

Maialen ETXEBERRIA ERAUSKIN

ESTADÍSTICA

LA ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA EN UN AULA
DE 3º DE ESO

TFM 2019

upna
Universidad
Pública de Navarra
Nafarroako
Unibertsitate Publikoa

Facultad de Ciencias Humanas y Sociales
Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea

Ámbito MATEMÁTICAS

MÁSTER UNIVERSITARIO EN FORMACIÓN DEL
PROFESORADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

La estadística descriptiva en un aula de 3º de la ESO

**Máster de Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria
y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas**

Trabajo Fin de Máster

Ámbito Matemáticas

**La Estadística descriptiva en un aula
de 3º de la ESO**

Maialen Etxeberria Erauskin

UNIVERSIDAD PÚBLICA DE NAVARRA
NAFARROAKO UNIBERTSITATE PUBLIKOA

ÍNDICE

	Página
Introducción general	5
Parte I: La estadística en el currículo vigente y en los libros de texto	7
1. El contenido de la estadística en el currículo vigente	11
1.1.Contenidos en Educación Primaria	11
1.2.Contenidos en ESO.....	12
1.3.Contenidos en Bachillerato	12
1.4.Evolución de los contenidos en el currículo vigente.....	13
2. Los criterios de evaluación de la estadística en el currículo vigente	21
2.1.Criterios de evaluación en Educación Primaria	21
2.2Criterios de evaluación en ESO.....	22
2.2.Criterios de evaluación en Bachillerato.....	22
2.3. Evolución de los contenidos en el currículo vigente.....	22
3. Estándares de aprendizaje evaluables de la estadística en el currículo vigente	37
3.1.Estándares de aprendizaje evaluables en Educación Primaria	37
3.2.Estándares de aprendizaje evaluables en ESO.....	38
3.3.Estándares de aprendizaje evaluables.....	38
3.4.Evolución de los contenidos en el currículo vigente.....	38
4. Ejercicios, problemas y cuestiones tipo en los libros de texto y su relación con la estadística en el currículo vigente	39
4.1.Ejercicios, problemas y cuestiones tipo en 1ºESO	39
4.2.Ejercicios, problemas y cuestiones tipo en 2ºESO	42
4.3.Ejercicios, problemas y cuestiones tipo en 3ºESO.....	44
4.4.Ejercicios, problemas y cuestiones tipo en 4ºESO	46
4.5.Ejercicios, problemas y cuestiones tipo en 1ºBACH	49
5. Resultados	51
5.1. Ausencias y presencias en el currículo y en los libros de texto	51
5.2. Coherencia de los libros de texto en relación con el currículo	53

	Página
Parte II: Análisis de un proceso de estudio de la estadística en secundaria	55
6. La estadística en el libro de texto de referencia	59
6.1. Objetos matemáticos involucrados	59
6.2. Análisis global de la unidad didáctica	61
7. Dificultades y errores previsibles en el aprendizaje de la unidad didáctica	67
7.1. Dificultades.....	67
7.2. Errores y su posible origen.....	69
8. El proceso de estudio	71
8.1. Distribución del tiempo de la clase.....	71
8.2. Actividades adicionales planificadas.....	76
8.3. La tarea: actividad autónoma del alumno prevista.....	77
9. Experimentación	79
9.1. Muestra y diseño de la experimentación	79
9.2. El cuestionario.....	79
9.3. Cuestiones y comportamientos esperados.....	83
9.4. Resultados	85
9.5. Discusión de los resultados	92
Síntesis, conclusiones y cuestiones abiertas	97
Referencias	99
Anexos	101
Anexo1: Contenidos de Estadística y Probabilidad en ESO.....	102
Anexo2: Contenidos de Estadística y Probabilidad en Bachillerato.....	104
Anexo3: Criterios de evaluación de Estadística y Probabilidad en ESO.....	106
Anexo4: Criterios de evaluación de Estadística y Probabilidad en Bachiller	108
Anexo5: Estándares de aprendizaje evaluables de Estadística y Probabilidad en ESO.....	110
Anexo6: Estándares de aprendizaje evaluables de Estadística y Probabilidad en Bachiller.....	114
Anexo7: Unidad didáctica del libro de referencia.....	117
Anexo8: Actividades adicionales planificadas.....	137

Introducción general

Este Trabajo Fin de Máster tiene como objetivo estudiar cómo se aborda el estudio de la estadística en el alumnado de 3º de ESO.

El trabajo se estructura en dos partes. En la primera parte se realiza un estudio longitudinal del currículo y en los libros de texto en el tercer ciclo de Primaria, en ESO y en Bachillerato con relación al tema indicado.

En la segunda parte se propone un proceso de estudio sobre el aprendizaje de la estadística, que se ha puesto en marcha en un aula de 3º de ESO de matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas en el marco del Practicum II del Máster. Los resultados extraídos de esta experimentación se fundamentan en un cuestionario construido *ad hoc*, teniendo en cuenta asimismo las restricciones institucionales.

El trabajo concluye con una síntesis, unas conclusiones y unas cuestiones abiertas.

Parte I:

La estadística en el currículo vigente y en los libros de texto

En esta primera parte del Trabajo Fin de Máster se analiza cómo se aborda el tratamiento de la estadística en el currículo y en los libros de texto en el tercer ciclo de Primaria, en ESO y en Bachillerato.

El análisis se divide en cinco capítulos. En el primer, segundo y tercer capítulo se muestran en forma de tabla los contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables del currículo vigente que hacen referencia a la estadística en cada uno de los grados. En el cuarto se presentan ejemplos de las actividades (ejercicios, problemas, cuestiones y situaciones) tipo propuestas en un libro de texto de 3º de ESO, así como en dos cursos anteriores y dos posteriores.

Las conclusiones que se extraen del análisis comparativo de los contenidos de ambas fuentes (currículo y libro de texto) se exponen en el quinto capítulo. El objetivo aquí es valorar la coherencia de los manuales con relación al currículo vigente y resaltar las presencias o ausencias de conocimientos matemáticos relativos al tema objeto de análisis.

Capítulo 1

La estadística en el currículo vigente

En este primer capítulo se presenta un estudio en profundidad de los contenidos del currículo vigente en Primaria, ESO y Bachiller relacionados con la estadística, para posteriormente poder analizar su evolución a lo largo de los diferentes cursos.

Estos contenidos son los establecidos en el Boletín Oficial de Navarra:

- Decreto Foral 60/2014, de 16 de julio, por el que se establece el currículo de las enseñanzas de Educación Primaria en la Comunidad Foral de Navarra.
- Decreto Foral 24/2015, de 22 de abril, por el que se establece el currículo de las enseñanzas de Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Foral de Navarra.
- Decreto Foral 25/2015, de 22 de abril, por el que se establece el currículo de las enseñanzas del Bachillerato en la Comunidad Foral de Navarra.

En los próximos apartados se muestra detalladamente los contenidos estadísticos así como su progresión en las etapas educativas mencionadas anteriormente.

1.1 Contenidos en Educación Primaria

El currículo de Primaria, se divide en diferentes materias o asignaturas donde se regulan los contenidos así como los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables.

En la siguiente tabla se recogen los contenidos del bloque de estadística y probabilidad de la asignatura de Matemáticas en el 3er ciclo de la etapa educativa de Primaria:

CONTENIDO	
5º Educación Primaria	6º Educación Primaria
Gráficos y parámetros estadísticos. Recogida y clasificación de datos cualitativos y cuantitativos. Construcción de tablas de frecuencias. Iniciación intuitiva a las medidas de centralización: la media aritmética. Interpretación de gráficos sencillos: diagramas de barras y sectoriales. Análisis de las informaciones que se presentan mediante gráficos estadísticos. Carácter aleatorio de algunas experiencias	Gráficos y parámetros estadísticos. Recogida y clasificación de datos cualitativos y cuantitativos. Construcción de tablas de frecuencias absolutas y relativas. Iniciación intuitiva a las medidas de centralización: la media aritmética, la moda y el rango. Realización e interpretación de gráficos sencillos: diagrama de barras, poligonales y sectoriales. Análisis crítico de las informaciones que se presentan mediante gráficos estadísticos. Iniciación intuitiva al cálculo de la probabilidad de un suceso.

Tabla 1: Contenidos de Estadística y Probabilidad en Educación Primaria

1.2 Contenidos en ESO

El currículo de Secundaria, al igual que el currículo de Primaria, se divide en diferentes materias o asignaturas donde se regulan los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables.

El itinerario matemático del currículo en esta etapa educativa se muestra en la tabla siguiente:

1º ESO y 2º ESO	3º ESO y 4º ESO
Matemáticas	Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas (Opc.A)
	Matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas (Opc.B)

Tabla 2: Matemáticas en la ESO.

En las Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas se fortalecen tanto los aspectos teóricos como las aplicaciones prácticas en contextos reales de los contenidos impartidos. Están orientadas a conseguir las competencias necesarias para seguir estudiando el Bachillerato.

En las Matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas se hace hincapié en la aplicación práctica de los contenidos del curso en contextos reales frente a la profundización en los aspectos teóricos. Están orientadas a conseguir las competencias necesarias para estudiar un grado medio de Formación Profesional.

Los contenidos del bloque de estadística y probabilidad de la asignatura de Matemáticas en los diferentes cursos de Secundaria se pueden ver en el Anexo 1.

1.3 Contenidos en Bachiller

El currículo de Bachillerato, al igual que el resto de currículos, se divide en diferentes materias o asignaturas donde también se regulan los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables.

El itinerario matemático del currículo en esta etapa educativa se muestra en la tabla siguiente:

Modalidad	1º Bachiller	2º Bachiller
Ciencias	Matemáticas I (Opc. A)	Matemáticas II (Opc. A)
Humanidades y Ciencias Sociales	Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales I (Opc.B)	Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II (Opc.B)

Tabla 3: Matemáticas en Bachillerato.

Los contenidos del bloque de estadística y probabilidad de la asignatura de Matemáticas en los diferentes cursos de Bachillerato se pueden ver en el Anexo 2.

1.4 Evolución de los contenidos estadísticos en el currículo vigente

A continuación se presentan unas tablas donde se muestra un resumen de los contenidos del bloque de estadística en cada una de las etapas educativas. En ellas es posible observar la evolución de dichos contenidos.

Para ello, se han definido varios descriptores comunes a todas las etapas. Estos descriptores son los siguientes:

- C1: Recogida y clasificación de los datos
- C2: Tablas
- C3: Diagramas y gráficos
- C4: Medidas de posición
- C5: Medidas de dispersión
- C6: Estadística bidimensional
- C7: Inferencia estadística
- C8: Utilización de las TICs

Contenido	Primaria	ESO	
	3er Ciclo	1ºESO	2ºESO
C1: Recogida y clasificación de los datos	Recogida y clasificación de datos cualitativos y cuantitativos.	Población, individuo y muestra. Variables estadísticas. Variables estadísticas: cualitativas y cuantitativas.	Probabilidad experimental como aproximación de la frecuencia relativa. Probabilidad: regla de la Laplace como frecuencia de la población.
C2: Tablas	Construcción de tablas de frecuencias absolutas y relativas.	Frecuencias absolutas y relativas. Organización en tablas de datos recogidos en una experiencia.	---
C3: Diagramas y gráficos	Realización e interpretación de gráficos sencillos: diagramas de barras, poligonales y sectoriales. Análisis de las informaciones que se presentan mediante los gráficos.	Diagramas de barras y de sectores. Polígono de frecuencias.	---
C4: Medidas de posición	Iniciación intuitiva a la media aritmética y la moda.	Medidas de tendencia central: media, mediana y moda.	---
C5: Medidas de dispersión	---	Medidas de dispersión.	---
C6: Estadística bidimensional	---	---	---
C7: Inferencia estadística	---	---	---
C8: Utilización de las TICs	---	---	---

Tabla 4: Evolución de los contenidos I.

Contenido	ESO			
	3ºESO – Acad. (Opc.A)	3ºESO – Aplic. (Opc.B)	4ºESO – Acad. (Opc.A)	4ºESO – Aplic. (Opc.B)
C1: Recogida y clasificación de los datos	Fases y tareas de un estudio estadístico. Población y muestra. Variables estadísticas: cualitativas, discretas y continuas. Métodos de selección de una muestra. Representatividad de la muestra.	Fases y tareas de un estudio estadístico. Población y muestra. Variables estadísticas: cualitativas, discretas y continuas. Métodos de selección de una muestra. Representatividad de una muestra.	Identificación de las fases y tareas de un estudio estadístico.	---
C2: Tablas	Frecuencias absolutas, relativas y acumuladas. Agrupación de datos en intervalos.	Frecuencias absolutas, relativas y acumuladas. Agrupación de datos en intervalos.	Análisis crítico de tablas y gráficas estadísticas en los medios de comunicación.	Análisis crítico de tablas y gráficas estadísticas en los medios de comunicación
C3: Diagramas y gráficos	Gráficas estadísticas. Diagrama de caja y bigotes.	Gráficas estadísticas. Diagrama de cajas y bigotes.	Gráficas estadísticas: distintos tipos de gráficas. Análisis crítico de tablas y gráficas estadísticas en los medios de comunicación. Detección de falacias.	Análisis crítico de tablas y gráficas estadísticas en los medios de comunicación
C4: Medidas de posición	Parámetros de posición. Cálculo, interpretación y propiedades. Interpretación conjunta de la media y la	Parámetros de posición: media, moda, mediana y cuartiles. Cálculo, interpretación y propiedades.	Medidas de centralización: interpretación, análisis y utilización. Comparación de	Interpretación, análisis y utilidad de las medidas de centralización. Comparación de

	desviación típica.	Interpretación conjunta de la media y la desviación típica.	distribuciones mediante el uso de medidas de posición.	distribuciones mediante el uso de medidas de posición.
C5: Medidas de dispersión	Parámetros de dispersión. Interpretación conjunta de la media y la desviación típica.	Parámetros de dispersión: rango, recorrido intercuartílico y desviación típica. Cálculo e interpretación. Interpretación conjunta de la media y la desviación típica.	Comparación de distribuciones mediante el uso de medidas de dispersión.	Interpretación, análisis y utilidad de las medidas de dispersión. Comparación de distribuciones mediante el uso de medidas de posición.
C6: Estadística bidimensional	---	---	Construcción e interpretación de diagramas de dispersión. Introducción a la correlación.	Construcción e interpretación de diagramas de dispersión. Introducción a la correlación.
C7: Inferencia estadística	---	---	---	---
C8: Utilización de las TICs	---	---	---	---

Tabla 5: Evolución de los contenidos II.

Contenido	Bachiller			
	1ºMat.I (Opc.A)	1ºCCSS (Opc.B)	2ºMat.I (Opc.A)	2ºCCSS (Opc.B)
C1: Recogida y clasificación de los datos	---	---	---	Población y muestra. Métodos de selección de una muestra. Tamaño y representatividad de una muestra.
C2: Tablas	Tablas de contingencia.	Tablas de contingencia.	Distribución de masa de una variable aleatoria.	---
C3: Diagramas y gráficos	Estudio de la dependencia de dos variables estadísticas. Representación gráfica: nube de puntos	Dependencia de dos variables estadísticas. Representación gráfica: Nube de puntos.	---	---
C4: Medidas de posición	Medias marginales	Medias marginales y condicionadas.	Variabes aleatorias discretas. Distribución de probabilidad. Media.	Media de la media muestral y de la proporción muestral.
C5: Medidas de dispersión	Desviación típica marginal.	Desviaciones típicas marginales y condicionadas.	Variabes aleatorias discretas. Distribución de probabilidad. Varianza y desviación típica.	Desviación típica de la media muestra y la proporción muestral.
C6: Estadística bidimensional	Estadística descriptiva bidimensional: Tablas de contingencia. Distribución conjunta y distribuciones marginales. Distribuciones condicionadas. Independencia de variables estadísticas.	Estadística descriptiva bidimensional: Tablas de contingencia. Distribución conjunta y distribuciones marginales. Distribuciones condicionadas. Independencia de variables estadísticas	---	---

	<p>Dependencia lineal de dos variables estadísticas. Covarianza y correlación: Cálculo e interpretación del coeficiente de correlación lineal.</p> <p>Regresión lineal. Estimación. Predicciones estadísticas y fiabilidad de las mismas</p>	<p>Dependencia lineal de dos variables estadísticas. Covarianza y correlación: Cálculo e interpretación del coeficiente de correlación lineal.</p> <p>Regresión lineal. Predicciones estadísticas y fiabilidad de las mismas. Coeficiente de determinación.</p>		
C7: Inferencia estadística	---	---	<p>Distribución binomial. Caracterización e identificación del modelo. Cálculo de probabilidades.</p> <p>Distribución normal. Tipificación de la distribución normal. Asignación de probabilidades en una distribución normal.</p> <p>Cálculo de probabilidades mediante la aproximación de la distribución binomial por la normal.</p>	<p>Estimación por intervalos de confianza. Relación entre confianza, error y tamaño muestral.</p> <p>Intervalo de confianza para la media poblacional de una distribución normal con desviación típica conocida.</p> <p>Intervalo de confianza para la media poblacional de una distribución de modelo desconocido y para la proporción en el caso de muestras grandes.</p>
C8: Utilización de las TICs	---	---	---	---

Tabla 6: Evolución de los contenidos III.

De esta manera se puede comprobar que los contenidos son trabajados de una forma progresiva y van siendo repasados desde los cursos de primaria hasta el final de Bachillerato. A continuación, se destacarán los cambios producidos en dicha evolución para cada una de las etapas.

Tras cursar el tercer ciclo de Primaria, el alumnado ha trabajado la recogida y clasificación de variables estadísticas cualitativas y cuantitativas con técnicas elementales. Interpreta y elabora tablas y gráficos sencillos, y realiza un análisis crítico de informaciones que se presentan en gráficos estadísticos. Además, tiene una idea intuitiva de ciertas medidas estadísticas como son la media aritmética, la moda y el rango.

En 1ºESO se debe señalar que el bloque de estadística y probabilidad que especifica el currículo, se centra exclusivamente en la estadística. Este curso, trata de ampliar ciertos conceptos trabajados en el tercer ciclo de Primaria como por ejemplo: la organización de los datos recogidos en una experiencia en tablas de frecuencia; se añade el polígono de frecuencias en los gráficos estadísticos; y también se añaden medidas, las cuales se diferencian en las de posición (media, moda y mediana) y las de dispersión (rango).

En 2ºESO el bloque de estadística y probabilidad que determina el currículo, se centra en la probabilidad. Sin embargo, se hace una aproximación al concepto de probabilidad como límite de la frecuencia relativa cuando se repite un mismo experimento aleatorio. Para ello, es necesario el uso de tablas y resúmenes numéricos estudiados en el tema de estadística.

En 3ºESO vuelve a trabajarse el tema de estadística. Tanto en las matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas y en las aplicadas, los contenidos trabajados son los mismos. La diferencia es la profundidad y el enfoque que se da a éstos. En este curso, se realiza una ampliación de los contenidos trabajados en 1ºESO y se destacan los siguientes:

- Se introducen de manera oficial los conceptos de población, muestra, método de selección de la muestra y su representatividad.
- Se trabajan las fases y las tareas de un estudio estadístico.
- Se produce un análisis completo de la variable estadística debido a que se definen las variables cualitativas, cuantitativas continuas y las cuantitativas discretas.
- Se incorpora la opción de agrupar los datos por intervalos.
- En cuanto a las tablas de frecuencias, se añade las frecuencias absolutas y relativas acumuladas.
- Se amplían los gráficos estadísticos con los histogramas y los diagramas de cajas y bigotes.
- Se introducen de manera oficial el cálculo, la interpretación y las propiedades de las medidas de posición y la interpretación conjunta de la media y la desviación típica.

En 4ºESO, al igual que en 3ºESO, tanto en las matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas como en las aplicadas, los contenidos trabajados son los mismos. En este curso, se profundiza los contenidos desarrollados en 3ºESO, con la diferencia de que se trabaja por primera vez la estadística bidimensional con la introducción a los diagramas de dispersión y a la correlación. Además, el alumnado debe ser capaz de realizar un análisis crítico de tablas y gráficas estadísticas de los medios de comunicación.

La estadística descriptiva en un aula de 3º de la ESO

En Bachillerato, según la modalidad escogida, las matemáticas toman dos enfoques diferentes.

Las Matemáticas I de 1º de Bachillerato, se centran en la estadística descriptiva bidimensional y los contenidos que trabaja son: tablas de contingencia; distribuciones, condicionadas, conjunta y marginales; independencia de variables; diagrama de dispersión; covarianza; coeficiente de correlación; y la regresión lineal.

Las Matemáticas II de 2º de Bachillerato, estudia básicamente la probabilidad y los únicos contenidos relacionados con la estadística son los de los modelos de distribuciones de la variable aleatoria más simples: binomial y normal.

Las Matemáticas orientadas a las Ciencias Sociales I de 1º de Bachiller, al igual que la asignatura de Matemáticas I, se centra en la estadística descriptiva bidimensional. Los contenidos son similares con la diferencia de que se amplían aún más con las distribuciones condicionadas y el coeficiente de determinación.

Las Matemáticas orientadas a las Ciencias Sociales II de 2º de Bachiller, trabajan y profundizan en la inferencia estadística, con aproximaciones de la población mediante estadísticos obtenidos de una muestra. Los contenidos desarrollados son: distribución de la media muestral en una población normal, distribución de la media muestral y de la proporción muestras para muestras grandes y las estimaciones por intervalos de confianza.

Capítulo 2

Los criterios de evaluación de la estadística en el currículo vigente

En este segundo capítulo, se analizan de la misma manera que en el capítulo anterior, los criterios de evaluación de estadística recogidos en el currículo oficial para las enseñanzas de Primaria, Secundaria y Bachillerato.

Un criterio de evaluación es un referente específico que sirve para evaluar el aprendizaje del alumnado, tanto en lo relativo a los conocimientos como a las competencias que debe adquirir.

Dichos criterios están recogidos en el currículo vigente en los mismos Decretos mencionados en el capítulo 1.

En los próximos apartados se muestra detalladamente los criterios de evaluación así como su progresión en las etapas educativas mencionadas.

2.1 Criterios de evaluación en Educación Primaria

En la siguiente tabla se recogen los criterios de evaluación del bloque de estadística y probabilidad de la asignatura de Matemáticas al final del 3er ciclo de la etapa educativa de Primaria:

Criterios de evaluación	
5º Educación Primaria	6º Educación Primaria
1. Recoger y registrar una información cuantificable, utilizando algunos recursos sencillos de representación gráfica: tablas de datos, bloques de barras, diagramas lineales.. comunicando la información. 2. Realizar, leer e interpretar representaciones gráficas de un conjunto de datos relativos al entorno inmediato. 3. Identificar situaciones de la vida diaria en la que se dan sucesos, imposibles, posibles o seguros, valorando la utilidad de los conocimientos matemáticos adecuados y reflexionando sobre el proceso aplicado para la resolución de problemas.	1. Recoger y registrar una información cuantificable, utilizando algunos recursos sencillos de representación gráfica: tablas de datos, bloques de barras, diagramas lineales... comunicando la información. 2. Realizar, leer e interpretar representaciones gráficas de un conjunto de datos relativos al entorno inmediato. 3. Observar, hacer estimaciones y constatar que hay sucesos imposibles, posibles o seguros, o que se repiten. 4. Identificar, y resolver problemas de la vida diaria, conectando la realidad y los conceptos estadísticos y de probabilidad, valorando la utilidad de los conocimientos matemáticos adecuados y reflexionando sobre el proceso aplicado para la resolución de problemas.

Tabla 7: Criterios de evaluación de Estadística y Probabilidad en Educación Primaria.

2.2 Criterios de evaluación en ESO

Los criterios de evaluación del bloque de estadística y probabilidad de la asignatura de Matemáticas en los diferentes cursos e itinerarios de ESO se pueden observar en el Anexo 3.

2.3 Criterios de evaluación en Bachillerato

Los criterios de evaluación del bloque de estadística y probabilidad de la asignatura de Matemáticas en los diferentes cursos e itinerarios de Bachillerato se pueden observar en el Anexo 4.

2.4 Evolución de los criterios de evaluación en el currículo vigente

A continuación se presentan unas tablas donde se muestra un resumen de los criterios de evaluación del bloque de estadística en cada una de las etapas educativas. En ellas es posible observar su evolución.

Para ello, se han definido varios descriptores comunes a todas las etapas tal y como se ha realizado en el capítulo 1 para los contenidos. Estos descriptores son los mismos con la diferencia que se han denominado por “CE” (de Criterio de Evaluación) en lugar de “C” (de Contenido). Dichos criterios son los siguientes:

- CE1: Recogida y clasificación de los datos
- CE2: Tablas
- CE3: Diagramas y gráficos
- CE4: Medidas de posición
- CE5: Medidas de dispersión
- CE6: Estadística bidimensional
- CE7: Inferencia estadística
- CE8: Utilización de las TICs

Criterios de evaluación	Primaria	ESO	
	3er Ciclo	1ºESO	2ºESO
<p>CE1: Recogida y clasificación de los datos</p> <p>CE2: Tablas</p>	<p>1. Recoger y registrar una información cuantificable, utilizando algunos recursos sencillos de representación gráfica: tablas de datos, bloques de barras, diagramas lineales... comunicando la información.</p>	<p>1. Formular preguntas adecuadas para conocer las características de interés de una población y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlas, utilizando los métodos estadísticos apropiados y las herramientas adecuadas, organizando los datos en tablas y construyendo gráficas, calculando los parámetros relevantes y obteniendo conclusiones razonables a partir de los resultados obtenidos.</p> <p>2. Utilizar herramientas tecnológicas para organizar datos, generar gráficas estadísticas, calcular parámetros relevantes y comunicar los resultados obtenidos que respondan a las preguntas formuladas previamente sobre la situación estudiada.</p>	<p>2. Inducir la noción de probabilidad a partir del concepto de frecuencia relativa y como medida de incertidumbre asociada a los fenómenos aleatorios, sea o no posible la experimentación.</p>
<p>CE3: Diagramas y gráficos</p>	<p>1. Recoger y registrar una información cuantificable, utilizando algunos recursos sencillos de representación gráfica: tablas de datos, bloques de barras, diagramas lineales... comunicando la información.</p> <p>2. Realizar, leer e interpretar representaciones gráficas de un conjunto de datos relativos al entorno inmediato.</p>	<p>1. Formular preguntas adecuadas para conocer las características de interés de una población y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlas, utilizando los métodos estadísticos apropiados y las herramientas adecuadas, organizando los datos en tablas y construyendo gráficas, calculando los parámetros relevantes y obteniendo conclusiones razonables a partir de los resultados obtenidos.</p> <p>2. Utilizar herramientas tecnológicas para organizar datos, generar gráficas estadísticas, calcular parámetros relevantes y comunicar los resultados</p>	<p>---</p>

		obtenidos que respondan a las preguntas formuladas previamente sobre la situación estudiada.	
CE4: Medidas de posición CE5: Medidas de dispersión	---	1. Formular preguntas adecuadas para conocer las características de interés de una población y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlas, utilizando los métodos estadísticos apropiados y las herramientas adecuadas, organizando los datos en tablas y construyendo gráficas, calculando los parámetros relevantes y obteniendo conclusiones razonables a partir de los resultados obtenidos. 2. Utilizar herramientas tecnológicas para organizar datos, generar gráficas estadísticas, calcular parámetros relevantes y comunicar los resultados obtenidos que respondan a las preguntas formuladas previamente sobre la situación estudiada.	---
CE6: Estadística bidimensional	---	---	---
CE7: Inferencia estadística	---	---	---
CE8: Utilización de las TICs	---	2. Utilizar herramientas tecnológicas para organizar datos, generar gráficas estadísticas, calcular parámetros relevantes y comunicar los resultados obtenidos que respondan a las preguntas formuladas previamente sobre la situación estudiada.	---

Tabla 8: Evolución de los criterios de evaluación I.

Criterios de evaluación	ESO	
	3ºESO – Acad. (Opc.A)	4ºESO – Acad. (Opc.A)
CE1: Recogida y clasificación de los datos	1. Elaborar informaciones estadísticas para describir un conjunto de datos mediante tablas y gráficas adecuadas a la situación analizada, justificando si las conclusiones son representativas para la población estudiada.	3. Utilizar el lenguaje adecuado para la descripción de datos y analizar e interpretar datos estadísticos que aparecen en los medios de comunicación.
CE2: Tablas	1. Elaborar informaciones estadísticas para describir un conjunto de datos mediante tablas y gráficas adecuadas a la situación analizada, justificando si las conclusiones son representativas para la población estudiada.	4. Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales, en distribuciones unidimensionales y bidimensionales, utilizando los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora u ordenador), y valorando cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas.
CE3: Diagramas y gráficos	1. Elaborar informaciones estadísticas para describir un conjunto de datos mediante tablas y gráficas adecuadas a la situación analizada, justificando si las conclusiones son representativas para la población estudiada. 3. Analizar e interpretar la información estadística que aparece en los medios de comunicación, valorando su representatividad y fiabilidad.	4. Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales, en distribuciones unidimensionales y bidimensionales, utilizando los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora u ordenador), y valorando cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas. 3. Utilizar el lenguaje adecuado para la descripción de datos y analizar e interpretar datos estadísticos que aparecen en los medios de comunicación.
CE4: Medidas de posición CE5: Medidas de dispersión	2. Calcular e interpretar los parámetros de posición y de dispersión de una variable estadística para resumir los datos y comparar distribuciones estadísticas.	4. Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales, en distribuciones unidimensionales y bidimensionales, utilizando los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora u ordenador), y valorando cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas.

<p>CE6: Estadística bidimensional</p>	<p>---</p>	<p>4. Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales, en distribuciones unidimensionales y bidimensionales, utilizando los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora u ordenador), y valorando cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas.</p>
<p>CE7: Inferencia estadística</p>	<p>---</p>	<p>---</p>
<p>CE8: Utilización de las TICs</p>	<p>3. Analizar e interpretar la información estadística que aparece en los medios de comunicación, valorando su representatividad y fiabilidad.</p>	<p>3. Utilizar el lenguaje adecuado para la descripción de datos y analizar e interpretar datos estadísticos que aparecen en los medios de comunicación.</p> <p>4. Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales, en distribuciones unidimensionales y bidimensionales, utilizando los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora u ordenador), y valorando cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas.</p>

Tabla 9: Evolución de los criterios de evaluación II.

Criterios de evaluación	ESO	
	3ºESO – Aplic. (Opc.A)	4ºESO – Aplic. (Opc.A)
CE1: Recogida y clasificación de los datos	1. Elaborar informaciones estadísticas para describir un conjunto de datos mediante tablas y gráficas adecuadas a la situación analizada, justificando si las conclusiones son representativas para la población estudiada.	1. Utilizar el vocabulario adecuado para la descripción de situaciones relacionadas con el azar y la estadística, analizando e interpretando informaciones que aparecen en los medios de comunicación.
CE2: Tablas	1. Elaborar informaciones estadísticas para describir un conjunto de datos mediante tablas y gráficas adecuadas a la situación analizada, justificando si las conclusiones son representativas para la población estudiada.	2. Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales, en distribuciones unidimensionales, utilizando los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora, hoja de cálculo), valorando cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas.
CE3: Diagramas y gráficos	1. Elaborar informaciones estadísticas para describir un conjunto de datos mediante tablas y gráficas adecuadas a la situación analizada, justificando si las conclusiones son representativas para la población estudiada. 3. Analizar e interpretar la información estadística que aparece en los medios de comunicación, valorando su representatividad y fiabilidad.	1. Utilizar el vocabulario adecuado para la descripción de situaciones relacionadas con el azar y la estadística, analizando e interpretando informaciones que aparecen en los medios de comunicación. 2. Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales, en distribuciones unidimensionales, utilizando los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora, hoja de cálculo), valorando cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas.
CE4: Medidas de posición CE5: Medidas de dispersión	2. Calcular e interpretar los parámetros de posición y de dispersión de una variable estadística para resumir los datos y comparar distribuciones estadísticas.	2. Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales, en distribuciones unidimensionales, utilizando los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora, hoja de cálculo), valorando cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas.

<p>CE6: Estadística bidimensional</p>	<p>---</p>	<p>2. Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales, en distribuciones unidimensionales, utilizando los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora, hoja de cálculo), valorando cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas.</p>
<p>CE7: Inferencia estadística</p>	<p>---</p>	<p>---</p>
<p>CE8: Utilización de las TICs</p>	<p>3. Analizar e interpretar la información estadística que aparece en los medios de comunicación, valorando su representatividad y fiabilidad.</p>	<p>1. Utilizar el vocabulario adecuado para la descripción de situaciones relacionadas con el azar y la estadística, analizando e interpretando informaciones que aparecen en los medios de comunicación.</p> <p>2. Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales, en distribuciones unidimensionales, utilizando los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora, hoja de cálculo), valorando cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas.</p>

Tabla 10: Evolución de los criterios de evaluación III.

Criterios de evaluación	Bachiller	
	1ºMat.I (Opc.A)	2ºMat.I (Opc.A)
C1: Recogida y clasificación de los datos	---	---
C2: Tablas	---	---
C3: Diagramas y gráficos	<p>2. Interpretar la posible relación entre dos variables y cuantificar la relación lineal entre ellas mediante el coeficiente de correlación, valorando la pertinencia de ajustar una recta de regresión y, en su caso, la conveniencia de realizar predicciones, evaluando la fiabilidad de las mismas en un contexto de resolución de problemas relacionados con fenómenos científicos.</p> <p>3. Utilizar el vocabulario adecuado para la descripción de situaciones relacionadas con la estadística, analizando un conjunto de datos o interpretando de forma crítica informaciones estadísticas presentes en los medios de comunicación, la publicidad y otros ámbitos, detectando posibles errores y manipulaciones tanto en la presentación de los datos como de las conclusiones</p>	<p>3. Utilizar el vocabulario adecuado para la descripción de situaciones relacionadas con el azar y la estadística, analizando un conjunto de datos o interpretando de forma crítica informaciones estadísticas presentes en los medios de comunicación, en especial los relacionados con las ciencias y otros ámbitos, detectando posibles errores y manipulaciones tanto en la presentación de los datos como de las conclusiones.</p>
C4: Medidas de posición C5: Medidas de dispersión	<p>1. Describir y comparar conjuntos de datos de distribuciones bidimensionales, con variables discretas o continuas, procedentes de contextos relacionados con el mundo científico y obtener los parámetros estadísticos más usuales, mediante los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora, hoja de cálculo) y valorando, la dependencia entre las variables.</p>	---
C6: Estadística bidimensional	<p>1. Describir y comparar conjuntos de datos de distribuciones bidimensionales, con variables</p>	---

	<p>discretas o continuas, procedentes de contextos relacionados con el mundo científico y obtener los parámetros estadísticos más usuales, mediante los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora, hoja de cálculo) y valorando, la dependencia entre las variables.</p> <p>2. Interpretar la posible relación entre dos variables y cuantificar la relación lineal entre ellas mediante el coeficiente de correlación, valorando la pertinencia de ajustar una recta de regresión y, en su caso, la conveniencia de realizar predicciones, evaluando la fiabilidad de las mismas en un contexto de resolución de problemas relacionados con fenómenos científicos.</p>	
C7: Inferencia estadística	---	---
C8: Utilización de las TICs	<p>1. Describir y comparar conjuntos de datos de distribuciones bidimensionales, con variables discretas o continuas, procedentes de contextos relacionados con el mundo científico y obtener los parámetros estadísticos más usuales, mediante los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora, hoja de cálculo) y valorando, la dependencia entre las variables.</p> <p>3. Utilizar el vocabulario adecuado para la descripción de situaciones relacionadas con la estadística, analizando un conjunto de datos o interpretando de forma crítica informaciones estadísticas presentes en los medios de comunicación, la publicidad y otros ámbitos, detectando posibles errores y manipulaciones tanto en la presentación de los datos como de las conclusiones</p>	<p>3. Utilizar el vocabulario adecuado para la descripción de situaciones relacionadas con el azar y la estadística, analizando un conjunto de datos o interpretando de forma crítica informaciones estadísticas presentes en los medios de comunicación, en especial los relacionados con las ciencias y otros ámbitos, detectando posibles errores y manipulaciones tanto en la presentación de los datos como de las conclusiones.</p>

Tabla 11: Evolución de los criterios de evaluación IV.

