

MATEMATIKA

Maite CASCANTE SÁNCHEZ

ZOI METODOA HAUR
HEZKUNTZAN

TFG/*GBL* 2019/20

upna

Universidad Pública de Navarra
Nafarroako Unibertsitate Publikoa

Grado en Maestro de Educación Infantil /
Haur Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Haur Hezkuntzako Irakasleen Gradua
Grado en Maestro en Educación Infantil

Gradu Bukaerako Lana
Trabajo Fin de Grado

ZOI METODOA HAUR HEZKUNTZAN

Maite CASCANTE SÁNCHEZ

GIZA ETA GIZARTE ZIENTZIEN FAKULTATEA
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y SOCIALES

NAFARROAKO UNIBERTSITATE PUBLIKOA
UNIVERSIDAD PÚBLICA DE NAVARRA

Ikaslea / Estudiante

Maite CASCANTE SÁNCHEZ

Izenburua / Título

ZOI metodoa Haur Hezkuntzan

Gradu / Grado

Haur Hezkuntzako Irakasleen Gradua / Grado en Maestro en Educación Infantil

Ikastegia / Centro

Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea / Facultad de Ciencias Humanas y Sociales
Nafarroako Unibertsitate Publikoa / Universidad Pública de Navarra

Zuzendaria / Director-a

Joseba LIZEAGA RICA

Saila / Departamento

Matematikako departamentua / Departamento de Matemáticas

Ikasturte akademikoa / Curso académico

2019/2020

Seihilekoa / Semestre

Udaberria / Primavera

Hitzaurrea

2007ko urriaren 29ko 1393/2007 Errege Dekretua, 2010eko 861/2010 Errege Dekretuak aldatuak, Gradu ikasketa ofizialei buruzko bere III. kapituluan hau ezartzen du: “ikasketa horien bukaeran, ikasleek Gradu Amaierako Lan bat egin eta defendatu behar dute [...] Gradu Amaierako Lanak 6 eta 30 kreditu artean edukiko

ditu, ikasketa planaren amaieran egin behar da, eta tituluarekin lotutako gaitasunak eskuratu eta ebaluatu behar ditu”.

Nafarroako Unibertsitate Publikoaren Haur Hezkuntzako Irakaslearen Graduak, ANECAk egiaztatutako tituluaren txostenaren arabera, 12 ECTSko edukia dauka. Abenduaren 27ko ECI/3854/2007 Aginduak, Haur Hezkuntzako irakasle lanetan aritzeko gaitzen duten unibertsitateko titulu ofizialak egiaztatzeko baldintzak ezartzen dituenak arautzen du titulu hau; era subsidiarioan, Unibertsitatearen Gobernu Kontseiluak, 2013ko martxoaren 12ko bileran onetsitako Gradu Amaierako Lanen arautegia aplikatzen da.

ECI/3854/2007 Aginduaren arabera, Haur Hezkuntzako Irakaslearen ikasketa-plan guztiak hiru modulutan egituratzen dira: lehena, oinarrizko prestakuntzaz arduratzen da, eduki sozio-psiko-pedagogikokoak garatzeko; bigarrena, didaktikoa eta diziplinakoa da, eta diziplinen didaktika biltzen du; azkenik, Practicum daukagu, zeinean graduko ikasleek eskola praktikan lortu behar dituzten gaitasunak deskribatzen baitira. Azken modulu honetan dago Gradu Amaierako Lana, irakaskuntza guztien bidez lortutako gaitasun guztiak islatu behar dituenak. Azkenik, ECI/3854/2007 Aginduak ez duenez zehazten gradua lortzeko beharrezkoak diren 240 ECTSak nola banatu behar diren, unibertsitateek ahalmena daukate kreditu kopuru bat zehazteko, aukerako irakasgaiak ezarriz, gehienetan.

Beraz, ECI/3854/2007 agindua betez, beharrezkoa da ikasleak, Gradu Amaierako Lanean, erakuts dezan gaitasunak dituela hiru moduluetan, hots, oinarrizko prestakuntzan, didaktikan eta diziplinan, eta Practicumean, horiek eskatzen baitira Haur Hezkuntzako Irakasle aritzeko gaitzen duten unibertsitateko titulu ofizial guztietan.

Lan honetan, oinarrizko prestakuntzako moduluak ezinbestekoa izan da, horren bidez ikasi ditudalako Haur Hezkuntzako ikasleen ezaugarriak. Beraz, horrek ere aukera eman dit proposamen didaktikoa prestatzeko momentuan adin horretako haurren ezaugarriak kontuan izaten.

Didaktika eta diziplinako moduluak bidea eman dit lanaren oinarriak ezarri ahal izateko eta horren inguruko nolabaiteko aurre-jakintza batzuk izateko gaia lantzen jarri aurretik. Bestalde, modulu hau lan guztiaren oinarria da eta nire ikerkuntzan eta proposamenaren diseinuan ere presente dago.

Halaber, Practicum moduluak bidea eman dit eskolan nola lan egiten duten ikusteko eta proposamen didaktikoa ahal den heinean errealitate batera hurbiltzen. Hori izan da, dudarik gabe, etorkizuneko irakasleek jasoko dugun formakuntzarik handiena, aurretik modu teorikoan ikasi dugun guztia praktikan jartzeko aukera ematen digulako.

Beste alde batetik, ECI/3854/2007 Aginduak ezartzen du, Gradua amaitzerako, ikasleek gaztelaniazko C1 maila eskuratuta behar dutela. Horregatik, hizkuntza gaitasun hau erakusteko, bi eletan idatziko dira lanaren "Sarrera" eta "Ondorioak" atalak.

Laburpena

Gradu Bukaerako Lan honetan matematika lantzen da gai nagusi bezala. Bertan ZOI algoritmoen metodoa aztertzen da eta metodo tradizionalarekin alderatzen da. Lan hau bost ataletan banatuta dago. Lehenengoa lanaren helburu nagusiei dagokio. Bigarren puntua marko teorikoa da, non honako puntu hauek azaltzen dira: ezagutza matematikoaren eraikuntza, zailtasun matematikoak, ZOI metodoa, Haur Hezkuntzako ikasleen ahalmenak eta zenbakiaren zentzua. Jarraian lanaren metodologia agertzen da, zeinean proposamen didaktikoan erabilitako tresna garrantzitsuena aipatzen da.

Proposamen didaktikoari dagokionez, hainbat puntutan banatuta dago: curriculumeko helburu eta edukiak, helburu zehatzak, proposamenaren metodologia, baliabide materialak eta, azkenik, jarduerak. Hauek ABN metodologiaren hiru multzo nagusietan oinarrituta daude.

Lana amaitzeko, ondorioetan, lanean planteatutako helburuei eta lana egitean agertu diren zailtasunei erantzun zaie.

Hitz gakoak: matematikak; ABN metodoa; Haur Hezkuntza; zenbakiaren zentzua; irakaskuntza berritzailea

Resumen

En este Trabajo de Fin de Grado se abordan las matemáticas como tema principal. En él se analiza el método de algoritmos ABN y se compara con los métodos tradicionales. Este trabajo está dividido en cinco apartados diferentes. El primero corresponde a los objetivos principales del trabajo. El segundo punto es el marco teórico en el que se encuentran explicados los siguientes puntos: la construcción del conocimiento matemático, las dificultades matemáticas, el método ABN, las potencialidades del alumnado de Educación Infantil y el sentido del número. A continuación, se encuentra la metodología del trabajo donde podemos encontrar la herramienta en la que se ha basado el cuarto punto, es decir, la propuesta didáctica.

En cuanto a la propuesta didáctica, está dividida en varios puntos: objetivos y contenidos curriculares, objetivos específicos, metodología de la propuesta, recursos materiales y,

por último, las actividades. Estas están basadas en los tres bloques principales de la metodología ABN.

El trabajo se ha concluido dando respuesta a los objetivos planteados y a las dificultades que han aparecido a lo largo de la realización del trabajo.

Palabras clave: matemáticas; método ABN; Educación Infantil; sentido del número; enseñanza innovadora

Abstract

This Final Degree Project addresses mathematics as the main topic. It analyzes the ABN algorithm method and compares it to traditional methods. This work is divided into five different sections. The first correspond to the main objectives of the work. The second point is the theoretical framework in which the following points are explained: the construction of mathematical knowledge, math difficulties, the ABN method, the potentialities of students in Early Childhood Education and the sense of the number. Below is the methodology of the work where we can find the tool on which the fourth point has been based.

Regarding the didactic proposal, it is divided into several points: curriculum objectives and contents, specific objectives, methodology of the proposal, material resources and, finally, activities. These are based on the three main blocks of the ABN methodology.

The work has been concluded giving response to the objectives set and the difficulties that have arisen throughout the work.

Keywords: mathematics; ABN method; Early Childhood Education; sense of number; innovative teaching

Aurkibidea

Introducción	1
1. Helburuak	3
2. Marko teorikoa	3
2.1. Ezagutza matematikoaren eraikuntza Haur Hezkuntzan	4
2.1.1. Matematikaren ikaskuntza korronteak	4
2.1.2. Pentsamendu logiko-matematikoaren ezaugarriak	7
2.1.3. Akatsak eta oztopoak ikaskuntza matematikoan	8
2.2. Matematikaren zailtasunak	10
2.2.1. Matematikaren edukien zailtasunak	10
2.2.2. Matematikak irakasteko zailtasunak	11
2.3. ZOI metodoa	12
2.3.1. Zer da ZOI metodoa?	12
2.3.2. ZOI metodoaren aurrekariak	14
2.3.3. ZOI metodoaren ezaugarriak	15
2.3.4. ZOI metodoaren helburuak	17
2.3.5. ZOI metodoaren abantailak	17
2.3.6. ZOI metodoaren ikaskuntzaren zailtasunak	18
2.3.7. ZOI metodoaren printzipioak	19
2.3.8. CBC eta ZOI metodoen arteko konparaketa	21
2.4. Ikasleen ahalmenak haur hezkuntzan	22
2.5. Zenbakiaren zentzua haur hezkuntzan	23
3. Lanaren metodologia	25
4. Proposamen didaktikoa	27
4.1. Arloa, helburua eta edukiak	27
4.2. Helburuak	28
4.3. Metodologia	28
4.4. Baliabideak	29
4.5. Proposatutako jarduerak multzo didaktikoen arabera	29
4.5.1. Objektu-multzoen edo bildumen ugaritasuna eta kardinaltasuna ezartzea.	29
4.5.2. Zenbakiaren egitura eta multzoen eta bildumen arteko konparazioak.	43
4.5.3. Multzoetako eta bildumetako eraldaketak. Oinarrizko eragiketen hasiera.	54
4.6. Ebaluazioa	61
Conclusión y cuestiones abiertas	63
Erreferentziak	66
Eranskinak	69
Eranskina I	69
Eranskina II	69
Eranskina III	70
Eranskina IV	70
Eranskina V	71

INTRODUCCIÓN

Todo lo que rodea al niño está lleno de matemáticas. El paseo por la calle está lleno de oportunidades para hablarle al niño de aspectos matemáticos: las formas geométricas de las señales de tráfico, la distancia que hay del bar o el cole desde casa, si el autobús va lleno o vacío, en cuantos trozos repartirán el bocata que hay que compartir con los amigos, etc.

Aunque deberíamos ver que el niño está acostumbrado a ellas, como dicen Martínez Montero y Sánchez Cortés (2019) cuando nos enfrentamos a las matemáticas siempre percibimos que son complicadas, ya que exigen prácticas repetitivas, tediosas y aburridas. Por ello y según Martínez y Cortés (2019), es el área de conocimiento en la que más suspenden los alumnos y también es donde se acumulan las mayores actitudes negativas hacia su aprendizaje.

La escuela debería cambiar su orientación en la enseñanza de las matemáticas, y tomarse en serio sus potencialidades, ya que son el elemento clave del desarrollo intelectual de los seres humanos. Por ello, en este trabajo de fin de grado se hablará sobre una nueva forma de cálculo: el método ABN.

La elección de este tema surge a raíz de observar la dificultad y la poca motivación del alumnado frente a esta destreza. Al principio pensaba que no habría métodos alternativos, ya que desde que tengo uso de razón siempre se ha empleado el método tradicional. Por lo que busqué e investigué métodos que dieran libertad al alumnado y en el que principalmente, pudieran entenderlas de manera lógica y práctica, hasta que encontré el método abierto basado en números (ABN).

El método ABN surge como una alternativa del método tradicional. La principal característica de este método es que es natural y entronca con la forma espontánea e intuitiva que tiene el cerebro de procesar los cálculos. Por otro lado, el ABN en su enseñanza-aprendizaje se aprovecha directamente de las experiencias informales del alumno. Su objetivo principal es adquirir el sentido numérico, y eso ocurre cuando el niño o niña comprende el tamaño de los números, piensa sobre ellos, los representa, emplea su conocimiento sobre los números para razonar de manera compleja, etc.

A lo largo de este trabajo, en primer lugar, se explica la construcción del conocimiento matemático en Educación Infantil, se detallan las dificultades de las matemáticas y el porqué de un cambio de metodología. A continuación, encontramos toda la fundamentación teórica de este nuevo método, en la que se expone su historia y características, entre otras.

En segundo lugar, he realizado una propuesta didáctica, en la que he preparado una secuencia de actividades para aplicar en el segundo ciclo de Educación Infantil, las cuales están íntegramente basadas en los contenidos referidos a esta nueva metodología, que también vienen explicados en ese mismo bloque.

1. HELBURUAK

Lan honekin lortu nahi den helburu nagusia ZOI metodoa Haur Hezkuntzan nola landu daitekeen jakitea da, bere ezaugarriak eta lan egiteko moduak ezagutuz.

Hori lortzeko, honako helburu zehatz hauek proposatu dira:

- ZOI metodoa ezagutzea.
- Ezagutza matematikoaren eraikuntza aztertzea.
- Zenbakietan oinarritutako metodo irekiaren (ZOI) eta zifretan oinarritutako metodo itxiaren (CBC) oinarri teorikoen arteko aldea aztertzea.
- Haur Hezkuntzako ikasleen ahalmenak identifikatzea.
- Haur Hezkuntzako etapan zenbakiaren zentzua nola lortu aztertzea.

2. MARKO TEORIKOA

Matematikak, gizateriaren historiako beste edozein aurrerapen bezala, gizakiak inguruan zuen guztiaren forma kontatu, neurtu eta zehazteko dituen beharretatik abiatzen da (“El origen de las matemáticas”, 2010).

Galileo Galileik (Calvino, 2009 aipatuta) esan zuen unibertsoaren liburua matematika-hizkuntzan idatzita dagoela, eta haren karaktereak triangeluak, zirkuluak eta beste irudi geometriko batzuk direla, eta haien bitartekaritzarik gabe ezinezkoa dela hitz bat ere ulertzea.

Mundua matematikari hutsa dela, hau da, hizkuntza oro matematikoa dela, Galileok ematen duen ikusmolde horretatik abiatzen bagara, konturatuko gara zientzia hau ez dela edozein zientzia, baizik eta maila guztietan garrantzitsua dela, hala nola, maila akademikoan, sozialean, pertsonalean, zientifikoan... “Matematikak zientzia guztietan daude, eta beraz, matematikaren eta zientziaren arteko erlazioa baliabide didaktiko gisa erabil daiteke hezkuntzaren edozein mailatan” (Rodríguez, 2011, 36.o).

Matematikak gure bizitzako esparru guztietan baita munduaren garapenean duen garrantziaren kontu horrekin, saiatu behar gara horren praktika ez uzten eta horren ikaskuntza eta irakaskuntza ikasleengan arbuioa ez sortzen. Alegia, ezin dugu utzi garrantzi handieneko zientzietako batek pertsonengan eragina izan dezan bizitzako

momentu zehatzetan izan dituzten esperientzia txarreatatik. Jakina, arrazoi horri buruzko azalpen asko daude, eta Gomezen arabera (2002) horietako bat matematikak ikasgelan azaltzeko modua da. Hala ere beste puntu garrantzitsuago bat dago eta honako hau da: zientzien eta matematikaren bereizketa. Bereizketa horri buruz Gomezek hitz egiten du (2002):

“Matematikak isolatuta egongo balira bezala irakastea, ezagutzaren distortsioa da. Komeni da matematika irakastea, matematikatik haratago joanda: haien arteko harremanak kontuan hartuz eta pentsamenduaren korrante nagusiekin duten sintonia bilatuz. Jarrera berri horrek ikasleak motibatuko lituzke, aplikazio berriak sortuko lituzke eta eztabaidarako bide berriak irekiko lituzke”. (119.o)

2.1. Ezagutza matematikoaren eraikuntza Haur Hezkuntzan

2.1.1. Matematikaren ikaskuntza-irakaskuntzaren korranteak

Matematikaren didaktikako ikasketa orok erreferentzia-eredu bat behar du, ikasleek ezagutzak bereganatzeko duten gaitasuna aztertzeko eta prozesu horretan ematen diren prozesu kognitiboak ezagutzeko.

Irakaskuntza-ikaskuntza prozesua ulertzeko, ezinbestekoa da hiru eragile nagusien arteko elkarreaginak, esku-hartzeak eta fenomenoak kontuan izatea (Arteaga eta Macías, 2016):

- *Ikaslea*, hezkuntza-komunitateak ezarritakoa ikasi behar duena.
- Ikasleek etorkizunean aplikatzeko eskuratu behar dituzten *ezagutzen multzoa*.
- *Irakaslea*, jakintzak transmititzeko eta irakaskuntza proiektua ahalik eta modu egokienean funtzionarazteaz arduratzen dena.

Subjektu bakoitzak nozio matematikoez duen pertzepzioa, ikuskera eta aplikazioa jaso duen ikaskuntza motaren araberakoa da, bai ikaskuntza itxia eta buruz ikasitakoa, bai manipulatzeko, irekia eta pentsamendu sortzailea eskatzen duena.

Matematiketan, beste edozein arlotan bezala, irakaskuntza-ikaskuntza prozesua hezkuntza-ekintza egiteko erreferentzia esparru gisa erabiltzen diren printzipioen multzoaren mende dago.

Chamorrok (2008) matematikaren ikaskuntza-irakaskuntzaren bi eredu garrantzitsuenak aztertu zituen: enpirismoa eta konstruktibismoa.

Enpirismoa, irakasle gehienek duten eta berezko ikuskeran oinarritzen den ikaskuntzaren ikuskera da: "Ikasleak, irakasleak eskolan azaltzen duenetik ikasten du, eta ez du ezer ikasten azaltzen ez duen horretatik". (Chamorro, 2008, 11.o)

Irakaslearen diskurtsoa ikasleak erregistratzen da. Haren ikaskuntza irakasleak ematen dizkion ezagutzen trasbasetzat hartzen da. Horren ondorioz, eredu horretan gehiegi erabiltzen dira agerpen-aurkezpenak. "Agerpena, nozio matematikoak garaiz sartzeko prozedura pribilegiatua da." (Brousseau, 1994, 112.o).

Ideal enpiristan, irakasleak eta ikasleak ez dute huts egin behar: akatsa porrotarekin lotuta dago, bere lanaren arrakastara ezin delako iritsi. Horregatik, akatsek ohitura txarrak sor ditzakete ikasleengan, erantzun zuzenaren lekua har dezakete eta ikaskuntza oztopatu.

Haur Hezkuntzako kasuan, ikasleak ontzi huts gisa iristen direla kontsideratzen da, aldez aurreko ezagutzarik gabe. Eredu teoriko mota horrek, eta beraz, bertan oinarritzen den matematikako hezkuntza-ekintzak, ostentsioaren fenomenoaren agerrera baldintzatzen du.

Ostentsioaren fenomenoak kontzeptu bat irudikapen bakar baten bidez eta haren laguntzarekin definitzean datza; hala, ikasleak erlazioak ezarri behar ditu irakatsi zaizkien kontzeptuen eta objektu horiek erlazionatzean diren irudikapenen artean.

Beraz, ikaskuntza ereduak memorizazio hutsean oinarritutako lehen mailako ikaskuntza moduak azal ditzake, non ulertzeak bigarren mailako zeregina du (Arteaga eta Macías, 2016).

Bestalde, ezagutza jakin batzuen ikaskuntzak subjektuaren berezko jardura suposatzen duela pentsatzea korrante konstruktibistara hurbiltzea da. Teoria konstruktibistaren garapena eta aplikazioa aldatuz joan dira urteetan zehar. Garapen orotan bada oinarritzeko ideia bat, bera buru duena: matematika ikasteak matematika eraikitzea esan nahi du. Bertan, irakaslea egoera didaktikoa diseinatu eta materiala haurren eskuragarri jartzen du. Beraz, helburu nagusia ulermena eta erlazio eta printzipio matematikoen

erabilera zentzuduna lantzea dira. Eskolako matematikek ulermen maila eta arrazoinamendu matematikoak gainditu behar dituzte.

