

**CAMPO / ARLOA**

**Marta TRINCADO ROYO**

---

**Las Olimpiadas  
Matemáticas como recurso  
para alumnos con altas  
capacidades intelectuales**

**TFG/GBL  
2019/20**

**upna**

Universidad Pública de Navarra  
Nafarroako Unibertsitate Publikoa

**Grado en Maestro de Educación  
Primaria /**

***Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua***



**Grado en Maestro en Educación Primaria**  
**Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua**

Trabajo Fin de Grado  
Gradu Bukaerako Lana

***LAS OLIMPIADAS MATEMÁTICAS  
COMO RECURSO PARA ALUMNOS CON  
ALTAS CAPACIDADES  
INTELECTUALES***

Marta TRINCADO ROYO

FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y SOCIALES  
GIZA ETA GIZARTE ZIENTZIEN FAKULTATEA

**UNIVERSIDAD PÚBLICA DE NAVARRA**  
**NAFARROAKO UNIBERTSITATE PUBLIKOA**

**Estudiante / Ikaslea**

Marta TRINCADO ROYO

**Título / Izenburua**

Las Olimpiadas Matemáticas como recurso para alumnos con altas capacidades intelectuales o específicas

**Grado / Gradu**

Grado en Maestro en Educación Primaria / Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua

**Centro / Ikastegia**

Facultad de Ciencias Humanas y Sociales / Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea  
Universidad Pública de Navarra / Nafarroako Unibertsitate Publikoa

**Director-a / Zuzendaria**

Álvaro SAENZ DE CABEZÓN IRIGARAY

**Departamento / Saila**

Departamento de Estadística, Informática y Matemáticas

**Curso académico / Ikasturte akademikoa**

2019/2020

**Semestre / Seihilekoa**

Primavera / Udaberria

## Preámbulo

El Real Decreto 1393/2007, de 29 de octubre, modificado por el Real Decreto 861/2010, establece en el Capítulo III, dedicado a las enseñanzas oficiales de Grado, que “estas enseñanzas concluirán con la elaboración y defensa de un Trabajo Fin de Grado [...] El Trabajo Fin de Grado tendrá entre 6 y 30 créditos, deberá realizarse en la fase final del plan de estudios y estar orientado a la evaluación de competencias asociadas al título”.

El Grado en Maestro en Educación Primaria por la Universidad Pública de Navarra tiene una extensión de 12 ECTS, según la memoria del título verificada por la ANECA. El título está regido por la *Orden ECI/3857/2007, de 27 de diciembre, por la que se establecen los requisitos para la verificación de los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Primaria*; con la aplicación, con carácter subsidiario, del reglamento de Trabajos Fin de Grado, aprobado por el Consejo de Gobierno de la Universidad el 12 de marzo de 2013.

Todos los planes de estudios de Maestro en Educación Primaria se estructuran, según la Orden ECI/3857/2007, en tres grandes módulos: uno, *de formación básica*, donde se desarrollan los contenidos socio-psico-pedagógicos; otro, *didáctico y disciplinar*, que recoge los contenidos de las disciplinas y su didáctica; y, por último, *Practicum*, donde se describen las competencias que tendrán que adquirir los estudiantes del Grado en las prácticas escolares. En este último módulo, se enmarca el Trabajo Fin de Grado, que debe reflejar la formación adquirida a lo largo de todas las enseñanzas. Finalmente, dado que la Orden ECI/3857/2007 no concreta la distribución de los 240 ECTS necesarios para la obtención del Grado, las universidades tienen la facultad de determinar un número de créditos, estableciendo, en general, asignaturas de carácter optativo.

Así, en cumplimiento de la Orden ECI/3857/2007, es requisito necesario que en el Trabajo Fin de Grado el estudiante demuestre competencias relativas a los módulos de formación básica, didáctico-disciplinar y practicum, exigidas para todos los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Primaria.

En este trabajo, el módulo *de formación básica* Bases psicológicas me ha permitido enmarcar a los alumnos de sexto de primaria en su desarrollo cognitivo, se concreta en el marco teórico. Al igual que el módulo de Desarrollo evolutivo y aprendizaje, que también me ha ayudado a enmarcar a los alumnos en todos los desarrollos (afectivo, emocional, social, moral) y así poder entender al alumnado como un todo y fomentar su desarrollo integral. También el módulo Diversidad y respuesta psicopedagógica me ha permitido entender las necesidades y características de los alumnos con altas capacidades intelectuales, que están presentes en el trabajo tanto en el marco teórico como en la propuesta didáctica.

El módulo *didáctico y disciplinar* Matemáticas y su didáctica I, II y III, me ha permitido entender la importancia que tiene en el aprendizaje de las matemáticas la resolución de problemas, y además a saber cómo piensan y resuelven los niños en esas edades, y que tipo de estrategias son las más comunes. Estos conocimientos pueden verse en el marco teórico y en la propuesta de centro, que se tiene siempre en cuenta a la hora de elegir los problemas de las Olimpiadas de otras comunidades.

Asimismo, el módulo *practicum* me ha permitido conocer de primera mano cómo piensan y actúan los niños en las edades de la etapa de primaria, ya que cambia mucho de un curso a otro. Además me ha proporcionado claridad a la hora de programar diferentes actividades o temporalizar una unidad didáctica, conocimientos necesarios para este proyecto. Esto se puede ver en la propuesta de centro que se ha planteado para este proyecto

Por último, el módulo *optativo* Propuestas pedagógicas para una educación inclusiva, me ha ayudado a entender que todos los niños, aunque sean alumnos con altas capacidades, necesitan ayudas específicas para poder desarrollar al máximo sus necesidades, por lo que desde el centro se debe ofrecer la oportunidad de una educación de calidad para todo su alumnado.

## Resumen

En este trabajo se desarrolla un proyecto para aplicar recursos de las Olimpiadas Matemáticas de otras comunidades como intervención educativa para fomentar el talento matemático de los alumnos con altas capacidades en Educación Primaria. Se utilizan ejemplos de otras comunidades porque en la Comunidad Foral de Navarra, no existen este tipo de concursos y tienen muchas ventajas que podemos aprovechar para desarrollar al máximo el potencial de los alumnos con altas capacidades, como por ejemplo, el desarrollo del pensamiento matemático, fomento de la creatividad y del pensamiento divergente y desarrollo del sentimiento de grupo entre otros. Se explicarán todas las características que tienen estos alumnos para poder identificarlos lo más temprano posible y así, como dice la ley vigente, Ley Orgánica 8/2013 para la Mejora de la Calidad Educativa, atender a sus necesidades educativas específicas y evitar todos problemas o disincronías que se puedan crear.

*Palabras clave: Altas capacidades; Identificación temprana; Olimpiadas Matemáticas; Resolución de problemas; Talento matemático*

## Abstract

On this assignment, it has been developed a project to apply Mathematical Olympics resources from other autonomous communities like educational interventions to encourage mathematical talent in gifted students. These resources must be used because in Navarra it doesn't exist this type of competition and it has clear advantages which we can benefit our students to develop their potential to the fullest. For instance, develop mathematical thinking, promotion of creativity and divergent thinking and the feeling of being part of a group among others. There will be an explanation about gifted student's characteristics in order to ensure early detection, under current law, Ley Orgánica 8/2013 para la Mejora de la Calidad Educativa, to address their special educational needs to avoid any problems and dyssynchrony that there could be.

Keywords: Gifted students, early detection, Mathematical Olympics, problem solving, mathematical talent



## Índice

<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>2</b>
<b>1. CARACTERÍSTICAS DEL ALUMNADO DE 6º DE PRIMARIA .....</b>	<b>3</b>
1.1 Desarrollo cognitivo	5
1.1.1 Tareas de conservación	5
1.1.2 Tareas de clasificación	6
1.1.3 Tareas de seriación	6
1.1.4 La construcción del número	7
1.1.5 Desarrollo de las nociones espaciales	7
1.1.6 Desarrollo de las nociones temporales	8
1.1.7 Conclusiones	8
1.2 Desarrollo emocional	10
1.2.1 Conciencia de las emociones propias	10
1.2.2 Capacidad para identificar y comprender las emociones ajenas	11
1.2.3 Capacidad de empatizar	11
1.2.4 Capacidad de expresar verbalmente las emociones	11
1.3 Desarrollo social	12
1.3.1 A partir de los 6 años	12
1.3.2 Hacia los 11 años	12
1.3.3 A los 12 años	13
1.4 Desarrollo moral	13
<b>2. ALTAS CAPACIDADES .....</b>	<b>15</b>
2.1 Definición y modelos	15
2.1.1 Modelos psicométricos o Enfoque clásico	15
2.1.2 Modelos basados en el rendimiento o el desempeño sobresaliente	16
2.1.3 Modelos cognitivos	18
2.1.4 Modelos socioculturales	19

---

2.2 Características y disincronías	23
2.2.1 Disincronías	24
2.3 Mitos	25
2.4 Estrategias	26
2.5 Marco legislativo	32
<b>3. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN MATEMÁTICAS .....</b>	<b>34</b>
3.1 ¿Qué es un problema?	36
3.2. Fases de la resolución de problemas	37
3.3 Las creencias	39
3.4 Tipos de actividades	40
3.5 Estrategias para resolver un problema	43
3.6 Características de un “buen problema”	44
<b>4. OLIMPIADAS MATEMÁTICAS .....</b>	<b>46</b>
4.1 Historia de las Olimpiadas Matemáticas	46
4.2 Características de las Olimpiadas	48
4.3 Situación en Navarra	49
<b>5. INTERVENCIÓN CON ALUMNOS CON ALTAS CAPACIDADES .....</b>	<b>50</b>
5.1 Identificación y detección del alumnado con altas capacidades	51
5.1.1 Observación	51
5.1.1.1 Contexto familiar	52
5.1.1.2 Contexto escolar	52
5.2 Evaluación psicopedagógica	52
5.3 Intervención o Plan de actuación	53
5.3.1 Objetivos	54
5.3.2 Contenidos	54
5.3.3 Metodología	55
5.3.4 Temporalización	55

---

5.3.5 Problemas y actividades	57
5.3.5.1 Bloque de números y álgebra	57
5.3.5.2 Bloque de medida	59
5.3.5.3 Bloque de geometría	61
5.3.5.4 Bloque de estadística y probabilidad	62
5.3.5.5 Bloque conjunto	63
5.3.6 Evaluación y valoración	64
<b>CONCLUSIONES Y CUESTIONES ABIERTAS.....</b>	<b>2</b>

## **REFERENCIAS**

## **ANEXOS**

Anexo I: Problema grupal de las Olimpiadas Matemáticas de Granada de la fase comarcal de 2019

Anexo II: Prueba de velocidad de las Olimpiadas Matemáticas de Granada de la fase comarcal de 2019

Anexo III: Prueba de relevos de las Olimpiadas Matemáticas de Granada de la fase comarcal de 2019

Anexo IV: Ficha de registro de reuniones

Anexo V: Cuestionario final sobre el bloque de contenidos

Anexo VI: Autoevaluación del alumno

Anexo VII: Autoevaluación del profesor

Anexo VIII: Coevaluación

Anexo IX: Evaluación del alumnado al profesor

## INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de fin de grado, versa sobre las pruebas de las Olimpiadas Matemáticas en otras comunidades y su posible utilización como recurso para alumnos con altas capacidades intelectuales en 6º de Primaria, ya que en Navarra no existe este concurso para la etapa de Educación Primaria. Se abordará este tema desde el punto de vista teórico, comentando en qué consisten las altas capacidades intelectuales, cómo son las pruebas de las Olimpiadas Matemáticas en otras Comunidades Autónomas y cómo podríamos adaptarlas a nuestra acción docente con estos alumnos, para poder desarrollar al máximo sus capacidades.

Las Olimpiadas Matemáticas no existen en la etapa educativa de Educación Primaria en Navarra, por eso se han analizado los problemas propuestos en otras comunidades, y cómo podemos incluirlos en nuestros recursos como profesor a través de diferentes metodologías sobre la didáctica de las matemáticas y la resolución de problemas.

Creo que es muy importante realizar este trabajo de investigación, ya que es esencial tener claras las posibles actuaciones a realizar con alumnos con altas capacidades intelectuales, porque aunque estén dentro del grupo de alumnos con necesidades específicas de apoyo educativo, a su intervención y actuación no se le ha dado la misma importancia.

Por eso, para comenzar el trabajo, se abordarán las características principales que tienen los niños en la etapa de 6º de primaria, para así poder situarlos psicológica y pedagógicamente.

Continuaré con la definición de altas capacidades y las diferentes teorías que la acompañan. Posteriormente se analizarán las diferentes estrategias y actuaciones que se pueden realizar con estos alumnos y por último se abordará el tema de las altas capacidades desde un punto de vista legislativo.

Después de tener toda esta información clara y ordenada, daremos paso a explicar rasgos diferentes para la resolución de problemas y metodologías que se abordan en la didáctica de las matemáticas. Se explicarán de manera teórica las diferentes fases de la resolución de problemas y los tipos de ejercicios que

Las Olimpiadas Matemáticas como recurso para alumnos con altas capacidades intelectuales

existen, por último expondré una serie de características que tendría que tener un “buen problema”.

