

ESTADÍSTICA

Daniel VENTURA RÍPODAS

APRENDIZAJE PRÁCTICO DEL ESTUDIO
ESTADÍSTICO EN 3º DE LA ESO

TFM 2022

upna

Universidad Pública de Navarra
Nafarroako Unibertsitate Publikoa

Ámbito MATEMÁTICAS
MÁSTER UNIVERSITARIO EN FORMACIÓN DEL
PROFESORADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

**Máster de Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria
y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas**

Trabajo Fin de Máster
Ámbito Matemáticas

**Aprendizaje práctico del estudio
estadístico en 3º de la ESO**

Daniel Ventura Rípodas

UNIVERSIDAD PÚBLICA DE NAVARRA
NAFARROAKO UNIBERTSITATE PUBLIKOA

ÍNDICE

	Página
Introducción general	9
Parte I: La estadística en el currículo vigente y en los libros de texto	11
1. La estadística en el currículo vigente	15
1.1.Contenidos en Educación Primaria	15
1.2.Contenidos en ESO.....	16
1.3.Contenidos en Bachillerato	18
2. Los criterios de evaluación de la estadística en el currículo vigente	21
2.1.Criterios de evaluación en Educación Primaria	21
2.2.Criterios de evaluación en ESO.....	22
2.3.Criterios de evaluación en Bachillerato	24
3. Estándares de aprendizaje evaluables de la estadística en el currículo vigente	27
3.1.Estándares de aprendizaje evaluables en Educación Primaria	27
3.2.Estándares de aprendizaje evaluables en ESO.....	28
3.3.Estándares de aprendizaje evaluables en Bachillerato	31
4. Ejercicios, problemas y cuestiones tipo en los libros de texto y su relación con la estadística en el currículo vigente	35
4.1.Ejercicios, problemas y cuestiones tipo en 1º ESO	35
4.2.Ejercicios, problemas y cuestiones tipo en 2º ESO	39
4.3.Ejercicios, problemas y cuestiones tipo en 3º ESO.....	40
4.4.Ejercicios, problemas y cuestiones tipo en 4º ESO	42
4.5.Ejercicios, problemas y cuestiones tipo en 1º Bachiller.....	46
5. Resultados	49
5.1. Ausencias y presencias en el currículo y en los libros de texto	49
5.2. Coherencia de los libros de texto en relación con el currículo.....	50
Parte II: Análisis de un proceso de estudio sobre la estadística en 3º ESO	51
6. La estadística en el libro de texto de referencia	55
6.1. Objetos matemáticos involucrados	55
6.2. Análisis global de la unidad didáctica	57
6.3. Conclusiones.....	67

Página

7. Dificultades y errores previsibles en el aprendizaje de la unidad didáctica	69
7.1. Dificultades	69
7.2. Errores y su posible origen	70
8. El proceso de estudio	75
8.1. Distribución del tiempo de la clase	75
8.2. Actividades adicionales planificadas	80
8.3. La tarea: actividad autónoma del alumnado prevista	83
9. Experimentación	87
9.1. Muestra y diseño de la experimentación	87
9.2. El cuestionario	88
9.3. Cuestiones y comportamientos esperados	89
9.4. Resultados	90
9.5. Discusión de los resultados.....	98
Síntesis, conclusiones y cuestiones abiertas	101
Referencias	103
Anexos	105
A. Unidad didáctica del libro de texto	107
B. Tutorial hojas de cálculo de Google.....	129
C. Ejemplo de estudio estadístico.....	135

TABLAS

Tabla 1 - Contenidos en Educación Primaria -----	16
Tabla 2 – Contenidos del primer ciclo de ESO (1º y 2º ESO)-----	16
Tabla 3 - Contenidos de 3º ESO (Académicas y aplicadas) -----	17
Tabla 4 - Contenidos de 4º ESO (Académicas y aplicadas) -----	17
Tabla 5 - Contenidos de 1º Bachillerato (Ciencias Sociales y Ciencias de la Salud/Tecnológico) -----	18
Tabla 6 - Contenidos de 2º Bachillerato (Ciencias Sociales y Ciencias de la Salud/Tecnológico) -----	19
Tabla 7 - Criterios de Evaluación en Educación Primaria -----	21
Tabla 8 - Criterios de Evaluación del primer ciclo de ESO (1º y 2º ESO) -----	23
Tabla 9 - Criterios de Evaluación de 3º ESO (Académicas y aplicadas)-----	23
Tabla 10 - Criterios de Evaluación de 4º ESO (Académicas y aplicadas) -----	24
Tabla 11 - Criterios de Evaluación de 1º Bachillerato (Ciencias Sociales y Ciencias de la Salud/Tecnológico) -----	25
Tabla 12 - Criterios de Evaluación de 2º Bachillerato (Ciencias Sociales y Ciencias de la Salud/Tecnológico) -----	26
Tabla 13 - Estándares de aprendizaje evaluables en Educación Primaria -----	27
Tabla 14 - Estándares de aprendizaje evaluables del primer ciclo de ESO (1º y 2º ESO) -----	29
Tabla 15 - Estándares de aprendizaje evaluables de 3º ESO (Académicas y aplicadas)	30
Tabla 16 - Estándares de aprendizaje evaluables de 4º ESO (Académicas y aplicadas)	31

Tabla 17 - Estándares de aprendizaje evaluables de 1º Bachillerato (Ciencias Sociales y Ciencias de la Salud/Tecnológico) -----	32
Tabla 18 - Estándares de aprendizaje evaluables de 2º Bachillerato (Ciencias Sociales y Ciencias de la Salud/Tecnológico) -----	33
Tabla 19 - Objetos matemáticos involucrados -----	57
Tabla 20 - Criterios de aprendizaje evaluables 3ºESO -----	63
Tabla 21 - Sesión 1 -----	76
Tabla 22 - Sesión 2 -----	76
Tabla 23 - Sesión 3 -----	77
Tabla 24 - Sesión 4 -----	77
Tabla 25 - Sesión 5 -----	77
Tabla 26 - Sesión 6 -----	78
Tabla 27 - Sesión 7 -----	78
Tabla 28 - Sesión 8 -----	78
Tabla 29 - Sesión 9 -----	78
Tabla 30 - Sesión 10 -----	79
Tabla 31 - Sesión 11 -----	79
Tabla 32 - Sesión 12 -----	80
Tabla 33 - Sesión 13 -----	80
Tabla 34 - Sesión 14 -----	80
Tabla 35 - Sesión 15 -----	80
Tabla 36 - Tarea Sesión 1 -----	83
Tabla 37 - Tarea Sesión 2 -----	83
Tabla 38 - Tarea Sesión 3 -----	83
Tabla 39 - Tarea Sesión 4 -----	84
Tabla 40 - Tarea Sesión 5 -----	84
Tabla 41 - Tarea Sesión 6 -----	84
Tabla 42 - Tarea Sesión 7 -----	84
Tabla 43 - Tarea Sesión 8 -----	85
Tabla 44 - Tarea Sesión 9 -----	85
Tabla 45 - Tarea Sesión 10 -----	85
Tabla 46 - Tarea Sesión 11 -----	85
Tabla 47 - Tarea Sesión 12 -----	85
Tabla 48 - Tarea Sesión 13 -----	86
Tabla 49 - Tarea Sesión 14 -----	86
Tabla 50 - Tarea Sesión 15 -----	86
Tabla 51 - Sesiones estudio estadístico -----	87
Tabla 52 - Rúbrica de evaluación -----	92

ILUSTRACIONES

Ilustración 1 - Portada.....	58
Ilustración 2 - Definición de Estadística	59
Ilustración 3 - Etapas de un estudio estadístico.....	59
Ilustración 4 - Población y muestra	59
Ilustración 5 - Tipos de variables estadísticas	60
Ilustración 6 - Actividad resuelta muestra representativa	60
Ilustración 7 - Actividad resuelta tabla estadística	61
Ilustración 8 - Diagrama de barras/Polígono de frecuencia	62
Ilustración 9 - Actividad resuelta diagrama de barras	62
Ilustración 10 - Recordatorio amplitud sector circular.....	62

Aprendizaje práctico del estudio estadístico en 3º de la ESO

Ilustración 11 - Parámetros de centralización.....	64
Ilustración 12 - Actividad resuelta media.....	64
Ilustración 13 - Parámetros de dispersión.....	65
Ilustración 14 - Diagrama de cajas y bigotes.....	66
Ilustración 15 - Aclaración diagrama cajas y bigotes.....	66
Ilustración 16 - Actividad estudio estadístico.....	67
Ilustración 17 - Ejemplo de actividades con razonamiento.....	67
Ilustración 18 - Objetivos de desarrollo sostenible	75
Ilustración 19 - Noticia de la prensa.....	81
Ilustración 20 - Interpretación de gráficas estadísticas.....	82

Introducción general

Este Trabajo Fin de Máster tiene como objetivo estudiar el aprendizaje de un estudio estadístico en estudiantes de 3º ESO orientadas a las enseñanzas académicas.

El trabajo se estructura en dos partes. En la primera parte se realiza un estudio longitudinal del currículo y en los libros de texto en el tercer ciclo de Primaria, en ESO y en Bachillerato con relación al tema indicado.

En la segunda parte se propone un proceso de estudio sobre el aprendizaje de un estudio estadístico, el cual se ha puesto en marcha en un aula de 3º ESO en el marco del Prácticum II del Máster. Los resultados extraídos de esta experimentación se fundamentan en un estudio estadístico, teniendo en cuenta asimismo las restricciones institucionales.

El trabajo concluye con una síntesis, unas conclusiones y unas cuestiones abiertas.

Parte I:

La estadística en el currículo vigente y en los libros de texto

En esta primera parte del Trabajo Fin de Máster se analiza cómo se aborda el tratamiento de la estadística en el currículo y en los libros de texto en el tercer ciclo de Primaria, en ESO y en Bachillerato.

El análisis se divide en cinco capítulos. En el primer, segundo y tercer capítulo se muestran en forma de tabla los contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables del currículo vigente que hacen referencia a la estadística en cada uno de los grados. En el cuarto se presentan ejemplos de las actividades (ejercicios, problemas, cuestiones y situaciones) tipo propuestas en un libro de texto de 3º ESO (Editorial EDELVIVES, así como en dos cursos anteriores y dos posteriores.

Las conclusiones que se extraen del análisis comparativo de los contenidos de ambas fuentes (currículo y libro de texto) se exponen en el quinto capítulo. El objetivo aquí es valorar la coherencia de los manuales con relación al currículo vigente y resaltar las presencias o ausencias de conocimientos matemáticos relativos al tema objeto de análisis.

Capítulo 1

La estadística en el currículo vigente

En este capítulo se presentan los contenidos relativos a la estadística, objeto de estudio en el presente trabajo fin de máster, en los currículos vigentes en el tercer ciclo de Educación Primaria (5º y 6º), en Educación Secundaria Obligatoria y en Bachillerato.

Los decretos en vigor por los que se establece el currículo de enseñanza para cada etapa son los siguientes:

- **Educación Primaria:** DECRETO FORAL 60/2014, de 16 de julio.
- **Educación secundaria obligatoria** primer y segundo ciclo: DECRETO FORAL 24/2015, de 22 de abril.
- **Bachillerato:** DECRETO FORAL 25/2015, de 22 de abril.

De cada documento se analizan y extraen los contenidos de estadística de los bloques de Estadística y Probabilidad. Para ello se estructura cada curso en tablas, en la primera columna aparecen los descriptores, y en las siguientes columnas los cursos. Tanto en 3º y 4º de ESO se analizan las matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas y las matemáticas aplicadas. En 1º y 2º de Bachiller se analizan las matemáticas orientadas a las ciencias sociales y las pertenecientes a las ciencias de la salud y tecnológico.

Los descriptores utilizados son los siguientes: C1: Recogida y clasificación de datos; C2: Representación e interpretación de datos; C3: Parámetros estadísticos; C4: Inferencia estadística; C5: TICs; C6: Resolución de problemas. La raya indica que no hay como tal un contenido relativo a ese descriptor, en el currículo.

1.1. Contenidos en Educación Primaria

Descriptor	Contenido 5º Primaria	Contenido 6º Primaria
C1. Recogida y clasificación de datos	-Recogida y clasificación de datos cualitativos y cuantitativos.	-Recogida y clasificación de datos cualitativos y cuantitativos.
C2. Representación e interpretación de datos	-Gráficos y parámetros estadísticos. -Construcción de tablas de frecuencias. -Interpretación de gráficos sencillos: diagramas de barras y sectoriales. -Análisis de las informaciones que se presentan mediante gráficos estadísticos.	-Gráficos y parámetros estadísticos. -Construcción de tablas de frecuencias. -Interpretación de gráficos sencillos: diagramas de barras, poligonales y sectoriales. -Análisis de las informaciones que se presentan mediante gráficos estadísticos.
C3. Parámetros estadísticos	-Gráficos y parámetros estadísticos. -Iniciación intuitiva a las medidas de centralización: la media aritmética.	-Gráficos y parámetros estadísticos. -Iniciación intuitiva a las medidas de centralización: la media aritmética.

Aprendizaje práctico del estudio estadístico en 3º de la ESO

C4. Inferencia estadística	-	-
C5. TICs	-	-
C6. Resolución de problemas	-	-

Tabla 1 - Contenidos en Educación Primaria

1.2. Contenidos en Educación Secundaria Obligatoria

Descriptor	Contenido 1º ESO	Contenido 2º ESO
C1. Recogida y clasificación de datos	-Población e individuo. Muestra. Variables estadísticas. -Variables cualitativas y cuantitativas.	-
C2. Representación e interpretación de datos	-Frecuencias absolutas y relativas. -Organización en tablas de datos recogidos en una experiencia. -Diagramas de barras, y de sectores. Polígonos de frecuencias.	-
C3. Parámetros estadísticos	-Medidas de tendencia central: media, mediana, moda. -Medidas de dispersión.	-
C4. Inferencia estadística	-	-
C5. TICs	-	-
C6. Resolución de problemas	-	-

Tabla 2 – Contenidos del primer ciclo de ESO (1º y 2º ESO)

Descriptor	Contenido 3º ESO Académicas	Contenido 3º ESO Aplicadas
C1. Recogida y clasificación de datos	-Fases y tareas de un estudio estadístico. -Población, muestra. Variables estadísticas: cualitativas, discretas y continuas.	-Fases y tareas de un estudio estadístico. -Población, muestra. Variables estadísticas: cualitativas, discretas y continuas.
C2. Representación e interpretación de datos	-Métodos de selección de una muestra estadística. -Representatividad de una muestra. -Frecuencias absolutas, relativas y acumuladas. -Agrupación de datos en intervalos. -Gráficas estadísticas.	-Métodos de selección de una muestra estadística. -Representatividad de una muestra. -Frecuencias absolutas, relativas y acumuladas. -Agrupación de datos en intervalos. -Gráficas estadísticas.

C3. Parámetros estadísticos	-Parámetros de posición. Cálculo, interpretación y propiedades. -Parámetros de dispersión. Diagrama de caja y bigotes. Interpretación conjunta de la media y la desviación típica.	-Parámetros de posición: media, moda, mediana y cuartiles. Cálculo, interpretación y propiedades. -Parámetros de dispersión: rango, recorrido intercuartílico y desviación típica. Cálculo e interpretación. -Diagrama de caja y bigotes. Interpretación conjunta de la media y la desviación típica.
C4. Inferencia estadística	-	-
C5. TICs	-	-
C6. Resolución de problemas	-	-

Tabla 3 - Contenidos de 3º ESO (Académicas y aplicadas)

Descriptor	Contenido 4º ESO Académicas	Contenido 4º ESO Aplicadas
C1. Recogida y clasificación de datos	-Utilización del vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar y la estadística. -Identificación de las fases y tareas de un estudio estadístico.	-
C2. Representación e interpretación de datos	-Construcción e interpretación de diagramas de dispersión. -Introducción a la correlación.	-Construcción e interpretación de diagramas de dispersión. -Introducción a la correlación.
C3. Parámetros estadísticos	-Medidas de centralización y dispersión: interpretación, análisis y utilización. -Comparación de distribuciones mediante el uso conjunto de medidas de posición y dispersión.	-Interpretación, análisis y utilidad de las medidas de centralización y dispersión. -Comparación de distribuciones mediante el uso conjunto de medidas de posición y dispersión.
C4. Inferencia estadística	-	-
C5. TICs	-Gráficas estadísticas: Distintos tipos de gráficas. -Análisis crítico de tablas y gráficas estadísticas en los medios de comunicación. Detección de falacias.	-Análisis crítico de tablas y gráficas estadísticas en los medios de comunicación.
C6. Resolución de problemas	-	-

Tabla 4 - Contenidos de 4º ESO (Académicas y aplicadas)

1.3. Contenidos en Bachillerato

Descriptor	Contenido 1º Ciencias Sociales	Contenido 1º Tecnológico/Salud
C1. Recogida y clasificación de datos	-	-
C2. Representación e interpretación de datos	-Estadística descriptiva bidimensional: Tablas de contingencia. -Distribución conjunta y distribuciones marginales. -Distribuciones condicionadas. -Dependencia de dos variables estadísticas. Representación gráfica: Nube de puntos.	-Estadística descriptiva bidimensional: Tablas de contingencia. -Distribución conjunta y distribuciones marginales. -Distribuciones condicionadas. -Independencia de variables estadísticas. -Estudio de la dependencia de dos variables estadísticas. Representación gráfica: nube de puntos.
C3. Parámetros estadísticos	-Medias y desviaciones típicas marginales y condicionadas. -Independencia de variables estadísticas. -Dependencia lineal de dos variables estadísticas. -Covarianza y correlación: Cálculo e interpretación del coeficiente de correlación lineal. -Regresión lineal. Predicciones estadísticas y fiabilidad de las mismas. -Coeficiente de determinación. -Variables aleatorias discretas. -Distribución de probabilidad. Media, varianza y desviación típica. -Variables aleatorias continuas. Función de densidad y de distribución. -Interpretación de la media, varianza y desviación típica.	-Medias y desviaciones típicas marginales. -Dependencia lineal de dos variables estadísticas. -Covarianza y correlación: Cálculo e interpretación del coeficiente de correlación lineal. -Regresión lineal. Estimación. -Predicciones estadísticas y fiabilidad de las mismas.
C4. Inferencia estadística	-	-
C5. TICs	-	-
C6. Resolución de problemas	-	-

Tabla 5 - Contenidos de 1º Bachillerato (Ciencias Sociales y Ciencias de la Salud/Tecnológico)

Descriptor	Contenido 2º Ciencias Sociales	Contenido 2º Tecnológico/Salud
C1. Recogida y clasificación de datos	-Población y muestra. Métodos de selección de una muestra. Tamaño y representatividad de una muestra.	-
C2. Representación e interpretación de datos	-	-
C3. Parámetros estadísticos	-Estadística paramétrica. Parámetros de una población y estadísticos obtenidos a partir de una muestra. -Estimación puntual. Media y desviación típica de la media muestral y de la proporción muestral. -Distribución de la media muestral en una población normal. -Distribución de la media muestral y de la proporción muestral en el caso de muestras grandes.	-Variables aleatorias discretas. -Distribución de probabilidad. Media, varianza y desviación típica.
C4. Inferencia estadística	-Estimación por intervalos de confianza. -Relación entre confianza, error y tamaño muestral. -Intervalo de confianza para la media poblacional de una distribución normal con desviación típica conocida. -Intervalo de confianza para la media poblacional de una distribución de modelo desconocido y para la proporción en el caso de muestras grandes.	-
C5. TICs	-	-
C6. Resolución de problemas	-	-

Tabla 6 - Contenidos de 2º Bachillerato (Ciencias Sociales y Ciencias de la Salud/Tecnológico)

Capítulo 2

Los criterios de evaluación de la estadística en el currículo vigente

Una vez detallados los contenidos de estadística en el capítulo 1, se presentan los criterios de evaluación de este aspecto matemático que vienen expuestos en el currículo oficial para cada una de las etapas del sistema educativo.

De la misma forma que los contenidos, el capítulo está dividido en tres secciones: el último ciclo de Educación Primaria, los dos ciclos de Educación Secundaria y Bachillerato. Los descriptores utilizados son los mismos que en el capítulo 1 y la forma de estructurar los criterios de evaluación es mediante el uso de tablas.

2.1 Criterios de Evaluación en Educación Primaria

Descriptor	C.E. 5º Primaria	C.E. 6º Primaria
C1. Recogida y clasificación de datos	1. Recoger y registrar una información cuantificable, utilizando algunos recursos sencillos de representación gráfica: tablas de datos, bloques de barras, diagramas lineales ... Comunicando la información.	1. Recoger y registrar una información cuantificable, utilizando algunos recursos sencillos de representación gráfica: tablas de datos, bloques de barras, diagramas lineales ... comunicando la información.
C2. Representación e interpretación de datos	1. Recoger y registrar una información cuantificable, utilizando algunos recursos sencillos de representación gráfica: tablas de datos, bloques de barras, diagramas lineales ... Comunicando la información. 2. Realizar, leer e interpretar representaciones gráficas de un conjunto de datos relativos al entorno inmediato.	1. Recoger y registrar una información cuantificable, utilizando algunos recursos sencillos de representación gráfica: tablas de datos, bloques de barras, diagramas lineales ... comunicando la información. 2. Realizar, leer e interpretar representaciones gráficas de un conjunto de datos relativos al entorno inmediato.
C3. Parámetros estadísticos	-	-
C4. Inferencia estadística	-	-
C5. TICs	-	-
C6. Resolución de problemas	-	-

Tabla 7 - Criterios de Evaluación en Educación Primaria

2.2 Criterios de Evaluación en Educación Secundaria Obligatoria

Descriptor	C.E. 1º ESO	C.E. 2º ESO
C1. Recogida y clasificación de datos	1. Formular preguntas adecuadas para conocer las características de interés de una población y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlas, utilizando los métodos estadísticos apropiados y las herramientas adecuadas, organizando los datos en tablas y construyendo gráficas, calculando los parámetros relevantes y obteniendo conclusiones razonables a partir de los resultados obtenidos.	-
C2. Representación e interpretación de datos	1. Formular preguntas adecuadas para conocer las características de interés de una población y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlas, utilizando los métodos estadísticos apropiados y las herramientas adecuadas, organizando los datos en tablas y construyendo gráficas, calculando los parámetros relevantes y obteniendo conclusiones razonables a partir de los resultados obtenidos.	-
C3. Parámetros estadísticos	1. Formular preguntas adecuadas para conocer las características de interés de una población y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlas, utilizando los métodos estadísticos apropiados y las herramientas adecuadas, organizando los datos en tablas y construyendo gráficas, calculando los parámetros relevantes y obteniendo conclusiones razonables a partir de los resultados obtenidos.	-
C4. Inferencia estadística	-	-
C5. TICs	2. Utilizar herramientas tecnológicas para organizar datos, generar gráficas estadísticas, calcular parámetros relevantes y comunicar los resultados obtenidos que respondan a las preguntas formuladas previamente	-

	sobre la situación estudiada.	
C6. Resolución de problemas	-	-

Tabla 8 - Criterios de Evaluación del primer ciclo de ESO (1º y 2º ESO)

Descriptor	C.E. 3º ESO Académicas	C.E. 3º ESO Aplicadas
C1. Recogida y clasificación de datos	1. Elaborar informaciones estadísticas para describir un conjunto de datos mediante tablas y gráficas adecuadas a la situación analizada, justificando si las conclusiones son representativas para la población estudiada.	1. Elaborar informaciones estadísticas para describir un conjunto de datos mediante tablas y gráficas adecuadas a la situación analizada, justificando si las conclusiones son representativas para la población estudiada.
C2. Representación e interpretación de datos	1. Elaborar informaciones estadísticas para describir un conjunto de datos mediante tablas y gráficas adecuadas a la situación analizada, justificando si las conclusiones son representativas para la población estudiada.	1. Elaborar informaciones estadísticas para describir un conjunto de datos mediante tablas y gráficas adecuadas a la situación analizada, justificando si las conclusiones son representativas para la población estudiada.
C3. Parámetros estadísticos	2. Calcular e interpretar los parámetros de posición y de dispersión de una variable estadística para resumir los datos y comparar distribuciones estadísticas.	2. Calcular e interpretar los parámetros de posición y de dispersión de una variable estadística para resumir los datos y comparar distribuciones estadísticas.
C4. Inferencia estadística	-	-
C5. TICs	3. Analizar e interpretar la información estadística que aparece en los medios de comunicación, valorando su representatividad y fiabilidad.	3. Analizar e interpretar la información estadística que aparece en los medios de comunicación, valorando su representatividad y fiabilidad.
C6. Resolución de problemas	-	-

Tabla 9 - Criterios de Evaluación de 3º ESO (Académicas y aplicadas)

Descriptor	C.E. 4º ESO Académicas	C.E. 4º ESO Aplicadas
C1. Recogida y clasificación de datos	-	-
C2. Representación e interpretación de datos	4. Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales, en distribuciones unidimensionales y bidimensionales, utilizando los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora u ordenador), y valorando cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas.	2. Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales, en distribuciones unidimensionales, utilizando los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora, hoja de cálculo), valorando cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas.
C3. Parámetros estadísticos	4. Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales, en distribuciones unidimensionales y bidimensionales, utilizando los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora u ordenador), y valorando cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas.	2. Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales, en distribuciones unidimensionales, utilizando los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora, hoja de cálculo), valorando cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas.
C4. Inferencia estadística	-	-
C5. TICs	3. Utilizar el lenguaje adecuado para la descripción de datos y analizar e interpretar datos estadísticos que aparecen en los medios de comunicación.	1. Utilizar el vocabulario adecuado para la descripción de situaciones relacionadas con el azar y la estadística, analizando e interpretando informaciones que aparecen en los medios de comunicación.
C6. Resolución de problemas	-	-

Tabla 10 - Criterios de Evaluación de 4º ESO (Académicas y aplicadas)

2.3 Criterios de Evaluación en Bachillerato

Descriptor	C.E. 1º Ciencias Sociales	C.E. 1º Tecnológico/Salud
C1. Recogida y clasificación de datos	-	-

C2. Representación e interpretación de datos	2. Interpretar la posible relación entre dos variables y cuantificar la relación lineal entre ellas mediante el coeficiente de correlación, valorando la pertinencia de ajustar una recta de regresión y de realizar predicciones a partir de ella, evaluando la fiabilidad de las mismas en un contexto de resolución de problemas relacionados con fenómenos económicos y sociales.	2. Interpretar la posible relación entre dos variables y cuantificar la relación lineal entre ellas mediante el coeficiente de correlación, valorando la pertinencia de ajustar una recta de regresión y, en su caso, la conveniencia de realizar predicciones, evaluando la fiabilidad de las mismas en un contexto de resolución de problemas relacionados con fenómenos científicos.
C3. Parámetros estadísticos	1. Describir y comparar conjuntos de datos de distribuciones bidimensionales, con variables discretas o continuas, procedentes de contextos relacionados con la economía y otros fenómenos sociales y obtener los parámetros estadísticos más usuales mediante los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora, hoja de cálculo) y valorando la dependencia entre las variables.	1. Describir y comparar conjuntos de datos de distribuciones bidimensionales, con variables discretas o continuas, procedentes de contextos relacionados con el mundo científico y obtener los parámetros estadísticos más usuales, mediante los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora, hoja de cálculo) y valorando, la dependencia entre las variables.
C4. Inferencia estadística	-	-
C5. TICs	5. Utilizar el vocabulario adecuado para la descripción de situaciones relacionadas con el azar y la estadística, analizando un conjunto de datos o interpretando de forma crítica informaciones estadísticas presentes en los medios de comunicación, la publicidad y otros ámbitos, detectando posibles errores y manipulaciones tanto en la presentación de los datos como de las conclusiones.	3. Utilizar el vocabulario adecuado para la descripción de situaciones relacionadas con la estadística, analizando un conjunto de datos o interpretando de forma crítica informaciones estadísticas presentes en los medios de comunicación, la publicidad y otros ámbitos, detectando posibles errores y manipulaciones tanto en la presentación de los datos como de las conclusiones.
C6. Resolución de problemas	-	-

Tabla 11 - Criterios de Evaluación de 1º Bachillerato (Ciencias Sociales y Ciencias de la Salud/Tecnológico)

Descriptor	C.E. 2º Ciencias Sociales	C.E. 2º Tecnológico/Salud
C1. Recogida y clasificación de datos	-	-
C2. Representación e interpretación de datos	-	-
C3. Parámetros estadísticos	-	-
C4. Inferencia estadística	2. Describir procedimientos estadísticos que permiten estimar parámetros desconocidos de una población con una fiabilidad o un error prefijados, calculando el tamaño muestral necesario y construyendo el intervalo de confianza para la media de una población normal con desviación típica conocida y para la media y proporción poblacional cuando el tamaño muestral es suficientemente grande.	-
C5. TICs	3. Presentar de forma ordenada información estadística utilizando vocabulario y representaciones adecuadas y analizar de forma crítica y argumentada informes estadísticos presentes en los medios de comunicación, publicidad y otros ámbitos, prestando especial atención a su ficha técnica, detectando posibles errores y manipulaciones en su presentación y conclusiones.	3. Utilizar el vocabulario adecuado para la descripción de situaciones relacionadas con el azar y la estadística, analizando un conjunto de datos o interpretando de forma crítica informaciones estadísticas presentes en los medios de comunicación, en especial los relacionados con las ciencias y otros ámbitos, detectando posibles errores y manipulaciones tanto en la presentación de los datos de las conclusiones.
C6. Resolución de problemas	-	-

Tabla 12 - Criterios de Evaluación de 2º Bachillerato (Ciencias Sociales y Ciencias de la Salud/Tecnológico)

Capítulo 3

Estándares de aprendizaje evaluables de la estadística en el currículo vigente

Para continuar con el análisis del currículo vigente a lo largo de todas las etapas educativas, se realiza un estudio sobre los estándares de aprendizaje evaluables, siguiendo las mismas pautas que en los capítulos anteriores.

3.1 Estándares de aprendizaje evaluables en Educación Primaria

Descriptor	E.A.E. 5º Primaria	E.A.E. 6º Primaria
C1. Recogida y clasificación de datos	1.1. Identifica, recoge y registra información cuantificable en tablas de datos.	1.1. Identifica datos cualitativos y cuantitativos en situaciones familiares. 1.2. Recoge y clasifica los datos y Construye tablas de frecuencias absolutas.
C2. Representación e interpretación de datos	2.2. Construye gráficos sencillos: diagramas de barras, pictogramas, poligonales y sectoriales. 2.3. Identifica e interpreta datos en distintos tipos de diagramas y en tablas de doble entrada.	1.5. Construye e interpreta gráficos sencillos: diagramas de barras, poligonales, sectoriales. 1.6. Analiza las informaciones que se presentan mediante gráficos estadísticos.
C3. Parámetros estadísticos	2.1. Calcula la media aritmética en situaciones prácticas de la vida diaria.	1.3. Identifica la moda en distintas situaciones. 1.4. Calcula la media aritmética en situaciones prácticas de la vida diaria.
C4. Inferencia estadística	-	-
C5. TICs	-	-
C6. Resolución de problemas	2.4. Aplica nociones de estadística en la resolución de problemas aritméticos.	1.7. Aplica nociones de estadística en la resolución de problemas aritméticos. 1.8. Plantea y resuelve problemas relacionados con contenidos de estadística.

Tabla 13 - Estándares de aprendizaje evaluables en Educación Primaria

3.2 . Estándares de aprendizaje evaluables en Educación Secundaria Obligatoria

Descriptor	E.A.E. 1º ESO	E.A.E. 2º ESO
C1. Recogida y clasificación de datos	<p>1.1. Define población, muestra e individuo desde el punto de vista de la estadística.</p> <p>1.2. Reconoce y propone ejemplos de distintos tipos de variables estadísticas, tanto cualitativas como cuantitativas.</p> <p>1.3. Organiza datos, obtenidos de una población, de variables cualitativas o cuantitativas en tablas y calcula sus frecuencias absolutas y relativas y los representa gráficamente utilizando los diagramas más adecuados a la situación estudiada.</p>	-
C2. Representación e interpretación de datos	<p>1.3. Organiza datos, obtenidos de una población, de variables cualitativas o cuantitativas en tablas y calcula sus frecuencias absolutas y relativas y los representa gráficamente utilizando los diagramas más adecuados a la situación estudiada.</p> <p>1.6. Utiliza datos, parámetros y gráficos para comparar la variable estadística que haya sido objeto de estudio en diferentes poblaciones o muestras.</p>	-
C3. Parámetros estadísticos	1.4. Calcula la media aritmética, la mediana (intervalo mediano), la moda (intervalo modal) y el rango, y los emplea para resolver problemas.	-
C4. Inferencia estadística	-	-
C5. TICs	<p>1.5. Interpreta gráficos estadísticos sencillos recogidos en medios de comunicación.</p> <p>2.1. Emplea la calculadora y herramientas tecnológicas para organizar datos, generar gráficos estadísticos y calcular las medidas de tendencia central y el rango de variables estadísticas cuantitativas.</p> <p>2.2. Utiliza las tecnologías de la información y de la comunicación para comunicar información resumida y relevante sobre una variable estadística que previamente haya analizado.</p>	-

C6. Resolución de problemas	-	-
-----------------------------	---	---

Tabla 14 - Estándares de aprendizaje evaluables del primer ciclo de ESO (1º y 2º ESO)

Descriptor	E.A.E. 3º ESO Académicas	E.A.E. 3º ESO Aplicadas
C1. Recogida y clasificación de datos	<p>1.1. Distingue población y muestra justificando las diferencias en problemas contextualizados.</p> <p>1.2. Valora la representatividad de una muestra a través del procedimiento de selección, en casos sencillos.</p> <p>1.3. Distingue entre variable cualitativa, cuantitativa discreta y cuantitativa continua y pone ejemplos.</p>	<p>1.1. Distingue población y muestra justificando las diferencias en problemas contextualizados.</p> <p>1.2. Valora la representatividad de una muestra a través del procedimiento de selección, en casos sencillos.</p> <p>1.3. Distingue entre variable cualitativa, cuantitativa discreta y cuantitativa continua y pone ejemplos.</p>
C2. Representación e interpretación de datos	1.4. Elabora tablas de frecuencias, relaciona los distintos tipos de frecuencias y obtiene información de la tabla elaborada.	1.4. Elabora tablas de frecuencias, relaciona los distintos tipos de frecuencias y obtiene información de la tabla elaborada.
C3. Parámetros estadísticos	<p>2.1. Calcula e interpreta las medidas de posición (media, moda, mediana y cuartiles) de una variable estadística para proporcionar un resumen de los datos.</p> <p>2.2. Calcula los parámetros de dispersión (rango, recorrido intercuartílico y desviación típica. Cálculo e interpretación) de una variable estadística (con calculadora y con hoja de cálculo) para comparar la representatividad de la media y describir los datos.</p>	<p>2.1. Calcula e interpreta las medidas de posición de una variable estadística para proporcionar un resumen de los datos.</p> <p>2.2. Calcula los parámetros de dispersión de una variable estadística (con calculadora y con hoja de cálculo) para comparar la representatividad de la media y describir los datos.</p>
C4. Inferencia estadística	-	-

C5. TICs	<p>1.5. Construye, con la ayuda de herramientas tecnológicas si fuese necesario, gráficos estadísticos adecuados a distintas situaciones relacionadas con variables asociadas a problemas sociales, económicos y de la vida cotidiana.</p> <p>3.1. Utiliza un vocabulario adecuado para describir, analizar e interpretar información estadística de los medios de comunicación.</p> <p>3.2. Emplea la calculadora y medios tecnológicos para organizar los datos, generar gráficos estadísticos y calcular parámetros de tendencia central y dispersión.</p> <p>3.3. Emplea medios tecnológicos para comunicar información resumida y relevante sobre una variable estadística analizada.</p>	<p>1.5. Construye, con la ayuda de herramientas tecnológicas si fuese necesario, gráficos estadísticos adecuados a distintas situaciones relacionadas con variables asociadas a problemas sociales, económicos y de la vida cotidiana.</p> <p>3.1. Utiliza un vocabulario adecuado para describir, analizar e interpretar información estadística en los medios de comunicación.</p> <p>3.2. Emplea la calculadora y medios tecnológicos para organizar los datos, generar gráficos estadísticos y calcular parámetros de tendencia central y dispersión.</p> <p>3.3. Emplea medios tecnológicos para comunicar información resumida y relevante sobre una variable estadística que haya analizado.</p>
C6. Resolución de problemas	-	-

Tabla 15 - Estándares de aprendizaje evaluables de 3º ESO (Académicas y aplicadas)

Descriptor	E.A.E. 4º ESO Académicas	E.A.E. 4º ESO Aplicadas
C1. Recogida y clasificación de datos	<p>4.4. Selecciona una muestra aleatoria y valora la representatividad de la misma en muestras muy pequeñas.</p>	<p>1.1. Utiliza un vocabulario adecuado para describir situaciones relacionadas con el azar y la estadística.</p> <p>2.1. Discrimina si los datos recogidos en un estudio estadístico corresponden a una variable discreta o continua.</p>
C2. Representación e interpretación de datos	<p>1.6. Interpreta un estudio estadístico a partir de situaciones concretas cercanas al alumno.</p> <p>4.1. Interpreta críticamente datos de tablas y gráficos estadísticos.</p> <p>4.5. Representa diagramas de dispersión e interpreta la relación existente entre las variables.</p>	<p>1.3. Emplea el vocabulario adecuado para interpretar y comentar tablas de datos, gráficos estadísticos y parámetros estadísticos.</p> <p>1.4. Interpreta un estudio estadístico a partir de situaciones concretas cercanas al alumno.</p> <p>2.2. Elabora tablas de frecuencias a partir de los datos de un estudio estadístico, con</p>

		variables discretas y continuas. 2.4. Representa gráficamente datos estadísticos recogidos en tablas de frecuencias, mediante diagramas de barras e histogramas.
C3. Parámetros estadísticos	4.3. Calcula e interpreta los parámetros estadísticos de una distribución de datos utilizando los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora u ordenador).	2.3. Calcula los parámetros estadísticos (media aritmética, recorrido, desviación típica, cuartiles, ...), en variables discretas y continuas, con la ayuda de la calculadora o de una hoja de cálculo.
C4. Inferencia estadística	-	-
C5. TICs	4.2. Representa datos mediante tablas y gráficos estadísticos utilizando los medios tecnológicos más adecuados.	-
C6. Resolución de problemas	-	-

Tabla 16 - Estándares de aprendizaje evaluables de 4º ESO (Académicas y aplicadas)

3.3 Estándares de aprendizaje evaluables en Bachillerato

Descriptor	C.E. 1º Ciencias Sociales	C.E. 1º Tecnológico/Salud
C1. Recogida y clasificación de datos	1.4. Decide si dos variables estadísticas son o no estadísticamente dependientes a partir de sus distribuciones condicionadas y marginales para poder formular conjeturas. 2.1. Distingue la dependencia funcional de la dependencia estadística y estima si dos variables son o no estadísticamente dependientes mediante la representación de la nube de puntos en contextos cotidianos.	1.4. Decide si dos variables estadísticas son o no dependientes a partir de sus distribuciones condicionadas y marginales. 3.1. Describe situaciones relacionadas con la estadística utilizando un vocabulario adecuado.

