEKIZUNAK

1.1. Aurrekariak

Irakasleak izango diren heinean ezinbestekotzat jotzen da matematikaren garrantziaz eta batez ere, problema matematikoak ebazteak duen garrantziaz jabetzea. Egia da matematika dela mundu osoan eta hezkuntza maila guztietan ikasten den ikasgai bakarra, honek bere garrantzia goraiatzeko dela erakusten duelarik, baina ez da uste irakasleak kontziente direnik benetan duen garrantziaz edo duen erabilgarritasunaz. Problema matematikoak matematikaren bihotza direla uste denez, hauen garrantzia azpimarratzen saiatuko da eta honetan zentratuko da lana. Gauzak horrela, problema matematiko hauek nola planteatu beharko liratekeen proposatuko da, beti ere ikasleek ikaskuntza-prozesuan aurrerapauso bat eman ahal dezaten.

Matematikak bestalde, Lehen Hezkuntzan lortu beharreko zortzi *oinarrizko gaitasunak* lantzeko aukera paregabea eskaintzen du, hau da, matematika lantzearen bitartez oinarrizko gaitasun guztiak lor daitezke. Horrela gainera ikasleak egunerokotasunean matematikak duen garrantziaz eta presentziaz jabetzen dira, edozein gai jorrotuta ere, modu batera edo bestera bere presentzia nabari delako.

Esan bezala eskola guztietan lantzen dira matematikak, eta gehiago zentratuz eta ingurura begiratzuz, eskola guztietan lantzen dira problema matematikoak. Badago tendentzia bat, Peredak planteatzen duen modeloari jarraitzeko, nahiz eta modelook planteatzen dituen hainbat puntu alde batera uzteko joera egon ohi den. Peredak (1999) ez ditu problema matematikoak matematikaren zentroan kokatzen, bigarren maila batean uzten ditu. Hau da, ikasgelan matematika saioan lantzen ari diren gaia lantzeko beste ariketa bat bezala planteatzen ditu problema matematikoak. Horrela, badaude akats batzuk lehen ziklo honetan oso ohikoak direnak, eta problemak ebazteko modelo honek badirudi ez diela ikasleei zailtasun hauei aurre egiteko aukera eskaintzen. Ohiko zailtasun bat testua irakurri eta datuak ateratzea eta ondoren, zein eragiketa egin behar duten asmatzea izan ohi da. Bestetik, ez dute pentsatzen erantzuna logikoa den edo ez, horregatik batzuetan astakeriak erantzun ohi dituzte. Azkenik, lehen zikloan oraindik ere irakurketa-idazketa prozesuan arazo handiak dituzten ikasleak daude, eta honek enuntziatuaren ulermena oztopatzea dakar.

Lan hau egiteko motibazioa beraz, jendeari kontzientzia pizteko nahia izan da, problema matematikoak beste ariketa bat bezala planteatu beharrean lehen planoan jarri eta beste gaiak jorratzeko tresna bihurtzea, ikaskuntza integrala bermatuko duen tresna izatea, alegia. Problema matematikoen ebazpenak egunerokotasunean aurki ditzakegun arazoei errazago aurre egiteko prestatzeko aukera eskaintzen dute, pentsatzea eta arrazonatzea baita haien muina. Bestalde, ikasi beharreko operazio eta formulak mekanizatu eta barneratzeko baliogarriak dira.

1.2. Helburuak

Bi izango dira lan honen helburuak: alde batetik, problema matematikoek ikaskuntza prozesuan duten garrantziaz jabetzea eta bestetik, problema matematikoak eraginkorrak izan daitezen nola planteatu behar diren aztertzea.

1.3. Galdekizunak

Galdekizunei dagokionean sei izango dira lan honetan planteatuko direnak: Lehena, problema matematikoen lanketa sakonak bere biziko garrantzia daukala ikaslearen ikaskuntza prozesuan. Bigarrenik, Problema matematikoen sakonki lantzeak, norberak egunerokotasunean izango dituen arazoei aurre egiteko prozesuan izugarrizko eragina daukala. Hirugarrena, eskolan ez zaiela problema matematikoei behar adina garrantzi ematen, ez irakasleen aldetik, ez eta Curriculum aldetik. Laugarrena, Lehen Hezkuntzan problema matematikoak beste edozein ariketa bezala planteatzeko tendentzia dagoela. Bosgarrena, Lehen Zikloan, Haur Hezkuntzatik datozela kontuan hartuz, material fisikoen bitartez problemak ebaztea ezinbestekoa dela, eta azkena, eskoletan Peredak planteatzen duen modelo jarraitzeko tendentzia dagoela, baina ez dela modelo hau bere osotasunean lantzen.

2. MARKO TEORIKOA

2.1. Eredu pedagogikoak

Historian zehar ikaskuntza-prozesuaren garapena azaltzen duten teoria ezberdinak egon dira. Eredu pedagogiko bakoitzak, matematikaren didaktika, baita beste ikasgaiena ere, norabide batetara edo bestera bideratu izan du. Jarraian, eredu pedagogiko hauek aztertuko dira, hala nola, eredu tradizionala, konduktista, kognitibista, konstruktibista, eta azkenik, egun matematikaren irakaskuntzan teoriarik indarrean dagoen, eredu sistemikoa.

Guztietan zaharrena *eredu tradizionala* da. Memorizazioan eta pasibotasunean oinarritzen da, hau da, guztiontzat metodo berdina aplikatuko da eta irakasleak dioenaren errepikapenean oinarrituko da. Honela, irakaslearen eta ikaslearen artean distantzia argi bat ezarriko da. Irakaslea egongo da hezkuntzaren arrakastaren oinarrian, gidari eta modeloa izango da eta ikaslearen papera honi men egitean eta imitatzean oinarrituko da. Eredu honen aitzindariak, Durkheim, Alain eta Chateau izan zirela esan daiteke XIX. mendean.

Eredu honen aurrera pauso bat eman zuena *eredu konduktista* izan zen. Eredu honetan garrantzia gehien edukiek eta jarreraren aldaketek hartuko dute. Konduktismoak gizakiaren jarrera du aztergai eta egoeratik, erantzunetik eta organismoetik abiatu jarrera hori iragartzea eta manipulatzeko bilatzen du. Autore ezberdinen artean *Skinner* izan zen irakaskuntza-ikaskuntza prozesuan ekarpen gehien egin zituena, "jarrera eragilea" izeneko jokabide berri baten bidez. Jarrera honek espontaneoki egiten diren jarrera guztiak hartzen ditu bere gain. Oraingo honetan ikaslea ez da estimulu baten aurrean erreakzionatzen duen subjektu pasibotzat hartuko; bere inguruan aldaketak eman nahi dituen subjektu aktiboa kontsideratuko da. Modu honetan, Skinnerrek Pavloven baldintzapen klasikoaren estimulu-erantzun eskema, operazio-erantzun-estimulu eskema berriarengatik transformatu zuen.

Skinnerrek jokaeraren pedagogia irakaskuntza programatuaren bitartez estrapolatu zuen. Paradigma konduktistak arrakasta izaten du lehen mailako ulermen

maila eskatzen duten ezagutza memoristikoak barneratzerako garaian. Bestalde, errepikapenak ez du ziurtatzen jokamolde berria asimilatuko denik, soilik bere gauzatzea ziurtatzen du, ez du jakingo noiz egin behar duen eta aurretiko ezagutzetan ezingo ditu ezagutza berri hauek aplikatu.

Modelo honen helburu didaktiko nagusia ikasleak, egoera zehatzetan ohitura edo trebetasun zehatz batzuk barneratzean datzan, hau da, helburu funtzional eta praktikoa izanen da. Ikaskuntza, neurgarriak diren jokamoldeen bidez adierazi behar da. Paradigma honek ikaskuntza bat eman dela kontsideratuko du ikasleak informazioa memorizatzen eta ulertzen duenean, baina ez zaio ikasleari inongo momentuan informazioa sortzeko edo elaboratzeko eskatuko. Ikaslea subjektu pasiboa izango da, bere barnean edukirik ez duela pentsatzen da, irakasleak nahi duen jokamoldea memorizatzeke errepikapenaren lanean oinarrituko delarik.

Irakaslea izango da ikaskuntza prozesuan subjektu aktiboa, ikaskuntza helburu guztiak diseinatzen dituena, baita errepikapenera eta memorizaziora bideratutako ariketak diseinatzen dituena ere, hau dena zigor eta sarien bidezko sistema batean oinarritua egongo delarik. Honela, irakasle eta ikaslearen arteko harremana egoera asimetriko bat da, non irakasleak irakaspenaren paper aktiboa jokatzen duen, estimulu, zigor eta errefortzuen bidez, baita ikastea lortu nahi den jokabide zehatza lortzeko bideratutako helburu didaktiko eta ariketa bidez ere. Bitartean, ikaslea subjektu pasiboa da esan bezala, informazio jaso eta memorizatu arte ariketak errepikatzen dituena.

Ikaskuntza, jokamoldea aldaketa bat dagonean ematen da. Behagarriak eta neurgarriak diren fenomenoak ebaluatzen dira. Ikaskuntza prozesuan zehar ez dira kontuan hartuko ez motibazioa, ez eta pentsamendua ere, hauek ez baitira ez behagarriak, ez eta neurgarriak. Ebaluazioa beraz froga objektiboetan oinarritzen da, test edo azterketetan esaterako. Ikasturtean zehar landu den jokamoldean aldaketa antzematen denean gaitutako du ikasleak eta sari bat jasoko du horren truke.

Konduktismoaren modeloari aurrerapauso bat emango diona eta hala, aurrerantzean pedagogiari beste ikuspegi bat emango diona eredu kognitibista izango da. Modelo honen interes gune nagusiak erlazio sozialak eta garapen pertsonala dira.

Gizaki biziduna informazioaren prozesamenduan oinarritzen den ariketa bat burutzen duen organismo bat kontsideratzen da. Horrela, pertsonak informazioa organizatzen, filtratzen, kodifikatzen, sailkatzen eta ebaluatzen duten moduaren garrantzia errekonozitzen da, baita tresna, estruktura edo eskema mental hauek errealitatea interpretatzeko erabiltzen diren moduarena ere. Errealitatearen errepresentazio hau ezberdina izango da norbanakoarentzat, izan ere, norberaren eskemen eta errealitatearekin duen interakzioaren baitan egongo dira eta denborarekin aldatzen eta sofistikatzeko joango dira progresiboki.

Paradigma kognitiboaren arabera, bi izango dira *helburu didaktiko* nagusiak: bata, zentzuzko ikaskuntza esanguratsua lortzea, eta bestea, ikaskuntzako trebezia estrategiko orokorrak eta espezifikoak garatzea. Ikaslearen rola asko aldatzen da aurreko eredutik. Kasu honetan, irakasleak pentsatzen du modu esanguratsu batean ikasten duen ikasle aktiboak, ikasten ikasten duela eta bestalde, pentsatzen ikasten duela. Irakasleak helburu hauek lor ditzan, esperientzia didaktikoen prestakuntzan eta organizazioan zentratzen da bereziki. Irakasleak ez du protagonismoa hartu behar, ikasleen parte hartze kognitiboaren kalterako dela uste baita.

Bestalde, ikasleen arteko interakzioa ikaskuntza prozesuaren oinarritzko elementu gisa hartzen da, honek bestea behatzeko, baita bestearekin elkarbanatzeko eta interaktuatzeko aukera ematen baitu. Bestearekiko erlazio honek norberaren ezagutza eraikitzea ahalbidetuko du. Ikaslearen eta irakaslearen arteko harremana berrelikaduraren garrantzian oinarritzen da, konexio mental zehatzen gida eta euskarri bezala ikusten delarik. Horrenbestez, ikaskuntza prozesuan laguntzen duten bi elementu nabarmendu beharko dira: batetik, ikaslearen parte hartzearen enfasia bere ikaskuntza prozesuan, eta bestetik, aurretik ikasitako materialarekin konexioak egitea ahalbidetzen duen ikaskuntza giro bat sortzea irakasleak. Ikaslearen papera beraz, informazioa prozesatzen duen subjektu aktibo izatea da, problemak ikasi eta ebazteko gaitasun kognitiboa duena; gaitasun hau, aldi berean, ikaskuntza eta abilezia estrategiko berriak erabiltzen garatua eta kontsideratua izan behar da.

Ebaluazioari dagokionean, kognitibosmoaren agerraldiak aldaketa garrantzitsu batzuk ekarriko ditu modelo konduktistarekin alderatzen bada, nahiz eta oinarritzko funtzioa mantentzen den: formazio sistemaren ezaugarrien eta ikasleen ezaugarrien

arteko artikulazioa ziurtatzen duen ebaluazio hezigarria. Hala ere, esan bezala, aldaketa nabarmenak atzeman daitezke aurreko ereduaren ebaluazioaren aldean. Hasteko, interesa ikaskuntza prozesuetan zentratzen da, eta ez lorturiko emaitzetan. Izan ere, lortu nahi dena ikaslearen buruko funtzionamendua ulertzea da: zereginaren aurrean, irudikapenen ezagutza eta estrategien erabilera, hain zuzen.

Bestetik, jasotzen diren datuak kualitatiboak dira, esaterako, galdetegiak erabiltzen dira, jarreraren behaketa egiten da, baita ikasleen hausnarketen eta interakzioen behaketa ere. Azkenik, garrantzia handiagoa ematen zaio ikasleak helburu bat lortzeko erabiltzen dituen estrategiei, helburua zein mailetan lortu den ala lortu ez den aztertzeari baino.

Informazio eta Komunikazio Trebetasunak (IKTak) erabiltzeak, ezagutzaren eraikitzearen bidez, ikaste-gunearen erabilera ekarri du. Gainera, ikasleriaren parte hartze eraginkorragoan laguntzen du; ICTren erabilpenak programa eta sistema berriak sortzea ahalbidetzen du, non ikasleak ez duen soilik erantzun bat eman behar, baizik eta problemak ebatzi behar dituen eta erabakiak hartu behar dituen. Honek, ikaslearen gaitasun kognitiboen garapenean laguntzen du. Jarraian, autore kognitibistek egindako ikaskuntza prozesuetan ICTen integrazioarekin loturiko ekarpenetan zentratuko gara.

Ausubelek *jasotze ikaskuntzaren* garrantzia du abiapuntutzat, hau da, materiaren eduki eta estruktura irakasleak organizatzen ditu, eta ikasleak jaso egiten du. ICTen erabilpenarekin erlazioan, Ausubelek simulazio eta deskubrimendu egoerak proposatzeko teknologia berriak bide eraginkorrak direla uste du, hala ere uste du, hauek ezin dutela inola ere ez errealitatea ordezkatu. Gainera, ordenagailu bidezko ikaskuntzaren arazoetako bat ikasleen arteko interakzioa bultzatzen ez dela da, ezta ikasle eta irakasleen artekoa ere. Hori dela eta Ausubelen hitzetan, inoiz ezingo da ordenagailu bat ikasleen galdera guztiei zuzenduta programatu.

Brunerren aurkikuntza bidezko ikaskuntzaren teoriak ekintza eta ikaskuntzaren arteko erlazio garbi bat ezartzen du, eta problemen ebazpenak egoera zehatz batean aurkezten diren moduaren arabekoak izango direla baieztatzen du, izan ere, ebazpena bultzatuko duen erronka ekarriko baitu eta ikastearen transferentzia erraztuko baitu. Ideia honetatik abiatuz, Brunerren esanetan baliabide teknologikoen erabilpena positiboa izango da baldin eta hauek, oinarritzko operazio logikoak

entrenatzen dituen materialen bidez estimulazio kognitiboan laguntzen badute, edota baliabide hauek pantailan erakutsitako hainbat estimulu medio, ikasleari erantzuna bilatzen laguntzen badiote.

Piageten teoriaren oinarritzko fokatzea epistemologia genetikoa da, hau da, perspektiba ebolutibo bati jarraituz zentzumeneren bidez kanpoko mundua ezagutzera nola iristen denaren azterketa. Lau garapen estadio unibertsal ezartzen ditu: *adimen sentsomotorraren* estadioa, *eragiketa aurreko pentsamenduaren* estadioa, *eragiketa konkretuen* estadioa eta *eragikea formalen* estadioa. Piageten ustetan ikaskuntzak sekuentzia malgu bat izan behar du, prozesu bat izan behar du eta ikaskuntza bideek esperientziak estimulatu behar dituzte. IKTen erabilpenez esan daiteke ez dela inoiz ordenagailuen alde azaldu, baina diskusio eta esperientzia enpirikoaren alde azaltzen da.

Gagneren kasuan, alde batetik barne baldintzak kontuan hartuz, ikaskuntza prozesuko fase ezberdinak erakusten dituen eskema bat sortzen du, hau da, prozesuan eragiten duten baldintzen arabera eskema bat (motibazioa, ulermena, eskuraketa, atxikitzea eta oroimena); eta bestetik, kanpo baldintzak kontuan hartuz, hau da, ikaskuntza ezin hobe batean lagun dezaketen inguruak subjektuarengan egiten dituen ekintzak. Hezkuntza programen garapen kurtsoetan formazio modelo bat diseinatzeko balio izan du teoria honek eta teoriaren abantaila nagusia aplikazio erraz bat duen zati oso zehatzak eskaintzen dituela.

Konstruktibismoa ekintzaren garrantzia azpimarratzen duen Ikaskuntza Teoria da, hau da, ikaskuntza prozesuan jokabide aktiboa azpimarratzen duena. Psikologia konstruktibistan oinarritzen da, ikaskuntza gertatzeko, ezagutza, ekintza bidez ikasten duen subjektuaz eraikia izan behar duenaren ideia.

Ikaskuntza teoria honen ordezkariak hiru kontsideratu daitezke: Piaget, Vigotsky eta Ausubel. Piagetek ezagutzaren eraikuntza, subjektuak ezagutzaren objektuarekin interaktuatzen duen ala ez duenaren arabera adierazten du; Vigotskyk beste batzuekin burutzen duen ala ez duenaren arabera adierazten du, eta azkenik, Ausubelek, subjektuaren ikaskuntza esanguratsua denaren ala ez denaren arabera.

Eredu honen bitartez lortu nahi diren helburu hezigarriak hainbat dira. Hasteko, helburu orokorra, ikaslearen esperientzien arabeko ezagutzen eraikuntzaren bidez ikastea litzateke, beti ere, bizitza errealean erabilgarriak diren ariketen bitartez. Helburu orokor hau lortzeko, helburu zehatz batzuk planteatzen dira, besteak beste: ikaskuntza aktibo bat eskuratzea, ikasleen parte hartzearen bidez; irakaskuntza-ikaskuntza prozesuan sormena eta berrikuntza sustatzea; prozesu kognitibo eta sortzaileen garapena sustatzea; ikasleak bere autonomia eta independentzia garatzea; inguruarekin interakzioa eskuratzea, teoria gertaeren aurrez aurre ipintzen; esanahien eraikuntzaren bidez subjektuak haien ikaskuntzaren jabe izaten lortzea; subjektuaren ikaskuntza prozesuetara edukiak egokitzea eta ikaslearen aurre ezagutzak baloratzea, ezagutza berrietan duen influentziaren garrantziagatik.

Irakasleak moderatzaile, koordinatzaile, bideratzaile, bitartekari eta aldi berean, parte hartzaile papera izango du. Giro afektibo, armoniko eta konfiantzazko bat sortzeko ardura beregain dago, abiapuntua beti ikaslea dagoen egoera izango delarik, eta bere interesak eta ezberdintasun indibidualak kontuan hartuko direlarik. Honela, irakasleak estimulatu egin behar du eta aldi berean ikaslearen inizatiba eta autonomia onartu behar ditu. Bere irakaskuntza, terminologia kognitiboaren erabileran oinarritu behar da, klasifikatu, analizatu, sortu, deduzitu, pentsatu eta halako hitzetan, alegia. Horretarako ezinbestekoa da lehengaiak eta lehenengo iturriak material fisikoak, interaktiboak eta manipulagarriak izatea. Azkenik, esan beharra dago irakasleak ez duela parte hartze indibiduala soilik sustatuko, taldekoa ere sustatuko duela, hausnarketa sakon bat eskatzen duten emaitzak bultzatzen dituen gaien planteamenduaren bitartez.

