

Asier IRIARTE GOIKOA

ALJEBRA

DBHKO 1. MAILAN ALJEBRAREN
IRAKASKUNTZAN *DRAGON BOX 12+*
ERABILTZeko PROPOSAMEN DIDAKTIKOA

MBL 2019

upna
Universidad
Pública de Navarra
Nafarroako
Unibertsitate Publikoa

Facultad de Ciencias Humanas y Sociales
Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea

MATEMATIKA Arloa

UNIBERTSITATE MASTERRA

BIGARREN HEZKUNTZAKO IRAKASLETZAN

Unibertsitate Masterra Bigarren Hezkuntzako Irakasletzan
Derrigorrezko Bigarren Hezkuntza, Batxilergoa, Lanbide Heziketa eta
Hizkuntzen Irakaskuntza

Master Bukaerako Lana

Matematika Arloa

**DBHko 1. mailan aljebraren
irakaskuntzan *Dragon Box 12+*
erabiltzeko proposamen didaktikoa**

Asier Iriarte Goikoa

AURKIBIDEA

Orrialdea

Sarrera orokorra	5
I Atala: Aljebra indarrean dagoen curriculumean eta testu-liburuetan	7
1. Aljebra indarrean dagoen curriculumean	11
1.1. Lehen Hezkuntzako edukiak	12
1.2. Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzako edukiak	14
1.3. Batxilergoko edukiak	20
2. Aljebraren ebaluazio irizpideak indarrean dagoen curriculumean	25
2.1. Ebaluazio irizpideak Lehen Hezkuntzan.....	25
2.2. Ebaluazio irizpideak DBHn	27
2.3. Ebaluazio irizpideak Batxilergoan	33
3. Ariketen, problemen eta galderen ereduak testu-liburuetan eta aljebrearekin duten lotura indarrean dagoen curriculumean	37
3.1. Ariketen, problemen eta galderen ereduak Lehen Hezkuntzako 3. zikloan.	38
3.2. Ariketen, problemen eta galderen ereduak DBHko 1. mailan	40
3.3. Ariketen, problemen eta galderen ereduak DBHko 2. mailan	43
3.4. Ariketen, problemen eta galderen ereduak DBHko 3. mailan	46
4. Emaidzak.....	51
4.1. Ausentziak eta presentziak curriculumean eta testu-liburuetan. Bi testuen arteko koherentzia.	51

II. Atala: Aljebra indarrean dagoen curriculumean eta testu-liburuetan	55
5. Aljebra erreferentziatzko testu-liburuan	59
5.1. Objektu matematikoak	59
5.2. Unitate Didaktikoaren analisi orokorra	60
6. Unitate Didaktikoa lantzerakoan agertu daitezkeen zailtasunak eta aurreikusi daitezkeen erroreak	65
6.1. Zailtasunak	65
6.2. Erroreak eta horien jatorri posiblea	66
6.3. <i>Gamifikazioa</i> aljibraren irakaskuntzan	66
7. Ikasketa prozesua	69
7.1. Klasean egin den denboraren banaketa	69
7.2. Planifikatu diren jarduera osagarriak	75
7.3. Zereginak: aurreikusitako ikaslearen jarduera autonomoa.....	75
8. Esperimentazioa	77
8.1. Lagina eta esperimentazioaren diseinua.....	77
8.2. Galdetegia.....	77
8.3. Hasierako galderak eta aurreikusitako portaerak	78
8.4. Emaitzak.....	78
8.5. Emaitzen eztabaida.....	84
Sintesia, ondorioak eta erantzun gabeko galderak	85
Erreferentziak.....	87
Eranskinak	89
A. Testu-liburuko Unitate Didaktikoa.....	91
B. <i>Dragon Box 12+</i> eta aljibraren arauen eta azalpen orriak	115
C. Galdetegiak	141

Master Bukaerako Lan honen helburu nagusia ondoko hau da: DBHko 1. mailan aljibraren irakaskuntzan *Dragon Box 12+* joko txertatzeko proposamen didaktikoa egitea.

Lana bi ataletan antolatu da. Lehenengoan, curriculumaren eta testu-liburuen luzetarako azterketa egiten da Lehen Hezkuntzako hirugarren zikloan, DBHn eta Batxilergoan, zehazturiko gaiaren inguruan.

Bigarrenean, aljibrari buruzko ikasketa prozesu bat proposatzen da, eta proposamen hori DBHko 1. ikasmilari dagokion ikasgela batean ezarri da, Masterreko Practicum II irakasgaiaren baitan. Esperimentazio horretatik lortu diren emaitzak *ad hoc* diseinaturiko galdetegi batean oinarritzen dira, kontuan hartuz, halaber, baldintzapen instituzionalak.

Lanaren amaieran, aurkeztu egiten dira sintesia, zenbait ondorio eta erantzun gabe gelditu diren zenbait galdera.

I Atala:
Algebra indarrean dagoen curriculumean eta
testu-liburuetan

Master Bukaerako Lanaren lehenengo zati honetan, azertu egiten da aljebra gaiari zer nolako tratamendua egiten zaion curriculumean eta testu-liburuetan Lehen Hezkuntzako hirugarren zikloan, DBHn eta Batxilergoan.

Analisia bost kapitulutan banatzen da. Lehenengo, bigarren eta hirugarren kapituluetan, taula-formatuan aurkezten dira indarrean dagoen curriculumeko edukiak, ebaluazio irizpideak eta estandar ebaluagarriak, hurrenez hurren, ikasmilen arabera.

Laugarrenean, ANAYA-HARITZA argitaletxeko DBHko 1. mailako testu-liburuan azaltzen diren jardueren adibideak aurkezten dira (ariketak, problemak, galderak eta egoerak), aurreko bi ikasturteetako eta hurrengo bi ikasturteetako jarduerekin batera.

Behin bi iturri horietako (curriculumak eta testu-liburuak) edukiak konparatu ostean, analisi horren ondorioak bosgarren kapituluan aurkezten dira. Hemen, helburua izango da esku-liburuek indarrean dagoen curriculumarekiko duten koherentzia baloratzea, eta nabarmendu egingo dira analisirako gaia den ezagutza matematikoak horietan dituen ausentziak eta presentziak.

1. Kapitulu

Algebra indarrean dagoen curriculumean

Kapitulu honetan indarrean dagoen curriculuma aztertuko dugu, Lehen Hezkuntzatik hasi eta Batxilergora iritsi arte, ikasmaila bakoitzean aljebra duen presentzia azpimarratuz, betiere, ondoko lege-testu hauetan oinarrituta.

- 126/2014 ERREGE DEKRETUA, otsailaren 28koa, Lehen Hezkuntzako oinarritzko curriculuma ezartzen duena.
- 60/2014 FORU DEKRETUA, uztailaren 16koa, Nafarroako Foru Komunitatean Lehen Hezkuntzako curriculuma ezartzen duena.
- 24/2015 FORU DEKRETUA, apirilaren 22koa, Nafarroako Foru Komunitatean Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzako irakaskuntzen curriculuma ezartzen duena.
- 25/2015 FORU DEKRETUA, apirilaren 22koa, Nafarroako Foru Komunitatean Batxilergoko irakaskuntzen curriculuma ezartzen duena.

Hizkuntza eta adierazpide aljebraikoak Matematikako adar guztietara zabaltzen dira ezagutzan aurrera egin ahala, algebra oinarri-oinarritzko tresna baita zientzia zehatzetan. Hortaz, aljebraizazio prozesua neurtzeko, zaila da deskribatzaile edo deskriptore bakan batzuk aukeratzea. Azterketa burutzeko, ondoko hauek definitu dira:

D1	Lengoaia (naturala, zenbakizkoa vs. ikur edo sinbolikoa)
D2	Baliokidetasunak (berdintzak)
D3	Monomioak eta polinomioak
D4	Ekuazioak / Ekuazio sistemak ebaztea
D5	Funtzioak eta irudikapen eta interpretazio grafikoak
D6	Problemen ebazpen aljebraikoa

Oharrak:

Gerora adieraziko den bezala, lengoaia edo hizkuntza aljebraikoa Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzako lehen mailan azaltzen da aurreneko aldiz modu agerikoan, eta geroztik curriculumeko multzo guztietara zabaltzen da. Hori dela-eta, ondorengo ikasturtetako curriculumak arakatzerakoan D1 deskriptorea ez da xehatzen.

D2 deskriptoreari dagokionez, berdintzaren definizioa anitza dela oso arrazoitzen dute Wilhelmi, Godinok eta Lacastak (Wilhelmi, 2007), betiere domeinu matematikoaren arabera. Lan honetan arreta baliokidetasun adieran jarriko dugu. Berdintzaren beste adiera batzuk (aljebraikoa edota funtzionala, kasu) beste deskriptore batzuetan aurki liteke, zeharka bada ere (D4 eta D5, hurrenez hurren).

1.1. Lehen Hezkuntzako edukiak

Lehen Hezkuntzan algebra era esplizituan irakasten ez bada ere, badira harekin lotuta agertzen diren hainbat ideia: berdintzak, baliokidetasuna (unitate ezberdinen artean, zatikiekin), proportzionaltasuna...

Edukiak		
Deskriptorea	Lehen Hezkuntzako 3. zikloa	
D1	Lengoaia	<p>1. <i>Multzoa. Prozesuak, metodoak eta jarrerak matematikan.</i> Problema ebazteko prozesuaren plangintza: Enuntziatua aztertu eta ulertzea.</p>
D2	Baliokidetasunak	<p>2. <i>Multzoa. Zenbakiak eta algebra.</i> Zenbaki-sistema hamartarreko elementuen arteko baliokidetasunak: batekoak, hamarrekoak, ehunekoak, etab. Zatiki baliokideak, bi zatiki edo gehiago izendatzaile komunera laburtzea. Eguneroko bizitzako problemen ebazpena.</p> <p>3. <i>Multzoa. Neurriak.</i> Sistema metriko hamartarreko bolumen unitateak. Baliokidetasuna. Moneta sistema. Moneta sistema baliokidetasunak, eragiketak eta kanbioak aplikatuz erabiltzea. Informazio unitateak: byte, kilobyte (Kb), megabyte (Mb), gigabyte (Gb). Sistema metriko hamartarreko unitateak. Luzera, edukiera, pisua.</p>
D3	Monomioak / polinomioak	–
D4	Ekuazioak	–
D5	Funtzioak / Irudikapena	<p>4. <i>Multzoa. Geometria.</i> Koordenatu kartesiarren sistema. Kokapenen eta mugimenduen deskribapena. Espazioaren oinarritzko irudikapena, eskala eta grafiko errazak.</p>

D6	Problemak	<p><i>1. Multzoa. Prozesuak, metodoak eta jarrerak matematikan.</i> Problemak ebazteko prozesuaren plangintza: Enuntziatua aztertu eta ulertzea.</p> <p><i>2. Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</i> Portzentajeak eta proportzionaltasuna: Portzentajearen gehitze eta gutxitzeak. Proportzionaltasun zuzena. Hiruko erregela proportzionaltasun zuzenaren egoeretan: bikoitzaren, hirukoitzaren, erdiaren legeak. Eguneroko bizitzako problemen ebazpena.</p> <p><i>4. Multzoa. Geometria.</i> Ondokoen azalera eta bolumenak kalkulatzeko: prisma, piramidea, zilindroa eta konoa.</p>
-----------	------------------	--

1.2. Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzako edukiak

DBH hastearekin batera aljebra modu esplizituan azaleratzen da lehendabiziko aldiz, Matematikako multzo guztietan azalatu ere. Lehen adierazpen aljebraikoak eta abstrakzio handiagoa eskatzen duten objektu matematikoak agertzen dira eta hizkuntza aljebraikoa arlo guztietara hedatzen da. DBHko 3. eta 4. mailatan Irakaskuntza Akademikoetara Bideratutako Matematika testu-liburuak aztertu dira.

		Edukiak
Deskriptorea	DBH 1	
D1	Lengoaia	<p><i>2. Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</i> Hasiera hizkuntza aljebraikoan. Egoera errealak irudikatzen dituzten eguneroko hizkuntzako adierazpenak hizkuntza aljebraikora itzultzea eta alderantziz. Pautak eta erregulartasunak behatu ondoren formula eta termino orokorrak lortzea.</p> <p><i>3. Multzoa. Geometria.</i> Angeluak eta haien erlazioak. Oinarrizko irudi lauak: karratua, triangelua eta irudi poligonalak. Poligono erregularrak. Triangeluak eta laukiak sailkatzea. Ezaugarriak eta erlazioak. Irudi lauetako angeluak neurtu eta kalkulatzeko. Irudi lauen azalera eta perimetroa kalkulatzeko. Azalera kalkulatzeko irudi sinpleetan deskonposatuz. Zirkunferentzia, zirkulua, arkuak eta sektore zirkularrak.</p> <p><i>5. Multzoa. Estatistika eta probabilitatea.</i> Populazioa eta norbanakoa. Lagina. Aldagai estatistikoak. Aldagai kualitatiboak eta kuantitatiboak.</p>

D2	Baliokidetasunak	<p>2. <i>Multzoa. Zenbakiak eta algebra.</i></p> <p>Zatikiak eguneroko inguruneetan. Zatiki baliokideak.</p> <p>Zatikien eta hamartarren arteko erlazioa. Bihurketak eta eragiketak.</p> <p>Zuzeneko proportzionaltasuna eta portzentajeak: kalkuluak kasu errazetan.</p>
D3	Monomioak / polinomioak	–
D4	Ekuazioak	<p>2. <i>Multzoa. Zenbakiak eta algebra.</i></p> <p>Adierazpen algebraiko baten zenbakizko balioa.</p> <p><i>Oharra: ez da garatzen ebaluazio irizpideetan edota estandar ebaluagarrietan</i></p>
D5	Funtzioak / Irudikapena	<p>4. <i>Multzoa: Funtzioak.</i></p> <p>Koordenatu kartesiarrak: ardatz koordinatuen sisteman puntuak irudikatzea eta identifikatzea.</p> <p>Funtzioaren kontzeptua: aldagai dependentea eta independentea. Irudikatzeko moduak (ohiko hizkuntza, taula, grafikoa, formula).</p>
D6	Problemak	<p>1. <i>Multzoa. Prozesuak, metodoak eta jarrerak matematikan.</i></p> <p>Problema ebazteko prozesua planifikatzea.</p> <p>Gauzatutako estrategiak eta prozedurak: lengoia egokia erabiltzea (grafikoa, zenbakizkoa, algebraikoa, eta abar), problema birformulatzea, azpiproblema ebaztea, zenbaketa zehatza, kasu partikular errazetatik hasi, erregulartasunak eta legeak bilatu, eta abar.</p> <p>Emaitzei buruzko gogoeta: egindako eragiketak berrikustea, unitateak emaitzei esleitzea, soluzioak egiaztatzea eta interpretatzea egoeraren testuinguruan, ebazteko beste modu batzuk bilatzea, eta abar.</p>

Edukiak		
Deskriptorea		DBH 2
D1	Lengoaia	<i>Multzo guztietan</i>
D2	Baliokidetasunak	2. <i>Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</i> Eragiketak adierazpen aljebraiko errazekin. Transformazioa eta baliokidetasunak. Identitateak.
D3	Monomioak / polinomioak	2. <i>Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</i> Polinomioekin egindako eragiketak kasu errazetan.
D4	Ekuazioak	2. <i>Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</i> Adierazpen aljebraiko baten zenbakizko balioa. Ezezagun bateko lehen mailako ekuazioak (metodo aljebraikoa eta grafikoa) eta ezezagun bateko bigarren mailakoak (metodo aljebraikoa). Ebazpena. Soluzioak interpretatzea. Soluziorik gabeko ekuazioak. Problemak ebaztea. Bi ezezaguneko bi ekuazio linealek osatutako sistemak. Ebazteko metodo aljebraikoa eta metodo grafikoa. Problemak ebaztea.
D5	Funtzioak / Irudikapena	4. <i>Multzoa. Funtzioak.</i> Funtzioaren kontzeptua: aldagai dependentea eta independentea. Irudikatze moduak (ohiko hizkuntza, taula, grafikoa, formula). Hazkundera eta beherapena. Jarraitutasuna eta etena. Ardatzekiko ebakiguneak. Maximo eta minimo erlatiboak. Grafikoak aztertzea eta konparatzea. Funtzio linealak. Zuzenaren malda kalkulatzeko, interpretatzeko eta identifikatzeko. Zuzena irudikatzea ekuaziotik abiatuta, eta ekuazioa lortzea zuzenetik abiatuta.

D6	Problemak	<p><i>1. Multzoa. Prozesuak, metodoak eta jarrerak matematikan.</i></p> <p>Problemak ebazteko prozesua planifikatzea.</p> <p>Gauzatutako estrategiak eta prozedurak: lengoia egokia erabiltzea (grafikoa, zenbakizkoa, aljebraikoa, eta abar), problema birformulatzea, azpiproblema ebaztea, zenbaketa zehatza, kasu partikular errazetatik hasi, erregulartasunak eta legeak bilatu, eta abar.</p> <p>Emaitzei buruzko gogoeta: egindako eragiketak berrikustea, unitateak emaitzei esleitzea, soluzioak egiaztatzea eta interpretatzea egoeraren testuinguruan, ebazteko beste modu batzuk bilatzea, eta abar.</p> <p><i>2. Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</i></p> <p>Bi ezezaguneko bi ekuazio linealek osatutako sistemak. Ebazteko metodo aljebraikoa eta metodo grafikoa. Problemak ebaztea.</p>
-----------	------------------	--

Edukiak		
Deskriptorea		DBH 3 Ikasketa akademikoetara bideratutako Matematika
D1	Lengoaia	<i>Multzo guztietan</i>
D2	Baliokidetasunak	<i>2. Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</i> Adierazpen aljebraikoen transformazioa. Berdintasun nabarmenak. Eragiketa errazak polinomioekin.
D3	Monomioak / polinomioak	<i>2. Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</i> Adierazpen aljebraikoen transformazioa. Eragiketa errazak polinomioekin.
D4	Ekuazioak	<i>2. Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</i> Ezezagun bateko bigarren mailako ekuazioak ebaztea (metodo aljebraikoa eta grafikoa). Adierazpen aljebraikoen transformazioa. Bigarren mailatik gorako ekuazio errazak ebaztea. Problemak ebaztea ekuazioak eta ekuazio sistemak erabiliz.
D5	Funtzioak / Irudikapena	<i>4. Multzoa: Funtzioak.</i> Egoera baten analisisa egitea, dagokion grafikoaren ezaugarri lokalak eta orokorrak aztertuz. Mendekotasun funtzionaleko egoerak, taulen eta enuntziatuen bidez emanak, aztertu eta alderatzea. Eredu linealak erabiltzea hainbat jakintza arlotan eta eguneroko bizitzan gertatzen diren egoerak aztertzeko. Horretarako, taula egitea, adierazpide grafikoa egitea eta adierazpen aljebraikoa lortzea. Zuzenaren ekuazioaren adierazpenak. Funtzio koadratikoak. Adierazpide grafikoa. Eguneroko bizitzako egoerak adierazteko erabiltzea.
D6	Problemak	<i>1. Multzoa. Prozesuak, metodoak eta jarrerak matematikan.</i> Eduki gehien-gehienak. <i>2. Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</i> Problemak ebaztea ekuazioak eta ekuazio sistemak erabiliz.

Edukiak		
Deskriptorea		DBH 4 Ikasketa akademikoetara bideratutako Matematika
D1	Lengoaia	<i>Multzo guztietan</i>
D2	Baliokidetasunak	<p>2. <i>Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</i> Berdintasun nabarmenen erabilera.</p> <p>3. <i>Multzoa. Geometria.</i> Triangeluen neurriak sistema hirurogeitarrean eta radianetan.</p>
D3	Monomioak / polinomioak	<p>2. <i>Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</i> Polinomioen azterketarako sarrera. Erroak eta faktORIZAZIOA.</p>
D4	Ekuazioak	<p>2. <i>Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</i> Bigarren mailatik gorako ekuazioak. Zatiki aljebraikoak. Sinplifikazioa eta eragiketak. Ekuazio eta sistemen bidez eguneroko problemak eta beste jakintza-arlo batzuetakoak ebaztea. Lehen eta bigarren mailako inekuazioak. Interpretazio grafikoa. Problemak ebaztea.</p>
D5	Funtzioak / Irudikapena	<p>4. <i>Multzoa. Funtzioak.</i> Enuntziatu, taula, grafiko edo adierazpen analitiko baten bidez deskribatutako fenomeno bat interpretatzea. Emaitzen analisisa. Batez besteko aldakuntza tasa: funtzio baten aldakuntzaren neurria tarte baten barnean. Bestelako funtzio-ereduak bereiztea: egiazko testuinguru eta egoerei aplikatzea.</p>
D6	Problemak	<p>1. <i>Multzoa. Prozesuak, metodoak eta jarrerak matematikan.</i> Eduki gehien-gehienak.</p> <p>2. <i>Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</i> Ekuazio eta sistemen bidez eguneroko problemak eta beste jakintza-arlo batzuetakoak ebaztea. Lehen eta bigarren mailako inekuazioak. Interpretazio grafikoa. Problemak ebaztea.</p>

1.3. Batxilergoko edukiak

Batxilergoa aztertzerakoan Zientzietako adarreko curriculum eta liburuak kontuan hartu dira. aljebrizazio prozesua azkartzearekin batera nozio berriak azaltzen dira: zenbaki konplexuak, inekuazioak, deribatuak, integralak matrizeak... Geometriak eta funtzioek garrantzi handia hartzen dute ikasturte hauetan.

Edukiak		
Deskriptorea		Batxilergoa 1
D1	Lengoaia	<i>Multzo guztietan</i>
D2	Baliokidetasunak	<p><i>2. Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</i> Zenbaki konplexuak. Forma binomikoa eta polarra. Irudikapen grafikoak. Eragiketak elementalak. Moivreren formula.</p> <p><i>4. Multzoa. Geometria.</i> Teoremak. Ekuazio trigonometriko errazen ebazpena.</p>
D3	Monomioak / polinomioak	<p><i>2. Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</i> Aldagai errealeko funtzio errealak. Funtzio oinarritzkoak: polinomikoak...</p>
D4	Ekuazioak	<p><i>2. Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</i> Logaritmo hamartar eta nepertarrak. Ekuazioa logaritmiko eta esponentzialak. Eguneroko bizitzako problemen planteamendua eta ebazpena, ekuazioen eta inekuazioen bidez. Interpretazio grafikoa. Ekuazio ez aljebraiko errazen ebazpena. Gauss-en metodoa ekuazio linealen sistema ebazteko eta interpretatzeko.</p> <p><i>4. Multzoa. Geometria.</i> Teoremak. Ekuazio trigonometriko errazen ebazpena.</p>

		Oinarri ortogonal eta ortonormalak. Geometria metriko laua. Zuzenaren ekuazioak. Zuzenen posizio erlatiboak. Distantziak eta angeluak. Problemen ebazpena. Konikoak. Zirkunferentzia, elipsea, hiperbola eta parabola. Ekuazioa eta elementuak.
D5	Funtzioak / Irudikapena	<p><i>3. Multzoa. Analisisak</i> Funtzio baten puntu bateko eta infinituko limitearen kontzeptua. Limiteen kalkulua. Albo-limiteak. Indeterminazioak. Funtzio baten jarraitutasuna. Etenen azterketa. Funtzio baten puntu bateko deribatua. Funtzioaren puntu bateko deribatuaren interpretazio geometrikoa. Zuzen ukitzaiile eta normala. Funtzio deribatua. Deribatuen kalkulua. Katearen erregela. Funtzioen irudikapen grafikoa.</p> <p><i>5. Multzoa. Estatistika eta probabilitatea.</i> Erregresio lineala. Zenbatespena. Iragarpen estatistikoak eta haien fidagarritasuna.</p>
D6	Problemak	<p><i>1. Multzoa. Prozesuak, metodoak eta jarrerak matematikan.</i> Problemak ebazteko prozesuaren plangintza. Praktikan jarritako estrategiak eta prozedurak: beste problema ezagun batzuekiko lotura, aldagaien aldaketa, problema ebaztitzat jotzea. Lortutako emaitzen analisia: konponbideak egoerarekin bat etortzea, prozesuaren berritze sistematikoa, ebazteko beste modu batzuk, antzeko problemak, orokortze eta partikularizazio interesgarriak.</p>

Edukiak		
Deskriptorea		Batxilergoa 2
D1	Lengoaia	<i>Multzo guztietan</i>
D2	Baliokidetasunak	–
D3	Monomioak / polinomioak	<p><i>3. Multzoa. Analisisiak.</i></p> <p>Funtzio baten jatorrizkoa. Integral mugagabea. Jatorrizkoak kalkulatzeko teknika elementalak.</p> <p>Integral mugatua. Batez besteko balioaren teorema eta kalkulu integralaren funtsezko teorema. Eskualde lauen azaleraren kalkulurako aplikazioa.</p>
D4	Ekuazioak	<p><i>2. Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</i></p> <p>Sistema baten irudikapen matriziala: ekuazio linealeetako sistemen eztabaida eta ebazpena. Gauss-en metodoa. Cramer-en erregela. Aplikazioa problemak ebazteko.</p> <p><i>4. Multzoa. Geometria.</i></p> <p>Zuzenaren ekuazioa eta espazio planoaren ekuazioa.</p>
D5	Funtzioak / Irudikapena	<p><i>3. Multzoa. Analisisiak</i></p> <p>Deribatuaren aplikazioak: optimizazio problemak.</p> <p>Funtzio baten jatorrizkoa. Integral mugagabea. Jatorrizkoak kalkulatzeko teknika elementalak.</p> <p>Integral mugatua. Batez besteko balioaren teorema eta kalkulu integralaren funtsezko teorema. Eskualde lauen azaleraren kalkulurako aplikazioa</p>

D6	Problemak	<p><i>1. Multzoa. Prozesuak, metodoak eta jarrerak matematikan.</i></p> <p>Problemak ebazteko prozesuaren plangintza.</p> <p>Praktikan jarritako estrategiak eta prozedurak: beste problema ezagun batzuekiko lotura, aldagaien aldaketa, problema ebatzitzat jotzea.</p> <p>Lortutako emaitzen analisisa: konponbideak egoerarekin bat etortzea, prozesuaren berritze sistematikoa, ebazteko beste modu batzuk, antzeko problemak, orokortze eta partikularizazio interesgarriak.</p> <p><i>2. Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</i></p> <p>Sistema baten irudikapen matriziala: ekuazio linealeetako sistemen eztabaida eta ebazpena. Gauss-en metodoa. Cramer-en erregela. Aplikazioa problemak ebazteko.</p>
-----------	------------------	--

2. Kapitulu

Aljebraren ebaluazio irizpideak indarrean dagoen curriculumean

Kapitulu honetan indarrean dagoen curriculumeko ebaluazio irizpideak aztertuko ditugu, Lehen Hezkuntzatik hasi eta Batxilergora iritsi arte, ikasmaila bakoitzean aljebrak duen presentzia azpimarratuz, betiere, ezarritako deskriptoreen arabera.

2.1. Ebaluazio irizpideak Lehen Hezkuntzan

Lehen Hezkuntzako 3. zikloa.		
Deskriptorea		Ebaluazio irizpideak
D1	Lengoaia	<p><i>1. Multzoa. Prozesuak, metodoak eta jarrerak matematikan.</i></p> <p>1. Ahoz eta modu arrazoituan adieraztea problema bat ebazteko jarraitutako prozesua.</p> <p>2. Arrazoitze prozesuak eta problemak ebazteko estrategiak erabiltzea, behar diren kalkuluak eginez eta lortutako emaitzak egiaztatu</p>
D2	Baliokidetasunak	<p><i>2. Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</i></p> <p>1. Zenbaki mota desberdinak (erromatarrak, arruntak, osoak, zatikiak eta hamartarrak ehunenak arte) irakurri, idatzi eta ordenatzea, arrazoitze egokiak eginez.</p> <p><i>3. Multzoa. Neurriak.</i></p> <p>1. Bolumenak neurtzeko unitateak ezagutu, transformatu, konparatu, ordenatu eta erabiltzea, jarraitutako prozesua ahoz eta idatziz azalduz.</p> <p>2. Moneta sistemako unitateak ezagutu, transformatu, konparatu, ordenatu eta erabiltzea, jarraitutako prozesua ahoz eta idatziz azalduz.</p>

		<p>3. Informazioa neurtzeko unitateak ezagutu, transformatu, konparatu, ordenatu eta erabiltzea, jarraitutako prozesua ahoz eta idatziz azalduz.</p> <p>4. Problema ebaztea, bolumenak neurtzeko unitateak erabiliz eta transformatuz, unitate egokiena hautatuz eta datuen esanahia, planteatutako egoera, jarraitutako prozesua eta lortutako soluzioak azalduz.</p> <p>5. Neurketa tresna eta unitate egokiak ezagutu eta hautatzea, luzera, pisua/masa, edukiera zenbatestea eta zehaztasunez adieraztea, eta inguruabarrek hala eskatzen dutenean unitate batzuetatik beste batzuetara pasatzea.</p>
D3	Monomioak / polinomioak	
D4	Ekuzioak	–
D5	Funtzioak / Irudikapena	<p>4. <i>Multzoa. Geometria.</i></p> <p>1. Koordenatu-ardatzak planoan ezagutzea. Par ordenatuak sistema kartesiarrean irudikatzea.</p> <p>2. Erreferentzia sistema batetik eta hurbileko objektu edo egoeretatik abiatuta egindako irudikapen espazialak interpretatzea.</p>
D6	Problema	<p>2. <i>Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</i></p> <p>7. Portzentajeak eta proportzionaltasun zuzena erabiltzen hastea informazioa interpretatu eta trukatzeko eta eguneroko bizitzako testuinguruetan problema ebazteko.</p> <p>4. <i>Multzoa. Geometria.</i></p> <p>4. Azalerak eta bolumenak kalkulatzeko adierazpen matematikoak buruz ikastea eta erabiltzea.</p>

2.2. Ebaluazio irizpideak DBHn

Ebaluazio irizpideak		
Deskriptorea	DBH 1	
D1	Lengoaia	<p>1. <i>Multzoa. Prozesuak, metodoak eta jarrerak matematikan.</i></p> <p>4. Zenbakizko prozesu aldagarriak aztertzea, arautzen dituzten patroik eta lege orokorrak identifikatzea, haiek adierazteko, komunikatzeko lengoaia aljebraikoa erabiltzea eta, aldagaiak aldatzean, duten jokaerari buruzko iragarpenak egitea, eta adierazpen aljebraikoekin jardutea.</p> <p>3. <i>Multzoa. Geometria.</i></p> <p>2. Irudi geometriko lauen perimetroak, azalerak eta angeluak kalkulatzeko, problema geometrikoak ebazteko testuinguruan formula egokiak erabiltzea.</p> <p>5. <i>Multzoa. Estatistika eta probabilitatea.</i></p> <p>1. Populazio baten ezaugarriak ezagutzeko galdera egokiak formulatzea eta erantzuteko datu jakingarriak bildu, antolatu eta aurkeztea; horretarako, metodo estatistiko egokiak eta tresna informatiko aproposak erabiltzea, tauletan antolatzea eta grafikoak osatzea, parametro garrantzitsuak kalkulatzeko eta arrazoizko ondorioak ateratzea eskuratutako emaitzetatik abiatuz.</p>
D2	Baliokidetasunak	<p>2. <i>Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</i></p> <p>2. Zenbakien ezaugarriak eta esanahi berriak ezagutu eta erabiltzea, parekotasun, zatigarritasun eta eragiketa errazen testuinguruan eta hobetzea, horrela, kontzeptuaren eta zenbaki moten ulermena.</p> <p>4. Zenbakizko prozesu aldagarriak aztertzea, arautzen dituzten patroik eta lege orokorrak identifikatzea, haiek adierazteko, komunikatzeko lengoaia aljebraikoa erabiltzea eta, aldagaiak aldatzean, duten jokaerari buruzko iragarpenak egitea, eta adierazpen aljebraikoekin jardutea.</p>
D3	Monomioak / polinomioak	–
D4	Ekuazioak	<i>Oharra: ez da garatzen ebaluazio irizpideetan edota estandar ebaluagarrietan</i>

D5	Funtzioak / Irudikapena	<p><i>4. Multzoa. Funtzioak.</i></p> <p>1. Koordenatu kartesiarren sistema ezagutu, erabili eta interpretatzea.</p> <p>2. Funtzio bat aurkezteko modu ezberdinak: ohiko hizkuntza, zenbakizko taula, grafikoa eta ekuazioa; forma batzuetatik besteetara pasatzea eta haien arteko hoberena aukeratzea testuinguruaren arabera.</p>
D6	Problemak	<p><i>1. Multzoa. Prozesuak, metodoak eta jarrerak matematikan.</i></p> <p>1. Problema bat ebazteko prozesua hitzez eta modu arrazoituan adieraztea.</p> <p>2. Arrazoitze-prozesuak eta problemak ebazteko estrategiak erabiltzea, behar diren kalkuluak eginez eta lortutako soluzioak aztertuz.</p> <p>3. Aldaketa egoerak deskribatzea eta aztertzea, patroia, erregularitate eta lege matematikoak aurkitzeko, zenbakizko testuinguruetan, baita testuinguru geometriko, funtzional, estatistiko eta probabilitistikoetan ere, eta iragarpenak egiteko haiek noraino balio duten baloratzea.</p>

Ebaluazio irizpideak		
Deskriptorea		DBH 2
D1	Lengoaia	<i>Multzo guztietan</i>
D2	Baliokidetasunak	<p><i>2. Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</i></p> <p>2. Zenbakien ezaugarriak eta esanahi berriak ezagutu eta erabiltzea, parekotasun, zatigarritasun eta eragiketa errazen testuinguruetan eta hobetzea, horrela, kontzeptuaren eta zenbaki moten ulermena.</p> <p>6. Zenbakizko prozesu aldagarriak aztertzea, arautzen dituzten patroia eta lege orokorrak identifikatzea, haiek adierazteko, komunikatzeko lengoaia aljebraikoa erabiltzea eta, aldagaiak aldatzean, duten jokaerari buruzko iragarpenak egitea, eta adierazpen aljebraikoekin jardutea.</p>
D3	Monomioak / polinomioak	<i>Oharra: ez da garatzen ebaluazio irizpideetan edota estandar ebaluagarrietan</i>

D4	Ekuzioak	<p><i>2. Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</i></p> <p>6. Zenbakizko prozesu aldagarriak aztertzea, arautzen dituzten patroik eta lege orokorrak identifikatzea, haiek adierazteko, komunikatzeko lengoia aljebraikoa erabiltzea eta, aldagaiak aldatzean, duten jokaerari buruzko iragarpenak egitea, eta adierazpen aljebraikoekin jardutea.</p> <p>7. Problema sinbolizatzeko eta ebazteko lengoia aljebraikoa erabiltzea lehen eta bigarren graduko ekuzioak eta ekuzio sistemak planteatuta, haiek ebazteko metodo aljebraikoak edo grafikoak aplikatuta eta lortutako emaitzak alderatuta.</p>
D5	Funtzioak / Irudikapena	<p><i>4. Multzoa. Funtzioak.</i></p> <p>1. Funtzioaren kontzeptua ulertzea. Aurkezpen modua erabiltzea eta grafiko funtzionalak ezagutu, interpretatu eta aztertzea.</p> <p>2. Funtzio linealak edo afina ezagutu, irudikatu eta aztertzea eta problema ebazteko erabiltzea.</p>
D6	Problema	<p><i>1. Multzoa. Prozesuak, metodoak eta jarrerak matematikan.</i></p> <p>1. Problema bat ebazteko prozesua hitzez eta modu arrazoituan adieraztea.</p> <p>2. Arrazoitze-prozesuak eta problema ebazteko estrategiak erabiltzea, behar diren kalkuluak eginez eta lortutako soluzioak aztertuz.</p> <p>3. Aldaketa egoerak deskribatzea eta aztertzea, patroik, erregularitate eta lege matematikoak aurkitzeko, zenbakizko testuinguruetan, baita testuinguru geometriko, funtzional, estatistiko eta probabilitikoetan ere, eta iragarpenak egiteko haiek noraino balio duten baloratzea.</p> <p><i>2. Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</i></p> <p>7. Problema sinbolizatzeko eta ebazteko lengoia aljebraikoa erabiltzea lehen eta bigarren graduko ekuzioak eta ekuzio sistemak planteatuta, haiek ebazteko metodo aljebraikoak edo grafikoak aplikatuta eta lortutako emaitzak alderatuta.</p>

Ebaluazio irizpideak		
Deskriptorea		DBH 3 Ikasketa akademikoetara bideratutako Matematika
D1	Lengoaia	<i>Multzo guztietan</i>
D2	Baliokidetasunak	2. <i>Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</i> 3. Hizkuntza aljebraikoa erabiltzea emandako propietate edo erlazio bat adierazteko enuntziatu baten bidez, eta informazio garrantzitsua ateratzea eta eraldatzea.
D3	Monomioak / polinomioak	2. <i>Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</i> 3. Hizkuntza aljebraikoa erabiltzea emandako propietate edo erlazio bat adierazteko enuntziatu baten bidez, eta informazio garrantzitsua ateratzea eta eraldatzea.
D4	Ekuazioak	2. <i>Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</i> 3. Hizkuntza aljebraikoa erabiltzea emandako propietate edo erlazio bat adierazteko enuntziatu baten bidez, eta informazio garrantzitsua ateratzea eta eraldatzea. 4. Eguneroko bizitzako problemak ebaztea, lehen edo bigarren mailako ekuazioak, bi baino gehiagoko ekuazio errazak eta bi ezezaguneko bi ekuazio linealen sistemak dituzten kasuetan, manipulazio teknika aljebraikoak edo baliabide teknologikoak erabiliz eta lortutako emaitzak baloratuz eta alderatuz.
D5	Funtzioak / Irudikapena	4. <i>Multzoa. Funtzioak.</i> 1. Funtzioak eta haien adierazpide grafikoa aztertzeke kontuan hartu beharreko elementuak ezagutzea. 2. Funtzio lineal baten bidez modelizatu ahal diren eguneroko bizitzako eta beste arlo batzuetako erlazioak identifikatzea, eta modelo horren deskribapena nahiz haren parametroak aztertutako fenomenoak deskribatzeko erabilgarriak diren baloratzea. 3. Funtzio koadratikoen bidez deskribatu behar diren erlazio funtzionaleko egoerak ezagutzea, eta haien parametro eta ezaugarriak kalkulatzeko.
D6	Problemak	1. <i>Multzoa. Prozesuak, metodoak eta jarrerak matematikan.</i> Ebaluazio irizpide gehien-gehienak.