Criterios de evaluación	Bachiller	
	1ºCCSS (Opc.B)	2ºCCSS (Opc.B)
C1: Recogida y clasificación de los datos	---	3. Presentar de forma ordenada información estadística utilizando vocabulario y representaciones adecuadas y analizar de forma crítica y argumentada informes estadísticos presentes en los medios de comunicación, publicidad y otros ámbitos, prestando especial atención a su ficha técnica, detectando posibles errores y manipulaciones en su presentación y conclusiones.
C2: Tablas	---	3. Presentar de forma ordenada información estadística utilizando vocabulario y representaciones adecuadas y analizar de forma crítica y argumentada informes estadísticos presentes en los medios de comunicación, publicidad y otros ámbitos, prestando especial atención a su ficha técnica, detectando posibles errores y manipulaciones en su presentación y conclusiones.
C3: Diagramas y gráficos	<p>2. Interpretar la posible relación entre dos variables y cuantificar la relación lineal entre ellas mediante el coeficiente de correlación, valorando la pertinencia de ajustar una recta de regresión y de realizar predicciones a partir de ella, evaluando la fiabilidad de las mismas en un contexto de resolución de problemas relacionados con fenómenos económicos y sociales.</p> <p>5. Utilizar el vocabulario adecuado para la descripción de situaciones relacionadas con el azar y la estadística, analizando un conjunto de datos o interpretando de forma crítica informaciones estadísticas presentes en los medios de comunicación, la publicidad y otros ámbitos, detectando posibles errores</p>	3. Presentar de forma ordenada información estadística utilizando vocabulario y representaciones adecuadas y analizar de forma crítica y argumentada informes estadísticos presentes en los medios de comunicación, publicidad y otros ámbitos, prestando especial atención a su ficha técnica, detectando posibles errores y manipulaciones en su presentación y conclusiones.

	y manipulaciones tanto en la presentación de los datos como de las conclusiones.	
C4: Medidas de posición C5: Medidas de dispersión	1. Describir y comparar conjuntos de datos de distribuciones bidimensionales, con variables discretas o continuas, procedentes de contextos relacionados con la economía y otros fenómenos sociales y obtener los parámetros estadísticos más usuales mediante los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora, hoja de cálculo) y valorando la dependencia entre las variables.	---
C6: Estadística bidimensional	1. Describir y comparar conjuntos de datos de distribuciones bidimensionales, con variables discretas o continuas, procedentes de contextos relacionados con la economía y otros fenómenos sociales y obtener los parámetros estadísticos más usuales mediante los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora, hoja de cálculo) y valorando la dependencia entre las variables. 2. Interpretar la posible relación entre dos variables y cuantificar la relación lineal entre ellas mediante el coeficiente de correlación, valorando la pertinencia de ajustar una recta de regresión y de realizar predicciones a partir de ella, evaluando la fiabilidad de las mismas en un contexto de resolución de problemas relacionados con fenómenos económicos y sociales.	---
C7: Inferencia estadística	---	2. Describir procedimientos estadísticos que permiten estimar parámetros desconocidos de una población con una fiabilidad o un error prefijados, calculando el tamaño muestral necesario y construyendo el intervalo de confianza para la media de una población normal con desviación

		típica conocida y para la media y proporción poblacional cuando el tamaño muestral es suficientemente grande.
<p>C8: Utilización de las TICs</p>	<p>1. Describir y comparar conjuntos de datos de distribuciones bidimensionales, con variables discretas o continuas, procedentes de contextos relacionados con la economía y otros fenómenos sociales y obtener los parámetros estadísticos más usuales mediante los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora, hoja de cálculo) y valorando la dependencia entre las variables.</p> <p>5. Utilizar el vocabulario adecuado para la descripción de situaciones relacionadas con el azar y la estadística, analizando un conjunto de datos o interpretando de forma crítica informaciones estadísticas presentes en los medios de comunicación, la publicidad y otros ámbitos, detectando posibles errores y manipulaciones tanto en la presentación de los datos como de las conclusiones.</p>	---

Tabla 12: Evolución de los criterios de evaluación V.

A continuación se señalarán los cambios detectados en la evolución de los criterios de evaluación tras el análisis de las tablas.

En primaria los criterios de evaluación del bloque de estadística y probabilidad se centran en el que el alumnado recoja información de forma ordenada utilizando tablas de frecuencia muy sencillas. Deben ser capaces de interpretar y representar gráficas de datos relativos a su entorno cercano.

En 1ºESO los criterios de evaluación, se resumen en la recolección y organización de datos de una manera eficaz. Se evalúan la construcción de tablas y gráficos y su interpretación, así como el cálculo de parámetros estadísticos más relevantes. En este curso, se introducen las TICs como herramienta para calcular parámetros y para organizar y generar gráficas estadísticas, las cuales estarán presentes en el resto de cursos.

Como ya ha sido mencionado anteriormente, en 2ºESO no se centra en la estadística sino que básicamente se desarrollan los contenidos de probabilidad. Sin embargo, antes de introducir la regla de Laplace, se da importancia a la experimentación y al uso de la frecuencia relativa como probabilidad experimental, que va aproximándose a la probabilidad de un suceso conforme aumenta el número de experimentos.

En 3º ESO los criterios de evaluación relativos a la estadística son los mismos para las Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas como las orientadas a las enseñanzas aplicadas. En este curso, se sigue evaluando la elaboración e interpretación de tablas y gráficos, al igual que el cálculo de parámetros de posición y dispersión. El uso de las TICs está totalmente introducido ya que el currículo especifica que el alumnado debe ser capaz de emplear diferentes medios tecnológicos. Por otro lado, se valora también el análisis y la interpretación de información estadística en los medios de comunicación.

Tal y como se puede comprobar en la tabla, en 4ºESO, al igual que en 3ºESO, los criterios de evaluación son iguales para las Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas como para las orientadas a las enseñanzas aplicadas. De igual manera, los criterios son muy similares respecto a los de 3ºESO, con la diferencia que se añaden nuevos. Por un lado, el alumnado debe utilizar un lenguaje adecuado para describir situaciones relacionadas con la estadística; y por otro, el alumnado debe ser capaz de representar diagramas de dispersión e interpretar la relación existente entre dos variables.

En Bachillerato tal y como se ha mencionado anteriormente, según la modalidad escogida, las matemáticas toman dos enfoques diferentes por lo que los criterios también lo son.

En las Matemáticas I de 1º de Bachillerato, los criterios de evaluación están relacionados completamente con la estadística bidimensional. El alumnado debe elaborar tablas de contingencia y a partir de ellas calcular distribuciones marginales y condicionadas, calcular e interpretar parámetros estadísticos, decidir si dos variables son dependientes, cuantificar el grado y sentido de dependencia lineal de las variables, calcular rectas de regresiones y realizar predicciones a partir de ellas. En este curso, también se evalúa que el lenguaje utilizado sea el adecuado para la descripción de situaciones relacionadas con la estadística.

En las Matemáticas II de 2º de Bachillerato, los criterios de evaluación evalúan la identificación de fenómenos que pueden ser modelizados mediante distribuciones de

probabilidad binomial y normal, calculando a su vez parámetros para determinar probabilidades.

En las Matemáticas orientadas a las Ciencias Sociales I de 1º de Bachiller, al igual que la asignatura de Matemáticas I, los criterios de evaluación son similares con la diferencia de que se amplían y se profundizan más. Estos criterios no se centran tanto en el cálculo sino en el análisis y en la interpretación.

Por último, las Matemáticas orientadas a las Ciencias Sociales II de 2º de Bachiller, los criterios evalúan que el alumnado sea capaz de estimar parámetros desconocidos de una población con una determinada fiabilidad y calcular el tamaño de la muestral necesario para que la muestra sea representativa y estimando los intervalos de confianza en diversas situaciones.

Capítulo 3

Estándares de aprendizaje evaluables de la estadística en el currículo vigente

En este tercer capítulo, se recogen los estándares de aprendizaje evaluables relativos a la estadística dentro del currículo oficial para las enseñanzas de Primaria, Secundaria y Bachillerato.

Tal y como se ha indicado en el capítulo anterior, un criterio de evaluación es un referente específico que sirve para evaluar el aprendizaje del alumnado. El nivel de adquisición conseguido de un criterio de evaluación en un proceso de enseñanza aprendizaje, lo determinan los diferentes estándares de aprendizaje evaluables. Dichos estándares de aprendizaje están recogidos en el currículo vigente en los mismos Decretos mencionados en el capítulo 1.

3.1 Estándares de aprendizaje evaluables en Educación Primaria

En la siguiente tabla se recogen los estándares de aprendizaje del bloque de estadística y probabilidad de la asignatura de Matemáticas al final del 3er ciclo de la etapa educativa de Primaria:

Criterios de evaluación	
5º Educación Primaria	6º Educación Primaria
1.1. Identifica, recoge y registra información cuantificable en tablas de datos. 2.1. Calcula la media aritmética en situaciones prácticas de la vida diaria. 2.2. Construye gráficos sencillos: diagramas de barras, pictogramas, poligonales y sectoriales. 2.3. Identifica e interpreta datos en distintos tipos de diagramas y en tablas de doble entrada. 2.4. Aplica nociones de estadística en la resolución de problemas aritméticos. 3.1. Identifica situaciones de carácter aleatorio. 3.2. Resuelve problemas muy sencillos de azar y probabilidad.	1.1. Identifica datos cualitativos y cuantitativos en situaciones familiares. 1.2. Recoge y clasifica los datos y Construye tablas de frecuencias absolutas. 1.3. Identifica la moda en distintas situaciones. 1.4. Calcula la media aritmética en situaciones prácticas de la vida diaria. 1.5. Construye e interpreta gráficos sencillos: diagramas de barras, poligonales, sectoriales. 1.6. Analiza las informaciones que se presentan mediante gráficos estadísticos. 1.7. Aplica nociones de estadística en la resolución de problemas aritméticos. 1.8. Plantea y resuelve problemas relacionados con contenidos de estadística. 3.1. Determina todos los posibles sucesos que pueden darse en fenómenos aleatorios. 3.2. Calcula, de forma intuitiva, la probabilidad de que ocurra un suceso en fenómenos aleatorios sencillos. 3.3. Efectúa conjeturas y estimaciones en juegos de azar sencillos. 3.4. Resuelve problemas sencillos de azar y probabilidad.

Tabla 13: Estándares de aprendizaje evaluables en Primaria.

3.2 Estándares de aprendizaje evaluables en la ESO

Los estándares de aprendizaje evaluables del bloque de estadística y probabilidad de la asignatura de Matemáticas en los diferentes cursos e itinerarios de la ESO se pueden observar en las tablas adjuntas en el Anexo 5.

3.3 Estándares de aprendizaje evaluables en Bachillerato

Los estándares de aprendizaje evaluables del bloque de estadística y probabilidad de la asignatura de Matemáticas en los diferentes cursos e itinerarios de Bachillerato se pueden observar en el Anexo 6.

3.4 Evolución de los estándares de aprendizaje evaluables en el currículo vigente

Los estándares de aprendizaje al igual que los criterios y los contenidos, van evolucionando de manera progresiva a lo largo de las diferentes etapas educativas. Dichos estándares van en paralelo a los criterios de evaluación ya que gracias a ellos se determinan los aspectos que deben ser tenidos en cuenta para determinar el nivel de adquisición de los conocimientos conseguidos por parte de los estudiantes. Es por ello, que no se realiza un análisis detallado de la progresión de los estándares de aprendizaje.

Capítulo 4

Ejercicios, problemas y cuestiones tipo en los libros de texto y su relación con la estadística en el currículo vigente

En este capítulo se realiza un análisis de los ejercicios, problemas y cuestiones tipo que aparecen en los libros de texto en lo relativo al tema de estadística en los cursos entre 1ºESO y 1ºBachiller. Para ello, se han analizado los libros utilizados y que han sido proporcionados por el propio centro, el instituto IES Ibaialde de Burlada.

El análisis de los cursos de 3ºESO y 4ºESO, se va a centrar en las Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas debido a que el estudio realizado se ha hecho en alumnos y alumnas que cursan este itinerario. Mientras que para el curso de 1º de Bachillerato se ha seleccionado el itinerario de las Ciencias Sociales puesto que es más amplio y profundiza más que el de Matemáticas I.

Los libros de texto utilizados son los siguientes:

CURSO	LIBRO DE TEXTO
1ºESO	<i>Matemáticas 1ºESO</i> , Editorial SM, 2015
2ºESO	<i>Matemáticas 2ºESO</i> , Editorial SM, 2016
3ESO - Académicas	<i>Matemáticas 3ºESO Académicas</i> , Editorial EDITEX, 2015
4ºESO - Académicas	<i>ESO 4 Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas</i> , Editorial ANAYA, 2016
1ºBACHILLER - CCSS	<i>Matemáticas 1ºBachillerato aplicadas a las Ciencias Sociales I</i> , Editorial SANTILLANA, 2008

Tabla 14: Libros de texto.

4.1 Ejercicios, problemas y cuestiones tipo en 1ºESO

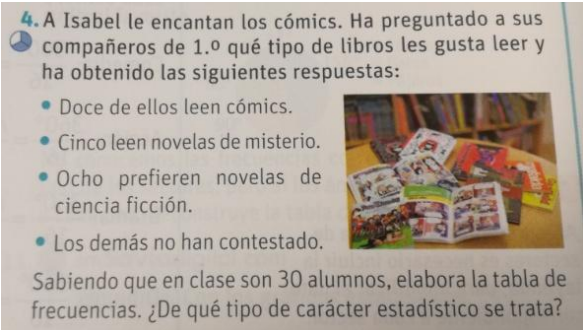
Actividad tipo:	Cuestión
Descripción:	Cuestión en el que el alumnado debe diferenciar entre los tipos de variables estadísticas estudiadas: variable cualitativa y variable cuantitativa y buscar ejemplos.
Ejemplo:	Página 167 del libro de texto

1. Escribe tres ejemplos de caracteres estadísticos cualitativos y tres de caracteres cuantitativos.

Actividad tipo: Problema

Descripción: Problema en el que el alumnado debe elaborar una tabla de frecuencias absolutas y relativas a partir de interpretar unos datos; y además, debe indicar el tipo de variable estadística.

Ejemplo: Página 167 del libro de texto



4. A Isabel le encantan los cómics. Ha preguntado a sus compañeros de 1.º qué tipo de libros les gusta leer y ha obtenido las siguientes respuestas:

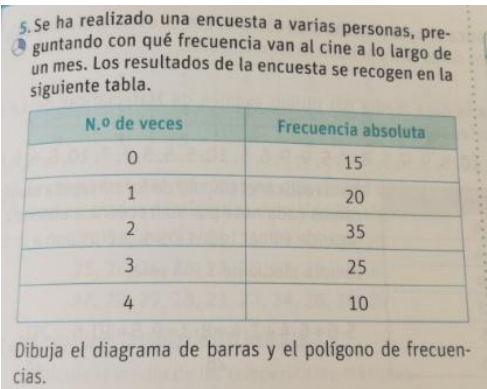
- Doce de ellos leen cómics.
- Cinco leen novelas de misterio.
- Ocho prefieren novelas de ciencia ficción.
- Los demás no han contestado.

Sabiendo que en clase son 30 alumnos, elabora la tabla de frecuencias. ¿De qué tipo de carácter estadístico se trata?

Actividad tipo: Ejercicio

Descripción: Ejercicio en el que se trabaja los gráficos estadísticos como el diagrama de barras y el polígono de frecuencias. Para ello, hay que interpretar la tabla de frecuencias.

Ejemplo: Página 169 del libro de texto



5. Se ha realizado una encuesta a varias personas, preguntando con qué frecuencia van al cine a lo largo de un mes. Los resultados de la encuesta se recogen en la siguiente tabla.

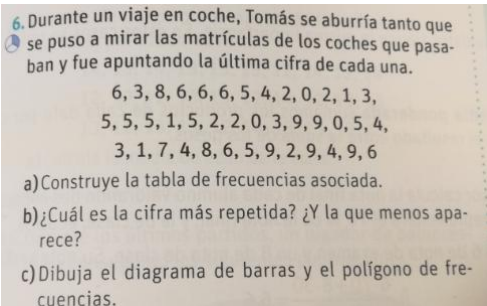
N.º de veces	Frecuencia absoluta
0	15
1	20
2	35
3	25
4	10

Dibuja el diagrama de barras y el polígono de frecuencias.

Actividad tipo: Problema

Descripción: Problema en el que se deben aplicar conocimientos adquiridos: tabla de frecuencias y gráficos estadísticos (diagrama de barras y el polígono de frecuencias); y además, debe interpretar la tabla para responder a las preguntas.

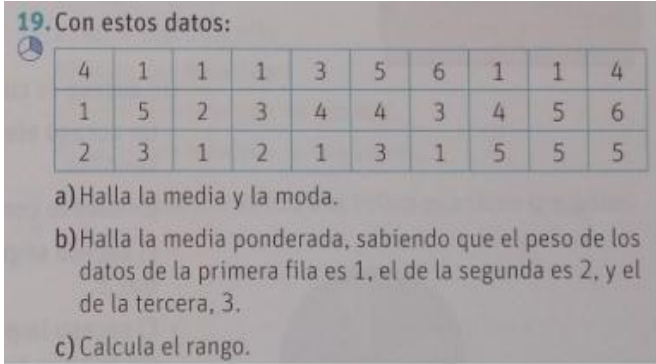
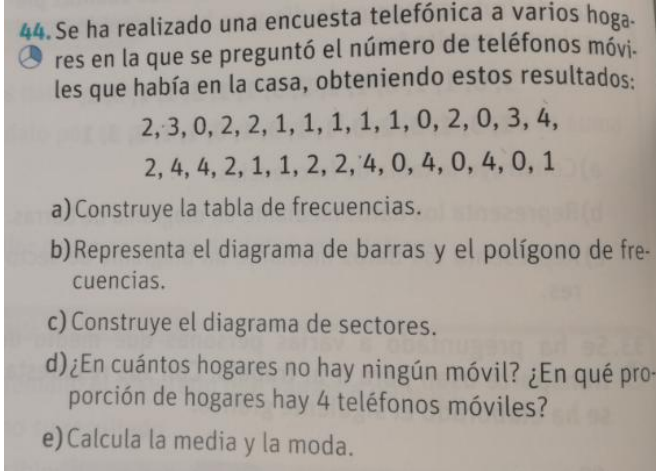
Ejemplo: Página 169 del libro de texto



6. Durante un viaje en coche, Tomás se aburría tanto que se puso a mirar las matrículas de los coches que pasaban y fue apuntando la última cifra de cada una.

6, 3, 8, 6, 6, 6, 5, 4, 2, 0, 2, 1, 3,
 5, 5, 5, 1, 5, 2, 2, 0, 3, 9, 9, 0, 5, 4,
 3, 1, 7, 4, 8, 6, 5, 9, 2, 9, 4, 9, 6

a) Construye la tabla de frecuencias asociada.
 b) ¿Cuál es la cifra más repetida? ¿Y la que menos aparece?
 c) Dibuja el diagrama de barras y el polígono de frecuencias.

<p>Actividad tipo: Ejercicio</p> <p>Descripción: Ejercicio en el que el alumnado debe calcular la media, la moda, la media ponderada y el rango.</p> <p>Ejemplo: Página 171 del libro de texto</p>	
<p>Actividad tipo: Problema</p> <p>Descripción: Problema en el que se debe aplicar casi todos los conocimientos adquiridos: tabla, diagrama de barras, polígono de frecuencias, diagrama de sectores, media y moda; y además, hay que interpretar la tabla para responder a varias preguntas.</p> <p>Ejemplo: Página 176 del libro de texto</p>	


4.2 Ejercicios, problemas y cuestiones tipo en 2ºESO

Actividad tipo: Cuestión

Descripción: Cuestión en el que el alumnado debe diferenciar entre los conceptos población y muestra, y valorar si la muestra es representativa.

Ejemplo: Página 261 del libro de texto

28. Para hacer un estudio sobre la calidad de la prensa escrita de una ciudad de 1000000 de habitantes se han seleccionado 2000 personas, de las cuales, 150 tienen estudios superiores, y el resto, estudios medios. Además, 995 son mayores de 45 años, y el resto, menores.



a) Indica cuál es la población y la muestra del estudio.
b) ¿La muestra seleccionada con respecto al nivel de estudios es representativa? ¿Y con respecto a la edad?

Actividad tipo: Problema

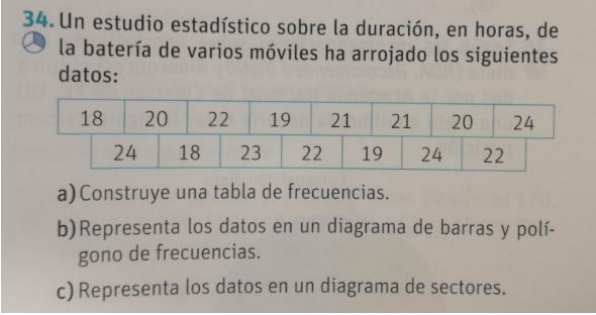
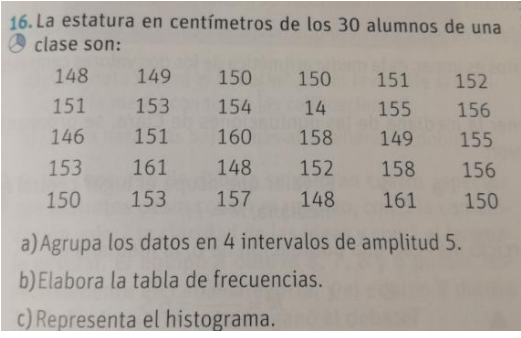
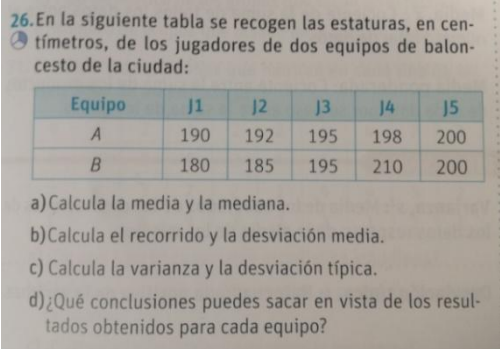
Descripción: Problema en el que se debe realizar un recuento de los datos y elaborar una tabla de frecuencias. Además, hay que interpretar dicha tabla para contestar a la pregunta y hay que indicar de qué tipo es la variable estadística.

Ejemplo: Página 261 del libro de texto

31. El número de personas que habitan en cada una de las viviendas de un edificio es:

4	4	2	1	2	2	4	4	2	3
4	3	2	5	2	4	5	3	6	4
2	1	3	2	2	1	4	4	5	2
1	1	4	3	3	2	2	1	2	1

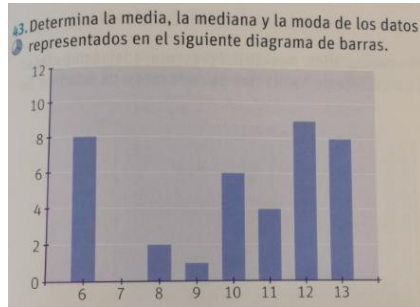
a) ¿De qué tipo es la variable estadística estudiada?
b) Elabora una tabla de frecuencias a partir de los datos recogidos.
c) ¿Cuál es el valor de la variable más frecuente?

<p>Actividad tipo:</p> <p>Descripción:</p> <p>Ejemplo:</p>	<p>Ejercicio</p> <p>Ejercicio en el que el alumnado pone en práctica conocimientos adquiridos: tabla de frecuencias y gráficos estadísticos como el diagrama de barras, polígono de frecuencias y diagrama de sectores.</p> <p>Página 261 del libro de texto</p> 
<p>Actividad tipo:</p> <p>Descripción:</p> <p>Ejemplo:</p>	<p>Ejercicio</p> <p>Ejercicio en el que el alumnado debe realizar una determinada agrupación de los datos para elaborar una tabla de frecuencias y representarlos en un histograma.</p> <p>Página 255 del libro de texto</p> 
<p>Actividad tipo:</p> <p>Descripción:</p> <p>Ejemplo:</p>	<p>Problema</p> <p>Problema en el que el alumnado debe aplicar conocimientos adquiridos como son los parámetros de posición y dispersión; y además, responder a una pregunta en la que tiene que realizar una interpretación conjunta de la media y la desviación típica.</p> <p>Página 259 del libro de texto</p> 

Actividad tipo: Problema

Descripción: Problema en el que se aplican casi todos los conocimientos adquiridos: tabla, medias de posición y dispersión y construir un diagrama de sectores. Para ello, tiene que interpretar los datos del diagrama de barras.

Ejemplo: Página 263 del libro de texto



- Construye la tabla de frecuencias asociada.
- Halla el recorrido y la desviación media.
- Calcula la varianza y la desviación típica.
- Construye el diagrama de sectores asociado a los datos.

4.3 Ejercicios, problemas y cuestiones tipo en 3ºESO

Actividad tipo: Ejercicio

Descripción: Ejercicio en el que el alumnado debe identificar el tipo de variable estadística, cualitativa continua o discreta.

Ejemplo: Página 248 del libro de texto

1. De las siguientes variables estadísticas, consideradas en una guardería en un día concreto, indica cuáles son discretas y cuáles son continuas.
- Peso de los niños.
 - Número de pasos seguidos que son capaces de dar.
 - Talla de los niños.
 - Número de padres que van a recogerlos.

Actividad tipo: Cuestión

Descripción: Cuestión en el que el alumnado debe reflexionar sobre los conceptos: la población, la muestra, el tamaño de la muestra, la variable estadística y el tipo de variable estadística.

Ejemplo: Página 248 del libro de texto

2. Queremos saber el número de piezas de fruta que se come por hogar entre los alumnos del instituto. Para ello, se encuesta a los 5 primeros alumnos de cada una de las 15 clases que hay en el centro. ¿Cuál es la población objeto de estudio? ¿Quiénes constituyen la muestra? ¿Cuál es el tamaño de la muestra? ¿Cuál es la variable estadística? ¿De qué tipo es esa variable?

Actividad tipo: Ejercicio
Descripción: Ejercicio en el que el alumnado tiene que aplicar los conocimientos adquiridos de elaborar una tabla de frecuencias.
Ejemplo: Página 238 del libro de texto

4. En una clase de 24 alumnos de 3.º ESO, el número de horas que dedica cada uno a ver la televisión es:

1	3	2	1	0	2	1	2	0	1	0	0
0	5	0	1	2	3	4	4	2	1	0	3

Elabora una tabla de frecuencias absolutas, relativas y tantos por ciento.

Actividad tipo: Ejercicio
Descripción: Ejercicio en el que el alumnado tiene que aplicar los conocimientos adquiridos de construir gráficos estadísticos como el diagrama de barras y el polígono de frecuencias.
Ejemplo: Página 239 del libro de texto

6. En una clase de 25 alumnos, 2 son chinos; 5, rumanos; 7, ecuatorianos; 3, portugueses, y 8, españoles. Representa el diagrama de barras correspondiente y el polígono de frecuencias asociado.

Actividad tipo: Ejercicio
Descripción: Ejercicio en el que se deben aplicar los conocimientos adquiridos de agrupar los datos en intervalos para construir una tabla de frecuencias y representar dichos datos mediante un histograma.
Ejemplo: Página 248 del libro de texto

6. El gasto en fotocopias que hacen 30 alumnos de una clase de tercero, en euros, ha sido:

3,30	2,10	1,34	3,25	2,25	4,15
0,50	2,75	3,27	4,23	5,32	2,48
3,45	6,90	5,76	3,98	6,70	1,23
0,78	6,20	2,34	4	2,10	3,30
1,20	4,80	4,50	6,70	3,20	1,90

Construye una tabla de frecuencias absolutas y relativas e indica la marca de clase en cada intervalo.
 Considera intervalos de amplitud 1,5.

Actividad tipo: Ejercicio

Descripción: Ejercicio en el que se deben aplicar los conocimientos adquiridos de calcular las medidas de posición, dispersión y construir gráficos estadísticos.

Ejemplo: Página 249 del libro de texto

13. Se realiza una encuesta en clase sobre el número de litros de refresco con gas que se consumen semanalmente en las casas de 27 alumnos de clase. Los datos vienen dados por la siguiente tabla.

Litros de refresco	1	2	3	4	5	6	7
f_i	1	3	2	5	7	5	4

Calcula todos los parámetros de centralización y de dispersión. Representa los datos mediante un diagrama de sectores, un diagrama de barras y un polígono de frecuencias.

Actividad tipo: Problema

Descripción: Problema en el que el alumnado debe aplicar los conocimientos adquiridos: medidas de posición y dispersión. Además, debe realizar una interpretación conjunta de la media y la desviación típica y elegir el gráfico estadístico adecuado para representar los datos.

Ejemplo: Página 249 del libro de texto

18. En la siguiente tabla quedan reflejados los triples anotados por dos jugadores en los últimos 10 partidos.

Jug. A	1	0	5	0	2	0	0	1	4	2
Jug. B	1	2	1	2	1	3	1	1	2	1

Si el equipo de baloncesto local pretende fichar al jugador más regular en triples, ¿a cuál de los dos contratará?

Representa mediante un gráfico los datos de los dos jugadores. Calcula su moda, mediana, media, rango, desviación media, varianza y desviación típica.

4.4 Ejercicios, problemas y cuestiones tipo en 4ºESO

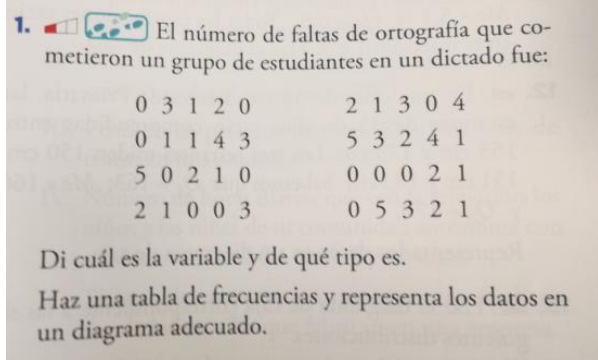
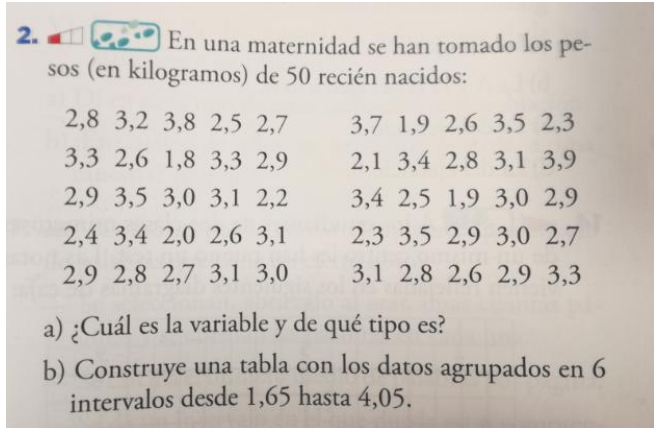
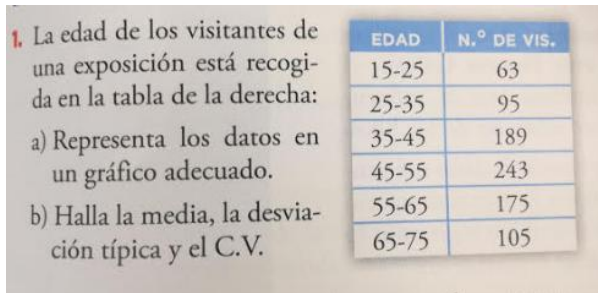
Actividad tipo: Cuestión

Descripción: Cuestión en la que el alumnado debe reflexionar sobre los conceptos: población y muestra.

Ejemplo: Página 204 del libro de texto

2. El responsable de calidad de una empresa que fabrica pilas quiere estudiar la energía suministrada por cada pila hasta que se gasta.

¿Puede hacer el estudio sobre la población o debe recurrir a una muestra? ¿Por qué?

<p>Actividad tipo: Ejercicio</p> <p>Descripción: Ejercicio en el que el alumnado debe identificar el la variable estadística y el tipo de variable, elaborar una tabla de frecuencias y representar dichos datos con el gráfico estadístico más adecuado.</p> <p>Ejemplo: Página 209 del libro de texto</p>	 <p>1. El número de faltas de ortografía que cometieron un grupo de estudiantes en un dictado fue:</p> <p>0 3 1 2 0 2 1 3 0 4</p> <p>0 1 1 4 3 5 3 2 4 1</p> <p>5 0 2 1 0 0 0 0 2 1</p> <p>2 1 0 0 3 0 5 3 2 1</p> <p>Di cuál es la variable y de qué tipo es.</p> <p>Haz una tabla de frecuencias y representa los datos en un diagrama adecuado.</p>														
<p>Actividad tipo: Ejercicio</p> <p>Descripción: Ejercicio en el que el alumnado tiene identificar la variable estadística e indicar de qué tipo es, y además realizar un agrupamiento de los datos por intervalos para después construir una tabla de frecuencias.</p> <p>Ejemplo: Página 209 del libro de texto</p>	 <p>2. En una maternidad se han tomado los pesos (en kilogramos) de 50 recién nacidos:</p> <p>2,8 3,2 3,8 2,5 2,7 3,7 1,9 2,6 3,5 2,3</p> <p>3,3 2,6 1,8 3,3 2,9 2,1 3,4 2,8 3,1 3,9</p> <p>2,9 3,5 3,0 3,1 2,2 3,4 2,5 1,9 3,0 2,9</p> <p>2,4 3,4 2,0 2,6 3,1 2,3 3,5 2,9 3,0 2,7</p> <p>2,9 2,8 2,7 3,1 3,0 3,1 2,8 2,6 2,9 3,3</p> <p>a) ¿Cuál es la variable y de qué tipo es?</p> <p>b) Construye una tabla con los datos agrupados en 6 intervalos desde 1,65 hasta 4,05.</p>														
<p>Actividad tipo: Ejercicio</p> <p>Descripción: Ejercicio en el que el alumnado tiene que aplicar los conocimientos adquiridos de representar los datos en el gráfico adecuado y hallar medidas de posición y dispersión.</p> <p>Ejemplo: Página 215 del libro de texto</p>	 <p>1. La edad de los visitantes de una exposición está recogida en la tabla de la derecha:</p> <table border="1" data-bbox="813 1747 1045 1993"> <thead> <tr> <th>EDAD</th> <th>N.º DE VIS.</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>15-25</td> <td>63</td> </tr> <tr> <td>25-35</td> <td>95</td> </tr> <tr> <td>35-45</td> <td>189</td> </tr> <tr> <td>45-55</td> <td>243</td> </tr> <tr> <td>55-65</td> <td>175</td> </tr> <tr> <td>65-75</td> <td>105</td> </tr> </tbody> </table> <p>a) Representa los datos en un gráfico adecuado.</p> <p>b) Halla la media, la desviación típica y el C.V.</p>	EDAD	N.º DE VIS.	15-25	63	25-35	95	35-45	189	45-55	243	55-65	175	65-75	105
EDAD	N.º DE VIS.														
15-25	63														
25-35	95														
35-45	189														
45-55	243														
55-65	175														
65-75	105														

Actividad tipo: Ejercicio

Descripción: Ejercicio en el que se deben aplicar los conocimientos adquiridos de hallar medidas de posición y construir un diagrama de cajas y bigotes.