Ikaslearen papera, paper eraikitzailea da, eskemei dagokionean baita estruktura operatorioei dagokionean. Bere ikaskuntzaren erantzule eta informazioaren prozesadore aktiboa izanik, ezagutza bere kabuz eraikitzen du eta ezin du beste inork eginkizun hori bere ordeztu egin, izan ere, informazio berria aurretiko ezagutzekin erlazionatu behar du. Horrela emango dio jasotzen duen informazio berriari benetako esanahi bat.

Irakasleak jarrera hau jarraitu behar izateak, arau batzuk betetzea behartzen du: hasteko, proposatzen diren ariketetan aktiboki parte hartzea. Bigarrenik, norbanakoaren ideiak eta besteenak lotu beharko ditu, eta hobeto ulertu eta argiago

izateko, besteei galdetzeko eskatuko zaio. Modu berean entzun beharko ditu bere ikaskideak eta koordinatzailea. Azkenik, emaitzak proposatu beharko ditu. Beraz, ondorengoak izango lirateke ikasle batek izan beharko lituzken ezaugarriak: *Langilea* eta *aktiboa*, ardura eta konpromisoaren bidez. *Eraikitzailea*, ideia berrietan egokitzapenaren bidez, zentzua edo esanahia emateko. *Kolaboratzailea*, irakaskuntzaren komunitateen lana eta ezagupenaren eraikuntzaren bidez. *Laguntzailea*, ikasleek ekarpenak, behaketak, moldatzen dituzte, baita komunitateko bakoitzak egiten duen ekarpenak arautu ere. *Erreflexiboa*, hausnarketa kritikoaren eta batez ere auto-ebaluazioaren erabilpena. *Testuinguratua*, irakaskuntzaren testuingurua errealitatean oinarritzen diren lanen bidez egiten da, edota, egoera erreal edo arazoaren simulazioen bidez.

Ikaslearen pertsonalitatea estrukturatzen den prozesua hezkuntza komunikazioak osatzen du; hau ikasleak jasotzen duen informazioaren bidez lortuko da, ingurugiroarekin eta eraikitako kontzeptuekin interakzioan berreginez. Hau esanda, ulertu daiteke ikaskuntza prozesua ez dela komunikazio eskema mekaniko batera murrizgarria, ikaslea hartzaile bezala ez baita izaki pasibo bat, bere eskema kognitiboaren arabera mezuak berrelaboratzen dituen izaki bat baizik.

Ebaluazioari dagokionean, ikaskuntza prozesua ebaluatzean jarriko da enfasia. Ikaskuntza prozesuan erabilitako aspektu kognitibo eta afektiboak hartuko dira kontuan: zein mailatan eraiki dituzte ikasleek interpretazio esanguratsu eta aberasgarriak gainbegiratutako edukien gainean, eta zein mailatan izan dira gai ikasleak eduki esanguratsuen interpretazioari balio funtzional bat emateko.

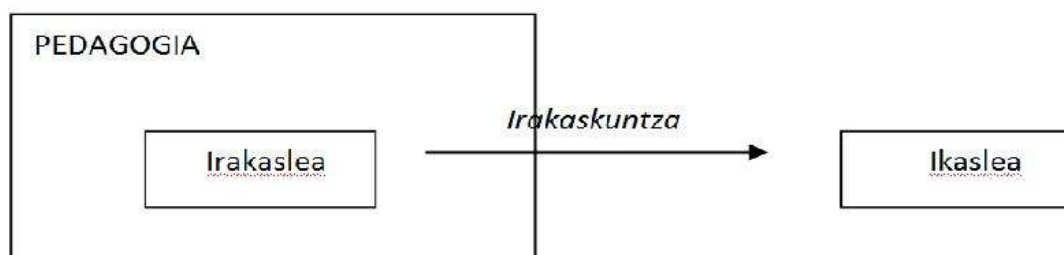
Ez da eginbehar errez bat, izan ere, modu esanguratsuan ikastea ariketa progresibo bat da, non kualitatiboki baloratzen den, eta adierazleekin bat datozen eta egokiak diren ebaluatzeko eginbehar edo tresnak oso ondo aukeratzea eskatzen duen. Ikaskuntzen funtzionaltasuna da garrantzia duena, ikasleek ikasitakoaz egiten duten erabilera funtzionala, berdin da ikaskuntza berriak eraikitzeko edo problemak esploratu, deskubritu edo ebazteko diren. Ikaslea arduratsua izatea eta irakaskuntza-ikaskuntza prozesua kontrolatzea bilatzen du.

Ikaslearen auto-ebaluazioak garrantzia hartuko du. Ikasleengan auto-ebaluazio eta auto-erregulazio gaitasunaren garapena bilatzen du, eta horretarako, ikasleak bere ikaskuntzen emaitza eta prozesua ebaluatzeko egoera eta espazioak bilatzen dira.

Teoria konstruktibistetan IKTen aplikazioak eta bere erremintek testuinguru errealekin ikaslearen konpromiso aktiboa, parte hartzea, interakzioa, feedback-a eta konexioa potentziatzen dute. Ikaskuntza prozesu hau plataforma birtualen bidez burutu ahalko da batez ere, esaterako, ikasleen arteko, ikasle eta irakasleen arteko, edota irakasleen arteko sare sozialen bidez. Hemen ariketa eta metodoak partekatu daitezke irakaskuntza hobe batentzat, inplikaturiko kolektiboen arteko komunikazioa hobetzen duelarik. Bukatzeko, matematiken irakaskuntza konstruktibista baterako irizpide praktikoa batzuk azalduko dira: Matematikako edukiak ikasleriaren momentu ebolutibo ezberdinei egokitzea, baita bere prozesu kognitibioari ere; adin guztietako ikasleriaren esku jartzea, kontzeptu matematikoaren formazioan lagunduko dion behar adina estrategia; zikloko edukiak sekuentzializatu matematikako alderdi nagusien inguruan eta eduki ezberdinen blokeen trataera orekatu, edukien tratamendu ziklikoa ezarri, oreka hau ematea eta jarraikako irakaskuntza ahalbidetuko duena; lantzen diren edukiak erlazionatu; dagozkion edukiak gehitu Curriculumaren zeharkako ardatzetan; ikasleriaren posibilitatera egokitu, irakaskuntza eta ikaskuntzaren edukiak eta aktibitateak; bakarkako zehaztapen ezberdinak egiteko bide ematen duen lan proposamen irekiak planteatu; edukiak, testuinguru ezberdinetan eman; ikasleriaren lanak elkarrekintza edo interakzioa egiten erraztuko duen moduan antolatu eta azkenik, ikasleria, ikasten ari denarekin zoriontsu izan dadin saiatzea.

Matematikaren didaktikan jakintza transmititzeko ereduak hiru eredutan laburbildu daitezkeela esan daiteke: *transmisio-ereduan* (1.irudia), *eredu kognitiboan* (2.irudia) eta azkenik, *eredu sistemikoan* (3.irudia). Transmisio ereduan ikaslea bete beharreko “kutxa hutsa” kontsideratuko da, eta kutxa hau irakasleak dakienarekin beteko da. Irakasleak ikasleari irakaskuntza transmititzean oinarrituko da, norabide bakarreko ikaskuntza prozesua emango delarik. Eredu kognitiboan, ikasleak jakintzaren eraikuntzan parte hartze handia behar du eta ikasitakoa nolabait barneratu beharra du. Eredu hau irakasle (pedagogia) eta ikaslearen (psikologia) arteko hezkuntza izango da. Irakasleak ikasleari irakaskuntza eskainiko dio eta ikasleak irakasleari ikaskuntza.

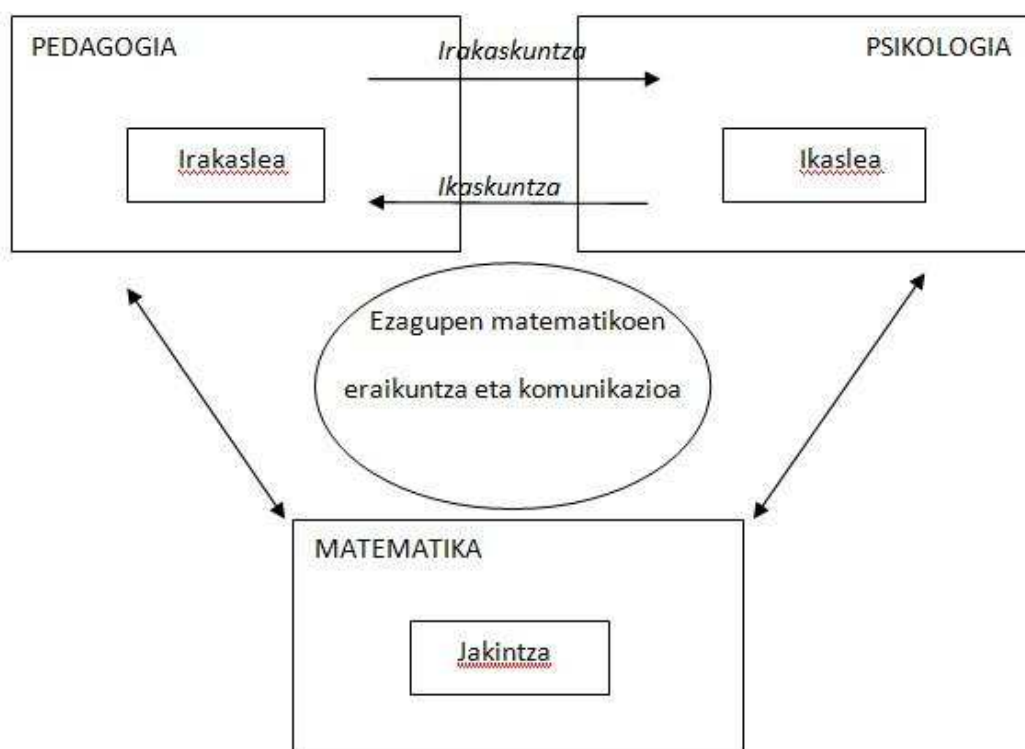
Hirugarrena eta eredu berritzaileena, *eredu sistemikoa* da. Esaldi motz batean laburtzekotan, jakintza arazo bihurtzea dela esango daiteke. Eredu hau, eredu kognitiboaren aurrerapauso bat da. Modelo hau ondo ulertzeko, hasteko jakin beharra dago sistema bat zer den. Sistema bat, haien artean erlazonaturik dauden elementu multzo bat da, eta aldi berean, helburu berdinetara bideratuta daudenak. Esan bezala modelo honek fokatzeko sistemikoa dauka, problemak fokatzeko forma zientifikoa alegia. Marko kontzeptual baten barneko prozesu baten elementuak haien artean erlazonatzen eta sintetizatzen dituen multzo operazional bat da. Aurreko bi ereduetan irakaslea (pedagogia) eta ikaslea (psikologia) hartzen diren aintzat, eredu sistemikoan aldiz, kontuan hartzen den hirugarren bat dago: jakintza (matematika). Matematikaren Didaktika aztertzen hastek ezinbestean dakar hiru alde aintzat hartzea. Matematikaren Didaktika eduki matematikoen komunikazioaren eta eraikuntzaren arazo zehatzei aurre egiteko garatu da. Eredu honetan ikasleak zuzenean matematikarekin elkar eragingo du, ikasleak matematika sortzen duelarik.



1. Irudia: Transmisio eredu



2. Irudia: Eredu kognitiboa



3. Irudia: Eredu kognitiboa

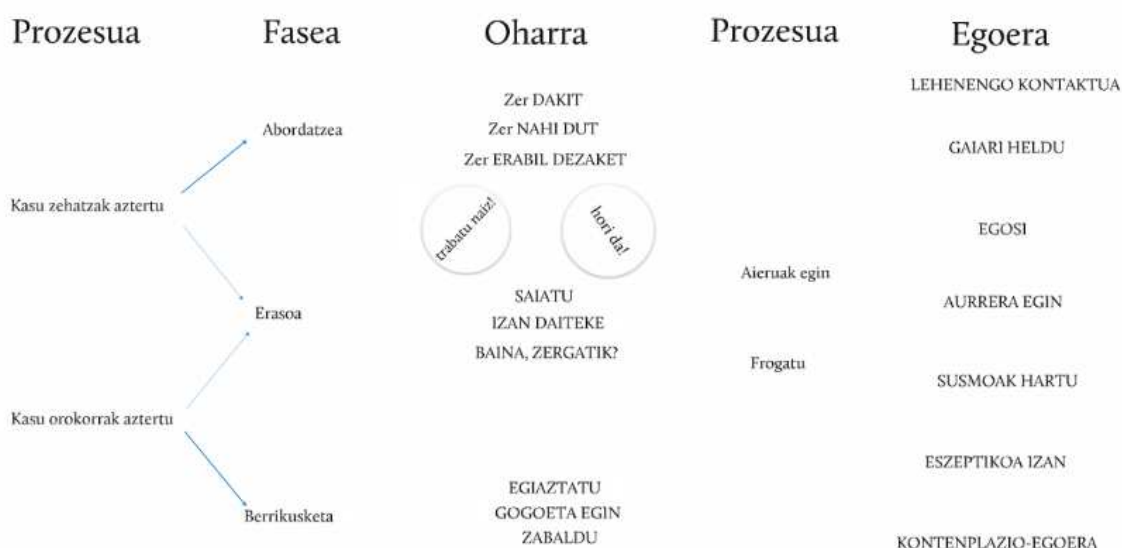
2.2. Problemen ebazpenari buruzko teoriak

Hainbat autorek problemen ebazpenari buruzko teoria ezberdinak planteatu dituzte historian zehar. Jarraian hauetariko hainbati erreferentzia egingo zaie, Mason, Burton eta Staceyek (1988) planteatzen duten MBS eskema lehendabizi, Luis Peredak (1999) planteatzen duen metodoa ondoren, hirugarrenik Polyak (1989) planteatzen duena eta bukatzeko, Guzmánek (1994) problemen ebazpenen teoriaren inguruan planteatzen duena aztertuko da.

Hasteko, esan bezala, Mason, Burton eta Staceyek problemen ebazpenaren MBS eskema aurkezten dute *Pensar Matemáticamente* (1988) liburuan. Aipaturiko autoreen arabera MBS eskemaren planteamendua, bost ideia nagusitan oinarritzen da. Lehen, zuk zeuk matematikoki pentsa dezakezunaren baieztapenean; bigarrenik, hausnarketari loturiko praktikaren bidez arrazonomendu matematikoa hobetu daitekeela; hirugarrenik, arrazonomendu matematikoa kontradikzioa, tentsioa eta sorpresa nahasten diren egoera batez bultzaturik datorrela; laugarrena, arrazonomendu matematikoa, galdera, erronka eta hausnarketa osagai nagusitzat

dituen atmosfera batean mugitzen denaren baieztapena litzateke eta azkenik, arrazonamendu matematikoak inguratzen zaituen mundua eta zeure burua hobeto ulertzen lagunduko zaituela. Ondoren aurkezten den eskema litzateke aipaturiko autoreek aurkezten duten MSB eskemaren laburpen moduko bat (Lasa, 2010):

Matematikoki pentsatu



4. Irudia. MBS eskema

Prozesuaren atalean lau puntu azpimarratuko dira: kasu zehatzak aztertzea, kasu orokorrak aztertzea, norberak bere buruarentzat oharrak hartzea eta azkenik, errebisioa eta aurreproiektua. Lehendabizi beraz, *kasu zehatzei* buruz hitz egiten hasiko da. Garrantzitsua da detaileetatik urruntzea eta erakusten duen forma analizatzea, ezinbestekoa baita arrazonamendu matematikoaren gaitasuna garatzeko. Kasu zehatz batek ez du normalean problema ebatziko, baina bide bat irekitzen du, izan ere, gaian sartzeko eta problema beste ikuspuntu batetik begiratzeko balio du. Bestalde, kasu zehatzek problemaren esanahia hobeto ulertzen lagunduko dute, eta honek aieru fundatuagoak egiten lagunduko du.

Lehenengo eta behin, problemaren esanahia hobeto ulertzen laguntzen du beraz, eta ondoren, baieztapena benetan sinesgarria dela konbentzitzeko. Aurrerago,

kasu zehatz ordenatu eta sistematiko batek eskema orokor bat deskubritzera eramaten du, soluzioa zuzena zergatik den ulertzera eraman dezakeena. Hainbesteko eraginkortasunez, hain errez eta hainbeste modu ezberdinetan erabili daitekeenez, kasu zehatzaren printzipioa arrazonamendu matematikoaren oinarritzko elementua dela baieztatzen da.

Zehazteak, adibideak aukeratzea esan nahi du: ausaz, problemaren esanahiaren ideia bat egiteko; sistematikoki, orokortzeari eremua prestatzeko eta trebeki orokortze bat egiaztatzeko. Agian kasuren batean ez da egongo lege orokorrik, kasu horretan kasu zehatzetara joateak problema sinplifikatzea suposatuko du, konkretuago edo zehatzagoa eginez.

Kasu zehatzen ondoren, *kasu orokorrei* buruz mintzatuko da. Matematikaren benetako muina osatzen dute orokortasunek. Orokortze prozesua azpiko eskema orokor bat intuitzen denean hasten da, nahiz eta oraindik argi azaleratzeko gai ez izan. Kasu zehatzen eta orokorren arteko lotura badago: partikularizazioaren prozesua, orokortasuneko prozesua oinarrituko den behar adina ebidentzia maila elkartzeko erabiliko da. Intuitu den eskema orokorra azaleratzean, aieru berri bat sortzen da non partikularizazioa berriek indartu edo suntsitu egin dezaketen. Aierua justifikatzearen prozesuak kasu orokor berri bat dakar berarekin, eta orain atentzioa ez da zentratuko zuzena zergatik izan behar duen aztertzean, baizik eta zuzena zer izan daitekeen aztertzean.

Orokortzeak, ondorengo hiru puntuak adierazten dizkiguten lege orokorren bat deskubritzea suposatzen du: “zerrek” eramaten gaitu egiara (aieru bat), “zergatik” dirudi egiazkoa dela (justifikazioa) eta “non” ematen du benetakoa dela, hau da, problemaren planteamendu orokorrago bat (beste problema bat).

Azpimarratu nahi den hirugarren puntua, *norberak berarentzat oharrak* hartzearen puntua da, arrazonamendu matematikoa garatzen lagundu baitezake. Hartu beharreko ohar hauek hiru motatakoak behar dute izan: garrantzitsuak iruditzen zaizkizun ideiak eta problema ebazten ari zarenean otu zaizkizunak, egiten saiatzen ari zarena eta horren inguruan iruditzen zaizuna. Trabatuta geratzen zaren momentuan

“trabatu naiz” idatzi, trabatua zaudela onartzea baita egoera honetatik ateratzeko eman beharreko lehen pausua.

Ez da desanimatu behar ohar asko idatzi behar direla ematen duenean. Ez da egiten den guztiaren berri eman behar; ohar laburrak hartzea da egin behar dena, non ohar labur hauek lagundu behar duten momentuan zauden problemaren egoera gogorarazten edo berreraikitzen. Ez da inoiz ahaztu behar zehazteaz eta orokortzeaz.

Aipatzeko azken puntua *errebisioa* eta *aurreproiektua* dira. Adibide oso zehatzen bidez eta segurtasuna ematen dutenen bidez problema interpretatzea da ideia, oraingoz behintzat problema ebazten saiatu gabe. Partikularizazio berriek gertatzen ari denaren ideia bat egiten lagunduko dute orduan.