<p>C2. Representación e interpretación de datos</p>	<p>1.1. Elabora e interpreta tablas bidimensionales de frecuencias a partir de los datos de un estudio estadístico, con variables discretas y continuas. 1.3. Halla las distribuciones marginales y diferentes distribuciones condicionadas a partir de una tabla de contingencia, así como sus parámetros para aplicarlos en situaciones de la vida real. 2.3. Calcula las rectas de regresión de dos variables y obtiene predicciones a partir de ellas. 2.4. Evalúa la fiabilidad de las predicciones obtenidas a partir de la recta de regresión mediante el coeficiente de determinación lineal en contextos relacionados con fenómenos económicos y sociales.</p>	<p>1.1. Elabora tablas bidimensionales de frecuencias a partir de los datos de un estudio estadístico, con variables discretas y continuas. 2.1. Distingue la dependencia funcional de la dependencia estadística y estima si dos variables son o no estadísticamente dependientes mediante la representación de la nube de puntos. 2.3. Calcula las rectas de regresión de dos variables y obtiene predicciones a partir de ellas. 2.4. Evalúa la fiabilidad de las predicciones obtenidas a partir de la recta de regresión mediante el coeficiente de determinación lineal.</p>
<p>C3. Parámetros estadísticos</p>	<p>1.2. Calcula e interpreta los parámetros estadísticos más usuales en variables bidimensionales para aplicarlos en situaciones de la vida real. 2.2. Cuantifica el grado y sentido de la dependencia lineal entre dos variables mediante el cálculo e interpretación del coeficiente de correlación lineal para poder obtener conclusiones.</p>	<p>1.2. Calcula e interpreta los parámetros estadísticos más usuales en variables bidimensionales. 1.3. Calcula las distribuciones marginales y diferentes distribuciones condicionadas a partir de una tabla de contingencia, así como sus parámetros (media, varianza y desviación típica). 2.2. Cuantifica el grado y sentido de la dependencia lineal entre dos variables mediante el cálculo e interpretación del coeficiente de correlación lineal.</p>
<p>C4. Inferencia estadística</p>	<p>-</p>	<p>-</p>
<p>C5. TICs</p>	<p>1.5. Usa adecuadamente medios tecnológicos para organizar y analizar datos desde el punto de vista estadístico, calcular parámetros y generar gráficos estadísticos.</p>	<p>1.5. Usa adecuadamente medios tecnológicos para organizar y analizar datos desde el punto de vista estadístico, calcular parámetros y generar gráficos estadísticos.</p>
<p>C6. Resolución de problemas</p>	<p>-</p>	<p>-</p>

Tabla 17 - Estándares de aprendizaje evaluables de 1º Bachillerato (Ciencias Sociales y Ciencias de la Salud/Tecnológico)

Descriptor	C.E. 2º Ciencias Sociales	C.E. 2º Tecnológico/Salud
C1. Recogida y clasificación de datos	2.1. Valora la representatividad de una muestra a partir de su proceso de selección. 3.2. Identifica y analiza los elementos de una ficha técnica en un estudio estadístico sencillo.	-
C2. Representación e interpretación de datos	-	-
C3. Parámetros estadísticos	2.2. Calcula estimadores puntuales para la media, varianza, desviación típica y proporción poblacionales, y lo aplica a problemas reales. 3.1. Utiliza las herramientas necesarias para estimar parámetros desconocidos de una población y presentar las inferencias obtenidas mediante un vocabulario y representaciones adecuadas.	-
C4. Inferencia estadística	2.4. Construye, en contextos reales, un intervalo de confianza para la media poblacional de una distribución normal con desviación típica conocida. 2.5. Construye, en contextos reales, un intervalo de confianza para la media poblacional y para la proporción en el caso de muestras grandes. 2.6. Relaciona el error y la confianza de un intervalo de confianza con el tamaño muestral y calcula cada uno de estos tres elementos conocidos los otros dos y lo aplica en situaciones reales.	-
C5. TICs	3.3. Analiza de forma crítica y argumentada información estadística presente en los medios de comunicación y otros ámbitos de la vida cotidiana.	-
C6. Resolución de problemas	-	-

Tabla 18 - Estándares de aprendizaje evaluables de 2º Bachillerato (Ciencias Sociales y Ciencias de la Salud/Tecnológico)

Capítulo 4

Ejercicios, problemas y cuestiones tipo en los libros de texto y su relación con la estadística en el currículo vigente

En este capítulo se realiza un análisis de los ejercicios, problemas y cuestiones que aparecen en el libro de texto de referencia de 3º ESO, curso en el que se desarrolla el proceso de estudio del presente trabajo fin de máster. Además, se analizan de forma análoga los libros de texto de dos cursos anteriores y dos posteriores, es decir, 1º ESO, 2º ESO, 4º ESO y 1º Bachillerato.

En todos los cursos se tomará como referencia el libro de la editorial Edelvives y las unidades de estadística correspondientes. En 3º y 4º ESO, se utilizan los libros de las matemáticas orientadas a enseñanzas académicas. En 1º de bachillerato se utiliza el libro de matemáticas orientadas a las ciencias sociales.

Para realizar el análisis, se tiene como referencia los estándares de aprendizaje evaluables del currículo de cada curso (detallados en el capítulo 3) y se comprueba que todos ellos están contemplados en los libros de texto. Esta comprobación se organiza mediante tablas en las que en la primera fila se indica el tipo de actividad analizada, seguida del estándar de aprendizaje cubierto, con una breve descripción del contenido de la actividad para finalmente añadir la imagen de la actividad.

4.1 Ejercicios, problemas y cuestiones tipo en 1º ESO

Actividad tipo:	Cuestión
Estándar de aprendizaje:	1.1. Define población, muestra e individuo desde el punto de vista de la estadística 1.2. Reconoce y propone ejemplos de distintos tipos de variables estadísticas, tanto cualitativas como cuantitativas.
Descripción:	Las siguientes cuestiones son un ejemplo de cómo el alumnado debe saber trabajar y entender con los términos población y muestra, además de reconocer las variables estadísticas cualitativas y cuantitativas.

Ejemplo de actividad:

- 1 Indica de qué tipo son estas variables.
 - a. El tiempo que tarda en llenarse un depósito.
 - b. El número de flexiones que puedes realizar en 5 segundos.
 - c. Tu comida preferida.
 - d. El peso de ciertos animales objeto de estudio.

- 2 Indica de qué tipo es la variable estadística y la población en cada apartado.
 - a. El número de respuestas acertadas en la clase de 1º B de cierto instituto en un test de diez preguntas.
 - b. Los números pulsados en una calculadora.
 - c. El día de la semana elegido por los trabajadores de una empresa para fijar las reuniones vespertinas.
 - d. El número de palabras contenido en cada hoja de un libro.

- 3 + Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y corrige estas últimas:
 - a. Una población contiene siempre a todos los individuos del estudio estadístico.
 - b. Una variable estadística cualitativa se expresa con números.
 - c. Una muestra se utiliza cuando la población del estudio es muy pequeña.
 - d. Cualquier muestra es representativa de su población.
 - e. La población es un subconjunto de la muestra.
 - f. El tamaño de la muestra nunca es mayor que el de la población.

- 4 Contesta, razonando la respuesta, si te parece más apropiado estudiar la población o una muestra en los siguientes estudios estadísticos:
 - a. El modo en que afecta la gripe a niños vacunados y sin vacunar.
 - b. El número de piezas de fruta que toman diariamente tus compañeros de clase.
 - c. La ocupación hotelera en las costas españolas durante los meses de verano.
 - d. La edad y el sexo de los miembros de una familia.

Actividad tipo:

Ejercicio

Estándar de aprendizaje:

1.3. Organiza datos, obtenidos de una población, de variables cualitativas o cuantitativas en tablas y calcula sus frecuencias absolutas y relativas y los representa gráficamente utilizando los diagramas más adecuados a la situación estudiada.

Descripción:

Los siguientes ejercicios son un ejemplo de cómo el alumnado debe organizar datos a través de tablas y calcula sus frecuencias absolutas y relativas.

Ejemplo de actividad:

- 5 Se ha preguntado a 20 personas por el número de medios de locomoción que deben tomar para llegar de su casa al trabajo y estos han sido los resultados:

0, 1, 0, 0, 2, 1, 1, 3, 2, 0, 1, 0, 1, 3, 1, 1, 0, 0, 2, 1

Realiza un recuento y elabora una tabla estadística de los valores.

- 6 Para controlar el crecimiento de las plantas del patio de un colegio, se ha medido la altura de los arbustos plantados en la valla:

0,90; 1,06; 1,17; 0,87; 1,36; 1,28; 0,97; 1,30; 0,74; 0,92; 1,05; 0,85; 1,29; 1,21; 0,88; 1,04; 0,87; 1,39; 1,19; 0,81; 1,35; 0,96; 0,84; 0,96; 1,25; 1,27; 1,20; 1,11; 0,83; 1,10; 1,15; 0,75; 1,18; 1,29; 0,84; 1,26; 1,37; 0,98; 0,88; 1,06

Realiza una tabla estadística, teniendo en cuenta que el primer intervalo es $[0,70 ; 0,80)$.

- 7 Se ha realizado una encuesta a 30 conductores para conocer su preferencia en relación con el color de su nuevo coche si tuvieran que cambiar de vehículo ahora. Estos han sido los resultados registrados:

Rojo (R), plata (P), blanco (B), azul marino (A) y negro (N)

R, P, B, R, A, B, P, N, A, R, B, R, R, N, P, P, B, R, A, P, R, P, R, R, A, P, P, N, A, R

Elabora una tabla estadística y responde a estas preguntas:

- ¿Cuál es la frecuencia relativa del color plata?
- ¿Cuál es el porcentaje de los que no han elegido el azul marino?
- ¿Qué color tiene mayor frecuencia absoluta? ¿Qué significa eso?
- ¿Qué color tiene menor porcentaje? ¿Qué significa ese dato?

Actividad tipo: Ejercicio

Estándar de aprendizaje: 1.3. Organiza datos, obtenidos de una población, de variables cualitativas o cuantitativas en tablas y calcula sus frecuencias absolutas y relativas y los representa gráficamente utilizando los diagramas más adecuados a la situación estudiada.

Descripción: Los siguientes ejercicios son un ejemplo de cómo el alumnado debe representar gráficamente los datos recogidos en tablas.

Ejemplo de actividad:

- 12 En la siguiente tabla se recogen las temperaturas mínimas en Riiza durante el mes de febrero. Realiza un diagrama de barras y el polígono de frecuencias con los datos aportados.

Temperaturas	-6 °C	-4 °C	-3 °C	0 °C	1 °C
Frecuencia absoluta	4	10	7	6	1

- 13 El tiempo, en minutos, que diariamente dedica a la lectura un grupo de personas elegidas aleatoriamente es:

21 30 13 28 20 31 29 29 40 18 15 16 20 25 24 31 28 25
40 18 7 10 29 31 36 32 8 29 9

- Elabora una tabla estadística, considerando como primer intervalo $[0, 10)$.
- Representa los datos en un histograma.
- Representa los datos en un diagrama de sectores.

Actividad tipo: Ejercicio

Estándar de aprendizaje: 1.4. Calcula la media aritmética, la mediana (intervalo mediano), la moda (intervalo modal) y el rango, y los emplea para resolver problemas.

Descripción: Los siguientes ejercicios son un ejemplo de cómo el alumnado debe calcular los parámetros estadísticos moda, media aritmética, mediana, intervalo modal e intervalo mediano.


Ejemplo de actividad:

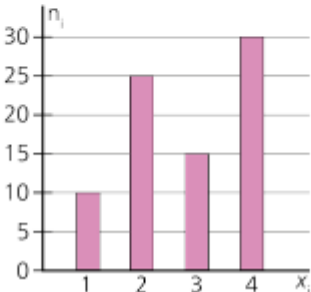
20 Calcula la moda, la media aritmética y la mediana, cuando sea posible, de estos datos:

a. 4, 6, 8, 4, 5, 6, 7, 8, 5, 4, 6, 4, 4

b. Asturias, Murcia, Asturias, Galicia, Asturias, Murcia, Asturias, Galicia, Asturias

c. 10, 12, 13, 11, 11, 13, 12, 12, 11, 13, 11, 12, 13, 11, 12, 10, 12, 10

21  Halla la media aritmética y la moda de los datos representados en el siguiente diagrama de barras:



x_i	n_i
1	10
2	25
3	15
4	30

25 Después de realizar un ejercicio físico, se determina el número de pulsaciones por minuto de los participantes, lo que arroja los siguientes resultados:

117 123 125 99 107 97 124 96 135 118 85 112 111 94 92 128
117 112 114 95 107 100 123 101 110 108 95 104 106 94

a. Halla la media.

b. Determina el intervalo mediano.

c. Calcula el intervalo modal.

26 Las edades de los miembros del club de ajedrez «A cuadros» son:

35 22 47 18 76 45 29 21 30 28 90 44 32 58 63 15 37 33 61
42 54 39 55 36 48 46 37 45 53 30

a. Halla la media.

b. Determina el intervalo mediano.

c. Calcula el intervalo modal.

Actividad tipo: Ejercicio

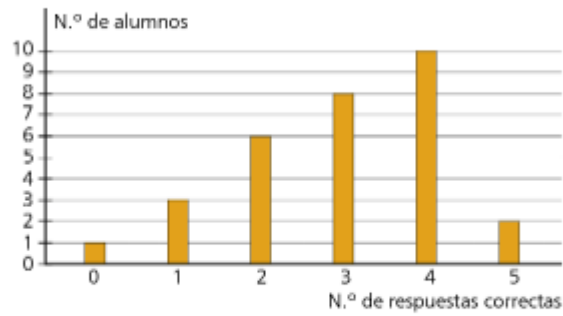
Estándar de aprendizaje: 1.5. Interpreta gráficos estadísticos sencillos recogidos en medios de comunicación.

Descripción: El siguiente ejercicio es un ejemplo de cómo el alumnado debe interpretar un gráfico estadístico sencillo.

Ejemplo de actividad:

16

En cierto instituto, la prueba final de Matemáticas de 1º de ESO constó de cinco preguntas que valían dos puntos cada una. El número de respuestas correctas de los alumnos se refleja en este gráfico:



- ¿Cuántos alumnos realizaron el examen?
- ¿Cuántos alumnos suspendieron?
- ¿Cuál fue la suma de todas las notas de los alumnos?
- Sara, Rodrigo y Nicolás dicen haber resuelto correctamente las cinco preguntas; ¿es cierto?

4.2 Ejercicios, problemas y cuestiones tipo en 2ºESO

Actividad tipo: Ejercicio

Estándar de aprendizaje: En 2º ESO no aparecen estándares de aprendizaje evaluables relacionados con la estadística. En este curso se profundiza en el tema de probabilidad.

Descripción: Aunque no lo recoja el currículo, en el libro de texto utilizado aparecen una serie de ejercicios relacionados con el bloque de estadística. Aparece todo el contenido visto en 1º ESO y además se introducen los parámetros de dispersión. A continuación, un ejemplo del nuevo contenido.

Ejemplo de actividad:

45 Halla la varianza del siguiente conjunto de datos:

6 4 9 10 8 9 7 11

46 Según datos del INE, la media del número de personas que conviven en el hogar de los españoles es de 2,3. En una encuesta realizada a un colectivo de personas se obtienen los siguientes datos:

4 3 5 1 4 3 2 2 3 1 2
2 5 1 4 3 2 1 4 3 2 2
5 1 2 2 5 1 3 1 4 3 3 4

- a. ¿Coincide la media de estos datos con la del INE?
- b. Halla los parámetros de centralización y dispersión.

47 La edad de tres grupos diferentes de personas son las siguientes:

A: 17 12 14 16 14 13 18 13 15 12
B: 22 27 30 25 29 23 26 28 22 23
C: 30 34 33 34 35 38 34 34 33 34

- a. Halla el rango de cada uno de los grupos.
- b. Indica en qué grupo están más concentrados los datos.
- c. Analiza cómo afecta el rango a la hora de cuantificar el agrupamiento de los datos.

4.3 Ejercicios, problemas y cuestiones tipo en 3º ESO

Actividad tipo: Cuestión

Estándar de aprendizaje:


- 1.1. Distingue población y muestra justificando las diferencias en problemas contextualizados.
- 1.2. Valora la representatividad de una muestra a través del procedimiento de selección, en casos sencillos.
- 1.3. Distingue entre variable cualitativa, cuantitativa discreta y cuantitativa continua y pone ejemplos.

Descripción: Las siguientes cuestiones son un ejemplo de cómo el alumnado debe saber trabajar y entender con los términos población y muestra, además de reconocer las variables estadísticas cualitativas y cuantitativas.

Ejemplo de actividad:


- 2** Indica de estos caracteres estadísticos cuáles son cualitativos y cuáles cuantitativos:
- La renta per cápita de un país.
 - La variación del nivel de agua de un embalse.
 - Tu marca de ropa deportiva preferida.
 - El estado civil de las personas.
- 3** Clasifica los siguientes caracteres estadísticos en cualitativos o cuantitativos. De los primeros indica alguna posible modalidad, y de los segundos señala cuáles son discreto y cuáles continuos.
- El peso de unas manzanas.
 - Las nacionalidades de varios estudiantes Erasmus.
 - La temperatura corporal de varios enfermos.
 - El número de huevos que normalmente se come Juan en una semana.
- 4** Se desea conocer la oferta hotelera que tiene determinada capital para el desarrollo de un gran evento deportivo.
- ¿Cuál sería la población y los individuos del estudio?
 - ¿Sería conveniente hacer el estudio sobre una muestra? ¿Por qué? ¿Cómo harías la muestra?
 - Explica cómo realizarías una muestra aleatoria sistemática de todos los hoteles

Actividad tipo: Ejercicio**Estándar de aprendizaje:** 1.4. Elabora tablas de frecuencias, relaciona los distintos tipos de frecuencias y obtiene información de la tabla elaborada.**Descripción:** Los siguientes ejercicios son un ejemplo de cómo el alumnado debe organizar datos a través de tablas y calcular sus frecuencias absolutas y relativas.**Ejemplo de actividad:**

- 11**  Al contabilizar el número de actividades extraescolares que realiza un grupo de alumnos, se obtienen estos datos:

3 3 4 3 4 3 4 5 3 2 4 4 3 2 4 3 5
4 3 3 4 5 3 4 2 4 2 3 3 4

- Realiza un recuento de los datos y elabora una tabla estadística.
- ¿Cuál es el tamaño de la muestra?
- ¿Cuánto suman las frecuencias relativas de todos los datos?
- ¿Qué porcentaje de alumnos ha tenido cuatro actividades extraescolares?
- ¿Cuántos alumnos han tenido hasta tres actividades extraescolares?

- 12**  Un radar fijo situado en un tramo de una carretera nacional en el que la velocidad máxima permitida es de 70 km/h ha registrado estas velocidades:

58 - 76 - 90 - 71 - 100 - 89 - 107 - 52 - 65 - 108 - 94
73 - 62 - 65 - 79 - 110 - 88 - 64 - 93 - 68

- Realiza un recuento y completa una tabla estadística, tomando el valor 10 como amplitud de cada intervalo.
- ¿Cuál es el tamaño de la muestra?
- ¿Cuántos vehículos circulan entre 60 km/h y 70 km/h?
- ¿Qué porcentaje de vehículos se desplaza a una velocidad de entre 90 km/h y 100 km/h?
- ¿Cuántos vehículos exceden los 80 km/h?

Actividad tipo: Ejercicio

Estándar de aprendizaje: 2.1. Calcula e interpreta las medidas de posición (media, moda, mediana y cuartiles) de una variable estadística para proporcionar un resumen de los datos.

2.2. Calcula los parámetros de dispersión (rango, recorrido intercuartílico y desviación típica). Cálculo e interpretación de una variable estadística (con calculadora y con hoja de cálculo) para comparar la representatividad de la media y describir los datos.

Descripción: El siguiente ejercicio es un ejemplo de cómo el alumnado debe calcular e interpretar las medidas de posición y los parámetros de dispersión. Se debe explicar si la media es representativa.

Ejemplo de actividad:

28 Un 11 % de la población mundial, esto es, más de 700 millones de personas, vive en condiciones de pobreza extrema. Al elaborar un trabajo al respecto, Nicolás ha preguntado en su clase por el número de personas cercanas o conocidas que hayan apadrinado a algún niño, facilitándole así, por ejemplo, el acceso a la sanidad y a la educación. Los resultados obtenidos son:

Niños apadrinados, x_i	0	1	2	3	4	5
Frecuencia absoluta, n_i	2	1	7	4	1	6

a. Calcula los parámetros de centralización.
 b. Halla los parámetros de dispersión.
 c. Recoge la información en un diagrama de barras.
 d. ¿Es representativo el valor de la media obtenida?



4.4 Ejercicios, problemas y cuestiones tipo en 4º ESO

Actividad tipo: Ejercicio y cuestión

Estándar de aprendizaje: 1.6. Interpreta un estudio estadístico a partir de situaciones concretas cercanas al alumno.

Descripción: Los siguientes ejercicios y cuestiones son un ejemplo de cómo el alumnado debe interpretar los términos estadísticos implicados en un estudio estadístico.

Ejemplo de actividad:**1 Etapas de un estudio estadístico**

- 1 Indica la diferencia entre población y muestra.
- 2 Fíjate en cada apartado e indica si la situación concierne a la población o a una muestra:
 - a. Se quiere conocer los hábitos de lectura de todos los niños de una población y para ello se hace una encuesta a todos los alumnos de un colegio.
 - b. Para conocer la altura de los estudiantes de una clase, se mide la estatura de todos ellos.
 - c. De las 52 personas que viajan en un autobús, 12 han respondido a la encuesta sobre confort del vehículo.
- 3 Explica en cada caso por qué es conveniente utilizar una muestra.
 - a. Una empresa quiere averiguar la vida útil de las bombillas que fabrica.
 - b. Se quiere preguntar sobre sus exigencias a los asistentes a un concierto.
 - c. Se pretende analizar la utilidad de una nueva vacuna contra una enfermedad que afecta a los hombres mayores de 50 años.
- 4 Expón un ejemplo de realización de una muestra no representativa.
- 5  Explica si es o no representativa la forma de confeccionar estas muestras y razona por qué:
 - a. Se desea elegir a 10 alumnos a partir de la lista de clase ordenada alfabéticamente. A tal fin, se seleccionan 10 alumnos al azar para que cada uno escoja un número distinto y se toman como integrantes de la muestra de alumnos a quienes ocupen en la lista de clase el lugar correspondiente a esos números.
 - b. En un estudio sobre el uso del transporte público se toman los datos a partir de una encuesta que se realiza sobre una muestra de personas elegidas aleatoriamente en la estación de cercanías.
 - c. Para conocer el tiempo que se emplea en ir al trabajo se realiza una encuesta telefónica en la franja horaria de 10 a 12 de la mañana.
- 6  Se quiere tomar una muestra de 20 estudiantes de los 112 que están matriculados en 4º de ESO en cierto instituto. Indica cómo hay que hacerlo:
 - a. Con un muestreo aleatorio simple.
 - b. Con un muestreo aleatorio sistemático.
 - c. Con un muestreo aleatorio estratificado.



Actividad tipo: Ejercicio y cuestión**Estándar de aprendizaje:** 1.6. Interpreta un estudio estadístico a partir de situaciones concretas cercanas al alumno.

4.4. Selecciona una muestra aleatoria y valora la representatividad de la misma en muestras muy pequeñas.

Descripción: Los siguientes ejercicios y cuestiones son un ejemplo de cómo el alumnado debe interpretar los términos estadísticos implicados en un estudio estadístico: población, muestra, representatividad de una muestra y tipos de muestreo.

Ejemplo de actividad:

1 Etapas de un estudio estadístico

- 1 Indica la diferencia entre población y muestra.
- 2 Fíjate en cada apartado e indica si la situación concierne a la población o a una muestra:
 - a. Se quiere conocer los hábitos de lectura de todos los niños de una población y para ello se hace una encuesta a todos los alumnos de un colegio.
 - b. Para conocer la altura de los estudiantes de una clase, se mide la estatura de todos ellos.
 - c. De las 52 personas que viajan en un autobús, 12 han respondido a la encuesta sobre confort del vehículo.
- 3 Explica en cada caso por qué es conveniente utilizar una muestra.
 - a. Una empresa quiere averiguar la vida útil de las bombillas que fabrica.
 - b. Se quiere preguntar sobre sus exigencias a los asistentes a un concierto.
 - c. Se pretende analizar la utilidad de una nueva vacuna contra una enfermedad que afecta a los hombres mayores de 50 años.
- 4 Expón un ejemplo de realización de una muestra no representativa.
- 5  Explica si es o no representativa la forma de confeccionar estas muestras y razona por qué:
 - a. Se desea elegir a 10 alumnos a partir de la lista de clase ordenada alfabéticamente. A tal fin, se seleccionan 10 alumnos al azar para que cada uno escoja un número distinto y se toman como integrantes de la muestra de alumnos a quienes ocupen en la lista de clase el lugar correspondiente a esos números.
 - b. En un estudio sobre el uso del transporte público se toman los datos a partir de una encuesta que se realiza sobre una muestra de personas elegidas aleatoriamente en la estación de cercanías.
 - c. Para conocer el tiempo que se emplea en ir al trabajo se realiza una encuesta telefónica en la franja horaria de 10 a 12 de la mañana.
- 6  Se quiere tomar una muestra de 20 estudiantes de los 112 que están matriculados en 4º de ESO en cierto instituto. Indica cómo hay que hacerlo:
 - a. Con un muestreo aleatorio simple.
 - b. Con un muestreo aleatorio sistemático.
 - c. Con un muestreo aleatorio estratificado.

Actividad tipo: Ejercicio y problema

Estándar de aprendizaje: 4.1. Interpreta críticamente datos de tablas y gráficos estadísticos.
4.3. Calcula e interpreta los parámetros estadísticos de una distribución de datos utilizando los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora u ordenador).

Descripción: Los siguientes ejercicios (13 y 14) y problema (15) son un ejemplo de cómo el alumnado debe interpretar críticamente datos que aparecen en tablas y en gráficos estadísticos, Además, debe saber calcular e interpretar los parámetros estadísticos de una distribución.

Ejemplo de actividad:

- 13 En la siguiente tabla se registran las cifras de automóviles matriculados en cierta comunidad en función del año:

Año	2015	2016	2017	2018	2019
Vehículos (millones)	2,37	2,40	2,37	1,67	1,27

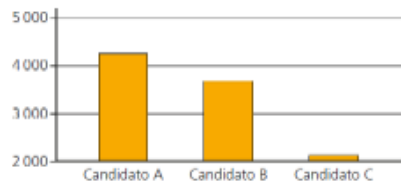
- Elabora dos diagramas de barras: uno que se ajuste a la regla de los tres cuartos y otro que la incumpla.
- Describe la diferencia de información que se transmite en una primera impresión.

- 14 Se ha contabilizado el número de centros educativos operativos en 20 localidades y se han obtenido estos datos:

3 4 5 2 4 5 3 6 8 4 7 4 5 6 8 6 5 4 5 7

- Elabora una tabla estadística con estos datos.
- Representa los datos en un diagrama de sectores.
- Halla los parámetros estadísticos.

- 15 En la siguiente gráfica se muestra la cantidad de votos que han recibido tres candidatos en una votación realizada vía Internet para elegir al presentador de un programa musical de radio. La gráfica se ha manipulado con la intención de ofrecer una información distorsionada.



- Describe la impresión que a primera vista te ofrecen los datos representados.
- Indica cuál crees que es la manipulación que se ha hecho en la representación.
- Representa los datos de una forma correcta y comenta la diferencia en la impresión que transmiten ambas gráficas.

Actividad tipo: Ejercicio

Estándar de aprendizaje: 4.5. Representa diagramas de dispersión e interpreta la relación existente entre las variables.

Descripción: El siguiente ejercicio es un ejemplo de cómo el alumnado debe representar diagramas de dispersión e interpretar la relación existente entre las variables.

Ejemplo de actividad:

- 23 El porcentaje del presupuesto de la Seguridad Social de varios países que se destina a personas jubiladas y a personas con incapacidad permanente es el siguiente:

Jubilados	60	58	61	59	61	60	59	58	60
Incapacidad	10	11	9	10	10	9	11	10	11

- Agrupar los datos en una tabla simple.
- Representa gráficamente los puntos en un diagrama de dispersión.
- ¿Cuántos países destinan un 60 % del presupuesto de la Seguridad Social a los jubilados?
- ¿Cuántos países dedican más de un 9 % del presupuesto de la Seguridad Social a las personas con incapacidad permanente?

4.5 Ejercicios, problemas y cuestiones tipo en 1º Bachillerato

Actividad tipo:	Ejercicio																
Estándar de aprendizaje:	<p>1.1 Elabora e interpreta tablas bidimensionales de frecuencias a partir de los datos de un estudio estadístico, con variables discretas y continuas.</p> <p>1.2. Calcula e interpreta los parámetros estadísticos más usuales en variables bidimensionales para aplicarlos en situaciones de la vida real.</p>																
Descripción:	El siguiente ejercicio es un ejemplo de cómo el alumnado debe elaborar tablas bidimensionales de frecuencias a partir de los datos de un estudio estadístico. Además, debe calcular e interpretar los parámetros estadísticos más usuales como los que se pueden ver en los apartados b) y c).																
Ejemplo de actividad:	<p>IP Una empresa de transporte pretende averiguar si el número de accidentes que sufren los vehículos de su flota está relacionado con el exceso de velocidad. Para analizar este supuesto, instala en sus vehículos unos dispositivos de detección de velocidad y analiza los datos registrados durante 7 días.</p> <table border="1"> <tr> <td>Variable x: n.º de accidentes</td> <td>6</td> <td>8</td> <td>7</td> <td>3</td> <td>2</td> <td>10</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>Variable y: n.º de vehículos que exceden el límite de velocidad</td> <td>16</td> <td>19</td> <td>14</td> <td>12</td> <td>11</td> <td>19</td> <td>13</td> </tr> </table> <p>a. Elabora una tabla con los datos de interés para el cálculo. b. Calcula la media aritmética, la varianza y la desviación típica de cada variable. c. Determina la covarianza. d. Calcula el coeficiente de correlación lineal. e. Halla la recta de regresión. f. Si un día determinado se han producido 8 accidentes, ¿cuántos vehículos de la flota han excedido los límites de velocidad permitidos? g. ¿Es fiable la predicción hecha en el apartado anterior?</p>	Variable x: n.º de accidentes	6	8	7	3	2	10	5	Variable y: n.º de vehículos que exceden el límite de velocidad	16	19	14	12	11	19	13
Variable x: n.º de accidentes	6	8	7	3	2	10	5										
Variable y: n.º de vehículos que exceden el límite de velocidad	16	19	14	12	11	19	13										

Actividad tipo:	Ejercicio
Estándar de aprendizaje:	<p>1.3 Halla las distribuciones marginales y diferentes distribuciones condicionadas a partir de una tabla de contingencia, así como sus parámetros para aplicarlos en situaciones de la vida real.</p> <p>1.4. Decide si dos variables estadísticas son o no estadísticamente dependientes a partir de sus distribuciones condicionadas y marginales para poder formular conjeturas.</p>
Descripción:	El siguiente ejercicio es un ejemplo de cómo el alumnado debe hallar las distribuciones marginales a partir de una tabla de contingencia y de cómo deben estudiar la dependencia de dos variables estadísticas.

Ejemplo de actividad:

ESTIMACIONES EN EL ÁMBITO DEPORTIVO

La tabla adjunta muestra la distribución de frecuencias de una variable estadística bidimensional (x, y) que mide el grado de psicomotricidad, x , de alumnos de alto rendimiento deportivo en función de sus edades, y , comprendidas entre los 14 y los 18 años.

1. Elabora, a partir de esta tabla de doble entrada, una tabla simple.
2. Obtén las distribuciones marginales.
3. Confecciona la tabla de y condicionada a $x = 50$.
4. ¿Tiene algún interés estadístico la recta de regresión de y sobre x ?

		Variable x		
		25	50	75
Variable y	14	1	1	
	16	2	3	1
	18		0	2

ESTIMACIONES EN EL ÁMBITO EMPRESARIAL

Una gran empresa informática ha realizado unas pruebas de selección en las que ha medido la habilidad en el juego y la capacidad de razonamiento abstracto de 95 aspirantes. Los resultados de las pruebas se han recogido en la siguiente tabla:

		Habilidad en el juego		
		1	2	3
Razonamiento	[0, 20)	2	3	
	[20, 40)	2	10	3
	[40, 60)		16	6
	[60, 80)		25	17
	[80, 100]	5	6	

1. Indica si existe algún tipo de relación entre las dos variables.
2. Obtén el nivel de habilidad en el juego que se esperaría de un aspirante con una puntuación de 83 de razonamiento abstracto.

DIARIO DE APRENDIZAJE

¿Cuáles de las dificultades que preveía al principio de la unidad he encontrado realmente?

Actividad tipo: Cuestión

Estándar de aprendizaje:

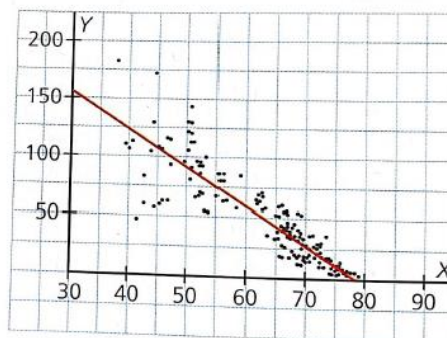
- 2.1. Distingue la dependencia funcional de la dependencia estadística y estima si dos variables son o no estadísticamente dependientes mediante la representación de la nube de puntos.
- 2.4. Evalúa la fiabilidad de las predicciones obtenidas a partir de la recta de regresión mediante el coeficiente de determinación lineal.

Descripción:

El siguiente ejercicio es un ejemplo de cómo el alumnado debe saber identificar y distinguir la dependencia funcional de la dependencia estadística y estimar si dos variables son o no estadísticamente dependientes. Además, debe saber analizar si las predicciones obtenidas son fiables tomando como referencia la recta de regresión.

Ejemplo de actividad:

- 15 A continuación, se ofrece un gráfico que muestra la relación existente entre la natalidad, Y , y la renta per cápita, X . Indica si se trata de una relación funcional o de una relación estadística. A la vista de la nube de puntos, indica si la recta de regresión proporciona resultados fiables.



Actividad tipo: Ejercicio

Estándar de aprendizaje: 2.2. Cuantifica el grado y sentido de la dependencia lineal entre dos variables mediante el cálculo e interpretación del coeficiente de correlación lineal.

2.3. Calcula las rectas de regresión de dos variables y obtiene predicciones a partir de ellas.

Descripción: El siguiente ejercicio es un ejemplo de cómo el alumnado debe calcular e interpretar el coeficiente de correlación. Además, debe saber calcular las rectas de regresión para obtener predicciones a partir de estas.

Ejemplo de actividad:

17 Se ha preguntado a 5 alumnos por el número de llamadas que reciben a lo largo del día y por las horas semanales que dedican al estudio y se han obtenido los siguientes datos:

x: n.º de llamadas	0	1	3	4	7
y: horas de estudio	8	7	5	3	2

- Representa el diagrama de dispersión, calcula el coeficiente de correlación e interpreta la relación existente entre las variables.
- Averigua, a partir de la recta de regresión, las horas que dedicará al estudio un alumno que recibe 8 llamadas diarias.

Capítulo 5 Resultados

En este capítulo se analiza en detalle la coherencia que tienen los libros de texto en cada etapa educativa con los currículos de cada etapa.

5.1 Ausencias y presencias en el currículo y en los libros de texto

Para realizar esta sección se va a tomar como referencia los contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables de los currículos analizados en los tres primeros capítulos, así como cada uno de los libros consultados en el capítulo 4.

En todos los libros de ESO analizados se concluye que los contenidos del currículo aparecen prácticamente en su totalidad. Cabe destacar que hay contenido extra en los libros de texto que no viene reflejado en el currículo correspondiente.

En 1º ESO aparecen explicados los histogramas y las frecuencias relativas y absolutas acumuladas, sin que aparezcan en el currículo hasta 3º ESO.

En 2º ESO no hay contenidos estadísticos en el bloque de Estadística y Probabilidad, sin embargo, el libro de texto dedica una unidad donde aparecen todos los contenidos estadísticos de 1º ESO a los que añaden dos nuevos parámetros de dispersión como son la varianza y la desviación típica.

En 3º ESO se ajusta perfectamente al currículo en cuanto a contenidos.

En 4º ESO adicionalmente al contenido “*Introducción a la correlación*”, se introduce el coeficiente de correlación lineal de Pearson, así como su interpretación.

Una de las ausencias más notables en 4º ESO es el “*análisis crítico de tablas y gráficas estadísticas en los medios de comunicación. Detección de falacias*”. Si que se realizan análisis críticos de tablas y gráficas estadísticas, pero no están implícitos los medios de comunicación. De la misma manera, la detección de falacias está ausente y no se interpretan noticias que pueden dar lugar a equivocación o que estadísticamente no estén bien interpretadas o desarrolladas.

En 1º Bachiller todos los contenidos del currículo vienen reflejados en el libro de texto. Adicionalmente, hay una unidad del libro dedicada a la estadística unidimensional, haciendo un repaso de todo lo visto en ESO y añadiendo una sección de aplicación de la estadística unidimensional a las ciencias sociales.

Analizando los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables en ESO, se concluye que la mayor parte de ellos están cubiertos tanto en actividades propuestas como en el desarrollo de la teoría. Uno de los principales inconvenientes que se puede encontrar en ejercicios de estadística es la tendencia a ser resueltos de manera mecánica sin contextualizar el enunciado. Sin embargo, a lo largo de toda la etapa se puede observar diferentes ejercicios y cuestiones donde se debe de razonar, interpretar y justificar el desarrollo, los resultados obtenidos y las conclusiones a las que se llegan. Todo esto obliga al uso de un vocabulario estadístico adecuado, así como a interpretar los resultados y darles un sentido estadístico.

La principal ausencia que se observa en los 4 libros de la etapa es la falta de actividades relacionadas con las TICs. En el currículo, se le da mucha importancia a los medios de comunicación y las herramientas tecnológicas en el bloque de estadística y probabilidad. Sin embargo, los libros de texto contienen muy pocos ejemplos y ejercicios sobre este aspecto. No obstante, la mayoría de las actividades recogidas en el libro, se pueden hacer utilizando las TICs sin ningún tipo de inconveniente, con lo que, aunque no se haga referencia expresa a este ámbito, esto no impide la utilización de estas herramientas.

Por otro lado, el libro de 1º Bachiller es muy completo recogiendo todos los aspectos citados en los dos párrafos anteriores e introduciendo una sección en la que se presentan dos herramientas software (GeoGebra y Wiris) con las que tendrán que trabajar a lo largo de la unidad en algunos ejercicios y actividades propuestas.

5.2 Coherencia de los libros de texto en relación con el currículo

En conclusión, se puede afirmar que los libros de texto de la etapa ESO son en cuanto a contenidos muy completos. Además, proponen diferentes actividades y cuestiones que hacen que los estudiantes tengan que justificar sus resultados y utilicen un vocabulario estadístico de manera apropiada en el razonamiento de estos.

Sin embargo, hay un aspecto que en el currículo se incide mucho y en los libros no aparece, y es la interpretación de noticias, tablas, gráficas estadísticas de los medios de comunicación, así como la detección de falacias en las mismas. Además, el uso de las TICs y de herramientas tecnológicas es otro de las ausencias más destacables en los libros de esta etapa.

En bachiller el libro utilizado es muy completo en todos los aspectos citados anteriormente, dejando claro que es un muy buen reflejo del currículo.

Parte II:

Análisis de un proceso de estudio sobre la estadística en 3º ESO

En esta segunda parte del Trabajo Fin de Máster se analiza un proceso de estudio sobre estadística en Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas con alumnos de 3º ESO.

El análisis se divide en cuatro capítulos. En el primer capítulo se analiza el contenido estadístico en el libro de texto de referencia. En el segundo, se estudian las dificultades y errores previsibles en el proceso enseñanza-aprendizaje de la unidad didáctica. A continuación, en el tercer capítulo, se establece un proceso de estudio del tema: la distribución de los tiempos en clase y las actividades y tareas a proponer a los alumnos. Finalmente, se detalla y analiza la experimentación de dicho proceso en el aula, así como los resultados obtenidos a partir de ella.

Adicionalmente, para evaluar todo el proceso, se expone una síntesis y unas conclusiones generales, además de algunas cuestiones abiertas extraídas del análisis.

Capítulo 6

La estadística en el libro de texto de referencia

En el presente capítulo se realiza un análisis del libro de texto de referencia. El título de éste es “*Matemáticas para que las cosas ocurran*” para 3ºESO de matemáticas académicas perteneciente a la editorial Edelvives (ver Anexo A). El alumnado tiene en el libro de texto la referencia principal a la hora de consultar la teoría. Es por esto, que resulta necesario realizar un análisis de dicho libro.

La unidad sobre la que se realiza el análisis es el tema 12: “Estadística”. Para este análisis se toma de referencia el artículo “Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta” publicado por J. Godino, V. Font y M. R. Wilhelmi, donde se analiza el enfoque ontosemiótico de una lección de 5º de primaria sobre la suma y resta.

6.1 Objetos matemáticos involucrados

Es importante analizar la unidad para saber la idoneidad del texto elegido de referencia, ya que eso va a influir en el aprendizaje del alumno. Dentro de esa idoneidad se distingue entre:

- **Idoneidad epistémica** (significado pretendido frente al de referencia).
- **Idoneidad cognitiva** (material de aprendizaje en la zona de desarrollo próximo).
- **Idoneidad semiótica** (lo enseñado tiene el mismo significado para todos)
- **Idoneidad mediacional** (recursos adecuados)
- **Idoneidad emocional** (interés y motivación del alumno)

Para realizar este estudio, se analizan y estructuran mediante tablas los principales objetos y relaciones implicadas. Los elementos estudiados son: el lenguaje utilizado (verbal, gráfico y simbólico), las situaciones o problemas planteados, los conceptos previos y emergentes en el tema, los procedimientos o acciones realizadas, las propiedades en el desarrollo del tema y los argumentos o razonamientos de esas propiedades.

LENGUAJE

Verbal: Estadística descriptiva, estadística inferencial, estudio estadístico, etapas de un estudio estadístico, datos, recogida/organización/tratamiento/interpretación de la información, muestra, población, carácter estadístico, variable cuantitativa discreta, variable cuantitativa continua, variable cualitativa, muestreo aleatorio simple, muestreo aleatorio sistemático, muestreo aleatorio estratificado, tabla de frecuencias, variable, frecuencia absoluta, frecuencia absoluta acumulada, frecuencia relativa, frecuencia relativa acumulada, porcentaje, intervalos, marca de clase, representación, interpretación, parámetros de centralización, media aritmética, mediana, moda, cuartiles, rango intercuartílico, parámetros de dispersión, rango o recorrido, varianza, desviación media, desviación típica, coeficiente de variación.

Gráfico: Diagrama de barras, polígono de frecuencias, pictograma, histograma, diagrama de sectores, diagrama de cajas y bigotes.