Para finalizar el marco teórico de este trabajo de fin de grado, se explicará el origen de las Olimpiadas Matemáticas, sus características y las diferencias de unas comunidades a otras.

Para concluir el trabajo, realizaré una propuesta de intervención de centro para actuar con el alumnado de altas capacidades, utilizando los problemas de las Olimpiadas Matemáticas de otras comunidades como recursos de adaptación y enriquecimiento del currículo. No podemos caer en el error de pensar que un alumno con altas capacidades no requiera una respuesta diferente a la que se le ofrece al resto de sus compañeros. De hecho, no llevar a cabo medidas que den respuesta a las necesidades que presentan, puede derivar en situaciones de frustración, desmotivación, problemática en la conducta, indiferencia global hacia el colegio y las materias que se imparten, en definitiva, en fracaso e inadaptación escolar.

## **1. CARACTERÍSTICAS DEL ALUMNADO DE 6º DE PRIMARIA**

En primer lugar, debemos situar al alumnado de sexto de primaria. Para ello, se comentarán sus características más importantes respecto a su desarrollo integral, para así poder proponer experiencias, proyectos, ejercicios, etc. adecuados para su desarrollo y edad cronológica.

Para comenzar, en cualquier curso de primaria, podemos encontrar niños con diferentes características, ya sean el ritmo de aprendizaje, el desarrollo, las experiencias vividas, etc. por lo que como maestros debemos ser muy tolerantes con la diversidad del alumnado. En una clase hay que tener en cuenta todas estas características, ya que no todos los niños son iguales y debemos atender a las necesidades educativas de todos ellos. Por eso si hay alumnos con un ritmo de aprendizaje más lento habrá que realizar estrategias con él para lograr un desarrollo íntegro, y si hay niños con un ritmo de aprendizaje más rápido, también hay que proponer experiencias para ellos, y así desarrollar al máximo sus capacidades.

En una clase de sexto de primaria, aparte de estas características ya nombradas, podemos encontrar niños de edades cronológicas diferentes, lo que nos lleva también a diferencias en el desarrollo que debemos tener en cuenta. Podremos encontrar niños de 11 y 12 años (edad cronológica de ese curso) y también podremos encontrar niños de 13 años (alumnos que hayan podido repetir cualquier curso de educación primaria). A continuación se desarrollarán las características más importantes y los hitos que consiguen en estas edades. Los maestros, deben ser conscientes de estos cambios ya que hay algunos significativos que nos permitirán tratar temas de manera diferente. Para eso analizaremos el desarrollo cognitivo, el desarrollo moral, desarrollo social y desarrollo emocional.

Para poder explicar y reflexionar sobre este tema, nos vamos a centrar en la teoría de Piaget y de Vygotsky. A continuación se expondrán sus ideas de manera general.

Según Piaget, los seres humanos pasamos de un estado de menor competencia o conocimiento a otro superior de manera gradual, hasta llegar al razonamiento científico (Sánchez, s.f). Nos explica que hay diferentes estadios por los que vamos pasando de manera progresiva para ir construyendo nuestro conocimiento acerca del mundo que nos rodea. Los estadios son:

- Sensoriomotor (desde el nacimiento hasta los dos años)
- Preoperacional (desde los dos años hasta los seis-siete años)
- Operaciones concretas (desde los seis-siete años hasta los once años)
- Operaciones formales (a partir de los once-doce años)

Como este trabajo está enfocado a los alumnos de sexto de primaria, estos se encontrarán en el ascenso del periodo de operaciones concretas al de operaciones formales. Los niños que tengan un aprendizaje más rápido de lo normal o tengan altas capacidades intelectuales, probablemente se encontrarán ya en el estadio de las operaciones formales.

En cuanto a lo que nos puede aportar la teoría de Vygotsky, la diferencia con la teoría de Piaget es que este pensaba que la construcción del pensamiento es solo con la interacción de los objetos y en cambio, para Vygotsky, la construcción cognitiva es interacción con los objetos pero teniendo en cuenta la interacción

---

social, es decir, la experiencia que tengan los niños con esos objetos y con las situaciones que viven (Bodrova y Leong, 2005).

### **1.1 Desarrollo cognitivo**

A partir de los 11 años, respecto al desarrollo cognitivo, se produce un cambio muy importante en el desarrollo del razonamiento del niño. Según los estadios de Piaget, el niño entra en el estadio de las operaciones concretas y la lógica operacional. Piaget diferencia el paso a este estadio como diferente ya que afirma que no es una continuación de las acciones sensoriomotoras, sino que el niño necesita reconstruir su realidad, es decir, necesita descentrarse de la acción directa con los objetos. Por eso es muy importante la capacidad de representación o la “función simbólica” que aparece en el periodo sensoriomotor, ya que con esta capacidad, el niño puede anticipar o predecir cosas que van a pasar sin verlas, es decir, las consecuencias de un acto.

En otras palabras, los niños comienzan a cambiar su forma de razonar y cada vez se parece más a la de un adulto.

Se producen más hitos que vamos a ir explicando brevemente.

#### *1.1.1 Tareas de conservación*

Esta tarea se aplica a diferentes contenidos como pueden ser la cantidad, materia o masa, peso, longitud y volumen. Con esta tarea se trata de comprobar si los niños son capaces de comprender que las cantidades de estas medidas no varían cuando les haces transformaciones sin añadir ni quitar nada. Esta adquisición pasa por un proceso con 3 fases:

- Fase no conservadora: los niños se dejan guiar por sus sentidos y ven diferente la cantidad después de la transformación.
- Fase semiconservadora: los niños a veces se dan cuenta y otras no, es decir, sus respuestas son inestables, aun no tienen el concepto interiorizado.
- Fase conservadora: los niños tienen invariabilidad en sus respuestas, es decir, pueden predecir la conservación y no cambian de opinión después.

Los niños de las edades que nos conciernen estarían en la fase conservadora.

La existencia de estas fases, no quiere decir que todos los niños pasen a la vez por ellas. Hay una serie de “desfases horizontales”, como los llamó Piaget, ya que la conservación de los contenidos se hace en momentos y años diferentes, es decir, existe una disincronía en la noción de conservación.

### *1.1.2 Tareas de clasificación*

Clasificar significa agrupar diferentes elementos según una característica que tengan en común. Además el niño aprende que las clases pueden estar incluidas o subordinadas dentro de otras (perros>animales). Esta tarea tiene tres etapas evolutivas.

- Colecciones figurales (desde dos años y medio hasta cinco años): los niños agrupan elementos u objetos sin ningún tipo de plan.
- Colecciones no figurales (desde cinco años y medio hasta los siete-ocho años): los niños agrupan objetos según una característica común (por ejemplo los cuadrados, los triángulos...). Además pueden establecer subclases en cada uno de los grupos (cuadrados blancos, cuadrados grises...).
- Inclusión jerárquica de clases: los niños pueden realizar clasificaciones jerárquicas combinando los procedimientos ascendentes (triángulos>figuras) y descendentes (la clase de figuras tiene varias subclases).

Los niños de sexto de primaria se encontrarían en la fase de inclusión jerárquica.

### *1.1.3 Tareas de seriación*

Consisten en agrupar y ordenar objetos en función de diferentes características. Tiene tres etapas evolutivas:

- Estadio preoperatorio: solo son capaces de agrupar pero no pueden realizar inferencias.
- Transacción a las operaciones concretas: a veces logran realizar las seriaciones y otras no, porque actúan por ensayo-error. Fracasan en las tareas en que tiene que ordenar más de diez elementos y en las de seriación múltiple (se requiere ordenar los objetos en función de dos dimensiones).

- Operaciones concretas: pueden realizar la seriación de forma mental e intercalar elementos nuevos en una serie ya construida. Cuando construyen series múltiples son capaces de establecer correspondencias entre los elementos de cada serie.

El alumnado de sexto de primaria, teniendo en cuenta los diferentes ritmos de aprendizaje y desarrollo, estaría posicionado en la transición a las operaciones concretas y en las operaciones concretas.

#### *1.1.4 La construcción del número*

Los niños aprenden durante la etapa de las operaciones concretas que los objetos pueden ser contados, por tanto la cantidad de objetos (el número) y las relaciones ordinales entre los mismos, ayudan a comprender y estructurar la realidad. Además también se llegan a comprender los números naturales y su relación con otras operaciones lógico-matemáticas.

Piaget afirma que las tareas de clasificación, seriación y números, son dominios diferentes pero que se desarrollan de forma sincrónica. Por ejemplo, cuando cuentan los objetos, los están contando e ignorando sus diferencias, solo importa el número de objetos que hay, independientemente de que sean iguales o diferentes entre sí.

Además también empiezan a comprender que los números guardan relación de inclusión de clases, es decir, el uno está incluido en el dos, el dos en el tres... En otras palabras, para comprender la noción de número, es necesario que el niño sea capaz de entender operaciones reversibles de clases y de seriaciones.

#### *1.1.5 Desarrollo de las nociones espaciales*

Para el desarrollo de estas nociones, se progresa en una serie de relaciones:

- Relaciones topológicas: tienen que ver con la proximidad, orden, cierre y continuidad de los objetos. Permiten distinguir una figura cerrada de una figura abierta. Se terminan de establecer a los siete años, excepto la continuidad que se establece en el periodo de las operaciones formales.
- Relaciones proyectivas: tienen que ver con la ordenación de objetos en el espacio y con las propiedades invariables de los objetos cuando se

cambia la perspectiva desde la cual se miran. Aparecen a los nueve-diez años.

- Relaciones euclidianas: tienen que ver con las distancias entre objetos y su medida (longitudes, superficies y volúmenes, ángulos, referencia horizontal y vertical...) y aparecen a los nueve-diez años.

#### *1.1.6 Desarrollo de las nociones temporales*

El desarrollo de estas capacidades implica comprender la sucesión temporal de los acontecimientos, la inclusión de intervalos de tiempos menores en tiempos mayores y la elección de una unidad de medida temporal que se aplique de igual forma a diferentes acontecimientos.

En el desarrollo de las nociones temporales, se producen y se adquieren un conjunto de transformaciones durante la etapa de las operaciones concretas:

- Transitividad: dos acciones sucesivas se coordinan en una sola. El niño es capaz de darse cuenta de que las comparaciones sucesivas  $a < b$  y  $b < c$  se coordinan en una sola  $a < c$  y como consecuencia, es capaz de hacer la seriación completa.
- Reversibilidad: el niño toma conciencia de que la realización de una acción puede compensarse por la acción de la realización contraria (por ejemplo la operación  $a+2$  se compensaría con su contraria  $a-2$ ).
- Asociatividad: el mismo resultado puede ser alcanzado por caminos diferentes ( $8+5+9 = 9+8+5$ ).
- Identidad: si se repite una acción a la que no se agrega nada a sí misma, esa acción tiene un efecto acumulativo.
- Tautología: la realización de una operación y su inversa es la operación idéntica (agrupar objetos y luego separarlos equivale a no hacer nada).

#### *1.1.7 Conclusiones*

Todas estas transformaciones que se producen en el pensamiento del niño al cambiar al periodo de las operaciones concretas, son la consecuencia de la descentración del pensamiento. En otras palabras, los niños dejan de tener en cuenta solo su punto de vista y empiezan a coordinar otros puntos de vista diferentes. Además el niño no necesita manipular directamente los objetos para

---

comprobar la transformación que se produce, sino que pueden anticipar mentalmente la consecuencia que tendrá una acción. Todo esto es posible gracias a que se ha alcanzado la reversibilidad del pensamiento.

A raíz de este cambio de pensamiento, los niños mejoran exponencialmente su capacidad para resolver problemas, ya que no se centran solo en el objeto y en sus propiedades, sino también en las relaciones lógico-matemáticas y espacio-temporales que guardan unos objetos con otros.

Sin embargo, su capacidad para razonar todavía presenta limitaciones importantes. Pueden razonar sobre la realidad que pueden percibir o manipular directamente, pero son incapaces de razonar a partir de proposiciones exclusivamente verbales o de ideas abstractas.

Para finalizar con el desarrollo cognitivo, con la llegada de la adolescencia, se produce el hito más importante de todos, la llegada del pensamiento formal. Este tipo de pensamiento aparece en la adolescencia y se extiende hasta la edad adulta, es decir, el desarrollo cognitivo ha llegado a su fin. De aquí en adelante se pueden acumular conocimientos sobre las distintas materias, pero la manera de pensar no cambiará.

Este pensamiento tiene como base las operaciones concretas pero es cualitativamente distinto. Uno de los cambios más importantes es que los niños ya son capaces de pensar de manera abstracta, es decir, ya no es necesario razonar acerca de objetos, situaciones concretas o que hemos tocado, sino que pueden evadirse de la realidad y abstraer lo que pueden pensar, sin necesidad de que sea nada concreto. Esto produce muchos cambios a la hora de plantearse y resolver problemas. Además esto va unido al desarrollo de la capacidad de formular hipótesis, dicho de otro modo, concebir alternativas que pueden suceder en una situación determinada y luego decidir si son verdaderas o falsas poniéndolas a prueba. Esto se llama razonamiento hipotético-deductivo. El adolescente empieza a concebir “lo que podría ser” además de “lo que es”.