Orokortzeak, kasu zehatz ezberdinetan aspektu komun batzuk daudela behatzea dakar, eta beste aspektu batzuk alde batera uztea. Behin formulatuta, orokortzea aieru batean bihurtzen da, non aieru hau ikertua izan behar den betetzen den edo ez ikusi ahal izateko. Prozesu oso honek matematikaren pentsamenduaren funtsa osatzen du.

Behin prozesuak azterturik, eskemaren laburpenean ikusi ahal izan dugun moduan, faseen garaia da. Hiru fase bereiziko dira: *abordatzea*, *erasoa* eta *berrikustea*. *Abordatzearen* fasean askotan lana partikularizazioekin hasten da, problemarekin familiarizatzeko. Probleuari zuzenean aurre eginda ebazten saiatzearen fasea erasoarena da, eta fase honek orokortze eta zehazte gehiago eskatzen ditu. Fase honetan ematen dira *trabatu naiz* eta *hori da* egoera gehienak. Aurkezten diren zailtasunak ebazteko saiakerak eraso fasearen barrenean mantendu gaitzake, edota abordatze fasera bueltatzera egin gaitzake. Problema bat utzi aurretik ezinbestekoa da hirugarren fase batetik pasatzea, berrikuste fasetik hain zuzen. Akatsen bat deskubritzeak berriro ere abordatze edota eraso fasera eraman gaitzake.

Lehenengo fasea beraz abordatzea litzateke. Ematen den informazioa ulertzean eta benetan galdetzen dutena zer den jabetzean datza. Abordatzearen fasean egin beharreko beste ariketa bat, erasorako prestakuntza tekniko batzuk egitearena da. Baliogarria da abordatze fasean hiru galderei erantzuten egituratzea lana: lehen

abordatzea: Zer da dakitena?; bigarren abordatzea: Zer da nahi dudana?; hirugarren abordatzea: Zer erabil dezaket?

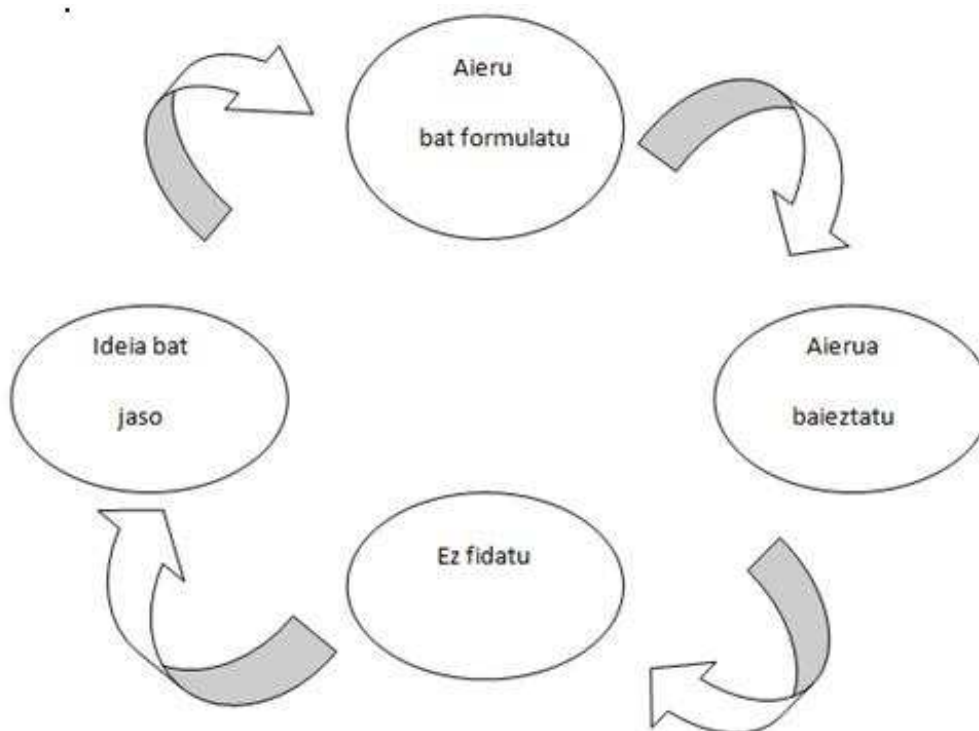
Lehenengo bi galderei erantzuteko, atentzio handiz enuntziatua irakurri eta zehaztu beharko da. Garrantzitsua da gutxienez problemak daukan informazio motaren zentzu bat lortzea eta hau nola erabili ahalko litzatekeen argitzea. Benetan zer nahi duzun argi duzun edo ez jakiteko, problema berreraikitzea oso baliogarria izan daiteke. Norberak bere hitzekin azpimarragarriena idaztea baliogarri da, problema dagoen bezala kopiatzea denbora galtze bat izan ohi den heinean. Sinboloak, diagramak eta grafikoak erabiltzeak asko laguntzen du probleman sartzen, eraso fasean murgiltzeko posizio ona eskainiko duelarik.

Bigarren fasean eraso fasea litzateke. Eraso fase honetarako aieruak egitea ezinbestekoa da. Aieruak eskala txikian egitea arrazonomendu matematikoaren nukleoa beraren parte da. Modu batez edo bestez zerbaitek egia izan behar duela sentitzean edo asmatzean datza, eta horren egia ikertzean. Aieruak egitea ezinbestekoa dela nabarmendu da, baina nola sortzen da aieru bat?

Lehenengo gauza eta ezinbestekoa konfiantza eta ausardia dira. Konfiantza aurreko arrakastetatik eta barruko tentsioak askatzearekin batera lortzen da, non barruko tentsio hauek normalean trabatuta egotearen sentimenduarekin eskutik helduta joaten diren. Erlaxazio horretara gerturatzen joateko, komenigarria da norberak, aurrerago aipatu den moduan, oharrak idaztea ideiarekin bat bururatzen zaion bakoitzean. Horrela atentzioa ideian fokatuko da, hurrengo pentsamenduak aurrekoa irentsi ez dezan. Bestalde, egiten ari zaren momentuan zer pentsatzen zenuen gogorarazten laguntzen du. *Saiatu* eta *izan liteke*, norberarentzat idazten diren ohar txikiak izatetik hasten dira, eta denborarekin ohartuko zara benetako aieru batean bihurtzen direla. Honenbestez, problema baten aurrean norbera ez bada seguru sentitzen ondorengoa idatzi behar da: *saiatu*, *baliteke* eta *baina zergatik?* (eta adibide zehatzekin zehaztu, norberaren konfiantza indartuko dute).

Gerta daiteke egoera bat aztertzen ari zarenean konturatzea aurretik aztertua duzun problema baten antza duela. Batzuetan antz handia izaten dute, baina normalean antza partziala soilik izaten da, hala ere, bi kasuetan oso baliogarria izaten

da problemaren aieru eta fokatze alternatiboak iradokitzeko. Aieruak formulatzea, frogatzea eta aldatzea problemen ebazpenen bizkarrezurra osatzen duten prozesuak dira. *Aieru bat formulatu*: eraikitzen ari zaren bitartean, beregan sinesten duzu. *Aierua baieztatu*: kasu eta adibide ezagun guztiak estali. *Ez fidatu aieruaz*: saiatu ezeztatzen kasu eta adibide benetan txarrak aurkituz. Aldi berean egiaztatu daitezken iragarpenak egiteko erabili. *Idea bat eskuratu*: aierua baliogarria zergatik denaren edo nola aldatu behar denaren ideia bat eskuratu. Ondorengo irudian ikus daiteke prozesu hau (5.Irudia).



5. Irudia: Prozesua

Azken fasea *berrikustearena* da, eta fase honetan aurkitzean atzera begiratzeko momentua da, norberaren arraznamendu gaitasuna hobetu eta zabaltzeko, eta ebazpena testuinguru orokorrago batean kokatzen saiatzeko garaia hain zuzen. Honek, alde batetik, atzera egitea eskatzen du, egin dena konprobatu eta gertaera klabeen inguruan hausnartzeko, baina bestetik, aurrera egitea eskatzen du erantzunak eta prozesua eremu zabalago batetara orokortzeko. Laburbilduz, erantzunak egiaztatzean,

ebazpeneko ideia eta momentu klabeen inguruan hausnartzean, eta testuinguru zabalago batetara orokortzean datza fase honek.

Berrikusketari ahalik eta probetsu gehien atera ahal izateko problemaren erantzuna pertsona batek irakurtzeko moduan idatzi behar da. Hau da, hiru ariketa hauek kontuan izanik norberaren oharretara bueltatu eta modu koherente batean idatzi beharra dago, gaiaren inguruan pentsatu ez duen edozeinek zer egin den eta zergatik egin den jakin ahal dezan. Hau eginez seguru aski ebazpena hobetzeko ideiak aurkituko dira eta beste problema batzuk ebazteko orokortu ahalko da.

Berrikustea fasea beraz, ebazpena beste pertsona batek irakurri ahal izateko moduan idazten hasiko da. Hau egiteak probleman ezkutaturik dauden ideia klabeak ateratzea suposatuko du. Momentu hauek gogoratzen saiatzea edo mentalki “fotografiatzera” garrantzitsua da esperientzia matematiko baliogarri baten erreserba bat eraikitzeko. Erantzun bat orokortzea modu natural batean egin nahi izaten den zerbait izan ohi da, problemaren aspektu berri bat planteatzean interesatzen ari zaren heinean sortzen delako, edo hobeto ulertzen zoazen heinean deskubritu duzunaren aplikazio posiblea iradokitzen dizulako. Hausnarketa da berrikusketa fase guztiaren zentroa.

Hiru faseetan aipaturikoa laburbilduz, esan daiteke, problema baten aurrean arrazonamendu faseak ez direla guztiz itxiak, izan ere, esperientziaren ñabarduren baitan daude, eta ez ariketa mekanikoen ñabarduren baitan. Hiru faseetan deskribaturiko ariketa guztien atzean orokortze eta zehazte prozesuak daude. Norberak dakiena, nahi duena eta berez erabili beharko lukeena aurkitzen da zehazte prozesuan. Zehazten, orokortzera daramaten legeak aurkitzen dira, eta orokortzen aierutara iristen da, non aieru hauek zehaztapen gehiagorekin egiaztatu behar diren eta honela problema testuinguru zabalago batera zabaltu ahalko da.

Oharretan azpimarratu beharreko hitzak *trabatuta*, *hori da!*, *egiaztatu* eta *hausnartu* dira. Oharrak, aldazio moduko bat kontsidera daitezke, bere inguruan soluzioa eraikitzen baita. Soluzioa egiaztatzen eta haren inguruan hausnartzen ere laguntzen dute, arrazonamendu matematikoa hobetzeko funtsezko osagai direlarik.

Trabatuta egotearen egoera, egoera osasuntsua da, izan ere, asko ikas daiteke egoera honetatik. Hau oso baliogarria izaten da problema gogorrago bati aurre egin behar zaion momenturako eta benetan trabatuta gaudenean irtenbidea errazago bilatzeko. Trabatuta zaudela errekonozitzea eta onartzea ez da dirudien bezain erraza. Batzuetan trebatua egon zaitezke baina ez zara horren kontziente izaten honen aurrean zerbait egiteko. Behin trebatuta zaudela jabetu zarenean, ez da ikaratu behar. Erlaxatu, onartu eta poztu egin behar da, ikasteko aukera paregabea delako. Lagun hoberena zehaztasuna da. Ideia berri bat bururatzean eta trabatzetik ateratzean, idatzi laburki zein den zure ideia. Saiatuko zarenak martxa hartuko duela ematen badu, *hori da!* idatz daiteke, honek hobeki sentiarazten laguntzen du.

Oraindik ere trabaturik jarraitu ezker, badaude hiru ariketa ondo etortzen direnak: bata, problema galdera zehatz batetan adieraztea; bigarrena, kontzienteki sustatzen uztea eta azkena, muturreko zehaztasunak eta orokortzeak egitea.

Aztertuko den bigarren autorea *Luis Pereda* izango da. Peredaren esanetan (1999) haurrek barneratzea eta lantzea nahi dugun ebazpen-prozesuak lau urrats ditu: *egora ulertzea, egoera eskematizatzea, eragiketa egin eta soluzioa idaztea, eta azkenik, problemaren soluzioa frogatzea.*

Egoera ulertzearen lehenengo urrats honetan problema bi edo hiru aldiz irakurri beharko litzateke. Behin irakurrita, ulertu ez den hitzen bat dagoen ala ez begiratu beharko da, ulertu ez den hitzen bat egongo balitz, hau argitu beharko litzateke. Behin enuntziatua bere osotasunean ulertu denean, alde batetik datuak detektatu beharko ditugu eta bestalde, planteatzen zaigun galdera. Kasu honetan datuak urdinez azpimarratuko dira, eta galdera berriz, gorriz. Urrats hau amaitutzat eman eta hurrengora pasa ahal izateko, nork bere buruari problemaren funtsa kontatu beharko dio, begiak itxita, datuak eta galdera bereiziz.

Egoera eskematizatzearen urrats honetan egoera eskematizatzea litzateke helburua. Horretarako, hasteko problemaren datuak eta galdera zuzen errealean adierazi behar ditugu, gezi-diagrama baten bidez. Datuak (zenbakiak) eta galdera (?) diagraman dagozkien geziaren gainean ipiniko dira.

Hirugarren pausuan, *eragiketa egin eta soluzioa idaztearen* fasean alegia, norberak bere buruari planteatu beharko dio, ea aurreko puntuko gezi-eskemak bistan jartzen duen eragiketa. Hala bada, aurrera jarrai daiteke, eta hala ez bada, birplanteatu egin beharko litzateke eragiketa bistan geratu arte. Behin hau eginda, kasuan kasu egin beharreko kalkulua egingo da. Azkenik, soluzioa idatziko da, problemako galderari emandako galdera oso gisa.

Behin aurreko guztia eginda, azken urratsa geratuko litzateke, *emaitza frogatzearena*, eta hemen, problemen soluzioa frogatu behar da. Hasteko, geure buruei galdetu behar diegu ea emandako erantzuna logikoa den ala ez. Behin logikoa dela ziurtatu denean, erantzuna eskemara eramango da eta eskeman dugunean, berriro ere norberak bere buruari galdetuko dio ea logikoa den ala ez. Bukatzeko, problema berriro irakurriko da eta amaitutzat eman ahal izateko, ezin da inongo dudarik ez galderarik geratu. Lortutako soluzioa egoerako datu bat gehiago balitz bezala sartuko da. Hasierako problema, orain, istorio koherente bihurtu al da?

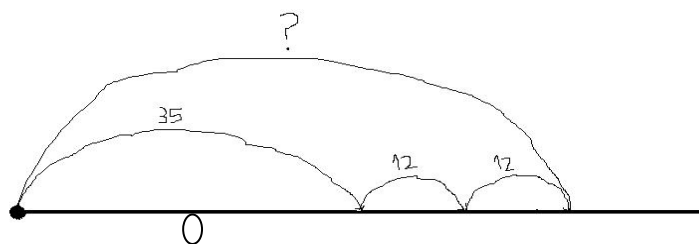
Peredaren esanetan, edozein problematan ezinbestekoa da *datuen* (ezagutzen denaren) eta *galderaren* (kalkulatu behar denaren) arten den dialektikaz jabetzea. Eskematizazio horretarako zuzen erreala planteatzen du, nahiago du hau erabiltzea Venn-en diagramak edo bestelako diagramak baino, bere ustetan modurik argiena eta dotoreena delako. Kontutan izan behar dugu lehen zikloaz ari garela, eta hemen batuketa edo kenketa bat planteatzea eskatzen duten problemak lantzen direla gehienbat. Zuzen errealean teknika izango da guztiak grafikoki adierazteko erabil daitekeena (beste eskemak ezin dira erabili).

Bestalde nabarmentzen du, “batuketa-problemak” eta “kenketa-problemak” ez direla aparte landu behar, bi eragiketok elkarren osagarri diren heinean eta problema edo egoera berberak ebazteko balio dutelarik: *aldaketa-, konbinatze, konparazio* eta *berdintze* egoerak.

Peredak (1999) planteatzen duen modeloari jarraiki problema matematiko baten ebazpena gauzatuko da jarraian. Enuntziatua ondorengoa litzateke: “Mikelek 35 zentimo kostatzen den gozoki-poltsa bat eta bi txupatxus erosi nahi ditu. Txupatxus bat 12 zentimo kostatzen da. Zenbat diru gastatuko du Mikelek?”

Hasteko, lehen urratsa eman beharko dugu, *egoera ulertzearen* urratsa alegia. Horretarako prozesu hau jarraituko da: Ikasle bakoitzak datuak eta galdera azpimarratuko ditu eta ondoren irakasleak galdetuko du: Zertaz ari da problema? Zer erosiko du Mikelek? Zer kalkulatu behar dugu? e.a. Behin hau eginda, datuak zein diren identifikatu beharko dira, kasu honetan, Poltsa 35 zentimo kostatzen dela, Txupatxus bakoitza 12 zentimo kostatzen dela eta Bi txupatxup erosiko dituela izango lirateke datuak. Datuak identifikatu ostean, zer kalkulatu behar den jakin beharko da. Kasu honetan dena zenbat kostatzen zaion izango da asmatu beharrekoa. Bukatzeko, irakasleak haurren batek problemaren funtsezkoa kontatzeko eskatuko du, beti ere testua aurrean ez duelarik.

Bigarren pausoa *eskematizazioa* egitea izango litzateke eta horretarako, irakasleak eta haur bakoitzak eskema hau egingo dute (ikus 6.Irudia).



6. Irudia: Eskematizazioa

Hirugarren pausoa eman ahal izateko (*eragiketen eta soluzioen fasea*) irakasleak eta haur bakoitzak batuketa egin eta soluzioa osorik idatziko dute.

$$\begin{array}{r}
 35 \\
 + 12 \\
 12 \\
 \hline
 \end{array}$$

Soluzioa: Mikelek 59 zentimo gastatuko ditu.

Laugarren eta azken pausoa, *soluzioa baliokotzat jotzea* litzateke. Hasteko, irakasleak eta haurren batek egoera kontatzen dute, soluzioa problemaren testuan sartuz. Ondoren erantzuna ea logikoa den ala ez planteatuko da eta bukatzeko, norberak problema berriro irakurriko du.

Hau da Peredak behin ikasleari problema planteatu zaionean honi aurre egiteko planteatzen duen modeloa. Bestalde, azpimarratzen du, haurrek problema kontzeptua barnera dezaten eta batuketa-kenketazko problemen oinarritzko egitura ezagutzen has daitezten (datu ezagunak kalkulatu beharreko zerbaitekin erlazionatuta), beharrezkoa dela haiek problemen asmakuntzan parte hartzea. Modu ezberdinetara planteatu diezaiekegu problema hauen asmakuntza:

Egoera bati buruzko bi binetatan oinarrituta problema asmatzeko eska daiteke: 1. bineta (1. datua), 2. bineta (2. datua) eta 3. bineta (?). Beste ariketa mota bat, zuzen errealean emandako eskema bati erantzuten dioten problemak asmatzea izan daiteke. Adibidez, jarraian aurkezten den problema (7. Irudia).



