

# PROGRAMA

DE LAS LECCIONES DE LA ASIGNATURA

DE

# ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA

EN LOS ESTUDIOS DE 2.<sup>a</sup> ENSEÑANZA  
DEL INSTITUTO DE PAMPLONA.

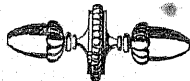
*Arreglado al espíritu de las disposiciones legales vigentes*

Y A LA OBRA DE

**DON JUAN CORTÁZAR,**

ADOPTADA POR TEXTO.

*Usa de Felipe Navarro*



PAMPLONA.

*Imprenta y librería de Joaquin Lorda,*

MERCADERES, 19.

—  
1882.

Franco Martínez  
Gobierno Nacional  
V. de la Plata

P.  
Templeton

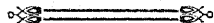
Estando dispuesto que varios de los estudios de aplicacion formen parte de los generales de 2.ª enseñanza, para que pueda aprovechar cada carrera las asignaturas generales que necesite antes de entrar en su respectiva especialidad, se ha redactado este programa con el objeto de que pueda servir para los estudios generales y de aplicacion consignados en la ley de instruccion pública y disposiciones posteriores.

Debiendo asistir a una misma cátedra de matemáticas las diferentes clases de alumnos, desde luego se nota la dificultad que existe para que el programa de dicha asignatura corresponda de una manera conveniente a cada una de las diversas carreras que tienen su estudio por base. Es indudable que para desenvolver, dar fuerza y precision al entendimiento de la juventud que aspira a los estudios superiores, é implantar al propio tiempo en su espíritu las nociones fundamentales, eminentemente especulativas de las ciencias exactas, conviene seguir el natural enlace y relacion de todas sus proposiciones; pues además de reclamarlo así la lógica para su fácil comprension, lo exige tambien la necesidad de evitar supresiones, al parecer de poca importancia, que impiden muchas veces esplicar con claridad otros teoremas que puedan ser de suma trascendencia en sus aplicaciones. Esto no obstante, las cuestiones que sin ser de absoluta necesidad amplian la materia que constituye la asignatura se hallan señaladas con asteriscos, notas y suplementos en el cuerpo y al final de la obra adoptada por texto, y se puede, sin perjuicio notable en

la enseñanza general, exigir su estudio solamente á los alumnos que aspiren á los conocimientos superiores ó especiales en la ciencia; á estos alumnos y á los de mayor disposicion intelectual, se debe exigir tambien la demostracion de los teoremas fundamentales y de los principios que dominan en la resolucion de los problemas objeto de su especialidad.

De este modo puede salvarse fácilmente la dificultad enunciada al principio y se hace innecesaria la formacion de un programa de matemáticas, *ad hoc* en cada uno de los estudios llamados de aplicacion.

Disponiendola ley que principie el curso en 1.º de Octubre y los exámenes ordinarios de prueba del mismo en 1.º de Junio, siendo, por lo tanto, la duracion del curso 8 meses y contando por término medio veinte dias útiles en cada mes, deducidas las fiestas, vacaciones reglamentarias y accidentales, resulta en todo el curso 160 dias lectivos: de estos se destinan á repasos una cuarta parte ó sean 40 dias, y quedan 120 para las lecciones de nuevo, que se distribuyen por mitad entre los tratados de aritmética y álgebra.



---

---

# PRIMER AÑO.

## ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA.

---

### ARITMÉTICA.

#### PRIMERA PARTE.

---

#### CÁLCULO DE LOS NÚMEROS ABSTRACTOS.

##### SECCION 1.ª

---

*Numeracion. Operaciones fundamentales.*

##### SECCION 2.ª

---

*Algunas propiedades de los números.*

##### SECCION 3.ª

---

*Números quebrados ó fracciones.*

##### SECCION 4.ª

---

*Raíces cuadradas y cúbicas de los números.*

##### SECCION 5.ª

---

*Razones y proporciones.*

## SEGUNDA PARTE.

### CÁLCULO DE LOS NÚMEROS CONCRETOS.

#### SECCION 1.<sup>a</sup>

*Operaciones fundamentales.*

#### SECCION 2.<sup>a</sup>

*Problemas que pueden resolverse por una ó más proporciones simples.*

#### SECCION 3.<sup>a</sup>

*Complemento de la aritmética.*

## ÁLGEBRA ELEMENTAL.

#### SECCION 1.<sup>a</sup>

*Cálculo algébrico.*

#### SECCION 2.<sup>a</sup>

*Ecuaciones de primer grado.*

#### SECCION 3.<sup>a</sup>

*Problemas determinados de primer grado.*

#### SECCION 4.<sup>a</sup>

*Potencias y raíces de las cantidades algébricas.*

#### SECCION 5.<sup>a</sup>

*Ecuaciones de segundo grado.*

#### SECCION 6.<sup>a</sup>

*Logaritmos y progresiones.*

## LECCION PRIMERA.

### INTRODUCCION AL ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS.

Definicion y objeto de las matemáticas como ciencia que trata de la cantidad.—Division de las matemáticas en puras y mistas.—Objeto y division de las matemáticas puras ó abstractas: Aritmética ó ciencia de los números, Geometría ó ciencia de la estension, y Algebra que trata de las leyes generales de la cantidad.—Objeto y division de las matemáticas mistas ó físico-matemáticas.—Proposiciones admitidas para la esposicion de las matemáticas: axioma, teorema, problema, corolario y lema.—Demostracion: método analítico y sintético.—Método matemático.—Elementos del juicio: division de este en afirmativo y negativo, en general ó particular.—Caractéres que distinguen á las matemáticas de las demás ciencias.