Simbólico: Σ (sumatorio), \bar{x} (media aritmética), σ (desviación típica), σ^2 (varianza), N_i (frecuencia absoluta acumulada), n_i (frecuencia absoluta), F_i (frecuencia relativa)

acumulada), f_i (frecuencia relativa), x_i (variable), % (porcentaje), ° (grado), n (tamaño de muestra), N (tamaño de población).
SITUACIONES
<ul style="list-style-type: none"> • Cuestiones contextualizadas de clasificación de caracteres estadísticos (cualitativos discretos/continuos y cuantitativos). • Cuestiones contextualizadas de la muestra y la población de estudio. • Cuestiones contextualizadas de los tipos de muestreo empleados. • Ejercicios contextualizados de interpretación de gráficos estadísticos. • Ejercicios contextualizados de interpretación de parámetros estadísticos. • Ejercicios y cuestiones contextualizados de un análisis estadístico para identificar variables, representación e interpretación de tablas, gráficos y parámetros estadísticos.
PROCEDIMIENTOS
<ul style="list-style-type: none"> • Identificar variable población y muestra de un estudio estadístico. • Identificar variables cualitativas continuas/discretas y cuantitativas. • Realización de la tabla de frecuencias y comprobación de los resultados • Realización de la tabla de frecuencias de datos agrupados en intervalos y comprobación de los resultados. • Realización y lectura de diagramas y gráficos estadísticos. • Cálculo de parámetros estadísticos de centralización y de dispersión para su interpretación. • Interpretar la representatividad de una muestra
CONCEPTOS
<p>Previos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Población, muestra, variable cualitativa, variable cuantitativa discreta, variable cuantitativa continua. • Frecuencias absolutas y relativas. Porcentajes. • Diagrama de barras, polígono de frecuencias, pictogramas y diagrama de sectores. • Media aritmética, moda, mediana y rango. <p>Emergentes</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fases y tareas de un estudio estadístico. • Selección y representatividad de una muestra. • Frecuencias absolutas y relativas acumuladas. • Histograma, diagrama de caja y bigotes. • Medidas de centralización: Cuartiles, rango intercuartílico. • Medidas de dispersión: desviación típica, varianza, desviación media y coeficiente de correlación.
PROPIEDADES
<ul style="list-style-type: none"> • Las variables estadísticas cualitativas no se pueden expresar o medir numéricamente. • Una misma variable puede tener un comportamiento distinto depende la población en la que se estudie. • La suma de las frecuencias absolutas debe ser igual al número total de datos. • La suma de las frecuencias relativas siempre es igual a 1. • La suma de todos los porcentajes siempre es 100. • Los diagramas de barras se emplean para representar variables cualitativas o cuantitativas discreta con un número de datos pequeño.

<ul style="list-style-type: none"> • Los histogramas son empleados para variables cuantitativas continuas. • Para las variables cualitativas no se puede dibujar polígono de frecuencias. • Los diagramas de sectores sirven para representar todo tipo de variable. • En un sector circular de un diagrama de sectores, la amplitud es proporcional a la frecuencia de los datos. Para calcular las amplitudes se multiplican las frecuencias relativas por 360°. • Si la variable es cuantitativa continua, el intervalo es modal, y la moda es la marca de clase. • La mediana y la media solo existen para caracteres cuantitativos. • Si el coeficiente de variación es superior al 30% se considera que la dispersión de los datos es alta. • Los diagramas con bigotes largos expresan situaciones de desequilibrio, con valores extremos y datos dispersos. • Los diagramas con cajas grandes y bigotes cortos indican poblaciones con valores concentrados y de baja dispersión.
ARGUMENTOS
<ul style="list-style-type: none"> • Comprobación de las propiedades en casos particulares como ejercicios o problemas. • Justificación de las propiedades utilizando elementos genéricos. • Elección de distintos gráficos para representar diferentes distribuciones • Cálculo analítico para explicar las propiedades

Tabla 19 - Objetos matemáticos involucrados

6.2 Análisis global de la unidad didáctica

En esta sección se realiza un análisis global del tema del libro de referencia. La unidad didáctica analizada corresponde al tema 12: “*Estadística*”, del libro de texto de 3ºESO, que se puede encontrar en el Anexo A.

El tema comienza con dos páginas a modo de portada. En la primera de ellas aparece en grande una frase motivacional: “*Me he salvado del aburrimiento y la autocontemplación*” junto con el título de la unidad: 12 ESTADISTICA. En la segunda página aparece el diseño de una actividad estadística que va pasando por diferentes etapas y en las que el alumnado debe utilizar los conocimientos adquiridos a lo largo de la unidad para llevarla a cabo. Vienen reflejados 4 aspectos muy importantes a la hora de utilizar la estadística en la vida cotidiana:

- **Conocer:** Se selecciona una muestra dentro de una población de estudio, se agrupan y ordenan los datos mediante tablas estadísticas o de frecuencias.
- **Crear:** Se representan gráficamente los datos recogidos.
- **Investigar:** Se buscan nuevas formas de representar gráficamente estos datos, de modo que queden totalmente claros para cualquiera que se detenga a estudiarlos.
- **Presentar:** Una vez tenemos todo organizado y representado, debatimos sobre nuestros gráficos usando un lenguaje matemático adecuado.

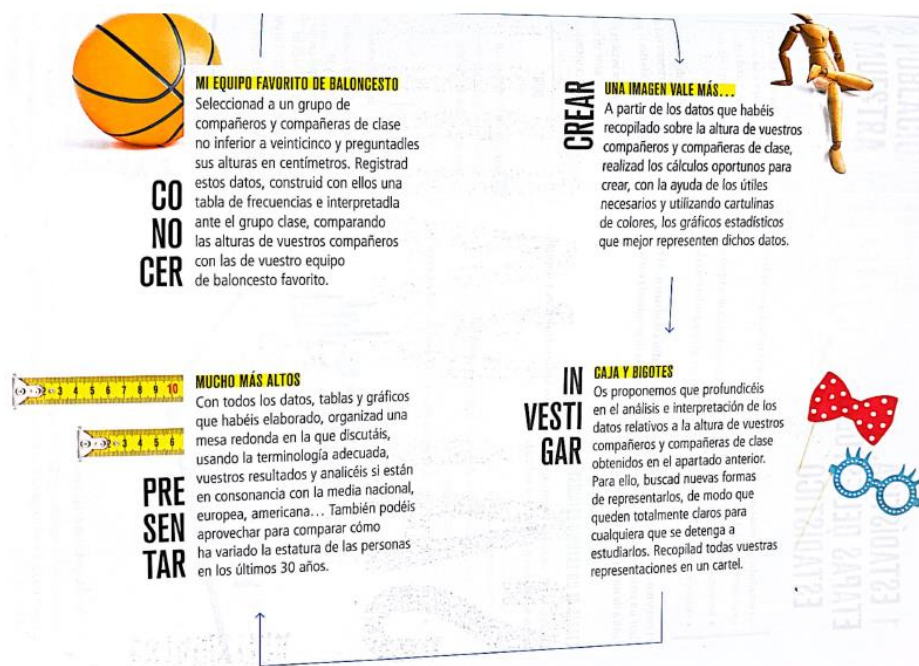


Ilustración 1 - Portada

Antes de comenzar a analizar cada sección de esta unidad, se consulta el índice y se numeran dichas secciones:

1. Estadística. Etapas del estudio estadístico
2. Población y muestra
3. Frecuencias y tablas estadísticas
4. Gráficos estadísticos
5. Parámetros de centralización
6. Parámetros de dispersión
7. Diagrama de cajas y bigotes
8. Actividades

Como visión general se puede destacar que siguen un mismo esquema (título de la sección, explicación teórica y actividad resuelta), a excepción de la primera sección que es completamente teórica. Además, puntualmente es posible encontrar en el margen derecho recordatorios u observaciones adicionales a la teoría expuesta.

A continuación, se analizan cada una de las secciones de la unidad didáctica:

1. Estadística. Etapas del estudio estadístico

En esta primera sección se define el concepto de estadística y se distingue entre estadística inferencia y descriptiva. Se explica que el estudio estadístico es el conjunto de ambas ramas.

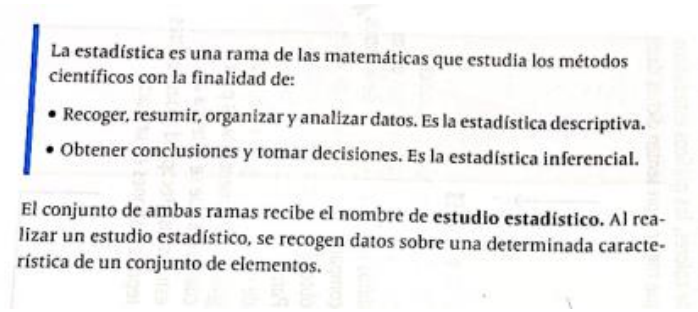


Ilustración 2 - Definición de Estadística

La sección finaliza con la exposición de las diferentes etapas que conforman un estudio estadístico con una descripción de cada una de ellas.

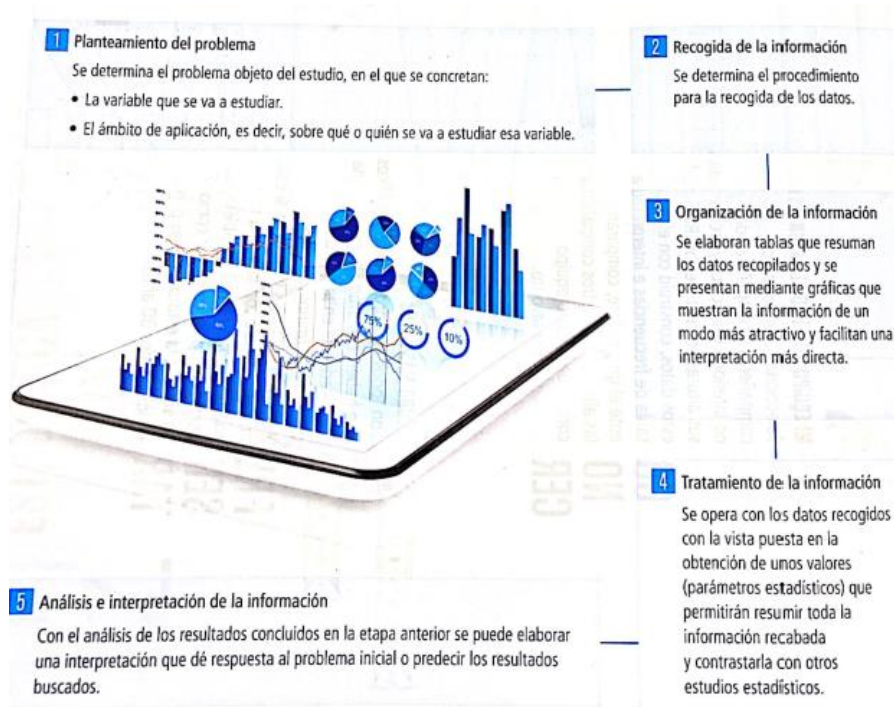


Ilustración 3 - Etapas de un estudio estadístico

2. Población y muestra

En esta segunda sección se comienza explicando los conceptos de población, individuo y muestra. Se incide en que una muestra tiene que ser representativa de la población para poder realizar un estudio estadístico fiable.

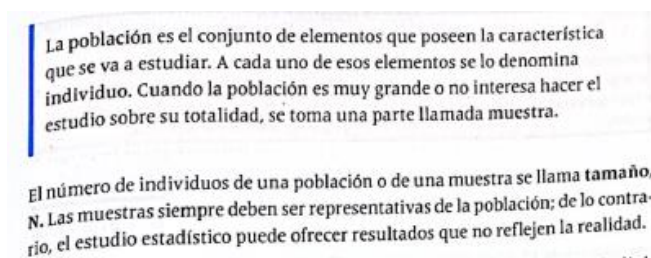


Ilustración 4 - Población y muestra

A continuación, se describen los tipos de variables estadísticas a través de un cuadro en el que se explican las propiedades de cada una y vienen acompañados de ejemplos aclaratorios.

TIPOS		PROPIEDADES	EJEMPLOS
Cualitativos		No se pueden expresar o medir numéricamente. Las distintas respuestas que aparecen son modalidades.	<ul style="list-style-type: none"> El color de ojos: marrones, verdes... El sexo de una persona: mujer y hombre.
Cuantitativos	Variable estadística discreta	Se puede expresar o medir numéricamente. Toma valores finitos y entre dos valores consecutivos no puede adoptar valores intermedios.	El número de goles marcados por un equipo de fútbol: 1, 2, 3, etc.
	Variable estadística continua	Se puede expresar o medir numéricamente. Toma valores infinitos, ya que entre dos valores consecutivos puede adoptar valores intermedios.	La estatura de las personas. Entre 1,80 m y 1,85 m puede darse 1,82 m, 1,83 m, etc.

Ilustración 5 - Tipos de variables estadísticas

En esta primera parte de la sección aparece una actividad resuelta para ejemplificar cómo una muestra puede no ser representativa. Además, identifica la población, los individuos y la muestra. En resumen, esta actividad es bastante completa y ayuda a entender los significados de los conceptos estadísticos vistos al comienzo de la sección.

Actividad resuelta

Se va a realizar un estudio sobre la intención de voto en las elecciones al Consejo Escolar en cierto instituto. Identifica la población, la muestra, los individuos y el carácter estadístico. ¿Sería representativo tomar grupos de amigos en la muestra?

La población es todo el alumnado del centro; la muestra es una serie de alumnos elegidos al azar; los individuos, cada uno de los alumnos. El carácter estadístico es el representante preferido para el Consejo Escolar y es cualitativo.

No sería representativo tomar grupos de amigos en la muestra, ya que puede que todos tengan la misma preferencia.

Ilustración 6 - Actividad resuelta muestra representativa

En la última parte de esta sección se incide en la importancia de la representatividad de la muestra y para ello se introducen los tres tipos de muestreo aleatorio existentes. Para ello mediante un cuadro se explica cada uno de ellos y mediante una actividad resuelta, se ejemplifican los tres de manera clara y concisa.

3. Frecuencias y tablas estadísticas

Este apartado comienza haciendo alusión a la importancia que tiene agrupar y ordenar los datos en un estudio estadístico. Es por ello por lo que se utilizan tablas estadísticas.

Mediante una actividad resuelta se explica cómo se construye una tabla estadística o de frecuencias y se define paso a paso cada uno de los términos estadísticos involucrados como se observa en la siguiente figura.

Además, se pueden identificar diferentes propiedades debajo de las columnas de frecuencia absoluta, frecuencias relativa y porcentaje que ayudan a entender mejor dichos conceptos.

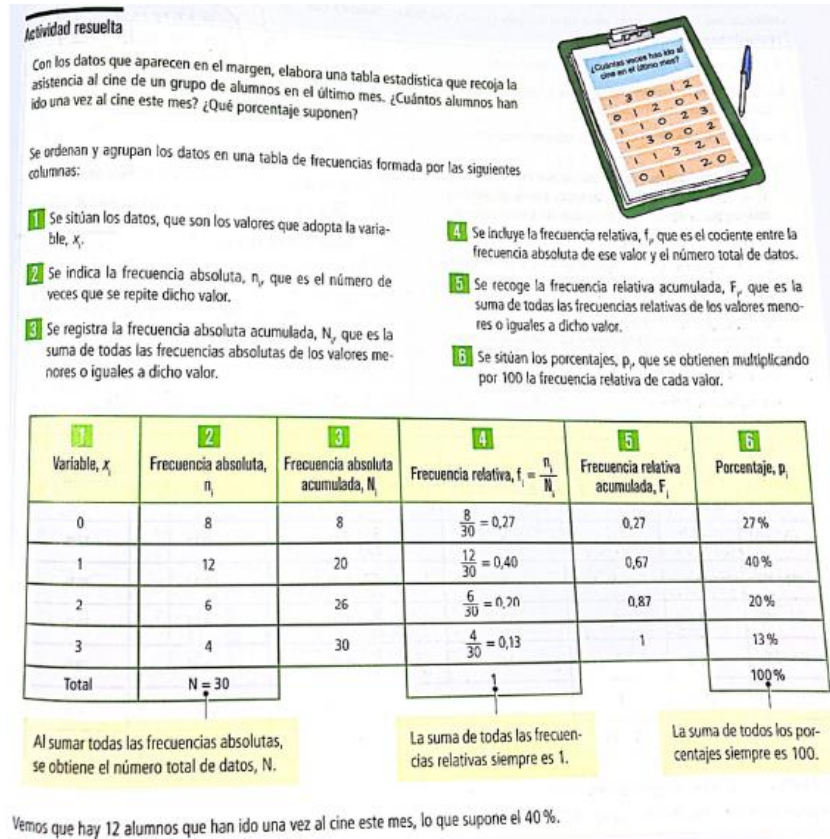


Ilustración 7 - Actividad resuelta tabla estadística

De la misma forma, se explica en la siguiente página cómo agrupar datos en intervalos y de nuevo, mediante una actividad resuelta se introducen y definen dos términos nuevos.

La idea de explicar las tablas estadísticas mediante ejercicios contextualizados es una buena opción para que el alumnado se ponga en situación y sepa diferenciar términos parecidos en escritura, pero muy diferentes desde el punto de vista estadístico.

4. Gráficos estadísticos

La cuarta sección de la unidad trata sobre los gráficos estadísticos desarrollándose cada tipo de gráfico siguiendo la misma estructura. Antes de pasar a presentar cada tipo de gráfico se incide en que dependiendo del tipo de variable que se estudie, se utilizan gráficos diferentes.

Comienza definiendo el diagrama de barras y el polígono de frecuencias, exponiendo para qué tipo de variable se utiliza y cómo se construye.

Diagrama de barras

Se utiliza para representar variables cualitativas y cuantitativas discretas. Se sirve de rectángulos, denominados barras, cuyas bases son los valores que toma el carácter y cuyas alturas son las frecuencias de dichos valores.

Si se unen con una línea poligonal los puntos medios de los extremos superiores de cada barra, se obtiene el **polígono de frecuencias**. Para las variables cualitativas no se puede dibujar el polígono de frecuencias.

Ilustración 8 - Diagrama de barras/Polígono de frecuencia

A continuación, al igual que en la sección anterior, se explica la representación del diagrama de barras mediante una actividad resuelta como se muestra en la siguiente figura.

Actividad resuelta

En una encuesta realizada a la salida de un polideportivo para conocer el número de veces que juegan al tenis a la semana varias personas, se han recogido los datos de la tabla del margen. Elabora un diagrama de barras y el polígono de frecuencias.

- 1 En el eje de ordenadas se sitúan las frecuencias de los valores, n_i .
- 2 En el eje de abscisas se sitúan los valores de la variable, x_i .
- 3 Sobre cada valor del eje de abscisas se eleva una barra cuya altura es la frecuencia del valor.
- 4 Se unen los puntos medios de los extremos superiores de las barras con una línea poligonal para trazar el polígono de frecuencias.

Variable, x_i	Frecuencia absoluta, n_i
0	2
1	3
2	4
3	5
4	3
5	3

Ilustración 9 - Actividad resuelta diagrama de barras

De nuevo, en mi opinión, es una buena forma de introducir un concepto estadístico mediante un ejercicio contextualizado. Se explica cómo se construye el diagrama y la relación con la frecuencia absoluta de manera visual.

Tanto para el histograma como para el diagrama de sectores se sigue la misma estructura: definición y actividad resuelta explicando el desarrollo de cada gráfico.

En el caso del diagrama de sectores se añade un recordatorio aclarativo en el margen derecho relacionado con el cálculo de la amplitud del sector.

Recuerda

Para calcular las amplitudes, se multiplican las frecuencias relativas por 360° .

Ilustración 10 - Recordatorio amplitud sector circular

La sección finaliza con una página dedicada íntegramente a la detección de falacias estadísticas. En mi opinión, un tanto escasa y que no contextualiza adecuadamente cada enunciado. Estas falacias se detectan en medios de comunicación, y creo que se debería haber añadido noticias de prensa donde el alumnado pueda

identificar esas “mentiras estadísticas” para contextualizarlo en un ambiente más realista y cercano.

Otra de las ausencias más importantes en esta sección, y que se repite durante toda la unidad, es la ausencia de explicaciones sobre uso de herramientas tecnológicas para, en este caso, representar gráficos y comunicar la información relevante que se interpreta de los mismos.

Viendo la importancia que el currículo le da (ver tabla 20), es una ausencia que el docente debe de solventar con material extra

Criterios de aprendizaje evaluables 3ºESO
1.5. Construye, con la ayuda de herramientas tecnológicas si fuese necesario, gráficos estadísticos adecuados a distintas situaciones relacionadas con variables asociadas a problemas sociales, económicos y de la vida cotidiana.
3.2. Emplea la calculadora y medios tecnológicos para organizar los datos, generar gráficos estadísticos y calcular parámetros de tendencia central y dispersión.
3.3. Emplea medios tecnológicos para comunicar información resumida y relevante sobre una variable estadística analizada.

Tabla 20 - Criterios de aprendizaje evaluables 3ºESO

5. Parámetros de centralización

En este apartado se comienza definiendo los parámetros de centralización. En el caso de la media aritmética, se explica de forma escrita en primera instancia, para pasar luego a la simbología matemática introduciendo su fórmula. Además, se recuerda que en variables cuyos datos estén agrupados en intervalos, la media se calcula con la marca de clase y con la frecuencia absoluta. Tanto para la mediana como para la moda, se presenta el significado de cada una y se añaden propiedades a tener en cuenta en el cálculo de ambas.

Finalmente, y ayudado de un gráfico característico, se define el concepto de cuartil y de rango intercuartílico, destacando el primer, segundo y tercer cuartil.

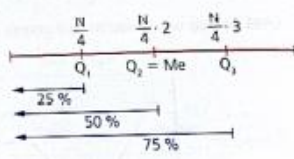
<p>Media aritmética, \bar{x}</p> <p>Es el valor central de todos los datos.</p> <p>Para hallar la media, pueden sumarse todos los datos y dividirse luego el resultado entre el número de datos, si bien resulta más sencillo trabajar con las frecuencias absolutas de cada dato:</p> $\bar{x} = \frac{x_1 \cdot n_1 + x_2 \cdot n_2 + \dots + x_n \cdot n_n}{n_1 + n_2 + \dots + n_n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot n_i}{N}$ <p>La media solo existe para caracteres cuantitativos.</p> <p>Si los datos están agrupados en intervalos, la media se calcula con las marcas de clase.</p>	<p>Mediana, M_e</p> <p>Es el valor que está en el centro una vez ordenados los datos en orden creciente. Es decir, hay tantos datos menores que él como datos mayores que él. Pueden darse dos casos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Si el número de datos es impar, la mediana es el dato central. • Si el número de datos es par, la mediana es la media aritmética de los dos datos centrales. <p>La mediana no existe si el carácter es cualitativo porque no hay orden en los datos no numéricos.</p> <p>Si la variable es continua, se denomina intervalo mediano y la mediana es la marca de clase.</p>	<p>Moda, M_o</p> <p>Es el valor de la variable que más veces se repite, es decir, el de mayor frecuencia. La moda siempre se puede calcular. Hay dos situaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Si la distribución tiene más de una moda, se denomina bimodal, trimodal... • Si la variable es cuantitativa continua, el intervalo es modal, y la moda es la marca de clase.
<p>Cuartiles y rango intercuartílico</p> <p>Los cuartiles son tres valores de la variable que dividen los datos en cuatro partes iguales:</p> <ul style="list-style-type: none"> • El primer cuartil, Q_1, deja a su izquierda el 25% de los datos. • El segundo cuartil, Q_2, deja a su izquierda el 50% de los datos. Además, este valor coincide con la mediana, M_e. • El tercer cuartil, Q_3, deja a su izquierda el 75% de los datos. <p>El rango intercuartílico, R_i, es la diferencia entre el tercer y el primer cuartil: $R_i = Q_3 - Q_1$. En el recorrido intercuartílico se encuentra el 50% de los datos.</p> 		

Ilustración 11 - Parámetros de centralización

Como es habitual en este libro, para desarrollar estos conceptos se utiliza una actividad contextualizada resuelta. En este caso, en la primera actividad se aplican los conceptos de moda, media y mediana para variable cuantitativas discretas, siendo un ejercicio introductorio. En la segunda actividad, además de estos 3 parámetros, se incluye el cálculo de los cuartiles, y en esta ocasión los datos se organizan en intervalos, siendo necesario el cálculo de la marca de clase para calcular la media.

En la última actividad resuelta se plantea un problema, en el que se pretende afianzar el concepto de media y además se debe de entender los datos que proporciona el enunciado. Este problema sale de la resolución mecánica que se puede encontrar en los anteriores, siendo necesario un dominio conceptual de los términos involucrados.


2 En un parque de bolas se han reunido 20 niños, cuya edad media es de 6 años. Los más mayores son tres niños de 7 años cada uno y otro de 8 años. ¿Cuál es la edad media del resto de niños?

Se calcula la suma de los años de todos los niños del parque a través de la media:

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot n_1 + x_2 \cdot n_2 + \dots + x_n \cdot n_n}{N}$$

$$6 = \frac{x_1 \cdot n_1 + x_2 \cdot n_2 + \dots + x_{20} \cdot n_{20}}{20}$$

Por tanto, la suma de todos los años es $6 \cdot 20 = 120$ años.



La suma de las edades de los niños mayores es $3 \cdot 7 + 1 \cdot 8 = 29$. Si se resta del sumatorio de todos los años, se obtiene la suma de las edades de los más pequeños:

$$120 - 29 = 91$$

Para calcular la media de las edades de los más pequeños, se divide dicho sumatorio, 91, entre el número de niños más pequeños, $20 - 4 = 16$:

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot n_1 + x_2 \cdot n_2 + \dots + x_n \cdot n_n}{N} \Rightarrow \bar{x} = \frac{91}{16} = 5,69$$

La edad media de los niños más pequeños es, así, de 5,69.

Ilustración 12 - Actividad resuelta media

En resumen, esta sección introduce correctamente todos los contenidos curriculares propios de los parámetros de centralización y ejemplifica de manera adecuada el cálculo y resolución de ejercicios y problemas.

6. Parámetros de dispersión

En esta sección se sigue la misma estructura que en la previa. Se inicia con la definición de parámetros de dispersión, seguido de los 5 parámetros con su definición y la fórmula matemática asociada a cada uno de ellos. Además, en el caso del coeficiente de variación, se introduce una propiedad sobre la representatividad de la media, la cual se utiliza para referirse a la dispersión de los datos en la resolución de ejercicios y problemas.

Los parámetros de dispersión son valores que miden la agrupación de los datos alrededor de los valores centrales. Cuanto más agrupados estén los datos, mejor representarán la distribución.

<p>Rango o recorrido, R</p> <p>Es la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo de la variable:</p> $R = x_{\max} - x_{\min}$ <p>Indica cuántos valores recorre la variable. Cuanto menor sea el rango, mayor será la agrupación de los datos y, por tanto, mayor también el grado de representatividad de los valores centrales.</p>	<p>Desviación media, DM</p> <p>La desviación con respecto a la media de un valor, x_i, es la diferencia entre ese valor y la media: $d_i = x_i - \bar{x}$. La suma de todas las desviaciones respecto a la media daría 0; por este motivo, se emplean sus valores absolutos.</p> <p>La desviación media, DM, es la media aritmética de los valores absolutos de las desviaciones en relación con la media:</p> $DM = \frac{\sum_{i=1}^n x_i - \bar{x} \cdot n_i}{N}$
<p>Varianza, $V(x)$ o σ^2, y desviación típica, $S(x)$ o σ</p> <ul style="list-style-type: none"> La varianza de la distribución de una variable estadística es la media aritmética de los cuadrados de las desviaciones respecto a la media: $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i}{N} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2$ <ul style="list-style-type: none"> La desviación típica de la distribución de una variable estadística es la raíz cuadrada positiva de la varianza: $\sigma = +\sqrt{\sigma^2}$	<p>Coefficiente de variación, CV</p> <p>Es el cociente entre la desviación típica y la media aritmética de la distribución de una variable estadística:</p> $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$ <p>Es un valor que se suele dar en porcentaje, por lo que se multiplica por 100. Si este coeficiente es mayor del 30 %, se considera que la dispersión de los datos es alta. Cuanto menor sea el coeficiente de variación, mayor representatividad tendrá la media aritmética.</p> <p>En el caso de que la media esté cerca de cero, este parámetro no es fiable.</p>

Ilustración 13 - Parámetros de dispersión

En cuanto a las actividades resueltas, la primera estudia el rango y la desviación media y su influencia en cuanto a la representatividad de la media. Se busca la justificación e interpretación de los resultados. Las dos siguientes, son actividades de realización más mecánica teniendo que utilizar el coeficiente de variación en la segunda de ellas para justificar la representatividad de la media.

7. Diagrama de cajas y bigotes

En el último apartado teórico se presentan los diagramas de cajas y bigotes. Comienza con una definición de estos, seguido de una representación gráfica en la que aparece descrito cada parte del diagrama en recuadros adjuntos.

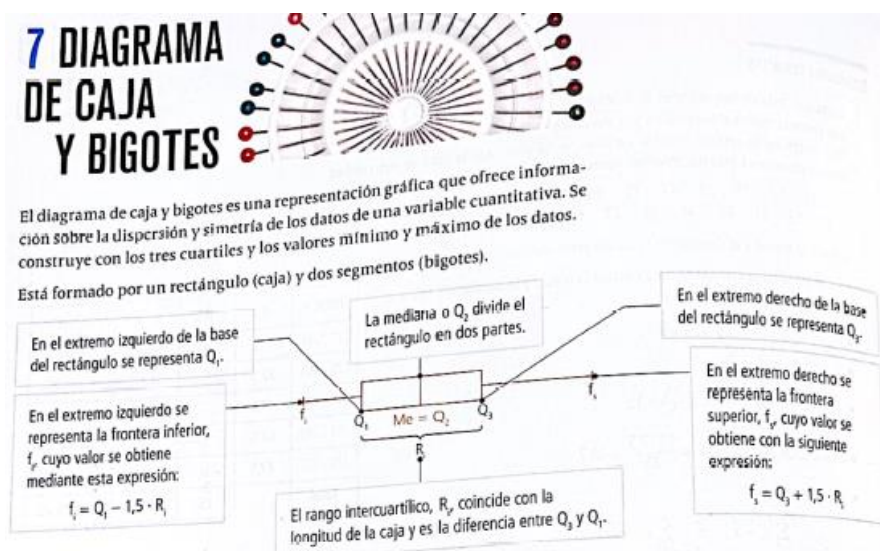


Ilustración 14 - Diagrama de cajas y bigotes

En el margen derecho se indica una aclaración acerca de la representación del diagrama en función de la localización de los valores máximo y mínimo de los datos (dentro o fuera del intervalo). Es una aclaración apropiada ya que en los ejercicios aparecen ambas situaciones siendo distinta la representación.

Si los valores mínimo y máximo de los datos se encontrasen dentro del intervalo marcado por la frontera inferior y superior, la longitud de los bigotes llegaría hasta dichos valores y no haría falta representar los valores de ambas fronteras.

Si los valores mínimo y máximo de los datos se encontrasen fuera del intervalo marcado por la frontera inferior y superior, se considerarían valores atípicos y se marcarían con asteriscos.

Ilustración 15 - Aclaración diagrama cajas y bigotes

En esta sección, las actividades resueltas tienen una gran importancia ya que aclaran cómo se calculan los cuartiles dependiendo de si el conjunto de datos es para o impar. Además, en la primera actividad se analiza la distribución de los datos basándose en la representación del propio diagrama.

Como último apunte, se propone un ejercicio en el que el alumnado tiene que realizar un estudio estadístico siguiendo un esquema a modo guía y que sirve de nexo con la portada de la unidad en la que se propone un ejercicio del mismo estilo.

Estudio estadístico

Formad grupos de tres personas para confeccionar una encuesta con la que obtener los datos necesarios para realizar el estudio estadístico del problema elegido (variable estadística).

Te damos aquí un ejemplo a modo de guía:

- 1** Determina el tema de estudio, por ejemplo, los hábitos de ocio de cierto grupo de personas.
- 2** Confecciona tu encuesta teniendo en cuenta estos puntos:
 - ¿Qué voy a preguntar?
Debes establecer las preguntas: tiempo dedicado a la lectura, a ver televisión, a hacer deporte, etc.
- 3** Realiza un tratamiento estadístico completo y, por último, expón tus resultados en clase.
 - ¿A quién voy a preguntar?
Decide si serán personas de tu entorno, compañeros, desconocidos, etc.
 - ¿Cómo voy a obtener los datos?
¿Llevaré a cabo la encuesta presencialmente, por teléfono...?, ¿se podrá quedar el encuestado con ella para responderla y entregarla más tarde?, ¿se puede remitir por correo electrónico?...?
 - ¿Qué voy a hacer con los datos?

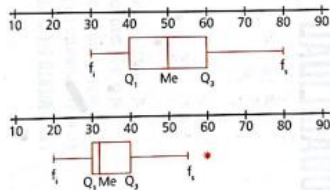
Ilustración 16 - Actividad estudio estadístico

8. Actividades

En la última sección de todas se encuentran las actividades de la unidad. Cada una de las secciones cuenta con ejercicios, cuestiones y problemas para afianzar los contenidos desarrollados durante las mismas. Cabe destacar que la gran mayoría están contextualizadas.

Si bien la resolución de algunos de ellos es puramente mecánica, sí que se observan actividades que requieren de un razonamiento y una justificación por parte del alumnado. Esto está en línea con el currículo, en el que se insiste en este aspecto. A continuación, unos ejemplos sobre problemas, ejercicios y cuestiones de este tipo.

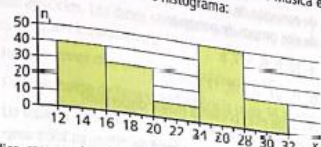
38 Las edades de dos grupos de personas se reflejan en estos dos diagramas:



- Compáralos para responder a las siguientes preguntas:
- En cuál de los dos grupos hay mayor diferencia de edad?
 - En qué grupo está la persona más joven? ¿Y la de más edad?
 - ¿Hay algún punto atípico? ¿Qué edad representa?
 - En qué grupo están más concentradas las edades?
 - ¿Cuáles son los cuartiles de cada distribución?

27 La nota media conseguida en una clase de Matemáticas de 20 alumnos ha sido de 8. Tres alumnos han suspendido con un 4, dos han sacado un 3 y uno obtuvo un 2. Si el resto de los alumnos aprobó, ¿cuál es la nota media de los alumnos aprobados?

19 Las edades de los alumnos de una escuela de música están representadas en el siguiente histograma:



Indica, razonando tu respuesta, si estas afirmaciones son verdaderas o falsas:

- Más de la mitad de los alumnos son menores de 24 años.
- Los alumnos de entre 20 y 28 años representan el 40% del total.
- Si no ingresan nuevos alumnos en la escuela, dentro de 4 años los menores de 16 años serán un 1%.
- Dentro de 4 años casi todos los alumnos serán mayores de edad.
- Los alumnos con más de 20 años suponen más de un 55% del total del alumnado de la escuela.
- Ninguno de los intervalos de edad reflejados en el histograma supera el 30% del total del alumnado.

Ilustración 17 - Ejemplo de actividades con razonamiento

6.3 Conclusiones

Se concluye este capítulo destacando lo completa que es la unidad en cuanto a contenidos curriculares. Además, la inclusión de actividades resueltas es una buena idea ya que permite aclarar conceptos teóricos y dan otro punto de vista al alumnado. En la sección de actividades se observa una gran variedad de ejercicios, problemas y

Aprendizaje práctico del estudio estadístico en 3º de la ESO

cuestiones para cada sección. La estructura de todos los apartados es muy similar y los contenidos están por lo general, bien presentados. La utilización de diferentes colores en los textos, así como de dibujos y gráficos a lo largo de toda la unidad, hace más atractivo su estudio.

Por otro lado, como ya se ha comentado en este capítulo, las ausencias más notables son la falta de actividades relacionadas con herramientas tecnológicas, así como apartados donde se explique su uso. También, la falta de análisis de noticias de los medios de comunicación es otra ausencia importante en relación con los estándares de aprendizaje evaluables del currículo.

Capítulo 7

Dificultades y errores previsibles en el aprendizaje de la unidad didáctica

En este capítulo se presentan las dificultades y los errores previsibles en el proceso de enseñanza aprendizaje de la estadística, tras el análisis realizado de la unidad didáctica en el Capítulo 6.

La finalidad de este análisis es anticiparse a los problemas que puedan surgir en el proceso de aprendizaje y lograr la manera de evitarlos o minimizar su impacto mediante alternativas.

El capítulo se divide en dos partes. En la primera parte se identifican las dificultades previsibles a las que se puede enfrentar el alumnado, mientras que, en la segunda parte, se analizan los errores detectados y sus posibles orígenes.

7.1 Dificultades

Para prever las diferentes dificultades a las que presumiblemente se enfrentará el alumnado de 3ºESO, se toma como referencia el artículo que realiza Di Blasi Regner en su estudio sobre dificultades y errores. En éste se distinguen los siguientes tipos de dificultades:

- **Dificultades asociadas a la complejidad de los objetos matemáticos:** con ayuda del lenguaje habitual y los signos matemáticos se comunican los objetos matemáticos. Pueden surgir problemas relacionados con el uso del lenguaje ordinario, ya que este no es tan exacto y preciso como el lenguaje matemático.
- **Dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático:** tienen que ver con la lógica de la matemática. Es importante utilizar tanto las demostraciones formales como el pensamiento lógico, el uso de una no tiene que hacer que desaparezca la otra, tiene que ser algo simultáneo. Es importante trabajar las dos formas de pensamiento.
- **Dificultades asociadas a los procesos de enseñanza:** en estas dificultades se ven implicados el currículo de matemáticas, los métodos de enseñanza y la institución escolar. Se consideran cuatro dificultades presentes en el currículo de matemáticas: las habilidades necesarias para desarrollar capacidades matemáticas que definen la competencia de un alumno en esta ciencia, la naturaleza lógica de la matemática escolar, la necesidad de contenidos anteriores y el nivel de abstracción requerido. Los métodos de enseñanza deben estar en concordancia tanto con el currículo como con los elementos organizativos de la institución escolar. La institución escolar debe tener en cuenta las dificultades que pueden originarse para organizar y planificar tanto las clases, las aulas, el reparto de alumnado... para disminuir al máximo posible la aparición de dificultades.
- **Dificultades asociadas al desarrollo cognitivo del alumnado:** la capacidad de razonamiento, el estadio del desarrollo intelectual y cognitivo del alumnado tiene mucha influencia en las dificultades que aparecen y por tanto es un aspecto muy importante a tener en cuenta por el profesorado a la hora de diseñar el material de enseñanza.

- **Dificultades asociadas a las actitudes afectivas y emocionales:** se sabe que la actitud general ante las matemáticas suele ser una actitud pasiva, con miedo, negativa...esto puede provocar situaciones de bloqueo que pueden dar lugar a dificultades.

7.2 Errores y su posible origen

Antes de pasar a listar y analizar el origen de los posibles errores que se pueden detectar en el alumnado de 3º ESO en la unidad de estadística, se utiliza el artículo “*Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales*” de Carmen Batanero para explicar cuáles pueden ser las causas de un error. En primer lugar, define qué es un obstáculo:

- Un obstáculo es un conocimiento, no una falta de conocimiento. El alumno utiliza este conocimiento para producir respuestas adaptadas a un cierto contexto que encuentra con frecuencia. Cuando se usa este conocimiento fuera de este contexto genera respuestas incorrectas. Una respuesta universal exigirá un punto de vista diferente.
- El alumno resiste a las contradicciones que el obstáculo le produce y al establecimiento de un conocimiento mejor. Es indispensable identificarlo e incorporar su rechazo en el nuevo saber.
- Después de haber notado su inexactitud, continúa manifestándolo, de forma esporádica.

De esta forma se identifican tres tipos de obstáculos que a su vez detallan cual puede ser el origen del error:

- ✓ **Obstáculos ontogénicos (a veces llamados obstáculos psicogenéticos):** son debidos a las características del desarrollo del niño. Por ejemplo, para comprender la idea de probabilidad se requiere el razonamiento proporcional.
- ✓ **Obstáculos didácticos:** resultan de las elecciones didácticas hechas para establecer la situación de enseñanza. Por ejemplo, la introducción de un nuevo simbolismo tal como:

$$\frac{\sum_{i=1}^n(x_i)}{n}$$

cuando los estudiantes necesitan trabajar con ejemplos concretos.

- ✓ **Obstáculos epistemológicos:** Relacionados intrínsecamente con el propio concepto y conteniendo parte del significado de este. Por ejemplo, las circularidades que se presentan en las diferentes definiciones del significado de la probabilidad (clásica, frecuencial, subjetiva) que mostraron en su día la necesidad de una definición axiomática.

A continuación, se describen los posibles errores que se pueden encontrar en el proceso enseñanza aprendizaje de la estadística.