Ejemplo: Página 215 del libro de texto

4. Calcula la mediana y los cuartiles de la siguiente distribución. Representalos en un diagrama de caja.

x_i	0	1	2	3	4	5
f_i	12	9	7	6	3	3

Actividad tipo: Problema

Descripción: Problema en el que el alumnado tiene que realizar un análisis crítico de la tabla y los gráficos para asociar a cada gráfica una dieta.

Ejemplo: Página 212 del libro de texto

24. Se ha medido el nivel de colesterol en cuatro grupos de personas sometidas a diferentes dietas. Las medias y las desviaciones típicas son las de la tabla:

DIETA	A	B	C	D
\bar{x}	211,4	188,6	209,2	188,6
σ	37,5	52,6	56,3	43,1

Asocia a cada dieta la gráfica que le corresponde.

Actividad tipo: Ejercicio

Descripción: Ejercicio en el que el alumnado debe representar una diagrama de dispersión e indicar el grado de correlación que se observa.

Ejemplo: Página 229 del libro de texto

15. Observa la siguiente tabla sobre los países sudamericanos (2015):

	ESPERANZA DE VIDA AL NACER (en años)	MORTALIDAD INFANTIL POR 1000
ARGENTINA	76	13
BOLIVIA	67	43
BRASIL	72	23
COLOMBIA	74	19
CHILE	77	7
ECUADOR	73	20
PARAGUAY	73	31
PERÚ	72	19
URUGUAY	76	13
VENEZUELA	75	16

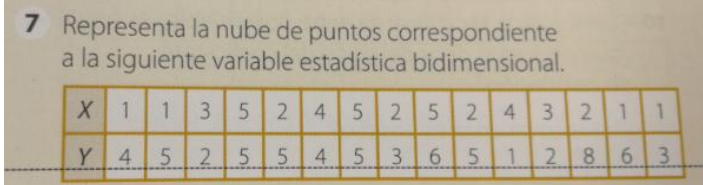
a) Representa la nube de puntos y di si la correlación que observas es positiva o negativa, fuerte o débil.
 b) ¿Cuál de los siguientes valores será el coeficiente de correlación? $-0,99$; $0,5$; $0,94$; $-0,92$; $0,8$

4.5 Ejercicios, problemas y cuestiones tipo en 1ºBachiller

Actividad tipo: Ejercicio

Descripción: Ejercicio en el que el alumnado debe representar una diagrama de dispersión.

Ejemplo: Página 247 del libro de texto



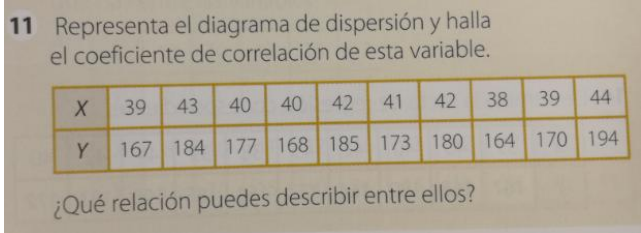
7 Representa la nube de puntos correspondiente a la siguiente variable estadística bidimensional.

X	1	1	3	5	2	4	5	2	5	2	4	3	2	1	1
Y	4	5	2	5	5	4	5	3	6	5	1	2	8	6	3

Actividad tipo: Ejercicio

Descripción: Ejercicio en el que el alumnado debe representar una diagrama de dispersión y calcular el coeficiente de correlación para determinar la relación entre las variables.

Ejemplo: Página 249 del libro de texto



11 Representa el diagrama de dispersión y halla el coeficiente de correlación de esta variable.

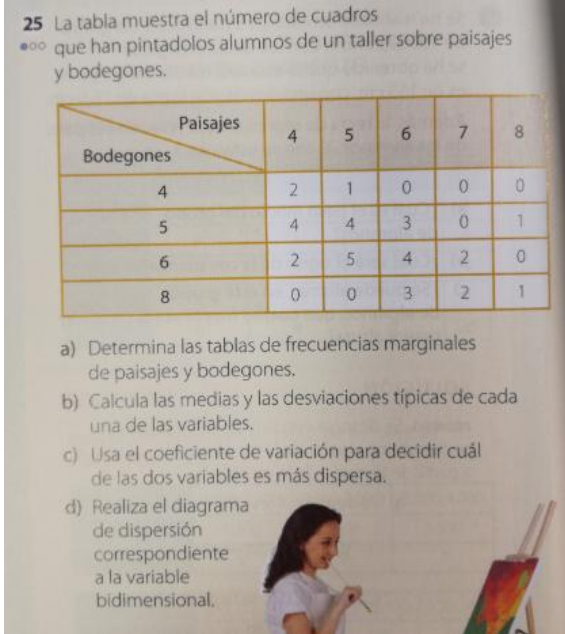
X	39	43	40	40	42	41	42	38	39	44
Y	167	184	177	168	185	173	180	164	170	194

¿Qué relación puedes describir entre ellos?

Actividad tipo: Ejercicio

Descripción: Ejercicio en el que el alumnado debe aplicar conocimientos adquiridos: tablas, cálculo de parámetros estadísticos y diagrama de dispersión.

Ejemplo: Página 258 del libro de texto



25 La tabla muestra el número de cuadros que han pintado los alumnos de un taller sobre paisajes y bodegones.

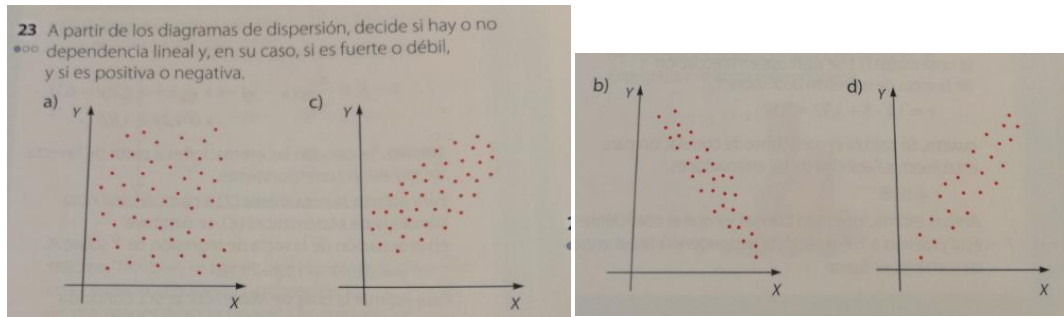
	Paisajes	4	5	6	7	8
Bodegones	4	2	1	0	0	0
	5	4	4	3	0	1
	6	2	5	4	2	0
	8	0	0	3	2	1

- Determina las tablas de frecuencias marginales de paisajes y bodegones.
- Calcula las medias y las desviaciones típicas de cada una de las variables.
- Usa el coeficiente de variación para decidir cuál de las dos variables es más dispersa.
- Realiza el diagrama de dispersión correspondiente a la variable bidimensional.

Actividad tipo: Cuestión

Descripción: Cuestión en la que el alumnado debe reflexionar a partir de unos diagramas de dispersión si existe una dependencia lineal y realizar una descripción de ellas.

Ejemplo: Página 258 del libro de texto



Actividad tipo: Problema

Descripción: Problema en el que el alumnado debe calcular la recta de regresión y realizar y valorar unas estimaciones.

Ejemplo: Página 261 del libro de texto

43 Se cree que el número de zorros en una finca está relacionado con el número de conejos.
 En los últimos años se han realizado ocho censos de ambos animales, resultando estos datos.

N.º de zorros	20	32	16	18	25	30	14	15
N.º de conejos	320	500	260	300	400	470	210	240

Si la correlación es fuerte:

- Determina las dos rectas de regresión.
- Estima la cantidad de conejos que habría si hubiera 10 zorros.
- ¿Cuántos zorros serían si hubiéramos contado 350 conejos?
- ¿Cuál de las dos estimaciones es más fiable?

Capítulo 5

Resultados

En el presente capítulo se va a estudiar la relación entre el currículo vigente y los ejercicios, problemas y cuestiones de los libros de texto que se trabajan en la ESO y Bachiller. Para ello, se han relacionado los capítulos 1, 2 y 3 con el 4 haciendo un análisis para cada uno de los cursos.

El capítulo se divide en 2 apartados. El primero identifica las ausencias y presencias en el currículo y en los libros de texto, mientras que el segundo, estudia la coherencia de los libros de texto en relación con el currículo vigente. Así pues, se podrá observar si dichos libros favorecen la correcta adquisición de los conocimientos en el proceso enseñanza aprendizaje.

5.1 Ausencias y presencias en el currículo y en los libros de texto

1ºESO:

El libro de 1º ESO presenta por lo general, una coherencia bastante rigurosa con el currículo ya que trabaja prácticamente todos los contenidos estadísticos que se especifican en él.

La mayor ausencia del libro de texto se encuentra en que no incluye el concepto de mediana en los parámetros de centralización. Además, a pesar de que explique los conceptos de población, muestra y variable estadística, no existen a penas ejercicios, problemas, cuestiones o situaciones que ayuden a trabajar y profundizar dichos contenidos.

En cuanto a la construcción de tablas de frecuencias y gráficos estadísticos, el libro incluye gran variedad de ejercicios y problemas que permiten afianzar dichos contenidos. Por último, son numerosas también las actividades que propone el libro en lo relativo a parámetros estadísticos como la media aritmética, la moda y el rango.

2ºESO:

El libro de 2ºESO contiene un tema destinado únicamente a la estadística. En este tema, se amplían los contenidos estadísticos de 1ºESO ya que se incluyen numerosas actividades y se añaden nuevos parámetros estadísticos. A estas medidas, se les realiza una distinción, separándolos en parámetros de posición y en parámetros de dispersión. Además, se añaden contenidos que se impartirán en el siguiente curso de 3ºESO como por ejemplo: variables estadísticas cualitativas continuas y discretas, frecuencias absolutas y relativas acumuladas, tablas de frecuencias de datos agrupados, histogramas, etc.

Las ausencias detectadas en el libro de 1ºESO (concepto de mediana, actividades relacionadas con población y muestra) ya no son visibles. Sin embargo, el currículo en este curso se centra en los contenidos probabilísticos.

3ºESO - Académicas:

En el libro de 3ºESO se han detectado diversas ausencias que se indican a continuación.

La primera ausencia se da en el primer apartado del tema en el que no se realiza ninguna descripción de los métodos de selección de una muestra estadística ni tampoco de las tareas y las fases de un estudio estadístico.

La estadística descriptiva en un aula de 3º de la ESO

La segunda corresponde al contenido relativo a la agrupación de datos en intervalos. A pesar de que existan ejercicios donde se pide elaborar agrupaciones de datos en intervalos y construir tablas de frecuencias, el libro no contiene ningún apartado donde se explique cómo realizarlo. Simplemente hace una breve mención a las nociones de intervalos de clase y a la marca de clase.

La tercera ausencia se encuentra en los conceptos de frecuencias absolutas acumuladas y frecuencias relativas acumuladas, debido a que sólo se hace una simple observación en un lateral de la página como expansión voluntaria.

En lo relativo a las medidas de dispersión, tampoco se trata al completo en lo que se recoge en el currículo puesto que el coeficiente de variación se presenta en el libro como otra simple observación en un lateral de la página y tampoco se proporciona información acerca de cómo realizar la interpretación conjunta de la media y la desviación típica.

Por último, el libro realiza una breve introducción al diagrama de caja y bigotes pero no presenta ningún ejemplo, ejercicio, problema, cuestión o situación a lo largo del tema.

Por el contrario, en el libro de 3ºESO hay que señalar que es posible encontrar ampliaciones de los contenidos de los gráficos estadísticos ya que además de trabajarse los gráficos estudiados en 1ºESO, se incluyen los histogramas, los pictogramas, series cronológicas, diagrama de caja y bigotes y el diagrama de tallo y hojas.

Para terminar, hay que destacar que el libro de texto, a diferencia de los de 1ºESO y 2ºESO, incluye un apartado específico y ejercicios donde es necesario la utilización de TICs.

4ºESO - Académicas:

El libro de 4ºESO, presenta una gran coherencia en relación a lo que se especifica en el currículo.

Dedica un apartado del tema entero para repasar y explicar los contenidos de población, muestra, individuo, variables estadísticas, fases y tareas de un estudio, etc.

Por otro lado, a pesar de que el currículo no recoge el contenido de tablas de frecuencias, el libro dedica otro apartado completo al repaso de su construcción. También trata los diversos parámetros estadísticos y explica cómo obtenerlos según sean los datos, aislados o agrupados.

Hay que señalar que realiza una breve mención a la estadística inferencial, contenido que no está especificado en el currículo para este curso, y que también dedica un tema completo a la estadística bidimensional. En dicho tema, se introducen más conceptos que los que el currículo exige como son: recta de regresión, coeficiente de correlación, estimaciones, etc.

Las mayores ausencias del libro se encuentran en que no incluye ningún apartado donde se presenten diferentes tipos de gráficas estadísticas, únicamente trata el diagrama de caja y bigotes; y por otra parte, en el contenido de comparaciones entre distribuciones, puesto que no hay ejercicios, problemas, cuestiones o situaciones relativas al contenido.

1ºBACHILLER – Ciencias Sociales:

El libro de 1ºBachiller tiene un tema dedicado a la estadística unidimensional la cual ha sido trabajada en los cursos anteriores, y otro tema dedicado a la estadística bidimensional. El currículo vigente para este curso, se centra en la estadística bidimensional por lo que éste será el tema analizado.

En los apartados del tema se van trabajando la mayoría de los contenidos que exige el currículo. El primer apartado comienza con una descripción de la estadística bidimensional y posteriormente se introducen la distribución conjunta y las distribuciones marginales con varios ejercicios para trabajar los contenidos. Como parámetro estadístico se introduce el concepto de covarianza. El segundo apartado trata sobre el diagrama de dispersión en donde se trabaja también el concepto de dependencia lineal entre dos variables estadísticas. En el tercero, se estudia el coeficiente de correlación y en el cuarto, las rectas de regresión y la estimación de los resultados. Por último, se añade un último apartado donde se explica la utilización de las TICs para el cálculo parámetros estadísticos como la media, la desviación típica, covarianza, coeficiente de correlación.

Las ausencias del libro las encontramos en que no se hace mención alguna a los contenidos de distribuciones condicionadas e independencia de variables estadísticas, los cuales están definidos como contenidos mínimos en el currículo.

5.2 Coherencia de los libros de texto en relación al currículo

Como se ha podido observar en el apartado anterior del capítulo, por lo general, existe una gran coherencia entre los libros de texto en relación al currículo.

El libro de 1ºESO analizado, se ajusta prácticamente por completo al currículo, exceptuando la ausencia del concepto de la mediana, así como la de la falta de ejercicios acerca de la población y muestra. Aún así, estas ausencias son solventadas en cursos posteriores.

El libro de 2ºESO examinado, amplía los contenidos impartidos en 1ºESO de una manera progresiva. Sin embargo, los contenidos mínimos definidos para este curso, en concreto en el bloque de estadística y probabilidad, básicamente tratan contenidos relativos a los de probabilidad. Por lo tanto, el libro presenta contenidos adicionales en relación al currículo.

En el libro de 3ºESO estudiado, el tema de estadística no es del todo coherente con lo que se recoge en el currículo. A pesar de que por lo general, los apartados incluidos tratan los contenidos estadísticos definidos, se considera que las diversas ausencias que han sido mencionadas en el apartado anterior, dificultan la adquisición de los conocimientos en el proceso de enseñanza aprendizaje. Además, se ha observado que los ejercicios, problemas y cuestiones propuestas son escasos y no trabajan todos los apartados presentados en el libro. En este caso, para evitar dicha dificultad, se ve necesario que el docente amplíe con otros medios la información proporcionada a los alumnos y alumnas.

El libro de 4ºESO analizado, se ajusta y es coherente con lo que se establece en el currículo, exceptuando la ausencia de las gráficas estadísticas. Este contenido ha sido trabajado en años anteriores y sería necesario realizar al menos un repaso debido a que en este curso se incluye un nuevo contenido como es el del análisis crítico de tablas y gráficas estadísticas en los medios de comunicación.

El libro de 1ºBachillerato examinado, es bastante coherente en relación al currículo, exceptuando las ausencias de los conceptos de distribuciones condicionadas e independencia de variables estadísticas. Por lo demás, el resto de contenidos son trabajados de manera detallada y clara, incluyendo diversos ejemplos.

La estadística descriptiva en un aula de 3º de la ESO

Para terminar, en cuanto a la utilización de las TICs, hay que señalar que en general, ningún libro de texto se ajusta a lo que marca el currículo debido a que no invitan a su utilización. Los únicos libros que incluyen algún apartado o ejercicio son los de 3ºESO (Editorial SM) y 1ºBachillerato (Editorial SANTILLANA) pero no llegando a ser suficientes.

Parte II:

Análisis de un proceso de estudio de la estadística en 3ºESO

La segunda parte del Trabajo Fin de Máster analiza un proceso de estudio sobre la estadística en el curso de 3ºESO en el asignatura de las Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas.

El análisis se divide en cuatro capítulos. En el primer capítulo, se estudia el contenido estadístico en el libro de texto de referencia. En el segundo, se identifican las dificultades y errores previstos en el proceso de aprendizaje del tema, así como sus posibles orígenes. A continuación, en el tercer capítulo, se describe la implementación del proceso de estudio con la distribución del tiempo de clase, las actividades adicionales planificadas y la actividad autónoma del alumno prevista. Finalmente, en el último capítulo, se detalla y analiza la experimentación de dicho proceso en el aula, así como los resultados obtenidos a partir de ella.

Por último, se exponen una síntesis y unas conclusiones generales, además de algunas cuestiones abiertas extraídas del análisis.

Capítulo 6

La estadística en el libro de texto de referencia

En el presente capítulo se analiza en profundidad el contenido correspondiente al tema 12: “*Estadística*”, del libro de texto *Matemáticas Académicas de 3ºESO* (2015) de la editorial Edítex (ver Anexo 7). Dicho libro es el que el Departamento de Matemáticas del centro IES Ibaialde ha seleccionado para el curso de 3ºESO y por lo tanto, es el que se ha utilizado durante la enseñanza del tema en el periodo del Practicum II.

Este capítulo se divide en dos partes. En la primera, se identifican los objetos matemáticos involucrados en la unidad didáctica del libro de texto de referencia, mientras que en la segunda parte, se realiza un análisis global.

Para el estudio que se va a exponer en los apartados posteriores, se emplea como texto de referencia el artículo “Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta” de Juan D. Godino, Vincenç Font y Miguel R. Wilhelmi (2006).

6.1 Objetos matemáticos involucrados

A continuación se realiza un estudio de los diferentes objetos matemáticos involucrados que se trabajan en la parte de estadística de 3ºESO tomando como base para dicho análisis el artículo de referencia mencionado anteriormente.

Los distintos objetos matemáticos que se deben considerar son los siguientes: lenguaje (verbal, gráfico y simbólico), situaciones, conceptos previos y emergentes, procedimientos, propiedades y argumentos. Se debe tener en cuenta que dichos elementos están relacionados entre sí.

LENGUAJE	
<p><i>Verbal</i></p> <p>Estadística, encuesta, datos, población, individuo, muestra, representativa, estudio, tamaño de la muestra, variable estadística, característica, cuantitativo, cualitativo, continua, discreta, valores, tabla, frecuencia relativa, frecuencia absoluta, frecuencia absoluta acumulada, frecuencia relativa acumulada, porcentaje, intervalos de clase, marca de clase, gráficos, diagramas, barras, histograma, sectores, parámetros, información, representar, medidas, centralización, dispersión, media aritmética, moda, mediana, cuartiles, rango, desviación media, desviación típica, varianza, coeficiente de variación, recorrido intercuartílico, eje, etc.</p> <p><i>Gráfico</i></p> <p>Diagrama de sectores, diagrama de barras, polígono de frecuencias, histograma, pictograma, diagramas lineales, diagrama de tallos y hojas, diagrama de cajas y bigotes.</p> <p><i>Simbólico:</i> X_i, f_i, h_i, F_i, H_i, %, N, °, “,” , \bar{X}, M_o, M_e, DM, σ, σ^2, CV, R_I</p>	
SITUACIONES	CONCEPTOS
<p>Ejercicios y problemas contextualizados con la intención de aplicar algún conocimiento relacionado con la estadística.</p> <p>Ejercicios y problemas descontextualizados para ejercitar cálculos sistemáticos.</p> <p>Noticias de medios de comunicación para aplicar lo aprendido.</p>	<p><i>Previos</i></p> <p>Población, muestra, variable estadística, cualitativa, cuantitativa.</p> <p>Frecuencias absolutas y relativas. Porcentajes.</p> <p>Diagrama de barras, polígono de frecuencias, pictogramas y diagrama de sectores.</p> <p>Media aritmética, moda, mediana y rango.</p> <p><i>Emergentes</i></p> <p>Muestra representativa, variable cuantitativa discreta, variable cuantitativa continua.</p> <p>Frecuencias absolutas y relativas acumuladas.</p> <p>Histograma, diagrama de tallos y hojas, y diagrama de caja y bigotes.</p> <p>Medidas de centralización. Cuartiles.</p> <p>Medidas de dispersión: desviación típica, varianza, desviación media y coeficiente de correlación.</p>
PROCEDIMIENTOS	PROPIEDADES
<p>Elaboración de tablas de frecuencias, elaboración de tablas de frecuencias de datos agrupados en intervalos, cálculo de medidas de centralización, cálculo de medidas de dispersión, representaciones gráficas.</p>	<p>Las variables estadísticas cualitativas no pueden expresarse con números.</p> <p>La suma de las frecuencias absolutas debe ser igual al número total de datos.</p> <p>La suma de las frecuencias relativas siempre es igual a 1.</p> <p>Los diagramas de barra para datos cualitativos o cuantitativos con un número de datos pequeño.</p> <p>Los histogramas son empleados para variables cuantitativas.</p> <p>Polígono de frecuencias y diagrama de sectores, válidos para todo tipo de variable.</p>

	Existen distribuciones con varias modas o incluso que no tenga moda. Las medidas de centralización son marcas de tendencia de un grupo de datos. La mediana es más representativa que la media en distribuciones asimétricas.
ARGUMENTOS	
Comprobación de las propiedades en casos particulares como ejercicios o problemas. Justificación de las propiedades utilizando elementos genéricos.	

Tabla 15: Objetos matemáticos involucrados relacionados con la estadística.

6.2 Análisis global de la unidad didáctica

En esta sección se realiza un análisis global del tema del libro de referencia. La unidad didáctica analizada corresponde al tema 12: “*Estadística*”, del libro de texto de 3ºESO, que se puede encontrar en el Anexo 7.

El tema comienza con dos caras a modo de portada. En una de ellas se indican los apartados que van a ser tratados a lo largo del tema así como los contenidos que van a ser desarrollados. Mientras que en la otra cara, se incluye un texto sobre el origen de la estadística.

Las secciones de la unidad didáctica son las siguientes:

1. Terminología básica
2. Tablas estadísticas y frecuencias
3. Gráficos estadísticos
4. Medidas de centralización
5. Medidas de dispersión
6. Estadística con la calculadora
7. Diagrama de tallos y hojas
8. Diagrama de cajas y bigotes

Como visión general se puede destacar que siguen un mismo esquema (título del apartado, teoría, resolución de un ejemplo y un par de ejercicios) pero no todos en el mismo orden. Además, en cada una de las hojas de la teoría, es posible encontrar en el margen derecho notas, recordatorios u observaciones que han querido hacer los autores del libro de texto.

A continuación se analizan cada uno de los apartados de la unidad didáctica:

1. Terminología básica

En este primer punto se plantea una situación y se argumenta la utilidad de la estadística a la vez que se van introduciendo las definiciones de los conceptos de estadística, población, individuo, muestra y representatividad de una muestra. Así, se consigue

diferenciar entre realizar un estudio a la población y la necesidad de tomar una muestra para realizar dicho estudio.

Cabe destacar la nota que se incluye sobre la existencia de tipos de muestra y el tamaño de la muestra. Sin embargo, simplemente se mencionan las técnicas de selección de muestras sin dar ninguna explicación de en qué consisten.

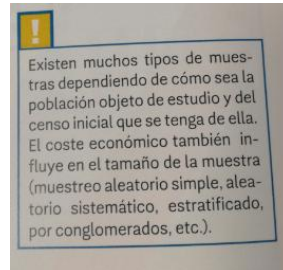


Figura 1. Observación apartado terminología básica.

En un sub-apartado, se introduce la variable estadística dando la definición de la misma y su tipología. Mantienen el ejemplo planteado al comienzo del apartado y presentan diferentes variables estadísticas con el objetivo de clasificarlas.

Por último, se incluyen un par actividades y ejercicios sobre la clasificación de variables estadísticas y otro sobre población y muestra. Ninguno de ellos trata la representatividad de la muestra ni la identificación de la variable estadística en un problema.

2. Tablas estadísticas y frecuencias

El segundo punto comienza planteando una situación práctica en la que hay que realizar un recuento de un número pequeño de datos. Se demuestra así, la posibilidad de organizar dichos datos mediante una tabla y se construye la tabla con las frecuencias absolutas, frecuencias relativas y los porcentajes. Todos ellos con su correspondiente notación. Una vez construida la tabla, se presentan las definiciones de las distintas frecuencias.

Posteriormente, se plantea otra situación sin ejemplo resuelto donde el número total de datos es elevado. Para este caso, se indica que se deben agrupar los datos en intervalos y se mencionan los conceptos de intervalos de clase y marcas de clase. No hay ningún ejemplo práctico en el que los alumnos y alumnas observen como se realizarían dichas agrupaciones.

También se añaden ciertos recordatorios y observaciones acerca de propiedades de las tablas y las definiciones de las frecuencias absolutas acumuladas y frecuencias relativas acumuladas.

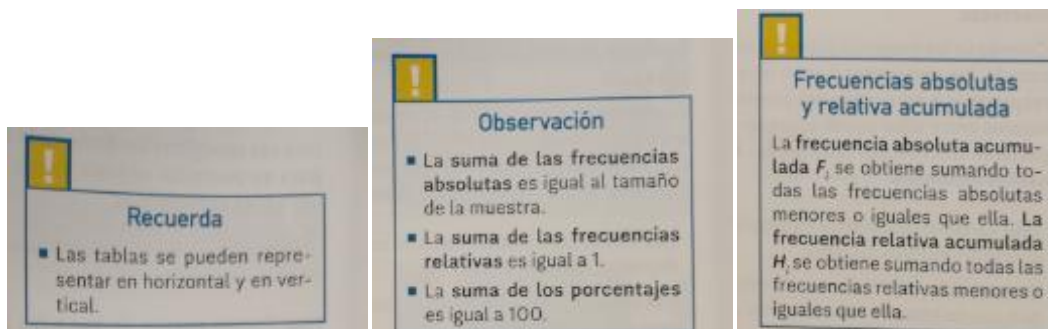


Figura 2. Observaciones y recordatorio apartado tablas de frecuencia.

Para terminar, se proponen 2 ejercicios. Uno de ellos para aplicar la técnica utilizada en el ejemplo resuelto y el otro, para construir una tabla con datos agrupados en intervalos.

3. Gráficos estadísticos

El punto tercero introduce las representaciones gráficas estadísticas y la secuencia seguida es: el diagrama de sectores, el diagrama de barras, el polígono de frecuencias, histograma, pictograma y diagrama lineal. En cada uno de ellos se especifica para qué tipo de variable estadística sirve y se ejemplifica para lograr una mejor comprensión de los contenidos.

En este caso, al igual que en los otros apartados, se incluyen 2 actividades y ejercicios para resolver. Éstos sirven para practicar las representaciones del diagrama de barras, el polígono de frecuencias y el histograma.

4. Medidas de centralización

El cuarto punto trabaja las medidas de centralización y lo primero que señala el libro, es que es lo que indican este tipo de medidas. Después plantea una situación en la que efectúa el cálculo de los diferentes parámetros por medio de fórmulas o por la utilización de la tabla de frecuencias en el caso de la media aritmética. Conforme obtiene cada parámetro, incluye su definición, notación y fórmula. Todas ellas han sido vistas en 1ºESO pero en este curso se pretende profundizar más en su cálculo, interpretación y propiedades.

En este apartado, de igual manera que en otros, se añaden observaciones acerca de datos agrupados, propiedades como la existencia de distribuciones con varias modas y el significado de los cuartiles.

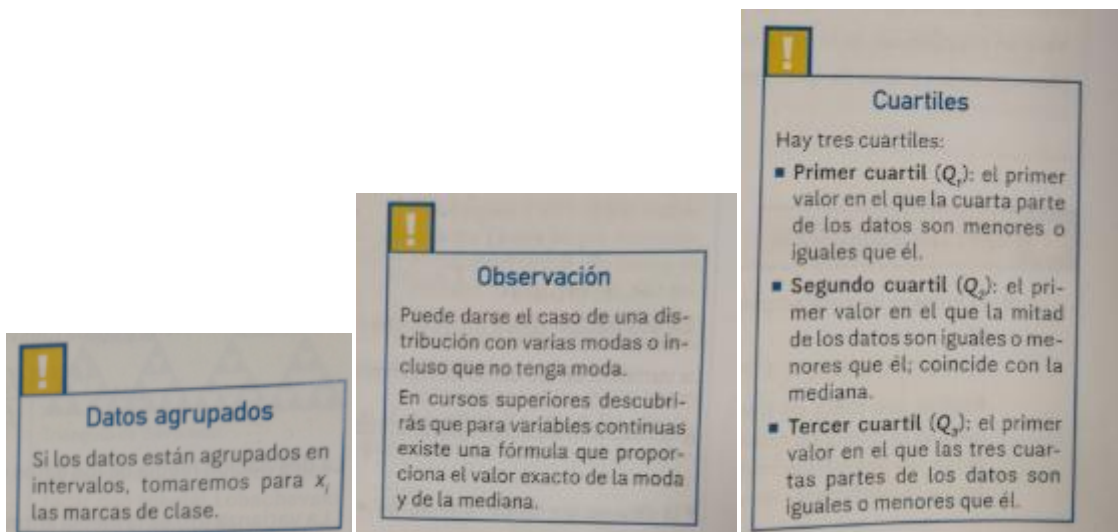


Figura 3. Observación apartado medidas de centralización.

El punto concluye proponiendo un único ejercicio en el que se pide calcular la media aritmética, la moda, la mediana y los cuartiles de una serie de datos de forma mecánica.

5. Medidas de dispersión

Al igual que en el apartado anterior, se plantea un ejemplo práctico en donde se pide calcular las distintas medidas de dispersión (rango, desviación media, varianza y desviación típica). A medida que se van calculando los parámetros, se incluyen sus correspondientes definiciones, notaciones y fórmulas.

También se incorporan observaciones acerca del recorrido intercuartílico, la marca de clase y el coeficiente de variación.

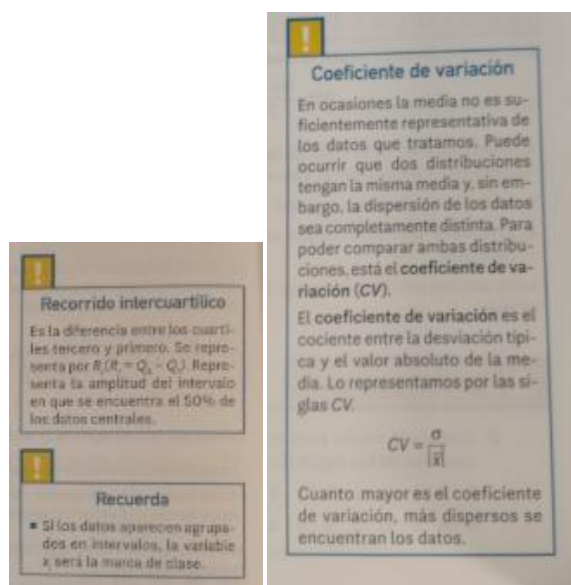


Figura 4. Observación apartado medidas de dispersión.

Este apartado concluye con un ejercicio en el que se pide construir una tabla de frecuencias y calcular la media, la desviación media, la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación.

6. Estadística con la calculadora

En esta sección del tema, se demuestra la utilidad de las calculadoras científicas para realizar algunos cálculos estadísticos para la obtención de la media aritmética y la desviación típica. Para ello, presenta una serie de datos e incluye el procedimiento paso a paso que se debe seguir.

Por último, se plantean tres ejercicios en los cuales se pide calcular manualmente parámetros de centralización y dispersión, y después comprobarlos con la calculadora.

7. Diagrama de tallo y hojas

El séptimo apartado, plantea otra forma de representar los datos mediante el diagrama de tallo y hojas. Proporciona información del matemático que desarrolló dicho diagrama y además, indica para qué tipo de datos es válido y las ventajas que presenta respecto a otros gráficos estadísticos.

Posteriormente, introduce el significado del tallo y de las hojas para continuar con el procedimiento que se debe seguir para construir un gráfico de este tipo.

Como en el resto de apartados, se presenta un ejemplo para representar una serie de datos en un diagrama de tallo y hojas y además, hay 2 ejercicios para que el alumnado ponga en práctica la técnica de construcción del diagrama.

8. Diagrama de cajas y bigotes

Este último apartado, se presenta otro gráfico estadístico y comienza indicando la información que se puede obtener de la representación. Define también el procedimiento que se debe seguir para su construcción y plantea un ejemplo resuelto para entenderlo mejor. En este caso, no hay ningún ejercicio para que resuelvan los

propios alumnos y alumnas ni pongan en práctica la técnica de construcción del diagrama.

Además de los apartados descritos, la unidad didáctica incluye:

- Un ejercicio en el que se pide calcular medidas de centralización y dispersión mediante el software de Excel. Para ello, se indican los comandos que deben introducir en el programa y el procedimiento a seguir paso a paso.
- 5 ejercicios y actividades resueltos relativos a diferentes contenidos trabajados.
- 18 ejercicios y problemas para resolver que tienen como objetivo que el alumnado ponga en práctica y repase todos los contenidos vistos.
- Actividad llamada “Las pantallas y el aprendizaje” en el que se presenta un gráfico y unas cuestiones relacionadas que requieren de la interpretación de dicho gráfico.
- Un proyecto que consiste en realizar un estudio estadístico sobre la Ley de Benford en el censo de población de la comunidad autónoma.
- Una autoevaluación que contiene unas preguntas sobre los contenidos trabajados mediante un test de múltiples opciones.
- Una rúbrica donde se especifica al alumnado las cosas que el libro de texto valora y considera que debería lograr tras el estudio la unidad didáctica.

Conclusión

Una vez realizado este análisis exhaustivo de la unidad didáctica, se puede concluir que el grado de idoneidad del libro de texto no es completamente el adecuado ya que no trata todos los puntos que se recogen en el currículo y algunos de ellos no lo hace con el nivel de profundización requerido.

Por un lado, las ausencias detectadas son diversas. En cuanto a contenidos, no se tratan los métodos de selección de una muestra, ni las fases y tareas que tiene un estudio estadístico. Tampoco presenta ningún ejemplo práctico donde se explique cómo realizar la agrupación de datos en intervalos ni la construcción de su correspondiente tabla de frecuencias. Además, el cálculo de cuartiles no está recogido en el libro de texto mediante ningún ejemplo ni se añaden ejercicios en los que se pida construir un diagrama de caja y bigotes para que el alumnado pueda poner en práctica su representación. Por último, no se explica cómo realizar la interpretación conjunta de la media y la desviación típica, ya que ambas medidas se presentan por separado.