Asimismo, es importante comentar la capacidad de atención. El proceso de atención desde que somos pequeños hasta que crecemos tiene un progreso creciente, es decir, cuando somos niños, somos incapaces y presentamos muchas dificultades para fijarnos solamente en la información relevante e ignorar

la irrelevante (atención selectiva). A los niños les cuesta mantener la atención durante periodos prolongados de tiempo.

A medida que vamos creciendo en edad, la capacidad de atención va aumentando y puede ser más controlada y planificada. A partir de los once-doce años, la capacidad atencional mejora significativamente pero no será hasta la adolescencia cuando puedan inhibir totalmente la información irrelevante.

## **1.2 Desarrollo emocional**

Según Sánchez (s.f), para que los niños lleguen a ser “emocionalmente competentes” tienen que adquirir determinadas capacidades de comprensión e interés por las interacciones, emociones, motivaciones o cogniciones de los demás. De esta manera, podrán sacar la información pertinente sobre los estados mentales de los demás y así poder predecir su conducta y comportarse en consecuencia. Por lo tanto, según Carriedo et al (2009) (citado en Sánchez s.f), para establecer relaciones sociales, estas no solo tendrán un componente afectivo sino también cognitivo.

### *1.2.1 Conciencia de las emociones propias*

A partir de los 10 años de edad, los niños empiezan a tener conciencia de las emociones propias. Empiezan a comprender que pueden tener emociones opuestas de manera simultánea en una situación (por ejemplo, puede estar contento porque ha recibido un regalo y triste al mismo tiempo porque su mejor amigo no ha podido venir a la fiesta).

Sin embargo, hasta que no llegan a la adolescencia, no pueden integrar completamente emociones opuestas con respecto al mismo aspecto (por ejemplo, saber que se quiere a un amigo aunque en ese momento esté enfadado con él).

Al llegar a la adolescencia, ya son capaces de revelar sus emociones y opiniones a los demás como una manifestación de autoafirmación, aunque esta acción pueda tener consecuencias negativas en sus relaciones.

La toma de conciencia de las emociones propias es un hito muy importante en el niño, ya que si comprende sus propias emociones, podrá interpretar las emociones de los demás y establecer relaciones con sus iguales. También

---

facilita la resolución de problemas ya que si es emocionalmente competente podrá decidir cómo actuar y poder evitar consecuencias indeseables derivadas de la actuación sin pensar, dejándose llevar por el impulso. Además, la toma de conciencia de las propias emociones es un punto muy fuerte para el desarrollo y la formación de la propia identidad.

Los siguientes hitos que se van a explicar, están relacionados con el desarrollo de este.

### *1.2.2 Capacidad para identificar y comprender las emociones ajenas*

Esta capacidad se va desarrollando de manera paralela a la toma de conciencia de las emociones propias. Como hemos dicho antes, a medida que avanza el desarrollo, los niños son capaces de realizar inferencias sobre los sentimientos y las emociones de los demás, tomando como referencia las suyas propias. Desde los 7 años, los niños van aprendiendo la relación entre la expresión facial y las emociones y sentimientos que desprendemos en algunas situaciones.

### *1.2.3 Capacidad de empatizar*

Los niños empiezan a experimentar emociones ante un estado emocional de otra persona e intentan entender cómo se siente la persona que está viviendo esa situación emocional determinada. Poco a poco se va desarrollando hasta que se implican de manera total en la capacidad de ponerse en el lugar del otro y ser capaces de sentir lo que el otro siente.

### *1.2.4 Capacidad de expresar verbalmente las emociones*

La capacidad de expresar verbalmente las emociones de forma apropiada a la cultura, sociedad en la que estamos, es una capacidad que se adquiere a los 12 años aproximadamente. El niño debe enfrentarse de forma adaptativa a las emociones negativas y estresantes, es decir, el niño tiene que aprender a regular su activación emocional. Debe ser capaz de controlar la intensidad y duración de sus emociones, expresarlas adecuadamente y después, desarrollar estrategias que le permitan afrontar las emociones negativas. Todo esto que hemos explicado, tiene que ver con el desarrollo de la autoestima, la cual no se alcanza hasta la adolescencia, ya que necesita de las demás capacidades explicadas y de un desarrollo cognitivo pertinente.

### **1.3 Desarrollo social**

Para explicar el desarrollo social nos vamos a centrar en los mayores hitos que se consiguen por edades.

Hay que tener en cuenta este desarrollo social que están viviendo los niños ya que por su inmadurez cognitiva relacionada con las relaciones sociales y su inmadurez en el desarrollo de la autoestima, pueden surgir determinadas dificultades de adaptación, bullying u otros problemas latentes en nuestra sociedad. Esto pasa porque los compañeros y los amigos empiezan a ser el principal marco de referencia y su apoyo emocional. Cuando las relaciones son positivas, probablemente el niño tenga un mejor ajuste emocional, puesto que se afianza el sentimiento de pertenencia al grupo y se potencian actitudes y creencias positivas.

#### *1.3.1 A partir de los 6 años*

En esta edad, empiezan a cobrar importancia otras situaciones sociales a parte de la propia casa o familia, es decir, los niños tienen que empezar a interactuar en otros contextos como la escuela, internet, ludotecas o cualquier espacio que favorezca la interacción lúdica con otro tipo de individuos a los que no se habían enfrentado antes, los iguales.

Aparece el juego violento, sobre todo en los chicos, y el cotilleo en las chicas. El cotilleo puede servir a las niñas para reafirmarse en un grupo, sentir ese sentimiento de pertenencia. A partir de aquí, los niños empiezan a tener un concepto de la amistad basado en la continuidad de relaciones con los demás y no solo de la realización de actividades concretas, en otras palabras, empiezan a diferenciar los amigos de los compañeros de clase, extraescolares u otras actividades.

#### *1.3.2 Hacia los 11 años*

El concepto de amistad se afianza aún más y se posiciona en la importancia de poder compartir valores y de sentirse comprendido por los otros. Aparecen sentimientos como la lealtad, la cercanía, la confianza mutua o la intimidad emocional.

### 1.3.3 A los 12 años

En esta etapa, el adolescente suele tener unos sentimientos diferentes: se siente incomprendido por los adultos y a la vez con una sensación de que podría comerse el mundo. Un rasgo muy potente del pensamiento adolescente es el egocentrismo (que no debe confundirse con el del niño de preescolar). El adolescente es egocéntrico porque se considera mucho más esencial y central en la vida de lo que realmente es (Elkind, 1967) (Citado en Sánchez, s.f). Además tienen la sensación de ser permanentemente observados y juzgados por los demás, y se consideran un ser excepcional, único, irreplicable y con un destino especial.

Además en la adolescencia, es donde surge la verdadera amistad, aquella que es diferente al simple compañerismo y tiene características propias:

- La amistad pasa de estar centrada en el juego a estar centrada en la conversación.
- Los amigos y las amigas salen de los confines del recreo y de la clase. Ahora surgen iniciativas de conversar sobre las inquietudes, aumentan las llamadas de teléfono y se hacen muchos planes para pasar juntos el tiempo.
- Las amistades se convierten en un importante foco de autoexploración y de apoyo emocional.
- Al necesitar más de los amigos y amigas para satisfacer ciertas necesidades, es frecuente que tengan que “trabajar” con los conflictos y desacuerdos. Ahora se requiere del adolescente que sea capaz de resolver los conflictos con ellos de forma que se reduzca la tensión sin perder la intimidad de la relación.

## 1.4 Desarrollo moral

Para explicar el desarrollo moral nos vamos a centrar en la teoría de Kohlberg (Citado en Sánchez, s.f).

Al principio de otras teorías, el desarrollo moral se consideraba como el control social (autoridad, normas...) sobre los deseos y los impulsos del individuo. En otras palabras, el niño acata las normas sociales a costa de inhibir sus

necesidades. Pero Kohlberg establece su propia idea sobre el desarrollo moral y se centra en dos supuestos:

- Las ideas morales no se construyen mediante la imposición de los adultos, por lo que no son el resultado del conflicto entre necesidades e intereses de los niños hacia la sociedad.
- Los conceptos morales no se adquieren solamente para evitar emociones negativas. Los niños tratan de comprender el mundo social que les rodea y a partir de las interacciones con los demás individuos y sus iguales, elaboran conceptos morales como justicia, igualdad, bienestar o derechos.

Para Kohlberg, el desarrollo moral se construye a partir de las interacciones sociales, cuando los niños son capaces de tener en cuenta la perspectiva de los otros. Establece el desarrollo moral en seis estadios de desarrollo agrupados en tres niveles:

- Nivel preconvencional (estadio uno y dos): las acciones de los niños están basadas en la obediencia y en la evitación del castigo.
- Nivel convencional (estadio tres y cuatro): empieza sobre los diez años hasta la adolescencia tardía. Las actuaciones de los niños están basadas en las obligaciones asociadas a los roles socialmente establecidos, en concepciones estereotipadas de lo que suele ser una buena persona y el respeto a las normas y a la autoridad legitimadas por el sistema social.
- Nivel postconvencional (estadio cinco y seis): las respuestas de los adultos están basadas en acuerdos contractuales, procedimientos acordados para resolver conflictos, respeto mutuo y diferenciación entre justicia y derechos. Los juicios están basados no en las normas establecidas, sino en la búsqueda del bien común, en la justicia y en la equidad. No todos los adultos llegan hasta los últimos estadios del desarrollo moral.

Por lo tanto, los alumnos que tendremos en una clase de sexto de primaria se encontrarán en el estadio convencional.

---

## 2. ALTAS CAPACIDADES

### 2.1 Definición y modelos

Para este apartado, lo primordial es definir lo que son las altas capacidades y los diferentes modelos teóricos que existen, para así poder identificar a un alumno con estas características en nuestra aula.

Para poder definir este término, hay que tener en cuenta que no existe un consenso en torno a él, y que no tienen una única definición, sino que tenemos que basarnos en los diferentes modelos para poder interpretar una definición.

Por eso vamos a comenzar explicando los principales modelos teóricos que existen respecto a las altas capacidades.

La explicación de estos modelos depende de la concepción que se tenía de las altas capacidades en ese momento:

#### *2.1.1 Modelos psicométricos o Enfoque clásico*

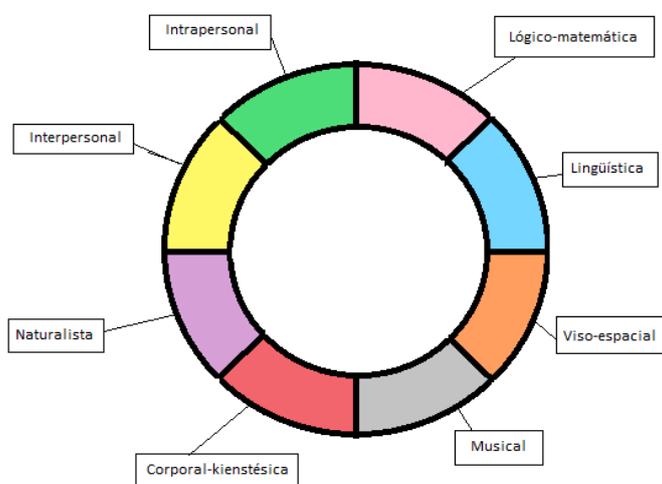
La característica principal de estos modelos es, que para identificar y valorar a una persona con altas capacidades, solo había que fijarse en su cociente intelectual. Es decir, se identificaban como alumnos con altas capacidades aquellos que tenían unas capacidades cognitivas muy avanzadas en comparación con sus iguales en edad y curso.

En otras palabras, aquellos alumnos que mediante un test y una escala de inteligencia tenían un alto cociente intelectual (CI) y evidenciaban un razonamiento abstracto muy avanzado (Pfeiffer, 2013).

Los autores más representativos de este modelo son:

- Terman (1917). Este autor propone que para que un alumno sea diagnosticado con altas capacidades deberá conseguir en las pruebas psicométricas un cociente intelectual de 130, según la escala de inteligencia de Stanford Binet. Esta sería la línea de corte para determinar la inteligencia superior. Actualmente se sigue utilizando por muchos profesionales (página oficial CREENA).

- Modelo de las Inteligencias Múltiples de Gardner (1985): Según este autor, la inteligencia no es un todo, sino que afirma que existen al menos ocho inteligencias separadas y distintas, que son percibidas como sistemas cognitivos independientes y no jerárquicamente establecidas. Son: lingüística, lógico-matemática, viso-espacial, musical, corporal-kinestésica, intrapersonal, interpersonal y naturalista, y recientemente se ha añadido una novena, la inteligencia existencial. Este modelo ha tenido gran impacto en el ámbito educativo y no tanto en el campo de las altas capacidades.