1. Población y muestra

Se espera que parte del alumnado cometa errores al diferenciar e identificar correctamente ambos conceptos. Son conceptos básicos en la estadística y no distinguirlos puede llevar al alumnado a cometer errores como, por ejemplo, llevar a cabo un estudio estadístico de manera incorrecta o no tener claro que los estudios

poblacionales no llevan implícito un error y que los muestrales son aproximaciones (estimaciones) de los resultados poblacionales, y éstos comportan un error asociado a la selección de la muestra. El origen puede provenir de presentar problemas con planteamientos descontextualizados en los que no se remarque la diferencia entre estimación o aproximación (estudio muestral) y cálculo sin error (estudio poblacional).

2. Representatividad de una muestra

Es probable que cuando sea necesario seleccionar una muestra que represente al total de la población, el alumnado tenga problemas para hacer un muestreo correcto y la muestra seleccionada obvie a un determinado sector de la población. Está estrechamente relacionado con el primer punto donde el alumnado no distingue los términos población y muestra.

3. Distinción entre variable estadística cuantitativa discreta y continua

Cuando las variables aparecen en los problemas y tienen que ser clasificadas o incluso saber cuándo agruparlas por intervalos o tratarlas de manera individual, el alumnado puede presentar problemas para identificarlas. Puede llevar a cometer errores como, por ejemplo, una inadecuada selección de la representación gráfica o un incorrecto tratamiento en tablas de estadísticas de frecuencias.

4. Identificación de la variable estadística

Cuando el alumnado se enfrente a la resolución de problemas, es posible que se encuentren dificultades a la hora de detectar la variable estadística de estudio. Si están habituados únicamente a clasificar la variable estadística, ante nuevos problemas en las que hay que identificar la variable pueden cometer errores. El origen puede ser debido al no plantearse un objetivo de estudio en el enunciado que justifique la necesidad de la observación de la variable en cada individuo.

5. Cálculo del porcentaje de manera incorrecta

El uso de la frecuencia relativa acumulada en lugar de la frecuencia relativa para el cálculo del porcentaje. Este error puede aparecer ya que, si se mecaniza el proceso de construcción de la tabla y siendo la columna de la frecuencia relativa acumulada la anterior a la del porcentaje, pueden usarla por proximidad y por el parecido de los nombres.

6. Interpretación de las tablas

Si la construcción de las tablas de frecuencias se realiza de forma mecánica, el alumnado puede mostrar problemas a la hora de contestar preguntas relacionadas con la interpretación de la tabla. Por ello se deben plantear preguntas contextualizadas que requieran una comprensión adecuada de cada tipo de frecuencia (número de individuos, porcentaje de individuos que toman un determinado valor, etc.). De la misma forma, saber interpretarlas utilizando las propiedades explicadas en el capítulo 6, les serviría para verificar que su construcción es correcta. Ejemplo de ello es que la suma total de las frecuencias absolutas no coincida con el número total de datos o que la suma total de las frecuencias relativas no sea igual a 1. Lo que manifiesta que el aprendizaje se ha realizado de una manera mecánica y no están entendiendo lo que hacen. El origen podría deberse a un inadecuado planteamiento constructivo de la tabla en la que no se verbalice en una frase el significado de cada número que aparece en ella.

7. Recuento de los datos en un enunciado

El alumnado puede presentar errores en los recuentos de los datos conforme el número total de datos vaya elevándose, sobre todo por falta de orden y paciencia en el conteo. Por otro lado, también cometerán errores en el recuento de los datos agrupados en intervalos si no saben interpretar dichos intervalos (abiertos y cerrados).

8. Definición de intervalos

El alumnado podría cometer errores al definir intervalos en los que la amplitud no es la misma. El origen de dicho error podría provenir de la representación de los diagramas de barras. Este tipo de diagramas sólo requiere un eje escalado (el del recuento) mientras que los histogramas requieren dos ya que proporciona el recuento como el área de la barra con soporte en el intervalo.

9. Diagrama de barras e histogramas.

Parte del alumnado puede que no utilice el gráfico adecuado para representar la variable estadística. Incluso muchos de ellos dibujarán el histograma como un diagrama de barras. El origen de estos errores podría ser debido a la incorrecta identificación de las variables o que no distinguen entre variables continua y discreta.

10. Cálculo e interpretación de parámetros de dispersión

También es previsible que se encuentren dificultades a la hora de interpretar parámetros como la desviación típica y su relación con la media. Se puede dar el caso de que apliquen correctamente la fórmula pero que no se interprete correctamente el resultado debido.

11. Calcular la media y la mediana en datos cualitativos

Si bien la moda es un parámetro que puede aparecer y calcularse en todos los tipos de variables, la media y la mediana tienen sentido para variables cuantitativas. Se puede dar el caso de que el alumnado intente realizar dicho cálculo por no detenerse a pensar en el tipo de variable y en el sentido matemático de la acción.

12. Cálculo de la mediana en un conjunto de datos par

Se puede prever que el alumnado tendrá más dificultades y cometerá errores cuando tenga que trabajar con dos valores centrales de la distribución de datos, ya que no será el valor que se encuentre en la mitad y habrá que calcular la media.

13. Moda

Parte del alumnado puede tener el convencimiento de que únicamente existe una moda en una distribución de datos y esto supondrá que estarán cometiendo un error ya que puede darse el caso de que una distribución tenga varias modas o incluso que no tenga moda. El origen podría deberse a un planteamiento orientado al cálculo correcto y no al poder informativo de la medida.

14. Interpretación de diagrama de cajas y bigotes

Al ser un nuevo contenido estadístico, es probable que se cometan ciertos errores en la interpretación del gráfico debido a que mezclan los conceptos de máximo, mínimo, primer cuartil, segundo cuartil y tercer cuartil. Por otro lado, puede darse el caso que la construcción de dicho diagrama se realice de manera mecánica lo cual provocará errores en las cuestiones relativas a la interpretación del gráfico estadístico. Además, puede que haya dificultades para entender que la mediana que divide la caja en dos no lo haga en partes iguales.

15. El diseño de la recogida de datos en un estudio estadístico

El alumnado puede tener problemas y cometer errores cuando se enfrente a la realización de un estudio estadístico y quiera recoger datos para su interpretación. El método de recogida de datos, así como las preguntas que se diseñen para realizar el estudio, pueden ser insuficientes de cara a poder realizar un estudio estadístico completo.

16. Notación

La comprensión de las matemáticas se refleja en una buena escritura de esta. El alumnado no está habituado a utilizar una notación determinada, pero en este curso se introducen conceptos como frecuencia absoluta, frecuencia relativa, media aritmética, etc, lo que puede suponer una dificultad añadida.

17. Operaciones elementales

El alumnado cometerá errores de cálculo como, por ejemplo, la suma de los datos para obtener el número total de datos. Teniendo consecuencias en el cálculo de las frecuencias relativas y absolutas. Estos errores están presentes y sucederán debido a que no tienen asentadas las operaciones elementales.

Capítulo 8

El proceso de estudio

En el presente capítulo se va a analizar el proceso de estudio seguido para el desarrollo de la unidad didáctica de estadística. Para ello, se divide en 3 apartados en los que se detalla la distribución del tiempo de la clase, así como las actividades adicionales planificadas y las actividades que cada alumno realiza de manera autónoma.

Durante el proyecto han tenido lugar diferentes dinámicas, como clases magistrales, dialógicas, constructivistas y autónomas. Dependiendo del tipo de clase, el alumnado ha mantenido un perfil pasivo o activo, siendo esta última la más significativa durante el desarrollo de la unidad didáctica.

Por otro lado, el papel del docente también cambia en cada dinámica, permaneciendo más pasivo en algunos escenarios dejando que el alumnado trabaje de manera más autónoma.

8.1 Distribución del tiempo de la clase

El desarrollo de esta unidad didáctica se ha planificado en 14 sesiones de 55 minutos, en las que se desarrolla un estudio estadístico en grupos a la vez que se avanza en los contenidos del libro de texto.

Para llevarlo a acabo se ha diseñado una planificación sesión a sesión, en la que se detallan las actividades, contenidos y ejercicios que se llevan a cabo, junto con el tiempo dedicado a cada uno. Además, se cita el tipo de docencia impartida en cada sesión junto con la responsabilidad involucrada.

Sesión 1

En la primera sesión se explica al alumnado cómo va a ser el desarrollo de la unidad didáctica. Cada contenido tendrá como objetivo su aplicación posterior en el estudio estadístico. Se presenta el proyecto y se recalca que el tema elegido tiene que estar relacionado con los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS). Con esto se persigue que el alumnado contextualice el tema y lo relacione con estos objetivos.



Ilustración 18 - Objetivos de desarrollo sostenible

La sesión continua con la introducción teórica de las etapas que conforman un estudio estadístico. Finalmente, se forman grupos de un máximo de 5 personas y se comienza a debatir sobre el tema a escoger.

Tipo	Tiempo	Responsable	Tipo de docencia
Presentación del proyecto a realizar	15 minutos	Docente	Magistral
Etapas de un estudio estadístico	10 minutos	Compartida	Dialógica
Grupos y debate sobre tema	30 minutos	Alumnado	Colaborativa

Tabla 21 - Sesión 1

Sesión 2

En la segunda sesión se explica la sección 2 del libro de texto, utilizando la colaboración del alumnado durante toda la explicación. Para introducir la explicación se utiliza el ejemplo de un sondeo electoral, en el que se quiere conocer la intención de voto de los ciudadanos de una ciudad. Para ello se explica que la población de estudio son los ciudadanos de la ciudad y que para realizar ese sondeo se cogen aleatoriamente personas de diferentes edades, clases sociales, género y barrios. Es por ello por lo que el total de personas preguntadas, denominada muestra, es representativa de la población de estudio.

Los distintos tipos de variables se explican utilizando el cuadro que aparece en la página 211 del libro de texto ya que es muy conciso y ejemplificador. Para explicar los distintos tipos de muestreo se utiliza la actividad resuelta de la página 212 y se va resolviendo junto con el alumnado en la pizarra.

La sesión continua con la propuesta y resolución individual de los siguientes ejercicios:

- Páginas 224-225: 3, 5, 7 y 8.

Tipo	Tiempo	Responsable	Tipo de docencia
Sección 2 libro de texto	35 minutos	Compartida	Dialógica
Ejercicios y cuestiones	15 minutos	Alumnado	Constructivista
Corrección ejercicios y cuestiones (3,5 y 7)	5 minutos	Compartida	Dialógica

Tabla 22 - Sesión 2

Sesión 3

Esta sesión comienza con la corrección del último ejercicio propuesto el día anterior. Se resuelven dudas y se pregunta si alguien tiene alguna aclaración en algún tema en concreto. A continuación, el alumnado comienza a trabajar en el estudio estadístico eligiendo la población, la muestra de estudio y debaten sobre los ODS involucrados. Se les insta a pensar en 20 preguntas que realizarían en su estudio.

Tipo	Tiempo	Responsable	Tipo de docencia
Corrección ejercicio (8) y dudas	10 minutos	Compartida	Dialógica

Estudio estadístico: Población muestra ODS, comienzo cuestionario	45 minutos	Alumnado	Colaborativa
--	------------	----------	--------------

Tabla 23 - Sesión 3

Sesión 4

En esta sesión se presenta y explica la sección 3 del libro de texto, mediante la realización de dos ejemplos teórico-prácticos, en el que van apareciendo los nuevos términos estadísticos. El ejemplo utilizado para la tabla de frecuencias con variables cuantitativas discretas es el de la página 213. Esta actividad es ideal para ir presentando los contenidos matemáticos a la vez que se va resolviendo un ejercicio práctico. El ejemplo utilizado para variables cuantitativas continuas es el desarrollado en la página 214, que de la misma forma que el anterior nos sirve para realizar la sesión de manera dialógica.

Finalizamos la sesión con la realización de manera individual de dos ejercicios relacionados.

Los ejercicios realizados son los siguientes:

- Páginas 225-226: 11 y 12.

Tipo	Tiempo	Responsable	Tipo de docencia
Sección 3 libro de texto	35 minutos	Compartida	Dialógica
Ejercicios	20 minutos	Alumnado	Constructivista

Tabla 24 - Sesión 4

Sesión 5

Comienza la sesión con la corrección de los dos ejercicios propuestos. A continuación, se lleva a cabo un pequeño tutorial sobre el uso de tablas estadísticas en las hojas de cálculo de Google (Anexo B). Esta herramienta les sirve para poder trabajar en el estudio estadístico. Se propone que resuelvan utilizando la herramienta explicada los siguientes ejercicios:

- Páginas 225-226: 10 y 13

Tipo	Tiempo	Responsable	Tipo de docencia
Corrección de ejercicios (11 y 12)	10 minutos	Compartida	Dialógica
Tutorial hojas de cálculo y resolución de ejercicios	45 minutos	Compartida	Dialógica

Tabla 25 - Sesión 5

Sesión 6

Se inicia recogiendo el feedback del alumnado sobre el uso de la herramienta introducida en la sesión anterior. Se aclaran algunos aspectos y a continuación, de nuevo en grupos, se continua con el estudio estadístico. En este caso, una vez seleccionado el tema, la población de estudio y la muestra, se finaliza el cuestionario y se explica que deben realizarlo durante el fin de semana para trabajar con los resultados la semana siguiente.

Tipo	Tiempo	Responsable	Tipo de docencia
Dudas sobre el uso de hojas de cálculo	10 minutos	Compartida	Constructivista
Estudio estadístico: Cuestionario	45 minutos	Alumnado	Colaborativa

Tabla 26 - Sesión 6

Sesión 7

Esta sesión comienza con la explicación de la sección 4 del libro de texto, donde se explican los tipos de gráficos a utilizar. De nuevo se utilizan las actividades resueltas del libro en las páginas 215 y 216 en pizarra mientras se pregunta al alumnado por términos estadísticos vistos en sesiones anteriores y que están relacionados directamente. Se finaliza con la propuesta de ejercicios para realizar de manera individual.

Los ejercicios realizados son los siguientes:

- Páginas 226-227: 14, 17 y 19.

Tipo	Tiempo	Responsable	Tipo de docencia
Sección 4 libro de texto	35 minutos	Compartida	Dialógica
Ejercicios	20 minutos	Alumnado	Constructivista

Tabla 27 - Sesión 7

Sesión 8

En esta sesión se va a explicar mediante el tutorial de las hojas de cálculo de Google, cómo insertar gráficos estadísticos. Además, se pide a los alumnos que realicen los ejercicios de la sesión anterior con esta herramienta y que comprueben resultados. De nuevo esta función es útil para el desarrollo del estudio estadístico.

Tipo	Tiempo	Responsable	Tipo de docencia
Tutorial hojas de cálculo sobre gráficos estadísticos y resolución de ejercicios	55 minutos	Compartida	Dialógica

Tabla 28 - Sesión 8

Sesión 9

Una vez desarrollados los contenidos relativos a las tablas y gráficos estadísticos, cada grupo tiene el objetivo de aplicarlo en su estudio estadístico tomando como herramienta tecnológica, la hoja de cálculo de Google, para ordenar, agrupar y representar los datos obtenidos.

Tipo	Tiempo	Responsable	Tipo de docencia
Estudio estadístico: Tabla de frecuencias y gráficos estadísticos	55 minutos	Alumnado	Colaborativa

Tabla 29 - Sesión 9

Sesión 10

En esta sesión se introducen los parámetros de centralización apoyándonos en los ejercicios de la sección de actividades del libro de texto. Se dictan las definiciones de los parámetros de centralización y se utiliza la actividad resuelta 1 de la página 219 del libro para ejemplificar dichos conceptos. Como algunos conceptos ya se han visto en cursos anteriores se interactúa con el alumnado haciéndole partícipe de la sesión. Los últimos minutos se dedican a la realización de ejercicios para afianzar contenidos.

Los ejercicios realizados son los siguientes:

- Páginas 227-228: 20, 22 y 27.

Tipo	Tiempo	Responsable	Tipo de docencia
Sección 5 libro de texto	35 minutos	Compartida	Dialógica
Ejercicios	20 minutos	Alumnado	Constructivista

Tabla 30 - Sesión 10

Sesión 11

Se inicia como es costumbre con la corrección de los ejercicios propuestos de la sesión anterior y se explican los parámetros de dispersión. Al ser en su mayoría conceptos nuevos, la forma de impartir la clase será magistral. Se explican todos los contenidos de la sección dictando lo más importante. En esta ocasión soy yo quien desarrolla en pizarra la actividad resuelta sin la intervención del alumnado, deteniéndome y haciendo hincapié en el cálculo de los parámetros de dispersión. La sesión finaliza con la realización de ejercicios individualmente.

Los ejercicios realizados son los siguientes:

- Páginas 228-229: 29, 31 y 32.

Tipo	Tiempo	Responsable	Tipo de docencia
Corrección de ejercicios (20, 22 y 27)	10 minutos	Compartida	Dialógica
Sección 6 libro de texto	30 minutos	Docente	Magistral
Ejercicios	15 minutos	Alumnado	Constructivista

Tabla 31 - Sesión 11

Sesión 12

En esta sesión se explica cómo calcular los parámetros de centralización y dispersión utilizando la hoja de cálculo de Google. A continuación, se aplica este nuevo conocimiento en cada estudio estadístico de manera grupal.

Tipo	Tiempo	Responsable	Tipo de docencia
Tutorial hojas de cálculo sobre parámetros de centralización y dispersión y resolución de ejercicios	30 minutos	Compartida	Dialógica
Estudio estadístico: Parámetros de centralización y	25 minutos	Alumnado	Colaborativa

dispersión			
------------	--	--	--

Tabla 32 - Sesión 12

Sesión 13

En esta sesión se explica la última sección de contenidos estadísticos del libro de texto. Al ser un contenido nuevo, se decide realizarla de manera magistral. Es por ello que represento un diagrama de cajas y bigotes en pizarra (utilizo el de la página 222 del libro) y describo cada una de sus partes mientras el alumnado copia y atiende a la explicación. La sesión finaliza con la realización de ejercicios sobre el nuevo contenido.

Los ejercicios realizados son los siguientes:

- Página 229: 36 y 38.

Tipo	Tiempo	Responsable	Tipo de docencia
Sección 7 libro de texto	35 minutos	Docente	Magistral
Ejercicios	20 minutos	Alumnado	Constructivista

Tabla 33 - Sesión 13

Sesión 14

En esta sesión se analiza una noticia de la prensa en busca de errores estadísticos o de falacias. Posteriormente, en los grupos del estudio estadístico se debate sobre dos noticias que contiene gráficas estadísticas y se realizan preguntas sobre las mismas.

Tipo	Tiempo	Responsable	Tipo de docencia
Análisis de una noticia en prensa. Debate sobre dos noticias con gráficas estadísticas	55 minutos	Compartida	Constructivista

Tabla 34 - Sesión 14

Sesión 15

La última sesión de la unidad se dedica a finalizar el estudio estadístico terminando la redacción de este e introduciendo cambios sugeridos por los docentes.

Tipo	Tiempo	Responsable	Tipo de docencia
Estudio estadístico: Finalizar la redacción y entrega	55 minutos	Alumnado	Colaborativa

Tabla 35 - Sesión 15

8.2 Actividades adicionales planificadas

Estudio estadístico

Tras consultar con el profesorado cómo se imparte la unidad didáctica de estadística durante un curso cualquiera, se decide introducir el desarrollo de un estudio estadístico durante el transcurso de esta. La manera en que se trabaja es grupal, teniendo cada miembro del grupo la misma responsabilidad. El estudio avanza de manera simultánea a la unidad, teniendo los contenidos cercanos en el tiempo. En el capítulo 9 se analiza en profundidad cómo se lleva cabo y los resultados obtenidos.

Tutorial hojas de cálculo

Como se ha citado en capítulos anteriores, una de las principales ausencias en el libro de texto es el uso de herramientas tecnológicas para resolver y plantear ejercicios y problemas. Para solventar esta ausencia se ha realizado un tutorial del manejo de hojas de cálculo de Google para el tratamiento de datos estadísticos.

El tutorial se desarrolla durante tres sesiones. En ellas, el alumnado aprende a utilizar este software siguiendo las explicaciones. Estas clases se realizan de manera dialógica, avanzando en la explicación mediante una interacción entre docente y alumnado. Cada sesión finaliza con la realización de ejercicios realizados a mano para comprobar el resultado.

En el Anexo B, se pueden observar los documentos que se les facilitó a los alumnos como guía para la utilización de este software.

Análisis de noticias en medios de comunicación

La otra gran ausencia que se concluye después de realizar el análisis del libro de texto es la interpretación de noticias de los medios de comunicación, así como la detección de falacias. Para tratar esta ausencia se realiza una actividad en la penúltima sesión donde el alumnado debe de analizar una noticia publicada en un periódico y comentar si encuentran alguna mentira o falacia estadística.



Ilustración 19 - Noticia de la prensa

Se pretende que al menos el alumnado se dé cuenta de lo siguiente:

Vemos que **no** se ha realizado una selección **aleatoria** y **representativa** de la población (la muestra está sesgada). Las personas que acuden a hacerse el test suelen ser quienes han llevado a cabo prácticas de riesgo o tienen algún motivo por el que pensar que tal vez, en el peor de los casos, pudieran haber contraído el virus.

Además, en grupos de 4, se propone, a través de otra noticia donde aparecen gráficas estadísticas, que el alumnado realice preguntas sobre dichas gráficas con el fin

de poder interpretarlas. Cada grupo pasa sus preguntas a otro grupo para su interpretación y respuesta.

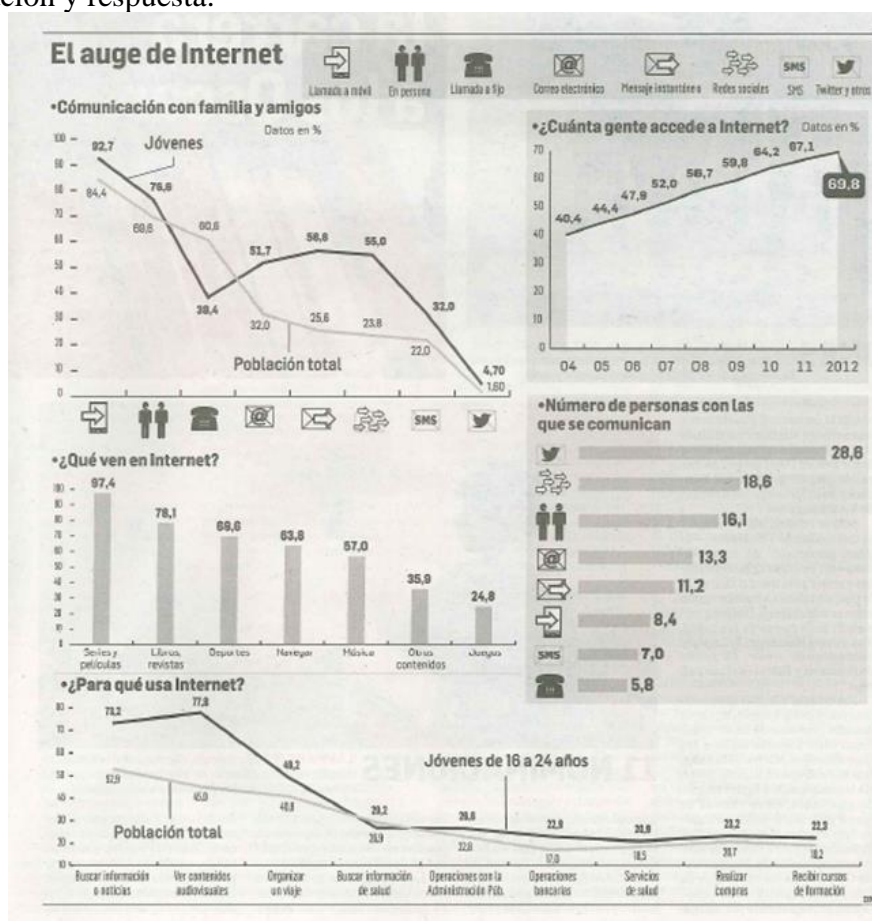


Ilustración 20 - Interpretación de gráficas estadísticas

Un ejemplo de las posibles preguntas:

Gráfica Comunicación con Familia y amigos

- Elabora la tabla de frecuencias de los distintos usos de las tecnologías para la comunicación para Jóvenes y para la Población total
- ¿Cuáles son la población, la muestra y los individuos del estudio? ¿Hace falta algún dato adicional? ¿Por qué?

Gráfica ¿Qué ven en Internet?

- ¿De qué tipo es la variable estadística estudiada?

Gráfica ¿Para qué usan Internet?

- Elabora la tabla de frecuencias de los distintos usos de las internet para Jóvenes y para la Población total.
- Calcula la media de las dos
- Elabora el diagrama de sectores
- ¿Es la muestra de jóvenes 16-24años representativa? ¿Por qué?

Gráfica ¿Cuánta gente accede a Internet?

- Elabora el polígono de frecuencias de la gráfica. En caso de no poder hacerlo, explicar por qué y en qué gráfica del artículo tendría sentido.

- ¿Cuál es el recorrido o rango de los datos?

Gráfica Número de personas con las que se comunican

- Calcula los parámetros de dispersión (desviación media, varianza y desviación típica).
- Calcula el intervalo modal.
- Halla la media y el intervalo mediano.

8.3 La tarea: actividad autónoma del alumno prevista

En esta última sección del capítulo 8 se detalla la actividad autónoma que realiza el alumnado. Como se puede apreciar en la primera sección del presente capítulo, en muchas de las sesiones el alumnado cuenta con tiempo para la realización de ejercicios de manera individual propuestos por el docente. De esta forma se va a estructurar mediante tablas la tarea a realizar durante las sesiones y en casa.

Sesión 1

Al final de la primera sesión se comunica al alumnado que tiene que buscar información en casa a cerca de los ODS, ya que esa información será necesaria para el estudio estadístico a realizar. Se les enseña el siguiente enlace para su consulta: <https://www.un.org/sustainabledevelopment/es/development-agenda/>

Tipo	Tiempo Estimado	Relación con el proceso enseñanza aprendizaje
Búsqueda de información sobre los ODS	60 minutos	Preparación de una actividad futura.

Tabla 36 - Tarea Sesión 1

Sesión 2

En esta sesión el alumnado dispondrá de tiempo para realizar los 4 ejercicios propuestos por el docente, el último de ellos queda pendiente para casa. Son ejercicios de aplicación directa del contenido visto en la sesión.

Tipo	Tiempo Estimado	Relación con el proceso enseñanza aprendizaje
Páginas 224-225: 3, 5, 7 y 8.	30 minutos	Aplicación del contenido matemático.

Tabla 37 - Tarea Sesión 2

Sesión 3

Durante esta sesión el alumnado comienza a trabajar en el estudio estadístico eligiendo la población, la muestra de estudio y debaten sobre los ODS involucrados. Se les insta a pensar en 20 preguntas que utilizarían en su estudio. Cada miembro del grupo tiene que pensar y redactar esas preguntas de tarea en casa.

Tipo	Tiempo Estimado	Relación con el proceso enseñanza aprendizaje
Pensar y redactar preguntas para la encuesta/cuestionario del estudio	40 minutos	Preparación de una actividad futura.

Tabla 38 - Tarea Sesión 3

Sesión 4

En esta sesión el alumnado tendrá que trabajar individualmente los ejercicios propuestos por el docente al final de la sesión. En caso de no finalizarlos quedan de tarea para casa.

Tipo	Tiempo Estimado	Relación con el proceso enseñanza aprendizaje
Páginas 225-226: 11 y 12	30 minutos	Aplicación del contenido matemático.

Tabla 39 - Tarea Sesión 4

Sesión 5

Una vez realizado el tutorial de las hojas de cálculo de Google junto con algún ejemplo, se propone realizar dos ejercicios para practicar con la herramienta citada. Si no se finalizan en el aula quedarán de tarea para casa.

Tipo	Tiempo Estimado	Relación con el proceso enseñanza aprendizaje
Páginas 225-226: 10 y 13	30 minutos	Refuerzo y aplicación del contenido matemático.

Tabla 40 - Tarea Sesión 5

Sesión 6

Cada grupo ha finalizado el cuestionario correspondiente a su estudio. Queda pendiente realizarlo a la muestra de personas seleccionada. Durante el fin de semana tendrán que realizarlo y recoger las respuestas para su estudio posterior.

Tipo	Tiempo Estimado	Relación con el proceso enseñanza aprendizaje
Realización de un cuestionario/encuesta	60 minutos	Preparación de una actividad futura.

Tabla 41 – Tarea Sesión 6

Sesión 7

En esta sesión se introducen los gráficos estadísticos y se propone ejercicios para su aplicación. Como en otras ocasiones, en caso de no acabarlos en el aula, se finalizarán de tarea para casa.

Tipo	Tiempo Estimado	Relación con el proceso enseñanza aprendizaje
Páginas 226-227: 14, 17 y 19.	30 minutos	Aplicación del contenido matemático.

Tabla 42 – Tarea Sesión 7

Sesión 8

El alumnado, una vez explicado el tutorial de las hojas de cálculo relativo a los gráficos estadísticos, repetirá los ejercicios de la sesión anterior y comparará resultados.

Tipo	Tiempo Estimado	Relación con el proceso enseñanza aprendizaje
Páginas 226-227: 14, 17 y 19.	30 minutos	Aplicación y refuerzo del contenido matemático.

Tabla 43 – Tarea Sesión 8

Sesión 9

Durante toda la sesión el alumnado debe aplicar los conocimientos adquiridos en sesiones anteriores sobre tablas y gráficos estadísticos.

Tipo	Tiempo Estimado	Relación con el proceso enseñanza aprendizaje
Realización de tablas y gráficos estadísticos en el proyecto	55 minutos	Aplicación del contenido matemático.

Tabla 44 - Tarea Sesión 9

Sesión 10

En esta sesión se explican los parámetros de centralización y al final de la sesión se realizan ejercicios para afianzar los conocimientos. En caso de no acabarlos en clase, se terminarán de tarea en casa.

Tipo	Tiempo Estimado	Relación con el proceso enseñanza aprendizaje
Páginas 227-228: 20, 22 y 27.	30 minutos	Aplicación y refuerzo del contenido matemático.

Tabla 45 - Tarea Sesión 10

Sesión 11

Siguiendo el desarrollo del libro de texto, nos encontramos con los parámetros de dispersión. La sesión se desarrolla de manera diferente a su predecesora, ya que estos contenidos son nuevos para el alumnado. Se proponen 3 ejercicios para que el alumnado se familiarice y contextualice estos nuevos contenidos. Como de costumbre, si no se acaban en clase, quedarán de tarea para casa.

Tipo	Tiempo Estimado	Relación con el proceso enseñanza aprendizaje
Páginas 228-229: 29, 31 y 32.	30 minutos	Aplicación del contenido matemático.

Tabla 46 - Tarea Sesión 11

Sesión 12

En esta sesión el alumnado debe aplicar en el estudio estadístico los conocimientos adquiridos en las dos sesiones anteriores ayudados del tutorial realizado en la misma sesión. Si no se consigue acabar, se reparte el trabajo para finalizarlo en casa.

Tipo	Tiempo Estimado	Relación con el proceso enseñanza aprendizaje
Realización del estudio estadístico aplicando lo aprendido sobre parámetros de centralización y dispersión	30 minutos	Aplicación del contenido matemático.

Tabla 47 - Tarea Sesión 12

Sesión 13

En esta última sesión teórico-práctica, el alumnado tras la explicación magistral de los diagramas de cajas y bigotes realiza dos ejercicios para afianzar y entender mejor el nuevo contenido matemático.

Tipo	Tiempo Estimado	Relación con el proceso enseñanza aprendizaje
Página 229: 36 y 38.	40 minutos	Aplicación del contenido matemático.

Tabla 48 - Tarea Sesión 13

Sesión 14

En esta sesión el alumnado de manera individual debe de analizar una noticia de la prensa y justificar si existen falacias o mentiras estadísticas en ella. Además, se trabaja con otra noticia donde aparecen gráficos para analizar.

Tipo	Tiempo Estimado	Relación con el proceso enseñanza aprendizaje
Análisis de noticias de los medios de comunicación	55 minutos	Aplicación y refuerzo del contenido matemático

Tabla 49 - Tarea Sesión 14

Sesión 15

En la última sesión se finaliza la redacción del estudio estadístico, así como los últimos detalles de este.

Tipo	Tiempo Estimado	Relación con el proceso enseñanza aprendizaje
Finalización del estudio estadístico.	55 minutos	Aplicación del contenido matemático.

Tabla 50 - Tarea Sesión 15

Capítulo 9

Experimentación

En el presente capítulo se detalla la experimentación llevada a cabo en una clase de 3° ESO del colegio Santa María la Real Maristas de Sarriguren, durante el periodo del Prácticum II.

Este capítulo se divide en 5 partes. En primer lugar, se presenta la muestra y el diseño de la experimentación. En la segunda y tercera parte se muestran las directrices para realizar el estudio estadístico, así como un análisis de cada una de las partes involucradas junto con los comportamientos esperados en ellas. Posteriormente, en cuarto lugar, se describen los resultados obtenidos y, por último, se realiza una discusión de dichos resultados.

El objetivo de este capítulo es determinar si el proceso de enseñanza seguido ha sido el correcto y para eso es muy importante el análisis del comportamiento esperado y los resultados obtenidos.

9.1 Muestra y diseño de la experimentación

La muestra escogida para realizar este estudio corresponde a 20 alumnos y alumnas de la clase de 3°ESO orientadas a las enseñanzas académicas del colegio Santa María la Real Maristas. Se trata de un grupo bastante homogéneo ya que todos pertenecen en su mayoría a un estrato social de clase media. Entre ellos, encontramos a dos alumnos que han repetido curso por lo que no todo el alumnado cuenta con la misma edad. Además, en la clase hay dos alumnos de incorporación tardía provenientes de Guatemala con un nivel bajo en contenidos matemáticos.

El objetivo final es que el alumnado en grupos de 4 personas pueda desarrollar un estudio estadístico a la vez que se van incorporando contenidos estadísticos en el transcurso de la unidad didáctica. Esta unidad didáctica consta de 15 sesiones, más de lo habitual, debido a que se emplean varias sesiones para el desarrollo y avance del estudio estadístico. A continuación, se muestran las sesiones donde el alumnado desarrolla el estudio estadístico.

Sesiones	Contenido de la sesión
1	Etapas de un estudio estadístico
3	Población, muestra, ODS, comienzo cuestionario
6	Cuestionario
9	Tabla de frecuencias y gráficos estadísticos
12	Parámetro de centralización y dispersión
15	Finalizar la redacción y entrega

Tabla 51 - Sesiones estudio estadístico

Durante estas sesiones el docente se dedica a observar el comportamiento y el avance de cada grupo con cada nuevo contenido. Ante las dudas o preguntas realizadas por parte de los grupos, se dedica a guiarlos, orientándolos, sin llegar a responder directamente la pregunta o duda.

9.2 El estudio estadístico

Antes de comenzar la unidad didáctica se diseña unas instrucciones a seguir por el alumnado para realizar el estudio estadístico. Se van a dedicar 6 sesiones para su desarrollo, pudiendo dedicar más tiempo en casa si fuera necesario.

Se ha introducido como punto de obligatorio cumplimiento la referencia y contextualización del tema elegido con los objetivos de desarrollo sostenible (ODS). No hay mejor manera de hacer ver a los adolescentes que debemos dirigir nuestros esfuerzos a crear un modelo social sostenible, que haciéndoles reflexionar y tener una conciencia crítica que pueda llevar a desarrollar acciones que contribuyan al desarrollo sostenible.

Sesión 1

- Crear una carpeta en drive llamada “Clase_Nombres” (Ej: “3C_PaulaYaizaMarcos”)
- Compartir esa carpeta con vosotros/as y con nosotros.
- Dentro de la carpeta, crear un documento llamado proyecto_investigación_estadística.
- Elegir un tema sobre el que vayáis a hacer un estudio estadístico (pensar que tendréis que crear un cuestionario y pasarlo a mucha gente para lo que responda, así que debe ser un tema que os afecte a vosotros/as o a vuestro alrededor: familias, profesores/as...).
- La estructura del proyecto será el siguiente:
 - Objeto de estudio
 - Objetivos de desarrollo sostenible
 - Recogida de datos
 - Análisis de datos
 - Conclusiones
 - Posibles extensiones
 - Webgrafía

TAREA PARA CASA

- Investigar sobre qué son los ODS.

Sesión 3

- El tema elegido, ¿lo podrías clasificar dentro de algún ODS?
- Escribir un párrafo sobre por qué habéis elegido ese tema (relacionarlo con la relevancia del ODS) y por qué es importante que se trate y se investigue.
- ¿Cuál es la población y la muestra elegida? Redactarlo en vuestro estudio.
- Comenzar a pensar las preguntas del cuestionario.

TAREA PARA CASA

- Pensar y redactar preguntas para la encuesta/cuestionario del estudio.

Sesión 6

- Dentro de vuestra carpeta, crear un Google Form. Será un cuestionario del tema elegido. Deberá contener alrededor de 20 preguntas y todas ellas serán de respuesta cerrada.
- Aseguraros que con vuestras preguntas se pueda realizar un estudio sobre variables cuantitativas y cualitativas.

TAREA PARA CASA

- Enviad el cuestionario a las personas que hayáis decidido y así recoger sus respuestas para un análisis posterior.

Sesión 9

- Organizar en tablas estadísticas toda la información recogida de las preguntas realizadas
- Representad gráficamente utilizando las hojas de cálculo de Google los datos más relevantes de vuestro estudio.
- Explicad y analizad los gráficos realizados.

TAREA PARA CASA

- Terminad la redacción del análisis de los gráficos estadísticos.

Sesión 12

- Aplicad los aprendido sobre parámetros de centralización y dispersión en las preguntas donde creáis que puede tener relevancia y redactarlo en vuestro documento.

TAREA PARA CASA

- Terminad la redacción sobre los distintos parámetros.

Sesión 15

- Finalizad la redacción del estudio estadístico.

9.3 Cuestiones y comportamientos esperados

En esta sección se va a analizar el comportamiento que se espera que el alumnado tenga en cada sesión. Para ello, el primer paso es la realización de un estudio preliminar en el que se identifican los problemas existentes en el estudio de la estadística en alumnos de 3º ESO. En un primer momento se plantea realizar una prueba de contenidos preliminar para detectar los conocimientos previos del alumnado, pero se desecha tras hablar con la docente debido a que en 2º ESO solo dieron probabilidad, teniendo los contenidos estadísticos lejanos en el tiempo (1º ESO). Además, se consulta con la docente de esta clase cuáles son los problemas más habituales. Con toda esta información se realiza un análisis a priori y se determinan las dificultades y errores previstos. En el capítulo 7 vienen definidos estos errores a los que se referencia en esta sección.

En la última sección de este capítulo se contrastan las hipótesis de este estudio a priori y se dictamina si existen nuevos errores no previstos (estudio a posteriori).

Se espera que parte del alumnado tenga dudas y haga preguntas cuando tenga que identificar la población de estudio y la muestra seleccionada. Se espera que no tengan claro la diferencia entre estos dos conceptos y relacionado con esto también es probable que no entiendan cómo elegir la muestra para que sea representativa de la población.

Por otra parte, en la realización del cuestionario, es probable que tiendan a realizar preguntas cuya respuesta sea dicotómica (sí o no), dejando de lado otro tipo de variables estadísticas que son importantes en un estudio. Otro de los comportamientos esperados es que realicen preguntas abiertas buscando una opinión que posteriormente sea complicada de tratar estadísticamente. El alumnado puede tener problemas y cometer errores cuando se enfrente a la recogida de datos para su interpretación. El método de recogida de datos, así como las preguntas que se diseñen para realizar el estudio, pueden ser insuficientes de cara a poder realizar un estudio estadístico completo. Dependiendo del tema elegido les resultará más complicado redactar 20 preguntas, por lo que para su elección debe tenerse esto en cuenta.

De la misma forma, se espera encontrar dificultades y dudas en la interpretación de tablas de frecuencias y gráficos estadísticos. Si previamente se ha aprendido a realizar mecánicamente las tablas y no quedan claro las propiedades explicadas en el capítulo 6, la interpretación de estas carecerá de sentido alguno puesto que no se sabe qué representa cada columna y qué significado estadístico deducimos. En la realización de gráficos es posible que no se utilice el gráfico apropiado para la variable estadística en estudio. Por ejemplo, se espera que haya dudas y errores en el uso del diagrama de barras y el histograma por su semejanza gráfica y por la incorrecta identificación de las variables o que no distinguen entre variables continua y discreta.

Además, es previsible que se encuentren dificultades a la hora de interpretar parámetros como la desviación típica y su relación con la media. Se puede dar el caso de que apliquen correctamente la fórmula pero que no se interprete correctamente el resultado debido. En cuanto al cálculo de la media y la mediana puede darse el caso de que el alumnado intente realizar dicho cálculo por no detenerse a pensar en el tipo de variable y en el sentido matemático de la acción.

Si se analiza el comportamiento no matemático que resulta de tener que trabajar cooperativamente, se prevé que haya dudas y conflictos en el reparto de tareas para poder avanzar a lo largo del estudio. Encontraremos una parte del alumnado responsable y seguramente otra parte que no lo es tanto. También, es posible que haya que insistir en la realización de las actividades programadas por una falta de autonomía del alumnado. Otro de los aspectos que deben ser tenidos en cuenta es si la realización de este estudio es un factor motivador y se aleja del mensaje “no me gustan las matemáticas” o de lo contrario es visto como una actividad más.