Por otro lado, el hecho de introducir ciertos contenidos como observaciones no muestra la importancia que deberían tener, y tampoco se profundiza en exceso en ellos. Prueba de ello se tiene los casos de los métodos de selección de muestras, el coeficiente de variación, los cuartiles y las frecuencias absolutas y relativas acumuladas. Introduciéndolos de esta manera, se corre el riesgo de que los alumnos y alumnas no reparen en dichos contenidos.

No obstante, la estructura de todos los apartados es muy similar y los contenidos están por lo general, bien presentados. La utilización de diferentes colores en los textos, así

La estadística descriptiva en un aula de 3º de la ESO

como de dibujos y gráficos a lo largo de toda la unidad didáctica, hace más atractivo su estudio.

Para terminar, se debe destacar del libro de texto de referencia utilizado, que el apartado del uso de la calculadora y el ejercicio práctico con el programa Excel, asegura la utilización de las TICs.

Capítulo 7

Dificultades y errores previsibles en el aprendizaje de la unidad didáctica

En este capítulo se presentan las dificultades y los errores previsibles en el proceso de enseñanza aprendizaje de la estadística, tras el análisis realizado de la unidad didáctica en el Capítulo 6.

La finalidad de este análisis es anticiparse a los problemas que puedan surgir en el proceso de aprendizaje y lograr la manera de evitarlos o minimizar su efecto mediante alternativas. Para ello, las medidas pueden consistir en repasar conocimientos previos o recalcar la importancia de los nuevos contenidos.

El capítulo se divide en dos partes. En la primera parte se identifican las dificultades previsibles a las que se puede enfrentar el alumnado, mientras que en la segunda parte, se analizan los errores y sus posibles orígenes.

7.1 Dificultades

Las dificultades a las que presumiblemente se enfrentará el alumnado de 3ºESO son las siguientes.

1. Diferencia entre población y muestra

Algunos alumnos y alumnas tendrán dificultades en diferenciar e identificar correctamente ambos conceptos, especialmente si el docente no incide y propone más ejercicios de los que los que presenta el libro. Estos conceptos son básicos en la estadística y no saber distinguirlos podría conllevar a cometer errores como por ejemplo, llevar a cabo un estudio estadístico de manera incorrecta o no tener claro que los estudios poblacionales no llevan implícito un error y que los muestrales son aproximaciones (estimaciones) de los resultados poblacionales, y éstos comportan un error asociado a la selección de la muestra.

2. Distinción entre variable estadística cuantitativa discreta y continua

Con ciertas variables estadísticas, los alumnos y alumnas presentarán problemas en clasificar la variable en una continua o discreta. Esta dificultad podría conllevar a cometer otros errores como por ejemplo, una inadecuada selección de la representación gráfica y de las medidas utilizadas como resumen estadístico.

3. Identificación de la variable estadística

El libro únicamente propone ejercicios en los que se debe clasificar el tipo de variable estadística y únicamente uno de ellos pide su identificación en una situación. La variable suele confundirse con la medida resumen utilizada y en realidad, debe asociarse a lo que se observa en cada individuo que participa en el estudio.

4. Agrupación de datos en intervalos y creación de tablas

Al no presentar ningún ejemplo resuelto, los alumnos y alumnas tendrán dificultades en saber agrupar los datos en intervalos adecuadamente, pudiendo escoger diferentes amplitudes de intervalos. También mostrarán problemas a la hora de presentar dichos datos en tablas. Por lo que se debe establecer el número de intervalos o su amplitud en la formulación del ejercicio.

5. Construcción de tablas de frecuencias

Los alumnos y alumnas tendrán dificultades en la construcción de la tabla de frecuencias completa, debido a que en el ejemplo que plantea el libro únicamente aparecen las frecuencias absolutas y relativas. Puede que el alumnado no se dé cuenta de que las frecuencias absolutas y relativas acumuladas también forman parte de la tabla. De hecho, son esenciales para poder entender el concepto de distribución de frecuencias y, por tanto, de las medidas de posición (percentiles). Además, su cálculo también podría suponer un problema porque dichos conceptos son introducidos como una simple observación en el libro de texto.

Por otro lado, en el caso de las tablas de datos agrupados en intervalos, con la información proporcionada y al no haber ningún ejemplo resuelto, podrán presentar dificultades en calcular las frecuencias relativas o construir la tabla.

6. Interpretación de las tablas

Si la construcción de las tablas de frecuencias es mecánica, los alumnos y alumnas podrían mostrar problemas a la hora de contestar preguntas relacionadas con la interpretación de la tabla. Es por ello que deben plantearse preguntas contextualizadas que requieran una comprensión adecuada de cada tipo de frecuencia (número de individuos, porcentaje de individuos que toman un determinado valor, etc.). Asimismo, saber interpretarlas les serviría para verificar que su construcción es correcta.

7. Interpretación de gráficos

Si la representación de los datos es mecánica y se realiza a partir de una tabla, los alumnos y alumnas podrían mostrar dificultades a la hora de interpretar informaciones en las gráficas e incluso si se pidiese representar un gráfico a partir de otro. Esto refleja la correcta asimilación de los puntos 3 y 5.

8. Cálculo de parámetros de centralización y dispersión

La obtención de algunos parámetros como por ejemplo la media, es posible realizarla mediante dos técnicas diferentes. La primera consiste en el uso de la fórmula, conocimiento que ha sido adquirido en otros cursos por los alumnos y alumnas; y la segunda técnica se apoya en la tabla de frecuencias para su obtención. La dificultad podría surgir en que ciertos estudiantes se resistan a utilizar la nueva técnica debido a que con la primera se encuentran más cómodos.

Por otro lado, el cálculo de cuartiles supondrá una dificultad para el alumnado ya que dicho contenido en el libro sólo ha sido definido y no ha sido calculado mediante ningún ejemplo. Estas dificultades serán mayores en el caso de calcular dichas medidas a través de las tablas de frecuencias.

Por último, el cálculo de estas medidas en el libro de texto de referencia resulta ser mecánico y esto podría dar lugar a dificultades como no relacionar medidas o incluso no saber interpretarlas correctamente.

9. Interpretación conjunta de la media y la desviación típica

Por un lado, los alumnos y alumnas presentarán problemas en la interpretación de dicho contenido debido a que el libro de texto no incluye ningún apartado donde lo explique. Estos conceptos son introducidos de manera mecánica y separada, por lo que el alumnado podría mostrar dificultades en relacionarlos. El correcto cálculo no implica ver la utilidad de la medida debido a que esta utilidad reside en la capacidad de la

medida para resumir la información. La desviación se debe entender como un complemento de la media que orienta sobre su capacidad informativa.

10. Notación

La comprensión de las matemáticas se refleja en una buena escritura de la misma. El alumnado no está habituado a utilizar una notación determinada y el libro comienza a introducirlo en conceptos como frecuencia absoluta, frecuencia relativa, media, etc, lo que podría suponer una dificultad añadida.

7.2 Errores y su posible origen

Los errores que previsiblemente cometerán los alumnos y alumnas de 3ºESO y su posible origen se muestran a continuación:

1. Población y muestra

Los alumnos y alumnas pueden confundir e identificar incorrectamente los conceptos de población y muestra, pudiendo llegar a mezclarlos. El origen podría provenir de presentar problemas con planteamientos descontextualizados en los que no se remarque la diferencia entre estimación o aproximación (estudio muestral) y cálculo sin error (estudio poblacional).

2. Identificación de variables

Si los alumnos y alumnas están habituados únicamente a clasificar la variable estadística, ante nuevos problemas en las que hay que identificar la variable pueden cometer errores. El origen puede ser debido al no plantearse un objetivo de estudio en el enunciado que justifique la necesidad de la observación de la variable en cada individuo.

3. Recuento

El alumnado presentará errores en los recuentos de los datos conforme el número total de datos vaya elevándose, sobre todo por falta de orden y paciencia en el conteo. Por otro lado, también cometerán errores en el recuento de los datos agrupados en intervalos si no saben interpretar dichos intervalos (abiertos y cerrados).

4. Datos agrupados

Los alumnos y alumnas podrían definir intervalos en los que la amplitud de ellos no es la misma, lo cual supondrá un error. El origen de dicho error podría provenir de la representación de los diagramas de barras. Este tipo de diagramas sólo requiere un eje escalado (el del recuento) mientras que los histogramas requieren dos ya que proporciona el recuento como el área de la barra con soporte en el intervalo.

5. Propiedades de la tabla de frecuencias

Algunos estudiantes cometerán errores en la aplicación de las propiedades de la tabla de frecuencias. Ejemplo de ello es que la suma total de las frecuencias absolutas no coincida con el número total de datos o que la suma total de las frecuencias relativas no sea igual a 1. Lo que manifiesta que el aprendizaje se ha realizado de una manera mecánica y no están entendiendo lo que hacen. El origen podría deberse a un inadecuado planteamiento constructivo de la tabla en la que no se verbalice en una frase el significado de cada número que aparece en ella.

6. Diagrama de barras y histogramas.

Algunos alumnos y alumnas, no utilizarán el gráfico adecuado para representar la variable estadística. Incluso muchos de ellos dibujarán el histograma como un diagrama de barras. El origen de estos errores podría ser por la incorrecta identificación de las variables o que no distinguen correctamente entre variables continua y discreta.

7. Coeficiente de variación y desviación típica

Ambos parámetros proporcionan información sobre la dispersión de distribuciones. Sin embargo, en el libro no queda totalmente claro la utilidad del coeficiente de variación ya que proporciona información sobre la representatividad de la muestra y sirve para comparar distribuciones heterogéneas. Lo que podrá suponer errores que podrían ser debidos a un planteamiento orientado únicamente al correcto cálculo de los parámetros sin atender al poder informativo que realmente tienen.

8. Moda

Algunos alumnos creerán que únicamente existe una moda en una distribución de datos y esto supondrá que estarán cometiendo un error ya que puede darse el caso de que una distribución tenga varias modas o incluso que no tenga moda. El origen podría deberse como en el caso anterior, a un planteamiento orientado al cálculo correcto y no al poder informativo de la medida.

9. Cuartiles

Muchos alumnos y alumnas cometerán el error de afirmar que el valor de los cuartiles coincide con la posición del dato tanto para el cálculo en un número pequeño de datos como para el cálculo a través de la tabla de frecuencias. Esto podría deberse a que la construcción de la tabla de frecuencias se realiza sin una interpretación de los valores que la forman.

10. Interpretación y construcción del diagrama de cajas y bigotes

Ciertos alumnos y alumnas cometerán errores al representar el diagrama debido a que mezclan los conceptos de máximo, mínimo, primer cuartil, segundo cuartil y tercer cuartil. Por otro lado, puede darse el caso que la construcción de dicho diagrama se realice de manera mecánica lo cual provocará errores en las cuestiones relativas a la interpretación del gráfico estadístico.

11. Operaciones elementales

El alumnado cometerá errores de cálculo como por ejemplo, la suma de los datos para obtener el número total de datos. Lo cual tendrá consecuencias en el cálculo de las frecuencias relativas y absolutas. Estos errores están presentes y sucederán debido a que no tienen asentadas las operaciones elementales.

Capítulo 8

El proceso de estudio

En el presente capítulo se realiza una descripción del proceso de estudio llevado a cabo durante el Practicum II. Dicho estudio tuvo lugar entre el 29 de abril y el 14 de mayo en un aula de 3ºESO de matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas. Esta materia está programada para ser impartida durante 4 horas semanales, a un grupo de desdoble de 10 alumnos y alumnas.

Tal y como se ha mencionado anteriormente, el libro de texto utilizado por el centro y los estudiantes es *Matemáticas Académicas de 3ºESO* (2015) de la editorial Editex, por lo que es el que se ha tomado como referencia en el proceso de estudio.

Además, en el centro IES Ibaialde la metodología que utilizan en la mayoría de las asignaturas consiste en el método tradicional en la que se imparten clases de manera magistral. Por lo tanto, los estudiantes no están acostumbrados a trabajar con otras metodologías más innovadoras como pueden ser las de aprendizaje basado en proyectos o aprendizaje basado en problemas. Es por ello que se decide seguir con la línea del centro en el presente proceso de estudio.

Este capítulo está dividido en tres partes. La primera se expone en detalle la distribución del tiempo de la clase a lo largo de las sesiones impartidas para el tema de estadística. En la segunda parte se detallan las actividades adicionales al libro de texto de referencia que se desarrollaron y por último, en la tercera parte se indica la tarea que se fue requiriendo a los alumnos y alumnas a lo largo de la unidad didáctica.

8.1 Distribución del tiempo de la clase

En total fueron impartidas 8 sesiones de duración de 55 minutos cada una. A continuación se muestra un calendario en el que se indican los contenidos impartidos en cada una de las sesiones.

La estadística descriptiva en un aula de 3º de la ESO

Semana	M 30/04	X 01/05	J 02/05	V 03/05
1	-Estudio estadístico. Fases y tareas. -Población, individuo, muestra. -Métodos de selección y representatividad de la muestra. -Variable estadística. Tipos.	-	-Frecuencias absolutas y relativas. -Frecuencias absolutas y relativas acumuladas. -Agrupación de datos en intervalos. -Construcción de tablas.	-Gráficos estadísticos: *Diagrama de barras *Diagrama de sectores *Histograma *Polígono de frecuencias *Pictogramas *Diagrama lineal
Semana	M 07/05	X 08/05	J 09/05	V 10/05
2	-Medidas de centralización *Media aritmética *Moda *Mediana	-Medidas de dispersión: *Rango *Varianza *Desviación típica *Coeficiente de variación -Interpretación conjunta de \bar{X} y σ .	-Cuartiles. -Diagrama de cajas y bigotes.	-Dudas. -Clase ejercicio práctico.
Semana	M 14/05	X 15/05	J 16/05	V 17/05
3	Examen	-	-	-

Tabla 16. Calendario de sesiones.

El tiempo en el aula se distribuyó en cada una de las sesiones tal y como se puede observar en las siguientes tablas de distribución del tiempo.

Sesión 1 – 29/04/2019			
Tipo	Tiempo	Responsable	Tipo de docencia
Entrega del examen del tema anterior.	10 min	Compartida	Dialógica
Introducción al tema y explicación de conceptos en pizarra con preguntas y ejemplos: población, individuo, muestra, representatividad, variable estadística, tipos de variables.	20 min	Compartida	Dialógica
Explicación de conceptos en pizarra y ejemplos: estudio estadístico, fases y tareas, métodos de selección de una muestra.	10 min	Profesora	Magistral
Ejercicios sobre conceptos trabajados	13 min	Alumnado	Constructivista
Explicación tarea	2 min	Profesor	Dialógica

Tabla 17. Distribución del tiempo sesión 1.

Sesión 2 – 02/05/2019			
Tipo	Tiempo	Responsable	Tipo de docencia
Repaso sesión 1	5 min	Compartida	Dialógica
Corrección de tarea	8 min	Compartida	Dialógica
Explicación de conceptos en pizarra: frecuencias absolutas y relativas, frecuencias absolutas y relativas acumuladas	5 min	Profesora	Dialógica
Resolución de ejercicio: Construcción de tabla de frecuencias	5 min	Compartida	Dialógica
Explicación de conceptos en pizarra: agrupación de datos por intervalos	5 min	Profesora	Magistral
Resolución de ejercicio: Construcción de tabla de frecuencias con datos agrupados	5 min	Compartida	Dialógica
Ejercicios sobre conceptos trabajados	20 min	Alumnado	Constructivista
Explicación tarea	2 min	Profesor	Dialógica

Tabla 18. Distribución del tiempo sesión 2.

Sesión 3 – 03/05/2019			
Tipo	Tiempo	Responsable	Tipo de docencia
Repaso sesión 2	5 min	Compartida	Dialógica
Corrección de tarea	10 min	Compartida	Dialógica
Explicación de conceptos en pizarra: diagrama de sectores	3 min	Profesora	Magistral
Resolución de ejercicios	5 min	Compartida	Dialógica
Explicación de conceptos en pizarra: diagrama de barras y polígono de frecuencias	3 min	Profesora	Magistral
Resolución de ejercicio	5 min	Compartida	Dialógica
Explicación de conceptos en pizarra: histograma	3 min	Profesora	Magistral
Resolución de ejercicio	5 min	Compartida	Dialógica
Ejercicios sobre conceptos trabajados	14 min	Alumnado	Constructivista
Explicación tarea	2 min	Profesor	Dialógica

Tabla 19. Distribución del tiempo sesión 3.

Sesión 4 – 07/05/2019			
Tipo	Tiempo	Responsable	Tipo de docencia
Repaso sesión 3	5 min	Compartida	Dialógica
Corrección de tarea	10 min	Compartida	Dialógica
Explicación de conceptos en pizarra: moda	2 min	Profesora	Magistral
Resolución de ejercicios	3 min	Compartida	Dialógica
Explicación de conceptos en pizarra: media aritmética	10 min	Profesora	Magistral
Resolución de ejercicio	5 min	Compartida	Dialógica
Explicación de conceptos en pizarra: mediana	3 min	Profesora	Magistral
Resolución de ejercicio	5 min	Compartida	Dialógica
Ejercicios sobre conceptos trabajados	10 min	Alumnado	Constructivista
Explicación tarea	2 min	Profesor	Dialógica

Tabla 20. Distribución del tiempo sesión 4.

Sesión 5 – 08/05/2019			
Tipo	Tiempo	Responsable	Tipo de docencia
Repaso sesión 4	5 min	Compartida	Dialógica
Corrección de tarea	10 min	Compartida	Dialógica
Explicación de conceptos en pizarra: rango	2 min	Profesora	Magistral
Resolución de ejercicios	3 min	Compartida	Dialógica
Explicación de conceptos en pizarra: varianza y desviación típica	10 min	Profesora	Magistral
Resolución de ejercicio	5 min	Compartida	Dialógica
Explicación de conceptos en pizarra: coeficiente de correlación	3 min	Profesora	Magistral
Resolución de ejercicio	5 min	Compartida	Dialógica
Ejercicios sobre conceptos trabajados	10 min	Alumnado	Constructivista
Explicación tarea	2 min	Profesor	Dialógica

Tabla 21. Distribución del tiempo sesión 5.

Sesión 6 – 09/05/2019			
Tipo	Tiempo	Responsable	Tipo de docencia
Repaso sesión 5	5 min	Compartida	Dialógica
Corrección de tarea	10 min	Compartida	Dialógica
Explicación de conceptos en pizarra: cuartiles	5 min	Profesora	Magistral
Resolución de ejercicios	10 min	Compartida	Dialógica
Explicación de conceptos en pizarra: diagrama de caja y bigotes	5 min	Profesora	Magistral
Resolución de ejercicio	10 min	Compartida	Dialógica
Ejercicios sobre conceptos trabajados	8 min	Alumnado	Constructivista
Explicación tarea	2 min	Profesor	Dialógica

Tabla 22. Distribución del tiempo sesión 6.

Sesión 7 – 10/05/2019			
Tipo	Tiempo	Responsable	Tipo de docencia
Repaso sesión 6	5 min	Compartida	Dialógica
Corrección de tarea	10 min	Compartida	Dialógica
Dudas	10 min	Compartida	Dialógica
Ejercicios sobre conceptos trabajados	30 min	Alumnado	Constructivista

Tabla 23. Distribución del tiempo sesión 7.

Sesión 8 – 14/05/2019			
Tipo	Tiempo	Responsable	Tipo de docencia
Examen	55min	Alumnado	Constructivista

Tabla 24. Distribución del tiempo sesión 8.

8.2 Actividades adicionales planificadas

Tal y como se ha mencionado anteriormente, el libro de texto de referencia tiene diversas ausencias y no profundiza lo necesario en ciertos contenidos estadísticos. Es por ello que las actividades adicionales planificadas que se diseñaron tenían como objetivo cubrir dichas faltas de contenidos y así, cumplir con lo que se especifica el currículo.

Se pueden diferenciar dos tipos de actividades. Por un lado, se proporcionó apuntes en la pizarra que los alumnos y alumnas debían copiar y por otro, se hizo entrega de unas fichas con ejercicios, problemas y cuestiones relativas al contenido que se quería trabajar. Estas fichas se encuentran en el Anexo 8 de la presente memoria y fueron entregadas en varias sesiones tal y como se puede ver en la tabla siguiente:

Sesión	Actividad	Descripción
Sesión 1	Ficha 1	Población, individuo, muestra y variables estadísticas
Sesión 2	Ficha 2	Tablas de frecuencias
Sesión 3	Ficha 3	Gráficos estadísticos
Sesión 4	Ficha 4	Parámetros de centralización
Sesión 5	Ficha 5	Parámetros de dispersión
Sesión 6	Ficha 6	Diagramas de cajas y bigotes
Sesión 7	Ficha 7	Ejercicio práctico completo

Tabla 25. Actividades adicionales.

8.3 La tarea: actividad autónoma del alumno prevista

La tarea autónoma que debían realizar los estudiantes consistía en repasar los contenidos trabajados en la sesión y resolver 2-3 ejercicios de las fichas entregadas como material adicional. Estos ejercicios estaban relacionados con los contenidos trabajados en aula con el fin de practicarlos y asimilarlos.

En la siguiente tabla se puede observar la actividad autónoma prevista por los alumnos y alumnas después de cada una de las sesiones en las que se pedía realizar una tarea.

Sesión	Tipo	Tiempo estimado	Relación con el proceso de enseñanza aprendizaje
Sesión 1	Estudio personal	15 min	Refuerzo
	Ejercicios	10 min	Aplicación
Sesión 2	Estudio personal	5 min	Refuerzo
	Ejercicios	20 min	Aplicación
Sesión 3	Estudio personal	10 min	Refuerzo
	Ejercicios	15 min	Aplicación
Sesión 4	Estudio personal	10 min	Refuerzo
	Ejercicios	15 min	Aplicación
Sesión 5	Estudio personal	10 min	Refuerzo
	Ejercicios	15 min	Aplicación
Sesión 6	Estudio personal	10 min	Refuerzo
	Ejercicios	15 min	Aplicación

Tabla 26. Tarea, actividad autónoma prevista por el alumnado.

Capítulo 9

Experimentación

En el presente capítulo se detalla la experimentación que fue llevada a cabo en una clase de 3ºESO del centro IES Ibaialde de Burlada, durante el periodo del Practicum II.

Este capítulo se divide en 5 partes. En primer lugar se expone la muestra y el diseño de la experimentación. En la segunda y tercera parte se muestran el cuestionario aplicado a los alumnos y alumnas y un análisis de cada una de las cuestiones incluidas así como los comportamientos esperados en ellas. Posteriormente, en cuarto lugar, se describen los resultados obtenidos y por último, se realiza una discusión de dichos resultados.

9.1 Muestra y diseño de la experimentación

La muestra tomada para la experimentación del estudio fue de 10 alumnos y alumnas de un aula de desdoble de 3ºESO para las matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas.

Se trata de un grupo bastante homogéneo en cuanto a que todos pertenecen en su mayoría a un estrato social de clase media-baja. Entre ellos, se tienen varias nacionalidades extranjeras de nacimiento y dos repetidores por lo que no todo el alumnado cuenta con la misma edad. Cabe destacar por un lado, que todos están integrados en el grupo y por otro, que uno de los alumnos presenta dificultades específicas de aprendizaje debido a que está diagnosticado de Síndrome de Asperger.

9.2 El cuestionario

Al finalizar el proceso de estudio descrito en el capítulo 8, se realiza un examen escrito a los alumnos y alumnas que puntúa en la nota final de la evaluación y cuyo objetivo tiene determinar el nivel de adquisición de los conocimientos relativos a la estadística. Dicho examen se realiza a lo largo de una sesión de 55 minutos para la mayoría del alumnado. Al estudiante diagnosticado con Síndrome de Asperger se le proporcionó más tiempo para resolver la prueba escrita.

El cuestionario consta de un total de 6 ejercicios que engloban los diferentes contenidos estudiados durante el periodo de docencia. Los ejercicios planteados son similares a los trabajados en clase mediante las fichas entregadas en cada una de las sesiones.

A continuación se muestra el examen que se planteó que realizase el alumnado.



I.E.S. "IBAIALDE"			CURSO:	
ÁREA: Matemáticas	EVAL.: 3ª	FECHA: 14/05/2019	GRUPO: 3º A	
ESTADÍSTICA			CALIFICACIÓN	
NOMBRE Y APELLIDOS:				

EJERCICIO 1:

El número de calzado de las zapatillas que llevan los alumnos y alumnas de una clase son los siguientes:

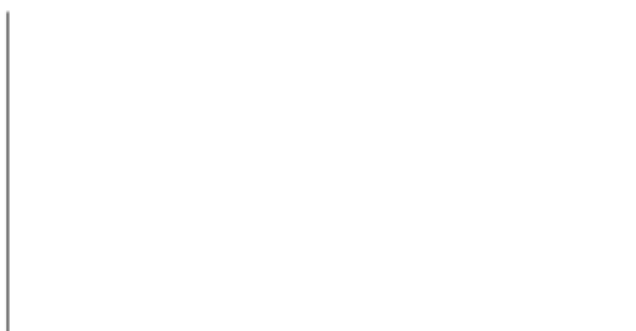
42 40 43 45 43 41 42 38 37 38 40
 39 37 37 41 44 38 39 40 43 45 38
 39 42 40 46 44 37 42 39

- a) Efectúa el recuento agrupando los datos y completa la siguiente tabla de frecuencias con los siguientes intervalos: (0,25 puntos)

36,5 – 38,5 – 40,5 – 42,5 – 44,5 – 46,5

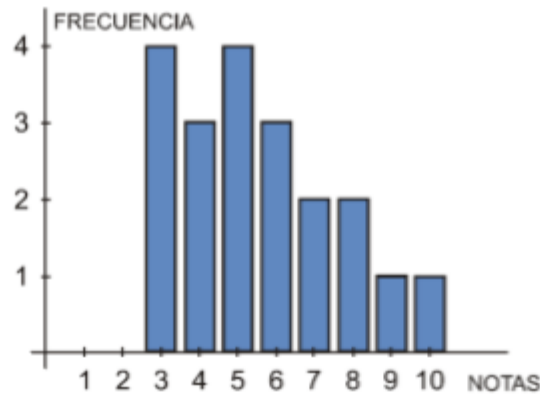
Intervalo	Marca de clase (Xi)	Frecuencia absoluta (fi)

- c) Si los resultados obtenidos en otra clase fuesen la misma media pero una desviación típica de 1.5, ¿qué clase ha obtenido unos resultados más regulares? Justifica tu respuesta. (0,25 puntos)
- d) Representa las frecuencias absolutas en el gráfico estadístico adecuado e indica como se denomina. (0,5 puntos)



EJERCICIO 2:

Las notas obtenidas en un examen de matemáticas realizado en una clase de 3ºESO, han sido las siguientes:



a) Completa la siguiente tabla: (1 punto)

Variable estadística (Xi)	Frecuencia absoluta (fi)	Frecuencia relativa (hi)	% hi	Frecuencia absoluta acumulada (Fi)	Frecuencia relativa acumulada (Hi)

b) Responde a las siguientes cuestiones: (0,6 puntos)

- ¿Qué porcentaje de alumnos y alumnas han sacado entre un 5 y un 8?
- ¿Cuántos alumnos y alumnas han sacado una puntuación igual o mayor a 6?
- ¿Qué porcentaje de alumnos y alumnas han suspendido?

c) Halla los siguientes parámetros estadísticos: (0,75 puntos)

- La moda
- La media
- La mediana

d) ¿Qué gráfico estadístico se ha utilizado para representar las notas de la clase? (0,15 puntos)

e) Construye los siguientes gráficos estadísticos: (1 punto)

- Polígono de frecuencias
- Diagrama de cajas y bigotes. ¿Es simétrica la distribución?

La estadística descriptiva en un aula de 3º de la ESO

EJERCICIO 3:

Un grupo de ratones tiene un peso medio $\bar{X}=70$ gramos con una desviación típica $\sigma=20$ gramos. Un conjunto de gatos tiene un peso medio $\bar{X}=2,5$ kg con una desviación típica $\sigma=20$ gramos. Compara ambos grupos de animales indicando cuál de ellos es más disperso e indica la razón. (1 punto)

EJERCICIO 4:

Indica para cada uno de los casos propuestos: (1 punto)

- Cuál es la población y los individuos.
 - Cuál es la variable estadística y de qué tipo: cualitativa, cuantitativa discreta o cuantitativa continua
 - Si sería mejor estudiar la población o una muestra de esta. Justifica tu respuesta.
-
- a) La altura de los alumnos de un IES.
 - b) La edad de los habitantes de un país.
 - c) El dinero gastado por tus amigos a la semana.
 - d) Los efectos de un nuevo medicamento en el ser humano.
 - e) La intención de voto de los españoles antes de unas elecciones.

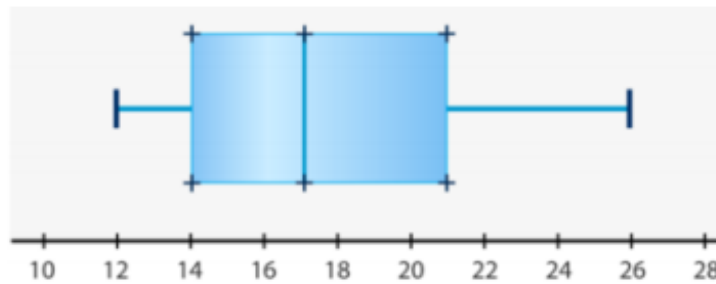
EJERCICIO 5:

Completa la siguiente tabla de frecuencias en la que se han perdido varios datos.(1 punto)

Valor de la variable (x_i)	Frecuencias absolutas (f_i)	Frecuencias acumuladas (F_i)	Frecuencias relativas (h_i)	Porcentajes (%)
10		4		
20	5			10%
30		16		
40	10			
50		41		
60				18%
TOTAL		-----		

EJERCICIO 6:

Analiza el siguiente diagrama de caja y bigotes que muestra los tiempos de llegada en minutos de una carrera:



- a) Identifica los cuartiles y los valores máximos y mínimos de la variable estadística. (0,25 puntos)
- b) Responde a las siguientes preguntas: (0,75 puntos)
- ¿Qué porcentaje de los corredores han llegado a lo sumo a los 17 minutos?
 - ¿Cuántos minutos tardaron en llegar a lo sumo las tres cuartas partes de los corredores?
 - ¿Qué porcentaje de los corredores han terminado la carrera a lo sumo a los 12 minutos?
 - ¿Al cabo de cuántos minutos habían llegado a lo sumo el 25% de la población? ¿y el 100%?

Figura 5. Cuestionario.

9.3 Cuestiones y comportamientos esperados

En esta sección se analizan de manera individual cada una de las cuestiones planteadas en el examen, además de detallar el comportamiento esperado por parte de los alumnos y alumnas en su resolución.

Cuestión 1

La primera cuestión cuenta con 4 apartados. Con el primero de ellos se pretende trabajar la organización de una serie de datos en intervalos en una tabla. Para ello, deberán definir los intervalos adecuados con las indicaciones proporcionadas y realizar un correcto recuento. El apartado b), trata el cálculo de ciertos parámetros de centralización y dispersión trabajados a lo largo de la unidad didáctica, mientras que el apartado c) pide al alumnado realizar una interpretación conjunta de la media y la desviación típica para comparar dos distribuciones. Por último, la parte d) busca que los estudiantes piensen en el gráfico estadístico más adecuado para representar una serie de datos agrupados y además, indiquen cómo se denomina.

En el apartado a) se espera que ciertos alumnos y alumnas no sepan cómo agrupar los datos en intervalos y por consiguiente, organicen mal dichos datos en la tabla.

En la sección b), es fácil que se cometan errores en los cálculos de los parámetros o que apliquen la fórmula incorrecta. Aun así, se espera que los alumnos y alumnas sepan obtener dichas medidas debido a que se realizaron y propusieron diversos ejercicios para practicar el contenido.

En el punto c), se espera que algunos estudiantes den una respuesta y comparen las distribuciones pero no la justifiquen y por lo tanto, no demuestren la asimilación del contenido.

Para terminar, en el apartado d), es probable que ciertos alumnos y alumnas representen el histograma como si fuese un diagrama de barras (con las barras separadas). Sin embargo, se espera que la mayoría de ellos dibujen bien el gráfico debido a que se recalcó en diversas ocasiones en el aula la construcción correcta.

Cuestión 2

La segunda cuestión contiene 5 apartados. Lo que se quiere conseguir con el primero de ellos es que el alumnado interprete un diagrama de barras y obtenga la información necesaria para construir una tabla de frecuencias. Una vez construida la tabla, el apartado b) plantea una serie de preguntas en las cuales el alumno y alumna tiene que demostrar que sabe interpretar la información que se muestra en dichas tablas. En el apartado c), se pide el cálculo de medidas de centralización mientras que las últimas secciones están relacionadas con los gráficos estadísticos. En el punto d) se requiere al alumnado que indique la denominación del gráfico presentado y en apartado e) los estudiantes tienen que representar dos tipos de gráficos estadísticos.

En los puntos a) y b), se espera que se resuelvan de manera correcta debido a que se han realizado ejercicios similares a lo largo de la unidad didáctica. Sin embargo, puede que algún estudiante realice algún error en los cálculos como por ejemplo, la suma total de las frecuencias absolutas para obtener el número total de datos.

En la sección c), puede que varios alumnos y alumnas no identifiquen la existencia de varias modas ni tampoco calculen bien la mediana o la media por errores de cálculo o aplicación incorrecta de la fórmula.

En el punto d) se espera que no haya ningún alumno o alumna que identifique y denomine mal el gráfico estadístico puesto que es un conocimiento trabajado en cursos anteriores.

Para finalizar, en el apartado e), es probable que ciertos alumnos y alumnas no sepan representar el diagrama de cajas y bigotes ni tampoco obtengan los cuartiles correctos debido a que hubo muchas dudas acerca de estos conceptos.

Cuestión 3

Con esta cuestión se pide comparar dos distribuciones heterogéneas mediante el coeficiente de variación.

En este caso, algunos estudiantes compararán las distribuciones directamente con la desviación típica y puede que cometan el error de no cambiar las unidades de medida de kg a gr lo cual les conllevará a una solución incorrecta del problema.

Cuestión 4

En esta cuestión se plantean 5 situaciones en las que el alumnado debe identificar diversos conceptos trabajados al comienzo de la unidad didáctica. Estos conceptos son: población, individuo, muestra, variable estadística y tipo de variable estadística. Además, debe indicar qué es lo más adecuado, si realizar el estudio estadístico sobre la población o la muestra.

Es muy probable que los estudiantes mezclen los conceptos y no los identifiquen correctamente. A pesar de que en clase se incidió en ello, algunos alumnos y alumnas no identificarán bien las variables estadísticas.

Cuestión 5

El objetivo de esta cuestión es que el alumnado termine de completar la tabla de frecuencias con la información proporcionada. Para ello, deberá demostrar que domina las propiedades que cumplen las tablas de frecuencias.

En esta cuestión se espera que ciertos alumnos y alumnas no sepan terminar de completar la tabla por falta de conocimiento de dichas propiedades. Lo que significará que el estudio realizado se ha hecho de una manera mecánica.

Cuestión 6

En la última cuestión se presenta un diagrama de caja y bigotes que los estudiantes deben saber interpretar para identificar el máximo, el mínimo y los cuartiles; y además responder a las preguntas que se plantean en el segundo apartado.