7. Irudia: Planteatu diezaiekegun problema bat

Hirugarren bat, datuak erlazionatuz galderak egitea izan liteke. Irakasleak bi datu ematen ditu egoera batez, eta haurrek datu horiekin erantzun daitezkeen galderak egin behar dituzte. Adibidez, “Xabierren anaiak hamabi urte ditu, eta Xabierrek zazpi”, “Begoñak zortzi kromo ditu; Miren lagunak sei kromo oparitzen dizkio”, “Xabierrek hamabi ipuin ditu; Jon lagunak hiru ipuin gutxiago ditu”, “kaxa huts batek bi kilo pisatzen ditu; hamaika kilo patata sartzen dugu bertan”, “artzain batek zazpi ardi txuri eta bederatzi ardi beltz ditu” edota, “saski batean bederatzi sagar eta hiru madari daude. Lau sagar usteldu egin dira”. Galdera bat egin eta ondoren

erantzuteko behar diren datuak aipa daitezke, hau da, irakaslek galdera bat egiten du eta hurrek galderari erantzuteko behar diren datuak esan beharko dituzte. Adibidez: “Zenbat goxoki eraman ditut goizean eskolara?”, “Jonek baino zenbat urte gutxiago ditu Pablok?”, “Zenbat kromo galdu zizkidan anaiak?”, “Zenbat kilo pisatzen du kaxoi hutsak?”, “Zenbat auto zeuden garajeen arratsaldean?”, “Zenbat ikasle iritsi dira goizeko bederatzietatik aurrera?” edota “Zenbat ardi beltz zeuden artaldean?”

Hirugarrena Polya izango da. *Polyak (1989)* problemak ebazteko aurkezten duen modeloak, ezaugarri orokorretan aurretik Mason, Burton eta Staceyek (1988) aurkezten duten modeloaren antza dauka, baita Schoenfeldek (1985) aurkezten duen modeloarena ere. Problema bat ebazteko bost pausu aurkezten ditu Polyak. Lehena, *problemarekin familiarizatzea* litzateke eta fase honi norberak bere buruari galdera batzuk egiten emango zaio hasiera: nondik has naiteke? Zer egin dezaket? Zer irabazten dut hau eginaz? Autoreak galdera hauentzat erantzun batzuk proposatzen ditu. Problemaren enuntziatutik hasi behar dugu eta problemari bere osotasunean begiratu behar diogu, detaileetan sartu gabe. Hau eginez hainbat gauza lortuko dira, esaterako problema ulertzen laguntzen du, berekin familiarizatzen, problemaren helburua buruan grabatuz. Problemari eskaintzen zaion atentzioak memoria estimulatu dezake baita ere eta puntu garrantzitsuak jasotzeko prestatu lezake.

Planteatzen duen bigarren urratsa *ulermen hobe batentzat lana egitea* litzateke eta oraingo honetan ere norberak bere buruari galdera batzuk egiten emango zaio hasiera. Nondik hasi beharko nuke? Zer egin dezaket? Zer irabazten dut hau eginaz? Lehen esan bezala, enuntziatutik hasiko da, problemaren ebazpenari aurre egiten hasteko enuntziatuaren esanahia oso argi izan behar da, hau da, geure buruetan barneraturik izan behar dugu. Behin ondo ulertu denean, problema baten zati garrantzitsuenak baztertuko dira. Hipotesia eta ondorioa izango dira “demostratzeko problemak” direnean zati garrantzitsuenak; ezezaguna, datuak eta baldintzak aldiz, “ebazteko problema” baten aurrean gaudenean.

Problemaren funtsezko zatiez arduratu behar da, hasteko banan bana kontsideratuz, eta ondoren haien artean konbinatzen, detaile bakoitzaren artean eta detaileen eta problema bere osotasunaren artean existitu daitezkeen erlazioak eginaz.

Hau dena eginaz, detaileak prestatu eta argitzen joango da, non hauek hurrengo pausorako eremua prestatzen lagunduko duten.

Hirugarren fasea *ideia baliagarri* bat *bilatzea* litzateke eta berriro ere galdera batzuk planteatuko dira: nondik hasi behar dut? Zer egin dezaket? Zer aurki dezaket? Nola izan liteke ideia bat baliagarri? Hasteko beraz, problemaren funtsezko zatiak zehaztuak izan behar dira. Behin hau eginda, problema hainbat ikuspuntutatik kontsideratuko da, eta aurretiko ezagutzekin kontaktu puntuak ezartzen saiatuko gara. Gogoratzen saiatu behar da, aztertzen ari garen egoeran familiarra egiten zaigun zerbait bilatzen. Honen bitartez ideia baliagarri bat aurki daiteke, agian ideia erabakigarri bat izan liteke, problemaren erantzunera zuzenean eraman gaitzaken ideia bat alegia. Ideia bat baliagarria izan dadin, arrazonamenduaren osotasuna edo zati bat ikustarazi behar da.

Problemaren ebazpenerako planteatzen duen laugarren puntua *planaren gauzatzea* da. Fase honi hasiera eman ahal izateko, abiapuntua zuzena dela ziurtatu behar da. Ondo ari garen jakin ahal izateko, norberak bere buruari galdetu behar dio ea planteatzen den egoeraren guztizko ulermena duen ala ez.

Problemen ebazpenaren teoriaren inguruan irakurketa sakon bat egin zuen beste autore bat *Guzmán (1994)* izan zen, eta honek Polyak (1989) planteatzen zuenaren antzeko estrategiak planteatzen ditu, baina esan daiteke gehiago sakontzen dituela fase hauek. Bere modeloak antz handia hartzen du Mason, Burton eta Staceyek (1988) planteatzen duten modeloarekin. Lehenengo fasea *problemarekin familiarizatzea* izango litzateke. Guzmánek (1994) dio egoera sakonki ulertu behar dugula fase honetan eta horretarako ezinbestekoa dela lasaitasunez hartzea eta norberak bere erritmoa jarraitzea. Egoerarekin jolastu behar dugula dio, problemaren nondik norakoa zehazten saiatu behar dugula eta bidez batez, egoerari beldurra galtzen. Norabide batean lanean hasi aurretik problemarekin ahalik eta gehien familiarizatu beharra dago. Esku hartzen duten elementuen ideia argi bat dugula aseguratu behar dugu. Mentalki haiekin jolastea oso garrantzitsua da baina ahal izan ezkerro, fisikoki haiekin jolasten saiatu behar da, manipulatzek asko laguntzen baitu. Beti ere buruan presente izan behar da hasierako abiapuntua zein zen eta zein den bukaerako egoera, lortu behar dena alegia.

Planteatzen duen bigarren urratsa *estrategien bilaketa* litzateke. Puntu honetan Guzmánek (1994) egiten dituen ekarpenak anitzak dira. Autoreak proposatzen du beti ere errazetik hasi behar dela, hau da, planteatzen den problemaren antzekoa den beste problema sinpleago batean pentsatu edota sinpleagoa dirudien problemaren zati bat hartu eta honi aurre egitea. Esperimentazioa eta obserbazioa dira problemaren ebazpen eta deskubrimendurako teknikarik eraginkorrenak, izan ere, horrela aieruak sortuko dira. Norberaren aieruak egoera nolakoa izango den iragartzen laguntzen dizu. Esperimentatzen jarraituko da eta norberak sortutako aierua egiaztatuko du, horrela, jakin ahalko dugu aieruari uko egin behar zaion dagoeneko betetzen ez delako edo baieztatzen jarraitzen den eta aurrera jarraitu dezakegun. Aieruarekin aurrera jarraituko bada, ondoren datorren lana aieru horrek baieztatzen duena beti emango dela egiaztatzea izango da.

Hirugarren fasea *zure estrategia aurrera eramatea da eta laugarrena prozesua errebisatzea eta ondorioak ateratzea*. Problemen ebazpena analizatzen hasi zenetik normalean lau etapa garrantzitsutan analizatua izan da: prestaketa, inkubazioa, argiztapena eta egiaztatzea. Lehen eta azken etapek kontzienteki egiten den lanari eta estrukturalazio sistematiko bat onartzen duenari erantzuten diote. Problemekin familiarizatzeko eta estrategiak bilatzearen etapek prestaketa honi erantzuten diote. Inkubazio eta argiztapen etapak aldiz, subkontzienteki egiten dugun ariketa sakonaren emaitza dira. Sortu diren estrategien artean eraso egiteko ideia bat aukeratu beharra dago. Ez etsi edozein zailtasunen aurrean baina irteerarik ez duela ikusten bada ez jarraitu buru-belarri estrategia horretan murgildurik. Garrantzitsua da erdizkako emaitzekin ez konformatzea, esaterako *“hau egingo banu honek horra eramango ninduke eta ziur horrek problema ebazten duela”*. Ekintzan jarri diren estrategietako batek ere hasieran pentsatzen genuen helburuetara ez garamatzala ikusten bada, aurreko fasera bueltatzea da egokiena, oraingoan aurrekoan baino ezagutza gehiagorekin. Erasoko plana egiten ari garela arreta galaraztera eraman gaitzaketen ideia berriak sortzen badira, alde batean idatziko ditugu, gerorako baliogarriak izan baitaitezke, baina ez dugu atentzioa haietan jarriko.

Problemen ebazpenak egiterakoan helburu garbi bat norberaren pentsamendu prozesuak hobetzea izan behar da, eta helburu hau askotan hobekiago lortzen da problemaren ebazpena egitera iristen ez bagara. Helburu hau lortzeko ezinbestekoa den puntua egin dugun prozesu guztiaren inguruko hausnarketa egitea da (atzera begirako ikuspegia). Osatzen joan garen protokoloak asko lagundu gaitzake, gure pentsamendu prozesuari errepara diezaiokegu, finean, norberaren jarrera problema baten aurrean. Prozesuarekiko hausnarketa bi ikuspuntu ezberdinetatik egin behar da: lehena, ebazten aritu garen problemaren ikuspuntutik. Alde batetik, jarraituriko bidea aztertu (problemaren tratamenduan zeintzuk izan diren norabide aldaketaren puntuak, estrategia zuzenetara gerturatu garen ala ez, zein momentutan eta zergatik, edota zergatik ez dugu estrategia zuzena antzeman, informazioa falta zaigulako? e.a.) eta bestalde, ulertzen saiatu behar da, ez soilik erantzuna baliozkoa den ala ez den, baizik eta zergatik den baliozkoa, ea nola iritsi garen erantzun horretara, ea elementuak nola elkar eragiten duten horraino iristeko e.a. hau da, erabilitako metodoek, lortutako emaitzek eta sortutako ideiek noraino eman dezaketen aztertu behar dugu.

Bigarrena, ikuspuntu orokorrago eta sakonago batetik egitea litzateke. Problemen ebazpenen esperientziak errepikatuz norberak pentsatzeko duen modua ezagutzen joango da gutxika. Bakoitzak berea dauka, honela norberak bere burua hobeto ezagutuko du eta norberaren pentsatzeko erari ahalik eta zuku gehien ateratzen lagunduko dio.

Aurretik aipaturikoak problema baten ebazpena gauzatzeko proposatzen dituen faseak lirateke. Jarraian, Guzmanen (1994) iritziz problema baten aurrean eduki behar den jarreraz mintzatuko da. Jarrera honen pilareak konfiantza, lasaitasuna, ikasteko gogoia, jakinmina eta erronkarekiko nahia dira.

Azkartasunak ez digu utziko egoerarekin ohitzen, ez datuak ondo lantzen, ez haiekin mentalki jolasten, ezta soluziora eramango gaituen bideetan murgiltzen ere. Presak, inora ez daraman biderantz eramango gaitu. Ez ezazu pentsa problema, zure gaitasuna neurtzeko aztertzaile zorrotza denik, ikasteko aukera baizik. Zeregina primeran ebatzi ez arren, zure buruak ikasi egingo du, eta hortik aurrera zeregin askotan trebeagoa izango da, baita problema jakin hori baino zeregin

garrantzitsuagoetan ere. Saia zaitez problema-egoera zurea ez den eguneroko ikuspegitik planteatzen; gurasoa bazara, seme-alabaren ikuspegitik; saltzailea izanez gero, eroslearenetik, irakaslea bazara, saia zaitez ikaslearen ikuspegia asmatzen.

Eskema, diagrama edo irudi baten laguntzaz askoz hobeto pentsatzen da soilik hitzen, zenbakien, formulen eta sinboloen laguntzaz baino. Sortzen den irudi, diagrama edo dena delakoak problemaren datu garrantzitsuenak jaso behar ditu eta nahastera eraman gaitzaketenak alde batera utzi behar ditu. Laguntzen duen beste aspektu bat planteatzen den egoeraren antzeko bat bilatzea litzateke. Norberak bere buruan seguru aski aurki dezake planteatzen den egoeraren antzeko egoeraren bat. Antza duten egoera hauek gogorarazteak konfiantza puntu bat emango digu eta erasorako prozedura baliogarriak sortuko dizkigu. Hizkuntza egokia aukeratzea ere ezinbestekoa da. Problemaren ebazpenean hasi aurretik geure buruei ondorengo galderak egiteak lagunduko digu: “hizkuntza geometrikoa erabiltzea komenigarria izango al da, edo diagrama baten bidez hobeto ulertuko da?”

Lagundu dezaken beste teknika bat, problema ebatzita irudikatzean datza, hau horrela egitean, bilatzen ari garenetik hurbilen dauden datuak agertzen baitira eta bilatzen ari garenaren bidean murgiltzeko bidea errazago ikusiko dugu. Bestalde, kontrako ariketa egitea ere komenigarria da. Demagun egoera baten aurrean eta hainbat esperimendu egin ondoren P egoera batetara iritsi garela eta demostratu nahi da P aierua egiazkoa dela. P egoera ematen ez dela planteatu daiteke, eta hortik zer deduzitu daiteken aztertu daiteke, gertaera, teorema edota hipotesi batekin kontradikzio batetara iristen saiatuz.

Teorian problema baten ebazpenaren aurrean eman beharreko pausoak argi izan arren eta egoera hauen aurrean izan behar dugun jarrera ere argi izan arren, praktikara eramatean eragiten duten eragile asko egongo dira eta mota ezberdinetako blokeoak egon daitezke. Alde batetik, jatorri afektiboa duten blokeoak aurki ditzakegu. Beldurrak izan daitezke blokeo baten jatorri: Porrotari beldurra, nahasteari beldurra, lotsagarri geratzeari beldurra edota azterketari beldurra. Honen aurrean esan beharra dago, porrota eta nahastea esperimendatzeak bere alde positiboak dituela. Porrota gertutik bizitzeak, etorkizunean harekiko gure beldurrak hobeto baloratzen ikasten

laguntzen du eta etorkizunean gauzak hobeto egiten erakusten du. Gure egungo gizartean sortu dugun mundu pedagogiko eta akademikoak pertsonen gauzatzeen balore globalari arreta eskasa eskaintzen dio, eta ez dute akatsentzako lekurik uzten. Akatsak egiteko beldurra galtzen duenak plan berrietan parte hartzeko aukera izango du, arrisku gehiago eskatzen dutenak agian, baina asmatuak izan ezkerok ekar ditzaken onurak askoz aberatsagoak izango direnak. Azkenik, askotan mugatzen gaituen eta beldurra ematen diguna, guregandik espero diren parametroetatik ateratzea izan ohi da. Gure inguru familiarak, profesionalak nahiz sozialak gure aktibitate pertsonala gu beti ikustea espero gaituzten molde batzuen arabera lerrokatzen gaituzte. Batzuetan gu geu gara paper zehatz batzuetan sailkatzen garenak. Molde horretatik ateratzeak beldurra eman ohi du eta atzera eginarazten du.

Ezagutzazko blokeoak ere egon daitezke. Gauden egoera batetik beste batera iritsi nahi dugunean eta bidea ezagutzen ez dugunean, arazo baten aurrean gaudela esan daiteke. Zentzu honetan, ezagutzazko edozein zereginetik, problemaren ebazpenak dituen osagaiak dauzka. Hemen aipatutako blokeoak, gure problemaren trataerari emandako bi zatiri buruzkoak dira; *problemaren pertzepzioa eta problemaren erasoari buruzkoak*

Blokeo kulturalak eta ingurumenezkoak ere eman daitezke. Normaltasunetik eta logikoa den zerbaitetik ateratzea kosta egiten da askotan, zerbaiti aurre egiterakoan, logikoa eta normala kontsideratzen dena jarraitzera behartzen baita askotan. Gauzak horrela, problema baten ebazpenari aurre egiterakoan erantzun egokia bilatzera bultzatzen gaituzte, eta erantzun egokia bakarria izan behar duela auresuposatzen da. Problema zehatz baten aurrean ez da lehenengo lorturiko erantzunarekin konformatu behar, nahiz eta zuzena izan, hainbat erantzun egoki aurkitzen saiatu behar da. Problema bati aurre egiten diogun lehen etapan, planteamendu logikoen gaineratik aske hegan egiten saiatu behar da, irudimenez jositako aieruetan pentsatuz, fantasia munduan murgilduz. Praktikoak izatea ezinbestekoa da, irudimena kultibatzen du. Problema bat ebazteko ideia berri baten beharra badago, ideia hau sortuak ez dauden ideietatik aterako da batik bat, eta ez sortuak dauden ideietatik. Egoera errealak konplexuak dira, sakonak, anbiguoak, eta ikuspuntu ezberdin asko onartzen dituztenak.

Hala ere badaude jarrera batzuk blokeo hauen aurrean desblokeatzen laguntzen dutenak. Eduki beharreko jarreraren funtsezko osagaia galdetzea da. Jakinminak eragindako galdera ezagueraren motorra da. Orokorrean, denborak aurrera egin ahala, galderak egiteak aspertu egiten gaitu. Handitzen goazen heinean, galdetzeak lotsarazi egiten gaitu, gaiari buruzko ezjakintasuna aitortzen ari garela iruditzen baitzaigu, eta gu baino jakitunagoa denarengana apaltasunez jotzea eskatzen baitu. Galdetzen duena, ordea, urrutira iristen da, jakitun izaten da, eta elkarreraginez ezaguera jasotzen du bere buru-egituran. Ideien zerrenda egiteak ere balio dezake, izan ere, argiago definitzera, eta era berean, konponbidera eraman gaitzaketen elementu zehatzen azterketa erabilgarriak egitera behartuko gaitu.

Zer da problema matematiko bat?

Gehiengoagatik onartzen den baieztapena da, problemen ebazpenak pentsamenduaren garapena eta arrazonamendu logikoa dituela helburutzat. Bestalde, esanguratsua da zenbat eta zenbat ikasle kopururekin ez den helburu hau lortzen problemen ebazpenen bitartez. Beraz hemendik deduzitu daiteke, edo problemen ebazpenek ez dutela ikaslearen pentsamenduaren eta arrazonamendu logikoaren garapena benetan bermatzen, edota eskoletan ebazten direnak ez direla benetako problemak (Fernández Bravo, J.A., 2000, 12).

Problema matematikoen definizioa nahiko anbigua da, eta ez ditu hala kontsideratua izan dadin beregain izan behar dituen ezaugarrien mugak ondo finkaturik. Gauzak horrela, autore bakoitzak bere errepresentazioa planteatzen du bere testuinguruan lortu nahi dituen helburuen arabera. Anbiguitasun honetan eragiten duten hainbat faktore daude. Hasteko, badaude batzuk problema baten ebazpena helmuga bezala kontsideratzen dutenak eta beste batzuk, prozesu bat kontsideratzen dutenak.

Helmuga bat denaren ikuspuntutik begiratu ezkerre, problema zehatzetatik, prozeduretatik edo metodotatik, edota eduki matematikoetatik independentea litzateke. Kasu honetan garrantzitsua dena, problemak ebazten ikastea da. Ikuspuntu

honek Curriculumean nahiz praktikan eragina izango du. Problema matematikoak helmuga baten barruan kokatzearen kontsiderazioaren barruan, Brancak zioen:

“Matematikak erakustearen benetako justifikazioa bere erabilgarritasuna dela, eta zehazki, hainbat motako problemak ebazterako garaian laguntzarako balio izatea” (Blege, 1979, 143.orr.)

Problemen ebazpena *prozesu* bat dela kontsideratzen badugu, bereizi behar da ikasleek problema bati ematen dioten erantzuna eta erantzunera iristeko jarraituriko pausuak edo prozedurak. Hemen jokoan jartzen diren metodoak, prozedurak eta estrategiak dira garrantzia hartzen dutenak. Problemen ebazpenen prozesuko parte hauek dira muina, eta hala izanik, matematikako Curriculumearen zentroan kokatu behar dira.