**Figura 1.** Esquema de las Inteligencias múltiples de Gardner

### 2.1.2 Modelos basados en el rendimiento o el desempeño sobresaliente

Estos modelos no descartan ni critican la importancia de una alta inteligencia. Desde esta perspectiva, se enfatiza también en la importancia de las destrezas, actitudes, motivación, rendimiento académico o el desempeño real en el aula (no notas excelentes en las asignaturas, sino habilidades sobresalientes en uno o más dominios) (Pfeiffer, 2013). Estos modelos se centran en medios directos del rendimiento académico para evaluar a los alumnos más capaces y no exclusivamente en pruebas cognitivas que miden el cociente intelectual. Hay que evaluar otros factores como la motivación, pasión por aprender de forma autónoma, creatividad, fuerza interior, perseverancia o intereses personales. Según Kaufman, (citado en Pfeiffer, 2013) “Estos factores no cognitivos tienen,

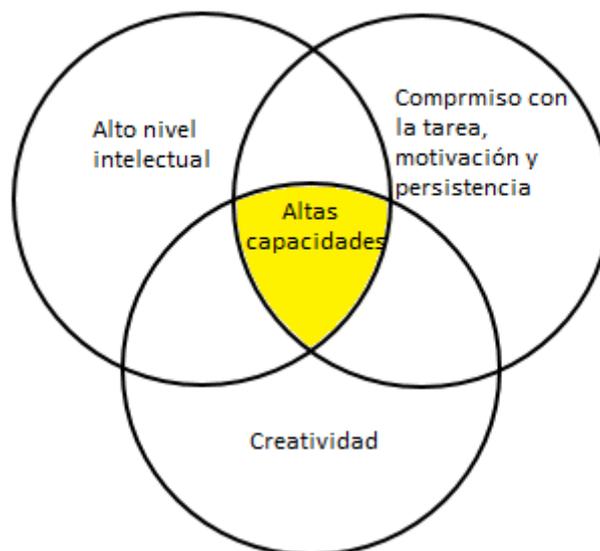
por supuesto, un impacto decisivo en el aprendizaje y desarrollo del talento de todos los alumnos, no solo de los más capaces". (Kaufman, p. 39)

Los autores más representativos de este modelo son:

- El modelo de los 3 anillos de Renzulli: (otra de las figuras con mayor influencia en el campo de las altas capacidades). Renzulli sitúa la superdotación en la intersección entre 3 características personales:
  - Habilidad por encima de la media, alto nivel intelectual, tanto en habilidades generales como específicas.
  - Compromiso con la tarea, alta motivación de logro y persistencia en la tarea.
  - Creatividad elevada (fluidez, flexibilidad, originalidad- pensamiento divergente) e implicación en las áreas de desempeño humano.

Considera que los niños superdotados y con talento son aquellos que poseen, o son capaces de desarrollar, este conjunto compuesto de rasgos, y aplicarlos a cualquier área potencialmente valiosa (página oficial CREENA).

Para Renzulli, un alumno con altas capacidades debía cumplir los tres requisitos, no bastaba con cumplir solamente uno (Bausela, s.f).



**Figura 2.** Modelo de los tres anillos de Renzulli

- Modelo diferencial de superdotación y talento de Gagné (1991): Este autor concibe la superdotación como la elevada competencia en uno o más dominios de la aptitud humana: intelectual, socioafectiva, creativa, sensoriomotora... y lo diferencia del significado de talento, que lo define como un rendimiento que se sitúa claramente por encima de la media en uno o más campos de la actividad humana: académico, artístico, técnico, interpersonal, atlético...

### 2.1.3 Modelos cognitivos

Estos modelos toman sus principios de las aportaciones de la psicología cognitiva y se centran en procesos cognitivos como la elaboración y la gestión de la información. Consideran que para explicar la conducta inteligente es necesario averiguar con qué tipo de representaciones opera el alumno, qué tipo de operaciones realiza y cómo se organizan entre sí. Estos modelos facilitan el establecimiento de las necesidades educativas del alumnado (página oficial CREENA).

Los autores más representativos son:

- Teoría de la inteligencia exitosa de Sternberg: Postula en su teoría que trabajan de manera simultánea: la creatividad, inteligencia (tanto académica como práctica) y la sabiduría. Sternberg (citado en Pfeiffer, 2013) afirma que “las personas que tienen una inteligencia exitosa se adaptan de forma armónica a un conjunto de entornos diversos, maximizando sus fortalezas y compensando o corrigiendo sus debilidades”. (Sternberg et al, 2011, 43). Este autor cree que las altas capacidades influyen tanto en competencias o aptitudes como en actitudes (cómo emplean esas aptitudes y competencias que han desarrollado). Sternberg postula que los alumnos con altas capacidades tienen fortalezas y limitaciones, y que despliegan al máximo sus fortalezas e intentan compensar sus limitaciones (Pfeiffer, 2013).
- El modelo “Talent Search” de Julián C. Stanley: incorpora características tanto de la concepción psicométrica como de los modelos de desarrollo del talento. (Pfeiffer, 2013). Este modelo está basado en la aplicación de out of level test (realización de test de dos años o más de su edad y curso

actual). Este modelo comenzó con Stanley en el campo las altas capacidades en matemáticas. Postula que, tras la administración del out of level test a los alumnos brillantes, proporciona mucha información diferenciada y precisa sobre su potencial y aptitudes. Además con esta aplicación, Stanley consiguió identificar a alumnos extremadamente brillantes dentro de los alumnos más capaces. También se dio cuenta de que no era suficiente con identificarlos, sino que había que proporcionarles experiencias educativas acordes a sus capacidades, formulando programas educativos con retos académicos acordes a las capacidades de estos alumnos (estos programas se han extendido como programas de verano, fin de semana y online en EEUU y a nivel internacional).

#### *2.1.4 Modelos socioculturales*

Estos modelos incorporan el valor de los contextos sociales para poder definir si un niño tiene altas capacidades o no, y consideran que se pueden desarrollar si existe un entorno y una interrelación favorable entre los factores individuales y sociales. Estos entornos condicionan las necesidades y resultados del comportamiento humano (página oficial CREENA). Estos modelos tienen en cuenta todos los factores (escolares, culturales, sociales o familiares) que pueden intervenir en la igualdad de oportunidades para recibir un estímulo intelectual suficiente para desarrollar sus altas capacidades intelectuales.

Si el entorno de estos alumnos es desfavorable y no tienen los estímulos suficientes para desarrollar sus altas capacidades, permanecen en un estado de latencia o infradesarrollo. Según Pfeiffer, “Son alumnos de familias pobres, alumnos inmigrantes de otros países y culturas con desfase curricular, familias en las que las altas capacidades no son valoradas ni estimuladas en el hogar, aquellos que crecen en entornos rurales aislados, pertenecen a etnias, o tienen una enfermedad que les obliga a estar hospitalizados durante un tiempo prolongado, son claros ejemplos de alumnos con desventajas para desarrollar sus capacidades en comparación con otros.” (Pfeiffer, 2013, 41)

Los autores más representativos de este modelo son:

- Modelo de interdependencia triádica de Mönks (1992): Este modelo es una modificación y extensión de la Teoría de los tres anillos de Renzulli. Mönks considera que la buena dotación depende de una interrelación efectiva entre seis factores: los sociales (colegio, compañeros y familia) y los rasgos esenciales de las altas capacidades (capacidad intelectual, motivación y creatividad) (página oficial CREENA). Al considerar el factor social en la superdotación, se pierde el sentido de “don” de la naturaleza o algo innato con lo que nacemos. En este modelo se da paso al concepto de “altas capacidades potenciales”, las cuales solo tendrán lugar si las capacidades confluyen con oportunidades de desarrollo y existenciales adecuadas.

La superdotación es la combinación de cinco factores:

- Inteligencia general
  - Aptitudes específicas
  - Factores no intelectuales como la motivación y el autoconcepto
  - Factores ambientales: propios del contexto social (familia, escuela, comunidad, cultura)
  - Factor suerte
- Modelo de Andrés Ericsson: se ha basado en la importancia de las variables ambientales, en especial aquella que llama “práctica deliberada”. Afirma que la práctica deliberada es la variable que produce todas las diferencias entre el desempeño experto y la conducta promedio en la mayor parte de los dominios de la actividad humana. Está específicamente diseñada para afianzar el desempeño al más alto rendimiento, bajo la supervisión de un profesor, con gran cantidad de feedback específico. Debe repetirse de manera consciente, continua y en altas dosis. La práctica deliberada permite llevar al individuo más allá de su zona de confort y de su nivel de competencia actual. (Pfeiffer, 2013)

Después los varios modelos que existen para definir las altas capacidades intelectuales, creo, a mi parecer, que la definición más completa nos la puede ofrecer Pfeiffer (2013), el cual nos presenta un “modelo” para poder enfocar, identificar y evaluar a los alumnos más capaces. Este es el Modelo Tripartito. Este modelo nos ofrece tres visiones o lentes para ver a los alumnos con altas

---

capacidades, tres formas distintas pero complementarias, ya que afirma que ninguna concepción es absolutamente correcta. Este modelo no está impulsado por la investigación o la teoría, sino que nace de la experiencia clínica de Pfeiffer y de la necesidad práctica. La finalidad de este modelo es poder definir y conceptualizar las altas capacidades y poder incluir diferentes tipos de estudiantes con estas características. Además proponer determinados programas de ayuda:

- Altas capacidades a través de la lente de la alta inteligencia: Alumnos con altas capacidades intelectuales en comparación con sus iguales en edad o curso, en otras palabras, los alumnos que tienen un alto cociente intelectual. Los programas de ayuda de estos estudiantes consisten en recibir una enseñanza avanzada y con un nivel de reto adecuado y avanzado, es decir, se consigue mediante la modificación del currículo.
- Altas capacidades a través de la lente del alto rendimiento o del desempeño sobresaliente: en esta perspectiva se enfatiza también la importancia de las destrezas, actitudes, motivación, rendimiento académico o evaluación “out of level” (pruebas de dos o más cursos superiores a la edad del alumno). Los programas de ayuda para el desarrollo de este tipo de altas capacidades son programas de enriquecimiento y con un currículo con un nivel de desafío adecuado.
- Altas capacidades a través de la lente del potencial para rendir de modo excelente. Esta lente observa a los alumnos según los modelos socioculturales explicados anteriormente. Los programas se basan principalmente en que con suficiente estimulación, apoyo educativo e intervención específica, los alumnos demostrarán un incremento significativo, tanto en pruebas de cociente intelectual como en su rendimiento académico. Hay que proporcionarles las ayudas psico-educativas apropiadas, tiempo, un entorno adecuado y altamente estimulado, tutoría y un programa adecuado. De esta manera, estos estudiantes pueden llegar a actualizar su alto potencial todavía no desplegado.

Bausela (s.f), también afirma que las altas capacidades son un estado que se va desarrollando desde pequeño, ya que nadie nace genio. Se puede nacer con unas capacidades, pero solo si estas son debidamente desarrolladas se convertirán entonces en habilidades superiores, talento o sobredotación.

Aprovechando la aportación de esta autora, vamos a diferenciar entre varios términos que suelen ser relacionados de manera equívoca con la alta capacidad, según Goñi (2013-2014):

- Talento: una persona destaca de manera especial en un ámbito o ámbitos específicos (ej. artístico, musical, verbal...). Las características son una mayor velocidad de ejecución y rápida automatización de procesos. Hay dos tipos de talento:
  - Talento simple: solo destacas en un área concreta (ej. talento musical).
  - Talento compuesto: combinación de diferentes aptitudes específicas (ej. aptitud espacial, creatividad y razonamiento lógico).
- Precocidad intelectual: no se trata de un fenómeno intelectual sino evolutivo. Implica un ritmo de desarrollo más rápido. El alumno precoz posee más recursos intelectuales que sus iguales en el desarrollo madurativo pero cuando alcanza el máximo de su capacidad intelectual (a los 12 o 13 años) su desarrollo es igual que el de sus compañeros.
- Prodigio: son niños que logran ejecuciones sobresalientes en edades tempranas, normalmente antes de los 10 años y con obra de un adulto competente.
- Genio: persona tan capaz en su campo, que rompe con todas las normas y termina creando las suyas propias. Son extremadamente inteligentes, creativos y muy productivos. Esto se consigue a lo largo de la vida adulta ya que requiere madurez y experiencia.

Una vez realizada esta síntesis teórica de los modelos que existen y de la diferenciación de términos, recopilaremos las diferentes características que este tipo de alumnos poseen, para así poder identificarlos de manera más sencilla y poder actuar conforme a sus necesidades.