		<p>2. <i>Multzoa. Zenbakiak eta algebra.</i></p> <p>4. Eguneroko bizitzako problemak ebaztea, lehen edo bigarren mailako ekuazioak, bi baino gehiagoko ekuazio errazak eta bi ezezaguneko bi ekuazio linealen sistemak dituzten kasuetan, manipulazio teknika aljebraikoak edo baliabide teknologikoak erabiliz eta lortutako emaitzak baloratuz eta alderatuz.</p>
--	--	---

Ebaluazio irizpideak		
Deskriptorea		DBH 4 Ikasketa akademikoetara bideratutako Matematika
D1	Lengoaia	<i>Multzo guztietan</i>
D2	Baliokidetasunak	<p>2. <i>Multzoa. Zenbakiak eta algebra.</i></p> <p>3. Adierazpen aljebraikoak sortu eta interpretatzea, eta horretarako hizkuntza aljebraikoa eta haren eragiketa eta propietateak trebetasunez erabiltzea.</p> <p>3. <i>Multzoa. Geometria..</i></p> <p>1. Sistema metriko hirurogeitarraren eta nazioarteko sistema metrikoaren angelu unitateak eta trigonometria elementaleko erlazioak eta arrazoiak erabiltzea testuinguru errealeko problema trigonometrikoak ebazteko.</p>
D3	Monomioak / polinomioak	<i>Oharra: ez da garatzen ebaluazio irizpideetan edota estandar ebaluagarrietan</i>
D4	Ekuazioak	<p>2. <i>Multzoa. Zenbakiak eta algebra.</i></p> <p>3. Adierazpen aljebraikoak sortu eta interpretatzea, eta horretarako hizkuntza aljebraikoa eta haren eragiketa eta propietateak trebetasunez erabiltzea.</p> <p>4. Egoera eta erlazio matematikoak irudikatu eta aztertzea inekuazioak, ekuazioak eta sistemak erabiliz, problema matematikoak eta testuinguru errealeko problemak ebazteko.</p>
D5	Funtzioak / Irudikapena	4. <i>Multzoa. Funtzioak.</i>

		<p>1. Erlazio kuantitatiboak identifikatzea egoera jakin batean, horiek adieraz ditzakeen funtzio mota zehaztea, eta batez besteko aldakuntza tasa hurbildu eta interpretatzea grafiko baten bidez, zenbakizko datuen bidez edo adierazpen aljebraikoko koefizienteen azterketaren bidez.</p> <p>2. Egiazko egoerei lotutako erlazio funtzionalak adierazten dituzten taula eta grafikoetatik abiatuta emandako informazioa aztertzea, eta haien portaerari, bilakaerari eta amaierako emaitzei buruzko informazioa lortzea.</p>
D6	Problemak	<p><i>1. Multzoa. Prozesuak, metodoak eta jarrerak matematikan.</i> Ebaluazio irizpide gehien-gehienak.</p> <p><i>2. Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</i></p> <p>4. Egoera eta erlazio matematikoak irudikatu eta aztertzea inekuazioak, ekuazioak eta sistemak erabiliz, problema matematikoak eta testuinguru errealetako problemak ebazteko.</p>

2.3. Ebaluazio irizpideak Batxilergoan

Ebaluazio irizpideak		
Deskriptorea		Batxilergoa 1
D1	Lengoaia	<i>Multzo guztietan</i>
D2	Baliokidetasunak	<p>2. <i>Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</i></p> <p>2. Zenbaki konplexuak ezagutzea zenbaki errealen hedapen gisa, eta horiek erabiltzea ekuazioa aljebraiko batzuen soluzioak lortzeko.</p> <p>4. <i>Multzoa. Geometria.</i></p> <p>2. Sinuaren, kosinuaren eta tangentearen teorema eta formula trigonometriko ohikoak erabiltzea ekuazioa trigonometrikoak ebazteko, eta orobat horiek aplikatzea trianguluen ebazpenean, bai zuzenean bai mundu natural, geometriko edo teknologikoko problema geometrikoen ebazpenaren ondorioz.</p>
D3	Monomioak / polinomioak	<i>Ikus D4</i>
D4	Ekuazioak	<p>2. <i>Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</i></p> <p>2. Zenbaki konplexuak ezagutzea zenbaki errealen hedapen gisa, eta horiek erabiltzea ekuazioa aljebraiko batzuen soluzioak lortzeko.</p> <p>4. Testuinguru errealean planteaturiko problemak analizatzea, irudikatzea eta ebaztea, baliabide aljebraikoak erabiliz (ekuazioa, inekuazioa eta sistemak) eta emaitzak modu kritikoan interpretatzea.</p> <p>4. <i>Multzoa. Geometria.</i></p> <p>4. Geometria lau elementalaren zenbait egoera modu analitikoan interpretatzea, zuzenen ekuazioa eskuraturik, eta horiek erabiltzea intzidentziako eta distantzien kalkuluko problemak ebazteko.</p> <p>5. Planoko leku geometrikoaren kontzeptua maneiatzea. Zenbait leku geometriko ohikori dagozkien formei antzematea, haien ekuazio murriztuak aztertzea eta haien propietate metrikoak aztertzea.</p>

D5	Funtzioak / Irudikapena	<p>3. <i>Multzoa. Analisiak.</i> Ebaluazio irizpide guztiak, bereziki azkena:</p> <p>4. Funtzioak aztertzea eta modu grafikoan irudikatzea, eta informazioa eskuratzea beren propietateetatik abiatuta eta informazioa ateratzea haien portaera lokal edo globalaren gainean.</p> <p>5. <i>Multzoa. Estatistika eta probabilitatea.</i> 2. Bi aldagaien artean izan litekeen erlazioa interpretatzea eta haien arteko erlazio lineala kuantifikatzea korrelazio koefizientearen bidez, erregresio-zuzen bat doitzea eta, bestela, iragarpenak egitea egokia ote den baloratuz, eta haien fidagarritasuna ebaluatuz fenomeno zientifikoekin loturiko problemen ebazpenaren testuinguru batean.</p>
D6	Problemak	<p>1. <i>Multzoa. Prozesuak, metodoak eta jarrerak matematikan.</i> 1. Problema bat ebazteko jarraitutako prozesua hitzez, modu arrazoituan, adieraztea. 2. Arrazoitze-prozesuak eta problemak ebazteko estrategiak erabiltzea, behar diren kalkuluak egitea eta lortutako konponbideak egiaztatzea.</p>

Ebaluazio irizpideak		
Deskriptorea		Batxilergoa 2
D1	Lengoaia	<i>Multzo guztietan</i>
D2	Baliokidetasunak	–
D3	Monomioak / polinomioak	<p>3. <i>Multzoa. Analisiak.</i> 3. Funtzio errazen integralak kalkulatzeko, jatorrizkoak kalkulatzeko oinarriko teknikak aplikatuz. 4. Integral definituen kalkulua erabiltzea, zuzen eta kurba errazek mugaturiko eskualde lauetako azalera neurtzeko, horiek erraz irudikatzen ahal direlarik, eta orokorrean, problemak ebazteko.</p>

D4	Ekuzioak	<p><i>2. Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</i></p> <p>2. Ohiko hizkuntzan adierazten diren problemak hizkuntza aljebraikora transkribatzea, eta horiek ebaztea halako teknika aljebraiko batzuk erabiliz (matrizeak, determinanteak eta ekuazio sistemak), modu kritikoan interpretatuz eskuratutako konponbideen esanahia.</p> <p><i>4. Multzoa. Geometria.</i></p> <p>2. Zuzenen eta planoen arteko intzidentzia, paralelismo eta zutasun problemak ebaztea, zuzenaren ekuazioa eta espazio planoaren ekuazioa erabiliz.</p>
D5	Funtzioak / Irudikapena	<p><i>3. Multzoa. Analisisak.</i></p> <p>2. Funtzio baten puntu bateko deribatuaren kontzeptua, haren interpretazio geometrikoa eta deribatuen kalkulua aplikatzea fenomeno natural, sozial edo teknologikoak aztertzeko, eta problema geometrikoak, limiteak kalkulatzeko problemak eta optimizazio problemak ebazteko.</p> <p>3. Funtzio errazen integralak kalkulatzeko, jatorrizkoak kalkulatzeko oinarritzko teknikak aplikatuz.</p> <p>4. Integral definituen kalkulua erabiltzea, zuzen eta kurba errazek mugaturiko eskualde lauetako azalera neurtzeko, horiek erraz irudikatzen ahal direlarik, eta orokorrean, problemak ebazteko.</p>
D6	Problemak	<p><i>1. Multzoa. Prozesuak, metodoak eta jarrerak matematikan.</i></p> <p>1. Problema bat ebazteko segituta hitzez adierazten du, modu arrazoituan.</p> <p>2. Arrazoitze-prozesuak eta problemak ebazteko estrategiak erabiltzea, behar diren kalkuluak egitea eta lortutako konponbideak egiaztatzea.</p> <p><i>2. Multzoa. Zenbakiak eta aljebra.</i></p> <p>2. Ohiko hizkuntzan adierazten diren problemak hizkuntza aljebraikora transkribatzea, eta horiek ebaztea halako teknika aljebraiko batzuk erabiliz (matrizeak, determinanteak eta ekuazio sistemak), modu kritikoan interpretatuz eskuratutako konponbideen esanahia.</p>

3. Kapitulu

Ariketen, problemen eta galderen ereduak testu-liburuetan eta aljebrearekin duten lotura indarrean dagoen curriculumean

Kapitulu honetan ANAYA-HARITZA argitaletxeko testu-liburuak aztertuko ditugu, Lehen Hezkuntzako 3. ziklotik hasi eta Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzako 3. mailara arte, indarrean dagoen curriculum noraino eta nola gauzatzen den arakatur eta ariketa mota guztiak sailkatuz, betiere, aurreko kapituluetan zehazturiko aljebrearen edukien ikuspuntutik.

Landutako ikasmaila DBHko lehen maila izanik, azterketa bi urte lehenago hasi beharko genuen. aljebrearen lehen nozio esplizituak DBHko lehen maila horretan ematen dira, ordea, beraz egoki ikusi da maila hori baino lehenagoko bi ikasturteak batera aztertzea, Lehen Hezkuntzako 3. zikloaren epigrafearen pean. Ikerketak DBHko 3. mailara arte hartzen du, aljebrearen irakaskuntzan helburu dugun aurreko eta ondorengo ikasmailak sakonki aztertuz.

Testu-liburuetan ageri diren aktibitateak ondoko hauen artean sailkatu dira:

- Ariketa: ebazteko pausuak ezagunak dituen lana (zatiketa, ekuazioa...)
- Problema: ebazteko pausuak ezezagunak dituen lana. Hala ere, haren ebazpenean ariketekin landutako teknikak aplikatzen dira.
- Kuestioa: erantzun numerikoa ez duen galdera. Ez da teknikarekin lotzen, egoeraren analisiarekin eta hausnarketarekin baizik, eta ulermen orokorra garatzeko eta arrazoitzeko gaitasuna eskatzen du.
- Situazioa: ikaskuntza prozesua, hainbat jarraibideren, lanen eta faseren edo aldien bidez burutzen dena. Ikas prozesuan zehar aldagaiak edota baldintzak alda daitezke, ulermen orokorra helburu. Brousseau-ren *La théorie des situations didactiques*-en arabera, (Brousseau, 1997) ongi bereizitako bi fase daude:
 - Adidaktikoa: ikasleak ezagutzarekin zuzenean harremanetan jartzen dira, irakaslearen inolako esku-hartzerik gabe. Erantzunak beren baliabideekin bilatu behar dituzte, emaitzen arabera estrategiak finkatuz edo aldatuz.

Lehen fase honetan hiru azpifase eman daitezke: akzio, formulazio eta egiaztatzea, alegia.
 - Instituzionala: irakaslearen esku-hartzeak bereganatu beharreko ezagutza bermatzen du, betiere ikasleek lorturiko emaitzetatik abiatuta, eta aurreko faseetan sorturikoa kontuan hartuz.

Hurrengo orrialdeetan ikasmaila bakoitzeko testu-liburuetan agertzen diren ariketa esanguratsu batzuk aurkezten dira, adibide gisa.

3.1. Ariketen, problemen eta galderen ereduak Lehen Hezkuntzako 3. zikloan

Ariketen, problemen eta galderen ereduak ANAYA-HARITZako testu-liburuetan eta aljibrarekin duten lotura indarrean dagoen curriculumean Lehen Hezkuntzako 3. zikloan.

Aktibitate mota: Ariketa <input checked="" type="checkbox"/> Problema <input type="checkbox"/> Kuestioa <input type="checkbox"/> Situazioa <input type="checkbox"/>
Deskripzioa: Hainbat zatikien arteko berdintza mantentzeko, zatiki baliokideak osatu falta diren terminoak betez.
Adibidea: 6. gaia, Zatikiak eta eragiketak, 85. orr.
<p>2 Kopiatu koadernoan eta lortu, anplifikazioz, $\frac{4}{5}$ zatikiaren hainbat zatiki baliokide.</p> $\frac{4}{5} = \frac{\square}{10} = \frac{12}{\square} = \frac{\square}{20} = \frac{20}{\square}$

Aktibitate mota: Ariketa <input checked="" type="checkbox"/> Problema <input type="checkbox"/> Kuestioa <input type="checkbox"/> Situazioa <input type="checkbox"/>						
Deskripzioa: Magnitudeen arteko baliokidetasuna.						
Adibideak: 8. gaia, Neurri-sistema, 114., 118. eta 119. orr.						
<p>1 Adierazi metro karratutan.</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 33%;">a) 5 ha</td> <td style="width: 33%;">c) 6800 ca</td> <td style="width: 33%;">e) 6,3 ha</td> </tr> <tr> <td>b) 3,25 a</td> <td>d) 500 ca</td> <td>f) 12 a</td> </tr> </table>	a) 5 ha	c) 6800 ca	e) 6,3 ha	b) 3,25 a	d) 500 ca	f) 12 a
a) 5 ha	c) 6800 ca	e) 6,3 ha				
b) 3,25 a	d) 500 ca	f) 12 a				
<p>1 Kopiatu eta osatu koadernoan.</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 33%;">a) $6 \text{ m}^3 = \dots \text{ dm}^3 = \dots \text{ cm}^3$</td> <td style="width: 33%;">c) $\dots \text{ m}^3 = 7500 \text{ dm}^3 = \dots \text{ cm}^3$</td> </tr> <tr> <td>b) $0,5 \text{ m}^3 = \dots \text{ dm}^3 = \dots \text{ cm}^3$</td> <td>d) $\dots \text{ m}^3 = \dots \text{ dm}^3 = 300000 \text{ cm}^3$</td> </tr> </table>	a) $6 \text{ m}^3 = \dots \text{ dm}^3 = \dots \text{ cm}^3$	c) $\dots \text{ m}^3 = 7500 \text{ dm}^3 = \dots \text{ cm}^3$	b) $0,5 \text{ m}^3 = \dots \text{ dm}^3 = \dots \text{ cm}^3$	d) $\dots \text{ m}^3 = \dots \text{ dm}^3 = 300000 \text{ cm}^3$		
a) $6 \text{ m}^3 = \dots \text{ dm}^3 = \dots \text{ cm}^3$	c) $\dots \text{ m}^3 = 7500 \text{ dm}^3 = \dots \text{ cm}^3$					
b) $0,5 \text{ m}^3 = \dots \text{ dm}^3 = \dots \text{ cm}^3$	d) $\dots \text{ m}^3 = \dots \text{ dm}^3 = 300000 \text{ cm}^3$					
<p>2 Adierazi litrotan.</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 33%;">a) 350 dm^3</td> <td style="width: 33%;">b) $0,02 \text{ m}^3$</td> <td style="width: 33%;">c) 1700 cm^3</td> </tr> <tr> <td>a) 350 l</td> <td>b) 20 l</td> <td>c) $1,7 \text{ l}$</td> </tr> </table>	a) 350 dm^3	b) $0,02 \text{ m}^3$	c) 1700 cm^3	a) 350 l	b) 20 l	c) $1,7 \text{ l}$
a) 350 dm^3	b) $0,02 \text{ m}^3$	c) 1700 cm^3				
a) 350 l	b) 20 l	c) $1,7 \text{ l}$				


Aktibitate mota: Ariketa <input checked="" type="checkbox"/> Problema <input type="checkbox"/> Kuestioa <input type="checkbox"/> Situazioa <input type="checkbox"/>								
Deskripzioa: Magnitudeen arteko baliokidetasuna.								
Adibidea: 9. gaia, Sistema hirurogeitarra, 131. orr.								
<p>2 Kalkulatu zenbat segundo dauden:</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 25%;">a) 5 minutuan</td> <td style="width: 25%;">c) 10 minutuan</td> <td style="width: 25%;">e) 30 minutuan</td> <td style="width: 25%;">g) Ordu bat eta erdian</td> </tr> <tr> <td>b) 2 ordu eta laurdenean</td> <td>d) 20 minutuan</td> <td>f) minutu erdi batean</td> <td>h) 70 minutuan</td> </tr> </table>	a) 5 minutuan	c) 10 minutuan	e) 30 minutuan	g) Ordu bat eta erdian	b) 2 ordu eta laurdenean	d) 20 minutuan	f) minutu erdi batean	h) 70 minutuan
a) 5 minutuan	c) 10 minutuan	e) 30 minutuan	g) Ordu bat eta erdian					
b) 2 ordu eta laurdenean	d) 20 minutuan	f) minutu erdi batean	h) 70 minutuan					

Aktibitate mota: Ariketa Problema Kuestioa Situazioa

Deskripzioa: Hexagonoaren azalera kalkulatu eta proportzionaltasun zuzena aplikatu.

Adibidea: 10. gaia, Perimetroak eta azalera, 147. orr.

5 Etxe-orratz baten teilatu lauak, hexagono erregularren forma izanik, 90 m-ko aldea eta 7 m-ko apotema ditu. Azaleraren erdia belar artifizialez estali nahi da. Belar hori jartzea 39,50 € ordaindu behar da metro karratuko. Zenbat kostatuko da instalazio osoa?




Aktibitate mota: Ariketa Problema Kuestioa Situazioa

Deskripzioa: Piramide baten bolumena kalkulatu. Formulak erabili.

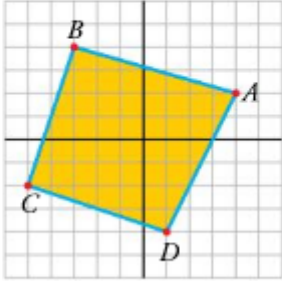
Adibidea: 11. gaia, Azalera eta bolumenak, 167. orr.

10 Piramidearen oinarria 64 m^2 -ko azalera duen karratua da. Piramidea 12 m altu da. Zenbat da bolumena?



3.2. Ariketen, problemen eta galderen ereduak DBHko 1. mailan

Ariketen, problemen eta galderen ereduak testu-liburuetan eta aljebrearekin duten lotura indarrean dagoen curriculumean DBHko 1. Mailan. ANAYA-HARITZA argitaletxeko liburuan, aljebra, zehazki, izen bereko 10. gaian jorratzen da.

Aktibitate mota: Ariketa <input checked="" type="checkbox"/> Problema <input type="checkbox"/> Kuestioa <input type="checkbox"/> Situazioa <input type="checkbox"/>
Deskripzioa: Koordenatu kartesiarren sistema erabiltzen da zenbaki osoen irudikapen grafikoa egiteko.
Adibidea: 4. gaia, Zenbaki osoak. 67.orr.
<p>4. Aztertu koordenatu-ardatzak plano laukidunean. A puntua bere koordenatuen bidez definituta dago:</p> $A \rightarrow (+4, +2)$ 
Zein dira laukiaren beste hiru erpinen koordenatuak?

Aktibitate mota: Ariketa <input checked="" type="checkbox"/> Problema <input type="checkbox"/> Kuestioa <input type="checkbox"/> Situazioa <input type="checkbox"/>
Deskripzioa: Lengoaia naturaletik hizkuntza aljebraikora itzuli
Adibidea: 10. gaia, aljebra. 173.orr.
<p>3. x zenbaki arrunt bat dela onartuz, idatzi:</p> <p>a) Zenbaki horren bikoitza. b) Zenbaki horren hurrengoa. c) Zenbaki horren, bikoitzaren eta hurrengoaren batuketa.</p>
Aktibitate mota: Ariketa <input checked="" type="checkbox"/> Problema <input type="checkbox"/> Kuestioa <input type="checkbox"/> Situazioa <input type="checkbox"/>
Deskripzioa: Monomioak, bere atalak eta maila identifikatu eta desberdindu.
Adibidea: 10. gaia, aljebra. 175.orr.
<p>3. Monomio hauetako bakoitzean, adierazi koefizientea, letrazko atala eta maila:</p> <p>a) $2a$ b) x^2 c) $-3ab$ d) $\frac{1}{2}xy^3$</p>

Aktibitate mota: Ariketa <input checked="" type="checkbox"/> Problema <input type="checkbox"/> Kuestioa <input type="checkbox"/> Situazioa <input type="checkbox"/>
Deskripzioa: Monomioen arteko eragiketa konbinatuak, parentesiekin.
Adibidea: 10. gaia, aljebra. 175.orr.
8. Kendu parentesiak eta sinplifikatu.
a) $5x^2 - (2x + x^2)$ b) $3x - (x - x^2)$
c) $x^2 - (3x - x^2)$ d) $5x - (2x - 3x^2)$


Aktibitate mota: Ariketa <input checked="" type="checkbox"/> Problema <input type="checkbox"/> Kuestioa <input type="checkbox"/> Situazioa <input type="checkbox"/>
Deskripzioa: Ekuazioak ebazteko aurreko teknikak finkatu.
Adibideak: 10. gaia, aljebra. 180. eta 181. orr.
1. Ebatzi, ikasi berri dituzun teknikak erabiliz.
a) $x + 3 = 4$ b) $x - 1 = 8$ c) $x + 5 = 11$
d) $x - 7 = 3$ e) $x + 4 = 1$ f) $x - 2 = -6$
4. Ebatzi, aurreko teknikak konbinatuz.
a) $3x - 2 = 0$ b) $4x + 5 = 13$ c) $2x - 5 = 9$
d) $8 - 3x = 2$ e) $\frac{x}{2} + 4 = 7$ f) $\frac{x}{3} - 2 = 3$


Aktibitate mota: Ariketa <input checked="" type="checkbox"/> Problema <input type="checkbox"/> Kuestioa <input type="checkbox"/> Situazioa <input type="checkbox"/>
Deskripzioa: Ekuazio konplexuak ebazteko teknikak ikasi. Parentesiak kendu. Banatze propietatea. Hausnarketa bultzatu.
Adibidea: 10. gaia, aljebra. 184. orr.
20. Ebatzi ekuazio hauek:
a) $2x - 8 = 1 - 3(x - 2)$
b) $4x - (2 + x) = 3(x - 1)$
c) $2x + 3(x + 1) = 5 - 2(2x - 5)$
<i>Soluzioak:</i> a) 3; b) Ez du soluziorik; c) 4/3

Aktibitate mota: Ariketa Problema Kuestioa Situazioa


Deskripzioa: Eguneroko problemak ekuazioen bidez planteatu eta ebatzi.

Adibidea: 10. gaia, aljebra. 191. orr.

34.  Kaxa bat pastak hiru kaxa gailetak adina balio du. Bi kaxa gaileta eta kaxa bat pasta erosi ditut, eta 10 euro ordaindu dut. Zenbat balio du kaxa bat pastak, eta zenbat kaxa bat gailetak?



x



$3x$

Aktibitate mota: Ariketa Problema Kuestioa Situazioa

Deskripzioa: Orokortu. Patroiak eta erregularitasunak aurkitu.

Adibidea: 10. gaia, aljebra. 193. orr.

2. Osatu koadernoan honako taula hauek:


n	1	2	3	5	10	15
$n^2 + 3$				28		


1	2	3	5	10	a	n
2	5	10	26	101		

3.3. Ariketen, problemen eta galderen ereduak DBHko 2. mailan

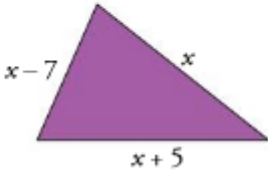
Ariketen, problemen eta galderen ereduak testu-liburuetan eta aljebrarekin duten lotura indarrean dagoen curriculumean DBHko 2. Mailan. ANAYA-HARITZA argitaletxeko liburuan, ondoko hiru hauek dira aljebrari eskainitako gaiak: *Algebra*, *Ekuazioak* eta *Ekuazio sistemak*.

Aktibitate mota: Ariketa <input checked="" type="checkbox"/> Problema <input type="checkbox"/> Kuestioa <input type="checkbox"/> Situazioa <input type="checkbox"/>
Deskripzioa: Polinomioen arteko eragiketak.
Adibidea: 6. gaia, algebra. 122. orr.
6. Kalkulatu polinomio hauen arteko eragiketak: $A = 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4$ $B = 2x^3 - x^2 - 7x - 1$ a) $A + B$ b) $A - B$


Aktibitate mota: Ariketa <input checked="" type="checkbox"/> Problema <input type="checkbox"/> Kuestioa <input type="checkbox"/> Situazioa <input type="checkbox"/>
Deskripzioa: Hizkuntza algebraikoa finkatu.
Adibidea: 6. gaia, algebra. 127. orr.
2.  Baserri batean, Z zaldi, B behi eta O oilo daude. Elkartu adierazpen horiek honako hauen kopuruei: a) Hankak. b) Buruak. c) Belarriak. A <input type="text" value="2Z + 2B"/> B <input type="text" value="Z + B + O"/> C <input type="text" value="4(Z + B) + 2O"/>

Aktibitate mota: Ariketa <input checked="" type="checkbox"/> Problema <input type="checkbox"/> Kuestioa <input type="checkbox"/> Situazioa <input type="checkbox"/>
Deskripzioa: Biderkadura nabarmenak landu.
Adibidea: 6. gaia, algebra. 129. orr.
32.  Biderketa egin gabe, kalkula biderkadura nabarmenen formulak erabiliz. a) $(x + 3)^2$ b) $(3 + a)^2$ c) $(2 - x)^2$ d) $(a - 6)^2$ e) $(2x + 1)^2$ f) $(5 - 3a)^2$ g) $(x - 5) \cdot (x + 5)$ h) $(3x - 5) \cdot (3x + 5)$


Aktibitate mota: Ariketa <input checked="" type="checkbox"/> Problema <input type="checkbox"/> Kuestioa <input type="checkbox"/> Situazioa <input type="checkbox"/>
Deskripzioa: Ekuazioak parentesi eta izendatzaileekin ebatzi.
Adibidea: 7. gaia, Ekuazioak. 143. orr.
<p>1. Ebatzi honako ekuazio hauek:</p> <p>a) $\frac{3}{2}(1 - x) + 2 = 3x$</p> <p>b) $1 - \frac{2x}{7} = x - 2\left(x - \frac{1}{3}\right)$</p> <p>c) $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = \frac{1}{6}\left(x - \frac{3}{2}\right) + x$</p> <p>d) $\frac{2x}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{3}\left(x - \frac{7}{3}\right)$</p>


Aktibitate mota: Ariketa <input type="checkbox"/> Problema <input checked="" type="checkbox"/> Kuestioa <input type="checkbox"/> Situazioa <input type="checkbox"/>
Deskripzioa: Problema geometrikoa ekuazioen bidez ebatzi
Adibidea: 7. gaia, Ekuazioak. 147. orr.
<p>12. Triangelu eskaleno jakin batean, tarteko aldea alde txikia baino 7 cm luzeagoa eta alde nagusia baino 5 cm laburragoa da. Perimetroa 52 cm da. Zenbat da alde bakoitzaren luzera?</p>


Aktibitate mota: Ariketa <input checked="" type="checkbox"/> Problema <input type="checkbox"/> Kuestioa <input type="checkbox"/> Situazioa <input type="checkbox"/>
Deskripzioa: Bigarren mailako ekuazioak formula aplikatuz ebatzi.
Adibidea: 7. gaia, Ekuazioak. 147. orr.
<p>11. Ebatzi formula aplikatuz.</p> <p>a) $x^2 - 10x + 21 = 0$ b) $x^2 + 2x - 3 = 0$</p> <p>c) $x^2 + 9x + 40 = 0$ d) $5x^2 + 14x - 3 = 0$</p> <p>e) $15x^2 - 16x + 4 = 0$ f) $14x^2 + 5x - 1 = 0$</p> <p>g) $x^2 - 10x + 25 = 0$ h) $9x^2 + 6x + 1 = 0$</p>

Aktibitate mota: Ariketa <input type="checkbox"/> Problema <input checked="" type="checkbox"/> Kuestioa <input type="checkbox"/> Situazioa <input type="checkbox"/>
Deskripzioa: Problemak ekuazioen bidez ebatzi.
Adibidea: 7. gaia, Ekuazioak. 153. orr.
32.  Bi tren elkarren arteko 132 km-ko distantzian dauden bi hiritako geltokietan daude, hurrenez hurren. Biak, bide paraleloetan zehar, aurkako hirirantz atera dira. Lehenengoa 170 km/h-ko abiaduran doa, eta bigarrena, 95 km/h-koan. Zenbat denbora barru gurutzatuko dira?

Aktibitate mota: Ariketa <input checked="" type="checkbox"/> Problema <input type="checkbox"/> Kuestioa <input type="checkbox"/> Situazioa <input type="checkbox"/>																		
Deskripzioa: Ekuazio sistemak modu analitikoan eta grafikoan ebatzi																		
Adibidea: 8. gaia, Ekuazio sistemak. 161. orr.																		
5. Kopiatu eta osatu taula ekuazio bakoitzarentzat eta irudikatu dagokion zuzena.																		
a) $x - y = 0 \rightarrow y = x$ b) $x - 2y = 2 \rightarrow y = \frac{x - 2}{2}$																		
<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="background-color: #e1f5fe;">x</td> <td>-6</td> <td>-4</td> <td>-2</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #e1f5fe;">y</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>...</td> </tr> </table>	x	-6	-4	-2	0	2	4	6	...	y								...
x	-6	-4	-2	0	2	4	6	...										
y								...										


Aktibitate mota: Ariketa <input checked="" type="checkbox"/> Problema <input type="checkbox"/> Kuestioa <input type="checkbox"/> Situazioa <input type="checkbox"/>
Deskripzioa: Ekuazio sistemak ebazteko hiru metodo analitikoak.
Adibidea: 8. gaia, Ekuazio sistemak. 170. orr.
3.  Ebatzi ordezte-metodoz ezezagunik egokiena bakanduz.
a) $\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 5x - y = 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - 2y = 7 \\ 2x - 3y = 13 \end{cases}$


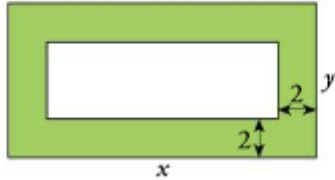
Aktibitate mota: Ariketa <input type="checkbox"/> Problema <input checked="" type="checkbox"/> Kuestioa <input type="checkbox"/> Situazioa <input type="checkbox"/>
Deskripzioa: Problemak ekuazio sistemen bidez ebatzi.
Adibidea: 8. gaia, Ekuazio sistemak. 172. orr.
26.  Triangelu baten azalera 117 m^2 da eta oinarria altueraren bi heren baino zentimetro bat handiagoa da. Kalkulatu oinarriaren eta altueraren luzera.

3.4. Ariketen, problemen eta galderen ereduak DBHko 3. mailan


Ariketen, problemen eta galderen ereduak testu-liburuetan eta aljebrearekin duten lotura indarrean dagoen curriculumean, ikasketa akademikoetara bideratutako Matematikan, DBHko 3. Mailan. ANAYA-HARITZA argitaletzeko liburuan, ondoko hiru hauek dira aljebrenari eskainitako gaiak: *Hizkuntza aljebraikoa*, *Ekuaizioak* eta *Ekuaizio sistemak*.


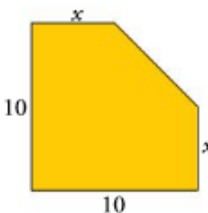
Aktibitate mota: Ariketa <input checked="" type="checkbox"/> Problema <input type="checkbox"/> Kuestioa <input type="checkbox"/> Situazioa <input type="checkbox"/>
Deskripzioa: Polinomioen arteko zatiketa Ruffiniren erregela aplikatuz.
Adibidea: 5. gaia, Hizkuntza aljebraikoa. 91. orr.
1. Kalkulatu zatiketa hauetako zatidura eta hondarra:
a) $(x^5 - 7x^4 + 3x^2 - 8) : (x^2 - 3x + 1)$
b) $(6x^4 + 3x^3 - 2x) : (3x^2 + 2)$
c) $(5x^4 + 6x^2 - 11x + 13) : (x - 2)$ Ruffiniren erregelaz.


Aktibitate mota: Ariketa <input checked="" type="checkbox"/> Problema <input type="checkbox"/> Kuestioa <input type="checkbox"/> Situazioa <input type="checkbox"/>
Deskripzioa: Zatiki aljebraikoak sinplifikatu, faktore komuna aterata.
Adibidea: 5. gaia, Hizkuntza aljebraikoa. 97. orr.
30.  Sinplifikatu honako zatiki aljebraiko hauek. Horretarako, atera faktore komuna:
a) $\frac{x^2 - 4x}{x^2}$ b) $\frac{3x}{x^2 + 2x}$ c) $\frac{3x + 3}{(x + 1)^2}$
d) $\frac{2x^2 + 4x}{x^3 + 2x^2}$ e) $\frac{8x^3 - 4x^2}{(2x - 1)^2}$ f) $\frac{5x^3 + 5x}{x^4 + x^2}$


Aktibitate mota: Ariketa <input type="checkbox"/> Problema <input checked="" type="checkbox"/> Kuestioa <input type="checkbox"/> Situazioa <input type="checkbox"/>
Deskripzioa: Hizkuntza aljebraikoa erabili.
Adibidea: 5. gaia, Hizkuntza aljebraikoa. 98. orr.
48.  Adierazi era aljebraikoan zenbat den koloreztatuta dagoen zatiaren azalera.


Aktibitate mota: Ariketa <input checked="" type="checkbox"/> Problema <input type="checkbox"/> Kuestioa <input type="checkbox"/> Situazioa <input type="checkbox"/>
Deskripzioa: Lehen mailako ekuazioen errepasoa.
Adibidea: 6. gaia, Ekuazioak. 107. orr
1. Ebatzi honako ekuazio hauek:
a) $\frac{3x}{15} - x = -\frac{3x}{3} + \frac{9}{5}$ b) $\frac{x}{3} + \frac{x}{9} - \frac{4x}{27} = \frac{11}{27} - \frac{x}{9}$


Aktibitate mota: Ariketa <input checked="" type="checkbox"/> Problema <input type="checkbox"/> Kuestioa <input type="checkbox"/> Situazioa <input type="checkbox"/>
Deskripzioa: Bigarren mailako ekuazioen errepasoa.
Adibidea: 6. gaia, Ekuazioak. 116. orr
15.  Ebatzi honako ekuazio hauek:
a) $(2x + 1)(x - 3) = (x + 1)(x - 1) - 8$
b) $(2x - 3)(2x + 3) - x(x + 1) - 5 = 0$


Aktibitate mota: Ariketa <input type="checkbox"/> Problema <input checked="" type="checkbox"/> Kuestioa <input type="checkbox"/> Situazioa <input type="checkbox"/>
Deskripzioa: Problemak bigarren mailako ekuazioen bidez ebatzi
Adibidea: 6. gaia, Ekuazioak. 11. orr
47.  Zenbat izango da x -ren balioa, honako irudi honen azalera 82 cm^2 -koa izan dadin?


Aktibitate mota: Ariketa <input type="checkbox"/> Problema <input type="checkbox"/> Kuestioa <input checked="" type="checkbox"/> Situazioa <input type="checkbox"/>
Deskripzioa: Hausnartu.
Adibidea: 6. gaia, Ekuazioak. 119. orr
60.  Egia ala gezurra? Arrazoitu erantzunak.
a) $5x = 0$ ekuazioak ez du soluziorik.
b) Ekuazio baten atalak -3 rekin biderkatuz gero, soluzioa ez da aldatzen.
c) $0x = 4$ ekuazioak infinitu soluzio ditu.
d) Bigarren mailako ekuazioaren diskriminatzailea $-b^2 + 4ac$ da.