Definizioak ematen hasi aurretik, ariketa matematiko baten eta problema matematiko baten arteko ezberdintasuna egitea komenigarria ikusten da. Ariketetan azkar erabaki daiteke ebazten badakigun bai edo ez; algoritmo bat aplikatzean datza, non algoritmo hau ezagutu dezakegun edo ez. Behin algoritmo hau ezagutua, aplikatzea besterik ez da geratzen. Hori dela eta, ikasleen artean sindrome orokortu bat zabaldu da: egin beharreko lan bat planteatzen zaien momentuan, azaleko hausnarketa bat egin ondoren “badakit” edo “ez dakit” erantzuten dute, erabili beharreko algoritmoa ezagutzen duten edo ez dutenaren arabera. Hor bukatzen dira gehienetan haien gogoetak.

Problemetan jarraitu beharreko bidea aldiz, ez da bistakoa eta ez du zertan bakarra izan. Ez dago aurretik erakutsia, ez eta kodifikatua, hau da, ezin dira aplikazio memoristikoaren edo mekanikoaren bitartez ebatziak izan. Ezagutza ezberdinak eduki behar dira eta ez dira zertan soilik matematikoak izan; eremu ezberdinetako aurre ezagutzak erlazionatu behar dira. Gainera, ikasleari interesatzen zaion zerbaitetan oinarritua egon beharko luke, ebazteko gogoia piztu arazten dien zerbaitetan. Finean, denbora eta esfortzua eskaintzeko prest ageri behar dute problema batean aurrean. Guzti hau kontuan hartuz, behin ebatzita, plazer sententziaz hornitu behar gaitu. Plazer

sentsazio hau ez du bakarrik soluzioa bilatzeak eman behar, honen bilaketaren prozesuak eta ematen ditugun aurrera pausoek ere plazerez hornitu behar gaituzte. Problema baten ebazpenak aurretik ezagutzen genuenari zerbait gehitzen dio; egoera ezagunei beste ikuspuntu batzuk eskaintzen dizkie edo aurretik genekienarekin erlazio berriak egiteko aukera eskaini behar digu.

Problema eta ariketa baten arteko ezberdintasuna markatu ondoren, jarraian, autore ezberdinek problema matematikoei ematen dizkieten definizioak aztertuko dira. Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzako irakasle batzuei galdetu izan zaienetan (Contreras, 1992) irakasle bakoitzak bere ikuspuntua adierazi izan du eta erantzun hauetan argi ikusi da ez dagoela guztiz finkaturik problema matematikoen esanahiaren nondik norakoa. Irakasle batek dio, egoera baten planteamendua dela, non soluzio bat eskatzen duen elementu konfliktiboren bat aurkitzen den, beste batek, kalkulatu behar ditugun hainbat datu ezezagun dituen egoera bat dela dio. Hirugarren baten esanetan, arrazonamendu logikoa eskatzen duen ariketa motibagarri bat da, aurre ezagutza batzuen beharra dagoena eta horien bitartez deskubrimendu batera iristen zarena. Azken batek, eremu zabalago batetara eramaten du, problema matematiko bat ebatzita ez dagoen baina definitua dagoen zerbait dela dio.

Matematikarien artean ere ez dago guztiz definiturik problema matematikoaren definizioa. Besteak beste, Kantowskik ondorengo definizioa ematen du:

"Un problema es una situación que difiere de un ejercicio en que el resolutor no tiene un procedimiento o algoritmo que le conduzca con certeza a una solución." (Kantowski, 1981, 113.orr.)

Kantowskiren esanetan ikasle eta irakaslearen arteko harremana da garrantzitsua, eta ez problema bera. Ikaslearen problema bat benetan problema bat da, berak horrela onartzen duenean. Sei urteko ume batentzat problema izan daitekeena ez du zertan problema izan behar hamabi urteko batentzat. Rubinsteinekin (1966) bat dator honetan, non problemaren kontzepzioan subjektuaren jarrera aktiboa

azpimarratzen duen, egoera problematikoaren eta problema beraren arteko bereizketa egiten.

Psikologoek ere problemen ezaugarrien inguruan ikertu dute. Honen harira, Mayerrek baieztatzen du psikologo gehienak bat datozela problemek ondorengo ezaugarriak izan behar dituztela esatean:

"Datuak: Problema hasiera batean informazio zati, objektu, baldintza e.a. zehatz ditu. Helburuak: Bilatzen den egoerak helburua lortzea suposatzen du. Pentsamenduak problema hasierako egoeratik bukaerako egoerara eraldatu beharko du. Oztupoak: Pentsatzen duenak bere baitan bide batzuk izango ditu hasierako edo bukaerako egoerak aldatzeko. Bestalde, oraindik ez daki erantzun aproposa; hau da, problema ebartziko duen jarreraren sekuentzia egokia ez da guztiz begi bistakoa" (Mayer, 1983, 18. orr.).

Bukatzeko, *hiztegiak* eskaintzen digun definiziora joko dugu. Honetan argi ikus daiteke ez dela batere zehatza ematen den definizioa, aurretik aipatu dugun anbiguitasun honen ondorio posiblea litzateke hau. Hori dela eta, Real Academia de la Lengua Española (AA.VV.1970) hiztegiak, problema honela definitzen du "*Cuestión que se trata de aclarar; proposición o dificultad de solución dudosa. Conjunto de hechos o circunstancias que dificultan la consecución de un fin*". Santillana argitaletxeko gaztelerazko eskola hiztegiak honela definitzen du: "Cosa que hay que resolver o solucionar y de la que sólo sabemos unos datos. Cosa mala o difícil que nos preocupa o no nos deja hacer algo".

Behin problema baten nondik norakoa argitzen saiatu ondoren, problema matematikoak lantzea garrantzizkoa zergatik den argitzen saiatuko gara. Edozein problemen aurrean pentsatu egiten da. Norbanakoak bere denbora eta energia asko erabiltzen du pentsatzen, ekintzarako norberaren gida baita pentsatzea, momentu bakoitzean aurre egin behar dion problema handi edo txikiei aurre egiteko gida hain zuzen.

Edozein aukeraketa edo erabaki, txikia iruditu arren, ariketa mental sakon batez loturik doa, non ariketa mental honek gauza bata edo bestea egitera eramaten gaituen. Etengabe ari gara problema txiki edo handiak ebazten, aukeratzen, erabakitzen e.a. Gure pentsatzeko ohiturak sanoak badira, gure ariketa mentala ez da hain pisutsua izango. Badaude momentu batzuk aktibitate profesionalean eta bizitzan, non erronka delikatuei aurre egin beharko diegun. Momentu horretan jartzen ditugu esku artean ditugun instrumentu guztiak ekintzan, gure analisi potentzia eta estrategia ezberdinen aurkikuntza benetan praktikan neurtzen den momentua da hau.

Ikasleek arrazonatzera bultzatzeko, pentsatzeko gaitasuna garatzeko, formula eta operazioak mekanizatzeko, operazioei esplikazio bat emateko e.a. , hau da, gure helburua ikasleak kontzeptuak ikasteaz gain, prozedura eta estrategia orokorrak, jarrera eta baloreak ikastea bada, aurkikuntza bidezko ikaskuntza bat bermatu beharra dago. Puntu honetan problemen ebazpenak paper esentziala jokutzen du.

Problema matematikoei, matematikaren bihotza deitu izan ohi zaio, horregatik abiatze puntutzat hartu beharko dira. Problema matematikoen bitartez, ikasleek, inguratzen dituen munduan matematikaren erabilgarritasuna eta potentzia esperimentatzen dute. Guzmánen esanetan (1994) ikasleei matematikaren bitartez batez ere eskaini beharko litzaiekeena pentsamendu egoki baten ohitura hartzeko aukera da, problema matematiko nahiz matematikoak ez diren problemen ebazpenerako. Zertarako balio du teorema batzuk erakusteak, ez badute teorema honek praktikan zertarako balio duen ulertzen eta haien buruetan hermetikoki geratuko badira?

Gagnérentzat (1965), ikaskuntzaren forma gorenena problemen ebazpena da, pentsamendu matematiko konplexuago bat eskatzen duena, aurre ezagutzen aplikazio mekanikotik haratago doana. Honela, Polyak (1962) problemen ebazpenerako trebezia matematikak nola ezagutzen direnaren parametrotzat hartzen du. Kontsiderazio honek problemen ebazpena ezagutza matematikoaren barruan maila goren batean kokatzen du.

Problemen ebazpena ez da matematikako klaseen gehigarri bat, ez eta oporren aurreko egunetan lantzeko zerbait, bultzakada da, klasearen motorra, ikaslea matematika egitearen erronkaren aurrera jartzen duena (Carrillo, 1995).

Laburbilduz,

“Problema matematikoen bitartez matematiken fabrikante eta erabiltzaile bihurtzen lagunduko ditugu, ez soilik ikuskatzaile. Hau erregulariki egiten dugunean, ikasleentzat eta irakasleentzat lorpen positiboetan bihurtzen dira asumituriko arriskuak” (House, 1980, 168.orr.)

2.3. Lehen hezkuntzan problema matematikoak eta ikasleen ezaugarriak

Lehen Hezkuntzako Lehen Zikloko haurren ezaugarri psikoebolutiboak buruz mintzatzeko Piagetek egiten zituen proposamenetan oinarrituko da batez ere. Piageten arabera 6-12 urte bitarte umea operazio konkretuen etapan egongo da, dagoeneko etapa preoperazionala atzean utzi duelarik. Etapa honetan, umeak egozentrismoa galtzen hasten dira gutxika. Besteen iritziak onartzeko trebezia gehiago erakusten hasten diren heinean, bestearen beharren eta interesen gero eta kontzienteago izango dira. Serraten esanetan (2001) edozein diskusiok orain ideien elkartrukea suposatzen du. Besteen ikuspuntuez kontziente izanik, bere ideiak justifikatzen saiatzen da, bere ideiak gero eta logikoagoak izango direlarik. Piagetek planteatzen dituen garapen intelektualaren estadioen arabera, 7-12 urte bitarte eragiketa zehatzen estadioan egongo lirateke, eragiketen aurreko estadioa gainditu dutelarik. Etapa berri honetan pentsamendu logikoa agertuko da; hasieran arrazonamendu logikoak eduki errazei buruzkoak baizik ez dira izango (desfase horizontalak), baina pixkanaka logika bere subirautea ezartzen joango da subjektuak egiaztapen empirikoa erabil dezakeen egoera guztietan, hau da, esperimentazio zehatzeko egoeretan. Hau honela, esan daiteke errealitateari buruz arrazonatzeko modua heldu batek egingo lukeen moduaren antza handiagoa izango duela pixkanaka. Lehen Zikloko lehen mailan orokorrean ez dira gai izango logika handia erabiltzeko, baina bigarren mailan aurrerapauso handia emango da honetan. Logika erabiltzea

Problemen ebazpena Lehen Hezkuntzako Lehen Zikloan

ezinbestekoa izango da problemen ebazpenerako, buruz kasu zehatzak ikasi beharrean buruan loturak egin ahal izateko eta beste testuinguru batzuetarako ezagutzak erabili ahal izateko. Gainera, errealitateari buruz arrazontzeko modua aldatu egiten da.

Atentzioari dagokionean, kalkulatzen da 7 urte arte umeak ez direla gai 7 minutu baina gehiago estimulu zehatz batzuei atentzia jarraian jartzeko. Bestalde, denbora luzeagoz arreta jarri ahal izatea ezinbestekoa da lanaren aspektu garrantzitsuenak detektatu ahal izateko eta pisu gutxiko informazioa guztia alde batera utzi ahal izateko. Problemen ebazpenean garrantzizko datuak detektatu ahal izatea eta garrantzizkoa ez den informazioa alde batera uztera oso garrantzitsua da erasotzen hasteko.

Norberaren emozioen jabetzan, 5-6 urterekin umeak hasten dira haien helburu baten lorpenarekin edo lorpen gabeziarekin emozioak erlazionatzen, baita ekintza baten ondorioekin ere. Adibidez, poza, lortu nahi dena lortzearekin erlazionatzen da eta pena edo haserrea, lortu nahi zena eta lortu dena bat ez datozenean ematen diren egoerekin. *Besteen emozioak ulertu eta identifikatzeko gaitasuna* 7 urterekin garatzen hasten da baita ere, eta horrela, gutxika ulertzen joango dira besteek emozio nahasketa bat momentu berean adierazi dezaketela, eta ez soilik emozio bakar bat. Ulertzen hasten dira, batzuetan azaleratzen diren emozioak ez datozela bat momentuko egoeraren adierazleekin.

Garapen moralari erreferentzia eginaz, 6 urte arte, umeek “Moralitate Heteronomoan” aurkitzen direla esan daiteke. Hau da, uste sinpleak, zurrinak eta egozentrikoak dauzkate. Eurentzako dena da zuria edo beltza, bere egozentrismoa dela eta, ezin dute onartu erdi-puntuak daudenik. Esaterako ikus daiteke, haientzat arauak aldaezinak direla edota jarrera ona ala txarra dela, ez dago tartekorik. 6 urtetik aurrera “Moralitate Autonomoa”n edo “Kooperazio Moralitatean” sartzen joaten dira pixkanaka. Etapa honen bereizgarri bat malgutasun morala da. Neska-mutilak heltzen doazen heinean, egozentrismo gutxiagorekin pentsatzen doaz, gero eta ikuspuntu gehiagotara hurbiltzen hasten direlako. Aipatu berri den guztia ezinbestekoa izango da problemen ebazpenari aurre egiterako garaian. Hipotesiak planteatzeko baliogarria izango da ikasleak ikuspuntu ezberdinak kontuan hartu ahal izatea eta fisikoki ez

dauden objektuetan pentsatzeko gai izatea, baita soluzio ezberdinak izan ditzakenaren kontziente izateko ere. Hala ere, kontuan hartu behar dugu etapa berri honetan sartu berri direla eta Haur Hezkuntzatik heldu berri direla, aldaketa honek dakarren guztiarekin.

Ikasle bat Lehen Hezkuntzara iristen denean, bere matematikarekiko aurre ezagutzak esperientzietatik, beharretatik, intuizioetatik (ez direla beti zuzenak izaten), eta azkenik, materiaren aplikazio sozialaren eta erabileraren kontaktutik datoz. Kontzeptu eta prozedura matematiko formalen eta sinbolikoen ikaskuntzan murgiltzeko, kontzeptu hauen atzean dauden hainbat nozio eta eguneroko bizitzan gertatzen diren gertaera askoren ulermenerako funtsezkoak direnak ikasi behar dituzte. Eskuratze eta eraikitze prozesua progresiboa eta graduala da, eta etapan aurrera doan heinean konplexutasun maila bat hartzen joango da.

Operazio matematikoak adin honetan sortzen dira. Umeak gero eta gaitasun handiagoa izango du fisikoki presente ez dauden objektuetan pentsatzeko, aurretiko esperientzien irudi bizietan sostengua bilatuko dutelarik. Objektuen aurrean, umeek hierarkiak osatu ditzakete, baita estruktura baten maila ezberdinetan klasearen inklusioa ulertu ere.

Klasifikazioa Piageten arabera antzekotasun edo baliokidetasun irizpide baten arabera objektuak taldekatzean datza. Klasifikazioaren garapenean hiru etapa bereizten zituen Piagetek: 1) irudi bildumen etapa (bi urtetik bost urterarte): hasiera batean umeek inolako planik gabe multzokatzen dituzte objektuak, klase irizpiderik erabili gabe. 2) irudi gabeko bildumen etapa (5 urte eta erditik 7-8 urte bitarte): umeek objektuak ezaugarrien antzaren arabera sailkatuko dituzte (laukiak, hirukiak e.a.), batzuen klase bakoitzean azpiklaseak ere eratzeko gai izaten dira (lauki gorriak, lauki zuriak e.a.), baina oraindik etapa honetan inklusioa ulertzeko arazoak dituzte. 3) klaseen inklusio hierarkikoa: umeak sailkapen hierarkikoa egiteko gai dira. *Seriazioa* aldiz, objektu batzuk ordenatzean eta multzokatzean datza, haien ezaugarrietakoren batean antzeman daitezken ezberdintasunen araberrako ordenatze eta multzokatzean. Operazio konkretuen estadioan daudenez aurreko estadioan baina azkarragoak izango dira seriazioak egiterako garaian; seriazio anizkunak eta inferentzia iragankorrak

burutu ditzakete. Seriazioa mentalki ere burutu dezakete, eta eraikiriko seriean elementu berriak tartekatu. Operazio konkretuen etapan umeeek ikasten duten beste aspektu bat objektuak zenbatuak izan daitezkeela da. Horregatik objektuek eta hauen arteko erlazio ordinalak errealitatea hobeto ulertzen eta errealitatearen estruktura gauzatzen laguntzen dute.

Azkeneko bi hamarkadetan, Matematika Heziketari buruzko ikerketetan, zein proposamen kurrikularretan, behin eta berriz esan da Problemen Ebazpena dela matematiken irakaskuntzaren helburu. Irakaskuntzaren jardueran, ordea, kasu gehienetan ez da oso adierazgarria, ez irakaskuntzaren lehen mailetan, ezta formakuntza garaian irakasleek egindako irakaskuntz-praktiketan ere.

Curriculumean problemen ebazpena txertatzeko zailtasunak aipatzean, Ponte eta Canavarrok bost ondorio nabarmendu zituzten eta eskarmentu handiko lau irakasleren analisia izan zuten kontuan. A) irakasle batzuek ez dute problemen ebazpenaren alde egiten; b) terminologia eta ideien inguruan nahastea, antza denez; c) programek presio handiegia eragiten diete d) problemen ebazpenen inguruko irakaskuntzara antolatzeke ez daukate material egokirik, eta, e) ikasgelan, problemen ebazpenen egoerak kudeatzeko zailtasunak daukate, batik bat eztabaida garaian. Carrillo eta Contrerasek (2000) Marksek esandakoa baieztatzen dute:

“Irakasle askok, batik bat eskolako lehen mailetan, matematika, jarrita dagoen arau multzo arbitrarioaren transmisioa dela ulertzen dute, eta matematika irakaskuntza, arauok nola eta noiz erabili behar diren memorizatzea dela pentsatzen dute. Egungo matematika heziketaren printzipioen kontrako ikuspegia da. Beraz, formakuntza garaian, irakaslegoari ikerketa lana eta balore implizituak aldatzeko beharra ekarriko die”.

(Marks, 1991, 3.orr.)

Lehen zikloan aldaketa asko ematen dira ikasleen egunerokotasunean, baita haien garapen psikoebolutiboan ere, horregatik kontsideratzen da hain garrantzitsua adin tarte hau. Matematikari dagokionean aldiz, eta gehiago zehaztuz, problemen

ebazpenari dagokionean, ikaslearengan ematen diren aldaketek bide ematen dute ikaskuntza eremu zabalago batera eramateko, eta ikasleek aurrerapauso handiak emateko. Problemen ebazpenaren prozesuari esker, ikasleek, matematikaren erabilera eta ahalmena ezagutzen dituzte eguneroko bizitzan. Problemen egoerak, kontzeptuen garapenean, jakiteko beharra eta motibazioa handitzea ekarriko ditu.

3.GARAPENA

3.1.Perspektiba historikoak

Azken hamarkadetan gizartea aldatzen joan dela begi bistakoa da, eta honekin batera ezartzen diren politikak ere aldatzen joan dira. Hau horrela, hezkuntza sistema erregulatzen duten legeak etengabe birmoldatzen joan dira, gobernura alderdi berri bat iristen den bakoitzean bere ideologiaren arabera legedia egokitzen baitu. Matematikan garai bakoitzean landu izan diren gaiak ezberdinak izan dira, honenbestez, problema matematikoei garai bakoitzean eman zaion garrantzia ezberdina izan da, baita hauek lantzeko erabili izan diren metodologiak ere. Jarraian, *Moyano Legea (1857)*, *Hezkuntza Lege Orokorra (1970)*, *Hezkuntza Sistemaren Antolamendu Orokorrerako Legea (1990)*, *Hezkuntzaren Kalitateari buruzko Lege Organikoa (2002)* eta *Estatuko Lege Organikoa (2006)* aztertuko dira.