En esta cuestión se espera que el primer apartado lo completen correctamente la mayoría de los estudiantes. Mientras que en el segundo apartado, al profundizar más en el significado del diagrama, muchos no sabrán responder las cuestiones o cometerán errores en su interpretación.

9.4 Resultados

En esta sección se realiza un análisis de los resultados obtenidos del examen planteado a los estudiantes de 3ºESO.

En la siguiente figura se pueden ver las puntuaciones obtenidas tras realizar la prueba.

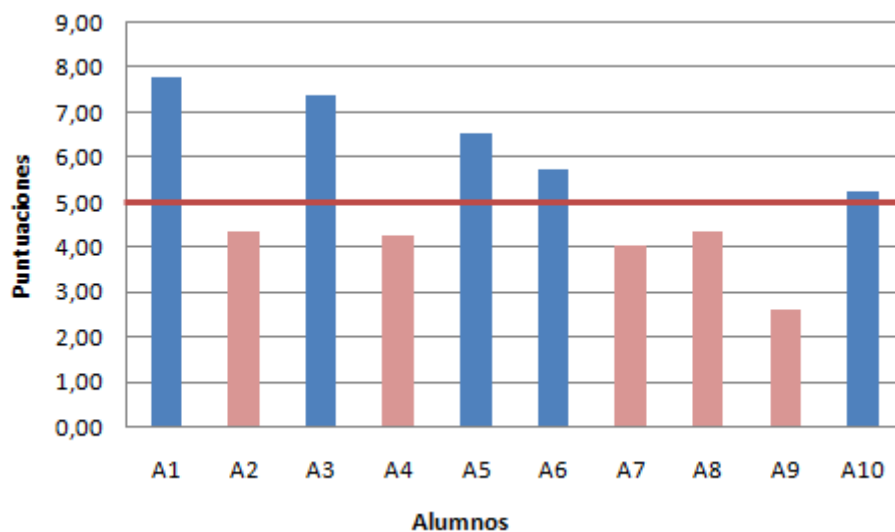


Figura 6. Puntuaciones alumnado.

De estas puntuaciones se puede observar que:

- El 50% ha aprobado el examen (puntuación igual o superior a 5 sobre 10).
- La media de clase es de 5.24 puntos.
- 2 estudiantes (20%) han obtenido un notable (puntuación entre 7 y 8.99).
- 3 estudiantes (30%) han obtenido un aprobado (puntuación entre 5 y 6.99).
- 5 estudiantes (50%) han obtenido suspendido (puntuación entre 0 y 4.99).

La estadística descriptiva en un aula de 3º de la ESO

Entrando más al detalle, las notas obtenidas en cada una de las cuestiones son:

Cuestión Alumnos	C1 (2.5p)	C2 (3.5p)	C3 (1p)	C4 (1p)	C5 (1p)	C6 (1p)	Puntuación total
A1	2.5	2.8	0	0.8	1	0.7	7.8
A2	1	2	0.3	0.6	0	0.45	4.35
A3	1.25	2.65	0.75	0.75	1	1	7.4
A4	0.5	2.1	0	0.65	1	0	1.25
A5	1.1	2.6	0	1	0.85	1	6.55
A6	0.2	3.1	0.2	0.4	1	0.85	5.75
A7	0.7	1.95	0	0.15	1	0.25	4.05
A8	0	2.25	0.5	0.95	0.4	0.25	4.35
A9	0.45	1.7	0	0.05	0	0.4	2.6
A10	1.25	2.5	0	0.5	1	0	5.25

Tabla 27. Puntuaciones en cada una de las cuestiones según el alumnado.

Para poder corregir los exámenes de forma más rápida y justa, se ha realizado una plantilla con los apartados de cada uno de los ejercicios detallando a su vez la puntuación correspondiente a cada uno. Además, se ha definido en cada apartado unas variables para evaluar la comprensión de cada uno de los contenidos y así, poder realizar un mejor análisis de cada cuestión. Dicha plantilla se muestra a continuación.

Cuestión	Punto	Variable	Contenido	Puntuación	P. Total
1	a)	V 1.1	Definición de intervalos	0.1 puntos	2.5 puntos
		V 1.2	Marca de clase	0.1 puntos	
		V 1.3	Frecuencia absoluta	0.05 puntos	
	b)	V 1.4	Media	0.25 puntos	
		V 1.5	Rango	0.25 puntos	
		V 1.6	Varianza	0.25 puntos	
		V 1.7	Desviación típica	0.25 puntos	
		V 1.8	Coefficiente de variación	0.25 puntos	
c)	V 1.9	Comparar distribuciones	0.25 puntos		
d)	V 1.10	Denominación gráfico	0.2 puntos		
	V 1.11	Histograma	0.3 puntos		
2	a)	V 2.1	Tabla de frecuencias	1 punto	3.5 puntos
	b)	Interpretación de tabla:			
		V 2.2	Pregunta 1	0.2 puntos	
		V 2.3	Pregunta 2	0.2 puntos	
	c)	V 2.4	Pregunta 3	0.2 puntos	
		V 2.5	Moda	0.25 puntos	
		V 2.6	Media	0.25 puntos	
	d)	V 2.7	Mediana	0.25 puntos	
V 2.8		Denominación gráfico	0.15 puntos		
e)	V 2.9	Polígono de frecuencias	0.4 puntos		
	V 2.10	Diagrama de caja y bigotes	0.4 puntos		
	V 2.11	Simetría	0.2 puntos		
3	-	V 3	Comparación de distribuciones CV	1 punto	1 puntos
4	a) b) c) d) e)	V 4.1	Identificar: Población	5x 0.025 puntos	1 puntos
		V 4.2	Individuos	5x 0.025 puntos	
		V 4.3	Variable estadística	5x 0.05 puntos	
		V 4.4	Tipo de variable estadística	5x 0.05 puntos	
		V 4.5	Estudio muestra /población	5x 0.05 puntos	
5	-	V 5	Tabla de frecuencias	1 punto	1 puntos
6	a)	V 6.1	Identificación de conceptos	0.25 puntos	1 puntos
	b)	Interpretación de gráfico:			
		V 6.2	Pregunta 1	0.15 puntos	
		V 6.3	Pregunta 2	0.15 puntos	
		V 6.4	Pregunta 3	0.15 puntos	
		V 6.5	Pregunta 4	0.15 puntos	
		V 6.6	Pregunta 5	0.15 puntos	
TOTAL				10 puntos	10 puntos

Tabla 28. Plantilla de corrección.

La estadística descriptiva en un aula de 3º de la ESO

En la tabla siguiente se muestran los resultados obtenidos por los estudiantes para cada una de las variables analizadas. Según los resultados obtenidos se pueden encontrar los casos siguientes:

- X: Los alumnos y alumnas lo realizan correctamente.
- E: Los estudiantes cometen algún error de cálculo o de realización.
- “-“: El alumnado ha dejado en blanco el apartado.
- ST: Sin terminar.

Cuestión	Variable	Alumnos y alumnas									
		A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
1	V 1.1	X	X	X	X	X	E	X	E	E	X
	V 1.2	X	X	X	X	X	E	E	E	E	X
	V 1.3	X	X	X	X	X	E	E	E	-	X
	V 1.4	X	X	X	E	E	E	E	E	-	X
	V 1.5	X	E	E	E	X	E	E	E	X	X
	V 1.6	X	E	X	E	E	-	E	E	-	E
	V 1.7	X	E	X	E	E	-	E	-	-	-
	V 1.8	X	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	V 1.9	X	E	X	X	-	-	E	-	-	-
	V 1.10	X	E	-	E	-	-	X	-	X	E
	V 1.11	X	X	E	E	-	E	E	-	X	X
2	V 2.1	X	E	X	X	X	X	X	X	E	X
	V 2.2	X	X	X	X	X	X	X	X	E	X
	V 2.3	E	E	E	X	E	X	E	X	E	X
	V 2.4	X	X	X	X	X	X	X	X	E	X
	V 2.5	X	X	X	X	X	X	-	X	X	X
	V 2.6	X	E	X	E	E	X	E	X	-	X
	V 2.7	X	E	E	E	E	X	-	E	-	X
	V 2.8	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
	V 2.9	X	X	X	-	X	X	X	-	E	-
	V 2.10	E	-	E	-	X	X	E	E	E	-
	V 2.11	-	-	E	-	E	X	-	E	-	-
3	V 3	-	E	E	E	E	E	-	-	-	
4	V 4.1	X	X	X	E	X	ST	X	E	E	E
	V 4.2	X	X	X	E	X	ST	E	E	E	E
	V 4.3	X	E	X	-	X	ST	-	X	E	-
	V 4.4	E	E	X	X	X	ST	E	X	E	X
	V 4.5	E	X	X	X	X	ST	-	X	E	X
5	V 5	X	-	X	X	X	X	X	ST	-	X
6	V 6.1	X	-	X	-	X	E	X	X	E	-
	V 6.2	E	X	X	-	X	X	-	-	X	-
	V 6.3	X	E	X	-	X	X	-	-	E	-
	V 6.4	X	E	X	-	X	X	-	-	E	-
	V 6.5	X	X	X	-	X	X	-	-	E	-
	V 6.6	E	X	X	-	X	X	-	-	X	-

Tabla 29. Resultados de las variables.

A continuación se exponen los resultados de las variables definidas en forma de gráficos para cada una de las cuestiones realizadas en el examen.

Cuestión 1

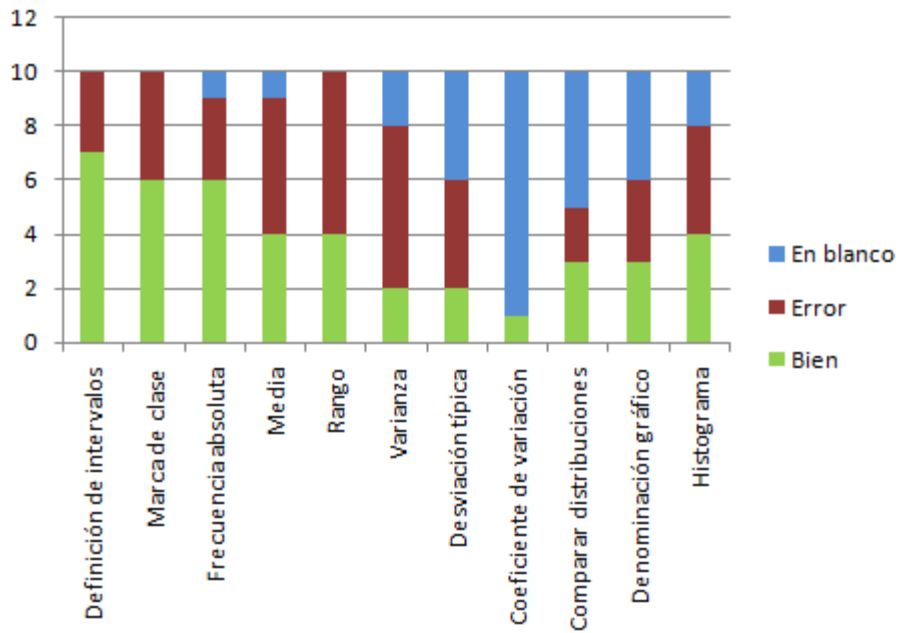


Figura 7. Resultados variables cuestión 1.

Cuestión 2

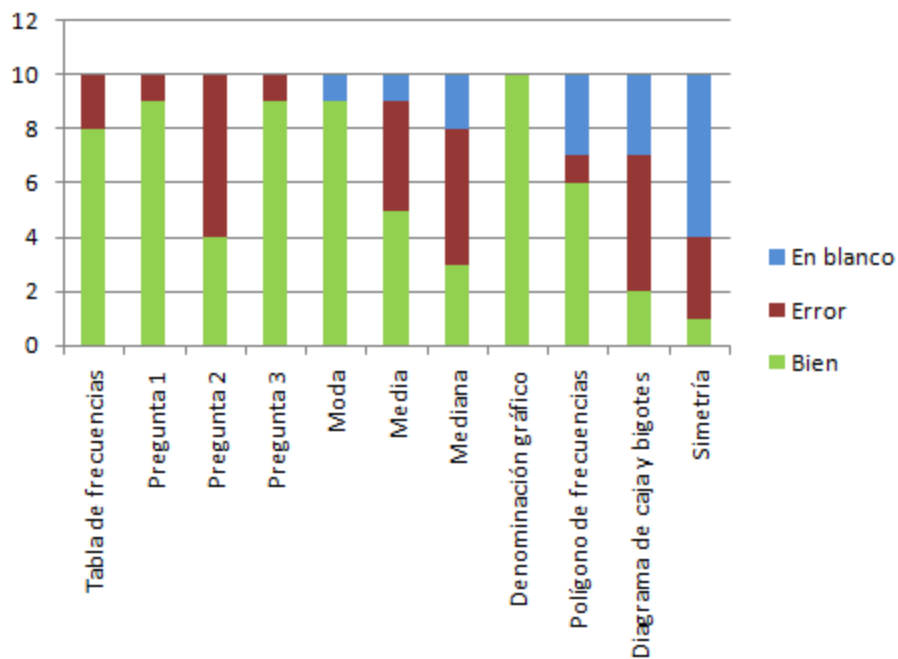


Figura 8. Resultados variables cuestión 2.

Cuestiones 3,4,5 y 6

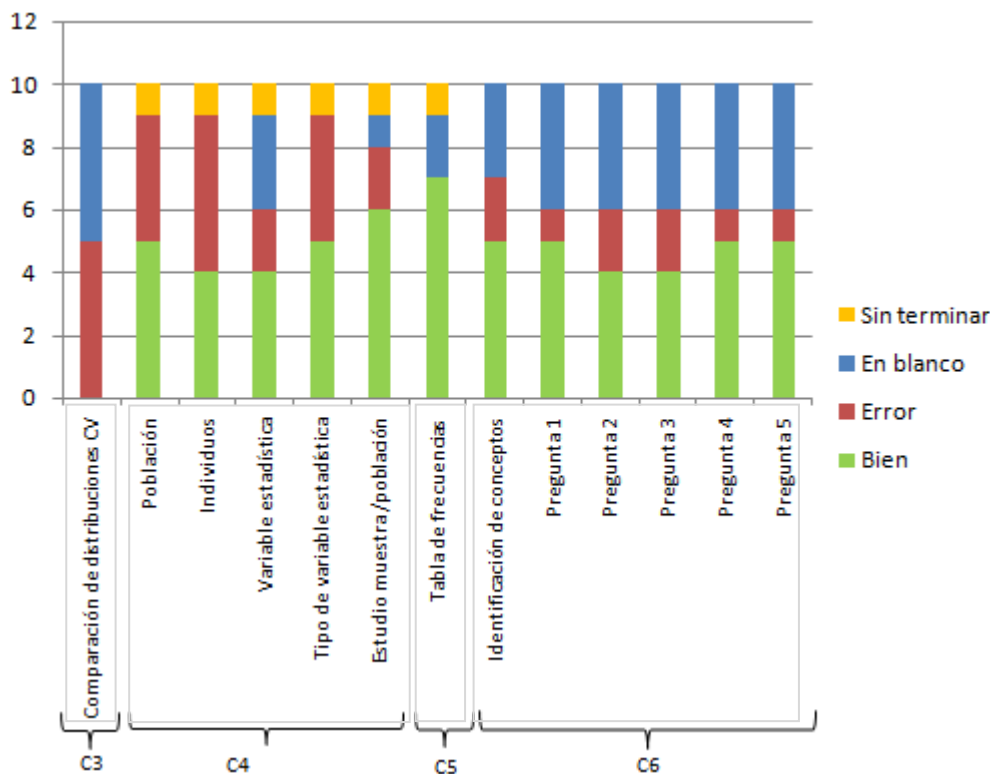


Figura 9. Resultados variables cuestiones 3,4,5 y 6.

Asimismo, algunos aspectos restan puntos a cada uno de los apartados como dejar el ejercicio en blanco o cometer algún error. Los errores detectados han sido diversos como por ejemplo, errores de redondeo de números a dos decimales, representaciones de gráficas, errores en cálculos sencillos como sumas, etc. Sin embargo, se considera que lo más interesante es ver cual o cuales de las variables definidas ha presentado mayores dificultades en su resolución y qué errores se ha cometido en ellos.

Cuestión 1:

En el apartado a) ha habido 3 estudiantes que no han sabido definir los intervalos para agrupar los datos. Por lo tanto, las marcas de clase indicadas y el recuento de los datos realizados no eran los correctos. Por otro lado, un estudiante ha definido correctamente los intervalos pero ha demostrado no entender el significado de la marca de clase, lo que le ha conllevado a cometer posteriormente errores en los cálculos de los parámetros.

En la sección b) cabe destacar que únicamente un alumno ha calculado el coeficiente de variación mientras que el resto, han dejado en blanco la pregunta. Los errores detectados han sido diversos:

- Errores de redondeo a 2 decimales.
- Errores por aplicación de fórmulas incorrectas.
- Errores en la notación de los parámetros.
- Errores en los cálculos de sumas y multiplicaciones con la calculadora.

En el punto c), más de la mitad de los estudiantes no han sabido comparar las distribuciones o no han justificado bien la respuesta.

En el apartado d), los errores detectados han sido:

- Representación de un diagrama de barras en lugar de un histograma.
- Han señalado que el gráfico adecuado para representar un conjunto de datos agrupados en intervalos es el diagrama de barras.
- Denominación incorrecta de dos estudiantes.
- Además del histograma, un alumno ha representado el polígono de frecuencias.

Cuestión 2:

El apartado a) ha sido completado correctamente por la mayoría de los estudiantes. Sin embargo, uno de ellos no ha calculado de forma adecuada la columna de frecuencias relativas acumuladas y otro estudiante ha cometido un error de cálculo al sumar el número total de datos. En consecuencia, el cálculo de las frecuencias relativas y frecuencias relativas acumuladas se ha visto afectado en su caso.

En las preguntas planteadas en el punto b), se ha podido comprobar que la interpretación de la tabla de frecuencias ha sido asimilada. Uno de los alumnos no ha proporcionado el resultado correcto debido a que arrastraba un error en la construcción de la tabla pero la interpretación estaba bien. El error más frecuente que ha cometido en este caso el alumnado en la segunda pregunta, ha sido que en lugar de dar el número de alumnos y alumnas, han contestado con el porcentaje de alumnos y alumnas. Este error se considera que es una mala lectura del enunciado de la pregunta.

En la sección c), todos excepto un alumno han sabido identificar los valores de la moda, mientras que para el cálculo de la media y la mediana se han cometido errores como: aplicación de fórmula inadecuada, redondeo a dos decimales incorrecto y errores de cálculo.

En el apartado d), no ha habido ningún estudiante que no haya identificado bien cómo se denomina el gráfico propuesto.

Por último, en la punto e), el polígono de frecuencias ha sido dibujado adecuadamente por más de la mitad del alumnado y el error presentado ha sido relativo a una mala representación. Para el diagrama de caja y bigotes, la mitad de los alumnos y alumnas han calculado y representado mal los cuartiles y/o los valores máximo y mínimo, y en consecuencia no han dibujado correctamente el diagrama.

Cuestión 3:

Cabe destacar que ningún alumno o alumna ha sabido contestar adecuadamente a esta cuestión. Los errores que se han detectado han sido:

- No han realizado el cambio de unidades o la han realizado mal, y por lo tanto, la conclusión obtenida no ha sido la correcta.
- No han calculado el coeficiente de variación.
- Falta justificar la respuesta.

Cuestión 4:

En general la mitad de la clase ha identificado bien los conceptos que se requerían en el ejercicio. El apartado que más dificultades ha presentado ha sido el d) lo que ha

implicado que en las tablas presentadas haya habido tantos errores en las variables estudiadas. Estos errores han sido debidos a:

- Una inadecuada identificación de los conceptos.
- Mezcla de los conceptos de individuo – variable estadística.
- No han identificado la variable estadística.
- No han determinado correctamente el tipo de variable estadística.

Cuestión 5:

En general los alumnos y alumnas que han terminado de rellenar la tabla de frecuencias lo han hecho bien, sin cometer fallos.

Cuestión 6:

Los errores que se han detectado en este ejercicio son relativos a una mala interpretación del diagrama de barras y bigotes.

9.5 Discusión de resultados

Tras analizar los resultados obtenidos se puede observar que al menos la mitad de los alumnos y alumnas han asimilado correctamente las nociones explicadas en la unidad didáctica. Un 20% de la clase ha obtenido una calificación de notable, un 30% un aprobado y del 50% del alumnado suspendido, un 40% ha superado la puntuación de 4.

Estos resultados han podido verse influidos a que el examen fuese demasiado largo y no diese tiempo suficiente a ciertos alumnos y alumnas a terminar de resolver los ejercicios planteados. Además, estos estudiantes están acostumbrados a dedicar varias sesiones a resolver ejercicios y problemas en donde se ponen en práctica y se afianzan los contenidos vistos, ya que en general, el trabajo autónomo realizado en casa por la mayoría de los estudiantes es escaso. En consecuencia, el rendimiento obtenido también podría deberse al escaso trabajo autónomo del alumnado así como a que no se han destinado el número de sesiones suficientes para practicar adecuadamente los contenidos trabajados en la unidad didáctica.

De los resultados obtenidos se han podido realizar una serie de reflexiones para cada una de las cuestiones.

Cuestión 1

Tal y como se esperaba, la mayoría del alumnado ha realizado correctamente el primer apartado que consistía en la agrupación de los datos en intervalos y su posterior organización. Los errores detectados han sido los que también se esperaban excepto para uno de los casos. Este alumno no ha sabido identificar la marca de clase y el error puntual observado indica que no ha asimilado el concepto.

En lo relativo al cálculo de parámetros de centralización y dispersión, la mitad de los alumnos y alumnas no han conseguido obtener los resultados correctos. Los errores cometidos han sido por cálculos incorrectos, redondeos y fórmulas inadecuadas, los cuales se esperaban. Sin embargo, se pensaba que los resultados iban a ser mejores debido a que se habían realizado diversos ejercicios y problemas, y se había hecho énfasis en que tuvieran cuidado a la hora de realizar los cálculos.

Por otro lado, se ha observado que en los casos de cálculos no lineales (varianza o desviación) se cometen más fallos que en los lineales (media) tal y como se puede

comprobar en la Figura 7. Esto puede ser debido a que el grado de abstracción que presentan los primeros parámetros es mayor que los que tienen los segundos.

Cabe destacar también, que únicamente un alumno ha calculado el coeficiente de variación y el resto de compañeros y compañeras han dejado el apartado en blanco. Este resultado no se esperaba ya que tal y como se ha mencionado anteriormente, el contenido había sido trabajado mediante diversos ejercicios. Se desconoce el origen de dicho error pero al haber sido tan significativo pone en manifiesto que es necesario incidir de nuevo él.

El apartado de la interpretación conjunta de la media y la desviación típica ha sido contestada por 5 alumnos de los cuales 2 han cometido errores justificando su respuesta. El origen de este error puede ser debido a que el aprendizaje realizado por estos estudiantes ha sido orientado únicamente al cálculo y no al poder informativo que tienen estas medidas conjuntamente.

Ha sido llamativo que únicamente haya habido 3 alumnos que hayan sabido denominar al tipo de representación que debían dibujar. Los 2 errores detectados estaban dentro de los esperados debido a que una alumna lo ha denominado con un nombre similar (“Hipograma”) y otros 2 alumnos lo han identificado como un diagrama de barras. En este caso, el origen del error podría deberse a una incorrecta identificación de las variables o a que ese tipo de gráfico es el que han trabajado en cursos anteriores y no han asimilado el nuevo contenido.

Por otro lado, en la representación del histograma, ha habido 4 alumnos que han dibujado el gráfico de manera correcta mientras que otros cuatro han cometido algún fallo. Dichos errores han sido el dibujar un diagrama de barras o el de incluir el polígono de frecuencias el cual no se había especificado dibujar. En el primer caso, el error era esperado y el origen podría volver a ser una inadecuada identificación de la variable o que el tipo de gráfico es el que han trabajado en cursos anteriores. Mientras que en el segundo caso, a pesar de que se presentaron los contenidos por separado, el alumno ha podido relacionar que el histograma incluye el polígono de frecuencias debido a que en el libro de texto se dibujan ambos gráficos a la vez. Este error no fue previsto con anterioridad.

Cuestión 2

Para esta cuestión no ha habido cambios en base a los comportamientos esperados.

La construcción de la tabla de frecuencias ha sido realizada correctamente por la mayoría de los estudiantes, siendo dos los alumnos que han cometido fallos. El primero por un error de cálculo ya que no ha sumado bien el número total de datos y el segundo por indicar en lugar de la frecuencia relativa acumulada, su porcentaje, lo cual ha sido un despiste tras haberlo hablado con la alumna el día de entrega de los exámenes.

Mediante las preguntas planteadas en el apartado b), se determina si el alumnado sabe interpretar los números que aparecen en la tabla de frecuencias y así lo han demostrado a la vista de los resultados. La única duda surge en la segunda pregunta ya que la mitad de los alumnos y alumnas han contestado en lugar del número de estudiantes, el porcentaje de estudiantes. Este error podría deberse a una mala lectura del enunciado de la pregunta.

En cuanto al cálculo de parámetros de posición, cabe destacar que todos han sabido determinar la moda exceptuando un alumno. Por el contrario, la media y la mediana la han calculado aproximadamente la mitad de los alumnos y alumnas. Al igual que en la

cuestión 1, los errores cometidos en cálculo de parámetros han sido los esperados, errores de cálculo, de redondeo y por aplicar una fórmula incorrecta.

El apartado d), tal y como se esperaba lo han realizado bien todo el alumnado mientras que el apartado e) ha presentado mayores dificultades. El error que ha cometido un alumno en el polígono de frecuencias es por una incorrecta construcción, probablemente por un despiste al hacerlo sin cuidado. Sin embargo, los resultados obtenidos en la construcción del diagrama de cajas y bigotes demuestra que el contenido de cuartiles no ha sido asimilado por el alumnado y se debería incidir más en él.

Cuestión 3

Ningún alumno o alumna ha resuelto el problema correctamente. Pocos han calculado el coeficiente de variación para comparar las distribuciones heterogéneas y los errores cometidos han estado relacionados con los del cambio de unidad que requería hacer el problema. Estos resultados indican que el alumnado no conoce la utilidad y el poder informativo que tiene el coeficiente de variación por lo que se ve necesario trabajarlo más.

Cuestión 4

Tal y como se esperaba, la mitad de la clase ha cometido algún error en la identificación de los conceptos de población, individuo y muestra. A pesar de que dichos contenidos fueron trabajados con diversos ejemplos, ejercicios y problemas, han sido mezclados e incluso no han sabido identificarlos, como es el caso de la variable estadística. No demuestran saber que la variable se debe asociar a lo que se observa en cada individuo que participa en el estudio.

Cuestión 5

En general los resultados han sido los esperados y positivos debido a que el alumnado que ha llegado a completar la tabla lo ha hecho bien, lo que significa que conocen las propiedades de las tablas de frecuencias.

Cuestión 6

En esta cuestión la mitad de los alumnos y alumnas la han hecho correctamente mientras que 4 personas han dejado la pregunta en blanco, bien por desconocimiento o por falta de tiempo. Los errores detectados son los esperados y están relacionados con la interpretación del diagrama de caja y bigotes. No saben obtener la información que proporciona un gráfico de este tipo a pesar que se haya trabajado mediante ejercicios similares.

Por lo tanto, queda claro que hay que incidir en varios contenidos debido a los resultados obtenidos, como por ejemplo, el coeficiente de variación, los cuartiles, diagrama de caja y bigotes, histograma o interpretación de parámetros.

Por un parte, se considera responsabilidad del docente proponer más actividades y de otro tipo diferente a los planteados para reforzar dichos contenidos estadísticos. Para ello, se podrían utilizar actividades que requieran la utilización de las TICs, recortes de periódicos para que los ejemplos estén contextualizados, o incluso se podría realizar un pequeño proyecto en el que el alumnado se sienta más motivado como por ejemplo los que se proponen en el libro “Estadística con proyectos” de Carmen Batanero y Carmen Díaz.

Sin embargo, se ve necesario que los estuantes participen más en clase y realicen el trabajo autónomo requerido por el profesor o profesora para que exista una mejora real de los resultados. Es esencial para que los propios estudiantes asimilen mejor los conocimientos impartidos en el aula.

Síntesis, conclusiones y cuestiones abiertas

Síntesis

El objetivo del presente Trabajo Fin de Máster ha sido analizar la estadística y su docencia en un aula de 3ºESO, durante el periodo del Practicum II del Máster de Formación del Profesorado en Educación Secundaria. El trabajo se ha estructurado en dos partes diferenciadas.

Por un lado, está la primera parte donde se ha realizado un estudio longitudinal de la estadística en el currículo vigente desde 5º de Primaria hasta 2º de Bachillerato, teniendo en cuenta los distintos itinerarios existentes en las etapas educativas. Se ha estudiado la coherencia de los libros de texto de 1º, 2º, 3º, 4º de la ESO y de 1º de Bachiller, analizando ejercicios, problemas y cuestiones tipo además de detectar las ausencias y presencias de los libros en relación a lo que se recoge en el currículo.

La segunda parte estudia la docencia de la unidad didáctica en un grupo de 3ºESO en la asignatura de matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas, la cual comienza analizando el tema de estadística del libro de texto de referencia. Después, se tratan las dificultades y errores previsibles que pueden encontrarse o cometer los estudiantes y por último, se describe el proceso de enseñanza aprendizaje llevado a cabo y su experimentación, así como los resultados obtenidos y sus conclusiones.

Conclusiones

Una vez elaborado y desarrollado el Trabajo Fin de Máster, se han extraído las conclusiones siguientes:

- Tras el análisis del currículo vigente, se observa que la evolución de los contenidos del bloque de estadística y probabilidad es progresivo y se realiza en espiral, sobre todo en las etapas de Primaria y ESO. Sin embargo, este bloque de las matemáticas ha sido trabajado generalmente por los centros al final de curso y no se le ha dado la importancia que de verdad debería tener.
- En general, los libros de texto analizados presentan gran cantidad de ejercicios que permiten poner en práctica los contenidos estadísticos. Sin embargo, muchos son similares entre sí y se corre el riesgo de que su resolución resulte mecánica. Además, si el estudio de ciertos contenidos estadísticos se realiza de manera atomizada y no se demuestra la relación, la enseñanza queda orientada únicamente al cálculo como es el caso de los parámetros y no a demostrar el poder informativo que verdaderamente tienen. En consecuencia, se podrían observar dificultades en la capacidad del alumnado de interpretación y reflexión.

Por otro lado, como a penas aparecen problemas contextualizados donde se relacione la estadística con situaciones reales del día a día, es difícil conseguir que el alumnado vea la utilidad de la estadística. Si se introdujesen problemas de este tipo, además de aplicarlos a situaciones de la vida real se conseguiría motivar más a los alumnos y alumnas.

- En lo relativo a las ausencias detectadas en el libro de texto de *Matemáticas 3ºESO Académicas* de la editorial Santillana, el diseño de las actividades adicionales de apuntes en pizarra y entrega de fichas al alumnado, se considera que está justificado. Mediante este material adicional, se ha conseguido introducir contenidos recogidos en el currículo que no estaban presentes en el libro de texto y además, ha permitido también profundizarlos más. Su diseño ha tenido como objetivo introducir ejercicios y problemas más contextualizados que permitan ejercitar mejor los conceptos introducidos y relacionarlos entre sí, no mostrándolos de forma independiente.
- Los resultados obtenidos en el examen de estadística pueden estar relacionados a que el examen era demasiado largo, al número de sesiones destinado a impartir la unidad didáctica y a que el trabajo autónomo realizado por la mayoría de los alumnos y alumnas ha sido escaso.
- En cuanto a los contenidos en los que se debería incidir debido a los errores detectados, se puede concluir que los conceptos que más problemas han causado han sido los relacionados con las medidas de centralización como la mediana y los cuartiles; y los relacionados con las medidas de dispersión como el coeficiente de variación.

Cuestiones abiertas

¿Cómo se podría solucionar o mejorar el problema existente en la estadística de que los conocimientos se aprenden de forma mecánica, sin relacionar contenidos ni ponerlos en situaciones prácticas reales teniendo en cuenta el poco tiempo existente para impartir los contenidos del currículo?

¿Cómo se puede enfocar nuevamente esta unidad didáctica para conseguir resultados más favorables? ¿El uso del libro de texto podría sustituirse con material adicional preparado por el profesorado para favorecer esos resultados?

¿Cómo hubieran cambiado los resultados habiendo dedicado alguna sesión más para reforzar los contenidos mediante ejercicios, problemas o actividades de aplicación real?

¿El uso de las TICs hubieran mejorado dichos resultados?, ¿Cuál es la mejor forma de incorporar el uso de las TIC en el aula?

Referencias

- Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria.
- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato.
- Decreto Foral 60/2014, de 16 de julio, por el que se establece el currículo de las enseñanzas de Educación primaria en la Comunidad Foral de Navarra.
- Decreto Foral 24/2015, de 22 de abril, por el que se establece el currículo de las enseñanzas de Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Foral de Navarra.
- Decreto Foral 25/2015, de 22 de abril, por el que se establece el currículo de las enseñanzas del Bachillerato en la Comunidad Foral de Navarra.
- Nieto, M., Moreno, A., & Pérez, A. (2015). *Matemáticas 1ºESO*. Madrid, España: SM.
- Nieto, M., Pérez, A., & Alcaide, F. (2016). *Matemáticas 2ºESO*. Madrid, España: SM.
- Margallo, T. (2015). *Matemáticas 3ºESO Académicas*. Madrid, España: Santillana.
- Colera, J., Oliviera, M.J., Gaztelu, I., & Colera, R. (2016). *ESO 4 Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas*. Madrid, España: Anaya.
- González, L., Lorenzo, J., Molano, A., Del Río, J., Santos, D., De Vicente, M., & Antonio, M. (2008). *Matemáticas 1ºBachillerato aplicadas a las Ciencias Sociales I*. Madrid, España: Santillana.
- Godino, J.D., Font, V., & Wilherlmi, M.R. (2006). Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 133-156.