Aktibitate mota: Ariketa <input checked="" type="checkbox"/> Problema <input type="checkbox"/> Kuestioa <input type="checkbox"/> Situazioa <input type="checkbox"/>
Deskripzioa: Sistema baliokideak. Sistema lineal baten ebazpen grafikoa. Soluzio kopuruak.
Adibidea: 7. gaia, Ekuazio sistemak. 127. orr
<p>1.  Erreparatu ekuazioei eta adierazi honako sistema hauetako zeinek duen soluzioa, zein den batezbestekoa eta zein indeterminatua. Egiazta ezazu zuzenak irudikatuz:</p> <p>a) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ -2x + 5y = 10 \end{cases}$</p> <p>c) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 4x + 2y = 14 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$</p>

Aktibitate mota: Ariketa <input checked="" type="checkbox"/> Problema <input type="checkbox"/> Kuestioa <input type="checkbox"/> Situazioa <input type="checkbox"/>
Deskripzioa: Sistema linealak ebazteko erregela praktikoak.
Adibidea: 7. gaia, Ekuazio sistemak. 131. orr
<p>4. Ebatzi honako sistema hau aurretiaz sinplifikatuz:</p> $\begin{cases} 5(x + 3) - 2(y - 1) = 3(5x - y) - 8x \\ \frac{x + 1}{7} - \frac{y}{5} = 2 \end{cases}$


Aktibitate mota: Ariketa <input type="checkbox"/> Problema <input checked="" type="checkbox"/> Kuestioa <input type="checkbox"/> Situazioa <input type="checkbox"/>
Deskripzioa: Eguneroko problemak ebatzi ekuazio sistemen bidez.
Adibidea: 7. gaia, Ekuazio sistemak. 138. orr
<p>27.  Praka eta zapatak 126 € ordaindu ditut. Praken prezioa %14 garestiago izango balitz, zapaten prezioaren %75 izango litzateke. Zenbat ordaindu dut bakoitza?</p>

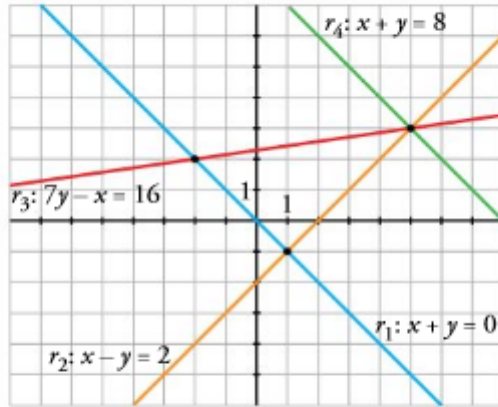
Aktibitate mota: Ariketa <input type="checkbox"/> Problema <input checked="" type="checkbox"/> Kuestioa <input type="checkbox"/> Situazioa <input type="checkbox"/>
Deskripzioa: Problema geometrikoak ebatzi ekuazio sistemen bidez.
Adibidea: 7. gaia, Ekuazio sistemak. 138. orr
<p>38.  Laukizuzen baten diagonalak 15 cm luze da eta perimetroa, 42 cm. Kalkulatu zenbat diren aldeak luzerak.</p>

Aktibitate mota: Ariketa Problema Kuestioa Situazioa

Deskripzioa: Ekuazio sistemen ebazpen grafiko eta analitikoak

Adibidea: 7. gaia, Ekuazio sistemak. 139. orr

52.  Erreparatu r_1 , r_2 , r_3 eta r_4 zuzenen irudikapenei eta erantzun ebatzi gabe.



a) Zein da honako ekuazio-sistema hauen soluzioa?
Baterazina edo indeterminatua al da baten bat?

$$i) \begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = 2 \end{cases} \quad ii) \begin{cases} x - y = 2 \\ 7y - x = 16 \end{cases} \quad iii) \begin{cases} x + y = 0 \\ x + y = 8 \end{cases}$$

4. Kapitulu

Emaizak

Kapitulu honetan indarrean dagoen curriculumaren eta arakatutako testu-liburuaren arteko koherentzia aztertuko da, testu batean zein bestean egon daitezkeen ausentzia eta presentzia nabarmenenak aipatuz.

4.1. Ausentziak eta presentziak curriculumean eta testu-liburuetan. Bi testuen arteko koherentzia.

Oro har, Lehen Hezkuntzako curriculumak zehazten dituen eduki gehienak topatzen dira ANAYA-HARITZAKO testu-liburuan. Lan honetan ezarri diren deskriptore gehienak behar bezala islatzen dira liburuan baina badira, hala ere, ausentzia nabarmen batzuk, ondoren aipatuko direnak.

D5 deskriptorean ezarritako edukien artean, koordenatu kartesiarren sistemarena agertzen da. Liburuan, aldiz, ez da eduki hori lantzen, irudikapen mota bakarra zuzen erreala da, zenbaki osoak azaltzen diren gaian.

Bestalde, D2 deskriptorearen baitan magnitudeen zein neurrien arteko baliokidetasuna aipatzen da, zehazki ondoko hauek nabarmenduz: moneta sistema, informazio unitateak edota sistema metriko hamartarreko unitateak. Testu-liburuan soilik bakan batzuk azaltzen dira (luzera, azalera, bolumena). Pisua, moneta edota informazio unitateak ez dira lantzen.

DBHko 1. mailari dagokionez, aljebraen gaia aurkeztearekin batera, hizkuntza arrunta hizkuntza aljebraikora (D1) itzultzeko adibide ugari aurki daitezke. Lehen adierazpen aljebraikoak agertzen dira, monomioak eta polinomioak (D3), eta leku dezente eskaintzen zaie testu-liburuan, curriculumean oso azaletik aipatzen badira ere. Izan ere, lege-testuan *zenbakiak eta aljebra* batera ageri dira, eta ez da ebaluazio irizpiderik edota estandar ebaluagarririk lehen adierazpen aljebraiko horien arteko eragiketak propio neurtzeko.

Antzeko zerbait gertatzen da D4 deskriptorearen kasuan: dekretuan ekuazioak oso zeharka aipatzen dira, eta soilik edukietan, beste bi ataletan inolako garapenik izan gabe. Liburuan aldiz, garrantzi handia ematen zaie eta haiek ebazteko lehen teknikak irakasten dira. Testu-liburuan ekuazioak aljebraen zatirik nagusia izanik, desoreka handia sumatzen da curriculumeko estandar ebaluagarrietan ikusten diren hutsuneekin alderatuz gero. Problemen ebazpen aljebraikoari dagokionez (D6), ordea, xehetuago ageri da legean, batez ere Matematikan prozesuak, metodoak eta jarrerak biltzen dituen multzoan.

Funtzioak eta irudikapen grafikoaren baitan (D5), maila honetan koordenatu kartesiarren sistema lehen aldiz lantzen da, luze eta zabal landu ere, *Funtzioen grafikoak* izeneko gaian.

Azkenik, baliokidetasunaren nozioa (D2) ere present dago testu-liburuan, zatikien gaian nagusiki.

DBHko 2. maila

Lehen mailako curriculumean era esplizituan agertzen ez ziren elementuak azaltzen dira orain lehen aldiz, hala monomioekin eta polinomioekin egindako eragiketak (D3), nola ezezagun bateko lehen mailako ekuazioak (metodo aljebraikoa). Deskriptore honen baitan (D4), bigarren mailako ekuazio sinpleak eta ekuazio linealen sistemak ere azaltzen dira. Ekuazioen eta ekuazio-sistemen ebazpen grafikoari dagokionez (D5), aurreko ikasmilan landutakoa sakontzen da. Problemen ebazpen aljebraikoak ere (D6) badu bere lekua testu-liburuan eta baita baliokidetasunarekin (D2) loturiko biderkadura nabarmenak ere.

Orokorki, curriculumaren adaptazioak oso egokia diruri maila honetan.

DBHko 3. maila

Hizkuntza aljebraikoa (D1) gero eta aberatsagoa da, polinomioekin (D3) egindako eragiketak zailtzen dira (Ruffiniren erregela), eta ekuazioen (D4) zein problemen ebazpenen (D6) deskriptoretan zehaztutako eduki guztiak behar bezala islatzen dira testu-liburuan. Funtzioen eta irudikapen grafikoaren deskriptoreari dagokionez (D5) funtzioen edukietan sakontzen da.

Aurreko ikasmilan bezala, legeak ezartzen duena testu-liburuan egoki islatzen denaren ustea dago.

Laburbilduz, eta salbuespenak salbuespen, koherentzia nahiko handia ikusten da aztertutako testu-liburuen eta legeak agintzen duenaren artean. Esan daiteke curriculumak modu nahiko egokian islatzen dela eskola-liburuetan.

Bestelako kontua litzateke aljibraren irakaskuntza nondik abiatuta eta nola ematen den aztertzea. Curriculumak arakatuta eta testu-liburuen egitura eta edukiak ikusita argi dago, oro har, aljebra hurbiltzeko abiapuntua Aritmetika dela, eta ikasleek prozesu hori modu naturalean ematea espero dela (Bolea, Bosch, & Gascón, 2004), betiere zenbakiekin bereganatu duten ezagutza baliatuz.

Bestalde, Bigarren Hezkuntzako ikasmila hauetan aljibraren irakaskuntza ekuazioen inguruan ardatzen da, erabat, anitzetan haien ebazpen mekaniko hutsetan. Zentzu honetan oso urria da Geometriarekin loturiko espazioa eta are urriagoa, hutsala, funtzio linealak proportzionaltasunarekin partekatzen duena.

II. Atala: **Algebra indarrean dagoen curriculumean eta** **testu-liburuetan**

Master Bukaerako Lanaren bigarren zati honetan, aztertu egiten da aljebraren irakaskuntza prozesua DBHko 1. mailan. Hala, bosgarren kapituluak objektu matematikoak eta Unitate Didaktikoaren analisi orokorra egiten da. Seigarrenean, Unitate Didaktikoa lantzerakoan ager daitezkeen zailtasunen eta erroreen aurreikuspena egiten da.

Zazpigarren kapituluak ikasgelan emandako prozesuaren garapena jasotzen du eta zortzigarrenak, azkenik, esperimentazioaren diseinuaren eta emaitzen berri ematen da.

Bukatzeko, lanaren ondorioak eta erantzun gabeko galderak aipatzen dira.

5. Kapitulu

Algebra erreferentziazko testu-liburuan

5.1. Objektu matematikoak

Kapitulu honetan erreferentziazko testu-liburuan, ANAYA-HARITZA argitaletxeokan, aljebrari eskainitako gaia arakutzen da. Azterketa *Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta*-n (Godino, Font, & Wilhelmi, 2006) erabilitako irizpideetan burutu da, testu-liburuan ageri diren objektuak ondoko multzo hauetan sailkatu direlarik:

A. Lengoia (hitzezkoa, grafikoa, sinbolikoa)

- Hitzezkoa:
 - Nozioak: berdintza, ezezaguna, batugaia, zatikia, adierazpena, magnitudea, hizkuntza aljebraikoa, zenbakizko balioa, monomioa, koefizientea, letrazko atala, maila, antzekoa, polinomioa, zatiki aljebraikoa, ekuazioa, identitate, atala, gaia, soluzioa, ekuazio baliokideak, haztamuz, ekuazio parentesidunak eta izendatzailedunak, orokortu, banatze propietatea.
 - Zenbakizko erlazioak: multiploa, hurrengoa, bikoitza, aurrekoa, herena, erdia, ondoz ondoko zenbakiak, halako bi.
 - Eragiketak: ebatzi, batu, sinplifikatu, laburtu, kendu, zatitu, biderkatu, kendu parentesiak, irauli, egiaztatu, adierazi, x-ren balioa kalkulatu.
 - Geometria: triangelua, oinarria, luzera, azalera, laukizuzena, zabalera, eskaleno, perimetroa.
- Grafikoa: formulak.
- Sinbolikoa:
 - Ezezagunak: x , y , a , b
 - Eragiketen lehentasuna, parentesiak ()
 - Biderkaduraren zeinuaren desagerpena: $7a = 7 \cdot a$
 - Zenbaki osoak eta zatikiak

B. Egoerak

- Testuingurudun problemak
 - Kontzeptuak enuntziatu batetik abiatuta, lehen mailako ekuazioak planteatu eta soluzioa aurkitu.
 - Irudi lauen balio ezezagunak kalkulatu, azalera, perimetroa eta bestelako propietateak aplikatuz.
- Testuingururik gabeko problemak
 - Adierazpenak hizkuntza sinbolikora itzuli.

C. Kontzeptuak

- Aurretikoak: Zenbaki osoak, zatikiak, zatiki baliokideak, zatiki laburtezina, izendatzaile komuna, multiplo komunetako txikiena, sistema metriko hamartarra, eragiketen arteko lehentasunak, berreketak, irudi lauen azalera eta perimetroak.
- Sortze-bidean daudenak: hizkuntza aljebraikoa, adierazpen aljebraikoak, ekuazioak, ekuazio baliokideak.

D. Prozedurak

- Adierazpen aljebraikoak identifikatu
- Adierazpen aljebraiko baten soluzioa bilatu
- Monomioen arteko batuketak, kenketak, biderketak eta zatiketak
- Lehen mailako ekuazioak ebatzi
- Problema bat lehen mailako ekuazioen bidez planteatu eta ebatzi

E. Propietateak

- Batuketaren trukitze, elkartze eta elementu neutroaren propietateak
- Biderketaren trukitze, elkartze eta elementu neutroaren propietateak
- Banatze propietatea

F. Argumentuak:

- Batuketaren eta biderketaren propietateen egiaztapen deduktiboa
- Ekuazioen soluzioen egiaztapena



5.2. Unitate Didaktikoaren analisi orokorra

Unitate didaktikoa sei ataletan banatzen da, eta atal guztiak oso antzekoak dira egitura aldetik: hasieran kontzeptu eta definizio teorikoak aurkezten dira, normalean ariketa edo problema ebatziren laguntzaz, eta gero trebatze aktibitateak proposatzen dira, eredia imitazioz errepikatzeko pentsatuak. Orri-bazterretan ‘Kontuan hartu’ edo ‘Praktikan’ izenpeko laukitxoak aurki daitezke, ataleko idea nagusia edo nabarmenena azpimarratuz.

Sarreran, aljibraren jatorri historikoa aipatu ondoren, hiru problema eta haien enuntziatuen *itzulpen* aljebraikoak proposatzen dira. Haietako bat Egiptoko pergaminoetan ebatzitako ekuazioa da eta, ikaslearengandik anitzez hurbilago egon dadin, gaileta paketeen bidez irudikatzen da, proportzionaltasunetik abiatuta. Gaileta pakete osoa zazpi zatiz osaturiko multzo bat bezala ageri da, laguntza gisa, eta horrekin ikasleak haztamuka ebazteko baliabideak izatea bilatzen da, zatikien eta proportzionaltasunaren gaietan ikusi berri duena aplikatuz.

Ebatzi lehendik dakizuna erabiliz

Pakete bat gaileta eta beste pakete baten zazpirena 24 gaileta dira.

- 1 Zenbat gaileta daude pakete batean?
- 2 Kalkulatu, haztamuka, zein den x -ren balioa $x + \frac{x}{7} = 24$ berdintzan.

Hasierako orri honetan bada ikasleari ulergaitza gerta dakikeen egoera bat. Izan ere, orain arte biderketa puntu baten bidez adierazten dela ikasi badu ere, horrelako adierazpen bat ikusiko du:

$$3x + 1 = 4 + x$$

Gerora ere, hurrengo atalean berriz ere errepikatzen dena:

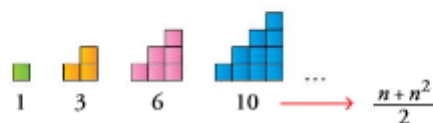
Oinarria	→ $b = 8$ u	• Pakete bat gailetaren pisua	→ x
Altuera	→ $a = 5$ u	• Bi pakete gailetaren pisua	→ $2x$

Azalpena bigarren atalera arte ez da agertzen, beraz nekez lotuko du adierazpide hori biderketa batekin.

Lehendabiziko atalak ‘Letrak zenbakien orde’ du izenburu, eta bertan aljebra erabilera ezberdinak zerrendatzen dira, nolabait aritmetikatik aljebraikoak jautzia modu naturalean aurkezteko asmoarekin. Zenbakizko erlazioak orokortzeko erabilera, ordea, zail samarra dirudi hastapenetan dagoen ikaslearentzat. Gainera, ez da batere lantzen gai osoan zehar, azken errepasso orrialdeetan horren inguruko ariketa pare bat aurkitu arren.

Zenbakizko erlazioak orokortu

- $\frac{n+n^2}{2}$ adierazpenak dorrearen altueraren, n , eta duen lauki-kopuruaren arteko erlazioa orokortzen du:



Lehen atal honen bukaeran hizkuntza aljebraikoa erabiltzen trebatzeko ariketak proposatzen dira.

Bigarren puntuan lehen adierazpen aljebraikoak ageri dira, monomioak, eta beren bi atalak zeintzuk diren eta haien arteko eragiketak nola egiten diren azaltzen da. Ondoren ariketa batzuk daude, batez ere eragiketekin ohitzeko.

Hirugarren eta laugarren ataletan ekuazioak eta haien ebazteko aurreneko teknikak aurkezten dira, betiere ekuazio baliokideen ideia indartuz. Bai puntu batean, bai bestean ekuazioak ebazteko ariketa errazak planteatzen dira amaieran (haztamuz eta teknikak aplikatuz).

Azken atal hauei erreparatuta, aipagarria da berdintzaren esanahi diferentek agertzen direla, monomioekin edo ekuazioekin lotuta, eta ikasleak ariketak modu mekanikoan egiten baditu biak nahasteko arriskua izan dezake. Liburuan ongi saiatzen dira bien arteko aldea nabarmentzen, baina praktikan zailtasunak antzeman dira.

Lehendabiziko adibideetan berdintza ekintza bat da, aritmetikan azken emaitza laburtura iristeko emandako pausua adierazten duena, alegia.

<p>1. ADIBIDEA</p> $a + a + a = 3a$	<p>2. ADIBIDEA</p> $5x - 3x = 2x$
-------------------------------------	-----------------------------------

Bigarren adibide hauetan, aldiz, berdintza aljebraikoa azaltzen da, eta moldaketa aljebraikoen bitartez ekuazio baliokideak lortzen dira berdintza beteko duen ezezagunaren balio bakarra aurkitu arte.

a) $x - 8 = 7$

b) $7 + x = 5$

Bosgarren atalean ezezagun bateko lehen mailako ekuazioak ebazteko teknika orokorra irakasten da, bi pausu nabarmenduz: laburketa eta iraulketa edo transposizioa. Ondoren ariketa sorta luzea proposatzen da, ekuazio luzeago eta konplexuagoekin, honako elementu hauek agertzen direlarik: parentesiak, banatze propietatea eta zatikiak. Tarteka, zailtasun berri bat sartzen denean, ekuazio ebaztiak agertzen dira.

- a) x-aren koefizientea 1 da. Ezezaguna alde bakar batean agertzen da. Transposizioa ezkerrera edo eskuinera egin daiteke.

2. Ariketa ebatzia

a) $3 = x - 4$

$$x - 4 = 3$$

$$x = 3 + 4$$

$$x = 7$$

b) $6 - x = 2$

$$-x = 2 - 6$$

$$x = -2 + 6$$

$$x = 4$$

- b) x-aren koefizientea beste zenbaki bat da, positiboa ala negatiboa. Ezezaguna ekuazioaren bi aldeetan agertzen da.

6. Ariketa ebatzia

a) $5x = 7x - 3$

$$5x - 7x = -3$$

$$-2x = -3$$

$$2x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{2}$$

b) $4 - 11x = -7x + 1$

$$4 - 1 = -7x + 11x$$

$$3 = 4x$$

$$4x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{4}$$

- c) parentesiak eta banatze propietatea.

18. Ariketa ebatzia

$$4 - x = 2 - 3(x - 2)$$

$$4 - x = 2 - 3x + 6$$

$$4 - x = 8 - 3x$$

$$-x + 3x = 8 - 4$$

$$2x = 4 \rightarrow x = \frac{4}{2} \rightarrow x = 2$$

d) zatikiak

22. Ariketa ebatzia*Ebatzi ekuazio hauek:*

a) $3x = \frac{5}{4}$

$$x = \frac{5}{4 \cdot 3} \rightarrow x = \frac{5}{12}$$

Seigarren eta azkeneko puntuan ekuazioen bidez ebatzitako problemak azaltzen dira. Interesgarria da oso problemak planteatzeko eskaintzen den gidoia, ezagutzen diren datuak bildu eta ordenatu eta ez direnak izendatzeko balio duena.

1. Zenbaki arrunt bati bere hurrengo zenbakiaren bikoitza batuz gero, 14 lortzen dugu. Zer zenbaki da?

a) Utzi argi zer dakizun, eta jarri izena ez dakizunari.

- Zenbakia $\longrightarrow x$
- Horren hurrengoa $\longrightarrow x + 1$
- Hurrengoaren bikoitza $\longrightarrow 2(x + 1)$
- Zenbakia gehi hurrengoaren bikoitza 14 da.

b) Erlazionatu, berdintza baten bidez, elementu ezagunak eta ezezagunak.

$$\boxed{\text{ZENBAKIA}} + \boxed{\text{HURRENGOAREN BIKOITZA}} = 14$$

$$x + 2(x + 1) = 14$$

c) Ebatzi ekuazioa.

$$x + 2(x + 1) = 14 \rightarrow x + 2x + 2 = 14 \rightarrow 3x = 12 \rightarrow x = \frac{12}{3} = 4$$

d) Adierazi soluzioa problemaren testuingurua kontuan izanda, eta egiaztatu.

Soluzioa: Bila gabiltzan zenbakia 4 da.

Egiaztapena: $4 + 2(4 + 1) = 4 + 2 \cdot 5 = 4 + 10 = 14$

Aritmetikatik aldendu eta Geometriarekin lotutako problemak ere agertzen dira lehen aldiz.

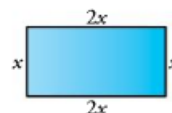
5. Hiru kafe eta bi croissant hartuta, 7,50 € ordaindu dugu. Croissant batek kafe batek baino euro erdi gehiago balio duela jakinda, zenbat balio du kafeak?

KAFEA (€) $\rightarrow x$ CROISSANTA (€) $\rightarrow x + 0,50$



$$= 7,50 \text{ €}$$

6. Laukizuzen baten oinarria altuera halako bi da, eta perimetroa 48 cm-koa da.



Zer neurri du laukizuzenak?

Gaiaren azkeneko orrialdeetan aljibraren inguruko ariketa, problema eta galdera anitz proposatzen dira, betiere modu mailakatuan, errazenetatik hasi eta zailenekin bukatu arte. Gai osoko aktibitateak motaren arabera honela sailka daitezke:

Aktibitate mota		kopurua	
Ariketak	Monomioak	68	26
	Ekuazioak		42
Problemak		27	
Kuestioak		23	
Situazioak		0	

6. Kapituluia

Unitate Didaktikoa lantzerakoan agertu daitezkeen zailtasunak eta aurreikusi daitezkeen erroreak

Kapitulu honetan aljibraren irakaskuntzan eman daitezkeen zailtasun eta oztopoak aztertuko ditugu, eta aurreikusitako errorean balizko jatorria identifikatzen saiatuko gara. Azkenik, jokoak irakats-prozesuetan txertatzean eman daitezkeen bestelako egoerak xehetuko ditugu.

6.1. Zailtasunak

Matematikaren ikas-prozesuan sortzen diren zailtasunak askotarikoak dira. Jatorriaren arabera, hiru multzotan sailka daitezke: *didaktikoak* (irakats-metodoari lotuak), *epistemologikoak* (matematikaren berezko zailtasunari atxikiak) edota *ontogenikoak* (ikaslearen ezaugarriekin zerikusia dutenak).

Aljibraren kasuan, zehazki, ikasleek aurki ditzaketan zailtasunak luze eta zabal aztertu dira literaturan, batez ere prozesu horren hastapeneko urratsei gagozkielarik.

Hala, *El Problema Didáctico del Álgebra Elemental: Un Análisis Macro-Ecológico desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico* izeneko artikuluan (Munzón, Bosch, & Gascón, 2015), autoreek literaturan jasotako akats eta errorerik ohikoenak biltzen dituzte. Bertan, aurreko beste egile batzuen lanetan oinarrituz (Kieran, Filloy edo Chevallard, kasu) ondoko oztopo hauek biltzen dira, besteak beste, aljebra formalaren munduan lehen aldiz murgiltzen diren ikasleen aldetik:

- berdintza kontzeptuaren polisemia matematikoa ulertzeko zailtasuna
- ekuazio baliokideen kontzeptua ulertzeko zailtasuna

Gascón-ek berak ere (Gascón, Bosch, & Bolea, 2001) aritmetikatik aljebraikoak jautsiak sortzen dituen beste zailtasunen berri ematen digu, nagusiki hizkuntza aljebraikoa eta *aldagai* edo *ekuazio* bezalako kontzeptuak erabiltzearekin lotuak.

Zenbakien esparrutik aljebraenera pasatzeko bidea da, antza, oztopo anitzen sorburu. Beste ikerlari batzuk ere (Lacasta, Gómez, & Wilhelmi, 2006) gaia sakon aztertu dute, hasieran aipatu diren hiru dimentsioak kontuak hartuz. Hala, dimentsio didaktikoan, eta aritmetikaren eraginez, ikasleek ekuazioen ebazpen modu mekanikoan egiten ohi dute, eta sinbolo edo ikurrei aurreko ikasgaietan zenbakiek *zuten* esanahi bera ematen diete. Dimentsio epistemologikoan berdintzaren kontzeptu diferenteen arteko talka agertzen da berriz ere: identitate eta ekintza bezala aritmetikan eta baliokidetasuna eta funtzio gisa aljebra. Azkenik, oztopo kognitiboen edo ontogenikoen artean, hizkuntza aljebraikoa erabiltzeko zailtasuna, abstrakzio gaitasun urria, edota ekuazioak ebazteko teknikak behar bezala ez menperatzea aipa daitezke. (Serra Belmonte, 2014)

Jokoarekin lotuta, bada dimentsio didaktikoan aurreikus daitezkeen beste arazo bat: *Dragon Box 12+* jokoak eta teoriaren arteko lotura ez ikustea, alegia (*ikus 7.3 azpiatala*). Hala izango balitz bi baliabideak modu isolatuan erabiltzeko arriskua gerta liteke, eta egoera hori ekiditeko garaian, irakaslearen esku-hartzeak eta jardueren planifikazioak zeresan handia izanen luke.

6.2. Erroreak eta horien jatorri posiblea

Behin literaturak biltzen dituen balizko zailtasunak aztertuta, ikasleek egingo dituzten errore batzuk aurreikus ditzakegu.

Irakaslearekin edota testuinguruarekin lotutakoak, honako errore didaktiko hauek:

- Kontzepturen bat ongi ez ulertzea, irakasleak baliabide didaktiko nahikorik ez duelako
- Klasea ezin jarraituz ibiltzea, zailtasunak direla medio, edota aspergarri egitea, ezarritako erritmoa egokia ez izateagatik.
- Jokoa ikasgelan erabiltzeko pentsatutako modua (banan-banan, txandaka, esku-telefono bakarrarekin eta mugimenduak pantaila handian ikusiz) egokia ez izatea, gainerako ikasleak arreta galtzea edo aspertzea.
- Jokoa ageri den kutxa x bezala ez identifikatzea, ezezaguna bakantzeko helburua zaildu baitezake.
- Jokoaren eta testu-liburuko aljibraren arteko desoreka egotea, aljibraren arauak azaltzeko jarraitzen den ordenaren aldetik.

Dimentsio epistemologikoan:

- Ekuazioak ebazterakoan akatsak egitea: transposizioan, parentesiak kentzean, zeinuak ezartzean, eragiketen lehentasunean... Aritmetikan landutako erregelak behar bezala barneratuta ez badaude espero da aipaturiko erroreak hemen ere errepikatzea.
- Problema hizkuntza aljebraikora itzultzean ekuazioak gaizki planteatzea.
- Irudi lauen azalerak kalkulatzeko formulak ez gogoratzea.

Errore kognitiboen artean ondoko hauek:

- Hizkuntza aljebraikoa ez menperatzea eta hainbat kontzeptu ulertzeko zailtasuna adieraztea.
- Ekuazioak ebazteko teknikak behar bezala ez menperatzea.
- Ekuazio baliokideen ideia ez ulertzea.

6.3. Gamifikazioa aljibraren irakaskuntzan

Teknologia berrien garapen azkarrak sekulako iraultza ekarri du gure gizartera, eraldaketa oso sakonak sortuz. Baumanen *modernitate likidoaren* garai hauetan aldaketa sakon horiek gure bizitzaren esparru guztietara iritsi dira. Hezkuntzari dagokionez, irakaslearengan eta testu-liburuan zentratutako antzinako eredu zaharkitua alde batera utzi eta paradigma berri bateranzko norabidea hartu da. Jorratu den eta jorratzen ari den ikerketa lerroetako bat *gamifikazioarena* da, hezkuntza prozesuan jokoak txertatzearena, alegia, betiere eskola denbora erakargarriago egin eta ikasleen interesa pizteko helburuarekin. Teknologia eskaintzen dituen baliabide berriak baliatuz *software* eta hitz zein kontzeptu berriak sortu dira: *gamifikazioa*, *edutainment*, ITS, joko edo *app* hezitzaileak...

Matematikaren arloan, aljibraren adarrean bereziki, oso ezagun egin da *Dragon Box* izeneko jokoak, eta bere eragina neurtzeko asmoarekin ikerketa ugari egin dira mundu osoan zehar. Emaizak aztertzearen garaian, oro har, bi alderdi begiratu dira: ekuazio linealen ebazpenean izandako bilakaera batetik eta gaiarekiko motibazioa bestetik.

Orain arteko emaitzek, hala ere, eztabaidarako tartea uzten dute. Ikerketetako batzuk jokoetan oinarritutako ikas-inguruneek ikasleen jarduna nabarmen hobetu dezaketela diote (Meluso, Zheng, Spires, & Lester, 2012), (Boyce & Barnes, 2010). Ildo berean, *Dragon Box 12+* jokoan oinarrituta, adin bertsuko gazteekin izandako esperientzia positiboak jasotzen dituzte beste egile batzuk (Katirci, 2017), (Moi Siew, Geoffrey, & Lee, 2016). Malasian eta Estatu Batuetan, hurrenez hurren, egindako esperientziazioan Bigarren Hezkuntzako Matematikaren didaktikan joko horren erabilera *egokiak* (Katirci, 2017) sortzen dituen aldeko ondorioen berri ematen dute, bai aurre-probetako vs. ondorengo probetako emaitzen alderaketan, baita motibazioan ere.

Oso bestelako erantzunak uzten ditu, aldiz, Yanjin Long eta Vincent Alevenen lanak, (Long & Alevan, 2014). 267 nerabeen artean aljibraren ikas-prozesua aztertzeke egindako esperimentuan, bi baliabide teknologiko alderatzen dira: Tutoretza-sistema adimentsua (*Intelligent Tutoring System*) eta *Dragon Box 12+* jokoak. Egile hauen arabera “*our results indicate that Dragon Box is ineffective in helping students acquire skills in solving algebra equations, as measured by a typical test of equation solving*”. Are gehiago “*Although DragonBox was more engaging than the tutor, where it falls short may be in using a concrete context to hide equations during much of the game, without a clear connection to standard algebraic notation and transformation rules*”.

Nonbait, arazoa jokoak eta aljebra formalaren arteko loturan datza, eta hori izan da esperimendua diseinatzerakoan aurre egin beharreko erroka. Honen inguruan, eta aipaturiko ikerketan bertan zehazten denez, *Dragon Box* jokoaren egileek horretan ziharduten lan hori plazaratu zen garaian eta dagoeneko erabilgarri dago jokoak eta notazio aljebraikoa uztartzen dituen dokumentazioa (Huynh, Marchal, & WeWantToKnow, n.d.).

Era berean, *Dragon Box 12+* jokoak aljibraren ikas-prozesuan txertatzeari dagokionez, jokoek ikasgeletan izan dezaketen arriskuez ohartarazten du Okanek (Okan, 2003). Hala, *ikastea = dibertigarriaren* paradoxa gerta daiteke: jokoak ikas-prozesuetan sartzeak emaitza positiboak sortzen ditu hasieran, arreta eta interesaren aldetik batik bat. Okanen aburuz, ordea, zaila izan daiteke beharrezko oreka lortzea, izan ere, behin *gamifikazio* prozesua abiatuta, ikasleek entretenigarritasuna lehenetsiko dute beti eta jokoak erabiltzen ez denean interesa amildu egin daiteke, kontrako efektua lortuz.

Dragon Box hemengo Hezkuntza Sistematan ere erabilia izan da lehenago, 17-18 urteko nerabeekin (Gutiérrez Soto, Arnau Vera, & González, 2015), eta lan honen xedea orain bere balizko eragina DBHko lehen mailako ikasleekin egiaztatzea izan da.

7. Kapituluia

Ikasketa prozesua

Kapitulu honetan ikasketa prozesuaren nondik norakoak zehaztuko ditugu.

7.1. Klasean egin den denboraren banaketa

Aurreko kapituluetan esan bezala, ikasleek lehen urtea dute aljebra modu formala eta agerikoan ikusten dutena. Honek ikasketa prozesuaren diseinua baldintzatzen du, izan ere, gutxieneko ezagutza esplizitu bat beharrezkoa baita ikerketaren abiapuntu gisa ezartzeko. Hau guztia kontuan hartuz, eskola-denbora ondoko hiru fase hauen arabera banatu da. (Oharra: saioak 50 minutukoak izatea aurreikusten da, saioaren hurrenkera laukitxo laranja adierazten da):

I. FASEA: GAIAREN AURKEZPENA. KLASE MAGISTRALAK. AURREKO GALDETEGIA.

Helburua: Aljebraaren beharra arrazoitzea eta lehen urratsak.		S 01
Materiala: Anaya-Haritza testu-liburua. (<i>ikus A eranskina</i>). Fotokopiak.		
Deskribapena: Klase magistrala, nagusiki arbela erabiliz		
10'	Gaiaren aurkezpena, eskema arbelean idatziz	
10'	Letrak zenbakien ordeztu: noiz eta zertarako erabiltzen dira? Galderak egin eta adibideak ezarri.	
30'	Hizkuntza aljebraikoa: hitzezko hizkuntzatik sinbolikora. Biderketaren zeinuaren desagerpena. Ariketa ebaztiak eta ariketa praktikoak.	
Oharra: Etxeko lana: hizkuntza aljebraikora itzultzeko ariketak		

Helburua: Lehen adierazpen aljebraikoak: monomioak		S 02
Materiala: Anaya-Haritza testu-liburua		
Deskribapena: Klase magistrala, nagusiki arbela erabiliz		
10'	Etxeko lanaren zuzenketa.	
20'	Adierazpen aljebraikoak. Monomioak. Monomio antzekoak. Koefizientea, Letrazko atala. Maila.	
20'	Monomioen arteko batuketak eta kenketak. Ariketak	

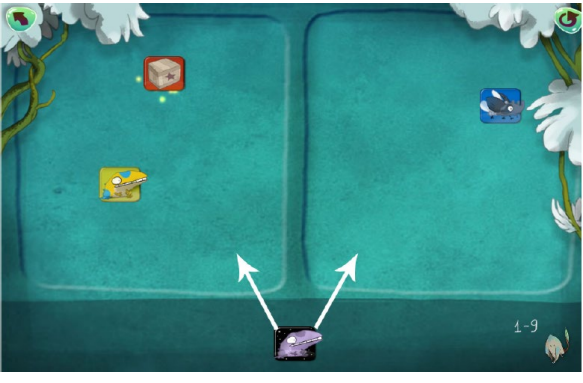
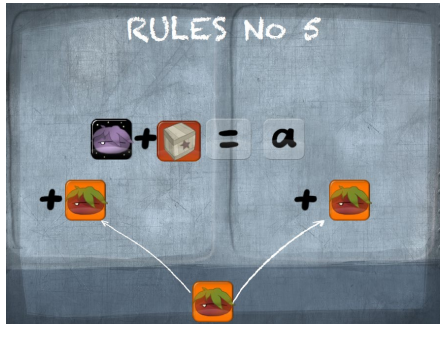
Helburua: Monomioen arteko eragiketak: batuketak eta kenketak		S 03
Materiala: Anaya-Haritza testu-liburua		
Deskribapena: Klase magistrala. Ariketak		
10'	Etxeko lanaren zuzenketa.	
20'	Adierazpen aljebraikoak. Monomioak. Monomio antzekoak. Koefizientea, Letrazko atala. Maila.	
20'	Monomioen arteko batuketak eta kenketak. Ariketak	



Helburua: Monomioen arteko eragiketak: biderketa eta zatiketa		S 04
Materiala: Anaya-Haritza testu-liburua		
Deskribapena: Klase magistrala. Ariketak		
10'	Monomioen arteko batuketaren eta kenketaren inguruko ariketen zuzenketa.	
15'	Monomioen arteko biderketak eta zatiketak. <div style="background-color: #fff9c4; padding: 10px; margin-top: 10px;"> <p>Bi monomioen arteko zatiketa egitean, emaitza izan daiteke:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Zenbaki bat. • Beste monomio bat. • Zatiki aljebraiko bat. </div>	
25'	Ariketak	
Oharra: Etxeko lana: monomioen arteko eragiketa konbinatuak		

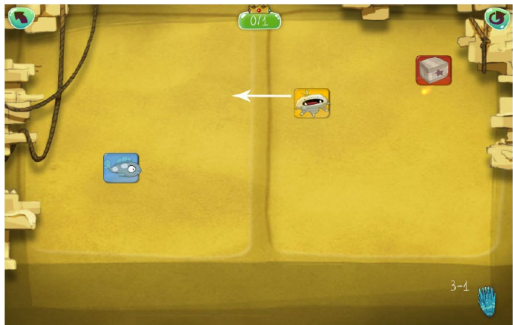

Helburua: Monomioen arteko eragiketak. Aurreproba		S 05
Materiala: Anaya-Haritza testu-liburua		
Deskribapena: Monomioen errepasoa		
30'	Ariketen zuzenketa	
20'	Aurreproba	
Oharra: argi adierazi ikasleei probak ez duela inolako baliorik, praktikan dagoen irakasleak bere lanerako behar duen zerbait dela.		