9.4 Resultados

En esta sección se presentan los resultados obtenidos de los 5 estudios estadísticos realizados durante este período. En el Anexo C se adjunta el estudio del grupo1 como ejemplo. Para ello se utiliza una rúbrica (ver tabla 52) en la que se analizan una serie de aspectos (primera columna de la tabla) a tener en cuenta en el desarrollo de los estudios.

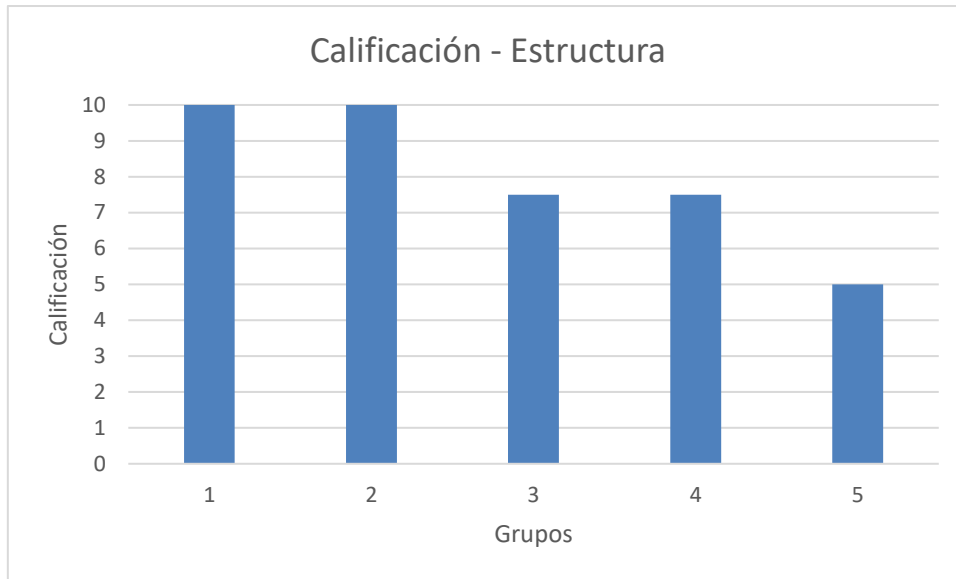
Criterios	Sobresaliente (100%)	Notable (75%)	Suficiente (50%)	Insuficiente (0%)
Estructura del proyecto (0.5 puntos)	Sigue de forma ordenada todos los puntos del guion	Aparecen todos los puntos del guion, pero en desorden	Aparecen la mayoría de los puntos del guion, pero otros se han obviado	No se ha seguido el guion establecido
Muestra y población (1 punto)	Identifica de manera clara cuál es la población de estudio y especifica la muestra elegida, aclarando si esta es representativa.	Identifica de manera clara cuál es la población de estudio y especifica la muestra elegida, pero no aclara si esta es representativa.	Los términos población y muestra no aparecen escritos, aunque vengan reflejados en el estudio	No identifica la población ni la muestra de estudio
Cuestionario (1 punto)	Las preguntas son claras y medibles. Se puede responder con las variables estudiadas y los cálculos estadísticos realizados.	Las preguntas son claras y medibles. Se puede responder con las variables estudiadas (no hay variedad de variables estadísticas)	Las preguntas son claras y medibles, pero no se responde con las variables estudiadas y los cálculos estadísticos realizado.	La pregunta no se puede responder con las variables estudiadas ni con los cálculos estadísticos realizados.
Tablas estadísticas (2 puntos)	Organiza los datos en tablas correctamente. La tabla se interpreta sin ayuda del texto. Elaboradas con hoja de cálculo de Google	Organiza los datos en tablas correctamente. Es necesario ayuda del texto para interpretar la tabla. Elaboradas con hoja de cálculo de Google.	Organiza los datos en tablas correctamente. Es necesario ayuda del texto para interpretar la tabla. No elaboradas con hoja de cálculo de Google.	No organiza ni calcula los datos en tablas correctamente.
Gráficos estadísticos (2 puntos)	Elabora correctamente el gráfico adecuado al tipo de variable. El gráfico se	Elabora correctamente el gráfico adecuado al tipo de variable. Es necesario	No elabora correctamente el gráfico, pero es adecuado al tipo de variable. Es necesario ayuda del texto para	El gráfico no es adecuado al tipo de variable.

	interpreta sin ayuda del texto. Elaborados con hoja de cálculo de Google	ayuda del texto para interpretar el gráfico. Elaborados con hoja de cálculo de Google	interpretar el gráfico. No elaborados con hoja de cálculo de Google.	
Parámetros estadísticos (2 puntos)	Utiliza todos los parámetros estadísticos adecuados al tipo de variable y los calcula correctamente.	Utiliza algunos parámetros estadísticos adecuados al tipo de variable y los calcula correctamente.	Utiliza parámetros estadísticos adecuados al tipo de variable y los calcula incorrectamente.	No utiliza parámetros estadísticos adecuados al tipo de variable.
ODS (1 punto)	Clasifica de forma correcta el tema elegido con los ODS y escribe la importancia de que se trate y se investigue	Clasifica de forma correcta el tema elegido con los ODS, pero no escribe la importancia de que se trate y se investigue	Clasifica de forma incorrecta el tema elegido con los ODS y escribe la importancia de que se trate y se investigue	No aparecen reflejados en el estudio
Conclusiones (0.5 puntos)	Derivadas del estudio y bien redactadas sin términos estadísticos, con un lenguaje no científico.	Derivadas del estudio y bien redactadas, pero usando términos estadísticos, con un lenguaje no científico.	Derivadas del estudio, pero redactadas de forma regular o con términos estadísticos.	No se corresponden con el estudio realizado.

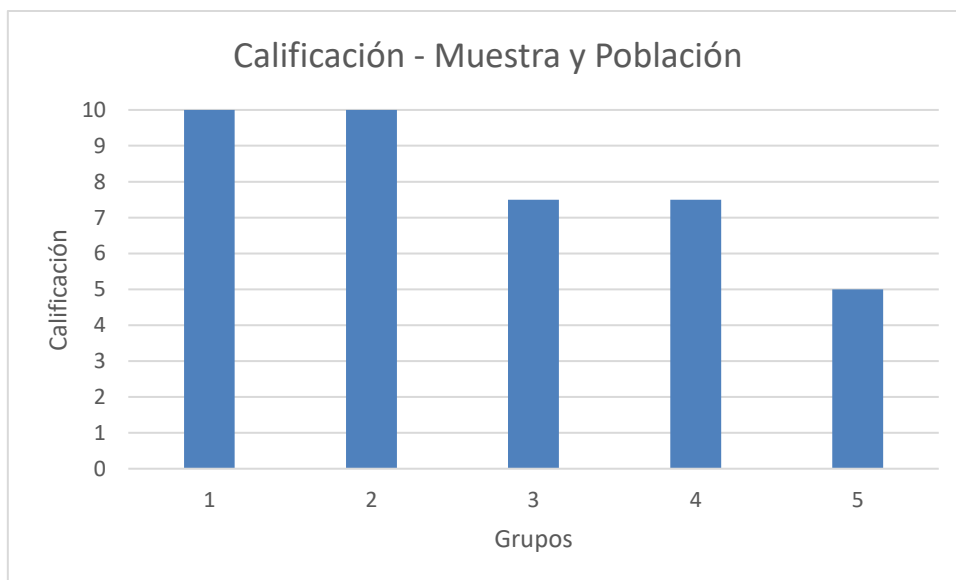
Tabla 52 - Rúbrica de evaluación

A continuación, se va a realizar una exposición de los resultados obtenidos por el alumnado en cada uno de los aspectos evaluables. Se han utilizado diagramas de barras en todos ellos y adicionalmente se explicará cuáles han sido los errores identificados, así como los contenidos que han sido realizados satisfactoriamente.

En primer lugar, se muestran los resultados en cuanto a estructura de cada estudio estadístico. En la primera sesión se les proporciona un guion que deben seguir para la realización del estudio. Por lo general, se ha seguido este guion, aunque en algunos de los estudios se ha detectado la ausencia de alguna sección, como por ejemplo posibles extensiones y webgrafía.



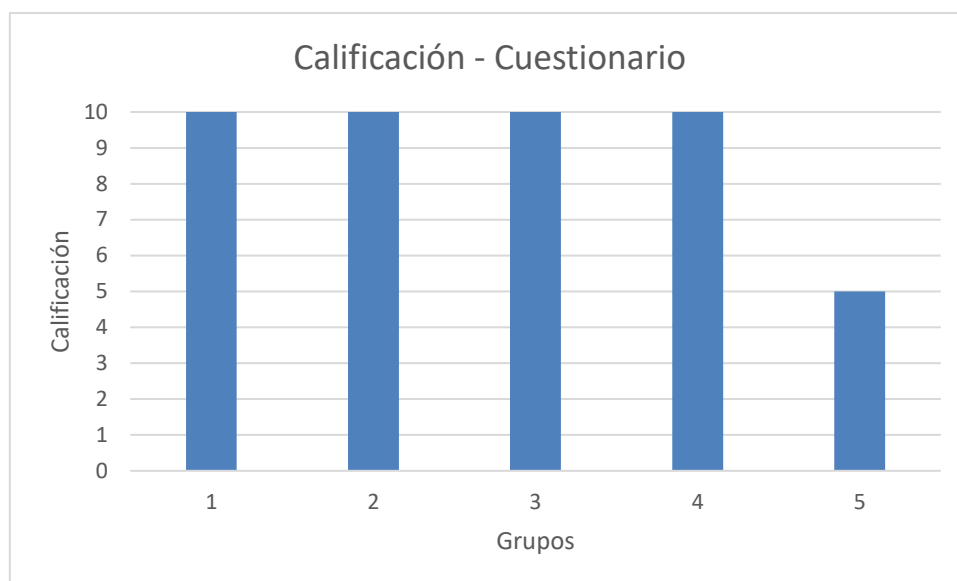
El primer aspecto estadístico evaluable se centra en la elección de una población de estudio y una muestra que represente a dicha población. Inicialmente los estudiantes presentan muchas dudas ante la elección de una población, no saben a quién preguntar ni cómo elegir la muestra. En algunos grupos también se obvia que la muestra debe ser representativa. Un ejemplo es realizar un cuestionario a personas de Pamplona cuando la población de estudio es todo Navarra. Hay dos grupos que entienden a la perfección estos dos términos, diferenciándolos en la redacción del estudio, así como aclarando la representatividad de la muestra. En la entrega final se puede ver la mejora en este contenido y es por eso por lo que es una de las secciones con mejor calificación general.



En cuanto al cuestionario, las cuestiones y errores que más han aparecido son:

- Poder realizar un número elevado de preguntas sobre el tema elegido.
- En algunos grupos se detecta que las preguntas tienen una respuesta abierta que será de difícil uso en la posterior interpretación de datos.
- Además, se detecta que no se plantean muchas preguntas con variables cuantitativas continuas y que la mayoría son cualitativas

Tras comentarlo con los grupos, se produce una rectificación logrando mejorar los cuestionarios planteados inicialmente. En este apartado se decide intervenir directamente para evitar que el estudio pueda perder validez por el uso de preguntas sin carácter estadístico.



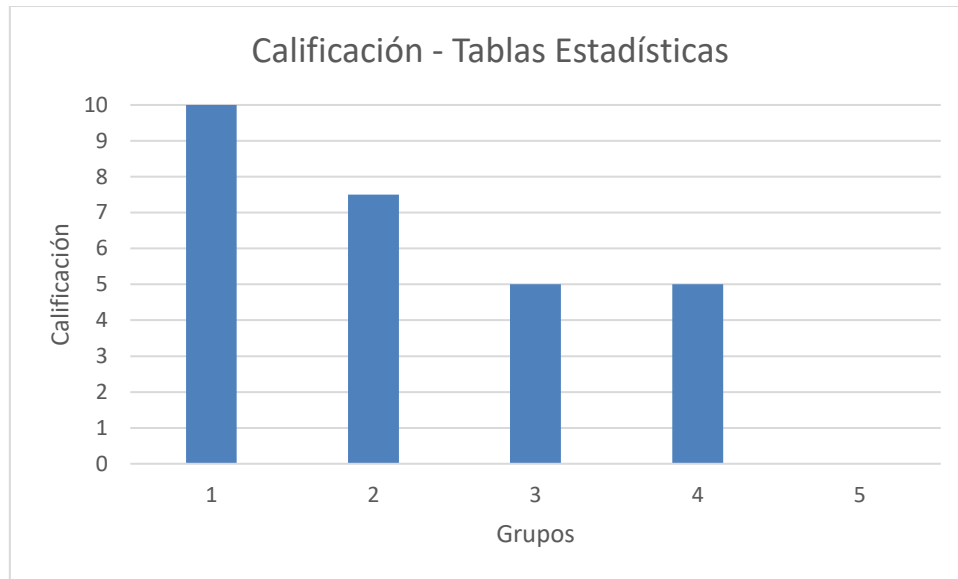
En cuanto a la realización de tablas estadísticas, uno de los grupos ha sido capaz de organizar los datos en tablas correctamente. Además, las tablas se pueden interpretar sin ayuda de un texto adicional. Estas tablas han sido elaboradas con la hoja de cálculo de Google tal y como se explicó en el tutorial del Anexo B.

Por otro lado, se han detectado los siguientes errores en los demás grupos:

- Definición incorrecta de los intervalos en variables cuantitativas continuas, arrastrando el error al cálculo de la marca de clase.
- Mala interpretación de la marca de clase, sin saber qué es lo que nos indica este parámetro.
- Cálculo incorrecto del porcentaje, utilizando la columna de la frecuencia relativa acumulada.
- No poner el encabezado de cada columna, generando errores debido a la no identificación.
- Que la suma de las frecuencias relativas sea mayor que 1 y dejarlo obviando la propiedad.
- Omitir valores de la variable estadística al construir tablas de frecuencias.
- Mezclar datos que no son comparables en una tabla de frecuencias (por ejemplo, incluir en la tabla valores que la variable estadística no puede tomar).
- Invertir los elementos involucrados en la fórmula realizada para calcular la frecuencia relativa (numerador por denominador).
- Omitir un intervalo por tener frecuencia cero en el caso de conjuntos de datos agrupados.
- Invertir los tipos de frecuencias en la construcción de la tabla (por ejemplo, ubicar las frecuencias relativas en la columna de las frecuencias absolutas).
- Calcular las frecuencias acumuladas incorrectamente

- Cambiar los valores de una variable estadística con los valores de sus respectivas frecuencias.
- Confundir, en el caso de la variable cuantitativa, el mayor valor de la variable con la mayor frecuencia, o viceversa.
- Interpretar de forma inadecuada intervalos abiertos o cerrados en variables cuantitativas continuas.

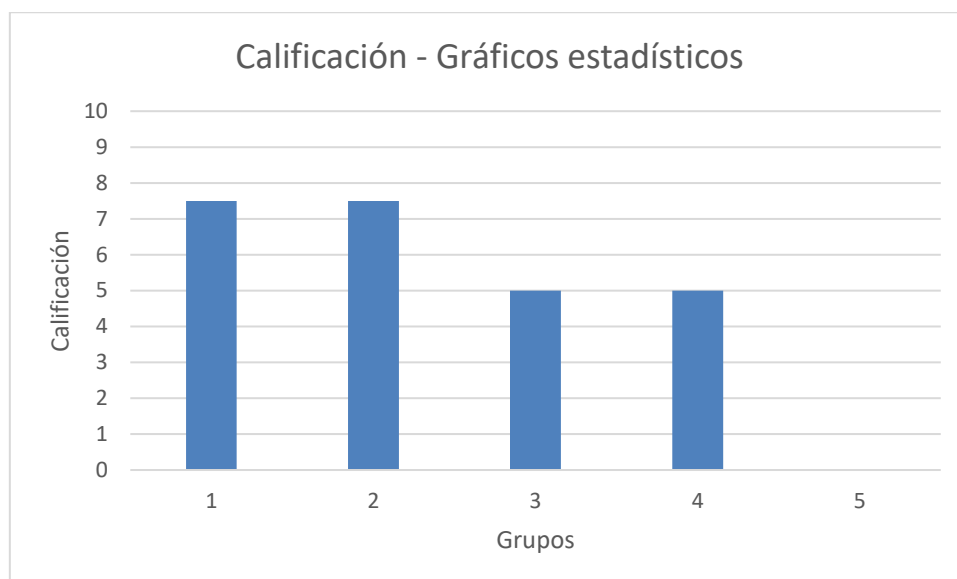
El grupo 5 ha recibido la calificación de insuficiente, ya que no dedicó el tiempo de clase a realizar el estudio por dejadez y pasotismo de los componentes del grupo.



En cuanto a la realización de gráficos estadísticos, ningún grupo ha completado a la perfección este aspecto.

- Ningún grupo ha conseguido representar un histograma de manera satisfactoria, pese a realizar tablas de frecuencias con intervalos.
- Unido a este punto, se utiliza el diagrama de barras para representar dichos intervalos.
- En la representación de los gráficos no se proporcionan suficientes divisiones en las escalas de los ejes.
- Los que no utilizan el software para la representación, utilizan escalas no proporcionales a las magnitudes representadas.
- Se mezclan datos que no son comparables en un gráfico.
- No se utilizan las hojas de cálculo de Google para la representación de estos (adjuntan fotos de los diagramas realizados a mano).
- Intercambiar frecuencia y valor de la variable en los ejes.
- Rótulos confusos o ausencia de estos.
- Algún grupo representa cada valor de la variable junto con su frecuencia, construyéndose un gráfico de barras adosadas con dos variables diferentes.
- Los que realizan a mano las gráficas no utilizan la misma anchura en todas las barras.

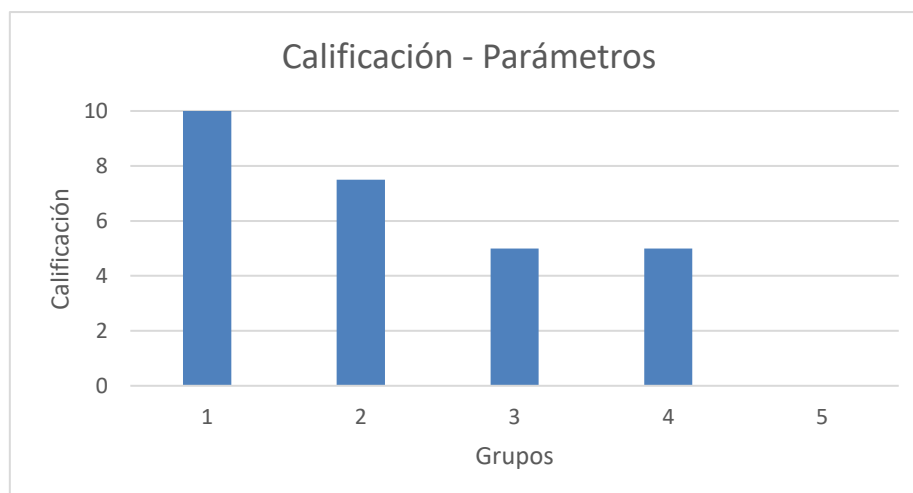
El grupo 5 ha recibido la calificación de insuficiente, ya que no dedicó el tiempo de clase a realizar el estudio por dejadez y pasotismo de los componentes del grupo.



En el análisis de los parámetros estadísticos uno de los grupos los calcula y los interpreta de manera muy satisfactoria. Entre los errores cometidos por el resto de grupos destacan los siguientes:

- No utilizar la marca de clase en la fórmula de la media y de la varianza cuando trabajamos con intervalos.
- Confundir desviación típica con varianza.
- Realizar de manera incorrecta la fórmula de la media y de la varianza.
- No interpretar correctamente el coeficiente de variación, sin llegar a justificar y razonar si la media es representativa.
- Cuando aparecen más de dos modas, se tiende a reflejar solo una de ellas.
- Confundir en el cálculo de la mediana que la frecuencia absoluta acumulada nos da la posición y no el valor que tiene que tener la mediana

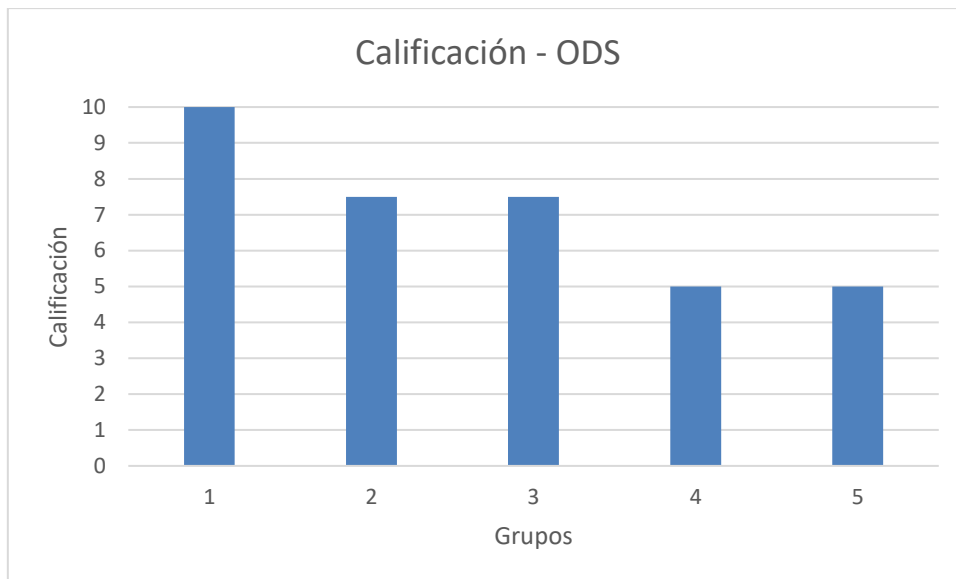
De la misma forma que en las sesiones anteriores el grupo 5 es calificado con insuficiente por su mal comportamiento y mala actitud en clase.



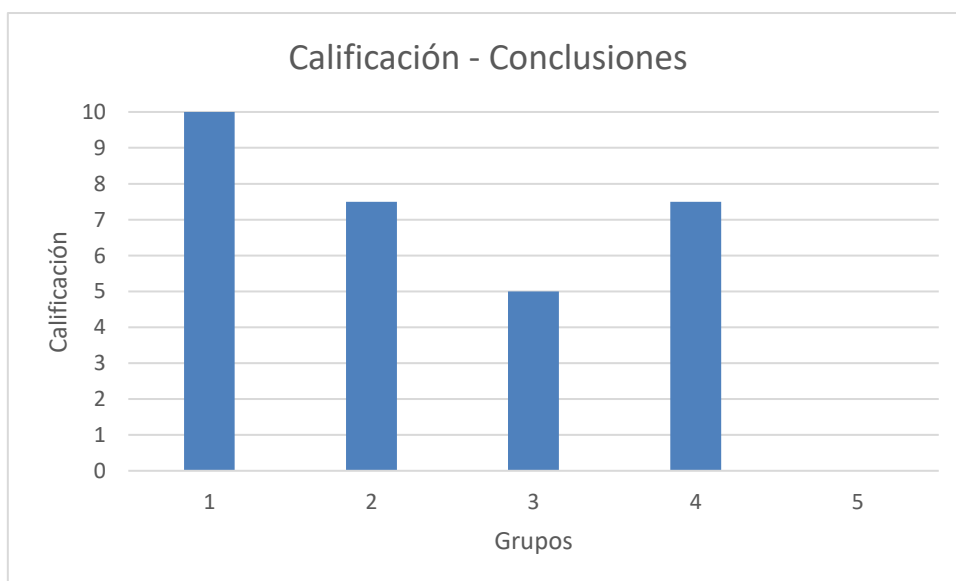
En este apartado, se valora que los estudiantes hayan realizado un proceso de investigación de los ODS y hayan sabido relacionarlo con el tema elegido. Además, se valora de forma positiva que se explique la importancia de que se traten e investiguen.

De nuevo, el grupo 1 ha realizado una búsqueda y redacción muy satisfactoria, cumpliendo totalmente todos los criterios evaluables. Los grupos 2 y 3 explican cuál es el ODS con el que se relaciona su tema pero no profundizan en la importancia de éste.

Los grupos 4 y 5 han encontrado información sobre los ODS y explican qué son pero no consiguen relacionarlo con su tema elegido de forma satisfactoria.

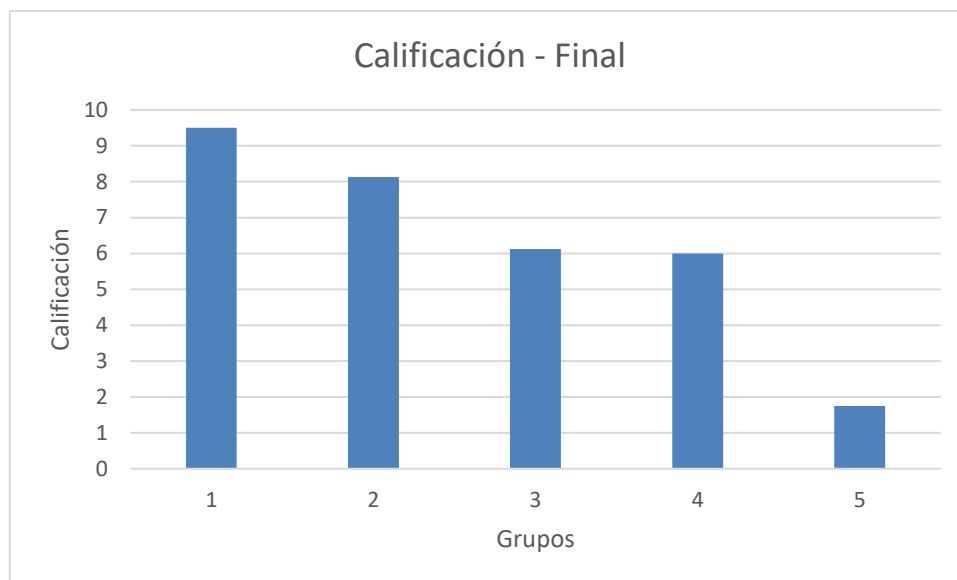


En el apartado de conclusiones los 4 grupos que en este punto del estudio continuaban trabajando, realizan una sección de conclusiones. El grupo 1 sintetiza de manera muy satisfactoria el estudio realizado, mientras que el 2 y 4 lo hacen de manera notable resumiendo lo importante pero usando algún término estadístico. El grupo 3 redacta de manera regular sus conclusiones sin desatacar todos los aspectos relevantes.



Finalmente, la última gráfica de esta sección refleja la calificación final de cada grupo.

- Grupo 1 : 9,5 (Sobresaliente)
- Grupo 2 : 8,125 (Notable)
- Grupo 3 : 6,125 (Bien)
- Grupo 4 : 6 (Bien)
- Grupo 5 : 1,75 (Insuficiente)



9.5 Discusión de los resultados

Una vez recogidos todos los datos y estudiado los resultados a posteriori, vamos a validar el análisis a priori realizado con los resultados obtenidos.

Inicialmente se esperaba que el alumnado cometiera errores en la distinción de los conceptos de población y muestra. Tras la realización de los estudios estadísticos, se concluye que la mayoría de los estudiantes presentaban dificultades para distinguir estos dos conceptos y además no tenían claro cuando una muestra era representativa de la población.

Por otra parte, en la realización del cuestionario, se había previsto que el alumnado realizara preguntas cuya respuesta fuera dicotómica, dejando de lado otro tipo de variables estadísticas que son importantes en un estudio y que realizaran preguntas abiertas buscando una opinión que posteriormente sea complicada de tratar estadísticamente. En efecto, esta situación se detectó en la tercera sesión del estudio y se corrigió para poder avanzar correctamente.

En cuanto al método de recogida de datos, al proponer que realizaran el cuestionario utilizando Google Form, no hubo problemas para conseguir las respuestas, ya que el uso de las tecnologías (correos y WhatsApp) no es un inconveniente.

Como se esperaba en el análisis a priori, se detectaron dificultades por parte del alumnado para interpretar tanto tablas como gráficos estadísticos. Han mecanizado la realización de tablas y en algunos grupos no se acababa de entender el significado de cada columna. De la misma forma, para representar datos en intervalos, no se usaban

histogramas, sustituyéndolos por los diagramas de barras. Se puede concluir que la mayoría de los estudiantes no saben diferenciar entre estas dos representaciones gráficas.

Siguiendo en la línea de la interpretación, los parámetros de centralización y de dispersión en bastantes casos no se interpretan correctamente. Pese a que en algunos grupos hay errores de cálculo (media y varianza) al aplicar la fórmula, por lo general el error se ha centrado en la interpretación de estos. El coeficiente de variación por ejemplo no es usado de manera que se puedan sacar conclusiones sobre la media.

Han aparecido otros errores que no se contemplaron a priori y que es significativo resaltar. Por ejemplo, en cuanto a los gráficos estadísticos, los siguientes no se valoraron ya que se entendía que todos los grupos usarían el software para realizarlos:

- En la representación de los gráficos no se proporcionan suficientes divisiones en las escalas de los ejes.
- Los que no utilizan el software para la representación, utilizan escalas no proporcionales a las magnitudes representadas.
- Se mezclan datos que no son comparables en un gráfico.
- Intercambiar frecuencia y valor de la variable en los ejes.
- Rótulos confusos o ausencia de estos.
- Algún grupo representa cada valor de la variable junto con su frecuencia, construyéndose un gráfico de barras adosadas con dos variables diferentes.
- Los que realizan a mano las gráficas no utilizan la misma anchura en todas las barras.

Además, en cuanto a los parámetros estadísticos, se confunden la desviación típica con la varianza. En la fórmula de la media y la varianza no utilizan la marca de clase cuando tenemos variables cuantitativas continuas. Es reseñable también que se equivocaban cuando realizaban el cálculo de la mediana ya que creían que el valor de esta nos lo daba la columna de la frecuencia absoluta acumulada.

En cuanto a la realización e interpretación de tablas de frecuencias estadísticas nos encontramos los siguientes errores no previstos a priori:

- Definición incorrecta de los intervalos en variables cuantitativas continuas, arrastrando el error al cálculo de la marca de clase.
- Mala interpretación de la marca de clase, sin saber qué es lo que nos indica este parámetro.
- No poner el encabezado de cada columna, generando errores debido a la no identificación.
- Omitir valores de la variable estadística al construir tablas de frecuencias.
- Omitir un intervalo por tener frecuencia cero en el caso de conjuntos de datos agrupados.
- Cambiar los valores de una variable estadística con los valores de sus respectivas frecuencias.
- Confundir, en el caso de la variable cuantitativa, el mayor valor de la variable con la mayor frecuencia, o viceversa.

Aprendizaje práctico del estudio estadístico en 3º de la ESO

- Interpretar de forma inadecuada intervalos abiertos o cerrados en variables cuantitativas continuas.

Por lo tanto, queda claro que hay que incidir en varios contenidos debido a los resultados obtenidos, como, por ejemplo, la interpretación del coeficiente de variación, realización de histogramas, distinción de población y muestra, representación de un diagrama de barras de forma manual, representación de variables cuantitativas continuas etc.

Por otra parte, hay que desatacar la implicación y la dedicación de 4 de los grupos que realizaron el estudio, se les veía motivados al utilizar las matemáticas desde otro punto de vista, llegando a mostrar una autonomía para la realización de éste muy distinta a la de las sesiones teórico-prácticas.

Síntesis, conclusiones y cuestiones abiertas

Breve síntesis

Este Trabajo de Fin de Máster se ha realizado con el fin de estudiar el proceso de aprendizaje de un estudio estadístico de 3º ESO de matemáticas académicas.

En primer lugar, se ha realizado un estudio longitudinal de la estadística en el currículo vigente desde 5º de Primaria hasta 2º de Bachillerato, teniendo en cuenta los distintos itinerarios existentes en las etapas educativas. Se ha estudiado la coherencia de los libros de texto de 1º, 2º, 3º, 4º de la ESO y de 1º de Bachiller, analizando ejercicios, problemas y cuestiones tipo además de detectar las ausencias y presencias de los libros en relación con lo que se recoge en el currículo.

En segundo lugar, se ha presentado el aprendizaje por parte de los alumnos sobre cómo realizar un estudio estadístico durante el desarrollo de la unidad didáctica, utilizando 6 sesiones de trabajo cooperativo. Inicialmente se ha realizado un análisis del libro de texto tomando como referencia el realizado en el artículo “Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta” publicado por J. Godino, V. Font y M. R. Wilhelmi. Seguidamente se ha realizado un análisis a priori de las dificultades y errores previsibles en el proceso de aprendizaje. Finalmente, se ha comentado el proceso de estudio en detalle, explicando la dinámica de las sesiones y un análisis de los resultados obtenidos en el estudio.

Conclusiones generales del trabajo

La evolución del currículo en el bloque de estadística en la normativa vigente sigue una trayectoria lógica de acuerdo con el desarrollo intelectual y cognitivo del alumnado, para acabar en la estadística bidimensional y la inferencial.

El libro de texto está organizado en pequeños apartados de teoría seguidos de actividades resueltas que ejemplifican de manera precisa lo explicado en teoría. La mayoría de los ejercicios y problemas están contextualizados, aunque hay que destacar que no se hace referencia a los medios de comunicación ni al uso de herramientas tecnológicas para el desarrollo de actividades. Por lo que para cubrir el currículo estos dos puntos tienen que ser tratados por los docentes de manera independiente.

El resto de los libros utilizados en los cursos de primaria y secundaria son adecuados a la normativa vigente. Las actividades que en ellos aparecen son de un orden un poco superior al utilizado en este curso, donde empieza a ser más importante la comprensión de los conceptos, no solo su conocimiento.

Los alumnos al estudiar estadística presentan unas dificultades y errores que van arrastrando desde primaria y las innatas propias de la edad. El hecho de conocer estas dificultades nos permite adecuar algo el método de enseñanza-aprendizaje que se pueda tener en clase, para evitarlas o minimizarlas.

El análisis a priori realizado no es del todo preciso puesto que se han obviado ciertos errores y dificultades que el alumnado ha presentado durante la realización del estudio estadístico. Las más relevantes son la interpretación del coeficiente de variación, realización de histogramas, distinción de población y muestra, representación de un

diagrama de barras de forma manual, representación de variables cuantitativas continuas etc.

En definitiva, una vez concluido el estudio y analizado los resultados, se puede afirmar que la realización de los estudios estadísticos ha servido al alumnado para contextualizar situaciones de la vida real con la estadística y demostrarles que el uso de las matemáticas es requerido para situaciones cotidianas y útil para obtener resultados. Además, desde el punto de vista del docente, ha servido para detectar errores que no se esperaban inicialmente.

Cuestiones abiertas

Si la unidad de estadística se plantease en su totalidad como el desarrollo de un estudio estadístico, ¿se podría solucionar o mejorar el problema existente en la estadística de que los conocimientos se aprenden de forma mecánica, sin relacionar contenidos ni ponerlos en situaciones prácticas reales?

¿Se debería haber asignado los componentes de cada grupo de alguna manera razonada o la libre elección de compañeros favorece a un mejor clima de trabajo?

¿Qué se podría haber realizado con el grupo que se negó a trabajar en las sesiones finales para no perderlos en el desarrollo de la actividad?

Una vez realizado la enseñanza del tema, ¿se podría haber enfocado de otra manera para salvar las dificultades que se han presentado?

¿El alumnado ha conseguido por norma general los contenidos mínimos que marca el currículo en la normativa vigente?

¿Los ejercicios que se ha hecho en la clase y en casa han sido los adecuados?

¿Cómo hubieran cambiado los resultados habiendo dedicado alguna sesión más para revisar y reforzar los planteamientos realizados en cada estudio?

¿Cómo se puede enfocar nuevamente esta unidad didáctica para conseguir resultados más favorables?

Referencias

Boletín Oficial de Navarra (2014). Decreto Foral 60/2014, de 16 de julio, por el que se establece el currículo de las enseñanzas de Educación primaria en la Comunidad Foral de Navarra. (BON 174, de 5 de septiembre, Anexo I 41-57)

Boletín Oficial de Navarra (2015). Decreto Foral 24/2015, de 22 de abril, por el que se establece el currículo de las enseñanzas de Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Foral de Navarra. (BON 127, de 2 de julio, 44-57)

Boletín Oficial de Navarra (2015). Decreto Foral 25/2015, de 22 de abril, por el que se establece el currículo de las enseñanzas del Bachillerato en la Comunidad Foral de Navarra. (BON 127, de 2 de julio, 81-90)

Godino, J.D., Font, V., & Wilherlmi, M.R. (2006). Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 133-156.

Di Blasi Regner, M. et al, 2003, Dificultades y Errores: Un estudio de caso. Comunicación breve presentada en el II Congreso Internacional de Matemática Aplicada a la Ingeniería y Enseñanza de la Matemática en Ingeniería

Batanero, C. et al, 1994, Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales. En *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*

Mejía, D., Ocaña, JM., & Romero, R. (2020). *Matemáticas 1 para que las cosas ocurran*. Zaragoza, España: Edelvives

Mejía, D., Ocaña, JM., & Romero, R. (2016). *ESO 2 Matemáticas Volumen 2*. Zaragoza, España: Edelvives

Mejía, D., Ocaña, JM., & Romero, R. (2020). *Matemáticas Académicas 3 para que las cosas ocurran*. Zaragoza, España: Edelvives

Mejía, D., Ocaña, JM., & Romero, R. (2020). *Matemáticas Académicas 4 para que las cosas ocurran*. Zaragoza, España: Edelvives

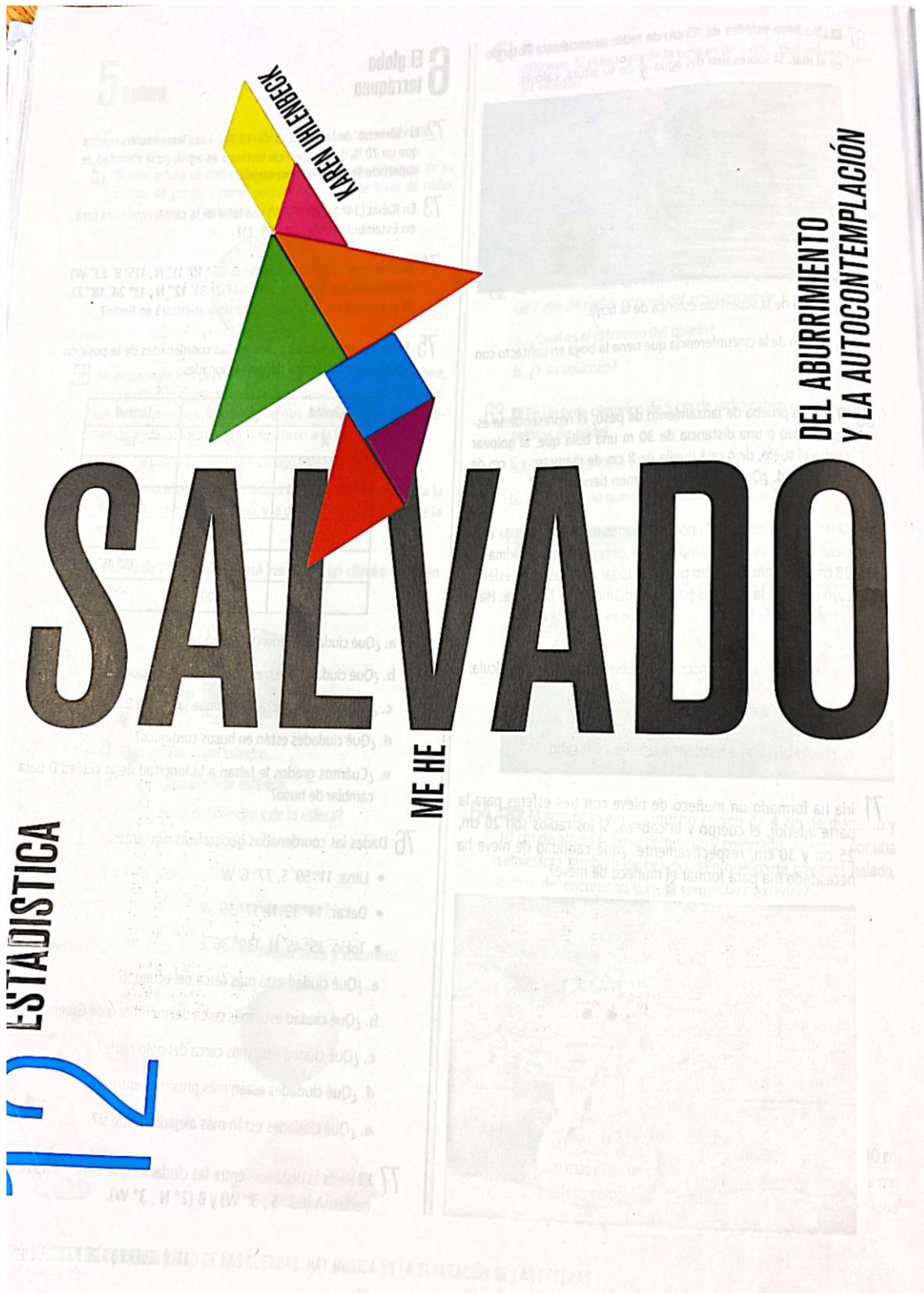
Rey, JA., & Cardona, S. (2015). *Bachillerato 01 Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales*. Zaragoza, España: Edelvives

Medrano, C. (13/11/2009). Casi el 1% de los universitarios tiene el virus del sida. *EL MUNDO*.