## ARITMÉTICA.

### PARTE PRIMERA.

### CÁLCULO DE LOS NUMEROS ABSTRACTOS.

#### SECCION I.<sup>a</sup> *Historia*

*Numeracion.—Operaciones fundamentales.*

LECCION 2.<sup>a</sup>—*Nociones preliminares.*

Objeto y definicion de la Aritmética.—Unidad, cantidad y número —Divisiones del número.—Número entero, quebrado, mixto, abstracto y concreto.—Numeros homogéneos y eterogéneos.—Cuadro de los signos matemáticos.—Datos é incógnitas.—Operaciones que constituyen el cálculo Aritmético.

LECCION 3.<sup>a</sup>—*Numeracion.*

Numeracion hablada ú oral, y numeracion escrita.—Objeto de la numeracion oral ó hablada.—Palabras que constituyen la numeracion

hablada.—Base de un sistema de numeracion.—Objeto de la numeracion escrita.—Caracteres, signos ó cifras de la numeracion décupla ó decimal.—Valores absolutos y relativos de cada cifra.—Reglas para leer y escribir un número entero cualquiera.—Observaciones acerca de los diferentes sistemas de numeracion.

LECCION 4.<sup>a</sup>—Adiccion de los números enteros abstractos.

Principios fundamentales de la adiccion ó suma.—Defnicion y objeto de la suma.—Adiccion de los números enteros.—Observaciones acerca de esta operacion.

LECCION 5.<sup>a</sup>—Sustraccion de los números enteros abstractos.

Principios fundamentales de la sustraccion ó resta.—Defnicion y objeto de la resta.—Sustraccion de los números enteros.—Observaciones acerca de esta operacion.

LECCION 6.<sup>a</sup> Multiplicacion de los números enteros abstractos.

Defnicion de la multiplicacion: su origen, su objeto y nombres de las cantidades que entran en esta operacion.—Casos que pueden ocurrir en la multiplicacion de los números enteros: multiplicar un dígito por otro dígito, un dígito por un compuesto y un compuesto por otro compuesto.—Observaciones relativas á esta operacion.—Teorema.—El producto no varía aunque se tome el multiplicando por multiplicador y este por multiplicando.

LECCION 7.<sup>a</sup>—Division de los números enteros abstractos.

Defnicion general de la division: su origen, su objeto y nombres de las cantidades que entran en esta operacion.—Casos que pueden ocurrir: dividir un número dígito por otro dígito, un dígito por un compuesto, un compuesto por un dígito y un compuesto por otro compuesto.—Division exacta ó inexacta.—Observaciones relativas á esta operacion.

LECCION 8.<sup>a</sup>—Prueba de las cuatro operaciones.

Observaciones respecto de las operaciones llamadas pruebas.—Prueba de la suma.—Idem de la resta.—Idem de la multiplicacion.—Idem de la division.

SECCION II.

Algunas propiedades de los números enteros.

LECCION 9.<sup>a</sup>—Nociones preliminares.

Multiplicar una suma, ó una resta indicada, por un número.—Teorema. El producto de varios factores no se altera aunque se mude el orden de colocacion de estos.—Teorema. Si uno de los factores de un producto se multiplica ó divide por un número entero, el producto queda multiplicado ó dividido por dicho número.—Corolarios de este Teorema.

LECCION 10.—Potencias de los números.

Potencia de los números en general.—Cuadrado ó segunda poten-

cia.—Cubo ó tercera potencia.—Qué se entiende por factor, divisor, parte alienota, múltiplo y submúltiplo de un número.—Número par é impar.

LECCION 11.—Divisibilidad de los números.

Teoremas fundamentales de la divisibilidad de los números; 1.<sup>o</sup> Si un número es divisor de otros, es divisor de la suma de estos; 2.<sup>o</sup> Si un número es divisor de otros dos, es divisor de la diferencia de estos. Corolarios de estos Teoremas.—Demostrar cuando un número dado será divisible por 10, 100, 1000, etc. por 2, por 5, por 4, por 8, por 25, por 50, por 75.

LECCION 12.—Divisibilidad por 9 y por 11.

Teorema. Todo número de dos ó más cifras, se compone de un múltiplo de nueve, y de los valores absolutos de sus cifras.—Lema y corolario de este teorema: cuando será un número divisible por nueve y por tres.—Teorema. Todo número de dos ó más cifras significativas es igual á un múltiplo de 11 mas la suma de los valores absolutos de las cifras de lugar impar (contando de derecha á izquierda) menos la suma de los valores absolutos de las cifras del lugar par.—Lemas y corolarios de este teorema; cuando un número será divisible ó no por once.—Cuando un número será divisible por 7.

LECCION 13.—Máximo común divisor.

Defnicion del máximo común divisor de dos ó mas números.—Números primos entre sí.—Teorema. Todo factor comun al dividendo y al divisor de una division inexacta, es factor del residuo; y al contrario todo factor comun al divisor y al residuo, es factor del dividendo.—Teorema. El m. c. d. del dividendo y divisor de una division inexacta es igual al m. c. d. del divisor y residuo.—Hallar el m. c. d. de dos ó más números.

LECCION 14.—Minimo comun múltiplo.

Teorema. Todo múltiplo de dos números, es un producto de tres factores:—Hallar el menor múltiplo de dos ó mas números.

LECCION 15.—Números primos.

Número simple ó primo, número compuesto.—Formacion de la tabla de los números primos de la primera centena.—Observaciones respecto de las diferentes tablas de números primos.—Todo número mayor que 1, que no es divisible por 2, ni por 3, es un múltiplo de 6 aumentado ó disminuido en 1.—Si un número primo no es divisor de otro número, los dos son primos entre sí.—Teorema. Todo número primo que sea divisor de un producto, es por lo menos divisor de uno de sus factores: corolarios de este teorema.

LECCION 16.—Factores simples y compuestos de un número dado.

Descomponer un número dado en sus factores primos.—Un número dado no admite dos descomposiciones diferentes en factores primos.—Determinacion de todos los factores, simples y compuestos, de un número dado.



SECCION III.