Atzera egin eta aipatzeko lehena *Ley de Intruducción Pública* edo *Moyano Legea (1857)* izango litzateke. 1857an martxan jarri zen legea izan zen eta 1970. urterarte indarrean egon zen lege hau, nahiz eta hasiera batetik bukaerara hainbat birmoldaketa jasan zituen. Lege honek hamabi urte bitarteko derrigorrezko eskolatzea ezarri zuen eta Lehen Hezkuntza eta Bigarren Hezkuntzaren arteko bereizketa egiten du.

Matematikari dagokionez, Lehen hezkuntzan printzipio aritmetikoen edukietan oinarritzen da, txanpon eta pisuen bidezko sistemarekin. Hala ere lege hau ezarri zenetik 70.hamarkadararte, hainbat aldaketa eman dira, ikasketa plan ezberdinak egin direlarik garaian garaiko egoerara egokituz. Ondoren aipatuko diren hauek izan dira nabarmentzekoak: Moyano (1857), Romanones (1901), Primo de Rivera (1926), Errepublika (1934) eta Frankismoa (1945 – 1953 – 1957 – 1965 – 1967). Urte hauetan zehar hamaika aldaketa ematen dira beraz, baina batzuk besteak baina garrantzi handiagoa izango dute. Garrantzi handikoen artean, hamabi urte bitarteko derrigorrezko ikasketa egongo litzateke. Ordu arte ez zegoen derrigorrezko ikasketarik, eta askok eta askok hamabi urteak baina lehen haien ikasketak albo batera uzten zituzten. Bestalde, 1964.urteko programetan baita ere, *ariketa* eta *eskuratzeen* artean

bereizketa bat ematen da. Aldaketa hauek esan daiteke hezkuntza-sisteman orokorrean eragiten duten aldaketak direla. Lehen Hezkuntzako matematikaren irakaskuntza dagokionean aldiz, 1967. urtean ematen da aldaketa nabarmen bat. Ordu arte matematika alorrari dagokion ikaskuntza printzipio aritmetikoetan bakarrik oinarritzen bazen, orain, geometria eta neurriak ere landuko dira eta gainera enfasia jarriko zaio *problemen ebazpenari*. Aurrerago ikusiko dugun moduan, problemen ebazpenei enfasia jartzearena programen teorian bakarrik ematen da, izan ere, testu-liburuetan ez da hauen presentzia ageri.

1969. urtean espainiako hezkuntza ministroa zen José Luis Villarren eskutik Ley General de educación (LGE) / Hezkuntza Lege Orokorra (1970) aurkeztu eta 1970. urtean atera arte indarrean jarraitu zuen Moyano legeak. Hasteko, hezkuntza-sisteman orokorrean eragin zituen aldaketa nagusienak aipatuko dira. Lege honek hamalau urte arteko derrigorrezko eskolatzea ezarriko du, Oinarrizko Hezkuntza Orokorren izenez (OHO) ezagutuko dena. Honez gain, lehen aldiz Piagetek aurkezten dituen etapek influentzia izango dute etaparen organizazioan. Hau horrela, Oinarrizko Hezkuntza Orokorrean (OHO) hasierako zikloa, erdiko zikloa eta goi mailako zikloa bereiziko dira. Bigarren Hezkuntzari dagokionean, eskuraturiko titulazioaren arabera, bide bikoitza finkatzen du legeak: Batxilergo Bateratu Balioanitza (BBB) eta Lanbide Heziketa. Matematikaren alorrari arreta jarri ezker, esan beharra dago lehen aldiz benetan matematikaren paper hezigarria goraiatzeko dela, espresio gaitzat edo alortzat kontsideratuz. Curriculumean beran ere, hiru lerro berri sartzen dira: logika, probabilitatea eta estatistika. Esan daiteke lege honek dakartzan erreformek, matematikaren ikuspuntua asko aldatuko dutela. Hemendik aurrerako matematikek matematika modernoaren izena hartuko dute. Bestalde, multzoen teorian enfasia jarriko da eta aspektu formal eta numerikoen nagusitasuna emango da, geometriko eta intuitiboen aurrean. Landuko diren oinarrizko edukiak beraz, erlazioak eta aplikazioak; zenbaki natural nahiz dezimalekin operazioak eta zatikien gaiaren sartzea; magnitudeak eta bere neurriak (plano baten oinarrizko geometria, topologiako adibide batzuekin) izango dira.

Hamarkada honetan egin ziren irakasleentzako liburuetan, matematikako ezagutzen eraketan problemaren paperaren kontsiderazio esplizitua ageri da lehen aldiz.

Pentsatzen da ikasleak hainbat egoera ezberdinen aurrean jarri ezker, non egoera hauek estruktura berdina konpartitzen duten baina zenbakizko testuinguru eta balore ezberdinak dituzten, haurrek estruktura horren abstrakzioa egin dezaketela. Problemek joka dezaketen paper berri bat aipatzen da beraz, ezagutzen aplikazioan soilik oinarritzetik haratago doana. Matematikaren nozioen ulermenari garrantzi gehiago emango zaio orain beraien aplikazioari baino. Problema diseinatzeke moduak, kontzeptuak, forma orokorrago (egiazki, forma sinplifikatu eta konkretuago batean) eta elaboratuago batean transmititzeko intentzioari erantzuten dio.

1990.urterarte PSOEn eskutik hezkuntza-sistema bere osotasunean erregulatuko duen lege aldaketarik eman ez zen arren, 80.hamarkadan aldaketa txikiak ematen hasten dira. Hasteko, HLO dakartzan planteamendu asko kuestionatzen hasten da. Alde batetik, teoriar planteatzen dena ikasgeletan praktikan jartzerako momentuan, ideiek, zentzua galtzera eramaten duten deformazioak jasaten dituzte. Bestalde, umeei matematika ikasteko orokor eta abstraktutik zehatzera joatearen bidea egokiena ote den kuestionatzen hasten dira. Hori dela eta, 80.hamarkadaren hasieran hainbat herrialdeetan programaketak eta testu liburuak aldatzen hasten dira. Material berrietan, matematikak, problema matematikoen ebazpenen bitartez ikasten direnaren ideia gehiago azpimarratzen da. Problema errealetatik abiatzen da, objektu zehatzekin modelo bat elaboratuz lehendabizi, ondoren grafikoa eta azkenik sinbolikoa. Modelo honetako elementuekin ebazten da problema, bukaeran hasierako egoerara soluzio batekin itzultzeko (SEP, *Libro para el maestro. Primer grado*, 1981, 21-24). Matematikak egoera errealeen modeloak balira bezala eraikiz ikastearen ideian oinarriturik, modelo bakoitza (zehatzak, grafikoak, sinbolikoak) pausoz pauso erakusten da, batzuetan erreferentziazko problemarik izan gabe. Aurretik erabakitako prozedurazko ilustrazio bezala funtzionatzen dute orduan “modeloek”.

1990. urtean, aurretik aipatu moduan, PSOEn gobernuaren eskutik *Ley de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE) 1990 / Hezkuntza Sistemaren Antolamendu Orokorrerako Legea (1990)* ateratzen da. Legearekin batera emandako aldaketa esanguratsuenak aipatuko dira jarraian. Derrigorrezko eskolatzear hamasei urte bitarte luzatzen da lege honen bitartez eta hiru etapez osatua egongo da

eskolatze prozesua: Haur Hezkuntza, Lehen hezkuntza eta Bigarren Hezkuntza. Azkena aipaturiko Bigarren Hezkuntza honen barruan Derrigorrezko Bigarren Hezkuntza (DBH) eta Batxilerra, baita Lanbide Heziketa (LH) ere kontsideratuko dira. Curriculuma aldiz hiru bloke nagusitan banatuko da, helburu, eduki eta ebaluazio irizpidetan hain zuzen ere.

Matematikaren alorrari erreferentzia eginez gero, ikus daiteke hainbat aldaketa eman zirela. Hasteko, 1970. urtean ezarri zen Hezkuntza Lege orokorrak hasiera eman zion matematika modernoei eta saiakera bat egiten da, derrigorrezko etapan aspektu formaletan pisu guztia eror ez dadin. Matematika derrigorrezko etapan kurtso guztietan presente egongo da hemendik aurrera, baina ordu karga gutxiago egotziko zaio. Ezartzen diren helburuak hezigarriak eta instrumentalak izango dira eta edukiak lau blokeetan banatuko dira: zenbaki eta operazioak; neurria; forma geometrikoak eta espazioaren lanketa; informazioaren organizazioa. Beste aldetik, kalkulagailuaren eta kalkulu mentalaren integratzea emango da, baita teknologia berrien erabilera ere. Problemen ebazpenari dagokionean, enfasi dezente jarriko da hauetan. Problema matematikoak matematika alorraren oinarrizko jarduera bilakatuko direla esan daiteke, ikasleak honen bitartez matematikako nozioak eraiki ditzakeela pentsatzen delarik.

2002. urtean legedi berri bat planteatzen du PPren gobernuak, *Ley Orgánica de Calidad de la Educación (LOCE) 2002 / Hezkuntzaren Kalitateari buruzko (2002) Lege Organikoa* izenekoa. Hala ere, lege hau ez zen inoiz martxan jarri eta 2006. urtean PSOEren eskutik aterako den *Ley Orgánica de la Educación (LOE) 2006 / Estatuko Lege Organikoa (2006)* legea, aurrekoa gertatu ez bezala, indarrean jarriko da.

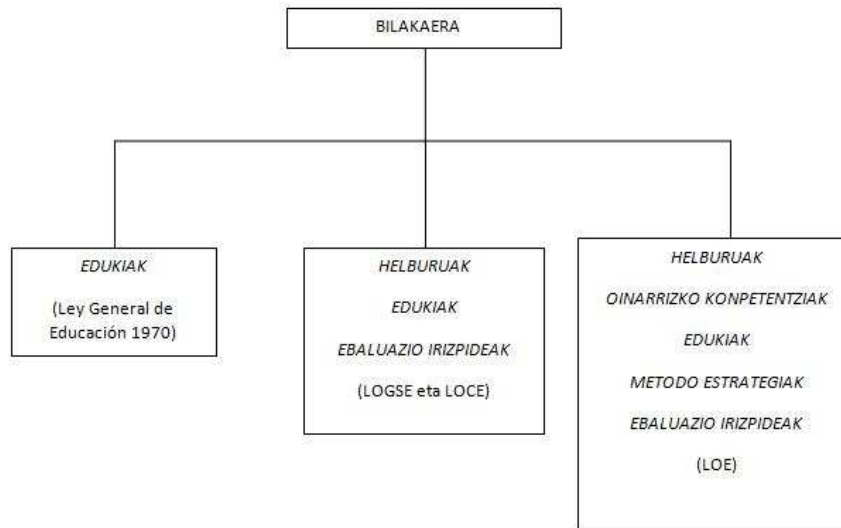
Orain arte indarrean egon den legea izan da hau, 2013ko Maiatzaren 13an Wert hezkuntza, kultura eta kiroltako ministroak LOMCE izeneko legea aurkeztu zuen arte eta maiatzaren 17an onetsia izan den arte. LOE (2006) legearen arabera oinarrizko irakaskuntzak hamar urte izango ditu eta printzipioz hamar eta hamasei urte bitartean garatuko da. Hamar urte hauek Lehen Hezkuntzan eta Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzan banaturik egongo dira eta doakoa eta derrigorrezkoa da pertsona guztientzat. Ikasleentzat hezkuntza komun bat bermatuko da baina oinarrizko

printzipio bezala aniztasunari arreta hartuko da. Teknologien garaian gaudela kontuan hartuz, Curriculumean IKTen (informazioaren eta komunikazioaren teknologien) integrazioa emango da. Gainera, Oinarrizko gaitasunen kontzeptua sartuko da Curriculumean.

“Oinarrizko gaitasuna, beraz, eskaera konplexuei erantzuteko eta askotariko eginkizunak modu egokian gauzatzeko ahalmena da. Trebetasun praktikoak, ezagupenak, motibazioak, balio etikoak, jarrera, emozioak eta beste zenbait osagai sozialen konbinazio bat da, batera lan egiten baitute eraginkortasunari begira” (LOE, 2006, 2.orr.)

Batxilerrak bi urte izango ditu eta hiru modalitate ezberdinez osatuta egongo da: arteak, zientzia eta teknologia, eta zientzia sozial eta humanoak. Materia komunetan, modalitatekotan eta hautazkotan organizatzen da.

Azkenik, matematikako alorrari dagokionez zein aldaketa ematen diren aztertuko da. Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzaren azken urtean matematikaren bi aukera egongo dira. Nagusitasuna hartuko du intuizioak, abstrakzioaren eta formalizazioaren ginetik, arrazonamendu inductiboak, instrumentu manipulagarrien eta neurri instrumentuen erabilerak, ordenagailuaren eta kalkulagailuaren arrazonamenduzko erabilpenak, talde lan bidezko ikaskuntzak e.a. emango dira. Matematika ariketen iturri moduan ikaslearen esperientziaren esparrua erabiliko da eta estrategia pertsonalak akademikoen ginetik egongo dira. Lehenengo kurtsoetik eduki guztien garapena emango da; batez ere problemen ebazpena eta zentzumeneren garapenarekin kontsonantzian dauden eduki geometrikoak azpimarratzen direlarik. Bukatzeko, problemen ebazpenari dagokionez, zeharkako lanketa egingo da, kurtso bakoitzean eta etapa guztian zehar. Gainera, ikasgelako matematikaren lanketaren zentroa izan behar da eta oinarrizko gaitasunen lorpenari ekarpenak egin behar dizkio. Hurrengo irudian (8. Irudia) eta taulan (3.1. Taula) ikus daiteken moduan historian zehar legedi bakoitzak gauza ezberdinetan jarri dute enfasia, 1970eko Hezkuntza Lege Orokorrean edukiak soilik aipatzen baziren ere, 2006an edukiez gain hainbat puntu kontsideratzen ziren.



8. Irudia. Bilakaera

3.1. Taula. Konpetentzia baten osagarrien garrantzia Curriculumaren garapenean

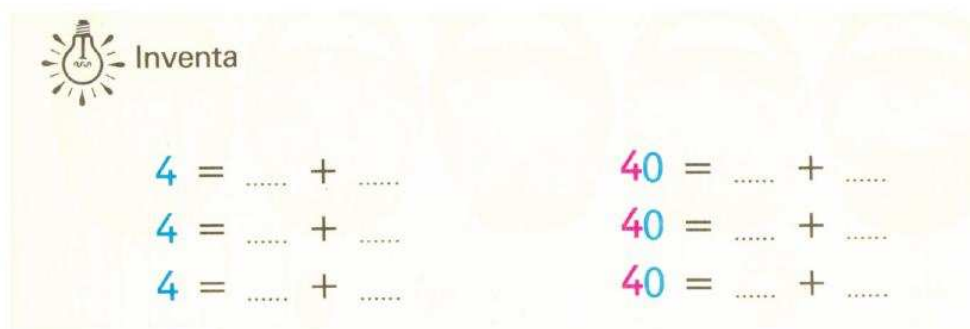
	1967.urtea aurretik	1970-2006. urteak bitarte	2006.urtetik aurrera
EDUKIAK (epistemologia)	X	X	X
GAITASUNAK (psikologia)		X	X
TESTUINGURUAK (soziologia)			X

Ikus daitekeen moduan, matematikak problemen ebazpenetatik abiatuz ikasteko asmoa duela askotik presente dago programetan. Formulazio zehatza aldatu egin da; nahi den abstrakzioa lortzeko problema zehatz kopuru handi baten aurkezpena lehenengo, gero eta eredu abstraktuagoak emateko asmoa ondoren, eta egun, ikasgeletan, sekuentzia nozioen genesi bereziak laguntzeko eraikitako sekuentziek osatutako egitasmo didaktikoa.

Garapen kurrikularera itzulita, alde batetik, “problemen ebazpenetik abiatuta matematika ikastea” helburuaren inguruko programa eta testuen egileen interpretazioa oso desberdina da eta horregatik zehaztasuna ez da batere homogeneoa. Beste alde batetik, planteamendurik garbiena duten gai eta materialek ere, egingarritasunari dagokionez, mota ezberdinetako hutsuneak dauzkate. Irakasleentzat ulergaitza da, eta are eta zailagoa klaseetan hurbilketa hau eguneratzea; batetik, mende batean zehar, ikuspegi nagusia beste bat izan delako (irakasleentzat ez ezik, agintari eta gurasoentzat ere), eta bestetik, oraindik ere nahikoa ez dakigulako klaseak ematen diren baldintza ezberdinei dagokien zehaztasunaren inguruan, ezta garapenerako irakasleek behar duten formazioaren inguruan ere.

Legeak ezarri zituen curriculumeko aldaketak aztertu ondoren, testu-liburuetan urte hauetan aldaketa hauek nola islatu ziren aztertuko da. Gauza bat da curriculumean zer esaten den, bestea, testu-liburuek curriculumak dioena jarraitzeko zein aukera eskaintzen duten, eta azkena, geletan praktikan aurrera zer eramaten den. Alderaketa honetarako, Lehen Hezkuntzako Lehen Ziklorako argitaratuak izan diren liburu ezberdinak aukeratu dira: 1976an argitaratutako bat, 1986.urtean argitaratutako beste bat, 1999an argitaratutakoa, 2004eko beste bat eta azkenik, 2009an argitaratutako bat.

Liburuko (1976) ariketak begiratu ostean argi ikus daiteke lantzen diren edukiak 0-100 bitarteko zenbakietara, hauen grafiara, aritmetikara eta unitate eta hamarrekoen kontzeptuetara mugatzen direla. Ariketa guztiak oso bideratuak ageri dira, ez dute ikasleen hausnarketarako lekurik uzten. Hasteko, problemen ebazpena ez da planteatu ere egiten. Bestalde, enuntziatu guztiek itxura berdina daukate, oso motzak eta zuzenak dira: bete, margotu, inguratu, gezien bidez lotu, multzokatu. Ariketa bakarra dago ikasleei haien kabuz zerbait asmatzeko bide ematen duena (9. Irudia):



9. Irudia. Testu liburuko ariketa

Mínguez, N.; Lune, S.; López-Sáez, M^a.; Serna, J.; Vázquez, C. (1986) testu liburua gaika planteatuta dago, gai bakoitzean gaiaren izenburuarekin loturiko irudiak ageri dira noizbehinka, baina gero ez da benetako lotura bat ematen planteatzen diren gaien eta matematikaren artean. Gaiak, *umeak gara, nire lagunak, zer postura!, lurra begi bistan!* eta antzekoak dira. Aurreko testu liburutik ez dira asko aldatzen enuntziatuak, hemen ere motzak dira, aditz bakar batek osaturiko enuntziatuak: bete, inguratu, margotu, marraztu, gezi bidez lotu.

Bestalde, lantzen diren edukietan aurrera pauso batzuk nabari daitezke. Aurreko testu liburuan lantzen diren eduki guztiak lantzen jarraitzen dira eta gainera, beste hainbat gehitzen dira. Forma geometriko sinpleak (hirukia, laukia, borobila) lantzen dira, neurriak (handia, txikia, ertaina, luzea, motza) ere lantzen dira, baita konparaketak ere bi zifrako zenbakien artean (txikiagoa, berdina, handiagoa), abakoa agertzen hasten da, nahiz eta bere presentzia oraindik oso urria izan. Asteko egunen izenak ere lantzen dira eta azkenik, txanponen lanketa egiten hasten da.