Anexos

- A. Unidad didáctica del libro de texto
- B. Tutorial hojas de cálculo de Google
- C. Ejemplo de estudio estadístico

A. Unidad didáctica del libro de texto



MI EQUIPO FAVORITO DE BALONCESTO
 Seleccionad a un grupo de compañeros y compañeras de clase no inferior a veinticinco y preguntadles sus alturas en centímetros. Registrad estos datos, construid con ellos una tabla de frecuencias e interpretadla ante el grupo clase, comparando las alturas de vuestros compañeros con las de vuestro equipo de baloncesto favorito.

CO NO GER

UNA IMAGEN VALE MÁS...
 A partir de los datos que habéis recopilado sobre la altura de vuestros compañeros y compañeras de clase, realizad los cálculos oportunos para crear, con la ayuda de los útiles necesarios y utilizando cartulinas de colores, los gráficos estadísticos que mejor representen dichos datos.

CREAR

MUCHO MÁS ALTOS
 Con todos los datos, tablas y gráficos que habéis elaborado, organizad una mesa redonda en la que discutáis, usando la terminología adecuada, vuestros resultados y analicéis si están en consonancia con la media nacional, europea, americana... También podéis aprovechar para comparar cómo ha variado la estatura de las personas en los últimos 30 años.

PRE SEN TAR

CAJA Y BIGOTES
 Os proponemos que profundicéis en el análisis e interpretación de los datos relativos a la altura de vuestros compañeros y compañeras de clase obtenidos en el apartado anterior. Para ello, buscad nuevas formas de representarlos, de modo que queden totalmente claros para cualquiera que se detenga a estudiarlos. Recopiad todas vuestras representaciones en un cartel.

IN VESTI GAR

1 ESTADÍSTICA. ETAPAS DEL ESTUDIO ESTADÍSTICO



La estadística es una rama de las matemáticas que estudia los métodos científicos con la finalidad de:

- Recoger, resumir, organizar y analizar datos. Es la estadística descriptiva.
- Obtener conclusiones y tomar decisiones. Es la estadística inferencial.

El conjunto de ambas ramas recibe el nombre de **estudio estadístico**. Al realizar un estudio estadístico, se recogen datos sobre una determinada característica de un conjunto de elementos.

ETAPAS DE UN ESTUDIO ESTADÍSTICO

Por lo general, las etapas de un estudio estadístico son las siguientes, y normalmente se producen en el orden indicado:

1 Planteamiento del problema

Se determina el problema objeto del estudio, en el que se concretan:

- La variable que se va a estudiar.
- El ámbito de aplicación, es decir, sobre qué o quién se va a estudiar esa variable.

2 Recogida de la información

Se determina el procedimiento para la recogida de los datos.



3 Organización de la información

Se elaboran tablas que resuman los datos recopilados y se presentan mediante gráficas que muestran la información de un modo más atractivo y facilitan una interpretación más directa.

4 Tratamiento de la información

Se opera con los datos recogidos con la vista puesta en la obtención de unos valores (parámetros estadísticos) que permitirán resumir toda la información recabada y contrastarla con otros estudios estadísticos.

5 Análisis e interpretación de la información

Con el análisis de los resultados concluidos en la etapa anterior se puede elaborar una interpretación que dé respuesta al problema inicial o predecir los resultados buscados.

2 POBLACIÓN Y MUESTRA



La población es el conjunto de elementos que poseen la característica que se va a estudiar. A cada uno de esos elementos se lo denomina individuo. Cuando la población es muy grande o no interesa hacer el estudio sobre su totalidad, se toma una parte llamada muestra.

El número de individuos de una población o de una muestra se llama **tamaño**, **N**. Las muestras siempre deben ser representativas de la población; de lo contrario, el estudio estadístico puede ofrecer resultados que no reflejen la realidad.

El **carácter estadístico** es una propiedad que permite clasificar a los individuos de una población. El conjunto de valores que puede tomar un carácter estadístico cuantitativo se llama **variable estadística** y puede ser:

TIPOS		PROPIEDADES	EJEMPLOS
Cualitativos		No se pueden expresar o medir numéricamente. Las distintas respuestas que aparecen son modalidades.	<ul style="list-style-type: none"> El color de ojos: marrones, verdes... El sexo de una persona: mujer y hombre.
Cuantitativos	Variable estadística discreta	Se puede expresar o medir numéricamente. Toma valores finitos y entre dos valores consecutivos no puede adoptar valores intermedios.	El número de goles marcados por un equipo de fútbol: 1, 2, 3, etc.
	Variable estadística continua	Se puede expresar o medir numéricamente. Toma valores infinitos, ya que entre dos valores consecutivos puede adoptar valores intermedios.	La estatura de las personas. Entre 1,80 m y 1,85 m puede darse 1,82 m, 1,83 m, etc.

Una misma variable puede tener un comportamiento distinto según la población en la que se estudie.

Por ejemplo, la variable «usar gafas» tendrá un valor diferente en una clase o en una residencia de ancianos.

Actividad resuelta

Se va a realizar un estudio sobre la intención de voto en las elecciones al Consejo Escolar en cierto instituto. Identifica la población, la muestra, los individuos y el carácter estadístico. ¿Sería representativo tomar grupos de amigos en la muestra?

La población es todo el alumnado del centro; la muestra es una serie de alumnos elegidos al azar; los individuos, cada uno de los alumnos. El carácter estadístico es el representante preferido para el Consejo Escolar y es cualitativo.

No sería representativo tomar grupos de amigos en la muestra, ya que puede que todos tengan la misma preferencia.

MÉTODOS DE SELECCIÓN DE UNA MUESTRA ESTADÍSTICA

Con los datos recogidos en la muestra se construirá el estudio estadístico; por ello, es importante elegir una muestra adecuada, que sea **representativa** de la población. Los tipos más importantes de muestreo son:

Muestreo aleatorio simple	Muestreo aleatorio sistemático	Muestreo aleatorio estratificado
Todos los individuos tienen la misma probabilidad de ser elegido. Se enumeran todos los individuos de la población y se elige al azar el número que conforma la muestra.	Se enumeran todos los individuos de la población y se elige uno al azar. El resto se toma con saltos de igual distancia en la lista, por ejemplo cada 5 personas.	Se divide la población en grupos cuyos integrantes comparten alguna característica (estratos) y se toma una muestra en cada estrato, proporcional al tamaño del mismo.

Actividad resuelta

A un campamento de verano han asistido 200 niños de diversas edades. Para evaluar su grado de satisfacción se va a seleccionar una muestra de 10 niños. Elabora tres métodos de muestreo para obtener la muestra solicitada.

1 Muestreo aleatorio simple

Se genera una lista numerada del 1 al 200 con todos los nombres de los niños y se obtienen diez números aleatoriamente de esa lista, por ejemplo empleando diez veces una función aleatoria en una hoja de cálculo. Así se obtendrá la muestra aleatoria simple de tamaño 10.

2 Muestreo aleatorio sistemático

En este método también se necesita una muestra ordenada de todos los niños del 1 al 200. Como se precisa una muestra de tamaño $n = 10$, se divide la población en 10 fragmentos de una longitud igual a $k = \frac{N}{n} = \frac{200}{10} = 20$. A continuación, se obtiene aleatoriamente un número incluido en el primer intervalo $[1, 20]$. Este número será el primer integrante de la muestra.

Supongamos, por ejemplo, que se obtiene el número 13. A partir de este número se consiguen los 9 restantes elementos de la muestra de la siguiente forma:

$$13; 13 + k = 33; 13 + 2k = 53; 13 + 3k = 73; 13 + 4k = 93; 13 + 5k = 113; \\ 13 + 6k = 133; 13 + 7k = 153; 13 + 8k = 173; 13 + 9k = 193$$

3 Muestreo aleatorio estratificado

Si se tiene en cuenta la edad de los niños, es posible definir tres estratos menores de 10 años, entre 10 y 14 años, y mayores de 14 años. La muestra tiene que ser de tamaño 10, pero también ha de ser proporcional al tamaño de cada estrato. Así, el tamaño de las muestras deberá ser:

Estrato	Tamaño del estrato	Proporción
1	60	$\frac{60}{200} \cdot 10 = 3$
2	100	$\frac{100}{200} \cdot 10 = 5$
3	40	$\frac{40}{200} \cdot 10 = 2$

Por tanto, del estrato 1 se toma una muestra de tamaño 3, mientras que en el estrato 2 la muestra deber ser de 5 individuos y en el 3 de 2.

3 FRECUENCIAS Y TABLAS ESTADÍSTICAS

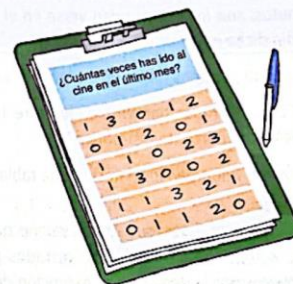


Cuando se realiza un estudio estadístico, se recoge una cierta cantidad de datos y se hace el recuento. La realización del recuento implica:

- Ordenar los datos según los valores que toma la variable estadística: si son cuantitativos, de menor a mayor; si son cualitativos, alfabéticamente.
- Agrupar la información de forma ordenada en tablas estadísticas.

Actividad resuelta

Con los datos que aparecen en el margen, elabora una tabla estadística que recoja la asistencia al cine de un grupo de alumnos en el último mes. ¿Cuántos alumnos han ido una vez al cine este mes? ¿Qué porcentaje suponen?



Se ordenan y agrupan los datos en una tabla de frecuencias formada por las siguientes columnas:

- 1 Se sitúan los datos, que son los valores que adopta la variable, x_i .
- 2 Se indica la frecuencia absoluta, n_i , que es el número de veces que se repite dicho valor.
- 3 Se registra la frecuencia absoluta acumulada, N_i , que es la suma de todas las frecuencias absolutas de los valores menores o iguales a dicho valor.
- 4 Se incluye la frecuencia relativa, f_i , que es el cociente entre la frecuencia absoluta de ese valor y el número total de datos.
- 5 Se recoge la frecuencia relativa acumulada, F_i , que es la suma de todas las frecuencias relativas de los valores menores o iguales a dicho valor.
- 6 Se sitúan los porcentajes, p_i , que se obtienen multiplicando por 100 la frecuencia relativa de cada valor.

1 Variable, x_i	2 Frecuencia absoluta, n_i	3 Frecuencia absoluta acumulada, N_i	4 Frecuencia relativa, $f_i = \frac{n_i}{N_i}$	5 Frecuencia relativa acumulada, F_i	6 Porcentaje, p_i
0	8	8	$\frac{8}{30} = 0,27$	0,27	27%
1	12	20	$\frac{12}{30} = 0,40$	0,67	40%
2	6	26	$\frac{6}{30} = 0,20$	0,87	20%
3	4	30	$\frac{4}{30} = 0,13$	1	13%
Total	$N = 30$		1		100%

Al sumar todas las frecuencias absolutas, se obtiene el número total de datos, N .

La suma de todas las frecuencias relativas siempre es 1.

La suma de todos los porcentajes siempre es 100.

Vemos que hay 12 alumnos que han ido una vez al cine este mes, lo que supone el 40%.

DATOS AGRUPADOS EN INTERVALOS

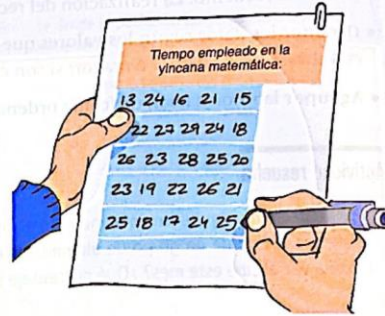
Los datos se agrupan en **intervalos** o **clases** cuando la variable estadística cuantitativa es continua o cuando, siendo discreta, tiene un número elevado de datos diferentes. Para organizar los datos de la variable en intervalos, debe tenerse en cuenta el valor de **rango** o **recorrido**, **R**, de la variable, que viene dado por la diferencia entre el valor máximo y el mínimo de la variable.

Actividad resuelta

En una yincana matemática han participado 25 grupos. Los tiempos empleados, en minutos, son los que pueden verse en el margen. Elabora una tabla estadística que recoja dicha información.

- a. ¿Cuántos grupos han empleado menos de 25 min?
- b. ¿Cuántos grupos han empleado entre 17 minutos, inclusive, y menos de 21 minutos? ¿Qué porcentaje suponen?

Se ordenan y agrupan los datos en una tabla de frecuencias.



1 Se sitúan los datos, que son los valores que toma la variable, x_i , agrupados en intervalos, cerrados por la izquierda y abiertos por la derecha con excepción del último intervalo, cerrado por ambos lados.

- El valor de rango o recorrido de la variable es la diferencia entre el valor máximo y el mínimo de la variable:

$$R = 29 - 13 = 16$$

- El número de intervalos se obtiene calculando la raíz cuadrada del número de datos. Como son 25 grupos, $\sqrt{25} = 5$.

- La amplitud de los intervalos se calcula como el cociente entre el rango de la variable y el número de intervalos:

$$\frac{16}{5} = 3,2. \text{ Al ser un número decimal, se toma el siguiente número entero, es decir, el 4.}$$

A partir del valor más pequeño, 13, se construyen los intervalos:

$$\begin{array}{l} 13 + 4 = 17 \qquad 17 + 4 = 21 \qquad 21 + 4 = 25 \\ 25 + 4 = 29 \qquad 29 + 4 = 33 \end{array}$$

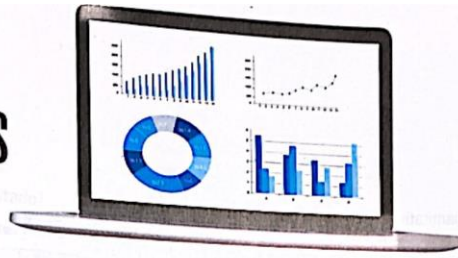
2 Se sitúan las marcas de clase, c_i . Se trata del valor medio de los extremos de cada intervalo. Por ejemplo, en el intervalo

$$[13, 17), \text{ la marca de clase es } \frac{13 + 17}{2} = 15.$$

1 Variable, x_i	2 Marca de clase, c_i	Frecuencia absoluta, n_i	Frecuencia absoluta acumulada, N_i	Frecuencia relativa, $f_i = \frac{n_i}{N_i}$	Frecuencia relativa acumulada, F_i	Porcentaje, p_i
[13, 17)	15	3	3	$\frac{3}{25} = 0,12$	0,12	12%
[17, 21)	19	5	8	$\frac{5}{25} = 0,20$	0,32	20%
[21, 25)	23	9	17	$\frac{9}{25} = 0,36$	0,68	36%
[25, 29)	27	7	24	$\frac{7}{25} = 0,28$	0,96	28%
[29, 33]	31	1	25	$\frac{1}{25} = 0,04$	1	4%
Total		N = 25		1		100%

- a. Ese dato lo recoge la frecuencia absoluta acumulada, y son 17 grupos.
- b. Se aprecia que son 5 grupos, que suponen un 20%.

4 GRÁFICOS ESTADÍSTICOS



Los gráficos estadísticos son representaciones de los datos que muestran la información de manera más clara y sencilla y proporcionan una visión global del conjunto de los datos.

Para representar esta información, existen varias modalidades de gráficos. Dependiendo del tipo de variable, se empleará una u otra.

Diagrama de barras

Se utiliza para representar variables cualitativas y cuantitativas discretas. Se sirve de rectángulos, denominados barras, cuyas bases son los valores que toma el carácter y cuyas alturas son las frecuencias de dichos valores.

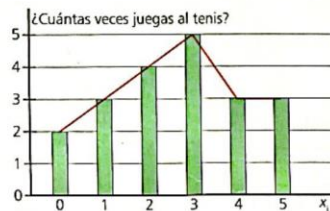
Si se unen con una línea poligonal los puntos medios de los extremos superiores de cada barra, se obtiene el **polígono de frecuencias**. Para las variables cualitativas no se puede dibujar el polígono de frecuencias.

Actividad resuelta

En una encuesta realizada a la salida de un polideportivo para conocer el número de veces que juegan al tenis a la semana varias personas, se han recogido los datos de la tabla del margen. Elabora un diagrama de barras y el polígono de frecuencias.

- 1 En el eje de ordenadas se sitúan las frecuencias de los valores, n_i .
- 2 En el eje de abscisas se sitúan los valores de la variable, x_i .
- 3 Sobre cada valor del eje de abscisas se eleva una barra cuya altura es la frecuencia del valor.
- 4 Se unen los puntos medios de los extremos superiores de las barras con una línea poligonal para trazar el polígono de frecuencias.

Variable, x_i	Frecuencia absoluta, n_i
0	2
1	3
2	4
3	5
4	3
5	3



Pictograma

Es un diagrama de barras en el que las barras se sustituyen por un dibujo alusivo al carácter estadístico estudiado.

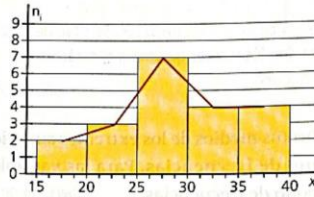
Histograma

Se utiliza para representar variables cuantitativas continuas. Se sirve de rectángulos adosados, cuyas bases son los intervalos en los que se agrupan los valores de la variable, y cuyas alturas son las frecuencias de dichos valores.

Actividad resuelta

Aunque cada año se igualan más las cifras, en la mayoría de los parlamentos de todo el mundo la proporción de diputadas es muy baja en comparación con la de diputados. Suecia es el país sin cuota fija que tiene la proporción más elevada: 44% de diputadas. Elabora un histograma que recoja la información del margen relativo a la proporción de la representación femenina en el parlamento de varios países analizados.

- 1 En el eje de ordenadas se registran las frecuencias de los valores, n_i .
- 2 En el eje de abscisas se sitúan los valores de la variable, x_i .
- 3 Sobre cada intervalo del eje de abscisas se eleva un rectángulo cuya altura es la frecuencia del valor.



Proporción, x_i	Frecuencia absoluta, n_i
[15, 20)	2
[20, 25)	3
[25, 30)	7
[30, 35)	4
[35, 40)	4

Diagrama de sectores

Sirve para representar cualquier tipo de variable. Es una representación gráfica con forma de círculo. Cada valor viene representado por un sector circular, cuya amplitud es proporcional a la frecuencia de los datos.

Recuerda

Para calcular las amplitudes, se multiplican las frecuencias relativas por 360° .

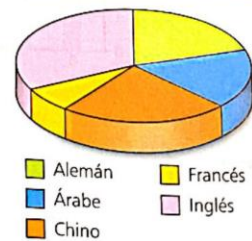
Actividad resuelta

Se ha preguntado a los alumnos de una clase por el idioma extranjero que les gustaría hablar correctamente cuando sean adultos y se han obtenido los datos recogidos en la tabla. Construye un diagrama de sectores para dicha información.

Se elabora una tabla en la que se recoja la variable, las frecuencias absoluta y relativa y la amplitud del sector circular.

Idioma, x_i	Frecuencia absoluta, n_i	Frecuencia relativa, f_i	Amplitud del sector
Alemán	6	0,20	$0,20 \cdot 360^\circ = 72^\circ$
Árabe	5	0,17	$0,17 \cdot 360^\circ = 61,2^\circ$
Chino	7	0,23	$0,23 \cdot 360^\circ = 82,8^\circ$
Francés	2	0,07	$0,07 \cdot 360^\circ = 25,2^\circ$
Inglés	10	0,33	$0,33 \cdot 360^\circ = 118,8^\circ$
Total	30	1	

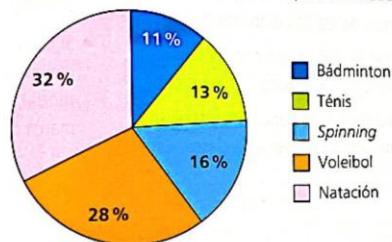
Idioma, x_i	Frecuencia absoluta, n_i
Alemán	6
Árabe	5
Chino	7
Francés	2
Inglés	10



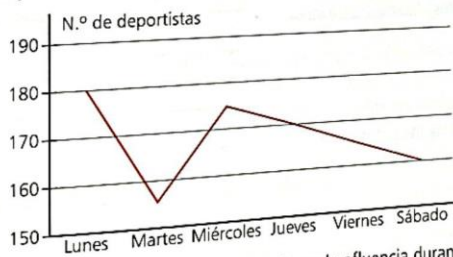
Mentir estadísticamente
1 ¿Qué deporte es el más solicitado?



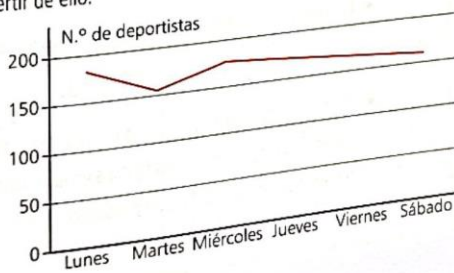
La presentación de este diagrama de sectores en 3D y la perspectiva que se le ha dado favorecen la interpretación errónea de los datos, puesto que distorsionan la realidad. Parece que el voleibol es el deporte más solicitado, cuando la representación de los mismos datos en un diagrama plano permitiría apreciar que en realidad lo es la natación.



2 ¿Crees que hay una variación muy grande en la afluencia de deportistas?



En esta gráfica parece que hay una gran variación en la afluencia durante la semana, pero este efecto se produce porque el eje Y no comienza en 0. Si representamos estos datos comenzando la escala del eje Y en 0, la percepción visual varía mucho con respecto a la anterior gráfica. Por tanto, siempre se debe comenzar en 0; de lo contrario, se debe advertir de ello.



5 PARÁMETROS DE CENTRALIZACIÓN



Representan de forma global los datos estadísticos de una muestra o población.

Media aritmética, \bar{x}

Es el valor central de todos los datos.

Para hallar la media, pueden sumarse todos los datos y dividir luego el resultado entre el número de datos, si bien resulta más sencillo trabajar con las frecuencias absolutas de cada dato:

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot n_1 + x_2 \cdot n_2 + \dots + x_n \cdot n_n}{n_1 + n_2 + \dots + n_n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot n_i}{N}$$

La media solo existe para caracteres cuantitativos.

Si los datos están agrupados en intervalos, la media se calcula con las marcas de clase.

Mediana, M_e

Es el valor que está en el centro una vez ordenados los datos en orden creciente. Es decir, hay tantos datos menores que él como datos mayores que él. Pueden darse dos casos:

- Si el número de datos es impar, la mediana es el dato central.
- Si el número de datos es par, la mediana es la media aritmética de los dos datos centrales.

La mediana no existe si el carácter es cualitativo porque no hay orden en los datos no numéricos.

Si la variable es continua, se denomina **intervalo mediano** y la mediana es la marca de clase.

Moda, M_o

Es el valor de la variable que más veces se repite, es decir, el de mayor frecuencia. La moda siempre se puede calcular. Hay dos situaciones:

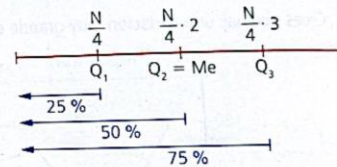
- Si la distribución tiene más de una moda, se denomina bimodal, trimodal...
- Si la variable es cuantitativa continua, el intervalo es modal, y la moda es la marca de clase.

Cuartiles y rango intercuartílico

Los cuartiles son tres valores de la variable que dividen los datos en cuatro partes iguales:

- El primer cuartil, Q_1 , deja a su izquierda el 25% de los datos.
- El segundo cuartil, Q_2 , deja a su izquierda el 50% de los datos. Además, este valor coincide con la mediana, M_e .
- El tercer cuartil, Q_3 , deja a su izquierda el 75% de los datos.

El rango intercuartílico, R_i , es la diferencia entre el tercer y el primer cuartil: $R_i = Q_3 - Q_1$. En el recorrido intercuartílico se encuentra el 50% de los datos.



Actividad resuelta

Rodrigo ha registrado los productos donados por veinte personas a un banco de alimentos para ayuda de las personas necesitadas: 2, 4, 1, 2, 4, 3, 1, 4, 4, 1, 4, 2, 4, 4, 1, 3, 3, 3, 3, 3. Calcula la moda, la media aritmética y la mediana de estos valores, ordenándolos previamente en una tabla de frecuencias.

Datos, x_i	Frecuencia absoluta, n_i	$x_i \cdot n_i$	Frecuencia absoluta acumulada, N_i
1	4	4	4
2	3	6	7
3	6	18	13
4	7	28	20
Total	20	56	

- La moda es 4, porque es el valor que más se repite (7 veces).
- La media aritmética es: $\bar{x} = \frac{56}{20} = 2,8$
- Para hallar la mediana, hay que calcular la mitad del número de datos: $\frac{N}{2} = \frac{20}{2} = 10$. Si nos fijamos en la columna de la frecuencia absoluta acumulada, comprobamos que el valor inmediatamente superior es 13. Así, la mediana es 3.

Actividades resueltas

1 El nivel del mar está ascendiendo a medida que los océanos se expanden debido a la subida de las temperaturas y el deshielo. Se han registrado los aumentos, en centímetros, producidos en el último siglo en diferentes partes del mundo. Halla la media, la mediana y los cuartiles de estos registros.

Se ordena la información en una tabla, agrupando los datos en intervalos.

- Número de intervalos: $\sqrt{34} = 5,8 \approx 5$
- Rango: $48 - 1 = 47$
- Amplitud de los intervalos: $\frac{47}{5} = 9,4$. El siguiente entero es 10.

Se realizan los cálculos:

- La media es: $\bar{x} = \frac{720}{34} = 21,2$
- Para calcular la mediana, se calcula la mitad del tamaño de la población, $\frac{N}{2} = \frac{34}{2} = 17$. Se localiza en la columna de las frecuencias absolutas acumuladas el menor valor que sobrepase 17, la mitad del tamaño de la población. Dicho valor es 19. La mediana es el valor correspondiente a la frecuencia acumulada, 19. Por tanto, la mediana es el intervalo [10 , 20), con marca de clase 15.
- Para calcular los cuartiles, se halla la cuarta parte de los datos, $\frac{N}{4} = \frac{34}{4} = 8,5$.

El primer cuartil, Q_1 , es el primer intervalo cuya frecuencia acumulada es igual o superior a 8,5. Este intervalo es [10 , 20). El segundo cuartil, Q_2 , se corresponde con la mediana, cuyo intervalo es [10 , 20). Finalmente, el tercer cuartil, Q_3 , es el primer intervalo cuya frecuencia acumulada es igual o superior a 25,5, valor que se obtiene de $\frac{N}{4} \cdot 3 = 8,5 \cdot 3 = 25,5$. Este intervalo es [20 , 30).

Aumento del nivel del mar (cm)									
2	6	24	4	48	9	1	17	30	
4	7	47	15	19	25	45	16	10	
12	25	14	14	20	21	24	15	26	
34	14	40	45	47	6	10			

Datos, x_i	Marca de clase, c_i	Frecuencia absoluta, n_i	$x_i \cdot n_i$	Frecuencia absoluta acumulada, N_i
[0 , 10)	5	8	40	8
[10 , 20)	15	11	165	19
[20 , 30)	25	7	175	26
[30 , 40)	35	2	70	28
[40 , 50]	45	6	270	34
Total		34	720	

2 En un parque de bolas se han reunido 20 niños, cuya edad media es de 6 años. Los más mayores son tres niños de 7 años cada uno y otro de 8 años. ¿Cuál es la edad media del resto de niños?

Se calcula la suma de los años de todos los niños del parque a través de la media:

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot n_1 + x_2 \cdot n_2 + \dots + x_n \cdot n_n}{N}$$

$$6 = \frac{x_1 \cdot n_1 + x_2 \cdot n_2 + \dots + x_{20} \cdot n_{20}}{20}$$

Por tanto, la suma de todos los años es $6 \cdot 20 = 120$ años.



La suma de las edades de los niños mayores es $3 \cdot 7 + 1 \cdot 8 = 29$. Si se resta del sumatorio de todos los años, se obtiene la suma de las edades de los más pequeños:

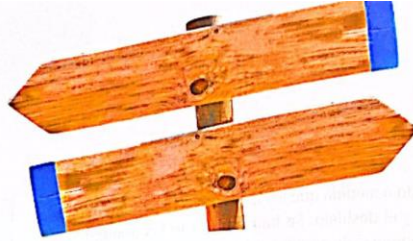
$$120 - 29 = 91$$

Para calcular la media de las edades de los más pequeños, se divide dicho sumatorio, 91, entre el número de niños más pequeños, $20 - 4 = 16$:

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot n_1 + x_2 \cdot n_2 + \dots + x_n \cdot n_n}{N} \Rightarrow \bar{x} = \frac{91}{16} = 5,69$$

La edad media de los niños más pequeños es, así, de 5,69.

6 PARÁMETROS DE DISPERSIÓN



Los parámetros de dispersión son valores que miden la agrupación de los datos alrededor de los valores centrales. Cuanto más agrupados estén los datos, mejor representarán la distribución.

Rango o recorrido, R

Es la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo de la variable:

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

Indica cuántos valores recorre la variable. Cuanto menor sea el rango, mayor será la agrupación de los datos y, por tanto, mayor también el grado de representatividad de los valores centrales.

Desviación media, DM

La desviación con respecto a la media de un valor, x_i , es la diferencia entre ese valor y la media: $d_i = x_i - \bar{x}$. La suma de todas las desviaciones respecto a la media daría 0; por este motivo, se emplean sus valores absolutos.

La desviación media, DM, es la media aritmética de los valores absolutos de las desviaciones en relación con la media:

$$DM = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| \cdot n_i}{N}$$

Varianza, $V(x)$ o σ^2 , y desviación típica, $S(x)$ o σ

- La varianza de la distribución de una variable estadística es la media aritmética de los cuadrados de las desviaciones respecto a la media:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i}{N} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2$$

- La desviación típica de la distribución de una variable estadística es la raíz cuadrada positiva de la varianza:

$$\sigma = +\sqrt{\sigma^2}$$

Coefficiente de variación, CV

Es el cociente entre la desviación típica y la media aritmética de la distribución de una variable estadística:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

Es un valor que se suele dar en porcentaje, por lo que se multiplica por 100. Si este coeficiente es mayor del 30%, se considera que la dispersión de los datos es alta. Cuanto menor sea el coeficiente de variación, mayor representatividad tendrá la media aritmética.

En el caso de que la media esté cerca de cero, este parámetro no es fiable.

Actividad resuelta

Las notas obtenidas por David y Alejandro en Lengua son:

David: 3, 5, 6, 6, 5

Alejandro: 1, 7, 3, 9, 5

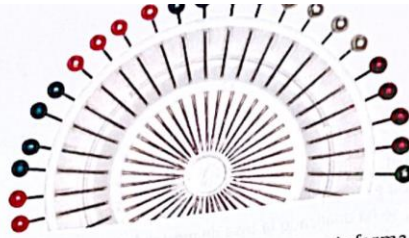
- En ambos casos, la media aritmética de sus notas es 5, pero ¿crees que ambas medias tienen el mismo grado de representatividad?
 - Calcula la desviación media e interpreta el resultado.
- a. El rango de la distribución de las notas de David es $6 - 3 = 3$. El de Alejandro, por su parte, es $9 - 1 = 8$. En consecuencia, la media de David es más representativa.

b. David: $\frac{|3-5| + |5-5| + |6-5| + |6-5| + |5-5|}{5} = 0,8$

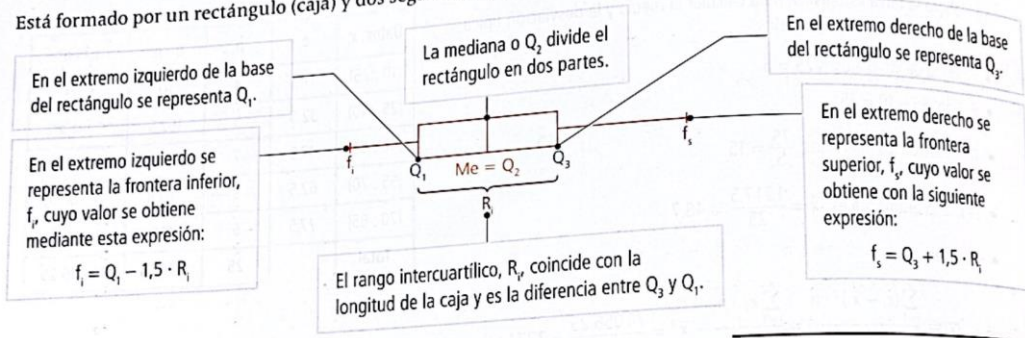
Alejandro: $\frac{|1-5| + |7-5| + |3-5| + |9-5| + |5-5|}{5} = 2,4$

Cuanto menor sea la desviación media, más agrupados están los datos alrededor de la media y, por tanto, más representativa será esta. En consecuencia, la media de David es más representativa.

7 DIAGRAMA DE CAJA Y BIGOTES



El diagrama de caja y bigotes es una representación gráfica que ofrece información sobre la dispersión y simetría de los datos de una variable cuantitativa. Se construye con los tres cuartiles y los valores mínimo y máximo de los datos. Está formado por un rectángulo (caja) y dos segmentos (bigotes).



Los diagramas con bigotes largos expresan situaciones de desequilibrio, con valores extremos y datos dispersos. Los diagramas con cajas grandes y bigotes cortos indican poblaciones con valores concentrados y de baja dispersión.

Si los valores mínimo y máximo de los datos se encontrasen dentro del intervalo marcado por la frontera inferior y superior, la longitud de los bigotes llegaría hasta dichos valores y no haría falta representar los valores de ambas fronteras.

Si los valores mínimo y máximo de los datos se encontrasen fuera del intervalo marcado por la frontera inferior y superior, se considerarían valores atípicos y se marcarían con asteriscos.

Actividad resuelta

Las edades de los socios de una agrupación de montañismo son:

- 18 32 25 20 46 21 38 53 33 47
- 25 45 44 38 29 52 61 37 40 36

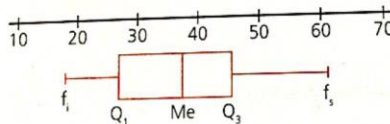
Representa en un diagrama de caja y bigotes la distribución y analízala.

Se calculan los cuartiles, el rango intercuartílico, la frontera inferior y la superior:

$$Q_1 = 27; M_e = 37,5; Q_3 = 45,5$$

$$R_i = 18,5; f_i = -0,75; f_s = 73,25$$

La longitud de los bigotes llegará hasta los valores mínimo, $x_{\min} = 18$, y máximo, $x_{\max} = 61$, porque están dentro del intervalo de la frontera inferior y superior.



Puede extraerse la siguiente información del diagrama:

- La mediana divide la caja en dos partes desiguales: la de la izquierda es mayor que la de la derecha; esto indica que las edades comprendidas entre el 25 % y el 50 % de la población están más dispersas que entre el 50 % y el 75 %.
- El bigote de la izquierda (x_{\min}, Q_1) es más corto que el de la derecha (Q_3, x_{\max}); por tanto, la edad del 25 % de los más jóvenes está más concentrada que la del 25 % de los mayores.
- El 50 % de la población está comprendido en $45,5 - 27 = 18,5$ años.

Actividad resuelta

Un grupo de amigos se reúne los fines de semana para jugar unas partidas de petanca. La edad de los jugadores es:

38 50 52 50 56 58 52 58
61 63 63 65 70 65 74 90 58

Elabora un diagrama de caja y bigotes para estos datos.

Se confecciona la tabla estadística de frecuencias absolutas con los datos y se hallan los parámetros necesarios para construir el diagrama.

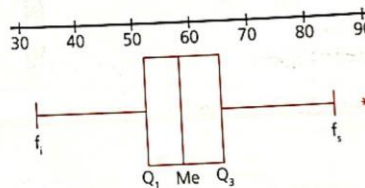
- Para Q_1 se calcula $\frac{N}{4} = \frac{17}{4} = 4,25$, y el primer dato que sobrepasa este valor en la columna de frecuencias absolutas acumuladas, N_r , es $Q_1 = 52$.
- Para $M_e = Q_2$ se calcula $\frac{2 \cdot N}{4} = \frac{34}{4} = 8,5$, y el primer dato que sobrepasa este valor en la columna de frecuencias absolutas acumuladas, N_r , es $Q_2 = 58$.
- Para Q_3 se calcula $\frac{3 \cdot N}{4} = \frac{3 \cdot 17}{4} = 12,75$, y el primer dato que sobrepasa este valor en la columna de frecuencias absolutas acumuladas, N_r , es $Q_3 = 65$.
- El rango intercuartílico es $R_i = Q_3 - Q_1 = 13$.
- Las fronteras inferior y superior son:

$$f_i = Q_1 - 1,5 \cdot R_i = 52 - 1,5 \cdot 13 = 32,5$$

$$f_s = Q_3 + 1,5 \cdot R_i = 65 + 1,5 \cdot 13 = 84,5$$

Con estos datos se prepara el diagrama de caja y bigotes, en el que se aprecia que existe un valor atípico, 90 años.

Datos, x_i	Frecuencia absoluta, n_i	Frecuencia absoluta acumulada, N_r
38	1	1
50	2	3
52	2	5
56	1	6
58	3	9
61	1	10
63	2	12
65	2	14
70	1	15
74	1	16
90	1	17
Total	17	



Estudio estadístico

Formad grupos de tres personas para confeccionar una encuesta con la que obtener los datos necesarios para realizar el estudio estadístico del problema elegido (variable estadística).

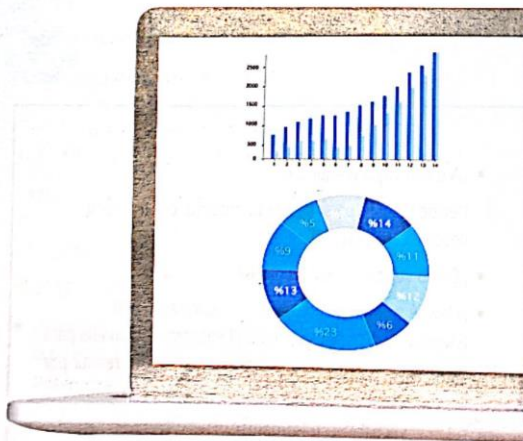
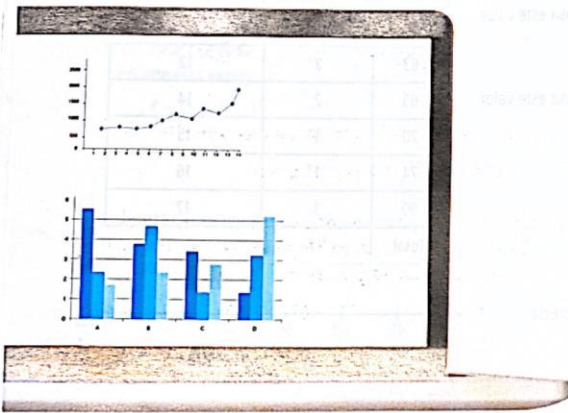
Te damos aquí un ejemplo a modo de guía:

- 1 Determina el tema de estudio, por ejemplo, los hábitos de ocio de cierto grupo de personas.
- 2 Confecciona tu encuesta teniendo en cuenta estos puntos:
 - ¿Qué voy a preguntar?

Debes establecer las preguntas: tiempo dedicado a la lectura, a ver televisión, a hacer deporte, etc.

- ¿A quién voy a preguntar?
Decide si serán personas de tu entorno, compañeros, desconocidos, etc.
 - ¿Cómo voy a obtener los datos?
 - ¿Llevaré a cabo la encuesta presencialmente, por teléfono...?, ¿se podrá quedar el encuestado con ella para responderla y entregarla más tarde?, ¿se puede remitir por correo electrónico?...
 - ¿Qué voy a hacer con los datos?
- 3 Realiza un tratamiento estadístico completo y, por último, expón tus resultados en clase.

ACTIVIDADES



12 ESTADÍSTICA

1 Estadística. Etapas del estudio estadístico

- 1 Diseña una encuesta para recoger información sobre:
 - a. Reducción de consumo energético.
 - b. Tipo de viaje de fin de curso.

2 Población y muestra

- 2 Indica de estos caracteres estadísticos cuáles son cualitativos y cuáles cuantitativos:
 - a. La renta per cápita de un país.
 - b. La variación del nivel de agua de un embalse.
 - c. Tu marca de ropa deportiva preferida.
 - d. El estado civil de las personas.

- 3 Clasifica los siguientes caracteres estadísticos en cualitativos o cuantitativos. De los primeros indica alguna posible modalidad, y de los segundos señala cuáles son discretos y cuáles continuos.

- a. El peso de unas manzanas.
- b. Las nacionalidades de varios estudiantes Erasmus.
- c. La temperatura corporal de varios enfermos.
- d. El número de huevos que normalmente se come Juan en una semana.

- 4 Se desea conocer la oferta hotelera que tiene determinada capital para el desarrollo de un gran evento deportivo.

- a. ¿Cuál sería la población y los individuos del estudio?
- b. ¿Sería conveniente hacer el estudio sobre una muestra? ¿Por qué? ¿Cómo harías la muestra?
- c. Explica cómo realizarías una muestra aleatoria sistemática de todos los hoteles presentes en dicha capital.