\* *Números quebrados ó fraccionarios.*

LECCION 17.—*Nociones preliminares.*

Origen de los números fraccionarios ó quebrados.—Definición de los números fraccionarios y modo de representarlos por escrito.—Términos del quebrado, nombre de estos.—Quebrados propios é impropios.—Unidad fraccionaria.—Números mixtos.—Hallar los enteros de un quebrado impropio.—Cociente completo de dos números enteros.—Reducir un número entero á fraccionario.—Alteracion que sufre el valor de un quebrado, cuando varía uno ó dos de sus términos.

LECCION 18.—*Reduccion de quebrados á un comun denominador.*

Reduccion de dos ó más números quebrados, cuyos denominadores sean diferentes, á un comun denominador; método general y métodos parciales ó abreviados.—Simplificacion de los números fraccionarios.—Quebrado irreducible.

LECCION 19.—*Operaciones con los números fraccionarios.*

Adiccion de los números fraccionarios.—Sumar dos ó mas quebrados de un mismo ó de diferentes denominadores.—Sumar un entero con un quebrado.—Sumar números mixtos.—Sumar enteros y fraccionarios con números mixtos.

LECCION 20.—*Sustraccion de los números fraccionarios.*

Restar de un quebrado, otro menor, tengan ó no un mismo denominador.—Restar un quebrado de un entero.—Restar un número mixto de otro mixto.—Restar de un mixto, un entero ó un quebrado, y al contrario.

LECCION 21.—*Multiplicacion de los números fraccionarios.*

Multiplicar un quebrado por un entero.—Multiplicar un quebrado por otro quebrado.—Multiplicar un número mixto por otro mixto.—Multiplicar un entero por un quebrado ó un número mixto.—Orden de los factores en la multiplicacion de los quebrados.—Multiplicar varios quebrados entre sí.—Multiplicar un quebrado de quebrado por otro quebrado de quebrado.

LECCION 22.—*Division de los números fracc.arios.*

Dividir un quebrado por otro quebrado.—Dividir un entero por un quebrado, y al contrario.—Dividir un número mixto por otro número mixto.—Dividir un entero ó un quebrado por un número mixto y al contrario.—Dividir un quebrado de quebrado por otro quebrado de quebrado.

LECCION 23.—*Productos de varios factores.*

Teorema, El producto de una  $\left\{ \begin{array}{l} \text{suma} \\ \text{resta} \end{array} \right.$  indicada, de varios números enteros y fraccionarios, ó todos fraccionarios, por un número entero ó fraccionario es igual á la  $\left\{ \begin{array}{l} \text{suma} \\ \text{diferencia} \end{array} \right.$  de los productos parciales de cada número del multiplicando por el multiplicador.—Corolarios de este teorema.

LECCION 24.—*Potencia de los números fraccionarios.*

Elevar un quebrado á una potencia cualquiera.—Elevar un número mixto á una potencia cualquiera.—Teorema. Las potencias de un número menor que 1, van disminuyendo á medida que crece su grado; y las potencias de un número mayor que 1, van aumentando á medida que crece su grado.—Teorema. Las potencias de una fraccion irreducible, es una fraccion irreducible.

LECCION 25.—*Quebrados ó cantidades decimales.*

Numeracion de los quebrados decimales.—Unidad fraccionaria decimal.—Nomenclatura de estas unidades.—Números fraccionarios decimales.—Números mixtos, cuyos quebrados son decimales.—Leer y escribir cantidades decimales.—Determinar la denominacion de la última cifra de una cantidad decimal.—Una cantidad decimal no se altera, escribiendo uno ó más ceros á su derecha.—Reduccion de las cantidades decimales á una misma denominacion.—Alteraciones que sufre un número decimal si se corre la coma uno ó más lugares á la derecha, ó á la izquierda.

LECCION 26.—*Adiccion y sustraccion de las cantidades decimales.*

Sumar quebrados decimales.—Sumar quebrados decimales con otros números cualesquiera.—Restar un quebrado decimal de un entero.—Restar un número mixto decimal de otro número mixto decimal.

LECCION 27.—*Multiplicacion de las cantidades decimales.*

Multiplicar una cantidad decimal por la unidad seguida de ceros.—Multiplicar una cantidad decimal por una entera.—Multiplicar una cantidad decimal por otra decimal.—Nota respecto de las cifras que ha de tener el producto.

LECCION 28.—*Division de las cantidades decimales.*

Dividir una cantidad decimal por la unidad seguida de uno ó mas ceros.—Dividir una cantidad decimal por un número entero.—Dividir una cantidad entera, ó decimal, por una decimal.

LECCION 29.—*Reduccion de quebrados ordinarios á quebrados decimales.*

Reducir una fraccion ordinaria á fraccion decimal.—Fraccion de-

cimal exacta, periódica pura, y periódica mixta.—Teorema. Si una fraccion ordinaria no es reducible exactamente á fraccion decimal, la fraccion decimal equivalente será necesariamente periódica.—Cuándo un quebrado ordinario dará fraccion decimal exacta, cuándo periódica pura, y cuándo periódica mixta.

LECCION 30.—Reduccion de fracciones decimales á fracciones ordinarias.

Hallar la fraccion generatriz ordinaria de una fraccion decimal exacta.—Hallar la fraccion generatriz ordinaria de una decimal periódica pura.—Hallar la generatriz de una fraccion periódica mixta.—Teorema. El numerador de la fraccion generatriz de una fraccion periódica mixta no puede terminar en cero.

SECCION IV.

Raíces cuadrada y cúbica de los números.

LECCION 31.—Nociones preliminares.

Definicion de la raíz cuadrada y raíz cúbica de un número.—Raíz cúbica ó raíz tercera de un número.—Definicion general de una raíz cualquiera.—Índice de la raíz.—Modo de representar las raíces por escrito.—Teorema. Una raíz cualquiera de un número menor que 1, es tambien menor que 1, pero mayor que dicho número; y una raíz cualquiera de un número mayor que 1 es tambien mayor que 1, pero menor que dicho número.—Teorema. Si la raíz cuadrada de un número entero no es exactamente número entero, tampoco puede ser exactamente número fraccionario.—Raíz cuadrada entrará de un número.—Teorema relativo al cuadrado de la suma de dos números.—Números consecutivos.—Diferencias de los cuadrados de dos números consecutivos.—Resíduo de la raíz cuadrada de un número entero.—Estraccion de la raíz cuadrada de los números enteros.—Observaciones para conocer si un número entero no es cuadrado perfecto.