Hona hemen teoria horren oinarri diren funtsezko hipotesiak, psikologia genetikotik eta psikologia mentaletik ateratakoak (Chamorro, 2008):

1. Akzioaren hipotesia: Ikaskuntza ekintzan oinarritzen da. Haur eskolan, ikasleek matematika-ezagutza eraikitzen hasiko dira objektu errealek gaineko ekintza zehatzen bidez: egiten dituzten prozeduren baliotasuna edo baliogabetasuna objektuen manipulazioaren bidez frogatuko dute. Ekintza horiek arazoei aurre egiten lagunduko diete. Maila horretan hasiko dira, halaber, emaitza matematikoak aurreratzen.
2. Desorekaren hipotesia: Ikaslearen ezagutzak eskuratu, antolatu eta integratzeko, oreka eta desoreka egoera iragankorrak behar dira, eta egoera horietan, aurreko ezagutzak zalantzan jartzen dira. Hipotesi honek dio ikaskuntza ez dela memorizazio hutsa, hau da, ikasteak esan nahi du berriz hastea, harritzea eta errepikatzea, baina egiten dena zergatik egiten den ulertuz. Honek esan nahi du, hemen oso arraroa dela jarduera bat behin bakarrik eginez egiten ikastea. Beraz, akatsa beharrezkoa da desorekak sortzeko. Akatsak eragiten dituzten estrategiak erabiltzen ez badira eta beraien balio eza frogatzen ez bada, ez dira inoiz zuzenduko eta etengabe erabiltzen jarraituko dituzte. Hau esanda, hipotesi honen pean, ikaskuntza subjektuaren eta inguruaren arteko oreka berreraikitze prozesu bat dago.
3. Oztupoaren hipotesia: Aurreko ezagutzen aurka ezagutzen da. Beraz, ikasleen alde aurreko ikaskuntzak kontuan hartu behar dira ezagutza berriak eraikitze, ezagutza horiek ez baitira ezerezetik sortzen, moldaketen, hausturen eta berregituraketan mende baitaude. Jada ikasita ditugun ezagutzetatik abiatuta eta horren kontra ere ikasten dugu.
4. Gatazka soziokognitiboen hipotesia: Maila sozial bereko kideen arteko gatazka kognitiboek ezagutzak eskuratzea erraztu dezakete. Gizarte-psikologiaren oinarritzko ideia zen hori, Vygotskyren lanean oinarrituta. Vygotskyk beharrezkotzat jotzen zuen kontuan hartzea norbanako batek besteekin laguntzarekin zer egin dezakeen; izan ere, ikaskuntza gizarte-ingurune batean

gertatzen da, non elkarrekintza horizontal (haurra-haurra) nahiz bertikal (haurra-heldua) ugari baitaude.

2.1.2. Pentsamendu logiko-matematikoaren ezaugarriak

Fernández Bravoren (2000) arabera, haurren pentsamendu logikoa bereziki zentzumeneren bidez garatzen da, eta haurrak bere buruarekin, besteekin eta inguruko objektuekin izandako esperientzien bidez. Hala, haurrak ideia batzuk osatzen joango da, ondoren kanpoaldearekin erlazionatzeko balioko diotenak. Ideia horiek esperientzia berriekin alderatzen direnean, ezagutza bihurtzen dira.

Pentsamendu logiko-matematika oinarritzko lau gaitasun garatuz indartzen da:

- **Behaketa:** Haurren atentzioari helduak ikusi nahi duena inposatu gabe indartu behar da, eta beraz, haurrak ikusi ahal duenaren adierazpen librea da. Behaketa askatasunez egingen da, eta propietateak hautemateko jokoen bidez. Gaitasun hori handitu egiten da gustura eta lasai jarduten denean, eta gutxitu egiten da burutzen ari duen haurrak tentsioz jokatzeko duenean.
- **Irudimena:** Gaitasun hori haurrari hainbat ekintza-aukera emango dioten sormenezko jardueren bidez sustatu behar da. Matematika-lanean gerta daitekeen bezala.
- **Intuizioa:** Ondoren egingo den ekintza baten emaitzak aurreikusteko gaitasuna da. Beraz, hura garatzeko jarduerak ez dute asmatzeko teknirik eragin behar.
- **Arrazoibide logikoa:** Pentsamenduaren forma bat da, zeinaren bidez, premisa batetik edo gehiagotik abiatuta, arau jakin batzuen araberrako ondorio batera iristen garen. Haren garapena eskola eta familia jarduerak subjektuarengan duen eraginaren ondorioa da. Horren helburua ikaslearengan ideiak sortzeko eta adierazteko gaitasuna bultzatzea izan da.

Faktore horiek pentsamendu logiko-matematika oinarritzko hiru kategoriatatik ulertzen laguntzen dute: guztientzat egia edo gezurra diren ideiak sortzeko gaitasuna, matematika hizkuntza, matematika-hizkuntzak ideia horiei erreferentzia egiten dien irudikapenaren erabilera eta ikasitakoa aplikatuz inguratzen gaituena ulertzea.

Jean Piagetek, sinboloaren eraketari buruzko lanetan eta horrek haurren garapen kognitiboaren duen zereginean, defendatzen du haurrek gertaerak eta objektuak

gogoratzen dituztenean, inguruan ez dauden gauzen irudikapenak eratzen eta erabiltzen has daitezkeela (Arteaga eta Macías, 2016).

Haurrak urte eta erdia betetzen duenean, hau da, aldi sentsomotorra bukatzen denean, haurrak esanahi bat lotzen eta adierazten hasten dira adierazle baten bidez. Haurra ez da 4 urtera arte hasiko objektuak errealitateari leialagoak zaizkio irudikapenen bidez erreproduzitzen. Ordezkaritzarekin eta izendapenarekin lan egitea funtsezkoa da Haur Hezkuntzan.

Horregatik, pentsamendu logiko-matematikoa behar bezala prestatzeko, beharrezkoa izango da irudikapen- eta interpretazio-gaitasunen garapena nabarmen lagunduko duten hezkuntza-ekintzak planteatzea.

2.1.3. Akatsak eta oztopoak ikaskuntza matematikoan

Ikaskuntzaren konstrukzioan agertzen den funtsezko elementu bat akatsa da. Irakasleak akatsik ez badu onartzen, balio pedagogiko handiko informazio-iturri gehigarri bat galduko du. Beraz, ikasteko jarduerak bideratzeko, garrantzitsua da akatsak kontuan hartzea.

Ikuspuntu pedagogiko batetik begiratuta eta Godinori jarraituz (2004), akatsa lau kategoriatan sailka daiteke:

1. Ezagutzaren akatsak.
2. Egite jakitearen akatsak.
3. Ezagutzak edo teknikak behar ez bezala erabiltzeak eragindako akatsak.
4. Logika edo arrazoiketaren akatsak.

Akats asko saihestu daitezke irakasleak kontzeptu batera hurbiltzeko progresio egokia aukeratzen badu, horrela, jarduera jakin batzuek ikasleei akatsak berrikusten lagunduko diete. Oro har, akats horiek izan daitezke ikuspegi didaktikoan oztopoak agertzen direlako.

2.1.3.1. Oztopoak

Bachelordek zientzi esperimentaletan erabili zuen kontzeptu hau (1938), nahiz eta bere ustez oztopo hauek matematikan ez ziren gertatzen. Hala ere, Brousseauk (2007, p.44-46) kontzeptua aldatu eta matematikarako egokia zen definizioa proposatu zuen:

- Oztopo bat beti ezagutza bat da, ez ezagutza eza.
- Ezagutza horrek problema edo egoera zehatzetan erantzun egokiak ematea egiten du.
- Ezagutza berria ez da eraikitzen aurreko ezagutzaren gainean, baizik eta aurreko ezagutzaren kontra.
- Ezagutza horiek ez dira eraikuntza pertsonal aldakorrak.

Oztopoak ez dira ezagutza berri baten ikaskuntzarekin desagertzen. Are gehiago, ezagutza berri hori lortzeari aurre egiten diote, bere ulermen eta aplikazioari erresistentzia jartzen diogu. Desagertzen direnean eta testuinguruak berriro agertzeko aukera ematen dienean, berriz agertzen dira. Beraz, oztopo bat gainditzeko pentsamolde eta ezagutzen berregituraketa behar da, ez da behin gertaturiko eta erraz zuzendu daitekeen akatsa.

Lehen esan den moduan, nahiz eta oztopo epistemologikoen teoria Bachelarden (1938) heldu zen, Brousseauk (2000, 120.o) sartu zuen oztopo nozioa Matematikaren Didaktikan:

“Akatsa ez da bakarrik ezjakintasunaren, zalantzaren edota zoriaren ondorioa, teoria enpiristan uste zenez; aurre-ezagutza baten ondorioa baizik. Aurre-ezagutza honek bere interesa eta arrakasta izan zuen, baina orain ezagutza faltsua edo ezegokia da. Mota honetako akatsak ez dira ustekabekoak eta aurreikusitakoak ezinak. Akats horien jatorriak oztopo bat eratzen du”

Sailkapen hori oztopoek dituzten jatorriarekin osatzen da, hiru kategoria kontuan izanda: epistemologikoa, ontogenikoa eta didaktikoa.

- Jatorri epistemologikoa duten oztopoak. Ezagutzaren eraikuntzaren berezko oztopoak dira eta ezagutza matematikoari zuzenki loturik daude.
- Jatorri ontogenikoa duten oztopoak. Subjektuaren garapen neurofisiologikoari loturik daude. Ikasleek maila baxuagoa duenean agertzen da, proposaturiko jardueren zailtasunak eta bere ezagutzek eragiten dituzten kontraesanak gainditu ezin dituztenean. Oztopo hauek gainditzeko hausturak behar dira, ikuspuntu desberdinak kontuan eduki.
- Jatorri didaktikoa duten oztopoak. Irakasleak edo hezkuntza sistemak ezagutza matematikoaren gainean hartzen dituen erabakiek eragiten dute. Lotura estua

du hezkuntza-jarduerarekin eta irakaskuntza-ikaskuntza prozesuan garatzen den moduarekin.

Oro har, onartu daiteke oztopoak ezagutza matematikoaren eraikuntza prozesuan sartzen direla. Ikasleak oztopoen aurka egin behar dute, horiek gainditu behar dituzte eta beraien ahuleziak ezagutu.

2.2. Matematikaren zailtasunak

2.2.1. Matematikaren edukien zailtasunak

Martinez Monterok eta Sánchez Cortésekin (2017) dioten moduan, aukera handiak daude gela bateko haurren artean, irakasgai hau beldur gehien ematen diena izateko eta orokorrean pertsona batek “matematika” hitza entzuten duenean beldurtzen da. Irakasleek ere, frustrazio sentazio bat dutela nabaritzen da: bere irakaskuntza eskergabea da, ahalegin handia eskatzen baitu ikaskuntzaren lorpen urrietarako. Gaur egun, matematika gehien suspenditzen den irakasgaia eta gainditzeko laguntza gehien jaso behar duena da Martinez Montero eta Sánchez Cortésen (2017) arabera.

Servais irakasleak (1980) (Martínez eta Sánchek aipatuta (2017)), matematikaren zailtasunen araberrako hainbat arrazoi eman zituen:

- Abstrakzio-maila. Matematika jarduera mental abstraktuena da, eta haurrek hau ikasi behar dute beren garapen mentalaren maila abstrakzio-gaitasun nabarmena lortzetik urrun dagoenean. Eskematikoa eta formala da, eta hizkuntzaren zeinuak ez bezalakoak erabiltzen ditu.
- Izaera metagarria. Matematika dagoen adarrik metagarriena da. Lehenagotik ikasitako edozein kontzeptu jakinaren gainean izatea beharrezkoa izango du beste kontzeptu berriak ulertu eta barneratu ahal izateko. Beraz, materia hain metakorra denez, memoria sintetiko handia eskatzen du.
- Irakasle baten beharra. Matematikak irakasle baten gidaritzapean ikasi behar dira. Gizartean baieztapen hau ondo barneratuta dago. Hain zuzen, gurasoek seme-alabei klase partikularrekin laguntzeko beharra ikusten duten lehen irakasgaia matematika da. Autoikaskuntza kasuak gerta daitezke, noski, baina oso arraroak dira eta normalean gaitasun intelektual handiko subjektuetan

aurkezten dira. Gaur egun argi dago abiarazle matematiko bat ez ezik, subjektuak diziplina horretan jasotzen duen hezkuntza ona izatea nahi badugu, irakasleak profesional ona izan behar duela eta ikasteko hainbat teknika eta baliabide ezagutu behar dituela.

- Eguneroko bizimoduak material gutxi ematen du matematika aztertzeko. Hizkuntza ez bezala, matematika ez da aurkezten ikasle baten eguneroko bizitzan. Beraz, ikaslearen matematika-ikaskuntzaren zatirik handiena birtuala da, saiakuntzakoa, aplikaziorik gabea eta eduki zehatzik ez duena.
- Zehaztasun-maila handia. Beste irakasgai batzuetan, ezjakintasuna disimulatu daiteke, baina matematikan hori ezinezkoa da. Gauza bat dakigu edo ez dakigu. Beraz, hemen objektibitatea zehaztea eskatzen da, hau da, subjektibotasunari uko egitea.

Chamorrok (2008), dioen moduan, Haur Hezkuntzan ikasleen matematika-errepertorioa oso mugatua den arren, matematika-ezagutza gutxi baitute, akats sistematikoak eta iraunkorrak ere identifika ditzakegu, eta horien jatorria aurreko ezagutza batean dago, beste ezagutza batzuetarako oztopo bihurtzen dena.

2.2.2. Matematikak irakasteko zailtasunak

Aurrekoa kontuan izanda, izaera matematikoak ez du erru guztia. Eskola praktikek ere eragina dute ikaskuntzan, eta hau ere galarazten dute. Hauek dira, beste askoren artean, Martínez Montero eta Sánchez Cortésekin (2017) proposatzen dituzten praktika ez-gomendagarriak:

- Arreferentzialtasuna. Hau da, ikasle bati matematika irakastea bere esperientzia kontuan hartu gabe edo bere ikaskuntzarako baliagarriak izan dakizkiokeen erreferenteak erabili gabe.
- Kalkulu itsua eta memoristikoa. Haurrak oroimenez ikasten ditu zenbakiak, haien oinarritzko konbinazioak, eragiketak, ebazteko arauak... etaitsu-itsuan aplikatzen ditu, islapenik gabe, manipulaziorik gabe eta kontrasterik gabe. Honen emaitza hurrek bakarrik kontuan egiten dakitela da, eta ez problemak.

- Malgutasunik eza. Zenbakiak lantzeko eta eragiketak egiteko ohiko modua guztiz zurruna da, guztientzat berdina, haur batzuen edo besteen kalkulu-gaitasunak edozein direla ere.
- Fitxak, testu-liburuak eta lan-koadernoak behar bezala ez erabiltzea. Irakasle batzuek liburuetakoko jorنالariak dirudite ikasleen ikaskuntza-prozesuetako gidariak baino gehiago. Liburua laguntza-materiala da, baina haurrak egin behar duen guztia eskola-material horretan datorrena baldin bada, hurrei esperientzia onenak kentzen ari zaizkie, ezagutza eta kontzeptuak eraikitzen dituztenak.
- Kalkulu-teknika guztiz zaharkituak erabiltzea. Gizakion kalkulurako berezko trebetasunak ez dira garatzen, kontuak egiteko memoria-jarraibideak ikasten dira. Klaseko ordu horietan, kalkuluak inoiz erabiliko ez duten moduan egiten ikasten dute hurrek, eta beraz, bizitzan zehar erabili ohi duten prozedura ez da lantzen. Garrantzia handiagoa ematen zaio hurrek kontuak buruz eta errepikatzen ikastea, pentsatu eta gogoeta egitea baino.
- Arreta gutxi jartzen da zenbakikuntzaren aukeretan. Zenbakikuntza da kalkulu guztiaren eta eskolako matematikaren zati handi baten oinarria, eta ia ez zaio kasurik egiten. Eskolan, unitatea, hamarrekoak eta ehunekoak bereizten, kopurua deskonposatzen eta unitate-ordena bakoitzari dagokion zifra jakiten soilik irakasten zaie.

Aipatutako hau guztia gertatzen denez, esaten da matematikak irakasgai arraroa direla eta haur batzuk intoleranteak direla, hau da, matematiketarako ez dutela balio.

2.3. ZOI metodoa

2.3.1. Zer da ZOI metodoa

“Zenbakietan Oinarritutako metodo Irekia” edo ZOI metodoa, metodo tradizionalaren, hau da, CBC metodoaren alternatiba modura jaio zen.

Metodo honen autorea Jaime Martínez Montero da eta Cadizen jaio zen. Hezkuntzako ikuskatzailea izan zen 1977tik 2014era. Filosofia eta Hezkuntza Zientzietako irakasle eta doktorea da. Baita ere, Alfonso X.a Jakitunaren Ordenako kidea da, Plaka bidezko

Enkargu kategoriarekin. Andaluziako Ebaluazio Agentziako Batzorde Zientifikoko kide ere bada. Horretaz gain, matematikaren inguruko guztia azaltzen duten zenbait liburu argitaratu ditu. Horietako lehenetariko batek, *“Una nueva didáctica del cálculo para el siglo XXI”* (2000), izenekoak matematika ikasteko jarraitu behar diren edo beharko liratekeen lan-ildo berriei buruz hitz egiten du. Hortik aurrera, liburu eta artikulua berriak argitaratzen ditu, eta horietan, matematikaren metodologia berria azaltzen du, bere ezagunenetako bat *“Desarrollo y mejora de la inteligencia matemática en educación infantil”* (2011) delarik.

ZOI metodoa Cadizen sortu zen 2008/2009 ikasturtean eta “CEIP Andalucía” eta “CEIP Carlos III” ikastetxeek metodoa aurrera eramaten lagundu zuten, beraz hamabi urte daramatza praktikan. Hemen izan zuten arrakastaren ondorioz beste ikastetxeetan ezartzen hasi zen. Lehenengo, Cadizeko beste ikastetxe batzuetara garatu zen. Gaur egun, berriz, Sevillako, Murtziako, Granadako, Córdobako, Jaéneko, Alicanteko, etab.-eko klase askotan erabiltzen da. Baina metodo hau ez da bakarrik Espainian irakasten, Mexicon, Perun, Argentinan, Colombian eta Frantzian aplikatu egin da eta Alemanian eta EEBBetan orain metodoa aplikatzen hasi dira.

Gaur egun, metodo berritzaile hau Haur Hezkuntzako lehenengo urtetik Lehen Hezkuntzako azken urtera irakasten da, non gogobetetze-lorpenak oso altuak izan dira CBC metodoarekin konparatuta. Horrela esaten du Martínez Monterok (2011, p.107) ZOI eta CBC metodoak nola funtzionatzen zuten frogatu ondoren:

“ZOI metodoaren bidez ikasten duten ikasleek metodo tradizionalari jarraitzen diotenak baino maila handiagoa lortzen dute. Baztertu egin behar da kontraste-taldeek praktika profesional txarra eragin izana. Aitzitik, metodologiak ezarritako mugen barruan, CBC metodoaren bidez aritzen ziren ikasleen maila altua egiaztatu ahal izan genuen. Kontua haiekin erabiltzen den metodoaren mugetan dago.”

ZOI algoritmoak (Zenbakietan Oinarritutako algoritmo Itxiak) ez du izen hau zoriz eskuratu, baizik eta metodoaren izena osatzen duten hiru letra larri horiek metodoaren bi ezaugarri garrantzitsuenen inzialak dira.

“l” letra “IREKIAK” hitzaren lehenengo letra da eta irekiak esan nahi du. Horrela kontrajartzen dira klasikoak eta tradizionalak, itxiak direla. Zergatik dira irekiak? Izan ere, ez dago horiek egiteko modu bakar bat, eta ikasle bakoitzak modu desberdinean ebatzi ditzake, bere garapenaren, kalkuluaren menderapenaren, estrategien, edo batzuetan, kapritxo soilaren arabera. Algoritmo klasikoak itxiak dira, hau da, ebazteko modu bakarra dago, ez dute aldaketarik onartzen. Betiko kontuak aurrez ezarritako jarraibide multzo baten aplikazio itsu, memoristiko eta zentzugabeak baino ez dira.