Esan bezala, 1976ko testu liburuan lantzen diren edukiak lantzen jarraitzen da, baina ez modu berean. Multzokatzeari garrantzia handia ematen zaio, bere presentzia oso handia delarik. Bestalde, aritmetika lantzen jarraitzen da, baina oraingo honetan irudien laguntza asko azpimarratzen da, irudiek paper handia hartzen dutelarik. Bestalde, oraindik ere ez dago problemen ebazpenen presentziarik, nahiz eta garai honetan hezkuntza-sistema erregulatzen zuen legediak problemen garrantzia azpimarratzen duen.

Arribas, C.; Rodríguez, C.; Celeiro, A.; Alberdi, J.; Elorriaga, M. (1999) testuliburua, gaika banatuta dago baita ere: *jolasak, frutak zenbatzen, loreak eta zuhaitzak, ikasgelako tresnak, etxe-abereak, basapiztiak, pisuak, edukierak, irudi geometrikoak, orduak, familia eta lagunak eta azkenik, hondartza eta itsasoa* dira.

Testuliburu hau LOGSE (1990) indarrean jarri ondoren argitaratua izan zen eta egia esan aldaketa dezente nabari dira. Edukiei dagokionez, aurrekoan lantzen diren guztiak lantzen dira, nahiz eta kasu honetan multzokatzeari ia ez zaion garrantzirik ematen. Bestalde, eduki zerrenda nahiko handitzen da, hala nola, gorputz geometrikoak (zilindroa, konoa, esfera, kubo e.a.), segidak, simetria, pisua (kg gehiago edo gutxiago) lantzen hasiko da, baita hainbat kontzeptu ere: barnean/kanpoan, gainean/azpian, ezkerra/eskuina, bikoitza/erdia.

Ariketak aurkezteko erabiltzen den enuntziatuaren formatuaren inguruan ez da aldaketa handirik ematen, ariketa azaltzeko erabiltzen diren esamoldeak normalean, *gezien bidez lotu, jarraitu segidari, batu, osatu, kalkulatu, neurtu eta osatu* eta antzekoak izaten direlarik.

Problemen ebazpenen presentzia lehen aldiz nabari daiteke, nahiz eta ezin esan daiteken hauen garrantzia nabarmentzen saiatzen denik. Gai bakoitzean orrialde bat eskaintzen zaio problemen ebazpenei, gai horretan lantzen ari direna lantzeko beste ariketa bat bezala aurkezten delarik. Pentsatzeko aukera oso txikia eskaintzen duten problemak dira hala ere, denak aritmetika lantzeko dira eta hutsuneak betetzera mugatzen dira. Datuak irudien bidez ematen dira ia beti, eta oso gutxietan ematen dira bien, hau da, irudien eta enuntziatuaren bidez.

LOGSE (1990) legearen arabera, matematika lau bloketan banatua egon behar da. Baina hori ez da betetzen aztertu berri den testuliburuan eta kontuan hartu behar da 1999. urtean argitaratua izan zela. Bai ordea Ferrero, Jiménez, eta Martínez (2004) testu liburu honetan, lau bloke planteatzen direlarik: zenbakiak eta eragiketak, geometria, neurria eta informazioaren tratamendua.

Testuliburua gaika dago, aurrekoan bezalaxe. Gai bakoitzak aipatu berri diren lau blokeak beregain hartuko ditu, hau da, gai bakoitza lau bloketan banatuta egongo

da. *Eskolara goaz, gorputzarekin jolasten, basoko askaria, neu bakarrik dutxatzen naiz, lanbideak, familiarekin jostatzen, gure kalea polita da, izaki bizidunak zaintzen, papagaitxoa daukat, mintegian zehar, natura aprobetxatzen, arrandegira goaz, baratzean, gustura irakurtzen eta banoa!* dira planteatzen diren gaiak. Planteatzen diren gaiak matematika bidez lantzen direnik ezin esan daiteke, baina egia da aurreko testuliburuetan ez bezala, oraingoan, saiakera bat egiten dela gaien eta matematikaren arteko lotura bat ematen. Batez ere gaiarekin loturiko irudiak erabiltzen dira matematika lantzeko, ez dira gaiarekin loturiko kontzeptuak eta edukiak matematika bidez asko lantzen. Hala ere ikus daiteke nola planteatzen diren gaiak ikasleek egunerokotasunean aurkituko dituzten egoerekin hertsiki lotuak dauden. Honek ikasleak matematikak egunerokotasunean duen presentziaz jabetzeko balio dezake.

Edukiei erreferentzia eginez, aurreko testuliburuan aipaturiko eduki guztiak honetan ere lantzen dira, baina badira eduki batzuk aurrekoan lantzen ez direnak eta honetan ageri direnak, besteak beste, zenbaki ordinalen lanketa. Beste aldetik, hamarreko eta unitateen kontzeptuei garrantzi handia ematen zaie, baita zuzen errealarari ere.

Problemen ebazpenak ageri dira, baina ez aurrekoan baina askoz gehiago, eta beti ere aritmetika lantzeko ariketa bat gehiago bezala planteatzen dira. Bestalde, aurrekoan ez bezala, enuntziatuek pisu handiagoa hartzen dute problemak planteatzean irudiek baino. Hasierako gaietan ageri diren problemetan esan egiten zaie batuketa edo kenketa egin behar duten soluzioa bilatzeko, baina ondoren ez da esaten ze operazio egin behar duten.

Peredaren (2009) testuliburuan hiruhilabeteko bakoitzean landuko diren *gaitasun ibilbideak* markatzen dira hasieran: zenbaki bidea, magnitude bidea eta geometria bidea. Hau da, testuliburua hiruhilabetekoka banaturik dago, eta ondoren hauetariko bakoitza hiru gaitasun ibilbideren arabera sailkatuko da.

Aurrekoetan ez bezala, enuntziatuak elaboratuagoak dira, ez dira hitz bakar batez osatuak. Honek zer ikusia du problemen ebazpenekin, planteatzen diren asko problemak dira, eta beraz, enuntziatu luzeago baten beharra handiagoa da. Hala ere oraindik ezin da esan matematika alorra lantzeko abiapuntutzat hartzen direnik, baina gutxienez ez dira beste ariketa bat bezala planteatzen. Aurreko testuliburuetan markatu egiten zen problemen ebazpenen atala, hau da, ariketaren goialdean nabarmentzen zen ikaslea egitera zihoana problema baten ebazpena zela. Hemen esan bezala gaitasun ibilbideka banatuak daude eta ez da esaten noiz den problema bat gauzatzera goazena eta noiz ez den. Problema haurren mundura hurbiltzeko saiakera handia nabari da. Esaterako, neurketak egiteko haiek gertu sentitzen dituzten neurriak erabiltzen dira: eskuak/arrak, oinak, pausoak, koilaratxoak e.a. , hurrengo irudian ikus daiteken moduan (10. Irudia)

M-3 Magnitudeen bidea

LUZERAK NEURTZEA.

● Honetarako eskua erabili.

- Ikasgelako nire mahaiaren luzera nire esku baino handiagoa da.
- Osatu taula hau zure etxean:



NIRE ETXEKO SUKALDEKO MAHAIA

Neurtu gultxi gorabehera (eskuak/arrak)

Luzera	
Zabalera	
Altuera	

3.2 Irudia. Eskuen bidezko neurketa

Beste kasu batzuetan haur bat jartzen dute adibide moduan, ikaslea problemako haurren tokian jarri dadin eta hortik abiatuta problema ebazten saia

dadin, finean, haurra identifikatua sentitu dadin eta honela, problema bere egin dezan. Ikasketaren parte senti dadin beste saiakera batzuk ere egiten dira, esaterako, auto-ebaluazio fitxak datoz gai bakoitzaren bukaeran. Honela haurrak bere burua ebaluatu dezake, zer ikasi duen ikusteko eta gaiaren inguruan zein hutsune eduki ditzaken hausnartu eta baloratzeko. Ikaslea motibatzen laguntzen duen beste eragile bat testuliburu osoa kolore biziz eta irudi oso landuz josirik dagoela da.

Edukiei dagokienez, aurrekoan lantzen direnak honetan ere lantzen dira, baina enfasi handia jartzen da batez ere zenbaki-zuzenarekin ariketak burutzean baita multzokatzearekin eta balantzekin ariketak egitean. Gauzak honela, esan daiteke ariketa gehien gehienek bide ematen dutela ikasleak hausnartzeko.

3.2. Autorearen planteamendu arrazonatua

Problema ebazteko jarraitu den eredu pedagogikoa *eredu sistemikoa* izan da. Izan ere, eredu konstruktibistak beregain hartzen dituen ezaugarriak ditu alde batetik, baina haratago doan eredu bat denez, matematikaren didaktikarako egokiena kontsideratzen da. Esan bezala, alde batetik konstruktibismoak eskaintzen dizkigun ezaugarriak ditu: ikaslearen esperientzien araberako ezagutzen eraikuntzaren bidez ikasiko da, beti ere, bizitza errealean erabilgarriak diren ariketen bitartez; bere ikaskuntzaren erantzule eta informazioaren prozesadore aktiboa izango da ikaslea, ezagutza bere kabuz eraikitzen duenari; irakasleak moderatzaile eta bitartekari papera izango du eta azkenik, irakasleak ez du parte hartze indibiduala soilik sustatuko, taldekoa ere sustatuko du. Bestetik, eredu sistemikoak aurrerapauso batzuk eskaintzen dizkigu. Kasu honetan irakaslea (pedagogia), ikaslea (psikologia) eta jakintza (matematika) hartuko dira kontuan eta ikasleak zuzenean matematikarekin elkar eragingo du, hau da, ikasleak berak matematika sortuko du aurrerago ikusiko dugun moduan. Zeharkako ikaskuntza bermatu beharko litzateke, bai beste ikasgaiekiko, baita matematikarekiko ere, kasu honetan Lehen Zikloan, baina baita beste etapa guztietan ere.

Lehen Hezkuntzako Lehen Ziklorako problemak ebazteko metodologia bat aurkeztu aurretik, ezinbestekoa da maila hauetan ikasleek problemak ebazpenean

egiten dituzten akatsak aztertzea. Behin hori jakinda, akats horiek saihestu ahalko dituen metodologia bat proposatu beharko da ezinbestean.

Adin honetan gehiengoak ez du pentsatzen ea erantzuna logikoa den edo ez. Arazo honen aurrean bi eragile nagusi daudela uste da. Lehen zikloan ikasleak etapa berri batean sartzen dira, Piagetek proposatzen dituen estadioen arabera *eragiketa zehatzen estadioan* sartuko dira. Etapa berri honekin batera, umearengan hainbat aldaketa ematen dira, besteen artean logikaren agerraldia emango da. Hasieran arrazonamendu logikoak eduki errazei buruzkoak baizik ez dira izango, baina pixkanaka joango da logika bere osotasunean eskuratzen. Beraz, lehenengo eragilea lehen zikloan oraindik ere logika handia erabiltzeko gai ez direla da, batez ere lehen zikloko lehen mailan. Honen aurrean ondorengoa egin dezakegu: gutxika, egunerokotasunean, haien logika garatzeko aukera eskaintzen duten saioak planteatu, eta problemen aurrean ahalik eta logika handiena erabiltzeko baliabideak haien eskuetan jarri.

Bestetik, erantzun logiko bat ez ematea, problemak eskatzen duena ondo ulertu ez delako izaten da. Problema ondo ulertu ez izanaren atzean arrazoi ezberdinak egon daitezke: alde batetik, argi izan behar da irakasleak komunikatzailea izan behar duela, komunikatzaile on bat. Norbanakoaren jokaera, entzuten eta ikusten dugunaren aurrean sortzen zaizkigun barne erantzunez determinatua dago. Jarraian egingo edo esango dugunarekiko ideia bat egiten da gure solaskideari atentzioa ipintzen zaion momentutik, eta ez da hitzen bidez soilik komunikatzen, gure ahotsaren kalitatearekin eta gorputzarekin ere komunikatzen dugu, hau da, posturekin, espresioekin, keinuekin. Hitzak mezuaren edukia badira, posturek, keinuek, espresioek eta ahotsaren tonuak mezua kokatzen den testuingurua osatuko dute, eta guztiak, bere osotasunean, komunikazioari zentzua ematen dio. Matematikaren Didaktikari dagokionean, ezinbestekoa da irakaslea komunikatzaile ona izatea, ez bakarrik aipaturiko arazoari aurre egiteko, baizik eta ikasleak gaiaren inguruan motibatzeke. Izan ere, materia honek entusiasmo gutxi eragiten du ikasleen artean.

Beste aldetik, problema ondo ulertu ez izatea irakur-idazketan oraindik dituzten zailtasunekin loturik egon daiteke. Joera handia dago problemak soilik enuntziatu bidez aurkezteko, eta noizean behin irudiren bat tartekatzeke. Badirudi ez dela kontuan

hartzen, alde batetik irakur-idazketa prozesuan hasi berriak direla eta honela, askotan testu bateko ideia nagusiak ateratzeko arazoak erakusten dituztela, eta bestetik, Haur Hezkuntzatik datozela eta dena material fisikoaren bitartez lantzeraz ohituak daudela. Honen aurrean, proposamena, problemak planteatzeko enuntziatuaren erabilera soila alde batera uztea izango litzateke, eta horren ordez, irakasleak hitzen bidez eta material fisikoen bidez aurkeztea ikasleei problema batez ere. Honek ez du esan nahi enuntziaturen presentzia egon behar ez denik, baina bai enuntziatua irakurtzen hasi aurretik hitzen bidez eta material fisikoen bidez problemak lantzea eta ondoren, enuntziatuarekin sartzea. Material fisikoen manipulazioak izaera ezberdineko gaitasun edo trebetasunen garapenari bide emango dio, bai izaera manipulagarria dutenei, ahozko edo grafikoa dutenei edota sinboliko edo kontzeptualekoa dutenei. Ekintza eta manipulazio hauek hitzez adieraztea, bai eta hurrengo prozesuak ere, ikasleriarentzat laguntza handikoa da, izan ere, ikasleak, emandako pausu bakoitza eraiki eta berreraiki dezake. Gainera, irakaslearentzat, ikasleak bere ikaskuntza prozesuarekin jarraitzeko eta oinarrizko operazioak gauzatzeko erabiltzen dituen eskemak ulertzeko modu bat izan daiteke. Esan bezala enuntziatua bere osotasunean ulertzeko arazoak izan ohi dituzte, eta honen harira, arazo handiak erakusten dituzte datuak ateratzeko garaian. Honen aurrean interesgarria izaten da datu horiek grafikoki adieraztea eta grafikotik datuak atera ahal izatea.

Ikasleek egiten duten beste akats ohiko bat, aritmetikari dagokion akatsa izan ohi da, ez baitute jakiten problemaren aurrean zein eragiketa burutu behar duten. Akats hau normalean Lehen Zikloko lehen mailan ematen da. Honen aurrean, irakasleak haien hausnarketa sustatuz galdera batzuk luzatzea komenigarria izaten da, ikaslea, bere kabuz, egin behar duen eragiketa ikustea irits dadin. Adibidez, “bukaeran zer izango du hasieran baina diru gutxiago ala gehiago?”.

Aurretik aipaturikoak, problemen ebazpenen aurrean umeez izan ohi dituzten arazo zehatzak eta ohikoak dira, baina badaude ikasleek izaten dituzten beste arazo batzuk, orokorragoak izan ohi direnak eta jatorri ezberdinak izan ohi dituztenak. Guzmanek (1994) blokeo hauek hiru talde nagusitan banatzen ditu: *jatorri afektiboa* duten blokeoak, *ezagutzan jatorria* duten blokeoak eta azkenik, *jatorri kulturala edo ingurukoa* duten blokeoak.

Jatorri afektiboa duten blokeoi dagokionean, beldurrak izan daitezke blokeo honen jatorri eta batez ere, porrotari beldurra, nahasteari beldurra, lotsagarri geratzeari beldurra. Honen aurrean esan beharra dago, porrota eta nahastea esperimintatzeak bere alde positiboak dituela eta hau argi eta garbi azaldu behar zaie ikasleei problemen aurrean jarri aurretik. Izan ere, gaizki ateratako problema baten konponketaren saiakeran askoz gehiago ikas daiteke, azkar eta arazorik gabe konpondu den problema batekin baino, betiere seriozki horretan pentsatzen badugu, teknikak erabiliz eta batez ere bukaeran egindakoaz hausnartuz. Benetako garrantzia duena eztabaidatzen diren prozesuen saiakerak dira, eta ez emaitza. Egun eskoletan ez dago akatsentzat lekurik eta horrela ikasleak mugatu egiten ditugu, askotan aurrera egiteko eragozpena akatsak egiteko beldurra izaten delarik.

Bigarrenik, *Ezagutzazko blokeoak* ere egon daitezke. Bidea ezagutzen ez dugunean normala da urduritasun puntu bat izatea, eta honen urduritasun hau batzuetan beldur bilakatzea. Denborarekin urduritasun hori kontrolatzen ikasten da eta beldurra desagertuz joan ohi da, baina arrotza den zerbaiten aurrean sentazio hauek izatea normala da, bai Lehen Hezkuntzan, baita heldutasunean ere. Honen aurrean batez ere aurreko puntura joko da, eta umeak gauza berrien aurrean porrotarako beldurrik gabe gogoz ekitera animatu behar dira, eta argi utzi behar zaie, inor ez dela ikasita jaiotzen, gauzak egiten ikasten direla.

Blokeo kulturalak eta ingurumenezkoak ere eman daitezke. Gauzak horrela, problema baten ebazpenari aurre egiterakoan erantzun egokia bilatzera bultzatzen dituzte, eta erantzun egokia bakarra izan behar dela aurrez onartzen da. Problema bati aurre egiten zaion lehen etapan, planteamendu logikoen gainetik aske hegan egiten utzi behar zaie, fantasia munduan murgilduz. Lehen Zikloan umeek oraindik fantasia handia dute, esan daiteke askotan kontziente direla fantasia munduko gauza asko egiazkoak ez direla, baina oraindik ere haietan murgiltzea gustatzen zaie eta haren beharra dute hein batean. Tarteko fasea deituko izango litzateke, gauza asko errealitatean egiazkoak izatea ezinezkoa dela ikusten dute, baina oraindik ere haiekin txunditzeko gai dira eta asko disfrutatzen dute. Ahalmen hau probestu behar den zerbait da eta horrela, fantasia egoera hauek abiapuntu izango dira ikasleak inguruaren errealitateara bideratzeko komunztadura logiko batetik. Blokeo guztien gainetik, galdetzera animatu behar dira ikasleak, galdetzeko beldurrik ez izatea.

Jarraian, ikasleek problemen ebazpenen aurrean eduki beharreko jarrera zein izango litzatekeen azalduko da. Hasteko, ikasleek *motibazioa* erakutsi behar dute. Jakina da, hala ere, matematiken aurrean orokorrean ez dutela motibazio asko erakusten, eta hala, irakaslearen esku egongo dela batez ere motibazio hori sustatzea.

Problemen ebazpenerako gogoia ez du ikasleari bururatzen zaion guztia egiten uzteko permisibitateak ekarriko, ez eta ematen zaion egoeraren planteamenduaren erraztasunak ere. Benetako gozamina arrakastak sortzen du. Matematikaren prestakuntzan, arrakasta ez da emaitza lortzea, ondo bereizi eta argi zehaztutako elementuen inguruan erlazio logikoen dinamika sortzea baizik. Ikasleak pentsatzen badu “ongia” emaitza lortuta erdietsiko duela, lortzerik ez duenean, huts egin duela irudituko zaio, eta bestela, edozein asmatuko du besteek ikus dezaten berak ere “ongia” lortu nahi duela.