LECCION 32.—Raíz cuadrada de los quebrados.

Extraccion de la raíz cuadrada de un quebrado ordinario.—Casos que pueden ocurrir en la extraccion de la raíz cuadrada de los quebrados: que los dos términos tengan raíz exacta, que el numerador la tiene y el denominador no, ó al contrario, y que ninguno de los dos términos la tenga.—Teorema. Si alguno de los términos de un quebrado irreducible no tiene raíz cuadrada exacta, el quebrado no puede tener raíz cuadrada exacta.

LECCION 33.—Raíces incommensurables.

Hallar el valor de una raíz cuadrada incommensurable en menos de una parte alicuota de la unidad.—Raíz cuadrada de un número mixto.

LECCION 34.—Raíces cúbicas de los números enteros.

Cubos de los nueve números dígitos.—Teorema. Si la raíz cúbica

de un número entero no es exactamente un número entero, tampoco puede ser exactamente número quebrado.—Teorema, relativo al cubo de la suma de dos números.—Diferencias de los cubos de dos números consecutivos.—Resíduo de la raíz cúbica de un número entero.—Extraccion de la raíz cúbica de un número entero de cualquier número de cifras.

LECCION 35.—Raíces cúbicas de los quebrados ordinarios.

Casos que pueden ocurrir en la extraccion de la raíz cúbica de los quebrados.—Extraer la raíz cúbica de un quebrado, cuando los dos términos la tienen exacta, cuando uno de los dos no la tiene, y cuando ninguno de los dos la tienen.—Teorema. Si alguno de los dos términos de un quebrado irreducible, no tiene raíz cúbica exacta, el quebrado no puede tener raíz cúbica exacta.

LECCION 36.—Raíces cúbicas incommensurables.

Hallar el valor de una raíz cúbica incommensurable en menos de una parte alicuota de la unidad.—Raíz cúbica de un número mixto.

SECCION V.

Razones y proporciones.

LECCION 37.—Nociones preliminares.

Definicion de la razon.—Términos de que consta.—Antecedente, consecuente, y exponente.—Modo de representar por escrito las razones.—Razon por diferencia, razon por cociente: razones inversas ó recíprocas: razon de mayor á menor, de menor á mayor, y de igualdad.—Determinacion del exponente de una razon cualquiera.

LECCION 38.—De la proporcion.

Definicion general de la proporcion.—Términos que la constituyen.—Proporcion por diferencia y por cociente.—Proporcion discreta y continua.—Propiedades de las proporciones por cociente.—Dados tres términos de una proporcion discreta, ó dos en la continua, hallar el cuarto término de la primera y el medio en la segunda.—Permutaciones que se pueden hacer con los términos sin que dejen de formar proporcion.—Propiedades de las series de razones iguales.

PARTE SEGUNDA.

SECCION I.

Aplicaciones usuales de la Aritmética ó cálculo de los números concretos.

LECCION 39.—Nociones preliminares.

Números concretos.—Números complejos ó denominados é incompuestos.—Sistema de medidas, pesas y monedas de Castilla.

*esta es la raíz de la proporcion discreta de los números*



LECCION 40.—Reduccion de un número complejo á incomplejo y al contrario.

Reducir una cantidad concreta á otra de especie menor.—Reducir un número complejo á incomplejo de su menor especie.—Reducir un número complejo á incomplejo de cualquiera de sus especies.—Reducir una cantidad concreta á otra de especie mayor.—Reducir á complejo un número incomplejo de especie inferior.—Reducir á complejo un número quebrado de especie superior.

LECCION 41.—Adicion ó suma de los números concretos.

Sumar números incomplejos.—Sumar números complejos.—Homogeneidad de los sumandos.

LECCION 42.—Sustraccion ó resta de los números concretos.

Restar de un número incomplejo, otro incomplejo.—Restar de un número incomplejo, otro complejo y al contrario.—Restar de un número complejo otro complejo.—Homogeneidad de los datos.

LECCION 43.—Multiplicacion de los números concretos.

Observaciones acerca de la especie de las unidades del multiplicando y multiplicador.—Multiplicar un número incomplejo por otro incomplejo.—Multiplicar un complejo por otro incomplejo.—Multiplicar un número incomplejo ó complejo, por otro complejo.—Método de las partes alicuotas.—Método de las fracciones.

LECCION 44.—Division de los números concretos.

Observaciones respecto de la homogeneidad de los datos.—Dividir un número incomplejo por otro incomplejo.—Dividir un complejo por un incomplejo.—Dividir un incomplejo por un complejo.—Dividir un complejo por otro complejo.

SECCION II.

Problemas que pueden resolverse por una ó más proporciones simples.

LECCION 45.—Nociones preliminares.

Reglas para establecer una proporcion con cuatro números concretos.—Qué se entiende por regla de tres.—Su division en directa ó inversa.—Regla de tres simple.—Resolucion de problemas que dependen de una sola proporeion simple.

LECCION 46.—Regla de tres compuesta.

Resolucion de problemas que dependen de dos ó más proporciones.—Resolucion de problemas por el método de reduccion á la unidad.

LECCION 47.—Repartimientos proporcionales y regla de compañía.

Dividir un número en partes proporcionales á otros números dados.

—Definicion de la regla de compañía.—Casos que pueden ocurrir: 1.º que el tiempo sea el mismo y diferentes los capitales; 2.º que los capitales sean iguales y los tiempos diferentes, 3.º que sean diferentes los tiempos y los capitales.—Resolucion de varios ejemplos en cada uno de estos casos.