Gero, “ZO” dator eta “ZENBAKIJAN OINARRITUTA” esan nahi du, hau da, zenbakietan oinarritutakoa. Hau argudiatu daiteke: besteak letretan oinarritu al daude? Ez, noski, baina zifretan oinarrituta daude. Hau da, zenbaki batek dituen zifra guztiak kentzen dituzte eta guztiei tratamendu bera ematen die. Beste modu batean esanda: kontuak egitean, kopurua ez da unitate, hamarreko, ehuneko, eta abarretan banatzen, zifra solte eta isolatuetan baizik. Horrela, berdin tratatzen dira unitate bat bider beste unitate bateko eta ehuneko bat bider beste ehuneko bateko biderketak. Bere mailari heltzen diote eta algoritmoan dagokien kokapenaren arabera hartzen dute bere dimentsioa. Ikusi daitekeen bezala, oso matematikoa. Aldiz, ZOI metodoan beti zenbakiekin egiten da lan: txikiagoak edo handiagoak izan daitezke, baina beti zenbaki osoak konbinatzen dira.

Modu egokian idatzita, esango genuke metodologia tradizionala CBC algoritmoek osatzen dutela (Zifretan Oinarritutako Itxiak), eta hau berriz, ZOI algoritmoek (Zenbakietan Oinarritutako algoritmo Irekia).

2.3.2. ZOI metodoaren aurrekariak

Irakaskuntza-ikaskuntza berritzeko ideiarekin, Herbereetan abian jarritako jarduerak erabili ziren aurrekari moduan. Zehazki hauei buruz ari da Martinez Montero (2011):

- “Proeve” edo “Oinarrizko eskoletako matematika-hezkuntzarako programa nazionalaren diseinua. “Proeven”, matematikaren esparruko domeinuen deskribapenak biltzen dira. Honen helburua ez da irakasleek zuzenean erabiltzea, baizik eta testuliburuaren egileei, maisu-maistren prestatzaileei, aholkulariei eta ikuskatzaileei laguntzea. Esparru honek irakasgaiaren eduki ia guztiak biltzen ditu: oinarrizko zenbaki-trebetasunak, algoritmo idatziak,

arrazoiak eta ehunekoak, zatikiak eta zenbaki hamartarrak, neurketa eta geometria.

- “Irakaskuntza-ikaskuntzako luzetarako ibilbideen zuhaiztiak”. 1997an jarri ziren martxan eta gaur egun oraindik haien inguruan lantzen jarraitzen da. “Zuhaiztiak” ikasleek beren irakaskuntza-prozesurako ezarritako helburuak lortzeko egin behar dituzten urratsak biltzen dituzte, eta irakasleei ikasteko prozesua nola egin daitekeen kontatzen dien boskote bat ematen die, lan-materialak, adibideak, grabazioak, bideoak eta abar barne.
- EMR (matematika-irakaskuntza errealista). Metodo honek honako hau dio: eskolako matematika giza jarduera dela, norberaren esperientziatik elikatu behar dela, ikasleen ezaugarrietara egokitu behar dela eta subjektuen bizitzarekin eta benetako beharrekin lotuta egon behar duela.

Gainera, metodo honek modelo konstruktibistaren hainbat ideia bereganatu ditu, haien artean, Jean Piaget psikologoarena eta Ashlockena. Azken honetan, kalkuluaren algoritmo tradizionalen akatsetan eta zailtasunetan oinarritu da (Martínez Montero, 2011).

2.3.3. ZOI metodoaren ezaugarriak

Irakaskuntza metodo berri hau irakaskuntza estetiko orori gailentzen zaio, non ez dagoen zalantzarako, hausnarketarako eta barneratzeko lekurik, bere ezaugarri esanguratsuenetako batekin, naturaltasunarekin, aurre eginez.

ZOI metodoa, metodo naturala da, hau da, pertsonaren eboluzio-prozesuarekin batera eragiten duen metodoa da. Beraz, zuzenean lotzen da garunak kalkuluak prozesatu eta zenbakizko errealitateak tratatzeko duen modu espontaneo eta intuitiboarekin. Horren ondorioz, ikasleak eta irakasleak oso kalkulatzailerak bihurtzen dira.

Zerbait naturala denez, haurrak kalkuluak prozesatzen ditu, baita zailtasun handiko kalkuluak ere, eta ez dago bereizketarik euskarri fisikoak erabiltzen dituztenen eta horiek gabe egiten dutenen artean; izan ere, “algoritmo zaharren orde berriak erabiltzen dituztenek, lehenengo ikasten dute, modu eraginkorrean ikasten dute, urrunago iristen dira eta modu ulergarriagoan ulertzen dituzte zeregin aritmetikoak” (Martínez Montero eta Sánchez Cortés, 2017, p.15).

Horretaz gain, metodo honek, matematikaren ikaskuntza handien euskarri diren aurreko prozesu guztiak ezagutu eta barneratzea ahalbidetzen du, normalean goi-mailako hezkuntza etapetan egiten direnak. Horregatik, ikasleak kantitate zehatzekin lan egiten dute, manipulatu egiten dituzte, arauak deskubritzen dituzte, zenbakiak eraikitzen dituzte, eta beraz, haien arteko harremanak, etab. (Martínez Montero eta Sánchez Cortés, 2017).

Aurrekoaz gain, matematika-esparruan hurraren hazkundera bultzatzen baitu, beste faktore oso garrantzitsua du. Faktore hau, ikasleen errealitatea erabiltzea da eta irakaskuntza-ikaskuntza prozesu orori laguntzen dio. Esperientzia pertsonalak erabiltzeak ikasteko premia handiagoa sortzen du, egoera edo alderdi errealekin lan egiten denean lotura handiagoa gertatzen baita ikaskuntza prozesuan. Beraz, ikasleek ez dute buruz ikasten, ulertzen dute. (Martínez Montero eta Sánchez Cortés, 2017)

Baliabide materialak ZOI metodoaren beste ezaugarrietako bat dira. Hasieran, eskuetako hatzak hartzen dira erreferentzia gisa. Aurrerago, metodo horren elementu bereizgarriak erabiltzen dira, hala nola, zenbaketa elementuak, polikuboak, zotzak, zenbakizko zuzenak eta 100eko taula.

Metodo honen beste ezaugarrietako bat kalkulu mentala da. Horretaz gain, kalkulu kontzeptuala ere bada, ikasi denetik haratago doana, egitura osoak lantzen dituenak, ikasleek prozesu guztiak ulertu eta barneratzen dituenak, eta, beraz, kontzeptu berriak bereganatzen dituzte, buruz ikasi beharrik gabe. Ikasleek ikasten ari direna hobe ulertzen dutenez, irakasgai honen aurrean duten jarrera asko hobetu da.

Azkenik, ZOI metodoa guztiz malgua da. Zenbakiekin lan egitean, zifrekin lan egin ordez zenbakiekin lan egiten denez, eta zenbaki horiei tratamendu errealista ematean, ikasleak hainbat modutan adieraz ditzakete kantitateak, bai ehunekoak, hamarrekoak eta unitateak islatzen dituzten elementuen bidez, ordena edozein dela ere. Horretaz gain, ZOI metodoak eragiketak askatasunez egiteko aukera ere ematen du, hau da, ez dago forma egituratu bat, baizik eta pertsona bakoitzak nola egin aukeratzen du, bere gaitasunak eta zailtasunak kontuan izanda edo gutizia hutsez.

2.3.4. ZOI metodoaren helburuak

Metodo honen helburu orokorra, oinarrizko eragiketen formatu zaharrak kentzea eta horien orde z zenbakietan oinarritutako formatu irekiak erabiltzea da, Lehen Hezkuntzako lehen bost mailetakoko kalkuluaren irakaskuntza-ikaskuntza prozesua eta arazoak erabat berritzeko urrats gisa, horietatik eratortzen den metodologia eta kategoria semantikoetan oinarritutako ereduak ikasteko euskarri formal gisa erabiliz. Honekin batera, Martínez Monterok (2011, p.97) dio beste hiru helburu garrantzitsu daudela:

- Kalkulu mentala eta zenbatesteko gaitasunak hobetzea.
- Arazoak konpontzeko gaitasuna nabarmen hobetzea.
- Matematika-ikaskuntzaren aldeko jarrera bat sortzea.

2.3.5. ZOI metodoaren abantailak

Jaime Martínez Monterok dio ZOI metodoak metodo tradizionalarekin konparatuta abantaila asko dituela baina batzuk adierazi behar direla, eta honako hauek dira:

- Malgutasun handiagoa. Ebazteko modu bakarra ez dagoenez, haur bakoitzak bere ezaugarrien arabera egin dezake. Ikasle azkar bat oso azkar iritsiko da ebazpenera. Beste mantsoago batek itzulinguru gehiago emango ditu. Oso zorrotza denak algoritmoa luzatuko du, eta intuitiboak, berriz, hura laburtzeko modu berriak ezagutuko ditu.
- Problemen ebazpenean laguntzen du. Algoritmoak egiteko prozesua gardena da, zentzuz betea eta ikasleak urratsez urrats kontrolatzen du. Horregatik, arazoak berehala konpontzen dira. Zenbaki osoekin eta ez zifrekin lan egiteak asko laguntzen du zer egiten den jakiteko.
- Kalkuluaren zailtasun gehienak ezabatzen ditu. Algoritmo horiekin bururakoen problema amaitzen da, bai batuketan bai kenketan. Kokapenaren arazoa, terminoen ordena eta abar ere desagertu egiten dira. Biderketetan ez dute zailtasunik sortzen tartekatutako zeroek, eta ez dago kokapenaren edo ordenaren antzeko ezer ez. Zatiketetan, zeroaren problema desagertu egiten da erdiko edo amaierako zatidurara.

- Ikaslearen esperientzia aprobetxatzeko aukera ematen du. Ikaslearen beraren esperientziak gidatzen du algoritmoaren ebazpena. Haren formatuak erraztu egiten du lan egiteko modua eta jakintza eguneroko lanean txertatzea.
- Estimazioa eta kalkulu mentala sustatzen ditu. Horixe da, agian, ebazpen-prozesuari ikusgarritasun handiena ematen dion ezaugarria. Entrenamendu onarekin eta sekuentziazio egokiarekin, ikasleek izugarritzko trebetasuna lortzen dute.

2.3.6. ZOI metodoaren ikaskuntzaren zailtasunak

ZOI algoritmoa menderatzeko bideak zenbait zailtasun ditu (algoritmo tradizionalak ere baditu, baina honi gainera sistemari berari dagozkionak gehitzen dizkie: bururakoak izatea, zenbakiak bertikalean zuzen jartzea...). Eta, ikusiko dugunez, zailtasun horiek ez daude metodoaren beraren mende, baizik eta De la Rosa Sánchez (2012) ondoren zehazten dituen beste inguruabar batzuen mende.

Bai algoritmo batek bai besteak zenbakiak ondo menderatzea eskatzen dute, eta hori da aurkitzen dugun lehen oztopoa, ikasleak Lehen Hezkuntzara iristean zenbakiekin oraindik arazo larriak dituztela. Arazo hori ez zaio zuzenean irakasleari egozten, Haur Hezkuntzako testuliburuetan erabiltzen den eta irakasleari lan-ildo gisa balio dion metodologia eskasari baizik.

Behin ZOI algoritmoarekin lanean hastean, zotzak manipulatzuz eta ikasleek zenbakiak alde batetik bestera mugitzean ikusiko dugu ikasleen heldutasunak klasea hiru taldetan banatzen duela: metodoa hartu eta zailtasunik gabe aplikatzen dutenek, prozesua aplikatzen dutenek baina manipulazio-kontuetan huts egiten dutenek, eta azkenak, arreta eta manipulazio-trebetasunik ez izatekotan denbora eta pazientziarekin konpondu daitekeen arazo bat ekartzen dute.

Beste oztopo bat da, hasieran, etxean ikaskuntza horren alde egin dezaketen gurasorik ez izatea. Horregatik, oso gomendagarria da metodoa gurasoei irakastea haiekin hainbat saio eginez. Hurrek bezala guraso bakoitzak bere erritmoarekin barneratzen ditu kontzeptuak. Kasu honetarako gomendioak hauek dira: talde txikitan saioak egitea eta hurrek erabiltzen duten material bera erabiltzea (zotzak, erretiluak eta zeldilak paperean). Metodo osoa ez azaltzea, une horretan hurrei irakasten ari garen metodoari

soilik erreparatzea, ariketak jartzea haiek bakarrik egin ditzaten eta metodoa ikusten ez dutenentzat oso eraginkorrak diren zotzak eta hamarrekoak dirua bezala ikusteko eskatzea, azken horrek asko irekitzen dielako helarazi nahi diegun ideia.

Beste oztopo bat, aurrekoarekin zerikusi handia duena, honako hau da: ikasleak algoritmo tradizionalarekin lan egiten jakitea edo etxetik algoritmo hori aldi berean irakastea. Lehenengo kasuan, zailtasun gaindiezina da; izan ere, ezagutza horiek ez dute galarazten eragiketa batzuk egin ondoren, algoritmo berria ezin hobeki hartzea; bigarrena, ordea, serioagoa da, ikaslearengan gatazkak sortzen baititu zer prozedura aplikatu behar den erabakitzeko. Azken kasu horretan, oso garrantzitsua da familiarekin hitz egitea eta sortzen ari den arazoa ikustaraztea, eta, nahi izanez gero, eskolan egiten ari dena menderatu ondoren beste algoritmoa ikasi ahal izatea.

Azkenik, normalean, gutxien garatutako ikasleak beste ikaskideen kalkulu-egoerak lortzen saiatzera jotzen du nagusiki, zotzak erabili gabe. Nahiz eta hasiera batean egoera hori positiboa izan, alferrikako akatsetan erortzea esan nahi du, ez baita beharrezkoa laguntza hori alde batera uztea ikasleak bere buruan makilekin manipulazioan egiten zituen prozesuak ikusten dituen arte, horrek aukera emango baitio eragiketa desberdinak egiteko dituen aukerak ulertzeko. Gainera, egoera horrek antsietatea sor diezaioke, modu naturalean iritsiko den maila nahitaez lortu nahi duelako. Hori dela eta, oso garrantzitsua da berari eta familiari ikusaraztea: izan ere, eboluzio natural horretara ariketak eginez iristen da, presarik gabe eta beste ikaskideekin konparaziorik egin gabe.

2.3.7. ZOI metodoaren printzipioak

Ikaskuntza-irakaskuntza prozesu oro jarduteko metodologia eta printzipio baten arabera egiten da, eta printzipio horiek, kasu honetan, metodo baten lana garatzea errazten dute. Hori dela eta, Martinez Monterok (2011), printzipio batzuk planteatzen ditu ZOI metodoarentzako, Matematikako Irakaskuntza Errealista (ERM) ikuspegiaren arabera jarduten dutenak.

“EMR ikuspegiaren barruan kokatzen gara, hau da, eskolan matematika giza jarduera bat dela definitzen da, norberaren esperientziaz elikatzen dela, ikasleen ezaugarrietara egokitu behar dela eta bizitzarekin eta subjektuen benetako beharrekin lotuta egon behar duela.” (Martinez Montero, 2011, p. 98-99)

- Berdintasun printzipioa. Ez da existitzen matematiketan ukatuta den jendea, eta haien aurrean edozein esfortzu alferrikakoa dena. Gizakia, jaiotzetik oso ondo hornituta dator matematika-ikaskuntzarako. Egia da, beste eremuetan bezala, subjektu batzuek beste batzuek baino errazago ikasten dutela, baina beharrezko laguntzekin ikasle guztiek matematika-gaitasun onargarria lor dezakete.
- Esperientziaren printzipioa. Matematika oso materia abstraktua da eta beraz, ezin da ezabatu ahozko edo ordeko ikaskuntzen bidez objektuen edo haiekien egiten diren ekintzen erabileraren zuzeneko esperientzia. Horregatik, haurra bere ikaskuntzaren eraikitzaile aktiboa izan behar du.
- Zenbaki osoak erabiltzearen printzipioa. Printzipio honek metodologia tradizionalarekin hausteko puntua ezartzen du. Ikasleak zenbaki osoekin manipulatu, lan egin, kalkulatu eta estimatzen du, zatiketa artifizialik gabe, zifra osoekin soilik lan egiteko. Zenbakien egiturak zenbakiaren erabilera oso konplexua egiten duenean, subjektuak zenbaki txikiagoetan zatituko ditu, baina inoiz ez zentzurik gabeko unitateetan.
- Gardentasunaren printzipioa. Printzipio hau hainbat ikuspuntutik har daiteke. Alde batetik, esan nahi du matematika-edukien ikaskuntzan ez direla ezkutatu behar haiek eraikitzeke behar diren urratsak eta prozesuak. Bestalde, erabiltzen diren material eta baliabide sinbolikoek erreferentzia gisa hartzen duten errealitatea ahalik eta modurik fidelena islatzea.
- Subjektu bakoitzaren erritmora egokitzeko printzipioa. ZOI algoritmoen egitura oso malgua da eta posible egiten du bakoitzaren erritmora egokitzea, formatu tradizionalan ezinezkoak diren kalkuluak banatu eta errazteko.
- Autoikaskuntzaren eta autokontrolaren printzipioa. Algoritmo berrien egitura bereziari esker lortzen da. Kalkuluak bitan banatu edo multzokatu ahal izateak, batuketa- edo biderketa-egitura osoa aldi berean erabiltzeak eta tarteko urrats guztiak kontrolatzeak, tarteko prozesuak integratzeko eta laburtzeko aukerak irekitzen ditu, bai eta subjektuak berak egiten duenaren zehaztasuna egiaztatzeke aukera ere.

2.3.8. CBC eta ZOI metodoaren arteko konparaketa

Metodo tradizionalaren eta ZOI metodoaren arteko desberdintasunak argiago ikusteko eta autore desberdinen hainbat artikulu irakurri ondoren, taula batean islatuta geratu dira.

1. taula. ZOI eta CBC metodoen arteko aldea.

CBC METODOA	ZOI METODOA
Eragiketak, ekuazioak edo erro karratuak egiteko modu bakarra dago.	Kalkulu irekiak dira, hau da, subjektu bakoitzak bere ahalmenen arabera eta bide desberdinak jarraituz egin ditzake. Beraz, ikasle bakoitzaren ezaugarrietara eta beharretara egokitzen laguntzen du.
Zehatz-mehatz aplikatu behar diren jarraibide batzuk memoriaz ikastea. Batuketan, kenketan eta biderketan kasuan, eskuinetik hasi behar da beti, eta zatiketetan, ezkerretik.	Kalkuluei ekiteko ordena zorrotza erabiltzeak zentzua galtzen du. Ordena ikasleek egiten dituzten zenbaki txikiagoen deskonposiziotik dator, eta deskonposizio hori subjektuak eragiketa ebazteko markatu duen estrategiaren arabera izango da.
Magnitude-aginduetan erabiltzen diren zenbakiak deskonposatu egin behar dira, eta ondoren, parekatzearen kalkulua egiten hasi.	Behar adina alditan banatu daitezke magnitude aginduak.
Abakoa du oinarri, bai eta kantitateak adierazteko eta eraldatzeko modua ere.	Eragiketak zenbaki osoekin egiten dira, eta ez dira digituak balira bezala erabiltzen, haien magnitude-ordena edozein dela ere.
Ezinezkoa da aldi berean magnitude-ordena bat baino gehiago kalkulatzeko.	Magnitude-ordena bereko banaketa eta horiek batera integratzea erabiltzen da, baina subjektuak markatu duen

	estrategiaren araberakoa da. Horrek malgutasun maila handia ematen du.
Bururakoak algoritmo oso sintetikoak ebazteko erabiltzen dira.	Bururakoak kentzen dira, eta beraz, zenbakiak kantitateak bezala erabiltzen dira.
Eragiketak ondo ateratzen ez zaizkienez, ez zaizkie gustatzen; gustuko ez dituztenez, egiteari uzten diote; eta egiten ez dituztenez, ez dakite ondo egiten.	Haurrei lanak ondo ateratzen zaizkienez, gustuko dituzte; gustuko dituztenez gehiago praktikatzen dituzte; eta gehiago egiten dituztenez, gero eta hobeto egiten dituzte.

Nota: Banakako elaborazioa testu hauetan oinarrituta: Navarro, Fernández, Soto, Tortosa (2012); Martínez Montero (2018); Martínez Montero eta Sánchez Córtes, (2019); Martínez Montero (2010).

2.4. Ikasleen ahalmenak Haur Hezkuntzan

Haur Hezkuntzako etapa oso garrantzitsua da ikasleen garapenerako. Eskolatzealdi horretan, haurrak eskola-etapa guztietako hazkunde kognitibo handiena izaten du. Baina ez da soilik kontuan hartu behar etapa hori ikuspuntu kognitibotik; izan ere, irakasle batek, aurrerago, ez du halako eraginik izango haren gainean.