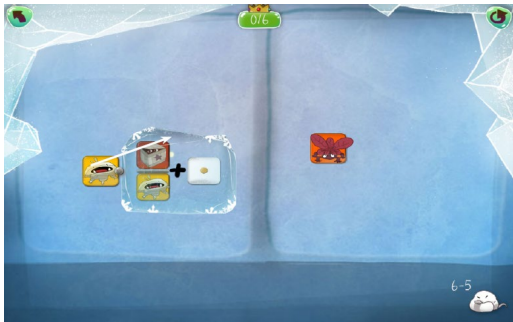
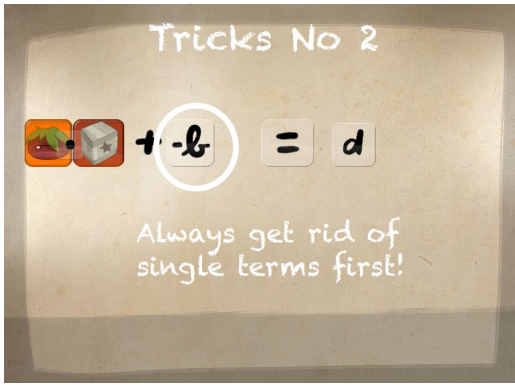
II. FASEA. DRAGON BOX 12+ JOKOAREN TXERTAKETA

Helburua: Egoera adidaktikoa	S 06
Materiala: <i>Dragon Box 12+</i> jokoak, esku-telefono batean instalatuta. Telebista pantaila <i>wifi</i> -ren bitartez esku-telefonora konektatuta.	
Deskribapena: Ikasleak txandaka jokatzea, pantailan bertan agertzen diren argibideak jarraituz, irakaslearen esku-hartzerik gabe.	
5'	Saioaren azalpena. Banan-banan jokatu beharrekoa, gainontzekoak adi dauden bitartean. Helburuaz eta arauz denon artean jabetu.
45'	Jokoa
Oharra: errepikatzeko aukera eman. Noraino iristen diren kontrolatu. Behar izanez gero gutxieneko laguntza batzuk eman.	

Helburua: Ekuazioen eta horien elementuen nomenklatura eta kontzeptuak ezagutzea, ulertzea eta erabiltzea. Lehen mailako ekuazio sinpleak ebaztea.	S 07
Materiala: Anaya-Haritza testu-liburua, <i>Dragon Box 12+</i> jokoak, azalpen orriak.	
Deskribapena: Klase magistrala eta parte-hartzailea, arbela eta jokoa uztartuz.	
25'	Kontzeptuen azalpena.
10'	Lehen mailako ekuazioak ebazteko teknikak: $+ a = b$ eta $x - a = b$.
15'	<i>Dragon Box 12+</i>
	
Oharra: $x + a = b$ eta $x - a = b$ bezalako ekuazioak ebazteko azalpen orriak eskuragarri B eranskinean (Huynh et al., n.d.)	

Helburua: Lehen mailako ekuazio sinpleak ebaztea.		S 08
Materiala: Anaya-Haritzta testu-liburua, <i>Dragon Box 12+</i> jokia, azalpen orriak.		
Deskribapena: Klase magistrala eta parte-hartzailea, arbela eta jokia uztartuz.		
15'	Lehen mailako ekuazioak ebazteko teknikak: $ax = b$ eta $x/a = b$.	
10'	Ariketak	
25'	<i>Dragon Box 12+</i>	
		
Oharra: $ax = b$ eta $x/a = b$ bezalako ekuazioak ebazteko azalpen orriak eskuragarri B eranskinean		

Helburua: Laburketa eta iraulketa (transposizioa) lantzea		S 09
Materiala: Anaya-Haritzta testu-liburua, <i>Dragon Box 12+</i> jokia, azalpen orriak.		
Deskribapena: Klase magistrala eta parte-hartzailea, arbela eta jokia uztartuz.		
15'	Azalpen teorikoa arbelean	
15'	Ariketak	
20'	<i>Dragon Box 12+</i>	
		
Oharra: Azalpen orriak eskuragarri B eranskinean		

Helburua: Lehen mailako ekuazioak ebaztea		S 10
Materiala: Anaya-Haritza testu-liburua, <i>Dragon Box 12+</i> jokoak, azalpen orriak.		
Deskribapena: Klase magistrala eta parte-hartzailea, arbela eta jokoak uztartuz.		
15'	Ekuazioak parentesiekin eta izendatzaileekin. Banatze propietatea.	
15'	Ariketak	
20'	<i>Dragon Box 12+</i>	
		
Oharra: Azalpen orriak eskuragarri B eranskinean		

III. FASEA. ONDORENGO GALDETEGIA. PROBLEMAK EBATZI EKUAZIOEN BIDEZ.

Helburua: Lehen mailako ekuazioak ebaztea. Ondorengo proba.		S 11
Materiala: Anaya-Haritza testu-liburua		
Deskribapena: Ariketak.		
20'	Ondorengo proba.	
30'	Ekuazioak ebazteko ariketak. Zalantzak.	
Oharra: Etxeko lana.		

Helburua: Problemak ebatzi ekuazioen bidez		S 12
Materiala: Anaya-Haritza testu-liburua		
Deskribapena: Klase magistrala.		
10'	Ariketak zuzendu.	
15'	Azalpena. Problema baten enuntziatua ekuazioen bidez adierazi.	
25'	Problemak.	

Helburua: Problemak ebatzi ekuazioen bidez		S 13
Materiala: Anaya-Haritza testu-liburua		
Deskribapena: Problemak ebatzi.		
50'	Problemak ebatzi.	

Helburua: Errepasatzea. Zalantzak argitzea.		S 14
Materiala: Anaya-Haritza testu-liburua		
Deskribapena: Errepaso eguna		
50'	Ariketak egin eta zalantzak argitu.	

Helburua: Azterketa		S 15
Materiala: Azterketa		
Deskribapena: Proba idatzia		
50'	Proba idatzia	

7.2. Planifikatu diren jarduera osagarriak

Ekuazioen ebazpenak lantzeko bikoteka egin beharreko errefortzuzko jarduera bat planteatu da. Ekuazio baten soluzioa aurkitzeak zer esan nahi duen azpimarratuko da. Lortutako emaitza zuzena ala okerra den egiaztatzeko metodoa errepasatu eta ondoko ariketa hau proposatuko da:

Ikasle bakoitzak irakasleak orrixka batean emandako bi ekuazio ebatzi beharko ditu. Bukatutakoan, ondoko ikaskidearekin elkar trukatu eta bestearen ekuazioak zuzendu beharko ditu hiru irizpide hauek jarraituz:

- Iraultzean zein laburtzean akatsik egin ote duen kontuan hartuz
- Pausu guztiak bata bestearen azpian idatzi dituen ikusiz
- Emaitza zuzena ote den egiaztatuz

Ekuazioak ebatzi aurretik ebaluatuko diren alderdiak ezagututa, ebazpen prozesuan jarraitzen dituen pausu guztietan arreta berezia jar dezan da helburua. Bestalde, ikasleak irakaslearen rola ere jokatu beharko du, nire ikaskidearen lanari puntuazio bat emanez.

7.3. Zereginak: aurreikusitako ikaslearen jarduera autonomoa

Aljebrarena gai erabat berria izanik, ikas-prozesua nahiko era gidatua diseinatu da. Ikasleei eskatuko zaizkien jarduera autonomoak bi unetan ardatzen dira:

- *Dragon Box 12+* jokoarekin lehen kontaktua dutenean. Egoera adidaktikoa bilatzen da, ikasleak eta *ezagutza* zuzenean erlazionatuko dituen. Hala ere, ez da bakarka egiten den esperimendazioa, ikasgela osoa adi-adi baitago pantailan gertatzen denari, eta ikasle guztiak dira informazio sorburu. Beraz, joko arauen bereganatze prozesua taldean ematen da, Vygotskiren Garapen Hurbileko Eremuen bitartez, beste ikaskide batzuen esku-hartze zuzenarekin..
- Etxeko lanetan, biharamunean talde osoan zuzenduko direnak.

8. Kapituluia

Esperimentazioa

Kapitulu honetan esperimentuaren diseinua zehazten da.

8.1. Lagina eta esperimentazioaren diseinua

Aztertutako ikaslekoa ez da ausaz aukeratua izan, baizik eta ezaugarri jakin batzuk dituen ikastetxe zehatz bateko bi ikastaldek osatutakoa izan da. Ikastetxeko DBHko 1. mailako lau taldeetako bitan eman da esperimentazioa. Izan ere, biren arten soilik 35 ikasle izanik, egoki iritzi da bi ikasgeletan aurrera eramatea, bakarrean egitea baino.

Hasierako asmoa ikasgeletako bat kontrol moduan erabiltzea bazen ere, azkenean ezin izan da hori lortu, bi arrazoi direla medio: batetik, tutorearen ardurapean ez zeuden bi taldeak ordurako hasiak baitziren jokoa erabiltzen, eta bestetik interes berezia zegoelako bi taldeetan aurrera eramateko, ikasleen berezko ezaugarriengatik. Gerora azalduko denez, egoera honek esperimentuaren diseinua eta emaitzak baldintzatu ditu.

Esperimentuari berari dagokionez, aurreko kapituluan zehaztu den bezala, asmoa *Dragon Box 12+* jokoa aljibraren irakaskuntzan txertatzea izan da, betiere kontuan hartuz curriculumeko helburuak betetzea dela xede nagusia.

Jokoaren eragina nolabait neurtzeko asmoz, eta jakinik zaila izanen dela eragin hori isolatzea, hurrengo puntuan zehazten den tresna bat diseinatu da. Irakaskuntza prozesuan bi une ezberdinetan (jokoarekin hasi baino lehen, eta behin amaitutakoan) pasako den galdetegia, alegia. Eskema, beraz honako hau da:

Aurre-galdetegia → Instrukzioa → Ondorengo galdetegia

8.2. Galdetegia

Arestian aipatu bezala, aljebra estreinako DBHko 1. mailan agertzen da testu-liburuetan, modu argian eta zuzenean, bederen. Honek zaildu egiten du aurretiko ezagutza aljebraikoa baloratzea, eta eragin zuzena du galdera-sorta osatzerakoan.

Xede bikoitza du galdetegiak:

- Aljebra modu formalean jorratzen hasi baino lehen ikasleen maila aurrealgebraikoa ebaluatzea.
- Ikaslegoaren Matematikarekiko jarrera baloratzea.

Datu esanguratsuak lortze aldera, galdetegia pasatzeko uneei dagokienez, jokoarekin hasi aurreko eta ondorengo momentuak hautatu dira: lehendabiziko adierazpen aljebraikoak (monomioak) ikusi ostean eta ezezagun bateko lehen mailako ekuazioak ebazpena bukatutakoan.

Ariketak aukeratzeko garaian zailtasun progresiboa bilatu da, eta Matematikarekiko jarrera edo iritzia egoki biltzeko bost aukerako *Likert* eskalako galderak egin dira.

Galdera-sorta bigarrenaz pasatzerakoan, bestelako item batzuk ere gehitu dira, hala ezagutza kuantitatiboaren eboluzioa zehazkiago neurtzeko (ekuazioak) nola *Dragon Box 12+* jokoaren inguruko balorazioa jasotzeko.

Galdetegiak C eranskinean ikus daitezke.

8.3. Hasierako galderak eta aurreikusitako portaerak

Aljibraren ikas-prozesuan *Dragon Box 12+* jokoaren eragin positiboa espero da. Literaturan jasotako emaitzen arabera, jokoaren erabili ondorengo probetan puntuazio hobeak aurreikusten dira. Era berean, Matematikarekiko jarrera aldekoagoa izatea espero da. Ustez eman behar diren bi portaera horiek honela adierazi litezke:

- a. *Erangikorra al da Dragon Box 12+ jokoaren, DBHko lehen mailan aljebra ikasteko garaian? Emaitza hobeak ahalbidetzen ditu?*
- b. *Jokoa klasean erabiltzeak, matematikaren eta aljibraren aldeko jarrerak sustatzen al ditu?*

Bestalde, aljibraren arau batzuk ez dira hurrenkera berean azaltzen testu-liburuan edo jokoan eta honek arazoren bat sor dezake.

Jokoaren eragina alde batera utzita, bestelako portaera batzuk eman daitezke, oro har 7.1 eta 7.2 ataletan adierazi direnak.

8.4. Emaitzak

Aztertutako ikasleak ez da ausaz aukeratu, ezaugarri jakin batzuk dituen ikastetxe zehatz bateko bi ikastaldek osatutakoa da, baizik. Ezin da, beraz, inondik inora adin horretako nerabeen lagintzat hartu eta, ondorioz, ezin da ezta ere, inferentzia estatistikorik egin. Ondoren aipatzen diren emaitzak deskriptiboak dira, eta egitasmoan parte hartu duten ikasleen isla izatea dute helburu. Emaitzak *Dragon Box 12+* ikasgelan sartzearen aurreko eta ondorengo uneen arteko aldea neurtu nahi dute.

Oharrak: 34 ikasleren datuak bildu dira, hasierako proban haietako batek huts egin zuelako. Eredu teorikoan egokiena kontrol talde bat izatea litzateke, baina hori ezinezkoa gertatu denez, jokoaren eraginkortasuna neurtzeko aukera bakarra faktore bereizle bat sortzea izan da. Hala, ikasleak bi multzotan sailkatu dira, jokoaren klasean ez ezik etxean ere erabili dutenaren arabera. Guztien artean 13k erabili dute jokoaren etxean, beren kabuz, eta interesgarria litzateke ikasgelatik kanpo *Dragon Box*ekin aritu direnen eta ez direnen arteko emaitzak alderatzea.

8.4.1. Emaiza kuantitatiboak

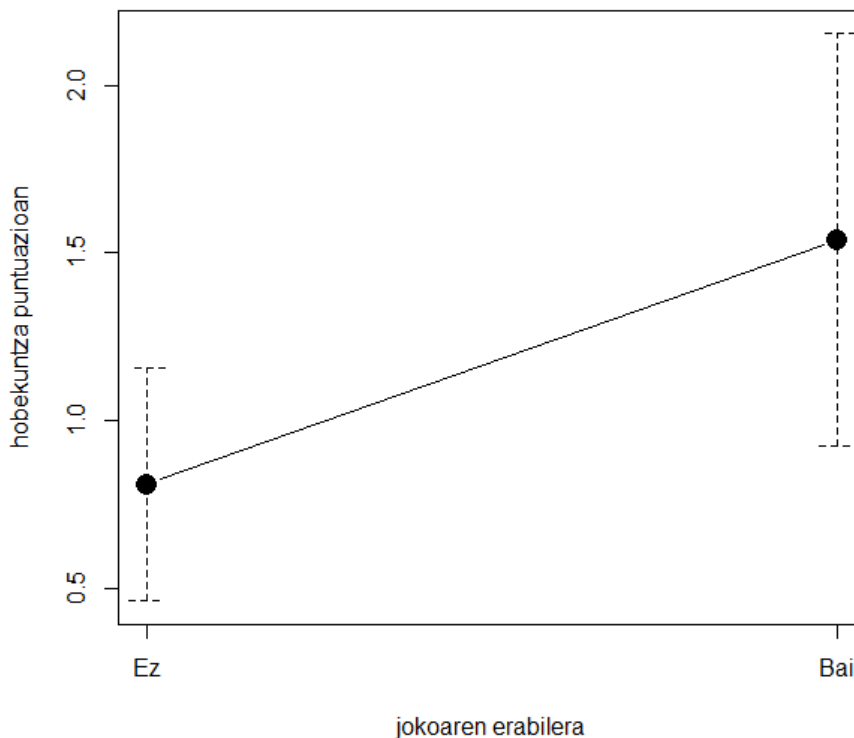
Aurretiko eta ondorengo probetan lortutako emaitza kuantitatiboak alderatuz gero, monomioen arteko eragiketei dagokienez, oro har eboluzio positiboa eman da. Soilik 5 ikaslek egin dute okerrera puntuazioan (% 14,70) eta 22k, aldiz, hobetu dute beren emaitza (% 64,71). Hainbat ikerlarik desberdintzen dituzten hiru ebaluazioen artean (Wilhelmi, Belletich, Lasa, & Reina, 2013) ebaluazio sumatiboari kasu eginez gero, atal honetako ikasgelako batzbestekoa 4,47tik 5,53ra pasa da.

Eskolaz kanpoko jokoaren erabilerari erreparatzen badiogu, erabili ez dutenen emaitza 0,81 puntuz igo da batz bestea, eta *Dragon Box*ekin aritu direnena 1,54. Hala eta guztiz ere, alde hau ez da estatistikoki esanguratsua, eta ezingo genuke baztertu hipotesi nulua:

$H_0: M_1 - M_0 = 0$ (Monomioen arteko eragiketetan ondoren - aurretik lortutako puntuazioen alde berdina da, batz bestea, joko erabili dutenen eta ez dutenen artean)

$H_1: M_1 - M_0 > 0$ Alde hori, handiagoa da joko erabili dutenengan.

Hobekuntzaren batz bestekoen alderaketa



Hipotesi-contrasteen lortzen den *p-balioa* 0,8421 da ($> 0,05$), beraz, ezin da H_0 baztertu.

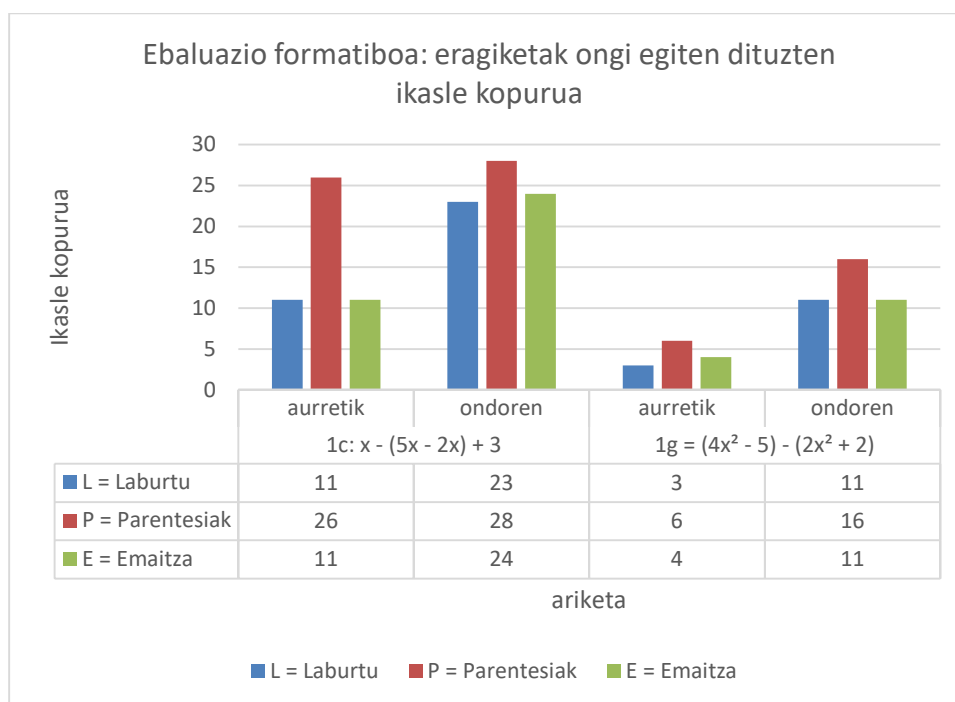
Monomioen arteko eragiketen emaitzak kodifikatzerakoan ebaluazio formatiboa ere kontuan hartu da. Hala, helburua ez da soilik izan azken emaitza zuzena ala okerra den egiaztatzea, baizik eta tarteko pausuak nola eman diren

aztertzea, zailtasunak non dauden identifikatzeko eta haien gainean lan egin ahal izateko.

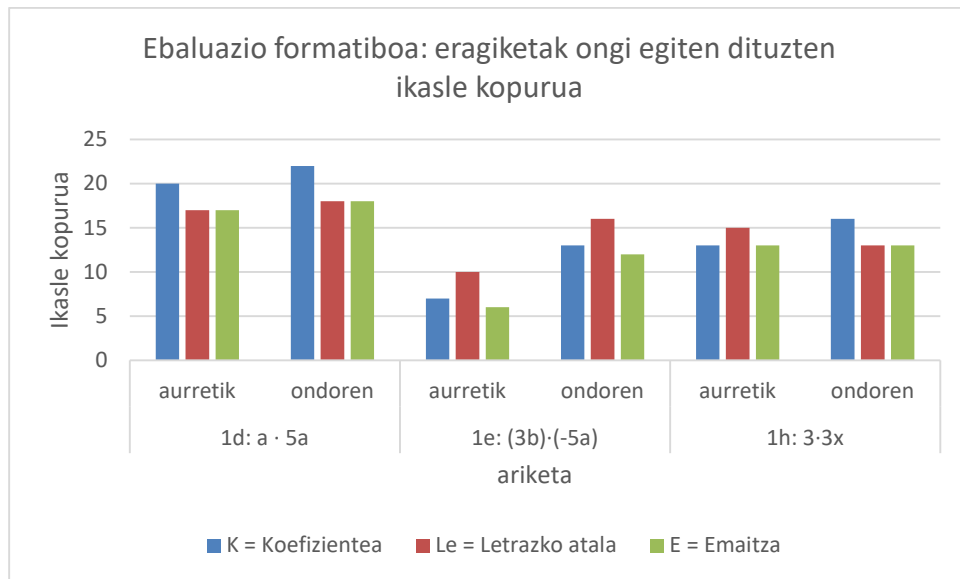
Mota honetako kodifikazioak erabili dira:

01-1d-K0-Le0-E0	01-1j-L0-S0-E1	01-1g-P0-L0-E0
01 = ikaslea 1d = ariketa		
K = koefizientearen eragiketa	0 = ez / gaizki	1 = bai / ongi
Le = Letrazko atalaren eragiketa		
L / S = Laburtu / Sinplifikatu		
P = Parentesiak kendu		
E = Eraitza		

Hala, informazio baliotsua lortu da. Parentesiak dituzten eragiketak kontuan hartuz gero (1c eta 1d ariketak) arazoa parentesietan baino laburtze prozesuan dagoela ondorioztatzen da. Eta jokoa erabili ondoren (eta aljebrearekin aurrea egin ahala, noski) laburtze eragiketak nabarmen hobeki egiten dira.



Monomioen arteko biderketetan, aldiz, eragiketa ezberdinak ongi egin dituztenen arteko aldeak oso txikiak dira.



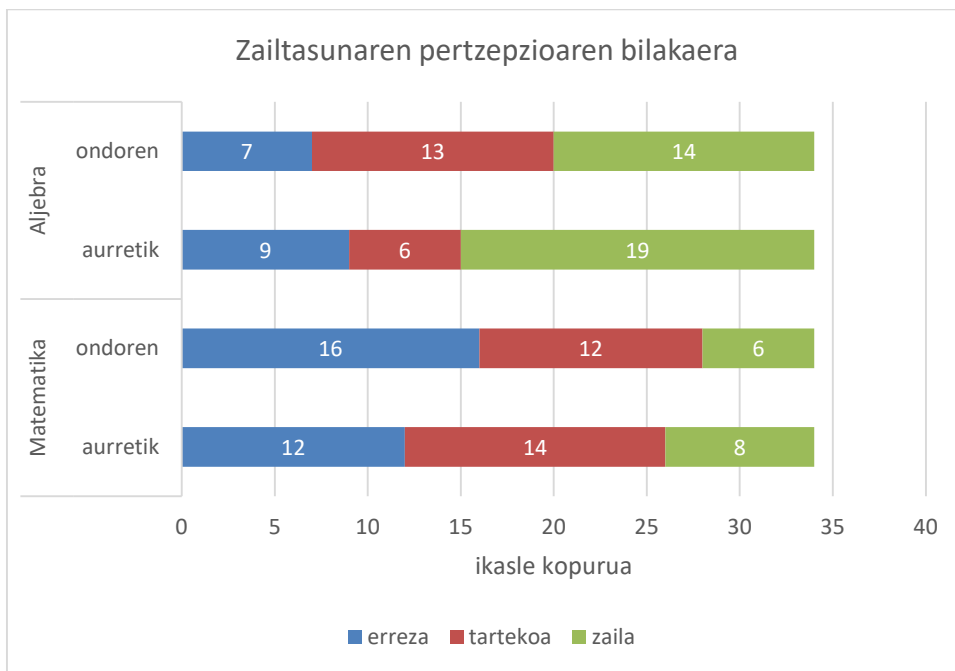
Ekuzioen ebazpenei erreparatuta, galdetegian ezarritako seietatik ikasleak 2 burutzeko gai izan dira, batzaz-besteko *nota* sumatiboa 2,47koa izanik. Jokoa etxean erabili dutenek 2,54ko batzaz bestekoa lortu dute, *Dragon Box*ekin aritu ez direnek erdietsitako 2,24aren aldean. Alde hori, hala ere, ez da estatistikoki esanguratsua (*p-balioa* 0,29koa baita). Ezin da ondorioztatu, beraz, etxean ere jokoa erabiltzeak onurarik dakarrenik ekuazioak ebazterakoan.

8.4.2. Eraitza kualitatiboak

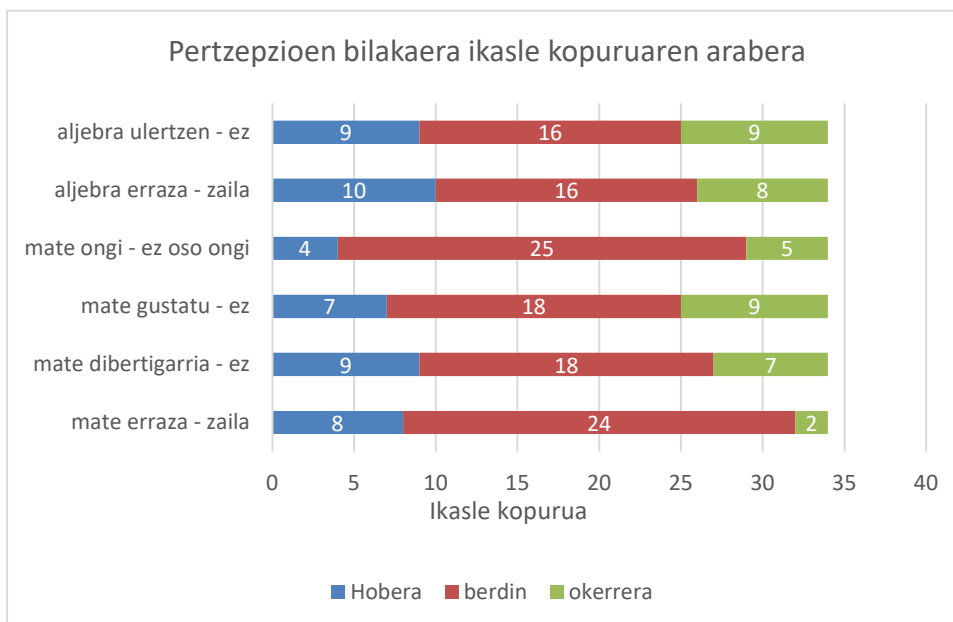
Matematikarekiko eta aljebrearekiko jarrerak eta iritziak aurkezte aldera, erantzunak multzokatu egin dira. Hala, *Likert* eskalako lehendabiziko bi mailak diziplinarekiko jarrera positiboago bat islatzen dute (erraza, dibertigarria,...) eta elkartu egin dira. Modu berean, azkeneko bi mailek ere kontrako joera adierazten dute. Tartean, ez aldeko ez aurkako iritziak gelditzen dira. Oro har, nolabaiteko hobekuntza nabari da, nahiz eta xumea izan. Hala, *Dragon Box 12+* jokoa erabili aurreko ($t=0$) eta ondorengo ($t=1$) erantzunen arabera:

	$t=0$	$t=1$	$t=0$	$t=1$	$t=0$	$t=1$	
Matematika							
<i>erraza</i>	12	16	14	12	8	6	<i>zaila</i>
<i>dibertigarria</i>	6	5	10	14	18	15	<i>aspergarria</i>
<i>gustukoa</i>	14	12	8	9	12	13	<i>gustukoa ez</i>
<i>ongi dabil</i>	18	19	13	10	13	5	<i>gaizki dabil</i>
Aljebra							
<i>erraza</i>	9	7	6	13	18	14	<i>zaila</i>
<i>ulergarria</i>	14	16	11	10	9	8	<i>ulergaitza</i>
Σ	73	75	62	68	78	61	

Jokoa erabili aurreko eta ondorengo jarrera hauek hobeki aztertuz gero, aldiz, jasotako hobekuntzak ez dira esanguratsuak.



Oro har, eta espero zenaren kontra, jokoa erabilerak ez du matematikarekiko edo aljbrarekiko jarrera aldaketa handirik eragin. Soilik erraztasunean, baina ez modu esanguratsuan.

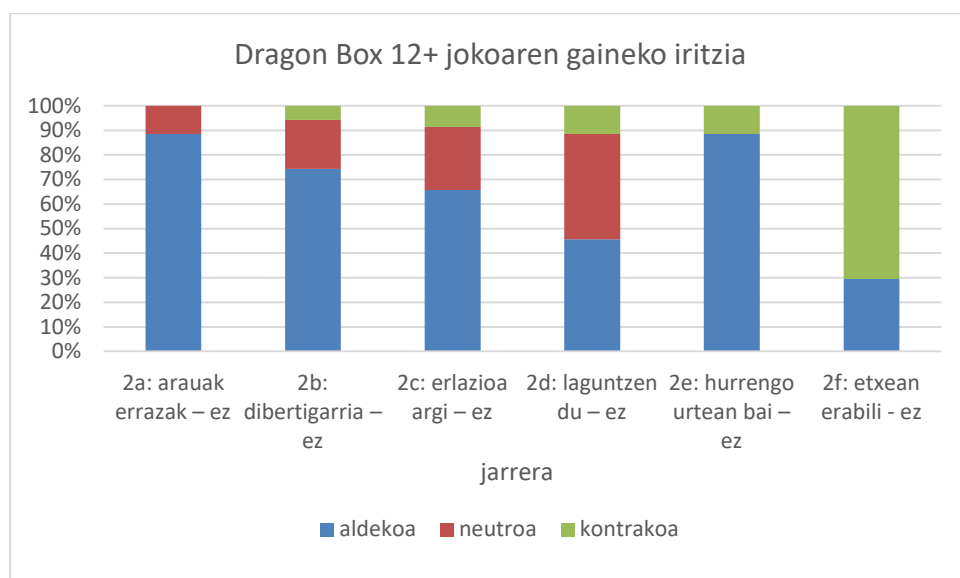


		3a1 Mate erraza - zaila ondoren			
		1	2	3	4
		Recuento	Recuento	Recuento	Recuento
3a0 Mate erraza - zaila aurretik	1	1	0	0	0
	2	2	8	1	0
	3	0	3	10	1
	4	0	2	0	5
	5	0	0	1	0

Taulan ikusten denez, 24 ikaslek (% 70,58) ez dute beren iritzia aldatu matematikaren zailtasunaren inguruan. Ez da jokoaren eragin argirik sumatzen ere matematikarekiko jarreraren. Antzeko zerbait gertatzen da gainontzeko aldagaiekin, jarrera ez da apenas aldatu bataz bestekoei dagokienez.

		3a Mate erraza - zaila	3b Mate dibertig. - ez	3c Mate gustatu - ez	3d Matem ongi - ez	3e Aljebra erraza - ez	3f Aljebra ulertzen - ez
N	Válido	34	34	34	34	34	34
	Perdidos	1	1	1	1	1	1
Media aurretik		2,88	3,47	2,94	2,50	3,44	2,68
Media ondoren		2,62	3,41	3,06	2,53	3,32	2,68

Azkenik, jokoaren beraren balorazioari dagokionez, eta erantzunak arestian aipatu bezala taldekatu ondoren, 10 ikasletik 9k (% 88,57) erraz ulertzen dituzte jokoaren arauak. Era berean kopuru bera heldu den ikasturtean joko berriz ere erabiltzearen aldekoa da, eta lau ikasletik hiruk (%74,29) uste du *Dragon Box 12+* dibertigarria dela. Aljebrearekiko lotura begiratu gero, % 65,7k argi ikusten du bien arteko erlazioa, baina joko ekuazioak ebazteko lagungarria dela uste dutenak ez dira erdira iristen (% 45,71). Azkenik, azpimarragarria da 13 ikaslek (% 38,23) deskargatu eta erabili dutela joko etxean euren kabuz.



8.5. Emaizen eztabaida

Lan honen xede nagusia aintzat hartuta, zaila da oso *Dragon Box 12+* jokoaren eraginaren inguruan ondorio biribilik ateratzea. Lehenago aipatu den legez, esperimntua aurrera eramaterakoan kontrol talderik ez izateak zeharo baldintzatu du emaitzen azterketa, ebaluazio sumatibo baten ikuspuntutik, bederen. Izan ere, ezin izan da egiaztatu bi proben arteko puntuazio aldea soilik jokoaren erabili izanak (ikasgelan zein etxean) sortua den ala ez.

Gauzak are gehiago zailtzeko, bada esperimntua baldintzatu duen beste faktore bat ere. Hasiera batean helburua bukaerako galdetegia Aste Santua baino lehenago pasatzea baldin bazen, arrazoi anitz direla medio ondoren egin behar izan da. Ez hori bakarrik, ikasgeletako batean bigarren proba oporraldiaren osteko azken astegunera arte atzeratu behar izan da. Hortaz, esperimntua gehiegi luzatu da denboran eta jarraitutasunik ez izanak bere balizko eraginkortasuna ahuldu du.

Beraz, hasieran luzatzen ziren galderei so eginez (*ikus 8.3 atala*), erantzuna ezezko bikoitza da:

- a. DBHko 1. mailan aljebra ikasteko garaian ez dago esaterik *Dragon Box 12+* jokoaren erabili izanak (ikasgelan zein etxean) emaitza hobekuntza ahalbidetzen dituenik, betiere egindako esperimntazioaren arabera.
- b. Jokoaren erabilerak ez du Matematikarekiko eta aljebrearekiko jarrera aldaketa esanguratsurik sortu.

Hala ere:

- *Dragon Box* erabili baino lehenagoko eta ondorengo emaitza kuantitatiboetan jokoaren eragin isolatua neurtzerik ez badago ere, monomioen arteko eragiketetan izandako erantzunek hobekuntza bat adierazten dute eta bigarren probako puntuazioak lehenengokoak baino altuak izan dira, oro har. Beraz, jokoaren erabili izanak ez ditu ikasleen emaitzak oztopatu.
- *Dragon Box 12+* jokoaren motibazioa handitzeko balio izan du. Emaitzetan islatzerik ez dagoen arren, jokoaren eta testu-liburua uztartu direnean ikasleen interesak gora egin du nabarmen. Zentzu honetan arriskuak ere suma daitezke, besteak beste, ikasleek jokoaren bitarteko baino helburu gisa ikustea (*ikus 6.3 atala*). Ikasgelan egoera hori egiaztatu ahal izan genuen egun batez.
- Hasieran oztopo gisa ikusten bazen ere, jokoaren klasean erabiltzeko esku-telefono bakarra izatea abantaila izan da, ikasleen arreta mantendu eta klasearen kontrola mantentzen lagundu duelako.

Sintesia, ondorioak eta erantzun gabeko galderak

Sintesi laburra

Lan honetan Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzako lehen mailan aljibraren irakaskuntzan *Dragon Box 12+* joko didaktikoa erabiltzeko proposamen bat egin da. Arrazoi nagusia azken urteetan hezkuntza sistema bizitzen ari den eraldaketa sakonean datza, teknologiak ahalbidetzen dituen baliabide berriak direla-eta.

Lanaren lehen zatian testuinguru instituzionala aztertu da, hala curriculumak aljibraren inguruan zehazten dituen edukiak, ebaluazio irizpideak eta estandar ebaluagarriak nola horiek guztiak testu-liburuetan islatzeko era eta koherentzia.

Bigarren atalean, proposamen didaktiko bat aurkezten da, aljibraren irakaskuntzaren alderdi teorikoa *Dragon Box 12+* izeneko joko hezitzailearekin uztartzen duena. Esperimentazioaren helburua aljibraren ikas-prozesuan jokoaren balizko eraginkortasuna neurtzea da, betiere bi norabidetan: bai emaitzen aldetik eta baita matematikarekiko jarrera eta motibazioaren aldetik ere.

Lanaren ondorio orokorrak

Jokoa erabili aurretiko eta ondorengo erantzunak alderatuta, ezin da esan jokoak eragin positiborik izan duenik, ez emaitza kuantitatiboetan ezta matematikaren aldeko jarrera sustatzeko garaian. Esperimentazioaren ostean, oro har, emaitzak hobexeagoak badira ere aldeak ez dira estatistikoki esanguratsuak.