## 2.2 Características y disincronías

No es sencillo establecer una lista de características que se podrían observar en un niño con altas capacidades intelectuales, ya que es un grupo muy heterogéneo, pero existen una serie de características o rasgos que los diferencian del resto del alumnado. Se pueden clasificar las características en cognitivo-intelectuales, afectivo-sociales y personalidad:

**Tabla 1.** Características de los niños con altas capacidades

Cognitivo-intelectuales	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Mucha curiosidad y preguntan el porqué de todo</li> <li>▪ Manejo impresionante de conocimientos generales</li> <li>▪ Vocabulario muy amplio y moderado para la edad</li> <li>▪ Memoria excelente, capaces de retener gran cantidad de información</li> <li>▪ Aprenden a leer solos a menor edad que sus iguales</li> <li>▪ Cerebro más eficaz y práctico</li> <li>▪ Alta capacidad para manipular símbolos</li> <li>▪ Destreza superior para resolver problemas a nivel mental sin haber aprendido las operaciones aritméticas</li> <li>▪ Pueden volver hacia atrás y retomar los pasos durante los procesos mentales</li> <li>▪ Altos niveles de comprensión y generalización</li> <li>▪ Mayor capacidad de interrelacionar conceptos</li> <li>▪ Capacidad de concentración y atención que aumenta si el tema es de su interés</li> <li>▪ Persistencia en la tarea, sobre todo si es un reto intelectual</li> <li>▪ En gran parte autodidactas</li> </ul>
Afectivo-sociales	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Gran sensibilidad e intensidad emocional</li> <li>▪ Racionalización de los sentimientos y emociones</li> <li>▪ Perfeccionistas</li> <li>▪ Capacidad de liderazgo</li> <li>▪ Relaciones con los iguales difíciles, prefieren amigos de mayor edad</li> </ul>
Personalidad	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Desarrollan antes el autoconcepto, en general positivo</li> <li>▪ Altos niveles de pensamiento crítico</li> <li>▪ Creativo, capaces de resolver problemas de manera original, con imaginación</li> <li>▪ Amplio abanico de intereses y hobbies</li> <li>▪ Gran flexibilidad (capacidad para adaptarse a situaciones nuevas)</li> <li>▪ Gran autoestima</li> <li>▪ Autorregulación (capacidad para modificar el comportamiento en situaciones específicas)</li> <li>▪ Suelen ser más reflexivos y menos impulsivos</li> <li>▪ Alta motivación, sobre todo intrínseca</li> <li>▪ Perseverancia, tenacidad y persistencia</li> </ul>

- Perfeccionismo
- Sentido de la justicia, sensibilidad hacia las necesidades de los demás
- Mucha imaginación y fantasía

Después de identificar las características que puede tener un niño con altas capacidades, es muy importante conocer los diferentes tipos de disincronías. Son un factor de riesgo que pueden aparecer en algunos niños con altas capacidades, pero no son características comunes a ellos, es decir, no todos los niños las tienen. Es importante tenerlo en cuenta para poder tomar medidas a tiempo y evitar problemas en su proceso de enseñanza-aprendizaje. La disincronía se define como “desequilibrio en las capacidades del niño, producido por una diferencia en el desarrollo del sujeto y que afecta tanto a su propia dimensión interna como a las relaciones con el entorno.” (Jean Charles Terrasier, citado en la página oficial de CREENA).

### *2.2.1 Disincronías*

- Disincronía inteligencia/psicomotricidad: Los niños con altas capacidades no tienen la misma precocidad en el plano psicomotor que en el plano cognitivo, pudiendo acarrear dificultades a nivel de escritura, ya que, con otras palabras, el pensamiento corre más que la mano por lo que no puede seguirle el ritmo. Puede desembocar en problemas de rigidez muscular, retraso en la psicomotricidad, rechazo a la lectura y a la escritura.
- Disincronía lenguaje/razonamiento: la capacidad de razonamiento va por delante que las adquisiciones verbales. Pueden surgir problemas, como por ejemplo que lea algo y lo entienda, pero luego a la hora de explicarlo tenga dificultades porque no va a tener los medios para expresarlo.
- Disincronía inteligencia/afectividad: estos niños pueden acceder a más información de la que son capaces de entender y gestionar, ya que son inmaduros emocionalmente y puede ser para ellos una fuente de miedo, angustia, ansiedad...
- Disincronía social: este tipo de disincronía se puede dar en diferentes ámbitos y es el desequilibrio entre su edad mental y su edad real. Por

ejemplo, en el aula se impone un ritmo homogéneo en el aprendizaje y puede ser un problema. También pueden surgir contratiempos con la edad cronológica de sus compañeros, ya que él intentará tener relaciones de amistad con niños más mayores y más desarrollados intelectualmente para poder tener conversaciones más interesantes, pero en los deportes de exterior elegirá a los niños de su edad.

Después de toda esta información, ya tenemos más claro como es un alumno con altas capacidades, pero como hemos mencionado anteriormente, las necesidades educativas de estos niños no están tan claras como las actuaciones con otras dificultades de aprendizaje. Todo esto viene también porque los niños con altas capacidades intelectuales tienen una serie de mitos sobre su espalda. Si los profesionales o educadores persistimos en ellos, conseguiremos distanciarnos de una buena actuación. Por ello, vamos a exponerlos a continuación para poder tenerlos en cuenta.

### 2.3 Mitos

**Tabla 2.** Mitos y aclaraciones de los niños con altas capacidades

<b>Mitos/estereotipos</b>	<b>Aclaraciones</b>
Todos los alumnos superdotados tienen características y comportamientos similares.	Son un grupo muy heterogéneo entre sí, como el resto de los niños.
Son inadaptados, insociables e inestables.	La probabilidad de que esto ocurra es la misma que en cualquier otro grupo social.
Peor desarrollo emocional.	Son más estables pero pueden ser más vulnerables emocionalmente.
Son superniños y superniñas.	Tienen habilidades excepcionales pero también tienen carencias.
Debido a su alta capacidad no necesitan ayuda y pueden autoeducarse.	Falso. Además en muchos casos tienen dificultades para saber estudiar o pueden fracasar en los estudios.
Son niños que se aburren en el colegio y manifiestan problemas de conducta.	Se pueden aburrir si los objetivos educativos no se corresponden con sus capacidades e intereses, pudiendo originar retraimiento o conductas disruptivas en el aula.

Su capacidad es innata, estática y fija.	Sus capacidades son susceptibles de desarrollo y de educación.
Lo hacen todo bien, sobresalen en todo y son buenos en todo.	Algunos sí pero otros pueden destacar solamente en algunas áreas.
Consiguen excelentes resultados escolares.	No es garantía de éxito escolar. Hay alumnado con AACC con bajo rendimiento escolar e incluso fracaso.
Los alumnos con un elevado CI tienen garantizado el éxito escolar y profesional.	La relación CI/éxito escolar o profesional solo corresponde a un 20%. El 80% restante es debido a componentes de la inteligencia emocional: <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Conocimiento de uno mismo/autoconsciencia</li> <li>▪ Gestión del humor</li> <li>▪ Motivación de uno mismo</li> <li>▪ Autocontrol</li> <li>▪ Empatía</li> <li>▪ Habilidades sociales</li> </ul>

Después de toda esta información podemos concretar un perfil de un alumno de altas capacidades de manera más concreta y correcta..

## 2.4 Estrategias

Para conseguir una educación de calidad, esta debe ir dirigida a todo el alumnado, teniendo muy presente las diferencias individuales y sobretodo, la forma más adecuada de poder atenderlas.

Según Alía, J.F.R (2008), esto supone que el sistema educativo asuma la función de planificar, desarrollar y evaluar las respuestas educativas específicas para atender a cada alumno con sus diferentes necesidades.

Para dar respuesta a un alumno con altas capacidades hay que promover el desarrollo equilibrado de las capacidades y de la personalidad, teniendo en cuenta las características, necesidades e intereses diversos. Como afirma Arocas, Martínez y Martínez (s.f), para todos los alumnos es muy importante conseguir un desarrollo equilibrado de todas las capacidades, pero para los más capaces hay que conseguir eso y además no frenar su desarrollo cognitivo, para evitar los desajustes y disincronías.

Las Olimpiadas Matemáticas como recurso para alumnos con altas capacidades intelectuales

---

Por lo tanto, para dar una respuesta adecuada, hay que realizar una identificación precisa de las necesidades que puede tener el alumno, y así estructurar las ayudas específicas para solventarlas (Garbari, I, 2018-2019).

Como sabemos, dicha respuesta educativa debe contemplar primeramente las medidas ordinarias, es decir, las medidas que realiza el profesor en el aula posibilitando ajustes metodológicos y organizativos, ajustes en la relación con las actividades docentes y ajustes respecto a los contenidos curriculares en las distintas áreas o materias. Posteriormente, se deberán contemplar las medidas extraordinarias de atención a la diversidad, como son las adaptaciones curriculares individuales, o incluso como último recurso, la flexibilización o aceleración del periodo escolar, siempre y cuando dicha medida contribuya a un mejor ajuste de las necesidades educativas.

Como bien dicen Ganuza, Leoz y Aranaz (1997), al tratar con el tema de la diversidad es muy difícil limitar y dividir lo ordinario y lo extraordinario. En el extremo más ordinario estarían aquellos cambios que el profesor hace habitualmente para responder al estilo de aprendizaje y motivación de los alumnos, y en el extremo extraordinario, estarían los ajustes que se apartan significativamente del currículo ordinario.

Con estas medidas queremos proporcionar actividades de aprendizaje a nivel y ritmo apropiados, ampliar información sobre diversos temas, estimular para conseguir metas y aspiraciones de alto nivel, proporcionar experiencias de pensamiento creativo y diferentes soluciones para problemas y además desarrollar la independencia y autodirección en el aprendizaje.

Las estrategias que se proponen con un alumno de altas capacidades son:

El enriquecimiento curricular: es una estrategia en la que se aplican diferentes medidas de adaptación del currículo general. Según Renzulli y su teoría de los tres anillos, hay tres tipos de enriquecimiento. Tipo 1 o de los contenidos, Tipo 2 o del procedimiento y Tipo 3 o del producto.

Creo que la mejor manera para un profesor de abordar una respuesta educativa con niños de altas capacidades es seguir un poco el planteamiento que hacen Arocas, Martínez y Martínez (s.f) incorporando ideas de Alfonso, V (2018-2019).

Para comenzar con la respuesta educativa, lo primero que nos vamos a preguntar es:

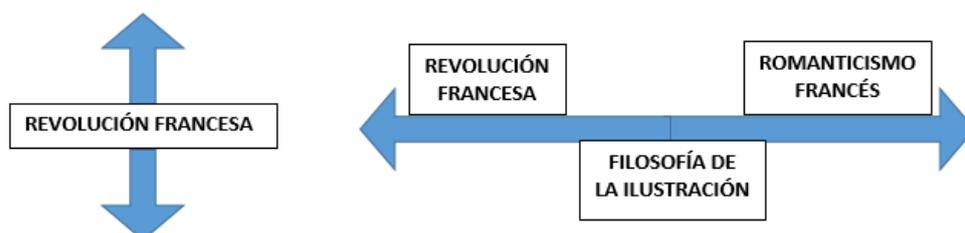
- ¿Nos sirven los *contenidos* a trabajar, tal y como los tenemos programados en este momento? (Según Renzulli, Enriquecimiento de tipo 1 o de los contenidos)

Esto suele ocurrir cuando el nivel de competencia curricular es superior a la del curso, por lo tanto hay que identificar los contenidos que ya domina y enriquecerlos.

- Identificar la secuencia de *contenidos conceptuales* de cada área para poder profundizar y ampliar aspectos, y buscar la relación con los contenidos de otras áreas. La ampliación de contenidos debe girar sobre los contenidos ordinarios, ampliando información o aumentando su nivel de complejidad. “Es básico no copiar actividades o contenidos de un curso superior ni ampliar solamente el número de actividades porque se perdería el objetivo con el que se realiza.” (Arocas, Martínez y Martínez, s.f, 7).

Hay dos tipos de ampliación:

- Ampliación vertical: mayor cantidad de información de un mismo tema.
- Ampliación horizontal: enseñanza que favorece las interconexiones entre contenidos de la misma área o de otras áreas diferentes.



**Figura 3.** Ampliación vertical y horizontal

- Establecer en cada área itinerarios complementarios o alternativos para los alumnos con un ritmo de aprendizaje más rápido.
- Analizar en la secuencia de *contenidos procedimentales* (Enriquecimiento tipo 2 según Renzulli) aquellos que requieren

mayor grado de dificultad, valorando la posibilidad de ampliar acciones o estrategias que forman parte de cada procedimiento que hay que aprender, para que fomente el pensamiento divergente, creativo, la toma de decisiones, la resolución de problemas...

- Priorizar aquellos *contenidos actitudinales* (también es enriquecimiento tipo 2) que tienen como objetivo aprender a aceptar, valorar y respetar las diferencias, empatía y habilidades sociales.

Lo siguiente que debemos preguntarnos una vez hemos reconocido e identificado los contenidos a profundizar o ampliar es:

- ¿La *metodología* que usamos de manera preferente, permite cubrir las necesidades de todos los alumnos del aula?

Lo importante es que la actividad de clase permita ajustarse a ritmos de trabajo diferentes. “Quizá la estrategia de actuación básica es saber combinar diferentes estrategias.” (Arocas, Martínez y Martínez, s.f, 10). Además, sabemos que los planteamientos muy rígidos y las actividades muy estructuradas no son las más idóneas para los alumnos con altas capacidades. Al contrario, las propuestas abiertas o semiestructuradas y las actividades que permiten diferentes formas de realización son las más útiles para ellos. También son útiles las metodologías de aprendizaje por descubrimiento, enseñanza tutorizada, programas para alumnos con intereses comunes derivados del currículo (por ejemplo las olimpiadas matemáticas).

- Otra cuestión muy importante a tener en cuenta son *los agrupamientos*. ¿Los que utilizamos normalmente son adecuados también para los alumnos con altas capacidades?

Los agrupamientos que necesitan los alumnos más capaces para poder desenvolverse mejor dependerán de sus necesidades educativas, ya que recordamos que este grupo es muy heterogéneo. Por lo tanto los agrupamientos que realizamos en el aula podrán favorecer a todos los alumnos.