Ikasleek ezagutza informal asko ekartzen dituzte eskolara, eta horiek agerian utzi behar dira. Horregatik, Haur Hezkuntzako ikasle bat matematikari goiztiarra eta trebea da bere eskalan, eta imajina ditzakegun baino gaitasun askoz handiagoak ditu.

Martinez Monterok (2017) dio gutxienez 5 puntu hauek hartu behar direla kontuan ikasle baten ulermen-falta justifikatzeko:

- Heldutasun eza. Hurrek oso alde nabarmenak dituzte haien artean, bai haur bakoitzaren heltze-erritmoa desberdina delako, bai, bereziki, haur-hezkuntzan, urte horretako urtarrilean edo abenduan jaiotako hurrek ez dutelako berdina bizi.

- Adierazpen-gaitasunik eza. Aurreko puntuarekiko aldea dago. Adierazpen-gaitasunik eza da zerbait kontatu edo adierazteko hitzezko tresna ez menderatzea.
- Ikasteko aukerarik eza. Batzuetan, haur batek ez daki ezer egiten ez duelako hori ikasteko aukerarik izan, ez horretarako gai ez delako. Horregatik, haur batek zerbait egiten ez dakiela uste baino lehen, eman diezaiozun lehenik hori ikasteko aukera.
- Irakaskuntza desegokia. Askotan, haur batek ez daki menderatu beharko lukeen zerbait, hori irakatsi zitzaionean ez zelako behar bezala egin eta beraz, ez zuelako ongi ikasi. Horregatik, haur batek ikasten ez duenean, prozedura aldatu eta berriro saiatu beharko litzateke.
- Haurrak ikasteko zailtasunak ditu. Bistan da, lehen aipatutako puntuak ebatzi badira, litekeena dela haurrak ikasteko zailtasunak izatea. Horrek ez du esan nahi haur horrek ezin duenik ikasi, baizik eta besteek baino denbora eta ahalegin gehiago egin behar dituela.

2.5. Zenbakiaren zentzua Haur Hezkuntzan

Neuropsikologia kognitiboan egindako zenbait lan eta ikerketak erakutsi dutenez, adin goiztiarrenetik subjektuak trebetasun matematikoak garatzeko gai dira (Martínez Montero eta Sánchez Cortés, 2017).

Irakaskuntza bat aurreko guztitik atera daiteke. Beraz, jaiotzez nolabaiteko zenbakizko zentzuz hornituta bagatoz, ez dirudi lehen zenbakien didaktikak haurraren garuna oraindik ezer inskribatu ez den taula arrasa bat balitz bezala jokatzeko zentzudunena denik, trebetasun horietatik abiatuta izan beharrean. Hortik abiatzen da ZOI metodoaren ikaskuntza, hau da, haurrak dakizkien gauzetatik eta aurretik ikasi duenetik (Martínez Montero eta Sánchez Cortés, 2017).

Dahenek (Martínez eta Sánchek aipatuta, 2017) dio espazioaren, denboraren eta zenbakien funtsezko intuizioekin jaiotzen garela eta intuizio horiek animalia espezie askorekin partekatzen ditugula. Giza intuizio aritmetikoa ezagutza-sare konplexua da, eta Dahenen arabera eta Martínez Monterok eta Sánchez Cortések (2017) aipatzen duten bezala, gizakia honetarako gaitzen du:

- Multzo baten kardinala gutxi gora behera eta modu oso azkarrean zenbatatea.
- Batuketa eta kenketa baten emaitza aurreratzea, modu zehatzean multzo txikiak direnean, eta gutxi gora behera multzoak handiak direnean.
- Multzoak beren ugaritasunaren edo tamainaren arabera epaitu eta bereiztea.
- Zenbakiak espazioan kokatzea, ordenatu ahal izateko, eta, beraz, zenbaki jakin bat batzuegandik hurbilago dagoela jakiteko.

Aipatutako guztiak agerian jartzen du ikasleak gai direla matematika lan konplexuak egiteko, baldin eta, lehenik, haien intuizio aritmetikoa kantitateekin eta objektuekin lantzen bada, eta intuizio hori sistematizatuta, gero aritmetika sinbolikoa ikasten bada.

Kantitateetan lan egitea garrantzitsua da, ikasleek arauak aplikatzen ez ezik, eraikitzen, kopuruen eta zenbakien arteko erlazioak aurkitzen eta bide alternatiboak bilatzen ikasten baitute, eta erlazio horiek deskribatu eta gogoratzeko beren estrategiak aplikatzen baitituzte.

Haur Hezkuntzako ZOI metodoaren lehentasunetako bat zenbakizko zentzua eraikitzea da, zeina irekia dinamikoa eta bizia da; zenbakiarena ez bezala, estatikoa, zehatza eta itxia baita.

Griffinen (2004) arabera bi eskema kognitibo ditu: kantitateen konparazio globalak egiteko balio duena eta kontatzeko balio duena. Haur Hezkuntzako etaparen bukaeran orain arte banatuta lan egin duten bi eskema hauek, egitura kontzeptual bat osatu ahal izateko integratu egingo dira. Egitura kontzeptual hori ikaskuntza ororen oinarria da, eta zenbakizko zentzuaren benetako garapena ahalbidetuko du.

Autore berdinarekin jarraituz, adierazi zuen ikasleari hiru mundu handi elkartzea ahalbidetzen diela: kantitatea espazioan eta denboran, zenbatzeko ekintza eta zenbakizko sinboloak. Modu honetan, zenbakiaren zentzuan hezteko haurrari hiru munduen arteko erlazio-multzoa eraikitzen laguntzea da.

Haur Hezkuntzako ikasleekin egin beharreko lan didaktikoa zenbakiaren zentzua garatzea izan behar du. Hau da, bere intuizio-gaitasunarekin lotuz, zenbakizko sinboloen bidez garatzen dituen esperientziak eta jarduerak eskaintzea.

Orain arte esandakoaren arabera, eta Martínez Monterok eta Sánchez Cortésekin (2017) diotenez, irakaskuntza-ikaskuntza prozesua hiru ardatz nagusiren inguruan egituratuko da:

- Objektu-multzoen edo bildumen ugaritasuna eta kardinaltasuna ezartzea.
 - Zenbaketa: Ugaritasuna eta kardinaltasuna bereiztea ahalbidetzen du. Lehenengoak multzo batek hartzen duen espazioari egiten dio erreferentzia, eta bigarrenak, aurreko multzoaren neurri zehatzari.
 - Subitizazioa: Kardinala ezartzeko aukera ematen du, alde aurretik kontatu beharrik gabe.
 - Estimazioa: Kardinalaren ezarpenean hurbilketa bat ezartzean datza.

Laburbilduz, ardatz honekin zenbaketa-lanak egingo dira, baina estimazio eta subitizazioko beste batzuk ere hartuko ditu bere barnean. Horretarako, objektu-bildumak, horien kokapenean izan daitezkeen patroiak, konfigurazioak, zenbakizko zuzen horizontal eta bertikalak eta sarrera bikoitzeko taulak erabiliko dira.

- Zenbakiaren egitura eta multzoen eta bildumen arteko konparazioak.

Hemen multzoen arteko konparazioa lantzen da, zeina ondoren haien artean ordena bat ezartzeko aukera ematen digu. Multzoen arteko konparazioak egiteko objektu, patroia, konfigurazio, zenbakizko zuzen horizontal eta bertikalak eta tauletaz baliauko gara.

- Multzoetako eta bildumetako eraldaketak. Oinarrizko eragiketen hasiera.

Multzoek jasaten dituzten eraldaketez ari gara, baina arreta prozeduran jarritz, zeinaren arabera erantzuna aurreratu daiteke fisikoki manipulazio guztiak egin gabe. Hauek lau eragiketen arabera burutuko dira: batuketa, kenketa, biderketa eta kenketa.

3. LANAREN METODOLOGIA

Marko teorikoan zehar ikusi ahal izan da metodo hau metodo tradizionalak ordezkatzeko metodo bat bezala agertu dela. ZOI metodoaren egiazkotasuna

frogatzeko, bere sortzaileak, hau da, Jaime Martínez Monterok praktikan jarri zuen. Emaiza hauek “el método del cálculo abierto basado en números (ABN) como alternativa de futuro respecto a los métodos tradicionales cerrados basados en cifras (CBC)” (Martínez eta Sánchez, 2011) artikuluan aipatzen da. Artikulu hau Jaimeren artikulurik garrantzitsuenetariko bat da. Ikerketa hori 2009-2010 ikasturtean burutu zen Cadizeko badiako lau ikastetxe publikoetan. Bertan, egile berberaz gain, zortzi irakaslek, bederatzi taldek eta 210 ikaslek parte hartu zuten. Lortutako emaitzek ez dute inolako zalantzarik uzten, ZOI metodoaren arabera lan egiten duen ikasleen lorpen-maila metodo tradizionala jarraitzen dutenena baino askoz ere altuagoa baita. Oinarri horietatik abiatuta, nire gradu amaierako lana metodologia hori gauzatzeko jardueren proposamenean oinarrituko da.

Aurretik esan dudan moduan, GBL honen helburu nagusia ZOI metodoa Haur Hezkuntzan nola landu jakitea da, eta horretarako, nagusiki “*desarrollo y mejora de la inteligencia matemática en Educación Infantil*” liburuan oinarritu naiz. Gradu Bukaerako Lana eta, bereziki, proposamen didaktikoa hobeto ulertzeko, beharrezkoa da liburuaren atalak ezagutzea eta nola konfiguratuta dagoen jakitea.

Liburu honek 17 kapitulu ditu, 4 zatitan banatuta daudenak. Horrez gain, bi hitzaurre daude, liburuaren edizio bakoitzeko bana.

Lehenengo blokean, zenbakiari egiten zaio erreferentzia, eta bereziki hurrek Haur Hezkuntzan eskuratu behar duten zenbakizko zentzuari. Hori eskuratzeko, hiru gaitasun adierazi behar dira, eta horiek izango dira liburuaren edukiaren ardatz egituratzaileak.

Horietako lehenengoari eta, beraz, liburuaren bigarren multzuari sei kapitulu eskaintzen zaizkio. Horietako lau, batez ere, zenbatzeko gaitasunaz arduratzen dira, eta ikasleek gaitasun hori eskuratzeko igarotzen dituzten 5 maileri jarraitzen diete. Beste kapitulu bat subitizazioari buruzkoa da, eta kardinala aldeztu aurretik zenbatu gabe ezarri ahal izatea bilatzen da. Bloke honen azken kapituluan estimazioaz hitz egiten da, kardinal bat gutxi gorabehera ezartzean oinarritzen dena.

Bigarren kapazitateak, hau da, hirugarren blokeak sei kapitulu ditu. Lehenengoan, kantitateen eta haien irudikapen sinbolikoaren arteko erlazioa ikus dezakegu. Bigarrean, Haur Hezkuntzan hamarrekorekin nola hasi egiten zaio erreferentzia.

Hurrengo hiru kapituluetan zenbakien irudikapenari eta beraz, haien barne-egiturari buruz hitz egiten da. Azken kapitulua, berriz, zenbakien ordenazioari eta konparazioari buruzkoa da.

Hirugarren eta azken gaitasunari hiru kapitulu baino ez zaizkio eskaintzen. Horietan guztietan, eragiketen hasierari eta hauek ikasgelan aplikatzeari buruz hitz egiten da. Eragiketa horiek batuketa, kenketa, biderketa eta zatiketa dira, eta manipulazio eta egoera errealisten bidez egingo dira.

4. PROPOSAMEN DIDAKTIKOA

4.1. Arloa, helburua eta edukiak

Proiektu hau, 23/2007 FORU DEKRETUA, martxoaren 19koa, Nafarroako Foru Komunitateko Haur Hezkuntzako bigarren zikloko irakaskuntzetarako curriculuma ezartzen duenean ("Foru Dekretua", 2007) oinarrituta egongo da, zeinak bere arlo baten barnean zehazten diren: II. Saila: ingurua ezagutzea.

Sail honen barnean helburu hauek aurkitu ditzakegu:

- Abilezia matematikoetan hasteko, elementuak eta bildumak funtzionalki manipulatu, haien ezaugarriak identifikatu eta haien arteko taldekatze, sailkapen, hurrenkera eta kuantifikazio harremanak ezartzeko.

Sail honekin jarraituz, aurkitu ahalko ditugun edukiak hurrengo multzokoak izango dira:

1. Multzoa: Ingurune fisikoa: elementuak, harremanak eta neurketak.

- Objektuen eta haien ezaugarriak eta nolakotasunak atzematea. Elementuak sailkatu eta haien ezaugarriak eta mailak aztertzeke interesa. Lehendabiziko zenbaki ordinalak testuinguru egokian erabiltzea.
- Bildumen zenbaketaren hastapenak. Konketa kalkulatzeko estrategia gisa erabili eta kantitate erabilerrazei buruzko zenbaki kardinalak erabiltzea.
- Neurketa beharrezkoa duten egoerak aztertu eta identifikatzea. Neurtzeko tresnekiko interesa eta jakin-mina. Haien erabilerari buruzko hastapenak.

- Zenbakien sailari buruzko hastapenak eta haiek ahoz erabiltzea kontatzeko. Zenbakiak eguneroko bizitzan duten funtzioz ohartzea.

Edukiekin jarraituz, komunikazioa eta irudikapena sailean, 1. Multzoa: hitzezko hizkuntza, multzoan honako puntu hau ere aurki dezakegu:

- Objektuen izena eta dagokien argazkiari nahiz marrazkiari lotzea, bai eta sinbolo grafikoak edo zeinuak haien esanahiei ere.

4.2. Helburu zehatzak

Proposamen didaktiko honen helburu nagusia ikasleen zenbakien zentzua garatzea da. Helburu horretara iritsi ahal izateko helburu zehatz batzuk zehaztu ditut:

- Multzo baten ugaritasuna eta kardinaltasuna ezartzea.
- Zenbakien egituraz jabetzea.
- Multzoak eta bildumak alderatzea.
- Multzo eta bildumak eraldatzen hasi. Oinarrizko eragiketak egiten hastea, hala nola, batuketak eta kenketak.

Hauekin batera beste hainbat helburu lortu nahi dira, hala nola, kalkulu mentala hobetzea, problemak ebazteko erraztasun handiagoa izatea, ikaskuntza prozesuan gertatzen diren prozesuak ulertzea eta matematikarekiko motibazio handiagoa lortzea.

4.3. Metodologia

Haur Hezkuntzan ZOI metodoa sartzeko planteatutako metodologia behaketa eta manipulazioan oinarrituta dago, hau haurraren ikaskuntza eta garapen psiko-ebolubioaren zati garrantzitsuena izango delako. Horregatik, metodologia aktibo bat erabiliko da eta haien bizitako esperientzia informalak kontuan izango dira, haurra bere ikaskuntza prozesuan parte hartu dezan. Lehen esan den moduan metodologia honek ezaugarri irekia du eta ez dago emaitza lortzeko modu bakar bat. Beraz, haurrari nahi duen moduan egiten utzi beharko zaio, berak bakarrik emaitzara iritsi dezan.

Proposatutako jarduerak aldaketak jasan ditzakete hurrek jarduerak burutzen diren egunetan duten portaerak baldintzatuta, baina normalean aldaketa horiek ez dira beharrezkoak izango.

4.4. Baliabideak

Materialek, metodo honen barruan garrantzia handia hartzen dute, jokoak eta manipulazioak protagonismo handia hartzen dutelako. Material horiek haurrak elkar-eragiteko eta ikaskuntzak sortzeko objektu bihurtzen dira.

Proposatutako jarduerak aurrera eramateko eta ikasleen irakaskuntza errazteko, baliabide hauek erabiliko ditugu:

- Giza baliabideak:
 - Tutoreak.
 - Laguntzako irakasleak.
- Baliabide materialak:
 - Irakasleak sortutako materiala: Kamiseten txartelak, zenbakizko katea, dado handia, zenbakien fitxak eta subitiziaziorako laminak.
 - Hondarreko materiala: Botoiak, sokak, platerak, pintzak, zotzak, gomak eta tapoiak.
 - Jolasak: Kuboak, plastikozko panpinak, borlak, blokeak, uztailak, margoak, karta sorta espainiarra, zenbakizko alfonbra eta kanikak.
 - Janaria: Tomateak.

4.5. Proposatutako jarduerak multzo didaktikoen arabera

4.5.1. Lehenengo multzoa: objektu-multzoen edo bildumen ugaritasuna eta kardinaltasuna ezartzea.

4.5.1.1. Oinarri teorikoak: zenbatu, subitizatu eta estimatu.

Ugaritasuna multzo bat osatzeari egiten dio erreferentzia. Kardinaltasuna da ugaritasun horren neurri zehatza. Ardatz egituratzaile hau jardueraz eta esperientziez arduratuko

da, kontaketa ez ezik, kardinala ezartzeko hurbilketa (estimazioa), eta zenbatu beharrik gabeko kardinala ezartzeaz (subitizazioa).

Zenbatzeko jarduerak, era berean, objektuen eta zenbakizko zuzenen arteko elkarrekotasuna kontuan hartuko dute, horrela, ordinaltasunaren nozioa garatzeko.

1. Zenbaketaren hastapenak

Lehen zenbakien ikaskuntza-sekuentziak honako urrats hauek jarraitzen ditu:

1. Multzo bateragarriak bilatzea.

Elementu kopuru bera duten multzoak bilatzeko ataza da. Haien osagai numerikoa deskubritzea da kontua, hau da, elementuz elementu koordinatzeko gai dena, edozein dela ere haren antolamendua edo kanpoko itxura.

Urrats hau garatzeko hiru jarduera mota daude:

- Multzo bateragarriak parekatzea.
- Datu baten baliokideak diren multzoen bilaketa.
- Multzo bat sortzea eta haren baliokidea bilatzea.

2. Patroi fisikoa ezartzea.

Zenbaki jakin bateko edozein multzo ordezkatzeko duen patroi fisikoa bilatzean, ona da edozein multzo edo kantitatetarako balio behar duen forma abstraktuan amaitzen den abstrakzio-sekuentzia bati jarraitzea. Ildo horretatik, jarraipen naturala egon behar da aurreko ataleko azken ariketaren eta lehen ariketaren artean.

- Esanahi bera duten erreferente fisiko komunak ezartzea.
- Esanahirik gabeko erreferente fisiko komunak ezartzea (abstraktuak).

3. Patroiak ordenatzea.

Maila honetara igotzeko, aurreko ariketa guztiak inolako akatsik gabe egiteko gai izan behar du haurrak. Maila horretan, patroi-multzoen arteko baliokidetasunak ezartzen hasten da, eta ondoren, ez-baliokideen artean “bizilagunak” edo aurretik elementu bakarrean bereizten diren multzoak elkartzen dira. “Bizilagunen” bila, zenbakien lehen segidak eraikitzen amaitzen da.

4. Itxuren aniztasuna patroieta.

Orain arte, konjunto-patroiak antolamendu finkoa eskaini du, baina erabiltzen diren materialen izaerak eragindako oszilazio logikoekin. Hemen nabarmendu nahi dena da zenbakietarako patroia bakarra egon ez dadin saiatu behar dela, zenbakiak askotarikoak izan ez daitezten. Horiekin bi kontu garrantzitsu ziurtatzen ditugu. Alde batetik, abstrakzioaren printzipioa betetzen laguntzen dugu, eta bestetik, haurrak zenbaketa azkarrean hasten ditugu, hau da, subitizazioan.

5. Zenbaki-katea aplikatzea.

Azken urratsa da. Multzoko elementu bakoitzari zenbaki baten izena dagokio. Aipatzen den azken izenak adierazten du kontatu diren elementu guztiak.

Hori zuzen egin ondoren, ikasleak tarte luzea egin du: edozein multzotako kardinalen irudikapenetik hasi, eredu fisikoetatik eta eredu abstraktuhitzeoetaraino.

2. Zenbaketa

Zenbatzea haurrak bere zenbaki-gaitasuna garatzeko eta bere kontzeptua ikasteko erabiltzen duen prozesuetako bat da. Guztiaren oinarria da. Ezer gutxi egin daiteke haurrak ondo kontatzen ez badu. Zenbatzea da, kardinalak aurkitzea, zenbakien segidetatik igotzea edo jaistea, etab.

Zenbakizko katean, haurrak bost progresio-maila ditu eta honako hauek dira:

1. Soka maila. Zenbaketaren hasiera irudikatzen du, haurra zenbakiak esateko gai da baina ez daki elkarren artean erlazionatzen. Maila horretan, haurrak ez daki zenbakia bere kantitatearekin lotzen.
2. Kate ukiezinaren maila. Haurra maila horretara iristen da zenbaki-katea asko errepikatu duenean. Zenbakiak jada ez dira soinuaren segida etengabeak, kate bat sortzen duten espaloiak bazik. Baina hau hautsezina da, hau da, haurra ezin da bat ez den beste zenbaki batetik zenbatzen hasi.
3. Kate hauskorren maila. Maila hau haurra edozein zenbakitik hasteko gaidenean lortzen da, hau da, zenbakizko katea apurtzen duenean.
4. Kate-maila zenbakigarria. Etapa honetan, haurra gai da edozein zenbakitik aurrera zenbatzeko, beste zenbaki bat esateko eta dagokion lekuan gelditzeko.