Anexos

Anexo1: Contenidos de Estadística y Probabilidad en ESO

Anexo2: Contenidos de Estadística y Probabilidad en Bachillerato

Anexo3: Criterios de evaluación de Estadística y Probabilidad en ESO

Anexo4: Criterios de evaluación de Estadística y Probabilidad en Bachiller

Anexo5: Estándares de aprendizaje evaluables de Estadística y Probabilidad en ESO

Anexo6: Estándares de aprendizaje evaluables de Estadística y Probabilidad en
Bachiller

Anexo7: Unidad didáctica del libro de referencia

Anexo8: Actividades adicionales planificadas

Anexo 1. Contenidos de Estadística y Probabilidad en ESO

CONTENIDO					
1ºESO	2ºESO	3ºESO		4ºESO	
		Acad. - Opc.A	Aplic. - Opc.B	Acad. - Opc.A	Aplic. - Opc.B
<p>Población, individuo. Muestra. Variable estadística.</p> <p>Variables cualitativas y cuantitativas.</p> <p>Frecuencias absolutas y relativas.</p> <p>Organización de tablas de datos recogidos en una experiencia.</p> <p>Diagramas de barras y de sectores. Polígonos de frecuencias.</p> <p>Medidas de tendencia central: media, mediana y moda.</p> <p>Medidas de dispersión.</p>	<p>Fenómenos deterministas y aleatorios.</p> <p>Formulación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos y diseño de experiencias para su comprobación.</p> <p>Frecuencia relativa de un suceso y su aproximación a la probabilidad mediante la simulación o experimentación.</p> <p>Sucesos elementales equiprobables y no equiprobables.</p> <p>Espacio muestral</p>	<p>Fases y tareas de un estudio estadístico.</p> <p>Población, muestra.</p> <p>Variables estadísticas: cualitativas, discretas y continuas.</p> <p>Métodos de selección de una muestra estadística.</p> <p>Representatividad de una muestra.</p> <p>Frecuencias absolutas, relativas y acumuladas.</p> <p>Agrupación de datos en intervalos.</p> <p>Gráficas estadísticas.</p> <p>Parámetros de posición. Cálculo, interpretación y propiedades.</p> <p>Parámetros de dispersión. Diagrama de caja y bigotes.</p> <p>Interpretación conjunta de la media y la desviación típica.</p> <p>Experiencias aleatorias.</p> <p>Sucesos y espacio</p>	<p>Fases y tareas de un estudio estadístico.</p> <p>Población, muestra.</p> <p>Variables estadísticas: cualitativas, discretas y continuas.</p> <p>Métodos de selección de una muestra estadística.</p> <p>Representatividad de una muestra.</p> <p>Frecuencias absolutas, relativas y acumuladas.</p> <p>Agrupación de datos en intervalos.</p> <p>Gráficas estadísticas.</p> <p>Parámetros de posición: media, moda, mediana y cuartiles.</p> <p>Cálculo, interpretación y propiedades.</p> <p>Parámetros de dispersión: rango, recorrido intercuartílico y desviación típica.</p> <p>Cálculo e interpretación.</p>	<p>Introducción a la combinatoria: combinaciones y permutaciones.</p> <p>Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace y otras técnicas de recuento.</p> <p>Probabilidad simple y compuesta. Sucesos dependientes e independientes.</p> <p>Experiencias aleatorias compuestas. Utilización de tablas de contingencia y diagramas de árbol para la asignación de probabilidades.</p> <p>Probabilidad condicionada.</p> <p>Utilización del vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar y la estadística.</p> <p>Identificación de las fases</p>	<p>Análisis crítico de tablas y gráficas estadísticas en los medios de comunicación.</p> <p>Interpretación, análisis y utilidad de las medidas de centralización y dispersión.</p> <p>Comparación de distribuciones mediante el uso conjunto de medidas de posición y dispersión,</p> <p>Construcción e interpretación de diagramas de dispersión.</p> <p>Introducción a la correlación.</p> <p>Azar y probabilidad.</p> <p>Frecuencia de un suceso aleatorio.</p>

	<p>en experimentos sencillos. Tablas y diagramas de árbol sencillos.</p> <p>Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace en experimentos sencillos.</p>	<p>muestral.</p> <p>Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace.</p> <p>Diagramas de árbol sencillos. Permutaciones, factorial de un número.</p> <p>Utilización de la probabilidad para tomar decisiones fundamentadas en diferentes contextos.</p>	<p>Diagrama de caja y bigotes. Interpretación conjunta de la media y la desviación típica.</p>	<p>y las tareas de un estudio estadístico.</p> <p>Gráficas estadísticas: Distintos tipos de gráficas.</p> <p>Análisis crítico de tablas y gráficas estadísticas en los medios de comunicación.</p> <p>Detección de falacias.</p> <p>Medidas de centralización y dispersión: interpretación, análisis y utilización. Comparación de distribuciones mediante el uso conjunto de medidas de posición y dispersión.</p> <p>Construcción e interpretación de diagramas de dispersión. Introducción a la correlación.</p>	<p>Cálculo de probabilidades mediante la Regla de Laplace.</p> <p>Probabilidad simple y compuesta.</p> <p>Sucesos dependientes e independientes.</p> <p>Diagrama de árbol.</p>
--	---	--	--	---	--

Anexo2: Contenidos de Estadística y Probabilidad en Bachillerato

CONTENIDO			
1º Bachiller		2º Bachiller	
Mat.I - Opc.A	CCSS - Opc.B	Mat.II - Opc.A	CCSS - Opc.B
<p>Estadística descriptiva bidimensional: Tablas de contingencia</p> <p>Distribución conjunta y distribuciones marginales.</p> <p>Medias y desviaciones típicas marginales.</p> <p>Distribuciones condicionadas.</p> <p>Independencia de variables estadísticas.</p> <p>Estudio de la dependencia de dos variables estadísticas.</p> <p>Representación gráfica: nube de puntos.</p> <p>Dependencia lineal de dos variables estadísticas.</p> <p>Covarianza y correlación: Cálculo e interpretación del coeficiente de correlación lineal.</p> <p>Regresión lineal.</p> <p>Estimación. Predicciones estadísticas y fiabilidad de</p>	<p>Estadística descriptiva bidimensional: Tablas de contingencia.</p> <p>Distribución conjunta y distribuciones marginales.</p> <p>Distribuciones condicionadas.</p> <p>Medias y desviaciones típicas marginales y condicionadas.</p> <p>Independencia de variables estadísticas.</p> <p>Dependencia de dos variables estadísticas. Representación gráfica: Nube de puntos.</p> <p>Dependencia lineal de dos variables estadísticas. Covarianza y correlación: Cálculo e interpretación del coeficiente de correlación lineal.</p> <p>Regresión lineal. Predicciones estadísticas y fiabilidad de las mismas.</p> <p>Coficiente de determinación.</p> <p>Sucesos. Asignación de probabilidades a sucesos mediante la regla de Laplace y a partir de su frecuencia relativa. Axiomática de</p>	<p>Sucesos. Asignación de probabilidades a sucesos mediante la regla de Laplace y a partir de su frecuencia relativa. Axiomática de Kolmogorov.</p> <p>Aplicación de la combinatoria al cálculo de probabilidades.</p> <p>Experimentos simples y compuestos. Probabilidad condicionada. Dependencia e independencia de sucesos.</p> <p>Teoremas de la probabilidad total y de Bayes. Probabilidades iniciales y finales y verosimilitud de un suceso.</p> <p>Variabes aleatorias discretas.</p> <p>Distribución de probabilidad. Media, varianza y desviación típica.</p> <p>Distribución binomial.</p> <p>Caracterización e identificación del modelo. Cálculo de probabilidades.</p> <p>Distribución normal.</p>	<p>Profundización en la Teoría de la Probabilidad Axiomática de Kolmogorov. Asignación de probabilidades a sucesos mediante la regla de Laplace y a partir de su frecuencia relativa.</p> <p>Experimentos simples y compuestos. Probabilidad condicionada. Dependencia e independencia de sucesos.</p> <p>Teoremas de la probabilidad total y de Bayes.</p> <p>Probabilidades iniciales y finales y verosimilitud de un suceso.</p> <p>Población y muestra. Métodos de selección de una muestra. Tamaño y representatividad de una muestra.</p> <p>Estadística paramétrica. Parámetros de una población y estadísticos obtenidos a partir</p>

<p>las mismas.</p>	<p>Kolmogorov. Aplicación de la combinatoria al cálculo de probabilidades. Experimentos simples y compuestos. Probabilidad condicionada. Dependencia e independencia de sucesos. Variables aleatorias discretas. Distribución de probabilidad. Media, varianza y desviación típica. Distribución binomial. Caracterización e identificación del modelo. Cálculo de probabilidades. Variables aleatorias continuas. Función de densidad y de distribución. Interpretación de la media, varianza y desviación típica. Distribución normal. Tipificación de la distribución. Asignación de probabilidades en una distribución normal. Cálculo de probabilidades mediante la aproximación de la distribución binomial por la normal.</p>	<p>Tipificación de la distribución normal. Asignación de probabilidades en una dsitribución normal. Cálculo de probabilidades mediante la aproximación de la distribución binomial por la normal.</p>	<p>de una muestra. Estimación puntual. Media y desviación típica de la media muestral y de la proporción muestral. Distribución de la media muestral en una población normal. Distribución de la media muestral y de la proporción muestral en el caso de muestras grandes. Estimación por intervalos de confianza. Relación entre confianza, error y tamaño muestral. Intervalo de confianza para la media poblacional de una distribución normal con desviación típica conocida. Intervalo de confianza para la media poblacional de una distribución de modelo desconocido y para la proporción en el caso de muestras grandes.</p>
--------------------	---	--	--

Anexo 3: Criterios de evaluación de Estadística y Probabilidad en ESO

CRITERIOS DE EVALUACIÓN					
1°ESO	2°ESO	3°ESO		4°ESO	
		Acad. - Opc.A	Aplic. - Opc.B	Acad. - Opc.A	Aplic. - Opc.B
1. Formular preguntas adecuadas para conocer las características de interés de una población y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlas, utilizando los métodos estadísticos apropiados y las herramientas adecuadas, organizando los datos en tablas y construyendo gráficas, calculando los parámetros relevantes y obteniendo conclusiones razonables a partir de los resultados obtenidos.	1. Diferenciar los fenómenos deterministas de los aleatorios, valorando la posibilidad que ofrecen las matemáticas para analizar y hacer predicciones razonables acerca del comportamiento de los aleatorios a partir de las regularidades obtenidas al repetir un número significativo de veces la experiencia aleatoria, o el cálculo de su probabilidad.	1. Elaborar informaciones estadísticas para describir un conjunto de datos mediante tablas y gráficas adecuadas a la situación analizada, justificando si las conclusiones son representativas para la población estudiada. 2. Calcular e interpretar los parámetros de posición y de dispersión de una variable estadística para resumir los datos y comparar distribuciones estadísticas. 3. Analizar e interpretar la información estadística que aparece en los medios de comunicación, valorando su representatividad y fiabilidad. 4. Estimar la posibilidad	1. Elaborar informaciones estadísticas para describir un conjunto de datos mediante tablas y gráficas adecuadas a la situación analizada, justificando si las conclusiones son representativas para la población estudiada. 2. Calcular e interpretar los parámetros de posición y de dispersión de una variable estadística para resumir los datos y comparar distribuciones estadísticas. 3. Analizar e interpretar la información estadística que aparece en los medios de comunicación,	1. Resolver diferentes situaciones y problemas de la vida cotidiana aplicando los conceptos del cálculo de probabilidades y técnicas de recuento adecuadas. 2. Calcular probabilidades simples o compuestas aplicando la regla de Laplace, los diagramas de árbol, las tablas de contingencia u otras técnicas combinatorias. 3. Utilizar el lenguaje adecuado para la descripción de datos y analizar e interpretar datos estadísticos que aparecen en los medios de comunicación. 4. Elaborar e interpretar tablas y gráficos	1. Utilizar el vocabulario adecuado para la descripción de situaciones relacionadas con el azar y la estadística, analizando e interpretando informaciones que aparecen en los medios de comunicación. 2. Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales, en distribuciones unidimensionales, utilizando los medios más

<p>2. Utilizar herramientas tecnológicas para organizar datos, generar gráficas estadísticas, calcular parámetros relevantes y comunicar los resultados obtenidos que respondan a las preguntas formuladas previamente sobre la situación estudiada.</p>	<p>2. Inducir la noción de probabilidad a partir del concepto de frecuencia relativa y como medida de incertidumbre asociada a los fenómenos aleatorios, sea o no posible la experimentación.</p>	<p>de que ocurra un suceso asociado a un experimento aleatorio sencillo, calculando su probabilidad a partir de su frecuencia relativa, la regla de Laplace o los diagramas de árbol, identificando los elementos asociados al experimento.</p>	<p>valorando su representatividad y fiabilidad.</p>	<p>estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales, en distribuciones unidimensionales y bidimensionales, utilizando los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora u ordenador), y valorando cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas.</p>	<p>adecuados (lápiz y papel, calculadora, hoja de cálculo), valorando cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas. 3. Calcular probabilidades simples y compuestas para resolver problemas de la vida cotidiana, utilizando la regla de Laplace en combinación con técnicas de recuento como los diagramas de árbol y las tablas de contingencia.</p>
--	---	---	---	--	--

Anexo 4: Criterios de evaluación de Estadística y Probabilidad en Bachillerato.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN			
1° Bachiller		2° Bachiller	
Mat.I - Opc.A	CCSS - Opc.B	Mat.II - Opc.A	CCSS - Opc.B
<p>1. Describir y comparar conjuntos de datos de distribuciones bidimensionales, con variables discretas o continuas, procedentes de contextos relacionados con el mundo científico y obtener los parámetros estadísticos más usuales, mediante los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora, hoja de cálculo) y valorando la dependencia entre las variables.</p> <p>2. Interpretar la posible relación entre dos variables y cuantificar la relación lineal entre ellas mediante el coeficiente de correlación, valorando la pertinencia de ajustar una recta de regresión y, en su caso, la conveniencia de realizar predicciones, evaluando la fiabilidad de las</p>	<p>1. Describir y comparar conjuntos de datos de distribuciones bidimensionales, con variables discretas o continuas, procedentes de contextos relacionados con la economía y otros fenómenos sociales y obtener los parámetros estadísticos más usuales mediante los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora, hoja de cálculo) y valorando la dependencia entre las variables.</p> <p>2. Interpretar la posible relación entre dos variables y cuantificar la relación lineal entre ellas mediante el coeficiente de correlación, valorando la pertinencia de ajustar una recta de regresión y de realizar predicciones a partir de ella, evaluando la fiabilidad de las mismas en un contexto de resolución de problemas relacionados con fenómenos económicos y sociales.</p>	<p>1. Asignar probabilidades a sucesos aleatorios en experimentos simples y compuestos (utilizando la regla de Laplace en combinación con diferentes técnicas de recuento y la axiomática de la probabilidad), así como a sucesos aleatorios condicionados (Teorema de Bayes), en contextos relacionados con el mundo real.</p> <p>2. Identificar los fenómenos que pueden modelizarse mediante las distribuciones de probabilidad binomial y normal calculando sus parámetros y determinando la probabilidad de diferentes sucesos asociados.</p> <p>3. Utilizar el vocabulario adecuado para la descripción de situaciones relacionadas con el azar y la estadística, analizando un conjunto de datos o interpretando de forma crítica informaciones estadísticas presentes en los medios de</p>	<p>1. Asignar probabilidades a sucesos aleatorios en experimentos simples y compuestos, utilizando la regla de Laplace en combinación con diferentes técnicas de recuento personales, diagramas de árbol o tablas de contingencia, la axiomática de la probabilidad, el teorema de la probabilidad total y aplica el teorema de Bayes para modificar la probabilidad asignada a un suceso (probabilidad inicial) a partir de la información obtenida mediante la experimentación (probabilidad final), empleando los resultados numéricos obtenidos en la toma de decisiones en contextos relacionados con las ciencias sociales.</p> <p>2. Describir procedimientos estadísticos que permiten</p>

<p>mismas en un contexto de resolución de problemas relacionados con fenómenos científicos.</p> <p>3. Utilizar el vocabulario adecuado para la descripción de situaciones relacionadas con la estadística, analizando un conjunto de datos o interpretando de forma crítica informaciones estadísticas presentes en los medios de comunicación, la publicidad y otros ámbitos, detectando posibles errores y manipulaciones tanto en la presentación de los datos como de las conclusiones.</p>	<p>3. Asignar probabilidades a sucesos aleatorios en experimentos simples y compuestos, utilizando la regla de Laplace en combinación con diferentes técnicas de recuento y la axiomática de la probabilidad, empleando los resultados numéricos obtenidos en la toma de decisiones en contextos relacionados con las ciencias sociales.</p> <p>4. Identificar los fenómenos que pueden modelizarse mediante las distribuciones de probabilidad binomial y normal calculando sus parámetros y determinando la probabilidad de diferentes sucesos asociados.</p> <p>5. Utilizar el vocabulario adecuado para la descripción de situaciones relacionadas con el azar y la estadística, analizando un conjunto de datos o interpretando de forma crítica informaciones estadísticas presentes en los medios de comunicación, la publicidad y otros ámbitos, detectando posibles errores y manipulaciones tanto en la presentación de los datos como de las conclusiones.</p>	<p>comunicación, en especial los relacionados con las ciencias y otros ámbitos, detectando posibles errores y manipulaciones tanto en la presentación de los datos como de las conclusiones.</p>	<p>estimar parámetros desconocidos de una población con una fiabilidad o un error prefijados, calculando el tamaño muestral necesario y construyendo el intervalo de confianza para la media de una población normal con desviación típica conocida y para la media y proporción poblacional cuando el tamaño muestral es suficientemente grande.</p> <p>3. Presentar de forma ordenada información estadística utilizando vocabulario y representaciones adecuadas y analizar de forma crítica y argumentada informes estadísticos presentes en los medios de comunicación, publicidad y otros ámbitos, prestando especial atención a su ficha técnica, detectando posibles errores y manipulaciones en su presentación y conclusiones.</p>
---	---	--	--

Anexo 5: Estándares de aprendizaje evaluables de Estadística y Probabilidad en ESO.

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES	
1ºESO	2ºESO
<p>1.1. Define población, muestra e individuo desde el punto de vista de la estadística.</p> <p>1.2. Reconoce y propone ejemplos de distintos tipos de variables estadísticas, tanto cualitativas como cuantitativas.</p> <p>1.3. Organiza datos, obtenidos de una población, de variables cualitativas o cuantitativas en tablas y calcula sus frecuencias absolutas y relativas y los representa gráficamente utilizando los diagramas más adecuados a la situación estudiada.</p> <p>1.4. Calcula la media aritmética, la mediana (intervalo mediano), la moda (intervalo modal) y el rango, y los emplea para resolver problemas.</p> <p>1.5. Interpreta gráficos estadísticos sencillos recogidos en medios de comunicación.</p> <p>1.6. Utiliza datos, parámetros y gráficos para comparar la variable estadística que haya sido objeto de estudio en diferentes poblaciones o muestras.</p> <p>2.1. Emplea la calculadora y herramientas tecnológicas para organizar datos, generar gráficos estadísticos y calcular las medidas de tendencia central y el rango de variables estadísticas cuantitativas.</p> <p>2.2. Utiliza las tecnologías de la información y de la comunicación para comunicar información resumida y relevante sobre una variable estadística que previamente haya analizado.</p>	<p>1.1. Identifica los experimentos aleatorios y los distingue de los deterministas.</p> <p>1.2. Calcula la frecuencia relativa de un suceso mediante la experimentación.</p> <p>1.3. Distingue los conceptos de posible y probable y gradúa o cuantifica la mayor o menor probabilidad de los resultados esperados en un experimento aleatorio.</p> <p>2.1. Describe experimentos aleatorios sencillos y enumera todos los resultados posibles, apoyándose en tablas, recuentos o diagramas en árbol sencillos.</p> <p>2.2. Distingue entre sucesos elementales equiprobables y no equiprobables.</p> <p>2.3. Calcula la probabilidad de sucesos asociados a experimentos sencillos mediante la regla de Laplace y la expresa en forma de fracción y como porcentaje.</p> <p>2.4. Realiza predicciones sobre un fenómeno aleatorio a partir del cálculo exacto de su probabilidad o la aproximación de la misma mediante la experimentación.</p> <p>2.5. Utiliza la probabilidad para elegir la opción más adecuada en situaciones o juegos de azar sencillos.</p>

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES	
3ºESO – Acad.	4ºESO – Acad.
<p>1.1. Distingue población y muestra justificando las diferencias en problemas contextualizados.</p> <p>1.2. Valora la representatividad de una muestra a través del procedimiento de selección, en casos sencillos.</p> <p>1.3. Distingue entre variable cualitativa, cuantitativa discreta y cuantitativa continua y pone ejemplos.</p> <p>1.4. Elabora tablas de frecuencias, relaciona los distintos tipos de frecuencias y obtiene información de la tabla elaborada.</p> <p>1.5. Construye, con la ayuda de herramientas tecnológicas si fuese necesario, gráficos estadísticos adecuados a distintas situaciones relacionadas con variables asociadas a problemas sociales, económicos y de la vida cotidiana.</p> <p>2.1. Calcula e interpreta las medidas de posición (media, moda, mediana y cuartiles) de una variable estadística para proporcionar un resumen de los datos.</p> <p>2.2. Calcula los parámetros de dispersión (rango, recorrido intercuartílico y desviación típica. Cálculo e interpretación) de una variable estadística (con calculadora y con hoja de cálculo) para comparar la representatividad de la media y describir los datos.</p> <p>3.1. Utiliza un vocabulario adecuado para describir, analizar e interpretar información estadística de los medios de comunicación.</p> <p>3.2. Emplea la calculadora y medios tecnológicos para organizar los datos, generar gráficos estadísticos y calcular parámetros de tendencia central y dispersión.</p> <p>3.3. Emplea medios tecnológicos para comunicar información resumida y relevante sobre una variable estadística analizada.</p> <p>4.1. Identifica los experimentos aleatorios y los distingue de los</p>	<p>1.1. Aplica en problemas contextualizados los conceptos de variación, permutación y combinación.</p> <p>1.2. Identifica y describe situaciones y fenómenos de carácter aleatorio, utilizando la terminología adecuada para describir sucesos.</p> <p>1.3. Aplica técnicas de cálculo de probabilidades en la resolución de diferentes situaciones y problemas de la vida cotidiana.</p> <p>1.4. Formula y comprueba conjeturas sobre los resultados de experimentos aleatorios y simulaciones.</p> <p>1.5. Utiliza un vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar.</p> <p>1.6. Interpreta un estudio estadístico a partir de situaciones concretas cercanas al alumno.</p> <p>2.1. Aplica la regla de Laplace y utiliza estrategias de recuento sencillas y técnicas combinatorias.</p> <p>2.2. Calcula la probabilidad de sucesos compuestos sencillos utilizando, especialmente, los diagramas de árbol o las tablas de contingencia.</p> <p>2.3. Resuelve problemas sencillos asociados a la probabilidad condicionada.</p> <p>2.4. Analiza matemáticamente algún juego de azar sencillo, comprendiendo sus reglas y calculando las probabilidades adecuadas.</p> <p>3.1. Utiliza un vocabulario adecuado para describir, cuantificar y analizar situaciones relacionadas con el azar.</p> <p>4.1. Interpreta críticamente datos de tablas y gráficos estadísticos.</p> <p>4.2. Representa datos mediante tablas y gráficos estadísticos utilizando los medios tecnológicos más adecuados.</p> <p>4.3. Calcula e interpreta los parámetros estadísticos de una distribución de datos utilizando los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora u ordenador).</p> <p>4.4. Selecciona una muestra aleatoria y valora la representatividad de la misma en muestras muy pequeñas.</p> <p>4.5. Representa diagramas de dispersión e</p>

<p>deterministas.</p> <p>4.2. Utiliza el vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar.</p> <p>4.3. Asigna probabilidades a sucesos en experimentos aleatorios sencillos cuyos resultados son equiprobables, mediante la regla de Laplace, enumerando los sucesos elementales, tablas o árboles u otras estrategias personales.</p> <p>4.4. Toma la decisión correcta teniendo en cuenta las probabilidades de las distintas opciones en situaciones de incertidumbre.</p>	<p>interpreta la relación existente entre las variables.</p>
---	--

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES	
3ºESO – Aplic.	4ºESO – Aplic.
<p>1.1. Distingue población y muestra justificando las diferencias en problemas contextualizados.</p> <p>1.2. Valora la representatividad de una muestra a través del procedimiento de selección, en casos sencillos.</p> <p>1.3. Distingue entre variable cualitativa, cuantitativa discreta y cuantitativa continua y pone ejemplos.</p> <p>1.4. Elabora tablas de frecuencias, relaciona los distintos tipos de frecuencias y obtiene información de la tabla elaborada.</p> <p>1.5. Construye, con la ayuda de herramientas tecnológicas si fuese necesario, gráficos estadísticos adecuados a distintas situaciones relacionadas con variables asociadas a problemas sociales, económicos y de la vida cotidiana.</p> <p>2.1. Calcula e interpreta las medidas de posición de una variable estadística para proporcionar un resumen de los datos.</p> <p>2.2. Calcula los parámetros de dispersión de una variable estadística (con calculadora y con hoja de cálculo) para comparar la representatividad de la media y describir los datos.</p> <p>3.1. Utiliza un vocabulario adecuado para describir, analizar e interpretar información estadística en los medios de comunicación.</p> <p>3.2. Emplea la calculadora y medios tecnológicos para organizar los datos, generar gráficos estadísticos y calcular parámetros de tendencia central y dispersión.</p> <p>3.3. Emplea medios tecnológicos para comunicar información resumida y relevante sobre una variable estadística que haya analizado.</p>	<p>1.1. Utiliza un vocabulario adecuado para describir situaciones relacionadas con el azar y la estadística.</p> <p>1.2. Formula y comprueba conjeturas sobre los resultados de experimentos aleatorios y simulaciones.</p> <p>1.3. Emplea el vocabulario adecuado para interpretar y comentar tablas de datos, gráficos estadísticos y parámetros estadísticos.</p> <p>1.4. Interpreta un estudio estadístico a partir de situaciones concretas cercanas al alumno.</p> <p>2.1. Discrimina si los datos recogidos en un estudio estadístico corresponden a una variable discreta o continua.</p> <p>2.2. Elabora tablas de frecuencias a partir de los datos de un estudio estadístico, con variables discretas y continuas.</p> <p>2.3. Calcula los parámetros estadísticos (media aritmética, recorrido, desviación típica, cuartiles, ...), en variables discretas y continuas, con la ayuda de la calculadora o de una hoja de cálculo.</p> <p>2.4. Representa gráficamente datos estadísticos recogidos en tablas de frecuencias, mediante diagramas de barras e histogramas.</p> <p>3.1. Calcula la probabilidad de sucesos con la regla de Laplace y utiliza, especialmente, diagramas de árbol o tablas de contingencia para el recuento de casos.</p> <p>3.2. Calcula la probabilidad de sucesos compuestos sencillos en los que intervengan dos experiencias aleatorias simultáneas o consecutivas.</p>

Anexo 6: Estándares de aprendizaje evaluables de Estadística y Probabilidad en Bachillerato

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES	
1ºBach. – Mát. I	1ºBach. – Mát. II
<p>1.1. Elabora tablas bidimensionales de frecuencias a partir de los datos de un estudio estadístico, con variables discretas y continuas.</p> <p>1.2. Calcula e interpreta los parámetros estadísticos más usuales en variables bidimensionales.</p> <p>1.3. Calcula las distribuciones marginales y diferentes distribuciones condicionadas a partir de una tabla de contingencia, así como sus parámetros (media, varianza y desviación típica).</p> <p>1.4. Decide si dos variables estadísticas son o no dependientes a partir de sus distribuciones condicionadas y marginales.</p> <p>1.5. Usa adecuadamente medios tecnológicos para organizar y analizar datos desde el punto de vista estadístico, calcular parámetros y generar gráficos estadísticos.</p> <p>2.1. Distingue la dependencia funcional de la dependencia estadística y estima si dos variables son o no estadísticamente dependientes mediante la representación de la nube de puntos.</p> <p>2.2. Cuantifica el grado y sentido de la dependencia lineal entre dos variables mediante el cálculo e interpretación del coeficiente de correlación lineal.</p> <p>2.3. Calcula las rectas de regresión de dos variables y obtiene predicciones a partir de ellas.</p> <p>2.4. Evalúa la fiabilidad de las predicciones obtenidas a partir de la recta de regresión mediante el coeficiente de determinación lineal.</p> <p>3.1. Describe situaciones relacionadas con la estadística utilizando un vocabulario adecuado.</p>	<p>1.1. Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante la regla de Laplace, las fórmulas derivadas de la axiomática de Kolmogorov y diferentes técnicas de recuento.</p> <p>1.2. Calcula probabilidades a partir de los sucesos que constituyen una partición del espacio muestral.</p> <p>1.3. Calcula la probabilidad final de un suceso aplicando la fórmula de Bayes.</p> <p>2.1. Identifica fenómenos que pueden modelizarse mediante la distribución binomial, obtiene sus parámetros y calcula su media y desviación típica.</p> <p>2.2. Calcula probabilidades asociadas a una distribución binomial a partir de su función de probabilidad, de la tabla de la distribución o mediante calculadora, hoja de cálculo u otra herramienta tecnológica.</p> <p>2.3. Conoce las características y los parámetros de la distribución normal y valora su importancia en el mundo científico.</p> <p>2.4. Calcula probabilidades de sucesos asociados a fenómenos que pueden modelizarse mediante la distribución normal a partir de la tabla de la distribución o mediante calculadora, hoja de cálculo u otra herramienta tecnológica.</p> <p>2.5. Calcula probabilidades de sucesos asociados a fenómenos que pueden modelizarse mediante la distribución binomial a partir de su aproximación por la normal valorando si se dan las condiciones necesarias para que sea válida.</p> <p>3.1. Utiliza un vocabulario adecuado para describir situaciones relacionadas con el azar.</p>

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES	
1ºBach. – CCSS I	1ºBach. – CCSS II
<p>1.1. Elabora e interpreta tablas bidimensionales de frecuencias a partir de los datos de un estudio estadístico, con variables discretas y continuas.</p> <p>1.2. Calcula e interpreta los parámetros estadísticos más usuales en variables bidimensionales para aplicarlos en situaciones de la vida real.</p> <p>1.3. Halla las distribuciones marginales y diferentes distribuciones condicionadas a partir de una tabla de contingencia, así como sus parámetros para aplicarlos en situaciones de la vida real.</p> <p>1.4. Decide si dos variables estadísticas son o no estadísticamente dependientes a partir de sus distribuciones condicionadas y marginales para poder formular conjeturas.</p> <p>1.5. Usa adecuadamente medios tecnológicos para organizar y analizar datos desde el punto de vista estadístico, calcular parámetros y generar gráficos estadísticos.</p> <p>2.1. Distingue la dependencia funcional de la dependencia estadística y estima si dos variables son o no estadísticamente dependientes mediante la representación de la nube de puntos en contextos cotidianos.</p> <p>2.2. Cuantifica el grado y sentido de la dependencia lineal entre dos variables mediante el cálculo e interpretación del coeficiente de correlación lineal para poder obtener conclusiones.</p> <p>2.3. Calcula las rectas de regresión de dos variables y obtiene predicciones a partir de ellas.</p> <p>2.4. Evalúa la fiabilidad de las predicciones obtenidas a partir de la recta de regresión mediante el coeficiente de determinación lineal en contextos relacionados con fenómenos económicos y sociales.</p> <p>3.1. Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante la regla de Laplace, las fórmulas derivadas de la axiomática de</p>	<p>1.1. Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante la regla de Laplace, las fórmulas derivadas de la axiomática de Kolmogorov y diferentes técnicas de recuento.</p> <p>1.2. Calcula probabilidades de sucesos a partir de los sucesos que constituyen una partición del espacio muestral.</p> <p>1.3. Calcula la probabilidad final de un suceso aplicando la fórmula de Bayes.</p> <p>1.4. Resuelve una situación relacionada con la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre en función de la probabilidad de las distintas opciones.</p> <p>2.1. Valora la representatividad de una muestra a partir de su proceso de selección.</p> <p>2.2. Calcula estimadores puntuales para la media, varianza, desviación típica y proporción poblacionales, y lo aplica a problemas reales.</p> <p>2.3. Calcula probabilidades asociadas a la distribución de la media muestral y de la proporción muestral, aproximándolas por la distribución normal de parámetros adecuados a cada situación, y lo aplica a problemas de situaciones reales.</p> <p>2.4. Construye, en contextos reales, un intervalo de confianza para la media poblacional de una distribución normal con desviación típica conocida.</p> <p>2.5. Construye, en contextos reales, un intervalo de confianza para la media poblacional y para la proporción en el caso de muestras grandes.</p> <p>2.6. Relaciona el error y la confianza de un intervalo de confianza con el tamaño muestral y calcula cada uno de estos tres elementos conocidos los otros dos y lo aplica en situaciones reales.</p> <p>3.1. Utiliza las herramientas necesarias para estimar parámetros desconocidos de una población y presentar las inferencias obtenidas mediante un vocabulario y representaciones adecuadas.</p> <p>3.2. Identifica y analiza los elementos de una ficha técnica en un estudio estadístico sencillo.</p>

<p>Kolmogorov y diferentes técnicas de recuento.</p> <p>3.2. Construye la función de probabilidad de una variable discreta asociada a un fenómeno sencillo y calcula sus parámetros y algunas probabilidades asociadas.</p> <p>3.3. Construye la función de densidad de una variable continua asociada a un fenómeno sencillo y calcula sus parámetros y algunas probabilidades asociadas.</p> <p>4.1. Identifica fenómenos que pueden modelizarse mediante la distribución binomial, obtiene sus parámetros y calcula su media y desviación típica.</p> <p>4.2. Calcula probabilidades asociadas a una distribución binomial a partir de su función de probabilidad, de la tabla de la distribución o mediante calculadora, hoja de cálculo u otra herramienta tecnológica y las aplica en diversas situaciones.</p> <p>4.3. Distingue fenómenos que pueden modelizarse mediante una distribución normal, y valora su importancia en las ciencias sociales.</p> <p>4.4. Calcula probabilidades de sucesos asociados a fenómenos que pueden modelizarse mediante la distribución normal a partir de la tabla de la distribución o mediante calculadora, hoja de cálculo u otra herramienta tecnológica, y las aplica en diversas situaciones.</p> <p>4.5. Calcula probabilidades de sucesos asociados a fenómenos que pueden modelizarse mediante la distribución binomial a partir de su aproximación por la normal valorando si se dan las condiciones necesarias para que sea válida.</p> <p>5.1. Utiliza un vocabulario adecuado para describir situaciones relacionadas con el azar y la estadística.</p> <p>5.2. Razona y argumenta la interpretación de informaciones estadísticas o relacionadas con el azar presentes en la vida cotidiana.</p>	<p>3.3. Analiza de forma crítica y argumentada información estadística presente en los medios de comunicación y otros ámbitos de la vida cotidiana.</p>
--	---

Anexo 7: Unidad didáctica del libro de texto de referencia

12 Estadística



En esta unidad

1. Terminología básica
2. Tablas estadísticas y frecuencias
3. Gráficos estadísticos
4. Medidas de centralización
5. Medidas de dispersión
6. Estadística con la calculadora
7. Diagrama de tallo y hojas
8. Diagrama de cajas y bigotes

Saberes científicos	Vamos a aprender a...	Competencias
	<ul style="list-style-type: none"> - Conocer el significado de población y muestra en estadística. - Distinguir las variables estadísticas cualitativas, cuantitativas, discretas y continuas. - Diferenciar frecuencias absolutas y relativas. - Elaborar gráficos estadísticos. - Calcular medidas de centralización: media, moda y mediana. - Calcular medidas de dispersión: desviación media y típica, varianza. - Realizar cálculos estadísticos con la calculadora. 	CMCT
Lectura y comprensión	<ul style="list-style-type: none"> - Conocer la historia de las matemáticas: la escuela rusa. 	CMCT, CCL
Tratamiento de la información y competencia digital	<ul style="list-style-type: none"> - Usar el programa Excel para calcular las medidas de centralización y dispersión en ejemplos concretos de la vida real. 	CMCT, CD
Aprende a aprender ciencia	<ul style="list-style-type: none"> - Comprender la base matemática que se encuentra en las estadísticas. 	CFAA, CMCT
La ciencia en la sociedad	<ul style="list-style-type: none"> - Analizar las estadísticas poblacionales. 	CSC, CMCT
Proyecto: Ley de Benford en el censo de población y aplicación del análisis de frecuencias en el descifrado de códigos	<ul style="list-style-type: none"> - Comprobar la ley de Benford en el censo de población. - Familiarizarnos en el manejo de la página web del Instituto Nacional de Estadística para obtener y trabajar datos estadísticos sobre demografía y población. 	CD, CMCT, CFAA, CSC, CCL, SIE, CEC

Nota: competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT), competencia en comunicación lingüística (CCL), competencias sociales y cívicas (CSC), competencia para aprender a aprender (CFAA), competencia digital (CD), sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor (SIE), conciencia y expresiones culturales (CEC).