LECCION 48.—Interés.

Qué se entiende por interés, por capital y por tanto por ciento.—Interés simple y compuesto.—Resolucion de varios problemas de interés: 1.º cuando el tiempo es un año; 2.º cuando el tiempo es diferente de un año.

LECCION 49.—Descuento.

A qué se dá el nombre de letra ó pagaré.—Qué se entiende por aceptación y endoso: por tenedor y tomador de la letra.—Valor futuro ó nominal de la letra ó pagaré.—Valor actual.—Daño ó beneficio de una letra ó pagaré.—A qué se llama descuento.—Primer método de descontar.—Resolucion de varios ejemplos, en los que se supone el descuento igual al interés del valor nominal de la letra.—Segundo método de descontar. Resolucion de varios ejemplos, en los que se supone el descuento igual al interés del valor real de la letra.—Observaciones acerca de estos dos métodos de descontar.

LECCION 50.—Regla conjunta.

Definicion y objeto de la regla conjunta.—Equivalencias.—Teoremas relativos á la multiplicacion de varias equivalencias en las que la especie del primer miembro de cada una, sea la misma que la del segundo miembro anterior.—Resolucion de varios problemas de regla conjunta.—Notas sobre las simplificaciones de las equivalencias.

LECCION 51.—Regla de aligacion.

Definicion y objeto de la regla de aligacion.—Conociendo las cantidades que deben entrar en la mezcla, y sus precios, hallar el precio medio.—Conociendo el precio medio, y los de las especies, hallar las cantidades que deben entrar en la mezcla.—Teorema. Si son dos las especies que se mezclan, las cantidades que debe de tomarse de ambas especies están en razon inversa de la diferencia de sus precios al precio medio.—Resolucion de varios problemas en que las especies de la mezcla son más de dos.—Idem cuando el número de las unidades de la mezcla, ó el de alguna de las especies, está determinado.

SECCION III.

LECCION 52.—Operaciones abreviadas.

Diferentes modos de abreviar la multiplicacion de los enteros.  
Multiplicacion de un número por 11, 12, 13. . . 19.  
Multiplicacion de un número por 21, 31, 41. . . 91.  
Multiplicacion de un número por 5, 25, 125. . . etc.  
Multiplicacion de un número por 9, 99, 999. . . etc.  
Multiplicacion abreviada de las cantidades decimales.



LECCION 53.—*Division abreviada.*

Division abreviada de los números enteros.—Dividir un número por 5, 25, 125, etc.—Método abreviado para la extraccion de la raiz cuadrada.

LECCION 54.—*Cantidades incommensurables.*

Cantidad commensurable, incommensurable ó irracional, constante y variable.—Límite de una cantidad variable.—Teorema.—Si dos cantidades variables, que tienen límites, son constantemente iguales, estos límites son tambien iguales.—Teoremas relativos á los límites de las cantidades variables.

LECCION 55.—*Sistema métrico de pesas y medidas.*

Nociones preliminares.—Unidad fundamental ó base del sistema: origen, objeto y etimología del metro.—Unidades principales.—Unidades usuales.—Sus relaciones con la unidad fundamental.—Formacion de sus múltiplos y divisores.—Observaciones respecto de las medidas cuadradas y de las cúbicas.—Reduccion de números complejos métricos á sencillos y al contrario.—Equivalencias aproximadas entre las unidades mas usuales de Castilla y las nuevas ó métricas.

LECCION 56.—*Operaciones fundamentales con los números métricos.*

Sumar números métricos.—Restar números métricos.

LECCION 57.—*Multiplicacion de los números métricos.*

Multiplicacion de los números métricos.—Division de los números métricos.

LECCION 58.—*Reduccion de pesas y medidas de Castilla á sus equivalentes métricas, y al contrario.*

Reduccion de pesas y medidas de una provincia dada á sus equivalentes métricas, y al contrario.

LECCION 59.—*Resúmen del sistema métrico decimal.*

Ventajas del sistema métrico decimal.—Error obtenido en virtud de las equivalencias aproximadas.

LECCION 60.—*Resolucion de varios problemas haciendo uso de la tabla de la correspondencia entre las medidas y pesas de las diferentes provincias de España y las métricas.*

FIN DE LA ARITMÉTICA.

# ÁLGEBRA.

## SECCION PRIMERA.

### Cálculo algébrico.

LECCION 61.—*Nociones preliminares.*

Definicion del álgebra.—Signos y notacion algébrica.—Ventajas del álgebra sobre la aritmética.—Cantidades algébricas.—Cantidad algébrica entera, quebrada, mixta, monomia, binomia, etc. y polinomia.—Términos algébricos.—Términos semejantes, desemejantes, homogéneos y heterogéneos.—Coeficiente y exponente.—Determinacion de las dimensiones de los términos.—Dimension positiva, negativa y nula.

LECCION 62.—*Operaciones con los números negativos.*

Qué se entiende por cantidad negativa.—Origen y valor de las cantidades negativas.—Adicion de los números negativos.—Resta ó sustraccion de los números negativos.

LECCION 63.—*Multiplicacion y division de los números negativos.*

LECCION 64.—*Valor numérico de las cantidades literales.*

El valor numérico de un polinomio no varia, cualquiera que sea el órden en que se coloquen sus términos.—Reduccion de términos semejantes.

LECCION 65.—*Operaciones fundamentales.*

Qué se entiende por suma algébrica.—Adicion ó suma de las cantidades algébricas.—Adicion ó suma de dos ó más monomios.—Adicion ó suma de dos ó más polinomios.

LECCION 66.—*Sustraccion de las cantidades literales enteras.*

Definicion y objeto de la sustraccion algébrica.—Demostracion de la variedad de signos que sufre el sustraendo en esta operacion.—Sustraccion de dos cantidades algébricas cualesquiera.