Hau da, haurrak bi kate gainjar ditzake, bietan kontu desberdina eraman eta, aldi berean, bata bestearekin korrespondentzia ezarri.

5. Bi noranzko katearen maila. Irits daitekeen mailarik altuena da. Hura menderatzeak esan nahi du haurra gai dela aurreko mailan bezala egiteko, baina orain kontrako norabidean, hau da, atzera eginez.

Zenbaketa funtsezko jarduera da zenbakiaren kontzeptua eraikitzeko. Dituen ezaugarriak oso garrantzitsuak dira eraikuntza honetarako.

Gelmanek eta Gallistelek zenbaketaren oinarriko printzipioak adierazten dituzte: elkarrekikotasun-printzipioa, ordena egonkorraren printzipioa, kardinaltasun-printzipioa, abstrakzio-printzipioa eta ordenaren garrantzirik ezaren printzipioa.

3. Subitizazioa

Behin baino gehiagotan esan den bezala, zenbatzea multzo baten ugaritasuna neurtzea besterik ez da, haren kardinaltasuna ezartzea. Baina batzuetan, multzo baten kardinala ezartzeko ez da inolako zenbaketa-jarduerarik egin behar, kardinal hori bat-batean agertzen baita haurraren buruan, aldeztatik ikasi gabe. Horixe da subitizazioaren fenomeno.

Haurrak gai dira trebetasun hori lantzeko, segurtasun osoz eta inolako akatsik gabe hiru elementurainoko bildumetan, baina irakaskuntza on batekin lehenengo dozenaraino zabaldu daiteke. Horregatik, subitizazio ariketak laugarren zenbakitik aurrera hasiko dira. Oso ariketa bisualak eta oso graduatuak izan behar dute, trebetasun hori nahiko urruti hedatu ahal izateko.

Subitizatorako gaitasun indartsu eta segurua izatea da aldeztatik aurrera urratsa estimazio ona lortzeko.

Irakaskuntza-ikaskuntzaren sekuentzia didaktikoak fase hauek jarraituko ditu:

1. Zenbaki bakoitzeko konfigurazio finkoen aurkezpena, haien aldaerekin.
2. Ikasi diren zenbakiaren konfigurazio finkoen aurkezpen konbinatua.
3. Konfigurazio lausoen aurkezpena.
4. Zenbaki desberdinetako konfigurazio lausoen aurkezpen konbinatua.

4. Estimazioa

Haurren estimazio-gaitasuna oso ondo ezarrita dago. Bere bizitzako lehen egunetatik agertzen da, eta eboluzionatu egiten du, bildumarekin izandako esperientziek ikaskuntza garrantzitsuak ematen dizkioten heinean.

Estimazioa hurrek matematika-zailtasunei aurre egiteko tresnetako bat da. Kontua ez da haurrak hutsaren gaineko estimazioak egitea, baizik eta subitizazio ariketei esker alde zuzenetik eskuratuta duen ugaritasun zentzu bati buruzkoak.

Estimazioaren irakaskuntza-ikaskuntza prozesua subitizazioarena amaitzen den tokian hasten da. Beraz, aurreko faseak kontuan hartuta, honela jarraitzen du:

5. Elementu desordenatuak dituzten multzoen artean oinarritzko konfigurazio baten kardinalari dagokiona identifikatzea.
6. Bildumen aurkezpen konbinatua. Horien barruan, elementuen kanpoko ezaugarrien arabera zati desberdinak ezar daitezke, erraz ulertzeko moduan, eta beraz, multzoa beste zati txikiago eta identifikatzeko errazago batzuetara murrizteko.
7. Elementu bereizgabeak dituzten bildumen aurkezpen konbinatua.

4.5.1.2. Proposatutako jarduerak

1. jarduera: Multzo bateragarriak bilatzea

Jarduera honekin lortu nahi den helburu nagusia bi multzoren arteko zenbakizko osagai baliokidea aurkitzea da. Honetaz aparte, objektuak ongi zenbatzea eta trebatzea.

Jarduera hau burutzeko mota desberdinetako elementuak erabil daitezke eta modu askotan planteatu daiteke, baina kasu honetan hauek dira nik proposatutako materialak:

- Platerrak
- Borlak
- Plastikozko panpinak

Jarduera hau hirutan banatuko da, eta zailtasunaren arabera antolatuta egongo da, hau da, errazenetik hasi eta zailenarekin bukatuko da.

Lehenengo jarduera egiteko zortzi plater bi zutabetan banatuko dira, hau da, lau plater zutabe bakoitzean. Platerretan 1 eta 4 zenbakien arteko kopuruak egongo dira banatuta eta zutabe bakoitzean objektu desberdinak jarriko dira, hurrek horiek erraz desberdindu ditzaten. Lehenengo zutabeko platerretan, kasu honetan, borla kopuru zehatza jarriko da eta beste zutabeko platerretan, hau da, plastikozko panpinak dituzten platerretan, bere baliokidea egongo da. Beraz, hemen hurrek bi zutabetako platerrek kantitatearen arabera parekatu behar dituzte, zutabe bakoitzeko kopuru bera duten bi platerrek elkartuz.

Bigarrenean, lehenengo zutabeko platerretan, lehen bezala, borla kopuru zehatza jarriko da. Ondoren, beste objektuak, hau da, plastikozko panpinak, multzo batean utziko dira. Bertan hurrek lehenengo zutabeko plater bakoitzaren borla kopurua kontuan izanda, bigarren zutabearen kopuru bereko multzoak egin beharko dituzte.

Hirugarrena aurrekoaren antzekoa izango da. Kasu honetan hurrak lehenengo zutabearen nahi duen kantitateko multzoa sortuko du. Horretarako, borlak kutxa batean sartuta egongo dira eta hurrak kutxan eskua sartu eta borla eskukada bat ausaz hartu dezan esango zaio. Ondoren, aurrekoan bezala, lehenengo multzoen parekideak egin beharko dituzte.

Aurreko kasuan, batetik laurako zenbakiak erabiltzen ziren eta haiek hori erreferentzia moduan hartu ahal zuten multzoak sortzeko momentuan. Hemen aldiz, lehenengo multzoa ausaz hartzen denez, hurrek hori ongi kontatu beharko du bigarren multzoa modu egokian egin ahal izateko.

Jarduera hau burutzeko hainbat aldaketa egin daitezke. Bi zutabeak modu desberdinetan kokatu daitezke, bata bestearen aurka aurkezten baldin bazaizkie (lerro paraleloak) haien artean errazagoa izango da baliokidea aurkitzea. Guztiak lerro jarrai batean jartzen baldin badira, nahiz eta erdian banaketa bat izanda, haien artean zailagoa izango da bestea aurkitzea ez dituztelako aurrean izango konparaketa egin ahal izateko.

Beste aldaketa bat, plater kantitate kopurua handitzea izango litzateke. Hurrei erraza iruditzeotan objektu kantitate kopurua hamarrera arte handitu daiteke, eta beraz plater kopuru eta baliokideak egiteko aukera gehiago daudenez zailagoa da baliokidea aurkitzea.

Sortzen zaizkien zailtasunen arabera egin daitekeen beste moldaketa bat bi platerren artean baliokideak aurkitu ordez, hiruren artean aurkitzea izango litzateke. Horretarako aldaketa bakarra beste zutabe bat gehitzea izango litzateke eta hurrek objektu kantitate bereko hiru plater aurkitu beharko dituzte.

Ebaluazioari dagokionez, jarduerak egin ondoren ikaslea gai izan beharko da izaera bereko elementuez osatutako multzoen arteko bateragarritasuna ezartzeko. Bestalde, eta aurrekoa lortzeko, objektuak modu egokian zenbatzeko gai izan beharko da.

2. jarduera: Patroi fisikoa ezartzea

Jarduera honekin lortu nahi den helburu nagusia patroi fisikoa bere sinboloarekin ezartzea da.

Materialei dagokienez, jarduera hau egiteko nik proposatzen ditudan materialak honako hauek dira:

- Kamiseta baten txartela (ERANSKINA I)
- Botoiak
- Sokak
- Pintzak

Jarduera hau bitan banatuko da eta aurrekoa bezala, zailtasunaren arabera ordenatuta egongo dira.

Lehenengo jardueran hurrek zentzuzko patroi fisikoarekin lan egingo dute. Horretarako, kamiseta baten txartel handi bat banatuko zaio klaseko haur bakoitzari eta txartel bakoitzak belkro zatitxo batzuk izango ditu. Ondoan haur bakoitzak plastikozko botoi multzo bat izango du, hauek ere belkro zati batekin. Material guztiak prestatuta dauden momentuan jarduerarekin hasteko ordua izango da eta irakaslea hurrei galderak egiten hasiko da. Lehenengo momentu honetan zentzuzko patroi fisikoarekin

lanean ari direnez, mota hauetako galderak egingo dizkio: “jarri gorputzean duzun sudur adina botoi”, “jarri gorputzean dituzun esku adina botoi”, “jarri gorputzean dituzun behatz adina botoi”, “jarri gelan dauden arbela adina botoi”...

Ondoren, lehenengo jardueran egindakoa bereganatuta dutenean, patroï fisikoa ezarri beharko dute, baina kasu honetan ez da inolako errealitateari lotuta egongo. Jarduera hau egiteko hainbat soka erabiliko dira. Sokak kantitate bat markatzen duten txartel bati itsatsita egongo dira egongo dira eta honekin batera, arbeletik zintzilik. Haurrak banan-banan atera beharko dira arbelera, libre dagoen soka bat erabakiko dute eta txartelak markatzen duen adina pintza jarri beharko dituzte. Pintzak jartzen dituzten bitartean, altuan zenbatzen joango dira.

Bigarren jardueran, haurren mailaren arabeko aldaketa nabari bat egin daiteke. Hasieran, txartelean markatzen den kantitatea eskuen fitxekin irudikatuta egongo da. Hau bereganatuta, puntuei pasatuko gara eta azken pausua, eta zailena, zenbakiak jartzea izango da. Bestalde, nahi izatekotan hiruen txartel bat ere sortu daiteke, haiek kantitate bat irudikatzeko hainbat modu daudela ikusten hasteko.

Jarduera honen ebaluazioari dagokionez, jarduera bukatzean haurrak gai izan beharko dira haien inguruko elementuak kontuan izanda multzoak sortzen. Bestalde, txartelak markatzen dituzten kantitateak identifikatzeko gai izan behar dira, eta baita ere, horiek modu egokian sortzen.

3. jarduera: Patroien antolamendua

Jarduera hau burutzen lortu nahi den helburu nagusia zenbakien lehen segidak eraikitzea da.

Aurrera eramateko nik proposatutako materialak hauek dira:

- Blokeak (ERANSKINA II)
- Zenbakizko katea (ERANSKINA IV)
- Uztailak
- Platerrak
- Margoak

Jarduera hau hiru ataletan banatzen da.

Lehenengo atalean, haurrari multzo-patroiak emango zaizkio eta hark ezarri beharko du zein diren berdinak eta zein desberdinak. Horretarako, klasetik 4 uztail banatuko dira bloke multzo desberdinekin eta haurrari plater batean margo multzo bat emango zaio. Haurrak orduan, klasetik banatuta dauden multzoetan eskuan duen margo multzoaren parekidea aurkitu beharko du.

Bigarrenean, ematen zaien zenbaki bateko aurrekoa eta ondorengoa esan beharko dute, hau da, metodo honetan esaten den moduan horren “bizilagunak”. Hau beraientzat ulergarria izateko, irakasleak lurrean zenbakizko alfonbra bat jarriko du. Ondoren, haur bati zenbaki zehatz batean jartzeko esango zaio, adibidez, 4 zenbakian. Hau eginda, txandaka irakasleak beste bi haur deituko ditu. Lehenengo haurrari bere alde batean dagoen zenbakian jartzeko esango dio, eta hori zer zenbaki den galdetuko zaio, eta bigarren haurrarekin berdina errepikatu beharko da. Erdian dagoen haurrari bere bizilagunak nortzuk diren galdetuko zaio, eta berak ondoan dituen lagunen izenak esango ditu, eta beraz, irakasleak galdera berdina baina zenbakiarekin esango du, eta haurrak bere lagunak dauden zenbakiak esan beharko ditu.

Hirugarrenean haurrei batetik hamarrerako hamar bloke multzo aurkeztuko zaizkie. Jarduera hau txandaka egingo dute eta beraz lehenengo haurra aterako da eta nahi duen bloke multzo bat aukeratu beharko du. Ondoren beste haur bat ateratzen denean zenbaki horren bizilagunak bilatzeko esango zaio eta prozesu bera egingo da ateratzen diren haur guztiekin, segida guztia bukatzen dugun arte. Honen adibidez hau izango litzateke: “Zeintzuk dira 4 zenbakiaren bizilagunak? Eta 3 eta 5en bizilagunak?”.

Jardueraren zailtasuna areagotzeko, hainbat moldaketa egin daitezke. Adibidez, haurrari 3 eta 4 blokeen multzoak emango zaizkio eta ondoren 2 eta 5 eta 1 eta 6, ordena horretan eta hurrek ordenatuko dituzte. Orduan, ikasleak konturatu gabe zentroko bloke multzo bat kenduko dira, eta bloke guztiak antolatuko ditugu multzo bat kendu izanaren espazioa ez egoteko. Modu honetan, haurrak zer bloke multzo falta den jakin beharko dute besteak zenbatzen.

Ebaluazioari dagokionez, jarduerak egitean zenbakiak haien artean erlazionatzeko gai izan beharko da, eta baita zenbaki kantitate berdinak identifikatzeko eta parekatzeko. Bestalde, zenbakien segidak ere ulertzen eta sortzen joan beharko dira.

4. jarduera: Patroien itxura aniztasuna

Honekin lortu nahi den helburu nagusia hau izango da: hurrek ulertzea zenbaki batek patroï desberdinak izan ditzakeela da, eta beraz zenbaki bat irudikatzeko modu asko daudela.

Jarduera hau egiteko hiru material desberdin proposatu ditut, beti ere hauek klasean ditugun antzeko materialekin aldatu daitezke. Honako hauek dira nik proposatutakoak:

- Karta sorta espainiarra
- Dadoak
- Fitxak

Proposatutako elementuekin hainbat jarduera egin daitezke landu nahi dena landu ahal izateko.

Lehenengo jardueran, haur bakoitzari espainiar karta sortatik karta bana banatuko zaie, 7 zenbakira arte. Orduan irakasleak galdera bat egingo du, adibidez: “nork dauka ezpatako 1a?” eta karta hori duen haurra altxatu eta lurrean jarriko du. Horrela egingo dugu haur eta karta guztiekin, karta guztiak lurrean ordenean dauden arte. Hemen garrantzitsua izango da makil desberdineko kartak paraleloan geratzea, modu honetan hurrek zenbakiak irudikatzeko modu desberdinak ezagutu ahalko dituzte, zenbaki beraren eta makil desberdinaren arteko aldea ikusita. Beraz, momentu horretan, objektuen eta irudien zenbaketa eta antolamendua landuko da.

Bigarren jarduera bat dadoekin egingo da. Irakaslea, nahi duen materialarekin dado handi bat sortuko du. Hurrak borobilean jarriko dira eta dadoa borobilaren erdian jarriko da, eta horren ondoan puntuak beste patroï batzuen arabera antolatuta dituen fitxa batzuk egongo dira. Hurrek txandaka dadoa botako dute eta ateratzen zaien puntuak kontatu ondoren puntu kopuru berdina duen fitxa aurkitu beharko dute.

Jarduera honekin ezin dira moldaketa askorik egin, baina zailtasuna areagotzeko eta haurrak ikaskuntza maila aurreratuago batean egotekotan, karta-sorta osoa erabili daiteke, eta ez bakarrik zazpi zenbakira artekoa.

Jarduera hauen ebaluazioaren puntu nagusia, hurrek zenbakiak irudikatzeko modu desberdinak ezagutzea izango da, eta zenbaki bakoitza irudikatzeko modu guztiekin identifikatzea.

5. jarduera: Zenbaketaren hasiera

Jarduera honen helburu nagusia zenbaketan hasia da, orain egin den moduan elementu-zenbaki erlazioari jarraituz.

Hau burutzeko erabil beharko ditugun materialak honako hauek izango dira:

- Kolorezko zenbakizko alfonbra (0-10) (EREANSKINA IV)
- Blokeak (ERANSKINA II)
- Platerrak
- Fitxak

Jarduera honen garapenari hasiera emateko esan behar da jarduera hau bi ataletan banatu ditudala, zenbaketaren kontu desberdinak landu nahian. Proposatutako jarduerak ez dira egun berean egin behar, baizik eta haurrak aurreko maila bereganatzen dutenean.

Lehenengo jarduerarekin hasteko kontuan izan beharko da zenbakizko kateak kontuan izango direla jarduerak aurrera egin ahala, eta aurreko maila barneratuta izan beharko dutela hurrengora pasatu ahal izateko. Hasteko, kolorezko alfonbra lurrean jarriko dugu eta banan-banan eta txandaka haurrak 1 zenbakiaren hurrean kokatuko dira. Hurrek ozen 1etik 10era zenbatu beharko dute, zenbaki bakoitzaren gainetik pasatzen diren aldi berean. Hemen hurrek zenbakizko katearen bigarren maila landuko dute, batetik hamarrera zenbatzen duelako, katea oraindik apurtu gabe.

Ondoren, haur bakoitzari zenbaki zehatz batetik aurrera zenbatzeko eskatuko zaio, adibidez "hirutik hasi", eta gai izan beharko dute zenbaki horretatik aurrera zenbatzen

jarraitzeko. Hemen berriz, hirugarren maila lantzen da haurra gai delako beste zenbaki batetik hasteko eta beraz, katea hausteko.

Hau barneratuta laugarren mailarekin jarraituko dute. Bertan, haurrari zenbaki zehatz batean jartzeko esango diogu eta hortik aurrera beste zenbaki bat zenbatzeko, hau da, adibidez: “4 zenbakian hasi eta 3 zenbatu”.

Azkenik, katearen mailarik altuena lantzeko, haurrari zenbaki zehatz batean jartzeko esango zaio eta atzera zenbatzeko, adibidez: “8an jarri eta atzera 2 zenbatu”.

Bigarren jardueran haurra objektuen zenbaketarekin hasiko da. Jarduera hau burutzeko blokeen multzo desberdinak eta zenbakien grafiak agertzen diren fitxak beharko dira. Beraz, haurrari hainbat bloke multzo aurkeztuko zaizkio. Haiek egokitu zaien multzoko blokeak zenbatu eta fitxen artean egokitzen zaion grafia bilatu beharko dute. Beraz, hemen haurrak zenbakien grafia ikasten edota errepasatzen arituko dira, bloke kopuruak bere grafiarekin erlazionatuta.

Bertan egin daitekeen moldaketa lehenengo jarduerari dagokio. Zenbakizko katea 10 zenbakizkoa izan ezik 20ekoa izan daiteke, eta momentu horretan haurrentzat zailagoa izango da zenbaki gehiago zenbatu beharko dituztelako.

Ebaluazioari dagokionez, jarduerak bukatzean ikasleak zenbakizko katearen lehenengo 10 zenbakiak bere grafiarekin erlazionatzeko gai izan beharko du. Bestalde, zenbakiak ordenean esateko ere gai izan beharko dira, nahiz eta 1etik zenbatzen ez hasi.

6. jarduera: Subitizazioa

Jarduera honen helburu nagusia lau zenbakia subitizatzea da. Haurren maila igotzen den heinean zenbaki altuagoak subitizatuko dituzte eta beraz helburua desberdina izango da.

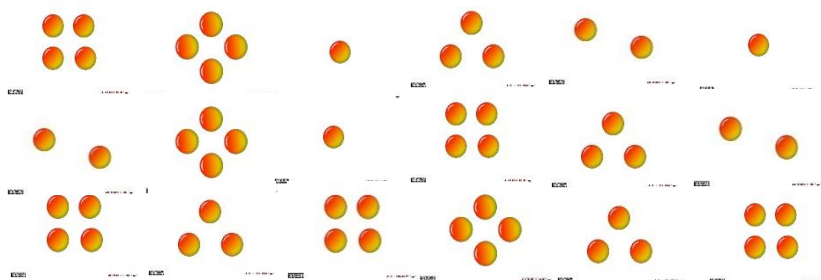
Materialei dagokionez, bakarrik material bat erabiliko da. Material hori subitizaziorako laminak dira eta actiludis web orrian zenbaki guztienak aurki ditzakegu.