- 5 Indica qué tipo de muestreo se ha empleado en cada caso:
- De la lista numerada de los alumnos de una clase se ha elegido al azar el número 13 y se ha tomado como muestra este alumno y todos los siguientes contados de 6 en 6.
 - De la lista numerada de los 30 alumnos de una clase se han elegido 8 alumnos obtenidos mediante la extracción de papeletas numeradas del 1 al 30.
 - Los alumnos de una clase se han agrupado por número de materias aprobadas y se ha tomado una muestra de cada grupo.

6 Completa en tu cuaderno las afirmaciones con el término que consideres más adecuado.

continua – discreta – modalidad – muestra – tamaño – variable cuantitativa

- La variable estadística que toma un número infinito de valores se llama ..., y la que toma un número finito, ...
- El carácter estadístico que se expresa con números se denomina ...
- Una ... es una parte de la población.
- El ... de una muestra es el número de individuos que tiene.
- Cada uno de los valores que toma un carácter estadístico cualitativo se llama ...

7 Indica cuáles de estas afirmaciones son ciertas y corrige las erróneas:

- Una muestra contiene siempre todos los individuos del estudio estadístico.
- Una muestra se utiliza para economizar o agilizar el estudio estadístico.
- Cualquier muestra es representativa de su población.
- La población es un subconjunto de la muestra.

8 En el municipio de Navacedilla se quiere potenciar el reciclaje de materiales. Para ello, el ayuntamiento ha colgado en su web una encuesta a fin de mejorar los servicios prestados y fomentar el reciclaje entre los vecinos.

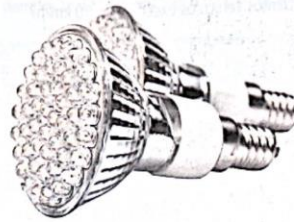
- Indica una variable estadística que pertenezca a este estudio.
- ¿Cuál es la población?
- ¿Harías el estudio sobre la población o sobre una muestra? En el caso de optar por la muestra, ¿cómo la elaborarías?



3 Frecuencias y tablas estadísticas

9 Si todas las personas utilizaran bombillas de bajo consumo/LED, el mundo ahorraría 140 mil millones de euros anualmente. Se han recabado datos entre los vecinos de un inmueble para conocer el tipo de iluminación principal que utilizan: halógena (H), fluorescente (F), incandescente (I) o LED (L). Elabora una tabla estadística con los resultados:

L H L L L H H I L H H L H F H H L L F H I H L H L
L H H F H L H F H H L F I L



- ¿Qué porcentaje de vecinos utiliza las bombillas LED?
- ¿Qué porcentaje emplea las halógenas?

10 En la ficha personal de los componentes de un equipo de ciclismo se detalla la masa, en kilogramos, de cada ciclista. La relación de las masas es la siguiente:

58,4 – 63,7 – 68,4 – 72,1 – 69,6 – 79,0 – 71,3 – 72,5
80,0 – 59,7 – 64,6 – 77,9 – 74,2 – 65,0 – 70,3 – 74,9
73,6 – 64,8 – 72,7 – 68,8

Realiza un recuento y completa una tabla estadística, tomando el valor 5 como amplitud de cada intervalo.

- ¿Cuántos ciclistas tienen una masa inferior a 68 kg?
- ¿Qué porcentaje de ciclistas tiene una masa menor de 73 kg?

11 Al contabilizar el número de actividades extraescolares que realiza un grupo de alumnos, se obtienen estos datos:

3 3 4 3 4 3 4 5 3 2 4 4 3 2 4 3 5
4 3 3 4 5 3 4 2 4 2 3 3 4

- Realiza un recuento de los datos y elabora una tabla estadística.
- ¿Cuál es el tamaño de la muestra?
- ¿Cuánto suman las frecuencias relativas de todos los datos?
- ¿Qué porcentaje de alumnos ha tenido cuatro actividades extraescolares?
- ¿Cuántos alumnos han tenido hasta tres actividades extraescolares?

- 12 ■ Un radar fijo situado en un tramo de una carretera nacional en el que la velocidad máxima permitida es de 70 km/h ha registrado estas velocidades:

58 – 76 – 90 – 71 – 100 – 89 – 107 – 52 – 65 – 108 – 94
73 – 62 – 65 – 79 – 110 – 88 – 64 – 93 – 68

- Realiza un recuento y completa una tabla estadística, tomando el valor 10 como amplitud de cada intervalo.
- ¿Cuál es el tamaño de la muestra?
- ¿Cuántos vehículos circulan entre 60 km/h y 70 km/h?
- ¿Qué porcentaje de vehículos se desplaza a una velocidad de entre 90 km/h y 100 km/h?
- ¿Cuántos vehículos exceden los 80 km/h?



- 13 ■ Copia en tu cuaderno y completa los huecos de esta tabla estadística:

Datos	n_i	N_i	f_i	F_i	p_i
2	20				
4			0,15		
6		40			
8					
Total	80				100%

4 Gráficos estadísticos

- 14 Para lograr un pleno rendimiento en el día a día, es necesario contar con un buen descanso; por ello, se ha preguntado a un grupo de personas sobre el número de horas que suele dedicar al sueño.

8 8 10 8 7 10 6 7 7 6 6 6 10 7 8
8 7 9 10 7 8 6 8 7 8 10 6 8 7 9

Representa estos datos en un diagrama de barras y un polígono de frecuencias.

- 15 El 52 % de la población mundial, es decir, más de 4 mil millones de personas, aún no tiene acceso a Internet. De ellos, el 90 % está localizado en el mundo en vías de desarrollo. En 2017, se registraron los siguientes porcentajes en varias regiones del mundo:

Regiones	Europa	Rusia	América	Asia	África
Porcentajes	79,6%	67,7%	65,9%	43,9%	21,8%

Representa los datos en un diagrama de barras.

- 16 Unos amigos que juegan a los dardos tienen estos porcentajes de acierto al número 20 en la diana:

Jugadores	Ana	Víctor	Paula	Sara	Marina
Porcentajes	50%	60%	30%	75%	35%

Representa los datos en un pictograma.

- 17 Se ha tomado una muestra para averiguar el medio de transporte más utilizado por los trabajadores de una empresa:

Transporte, x_i	Autobús	Tren	Metro	Bici	Coche
Frecuencia absoluta, n_i	12	21	19	12	6

Haz una representación de los datos en un diagrama de sectores.



- ¿Qué porcentaje de trabajadores utiliza el tren?
- ¿Qué porcentaje de trabajadores se desplaza preferentemente en bici al trabajo?
- ¿Y cuál es el porcentaje de los que prefieren el metro?
- Si la empresa contara con 200 trabajadores, ¿cuántos utilizarían cada uno de los medios de transporte indicados?

- 18 Las alturas, en metros, de 20 personas son las siguientes:

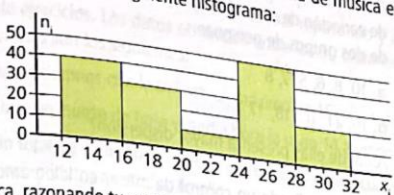
1,59 – 1,73 – 1,80 – 1,67 – 1,75 – 1,62 – 1,76 – 1,83

1,77 – 1,81 – 1,78 – 1,70 – 1,64 – 1,72 – 1,73 – 1,68

1,71 – 1,79 – 1,76 – 1,57

Realiza una tabla de frecuencias, agrupando los datos en intervalos de 0,05 de amplitud. Toma como primer valor del primer intervalo 1,55. Efectúa luego una representación gráfica utilizando un histograma.

19 Las edades de los alumnos de una escuela de música están representadas en el siguiente histograma:



Indica, razonando tu respuesta, si estas afirmaciones son verdaderas o falsas:

- Más de la mitad de los alumnos son menores de 24 años.
- Los alumnos de entre 20 y 28 años representan el 40% del total.
- Si no ingresan nuevos alumnos en la escuela, dentro de 4 años los menores de 16 años serán un 1%.
- Dentro de 4 años casi todos los alumnos serán mayores de edad.
- Los alumnos con más de 20 años suponen más de un 55% del total del alumnado de la escuela.
- Ninguno de los intervalos de edad reflejados en el histograma supera el 30% del total del alumnado.

5 Parámetros de centralización

20 Daniel ha jugado 31 partidos con su equipo de baloncesto. Estos son los puntos que ha conseguido:

5 6 7 8 9 10 6 9 7 8 9 5 10 11 8 9 6
9 10 9 5 6 7 7 11 10 8 10 7 11 20

- Halla la media, la mediana y los cuartiles.
- ¿Se ven muy alterados los parámetros calculados si se elimina el dato más alejado?
- ¿Cuál resulta más alterado?



21 En una prueba equina de salto de obstáculos se contabiliza el número de obstáculos derribados por los caballos participantes y se obtienen los siguientes resultados:

Obstáculos derribados, x_i	0	1	2	3	4	5	6
Frecuencia absoluta, n_i	7	10	3	5	1	2	2

- Representa los datos en un diagrama de barras.
- Calcula los parámetros de centralización.
- ¿Los jinetes que han derribado 2 obstáculos superan la media de derribos realizados por todos los participantes?
- ¿Se puede decir que los jinetes que no han derribado ningún obstáculo siguen la moda de lo realizado en la prueba?



22 Según la oficina comunitaria de estadística Eurostat, España es uno de los países en los que los jóvenes se independizan con una media de edad más avanzada. Estos son los datos de una encuesta realizada al respecto:

33 28 32 29 30 31 28 30 32 29 30 33
31 26 29 30 28 30 31 30 33 28 32 32
26 31 29 31 32 26

Halla la moda, la media y la mediana de esta distribución.

23 Más de 30 millones de personas en todo el mundo están infectadas por el virus del sida (VIH). La ONU pretende reducir la cifra de nuevos infectados por el VIH a menos de 500 000 en todo el mundo en dos años. Con este fin, se ha calculado en diferentes países los porcentajes de nuevos infectados con edades comprendidas entre los 15 y 24 años:

18,3 24,8 34,1 32,2 28,9 38,1 27,3
15,2 31,4 32,8 30,5 20,6 19,4 39,8
23,7 29,2 34,8 24,6 28,5 18,4 27,7
33,8 31,6 29,1 27,4 24,7

Halla la media, el intervalo modal y el mediano de esta distribución.

24 El número de horas diarias que ensayan con su instrumento los alumnos de cierto conservatorio son:

2 3 3 4 1 2 3 4 2 1 3 2 2 3 2 2 2 1 3 2

- Elabora una tabla estadística.
- Representa los datos en un diagrama de sectores.
- Halla la moda y la media de la distribución.
- Determina la mediana

25 En los países en vías de desarrollo, una de cada cuatro niñas no asiste a la escuela. Los siguientes datos corresponden al porcentaje de faltas de asistencia a la escuela de niñas en 20 países:

21,8 18,2 19,9 33,2 22,9 16,1 20,3
34,7 23,4 22,1 30,4 17,2 26,2 19,8
29,6 25,5 17,4 32,7 15,2 24,2

Establece la moda, la media, la mediana y los cuartiles de estos valores.

26 Con las calificaciones de siete alumnos de una clase se elabora una distribución que tiene como media un 5 y como mediana un 2.

- ¿Es posible que ocurra esto? Razona tu respuesta.
- En caso afirmativo, halla siete notas que lo verifiquen.
- Con la misma media, ¿la mediana podría ser un 1?

27 La nota media conseguida en una clase de Matemáticas de 20 alumnos ha sido de 8. Tres alumnos han suspendido con un 4, dos han sacado un 3 y uno obtuvo un 2. Si el resto de los alumnos aprobó, ¿cuál es la nota media de los alumnos aprobados?

6 Parámetros de dispersión

28 Un 11 % de la población mundial, esto es, más de 700 millones de personas, vive en condiciones de pobreza extrema. Al elaborar un trabajo al respecto, Nicolás ha preguntado en su clase por el número de personas cercanas o conocidas que hayan apadrinado a algún niño, facilitándole así, por ejemplo, el acceso a la sanidad y a la educación. Los resultados obtenidos son:

Niños apadrinados, x_i	0	1	2	3	4	5
Frecuencia absoluta, n_i	2	1	7	4	1	6

- Calcula los parámetros de centralización.
- Halla los parámetros de dispersión.
- Recoge la información en un diagrama de barras.
- ¿Es representativo el valor de la media obtenida?

29 Calcula la media aritmética, la desviación típica y el coeficiente de variación de estas dos distribuciones que recogen las edades de dos grupos de personas:

a. 10, 8, 6, 5, 7, 8

b. 16, 21, 16, 18, 17

¿Cuál de ellas presenta mayor dispersión?

30 Se ha realizado un control de masa, en kilogramos, a toda una manada de perros de trineo. Se han anotado los siguientes datos:

22,6 26,1 24,5 25,3 24,8 27,0 25,8 21,8

24,6 26,5 22,6 26,3 25,8 23,9 26,2

24,7 23,8 26,2 25,8 23,9

- Ordena los datos en una tabla.
- Calcula los parámetros de centralización.
- Determina los parámetros de dispersión.
- Representa los datos en un histograma.



31 Transcurridos dos minutos de la realización de una prueba física, se toman las pulsaciones a dos grupos diferentes de estudiantes. Estos son los resultados:

	\bar{x}	σ
A	90	1,5
B	80	4,2

En uno de los grupos, varios alumnos han sobrepasado las 110 pulsaciones, mientras que en el otro el alumno con menos pulsaciones tenía 70. ¿A qué grupo pertenece cada caso?



32 Se ha realizado un estudio sobre el tiempo que los alumnos de un instituto permanecen en el aula virtual repasando y realizando ejercicios. Los datos obtenidos entre los 30 alumnos encuestados son los siguientes:

- Hay 8 alumnos que la utilizan un máximo de 15 minutos.
- Entre un cuarto de hora y media hora la usan 14 alumnos.
- Un total de 7 alumnos dedican entre media hora y cuarenta y cinco minutos a estudiar en ella.
- Un alumno permanece en el aula entre tres cuartos de hora y una hora.

- Elabora una tabla que recoja la información.
- Indica el porcentaje de alumnos que permanece, al menos, tres cuartos de hora en el aula virtual.
- Calcula la media del tiempo que pasan los alumnos en el aula virtual realizando actividades.
- Halla la desviación media de los datos y su desviación típica.

33 Dos productos financieros han dado los siguientes intereses de beneficios para el capital invertido en los últimos meses:

Producto A	Producto B
2%	2,2%
0,2%	1%
0,9%	1,5%
1,5%	2,4%
3%	2,5%
3,8%	2,5%
5,2%	2,8%
2,1%	2,1%

- Halla la media aritmética, el rango y la desviación típica de cada distribución.
- Razona en cuál de los dos productos invertirías.

34 A nivel mundial, 6 de cada 10 niños y adolescentes no están logrando un grado de competencia mínima en lectura y matemáticas. Se han realizado pruebas para evaluar, de 0 a 5, estas competencias en diferentes centros de educación. He aquí los resultados:

- Lectura: 3, 4, 2, 1, 2, 3, 2, 3, 1, 4
 - Matemáticas: 1, 2, 4, 3, 4, 2, 1, 3, 4, 2
- Calcula la media de los resultados obtenidos en cada una de las dos competencias.
 - Halla la desviación típica de los datos de cada una de las dos competencias.
 - Calcula el coeficiente de variación en cada grupo de datos.
 - ¿En cuál de las competencias los resultados obtenidos están más dispersos?

7 Diagrama de caja y bigotes

35 Elabora un diagrama de caja y bigotes para los datos expresados en la siguiente tabla:

Datos, x_i	10	11	12	13	14	15	16
Frecuencia absoluta, n_i	3	7	39	53	56	21	25

- ¿Existe algún valor atípico representado en este diagrama?
- Atendiendo a la longitud de los bigotes del diagrama, ¿qué puedes indicar al respecto de la dispersión de los datos?

36 Se ha preguntado a una serie de empresas cuántos objetivos de desarrollo sostenible llevan a cabo de los 17 que el Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD) ha incluido en su Agenda 2030. Los resultados han sido:

1 3 4 7 8 4 3 2 2 3 4 8 10 6
4 3 2 3 5 9 2 2 3 9 3 5 6 3

Elabora un diagrama de caja y bigotes para este conjunto de datos.

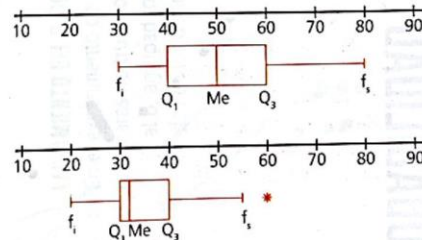
37 Se han registrado las temperaturas máximas de cada uno de los días de la primera quincena del mes de marzo en Sevilla:

24 °C, 26 °C, 29 °C, 20 °C, 21 °C, 18 °C, 16 °C,

17 °C, 22 °C, 23 °C, 19 °C, 25 °C, 15 °C, 20 °C, 17 °C

Elabora un diagrama de caja y bigotes para estos datos.

38 Las edades de dos grupos de personas se reflejan en estos dos diagramas:



Compáralos para responder a las siguientes preguntas:

- ¿En cuál de los dos grupos hay mayor diferencia de edad?
- ¿En qué grupo está la persona más joven? ¿Y la de más edad?
- ¿Hay algún punto atípico? ¿Qué edad representa?
- ¿En qué grupo están más concentradas las edades?
- ¿Cuáles son los cuartiles de cada distribución?

B. Tutorial hojas de cálculo de Google

Sesión 5

Vamos a utilizar las hojas de cálculo de Google para comenzar a trabajar con datos estadísticos. Para ello comenzamos por lo más básico:

Operaciones

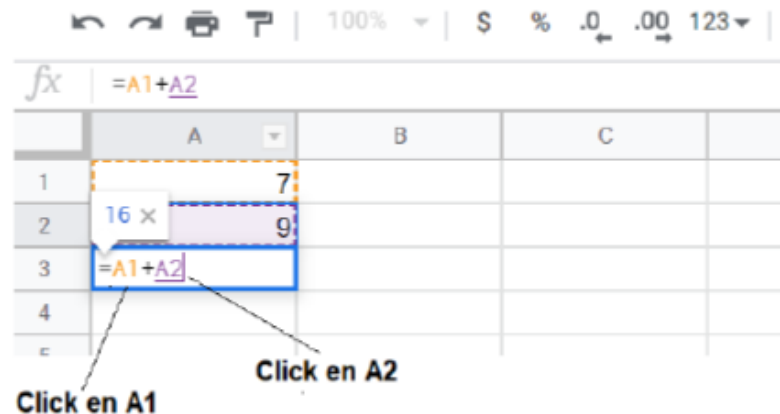
Para realizar operaciones seguimos los siguientes pasos:

1. Clic en la celda
2. Se introduce un signo de igual (=)
3. Se escribe la operación que quieras realizar
4. Se presiona la tecla INTRO



También se puede realizar operaciones con datos que ya aparecen en la hoja de cálculo:

1. Clic en la celda
2. Se introduce un signo de igual (=)
3. Se escribe la operación que quieras realizar clicando en las celdas de los datos que quieres operar
4. Se le da a la tecla INTRO



Función Suma

Cuando tenemos que realizar operaciones que incluyen muchos datos, se utilizan funciones ya diseñadas para facilitarnos el trabajo y ahorrar tiempo, siendo más eficientes. Una función que vamos a utilizar mucho es la función Suma.

1. Clic en la celda
2. Se introduce un signo de igual (=)
3. Se escribe Suma(CeldaPrimerDato: CeldaUltimoDato)
4. Se le da a la tecla INTRO

fx		=SUMA(B2:B9)
A	B	
Calificaciones	Frecuencia Absoluta	
2	3	
3	2	
4	1	
5	10	
6	4	
8	2	
9	1	
10	1	
	24	

Cuando calculamos por ejemplo el valor de las frecuencias relativas, nos va a salir siempre un número decimal que tendremos que redondear.

D
Frecuencia relativa
0,125
0,083333333333
0,041666666667
0,416666666667
0,166666666667
0,083333333333
0,041666666667
0,041666666667
1

Para ello clicamos sobre el siguiente símbolo hasta dejar los decimales que queremos:



Calificaciones (Xi)	Frecuencia Absoluta (ni)	Frecuencia Absoluta Acumulada (Ni)	Frecuencia relativa (hi)	Frecuencia relativa acumulada (Hi)	Porcentaje
2	3	3	0,12	0,13	12
3	2	5	0,08	0,21	8,00
4	1	6	0,04	0,25	4,00
5	10	16	0,40	0,65	40,00
6	4	20	0,16	0,81	16,00
8	2	22	0,08	0,89	8,00
9	2	24	0,08	0,97	8,00
10	1	25	0,04	1,01	4,00
	25		1,00		100

Función Promedio

Otra de las funciones que utilizaremos será la función promedio, para calcular la media de un conjunto de datos.

1. Clic en la celda
2. Se introduce un signo de igual (=)
3. Se escribe Promedio(Dato 1: Dato 2)

4. Se le da a la tecla INTRO

`=PROMEDIO(40;50)`

A	B
Tiempo dedicado a realizar tarea	Marca de clase
[0,10)	5
[10,20)	15
[20,30)	25
[30,40)	35
[40,50)	45

Sesión 8

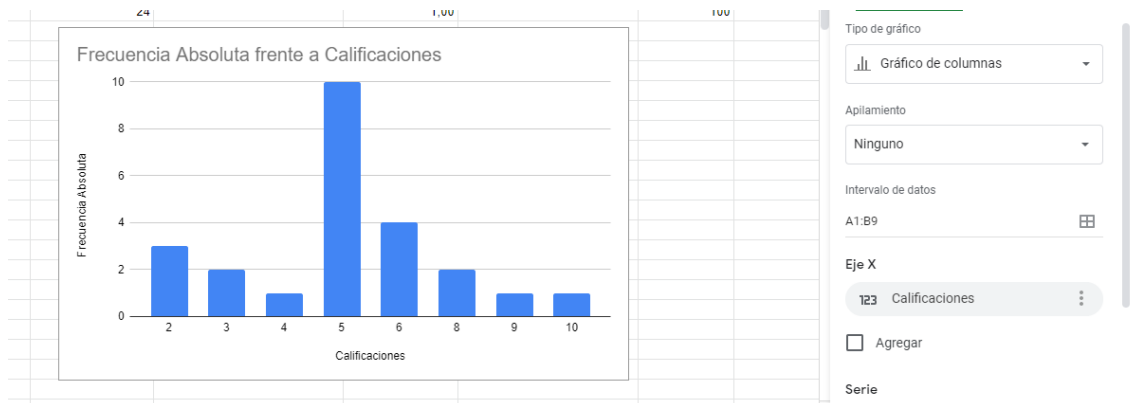
Gráficos

Para realizar gráficos estadísticos, podemos seguir los siguientes pasos:

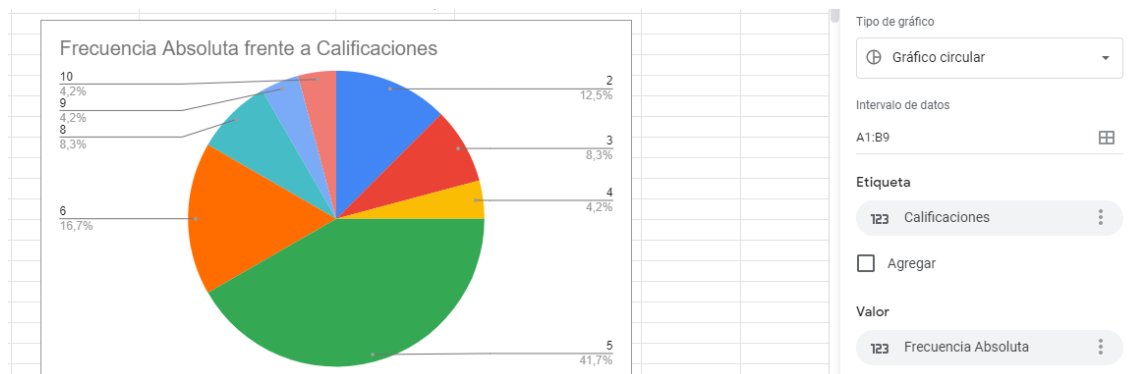
1. Seleccionar los datos que queremos representar
2. Clic en el símbolo de la siguiente imagen



Si el gráfico que aparece por defecto no es el que queremos utilizar, podemos cambiarlo desde la parte derecha en Tipo de gráfico.

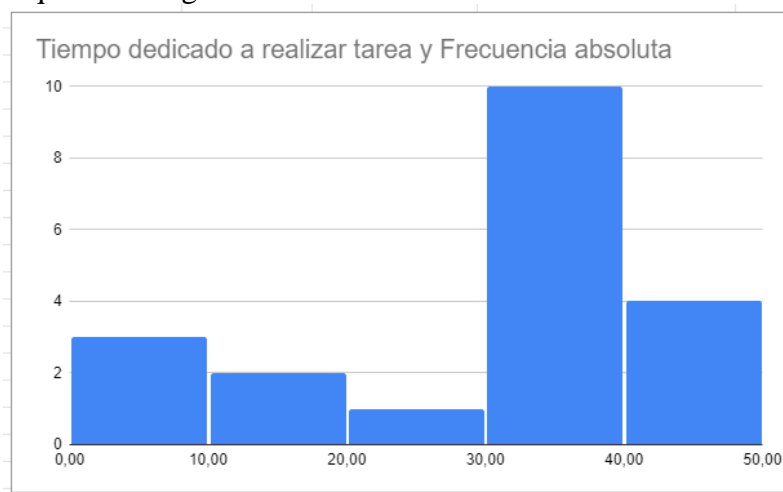


Cambiamos de gráfico de columnas (diagrama de barras) a gráfica circular (diagrama de sectores).

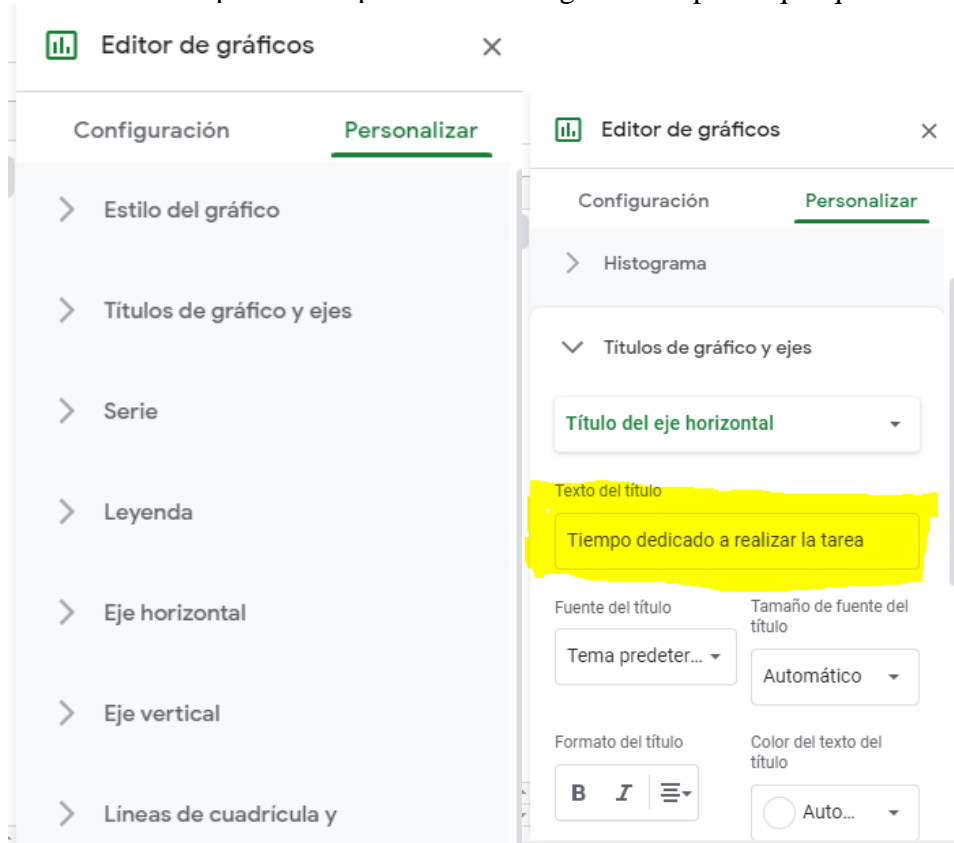


Aprendizaje práctico del estudio estadístico en 3º de la ESO

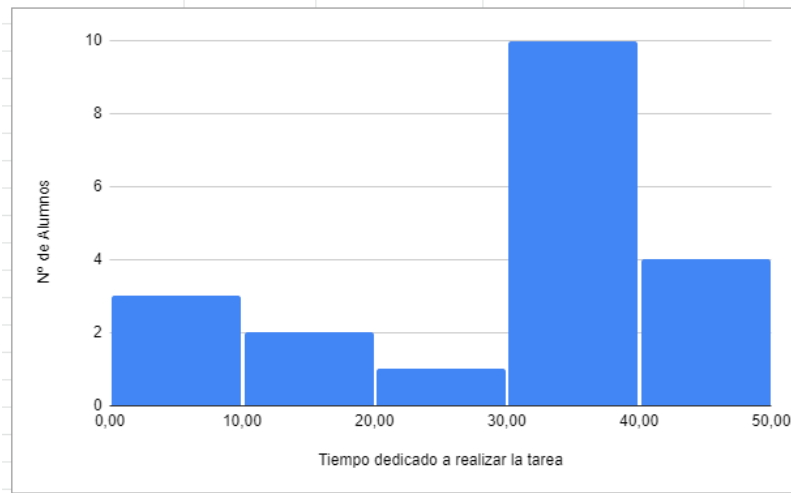
En problemas y ejercicios donde trabajemos con variables definidas en intervalos, usaremos como hemos visto en teoría el histograma. Se selecciona de la misma manera que los dos gráficos anteriores.



Para modificar el título del gráfico y los ejes de este, clicamos en editar gráfico y seguidamente desde la pestaña de personalizar elegimos la opción que queremos.



Como podéis observar, tras modificar el título de los ejes, la gráfica queda de la siguiente manera:



Sesión 12

En esta sesión vamos a trabajar con los parámetros de centralización y de dispersión. Para ello colocamos los datos de la misma manera que siempre.

Para calcular la media recordamos la fórmula matemática y la calculamos utilizando las celdas donde se encuentran nuestros datos.

$$=(A2*B2 + A3*B3 + A4*B4 + A5*B5 + A6*B6 + A7*B7 + A8*B8 + A9*B9)/B10$$

A	B	C	D	E	F	G	H
Calificaciones	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia relativa	Frecuencia relativa acumulada	Porcentaje		
2	3	3	0,12	0,13	12		
3	2	5	0,08	0,21	8,00		
4	1	6	0,04	0,25	4,00		
5	10	16	0,40	0,65	40,00		
6	4	20	0,16	0,81	16,00		
8	2	22	0,08	0,89	8,00		
9	2	24	0,08	0,97	8,00		
10	1	25	0,04	1,01	4,00		
	25		1,00		100		
						Media	5,36
						Moda	5
						Mediana	5

De la misma forma, basándonos en las fórmulas para el cálculo de la varianza, colocamos en columnas los elementos que utilizaremos para su cálculo.

Calificaciones (Xi)	Frecuencia Absoluta (ni)	Frecuencia Absoluta Acumulada (Ni)	Frecuencia relativa (hi)	Frecuencia relativa acumulada (Hi)	Porcentaje	X_i^2	$X_i^2 * ni$
2	3	3	0,12	0,13	12	4	12
3	2	5	0,08	0,21	8,00	9	18
4	1	6	0,04	0,25	4,00	16	16
5	10	16	0,40	0,65	40,00	25	250
6	4	20	0,16	0,81	16,00	36	144
8	2	22	0,08	0,89	8,00	64	128
9	2	24	0,08	0,97	8,00	81	162
10	1	25	0,04	1,01	4,00	100	100
	25		1,00		100		830

Para el cálculo de cuadrados de un número utilizamos la función Suma.Cuadrados(número).

Aprendizaje práctico del estudio estadístico en 3º de la ESO

=SUMA.CUADRADOS(H14)		
	B	C
i)	Frecuencia Absoluta (ni)	Frecuencia Absoluta Acumulada (Ni) Fr
2	3	3
3	2	5
4	1	6
5	10	16
6	4	20
8	2	22
9	2	24
0	1	25
	25	
	Varianza	4,47
	Desviación típica	2,11
	Coefficiente de variación	0,39
	Media ²	28,73

C. Ejemplo de estudio estadístico

¿CON-SUMO CUIDADO?

INTRODUCCIÓN

Hoy en día, cuando nos ponemos a pensar en problemas globales, probablemente se nos pasan por la cabeza asuntos como el cambio climático, la violencia de género... Pero...¿Y qué hay de lo demás? Problemas como el exceso de consumo están cada vez más presentes en nuestro día a día. Así como somos futuristas con problemas como el cambio climático, seámoslo también con inquietudes como ésta que pueden ser erradicadas de raíz si actuamos ya, y que no se conviertan más tarde en un gran problema como ha pasado con otros ámbitos.

La base de nuestro trabajo son los ODS (Objetivos de Desarrollo Sostenibles). Los ODS son un conjunto de 17 metas que los gobiernos firmaron el 25 de septiembre de 2015 para conseguir erradicar la pobreza, proteger el planeta, asegurar la prosperidad y crecer como una sociedad sostenible, propósitos que deben ser alcanzados en 15 años. Para conseguir esto, todo el mundo tiene que poner de su parte, ya sea desde los gobiernos, desde su comunidad o por su cuenta. Es decir, tenemos que ser agentes del cambio que queremos ver en nuestro planeta. Se trata de aplicar una mirada basada en derechos y en justicia para alcanzar un mundo sostenible en todos los sentidos y ámbitos.

Nuestro tema, el consumo, tiene que ver con uno de los ODS más complicados a día de hoy, el de producción y consumo responsables. Sin embargo, cualquiera de los ODS se puede ver directa o indirectamente afectado por este tema.

Este tema nos inquieta mucho, principalmente por saber a qué situaciones sociales y económicas nos enfrentaremos en el futuro. Por ello, fruto de nuestra inquietud, vamos a intentar averiguar una serie de cuestiones sobre este tema:

- ¿Es cierto que nuestro consumo ha ido en aumento en los últimos años?
- ¿Por qué motivos consumimos tanto?
- ¿Somos conscientes?
- ¿Cuáles son las consecuencias de este hecho?
- ¿Se podría arreglar lo que ya es un problema?

Pese a que esos son nuestros principales objetivos a los que queremos dar respuesta, esperamos poder contestar a preguntas que quizás no nos hayamos cuestionado todavía.

Para conseguirlo, nos basaremos en estudios y en un cuestionario, en el que analizaremos una muestra de la población partiendo de términos estadísticos.

¡Comencemos!

RECOGIDA DE DATOS

Para obtener las conclusiones de este estudio es necesario realizar una serie de preguntas a individuos que representen la población de la Comunidad Foral de Navarra. Por ello, la muestra escogida para este proyecto estadístico son 100 personas mayores de edad, entre 18 y 100 años, sin importar el sexo y el género, y residentes de diferentes partes de Navarra. Por lo tanto, se trata de una muestra representativa de la población,

ya que se engloba a todos aquellos con capacidad para gestionar sus gastos de manera racional y responsable. Asimismo, se ha tenido en cuenta la unidad familiar de los individuos debido a que este factor puede influir en el nivel de consumo.

Visita Traperos:

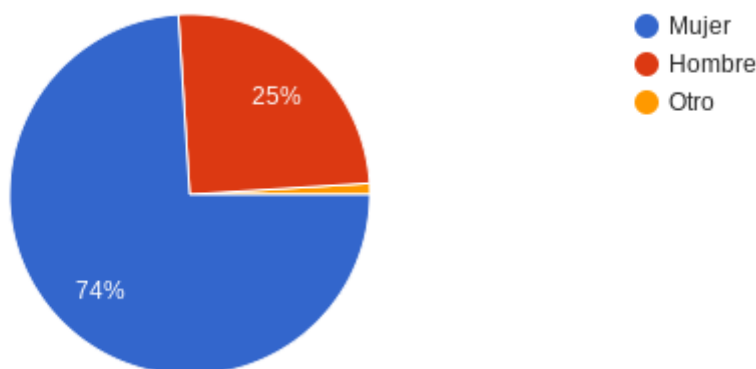
<http://www.mancoeduca.com/actividades/2616/moda-trap-visita-los-traperos-de-emaus>

Viajes aviones:

<https://www.meteovigo.es/observacion/radar-de-aviones-tiempo-real.html>

ANÁLISIS DE DATOS

Pregunta 1: Soy...



En este diagrama de sectores se puede observar que la moda demuestra que prácticamente $\frac{3}{4}$ de las personas encuestadas se identifican con el género femenino. Por ello, es el sector con mayor amplitud de ángulo.

Pregunta 2: ¿Cuántos años tienes?

Variabe x_i	Marca de clase c_i	Frecuencia absoluta f_i	Frecuencia absoluta acumulada F_i	Frecuencia relativa h_i	Frecuencia relativa acumulada H_i	Porcentaje p_i
[18,29)	23	6	6	0,06	0,06	6%
[29,40)	34	15	21	0,15	0,21	15%
[40,51)	45	49	70	0,49	0,7	49%
[51,62)	56	21	91	0,21	0,91	21%
[62,73)	67	5	96	0,05	0,96	5%
[73,84)	78	4	100	0,04	1	4%
[84,95)	89	0	100	0	1	0%
[95,105)	53	0	100	0	1	0%
		100		1		100%

Media	46,76	Rango	87,00
Mediana	45	Varianza	137,26
Moda	[40,51)	Desviación típica	11,72
		Coefficiente de variación	0,25

(Histograma)

Como se aprecia en la tabla de frecuencias, las personas que han respondido al formulario tienen entre 18 y 83 años. El 49% de los encuestados, es decir, la moda del estudio estadístico se encuentra entre la franja de edad entre 40 y 50 años. Esto se debe probablemente a que este es el grupo con mayor número de individuos en la población de Navarra. Asimismo, la media aritmética se encuentra dentro de este intervalo, ya que es igual a 46,76.

Por otra parte, se observa que los jóvenes y los ancianos representan el menor porcentaje de respuestas. El intervalo entre 18 y 28 años supone el 6%, mientras que las edades entre 62 a 83 años solamente representan el 9%.

Además, el coeficiente de variación es 0,25; por lo tanto, la muestra es representativa y los datos de la variable no se encuentran muy dispersos.

Pregunta 3: ¿En qué zonas vives?

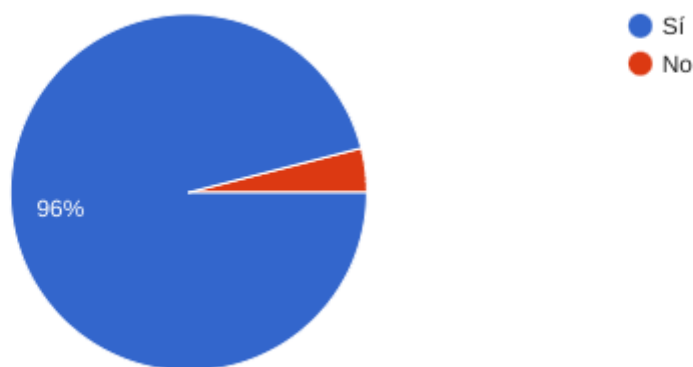
Variabel (xi)	Frecuencia absoluta (fi)	Frecuencia absoluta acumulada (Fi)	Frecuencia relativa (hi)	Frecuencia relativa acumulada (Hi)	Porcentaje (Pi)
Paplona/Cuenca de Pamplona	83	83	0,83	0,83	83%
Pirineo	1	84	0,01	0,84	1%
Zona de Lumbier/Aoiz	1	85	0,01	0,85	1%
Baztán	0	85	0	0,85	0%
Ultzama/Leizarán	1	86	0,01	0,86	1%
Sakana	1	87	0,01	0,87	1%
Tierra Estella	1	88	0,01	0,88	1%
Ribera de Navarra	6	94	0,06	0,94	6%
Zona media de Navarra	6	100	0,06	1	6%
Zona de Sangüesa	0	100	0	1	0%
	100		1		100%

Moda	Pamplona/Cuenca de Pamplona
------	-----------------------------

(Histograma)

Como se puede observar en la tabla de frecuencias, prácticamente todas las personas encuestadas residen en la Cuenca de Pamplona, por lo tanto, vivir en Pamplona es la moda. El Pirineo, la zona de Lumbier y Aoiz, Ultzama y Leizarán, la Sakana y Tierra Estella son el lugar de residencia de una única persona respectivamente. Por otra parte, en la Ribera y la zona media de Navarra habitan 12 personas en total. Además, ninguno de los encuestados vive en Baztán o en la zona de Sangüesa.

Pregunta 4: ¿Vives independizado?



Los resultados que se han obtenido en esta pregunta representan que tan solo 4 de las 100 personas encuestadas no viven todavía independizadas, por lo que la mayoría de las personas no dependen económicamente de sus progenitores. Es decir, la moda es vivir independizado.

Pregunta 5: ¿Cuánto gastas al mes en estos apartados?