The infographic features a central text box with a blue border. To the left, there is a vertical panel with a yellow background showing a pie chart and a bar chart. The background of the entire infographic is a colorful, abstract design with diagonal stripes in red, yellow, blue, and green, overlaid with a grid pattern. At the bottom, the number '10' is written in a large, bold font.

El origen de la estadística

La palabra estadístico fue utilizada por primera vez en 1760 por Godofredo Acherwall y deriva del vocablo estado, pues es el estado el encargado de hacer registros de nacimientos, defunciones, tierras, cosechas, impuestos, etc.

El origen de la estadística se pierde en la noche de los tiempos: en la isla de Cerdeña existen anotaciones prehistóricas en las que se realiza una primitiva contabilidad de las cabezas de ganado. Los egipcios y chinos ya hacían censos de población. Los romanos, en tiempos de Octavio, también hicieron un censo de todos los habitantes del imperio. En la Edad Media se realizaron varios censos de población en toda Europa. En 1482 los Reyes Católicos ordenaron el recuento de todas las casas y haciendas en Castilla.

La estadística, hasta entonces, es una herramienta al servicio de la organización. Nadie se propone organizar un ejército si antes se desconoce si habrá suficientes personas a las que cobrar impuestos para alimentarlo o vestirlo.

En 1691, el alemán Gaspar Neumann empleó por primera vez la estadística para fines no políticos y sus conocimientos fueron estudiados y utilizados por el astrónomo inglés Halley, descubridor del cometa que lleva su nombre. En la actualidad, la estadística se utiliza en todos los campos del saber.

La matemática a nuestro alrededor

1. El matemático húngaro Alfred Rényi calculó cuántos coches caben en una calle utilizando un estudio estadístico previo. Obtuvo que la densidad media de los coches aparcados en una calle es de aproximadamente el 75% del espacio disponible. Si disponemos de una calle de 100 metros, ¿cuántos coches cabrían, sin dejar espacio entre ellos, 25 coches de 4 metros. ¿Cuántos coches cabrían realmente si tenemos en cuenta que al aparcar queda un espacio entre los vehículos?

1. Terminología básica

Una cadena de ropa de moda juvenil quiere saber si tendría éxito al instalarse en una ciudad. Para ello, hace un estudio de sus habitantes (cantidad de personas jóvenes, niños, de mediana edad y gente mayor) y realiza una encuesta preguntando a la gente sobre sus gustos en el vestir.

Llamamos Estadística a la parte de las Matemáticas que se ocupa de la recopilación y ordenación de datos y de su posterior estudio.

A la hora de realizar la encuesta, hay que pensar a qué personas se dirige. Dadas las características de la marca, todas las personas comprendidas entre 1E y 40 años son la población estadística sobre la que se realizará el estudio. A cada persona comprendida en esa franja de edad la llamaremos individuo.

Llamamos población al conjunto de todos los elementos objeto de un estudio estadístico. Cada elemento de dicho conjunto recibe el nombre de individuo.

Como resulta imposible preguntar a toda la población que forma parte del estudio, hay que seleccionar un grupo suficientemente grande de esta, llamado muestra. Esta muestra debe ser representativa, es decir, tienen que estar representadas todas las personas que se encuentran en la población objeto del estudio: adolescentes, estudiantes, madres, trabajadores, oficinistas... Además, la muestra tiene que ser proporcional a cada una de las clases que representan la población. Es decir, el tamaño de la muestra debe ser el adecuado para poder sacar conclusiones que se aproximen a la realidad.

Muestra es aquella parte de la población que es representativa de esta y tal que todas las observaciones y conclusiones efectuadas sobre ella aporten información real sobre toda la población. El tamaño de la muestra está formado por el número de individuos que la componen.



Existen muchos tipos de muestras dependiendo de cómo sea la población objeto de estudio y del censo inicial que se tenga de ella. El coste económico también influye en el tamaño de la muestra (muestreo aleatorio simple, aleatorio sistemático, estratificación, por conglomerados, etc.).

a Ejercicios y actividades

- Queremos hacer un estudio sobre la talla de camisetas de los alumnos de un instituto. Para ello, se anotan los datos de todos los alumnos en la siguiente tabla.

Talla de la camiseta	Número de alumnos
S	65
M	140
L	160
XL	30

Di cuál es la población y cuál es su tamaño. Indica cómo obtendrás una muestra e indica el tamaño.

1.1. Variables estadísticas

Una vez recogidos los datos de la encuesta anterior, los clasificamos para su posterior análisis. Estos caracteres estadísticos serán las variables estadísticas.

Llamamos **variable estadística** a la característica de una población que queremos estudiar.

Nos damos cuenta de que a las personas de la muestra les gusta vestir según los cánones que ofrece esa marca de ropa en las siguientes ocasiones: para hacer deporte, para el trabajo, para casa y para salir.

Los datos de los gustos en el vestir no se pueden pesar ni medir, esto es, no se pueden cuantificar, así que determinan **variables estadísticas cualitativas**. Las variables que sí se pueden expresar mediante números se llaman **variables cuantitativas**.

Las variables estadísticas son cualitativas cuando no se pueden expresar mediante números.

Las variables estadísticas son cuantitativas cuando se pueden expresar numéricamente.

Preguntamos por el número de camisas que tienen las personas de la población analizada en su vestuario y obtenemos como respuesta 4, 3, 7... Las respuestas a esta pregunta son valores concretos y aislados (nadie tiene 2,3 camisas). Este tipo de variables se llaman **variables discretas**.

Cuando se les preguntó sobre los euros que se gastan en ropa por temporada, las respuestas fueron muy variadas: 90 €, 126 €, 155 €... Las respuestas a esta pregunta pueden ser cualquier valor, y dados dos valores entre ellos puede aparecer cualquier otro (una persona puede gastarse 126,75 € por temporada). Este tipo de variables se llaman **variables continuas**.

Una variable estadística es **discreta** si es una variable cuantitativa que toma valores aislados.

Una variable estadística es **continua** si es una variable cuantitativa que puede tomar cualquier valor dentro de un intervalo.



a Ejercicios y actividades

2. Queremos conocer el número de goles que marcaron los equipos de primera división durante todas las jornadas de la liga y el color de la camiseta de la primera equipación. ¿De qué tipo son estas variables estadísticas?
3. Clasifica estas variables estadísticas:
 - a) Peso de mis compañeros
 - b) Último partido de baloncesto visto en la televisión.
 - c) Número de libros que tengo en la mochila.
 - d) Color de ojos.



2. Tablas estadísticas y frecuencias

Queremos saber el número de televisores que tienen los alumnos de una clase en sus casas. Después de preguntarles, recogemos los siguientes datos:

1, 2, 1, 4, 3, 2, 2, 3, 1, 3, 2, 2, 2, 1, 5, 3, 1, 1, 1, 2, 3, 2, 1, 1, 4, 2, 2, 2

Ordenamos los datos en una tabla situando en la primera columna los valores obtenidos por la variable estadística número de televisores y en la segunda columna cuántas veces se repiten estos datos:

VARIABLE ESTADÍSTICA x	FRECUENCIA ABSOLUTA f	FRECUENCIA RELATIVA h	PORCENTAJES %
1	9	$9/28 = 0,321$	32,1
2	11	$11/28 = 0,393$	39,3
3	5	$5/28 = 0,179$	17,9
4	2	$2/28 = 0,071$	7,1
5	1	$1/28 = 0,036$	3,6
Suma	28	1	100

Observamos que el número de casas con un televisor es 9, con 2 televisores es 11, con 3 televisores es 5, con 4 televisores tenemos 2 casas y con 5 televisores tenemos 1 casa. Estos datos constituyen la frecuencia absoluta.

La frecuencia absoluta (f) de un dato x , es el número de veces que se repite dicho dato.

La frecuencia relativa (h) de un dato x , es el cociente de la frecuencia absoluta entre el número total de datos:

$$h = \frac{f}{N}$$

El porcentaje de un dato x , se obtiene multiplicando la frecuencia relativa de dicho dato por 100.

Si la variable estadística es discreta con muchos datos o continua, ordenamos los datos en intervalos de la misma amplitud, denominados intervalos de clase. El punto medio x , de cada intervalo se denomina marca de clase y representa a todo el intervalo para el cálculo de determinados parámetros.

a Ejercicios y actividades

4. En una clase de 24 alumnos de 3.º ESO, el número de horas que dedica cada uno a ver la televisión es:

1	3	2	1	0	3	1	2	0	1	0	0
0	5	11	1	2	3	4	6	2	1	0	3

Elabora una tabla de frecuencias absolutas, relativas y tantos por ciento.

5. Los jugadores de un equipo de fútbol miden las siguientes alturas en centímetros:

153, 189, 192, 195, 176, 156, 167, 168, 187, 178, 177, 177, 183, 175, 184, 165, 164, 179, 173, 165, 154, 160, 163, 186, 169

Construye una tabla de frecuencias empezando en el término más pequeño y con una amplitud de 6 cm e indica la marca de clase en cada intervalo. ¿Cuántos intervalos aparecen? ¿Qué tablas que hacer para reducir el número de intervalos?

Recuerda

- Las tablas se pueden representar en horizontal y en vertical.

Observación

- La suma de las frecuencias absolutas es igual al tamaño de la muestra.
- La suma de las frecuencias relativas es igual a 1.
- La suma de los porcentajes es igual a 100.

Frecuencias absolutas y relativa acumulada

La frecuencia absoluta acumulada F , se obtiene sumando todas las frecuencias absolutas menores o iguales que ella. La frecuencia relativa acumulada H se obtiene sumando todas las frecuencias relativas menores o iguales que ella.

Estadística

3. Gráficos estadísticos

Es útil representar los datos estadísticos mediante un gráfico con el fin de que la información contenida en este sea más clara.

3.1. Diagramas de sectores


Estos gráficos sirven para representar cualquier tipo de variable estadística. Los datos se representan en sectores de un círculo, sector cuya amplitud es proporcional a la frecuencia relativa del dato:

$$\text{Amplitud del sector} = h_i \cdot 360^\circ$$


Para representar mediante un diagrama de sectores los datos de la tabla del margen, construimos la siguiente tabla:

x _i	AMPLITUD DEL SECTOR
1	0,321 · 360 = 116°
2	0,333 · 360 = 120°
3	0,179 · 360 = 64°
4	0,071 · 360 = 26°
5	0,036 · 360 = 13°

Número de televisores



- 1
- 2
- 3
- 4
- 5

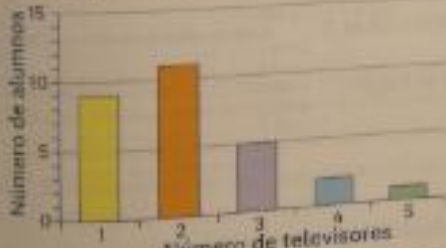


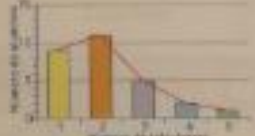
3.2. Diagramas de barras. Polígono de frecuencias

Estos gráficos sirven para comparar datos cualitativos o cuantitativos discretos si el número de datos que toma la variable es pequeño. Para construirlo, representamos en el eje de abscisas los valores de la variable estadística y, en esos puntos, dibujamos barras verticales cuyas alturas sean iguales a sus frecuencias absolutas.

Representaremos un diagrama de barras con los datos de la tabla del margen:

NÚMERO DE TELEVISORES POR ALUMNO		
VARIABLE ESTADÍSTICA x _i	FRECUENCIA ABSOLUTA f _i	FRECUENCIA RELATIVA h _i
1	9	0,321
2	11	0,333
3	5	0,179
4	2	0,071
5	1	0,036





Polígono de frecuencias.

Al unir los puntos medios de los extremos de los rectángulos, obtenemos una línea poligonal, que llamaremos polígono de frecuencias.

a Ejercicios y actividades

6. En una clase de 25 alumnos, 2 son chinos; 5, rumanos; 7, ecuatorianos; 3, portugueses, y 8, españoles. Representa el diagrama de barras correspondiente y el polígono de frecuencias asociado.

337

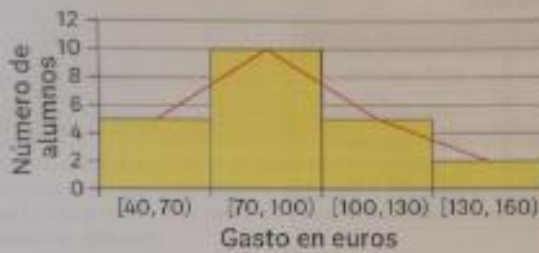
3.3. Histograma. Polígono de frecuencias

Este tipo de gráficos sirven para estudiar variables estadísticas continuas o discretas si sus datos han sido agrupados en clases o intervalos.

Para su construcción, representamos en el eje de abscisas las clases o intervalos. En el eje de ordenadas indicamos las frecuencias absolutas. Construimos rectángulos con la amplitud del intervalo como base y la frecuencia absoluta como altura.

El polígono de frecuencias se construye uniendo los puntos medios de los lados superiores de los rectángulos.

El histograma y el polígono de frecuencias de la tabla del margen quedarían así:

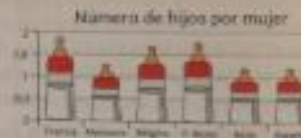


GASTOS EN EUROS	
INTERVALO DE CLASE	FRECUENCIA ABSOLUTA f
[40, 70)	5
[70, 100)	10
[100, 130)	5
[130, 160)	2

3.4. Pictogramas

Estos gráficos son diagramas de barras donde, en lugar de barras, se dibuja una figura alusiva al tema que se trata. La altura de cada figura es igual a la frecuencia.

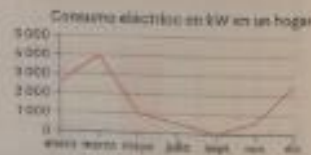
El pictograma de al lado indica el número de hijos por mujer en algunos de los países de Europa.



3.5. Series cronológicas (o diagramas lineales)

Este tipo de gráficos se utiliza para estudiar la evolución de una o más variables en el tiempo.

La serie de al lado muestra el consumo de electricidad en un hogar.



a Ejercicios y actividades

7. El peso de los jugadores de un equipo de fútbol en kilogramos es:

57	66,3	70,3	63,4	55,7	67,4	85,2	60,9	64,8
77,9	78,2	55,4	59,2	68,3	75	74,7	81,5	82,9

Realiza una tabla de frecuencias tomando intervalos de amplitud de 5 kg empezando en 53 kg y representa los datos mediante un histograma y su correspondiente polígono de frecuencias.

Estadística

4. Medidas de centralización

Las medidas de centralización indican alrededor de qué valor tienden a situarse la mayor parte de los datos.

Las calificaciones de Mario en la asignatura de Matemáticas vienen dadas por la tabla situada al margen.

Para calcular la nota media de la asignatura, necesitamos calcular la media aritmética de las notas dadas. En este caso:

$$\bar{x} = \frac{5 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 6 \cdot 1 + 7 \cdot 2 + 3,2 \cdot 2 + 8,4 \cdot 1 + 9 \cdot 3}{12} = \frac{73,8}{12} = 6,15$$

La media aritmética (\bar{x}) es la suma de todos los productos de cada dato multiplicada por su frecuencia absoluta, dividida todo ello entre el número total de datos.

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + \dots + x_n \cdot f_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot f_i}{N}$$

La nota que más se repite es la moda. En nuestro ejemplo la moda es 9.

La moda (Mo) es el valor de mayor frecuencia absoluta.

Si los datos están agrupados, tomaremos como moda la marca de clase de mayor frecuencia absoluta y la llamaremos clase modal.

Al ordenar los valores de la variable de menor a mayor, el valor central se llama mediana.

2	3,2	3,2	5	5	6	7	7	8,5	9	9	9
---	-----	-----	---	---	---	---	---	-----	---	---	---

Si el número de datos es par, la mediana es la media del valor central.

$$Me = \frac{6 + 7}{2} = 6,5$$

La mediana (Me) es el valor de la variable tal que la mitad de los valores son menores que él y la otra mitad son mayores que él.

- Si el número de datos es impar, se elige el valor central.
- Si el número de datos es par, se calcula la media de los valores centrales.

Los cuartiles son los valores que dividen los datos en cuatro partes iguales.

a Ejercicios y actividades

8. Calcula la media aritmética, la moda, la mediana y los cuartiles de los siguientes datos:

2 4 4 8 2 7 8 9 3 1 5

4 4 9 0 2 4 9 4 1 2 4

CALIFICACIONES	FRECUENCIA	
x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$
5	2	10
2	1	2
6	1	6
7	2	14
3,2	2	6,4
8,4	1	8,4
9	3	27
	12	73,8

! Datos agrupados

Si los datos están agrupados en intervalos, tomaremos para x_i las marcas de clase.

! Observación

Puede darse el caso de una distribución con varias modas o incluso que no tenga moda.

En cursos superiores descubrirás que para variables continuas existe una fórmula que proporciona el valor exacto de la moda y de la mediana.

! Cuartiles

Hay tres cuartiles:

- **Primer cuartil (Q_1)**: el primer valor en el que la cuarta parte de los datos son menores o iguales que él.
- **Segundo cuartil (Q_2)**: el primer valor en el que la mitad de los datos son iguales o menores que él; coincide con la mediana.
- **Tercer cuartil (Q_3)**: el primer valor en el que las tres cuartas partes de los datos son iguales o menores que él.

241

5. Medidas de dispersión

Las notas de un alumno son las siguientes:

1, 3, 5, 3, 7, 3, 4, 5, 5, 3, 7, 1, 1, 8

El rango de este conjunto de datos es $8 - 1 = 7$.

Llamaremos rango o recorrido de una variable estadística a la diferencia entre su valor mayor y el menor.

La media aritmética de los datos anteriores es $\bar{x} = 4$.

La desviación media (DM) de un conjunto de n datos es la media aritmética de los valores absolutos de las distancias de los datos a la media de dichos datos (desviaciones).

$$DM = \frac{|x_1 - \bar{x}| \cdot f_1 + \dots + |x_n - \bar{x}| \cdot f_n}{f_1 + \dots + f_n}$$

La desviación media de los datos del ejemplo es: $DM = 1,857$

La varianza (σ^2) es la media aritmética de los cuadrados de las desviaciones respecto de la media.

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 \cdot f_1 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \cdot f_n}{f_1 + \dots + f_n} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{N}$$

La desviación típica (σ) es la raíz cuadrada positiva de la varianza.

La varianza de los datos del ejemplo sería:

$$\sigma^2 = \frac{(1-4)^2 \cdot 3 + (3-4)^2 \cdot 4 + (4-4)^2 \cdot 1 + (5-4)^2 \cdot 3 + (7-4)^2 \cdot 2 + (8-4)^2 \cdot 1}{3+4+1+3+2+1} = 4,857$$

Y la desviación típica: $\sigma = \sqrt{4,857} = 2,2$

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$$

Versión simplificada de la varianza.
Muy útil en las tablas de frecuencias.

a Ejercicios y actividades

- El número de rotuladores que los alumnos llevan a clase es:
2, 4, 3, 5, 1, 3, 6, 4, 5, 3, 2, 4, 2, 3, 5, 4, 1, 5, 7, 4, 2, 1, 3, 5, 2.
Realiza una tabla de frecuencias como la del ejemplo y calcula la media de rotuladores que llevan los alumnos a clase, su desviación media, la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación.

x_i	f_i	$ x_i - \bar{x} $
1	3	3
3	4	1
4	1	0
5	3	1
7	2	3
8	1	4

Recorrido intercuartílico

Es la diferencia entre los cuartiles tercero y primero. Se representa por $R_i(Q_3 - Q_1)$. Representa la amplitud del intervalo en que se encuentra el 50% de los datos centrales.

Recuerda

- Si los datos aparecen agrupados en intervalos, la variable x_i será la marca de clase.

Coficiente de variación

En ocasiones la media no es suficientemente representativa de los datos que tratamos. Puede ocurrir que dos distribuciones tengan la misma media y, sin embargo, la dispersión de los datos sea completamente distinta. Para poder comparar ambas distribuciones, está el coeficiente de variación (CV).

El coeficiente de variación es el cociente entre la desviación típica y el valor absoluto de la media. Lo representamos por las siglas CV.

$$CV = \frac{\sigma}{|\bar{x}|}$$

Cuanto mayor es el coeficiente de variación, más dispersos se encuentran los datos.

Estadística

6. Estadística con la calculadora

Las calculadoras científicas son capaces de realizar algunos cálculos estadísticos, como el cálculo de la media aritmética y la desviación típica. Vamos a calcular la media y la desviación típica de los datos que aparecen a continuación haciendo uso de la calculadora:

x	3	4	5	6	7	8	9
f	4	5	7	4	5	3	2

Para ello, procedemos del siguiente modo:

1. Ponemos la calculadora en modo estadístico mediante las teclas **MODE** **SD** (Statística Descriptiva).
2. Borrarnos la memoria, para evitar que haya datos anteriores, pulsando **0** **Min**.
3. Introducimos los datos de la siguiente manera:

3	X	4	M+	4	X	5	M+	5	X	7	M+	6	X	4	M+
7	X	5	M+	8	X	3	M+	9	X	2	M+				
4. Para calcular la media, pulsamos la tecla \bar{x} y obtenemos $\bar{x} = 5,6$.
5. Para calcular la desviación típica, pulsamos la tecla σ_x y obtenemos $\sigma_x = 1,76$.

a Ejercicios y actividades

10. La siguiente lista indica los triples que ha enceestado un jugador de baloncesto en los 10 partidos del campeonato.
 1 0 3 2 1 4 0 1 1 5
 Calcula la media, la moda, la mediana, la desviación media y la desviación típica. Con los datos obtenidos, estudia si es un jugador regular. Comprueba con la calculadora los resultados que te han salido de la media y la desviación típica.

11. El señor Gómez se ha gastado en ropa, en las últimas 10 semanas, los euros que vienen en la lista dada:
 30 20 40 120 200 50 68 24 50 30
 Calcula la media, la moda, la mediana, la desviación media y la desviación típica. Comprueba con la calculadora los resultados que te han salido de la media y la desviación típica.

12. En la siguiente lista aparece el número de primos hermanos que tienen los alumnos de una clase de 3.º de ESO.
 1 3 0 5 0 1 1 2 0 3
 0 1 2 2 0 1 9 0 3 1
 0 0 1 0 2 1 3 2 0 1
 Construye una tabla de frecuencias con los datos dados. Calcula la media, la moda, la mediana, la desviación media y la desviación típica. Comprueba con la calculadora la desviación típica obtenida.

Matemáticas en el tiempo
La escuela rusa

Triángulo de Sierpiński.

La escuela rusa empieza a destacar con Nikolái Lobachevski (1793-1856) en el siglo XIX, quien creó la geometría no euclídea. Chebyshev (1821-1894) trabajó en la teoría de los números, el cálculo integral y la teoría de probabilidades. Fue el que introdujo las nociones de variable estadística y esperanza matemática.

Andréi Kolmogórov (1903-1987) investigó las series trigonométricas y el cálculo integral. Pero, sobre todo, destacó en la teoría de la probabilidad.

El polaco Waclaw Sierpiński (1882-1962) creó uno de los primeros ejemplos de geometría fractal: el triángulo de Sierpiński. Esta geometría está en auge actualmente por su capacidad para explicar numerosos fenómenos de la naturaleza.

343

7. Diagrama de tallo y hojas

Una forma de representar datos es el diagrama de tallo y hojas. El nombre de este diagrama fue desarrollado por el matemático John Wilder Tukey y fue descrito por primera vez en el libro *Exploratory Data Analysis* (1937).

El diagrama de tallo y hojas es una representación de datos cuantitativos en un formato gráfico que mejora la información aportada por los histogramas porque refleja la totalidad de datos de la muestra y es muy útil para conjuntos de datos de tamaño medio.

El último dígito de un dato cuantitativo se denomina hoja y las cifras delanteras restantes se denominan tallo.

Para construir el diagrama de tallo y hojas, debemos seguir los siguientes pasos:

1. Ordenar los datos de manera ascendente (o descendente).
2. Separar el tallo de las hojas.
3. Colocar en vertical, de menor a mayor, los dígitos correspondientes al tallo.
4. A la derecha de cada dígito del tallo colocamos los dígitos correspondientes a las hojas.
5. Delante de la columna de los tallos, podríamos hacer una columna correspondiente a las frecuencias de cada tallo, lo cual facilita la lectura del diagrama y nos permite corregir en el número de hojas de cada tallo.

EJEMPLO

- Construye el diagrama de tallo y hojas de la siguiente serie estadística: 25, 32, 33, 33, 36, 37, 37, 37, 37, 38, 39, 40, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 45, 45, 60, 60, 61, 62, 63, 121

Frecuencias	Tallo	Hojas
1	2	5
10	3	2 3 3 6 7 7 7 8 9
9	4	0 0 1 2 3 4 5 5
5	6	0 0 1 2 3
1	12	1



John Wilder Tukey fue un matemático estadounidense (16 de junio de 1915-26 de julio de 2000). Obtuvo un bachiller por la especialidad de artes y después dirigió su atención a la investigación estadística para convertirse en uno de los mejores matemáticos del siglo XX.

a Ejercicios y actividades

13. Construye el diagrama de tallo y hojas de la siguiente serie estadística:

47	62	36	32	31	47	45	49	115
75	105	58	48	49	30	59	56	49

14. Construye el diagrama de tallo y hojas de la siguiente serie estadística, referida a la puntuación de un test de inteligencia realizado por 16 estudiantes de una clase:

101	120	115	105	110	98	101	105
100	95	106	110	102	99	102	105

8. Diagrama de cajas y bigotes

El diagrama de caja y bigotes es un resumen gráfico, conocido también con el nombre anglosajón de *boxplots* o *box and whiskers*, y fue inventado por John W. Tukey. Describe varias características importantes, como la dispersión, la tendencia central, la presencia de posibles datos atípicos y la simetría. Es muy útil para comparar dos o más muestras.

Un diagrama de caja y bigotes es un gráfico basado en tres indicadores de posición llamados cuartiles, que localizan o separan el 25% (cuartil primero), 50% (cuartil segundo) y 75% (cuartil tercero) de los datos.

La obtención de estos indicadores se puede hacer de muchas maneras. El segundo cuartil coincide con la mediana, luego el primer cuartil se encuentra entre el primer dato y la mediana, y el tercer cuartil se encuentra entre la mediana y el último dato. Se obtienen de la misma manera que la mediana, pero en dichos intervalos.

Un diagrama de caja y bigotes es un gráfico basado en cuartiles, que son los tres valores que dividen al conjunto de datos ordenados en cuatro partes porcentualmente iguales.

Para construir el diagrama de caja y bigotes, debemos seguir los siguientes pasos:

1. Ordenar los datos de manera ascendente.
2. Obtención de los tres cuartiles.
3. Se construye un rectángulo horizontal (o vertical), donde se colocan a escala los tres cuartiles.
4. De la caja sobresalen dos líneas llamadas bigotes, que se prolongarán hasta el valor mínimo y el valor máximo.

EJEMPLO

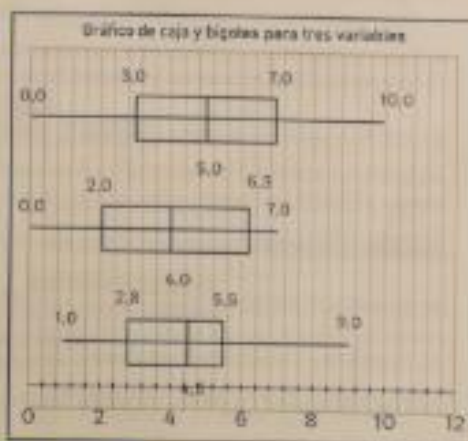
- Construye el diagrama de caja y bigotes de las tres siguientes series estadísticas referidas a las notas obtenidas en inglés por tres clases diferentes de 12 alumnos cada una.

	Datos de la variable 1	Datos de la variable 2	Datos de la variable 3
1	1	0	0
2	2	1	3
3	2	2	3
4	3	2	3
5	3	4	3
6	4	4	5
7	5	4	5
8	5	6	7
9	5	6	7
10	7	7	7
11	8	7	7
12	8	7	10

Mínimo	Q1	Mediana	Q3	Máximo
1,00	2,75	4,50	8,50	10,00
0,00	2,00	4,00	6,25	7,00
0,00	3,00	5,00	7,00	10,00



Sir Donald MacAlister (17 de mayo de 1854-15 de enero de 1934). Médico y matemático escocés, inventor de los cuartiles.



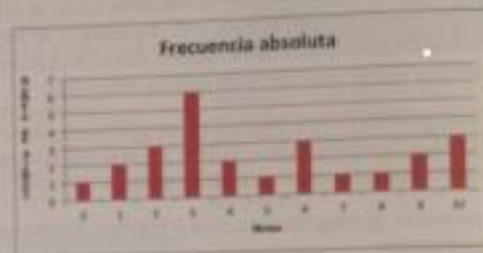
Cálculo de las medidas de centralización y dispersión



Las notas de Matemáticas de una clase de 25 alumnos son las siguientes: 3, 5, 4, 3, 8, 3, 3, 9, 1, 10, 2, 2, 3, 10, 6, 3, 0, 10, 7, 2, 6, 9, 1, 4, 6. Pretendemos obtener las medidas de centralización y dispersión. Comenzamos escribiendo los datos en forma de tabla en la hoja de cálculo. Hacemos uso de la herramienta para realizar el cuadro correspondiente. Con damos el color de fondo de las celdas seleccionadas. Para contar el número de datos, escribimos en la celda C7 la fórmula «= CONTAR(A2:E6)».

Nota	Frecuencia absoluta
0	1
1	1
2	2
3	5
4	1
5	1
6	1
7	1
8	1
9	1
10	3

Nota	Frecuencia absoluta
0	1
1	1
2	2
3	5
4	1
5	1
6	1
7	1
8	1
9	1
10	3



- **Media:** escribimos en la celda C8 la fórmula «= PROMEDIO (A2:E6)». De esta manera Excel realiza los cálculos con todos los datos comprendidos en la tabla formada por las celdas comprendidas entre A2 y E6. Al pulsar **ENTER** nos aparecerá inmediatamente el resultado de las operaciones necesarias para realizar la media. Para que esto ocurra, es necesario escribir el signo = antes de la fórmula.
- **Moda:** escribimos en la celda C9 la fórmula «= MODA (A2:E6)».
- **Mediana:** escribimos en la celda C10 la fórmula «= MEDIANA (A2:E6)».
- **Rango:** escribimos en la celda C12 la fórmula «= MAX(A2:E6) - MIN(A2:E6)».
- **Desviación media:** escribimos en la celda C13 la fórmula «= DESVPROM(A2:E6)».
- **Varianza:** escribimos en la celda C14 la fórmula «= VARP(A2:E6)».
- **Desviación típica:** escribimos en la celda C15 la fórmula «= DESVESTP(A2:E6)».
- Para representar un gráfico con las frecuencias de las notas, realizamos una tabla con los datos (las notas) y las frecuencias absolutas de cada una de ellas. Arrastramos el cursor sobre las celdas B1:B13. Pulsamos las pestañas y obtenemos el gráfico. En el eje horizontal no aparecen los datos de las notas que se encuentran en la columna A3:A13. Para corregirlo, activamos el gráfico pulsando sobre él, con lo que en la parte superior de la hoja aparece la pestaña **Formato de gráfico**. Tras pulsar sobre ella, hacemos clic en el icono y pulsamos en **Editar** en el cuadro de diálogo:

En el cuadro de diálogo: En **Formato de ejes del eje** arrastramos el ratón desde A3 hasta A13 y aparecen los caracteres «=A3:A13». Pulsamos **Aceptar** dos veces consecutivas y obtenemos la gráfica corregida. Tras hacer clic en la etiqueta **Presentación** en elegimos **Título de eje horizontal**. Pulsando dentro del rectángulo, escribimos «Notas». Repetimos la misma operación en **Título de eje vertical** escribiendo «Alumnos». Finalmente, pulsamos sobre la etiqueta **Frecuencia Absoluta** y hacemos clic en **ELIMINAR** para obtener el gráfico.

EJERCICIOS Y ACTIVIDADES RESUELTOS

1. En la clase de una guardería se han medido los pasos seguidos que dan los niños y se han obtenido los siguientes resultados:

3 4 5 4 5 6 6 2 3 4 5 6 7 8 4 5 6 3
2 4 5 6 7 3 2 3 5 6 6

Recoge los datos en una tabla de frecuencias y calcula los parámetros de centralización.

Solución

x_i = número de pasos, variable discreta.

Primero contamos el número de datos: $N = 29$.

Después completamos la tabla de frecuencias.

x_i	f_i	F_i	$x_i \cdot f_i$
2	3	3	6
3	5	8	15
4	5	13	20
5	6	19	30
6	7	26	42
7	2	28	14
8	1	29	8
Total	29		135

Media: $\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{N} = \frac{135}{29} = 4,66$

Moda: $m_0 = 5$, valor de la variable con mayor frecuencia.

Mediana: $M_0 = 5$

$\frac{N}{2} = \frac{29}{2} = 14,5 \Rightarrow$ la mediana es el dato situado en

la posición 15. Lo buscamos en la frecuencia acumulada: es el 5.

2. Realiza el diagrama de barras y el diagrama de sectores del ejercicio anterior.

Solución



$\#2 \#3 \#4 \#5 \#6 \#7 \#8$



3. Calcula los parámetros de dispersión del ejercicio 1.

Solución

Completamos la tabla de frecuencias:

x_i	f_i	$x_i^2 \cdot f_i$
2	3	12
3	5	45
4	5	80
5	6	150
6	7	252
7	2	98
8	1	64
Total	29	701

Rango: $R = x_{\max} - x_{\min} = 8 - 2 = 6$

Varianza: $\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{N} - (\bar{x})^2 = \frac{701}{29} - (4,66)^2 = 2,50$

Desviación típica: $\sigma = \sqrt{2,50} = 1,58$

Coefficiente de variación: $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1,58}{4,66} = 0,34$

Los datos están poco dispersos.

4. En otra clase se han obtenido los siguientes datos a la hora de contar los pasos:

x_i	f_i
[2, 4)	5
[4, 6)	12
[6, 8)	9
[8, 10]	4

¿En cuál de las dos clases la media es más fiable?

Solución

Calculamos la media y la desviación típica de la segunda clase para calcular el coeficiente de variación:

$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = 5,8$
 $\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 = 3,36 \Rightarrow \sigma = \sqrt{3,36} = 1,83$

Coefficiente de variación: $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1,83}{5,8} = 0,32$

Los datos están menos dispersos en la segunda clase porque el CV es menor.

5. Gema ha sacado en todos los exámenes realizados hasta ahora durante el curso las siguientes notas: 5 6 5 7 8.

¿Qué nota tendría que sacar en el último examen para mantener la media en un 6?

Solución

$\bar{x} = \frac{5+6+5+7+8+x}{6} = 6$

$32 + x = 36 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow$ Tendría que sacar un 4.

EJERCICIOS Y ACTIVIDADES DE RECAPITULACIÓN

Unidad 12

Problemas

- P. 1.** De las siguientes variables estadísticas, consideradas en una guardería en un día concreto, indica cuáles son discretas y cuáles son continuas.
- a) Peso de los niños.
 - b) Número de pasos seguidos que son capaces de dar.
 - c) Talla de los niños.
 - d) Número de padres que van a recogerlos.