Hay varios: grupos reducidos, agrupamientos parciales o grupos flexibles de internivel o intranivel. Estos agrupamientos se pueden hacer en función de las características del alumnado para ampliar una materia o profundizarla sobre un tema de interés. También se puede crear un rincón en el aula con actividades de libre elección: se trata de que en algunos momentos pueda elegir libremente realizar actividades que respondan a sus intereses. Además puede haber agrupamientos diferentes como por ejemplo agrupaciones especiales en el centro ordinario (aula de PT) o agrupaciones en actividades extraescolares (por ejemplo olimpiadas matemáticas).

- Y por último nos debemos preguntar: ¿la *evaluación* que utilizamos nos permite identificar y valorar los progresos de los alumnos con altas capacidades (enriquecimiento tipo 3 según Renzulli)? Generalmente buscamos averiguar lo que el alumno sabe o no sabe, pero pocas veces intentamos valorar hasta donde sabe y cuánto. Si tenemos en cuenta los enriquecimientos 1 y 2 para evaluar al alumno aportaremos experiencias significativas y relevantes, ya que nosotros los docentes seremos guías y facilitadores.

Como hemos comentado anteriormente, es muy difícil poner una frontera entre las medidas ordinarias y extraordinarias, pero sí sabemos que una adaptación curricular individual es una medida extraordinaria. Esta medida se lleva a cabo cuando se han tomado decisiones en la programación del aula pero no han sido suficientes para dar respuesta a las necesidades específicas del alumnado más capaz, por lo que debemos plantearnos la necesidad de elaborar una adaptación curricular individual (ACI). La base de esta adaptación debe ser siempre las necesidades educativas del alumno, por lo tanto, la evaluación psicopedagógica será el paso previo e imprescindible para su elaboración. Esta evaluación contextualizada debe comparar los contenidos que se plantean trabajar en el grupo-clase con los niveles de competencia del alumno, sus intereses y las estrategias que utiliza. De esta forma, se podrá marcar la línea directriz de las adaptaciones que se van a necesitar. Estos cambios pueden establecerse en los objetivos y contenidos, en la metodología o estilo de aprendizaje, y en la

evaluación. Cuando los alumnos llegan a este tipo de medidas, quiere decir que los contenidos previstos para trabajar los han aprendido o por el contrario los adquirirán antes que sus compañeros. Por lo tanto, hay que identificar dichos contenidos para poder eliminarlos o introducir otros.

Si los adquiere, se ampliarán de manera vertical u horizontal. Hay que tener en cuenta que si no se eliminan contenidos y solo añadimos, corremos el riesgo de que parezca trabajo extra y que produzca desmotivación y fracaso, con riesgo de que el alumno no quiera sobresalir para evitar esa carga.

En principio no conviene elegir contenidos de otros niveles superiores a menos que el alumno haya demandado información sobre los mismos. Además debemos saber cómo aprende y así programar actividades a ampliar, que tengan diferentes grados de dificultad y que permitan a los alumnos más capaces utilizar esas actividades más complejas y más adecuadas a sus características. Hay que tener en cuenta que programar actividades diversas para trabajar un mismo contenido permite desarrollar los contenidos con distinto nivel de profundidad y extensión.

Por último, como medidas excepcionales, se podrá plantear la flexibilización/aceleración del alumno. Con esta medida el alumno podrá adelantar uno o varios cursos sobre el que le correspondería por edad, y así reducir el periodo de tiempo en el que el alumno realiza la escolaridad obligatoria. Esta medida se tomará como último recurso, después de agotar todas las demás. Además hay diferentes aceleraciones:

- Admisión temprana a Educación Primaria (antes de los 6 años).
- Omitir uno o más cursos (se permite hasta tres en la escolarización obligatoria entera).
- Omisión de alguna materia (no realiza los aprendizajes en el aula ordinaria).
- Programa de estudios acelerados (cursos a mayor velocidad).
- Cursos concurrentes (curso un nivel superior y cuando aprueba se le dan por superados los anteriores).
- Compactar el currículo.

## 2.5 Marco legislativo

La educación especial comenzó con la Ley Orgánica 1/1990, de 3 de octubre, de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE), que supuso revolución auténtica para la educación española y para los derechos educativos de todos los niños al establecer principios de integración, normalización e individualización. Además se establecían cambios para seguir avanzando hacia la igualdad educativa. Por ejemplo, la educación especial deja de ser una modalidad de educación diferente a la ordinaria, se establece una evaluación psicopedagógica de las necesidades educativas especiales, se establecen profesionales especialistas y recursos materiales para suplir estas necesidades y se limita la escolarización en centros específicos. El problema de esta ley es que no incluye alusiones claras a los alumnos con altas capacidades. Sin embargo, con esta ley se avanzó mucho en cuanto a la educación especial. No fue hasta el Real Decreto 696/1995, de 28 de abril de "Ordenación de la educación de los alumnos con necesidades educativas especiales" cuando se hizo la primera alusión explícita a los superdotados, para promover el desarrollo equilibrado de sus capacidades.

La Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (LOE) fue muy importante, ya que su objetivo principal era hacer efectivo el derecho de la educación en todos los ciudadanos. Hay un cambio de nombre de necesidades educativas especiales (NEE) a alumnos con necesidades específicas de apoyo educativo (NEAE), en el que se integran a los alumnos ya identificados como NEE, y se incluyen los alumnos con altas capacidades, alumnado con integración tardía al sistema educativo español y alumnado con dificultades específicas de aprendizaje.

Siguiendo con esta ley, se instauró la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (LOMCE), en la que se concreta que la identificación y valoración de las necesidades educativas de este alumnado se realizará lo más tempranamente posible, por personal con la debida cualificación y en términos que determinan las administraciones educativas.

En Navarra, la normativa que se establecía con los alumnos de necesidades educativas especiales se basaba en la normativa vigente estatal. Esto cambió

Las Olimpiadas Matemáticas como recurso para alumnos con altas capacidades intelectuales

---

en 2008, cuando se establece la Orden Foral 93/2008, de 13 de junio en la que se establecen los principios de las necesidades educativas especiales. Según esta orden, el alumnado con necesidades especiales es “aquel que requiere, por un periodo de escolarización, o a lo largo de toda ella, determinados apoyos y atenciones educativas específicas derivadas de discapacidad física, psíquica, sensorial (auditiva o visual) o trastornos graves de conducta”.

Además, la diversidad en los centros constituye una realidad que ha de ser asumida por todo el profesorado con criterios de normalización, atención personalizada e inclusión total, tal y como refleja la Orden Foral 93/2008, en su artículo 4, punto 2, donde establece que para adecuar la respuesta al alumnado con necesidades especiales de atención educativa y prever los recursos necesarios para su correcta escolarización será necesario una evaluación psicopedagógica.

El capítulo IV de esta ley está dedicado exclusivamente al “Alumnado con altas capacidades”: establece la definición, los criterios de escolarización, la identificación y la evaluación de las necesidades de este alumnado, las medidas ordinarias y extraordinarias disponibles, y los procedimientos para aplicarlas y registrarlas (artículos 19, 20 y 21).

Además, el Decreto Foral 76/1993, de 1 de marzo, nombra al CREENA como estructura encargada de la orientación, actuación e intervención complementaria y subsidiaria a la atención a la diversidad en centros educativos. El Decreto Foral 66/2010, por el que se regula la orientación educativa en Navarra, define que será el orientador/a el que realice dicha evaluación psicopedagógica y coordine el proceso como parte de sus funciones.

Como podemos observar y comparar con lo ya analizado anteriormente, hasta el siglo pasado, se defendía que los niños superdotados no precisaban de ninguna atención especial ya que ellos mismos se valían con sus excepcionales aptitudes.

Para continuar con el trabajo, después del análisis y de conocer a los alumnos con altas capacidades, nos vamos a centrar en las altas capacidades intelectuales en matemáticas.

### 3. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN MATEMÁTICAS

En este apartado, hablaremos de las diferentes estrategias para poder abordar la resolución de problemas en el aula, ya que las Olimpiadas Matemáticas, constan de esto, es decir, resolver problemas con los conocimientos que poseen los alumnos. Para eso es necesario que los alumnos tengan claras las estrategias, la manera de actuar ante un problema u otro, elaborar un esquema mental de lo que van a hacer, revisarlo cuando acaben, etc.

Como afirma Chamorro (2003), en el currículo español, la resolución de problemas tiene un bloque específico y es un tema transversal. Esto nos da a conocer la importancia que tiene en la vida cotidiana, ya que enseña a los alumnos a plantearse y resolver problemas, que están en la base de todo conocimiento científico. La resolución de problemas va más allá de hacer una operación y encontrar un resultado, más que hacer un algoritmo, es un reto individual para el alumno y constituye la actividad por excelencia del ser humano, descubrir.

Según Vila y Callejo (2005), la resolución de problemas estimula a los alumnos a abordar situaciones nuevas, a elaborar estrategias de pensamiento, a plantearse preguntas y a aplicar sus conocimientos y destrezas a otras situaciones.

Podemos establecer que la resolución de problemas es una herramienta para pensar matemáticamente, formando alumnos autónomos, críticos y positivos, capaces de tener su propio criterio estando a su vez abiertos a los de otras personas.

Como sabemos, en el currículo español, los contenidos están clasificados por: conceptuales, procedimentales y actitudinales. Por tanto, según afirman Vila y Callejo (2005) en la resolución de un verdadero problema interviene el saber, el saber hacer y el saber cómo hacer, y también interviene el saber sentir.

Como hemos mencionado, resolver un problema debe ir más allá que solamente la realización de los algoritmos y encontrar un resultado. Como nos defienden Carrillo y Contreras (2000), (Citado en Vila y Callejo), llegar a una conclusión no

---

es dar un resultado, también es interpretarlo y avanzar en el planteamiento de otros problemas.

Todo esto que hemos comentado, es muy importante tenerlo en cuenta con nuestros alumnos, tanto con los alumnos más capaces como con los demás, ya que la resolución de problemas tiene muchas ventajas si se realiza de manera correcta. Además, para nuestros alumnos con altas capacidades, esto les ayudará a crear un pensamiento estratégico, que es una capacidad muy importante a tener en cuenta. Los alumnos deben ser capaces de identificar estructuras generales en situaciones y contextos diferentes, ya que ahí es cuando se realiza el verdadero aprendizaje significativo, que luego podrán aplicar a cualquier situación de su vida.

Según Polya (1965) (Citado en Rico y Lupiáñez, 2008) Un profesor de matemáticas, a la hora de abordar el tema de la resolución de problemas, tiene dos caminos a seguir. Uno sería hacer que sus alumnos hagan operaciones rutinarias, lo cual matará el interés de los niños, impidiendo su desarrollo intelectual, y el otro sería despertarles la curiosidad y el gusto por los problemas creando un pensamiento independiente.

Los principios que orientan la acción educativa son los siguientes:

- Equidad: la excelencia en educación matemática requiere igualdad, altas expectativas y un fuerte apoyo a todos los estudiantes.
- Currículo: las actividades que se realizan no deben ser una colección de actividades, sino que deben ser coherentes, centradas en lo relevante y articuladas para los distintos niveles.
- Enseñanza: para una enseñanza efectiva de las matemáticas se requiere que los profesores conozcan y sepan lo que necesitan los estudiantes, para estimularlos y conducirlos a un buen aprendizaje (el reto es descubrir lo que saben y necesitan aprender).
- Aprendizaje: es indispensable la comprensión, activar el nuevo conocimiento desde la experiencia y relacionarlo siempre con los conocimientos previos que ya tienen los alumnos, para que creen sus conexiones y mapas mentales.

- Evaluación: debe apoyar el aprendizaje y aportar información útil a los profesores y el alumnado.
- Tecnología: esencial en la enseñanza y en las matemáticas. Influye y refuerza el aprendizaje de los estudiantes.

### **3.1 ¿Qué es un problema?**

Primero vamos a definir qué es un problema, según Vila y Callejo (2005). Es una situación planteada con una finalidad educativa. La diferencia es que en este tipo de ejercicios, la solución no es inmediata y accesible para el alumno, ya que no dispone de un algoritmo que relacione los datos con la conclusión.

Por lo tanto, la finalidad y el objetivo de este método es que los alumnos busquen, investiguen, establezcan relaciones... Según Schoenfeld, 1992 (Citado en Vila y Callejo, 2005), “es una herramienta para pensar matemáticamente”.

En consecuencia, la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas, es una manera de modificar el desarrollo habitual de las clases de matemáticas y así conseguir que el énfasis esté en el alumno y en sus procesos de pensamiento. Gracias a ello, estamos formando alumnos que tengan una capacidad autónoma de resolver problemas, que sean críticos y reflexivos, que se pregunten el porqué de los hechos, que lo relacionen con sus interpretaciones y experiencias y que sean capaces de dar sus propias explicaciones teniendo criterios propios, modificando la respuesta si fuera necesario.

Todo esto exige un clima educativo de confianza, donde los alumnos crean en sus capacidades y habilidades, y sobre todo un clima donde no teman equivocarse, puedan cambiar de opinión o puedan decir “no lo sé”. Para eso debemos valorar los procesos y los progresos de los alumnos y no solo sus respuestas o resultados.

Un papel muy importante en este proceso lo tiene el profesor, que debe proponer problemas que no les creen frustración pero que al mismo tiempo sean un reto para ellos. Es muy importante fomentar el trabajo en grupo, la comunicación y compartir ideas mediante el diálogo (Vila y Callejo, 2005).