Ropa/accesorios						
Variable Xi	Marca de clase Ci	Frecuencia absoluta fi	Frecuencia absoluta acumulada Fi	Frecuencia relativa hi	Frecuencia relativa acumulada Hi	Porcentaje Pi
[0, 20)	10	39	37	0,39	0,39	39%
[20, 40)	30	27	66	0,27	0,66	27%
[40, 60)	50	17	83	0,17	0,83	17%
[60, 80)	70	11	94	0,11	0,94	11%
[80, 100)	90	3	97	0,03	0,97	3%
[100, 120)	110	3	100	0,03	1	3%
		N=100				100%

Hoy en día la ropa es cada vez más cara, por lo que la gente intenta no gastar tanto en ella cada mes, esto se ve reflejado en la moda ya que un 39% gastan de 0 a 20 euros al mes en ropa.

Comida						
Variable Xi	Marca de clase Ci	Frecuencia absoluta fi	Frecuencia absoluta acumulada Fi	Frecuencia relativa hi	Frecuencia relativa acumulada Hi	Porcentaje Pi
[0, 20)	10	1	1	0,01	0,01	1%
[20, 40)	30	8	9	0,08	0,09	8%
[40, 60)	50	13	22	0,13	0,22	13%
[60, 80)	70	6	28	0,06	0,28	6%
[80, 100)	90	12	40	0,12	0,4	12%
[100, 120)	110	60	100	0,6	1	60%
		N=100				100%

Se puede observar que la gente normalmente gasta más de 100 euros al mes en comida, pero si comparamos el resto de los datos, sorprendentemente la moda es gastarse entre 40 y 60 euros al mes. Hoy en día, por culpa de la guerra, de la pandemia, y del consumo entre otros factores, los precios (sobre todo en comida y en gastos fijos) son bastante

Gastos fijos						
Variable Xi	Marca de clase Ci	Frecuencia absoluta fi	Frecuencia absoluta acumulada Fi	Frecuencia relativa hi	Frecuencia relativa acumulada Hi	Porcentaje Pi
[0, 20)	10	2	2	0,02	0,02	2%
[20, 40)	30	6	8	0,06	0,08	6%
[40, 60)	50	14	22	0,14	0,22	14%
[60, 80)	70	3	25	0,03	0,25	3%
[80, 100)	90	3	28	0,03	0,28	3%
[100, 120)	110	72	100	0,72	1	72%
		N=100				100%

altos.

Como se ha dicho anteriormente, al subir los precios, la gente gasta más dinero al mes en gastos fijos, por lo que un 72% (más que la comida) gasta más de 100 euros al mes. La moda en tecnología es gastar de 0 a 20 euros al mes. Ya que normalmente los aparatos electrónicos como móviles o televisiones se pagan a plazos.

Como se puede observar en la tabla de ocio y caprichos, la mayor parte de las personas gasta de entre 40 y 60 euros para darse algún que otro capricho al mes. Esto nos da a entender que muchas personas gastan gran cantidad de dinero para únicamente algo que desean en ese mismo momento y que posiblemente no es necesario. Cuando están contentas o felices por un motivo, se dan el lujo de gastar dinero en algo que le apetece.

Tecnología						
Variable Xi	Marca de clase Ci	Frecuencia absoluta fi	Frecuencia absoluta acumulada Fi	Frecuencia relativa hi	Frecuencia relativa acumulada Hi	Porcentaje Pi
Ocio y caprichos						
Variable Xi	Marca de clase Ci	Frecuencia absoluta fi	Frecuencia absoluta acumulada Fi	Frecuencia relativa hi	Frecuencia relativa acumulada Hi	Porcentaje Pi
[0, 20)	10	12	12	0,12	0,12	12%
[20, 40)	30	22	34	0,22	0,34	22%
[40, 60)	50	27	61	0,27	0,61	27%
[60, 80)	70	9	70	0,09	0,7	9%
[80, 100)	90	8	78	0,08	0,78	8%
[100, 120)	110	22	100	0,22	1	22%
		N=100				100%

Por el contrario, cuando están tristes también gastan dinero, aunque esta vez para levantar el ánimo.

Productos de belleza/higiene						
Variable Xi	Marca de clase Ci	Frecuencia absoluta fi	Frecuencia absoluta acumulada Fi	Frecuencia relativa hi	Frecuencia relativa acumulada Hi	Porcentaje Pi
[0, 20)	10	37	37	0,37	0,37	37%
[20, 40)	30	24	61	0,24	0,61	24%
[40, 60)	50	17	78	0,17	0,78	17%
[60, 80)	70	10	88	0,1	0,88	10%
[80, 100)	90	7	95	0,07	0,95	7%
[100, 120)	110	5	100	0,05	1	5%
		N=100				100%

Los resultados de esta pregunta demuestran que la gente gasta más de cien euros al mes sobre todo en gastos fijos, esto seguramente se deba a que el precio de la luz ha subido después de la pandemia y por culpa de la guerra. Además, la mayoría de personas son independientes, por lo que mantienen a una familia o pagan ellos solos sus gastos, por eso mismo un 60% de las personas encuestadas gastan más de cien euros al mes en comida.

Pregunta 6: ¿Cómo realizas tus compras habitualmente?

En esta cuestión, se ha preguntado a los 100 encuestados mediante qué forma se realiza la compra de diferentes productos: online, presencial o una combinación de ambas. En todas ellas, se ha obtenido que la moda es comprar de forma presencial.

En la compra habitual de alimentos, productos de limpieza, etcétera, la moda es comprar de forma presencial en tienda física, pues el 85% de los encuestados lo hacen así. Este dato va seguido por la opción “A veces virtualmente, a veces físicamente”, en la que se ven representadas 12 de las personas encuestadas.

Por otra parte, en la sección de ropa y accesorios, la moda es también comprar en tienda física, opción en la que se ven reflejadas 55 personas. Le sigue “A veces virtualmente, a veces físicamente”, opción que han respondido un 33% de los encuestados.

Además, en lo que se refiere a mobiliario y electrodomésticos, se repite la moda de comprar presencialmente con un 70% de los votos a esta opción. Tan solo 5 personas deciden comprar estos productos de forma online, y 25 alternan las dos posibilidades.

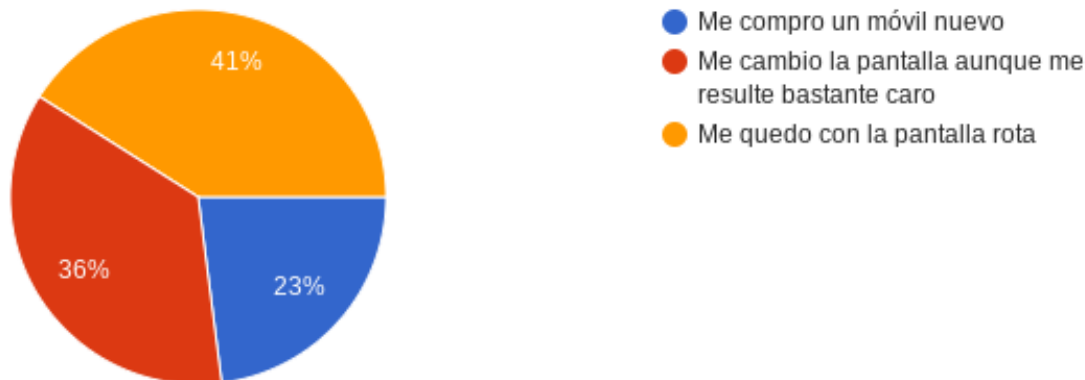
Asimismo, estudiando la compra de papelería y material escolar, se ha obtenido el resultado de que la moda es adquirir estos artículos en tienda presencial con 78 respuestas señalando esta opción. Solo 6 personas prefieren hacerse con estos productos mediante las nuevas tecnologías.

En el apartado de tecnología, la moda sigue siendo comprar de forma presencial con un 40% del total de los resultados. Sin embargo, en este caso, le sigue muy de cerca la opción de alternar las dos posibilidades de comprar online y en tienda presencial, con un 37% de las respuestas.

Por otro lado, en lo que respecta al ocio (videojuegos, bares, restaurantes...), casi 9 de cada 10 encuestados (89%) acostumbran a comprarlo en las tiendas de forma presencial, por lo que esta opción es la moda. Solo un 6% lo compra a través de Internet.

Finalmente, en productos de belleza e higiene, la moda se repite: es costumbre para un 71% de las personas que han contestado el formulario adquirir estos productos en tiendas físicas. 11 personas de las encuestadas suelen comprar estos productos de forma online, y 17 lo hacen alternando las dos opciones: tienda física y online.

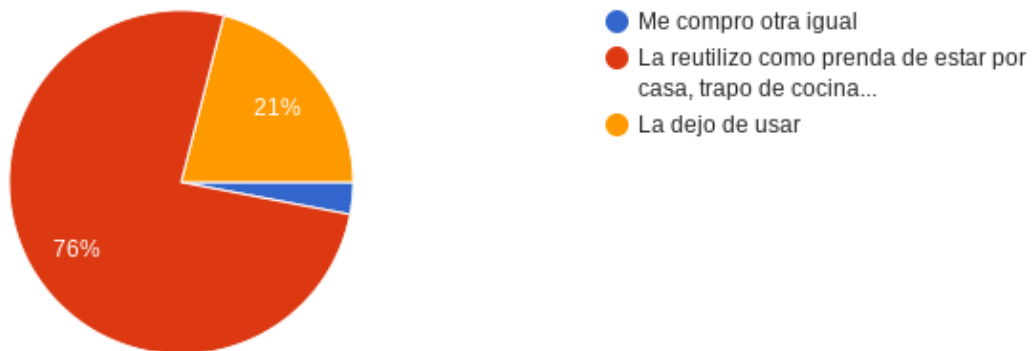
Pregunta 7: Se te ha roto la pantalla del móvil. ¿Qué haces?



En la siguiente pregunta, se les puso a todos los encuestados en una situación. Se les dió tres opciones diferentes para saber qué harían si se les rompiera la pantalla de su teléfono móvil. Con esta pregunta, se ha podido comprobar que, a pesar de que 41 personas de 100 se quedarían con la pantalla del móvil rota, más de la mitad de la muestra (un 59%), optaría por comprar un nuevo móvil o arreglar la pantalla aún sabiendo que les saldría un presupuesto igual o incluso más caro.

Se ha confirmado que la mayor parte de la sociedad consume excesivamente productos perfectamente prescindibles, porque aunque la pantalla de un móvil esté rota o quebrada, el dispositivo sigue funcionando.

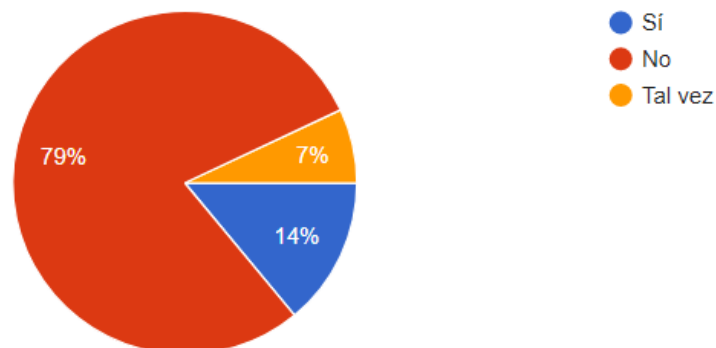
Pregunta 8: Se te ha explotado un bolígrafo en tu prenda de ropa favorita. ¿Qué haces?



Se ha vuelto a realizar otra situación, pero en este caso, en vez de dispositivos tecnológicos, con prendas de vestir.

En esta ocasión, al contrario que en la anterior pregunta, más de $\frac{3}{4}$ partes de la muestra ha contestado que si su prenda favorita se estropeara, le daría un segundo uso como prenda de estar por casa, pijama, trapos de cocina o limpieza... Únicamente 3 personas escogerían comprar otra prenda igual. Todo esto demuestra que en aspectos como ropa, calzado, etc, hay más individuos que prefieren poner en práctica las “3R” (reducir, reutilizar y reciclar) y reducir un poco el consumo.

Pregunta 9: ¿Consideras que tu consumo ha aumentado a partir de la pandemia covid-19?



El diagrama de sectores muestra que 79 individuos consideran que su consumo no ha aumentado a partir de la pandemia. La situación epidemiológica ha favorecido el comercio online y con ello, el aumento del número de productos adquiridos. Hoy en día desde casa y con la ayuda de un dispositivo electrónico, se pueden realizar grandes compras pulsando un único botón. Sin embargo, los resultados de este estudio demuestran lo contrario, ya que la moda es no haber aumentado el consumo a partir de la pandemia.

Por otra parte, cabe destacar que tan solo un 15% de la muestra, menos de las 2/10, ha observado un incremento en el número de productos comprados en los últimos años. Asimismo, el 7% de los encuestados valoran que probablemente el covid-19 ha sido un donante para agravar su consumo.

Pregunta 10: ¿Apuestas por comprar los siguientes productos en grandes empresas o tiendas locales?

Aprendizaje práctico del estudio estadístico en 3° de la ESO

Compra Habitual					
Variabel (xi)	Frecuencia absoluta (fi)	Frecuencia absoluta acumulada (Fi)	Frecuencia relativa (hi)	Frecuencia relativa acumulada (Hi)	Porcentaje (Pi)
Grandes empresas	56	56	0,56	0,56	56%
Tiendas locales	44	100	0,44	1	44%
	N=100				100%
Ropa/accesorios					
Variabel (xi)	Frecuencia absoluta (fi)	Frecuencia absoluta acumulada (Fi)	Frecuencia relativa (hi)	Frecuencia relativa acumulada (Hi)	Porcentaje (Pi)
Grandes empresas	66	66	0,66	0,66	66%
Tiendas locales	34	100	0,34	1	34%
	N=100				100%
Mobiliario/electrodomésticos					
Variabel (xi)	Frecuencia absoluta (fi)	Frecuencia absoluta acumulada (Fi)	Frecuencia relativa (hi)	Frecuencia relativa acumulada (Hi)	Porcentaje (Pi)
Grandes empresas	72	72	0,72	0,72	72%
Tiendas locales	28	100	0,28	1	28%
	N=100				100%
Productos de belleza/higiene					
Variabel (xi)	Frecuencia absoluta (fi)	Frecuencia absoluta acumulada (Fi)	Frecuencia relativa (hi)	Frecuencia relativa acumulada (Hi)	Porcentaje (Pi)
Grandes empresas	54	54	0,54	0,54	54%
Tiendas locales	46	100	0,46	1	46%
	N=100				100%
Material escolar/papelería					
Variabel (xi)	Frecuencia absoluta (fi)	Frecuencia absoluta acumulada (Fi)	Frecuencia relativa (hi)	Frecuencia relativa acumulada (Hi)	Porcentaje (Pi)
Grandes empresas	17	17	0,17	0,17	17%
Tiendas locales	83	100	0,83	1	83%
	N=100				100%
Tecnología					
Variabel (xi)	Frecuencia absoluta (fi)	Frecuencia absoluta acumulada (Fi)	Frecuencia relativa (hi)	Frecuencia relativa acumulada (Hi)	Porcentaje (Pi)
Grandes empresas	86	86	0,86	0,86	86%
Tiendas locales	14	100	0,14	1	14%
	N=100				100%
Ocio					
Variabel (xi)	Frecuencia absoluta (fi)	Frecuencia absoluta acumulada (Fi)	Frecuencia relativa (hi)	Frecuencia relativa acumulada (Hi)	Porcentaje (Pi)
Grandes empresas	23	23	0,23	0,23	24%
Tiendas locales	76	99	0,76	0,99	76%
	N=100				100%

En primer lugar, respecto a la compra habitual, un 58% de los encuestados se decantan por grandes empresas de supermercados para hacer su compra; así pues, esta es la moda. Por otro lado, 68 de las 100 personas que han rellenado el formulario acostumbran a comprar su ropa y accesorios en grandes empresas, siendo esta la moda. En electrodomésticos, la moda sigue siendo comprar en grandes empresas con mucha diferencia (72%) y en productos de belleza e higiene se mantiene con un 54%. Respecto a material escolar y papelería, la moda cambia tiendas locales con 83 de los votos recibidos decantándose por esta opción. Por otra parte, la moda en tecnología vuelve a ser grandes empresas con 86 votos de 100 en esta opción. Finalmente, respecto al ocio, la moda cambia de nuevo a tiendas locales, representando esta opción al 76% de los encuestados.

En esta pregunta hemos querido estudiar el impacto que tienen las grandes empresas en nuestro día a día, pues son las más contaminantes a la hora de producir, y hemos comprobado que son nuestras opciones más elegidas a la hora de hacer nuestra compra en diferentes aspectos.

Pregunta 11: ¿Qué haces en tu tiempo libre?

Variabel (xi)	Frecuencia absoluta (fi)	Frecuencia absoluta acumulada (Fi)	Frecuencia relativa (hi)	Frecuencia relativa acumulada (Hi)	Porcentaje (Pi)
Ir de bares, hostelería, restaurantes, etc	52	52	0,52	0,52	52%
Comprar	8	60	0,08	0,6	8%
Deporte	15	75	0,15	0,75	15%
Quedar con amigos, discoteca, etc	4	79	0,04	0,79	4%
Cultura, cine, teatro, etc	7	86	0,07	0,86	7%
Naturaleza (paseos, etc)	5	91	0,05	0,91	5%
Nada relacionado con el consumo	9	100	0,09	1	9%
	100		1		100%

Moda	Ir de bares, hostelería, restaurantes, etc
------	--

(Histograma)

Pregunta 12: ¿Crees que tu consumo es responsable?

Variable (Xi)	Frecuencia absoluta (fi)	Frecuencia absoluta acumulada (Fi)	Frecuencia relativa (hi)	Frecuencia relativa acumulada (Hi)	Porcentaje (Pi)
Nada responsable	1	1	0,01	0,01	1
Poco responsable	3	4	0,03	0,04	3
Algo responsable	44	48	0,44	0,48	44
Bastante responsable	44	92	0,44	0,92	44
Muy responsable	8	100	0,08	1	8
	100		1		100

Moda	Consumo algo y bastante responsable
------	-------------------------------------

Esta pregunta nos ha servido para saber la idea que tiene la población sobre su consumo. De esta forma, hemos podido compararlo con las respuestas obtenidas en el resto del formulario y, así, contrastar ambas ideas.

Pregunta 13: Indica cuántas unidades de los siguientes elementos tienes

Coche

Variable (xi)	Frecuencia absoluta (fi)	Frecuencia absoluta acumulada (Fi)	Frecuencia relativa (hi)	Frecuencia relativa acumulada (Hi)	Porcentaje (Pi)
0	7	7	0,07	0,07	7%
1	65	72	0,65	0,72	65%
2	26	98	0,26	0,98	26%
3	2	100	0,02	1	2%
[4, +∞]	0	100	0	1	0%
	N= 100				100%

Respecto al coche, la moda es tener una sola unidad, con un 65% a esta opción. A esta opción le sigue tener 2 vehículos, con un 26%. Así pues, la media es tener 1,23 coches.

Vivienda

Variable (xi)	Frecuencia absoluta (fi)	Frecuencia absoluta acumulada (Fi)	Frecuencia relativa (hi)	Frecuencia relativa acumulada (Hi)	Porcentaje (Pi)
0	6	6	0,06	0,06	6%
1	72	78	0,72	0,78	72%
2	17	95	0,17	0,95	17%
3	4	99	0,04	0,99	4%
[4, +∞]	1	100	0,01	1	1%
	N= 100				100%

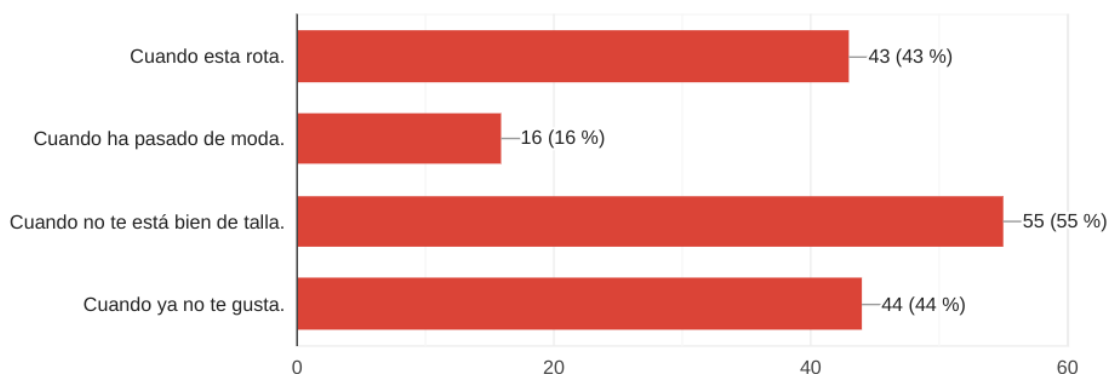
Con un 72%, la moda es tener una sola vivienda. 17 personas han afirmado tener 2 y tan solo una, 4 o más. La media pues, es tener 1,22 casas.

Aprendizaje práctico del estudio estadístico en 3º de la ESO

Móvil					
Variable (xi)	Frecuencia absoluta (fi)	Frecuencia absoluta acumulada (Fi)	Frecuencia relativa (hi)	Frecuencia relativa acumulada (Hi)	Porcentaje (Pi)
0	2	2	0,02	0,02	2%
1	88	90	0,88	0,9	88%
2	7	97	0,07	0,97	7%
3	1	98	0,01	0,98	1%
[4, +∞]	2	100	0,02	1	2%
	N= 100				100%

Un 88% por ciento de las personas encuestadas tienen solo un teléfono móvil, les siguen los poseedores de dos móviles con un 7%. Por lo que la media es 1,13 móviles por persona.

Pregunta 14: ¿Cuándo donas o te deshaces de la ropa?



En esta pregunta, en la que se podía escoger más de una opción, se ha comprobado que la opción más representativa y, por lo tanto, la moda, es donar o deshacerse de la ropa cuando no está bien de talla, pues 55 de las personas encuestadas han respondido esta opción. La segunda opción más escogida es la de donar o deshacerse de la ropa cuando ya no te gusta con un 44% de los votos. Le sigue muy de cerca la opción de donarla o deshacerse de ella cuando está rota, elegida por un 43% de los votantes. Hacerlo cuando ha pasado de moda es la elección con la que menos se identifica la población, aunque un 16% sigue sorprendiendo por ser una cifra bastante elevada para ello.

Pregunta 15: ¿Cuántas veces al año haces limpieza y te deshaces de cosas que ya no vas a utilizar?

Variable (xi)	Frecuencia absoluta (fi)	Frecuencia absoluta acumulada (Fi)	Frecuencia relativa (hi)	Frecuencia relativa acumulada (Hi)	Porcentaje (Pi)
1	44	44	0,44	0,44	44%
2	46	90	0,46	0,9	46%
3	3	93	0,03	0,93	3%
4	3	96	0,03	0,96	3%
5	1	97	0,01	0,97	1%
6	0	97	0	0,97	0%
7	0	97	0	0,97	0%
8	2	99	0,02	0,99	2%
9	0	99	0	0,99	0%
10	1	100	0,01	1	1%
11	0	100	0	1	0%
12	0	100	0	1	0%
(12, +∞]	0	100	0	1	0%
	N= 100				100%

Media	1,88
Mediana	2
Moda	2,00

En la tabla de frecuencias se aprecia que la mayor parte de los encuestados realizan limpieza de sus armarios una o dos veces al año. Así pues, la media que es 1,88 y la moda que es 2, se aproximan a estos datos. Cabe destacar que el resto de valores que toma esta variable tiene un porcentaje menor a 5% debido a que casi ningún individuo hace más de dos limpiezas al año.

Aparentemente donar objetos tiene bastantes beneficios. Por una parte, ayuda a promover la concienciación social. Una gran parte de estos productos se restauran o reparan para darles una segunda vida. De esta manera, se evita extraer materias primas de la naturaleza para fabricar otra manufactura y por ello, con esta idea se potencia la reutilización. Por otro lado, los productos que se donan se revende, posteriormente, a un precio más económico y asequible para las personas con pocos recursos.

Sin embargo, no son todas ventajas. Al donar ropa, muchas personas vuelven a llenar ese espacio vacío de su armario comprando nuevos artículos. Es la vuelta a la economía lineal que se basa en tirar y consumir. Por ello, hoy en día la sociedad se enfrenta a grandes problemas en relación con la cantidad de residuos. Montones de ropas, toneladas de plástico, miles de aparatos... que se fabrican sin pensar en cómo desecharlos.

Pregunta 16: ¿Qué te sugiere esta imagen?



Aprendizaje práctico del estudio estadístico en 3° de la ESO

Variabel (xi)	Frecuencia absoluta (fi)	Frecuencia absoluta acumulada (Fi)	Frecuencia relativa (hi)	Frecuencia relativa acumulada (Hi)	Porcentaje (Pi)
Reciclaje	34	34	0,34	0,34	34%
Reutilizar, aprovechar, etc	23	57	0,23	0,57	23%
Responsabilidad, conciencia, etc	16	73	0,16	0,73	16%
Ayuda, compartir, etc	10	83	0,1	0,83	10%
Limpieza, desechos, etc	8	91	0,08	0,91	8%
Medioambiente, ciclo, etc	2	93	0,02	0,93	2%
Algo normal	5	98	0,05	0,98	5%
Negocio	2	100	0,02	1	2%
	100		1		100%

Moda	Reciclaje
-------------	-----------

(Histograma)

En esta pregunta se les mostró la anterior imagen a los encuestados. La imagen enseña unas botas siendo tiradas a un contenedor de ropa. A pesar de la gran variedad de respuestas obtenidas, las hemos agrupado para poder obtener unos datos menos amplios y más precisos.

La moda de esta pregunta es “reciclaje”, pues 34 personas han respondido con esta palabra. Bastante cerca de la anterior palabra, con 23 respuestas, se encuentra “reutilizar, aprovechar, etc”. Otras personas (16) se han decantado por palabras relacionadas con la responsabilidad, conciencia... También ha habido gente que, al ver la imagen, le han venido a la cabeza palabras como “ayudar, compartir, etc”. Ya son menos las que han relacionado la imagen con “limpieza y desechos”, “negocios” y “medioambiente, ciclo, etc”. Por último, a 5 personas no les sugiere nada en especial la imagen, pues lo ven como algo normal.

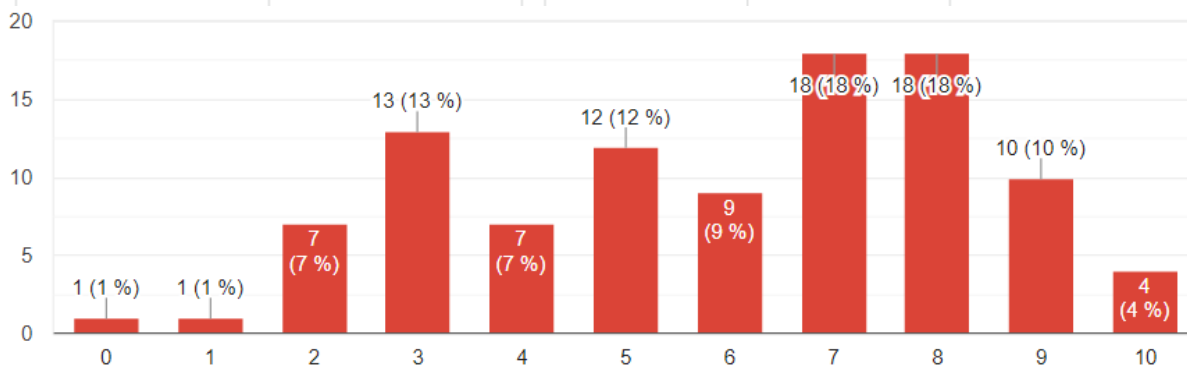
Es bueno saber cómo la mayor parte de las personas, al ver un contenedor de ropa, piensan en las 3 “R” (Reducir, Reutilizar y Reciclar). El problema es que aun habiendo gente que realiza estas acciones a diario, no se ejecutan tanto como deberían.

Pregunta 17: ¿Qué porcentaje de tu compra dirías que viene envasada en plástico?

Variabe xi	Frecuencia absoluta fi	Frecuencia absoluta acumulada Fi	Frecuencia relativa hi	Frecuencia relativa acumulada Hi	Porcentaje pi
0	1	1	0,01	0,01	1%
1	1	2	0,01	0,02	1%
2	7	9	0,07	0,09	7%
3	13	22	0,13	0,22	13%
4	7	29	0,07	0,29	7%
5	12	41	0,12	0,41	12%
6	9	50	0,09	0,5	9%
7	18	68	0,18	0,68	18%
8	18	86	0,18	0,86	18%
9	10	96	0,1	0,96	10%
10	4	100	0,04	1	4%
	100		1		100%

Media	5,96
Mediana	6,5
Moda	7 y 8 (bimodal)

Rango	10,00
Varianza	3,89
Desviación típica	1,97
Coefficiente de variación	0,33



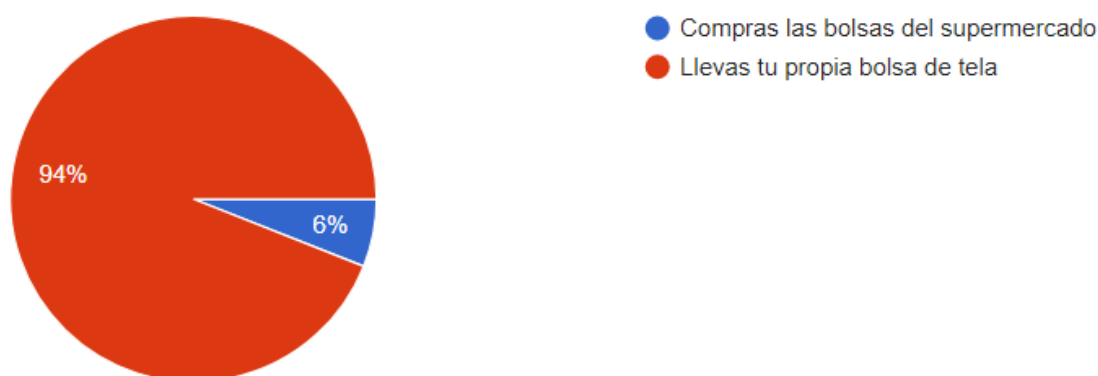
Con esta pregunta se quería medir en una escala del 1 al 10 cuánta cantidad de los productos comprados por los encuestados se venden en envoltorios de plástico. Tanto en la tabla de frecuencias como el diagrama de barras se indica que los datos con mayor frecuencia son el 7 y el 8; por ello, la moda es bimodal.

Debido al abuso de plástico en la sociedad actual, la mayoría de los artículos se venden envasados por varias capas de este material. Así pues, la media aritmética, 5,96, demuestra que los consumidores piensan que más de la mitad de los productos que adquieren están recubiertos por plásticos.

A pesar de ello, en la actualidad muchas personas no son conscientes de ello y, por ello, el coeficiente de variación supera el 30%. Los datos se encuentran ligeramente dispersos demostrando que una parte de la sociedad aún no es consciente del enorme problema generado por los plásticos.

En cuanto a los porcentajes, el 50% de los datos se encuentra acumulados entre los valores 7, 8, 9 y 10. Esto quiere decir que la mitad de los encuestados compran una gran cantidad de productos recubiertos de capas de plástico. Esto tiene un gran impacto en el cambio climático, ya que la producción de plástico es muy contaminante. Además, cuando este material se desecha, se convierte en un enorme problema. A pesar de que el plástico puede reutilizarse, el exceso en su producción no permite que todo el plástico sea reciclado. Por ello, sus residuos acaban, principalmente, en los océanos alterando la vida del ecosistema marina y con ello, la vida del planeta.

Pregunta 18: Cuando vas de compras...



En el diagrama de sectores se puede observar que la moda es llevar la bolsa de tela al supermercado. El 94% de los encuestados, es decir, 94 de los individuos optan por un producto reutilizable como es la bolsa de tela. La concienciación social junto con las nuevas normativas de regulación de plástico ha hecho que la sociedad tenga conocimiento de los problemas medioambientales causados por los residuos y comiencen a buscar nuevas alternativas de mejora. Por ello, prácticamente la totalidad de la muestra de este estudio hace uso de las bolsas de tela en su vida cotidiana.

Pregunta 19: ¿Tienes en cuenta en tu día a día las 3 "R" (Reducir, Reutilizar y Reciclar)?

Variable (Xi)	Frecuencia absoluta (fi)	Frecuencia absoluta acumulada (Fi)	Frecuencia relativa (hi)	Frecuencia relativa acumulada (Hi)	Porcentaje (Pi)
Siempre	36	36	0,36	0,36	36
A veces	60	96	0,6	0,96	60
Pocas veces	4	100	0,04	1	4
Nunca	0	100	0	1	0
	100		1		100
Moda	A veces				

Se quiso contrastar los resultados de todo el formulario con respecto al reciclaje relacionado con el exceso de consumo y los resultados de esta última pregunta. La moda es tener en cuenta a veces esta idea de reducción, reutilización y reciclaje. Además, resulta bastante sorprendente ver como nadie cree que no tiene en cuenta nunca las 3 "R", cuando nuestro consumo y su correspondiente contaminación cada día nos demuestra lo contrario.

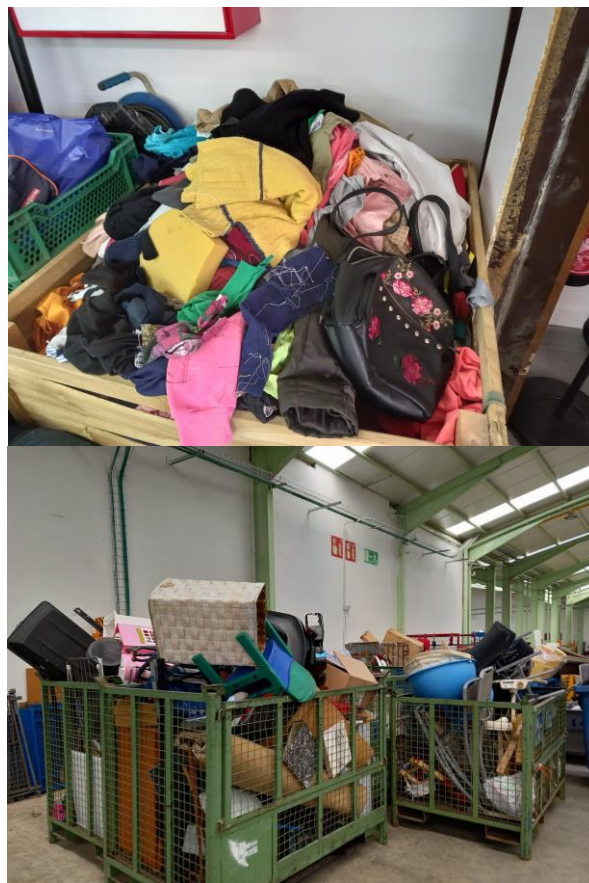
CONCLUSIÓN

Tras analizar los resultados del formulario y, por lo tanto, la visión de la sociedad sobre el consumo excesivo y sus consecuencias, hemos llegado a una clara conclusión.

En primer lugar, hemos observado que, en los últimos años, nuestro reciclaje ha aumentado notoriamente. Aunque, a simple vista, esto parezca positivo, realmente no lo es. ¿Por qué ha ido en aumento? En la época de nuestros abuelos, el plástico era un producto totalmente desconocido. Al hacer la compra, nada venía envasado en plástico. Por ejemplo, para comprar leche y productos lácteos, acudían a una lechería para rellenar algunas botellas de vidrio que reutilizaban cuando ésta se acababa. Lo mismo ocurría cuando tenían que comprar champú y otros productos de higiene, o cuando iban al mercado, cesta en mano, para comprar diferentes productos.

Sin embargo, a día de hoy encontramos todos los productos en un único supermercado, en el que la leche y el champú vienen envasados en envases de usar y tirar, y las frutas vienen totalmente recubiertas en un plástico absolutamente inservible. Dicho esto... ¿lo estamos haciendo bien?

A pesar de esto, la sociedad piensa que está haciendo lo correcto. Con este estudio se ha comprobado que la mayoría de las personas se consideran protectores del planeta, ya que van a comprar con su bolsa de tela y aplican las “3R” en su día a día. Sin embargo, a la hora de elegir entre conformarse con lo que tienen o consumir, eligen esto último.



Estas imágenes nos demuestran todo lo explicado anteriormente. Las fotografías, tomadas en una visita a “Traperos de Emaús”, muestran un consumo excesivo de todo tipo de productos, desde unos pantalones hasta una silla de plástico.

POSIBLES MEJORAS

Reciclar NO es la solución. No está mal, pero, al ritmo al que vamos, no es suficiente. El medioambiente se está viendo cada vez más afectado por nuestro exceso de consumo, y la contaminación que esto produce. Cada mes, gastamos una cifra bastante considerable en aspectos como ropa, maquillaje, electrónica, entre otros. En muchas ocasiones, este consumo es totalmente innecesario y la huella que deja puede ser imborrable.

La sociedad en la que vivimos nos incita a comprar cosas nuevas. Una economía lineal en la que se extraen materias primas de una naturaleza, cada vez más deteriorada, para producir productos que utilizamos durante un corto periodo de tiempo y finalmente, tiramos. Un ciclo que se repite una y otra vez, haciendo que el planeta se destruya.

Pero, ¿qué podemos hacer ante todo esto? La solución es reducir el consumo. Debemos apostar por una economía circular en la que los residuos tengan una segunda vida. La basura se transforma en residuo para poder reutilizarse; de esta manera, se evita la extracción de nuevos materiales de la naturaleza y la acumulación de desechos.

Estamos a tiempo: demos la vuelta a la situación antes de que sea demasiado tarde, pongámonos en pie y convirtámonos en responsables del cambio.

POSIBLES EXTENSIONES

Con el objetivo de dar visibilidad a un problema del que no somos conscientes, pero que cada vez está deteriorando nuestro planeta, hemos querido aportar nuestro granito de arena enviando una carta al director, que fue publicada en el Diario de Noticias de Navarra y Diario de Noticias de Gipuzkoa en día 22 de mayo de 2022. En esta carta, mostramos nuestra opinión sobre nuestra forma de vida basada en el exceso de consumo y la inmediatez.

Si ahora mismo te dan una charla sobre el **exceso de consumo y la contaminación** que genera todo esto, seguro que piensas: "qué aburrido, el mismo sermón de siempre: **reducir, reutilizar y reciclar**". Claro, la teoría nos la sabemos todos/as, pero... ¿Y qué hay de la práctica?

Se me ha roto la pantalla del móvil y me compro un nuevo modelo, obviamente mejor que el anterior; la camiseta me queda pequeña, se ha pasado de moda o simplemente ya no me gusta, la tiro; estoy contenta/o por haber aprobado el examen y me compro algún capricho aunque realmente no lo necesito; a pesar de tener ya dos coches, he pedido un patinete eléctrico por Amazon; voy a hacer la compra y meto los productos (que ya vienen envasados en plástico) en una bolsa de plástico, como si no fuese suficiente...

Desde mi punto de vista, es evidente que **nuestra forma de vida se basa en la inmediatez**, en el querer algo de forma instantánea. Uno de los problemas es que hoy en día la pereza nos domina y con un sólo *click* ya tenemos aquello que buscamos, de manera que la tentación de poder obtener algo sin realizar el mínimo esfuerzo nos invade.

Es cierto que sabemos que hay que tener más cuidado con nuestro consumo, pues se ha convertido en una conducta irresponsable, pero, ¿acaso somos realmente conscientes de todo lo que supone, no sólo para el medio ambiente, sino también para nosotros y nuestra salud? Ojalá llegue el momento en el que nos demos cuenta que **la felicidad que sentimos al poseer algo material que deseábamos es efímera y dura un instante**. ¿Merece la pena? ¡Tú sabrás!

Además, en nuestro colegio hemos tenido la oportunidad de realizar dos campañas de sensibilización para cuidar nuestro planeta.

En primer lugar, hemos realizado una actividad con el alumnado de 1º de infantil en el que les hemos enseñado la importancia de reciclar conscientemente. Nuestra propuesta consistió en un sencillo juego fácilmente comprensible para los niños de esa edad, que consistía en aprender a desechar cada material en uno de los cuatro cubos de basura que podemos encontrar en los espacios compartidos del colegio: el amarillo (envases y plástico), el azul (cartón y papel), verde (vidrio), marrón (orgánico) y verde oscuro (resto). Así pues, han tenido que desechar los siguientes desechos: cáscara de plátano, cáscara de pipas, pañales, bolsa de plástico, envase de yogur, brick de leche, papel de aluminio, caja de cartón, periódico, botella de vidrio, bote de conservas y pañuelos de mocos. Además, les pusimos la canción "Reducir, Reutilizar y Reciclar" (Las 3 "R") de Los Colorados para asociar lo trabajado en la actividad y les explicamos la importancia de, además de reciclar, reducir nuestro consumo. Para apoyar la actividad, realizamos el siguiente cartel:



Por otra parte, creamos un póster, que fue colgado por todas las instalaciones de nuestro colegio, con el que intentamos tener un pequeño gesto con el cuidado de nuestro planeta. Esperamos que haya servido en cierto modo, aunque sea para hacer reflexionar a alguien sobre el tema.



EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA

Director:

Asier Estevan, Departamento de Matemáticas