Jarduera honi dagokionez eta lehen esan dudan moduan, lau zenbakitik hasi beharko da subitizatzen. Irakaskuntza-ikaskuntza sekuentzia didaktikoak lau fase jarraitzen ditu eta batetik bestera pasatzeko haurrak aurreko gaitasuna bereganatuta izan beharko du.

Lehenengo fasean, lau zenbakiaren konfigurazio finkoak, kasu honetan puntuak, haien aldaerekin aurkeztuko zaizkie.



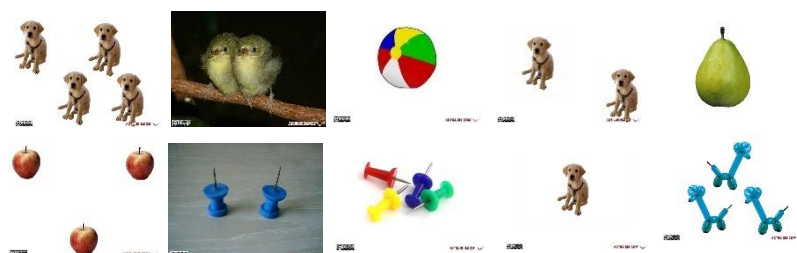
Bigarren fasean, ikasi diren zenbakiaren konfigurazio finkoen aurkezpen konbinatua aurkeztuko zaie, hau da, aurreko zenbakiak ere gehituko dira eta kasu honetan batetik laurako zenbakiaren arteko zenbakiak egongo dira.



Hirugarren fasean, lau zenbakiaren konfigurazio lausoak aurkeztuko zaizkie. Beraz, lau zenbakia irudikatzen duten objektu desberdinen hainbat lamina aurkeztuko zaizkie, eta beraz haientzat geroz eta zailagoa izango da hauen kantitateak bereiztea.



Laugarren eta azken fasean, aurretik landutako zenbaki guztietako aurkezpen konbinatua egingo zaie. Fase hau zailena da haientzat eta oso adi egon beharko dira zenbakiak ongi zenbatu ahal izateko, nahiz eta aurkezpena ez den berdina izango.



Jarduera burutzeko fase guztietan metodologia berdina jarraitu beharko da. Jarduera hasi aurretik haurrari azalduko zaio lamina bakoitza erakusten den bakoitzean bertan agertzen den kantitatea altuan esan beharko dutela, bakoitzak bere txanda errespetatuz. Beraz, fase bakoitzean laminak banan-banan erakutsi eta hurrek bere kantitatea esaten joango dira. Haurren bat zailtasunak izatekotan, berriro objektuak ongi kontatu ditzan esango diogu eta ezin badu beste lagunei laguntza eskatuko zaie.

Lehen esan dudan moduan hemen egin daitekeen moldaketa bakarra zenbakiak geroz eta altuagoak izatea da, horrela zailtasuna handitzen joateko.

Ebaluazioari dagokionez, ebaluatu behar den aspekturik garrantzitsuena laminako objektuak modu egokian zenbatzen dituela da, eta beraz horrek esan nahiko du subitizatzeke gai izango direla. Hemen zailtasunak izatekotan, behatu beharko da zer argazkietan dituen zailtasunak eta beraz, fase hori indartu.

7. jarduera: Estimazioa

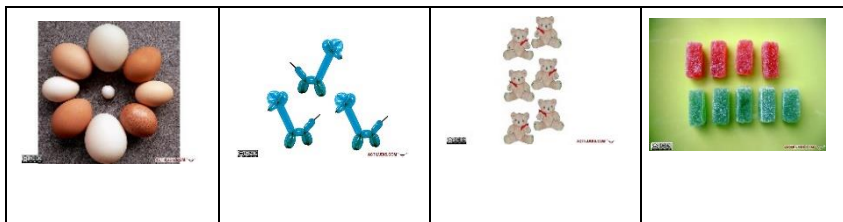
Helburu nagusia multzoak haien artean erlazionatzea da, baina baita ere multzo bakoitza bere kardinalarekin erlazionatzea.

Aurreko jardueran bezala, bakarrik material bat erabiliko da, hau da, subitiziaziorako laminak.

Jarduerarekin hasteko, kardinal desberdinetako multzoetako subitiziaziorako laminak klasearen erdian jarriko dira. Ondoren irakasleak kardinal bateko lamina bat erakutsiko du eta banan-banan haurrak multzo horrekin bat egiten duen lamina bilatu beharko dute lurrean dauden laminen artean.

Hau izango litzateke adibide bat:

	<p>Ikasleak esan beharko du beheko argazkietako multzoek ezkerrean agertzen denaren kardinal bera duten ala ez, kasu honetan sei zenbakia.</p>
	
	



Ondoren, aurrekoa bereganatuta dutenean, hurrei kantitate desberdinetako 10 multzoetako sekuentzia bat aurkeztuko zaio eta haurrak bakoitzari bere kardinala (edo hurbileko bat) jarri beharko dio elementuak kontatu gabe. Hemen, lau, bost eta sei elementuko multzoak erabiliko dira, nahastuta.

Jarduera honetan urteen arabera aldaketak egin behar dira. Hiru urtetan, konfigurazio batekin identifikatzea proposatzen den multzoek hiru elementuko aldea izan behar dute. Lau urtetan aldiz, aldea bi elementura murriztu behar da. Azkenik, bost urtetan elementu bakar baten aldea izan behar du.

Ebaluazioari dagokionez, haurra multzoak bere kardinalarekin erlazionatzeko gai izan beharko da, baita, multzoen elementuak berdin kokatuta ez egon arren haien artean parekatu.

4.5.2. Bigarren multzoa: zenbakiaren egitura eta multzoen eta bildumen arteko konparazioak.

4.5.2.1. Oinarri teorikoak

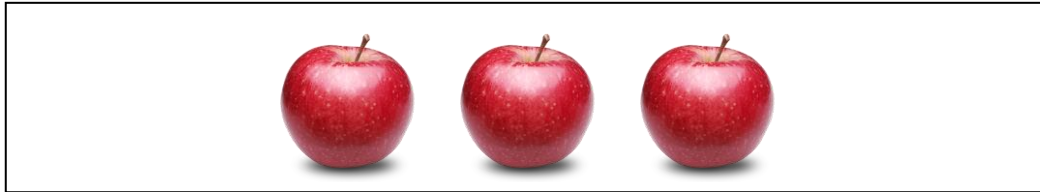
Kapitulu honetan etapa berri bat hasiko dugu. Jada badakigu zenbat elementu dituen multzo batek; orain, kardinal horiek aztertzen saiatuko gara. Hau da, haien ezaugarriak, berezitasunak eta osaera ezagutzen saiatuko gara. Horretaz arduratzeak esan nahi du zehaztea deskonposa daitekeen, zer erreakzio gertatzen diren bere zatien artean eta nola interferitzen diren kardinal batzuen eta besteen arteko harremanak. Mutur horiek ezagututa, ordenatu eta beraz, alderatu egin daitezke.

1. Zenbakizko zeinuen opakotasuna

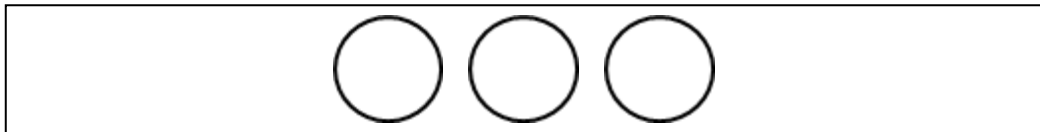
Zenbaki baten grafia ikusten dutenean ikasleen buruan sortzen diren irudikapen mentalak ikasleek ezagutzen eta manipulatzeko dituzten kantitateak zeinu edo marra baten bidez adierazteko egin duten ibilbidearen arabekoak izango dira.

Kardinalen sinbolizazioak grafia batean adierazi arte egin behar duten bidea lau etapatan garatu behar da:

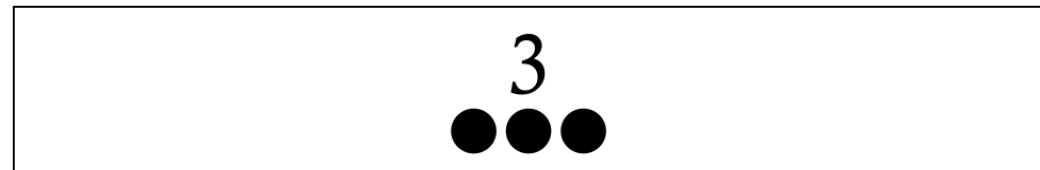
1. Irudikapen figuratiboa: ikasleek multzo irudikatuak ezagutzen ditu, bere izaerari erreferentzia argia eginez. Adibidez hiru sagar dituen marrazki bat aurkezten zaio, eta gauza da horiek kontatzeko eta objektu errealak balira egingo lukeen gauza bera egiteko.



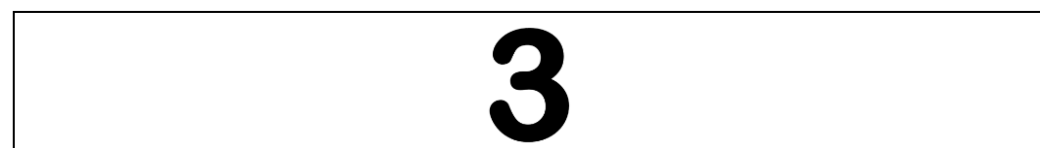
2. Irudikapen sinbolikoa: irudikapena aldatu egiten du aurrekoarekiko, baina ezaugarri garrantzitsu bat mantentzen du: bere koordinagarritasun-erlazioa. Trazuak edo marrazkiak dira, eta aukera ematen dute ugaritasuna berreskuratzeko, eta beraz, kardinala ezarri edo alderatzeko ordezkatzan duten multzoarekin.



3. Sinbolo-zeinu irudikapena: zenbakien grafoak agertzen dira, baina "inkrustazioekin", hau da, gogorarazleekin. Tarteko urrats horrek zentzu berezia du abantaila gutxien duten ikasleentzat, zailtasun handienak dituztenentzat.



4. Zeinuen bidezko irudikapena: zenbakien irudikapen grafikoa bere zeinuen bidez egiten du, ordezkatzan duten multzoaren ugaritasunari edo kardinaltasunari inolako erreferentziarik egin gabe. Haurrak zenbakien munduan alfabetatzen hasteko prozesua ixten du.



2. Hamarrekoen sarrera

Normalean, Haur Hezkuntzako 4 urteko bigarren hiruhilekoa hasitakoan ikasten da. Haur gehienek bi baldintza betetzen dituzten unea da, eta horiek dira eduki horri atea irekitzen diotenak. Lehena da haurrek badakitela hamarretik gora kontatzen, baita hogeitik gora ere. Datu hori funtsezkoa da, hamarrekora ez baita iristen, atera baizik. Bigarrena da, haurrek zenbaketa lanetan jada lortu behar izan dutela kate haustezinaren maila.

Funtsean, hamarrekoaren irudikapenerako trantsizio gisa balio duten lau ereduri buruz hitz egin dezakegu:

1. Ordezkapen eta itzulgarritasun ereduak: hamarrekora elementu solteak batuz eratzen da. 10 zotz kontatu eta gomaz lotzen dira, eta horrek hamarrekora sortuko du.
2. Kantitatearen baliokidetasun edo kontserbazio ereduak: hamarrena ez da 10 unitateren agregatua, haien adierazpen baliokidea baizik.
3. Kopuruen baliokidetasunik ezaren ereduak: hamarrenak unitatearekiko duen ordezkariak ez du baliokidetasunik, balio hori modu arbitrarioan esleitzen zaio. 10 euroko billetea euroen hamarrena da guk esanahi hori ematen diogulako.
4. Kokapena esleitzeko ereduak: unitateak eta hamarrenak zeinu beraren bidez adierazten dira. Haien arteko aldea betetzen duten posizioa da. Konbentzioz, ezkerrean dagoen zeinuak 10 balio du. Hau, gure zenbaki-sistemaren erdua da.

3. Zenbakien irudikapena

- Banaketa uniforme: ikasleek zenbakiak antolamendu jakin batean soilik irudikatzeak zailtasun handiak sortzen ditu ikaskuntzan. Beraz, ikuspegi dinamikoagoa garatu behar da, haurrek adin horietan duten manipulazio-beharrari dagokiona. Adibidez, ikaslea zazpigarren zenbakia lantzen ari bada, zazpi elementuak kopuru berdinetan banatu behar ditu hiru ontzietan, eta beraz, berdindio elementuren bat soberan geratzen bada.
- Banaketa irregularra: bildumen zatiketa edo deskonposizioa osatzen da haien elementuak modu irregularrean banatzen direnean, hau da, eredu finko bati jarraitzen ez diotenean. Banaketa horrek oso aberasgarria den ugaritasunaren

multzo edo bilduma ugariaren ikuspegia eskaintzen du, izan daitezkeen deskonposizio guztietan irudikatzeko eta konbinatzeko aukera guztiekin elkartzeko aukera ematen baitu.

4. Ordenatu

Abiapuntu gisa, bereizi egin behar dira zenbatze eta ordenatze kardinalak, multzo bateko elementu bakoitzari zenbaki bat esleitzearen eta multzo kopuru jakin bat bere kardinalaren arabera sailkatzearen artean.

Bereizketa hori ikasi ondoren, antolaketa-ariketak has daitezke:

1. Multzo desordenatuen antolamendua: hiru etapa hauek bete behar dira:
 - a. Desberdintasun hautemangarriekin: taldeak ordenatzea proposatzen da, kardinaletan hautemate-desberdintasun nabarmenak adierazten dituztenen artean, handienetik txikienera.
 - b. Ez dago ia desberdintasun hautemangarririk, baina zenbakizko zuzenaren laguntzaz: lehenengo 10 zenbakiekin bat datozen kardinalak dituzten multzoak ordenatzea esan nahi du. Zenbaki-zuzenak erreferentzia gisa balio du ordenatzeko orduan.
 - c. Kardinalen artean alde gutxi dago, eta ez dago zenbakizko zuzenaren laguntzarik: multzoak kanpoko erreferenterik gabe edo kardinalak bakarrik kontuan hartuta antolatu behar dira.
2. Elementu galduak tartekatzea: batetik 10era bitarteko kardinalak dituzten multzoen serie ordenatu batetik bitarteko batzuk desagertu dira. Haurraren lana hutsune horretan falta den kubo multzoa jartzean izan behar du. Zeregin hori ondo egiteak aurrerapen handia dakar, ikasleak seriea buruz berreraikitzen duela esan nahi baitu.
3. Manipulatu ezin den materialekin ordezkatzeta: kartekin, argazkiekin edo prestatutako materialarekin, zenbakirik ez duten elementu-multzoak erakutsiz; adierazten zaien ordenean jarri behar dituzte.

5. Alderatu

Bi objektu-bilduma konparatzea ez da jarduera zaila, bilduma bat bestea baino handiagoa edo txikiagoa den jakin nahi bada. Baina bilduma batek bestearekiko zenbat

elementu gehiago edo gutxiago dituen jakitea eskatzen bada, orduan bai zailtasun handiagoak agertzen dira.

Garrantzitsua da irakasleak ulertzea Haur Hezkuntzako eta Lehen Hezkuntzako lehen mailetako hurrek badakitela laguntzarekin konparatzen eta proposatzen zaien lana prestatutako material batekin burutzen bada edo zenbait tresnatan oinarritzen bada.

4.5.2.2. *Proposatutako jarduerak*

8. jarduera: Hamarrekoen sarrera

Jarduera honekin lortu nahi den helburu nagusia, zenbaki handiak modu egokian zenbatzea, hamarrekoen bidez. Bestalde, hamarrekook zer diren jakitea eta identifikatzea, eta materiala manipulatzeko hamar baino handiago diren zenbakiak sortzea.

Jarduera hau egiteko erabiltzen diren materialak ZOI metodoan oso ospetsuak diren material batzuk dira, eta hauek dira:

- Zotzak
- Goma

Jarduera hasteko haur bakoitzari zotz multzo handi bat emango zaio zenbatu dezan. Momentu horretan haurrak konturatu beharko lirateke oso zaila dela guztiak kontatzea, eta hainbatetan berriro zenbatzen hasi beharko direla. Haurrak bere zotzak zenbatzen egon ondoren egiten aritu diren prozesua sinplifikatzeko modu bat aurkeztuko zaie. Modu berri horretan, hamar zenbakira iristen direnean zenbatu diren zotzak goma batekin lotu beharko dituzte, eta horri hamarrekoa deituko zaio. Hurrei hau azaldu ondoren, irakasleak aurrean dituzten zotzak berriro zenbatzea esango die, baina oraingo honetan erakutsi zaien modua aplikatuta. Jarduera bukatzean, haurrari zenbat zotz multzo eta zenbat zotz bakarrik geratu diren galdetuko diogu eta horrela zenbat zotz dauden jakingo dugu.

Ondoren, hamar zotzeko multzoak egiten ikasi dutenean, hamarnaka zenbatzeko ordua izango da. Horretarako, hemen behean agertzen den antzeko multzo bat emango zaio eta hurrek, hauek manipulatu, osotara zenbat zotz dauden esan beharko dute.



Haurrei hasieran zailegia egin ahal zaie hamarrekoaren kontzeptua ulertzea, beraz hasieran hamar zotzetara iristean, multzoa hamar zenbakia duen txartel baten gainean jarri beharko dute, ulertu dezan multzo horretan zenbat zotz dauden. Hau barneratuta izanda, txartela kenduko zaie eta besteak bezala goma batekin zotzak multzokatu beharko dituzte.

Ebaluazioari dagokionez, jarduera multzo hauek egin ondoren hurrek hamarrekoa zer den ulertu beharko du eta hamarrekoak ongi sortzeko gai izan beharko da. Bestalde, hamarrekoekin zenbatzen hasten ere hasi beharko da.

9. jarduera: Banaketa uniforme

Helburua, ikaskide guztien artean ematen zaien zenbakiaren araberrako banaketa uniforme bat egitea izango da.

Jarduera honetan materialen erabilpena ez da beharrezkoa izango, irakasleak giza balantza bat egingo duelako. Hau da, irakaslea alde batera, bestera edo zuzen jartzen joango da ikasleek banaketa egiten doazen heinean.

Banaketa hau klaseko arduradunak egingo du, nahiz eta bere ikaskideen laguntza ere izan ahalko du nahi duen momentuan. Irakasleak giza balantza bat sortuko du eta zenbaki bat esango die, adibidez, lehenengo momentuan lau bezalako zenbaki erraz bat esango die. Ikaslea beraz, momentu horretan irakaslearen alde bakoitzean bi ikasle jarri beharko ditu. Hori haienezat nahiko erraza izango da eta beraz geroz eta zenbaki zailagoak esaten joango da, eta balantza alde batera edo bestera mugitzen denean hainbat galdera egingo dizkie: zergatik dago horrela?, zer egin beharko genuke zuzen egoteko?...

Zailagoa egiteko aldaera bat ezarriko da. Demagun gelan 18 haur daudela eta horietako 10 neskak direla eta beste 8 mutilak. Irakasleak, neskak alde batean jarriko ditu eta mutilak beste aldean eta arduradunari galdetuko dio zer egin dezakeen balantza zuzen jarri ahal izateko. Arau bakarra neskak alde batean eta mutilak bestean egon ahal direla da.

Azken jarduera hau haienezat zailagoa izango da eta beraz, normala izango da irakaslearen laguntza behar izatea. Hori gertatzen bada, laguntzako irakaslearen laguntzarekin bakoitzak eskuetan haur kantitate bat jarriko du eta ikasleari galdetuko

zaio zeinean dagoen gehiago eta zenbat kendu beharko litzateke biek kantitate berdina izan dezaten.

Ebaluazioari dagokionez haurra gai izan beharko da bere ikaskideak modu uniformean banatzea esaten zaion zenbakiaren arabera.

10. jarduera: Banaketa irregularra

Jarduera honen helburu nagusiak haurrak etxetxoaren bidez zenbakiak deskonposatzea izango litzateke.

Materialei dagokionez, honako hauek izango litzateke beharko genituenak:

- Tapoiak
- Zenbakien fitxak
- Etxetxoa (ERANSKINA III)

Jarduera hau burutzeko bi zenbaki deskonposatuko dira, bigarrenari aldaketa bat ezarriz.