LECCION 67.—*Multiplicacion de las cantidades literales enteras.*

Producto de varias cantidades literales.—Cosas á que se debe atender en esta operacion: signos, coeficientes, letras y exponentes.—Demostracion de la regla que se sigue en cada una de estas cuatro cosas.—Casos que pueden ocurrir en la multiplicacion algébrica.—Multiplicacion de un monomio por otro.—Multiplicacion de un monomio por un polinomio.—Multiplicacion de polinomios.—Ordenacion de los polinomios.

LECCION 68.—*Consecuencias de la multiplicacion de los polinomios.*

Cuadrado de un binomio.—Cubo de un binomio.—Observaciones respecto de estas dos potencias, cuando la segunda parte es negativa.—Teorema. El producto de dos polinomios homogéneos, es homogéneo; y de un grado igual á la suma de los dos factores.—Producto de la suma de dos cantidades por su diferencia.

LECCION 69.—*Division de las cantidades literales enteras.*

Nociones preliminares.—Definicion de la division algébrica.—Cociente algébrico.—Division exacta é inexacta.—Fraccion algébrica.—Teorema. Una fraccion algébrica no varía multiplicando, ó dividiendo sus dos términos por una cantidad cualquiera.—Cosas á que se debe atender en la division algébrica; signos coeficientes, letras y esponentes.—Demostracion de las reglas que se siguen en cada una de estas cuatro cosas.

LECCION 70.—*Division de monomios.*

Division exacta de un monomio por otro monomio.—Division inexacta de monomios.—Division exacta de un polinomio por un monomio.—Division inexacta de un polinomio por un monomio.—Division de un monomio por un polinomio.—Division de dos polinomios.

LECCION 71.—*Consecuencias de la division.*

Si un polinomio entero  $Ax^m + Bx^{m-1} + Cx^{m-2} + \dots + Kx + L$ , ordenado con respecto á una letra  $x$  se divide por el binomio  $x-a$ , el residuo de la division será el mismo polinomio reemplazando  $x$  por  $a$ .—Si un polinomio entero  $Ax^m + Bx^{m-1} + Cx^{m-2} + \dots + Kx + L$ , ordenado con respecto á una letra  $x$ , se reduce á 0 poniendo en vez de  $x$  el valor  $a$ , dicho polinomio es divisible por  $x-a$ , y no lo es en el caso contrario.—La diferencia de dos potencias del mismo grado de dos cantidades, es divisible por la diferencia de estas cantidades.—Ejemplos de este corolario.

LECCION 72.—*Fracciones algébricas.*

Teorema.—Si el numerador de un quebrado, cuyos dos términos son positivos, crece ó disminuye, el quebrado crece ó disminuye.—Si el denominador de un quebrado, cuyos dos términos son positivos crece ó disminuye, el quebrado disminuye ó crece.—Reduccion de quebrados á un comun denominador: método general, métodos particulares.—Reduccion de espresiones mixtas á quebrados.

LECCION 73.—*Adiccion y sustraccion de los quebrados literales y espresiones mixtas.*

LECCION 74.—*Multiplicacion y division de los quebrados literales y espresiones mixtas.*

LECCION 75.—*Esponentes negativos.*

Toda cantidad que tiene esponente negativo, es un quebrado, cuyo

numerador es la unidad, y cuyo denominador es la misma cantidad con el mismo esponente hecho positivo.—Toda cantidad, cuyo esponente es 0 equivale á la unidad.—Todo factor puede trasladarse del numerador al denominador, ó al contrario, mudando el signo de su esponente.

Interpretacion de las espresiones  $\frac{a}{0}$  y  $\frac{0}{0}$

SECCION II.

*Ecuacion de primer grado.*

LECCION 76.—*Nociones preliminares.*

Definicion de la ecuacion: miembros de que consta.—Ecuacion numérica y literal.—Solucion de la ecuacion: qué se entiende por resolver una ecuacion: valor de la incógnita: deduccion del grado de la ecuacion.—Teorema.—Una ecuacion no se altera, añadiendo á ámbos miembros, ó restando de ellos una misma cantidad.—Teorema. Una ecuacion no se altera multiplicando ó dividiendo sus dos miembros por una misma cantidad diferente de 0.

LECCION 77.—*Preparacion de las ecuaciones.*

Quitar denominadores, paréntesis, hacer la transposicion y la reduccion de términos de la ecuacion.—Fórmula general de las ecuaciones de primer grado con una sola incógnita.—Resolucion de la misma.—Teorema. En toda ecuacion de primer grado, la incógnita no tiene más que un solo valor.

LECCION 78.—*Eliminacion de incógnitas.*

Qué se entiende por eliminar una incógnita.—Diferentes métodos de eliminar incógnitas: método de sustitucion: método de adiccion ó sustraccion (ó coeficientes idénticos); método de igualacion.

LECCION 79.—*Resolucion de un número cualquiera de ecuaciones de primer grado con igual número de incógnitas.*

Qué se entiende por un sistema de ecuaciones: solucion del sistema: ecuaciones equivalentes.

LECCION 80.—*Casos de imposibilidad é indeterminacion en las ecuaciones de primer grado.*

Ecuaciones contradictorias ó incompatibles.—Ecuacion consecuencia de otra.—Ecuaciones distintas.—Sistema indeterminado.

LECCION 81.—*Resolucion de un cierto número de ecuaciones de primer grado con mayor número de incógnitas.*

Ecuacion indeterminada; variables dependientes é independientes.—Funcion de una ó varias variables.—Resolucion de varias ecuaciones de primer grado, con menor número de incógnitas.—Ecuaciones de condicion.

SECCION III.

*Problemas determinados de primer grado.*

LECCION 82.—*Nociones preliminares.*

Observaciones respecto de la resolucion de los problemas.—Poner el problema en ecuacion, ó plantearle; despejar las incógnitas ó determinar sus valores.—Problema de primer grado, de segundo, de tercero, etc. grado.—Ejercicios en la resolucion de los problemas de primer grado, con una incógnita.