Bestalde, zaila izan da jokoaren eragina isolatzea.

Esperimentua hankamotz gelditu da bi arrazoi nagusi direla medio:

- Ezin izan da kontrol talderik izan eta alderaketa jokoak eskolaz kanpo erabili dutenen eta ez dutenen artean egin behar izan da. Etxean erabiltzeak ere ez du inolako homogeneitate bermerik.
- Ikastetxearen gorabeherak direla-eta, unitate didaktikoa asko luzatu da denboran eta Aste Santuak zein bestelako jaiegunek bete-betean harrapatu dute esperimentazioa.

Erantzun gabeko galderak

Interesgarria litzateke ikerketa baldintza hobegotan egin ahal izatea, kontrol talde bat izanik eta modu jarraituan.

Ikasgelan bizitako egunez egunekoak *Dragon Box 12+* jokoak pizgarri indartsua dela iradokitzen du, galdetegian behar bezala islatu ez bada ere. Era koordinatuan eta tarteka erabiliz gero ikasleen motibazioa igotzen laguntzen du.

Euskarri teknologikoei dagokienez, jokoak orain gutxi arte eskuragarri egon da plataforma guztietan. Orain, hala ere, badirudi soilik bakan batzuetan egonen dela, eta ikusteke dago hemendik aurrera zer nolako zabalkuntza edo hedapena izan dezakeen.

Erreferentziak

- Bolea, P., Bosch, M., & Gascón, J. (2004). Why is modelling not included in the teaching of algebra at secondary school. *Quaderni Di Ricerca in Didattica*, 14, 125–133. Retrieved from https://www.researchgate.net/profile/Marianna_Bosch/publication/266479939_Why_is_Modelling_not_Included_in_the_Teaching_of_Algebra_at_Secondary_School.pdf
- Boyce, A., & Barnes, T. (2010). BeadLoom Game. *Proceedings of the Fifth International Conference on the Foundations of Digital Games - FDG '10*, 25–31. <https://doi.org/10.1145/1822348.1822352>
- Brousseau, G. (1997). *Université de Montréal*. Retrieved from <http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2011/06/MONTREAL-archives-GB1.pdf>
- Gascón, J., Bosch, M., & Bolea, P. (2001). ¿Cómo se construyen los problemas en didáctica de las matemáticas? *Educación Matemática*, 13(3), 22–63. Retrieved from <http://funes.uniandes.edu.co/13003/>
- Godino, J. D., Font, V., & Wilhelmi, M. R. (2006). Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta. *RELIME. Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, 9(Especial), 131–155. Retrieved from http://dialnet.unirioja.es/servlet/dfichero_articulo?codigo=2161569
- Gutiérrez Soto, J., Arnau Vera, D., & González, J. A. (2015). Un estudio exploratorio sobre el uso de DragnBox Algebra© como una herramienta para la enseñanza de la resolución de ecuaciones. *Ensayos: Revista de La Facultad de Educación de Albacete, ISSN 0214-4842, ISSN-e 2171-9098, Vol. 30, N.º. 1, 2015 (Ejemplar Dedicado a: Investigaciones En Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de Las Matemáticas y Educación Matemática.)*, Págs. 33-44, 30(1), 33–44. Retrieved from <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5163596>
- Huynh, J.-B., Marchal, P., & WeWantToKnow. (n.d.). DragonBox - Resources. Retrieved June 7, 2019, from <https://dragonbox.com/community/resources>
- Katirci, N. (2017). *The Influence of DragonBox on Student Attitudes and Understanding in 7th Grade Mathematics Classroom* (University at Albany, State University of New York). Retrieved from <https://search.proquest.com/openview/967700b0c633db144a461e8fff33347d/1?pq-origsite=gscholar&cbl=18750&diss=y>
- Lacasta, E., Gómez, E., & Wilhelmi, M. R. (2006). El paso de la aritmética al álgebra en la educación secundaria obligatoria. *INDIVISA. Boletín de Estudios e Investigación*, 4 Extra, 79–90.
- Long, Y., & Alevan, V. (2014). Gamification of Joint Student/System Control Over Problem Selection in a Linear Equation Tutor. In & K. P. (Eds. . S. Trausan-Matu, K. E. Boyer, M. Crosby (Ed.), *12th International Conference on Intelligent Tutoring Systems, ITS* (pp. 378–387). https://doi.org/10.1007/978-3-319-07221-0_47
- Meluso, A., Zheng, M., Spires, H. A., & Lester, J. (2012). Enhancing 5th graders' science content knowledge and self-efficacy through game-based learning. *Computers & Education*, 59(2), 497–504. <https://doi.org/10.1016/J.COMPEDU.2011.12.019>

- Moi Siew, N., Geoffrey, J., & Lee, B. N. (2016). Students' Algebraic Thinking and Attitudes towards Algebra: The Effects of Game-Based Learning using Dragonbox 12 + App. *The Research Journal of Mathematics and Technology*, 5(1), 66–79. Retrieved from <http://www.academia.edu/download/46188339/2dragonbox.pdf>
- Munzón, N. R., Bosch, M., & Gascón, J. (2015). El problema didáctico del álgebra elemental: Un análisis macro-ecológico desde la teoría antropológica de lo didáctico. *Journal of Research in Mathematics Education*, 4(2), 106. <https://doi.org/10.17583/redimat.2015.1386>
- Okan, Z. (2003). Edutainment: is learning at risk? *British Journal of Educational Technology*, 34(3), 255–264. <https://doi.org/10.1111/1467-8535.00325>
- Serra Belmonte, M. (2014). *El planeta de los Yunis. Situación fundamental de la función afín en 1º E.S.O.* (Universidad Pública de Navarra). Retrieved from <https://academica-e.unavarra.es/xmlui/handle/2454/14566>
- Wilhelmi, M. R., Belletich, O., Lasa, A., & Reina, L. (2013). Evaluación de respuestas a una tarea de recuento. *I Jornadas Virtuales En Didáctica de La Estadística, Probabilidad y Combinatoria*, 285–292.

Testu-liburuak

- Ferrero de Pablo, L., Martín Martín, P., Alonso Garzón, G., & Bernal López, E. I. (s.f.). *Matematika 6. Lehen Hezkuntza. Irakasleak*. Anaya + Digital.
- Colera Jiménez, J., Gaztelu Albero, I., & Colera Cañas, R. (s.f.). *Matematika 1. Irakasleak*. Anaya + Digital.
- Colera Jiménez, J., Gaztelu Albero, I., & Colera Cañas, R. (s.f.). *Matematika 2. ESO. Irakasleak*. Anaya + Digital.
- Colera Jiménez, J., Gaztelu Albero, I., Oliveira González, M. J., & Colera Cañas, R. (s.f.). *Matematika irakaskuntza akademikoetara bideratuta 3. ESO. Irakasleak*. Anaya + Digital.
- Colera Jiménez, J., Gaztelu Albero, I., Oliveira González, M. J., & Colera Cañas, R. (s.f.). *Matematika irakaskuntza akademikoetara bideratuta 4. ESO. Irakasleak*. Anaya + Digital.
- Colera Jiménez, J., Oliveira González, M. J., Colera Cañas, R., & Santaella Fernández, E. (s.f.). *Matematika I. Batxilergoa*. Anaya + Digital.
- Colera Jiménez, J., Oliveira González, M. J., & Colera Cañas, R. (s.f.). *Matematika II. Batxilergoa*. Anaya + Digital.

Eranskinak

- A. Testu-liburuko Unitate Didaktikoa
- B. Dragon-Box 12+ eta aljibraren arauen eta azalpen orriak
- C. Galdetegiak


A. Testu-liburuko Unitate Didaktikoa

10

Aljebra

«Aljebra» hitza arabiarra da jatorriz. Arabiarrek aurreko kultura guztietatik ikasi eta edan zuten, eta diziplina berri hori sortu zuten VIII. eta IX. mendeetan.


Zenbat balio du piloak, piloak eta piloaren zazpirenak 24 balio badute?



$$X + \frac{X}{7} = 24$$

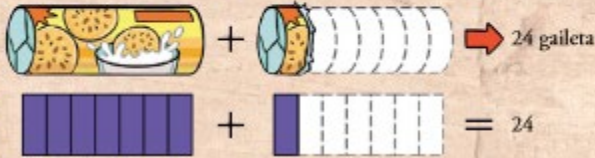
Problema aljebraiko hori agertzen da planteatuta eta ebatzita Egiptoko K.a. 1650. urteko papiro batean. Gaur egun oso metodo erraza erabiliz ebatzen dugu, ekuazio baten bidez. Baina horraino heltzeko bidea oso luzea izan da. Ekuazioak ebatzeko metodo sistematikoak garatu zituzten lehenengoak matematikari arabiarrek izan ziren. Ezezagunari «gauza» esaten zioten, eta egiptoarren «piloa» bezalako zerbait zen.

Handik mende batzuetara, europarrek aljebra arabiarrengandik ikasi eta hobetu egin zuten, baina ezezagunari «gauza» esaten jarraitu zuten, eta aljebra, «gauzaren artea».



Ebatzi lehendik dakizuna erabiliz

Pakete bat gailera eta beste pakete baten zazpirena 24 gailera dira.



- 1 Zenbat gailera daude pakete batean?
- 2 Kalkulatu, haztamuka, zein den x -ren balioa $x + \frac{x}{7} = 24$ berdintzan.

Adierazi berdintza batekin

- 3 Botila bat urek duen pisuari x esaten badiogu, honako berdintza hauek adierazten du balantzako platertxoen arteko oreka?:



Egiaztatu formula

Pentsa, zotzak eta plastilina hartuta, bat, bi, hiru, ... solairuko dorreak egiten ditugula.

Eta solairu bakoitza altxatzeko erabili dugun bolatxo- eta zotz-kopurua taula batean bildu dugula.



SOLAIRU-KOP.	1	2	3	4	5	...	10	...	25
BOLATXO-KOP	8	12	16						
ZOTZ-KOPURUA	12	20							

- 4 Osatu koadernoan taulan hutsik geratu diren laukiak.
- 5 Egiaztatu honako formula hauek guk nahi dugun adina solairuko (n) eraikina altxatzeko erabili diren bolatxo- eta zotz-kopurua kalkulatzeko modua ematen dutela:

SOLAIRU-KOP.	n
BOLATXO-KOP	$4 \cdot n + 4$
ZOTZ-KOPURUA	$8 \cdot n + 4$

1

Letrak zenbakien ordeiz

Matematika arloko lan askotan, balio ezezaguna duten zenbakiak edo balio zehaztugabea dutenak erabiltzen dira. Horrelakoetan, zenbakiak letren bidez adierazten dira; baina hori bai, zenbakizko adierazpenen lege eta propietate berdinak erabiliz egiten dira eragiketak. Ikus ditzagun adibide batzuk.

Beste adibide bat

a zenbaki baten multiplo bat lortzeko, n edozein zenbaki arruntekin biderkatzen dugu a .

$$a \cdot n \longrightarrow a\text{-ren multiploa}$$

Propietate aritmetikoak adierazi

- Batugaien ordenak ez dio baturari eragiten (trukatzeko-propietatea).

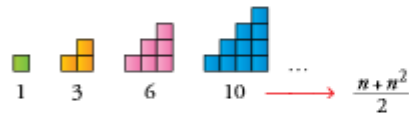
$$a + b = b + a$$

- Zenbaki bat batuketa batekin biderkatzea da zenbaki hori batugaietako bakoitzarekin biderkatzea eta, gero, biderkaduren batuketa egitea (banatze-propietatea).

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Zenbakizko erlazioak orokortu

- $\frac{n + n^2}{2}$ adierazpenak dorrearen altueraren, n , eta duen lauki-kopuruaren arteko erlazioa orokortzen du:



- Taulako azken laukietan dauden adierazpenek segida eraikitzeko legea orokortzen dute:

1	2	3	4	5	...	10	...	15	...	n
2	5	10	17	26	...	101	...	226	...	$n^2 + 1$

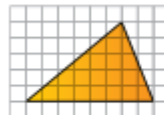
Egiaztatu nahi baduzu, adibide batzuen bidez:

$$1 \rightarrow 1^2 + 1 = 2 \quad 4 \rightarrow 4^2 + 1 = 17 \quad 15 \rightarrow 15^2 + 1 = 226$$

Magnitudeen arteko erlazioak adierazi. Formulak

- Triangelu baten azalera, A , oinarriaren luzera, b , eta altueraren luzera, a , jakinda kalkula dezakegu.

$$A = \frac{a \cdot b}{2}$$



Oinarria $\rightarrow b = 8 \text{ u}$

Altuera $\rightarrow a = 5 \text{ u}$

Azalera $\rightarrow A = \frac{8 \cdot 5}{2} = 20 \text{ u}^2$

- Higitari batek abiadura konstantean, v , eta denbora tarte batean, t , egiten duen distantzia, d , hau da:

$$d = v \cdot t$$



Abiadura $\rightarrow v = 60 \text{ km/h}$

Denbora $\rightarrow t = 3 \text{ h}$

Distantzia $\rightarrow d = 60 \cdot 3 = 180 \text{ km}$

Egizu zeuk

Adierazi laukizuzen honen azalera formula batekin:





Zenbaki ezezagunak adierazi eta eragiketak egin

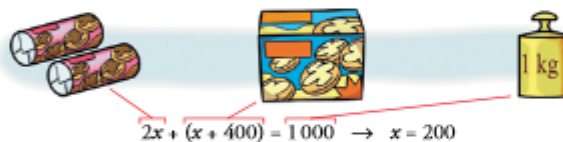
Letra bat erabiliz, balio ezezaguneko zenbaki bat adieraz dezakegu, eragiketak egin ditzakegu, eta, gainera, beste zenbaki batzuekin erlaziona dezakegu. Adibidez:

- Pakete bat gailetaren pisua $\longrightarrow x$
- Bi pakete gailetaren pisua $\longrightarrow 2x$
- Kaxa batek paketeak baino 400 gramo gehiago du $\longrightarrow x + 400$
- Bi paketeren eta kaxa baten pisua $\longrightarrow 2x + (x + 400)$

Problema modu matematikoa kodifikatu eta ebazpena erraztu

Problema ebazia

Kaxa bat gailetak pakete batek baino 400 g gehiago pisatzen du. Bi pakete eta kaxa batek kilo bat (1 000 g) pisatzen dute. Zer pisu du pakete batek, eta zer pisu kaxa batek?



Soluzioa: Pakete batek 200 g-ko pisua du. Kaxa batek, 200 + 400 = 600 g-koa.

Webgunean
Jarri enuntziatuak hizkuntza aljebraikoa.

- Letrek zenbakiak adierazten dituztenean, zenbakitzat hartuko ditugu eragiketari eta propietateari dagokienez.
- Letrak eta zenbakiak dituzten adierazpenen jokabidea aztertzeko ardura duen matematikaren atala **algebra** da.

Pentsatu eta egin

1. Kopiatu koadernoan eta osatu, $a = 5$ dela jakinda.

⑬ \longrightarrow $2 \cdot a + 3$	○ \longrightarrow $2 \cdot a - 3$
⑯ \longrightarrow 	○ \longrightarrow $10 \cdot a + 7$
2. Idatzi adierazpen bat n -ren balioa zehazteko.

a) $2 \longrightarrow 5$	b) $2 \longrightarrow 0$	c) $2 \longrightarrow 2$
$6 \longrightarrow 13$	$6 \longrightarrow 2$	$6 \longrightarrow 30$
$10 \longrightarrow 21$	$10 \longrightarrow 4$	$10 \longrightarrow 90$
... \longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow ...
$n \longrightarrow ?$	$n \longrightarrow ?$	$n \longrightarrow ?$
3. x zenbaki arrunt bat dela onartuz, idatzi:
 - a) Zenbaki horren bikoitza.
 - b) Zenbaki horren hurrengoa.
 - c) Zenbaki horren, bikoitzaren eta hurrengoaren batuketa.
4. Adierazi berdintza matematiko baten bidez honako enuntziatu hau:

x zenbaki baten, bere bikoitzaren eta haren beraren hurrengoaren arteko batura 21 da.
5. Aneren adinari x esaten badiogu, idatzi adierazpen matematiko bat kasu bakoitzerako:
 - a) Zortzi urte barru izango duen adina.
 - b) Orain bi urte zeukan adina.
 - c) Orain bi urte zeukan adinaren bikoitza.
6. Kodifikatu honako enuntziatu hau berdintza matematiko batean:

Aneren adina, zortzi urte barru, orain bi urte zuen adinaren bikoitza izango da.

2 Adierazpen aljebraikoak

Adibidea



Jertsearen prezioa $\rightarrow x$
 Prezioa % 20 merkatuta $\rightarrow x - \frac{x \cdot 20}{100}$

Webgunean

Eman erantzutatuak adierazpen aljebraikoaren bidez.

Kontuan izan

Monomioetan ez da biderketaren zeinua jartzen.

$$5 \cdot x \cdot y^3$$

$$\Downarrow$$

$$5xy^3$$

Zenbaki baten ostean jarraian letra bat edo gehiago ikusten ditugunean, biderkatzen daudela onartuko dugu.

Datu ezeguzunak edo zehaztugabeak letren bidez adierazita dituzten egoerak hizkuntza matematikoa jartzean sortzen dira adierazpen aljebraikoak.

Honako hauek adierazpen aljebraikoak dira:

$$3x - 5 \quad x^2 + 1 \quad \frac{(a+1) \cdot b}{5} \quad \frac{(x+1)^2}{3} \quad \frac{a+b}{a}$$

Balio ezeguzunak ageri direnez, eragiketak adierazita geratzen dira halaberrez.

- Adierazpen aljebraiko baten **zenbakizko balioa** letrak zenbaki ezagunak bihurtzen direnean hartzen duen balioa da.

Beraz, $\frac{(a+1) \cdot b}{5}$ adierazpenaren zenbakizko balioa, $a = 9$ eta $b = 3$ direnean,

$$\frac{(9+1) \cdot 3}{5} = 6 \text{ da.}$$

Monomioak

Adierazpen aljebraiko sinpleenak, zenbakien eta letren arteko biderketak direnak, monomioak deitzen dira.

Monomioa zenbaki ezagun baten (**koefizientea**) eta letra baten edo batzuen (**letrazko atala**) arteko biderketa da.

Adibidez:

$$\underbrace{-4}_{\text{KOEFIZIENTEA}} \cdot \underbrace{x}_{\text{LETRAZKO ATALA}} \quad \underbrace{\frac{2}{3}}_{\text{KOEFIZIENTEA}} \cdot \underbrace{a^2 \cdot b}_{\text{LETRAZKO ATALA}}$$

- Letra baten **maila** letrak daraman berretzailea da. **Monomioaren maila** monomioa eratzen duten letren mailen arteko batura da.

$$\underbrace{7x}_{\text{LEHEN MAILAKO MONOMIOAK}} \quad \underbrace{-6a}_{\text{LEHEN MAILAKO MONOMIOAK}} \quad \underbrace{4x^2}_{\text{BIGARREN MAILAKO MONOMIOAK}} \quad \underbrace{\frac{3}{5}ab}_{\text{BIGARREN MAILAKO MONOMIOAK}} \quad \underbrace{2x^3}_{\text{HIRUGARREN MAILAKO MONOMIOAK}} \quad \underbrace{-x^2y}_{\text{HIRUGARREN MAILAKO MONOMIOAK}}$$

- Monomio antzekoak:** letrazko atal berdina dutenak dira (letra berdina eta berretzaile berdina dituztenak).

$$\text{Adibidez: } 4x^2y \leftarrow \text{MONOMIO ANTZEKOAK} \rightarrow \frac{5}{3}x^2y$$

Polinomioak

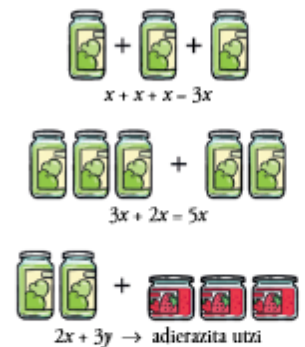
Polinomioa zenbait monomioen batuketeta (edo kenketa) adierazia da.

Polinomioak mailarik handieneko batugaiaren **maila** bera du.

Adibidez:

$$a^2 - 2ab + b^2 \rightarrow \text{Bigarren mailako polinomioa.}$$

$$x^3 + 5x^2 - x + 7 \rightarrow \text{Hirugarren mailako polinomioa.}$$



Monomioen arteko batuketak eta kenketak

Monomioak antzekoak direnean bakarrik batu (edo kendu) daitezke. Antzekoak ez direnean, eragiketa adierazita utzi behar da.

Aztertu honako adibide hauetan ageri diren kasuak:

1. ADIBIDEA $a + a + a = 3a$	2. ADIBIDEA $5x - 3x = 2x$
3. ADIBIDEA $3a + 2b \Rightarrow$ adierazita utzi	4. ADIBIDEA $x^2 + x \Rightarrow$ adierazita utzi
5. ADIBIDEA $a^2 + a^2 = 2a^2$	6. ADIBIDEA $2x^2 - 5 + 3x^2 - 3 = 5x^2 - 8$
7. ADIBIDEA $(7x^2 - 4) + (2x + 1) =$ $- 7x^2 - 4 + 2x + 1 = 7x^2 + 2x - 3$	8. ADIBIDEA $(x^2 - x + 3) - (x - 6) =$ $- x^2 - x + 3 - x + 6 = x^2 - 2x + 9$

Ikusten duzunez, adierazpen aljebraikoekin eragiketak egitean, zenbakizko adierazpenetako lege eta propietate berberak hartzen ditugu kontuan.

Pentsatu eta egin

- Kalkulatu $x^2 + xy - 12$ adierazpenaren zenbakizko balioa $x = 3$ eta $y = -1$ denean.
- Esan adierazpen hauetako zein diren monomioak:
 $a + b$ $5x^3$ a^2b^2 $2x^3 - x$
- Monomio hauetako bakoitzean, adierazi koefizientea, letrazko atala eta maila:
a) $2a$ b) x^2 c) $-3ab$ d) $\frac{1}{2}xy^3$
- Laburtu adierazpen hauek:
a) $a + a + a + a$ b) $m + m + m - m$
c) $a + a + b + b$ d) $x + x + y + y + y$
e) $2x + 5x$ f) $6a + 2a - 5a$
g) $4a - 3a + a$ h) $10x - 3x - x$
- Lotu adierazpen hauek euren adierazpen laburtuarekin:
 $x + x + 1$ $2x^2 + 2x + 3$
 $x^2 + x^2 + x$ $x^2 + 5$
 $3x^2 - 2x^2 + 5$ $4x^2 + x + 4$
 $x^2 + x^2 + x + x$ $2x^2 + x$
 $2x^2 + 4x - 2x + 3$ $2x^2 + 2x$
 $9x^2 - 5x^2 + 3 + x + 1$ $2x + 1$
- Simplifikatu.
a) $x^2 + 2x^2 + x + 2x$ b) $3x^2 + 2x^2 + 5x - 4x$
c) $6x^2 - 2x^2 + 7x - 4x$ d) $8x^2 - 3x^2 + 2x + x$
e) $x + 3x^2 + x^2 - 4x$ f) $2x^2 - 6x + 2x^2 - x$
- Laburtu.
a) $3x - (4x - 3x)$ b) $5x - (2x + 1)$
c) $8x - (3x + 2x)$ d) $2x - (4 - x)$
e) $(x + 4x) - (5x - 3x)$ f) $(6x - 4) - (2x - 1)$
- Kendu parentesiak eta sinplifikatu.
a) $5x^2 - (2x + x^2)$ b) $3x - (x - x^2)$
c) $x^2 - (3x - x^2)$ d) $5x - (2x - 3x^2)$
e) $(5x^2 - 4x) - (2x^2 + 2x)$ f) $(7x^2 + 3) - (5x^2 - 2)$
g) $(x^2 + x) + (3x + 1)$ h) $(4x^2 - 5) - (2x^2 + 2)$
- Egia ala gezurra?
a) Bi monomioen batura beste monomio bat da.
b) Antzeko bi monomioen batuketa edo kenketa batugaien antzeko beste monomio bat da.
c) Bi monomioen baturaren maila batugaien mailen batura da.
d) Antzeko bi monomioen baturaren maila batugaien maila bera da.

Gogoan izan

Berrekizun bera duten bi berreketa biderkatzeko, berretzaileak batzen dira. Adibidez:

$$x^3 \cdot x^2 = x^{3+2} = x^5$$

Webgunean

Garatu adierazpen aljebraikoak.

Zatiki aljebraikoak

Zatiki aljebraikoa izendatzailean letrak dituen zatikisa da.

Adibideak:

$$\frac{-2x}{3y} \quad \frac{3}{a^2} \quad \frac{a}{a+b}$$

Webgunean

Landu monomioen eragiketak.

Monomioen arteko biderketa

Monomioa biderketa bat da. Beraz, bi monomio biderkatzean, biderkagai gehi-
go dituen beste biderketa bat lortuko dugu; hau da, beste monomio bat.

Adibideak

- $(3a) \cdot (2b) = 3 \cdot a \cdot 2 \cdot b = 3 \cdot 2 \cdot a \cdot b = 6ab$
- $(-3x) \cdot 4x = (-3) \cdot x \cdot 4 \cdot x = (-3) \cdot 4 \cdot x \cdot x = -12x^2$
- $\left(\frac{3}{5}x\right) \cdot (10xy) = \frac{3}{5} \cdot x \cdot 10 \cdot x \cdot y = \frac{3}{5} \cdot 10 \cdot x \cdot x \cdot y = \frac{30}{5}x^2y = 6x^2y$

Bi monomioen arteko biderkadura beste monomio bat da beti.

Monomio baten eta polinomio baten arteko biderketa

Polinomioa batuketa bat denez, banatze-propietatea erabiliko dugu; hau da, batugai bakoitzarekin biderkatuko dugu.

Adibideak

- $3 \cdot (3a + 5b) = 3 \cdot 3a + 3 \cdot 5b = 9a + 15b$
- $4x \cdot (x^2 - 3y^2) = 4x \cdot x^2 - 4x \cdot 3y^2 = 4x^3 - 12xy^2$

Monomioen arteko zatiketak

Bi monomioen arteko zatiketa egiteko, zenbakiekin egindako eragiketei buruz dakiguna erabiliko dugu, beste prozedura batzuk ikasten ibili gabe.

Honako adibide hauetan ikusiko duzunez, hainbat eratako emaitzak lor daitezke.


Adibideak

- $3x : 6x = \frac{3 \cdot x}{6 \cdot x} = \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{x}}{2 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{x}} = \frac{1}{2} \rightarrow$ Zatidura zenbaki bat da.
- $(-15ab^2) : 3ab = \frac{\cancel{3} \cdot (-5) \cdot a \cdot b \cdot b}{\cancel{3} \cdot a \cdot b} = -5b \rightarrow$ Zatidura monomio bat da.
- $3x : x^3 = \frac{3 \cdot \cancel{x}}{\cancel{x} \cdot x \cdot x} = \frac{3}{x^2}$
- $(-15a^2b) : (-6ab^2) = \frac{(-\cancel{3}) \cdot 5 \cdot a \cdot a \cdot b}{(-\cancel{3}) \cdot 2 \cdot a \cdot b \cdot b} = \frac{5a}{2b} \rightarrow$ Zatidura zatiki aljebraiko bat da.

Bi monomioen arteko zatiketa egitean, emaitza izan daiteke:

- Zenbaki bat.
- Beste monomio bat.
- Zatiki aljebraiko bat.

Pentsatu eta egin

- 10.** Biderkatu zenbakia monomioarekin.
- a) $3 \cdot 2x$ b) $5 \cdot 3a$ c) $2 \cdot 4m$
 d) $(-3) \cdot 5x$ e) $2 \cdot (-2a)$ f) $(-3) \cdot (-4m)$
 g) $\frac{1}{2} \cdot 6x$ h) $4 \cdot \frac{1}{6} a$ i) $(-2) \cdot \frac{6}{8} m$
- 11.** Kalkulatu biderketa hauek:
- a) $x \cdot x^2$ b) $a^2 \cdot a^2$ c) $m^3 \cdot m$
 d) $x^2 \cdot x^3$ e) $x^3 \cdot x^3$ f) $m^2 \cdot m^4$
- 12.** Biderkatu monomio hauek:
- a) $x \cdot 2x$ b) $5a \cdot a$ c) $m \cdot 2m^2$
 d) $2x \cdot 5x$ e) $3a \cdot 4a^2$ f) $2m^2 \cdot 5m^2$
 g) $3x^2 \cdot 2x^3$ h) $4a \cdot 2a^4$ i) $2m^2 \cdot 2m^4$
 j) $x^3 \cdot (-2x)$ k) $(-5a^2) \cdot 3a^3$ l) $2m^3 \cdot (-4m^3)$
- 13.** Laburtu.
- a) $(4xy) \cdot (5xy)$ b) $(3xy) \cdot 2x$
 c) $(2a) \cdot (-4ab)$ d) $5a^2 \cdot (2ab)$
 e) $(-xy^2) \cdot (3x^2y)$ f) $(3a^2b^3) \cdot (a^2b)$
- 14.** Kopiatu eta osatu parentesi bakoitza monomio batekin:
- a) $x \cdot (\dots) = x^3$ b) $2x^2 \cdot (\dots) = 4x^4$
 c) $3a \cdot (\dots) = 6a^2$ d) $2a^2 \cdot (\dots) = -8a^5$
 e) $(\dots) \cdot 2x = 6xy$ f) $(\dots) \cdot xy = 3x^2y^3$
- 15.** Zatitu monomioa zenbakiarekin.
- a) $6x : 3$ b) $12a^2 : 4$
 c) $9m^3 : 9$ d) $(-18x^2) : 6$
 e) $15a : (-5)$ f) $(-20m^2) : (-4)$
- 16.** Gogoratu berreketen propietateak eta egin zatiketak.
- a) $x^2 : x$ b) $a^3 : a$ c) $m^3 : m^2$
 d) $x^5 : x^5$ e) $a^6 : a^2$ f) $m^7 : m^3$
 g) $x^7 : x$ h) $a^4 : a^4$ i) $m^6 : m^5$
- 17.**  Adierazi emaitza bakoitza zatiki aljebraiko batekin, adibidean bezala:
- $\bullet a^2 : a^4 = \frac{a^2}{a^4} = \frac{a \cdot a}{a \cdot a \cdot a \cdot a} = \frac{1}{a^2}$
- a) $x : x^2$ b) $a : a^3$ c) $m : m^4$
 d) $x^2 : x^3$ e) $a^3 : a^6$ f) $m^2 : m^5$
 g) $x : x^5$ h) $a^3 : a^4$ i) $m^3 : m^7$
- 18.** Egin zatiketak.
- a) $8x : 2x$ b) $12x^2 : (-4x^2)$ c) $a : 3a$
 d) $2a^2 : 3a^2$ e) $10x^4 : 5x$ f) $15x^4 : 3x^2$
 g) $4a^3 : 6a^2$ h) $10a^5 : 15a$ i) $6x : 3x^2$
 j) $2x : 6x^3$ k) $4a^3 : 10a^4$ l) $6a^2 : 9a^5$
- 19.** Sinplifikatu zatiki aljebraiko hauek:
- a) $\frac{4x^3}{8x^2}$ b) $\frac{10x}{5x^3}$ c) $\frac{6x^4}{2x^2}$
 d) $\frac{3ab}{9a^2}$ e) $\frac{4a^2b}{8ab^2}$ f) $\frac{2ab}{10a^2b^2}$
- 20.** Biderkatu eta adierazi parentesirik gabe.
- a) $2(x + 1)$ b) $5 \cdot (a - b)$ c) $a \cdot (3 - a)$
 d) $x^2 \cdot (x^2 + x)$ e) $3x \cdot (x + 5)$ f) $5a \cdot (2a - a^2)$
- 21.** Kopiatu koadernoan eta osatu.
- a) $5 \cdot (\dots + \dots) = 5a + 10$
 b) $4 \cdot (\dots + \dots) = 8a + 4b$
 c) $x \cdot (\dots + \dots) = x^2 + 3x$
 d) $2x \cdot (\dots + \dots) = 4x + 6x^2$
- 22.** Kopiatu eta osatu hutsik dauden laukiak.
- a) $\square \cdot (x + 3) = 5x + 15$ b) $\square \cdot (3 + 2x) = 9 + 6x$
 c) $\square \cdot (a - 1) = a^3 - a^2$ d) $\square \cdot (a + a^2) = a^2 + a^3$
- 23.** Biderkatu eta sinplifikatu, adibidean bezala.
- $\bullet 5a \cdot \left(\frac{a}{5} + \frac{1}{a}\right) = \frac{5a^2}{5} + \frac{5a}{a} = a^2 + 5$
- a) $6x \cdot \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{x}\right)$ b) $xy \cdot \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)$
 c) $\frac{1}{a} \cdot (a + a^2)$ d) $\frac{2}{a^2} \cdot \left(\frac{a}{4} + a^2\right)$
- 24.** Egia ala gezurra?
- a) Bi monomioren biderkadura monomio bat da beti.
 b) Zenbait monomioren arteko biderkaduraren maila biderkagaien mailen arteko biderkadura da.
 c) Zenbait monomioren arteko biderkaduraren maila biderkagaien mailen arteko batura da.
 d) Bi monomioren arteko zatiketa eginda beste monomio bat lortzen da.
 e) Bi monomioren zatidura beste monomio bat bada, zatiduraren maila zatitzailearen maila baino handiagoa edo berdina da.

3 Ekuazioak

Ekuazioa adierazpen aljebraikoen arteko berdintza bat da. Baina berdintza aljebraiko guztiak ez dira ekuazioak, ondoren ikusiko duzunez.

Berdintza aljebraikoak: ekuazioak edo identitateak

Aztertu honako berdintza hauen arteko desberdintasuna:

$$3x - 4 = 8$$

↓

Berdintza $x = 4$ kasuan bakarrik betetzen da. (Ekuazioa da).

$$6x - 4x = 2x$$

↓

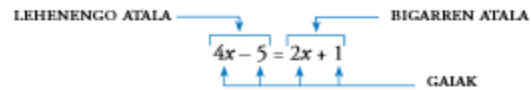
Berdintza x -ren edozein baliorekin betetzen da. (Identitatea da).

- **Ekuazioa** letren balio jakin batzuetarako bakarrik betetzen den adierazpen aljebraikoen arteko berdintza da.
- **Identitatea** beti betetzen den berdintza aljebraikoa da, berdin dio letrek zer balio hartzen duten.

Ekuazioaren elementuak

Ekuazioak erabili ahal izateko, behar-beharrezkoa da ekuazioaren elementuak izendatzen jakitea:

- **Atalak:** berdintzaren zeinuaren alde banatan ageri diren adierazpenak dira.
- **Gaiak:** atalak osatzen dituzten batugaiak dira.



- **Ezezagunak:** gaietan ageri diren letrak dira.
- **Soluzioak:** letrak berdintza betetzeko hartu behar dituzten balioak dira.

$$4x - 5 = 2x + 1 \begin{cases} \text{EZEZAGUN BATEKO LEHEN MAILAKO EKUAZIOA} \\ \text{SOLUZIOA: } x = 3, \text{ izan ere, } 4 \cdot 3 - 5 = 2 \cdot 3 + 1 \end{cases}$$

Kontuan hartu

Ekuazio baten **maila** bere barne hartzen dituen monomio guztietan mailarik handiena da.

- LEHEN MAILAKO EKUAZIOA:

$$5x - 4 = 3x$$

$$\text{Soluzioa} \rightarrow x = 2$$

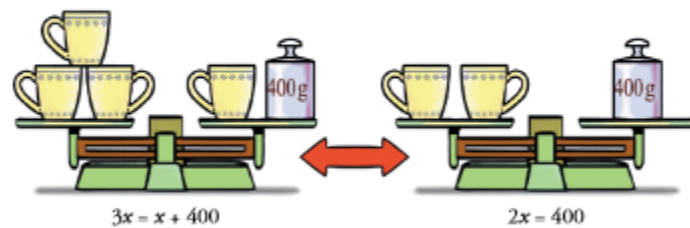
- BIGARREN MAILAKO EKUAZIOA:

$$6 + x^2 = 5x$$

$$\text{Soluzioak} \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Ekuazio baliokideak

Bi ekuazio baliokideak dira euren soluzioak bat datozenean.



Bi ekuazio horiek baliokideak dira, soluzio bera baitute: $x = 200$.

Zer da ekuazioa ebaztea?

Ekuazioa ebaztea ekuazioaren soluzioak aurkitzea da. Hau da, berdintza bete dadin, ezezagunek zer balio hartu behar dituzten kalkulatzeko.

Ekuazioen ebazpenari buruz ezer berririk ikasi baino lehen, kontuan hartu kasu askotan orain arte dakizunarekin joka dezakezula. Egiaztatu horrela dela orain proposatzen dizkizugun ekuazio hauetan:

a) $x - 8 = 7 \rightarrow$ Zein izan behar da x -ren balioa 8 kendu ondoren 7 lortzeko?

$$15 - 8 = 7 \rightarrow x = 15$$

b) $7 + x = 5 \rightarrow$ Zer balio batu behar zaio 7ri 5 lortzeko?

$$7 + (-2) = 5 \rightarrow x = -2$$

c) $\frac{1}{2}x = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{1}{2}$ zer zatikirekin biderkatu behar dugu $\frac{3}{4}$ lortzeko?