Lehenengo jardueran, hurrei etxetxoa eta tapoiak lurrian jarriko zaizkie eta hurrek zenbakia deskonposatu beharko dute Adibidez, lehenengo momentu batean hamar zenbakia aurkeztuko zaie eta hau egin beharko dute: 0+10, 1+9, 2+8, 3+7, 4+6, 5+5, 6+4, 7+3, 8+2, 9+1, 10+0. Hau txandaka egingo dute eta banan-banan eta tokatzen zaion haurrak nahi duen ordenean egin ahalko du, hau da, jardueraren kontrola izango du zenbakiak nahi dituen moduan banatzeko. Tapoi guztiak kokatu ondoren, gela bakoitzean dauden tapoien kopuruak fitxen bidez zehaztu beharko dituzte.

Bigarren momentu batean beste zenbaki bat aurkeztuko zaio, adibidez zazpi zenbakia. Zenbaki honen deskonposaketa egiteko etxetxoaren eredua erabiliko da, baina beste modu batean. Kasu honetan, etxea arbelean margotuta egongo da, eta egun horretan arduraduna den haurra izango da jarduera aurrera eramango duena. Hau burutzeko gelan dauden bi espazio bereiziko dira, etxetxoaren bi gelak irudikatuz. Lehenengo gelan zazpi haur kokatuko dira eta irakasleak haurrari lehenengo gelan zenbat haur dauden galdetuko dio, orduan haurrak erantzun ondoren makilen bidez arbelan marraztutako etxetxoaren lehenengo gelan zazpi irudikatuko du. Ondoren, beste gelan zenbat dauden galdetuko zaio eta kasu honetan haurrik ez dagoenez ez du ezer apuntatzeko.

Hortik aurrera, zazpi zenbakia deskonposatzeko modu gehiago ikusteko eta beraz, haurrak gela batetik bestera pasatzeko, irakasleak ipuin moduko bat kontatuko die. Adibidez kasu honetan esan dezake: lehenengo gelan zegoen haur batek soinua zela eta ezin izan zuen lorik egin eta logela bat hutsik zegoela jakin zuenean horra joatea erabaki zuen.

Ebaluazioari dagokionez, haurrak jarduera hau bukatzean gai izan beharko litzateke batetik hamarrerako zenbakiak nahi duen moduan deskonposatzeko. Bestalde, jakin beharko luke zenbaki bat adierazteko modu asko daudela.

11. jarduera: Multzo desordenatuak ordenatu

Izenak esaten duen moduan, jarduera honen helburu nagusia eskaintzen zaizkien multzo desordenatuak ordenatzea da, zenbakizko zuzenarekin edo hori gabe.

Materialei dagokionez, honako hauek dira jarduera hau burutzeko beharko diren materialak:

- Kanikak
- Polikuboak (ERANSKINA II)
- Zenbakien fitxak

Jarduera hau hiru etapatan egingo da, ia beti bezala, errazenetik zailenera antolatuz.

Lehenengoan hurrei multzoak handienetik txikienera ordenatzea proposatuko zaie. Hurrei kaniken multzoak eskainiko zaizkie, guztiak desordenatuta. Lehen atal hau haurrak kanikak kontatu gabe eta kantitateari behatuz burutuko dute. Orduan, lehendabizi multzo handiena jarriko dute, atzetik hurrengo eta horrela multzoak bukatu arte.

Bigarren etapan, lehen 10 zenbakiekin bat datozen kardinalak dituzten multzoak ordenatzea dakar. Hau polikuboekin egingo dugu haien artean muntatu daitezkeelako eta haientzat errazagoa delako material horrekin zenbatzea. Lurrean ere zenbakizko zuzen bat jarriko da, zeina erreferentzia gisa balioko zaie kuboak ordenatzeko momentuan. Izan ere, haurrak aukeratzen du zer ordenean egin nahi duen eta beraz, nahikoa izango da multzo horren kardinalak zenbakiarekin bat egiten duenean, multzoa zenbakizko zuzenaren beheko aldean jartzea.

Azken etapa, aurrekoaren antzekoa izango da baina momentu honetan haurrak gai izan beharko dira multzoak zenbakizko zuzena gabe ordenatzeko. Hona iritsita hurrek barneratuta izango dute zenbaki bakoitzaren dimentsioa. Beraz, hurreko pauso guztiak ongi barneratuta izatekotan pausu hau nahiko erraza egingo zaie.

Eta guztietan moldaketak egin beharko dira abilezia gehiago duten heinean. Bertan, multzoen arteko aldeak murrizten diren ahala, horiek aurkezteko materiala aldatu behar da. Ez dira berdin ikusten bereizitako objektuekin osatutako sei eta zortzi elementuko multzoen arteko ezberdintasunak, edo kubo ahokatuekin osatutakoak, non dauden ezberdintasunak agerian jartzen dira.

Ebaluazioari dagokionez, haurra gai izan beharko da multzo desberdinak ikusita zein den handiagoa jakiteko eta multzoak ordenatzeko. Bestalde, gai izan beharko da zenbakizko zuzenaren laguntzarekin eta horren laguntzarik gabe multzoak ordenatzeko.

12. jarduera: Elementu galduak tartekatu

Jarduera honen helburu nagusia, haurrak falta diren multzoak zeintzuk diren deskubritzea eta seriea osatzea da.

Hemen bakarrik material bat erabiliko dugu, jarduera askotan erabili duguna eta metodo hobetan asko erabiltzen dena:

- Polikuboak (ERANSKINA II)

Hurrei multzoen serie ordenatu bat aurkeztuko zaie, zeinen kardinalak batetik hamarrera joaten dira. Irakasleak hurrek begiratu gabe bitarteko batzuk desagerraraziko ditu. Bistan egongo da multzo horiek falta direla, erdian geratuko aita haien hutsunea. Haurraren lana hutsune horretan falta den kubo multzoa jartzea izango da.

Jarduera honek zenbait aldaera onartzen ditu. Aldaera horiek bi irizpide konbinatuzetik sortzen dira. Horietako bat da desagertze kopurua eta horiek gertatzen den lekua, haurrentzako ez delako gauza bera zenbaki txiki bat desagertzea edo handi bat. Bestea, seriea bat es den beste zenbaki batean hasi eta hamarraren ondoren zenbaki batean amaitu ahal izatea. Azken aldaera honetan hurrek ez dute hurretik ikasitako erreferentzia buruan izango eta zailagoa izango da.

Ebaluazioari dagokionez, serieak buruz berreraikitze eta ezabatutako multzoak bere lekuan jartzeko gai izan beharko dira.

13. jarduera: Manipulatu ezin den materialarekin ordenatu

Nahiz eta metodo honetan objektuak manipulatzeko oso garrantzitsua den, jarduera honen helburua manipulatu ezin diren multzoak ordenatzea izango da.

Hauek izango dira hau burutzeko erabili beharko diren materialak:

- Elementu desberdinen multzoen fitxak
- Zenbakien fitxak

Jarduera hau bitan banatuko da. Lehenengo momentuan hurrei elementu desberdinen multzoak agertzen diren fitxak emango zaizkie. Haurrek multzo horiek esaten zaien ordenean jarri beharko dituzte. Beraz, haurrek handitik-txikira edo txikitik-handira ordenatu beharko dituzte, kardinal ereko multzoak egoteko zailtasunarekin topo eginda. Kasu horretan, berdina diren fitxak berdindu beharko dituzte eta bere parekoaren ondoan jarri.

Jardueraren bigarren zatian zenbakiarekin lan egingo da. Irakasleak hamar lehenengo zenbakiaren fitxak nahastuko ditu eta lerro batean fitxa guzti horiek buruz bera jarriko ditu. Haurrak lerroaren ezkerreko karta altxatu beharko du eta erakusten duen zenbakiaren arabera, dagokion lekuan jarri. Leku hori beste fitxa batek beteko duenez, hau kendu beharko du. Beraz, fitxa berri horren zenbakia ikusita bere lekuan jarri beharko du eta horrela lerro guztia ordenean dagoen arte.

Bertan moldaketa karta kantitatearekin egin daiteke. Hogeitahamar edo berrogei kartekin jokatzeko bada, altxatzen diren karten kokapena errazteko, antolakuntza hamar fitxetako lerroetan izango da. Hau da, hogeitahamar kartekin jokatzeko bada, hamar fitxetako bi lerro egin behar dira.

Ebaluazioari dagokionez, haurra multzoak manipulatu gabe haiek ordenatzeko gai izango da. Bestalde, haurra zenbaki guztiak ikusi gabe segida bat betetzeko eta ordenatzeko gai izango da.

14. jarduera: Alderatu

Hemen lortu nahi den helburu nagusia manipulatu daitezken bi objektu alderatzea da.

Jarduera hau aurrera eramateko erabiliko ditugun materialak honako hauek dira:

- Polikuboak (ERANSKINA II)
- Sokak
- Tapoiak (txuriak eta gorriak)
- Pintzak

Jarduera hau bitan banatuta egongo da.

Lehenengo jarduera aurrera eramateko batetik hamarrerako polikubo multzoak beharko dira. Beraz, irakasleak haurrari bi polikubo multzo aurkeztuko dizkio. Hasieran haurrak bi multzoen artean zein den handiena zehaztuko du, eta ondoren batean bestean baino zenbat pieza gehiago dauden. Irakasleak azalduko die bi kubo multzoak berdindu behar dituztela eta multzo handitik sobratzen dena kendu behar dutela. Beraz, haurrak kuboak berdindu beharko ditu eta gailentzen direnak zenbatuko ditu.

Bigarren jarduera pixka bat zailagoa da zenbaki gehiago agertzen direlako. Jarduera hau egiteko bi soka luze behar dira eta soka bakoitzean tapoiak egongo dira. Tapoi gehienak txuriak izango dira baina hamarrekoa markatzen duen tapoia gorria izango da horrela hamarrekook errepasatzeko eta haientzat kontatzea errazagoa izan dadin. Soka hauek arbelean zintzilikatuta egongo dira eta jarduera hau egiteko bi haur aterako dira aldi bakoitzean. Hurrei problema moduko bat aurkeztuko zaie, beraz bakoitzari elementu kopuru bat duela esango zaie eta biek, bakoitzak bere soka pintzarekin esaten zaizkien kantitate horiek markatuko dituzte, adibidez, haur bati 13 zenbakia esatekotan tapoi gorriaren ondoren hiru tapoi gehiago zenbatu eta goian pintza bat jarriko du beste tapoietaz bereizteko. Hau egin ondoren hurrei zer hurrek duen gehiago galdetuko diegu eta ondoren haien erantzunak balioztatzeke, tapoiak berdinduz eta sobratzen diren tapoiak zenbatuz, diferentzia identifikatuko dute.

Jarduera hauek zotz edo bestelako material etenekin egitekotan zailtasuna areagotzea lortuko genuke, multzoen arteko desberdintasuna ez delako begirada batean ikusten.

Ebaluazioari dagokionez, haurrak bi objekturen arteko alderaketa egin beharko du, eta horrekin batera objektu batean bestean baino zenbait objektu gehiago dauden identifikatu beharko du.

4.5.3. Hirugarren multzoa: multzoetako eta bildumetako eraldaketak. Oinarrizko eragiketen hasiera.

4.5.3.1. Oinarri teorikoak

Haur Hezkuntzako etapako eragiketei buruz hitz egiten denean badirudi gehiegi aurreratu nahi direla kurtso aurreratuagoetan garatu beharko liratekeen prozedurak.

Oinarrizko eragiketek hainbat elikadura-iturri dituzte. Lehena zenbakikuntza eta bere jarduera ugariak dira. Beste iturri bat bere esperientzia da, objektuak, jostailuak, gozokiak eta abar erabiltzea, eta beste iturri bat, berriz, multzoek jasan ditzaketen eraldaketa guztietan sakontzen duten eskola-jarduera espezifikoak dira.

1. Batuketa

Batuketa edo adikzioa eragiketa erraza da haurrentzat. Zenbakizko zuzenean aurrera eginez ebazten da, eta beraz, garunak kalkuluak prozesatzeko duen modurik azkarrenaren zentzuan doa.

Haurren adimena ez da taula rasa edo liburu zuri bat, irakasleak nahi duena idazten hasteko modukoa. Horregatik, oso garrantzitsua da ikasleak adikzioan dituen prozesu mentalak ezagutzea, hau da, hurrek sei etapa hauetan jarraitzen duten bilakaera:

1. Guztia zenbatzea: haurrak korrespondentzian jartzen ditu zenbakizko katearen lehen multzoko objektuak. Lehenengo multzoko objektuak zenbatu ondoren, hurrengo multzoko lehenengoarekin jarraitzen du korrespondentziak. Bigarren multzoko azken objektuari dagokion zenbakia objektu-kopuru osoa izango da.

$$3 + 2 = 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5$$

2. Batuketa batetik abiatuta zenbatzea: haurrak jada ez du guztia zenbatzen, baizik eta lehenengo batuketatik abiatuta egiten du. Hau da, bi eta hiru batu nahi baditu, hirutik aurrera hasten da, eta hiru baino ez ditu zenbatzen.

$$2 + 3 = 3 \ 4 \ 5$$

3. Zenbatu batugai nagusitik hasita: aurreko estrategia automatizatzen denean gertatzen da. Hemen, haurra konturatzen da batugai handia lehenengoa jartzea askoz errazagoa dela eta soluzioa berdina dela.

$$2 + 3 = 3 + 2 = 4 \ 5$$

4. Oinarrizko gertaerak berreskuratzea: fase hau taularen ikaskuntzaren parekoa da. Taula jakitea epe luzeko memorian zenbakizko konbinazio jain batzuen kalkulu ebatziak finkatzea baino ez da.

$$2 + 3 = 5; 4 + 5 = 9; 7 + 8 = 15$$

5. Deskonposatzea: ZOI kalkuluaren metodologian funtsean erabiltzen den estrategietako bat da. Estrategia honen aukerak izugarriak dira, baina ohikoena hau da: zenbaki osagarria 10 arte gehitzen da, eta gero geratzen denaren gehikuntza egiten da.
6. Laburpen-estrategiak erabiltzea: estrategia hau aplikatzerakoan, kalkulua maila oinarrizkoagoetara eramaten da. Normalean haurrei horietako bi irakasten zaizkie.

$$7 + 8 = 7 + 3 + 5 = 15$$

- a. Biribiltzea. Batugaiak manipulatzeari datza, kalkulu errazagoa eta azkarragoa egiten laguntzen duten batugai bihurtzeko. Estrategia hau haurrek kalkuluan trebetasuna dutenean aplikatu behar da.

$$29 + 15 = \rightarrow 30 + 14 = 44$$

- b. Konpentsazioa. Batugaietako batek hamar zenbakia oso gutxigatik gainditzen duenean, edo atzitik, hurrengo hamarrekora iristeko oso gutxi falta zaionean, hurbileneko hamarrekokoak bakarrik batu behar dira eta ondoren, dagozkien doikuntzak egin. Horretarako, bi aldaera erabiltzen dira:

- i. Konpentsazioa gehitzen.

$$28 + 37 \rightarrow 30 \ (28 + 2) + 37 = 67 \rightarrow 67 - 2 = 65$$

- ii. Konpentsazioa kentzen.

$$41 + 17 \rightarrow 40 \ (41 - 1) + 17 = 57 \rightarrow 57 + 1 = 58$$

Bestalde, batuketa taula aurkitzen dugu. Ikasleek taula bana izango dute, eta taula horren osagarri moduan haien behatzak, makilatxoak, tapoiak, bloke ahokagarriak eta abar erabili ahal izango ditu. Irakaskuntza-material gisa, ikasgelaren aurrean, sarrera bikoitzeko taula huts bat erakutsi beharko litzakete, tamaina handikoa. Batuketa-taula erabiltzen ikasteak lau etapa ditu:

1. Lehenengo etapa. Esku bakoitzeko hatzak batugai gisa erabiliz egin daitezken batuketak dira. Prozedura oso sinplea da: hurrek esku bakoitzari dagozkion hatzak zabaldu behar dituzte eta jarraian hauek kontatu.
2. Bigarren etapa. Lehenengo batugaia bost baino handiagoa eta bigarrena bost edo txikiagoa direnean gertatzen diren konbinazio posibleak dira. Ikasleak zenbaki handia buruan "jartzen" du eta esku batekin zenbaki txikiena idazten du.
3. Hirugarren etapa. Lehenengo batugaia bost edo bost baino txikiagoa eta bigarrena bost baino handiagoa direnean sortzen diren konbinazio posibleak dira. Ikaskuntza horrek batuketaren propietate kommutatiboaren lehen esperientziak dakartza, eta bi urrats ditu. Lehenik, ikasleak batugaien orena buruz aldatzen ikastea, ebazpena aurkitu aurretik. Bigarrena berriz, ikaslea batuketaren emaitza aurkitzen ausartzea ordena aldatzeko beharrik gabe.
4. Laugarren etapa. Azken etapa da, eta bi batugaiak bost baino gehiagoak diren konbinazioak biltzen ditu.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

2. Kenketa

Haur Hezkuntzan ez da modu zuzen batean kenketei buruz hitz egiten, baizik eta kenketak ezkutuan dituzten jarduerak planteatuko zaizkie haurrei.

Kenketa batuketari, atzeraka kontatzea aurrerantz kontatzeari den berdina da. Hau da, lehenengo batuketak egiten ikasten da, eta ondoren kenketekin jartzen dira. Horregatik, kenketak dakartzaten zenbaki-erlaketek arduratzen diren jarduerak batuketara dedikatutakoen atzetik burutu behar dira.

Hona hemen kenketak ebazteko ikasleek erabiltzen dituzten bi estrategiak:

- Materialen kontaketa barne hartzen duen estrategia: planteatzen zaien probleman lantzen diren objektuak eskura dituztenean, haurrek bakarrik abian jartzen dituztenak dira. Funtsean, bi egoera bereiz daitezke: kenzailea zuzenean kendu edo elementuak erretiratu kenzailea mahai gainean geratzen den arte.
- Zuzeneko manipulaziorik behar ez duten estrategiak: aurreko atalean planteatzen zena baino zailtasun handiagoa dute. Aurreko ariketen bidez, ikasleek nahiko esperientzia hartu behar izan dute objektuak beren zenbakizko ikurrekin ordezkatu ahal izateko. Horretara iristen direnean, hiru estrategia jartzen dira martxan. Hemen aipatzen dira, errazenetik, zailenera:

- Atzera zenbatzea, kenkizunetik, kenzaileak adierazten duen adina.

$$8 - 5 = 3 \rightarrow \text{ZORTZI zazpi-sei-bost-lau-hiru}$$

- Zenbatu kenzailera iritsi arte: kenzaile gisa identifikatu den zenbakira heltzen denean ateratzen direnak izango dira.

$$8 - 5 = 3 \rightarrow \text{ZORTZI zazpi-sei-bost}$$

- Kentzailetik kenkizuneraino zenbatzea: Prozesu naturalena da, kontaketa-prozedurarik azkarrena eta eraginkorrena jarraitzea eskatzen baitu.

$$8 - 5 = 3 \rightarrow \text{BOST sei-zazpi-zortzi}$$

Kenketa taula batuketa taularen berdina da. Batuketa eta kenketa dira batuketa-egitura baten aurpegia eta gurutzea. Galdera non jartzen dugun edo datua non desagertzen dugun, horren arabera zehaztuko da eragiketa.

Egoera asko ebatz daitezke kenketa baten bidez. Alderdi funtsezkoenak sinplifikatuz eta haiei arreta jarriz, elkarren artean argi eta garbi mugatutako bost jarduera-kategoria daude, eta horien praktikak aukera asko eskaintzen ditu zenbakiaren zentzua garatzeko. Bost kategoriak hauek dira:

1. Kendu. Haur batek badaki, bilduma jakin batetik elementu kopuru jakin bat kentzen, eta zenbatzen jakin dezake zenbat geratu diren. Esperientzia hori finkatuta dagoenean, emaitzak aurreratu ditzake.

Kenketak kopuru bakarra inplikutzen du, eta kantitate horretatik esaten zaiguna kentzen da. Ez da ez praktika ez ona kantitate horretatik kentzen dena beste bat balitz bezala jardutea.

“10 bonboi ditut eta 4 jaten ditut. Zenbat geratzen zaizkit?”

2. Topera iritsi arte gehitu. Haur batek badai, behar bezala entrenatzen bada, bilduma bati elementuak eransten kardinal jakin bat lortzen duen arte.

“4 kanika dituzu. Zenbat oparitu behar dizkizute 10 izan ditzazun?”

3. Topera iritsi arte kendu. Aurrekoaren alderantzizko kasua da. Haurrak objektuak apartatuz joan behar du zenbaki jakin batera iritsi arte.

“12 goxoki nituen. Nire lagunari gutxi batzuk eman dizkiot eta orain 7 goxoki geratzen zaizkit. Zenbat eman dizkiot?”