### 3.2. Fases de la resolución de problemas

Como nos afirman Vila y Callejo (2005), es muy difícil establecer fases en la resolución de problemas ya que eso significaría que es un proceso lineal y que siempre hay que seguir esos pasos. Por lo tanto, lo importante no es etiquetar las fases, sino concebirlas como estados por los que pasará el alumno. Nosotros como maestros debemos conocerlas para poder ayudarles.

Para elaborar estas “fases” nos vamos a centrar en el Modelo de Polya, el cual establece cuatro estados: (Prados, M<sup>o</sup> C, 2017-2018)

- 1<sup>o</sup> Comprender el problema: identificar la incógnita, los datos, saber las condiciones del problema, si son suficientes, redundantes.... Como afirma Polya (2005) en su obra más importante “Cómo plantear y resolver problemas”, este primer paso se puede hacer a partir de preguntas (¿Cuál es la incógnita? ¿Qué datos conocemos? ¿Qué buscamos?...) que deben ser generales que sirvan para cualquier problema. Cuando un profesor hace preguntas, puede proponerse dos fines, aunque estén estrechamente ligados ya que si el alumno logra resolver con éxito el problema en cuestión, está desarrollando la habilidad en la resolución de problemas:
  - Ayudar al alumno a resolver el problema en cuestión.
  - Desarrollar la habilidad del alumno de tal modo que pueda resolver por sí mismo problemas ulteriores.
- 2<sup>o</sup> Concebir un plan: determinar la relación que hay entre los datos y la incógnita. Si los alumnos no encuentran una relación inmediata se puede:
  - Intentar relacionar un problema con otro similar ya resuelto.
  - Identificar las nociones matemáticas que puedan contribuir a la resolución.
  - Dar el problema como resuelto.
  - Buscar un contraejemplo.
  - Tantear.

En este apartado es muy importante la planificación, es mejor hacerla por escrito, de forma clara, simplificada y secuenciada.

- 3º Ejecución del plan: puesta en práctica de los pasos diseñados en la planificación. Siempre que sea posible hay que demostrar que el resultado es correcto.
- 4º Examinar la solución obtenida: un problema no termina cuando se ha hallado la solución (si es válida para la situación planteada). La finalidad de la resolución de problemas es aprender del proceso, por lo que hay que revisar el proceso seguido y analizar si es correcto. Además, es muy importante que los alumnos reflexionen si se podría haber llegado a la solución de otra forma, y si las hubiera escribirlas. Como dice Martínez, C (2009), los resultados hay que interpretarlos, reflexionar si las soluciones pueden ser correctas reconsiderando la solución, examinando el resultado y el camino que nos condujo a ella. Además también es muy importante expresar la solución poniendo las unidades adecuadas.

Como ya hemos mencionado, la resolución de problemas no es un acto lineal, sino que es un acto creativo, en el que la inspiración no es automática, el tiempo necesario no se puede prever y es necesaria primero la familiarización con la situación o problema (haciendo un esfuerzo para comprender y pensar estrategias). Según nos afirman Vila y Callejo (2005), todo el mundo puede abordar la resolución de problemas, siempre y cuando tenga confianza en sí mismo, piense que puede, disponga de los conocimientos necesarios, y sobre todo que el grado de dificultad sea el adecuado para el resolutor.

Tenemos que tener en cuenta que la resolución de problemas es un aprendizaje progresivo que se puede ir mejorando con trabajo y esfuerzo. Como afirman Vila y Callejo (2005), junto con proponer problemas motivadores, es bueno enseñar a los alumnos técnicas de desbloqueo y así reforzar autoestima y confianza. Para evitar los bloqueos, hay que intentar dedicar al problema bastante tiempo e intentar buscar varias soluciones al problema (examinando casos particulares, considerando un problema más sencillo, buscando analogías, representando la situación en otros lenguajes...). Si solo buscamos una forma de resolver el problema, las posibilidades de éxito disminuyen porque si se tiene una sola idea cuesta más modificarla y conduce a la rigidez. Para luchar con la rigidez y contra la escasez de ideas, conviene proponer problemas que se puedan abordar de diferentes maneras y pedir a los alumnos que las busquen y las piensen (con

---

lluvias de ideas, puesta en común...). Este apartado es muy importante tenerlo en cuenta.

Como bien dice Polya (2005), el resolver problemas es una cuestión de habilidad práctica, como nadar. Al tratar de nadar imitamos los movimientos de la gente que logra mantenerse a flote. Con la resolución de problemas es igual, hay que imitar y observar lo que otras personas hacen en casos semejantes y así aprendemos a resolverlos.

Por lo tanto como conclusión, el profesor que desee desarrollar en sus alumnos la aptitud para resolver problemas, debe hacerles interesarse por ellos y darles el mayor número de ocasiones posibles de imitación y práctica. Además, un aspecto muy importante a tener en cuenta es que si hay falta de comprensión o de interés por parte del alumno, no siempre es su culpa, ya que el problema debe escogerse adecuadamente, ni muy difícil ni muy fácil, y debe dedicarse un cierto tiempo a exponerlo de modo natural e interesante.

Además como maestros hay que tener en cuenta el sistema de creencias que tenemos cada uno, ya que pueden llegar a influir en la enseñanza y en el aprendizaje de los niños.

### **3.3 Las creencias**

“Las creencias son un tipo de conocimiento subjetivo (...), las creencias se refieren a las ideas asociadas a conceptos matemáticos concretos, a actividades y procesos matemáticos, a la forma de concebir un quehacer matemático...” (Vila y Callejo, 2005, 57)

A la hora de resolver problemas, tenemos que tener en cuenta las creencias que tienen los alumnos, ya que para resolverlo, no basta con saber matemáticas, sino también aplicar distintos tipos de conocimientos, un buen control y regulación del proceso y unas actitudes y creencias adecuadas.

Las creencias tienen que ver con “los alumnos buenos en matemáticas” que a veces pueden dar respuestas inadecuadas e incorrectas a algunos problemas, que pueden llevar al profesor a un asombro y perplejidad, por lo que hay que tenerlas en cuenta y analizarlas para poder comprender las respuestas de los alumnos.

Como afirman Vila y Callejo (2005), la escuela no es un mundo aparte, sino que se encuentra en la sociedad, lo que implica que el currículo se ve afectado por los valores, expectativas y proyectos sociales. Además tanto los alumnos como los profesores estamos condicionados por las creencias que dominan en nuestra sociedad y en nuestro entorno más cercano. Tampoco hay que olvidar el currículo oculto de los profesores, ya que llega a influir en nuestra enseñanza y por lo tanto en el aprendizaje de los alumnos (como por ejemplo decisiones que tomamos, planificación, prioridades, desarrollo de las clases, evaluación de los procesos de enseñanza-aprendizaje...).

Vila y Callejo (2005) aseguran que hay que romper ese “circulo” de creencias por lo que hay que diagnosticar aquellas que no son adecuadas, diseñar experiencias que las desestabilicen y poder acabar con ellas.

Como hemos dicho hay que tener las creencias en cuenta y analizarlas para poder cambiarlas. Esto tiene que ver con el tipo de ejercicios que podemos plantear en el aula, ya que existen diferentes.

### **3.4 Tipos de actividades**

Se distinguen 5 tipos de actividades en función de la finalidad educativa y de las características más relevantes:

- Ejercicios: la finalidad es mecanizar o automatizar determinados procedimientos presentados en el aula. Suelen ser tareas de reconocimiento, de repetición o de ejecución de algoritmos. Las características más importantes son:
  - Indicios muy claros del procedimiento que se debe utilizar.
  - Son precisos y concisos.
  - Proponen una única respuesta.
  - No son propuestos de forma aislada, sino en una colección repetitiva o jerarquizada.
  - Siempre se resuelven igual.
  - Tienen un camino perfectamente definido.
- Cuestiones prácticas: la finalidad es fijar los conocimientos mediante una conexión con la vida real. Están muy relacionados con los ejercicios. Las características más importantes son:

- Suelen ser verbales.
- Indicios claros del procedimiento que se pide.
- Están contextualizados matemáticamente ya que se proponen durante el desarrollo de una unidad didáctica.
- Problemas no contextualizados matemáticamente (PNC): su finalidad es capacitar al alumno para que sepa utilizar los conocimientos matemáticos presentados en el aula y también para desarrollar la capacidad de resolver problemas. La diferencia con las cuestiones prácticas son que estas conllevan una aplicación de unos determinados procedimientos y los PNC conllevan el uso de un saber matemático en general. Las características más importantes son:
  - Suelen admitir más de un proceso de resolución.
  - Son propuestos fuera de la unidad didáctica y necesitan un amplio rango de procedimientos y estrategias generales para su resolución.
  - Exigen una argumentación del proceso seguido.
  - No forman parte de una lista o batería de actividades relacionadas ni en contexto ni en contenido.
  - En su resolución, el proceso y las estrategias de tipo intelectual juegan un papel transcendente.
- Situaciones problema: (Problemas como instrumento de aprendizaje). Su finalidad es que el alumno construya conocimientos, modelos o estrategias para resolver el problema. Con la nueva herramienta de aprendizaje (los problemas) indagan, buscan en conocimientos ya conocidos o profundizan en otros. Las características más importantes son:
  - Se proponen antes de las presentaciones/construcciones de los conocimientos matemáticos implicados en la resolución.
  - Nunca forman parte de una lista, la singularidad es esencial.
  - Los enunciados suelen ser imprecisos, abiertos...
- Problemas estrategia (PE): la finalidad se centra en el trabajo de elaboración de estrategias y procesos que puedan ser útiles para muchas situaciones. Las características más importantes son:

- Los contenidos matemáticos necesarios para resolver el problema están al alcance de gran parte del alumnado.
- La riqueza de la solución recae en la explicación y argumentación del procedimiento de resolución.
- No pueden formar parte de listas.
- En los enunciados hay una cierta propuesta de reto para el resolutor.

Como ya hemos visto, y como afirman Vila y Callejo, hay diferentes ejercicios con diferentes finalidades que los maestros debemos conocer para poder aplicar el más adecuado en cada situación. También debemos hacer una distinción entre realizar las tareas de manera individual o de manera grupal, ya que con cada una, el profesor puede fijarse y evaluar aspectos diferentes.

Cuando el profesor propone un ejercicio, lo que quiere saber o evaluar es lo que cada alumno sabe individualmente, si sabe aplicar correctamente los conocimientos adquiridos. Sin embargo, cuando se propone un problema lo que se busca es saber cómo el alumno indaga, busca, relaciona... hasta encontrar una estrategia.

Este proceso puede llevarse a cabo de manera individual o de manera grupal, ya que así, las dudas o preguntas se pueden compartir, al igual que las diferentes maneras de llegar a la solución. Además, el esfuerzo que supone la verbalización del pensamiento y la comunicación con los demás, nos ayuda a mejorar la resolución de problemas, ya que al verbalizar las ideas, conseguimos clarificarlas, y la comunicación nos acerca a otras formas de pensamiento y en ocasiones facilita el desbloqueo que uno puede tener en un momento concreto.

Como afirma Pinilla, 1997 "El trabajo en grupo, bien planteado, de forma que permita intervenir a todos sus miembros y dé también posibilidad de reflexionar individualmente, mejora los procesos de resolución de problemas". (Vila y Callejo, 2005, 72)

Como vemos es tan importante saber qué tipo de ejercicios vamos a plantear y cómo los vamos a plantear en el aula, ya que si se realizan de una manera u otra, tienen diferentes finalidades y por lo tanto diferentes aspectos de evaluación.

Las Olimpiadas Matemáticas como recurso para alumnos con altas capacidades intelectuales

Para finalizar con este apartado, hay que comentar un tipo de problemas de manera especial. El problema “tipo”. Es aquel que su resolución requiere del uso de conocimientos o algoritmos que se han presentado en clase o se han estudiado recientemente. Su enunciado tiene todos los datos necesarios (ni sobra ni falta información) y su solución es única. Por lo tanto los alumnos no están usando sus propias estrategias ni herramientas que fomenten el pensamiento matemático, a diferencia de los problemas reales de la vida cotidiana, que requieren buscar y seleccionar información necesaria, identificar conocimientos para resolverlos y pueden tener varias soluciones. En los libros es poco frecuente encontrar problemas que exijan discriminar la información, que no tengan solución o tengan varias. (Vila y Callejo, 2005).

### **3.5 Estrategias para resolver un problema**

Como hemos dicho anteriormente, hay muchas maneras diferentes para abordar la resolución de problemas y las más comunes y utilizadas por los niños son las siguientes. Este tipo de estrategias Polya (2005) las llama herramientas heurísticas.

- Ensayo-error: consiste en realizar el problema y comprobar si se ha alcanzado la solución. Si no se ha alcanzado, volver a intentarlo. Esta estrategia solo es útil cuando puedes probar todas las posibilidades, pero si el problema es más complejo, es mejor utilizar una estrategia alternativa.
- Resolver un problema más simple: esta estrategia es muy utilizada en muchos contextos de la vida cotidiana. Consiste en resolver el problema con datos más sencillos, y así realizar una serie de operaciones que luego se podrán aplicar a los números más grandes.
- Buscar un problema análogo, es decir similar o semejante: Esta estrategia es muy importante. Debemos buscar un problema similar al que nos están pidiendo, para ver como lo resolvimos y si nos puede valer como “guía” en la resolución de este problema nuevo según Martínez, C (2009).
- Descomponer el problema en partes más simples: esta estrategia consiste en dividir un problema en partes e ir resolviéndolo poco a poco. Hay que tener mucho cuidado con esto ya que tenemos que acordarnos

de volver a ver el problema como un todo para poder dar la solución al problema completo y no solo a una parte.