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{4} \rightarrow x = \frac{3}{2}$$

Saia zaitetz adibide zailtxoagoekin:

d) $\sqrt{x+1} = 5 \rightarrow \sqrt{25} = 5 \rightarrow$ Errokituzunak 25 izan behar du.

$$x + 1 = 25 \rightarrow 24 + 1 = 25 \rightarrow x\text{-k } 24 \text{ balio du.}$$

e) $\frac{2x^2-3}{5} = 3 \rightarrow \frac{15}{5} = 3 \rightarrow$ Zenbakitzaileak 15 izan behar du.

$$2x^2 - 3 = 15 \rightarrow 18 - 3 = 15 \rightarrow 2x^2 \text{ gaiak } 18 \text{ balio behar du.}$$

$$2x^2 = 18 \rightarrow 2 \cdot 9 = 18 \rightarrow x^2\text{-ren balioa } 9 \text{ izan behar da.}$$

$$x^2 = 9 \rightarrow 3^2 = 9 \rightarrow x\text{-ren balioa } 3 \text{ (edo } -3) \text{ izan behar da.}$$

Egin gogoeta

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2x-1}}{6} &= \frac{1}{2} \\ \downarrow \\ \frac{\sqrt{2x-1}}{6} &= \frac{3}{6} \\ \downarrow \\ \sqrt{2x-1} &= 3 \\ \downarrow \\ 4 - 1 = 3 &\rightarrow \sqrt{2x} = 4 \\ \downarrow \\ \sqrt{16-4} &\rightarrow 2x = 16 \\ \downarrow \\ 2 \cdot 8 &= 16 \rightarrow x = 8 \end{aligned}$$

Webgunean

Ebatzi ekuazioak, dakizuna erabiliz.

Pentsatu eta egin

1. Egiaztatu, kasu hauetako bakoitzean, x -ren zer balio diren ekuazioaren soluzioak:

a) $5x - 7 = 13$	$\begin{cases} x=1 \\ x=3 \\ x=4 \end{cases}$	b) $3x - 6 = x$	$\begin{cases} x=2 \\ x=3 \\ x=5 \end{cases}$
c) $\frac{x+5}{6} = 1$	$\begin{cases} x=1 \\ x=-2 \\ x=6 \end{cases}$	d) $\sqrt{x} + 3 = 5$	$\begin{cases} x=-3 \\ x=0 \\ x=4 \end{cases}$
e) $x^2 - 6 = x$	$\begin{cases} x=-2 \\ x=1 \\ x=3 \end{cases}$	f) $\frac{x^2+5}{7} = x-1$	$\begin{cases} x=2 \\ x=3 \\ x=4 \end{cases}$

2. Adierazi zer maila duen ekuazio bakoitzak:

a) $3x - 4 = 5x + 2$	b) $6x - x^2 = 7 - x$
c) $4x^3 + 2x = 5x^2 + 1$	d) $\frac{5x-1}{4} = \frac{2x+3}{7}$

3. Arrazoitu eta aurkitu ekuazio hauetako bakoitzerako soluzio bat:

a) $5x = 20$	b) $5x - 2 = 18$
c) $\frac{5x-2}{3} = 6$	d) $\frac{5x+4}{8} = 3$

4. Bilatu, haztamuka, ekuazio bakoitzerako soluzio bat:

a) $5x - 8 = 7$	b) $2x + 3 = 5x - 3$
c) $2(x-1) = 8$	d) $10 - (x-3) = 6$
e) $\frac{3-x}{2} = 1$	f) $\frac{5+x}{6} = 2$
g) $\frac{x-1}{4} = 5$	h) $\frac{x+2}{3} = 1$
i) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 5$	j) $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{8} = 7$
k) $x + x^2 + x^3 = 3$	l) $\sqrt{x+5} = 3$

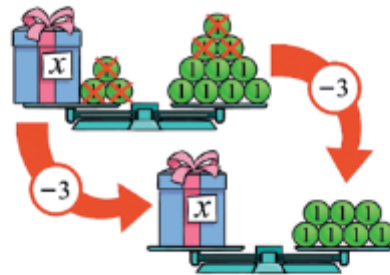
4 Ekuazioak ebazteko aurreneko teknikak

Orain, ekuazioak ebazteko oinarriko prozedurak ikasiko dituzu. Adibideak oso errazak eta soluzioa begien bistakoa badira ere, jarraitu arretaz azaltzen diren teknikei, askoz kasu zailagoak ebazteko balioko dizute eta.

$x + a = b$ erako ekuazioa ebazti

Adibidea: $x + 3 = 10$

Bi ataletan 3 kentzen badugu, ekuazio baliokide bat lortuko dugu.



$$\begin{aligned} x + 3 &= 10 \\ \downarrow \\ x + \cancel{3} - \cancel{3} &= 10 - 3 \\ \downarrow \\ x &= 7 \\ \text{Soluzioa } x &= 7 \text{ da.} \end{aligned}$$

Praktikan

ERREGELA

Ataletako batean batzen dagoena kentzen igarotzen da beste atalera.

ADIBIDEAK

a) $x + 5 = 10$	b) $x + 9 = 5$
↓	↓
$x = 10 - 5$	$x = 5 - 9$
↓	↓
$x = 5$	$x = -4$

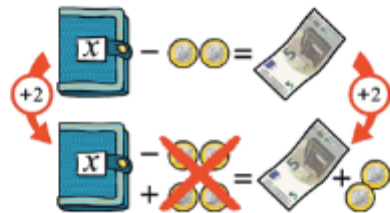
$x + a = b$ erako ekuazioak ebazteko, a kenduko dugu bi ataletan.

$$x + a = b \rightarrow x + a - a = b - a \rightarrow x = b - a$$

$x - a = b$ erako ekuazioa ebazti

Adibidea: $x - 2 = 5$

Bi ataletan 2 batzen badugu, ekuazio baliokide bat lortuko dugu.



$$\begin{aligned} x - 2 &= 5 \\ \downarrow \\ x - \cancel{2} + \cancel{2} &= 5 + 2 \\ \downarrow \\ x &= 7 \\ \text{Soluzioa } x &= 7 \text{ da.} \end{aligned}$$

$x - a = b$ erako ekuazioak ebazteko, a batuko dugu bi ataletan.

$$x - a = b \rightarrow x - a + a = b + a \rightarrow x = b + a$$

Pentsatu eta egin

1. Ebatzi, ikasi berri dituzun teknikak erabiliz.

a) $x + 3 = 4$	b) $x - 1 = 8$	c) $x + 5 = 11$
d) $x - 7 = 3$	e) $x + 4 = 1$	f) $x - 2 = -6$
g) $9 = x + 5$	h) $5 = x - 4$	i) $2 = x + 6$

2. Ebatzi, aurreko teknika horiek erabiliz.

a) $x + 6 = 9$	b) $x - 4 = 5$	c) $2 - x = 4$
d) $5 + x = 4$	e) $3 + x = 3$	f) $6 = x + 8$
g) $0 = x + 6$	h) $1 = 9 - x$	i) $4 = x - 8$

Praktikan

ERREGELA

Ataletako batean biderkatzen dagoena (atal osoa) zatitzen igarotzen da beste atalera.

ADIBIDEAK

a) $4x = 16 \rightarrow x = \frac{16}{4} \rightarrow x = 4$

b) $7x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{7}$

$a \cdot x = b$ erako ekuazioa ebatzi

Adibidea: $3x = 15$

Bi ataletan zati 3 eginez, ekuazio baliokide bat lortuko dugu.



$$\begin{aligned} 3x &= 15 \\ \downarrow \\ \frac{3x}{3} &= \frac{15}{3} \\ \downarrow \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Soluzioa $x = 5$ da.

$ax = b$ erako ekuazioak ebazteko, bi atalak a -rekin zatituko ditugu. $ax = b \rightarrow \frac{ax}{a} = \frac{b}{a} \rightarrow x = \frac{b}{a}$

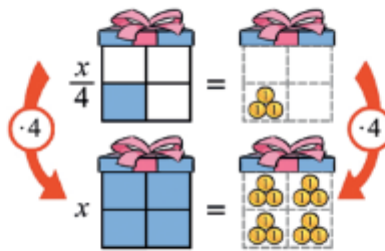
KASU BEREZIAK

- $0 \cdot x = b$ ekuazioak ($b \neq 0$ izanik) ez du soluziorik. Ez dago zerorekin biderkatuta zero ez den emaitzarik emango duen zenbakirik.
- $0 \cdot x = 0$ ekuazioak infinitu soluzio ditu. Edozein zenbaki zerorekin biderkatuta zero da.

$x/a = b$ erako ekuazioa ebatzi

Adibidea: $\frac{x}{4} = 3$

Bi ataletan bider 4 eginez, ekuazio baliokide bat lortuko dugu.



$$\begin{aligned} \frac{x}{4} &= 3 \\ \downarrow \\ \frac{x}{4} \cdot 4 &= 3 \cdot 4 \\ \downarrow \\ x &= 12 \end{aligned}$$

Soluzioa $x = 12$ da.

Praktikan

ERREGELA

Ataletako batean zatitzen dagoena (atal osoa) biderkatzen igarotzen da beste atalera.

ADIBIDEAK

a) $\frac{x}{5} = 3 \rightarrow x = 3 \cdot 5 \rightarrow x = 15$

b) $\frac{x}{3} - \frac{1}{6} \rightarrow x - \frac{1}{6} \cdot 3 \rightarrow x - \frac{1}{2}$

Webgunean

Landu ekuazioen ebazpena.

$\frac{x}{a} = b$ erako ekuazioak ebazteko, bi atalak a -rekin biderkatuko ditugu. $\frac{x}{a} = b \rightarrow \frac{x}{a} \cdot a = b \cdot a \rightarrow x = b \cdot a$

Pentsatu eta egin

3. Ebatzi, ikasi berri dituzun teknikak erabiliz.

a) $4x = 20$

b) $\frac{x}{2} = 1$

c) $3x = 12$

4. Ebatzi, aurreko teknikak konbinatuz.

a) $3x - 2 = 0$

b) $4x + 5 = 13$

c) $2x - 5 = 9$

d) $\frac{x}{5} = 2$

e) $8 = 4x$

f) $4 = \frac{x}{2}$

d) $8 - 3x = 2$

e) $\frac{x}{2} + 4 = 7$

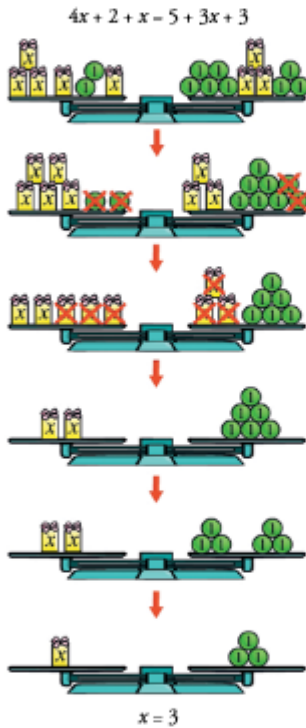
f) $\frac{x}{3} - 2 = 3$

5 Ezezagun bateko lehen mailako ekuazioak ebazti

Ekuazio bat ebazteko, ondoko ondoko urratsak eman eta ekuazioa aldatzen joango gara, gero eta ekuazio baliokide errazagoak lortuz; azkenean, ezezaguna askatu arte. Hau da, atal batean ezezaguna eta bestean zenbaki bat utziko dugu.

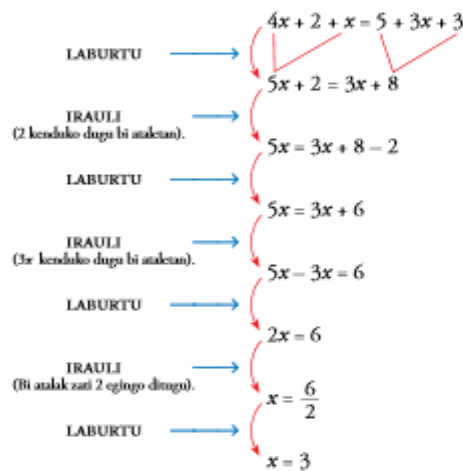
Ekuazio baten lekuan ekuazio baliokide bat jartzeko, bi baliabide erabiliko ditugu:

- Atalak laburtzea.
- Gaiak atal batetik bestera iraultzea.



A dibidea

Ekuazio hau ebaztuko dugu: $4x + 2 + x = 5 + 3x + 3$



Egiaztapena: x -ren ordez 3 jarriko dugu hasierako ekuazioan, eta berdintza betetzen dela egiaztatuko dugu.

$$\frac{4 \cdot 3 + 2 + 3}{17} = \frac{5 + 3 \cdot 3 + 3}{17}$$

Webgunean
Lendu ekuazioen ebazpena.

Kontuan hartzeak

- $-ax = b$ ekuazioan, koefizientea $(-a)$ ezezaguna biderkatzen dago; beraz, zatitzen igarotzen da beste atalera.

$$\begin{array}{l} -2x = 6 \\ x = \frac{6}{-2} \rightarrow x = -3 \end{array} \qquad \begin{array}{l} -5x = -3 \\ x = \frac{-3}{-5} \rightarrow x = \frac{3}{5} \end{array}$$

- Ekuazio bateko bi atalak zeinuz aldatzean, ekuazio baliokide bat lortzen dugu ($A = B \leftrightarrow -A = -B$).

$$\begin{array}{l} -2x = 6 \rightarrow 2x = -6 \\ x = \frac{-6}{2} \rightarrow x = -3 \end{array} \qquad \begin{array}{l} -5x = -3 \rightarrow 5x = 3 \\ x = \frac{3}{5} \end{array}$$

Webgunean

Landu ezzagun bateko lehen mailako ekuazioen ebazpena.

1. rebatu ekuazioak ebazten

Hurrengo ariketa hauek ekuazioen ebazpenean konfiantza hartzen lagunduko dizute. Egin itzazu ageri diren ordenan. Zeure lana ebaluatu ahal izateko, ariketa bakoitzaren amaieran soluzioa ikusiko duzu.

Pentsatu eta egin

1. Ebatzi ekuazio hauek:

- a) $x + 1 = 6$ b) $x + 8 = 3$ c) $7 = x + 3$
 d) $5 = 11 + x$ e) $x + 1 = -2$ f) $x + 5 = -2$
 g) $5 + x = 7$ h) $4 + x = 4$ i) $8 + x = 1$
Soluzioak: a) 5; b) -5; c) 4; d) -6; e) -3; f) -7;
 g) 2; h) 0; i) -7

2. Ariketa ebatzia

a) $3 = x - 4$	b) $6 - x = 2$
$x - 4 = 3$	$-x = 2 - 6$
$x = 3 + 4$	$x = -2 + 6$
$x = 7$	$x = 4$

3. Ebatzi ekuazio hauek:

- a) $x - 6 = 7$ b) $5 = x - 1$ c) $x - 5 = -3$
 d) $-4 = x - 2$ e) $-8 = x - 1$ f) $4 - x = 1$
 g) $5 - x = 6$ h) $8 = 13 - x$ i) $15 = 6 - x$
Soluzioak: a) 13; b) 6; c) 2; d) -2; e) -7; f) 3;
 g) -1; h) 5; i) -9

4. Ebatzi.

- a) $4x = 12$ b) $4x = 20$ c) $5x = 3$
 d) $5 = 10x$ e) $3 = 7x$ f) $4 = 6x$
 g) $-2x = 10$ h) $15 = -5x$ i) $-6x = -9$
Soluzioak: a) 3; b) 5; c) 3/5; d) 1/2; e) 3/7;
 f) 2/3; g) -5; h) -3; i) 3/2

5. Ebatzi honako ekuazio hauek:

- a) $5x - 4x = 9$ b) $7x - 2x = 15$ c) $x - 2x = 7$
 d) $2x - 6x = 12$ e) $2x - 5x = -3$ f) $4x - 6x = -8$
 g) $1 = 6x - 4x$ h) $2 = 11x - 5x$ i) $4 = 2x - 7x$
Soluzioak: a) 9; b) 3; c) -7; d) -3; e) 1; f) 4;
 g) 1/2; h) 1/3; i) -4/5

6. Ariketa ebatzia

a) $5x = 7x - 3$	b) $4 - 11x = -7x + 1$
$5x - 7x = -3$	$4 - 1 = -7x + 11x$
$-2x = -3$	$3 = 4x$
$2x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{2}$	$4x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{4}$

7. Kalkulatu x kasu hauetako bakoitzean:

- a) $4x = 3x + 5$ b) $5x = 7x - 4$ c) $2x = 7x - 5$
 d) $3x = 9x + 12$ e) $8x = 5x + 2$ f) $3x = 9x - 5$
 g) $4 - 2x = 3x$ h) $2 + 6x = 9x$ i) $5 - 6x = -x$
Soluzioak: a) 5; b) 2; c) 1; d) -2; e) 2/3; f) 5/6;
 g) 4/5; h) 2/3; i) 1

8. Ebatzi honako ekuazio hauek:

- a) $8x - 5x = x + 8$ b) $3x + 6 = 2x + 13$
 c) $5x - 7 = 2 - 4x$ d) $3x + x + 4 = 2x + 10$
 e) $4x + 7 - x = 5 + 2x$ f) $8 - x = 3x + 2x + 5$
Soluzioak: a) 4; b) 7; c) 1; d) 3; e) -2; f) 1/2

9. Ariketa ebatzia

a) $4x = 4x + 5$	} Ez du soluziorik.
$4x - 4x = 5$	
$0x = 5$	
b) $10x + 7 - 4x = 6x + 7$	} Identitatea da. Edozein zenbakik betetzen du berdintza.
$6x + 7 = 6x + 7$	
$6x - 6x = 7 - 7$	
$0x = 0$	

10. Ebatzi honako ekuazio hauek:

- a) $6x = 6x + 3$ b) $13 - 2x = 6 - 2x$
 c) $5x - 1 = 2x - 4 + 3x$ d) $x + 1 = x + 1$
 e) $7 - 3x = 4 - 3x + 3$ f) $3x + 4 = 2x + 4 + x$
Soluzioak: a), b) eta c) ekuazioek ez dute soluziorik;
 d), e) eta f) identitateak dira.

Pentsatu eta egin**11. Ariketa ebatzia**

$$6x - 9 + 3x - 2 - 5x = x - 6 - 3x + 1$$

Bi atalak laburtuko ditugu:

$$4x - 11 = -2x - 5$$

Gaiak irauliko ditugu, alde batean ezezaguna dute-nak eta bestean zenbakiak utziz:

$$4x + 2x = -5 + 11$$

Aurreko ariketetako ekuazioetan bezala jarraituko dugu:

$$6x = 6$$

$$x = \frac{6}{6} \rightarrow x = 1$$

12. Ebatzi aurreko ariketan bezala.

a) $12x - 7 + x - 5 = 11x - 10 + x$

b) $18x + 15 + 5x - 9 - 7x - 9x - 8$

c) $7x - 3 + 5x - 4 - 8x - 5 - x$

Soluzioak: a) 2; b) -2; c) 2/5

13. Kalkulatu zein izan behar den x -ren balioa berdintza hauetako bakoitza betetzeko:

a) $10x + 1 - 7x = 5x - 5 + 4x$

b) $2x - 5 - 7x + 1 = 4x - 6x + 11$

c) $2 - 13x = 6x + 1 + x - 9$

Soluzioak: a) 1; b) -5; c) 1/2

14. Ariketa ebatzia

$$10x + 4 - 8x - 5 = 3x - x + 1$$

$$2x - 1 = 2x + 1$$

$$2x - 2x = 1 + 1$$

$$0x = 2$$

Ez du soluziorik.

15. Ebatzi ekuazioak eta esan zeinek ez duen soluziorik eta zeinek dituen infinitu soluzio.

a) $6 - 11x + 7 + 12x - x - 13 - 8x + 2$

b) $16x - 5 - 15x + 8 + 2x - 4x + 3 - x$

c) $3 + x = 9x - 6 + 7x - 4 - x - 1$

d) $7 - 5x = 9x + 2 - 13x + 7 - x$

Soluzioak: a) -3; b) Infinitu soluzio; c) 1; d) Ez du soluziorik

16. Ariketa ebatzia

$$7x - (1 - x) = x - 8$$

$$7x - 1 + x = x - 8$$

$$8x - 1 = x - 8$$

$$8x - x = -8 + 1$$

$$7x = -7 \rightarrow x = \frac{-7}{7} \rightarrow x = -1$$

17. Ebatzi ariketa hauek:

a) $5 - (4x + 6) = 2x$

b) $x + 1 = 5x - (2x + 3)$

c) $2x - (5 - 4x) + 1 = x + (3x - 5)$

d) $5 - (x + 1) - 3 = 3x - (2x + 3) - x$

Soluzioak: a) -1/6; b) 2; c) -1/2; d) 4

18. Ariketa ebatzia

$$4 - x = 2 - 3(x - 2)$$

$$4 - x = 2 - 3x + 6$$

$$4 - x = 8 - 3x$$

$$-x + 3x = 8 - 4$$

$$2x = 4 \rightarrow x = \frac{4}{2} \rightarrow x = 2$$

19. Ebatzi.

a) $x - 2(x - 2) = 3x$

b) $11 - x = 3x - 5(2x - 1)$

c) $x - 4(x + 2) = x + 5 - 3x$

d) $4(x - 2) + 3 = 1 - 3(2 - x)$

Soluzioak: a) 1; b) -1; c) -13; d) 0

20. Ebatzi ekuazio hauek:

a) $2x - 8 = 1 - 3(x - 2)$

b) $4x - (2 + x) = 3(x - 1)$

c) $2x + 3(x + 1) = 5 - 2(2x - 5)$

Soluzioak: a) 3; b) Ez du soluziorik; c) 4/3

21. Kalkulatu x kasu hauetako bakoitzean:

a) $2x - 3(5x + 6) + 10 = 5(x - 3) - 4x$

b) $3(1 - 4x) + 7 = 5 - (8x + 7)$

c) $12 - 5(3 - 2x) = 8x - 3(x + 1) + 5x$

Soluzioak: a) 1/2; b) 3; c) Infinitu soluzio

Pentsatu eta egin

22. Ariketa ebatzia

Ebatzi ekuazio hauek:

a) $3x = \frac{5}{4}$

$x = \frac{5}{4 \cdot 3} \rightarrow x = \frac{5}{12}$

b) $\frac{2x}{3} = 4$

$2x = 3 \cdot 4 \rightarrow 2x = 12 \rightarrow x = \frac{12}{2} \rightarrow x = 6$

c) $\frac{5x}{4} = \frac{1}{2}$

$5x \cdot 2 = 4 \cdot 1 \rightarrow 10x = 4 \rightarrow x = \frac{4}{10} \rightarrow x = \frac{2}{5}$

23. Ebatzi ekuazio hauek:

a) $2x = \frac{1}{2}$

b) $-4x = 1 - \frac{1}{3}$

c) $\frac{7x}{3} = 2$

d) $\frac{15x}{2} - 1 = 5$

e) $\frac{x}{5} = \frac{1}{7}$

f) $\frac{3x}{2} + 1 = \frac{2}{5}$

Soluzioak: a) 1/4; b) -1/6; c) 6/7; d) 4/5; e) 5/7; f) -2/5

24. Ariketa ebatzia

Kalkulatu x kasu haueko bakoitzean:

a) $-2x = \frac{4}{5}$ b) $-\frac{3}{4}x = 6$ c) $-\frac{2}{3}x = \frac{1}{2}$

a) $x = \frac{4}{5 \cdot (-2)} \rightarrow x = \frac{4}{-10} \rightarrow x = -\frac{2}{5}$

b) $-\frac{3x}{4} = 6 \rightarrow x = \frac{6 \cdot 4}{-3} \rightarrow x = \frac{24}{-3} \rightarrow x = -8$

c) $\frac{-2x}{3} = \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot (-2)} \rightarrow x = \frac{3}{-4} \rightarrow x = -\frac{3}{4}$

25. Ebatzi.

a) $-5x = \frac{10}{3}$

b) $-6x = -\frac{3}{4}$

c) $-\frac{x}{3} = 2$

d) $-\frac{2}{5}x = 6$

e) $-\frac{1}{3}x = \frac{1}{5}$

f) $-\frac{6}{5}x = \frac{3}{10}$

Soluzioak: a) -2/3; b) 1/8; c) -6; d) -15; e) -3/5; f) -1/4

26. Ariketa ebatzia

Kalkulatu x kasu haueko bakoitzean:

a) $x + \frac{x}{2} = 1$

b) $x = 2 + \frac{x}{3}$

a) $\frac{2x}{2} + \frac{x}{2} = 1 \rightarrow \frac{3x}{2} = 1 \rightarrow$

$\rightarrow 3x = 1 \cdot 2 \rightarrow 3x = 2 \rightarrow x = \frac{2}{3}$

b) $x - \frac{x}{3} = 2 \rightarrow \frac{3x}{3} - \frac{x}{3} = 2 \rightarrow \frac{2x}{3} = 2 \rightarrow$

$\rightarrow 2x = 2 \cdot 3 \rightarrow 2x = 6 \rightarrow x = \frac{6}{2} \rightarrow x = 3$

27. Ebatzi.

a) $x - \frac{x}{6} = 1$

b) $x + \frac{2x}{5} = 7$

c) $2x - \frac{3x}{4} = 5$

d) $\frac{5x}{8} = 2 - \frac{3x}{8}$

e) $\frac{3x}{7} = 1 - x$

f) $3 - \frac{x}{5} = 2 + x$

Soluzioak: a) 6/5; b) 5; c) 4; d) 2; e) 7/10; f) 5/6

28. Ariketa ebatzia

Ebatzi ekuazio hau: $\frac{x}{2} = \frac{x}{3} + 1$

Bi atalak 6rekin biderkatuz gero, ekuazio baliokide bat lortzen dugu:

$6 \cdot \frac{x}{2} = 6 \cdot \left(\frac{x}{3} + 1 \right) \rightarrow \frac{6x}{2} = \frac{6x}{3} + 6 \rightarrow$

$\rightarrow 3x = 2x + 6 \rightarrow 3x - 2x = 6 \rightarrow x = 6$

29. Kalkulatu x kasu haueko bakoitzean:

a) $1 - \frac{x}{4} = \frac{x}{2}$ (Biderkatu bi atalak 4rekin).

b) $\frac{2x}{3} - \frac{1}{2} = \frac{x}{2}$ (Biderkatu bi atalak 6rekin).

c) $\frac{x}{2} - 6 = \frac{x}{5}$ (Biderkatu bi atalak 10ekin).

Soluzioak: a) 4/3; b) 3; c) 20

30. Ebatzi, aurreko metodoa erabiliz.

a) $x + \frac{2}{7} = 1 - \frac{2x}{7}$ b) $\frac{x}{3} + 1 = x + \frac{5}{6}$

c) $\frac{x}{2} - \frac{2}{5} = \frac{x}{5} + \frac{1}{2}$ d) $\frac{x}{3} - 1 = \frac{x}{5} - \frac{2}{3}$

Soluzioak: a) 5/9; b) 1/4; c) 3; d) 5/2

6 Problemak ekuazioen bidez ebatzi

Ekuazioak oso tresna lagungarriak dira problemak ebazteko. Aztertu, beheko adibideetan, zer urrats eman behar diren. Aurrean problema bat izanda, urrats horiek emateko gai izatea da helburua.

Problema ebatziak

1. **Zenbaki arrunt bati bere hurrengo zenbakiaren bikoitza batuz gero, 14 lortzen dugu. Zer zenbaki da?**

a) Utzi argi zer dakizun, eta jarri izena ez dakizunari.

- Zenbakia $\longrightarrow x$
- Horren hurrengo $\longrightarrow x + 1$
- Hurrengoaren bikoitza $\longrightarrow 2(x + 1)$
- Zenbakia gehi hurrengoaren bikoitza 14 da.

b) Erlazionatu, berdintza baten bidez, elementu ezagunak eta ezezagunak.

$$\boxed{\text{ZENBAKIA}} + \boxed{\text{HURRENGOAREN BIKOITZA}} = 14$$

$$x + 2(x + 1) = 14$$

c) Ebatzi ekuazioa.

$$x + 2(x + 1) = 14 \rightarrow x + 2x + 2 = 14 \rightarrow 3x = 12 \rightarrow x = \frac{12}{3} = 4$$

d) Adierazi soluzioa problemaren testuingurua kontuan izanda, eta egiaztatu.

Soluzioa: Bila gabiltzan zenbakia 4 da.

Egiaztapena: $4 + 2(4 + 1) = 4 + 2 \cdot 5 = 4 + 10 = 14$

2. **Supermerkatuan, laranjen bost kiloko poltsa eta marrubien bi kiloko kaxa prezio berean daude. Marrubi-kiloko laranja-kiloa baino 1,80 € garestiago badago, zenbatean dago laranja-kiloa eta zenbatean marrubi-kiloa?**

a) Datuak:

- Laranja kilo batek balio duena (€) $\longrightarrow x$
- Marrubi kilo batek balio duena (€) $\longrightarrow x + 1,80$
- Bost kilo laranjak bi kilo marrubik adina balio du.

b) Ekuazioa:

$$\boxed{5 \text{ kg LARANJAREN PREZIOA}} = \boxed{2 \text{ kg MARRUBIEN PREZIOA}}$$

$$5x = 2(x + 1,8)$$

c) Ekuazioaren ebazpena:

$$5x = 2(x + 1,8) \rightarrow 5x = 2x + 2 \cdot 1,8 \rightarrow 5x = 2x + 3,6 \rightarrow$$

$$\rightarrow 5x - 2x = 3,6 \rightarrow 3x = 3,6 \rightarrow x = \frac{3,6}{3} = 1,2$$

d) *Soluzioa:* Laranjak 1,20 €/kg-an daude.

Marrubiak $1,20 + 1,80 = 3$ €/kg-an daude.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Egiaztapena: } 5 \cdot 1,2 = 6 \text{ €} \\ 2(1,2 + 1,8) = 6 \text{ €} \end{array} \right\} 5 \cdot 1,2 = 2(1,2 + 1,8)$$

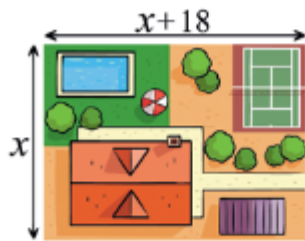
Webgunean

Ebatzi problemak ekuazioak erabiliz.

Webgunean

Kalkulatu ibai baten zabalera ekuazioak erabiliz.





Webgunean
Ebatzi problemak ekuazioak erabiliz.

Problema ebatziak

3. Luzeran zabalera baino 18 metro gehiago dituen laukizuzen-itxurako lursail bat besiz itxeko, 10na metroko 24 biribilki alambre erabili ditugu. Zer neurri du lursailak?

a) Datuak:

- Lursailaren zabalera (m) \longrightarrow x
- Lursailaren luzera (m) \longrightarrow $x + 18$
- Hesiaren luzera (m) \longrightarrow $24 \cdot 10 = 240$
- Lursailaren lau aldean arteko batura 240 m da.

b) Ekuazioa:

$$\boxed{\text{ALDE LABURRA}} + \boxed{\text{ALDE LUZEA}} + \boxed{\text{ALDE LABURRA}} + \boxed{\text{ALDE LUZEA}} = \boxed{\text{HESIAREN LUZERA}}$$

$$x + (x + 18) + x + (x + 18) = 240$$

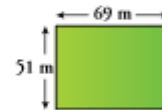
c) Ekuazioaren ebazpena:

$$x + (x + 18) + x + (x + 18) = 240 \rightarrow x + x + 18 + x + x + 18 = 240 \rightarrow 4x + 36 = 240 \rightarrow 4x = 240 - 36 \rightarrow 4x = 204 \rightarrow x = \frac{204}{4} \rightarrow x = 51$$

d) Soluzioa: Alde laburrak 51 m ditu.

Alde luzeak $51 + 18 = 69$ m ditu.

Egiaztapena: $51 + 69 + 51 + 69 = 240$



Pentsatu eta egin

1. Zenbaki bati aurreko zenbakia batuz gero, 37 lortzen dugu. Zer zenbaki da hori?

$$\begin{array}{l} \text{ZENBAKIA} \longrightarrow x \\ \text{AURREKOA} \longrightarrow x - 1 \\ \boxed{\text{ZENBAKIA}} + \boxed{\text{AURREKOA}} = 37 \end{array}$$

2. Zenbaki bati 13 batuz gero, 5 kenduta lortuko genukeenaren bikoitza lortzen dugu. Zer zenbaki da?

$$\begin{array}{l} \text{ZENBAKIA} \longrightarrow x \\ \text{ZENBAKIA GEHI HAMAHIRU} \longrightarrow x + 13 \\ \text{ZENBAKIA KEN BOST} \longrightarrow x - 5 \\ \boxed{\text{ZENBAKIA GEHI 13}} = 2 \cdot \boxed{\text{ZENBAKIA KEN 5}} \end{array}$$

3. Kafetegian hiru hankako aulkiak baino lau hankako 13 eserleku gehiago dago. Guztira 45 leku badaude, zenbat aulki eta eserleku daude?

$$\begin{array}{l} \text{AULKIAK} \longrightarrow x \\ \text{ESERLEKUAK} \longrightarrow x + 13 \\ \boxed{\text{ESERLEKUAK}} + \boxed{\text{AULKIAK}} = 45 \end{array}$$

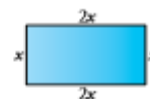
4. Kristalezko puxtarri batek altzairuzko batek baino 8 gramo gutxiago du. Altzairuzko hiru puxtarrik kristalezko bostek adina pisu badute, zer pisu du puxtarri bakoitzak?



5. Hiru kafe eta bi croissant hartuta, 7,50 € ordaindu dugu. Croissant batek kafe batek baino euro erdi gehiago balio duela jakinda, zenbat balio du kafeak?



6. Laukizuzen baten oinarria altuera halako bi da, eta perimetroa 48 cm-koa da.



Zer neurri du laukizuzenak?

Ariketak eta problemak

Nizkuntza aljebraikoa

1. Lotu pertsonaia bakoitzaren adina behean ageri diren adierazpenetako batekin:

- Gorkak x urte ditu.
- Iratxe bere emazteak 3 urte gutxiago ditu.
- Manu aitak bi aldiz urte gehiago ditu.
- Loli amak aitak baino 5 urte gutxiago ditu.
- Naia alaba Gorkak 26 zituenean jaio zen.
- Xuban seme txikiak Naiaren urteen erdiak ditu.

$x - 3$	$x - 26$	$2x$
$2x - 5$	x	$(x - 26) : 2$

2. Zenbaki arrunt bati x esaten badiogu, idatzi enuntziatu bakoitzari dagokion adierazpen aljebraikoa:

- Zenbaki horren hurrengoa.
- Zenbaki horren bikoitza.
- Zenbaki horren aurrekoaren bikoitza.
- Zenbaki horri bost batuta lortzen dugunaren erdia.
- Zenbaki horren erdiari bost kenduta lortzen duguna.

3. Lotu adierazpen aljebraiko bat langile hauetako bakoitzaren soldatari:

- Informatikariak hilean x euroko soldata dute enpresa jakin batean.
- Kontulariak % 10 gutxiago irabazten du.
- Saileko buruak 700 € gehiago irabazten ditu.
- Plantako langile batek informatikariak baino 400 euro gutxiago irabazten ditu.
- Gerenteak saileko buruaren soldata halako bi du.
- Zuzendariak gerenteak baino 800 € gehiago irabazten ditu.
- Peoiaren soldata plantako langilearena baino 200 euro altuagoa da.