4. Konpentsatu. Konpentsatzeko edo birbanatzeko jarduerak osatzen dute Lehen Hezkuntzako mailetan berdinketarako banaketa-eragiketa izango denaren ernamuina. Jarduera horiek kenketa bat baino gehiago dira, baina kenketa horren ezartzean oinarritzen dira. Saiakuntzaren eta errorean bidez ebatz daitezke, baina kantitate baten eta bestearen arteko aldea ezarri behar da, ondoren diferentzia horretatik abiatzeko.

“Mikelek 5 goxoki ditu eta Lidiak 4. Amaia iritsi da eta beraz goxokiak banatu behar dituzte, hirurek goxoki kantitate bera izan dezaten.”

3. Biderketa eta zatiketa

Kontua hemen ez da hurrek biderketak eta zatiketak egitea, baizik eta esperientziak izatea eta produktu- eta zatiketa-ereduak dituzten egoerak konpontzea. Beraz, eragiketa horiek ez dira matematika-hizkuntzan adierazten, kalkulu informalak dira, eta beraz eragiketa horiek, aurrerago, Lehen Hezkuntzan, formalizatzen hasiko dira.

Atalaren edukia bi zatitan banatuko da, bi zenbakiaren biderketa eta zatiketetatik hasita, eta hiru, bost eta hamar zenbakien biderketa eta zatiketetan bukatuta.

Lehenik eta behin, bi zenbakitik biderkatu eta zatitzea, batzuetan modu sinplifikatuan aurkezten da, bikoitzak eta erdiak bakarrik aipatzen baldin badira. Baina biderketaren kasuan, produktuak bi aukera ditu, biderkatzailea edo biderkakizuna zein den. Biek emaitza bera ematen duten arren, emaitzara iristeko egin behar den prozesua desberdina da bakoitzean eta beraz, haurrei bereizita erakutsi behar zaizkie.

Bigarrenik, hiru, bost eta hamar zenbakien zatiketak eta biderketak daude. Nahiz eta errazagoa zenbaki txikitik hastea dirudien, biderketen erraztasunagatik horiek alderantzizko ordenean aztertuko dira, hau da, lehenik hamarra landuko da, ondoren bosta eta azkenik, hirua.

4.5.3.2. *Proposatutako jarduerak*

15. jarduera: Batuketak

Jarduera honen helburua, haurrek, taularen laguntzaz, batuketak egiteko gai izatea da.

Erabiliko ditugun materialak hauek izango dira (ERANSKINA V):

- Platerrak
- Kuboak (urdinak eta gorriak)
- Zenbakien fitxak (urdinak eta gorriak)

Jarduera hau aurrera eraman ahal izateko, helburua batuketa-aula modu bat izango litzateke. Horretarako, zenbakien fitxak inguruan jarriko ditugu; gorriak goiko aldean eta bertikalean, eta urdinak, ezkerreko aldean eta horizontalean. Platerrak zenbakien artean jarriko dira, bi fitxa gehitzean ematen duen erantzuna blokeekin eman ahal izateko. Taula hau zerotik bostera egingo da, taularen lehenengo etapari erreferentzia eginez eta haurrek eskuetako hatzekin zenbatzeko aukera izan dezaten.

Hemen haurrei banaka, batuketa bakoitza zenbat den galdetuko zaie eta blokeen laguntzarekin platerrak beteko dituzte. 3+4 izatekotan, 3 kubo urdin eta 4 gorri hartu beharko dituzte eta modu honetan konturatuko dira 4+3 eta 3+4 berdinak direla eta beraz soluzioa berdina izango dela.

Haien maila eta gaitasunak kontuan izanda zenbakiak gehituko dira 10x10eko taula dugun arte. Lehen azaldu dudan moduan, 3 faseetan burutuko da hau eta hurreko fasearen gaitasunak bereganatuta izan beharko dituzte hurrengo fasera pasatu ahal izateko.

Ebaluazioari dagokionez, haurrak batuketak modu egokian egin beharko ditu, kasu honetan blokeak manipulatur.

16. jarduera: Kenketak

Aurreko jarduerarekin konparatuta honakoan hurrek objektuak manipulatu ahalko dituzte eta beraz jarduera honen helburua, jarduerak manipulatur kenketan egitea da.

Jarduera honetan hainbat material desberdin erabili daitezke baina hauek izango dira nik proposaturakoak:

- Margoak
- Tomateak

Hemen, bi estrategia bereiztu ditzakegu: zuzenean kentzailea kentzen dut edo elementuak kentzen ditut kentzailea mahai gainean geratzen den arte.

Lehenengo strategiarekin hasiko gara. Honekin hasteko eta zailegia ez egiteko bere hatzekin hasiko gara kenketak egiten. Hasieran hamar behatzak luzatzeko esango diogu haurrari eta ondoren horietako hiru hatz tolesteko. Haurrak orduan, luzatuta zenbat hatz geratzen zaizkion esango beharko du. Hau bereganatuta, materialak manipulaten hasiko dira eta beraz jarduera pixka bat zailagoa izango da. Beste jarduera hau margoekin egingo da. Mahai gainean margo kopuru bat jarriko zaio haur bakoitzari eta beste margo kantitate bat kentzeko esango zaio. Hau eginda, irakasleak haurrari mahai gainean zenbat margo geratzen diren galdetuko dio eta hori izango da kenketaren erantzuna.

Bigarren estrategia haientzat zailagoa da eta beraz lehenengo estrategia ongi barneratuta izan behar dute. Adibidez, zazpi elementu baldin baditugu eta bi jaten baditugu, errazagoa izango da lehenengo estrategia erabiltzea. Baina, zazpi tomateetatik sei jatekotan errazagoa da tomateak kentzea sei horiek mahai gainean

geratzen diren arte. Modu honetako galderak egingo zaizkie hurrei: “zenbat tomate kendu behar ditugu jan behar ditugunak mahai gainean geratu daitezten?”.

Moldaketak egin beharrekotan kentzen ari diren elementuen kopuruak handitu daitezke.

Jarduera honen ebaluazioan, haurrak gai izan beharko dira planteatutako bi moduak erabiliz kenketak egiteko.

4.6. Ebaluazioa

Ebaluazioa formatiboa, etengabea eta guztizkoa izanen da. Ebaluazio prozesuko teknika nagusia zuzeneko behaketa izanen da.

Beraz, hurrei banaka ebaluatuko zaie, haien aurre-ezagutzak eta izandako garapena kontuan izanda. Horrekin batera, hurrek jarduerak egiten diren bitartean duten portaera eta hau nola egiten duten behatuko du irakasleak. Jarduerak egiteko gai den edo ez ere kontuan izango da, baina hemen garrantzitsuagoa izango da izan duten prozesua, emaitza bera baizik.

Maisu-maistrek, ikasketa-prozesuez gain, beren hezkuntza-praktika ere ebaluatzea oso interesgarria izango litzateke, jardueren materialak, espazioak edo berak duen lan egiteko moduak aldatu ahal izateko eta horrela haurren ikaskuntza hobetzeko.

CONCLUSIÓN Y CUESTIONES ABIERTAS

Para concluir este Trabajo de Fin de Grado, tengo que decir que es el trabajo más costoso y elaborado que he hecho nunca. Le he dedicado muchas horas, pasión y dedicación y puedo decir que estoy orgullosa del resultado y que ha cumplido los objetivos que yo tenía en mente cuando empecé a buscar información. Para mí ha sido muy interesante investigar y recolectar información sobre un tema que, aunque pensaba que no me gustaría demasiado, he disfrutado mucho y con el que me gustaría seguir trabajando e investigando en un futuro y si es posible, aplicarlo en el aula.

En primer lugar, creo que se han resuelto todas las preguntas y objetivos que yo me planteaba al principio. El objetivo principal planteado era saber como aplicar el método ABN en un aula de Educación Infantil. A través de la propuesta didáctica planteada y la teoría en la que esta ha sido basada se cumple con creces este objetivo. En general, la información que hay de esta metodología es de las etapas de Educación Infantil y Educación Primaria por lo que al principio me costó encontrar fuentes exclusivamente de Educación Infantil en las que poder basar mi propuesta.

Con ello se propusieron 5 objetivos específicos. El primero de ellos es conocer el método ABN, que ha sido resuelto a lo largo de todo el trabajo, tanto en el marco teórico como en la propuesta didáctica. Su base teórica ha sido respaldada por diferentes artículos y libros. Al principio fue más costosa la búsqueda de información ya que no encontraba demasiada a cerca de esta metodología, pero buscando en diferentes páginas, artículos, trabajos, investigaciones y libros pude encontrar la necesaria para su realización.

El segundo objetivo específico, es decir, analizar la construcción del conocimiento matemático, se ha podido resolver en el primer punto del marco teórico. Consideraba oportuno que se supiera esto antes de empezar a trabajar con un nuevo método, para poder poner el trabajo en contexto. Aquí han sido explicadas sus corrientes, características y obstáculos como se puede observar a lo largo del punto 2.1.

Para el tercero, comparar el método ABN con la metodología CBC, se ha hecho una búsqueda de características de ambos métodos en diferentes fuentes para así poder ponerlas en una tabla para ver sus diferencias principales. Como se puede observar sus diferencias son muy significativas y, por lo que podemos ver en este punto, las

características del método ABN son más beneficiosas para el alumnado y su aprendizaje en esta área.

El cuarto objetivo es conocer las potencialidades del alumno en Educación Infantil. Este objetivo se ha cumplido, aunque me habría gustado haber buscado más información de otros autores en más libros, pero me ha sido imposible por el cierre de las bibliotecas y por la poca información que he encontrado sobre este tema en internet.

El quinto y último objetivo propuesto es analizar la adquisición del sentido del número en la etapa de Educación Infantil. Para poder conseguir el objetivo principal de este trabajo, este era uno de los puntos más importantes, ya que en él se explica la estructura en la que va a ser basada la propuesta didáctica.

Por lo tanto, aunque en un primer momento pueda parecer que esta metodología es sencilla, mediante el marco teórico se ha podido ver que tiene una base sólida y que está respaldada por varias investigaciones.

A lo largo de la realización del trabajo me he encontrado con alguna dificultad que ha impedido que pueda llevar a cabo el trabajo como previamente tenía pensado.

Cuando empecé a trabajar con este método me costó encontrar información de varias fuentes para poder contrastar la información, ya que la mayoría de los artículos a cerca de él son de Jaime Martínez Montero. Por ello, he tenido que basarme principalmente en lo que Jaime ha detallado acerca del método y de las investigaciones que él a realizado junto con algún profesor de diferentes escuelas de nuestro país.

Además, a pesar de que la mayoría de la información de los libros la conseguí antes de la pandemia, cuando nos quedamos sin posibilidad de ir a bibliotecas tuve que optar por buscarlo todo por internet y comprarme los libros más necesarios para su realización, y me resultó bastante complicado porque en internet no hay demasiada información detallada a cerca del método.

Por ello, también me hubiera gustado haber podido llevar a cabo alguna actividad en el aula y así poder hacer una valoración personal de ellas. Considero que me habría aportado mucho personalmente y que, además, el trabajo podría haber quedado más completo y mejor justificado. Esto no ha podido ser así debido al cierre de los colegios por el COVID-19 y la cancelación de nuestro periodo de prácticas. Por lo que decidí

basarme completamente en la teoría del método para qué quedara justificado desde un aspecto teórico.

Teniendo en cuenta que en nuevas metodologías aplicadas en otros ámbitos los materiales son, generalmente, más costosos, se puede afirmar que en este método la mayor parte de los materiales se pueden obtener de materiales reciclados o bien material que se puede realizar en casa. Por lo que este método se puede trabajar por un coste no muy elevado, tanto en el aula como cada alumno en su casa.

En relación con los niños de necesidades especiales, al no tener la información adecuada, no se han especificado variantes especiales para ellos. Aunque, por lo que se ha podido ver a lo largo del marco teórico del método, esta es una metodología inclusiva por lo que cada niño realiza las actividades de acuerdo con sus características y a un ritmo determinado que será marcado por él mismo.

A pesar de que este trabajo no esté centrado en la enseñanza en Educación Primaria, después de investigar su manera de trabajar en las dos etapas, me hubiera gustado haber podido llevar a cabo alguna actividad también en estas edades ya que después de leer la investigación que Jaime publicó en el artículo “el método del cálculo abierto basado en números (ABN) como alternativa de futuro respecto a los métodos tradicionales cerrados basados en cifras (CBC)” (Martínez Montero, 2011), me pareció muy interesante su manera de trabajar y me hubiera gustado haberla visto aplicada en el aula.

Por último, y después de la realización del trabajo, puedo decir que me parece muy adecuada la aplicación del método en las aulas ya que, como se ha podido ver a lo largo de este TFG, el aprendizaje del alumnado es más beneficioso en comparación a otros métodos más utilizados hoy en día.

“La esencia de las matemáticas está en su libertad.”

Georg Cantor

ERREFERENTZIAK

Arteaga Martínez, B. y Macías Sánchez, J. (2016). *Didáctica de las matemáticas en Educación Infantil*. La Rioja, España: Unir.

Bachelard, G. (1938). *La formation de l'esprit scientifique*. Vrin: Paris.

Brousseau, G. (1994). La mémoire du système éducatif et la mémoire de l'enseignant. *Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques*. COPIRELEM tomo III. IREM Paris VII.

Brousseau, G. (2000). *Les grandeurs dans l'escolarité obligatoire*, Cour pour la XI Ecole d'Été, Université Bordeaux 2.

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la Teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Zorzal.

Calvino, Italo. (2009). El libro de la naturaleza en Galileo. *Ciencias 95*, julio-septiembre, 50-53. Hemendik hartuta: <https://www.revistaciencias.unam.mx/pt/42-revistas/revista-ciencias-95/186-el-libro-de-la-naturaleza-en-galileo-.html>

Chamorro, MC. (2008). *Didáctica de las Matemáticas*. Madrid, España: Pearson Educación.

De la Rosa Sánchez, J.M. (2012). Dificultades y evolución del algoritmo ABN en el alumnado. Hemendik hartuta: <https://www.actiludis.com/2012/04/05/dificultades-y-evolucion-del-algoritmo-abn-en-el-alumnado/>

De la Rosa Sánchez, J.M. (2010). Imágenes para cálculo estimativo. Hemendik hartuta: <https://www.actiludis.com/2010/01/08/imagenes-para-calculo-estimativo/>

El origen de las matemáticas. (2010, Uztailak 7). Hemendik hartuta: <https://recuerdosdepandora.com/ciencia/matematicas/el-origen-de-las-matematicas/>

Fernandez Bravo, J.A. (2000). Las metodologías para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático. Hemendik hartuta:

<http://www.waece.org/biblioteca/pdfs/d140.pdf>

Godino, J. (2004). *Didáctica de las Matemáticas para maestros*. Granada: Proyecto Edumat-Maestros.

Gómez, J. (2002). *De la enseñanza al aprendizaje de las matemáticas*. Barcelona: Paidós.

Martínez Montero, J. (2010). ¿Qué ventajas ofrecen los algoritmos ABN frente a las cuentas de toda la vida?. Hemendik hartuta:

<http://algoritmosabn.blogspot.com/2010/03/que-ventajas-ofrecen-los-algoritmos-abn.html>

Martínez Montero, J. (2010). *Enseñar Matemáticas a alumnos con necesidades educativas especiales*. Madrid, España: Wolters Kluwer.

Martínez Montero, J. (2010). Algoritmos ABN. El cálculo del futuro. *Clave XXI*.

Martínez Montero, J. (2011). El método del cálculo abierto basado en números (ABN) como alternativa de futuro respecto a los métodos tradicionales cerrados basados en cifras (CBC). *Bordón. Revista pedagógica*. 63 (4), 95-110.

Martínez Montero, J. (2016). «En ocho años, el método tradicional de enseñar matemáticas desaparecerá». *Diario de Cadiz*. Hemendik hartuta:

https://www.lavozdigital.es/cadiz/provincia/lvdi-jaime-martinez-ocho-anos-metodo-tradicional-ensenar-matematicas-desaparecera-201607240917_noticia.html

Martínez Montero, J. (2018). El cálculo ABN. Un enfoque diferente para el aprendizaje del cálculo y las matemáticas. *Innovación Educativa*.

Martínez Montero, J. y Sánchez Cortés, C. (2011). *Desarrollo y mejora de la inteligencia matemática en Educación Infantil*. Madrid, España: Wolters Kluwer.

Martínez Montero, J. y Sánchez Cortés, C. (2019). *Enriquecimiento de los aprendizajes matemáticos en Infantil y Primaria con el Método ABN*. Madrid, España: Pirámides.

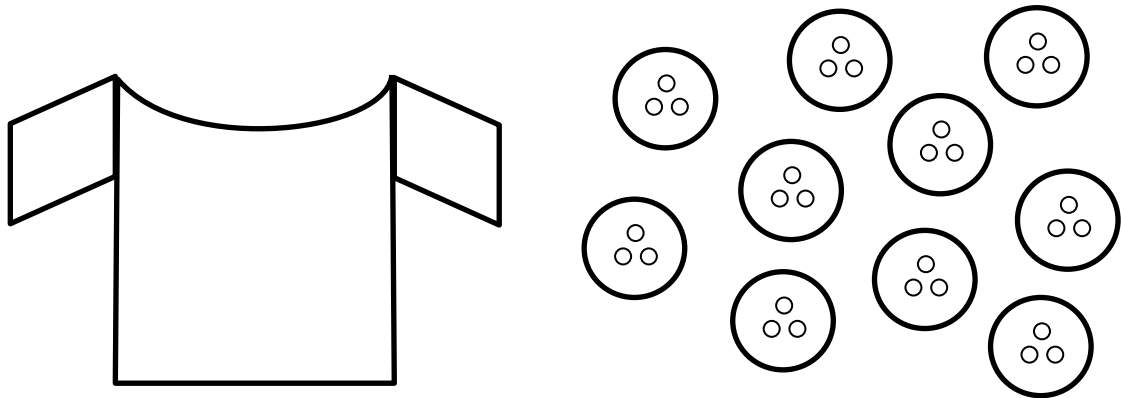
Martxoaren 19ko, 23/2007 Foru Dekretua, Haur Hezkuntza bigarren zikloko irakaskuntzearako curriculumaz ezartzen duena. Hezkuntza Departamentua. Nafarroa, Espainia.

Navarro, J; Fernández, M^a.T^a.; Soto, F.J. y Tortosa F. (Coords.) (2012). *Respuestas flexibles en contextos educativos diversos*. Murcia: Consejería de Educación, Formación y Empleo.

Rodríguez, M.E. (2011). La matemática y su relación con las ciencias como recurso pedagógico. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*. 77, 35-49

ERANSKINAK

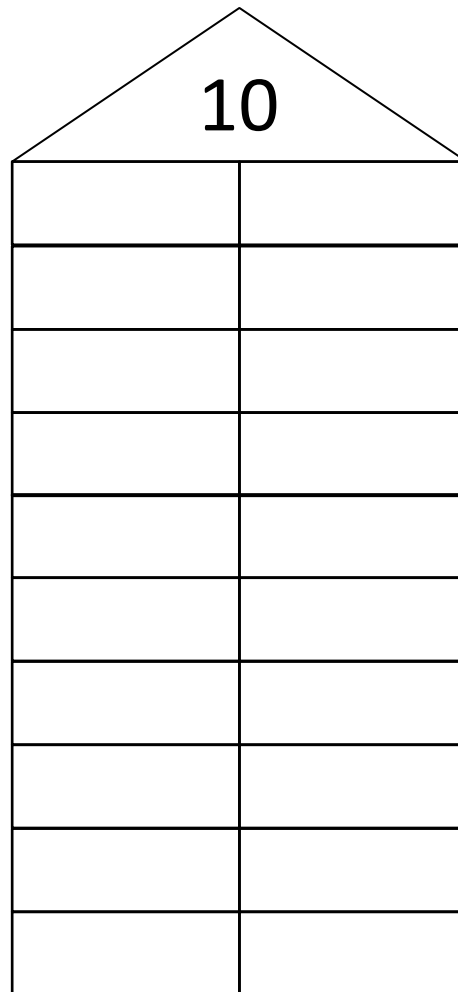
ERANSKINA I: Kamiseta eta botoien fitxak patroi fisikoa lantzeko.



ERANSKINA II: Hainbat jardueran beharrezkoak izango diren polikuboak.



ERANSKINA III: “Bizilagunen etxetxo”, banaketa irregularra egiteko beharrezkoa izango dena.



ERANSKINA IV: Hainbat jardueratan beharrezkoa izango den zenbakizko katea.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

ERANSKINA V: Batuketak egiteko taula.

	1	2	3	4	5
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>