Irakasleen helburu izango da, ikasleek problemen ebazpena positiboki baloratzea. Horretarako beharrezkoa da baliabideak eskaintzea, matematika gure errealitatearen egoera eta curriculumaren beste gai batzuetako jardueren zati bat dela ulertarazten lagunduko dioten bitartekoak hain zuzen (N.C.T.M., 1989). Matematika ez baita arau eta algoritmoen memorizazio hutsa, zentzuduna, dibertigarria eta logikoa da. Dibertimenduzko matematika bat, ikaskuntza atseginagoa izateko baliabide metodologikoa izan liteke, eta bestetik, derrigorrezko irakaskuntzan hainbat eduki lantzeko tresna.

Motibazioz hartzeaz gain, oso garrantzitsua da ikasleak bere buruan konfiantza izatea. Argi dago pertsona batek konfiantza hartzeko prozesua nahiko luzea izan daitekeela (beti ere pertsonaren arabera) eta saio batean ez dela horrelakorik lortuko, baina ikasturtean zehar teknika ezberdinak erabili beharko dira ikasle guztiek bere buruan konfiantza har dezaten. Esaterako, norberak bere lorpenen inguruan hausnartzeak konfiantza ematen du. Irakasle batentzat oso garrantzitsua da konfiantzaren berebiziko garrantzia errekonozitzea, eta ikasle bakoitzak lorpenen bat lor dezaken giro bat sortzea. Taldean lan egiteak honetan lagun dezake (baita aurrerago aipatuko diren beste aspektu batzuetan ere). Beharrezkoa da beraz, konfiantzak gora egin dezaken atmosfera bat, baina hau ez da nahikoa. Atmosfera hau

posible egiten duten hiru faktore daude bereziki, eta norberarentzat beharrezkoak direnak arrazonamendu matematikoarentzat: *galdetzea*, *desafiatzea* eta *hausnartzea* (Mason, J.; Leone, B; Stacey, K., 1988). Konfiantza denez giltzarria, erakutsi beharreko jarrera “ahal dut” esaldian laburbildu daiteke. Lehen faktorea beraz, galdetzea: nik “ahal dut”, ikertzeko problemak identifikatu, nire baieztapenak zalantzan jarri eta kontzeptuen esanahiengatik kezkatu. Bigarrenik, desafiatzea: nik “ahal dut”, aieruak egin, justifikatzen edo ezeztatzen duten argumentuak bilatu, eta hauek baieztatu eta aldatu. Azkenik, hausnartzea: nik “ahal dut”, autokritikoa izan, ikuspuntu ezberdinak pentsatu eta ebaluatu, norabidez aldatu eta birdefinitu. Lehen urtetatik umeeek haien konfiantza garatu dezakete galdetuz, desafiatuz eta hausnartuz, baina beharrezkoa da horretan animatu eta laguntzea.

Konfiantza izateaz gain, oso garrantzitsua da problemei aurre egitean *lasaitasuna* eta *ikasteko jarrera* erakustea. Azkartasunak ez digu utziko datuak ondo lantzen, ez eta haiekin mentalki jolasten, ezta soluziora eramango gaituen bideetan murgiltzen ere. Horregatik problema baten aurrean lasaitasunez agertzea ezinbestekoa da, problemari aurre egiteko gure baitan ditugun baliabide guztiei zukua hobeto aterako baitiegu. Ikasteko jarrera erakustea bestalde, oso garrantzitsua da. Ez da pentsatu behar problema, gaitasuna neurtzeko aztertzaile zorrotza denik; problema, ikasteko aukera bat kontsideratu behar da. Zeregina primeran ebatzi ez arren, norberaren buruak ikasi egingo du, eta hortik aurrera zeregin askotan trebeagoa izango da. Ideia hauek oso garbi azalerazi behar dizkiegu ikasleei.

Egoeraren aurrean izan behar den jarrera aztertu ondoren, problemen ebazpenei aurre egiteko estrategia zehatz batzuk ere erabili beharra dago. Planteatzen dena Guzmanek (1994) planteatzen dituen faseei jarraiki ebatzea da. Hala ere, interesgarria kontsideratzen da Peredak (1999) planteatzen duen aspektu bat kontuan hartzea, eta beraz, bien arteko nahasketa bat egitea erabaki da.

Lehenengo fasea *problemarekin familiarizatzea* litzateke. Egoera sakonki ulertu behar da, problema menpe hartu. Esku hartzen duten elementuen ideia argi bat dugula aseguru behar da. Beti ere buruan presente izan behar da hasierako abiapuntua zein den eta zein den bukaerako egoera, lortu behar dena alegia. Bigarren

fasea *estrategiak bilatzea* litzateke. Laguntzen duen aspektu bat planteatzen den egoeraren antzeko bat bilatzea da. Norberak bere buruan seguru aski aurki dezake planteatzen den egoeraren antzeko egoeraren bat. Antza duten egoera hauek gogorarazteak konfiantza puntu bat emango du eta erasorako prozedura baliogarriak sortuko ditu. Bestalde, eskema, diagrama edo irudi baten laguntza oso lagungarria da, problema soilik hitzen, zenbakien, formulen eta sinboloen laguntzaz baino hobeto ulertuko da. Sortzen den irudi, diagrama edo dena delakoak problemaren datu garrantzitsuenak jaso behar ditu. Eta azkenik esan beharra dago, esperimentazioa eta obserbazioa direla problemen ebazpen eta deskubrimendurako teknikarik eraginkorrenak. Hirugarren fasea *estrategiak aurrera eramatea* da. Fase honetan aurreko fasean bururaturiko ideiak aurrera eraman beharko dira, eta erantzuna ondo begiztatu beharko da. Norberak sortutako aierua egiaztatuko da, horrela, jakin ahalko da aieruari uko egin behar zaion dagoeneko betetzen ez delako edo baieztatzen jarraitzen den eta aurrera jarraitu daiteken. Eta azkenik, *prozesua errebisatu eta ondorioak atera* beharko dira. Jarraitu den bidea oso ondo aztertu beharko da eta prozesuaren inguruan hausnartu beharko da azkenik ondorio batzuk atera ahal izateko.

Peredak (1999) azpimarratzen duen moduan, aritmetika barnera dezaten, datu ezagunak kalkulatu beharreko zerbaitekin erlazionatu ditzaten, hausnartzen ikas dezaten, finean, problema baten ebazpenak eskaini ditzaken onura guztiak aprobezta daitezken, haiek problemen asmakuntzan parte hartzea beharrezkoa dela kontsideratu da. Polyak (1989) zioen moduan, ikasle baten matematikaren esperientzia ez da guztizkoa izango ikasleak berak sorturiko problemak ebazten ez dituen arte. Aldaketa pertsonak burutzen duen prozesu aktibo baten bitartez ematen da, errealitatearenganako ekite bat suposatzen duena. Modu ezberdinetan planteatu diezaiekegu problema hauen asmakuntza, besteak beste Peredak (1999) egoera bati buruzko bi binetatan oinarrituta problema asmatzeko eska daitekeela proposatzen du, baita zuzen errealean emandako eskema bati erantzuten dioten problemak asmatzea, edota datuak erlazionatuz galderak egitea izan liteke beste bat.

Hemen planteatzen dena ondorengoa da: ikasleek problemak asmatzea, eta batzuetan, haiek haien problemak ebaztea. Baina bestalde, ideia oso interesgarria da, haien ikaskideentzako problemak proposatzea. Hau da, gelako ikasle bakoitzak problema bat proposatuko du, eta beste ikaskide bati pasako dio. Ikaskide honek

problema ebatziko du, eta ebatzi ondoren berriro ere problema sortu duenari pasako dio berak zuzen dezan. Teknika honen bitartez haiek problemen parte sentituko dira erabat, bere egingo dute problema alegia. Hau motibaziorako ezinbestekoa da eta motibazioa ezinbesteko ezaugarria da edozein ikaskuntza prozesurako. Bestalde, teknika berdina erabili dezakegu taldeka lan egiteko, talde batek beste talde batentzat problemak proposatuko ditzake eta ondoren talde bakoitzak berak sorturiko problema zuzenduko die ikaskideei. Taldean lan egiteak alde positibo asko ditu. Egoera baten aurrean ikasle bakoitzak hartzen duen jokaera ezberdina izango da eta honek haien artean dakarren komunikazioa oso aberasgarria izatea egingo du, metodoa ikuspuntu ezberdinetatik aplikatuko duten heinean. Problemen ebazpenak eskatzen duen esfortzua kontuan izanik, taldean eginda, haien arteko babesa eta estimulua jasoko dute. Azkenik, prozesuan zehar norberarengan eta besteengan ematen diren aurrerapenak kontrastatzeko bide emango du. Taldean sustatu daiteken kritika konstruktibistak, norberaren eta besteen eboluzioa errazago konprobatzeko aukera ematen digu, zailtasunak denen artean gaindituz.

4. INPLIKAZIO PEDAGOGIKOAK

Testu liburu guztietan matematikaren presentzia ageri da hein txikiago edo handiago batean, baina ikasleak ez dira horretaz kontziente. Natur Zientzien ikasgaietan esaterako, ibaien eta mendien gaitan, luzera, zabalera, bezalako kontzeptuak azaltzen dira, berdin eguzkiaren faseak lantzen ditugunean (borobil osoa, erdia, laurdena) edota bakoitzak neurtzen duena kalkulatu behar dutenean, guztietan, matematikaren presentzia nabarmena da. Musika ikasgaietan berriz, konpas bakoitzean zenbat beltz, kortxea, zuri edo dena delako sartu behar ditugun jakiteko zenbatu egin behar dugu eta zenbaketa horretan, matematika erabiltzen ari gara.

Saio bakoitza bere kabuz eta bakoitza bere testu liburuarekin lantzeko joera honek ez du bide ematen ikasleek matematikaren eta beste ikasgaien arteko lotura ikusteko. Matematika saioan ez da ikaskuntza integrala ematen, eta honela ez dute matematikaren eta errealitatearen arteko lotura ikusten. Matematikaren irakaskuntza testu liburu eta fitxetara mugatzen da eta problemak ebazpenei erreferentzia eginaz, edo ez dira benetan problemak ebazpenak egiten, edota beste ariketa bat ebaztea bezalako prozedura jarraitzen da. Eta ez, ez da beste ariketa bat bezalako izan behar, atzetik estrategia oso bat dauka pentsatua problema baten ebazpenak.

Beraz esan daiteke testu liburuek negatiboki eragin dutela Matematikaren Didaktikan, testu liburuetara mugatuta hutsune asko antzematen direlako ikaskuntza prozesuan: ez da ikaskuntza integrala bermatzen, material fisikoaren manipulazioak berebiziko garrantzia du Lehen Ziklo honetan, ikasle bakoitzaren erritmoa eta gaitasunak ikaskuntzara egokitzea zaila egiten da e.a.

ONDORIOAK ETA GALDEKIZUN IREKIAK / CONCLUSIONES Y CUESTIONES ABIERTAS

Posiblemente la disciplina de las matemáticas sea la más aborrecida por la mayoría de los alumnos. El alumno presenta dificultades e incluso cierta enemistad a esta materia. Paradójicamente a una minoría le resulta sencilla. Las amargas sensaciones, fruto sobre todo de contextualizar los aprendizajes matemáticos, de no tomar conciencia de la cotidianidad de las matemáticas, así como el poco acierto en los aspectos metodológicos podrían estar detrás del bloqueo matemático en la mayoría de los alumnos.

La resolución de problemas nos debe acercar a la realidad. El mundo está lleno de matemáticas- la luna llena es un círculo perfecto, al hacer las compras estamos realizando hipótesis y resultados matemáticos, al aparcar el coche estamos trabajando el espacio, el batir de las olas es un ejemplo de función periódica, conceptos como ancho, estrecho, largo, corto, arriba, abajo, cerca, lejos...no dejan de ser conceptos matemáticos, los relojes, ordenadores, códigos de barras etc.,-. Sin darnos cuenta estamos inmersos en conceptos matemáticos. La lógica matemática debe servir para enfrentarse a los problemas diarios y solucionarlos de manera eficiente. No se trata simplemente de aplicar distintas formulas matemáticas, sino de entender los principales conceptos y procedimientos básicos que nos permitan desarrollar el pensamiento matemático. Aquí es donde la resolución de los problemas juega un papel importantísimo.

En el trabajo ha quedado evidenciado que una buena práctica de resolución de problemas afecta positivamente a la hora de hacer frente a los problemas de la vida cotidiana: ofertan la posibilidad de adquirir estrategias, habilidades y técnicas que, por una parte servirán para asumir y tomar conciencia del mundo exterior, ayudando a entender, construir y consolidar determinadas ideas sobre lo que nos rodea y con ello actuar mejor; y por otra, a definir infinidad de problemas que nos encontramos en la vida. De hecho los conocimientos matemáticos han surgido de la necesidad de resolver problemas reales.

La finalidad de los problemas ha de ser la de que los alumnos aprendan. No se trata de hallar un simple resultado, sino de pensar. Para aplicar fórmulas o conocimientos aprendidos podemos hacer ejercicios, en cambio el problema se debe de entender como una situación que se plantea a los alumnos sin que conozcan previamente el método para resolverlo. Se trata de que encuentren una estrategia para resolverlo. Es muy importante diferenciar entre ejercicio y problema, pero parece ser que en las escuelas todavía no hay conciencia de ello, ya que, se siguen planteando los problemas matemáticos como un ejercicio más.

Todavía no hay una conciencia generalizada de la importancia de la resolución de problemas. Viendo la evolución que se ha ido dando en los currículos, se puede observar que la resolución de problemas ha ido adquiriendo cada vez un grado más alto de importancia. De todas formas, la importancia que se le da en el Curriculum no se ve reflejada ni en los libros de texto, ni en el día a día en las escuelas. En las escuelas hay una clara tendencia a seguir el modelo que plantea Pereda (1999) a la hora de hacer frente a los problemas, pero en la práctica no se llevan a cabo todos los planteamientos defendidos por el autor. Pereda (1999) plantea toda una estrategia para desarrollar dichos problemas, pero su planteamiento va más allá: defiende la idea de que los alumnos tienen que hacer matemática, que son ellos mismos los que tienen que proponer los problemas. Si esto no sucede, el aprendizaje será incompleto. Esta última idea es la que no se lleva a cabo en las escuelas. De todas formas hay que decir que aunque a Pereda le parezca importante el hecho de trabajar en la resolución de problemas, no los plantea como el centro de las matemáticas. Y así, en las escuelas, como se ha mencionado anteriormente, se siguen planteando los problemas matemáticos como un ejercicio más, como si no tuviese toda una estrategia detrás.

En lo que se refiere a los libros de texto, lo que aparece en ellos no concuerda con lo que se viene diciendo en el Curriculum. Antes de que saliera la Ley general de educación (1970) se hacen varias reformas en las leyes que regulan el sistema educativo. Es a partir de la reforma de 1967 cuando se menciona por primera vez la resolución de problemas. Esta mención coge más relevancia una vez implantada la Ley General de Educación (1970) y es en 1990, mediante la LOGSE, dónde se plantea la resolución de problemas como el pilar de las matemáticas. Al contrario, en los libros de

texto la presencia de los problemas no se hace notar hasta los libros publicados unos años más tarde de que fuese implantada la LOGSE, donde todavía, se le da muy poca importancia. Es en estas contradicciones donde se puede ver, que aunque en la teoría cada vez se le dé más importancia a la resolución de problemas, la práctica deja mucho que desear.

Es el modelo sistémico el que se debería de utilizar para la Didáctica de las Matemáticas. En los modelos anteriores se tenían en cuenta dos factores, el profesor (pedagogía) y el alumno (psicología), pero en el modelo sistémico, se tiene en cuenta un tercero: sabiduría (matemática). En este modelo el alumno interactuará con las matemáticas, el alumno hará matemática. Aunque este sea el modelo más completo para el desarrollo del proceso de aprendizaje de los alumnos, en las escuelas se siguen impulsando otros modelos pedagógicos para la Didáctica de las Matemáticas. En la práctica se utilizan modelos que en la teoría se han quedado muy anticuados, como el modelo cognitivista o constructivista, incluso a veces el conductista.

Ha quedado en evidencia también la necesidad de trabajar con objetos físicos en este primer ciclo de Primaria y esto es otra cosa que no se tiene en cuenta en las escuelas. Por un lado, en este primer ciclo los niños y niñas acaban de terminar el ciclo de infantil y están acostumbrados a trabajar mediante objeto manipulables. Por otro lado, muestran dificultades a la hora de entender el problema si esta se presenta tan sólo mediante un enunciado, ya que acaban de empezar a aprender a leer y a escribir. Y por último, los objetos manipulables no ayudan sólo a este primer ciclo, sino que proporcionan ventajas innumerables en el proceso de aprendizaje.

Para acabar, se considera importante hacer una pequeña referencia a la formación recibida sobre la Didáctica de las Matemáticas durante los cuatro años de Grado de Maestro en Educación Primaria. Hay que decir, que por un lado, poco o nada se forma para que los futuros maestros y maestras tengan conciencia de la importancia de la resolución de problemas. Por otro lado, cabe destacar que acorde con la poca importancia que se le da durante el grado, no se forman a los alumnos y alumnas sobre la estrategia que hay que desarrollar para hacerle frente a los

problemas matemáticos. Empezando desde esto, se ve claramente que el sistema educativo no incita en absoluto en la concienciación de dichos problemas.

Galdekizun irekiak / Cuestiones abiertas

Después de hacer este trabajo, han quedado unas cuestiones abiertas, en las que se tendría que trabajar más para llegar al fondo de la cuestión. Una sería, que aunque en la teoría parece que hay cierta conciencia, ¿por qué no se ve reflejada en la práctica? Y la segunda, ¿por qué no se trabaja en la resolución de problemas en la asignatura de Didáctica de las Matemáticas en los Grados de Maestro?

ERREFERENTZIAK

Web orriak:

Contreras, L.; Resolución de problemas. [Erabilgarri (29/05/2013):<http://www.uhu.es/luis.contreras/tesis2/CAPS/CAP3.HTM>]

Lasa, A. (2010). Matematikoki pentsatua. [Erabilgarri: (03/05/2013):
http://prezi.com/fewr9_w8xxut/mbs-eskema/]

Liburuak:

Carrillo Yáñez, J.; Contreras González, L. (2000). *Resolución de problemas en los albores del siglo XXI: una visión internacional desde múltiples perspectivas y niveles educativos*. Huelva: Hergué.

Fernández Bravo, J.A. (2000). *Técnicas creativas para la resolución de problemas matemáticos*. Rubí, Bartzelona: Cisspraxis.

Guzmán, M. (1994). *Para pensar mejor*. Madrid, España: Pirámide.

Mason, J.; Leone, B; Stacey, K. (1988). *Pensar matemáticamente*. Bartzelona: Labor

Pereda, L. (1999). *Matematika. Ziklorako Gidaliburua*. Donostia, Gipuzkoa: Aurkitzen proiektua.

Polya, G. (1989) *Cómo plantear y resolver problemas*. Distrito Federal, México: Edit Trillas.

Serrat, N. (2001). *Manual del educador*. Bartzelona: Parramón

Testuliburuak:

Arribas, C.; Rodríguez, C.; Celeiro, A.; Alberdi, J.; Elorriaga, M. (1999). *Matematika 1, Pitagoras Proiektua*. Zaragoza: Ibaizabal.

Ferrero, L.; Jiménez, M^a.; Martín, M^a. (2004). *Matematika 1*. Basauri, Bizkaia: Haritza.

Mínguez, N.; Lune, S.; López-Sáez, M^a.; Serna, J.; Vázquez, C. (1986). *El Puente de las matemáticas*. Madrid: Santillana.

Pereda, L. (2009). *Matematika 1*. Gallarta, Bizkaia: Erein.

Rico, L.; Corpas, A.; Fernández, A.; González, J.; López, F.; Mesas, T.; Sáenz, O.; Velenzuela, J. (1976) *Matematicas 1*. Anaya.

Errebista:

Vidal Raméntol, Salvador (2010). La comunicación en la didáctica de las matemáticas.

Vivat Academia, 112.