4. Adierazpen hauetako zein dagokio bi zifrako ab zenbaki bati?:

- $a + b$
- $a \cdot b$
- $a + 10 \cdot b$
- $10 \cdot a + b$

5. Aurreko ariketako soluzioari jarraituz, adierazi modu aljebraikoan hiru zifrako abc zenbaki bat.

6. Online enpresa batek disko-eskaintza bat iragarri du: album bakoitzak 4,50 € balio du, eta bidalketa gastuak 3,50 € finko dira. Honako berdintza hauetako zeinek erlazionatzen ditu bidalketaren kostua (K) eta eskaturiko disko-kopurua (d)?:

- $K = (3,5 + 4,5) \cdot d$
- $K = 3,5 - 4,5 \cdot d$
- $K = 3,5 + 4,5 \cdot d$
- $K = (3,5 + 4,5) : d$

7. Kopiatu eta osatu taula hauek koadernoan:

n	1	2	3	5	10	50
$3n - 2$	1			13		

n	1	2	3	5	10	50
$\frac{n+3}{2}$		$\frac{5}{2}$				

n	1	2	3	5	10	50
$n^2 - 1$		3				

8. Egin gogoeta eta osatu koadernoan.

1	2	3	4	5	10	a	n
2	7	12	17	22			

1	2	3	4	5	10	a	n
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$			

1	2	3	4	5	10	a	n
0	3	8	15	24			

Monomioak eta eragiketak

9. Egin eragiketak.

- $3x + 2x + x$
- $10x - 6x + 2x$
- $5a - 7a + 3a$
- $a - 5a + 2a$
- $-2x + 9x - x$
- $-5x - 2x + 4x$

10. Laburtu ahalik eta gehien.

- $x + x + y$
- $2x - y - x$
- $5a + b - 3a + b$
- $3a + 2b + a - 3b$
- $2 + 3x + 3$
- $5 + x - 4$
- $2x - 5 + x$
- $3x + 4 - 4x$
- $x - 2y + 3y + x$
- $2x + y - x - 2y$

11. Laburtu, ahal denean.

- a) $x^2 + 2x^2$ b) $x^2 + x$
 c) $3a^2 - a - 2a^2$ d) $a^2 - a - 1$
 e) $x^2 - 5x + 2x$ f) $4 + 2a^2 - 5$
 g) $2a^2 + a - a^2 - 3a + 1$ h) $a^2 + a - 7 + 2a + 5$

12. Kendu parentesiak eta laburtu.

- a) $3x - (x + 1)$ b) $x + (2 - 5x)$
 c) $4a - (3a - 2)$ d) $2a + (1 - 3a)$
 e) $(x - 4) + (3x - 1)$ f) $(6x - 3) - (2x - 7)$

13. Biderkatu.

- a) $2 \cdot (5a)$ b) $(-4) \cdot (3x)$ c) $(-2a) \cdot a^2$
 d) $(5x) \cdot (-x)$ e) $(2a) \cdot (3a)$ f) $(-2x) \cdot (-3x^2)$
 g) $(2a) \cdot (-5ab)$ h) $(6a) \cdot \left(\frac{1}{3}b\right)$ i) $\left(\frac{2}{3}x\right) \cdot (3x)$

14. Egin zatikera.

- a) $(6x) : 3$ b) $(-8) : (2a)$ c) $(-15a) : (-3)$
 d) $(2x) : (2x)$ e) $(6a) : (-3a)$ f) $(-2x) : (-4x)$
 g) $(15a^2) : (3a)$ h) $(-8x) : (4x^2)$ i) $(10a) : (5a^3)$

15. Kendu parentesiak.

- a) $(-5) \cdot (1 + x)$ b) $4 \cdot (2 - 3a)$ c) $3a \cdot (1 + 2a)$
 d) $x^2 \cdot (2x - 3)$ e) $x^2 \cdot (x + x^2)$ f) $2a \cdot (a^2 - a)$

16. Kendu parentesiak eta laburtu.

- a) $x + 2(x + 3)$ b) $7x - 3(2x - 1)$
 c) $4 \cdot (a + 2) - 8$ d) $3 \cdot (2a - 1) - 5a$
 e) $2(x + 1) + 3(x - 1)$ f) $5(2x - 3) - 4(x - 4)$

Ekuazio errazak

17. Ebatzi.

- a) $2x + 5 - 3x = x + 19$ b) $7x - 2x = 2x + 1 + 3x$
 c) $11 + 2x = 6x - 3 + 3x$ d) $7 + 5x - 2 = x - 3 + 2x$
 e) $x - 1 - 4x = 5 - 3x - 6$ f) $5x = 4 - 3x + 5 - x$

18. Ebatzi honako ekuazio hauek:

- a) $3x - x + 7x + 12 = 3x + 9$
 b) $6x - 7 - 4x = 2x - 11 - 5x$
 c) $7x + 3 - 8x = 2x + 4 - 6x$
 d) $5x - 7 + 2x = 3x - 3 + 4x - 5$

Ekuazio parentesidunak

19. Ebatzi ekuazio hauek:

- a) $4 - (5x - 4) = 3x$ b) $7x + 10 = 5 - (2 - 6x)$
 c) $5x - (4 - 2x) = 2 - 2x$ d) $1 - 6x = 4x - (3 - 2x)$

20. Ebatzi.

- a) $x - (3 - x) = 7 - (x - 2)$
 b) $3x - (1 + 5x) = 9 - (2x + 7) - x$
 c) $(2x - 5) - (5x + 1) = 8x - (2 + 7x)$
 d) $9x + (x - 7) = (5x + 4) - (8 - 3x)$

21. Kalkulatu x kasu hauetako bakoitzean:

- a) $2(x + 5) = 16$
 b) $5 = 3 \cdot (1 - 2x)$
 c) $5(x - 1) = 3x - 4$
 d) $5x - 3 = 3 - 2(x - 4)$
 e) $10x - (4x - 1) = 5 \cdot (x - 1) + 7$
 f) $6(x - 2) - x = 5(x - 1)$
 g) $7(x - 1) - 4x - 4(x - 2) = 2$
 h) $3(3x - 2) - 7x = 6(2x - 1) - 10x$
 i) $4x + 2(x + 3) = 2(x + 2)$

Ekuazio izendatzaileak

22. Ebatzi ekuazio hauek:

- a) $2x = \frac{1}{2}$ b) $2x = -\frac{4}{3}$
 c) $3x - 1 = \frac{1}{2}$ d) $5x - 1 = x - \frac{1}{3}$

23. Ebatzi honako ekuazio hauek:

- a) $\frac{x}{5} - 1 = \frac{3x}{5} - 3$ b) $\frac{7x}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3x}{4} + \frac{1}{2}$
 c) $3x = \frac{x}{3} + \frac{4}{3}$ d) $\frac{x}{5} - 2 = x - \frac{1}{3}$

24. Ebatzi jarraibideak kontuan hartuz.

- a) $\frac{x}{2} + \frac{4}{6} = \frac{1}{3}$ Biderkatu bi atalak 6rekin.
 b) $\frac{2x}{3} - \frac{3x}{4} = 1$ Biderkatu bi atalak 12rekin.
 c) $\frac{x}{2} - \frac{1}{2} = \frac{x}{5} + 1$ Biderkatu bi atalak 10ekin.
 d) $\frac{x}{3} + 1 = \frac{2x}{5} - \frac{1}{3}$ Biderkatu bi atalak 15ekin.

Ariketak eta problemak

Ikasi problemak ebazten

Nerea Maddalen abizpa baino urtebete gazteagoa da, eta bost urte zituen Aitor neba, hiruretan gazteena, jaiotzean. Zenbat urte ditu bakoitzak, hiruren adinak batuta 35 urte badira?



Ziurtatu enuntziatua ulertu duzula.

Zenbat neba-arreba dira? Zenbat urte gutxiago ditu Aitorrek Nereak baino? Zenbat urte gehiago ditu Maddalenek Aitorrek baino? Hiruren urteak batuta, zer lortzen duzu?



Pentsatu zer bide hartuko duzun problema ebazteko. Zer jakin behar duzu?

Nerearen adinari x esan diezaioketu, eta hortik abiatuta, beste bien adinak adieraz ditzakezu.

— Ez da ideia txarra. Eta erraza dirudi:
Nerea $\rightarrow x$ urte
Aitor $\rightarrow x - 5$ urte
Maddalen $\rightarrow x + 1$ urte



Orain, hiruren urteak batuta zer lortzen dugun jakinda, planteatu ekuazio bat eta ebazti.

— Badakit hiruren adinak batuta 35 urte lortzen ditudala:
 $x + (x - 5) + (x + 1) = 35 \rightarrow 3x - 4 = 35 \rightarrow 3x = 39 \rightarrow x = \frac{39}{3} = 13$

Amaitzeko, soluzioa behar bezala interpretatu behar duzu, x zeri esan diozun kontuan hartuz.

— Badakit, bai. Honela adieraziko dut:
Nereak x urte baditu, 13 urte ditu.
Aitorrek, berriz, $x - 5$; hau da, $13 - 5 = 8$ urte.
Eta azkenik, Maddalenek, $x + 1$; beraz, $13 + 1 = 14$ urte.



Ebatzi problemak

25. Ondoz ondoko hiru zenbakiren arteko batura 57 da. Zer zenbaki dira?
26. Zenbaki bati bere erdia batu eta 7 kenduz gero, 17 lortzen dugu. Zer zenbaki da?
27. Zenbaki bati 20 batuz gero, 8 kenduta lortzen dugunaren hirukoitza lortzen dugu. Zer zenbaki da?
28. Zenbaki bati 30 unitate batuta eta bider lau eginda emaitza bera daukagu. Zein da zenbaki hori?
29. Apalean 20 ontzi ketchup ipiniz gero, 10 ontzi kenduta leudekeen laukoitza egongo lirarteke. Zenbat ontzi ketchup daude apalean orain?
30. Artzain batek, ardiak eta ahuntzak zenbatuta, 231 abelburu ditu. Ardiak ahuntzak baino 83 gehiago direla jakinda, zenbat ardi eta zenbat ahuntz ditu taldean?

31. Garaje batean autoak motorrak baino 12 gehiago dira. Guztira 60 gurpil zenbatu baditugu, zenbat auto eta zenbat motor daude garajeen?

	MOTORRAK	AUTOAK
IBILGAILUAK	x	$x + 12$
GURPILAK	$2x$	$4(x + 12)$



32. Amaiak 13 txanpon aurkitu ditu kutxa batean; hamar zentimokoak eta 20 zentimokoak. Guztira 1,70 € badaude, bakoitzeko zenbat txanpon daude?

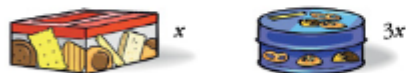
$\rightarrow x$ txanpon $\rightarrow (13 - x)$ txanpon




33. Andonik Ibaik baino 36 kromo gehiago ditu; eta 10 gehiago erosiko balitu, Ibaik dituenak halako hiru izango lituzke. Zenbat kromo ditu bakoitzak?

Ibaik $\rightarrow x$ Andonik $\rightarrow x + 36$




ANDONIREN KROMOAK + 10 = 3 · IBAIEN KROMOAK

34.  x  $3x$
 Bi kaxa gaileta eta kaxa bat pasta erosi ditut, eta 10 euro ordaindu dut. Zenbat balio du kaxa bat pastak, eta zenbat kaxa bat gailetak?








35.  x  x  x $= 5,60 \text{ €}$
 Tableta bat txokolatek pakete bat arrozek halako bi balio du; eta bi tableta txokolatek eta hiru pakete arrozek 5,60 € balio dute guztira. Zenbat balio du gai bakoitzak?





36.  x  x  x $= 4,80 \text{ €}$
 Frutazko jogurtak naturalak baino 5 zentimo garestiagoak badira, eta frutazko sei jogurt eta lau jogurt natural 4,80 € ordaindu baditut, zenbat balio du jogurt natural batek? Eta frutazko batek?



37.  x  x $= 1,80 \text{ €}$
 Kilo bat marrubik kilo bat laranja baino 1,80 € gehiago balio du. Eta bost kilo laranja bi kilo marrubik adina balio dute. Zenbatean daude laranja, eta zenbatean marrubiak?


38.  x  x  x $= 85$
 Berrogeita hamar galderako lehiaketa batean, asmatutako galdera bakoitza hiru puntu dira, eta huts egindako bakoitza, bi puntu gutxiago. Zenbat galdera igarri ditu 85 puntu lortu dituen lehiakideak?

ASMATUTAKOAK $\rightarrow x$ HUTS EGINAK $\rightarrow 50 - x$
 $3 \cdot \text{ASMATUTAKOAK} - 2 \cdot \text{HUTS EGINAK} = \text{LORTUTAKO PUNTUAK}$


39.  x  x $= 9$
 Enarak Urko lehengusuak baino 9 urte gehiago ditu, eta hemendik 3 urtera, haren adinaren bikoitza izango du. Zenbat urte ditu bakoitzak?


	ADINA, GAUR	ADINA, 3 URTE BARRU
URKO	x	$x + 3$
ENARA	$x + 9$	$x + 12$

$\text{ENARAREN ADINA HIRU URTE BARRU} = 2 \cdot \text{URKOREN ADINA HIRU URTE BARRU}$


40.  Oihana Jon bere neba baino bost urte zaharragoa da, eta orain hiru urte, nebaren adinaren hirukoitza zuen. Zenbat urte ditu bakoitzak?

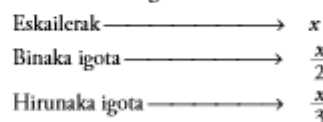
	ADINA, GAUR	ADINA, ORAIN 3 URTE
JON	x	
OIHANA		


41.  Luzeran zabaleran baino 18 metro gehiago dituen lur-arlo laukizuzen bat daukagu, 156 metroko hesiaz itxita. Zein dira lur-arloaren neurriak?

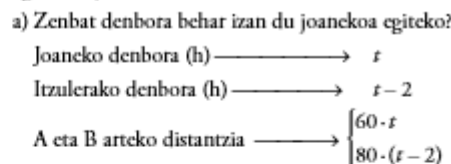
42.  Triangelu eskaleno baten alde ertaina alde txikia baino 5 cm luzeagoa eta alde handia baino 2 cm laburragoa da. Triangeluaren perimetroa 23 cm-koa bada, zenbat neurtzen du alde bakoitzak?




43.  Nire etxeko eskailerak binaka igota, hironaka igota baino bost jauzi gehiago egin behar ditut. Zenbat eskailera daude guztira nire etxeraino?



44.  A hiritik B hirira zama bat daraman kamioiak, 60 km/h-ra joanda, bueltan hutsik eta 80 km/h-ra etorrita egin duen denbora baino 2 ordu gehiago egin ditu joanekoan.



- b) Zer distantzia dago A eta B artean?

45.  Bi otzara ditugu, arrautza-kantitate berarekin. Batetik bestera 8 arrautza pasatzean, batean bestean baino hiru aldiz arrautza gehiago daude. Zenbat arrautza daude guztira?



Matematika-lantegia

Irakurri eta ulertu

Orokortu beharra

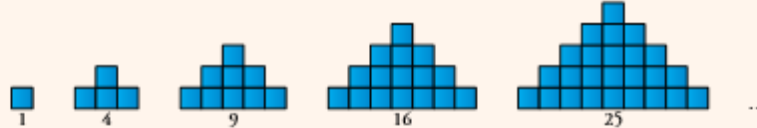
Pentsa irudian ageri diren moduko dorreak egin nahi dituzula, zureko kubotxoak erabiliz.

Gauza bat argi dago: zenbat eta solairu gehiago egin dorreari, orduan eta kubotxo gehiago beharko dituzu. Baina zu oso pertsona antolatua zara, eta kasu bakoitzean zenbat beharko dituzun jakin nahi duzu.

Beraz, kasurik errazena zenbatzen hasi zara, ordenan.



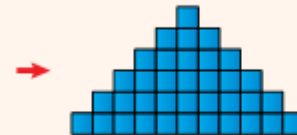
KASU PARTIKULARRAK



Datuak hobeto ikusteko, taula batean idatzi, eta hau ikusi duzu:

SOLAIRU-KOP.	1	2	3	4	5	6
KUBO-KOP.	1	4	9	16	25	?

• Ausartuko al zinateke, zenbaketarik egin gabe, seigarren laukiko datua osatzen? Egiaztatu!



• Badakizu zenbat kubo egingo diren, solairu kopurua edozein dela ere?

OROKORTU → EDOZEIN KASUTARAKO

KUBO-KOPURUA ILARA-KOPURUAREN KARRATUA DA.

Adibidez, 20 solairuko dorrea egiteko, $20^2 = 400$ kubotxo behar dira.

Egin berri duguna orokortzea da, eta, eskuinean ikusten duzunez, letra bidez (hizkuntza aljebraikoa) adieraz dezakegu.

SOLAIRU-KOP.	n
KUBO-KOP.	n^2

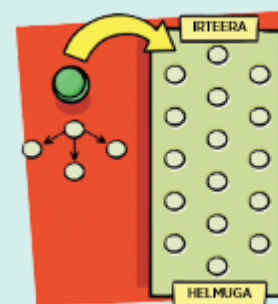
Ikertu eta adierazi

Hona hemen bi jokalarientzako jokia. Praktikatu, aztertu eta azaldu zein den irabazteko estrategia, arrazoiak emanez.

Bakoitzak, txandaka, fitxa bat mugitu behar du, betiere beheerantz, ondoan duen posizioen batera. FITXA HELMUGAN uzten duenak irabaziko du jokia.

Laguntza:

- Jokatu zenbait bider lagun batekin.
- Saiatu, lehenengo, punturik gutxien duten tauletan.
- Zer posiziotik abiatuta irabaziko duzu beti?
- Zer duzu nahiago: lehenengoa ala bigarrena izan?

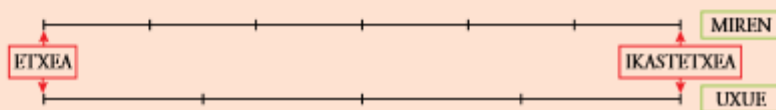


Trebatu problemak ebazten

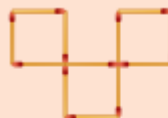
Arrazoitu eskemen laguntzaz

- Uxue eta Miren etxe berean bizi dira, eta ikastetxe berera doaz. Uxuek, bakarrik doanean, 20 minutuan egiten du etxetik ikastetxerainoko bidea. Mirenek, bere pausoa, 30 minutuan egiten du ibilbide bera. Zenbat denbora beharko du Uxuek Miren harrapatzeko, azken hau 5 minutu lehenago irten bada etxetik?

Laguntza: Kokatu zein den neska bakoitzaren posizioa 5 minutuko tarteetan.



- 12 pospolo hauek 3 karratu eratzen dituzte. 3 pospolo gehiago erabilia, 6 karratu egin daitezke. Badakizu nola?



Autoebaluazioa

- Etxalde batean behiak (*B*) eta ostrukak (*O*) dituzte.

- Hurrengo adierazpen hauetako zeinek adierazten du buru-kopurua?
- Eta hego-kopurua?
- Eta hanka-kopurua?

$2B + O$ $4B + 2O$ $B + O$ $2O$ $B - 2O$

- Osatu koadernoan honako taula hauek:

<i>n</i>	1	2	3	5	10	15
$n^2 + 3$				28		

1	2	3	5	10	<i>a</i>	<i>n</i>
2	5	10	26	101		

- Adierazi monomioak direnak eta esan bakoitzaren maila zein den.

$x^3 - 1$ $a^3 \cdot b$ $5x^2$ $x^2 + 3x + 2$ $\frac{2}{5}m^5$

- Kalkulatu $\frac{3x^2 - 5x}{2}$ adierazpenaren balioa:

- $x = 0$ denean.
- $x = 2$ denean.

- Laburtu.

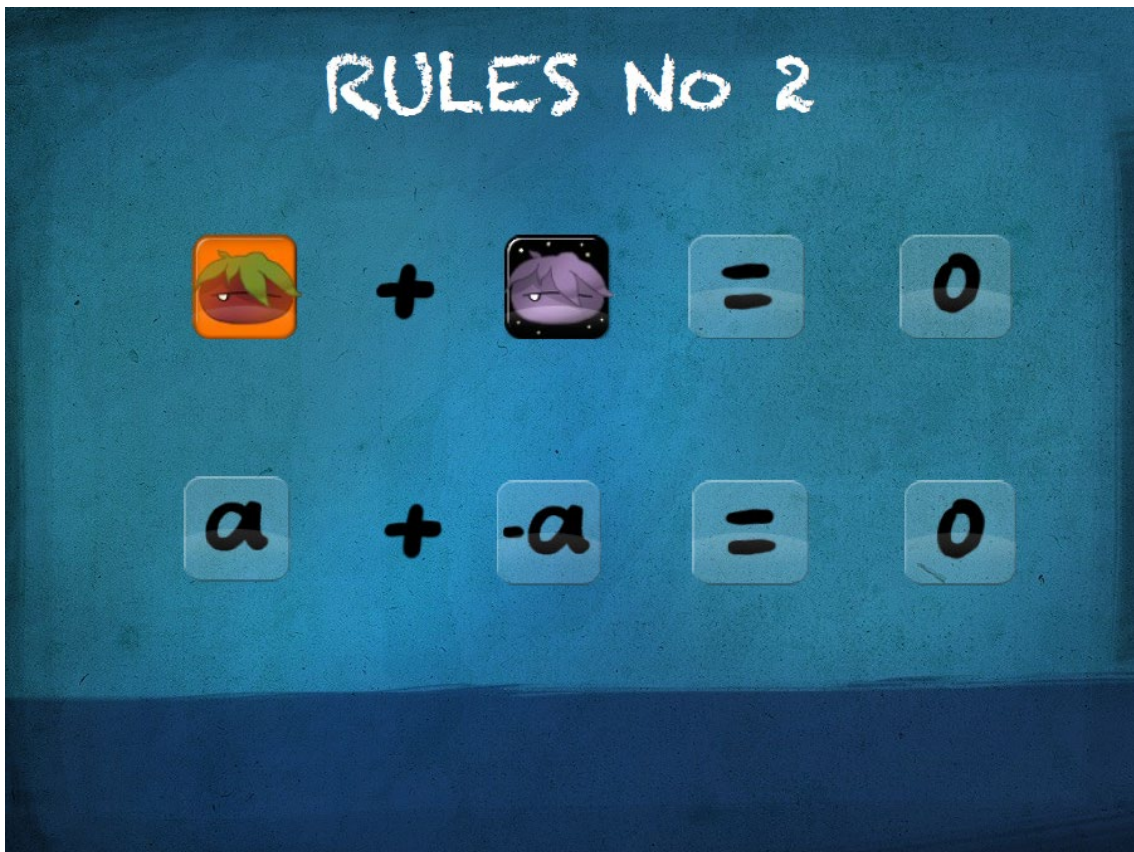
a) $x \cdot 3x^3$ b) $15a^3 : 3a^2$ c) $(-2x) \cdot 3x^4$

Webgunean

- Ebatzi.
 - $5a^3 - 2a^3$
 - $x + 2 - x^2 + 2x + x^2$
 - $(7x^2 - x) - (4x^2 + 2x)$
 - $3(x^2 - 1) + 2(x - 1)$
- Bereizi ekuazioak eta identitateak.
 - $3x + 2x = 5x$
 - $2 + a = 7$
 - $2 + 6a = 2 \cdot (1 + 3a)$
 - $x^2 = 9$
- Ebatzi.
 - $3x - 5 + 2x = x + 3$
 - $8 - 2(x + 1) = 5(x - 1) + 4$
- Ondoz ondoko hiru zenbaki arrunten arteko batura 54 da. Zein dira zenbaki horiek?
- Hiru kilo laranja eta bi kilo udare erosita, 6,40 € ordaindu ditut. Zenbatean dago bi fruta horietako bakoitzaren kiloa, udare-kiloa laranja-kiloa baino hogei zentimo garestiagoa bada?
- Burdingegi batean iltzeak hiru tamainako kaxatan saltzen dituzte. Kaxa handiak ertainak baino bi bider iltze gehiago du; eta kaxa ertainak, txikiak baino bi bider iltze gehiago. Tamaina bakoitzeko kaxa bat erosiz gero, 350 iltze eramango ditugu. Zenbat iltze daude kaxa bakoitzean?

B. *Dragon Box 12+* eta aljebren arauen eta azalpen orriak





RULES NO 4

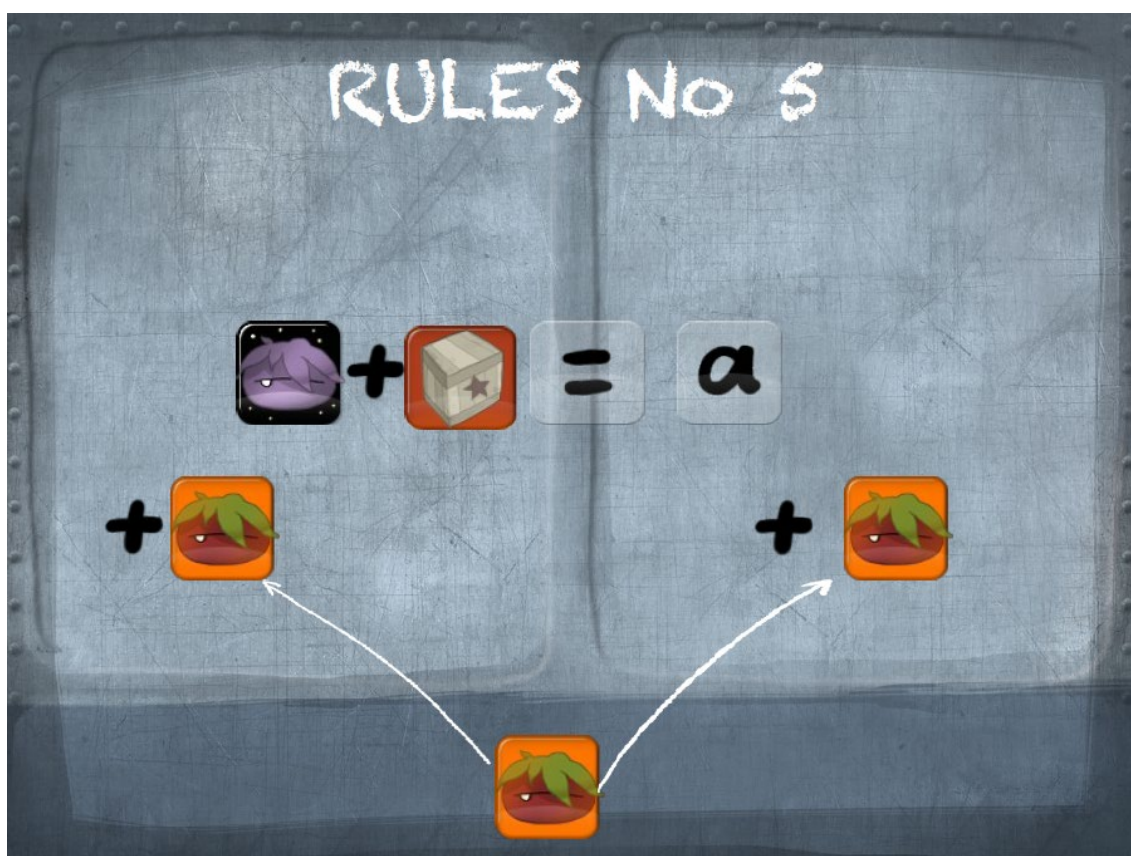
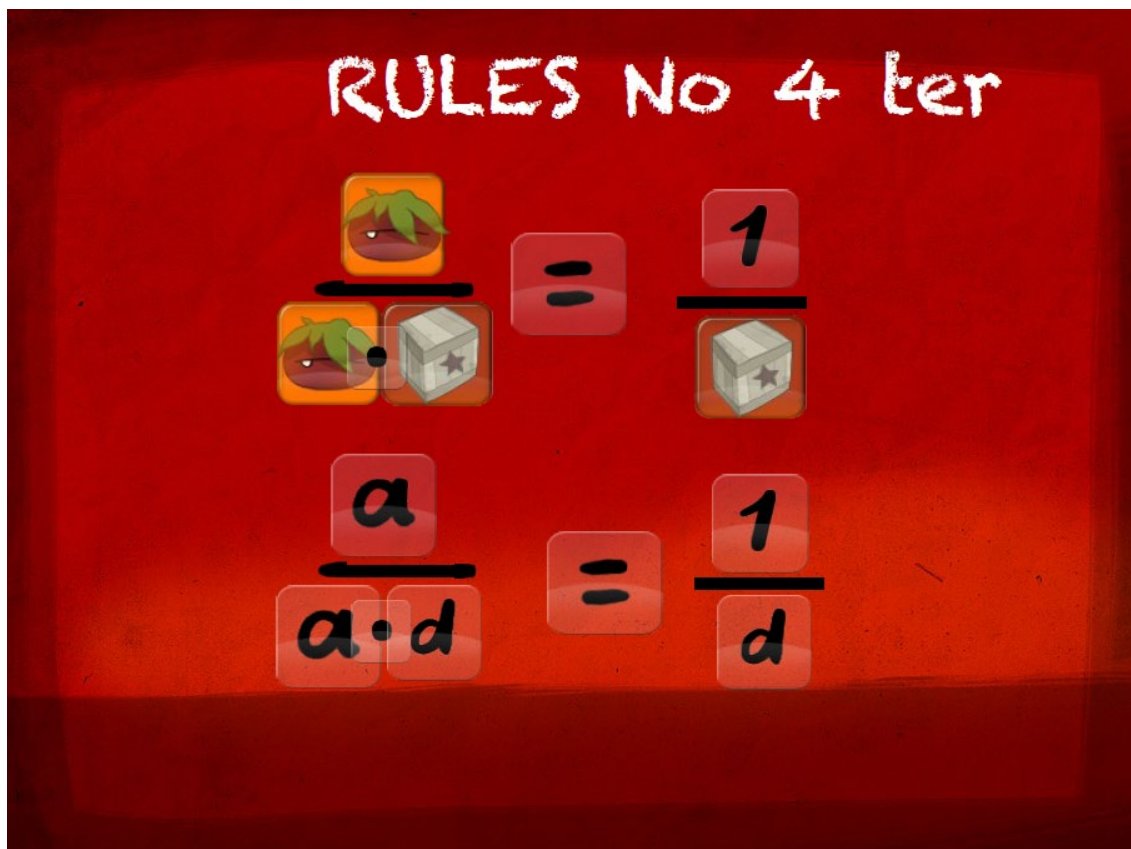
$$\frac{\text{plant}}{\text{plant}} = 1$$

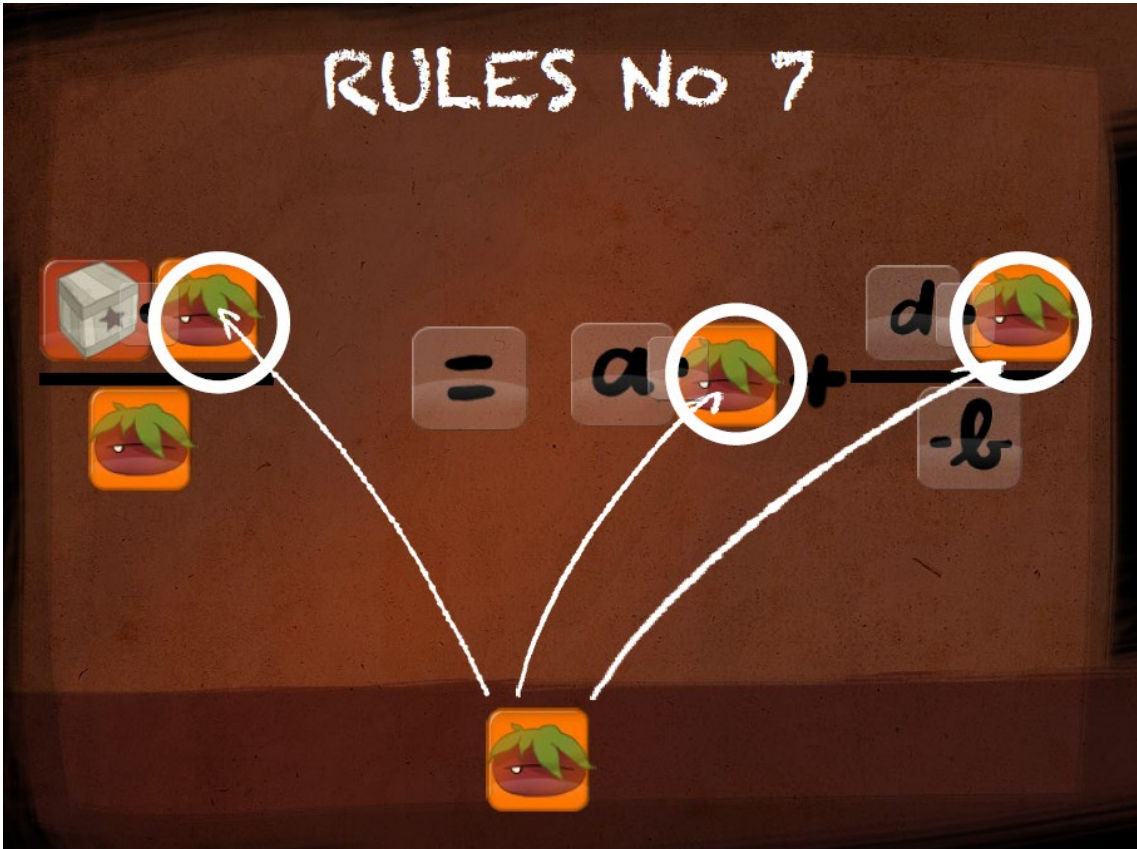
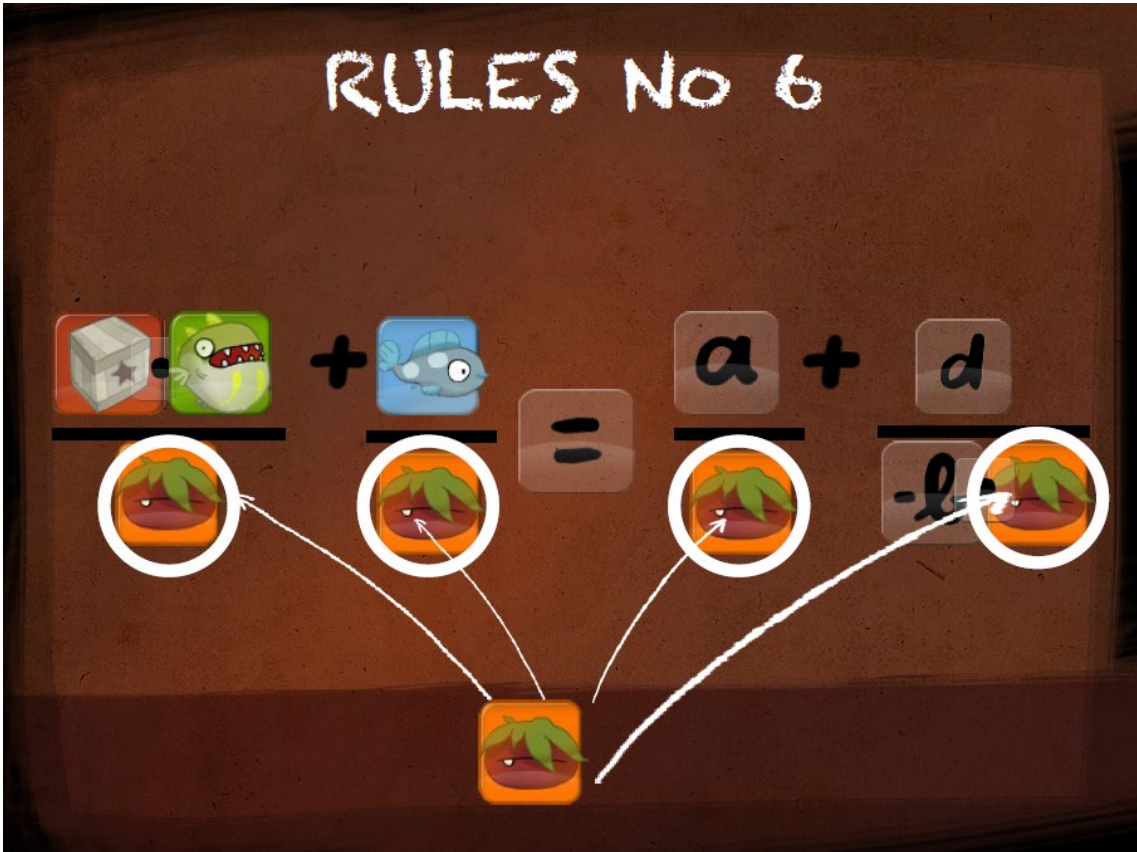
$$\frac{a}{a} = 1$$

RULES NO 4 bis

$$\frac{\text{plant} \cdot \text{box}}{\text{plant}} = 1 \cdot \text{box} = \text{box}$$

$$\frac{a \cdot d}{a} = 1 \cdot d = d$$





Tricks No 1

$$\frac{a}{\text{box}} = \frac{d}{-b}$$

If the box is down,
multiply everything
with the box

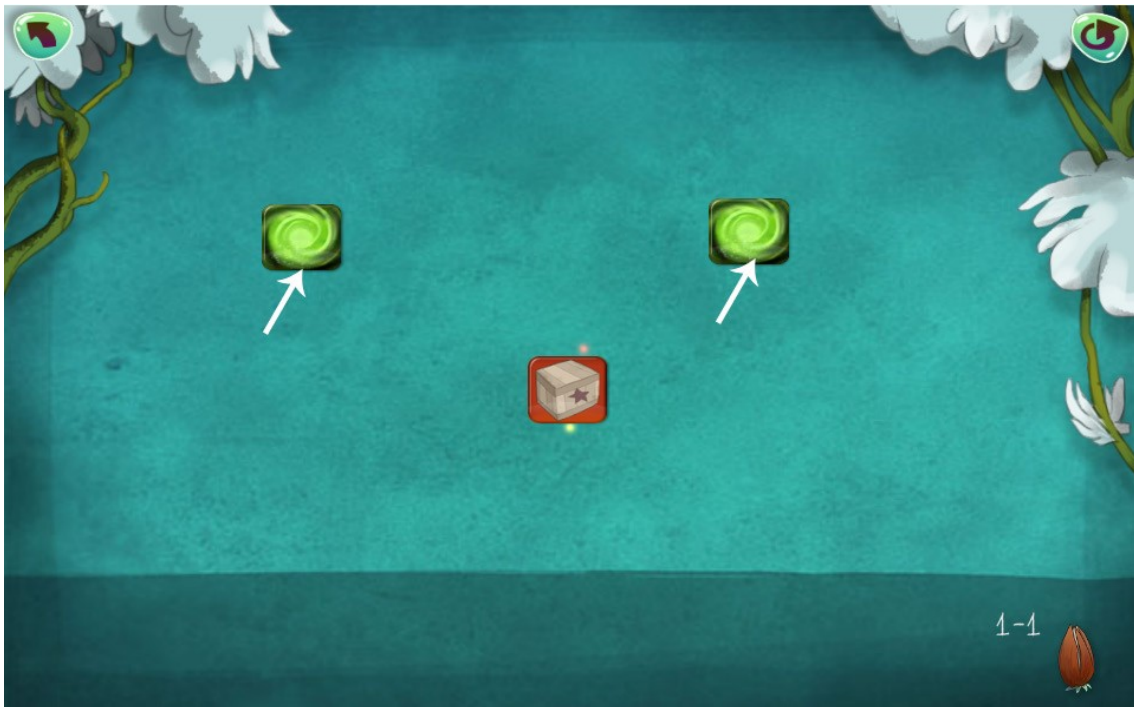
Tricks No 2

$$\text{tomato} + \text{box} + (-b) = d$$

Always get rid of
single terms first!