- P. 2.** Queremos saber el número de piezas de fruta que se come por hogar entre los alumnos del instituto. Para ello, se encuesta a los 5 primeros alumnos de cada una de las 15 clases que hay en el centro. ¿Cuál es la población objeto de estudio? ¿Quiénes constituyen la muestra? ¿Cuál es el tamaño de la muestra? ¿Cuáles la variable estadística? ¿De qué tipo es esa variable?

- P. 3.** Un empresario quiere abrir una heladería en un barrio de la ciudad. Para ello, realiza una encuesta entre 500 personas de la zona, con edades comprendidas entre 5 y 30 años, acerca del tipo de helado que prefieren. Se obtienen los siguientes resultados:

Yogur natural: 120; artesanos: 230; de fábrica: 150

- a) Indica la población y el tamaño de la muestra.
- b) Realiza una tabla de distribución de frecuencias y representala gráficamente.



- P. 4.** En una comunidad de vecinos la compañía de la luz realiza una encuesta para averiguar cuántos vecinos quieren contratar sus servicios con la nueva tarificación. Observa que 75 vecinos sí quieren contratar los servicios de la compañía, 10 no quieren y 15 son indiferentes.

- a) ¿Qué tipo de variable estadística estamos tratando?
- b) Haz una tabla de distribución de frecuencias.

- P. 5.** En la siguiente tabla queda recogido el número de retrasos a la clase de Matemáticas de alumnos de 3.º de ESO durante el primer trimestre.

Retraso	0	1	2	3	4	5	6
Frecuencia	7	4	5	5	3	1	2

Calcula la media, la moda, la mediana, la desviación típica y el primer cuartil.

- P. 6.** El gasto en fotocopias que hacen 30 alumnos de una clase de tercero, en euros, ha sido:

3,30	2,10	1,34	3,25	2,25	4,15
0,50	2,75	3,27	4,23	5,32	2,48
3,45	6,90	5,76	3,98	6,70	1,23
0,78	6,20	3,34	4	2,10	3,30
1,20	4,80	4,50	6,70	3,20	1,90

Construye una tabla de frecuencias absolutas y relativas e indica la marca de clase en cada intervalo. Considera intervalos de amplitud 1,5.

- P. 7.** Elige el tipo de gráfico que pueda representar mejor los datos del ejercicio 6 y dibújalos.

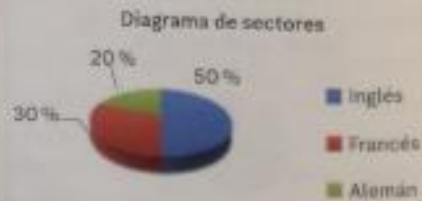
- P. 8.** En el mes de julio se han registrado en la ciudad de Toledo las siguientes temperaturas máximas:

		26	27	30	29	28
27	25	26	25	32	30	32
28	33	34	31	29	27	28
33	35	34	33	34	31	29
29	27	28	29	27		

- a) ¿De qué tipo es la variable de estudio?
- b) Construye la correspondiente tabla de frecuencias.
- c) Representa gráficamente los datos.



- P. 9.** En una clase de 30 alumnos, los que estudian inglés, francés o alemán vienen dados por el siguiente diagrama de sectores. Transforma este diagrama en un diagrama de barras.



Problemas (continuación)

10. En un edificio el número de horas que está encendida la televisión por hogar es:

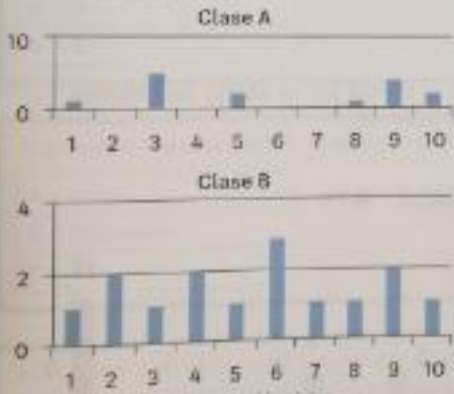
2	1	3	4	6	4	5	2
6	3	1	2	3	4	1	6
5	3	3	4	5	2	6	3
7	10	12	8	9	6	3	1

- a) Realiza la tabla de frecuencias y representa gráficamente los datos dados.
- b) Calcula la media, la mediana y la moda.
- c) Calcula la desviación típica.



11. Hemos anotado el tipo de merienda que toman los alumnos de una clase de 30 alumnos. Un 40% come bollería industrial, un 25% se trae un bocadillo de casa, otro 15% come chucherías y el resto no toma nada. Representa mediante un diagrama de sectores los datos dados.

12. El siguiente gráfico indica las notas obtenidas por los alumnos de 3.º de ESO:



Calcula la media y la desviación típica.

13. Se realiza una encuesta en clase sobre el número de litros de refresco con gas que se consumen semanalmente en las casas de 27 alumnos de clase. Los datos vienen dados por la siguiente tabla:

Litros de refresco	1	2	3	4	5	6	7
f_i	1	3	2	5	7	5	4

Calcula todos los parámetros de centralización y de dispersión. Representa los datos mediante un diagrama de sectores, un diagrama de barras y un polígono de frecuencias.

14. Las notas de Elena en Lengua son las siguientes:
A: 6, 5, 7, 2, 9, 3, 8

Calcula el rango, la moda, la media, la mediana, la desviación media, la varianza y la desviación típica de los datos dados.

15. Completa la siguiente tabla de distribución sabiendo que su media es 2,8.

x_i	1	2	3	4
f_i	4	5	x	2

16. Unos alumnos han sacado 4,5 de nota media en cuatro controles. Si queda un quinto control y la nota de la evaluación es la media aritmética de los cinco controles. ¿Qué nota tiene que sacar el alumno en ese control para aprobar la asignatura?

17. En un hospital trabajan en la planta 7.ª un total de 15 enfermeras, un médico y un director de planta. El sueldo medio de los trabajadores es de 2 000 €/mes. Si los mecánicos cobran un sueldo de 1 800 €/mes. ¿Cuál será el sueldo medio de los otros dos trabajadores? Si el director cobra 600 € más que el médico, ¿cuánto cobra el director? ¿Y el médico?

18. En la siguiente tabla quedan reflejados los triples anotados por dos jugadores en los últimos 10 partidos.

Jug. A	1	0	5	0	2	0	0	1	4	2
Jug. B	1	2	1	2	1	3	1	1	2	1

Si el equipo de baloncesto local pretende fichar al jugador más regular en triples, ¿a cuál de los dos contratará?

Representa mediante un gráfico los datos de los dos jugadores. Calcula su moda, mediana, media, rango, desviación media, varianza y desviación típica.



Las pantallas y el aprendizaje

En el siglo XV Johannes Gutenberg comenzó una revolución con el desarrollo de la imprenta. Pero en el siglo XXI estamos asistiendo a otra gran revolución por la aparición de las pantallas móviles conectadas a Internet: televisión, ordenadores, móviles, tabletas, etc.

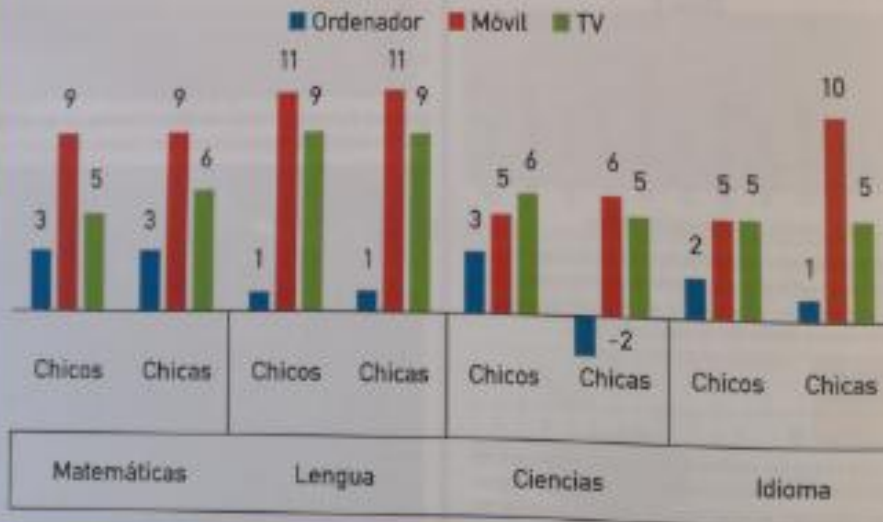
Toda esta tecnología ha hecho que nuestra sociedad esté más interconectada que nunca y que dispongamos instantáneamente de grandísimas cantidades de información con la que nuestro conocimiento y productividad ante cualquier proyecto puede ser multiplicado exponencialmente.

A veces la tecnología avanza más rápido que nuestra capacidad de asimilación y esa inmadurez hace que muchas veces más que una ayuda sea un estorbo. Su cara amable nos absorbe y nos hace adictos a unas acciones que nos separan del mundo real y nos llevan a un mundo virtual.

Pocos son los jóvenes que no tienen un teléfono móvil conectado a Internet 24 horas y con múltiples aplicaciones de mensajería instantánea. Pero las estadísticas están mostrando un peligroso factor negativo en todo esto. Aparece una relación directa entre el uso de estas tecnologías y el descenso del rendimiento escolar y afectivo.

Un estudio sobre el uso de Internet ofrece el siguiente gráfico, donde podemos apreciar la influencia de las tres variables estudiadas en el rendimiento académico: presencia de ordenadores, teléfonos móviles y TV en la habitación de estudio. La altura representa el porcentaje que suspende por encima de la media. En la base aparecen separadas las asignaturas y los sexos estudiados.

Porcentaje que suspende por encima de la media por el abuso de móviles, ordenadores e Internet



Actividades

Tras la lectura del texto anterior, realiza las siguientes actividades:

Actividad 1: ¿Cuál es el factor que más negativamente afecta en el rendimiento académico?

A	TV
B	Ordenador
C	Móvil



Actividad 2: ¿En dónde a las chicas les afecta más negativamente que a los chicos el mal uso del móvil?

A	Matemáticas
B	Ciencias
C	Idioma
D	Lengua

Actividad 3: ¿Cuál es el porcentaje que suspende por encima de la media en Lengua tanto en chicos como en chicas?

A	11
B	9
C	5

Actividad 4: Según la gráfica, ¿qué factor no afecta negativamente en una asignatura a las chicas?

A	Móvil
B	Ordenador
C	TV

Actividad 5: Entre ordenador, móvil y TV, ¿cuál es el porcentaje conjunto que suspende por encima de la media, tanto en chicos como en chicas en Lengua?

A	20
B	21
C	30



Actividad 6: ¿Hay algún factor que afecte positivamente a algún grupo?

A	No
B	Sí

MI PROYECTO Unidad 12

Ley de Benford en el censo de población y aplicación del análisis de frecuencias en el descifrado de códigos

Paso 1. Estudio estadístico de la ley de Benford en el censo de población de tu comunidad autónoma

Elegida la comunidad autónoma, busca los datos oficiales del censo de cada uno de los pueblos que componen dicha comunidad en www.ine.es. Con los datos en la mano, realiza un recuento de la cifra inicial de los habitantes de cada uno de los pueblos. Posteriormente, transcribe los datos a una hoja de Excel para realizar los cálculos. Observa si los resultados obtenidos se ajustan a la ley Benford.

Para conseguir este reto, es muy importante una buena organización dentro del grupo. Vamos a buscar la información y a hacer la recogida de datos en esta unidad:

1. Elige la comunidad autónoma.
2. Entra en www.ine.es y descarga los datos actuales del censo de la comunidad elegida.
3. Realiza el recuento de la cifra del dígito inicial de cada uno de los pueblos. Puedes trabajar en grupo.
4. Con la tabla de frecuencias absolutas, calcula las frecuencias relativas y los tantos por ciento de cada una de las cifras.
5. Realiza un diagrama de sectores con los datos obtenidos.
6. Representa un diagrama de barras con los datos obtenidos.
7. Calcula los parámetros de centralización y dispersión.
8. Pasa los datos obtenidos a una hoja Excel.
9. Compara tus datos con los que proporciona la ley Benford y saca conclusiones.

Porcentaje Ley Benford

Cifra	Porcentaje
1	30,10 %
2	17,60 %
3	12,50 %
4	9,70 %
5	7,90 %
6	6,70 %
7	5,80 %
8	5,10 %
9	4,60 %

252

EVALÚATE Estadística

Autoevaluación

Indica cuál de las siguientes es una variable estadística discreta.

a) Color de pelo. c) Número de dientes.
b) Altura en cm. d) Color de ojos.

Indica la nota media de los exámenes de María José si en todos sus exámenes ha obtenido las siguientes notas: 7, 8, 8, 7, 8, 6, 9, 10

a) 7,875 b) 8,785 c) 7,785 d) 8,577

Calcula la moda de los datos del ejercicio anterior.

a) 6 b) 9 c) 8 d) 7

Conociendo que la media de una muestra es 18 y que su varianza es 5, ¿cuál es su coeficiente de variación?

a) 0,124 b) 0,127 c) 0,132 d) 0,134

Calcula la mediana de los siguientes datos obtenidos en un campeonato de fútbol.

Goles	0	1	2	3	4	5	6
Frecuencia	4	4	5	5	6	3	2

a) 2 b) 3 c) 4 d) 5

Con los datos del ejercicio anterior calcula la varianza:

a) 4,1 b) 3,8 c) 3,6 d) 3,4

Completa la tabla sabiendo que la media es 3,5

x	2	3	4	5
f	5	7	n	4

a) 9 b) 8 c) 10 d) 12

Mis progresos

Unidad 12	Destrenskente (Soy muy competente)	Bien Soy competente, pero poco mejoré	Suficiente Soy competente, pero debo mejorar	Insuficiente No todos competentes, debo mejorar mucho más
¿Se aplicar lo aprendido?	Diferencia población de muestra. Conoce las diferentes variables estadísticas, la frecuencia absoluta y relativa, los diagramas de sectores y de barras, los polígonos de frecuencias, los histogramas, los programas, los temas metodológicos y técnicas de centralización y de dispersión. Realizo operaciones estadísticas con la calculadora.	Se diferencia población de muestra. Conoce las diferentes variables estadísticas, la frecuencia absoluta y relativa, los diagramas de sectores y de barras y las medidas de centralización y de dispersión. Realizo operaciones estadísticas con la calculadora.	Diferencia población de muestra. Conoce las diferentes variables estadísticas, frecuencia absoluta y relativa y las medidas de centralización y de dispersión.	Diferencia población de muestra. Conoce las diferentes variables estadísticas. Realizo tablas de frecuencias.
Se hacen...	Realizo tablas de frecuencias, diagramas de sectores y de barras, polígonos de frecuencias, histogramas, programas y series estadísticas. Calculo las medidas de centralización y de dispersión. Realizo operaciones estadísticas con la calculadora.	Realizo tablas de frecuencias, así como diagramas de sectores y de barras. Calculo las medidas de centralización y de dispersión. Realizo operaciones estadísticas con la calculadora.	Realizo tablas de frecuencias, así como diagramas de sectores y de barras. Calculo las medidas de centralización y de dispersión.	Realizo tablas de frecuencias, así como diagramas de sectores y de barras.
La tecnología y yo...	Calculo con Excel sobre las frecuencias, así como las medidas de centralización y de dispersión. Represento gráficamente los datos usando los decimales y modificando celdas.	Calculo con el programa Excel tablas de frecuencias, así como las medidas de centralización y de dispersión. Represento gráficamente los datos.	Calculo con el programa Excel tablas de frecuencias, así como las medidas de centralización y de dispersión.	Calculo con el programa Excel tablas de frecuencias.
¿Se trabajar en grupo?	Asumo mi rol de interfiere en el trabajo de los demás y apporto ideas al grupo.	Asumo mi rol, apporto ideas al grupo, pero también interfiere en el trabajo de los demás.	Asumo mi rol, no apporto ideas al grupo e interfiere en el trabajo de los demás.	No asumo mi rol e interfiere en el trabajo de los demás en absoluto al grupo.

22-09-2019-14:42:11

155

Anexo 8: Actividades adicionales planificadas

POBLACIÓN, MUESTRA, INDIVIDUO Y VARIABLES ESTADÍSTICAS

EJERCICIO 1.1

Indica la población, la muestra y los individuos en cada uno de los siguientes ejemplos:

- a) Se seleccionan 50 edificios de una ciudad que tiene 1000 edificios, para hacer un estudio sobre el número de plantas, la altura y la utilización de los locales bajos (viviendas, oficinas, tiendas, bares,...).
- b) Se analizan 100 libros de una biblioteca para hacer un estudio sobre el número de páginas y el tipo de contenido (novela, ensayo, manual,...).
- c) Se analiza el cine del barrio de una ciudad para hacer un estudio sobre el tipo de película que proyectan (comedia, acción,...) cuánto dura la película y el número de espectadores que acuden al día.

EJERCICIO 1.2:

Indica para los ejemplos del ejercicio anterior, si la variable estadística es cualitativa o cuantitativa (discreta o continua).

EJERCICIO 1.3:

Determina si las variables estadísticas son cualitativas o cuantitativas (discretas o continuas).

- a) Año de nacimiento
- b) Sexo
- c) Color del pelo
- d) Profesión de una persona
- e) Superficie de un campo de fútbol
- f) Número de veces que ha viajado en avión
- g) Consumo de gasolina por cada 100km

EJERCICIO 1.4

Se quieren realizar los siguientes estudios:

- a) **La longitud de los tornillos que ininterrumpidamente produce una máquina.**
- b) **El peso y la altura de todos los alumnos y alumnas de esta clase.**
- c) **Qué periódico leen los habitantes de una ciudad.**
- d) **Número de mascotas en los hogares de Pamplona.**

Di en cada uno de los casos:

- ¿Cuál es la población? ¿Cuáles los individuos?
- ¿Cuál es la variable estadística que se estudia? ¿De qué tipo es?
- ¿En cuáles de ellos hay que recurrir a una muestra? ¿Por qué?

TABLAS DE FRECUENCIAS

EJERCICIO 2.1

Se ha hecho un estudio estadístico sobre la duración de una marca de pilas. Los resultados, en horas, de una muestra de 15 pilas han sido:

20 22 25 21 22 20 23 21 24 21 23
22 21 24 22

- Construye una tabla de frecuencias que incluya: frecuencias absolutas, frecuencias relativas, porcentajes, frecuencias absolutas acumuladas y frecuencias relativas acumuladas.
- ¿Cuál es el porcentaje de que las pilas que duran 22 horas?
- ¿Qué porcentaje de pilas dura más de 22 horas?

EJERCICIO 2.2

El número de hermanos de los alumnos de una clase es el siguiente:

2 1 0 1 3 2 1 1 0 0 0
2 1 1 2 2 1 3 1 0 1 1
2 3 1 2 1 2 1 5

- Haz el recuento de los datos y elabora una tabla de frecuencias que incluya: frecuencia absoluta, frecuencia relativa, frecuencia absoluta acumulada y frecuencia relativa acumulada.
- ¿Cuál es número más frecuente de hermanos? ¿Y el menos frecuente?
- ¿Qué porcentaje de alumnos son hijos únicos?
- ¿Qué porcentaje tiene más de dos hermanos?

EJERCICIO 2.3

Esta tabla recoge los meses que cumplen años los 100 componentes de un grupo de montaña,

Mes	E	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
Frecuencia	7	9	10	6	8	8	7	9	8	9	9	10

- Construye la tabla de frecuencias.
- ¿Cuántas personas nacieron antes de junio? ¿Y después de agosto?

EJERCICIO 2.4

En un control de velocidad en una autovía, un radar de tráfico ha detectado las siguientes velocidades en km/h en un total de 48 coches:

132 128 115 110 125 142 132 127 109 145 121 130
 129 124 136 116 121 120 135 131 127 140 118 112
 108 102 112 133 115 123 133 142 147 136 116 142
 111 102 101 106 124 136 135 124 144 148 124 131

- a) Construye la tabla de frecuencias completa agrupando las velocidades en intervalos o clases de 10km/h.
- b) ¿Qué porcentaje cumple el límite de velocidad de 120km/h?
- c) ¿Qué porcentaje supera los 130km/h?

EJERCICIO 2.5

El gasto en fotocopias que hacen 30 alumnos de una clase de tercero, en euros, ha sido:

3,30 2,10 1,34 3,25 2,25 4,15 0,50 2,75 3,27 4,23 5,32
 2,48 3,45 6,90 5,76 3,98 6,70 1,23 0,78 6,20 2,34 4,00
 2,10 3,30 1,20 4,80 4,50 6,70 3,20 1,90

Construye una tabla de frecuencias completa como la que se muestra a continuación. Para ello, considera intervalos de amplitud 1,5.

Intervalos	Xi (Marca de clase)	fi (Frecuencia absoluta)	hi (Frecuencia relativa)	Porcentaje hi%	Fi (Frecuencia absoluta Acumulada)	Hi (Frecuencia relativa acumulada)	Porcentaje Hi %

EJERCICIO 2.6

Completa la siguiente tabla de frecuencias con la información que se te proporciona.

Xi (Valor de la variable)	fi (Frecuencia absoluta)	hi (Frecuencia relativa)	Porcentaje hi (%)	Fi (Frecuencia absoluta Acumulada)	Hi (Frecuencia relativa acumulada)
1	9				
2			16%		
3					
4		0,13			
5	6			30	1

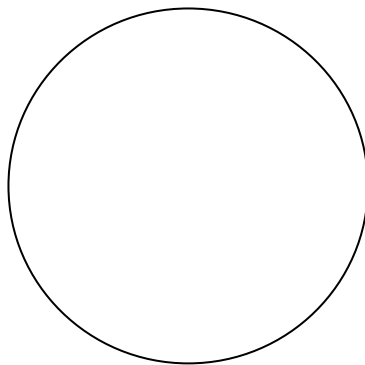
GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

EJERCICIO 3.1

Se ha realizado una encuesta a 120 personas que han comprado en un establecimiento sobre su nivel de satisfacción y se han obtenido los siguientes resultados:

Calidad de la experiencia	Frecuencia absoluta f_i	Frecuencia absoluta h_i	Amplitud del sector (°)
Muy buena	8		
Buena	28		
Normal	73		
Mala	4		
Muy mala	7		

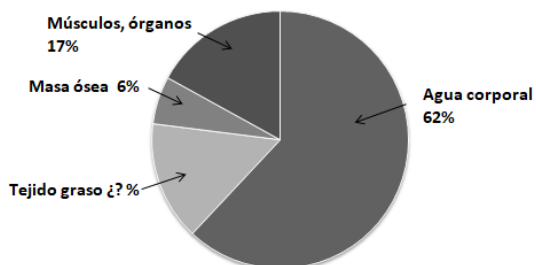
- Completa la tabla con las frecuencias absolutas y la amplitud del sector con la información que se te proporciona.
- Elabora el correspondiente diagrama de sectores.



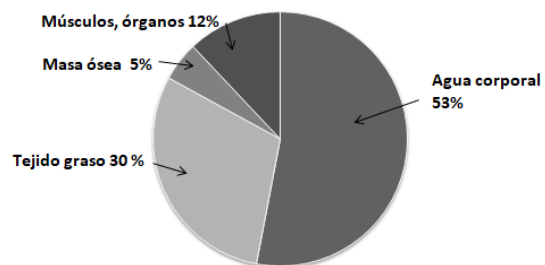
EJERCICIO 3.2

En estos dos diagramas de sectores se muestra la composición del cuerpo humano en dos edades distintas:

Composición del cuerpo – 25



Composición del cuerpo – 75



- ¿Cómo varía el porcentaje de agua corporal, de masa ósea, de tejido graso y de músculos y órganos en esos 50 años? Da el tanto por ciento de aumento o disminución.
- Una persona de 25 años que pesa 80kg, ¿qué cantidad de agua (en kg) tiene en su organismo? ¿Y de tejido graso?

EJERCICIO 3.3

En la siguiente tabla se muestra el número de hermanos de los alumnos de la clase de 3ºESO.

Número de hermanos	0	1	2	3	4	5
Frecuencia absoluta f_i	8	6	5	3	1	1

Construye el diagrama de barras y el polígono de frecuencias correspondiente.

EJERCICIO 3.4

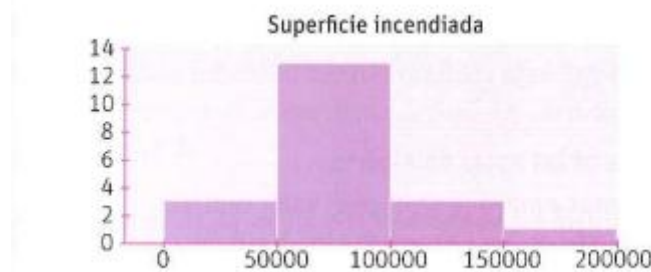
En un control de velocidad en una autovía, un radar de tráfico ha detectado las siguientes velocidades en km/h en un total de 48 coches. Los resultados obtenidos se muestran en la siguiente tabla:

Intervalos	X_i Marca de Clase	f_i
[100,110)	105	6
[110,120)	125	9
[120,130)	130	13
[130,140)	135	12
[140,150)	145	8

Representa el histograma y su polígono de frecuencias correspondiente.

EJERCICIO 3.5

En el siguiente histograma se representa la superficie de bosque quemada por incendios provocados en los últimos 20 años.



- a) Elabora la tabla de frecuencias absolutas y relativas
- b) ¿Qué porcentaje de años se ha incendiado una superficie inferior a 150.000 hectáreas?

EJERCICIO 3.6

El número de llamadas telefónicas recibidas en una centralita durante 40 días ha sido:

23	26	12	35	40	28	9	31	32	30	29
15	29	34	21	34	11	19	46	27	46	21
28	18	8	3	23	24	35	5	43	34	22
33	11	13	12	45	7	43				

- a) Agrupa los datos en 5 intervalos de amplitud 10.
- b) Elabora la tabla de frecuencias completa.
- c) Representa el histograma y su correspondiente polígono de frecuencias.

EJERCICIO 3.7

Representa los datos mediante el gráfico adecuado:

- a) Temperaturas máximas medidas cada 15 días a lo largo de un año en una localidad.

Temperatura (°C)	Nº de días
5-10	2
10-15	14
15-20	12
20-25	5
25-30	3

- b) Número de asignaturas suspensas que tienen los alumnos de una clase.

Nº de asignaturas	Nº de alumnos
0	12
1	9
2	3
3	2
4	1
5 o más	3

- c) Deporte favorito de 60 personas.

Deporte	Nº personas
Fútbol	30
Tenis	15
Natación	10
Balonmano	5

PARÁMETROS DE CENTRALIZACIÓN

EJERCICIO 4.1

Halla la moda, la media y la mediana de las siguientes distribuciones:

- 2,5,6,5,7,3,4,6,8,3
- 23,31,19,20,26,27,26,24,26,32,33

EJERCICIO 4.2

El número de libros leídos en el último mes viene dado por la siguiente tabla:

Libros	0	1	2	3	4	5
Frecuencia absoluta fi	14	22	18	10	6	2

Halla los parámetros de centralización (moda, media y mediana).

EJERCICIO 4.3

En una pequeña empresa de 6 trabajadores, los salarios son los siguientes:

- 750€ para el becario
 - 850€ para el ayudante
 - 1200€ para los 2 oficiales
 - 2100€ para el encargado
 - 5500€ para la jefa
- Calcula la moda, la media y la mediana.
 - ¿Cuál refleja mejor los salarios de la empresa?

EJERCICIO 4.4

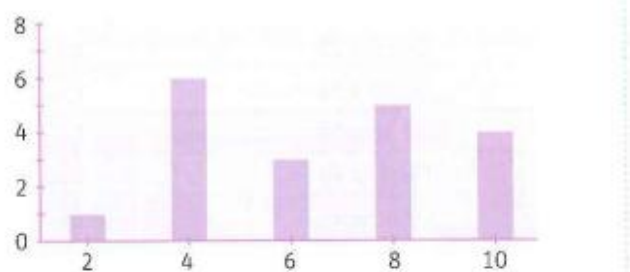
Se ha preguntado a un grupo de personas el número de mensajes instantáneos de móvil que mandan cada día, obteniendo los siguientes resultados:

Nº de mensajes	Nº de personas
[0,10)	15
[10,20)	11
[20,30)	10
[30,40)	8

- Calcula la media de mensajes enviados.
- ¿Cuál es el intervalo modal?
- ¿En qué intervalo se halla la mediana?

EJERCICIO 4.5

Determina la media, la mediana y la moda de la distribución representada en el siguiente diagrama de barras.



EJERCICIO 4.6

Los trabajadores de las empresas de un polígono industrial se distribuyen según la tabla siguiente:

Nº de trabajadores	Nº de empresas
[10,20)	4
[20,30)	7
[30,40)	12
[40,50)	7
[50,60)	2
[60,70)	3

- a) Calcula el intervalo modal.
- b) Calcula el intervalo en el que se encuentra la mediana.
- c) Calcula la media aritmética.

PARÁMETROS DE DISPERSIÓN

EJERCICIO 5.1

Se ha realizado una encuesta a 50 personas sobre el número de veces que han ido al teatro en el pasado año.

Nº de veces	0	1	2	3	4	5	6
Frecuencia absoluta f_i	1	1	8	12	6	18	4

- a) Calcula el recorrido, la varianza y la desviación típica.

EJERCICIO 5.2

Los pesos de los toros de lidia de una ganadería se distribuyen con una media de $\bar{X}=500\text{kg}$ y una desviación típica $\sigma =40\text{kg}$.

Los pesos de los perros de una exposición canina tienen una media de $\bar{X}=20\text{kg}$ y una desviación típica $\sigma =10\text{kg}$.

Compara la dispersión en ambos casos.

EJERCICIO 5.3

En el desempate para incorporarse a la selección de tiro con carabina, dos tiradores han obtenido los siguientes resultados en 20 tiradas.

Puntos	0	10	20	30	50
Tirador A	1	4	5	6	4
Tirador B	3	3	5	3	6

- a) Calcula la media de cada jugador.
 b) Halla la desviación típica de ambos.
 c) Se quiere seleccionar al más regular. ¿A quién elegirías?

EJERCICIO 5.4

En un vivero de plantas se han clasificado los árboles que tienen en venta según su altura.

Altura (cm)	Nº de árboles
[40,60)	34
[60,80)	90
[80,100)	110
[100,120)	84
[120,140)	32
[140,160)	22

- a) Calcula la media, el intervalo modal y el intervalo donde se encuentra la mediana.
 b) Calcula el rango, la varianza y la desviación típica.
 c) Calcula el coeficiente de variación.

EJERCICIO 5.5

Para valorar la eficacia de dos fertilizantes, Abono Jardín y Plantas Sanas, el primer fertilizante se ha aplicado a 10 plantas y el segundo a 12 plantas, y se ha medido la altura alcanzada. Se obtienen los siguientes resultados expresados en cm.

Abono Jardín: 12, 18, 17, 23, 21, 30, 26, 24, 15, 22

Plantas Sanas: 21, 23, 18, 17, 25, 16, 23, 26, 18, 21, 25, 23

- a) Calcula la media y la desviación típica de los datos de los dos fertilizantes.
- b) Halla sus coeficientes de variación.
- c) A la vista de los resultados anteriores, ¿Cuál de los dos fertilizantes te parece mejor?

EJERCICIO 5.6

En una oposición se han realizado dos pruebas de 200 preguntas tipo test.

- En la prueba A la media ha sido de 120 puntos y la desviación típica, de 32 puntos.
- En la prueba B la media ha sido de 90 puntos y la desviación típica, de 27 puntos.

¿En qué prueba ha habido mayor dispersión?

DIAGRAMAS DE CAJAS Y BIGOTES

EJERCICIO 6.1

Representa en un diagrama de cajas y bigotes cada una de las siguientes distribuciones:

- 2, 2, 3, 6, 7, 8, 8, 9, 10, 11
- 15, 17, 16, 16, 15, 17, 15, 18, 14, 16, 15

EJERCICIO 6.2

Esta tabla muestra la distribución del número de asignaturas suspendidas en una evaluación por los estudiantes de una clase:

Nº asignaturas suspendidas	0	1	2	3	4	5
Nº de estudiantes	10	4	5	2	4	3

Representa esta distribución mediante un diagrama de caja y bigotes. ¿Es simétrica la distribución?

EJERCICIO 6.3

En la siguiente tabla quedan reflejados los triples anotados por dos jugadores en los últimos 10 partidos.

Jugador A	1	0	5	0	2	0	0	1	4	2
Jugador B	1	2	1	2	1	3	1	1	2	1

- Calcula la moda, la mediana y la media.
- Calcula la desviación típica, el rango y el coeficiente de variación.
- Construye un diagrama de cajas y bigotes. ¿Es simétrica la distribución?
- A la vista de los resultados, si el equipo de baloncesto local pretende fichar al jugador más regular en triples, ¿a cuál de los dos crees que contratará?

EJERCICIO 6.4

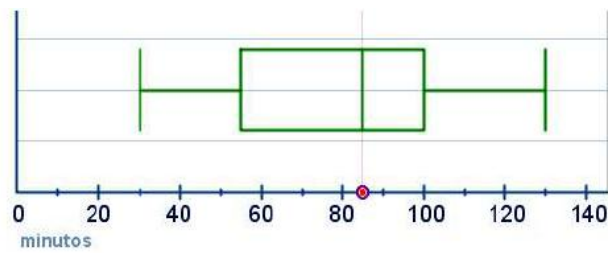
En una excursión de montaña participan 25 personas con las siguientes edades:

8 10 10 11 12 36 37 37 38 40 42
 43 43 44 44 45 47 48 50 52 53 55
 58 61 63 67

- Hallar la media, la desviación típica y el coeficiente de variación. Para ello, construid una tabla de frecuencias clasificando las edades en 6 intervalos que comience en 7'5 y termine en 67'5.
- Hallar los intervalos en los que se encuentran los cuartiles y la mediana.

EJERCICIO 6.5

Analiza el siguiente diagrama de cajas y bigotes que muestra los minutos que ha tardado en hacer efecto un medicamento en la población.



- Identifica los cuartiles y los valores máximos y mínimos de la variable estadística.
- ¿A qué porcentaje de la población había hecho efecto al cabo de 30 min?
- ¿Al cabo de cuántos minutos había hecho efecto al 50% de la población?
- ¿Cuántos minutos tardó en hacer efecto al 100% de la población?
- ¿A qué porcentaje había hecho efecto a los 55 minutos?
- ¿Cuánto tardó en hacer efecto a las tres cuartas partes de la población?

PRÁCTICA

EJERCICIO:

La siguiente serie de números representan el número de personas que viven en cada piso en un bloque de viviendas.

3	5	2	6	5	4	5	2	8	6	2	3
5	7	8	8	3	2	6	9	5	2	6	1
1	3	3	4	4	4	6	5	5	1	1	2

- Identifica la población, los individuos.
- Indica cual es la variable estadística y el tipo (cualitativa, cuantitativa – discreta/continua).
- Completa la siguiente tabla de frecuencias:

X_i	f_i	h_i	$\%h_i$	F_i	H_i
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					

- Responde a las siguientes preguntas:
 - ¿Qué porcentaje de personas viven más de 7 personas en cada piso?
 - ¿Qué porcentaje de personas viven menos de 4 personas en cada piso?
 - ¿Cuántas personas viven entre 3 y 7 en cada piso?
- Representa los datos en un diagrama de barras.
- Construye su correspondiente polígono de frecuencias.
- Calcula la moda, la media y la mediana.
- Calcula el rango, la desviación típica, la varianza y el coeficiente de correlación.
- Construye el diagrama de cajas y bigotes correspondiente.

EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA

Director:

José Antonio Moler Cuiral, Departamento de Matemáticas