LECCION 83.—*Ejercicios en la resolucion de problemas de primer grado con dos ó más incógnitas.*

Problemas generales: particularizar y generalizar un problema.

LECCION 84.—*Casos de imposibilidad en los problemas de primer grado.*

Problemas posibles, imposibles, determinados é indeterminados.—Valores positivos, negativos, infinitos é indeterminados de las incógnitas.

SECCION IV.

*Potencias y raíces de las cantidades algébricas.*

LECCION 85.—*Potencias de los monomios.*

Teorema.—La potencia de un producto es igual al producto de las potencias del mismo grado de sus factores.—Potencia de un quebrado.—Eleva á una potencia cualquiera, una cantidad cuyo esponente sea entero, positivo ó negativo.

LECCION 86.—*Raíces de los monomios.*

Qué se entiende por raíz de un número, positivo ó negativo.—Cantidades reales é imaginarias, racionales é irracionales.—Teorema.—Todo número positivo tiene dos raíces reales de grado par, las cuales solo se diferencian en el signo.—Raíz aritmética, ó valor aritmético de la raíz de un número positivo.—Raíz real negativa de un número negativo.—Teorema.—La raíz de un producto de varios factores es igual al producto de las raíces del mismo grado de dichos factores.—Raíces de los monomios enteros.—Raíces de los monomios quebrados.—Raíz exacta é inexacta.—Potencias y raíces de los polinomios.—Cuadrado ó cubo perfecto.

LECCION 87.—*Permutaciones y combinaciones.*

Qué se entiende por permutaciones.—Permutaciones binarias, ternarias, cuaternarias, etc., de  $m$  letras.—Combinaciones ó productos diferentes.—Hallar el número de combinaciones binarias, ternarias etc. de  $m$  letras.—Fórmula general del número de combinaciones de  $m$  letras tomadas de  $n$  á  $n$ .

LECCION 88.—*Fórmula del binomio de Newton.*

Teorema relativo á la ley general del producto de varios factores binomios, cuyo primer término sea el mismo.—Deducion de la fórmula del binomio de Newton.—Término general de la fórmula.—Observaciones respecto de los coeficientes de la misma.

LECCION 89.—*Potencias de los polinomios.*

Observaciones respecto del cuadrado de un polinomio.—Idem del cuadrado de un trinomio.

LECCION 90.—*Raíces de los polinomios.*

Raíz cuadrada exacta, é inexacta de los polinomios.—Observaciones respecto de la raíz cuadrada de un binomio.

LECCION 91.—*Cálculo de las cantidades radicales.*

Cantidad radical: su índice.—Cantidades radicales racionales ó comensurables, irracionales ó incommensurables, semejantes, desemejantes, homogéneas, heterogéneas y conjugadas.—Teorema. Una cantidad radical no varía; multiplicando su índice por un número entero, y elevando la cantidad que está bajo del signo radical á la potencia del grado indicado por dicho número entero.—Reduccion de radicales á un mismo índice: método general y métodos particulares.

LECCION 92.—*Adiccion y sustraccion de las cantidades radicales.*

LECCION 93.—*Multiplicacion y division de las cantidades radicales de igual ó diferente índice.*

LECCION 94.—*Elevacion á potencias y extraccion de raíces de las cantidades radicales.*

LECCION 95.—*Cálculo de los valores aritméticos de las cantidades que tienen esponentes fraccionarios.*

Cálculo de las cantidades que tienen esponentes fraccionarios positivos.—Cálculo de las cantidades que tienen esponentes fraccionarios negativos.

LECCION 96.—*Cálculo de las cantidades imaginarias.*

Nociones preliminares.—Qué se entiende por cantidad imaginaria.—Forma propia de las expresiones imaginarias.—Cantidad imaginaria de segundo grado.—Toda cantidad imaginaria de segundo grado

puede reducirse á la forma  $a\sqrt{-1}$

La suma de una cantidad real y de una imaginaria es imaginaria.—La suma, la diferencia, el producto y el cociente de dos binomios imaginarios  $a + b\sqrt{-1}$ ,  $c + d\sqrt{-1}$  es, en general, un binomio imaginario; pero tambien puede ser un monomio imaginario ó una cantidad real.—Adiccion, sustraccion, multiplicacion y division de las cantidades imaginarias, monomios ó polinomios.

LECCION 97.—*Elevacion á potencias y extraccion de raices de las cantidades imaginarias.*

Determinar las potencias sucesivas de  $\sqrt{-1}$

Una potencia cualquiera del binomio  $a + b\sqrt{-1}$  es, en general un binomio imaginario; pero tambien puede ser un monomio imaginario ó una cantidad real.—Elevacion á potencias de las cantidades imaginarias, monomias y polinomias.—Una raíz cualquiera de un binomio imaginario  $a + b\sqrt{-1}$  es siempre un binomio imaginario.—Extraccion de raíces de las cantidades imaginarias monomias ó polinomias.

LECCION 98.—*Cantidades imaginarias conjugadas.*

La suma de dos cantidades imaginarias conjugadas es una cantidad real, y su diferencia es imaginaria.—El producto de dos cantidades imaginarias conjugadas es una cantidad real.—El cociente de dos cantidades imaginarias conjugadas es siempre imaginario.—Las raíces cuadradas de las cantidades imaginarias conjugadas son tambien imaginarias conjugadas.—Si un producto de varios factores imaginarios es cero, uno por lo menos de dichos factores será cero.

SECCION V.

*Ecuaciones de segundo grado.*

LECCION 99.—*Ecuaciones de segundo grado con una incógnita.*

Ecuacion de segundo grado; completa é incompleta.—Preparacion y resolucion de las ecuaciones incompletas ó puras de segundo grado:—Fórmulas generales de las mismas.—En la ecuacion  $ax^2 = b$ , la incógnita tiene dos valores iguales y de signo contrario.