1. Araua: Batuketaren elementu neutroa

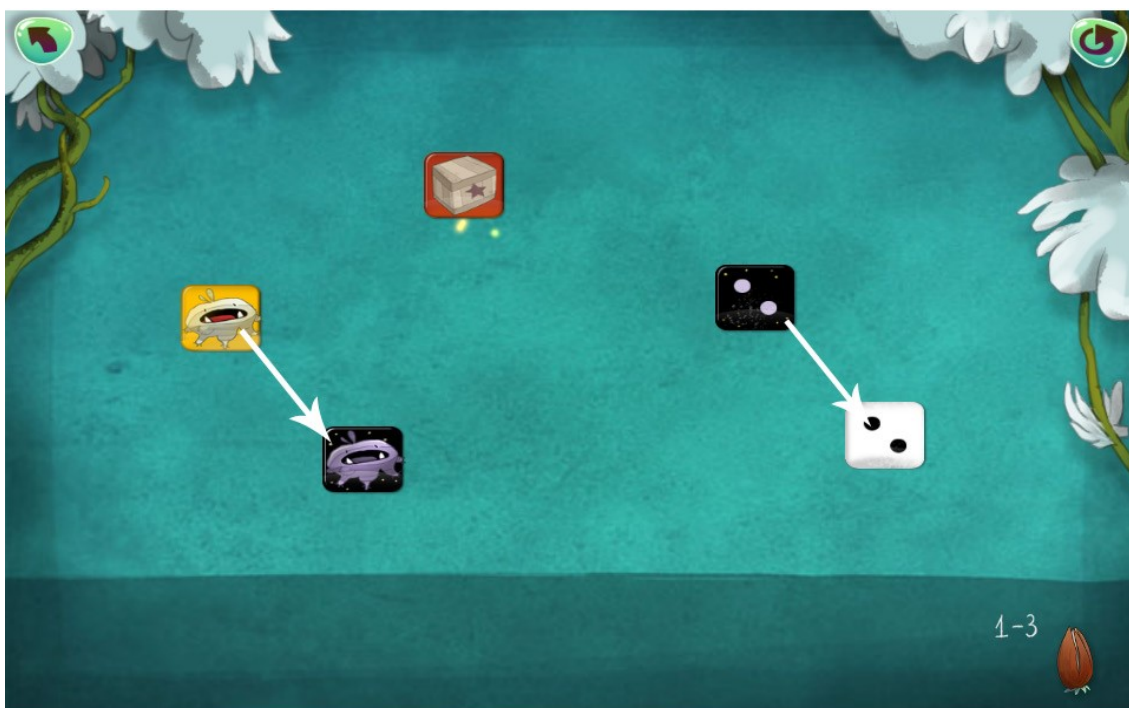
Araua	$a + 0 = a$ $x + 0 = x$
Azalpena	Edozein zenbakiri 0 batzen badiogu, zenbaki bera lortuko dugu. Balio bati 0 gehitzen badiogu berdin geratzen da. 0 gehitze-identitatea da.
DragonBox^{EDU}	Zero zenbakia “zurrumbilo berde baten” bidez irudikatzen da. Karta horren gainean klik egitean desagertu egiten da.



Adibidea: 1-1 maila: Jokalariak jokaoren helburua zein den jakingo du eta eta lehendabiziko araua ezagutuko du. Zurrumbilo berdeen gainean klikatzean desagertu egiten dira eta kutxa bakarrik geldituko da.

2. Araua: Batuketaren alderantzizko propietatea

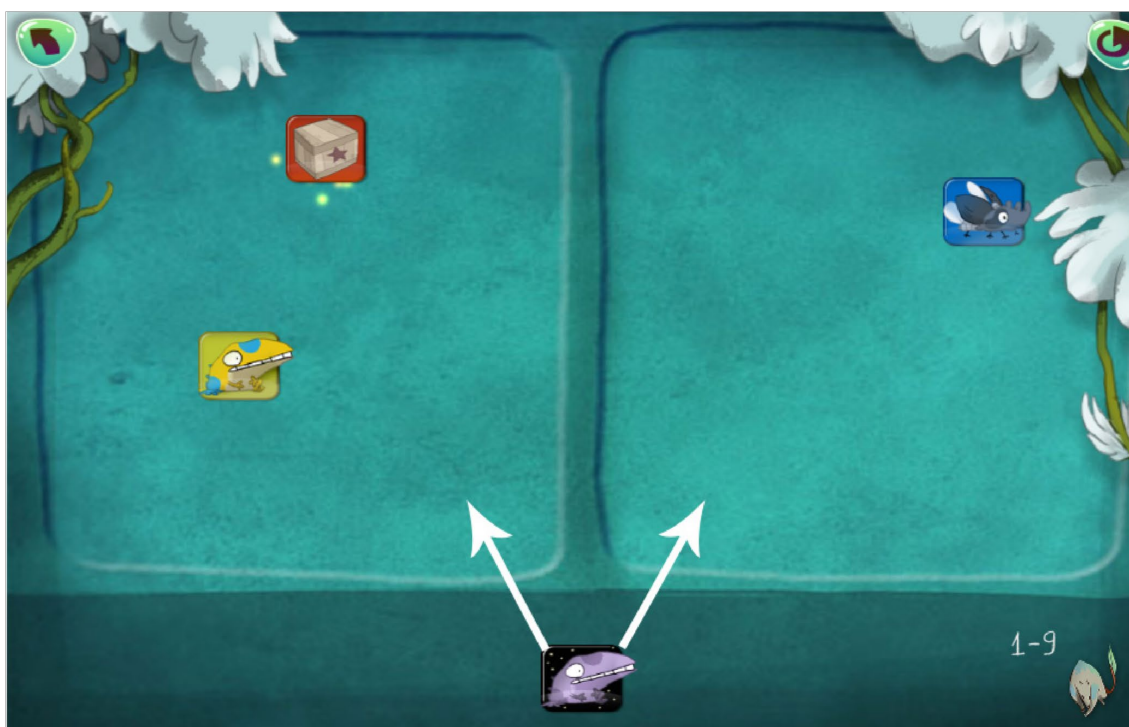
Araua	$a + (-a) = 0$ $x + (-x) = 0$
Azalpena	Zenbaki bati bere aurkakoa batzen badiogu, 0 lortuko dugu. Aurkako elementuen arteko batura elementu neutroa (0) da.
DragonBox^{EDU}	Jokoan karta bakoitzak bi alde ditu, bat argia eta bestea iluna. Bata bestearen gainean jarriz zurrunbilo verde bat lortuko dugu, 0 zenbakia, alegia. Jokoan aurrera egin ahala, karta hauen partez zenbakiak edo letrak agertzen dira. '2' eta '-2' edo 'b' eta '-b', kasu.



Adibidea: 1-3 maila: Marrazki bera duten alde iluneko eta argiko bi karta elkartuz gero, zurrunbilo berde bat agertzen da, eta ezabatu daiteke.

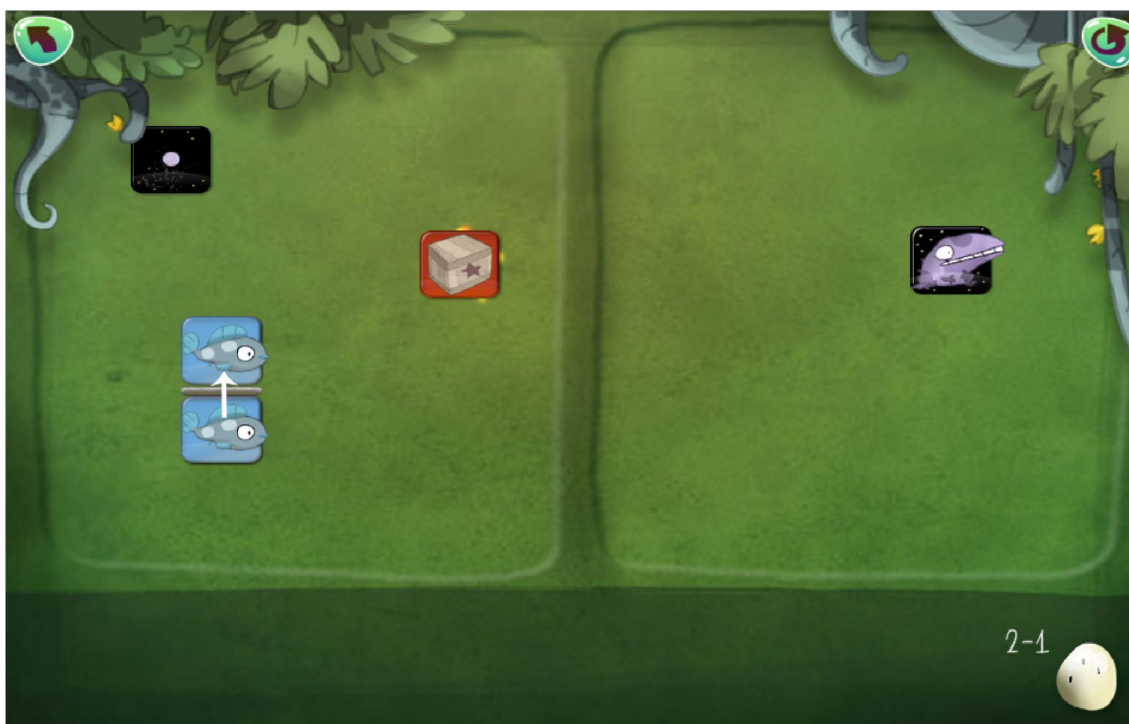
3. Araua: Berdintzaren propietate uniformeak (batuketa)

Araua	$a = b$ bada, orduan $a + c = b + c$ <i>c ekuazioaren bi ataletan batzen dugunean</i>
Azalpena	Ekuazioaren atal batean zerbait batzen edo kentzen badugu, gauza bera egin behar dugu besta atalean ere.
DragonBox^{EDU}	Jokoan, karta berriak sartzen ahal ditugu, betiere pantailaren bi aldetan, eta gero ekuazioa ebazten jarraitu kartak ezabatzen, posible denean.



Adibidea: 1-9 maila: Behean ageri den karta bi aldetan batzen da. Orduan ezkerreko atalean posible izango da marrazki bera duten karta iluna eta argia batzea, kutxa bakarrik utziz.

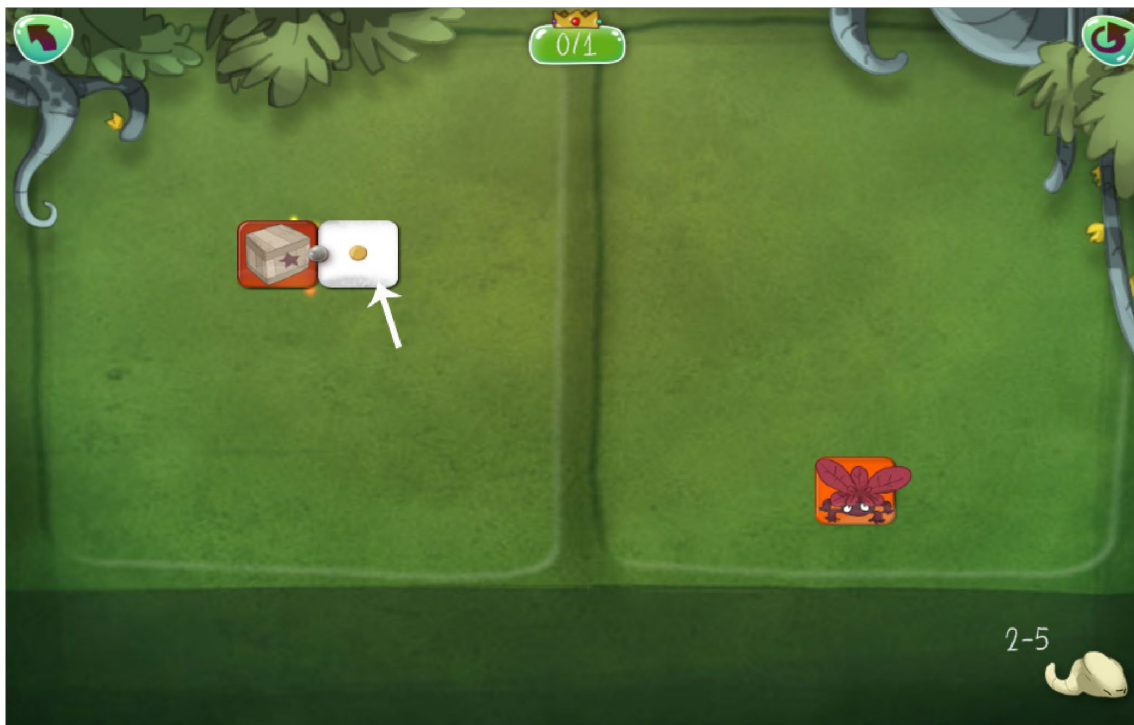
4. Araua: Biderketaren aurkako elementua	
Araua	$a \cdot \frac{1}{a} = 1$ $x \cdot \frac{1}{x} = 1$
Azalpena	Zenbaki bat bere alderantzizkoarekin biderkatzen badugu, 1 lortuko dugu. Alderantzizko elementuen arteko biderkadura elementu neutroa (1) da.
DragonBox^{EDU}	Jokoan, jokalaria izendatzailearen karta zenbaitzailarenaren gainera mugi dezake, bi kartak berdinak direnean. Bi kartak 1-zenbakidun beste batekin ordezkatzuko dira.



Adibidea: 2-1 maila: Zatikian, azpiko karta gora mugi daiteke, biak berdinak baitira. Biak desagertu eta 1 zenbakidun beste karta zuri bat agertuko da. Karta berri hau ezkerreko atalean dagoen beste 1 beltzarekin batu edta zurrunbilo berdea azaldu ondoren, kutxa gorria bakarrik izanen dugu.

5. Araua: Biderketaren elementu neutroa

Araua	$a \cdot 1 = a$ $x \cdot 1 = x$
Azalpena	Edozein zenbaki 1arekin biderkatzen badugu zenbaki bera lortuko dugu. Balio bati 1 biderkatzen badiogu berdin geratzen da. 1 biderkatze-identitatea da.
DragonBox^{EDU}	Klikatu 1 zenbakidun kartan bi kartak batera jartzeko eta kutxa bakarrik uzteko.



Adibidea: 2-5 maila: Klikatu 1 zenbakidun kartan bi kartak batera jartzeko eta kutxa bakarrik uzteko.

6. Araua: Berdintzaren propietatea	
Araua	$ac = bc$ bada, eta $c \neq 0$, <i>bada orduan</i> $a = b$ <i>Bi aldeak zati a egiten dugu</i>
Azalpena	Ekuazioaren atal batean zati zenbaki edo letra bat egiten badugu gaza bera egin beharko dugu ekuazioaren veste atalean ere.
DragonBox^{EDU}	Jokoan, ekuazioaren atal batean zatiketa bat egiteko, karta berria zatitu nahi dugun adierazpenaren azpira mugituko dugu, beste atalean ere gauza bera eginez, berdintza mantendu dadin. Hori gogorarazteko jokoak <i>zulo</i> moduko bat erakutsiko dugu zatiketa hori falta den lekuan.



Adibidea: 2-11 maila: Karta berria bi aldetan sartuko dugu, zatitzen, betiere dagoeneko ageri diren karten izendatzaile gisa. Behin hori eginda ezkerreko aldean karta bera izanen dugu zatikian eta aurreko propietateak erabiliz kutxa bakan genezake.

7. Araua: Berdintzaren propietate uniformeak (biderketa)

Araua	$a = b, \quad bada, orduan$ $ac = bc$ <i>Bi atalak c kantitatearekin biderkatzen ditugu</i>
Azalpena	Bi ataletan kantitate bera biderkatzen badugu berdintza mantentzen da.
DragonBox^{EDU}	Ekuazioaren atal bateko gaiak letra edo zenbaki batekin biderkatzen baditugu gauza bera egin beharko dugu beste atalean ere, berdintza mantendu dadin. Hori gogorarazteko jokoak zulo moduko bat erakutsiko dugu zatiketa hori falta den lekuan.



Adibidea: 3-7 maila: Karta berria biderkatu nahi dugunaren ondo-ondoan sartzen da eta jokoak ekuazioaren beste aldean ere gauza bera egiteko gogorarazten digu.

8. Araua: Transposizioa edo iraulketa

Araua	$x + a = c, \quad \textit{bada orduan}$ $x = c + (-1) \cdot a$
Azalpena	<p>Ekuazio batean elementu atal batetik bestera bat mugitu dezakegu. Horretarako zenbaki edo letra horren zeinua aldatu egingo da ($- \rightarrow +$, edo $+ \rightarrow -$), berdintza mantenduz.</p>
DragonBox^{EDU}	<p>Karta bat jokoaren alde batetik bestera mugitu dezakegu. Lekuz aldatzean, haren kolorea aldatu egingo da, argitik ilunera edo alderantziz.</p>



Adibidea: 3-1 maila: eskuineko karta ezkerraldera eraman daiteke, kutxa bakarrik uzteko.

9. Araua: ezeztapen propietateak

Araua	$(-1)a = -a$ $-(-a) = a$ $(-a)b = -(ab) = a(-b)$ $(-a)(-b) = ab$ $-(a+b) = (-a) +$ $+(-b) = -a - b$	$(-1)1 = -1$ $-(-2) = 2$ $(-2)x = -(2x) = 2(-x)$ $(-2)(-x) = 2x$ $-(x+2) = (-x) + (-2) =$ $= -x - 2$
Azalpena	Ezeztapenaren propietateak azaltzen dira	
DragonBox^{EDU}	Karta baten gainean klik bikoitza eginez gero ezeztatu egingo dugu. Harekin lotutako karta guztiak ere kolorez aldatuko dira. Jokalariak karta ilun batekin lotuta dagoen beste karta ilun batean bi aldiz klikatzen badu biak karta argiak bihurtuko dira, eta alderantziz.	



Adibidea: 5-1 maila: Jokalariak bi aldiz klikatzen badu karta ilun batean, biak argiak bihurtuko dira, eta alderantziz.

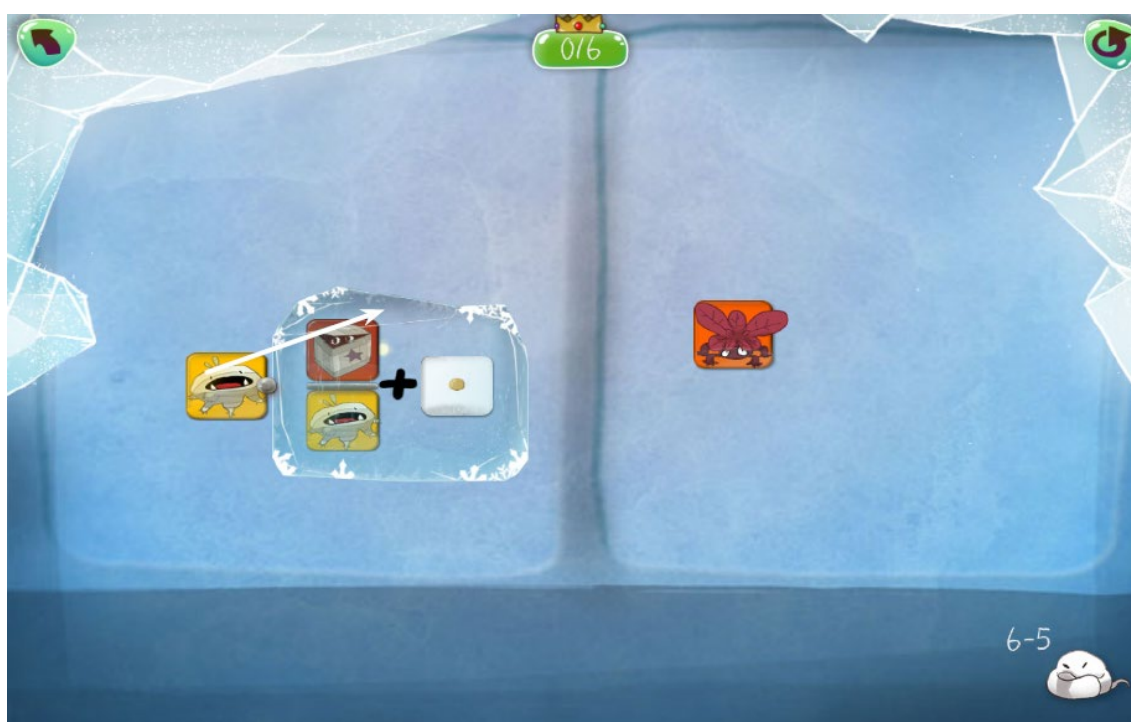
10. Araua: Zatikien eta zeinuen arauak	
Araua	$-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$ $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$
Azalpena	Minus zeinua edozein lekutan joan daiteke. Minus bider minus berdin plus.
DragonBox^{EDU}	Zatiki bateko karta baten gainean klik bikoitza eginez gero zatiki osoa ezeztatu egingo dugu. Harekin lotutako karta guztiak ere kolorez aldatuko dira. Jokalariak karta ilun batekin lotuta dagoen beste karta ilun batean bi aldiz klikatzen badu biak karta argiak bihurtuko dira, eta alderantziz.



Adibidea: 5-3 maila: Zatiki bateko karta baten gainean klik bikoitza eginez gero zatiki osoa ezeztatu egingo dugu. Harekin lotutako karta guztiak ere kolorez aldatuko dira. Ondoren, azpiko karta gora eraman eta adierazpena laburtu ahal izango da.

11. Araua: Banatze propietatea I

Araua	$a(b + c) = ab + ac$ $x(2 + 3y) = 2x + 3xy$
Azalpena	Batuketa bat parentesien bidez biderkatzen ari garenean, biderketa hori <i>banatzen</i> ahal dugu batuketaren bidez.
DragonBox^{EDU}	Burbuilak leunak direnean desuestzatzan ahal dira haien gainean bi aldiz klik eginez. Izoztuta agertzen badira, aldiz, ezin dira ezabatu eta deuseztatzeko modu bakarra banatze propietatea aplikatzea da, biderkatzen ari den karta burbuilaren goikaldean jarritz.



Adibidea: 6-5 maila: Biderkatzen dagoen karta horia *banatu* egiten da, burbuilaren goikaldean plazaratuz. Ondoren, burbuilaren barneko adierazpena laburtu ahal izango da eta baita parentesia (burbuila) ezabatu ere.

12. Araua: Banatze propietatea II

<p>Araua</p>	$\frac{(b+c)}{a} = \frac{b}{a} + \frac{c}{a}$ $\frac{2+3y}{x} = \frac{2}{x} + \frac{3y}{x}$
<p>Azalpena</p>	<p>Batuketa bat parentesien bidez biderkatzen ari garenean, biderketa hori <i>banatzen</i> ahal dugu batuketaren bidez.</p>
<p>DragonBox^{EDU}</p>	<p>Izoztuta agertzen diren parentesiak ezabatzeko banatze propietatea aplikatu behar da, biderkatzen ari den karta burbuilaren goikaldean jarritz.</p>



Adibidea: 6-7 maila: Karta urdina parentesi barneko adierazpenaren bitartez banatzen ahal da, aipaturiko karta burbuilaren azpiko aldean ezarriz, zatiketa batuketaren bitartez banatuz.

13. Araua: Faktorizazio propietatea I

Araua	$ab + ac = a(b + c)$ $2x + 3xy = x(2 + 3y)$
Azalpena	Parentesi bat sar dezakegu, faktore komuna atera eta aurretik biderkatzen jartzeko.
DragonBox^{EDU}	Parentesi bat sartzeko, komunean diren faktoreak burbuilaren goikaldera mugituko ditugu eta automatikoki faktore komuna parentesia biderkatzen agertuko zaigu.



Adibidea: 7-1 maila: Parentesi honetan kutxa faktore komuna da, eta burbuilaren kanpo aldera atera daiteke. Gero dadoak batu daitezke eta burbuila ezabatu. Azkenik, zati 5 eginez, kutxa askatuko dugu.

14. Araua: Faktorizazio propietatea II

<p>Araua</p>	$\left(\frac{b}{a} + \frac{c}{a}\right) = \frac{(b+c)}{a}$ $\left(\frac{2}{x} + \frac{3y}{x}\right) = \frac{(2+3y)}{x}$
<p>Azalpena</p>	<p>Parentesi artean dagoen izendatzaile komuna kanpora atera, betiere adierazpen osoaren izendatzaile komun bezala.</p>
<p>DragonBox^{EDU}</p>	<p>Jokoan, burbuilatik aterako ditugu izendatzaile komuneko kartak kanpora aterez.</p>



Adibidea: 7-10 maila: Kasu honetan '3' a izendatzaile komun bezala ezartzen ahal dugu, eta baita kutxa faktore komun gisa atera ere.

15. Araua: Zatiki baliokideak sortzen

Araua	$\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}$ $c \neq 0$
Azalpena	Zenbakitzailea eta izendatzailea zenbaki edo letra berarekin biderkatzen badugu zatiki balikodea lortuko dugu.
DragonBox^{EDU}	Jokoan, zatiki baliokide bat sortu nahi badugu, karta baten gainean klikatuz alde batera mugitu dezakegu, 1 zenbakidun beste karta bat sortuz bere ondoan. Ondoren, 1 zenbakidun karta zatiki moduan agertu zaigu, hutsik dauden zenbakitzaile eta izendatzaile posizioekin. Izendatzailean klikatzean, nahi dugun zenbakia aukeratu ahalko dugu zatiki baliokidea sortzeko.



Adibidea: 7-14 maila: Kutxa alde batera *bultzatuko* dugu 1 zenbakidun karta bat sortzeko. Ondoren, 1 zenbakidun karta zatiki moduan agertu zaigu, hutsik dauden zenbakitzaile eta izendatzaile posizioekin. Izendatzailean klikatzean, nahi dugun zenbakia aukeratu ahalko dugu (gure kasuan '2'a), zatiki baliokidea sortzeko.

16. Araua: Batuketak eta kenketak izendatzaile berarekin

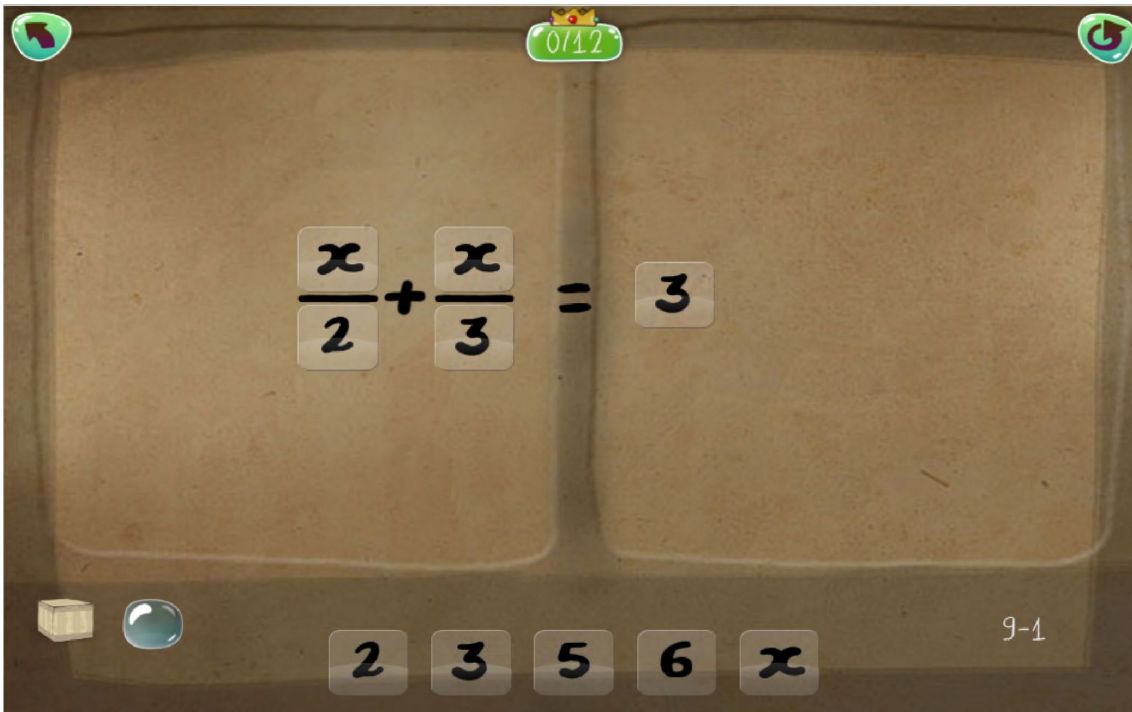
Araua	$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$
Azalpena	Izendatzaileak berdinak badira, zenbakitzaileak batu edo kendu.
DragonBox^{EDU}	Jokoan, bi zatiki bata bestearen gainean jar daitezke, haien arteko batuketa edo kenketa egiteko, betiere izendatzaile bera baldin badute.



Adibidea, 7-15 maila: Eskuineko kutxa 2 izendatzailea duen zatiki moduan adierazten da. Gero zatiki bat bestearen gainean ezartzen da eragiketa egiteko.

17. Araua: Batuketak eta kenketak izendatzaile ezberdinekin

Araua	$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$
Azalpena	Izendaitzaile komuna bilatu, izendatzaileak biderkatuz.
DragonBox^{EDU}	Sartuko dugun karta biderkatu nahi dugunaren ondo-ondoan ezartzen da, izendatzaile komuna sortzeko. Jokoak gainontzeko lekuetan gauza bera errepikatzeko eskatuko digu.



Adibidea: 9-1 maila: Sartuko dugun karta biderkatu nahi dugunaren ondo-ondoan ezarriko dugu, izendatzaile komuna sortzeko. Jokoak gainontzeko lekuetan gauza bera errepikatzeko eskatuko digu.

18. Araua: Ordezkapen parametroa sortzen

<p>Araua</p>	$x \cdot (a + b) = c$ <p><i>berdin da</i></p> $x \cdot y = c$ <p><i>eta</i> $y = (a + b)$</p>
<p>Azalpena</p>	<p>Elementu bat adierazteko beste era bat aldagai bat sartzea da, ordezkapen bat eginez.</p>
<p>DragonBox^{EDU}</p>	<p>Jokoan, elementu bat bakandu eta ordeztu dezakegu, beheko ezkerreko izkinean dagoen kutxa marroia erabiliz.</p>



Adibidea: 9-1 maila: Izendatzailearen bi kartak beste aldagai batekin ordezkatzen ahal dira, eta horretarako kutxa marroia erabiliko dugu. Klikatu lehenago kutxan eta ondoren bi karten gainean. Kutxan berriz klikatzean bi kartak ordeztu egingo dira.

19. Araua: Zatikiak biderkatzen

Araua	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$
Azalpena	Zenbakitzailea bider zenbakitzailea eta izendatzailea bider izendatzailea.
DragonBox^{EDU}	Jokoan, askotan jokoak berak kalkulatuko ditu.

20. Araua: Batuketaren trukatzeko propietatea

Araua	$a + b = b + a$ $x + 2 = 2 + x$
Azalpena	Batura ez da aldatzen, batugaien ordena aldatu arren.
DragonBox^{EDU}	Jokoan zehar elementuak edozein hurrenkeran ager daitezke.

21. Araua: Biderketaren trukatzeko propietatea

Araua	$ab = ba$ $x \cdot 2 = 2x$
Azalpena	Biderkadura ez da aldatzen, biderkagaien ordena aldatu arren.
DragonBox^{EDU}	Jokoan zehar elementuak edozein hurrenkeran ager daitezke.

22. Araua: Batuketaren elkartze propietatea

Araua	$(a + b) + c = a + (b + c)$ $(x + 2) + 3y = x + (2 + 3y)$
Azalpena	Batugaiak taldekatzeko moduak ez du eraginik emaitzan.
DragonBox^{EDU}	Jokoan, parentesiak sor ditzakegu <i>burbuilak</i> erabiliz.

23. Araua: Biderkaduraren elkartze propietatea	
Araua	$(ab)c = a(bc)$ $(x \cdot 2)3y = x(2 \cdot 3y)$
Azalpena	Biderkagaiak taldekatzeko moduak ez du eraginik emaitzan.
DragonBox^{EDU}	Jokoan elementuak edozein ordenetan ager daitezke. Bi karta edo gehiagoren arteko lotura egin daiteke, parentesiak erabiliz, faktoreak balira.

24. Araua: Zero zenbakiaren propietateak	
Araua	$a \pm 0 = a$ $a \cdot 0 = 0$ $\frac{0}{a} = 0$ $\frac{a}{0} = \text{ez dago definitua}$
Azalpena	<p>Edozein zenbaki edo letrari 0 batzen edo kentzen badiogu hasierako zenbaki edo letra bera lortuko dugu.</p> <p>Edozein zenbaki edo letra 0ekin biderkatzen badugu 0 lortuko dugu.</p> <p>0 zati edozein adierazpen, 0 da.</p> <p>Ezin da zenbaki edo letra bat zati 0 egin.</p>
DragonBox^{EDU}	Zero zenbakiarekin lotutako eragiketak askotan agertzen dira jokoan zehar. Zurrunbilo berde baten gainean edo zero karta batekin lotutako beste baten gainean klikatzean adierazpenak pantailatik desagertu egingo dira.

C. Galdetegiak**C1: Aurretiko galdetegia****Askatasuna BHI****DBH 1. A****2019ko apirilaren 9a****Izen-Abizenak:****1. Laburtu ahal denean**

a) $b + b + b =$

b) $3x + x =$

c) $x - (5x - 2x) + 3 =$

d) $(a) \cdot (5a) =$

e) $(3b) \cdot (-5a) =$

f) $2x^2 - x + 3x^2 + 2x + 1 =$

g) $(4x^2 - 5) - (2x^2 + 2) =$

h) $3 \cdot 3x =$

i) $x^3 + 2x^3 =$

j) $\frac{2}{3}a + \frac{1}{3}a =$

2. Bilatu x -ren balioa

a) $x + 3 = 10$

b) $x - 5 = 2$

c) $2x = 10$

d) $\frac{x}{2} = 4$

3. Zer iritzi duzu matematikaren inguruan? Erantzun letik 5era.

a)	erraza da	1	2	3	4	5	zaila da
----	-----------	---	---	---	---	---	----------

b)	dibertigarria da	1	2	3	4	5	aspergarria da
----	------------------	---	---	---	---	---	----------------

c)	gustatzen zait	1	2	3	4	5	ez zait gustatzen
----	----------------	---	---	---	---	---	----------------------

d)	ongi moldatzen naiz	1	2	3	4	5	ez naiz ongi moldatzen
----	------------------------	---	---	---	---	---	---------------------------

Eta zer iruditzen zaizu aljebra bereziki?

e)	erraza da	1	2	3	4	5	zaila da
----	-----------	---	---	---	---	---	----------

e)	ulertzen dut	1	2	3	4	5	ez dut ulertzen
----	--------------	---	---	---	---	---	-----------------

C2: Ondorengo galdetegiaAskatasuna BHI DBH 1.

2019ko maiatzaren 3a

Izen-Abizenak:

1. Zer iritzi duzu matematikaren inguruan?

a)	erraza da						zaila da
b)	dibertigarria da						aspergarria da
c)	gustatzen zait						ez zait gustatzen
d)	ongi moldatzen naiz						ez naiz ongi moldatzen

Eta zer iruditzen zaizu aljebra bereziki?

e)	erraza da						zaila da
e)	ulertzen dut						ez dut ulertzen

2. Zer iritzi duzu Dragon Box 12+ jokoaren inguruan?

a)	jokoaren arauak errazak dira						jokoa ulertzea pixka bat zaila da
b)	dibertigarria da						aspergarria da
c)	argi ikusten dut jokoak aljebrearekin zerikusia duela						ez dut oso argi ikusten aljebrearekin duen erlazioa

d)	ekuazio batean x-ak bakarrik nola utzi hobeki ulertzen lagundu dit
----	--



Ez dit ia ezertan lagundu ekuazio bat nola ebazten den hobeki ulertzen
--

e)	datorren urtean berriz erabili nahiko nuke klasean
----	--

BAI
EZ

f)	etxean ere erabili dut
----	------------------------

BAI
EZ

g)	Zenbat egunez?	<input type="text"/>
----	----------------	----------------------

h)	Noraino iritsi zara?	<input type="text"/>
----	----------------------	----------------------

3. Laburtu ahal denean

a) $b + b + b =$

b) $3x + x =$

c) $x - (5x - 2x) + 3 =$

d) $(a) \cdot (5a) =$

e) $(3b) \cdot (-5a) =$

f) $2x^2 - x + 3x^2 + 2x + 1 =$

g) $(4x^2 - 5) - (2x^2 + 2) =$

h) $3 \cdot 3x =$

i) $x^3 + 2x^3 =$

j) $\frac{2}{3}a + \frac{1}{3}a =$

4. Ebatzi ondoko ekuazioak

e) $6 - 2x = 12 - 8x$

f) $\frac{x}{2} = 8 - 2$

g) $2(x + 2) = 10$

h) c) $5 - (x + 1) = 4 - (2x + 3)$

i) $\frac{6}{x} = 2$

j) $\frac{3x}{2} - x = 4$

Zuzendaria:
Asier Estevan Muguera, Matematika Saila

DERRIGORREZKO BIGARREN HEZKUNTZA