LECCION 100.—*Ecuacion completa de segundo grado.*

Forma general de las ecuaciones completas de segundo grado.—Preparacion, resolucion de las ecuaciones completas ó mixtas de segundo grado.—Qué se entiende por raíz de una ecuacion.—Teorema. La suma de las raíces de una ecuacion de segundo grado completa, es igual al coeficiente del segundo término mudado el signo, y su producto es igual al tercer término.—Resolucion de las ecuaciones de segundo grado fundada en las propiedades de sus raíces.

LECCION 101.—*De las ecuaciones bicuadradas.*

Forma general de la ecuacion bicuadrada:—Resolucion de las mismas.

LECCION 102.—*Resolucion de dos ecuaciones de segundo grado, cada una con dos incógnitas.*

Forma general de las ecuaciones de segundo grado con dos incógnitas.—Resolucion de dichas ecuaciones.

LECCION 103.—*Discusion de la ecuacion general de segundo grado.*

Qué se entiende por discutir una ecuacion.—Determinar la naturaleza y signos de las raíces de las ecuaciones comprendida en la expresion  $x^2 + mx + n = 0$ .

LECCION 104.—*Problemas de segundo grado.*

Ejercicios en la resolucion de problemas de segundo grado.

LECCION 105.—*De las ecuaciones de dos términos.*

Ecuacion de dos términos ó binomia.—Fórmula general de dichas ecuaciones.—Determinacion de las diferentes raíces de la unidad.—Conocidas las raíces de la unidad, hallar las raíces del mismo grado de una cantidad.

SECCION VI.

*Logaritmos y progresiones.*

LECCION 106.—*Nociones preliminares.*

Potencias y raíces de un número mayor, igual ó menor que 1.—Definicion de los logaritmos.—Sistema de logaritmos: su ecuacion, nombre de las cantidades que entran en su formacion.—Base de un sistema de logaritmos: nombres que se dan á las dos partes de que consta el logaritmo.—Propiedades generales de los logaritmos.

LECCION 107.—*Construccion de las tablas de logaritmos.*

Sistema de logaritmos ordinarios, tabulares ó de Briggs, cuya base es diez: propiedades particulares de los logaritmos ordinarios.—Complemento logaritmico.—Logaritmos positivos y negativos.

LECCION 108.—*Operaciones por medio de los logaritmos.*

Multiplicacion, division, elevacion á potencias y extraccion de raíces por medio de logaritmos.—Ejemplos de aplicacion de los logaritmos á los cálculos algébricos.

LECCION 109.—*Uso de las tablas de logaritmos.*

Dado un número, hallar su logaritmo por medio de las tablas.—Dado un logaritmo, hallar su número por medio de las tablas.—Ejemplos de aplicaciones numéricas de los logaritmos.

LECCION 110.—*Ecuaciones esponenciales.*

Ecuacion esponencial, su fórmula general.—Resolucion de las ecuaciones esponenciales por medio de logaritmos.—Paso de un sistema de logaritmos á otro sistema.—Qué se entiende por modulo.

LECCION 111.—*Progresiones.*

Progresiones por diferencia ó aritmética.—Esponente ó razon de la progresion.—Definicion de la progresion por diferencia ó aritmética.—Progresion por cociente ó geométrica.—Progresion creciente y decreciente.—Fórmula general para hallar un término cualquiera de



una progresion por diferencia.—Fórmulas que se deducen de la anterior.—Interpolacion de medios diferenciales entre dos números dados.—Fórmula general de la suma de todos los términos de una progresion por diferencia.

LECCION 112.—*Problemas.*

Resolucion de los diez problemas generales que se deducen de las fórmulas del término general y de la suma de todos los términos de una progresion por diferencia.—Aplicaciones numéricas.

LECCION 113.—*Progresion por cociente ó geométrica.*

Esponente ó razon de la progresion.—Fórmula general de un término cualquiera de una progresion por cociente;—Fórmulas que se deducen de la anterior.—Interpolacion de medios proporcionales entre dos números dados.—Fórmula general de la suma de los términos de una progresion geométrica.

LECCION 114.—*Problemas.*

Resolucion de los diez problemas generales que se deducen de las fórmulas del término general y de la suma de todos los términos de una progresion por cociente.—Aplicaciones numéricas.

LECCION 115.—*Pilas de balas.*

Hallar la suma de los cuadrados de los números naturales, dado el número  $n$  de estos cuadrados.—Pila triangular, cuadrangular y rectangular.—Fórmula general del número de balas de una pila cuadrangular.—Fórmula general del número de balas de una pila rectangular.—Fórmula general del número de balas de una pila triangular.—Observaciones respecto de las formas geométricas que afectan dichas pilas.—Nota respecto de las pilas troncadas.

LECCION 116.—*Intereses.*

Qué se entiende por intereses.—Interés compuesto.—Determinacion de las fórmulas generales que ligan al capital, al tanto por 1 anual, al tiempo y á la suma del capital é intereses al cabo de este tiempo.—Resolucion logarítmica de las fórmulas generales de interés compuesto.

LECCION 118.—*Anualidades.*

Qué se entiende por anualidad.—Hallar la relacion que liga á las cuatro cantidades, capital, tanto por 1 anual, número de años al cabo de los cuales se ha de extinguir la deuda y anualidad.—Resolucion logarítmica de las fórmulas generales de las anualidades.

LECCION 119.—*Problemas.*

Resolucion de varios problemas numéricos de anualidades.

LECCION 120.—*Rentas vitalicias.*

Qué se entiende por renta vitalicia.—Hallar la anualidad que debe recibir el prestador, conociendo el tanto por ciento de interés ordinario, por un capital prestado con la condicion de que al fin de su vida quede estinguido su haber.—Diferentes tablas sobre la probabilidad de la vida humana: observaciones respecto de las mismas.—Resolucion de varios problemas numéricos relativos á rentas vitalicias.

EL CATEDRÁTICO DE LA ASIGNATURA,

GREGORIO DE PANO.