- Utilizar esquemas, dibujos o figuras: esta estrategia no se reserva exclusivamente a los problemas de geometría (como se suele pensar), sino que puede ayudarnos considerablemente en todo tipo de problemas que nada tienen de geométrico. Esta estrategia es muy importante ya que nos facilita la comprensión del problema y hace surgir ideas que nos acercan a la solución.
- Utilizar fórmulas para resolver el problema de manera más sencilla.
- Empezar el problema desde atrás: esta estrategia consiste en invertir el orden de los procesos matemáticos.
- Buscar un contraejemplo: esta estrategia es muy útil, cuando por medio de ejemplos podemos comprobar la falsedad de la afirmación que nos están dado y así poder llegar a la conclusión.

### **3.6 Características de un “buen problema”**

Como aseguran Vila y Callejo (2005), es muy difícil establecer una serie de características, pero que en su conjunto, caracterizan una “buena selección o diseño de problemas” teniendo en cuenta dos observaciones:

- Un problema también depende:
  - Del resolutor: nivel de dificultad, conocimientos, estrategias...
  - Del profesor: qué importancia otorga a la resolución de problemas.
  - Del contexto: nivel educativo, momento, tiempo disponible, prioridades...
- Cuanto más grande sea el rango de finalidades instructivas que puede abarcar será “mejor problema”.

Las características que podemos destacar tienen mucho que ver con la organización de la tarea en su sentido más amplio, es decir, las decisiones que toma el profesorado relacionadas con la gestión de trabajo en el aula, el clima que se genera en ella y las relaciones que se establecen. Vamos a destacar cuatro muy importantes:

- Trabajo en pequeños grupos: este tipo de trabajos, si los integramos adecuadamente con el trabajo individual, pueden ser muy

Las Olimpiadas Matemáticas como recurso para alumnos con altas capacidades intelectuales

enriquecedores, y una oportunidad para compartir ideas, opiniones, estrategias...

La secuenciación podría ser así:

- 1º- Fase inicial de trabajo individual para familiarizarse con el problema.
  - 2º- Fase en pequeños grupos donde se produce un intercambio de ideas, una serie de toma de decisiones, donde se elabora y consensúa un primer informe de estas conclusiones.
  - 3º- Fase de trabajo individual (principalmente en casa) de mejora/optimización del proceso, para que se produzcan reflexiones sobre las conclusiones anteriores, explicaciones de los procesos y estrategias...
  - 4º- Fase final de puesta en común tanto en grupos grandes o en pequeños para analizar y valorar el proceso propio o el seguido por los compañeros.
- Comunicación: este aspecto va unido al anterior. Como hemos mencionado antes, es muy importante para poder contrastar ideas, salir de los bloqueos, conocer procedimientos diferentes, ampliar nuestras estrategias, conocer dificultades ajenas y mejorar en autoestima.
  - Reflexión sobre el proceso de resolución: puede ser a través de cuestionarios, entrevistas, puestas en común... Estas herramientas deben recoger información del contenido del proceso y observaciones sobre el mismo.
  - Desarrollo de la creatividad: ya hemos dicho que la evaluación, más que centrarse en los resultados, se debe centrar en los procesos y en los progresos de los alumnos. Se propone premiar y enseñar a los alumnos múltiples maneras de solucionar un problema, la fluidez, originalidad, flexibilidad....

## **4. OLIMPIADAS MATEMÁTICAS**

El motivo fundamental por el que se realizan este tipo de concursos, es el de descubrir talentos matemáticos, para luego alentarlos y cuidarlos y que puedan desarrollarse en plenitud. Las Olimpiadas Matemáticas consisten en la resolución de problemas. En ellas participan los alumnos que voluntariamente quieren y se sientan atraídos por la gimnasia intelectual que supone la resolución de problemas de diversa índole y grado de dificultad (Pantalá, L, s.f).

Desde el punto de vista del desarrollo de competencias, las Olimpiadas pretenden utilizar la competencia matemática como un medio para desarrollar al máximo las posibilidades personales de cada alumno.

En cuestión con este tipo de competencias, hay debates en los que se impulsa la competitividad entre los participantes, pero según Pantalá (s.f), hay que pensar que el colegio tiene como misión fundamental preparar a los alumnos para la vida al mundo al que pertenecen, en el cual, nos guste o no, existe la competitividad, por ejemplo para conseguir tu vocación, llevar a cabo proyectos, aspiraciones.... Por lo tanto, cree que hay que preparar a los niños para afrontar este tipo de situaciones.

Además, la vida es una sucesión de éxitos y fracasos, y no siempre se triunfa ni siempre se pierde, y hay que educar a los niños a no envanecerse con los triunfos ni a deprimirse con las derrotas, formando así temperamentos fuertes que absorban los fracasos con entereza y los triunfos sin vanagloria. Después de esta aportación, podemos sacar como conclusión que las Olimpiadas Matemáticas no solo son ventajosas en el ámbito académico, sino también en el desarrollo social y emocional, aspectos muy importantes a tener en cuenta. Además como hemos dicho antes, estas competencias son voluntarias y por lo tanto suponen un trabajo y esfuerzo, aptitudes que de ningún modo significan sufrimiento, sino placer.

### **4.1 Historia de las Olimpiadas Matemáticas**

La matemática, al igual que la música, se desarrolla a edades muy tempranas, se ensayan medios variados para descubrir y apoyar las inteligencias matemáticas desde la escuela. Uno de estos medios es el de las Olimpiadas

Las Olimpiadas Matemáticas como recurso para alumnos con altas capacidades intelectuales

Matemáticas, basadas en la resolución de problemas de dificultad creciente para seleccionar a los más capaces de cada edad y hacer que puedan desarrollar sus habilidades hasta el máximo nivel de su capacidad.

Los desafíos matemáticos tienen una antigua y brillante historia. El nombre de olimpiadas proviene de las competiciones deportivas que se celebraban en Grecia desde el siglo VII a.C en la ciudad de Olimpia. Las olimpiadas o juegos olímpicos consistían en grandes fiestas populares con carreras pedestres, a caballo o de carros, pruebas atléticas y luchas de distintos tipos y formas. Se celebraban en honor a Zeus. Se llegaron a realizar cada cuatro años durante siglos, y solo se pararon por conflictos bélicos (Pantalá, s.f).

A principios del siglo XIII aparecen en Italia las primeras competencias matemáticas. El matemático Leonardo de Pisa, conocido como Fibonacci, viajando entre los árabes por el norte de África, había aprendido el sistema de numeración arábigo-hindú que usamos actualmente. Al regresar a Italia publicó (año 1202) el famoso Liber Abaci, con el objetivo de que la raza latina no careciera por más tiempo de ese conocimiento. Para defenderlo ante sus compatriotas tuvo que someterse a una competencia pública ante el rey, en la cual tuvo que resolver, a manera de desafío, una serie de problemas matemáticos.

Los desafíos de matemáticas tomaron plena actualidad en los siglos XV y XVI del Renacimiento. Fueron famosos los retos lanzados y recibidos por Tartaglia (1499-1557) a través de los cuales se avanzó mucho en álgebra. Muchas veces los desafíos matemáticos daban lugar a polémicas que estimulaban el estudio y contribuían al progreso por el interés de cada uno en defender su prestigio y probar su capacidad. Precisamente, en 1530-1540 a través de desafíos matemáticos (con Tartaglia como participante) se llegó a la solución general de la ecuación de tercer grado.

Dentro del marco de las olimpiadas deportivas de la antigüedad y de los desafíos matemáticos en Italia durante el Renacimiento, en 1894 se iniciaron en Hungría las Olimpiadas Matemáticas entre jóvenes estudiantes de escuelas de nivel secundario. Estas olimpiadas han seguido hasta el presente, habiéndose publicado varios volúmenes con los problemas propuestos y las soluciones más

ingeniosas de los mismos, que sin duda han contribuido mucho al desarrollo de la matemática en el mundo entero.

En 1959, con la iniciativa de Hungría, nacieron las primeras Olimpiadas Matemáticas Internacionales, que tuvieron lugar en Barsov (Rumanía) con la participación de siete países. A partir de esa fecha han seguido teniendo lugar casi todos los años, con un continuo aumento de los países participantes.

Estas Olimpiadas Internacionales se han ido reglamentando, estableciéndose los mecanismos para elegir nuevos problemas propuestos, así como su corrección y evaluación. A parte de las olimpiadas celebradas a nivel internacional, tienen lugar las Olimpiadas Matemáticas Nacionales o Regionales en muchos lugares del mundo.

#### **4.2 Características de las Olimpiadas**

Después de recoger información sobre varias comunidades y el programa que realizan en estas olimpiadas, podemos hacer una comparativa entre las pruebas que se realizan en la Comunidad Autónoma de Andalucía y en la Ciudad Autónoma de Melilla, ya que Andalucía es una comunidad muy grande y tiene una manera específica de organizarse y Melilla es la que más experiencia tiene en este ámbito.

En la Ciudad Autónoma de Melilla, la SMEM (Sociedad Melillense de Educación Matemática) ha celebrado durante 12 años estos concursos de matemáticas dirigidos a alumnos de 5º y 6º de Primaria. Además en 2018, se celebró la I Olimpiada Nacional Alevín y en el año 2019, la II Edición. En esta primera Edición de las Olimpiadas Matemáticas para alumnos de Primaria, se realizó, en primer lugar, una prueba individual (la cual, una vez en el hotel, se hizo un debate sobre la resolución de estos problemas, para poner en común las estrategias utilizadas y los razonamientos que habían llevado a cabo los olímpicos) y posteriormente se realizó la prueba por equipos.

En cuanto a la Comunidad Autónoma de Andalucía, la S.A.E.M Thales (Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES) está organizada de otra manera, ya que al ser una comunidad tan grande, hay primero una fase provincial, que cada comunidad hace de forma independiente (en Jaén por ejemplo se ha realizado una prueba individual que consta de seis problemas y una prueba por

Las Olimpiadas Matemáticas como recurso para alumnos con altas capacidades intelectuales

equipos de cuatro pares de problemas, ocho en total). Posteriormente se hace una fase regional a la cual pasan 6 equipos por provincia y hacen una prueba cada uno en su provincia, que consta de cuatro problemas a desarrollar y cuatro cuestiones a elegir razonando la respuesta.

Además este año 2020 se iba a celebrar la III Edición de las Olimpiadas Matemáticas Nacionales Alevín con sede en Galicia, la cual no se ha podido llevar a cabo por el estado de alarma sanitario en el que nos encontramos y en la cual habían confirmado su asistencia 13 sociedades con 44 alumnos participantes.

Según la FESPM (Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas), esta III Edición se celebrará el año próximo 2021 en la misma sede prevista y en las mismas fechas.

### **4.3 Situación en Navarra**

Después de leer y analizar toda la información, podemos decir que este tipo de concursos intelectuales tienen muchas ventajas que podemos aprovechar los maestros.

Después de hablar con Jesús Javier Jiménez Ibáñez, el presidente de la Sociedad Navarra de Profesores de Matemáticas TORNAMIRA desde hace ocho años, podemos afirmar que en la Comunidad Foral de Navarra estaba en mente desde hace ya tiempo realizar las Olimpiadas Matemáticas para el nivel de Primaria, al igual que se realizan las Olimpiadas para los estudiantes de 2º de ESO. Este año sería su trigésimo cuarta edición (la cual no ha podido realizarse por la situación de alarma sanitaria que estamos viviendo).

Al principio no existía una fase nacional a la que poder mandar a los alumnos, hasta hace dos años, que como habíamos comentado anteriormente Melilla decidió acoger la fase nacional de este concurso para así dar un pequeño empujón a las demás comunidades y sus fases locales. Fue en este momento cuando se intentó sacar desde Navarra esta actividad pero era económicamente imposible para TORNAMIRA. Como opina Jesús Javier Jiménez, es una actividad necesaria por todas las ventajas comentadas con anterioridad pero el mayor problema para Navarra sería la ayuda económica por parte del

Departamento de Educación y la implicación de profesores de primaria, ya que en la sociedad de TORNAMIRA apenas hay socios que sean maestros de esta etapa educativa (J.J. Jiménez, comunicación por correo electrónico, 25 de abril de 2020).

Por lo tanto, al no tener la oportunidad de realizar este tipo de concursos, podríamos aprovechar los recursos de otras comunidades como ejercicios de ampliación, o como un programa de enriquecimiento curricular para alumnos con altas capacidades, y poder así aprovecharlos para que nuestros alumnos aprendan a utilizar las matemáticas como una herramienta para pensar y resolver problemas, tanto matemáticos como de la vida real.

## **5. INTERVENCIÓN CON ALUMNOS CON ALTAS CAPACIDADES**

Para finalizar este trabajo de fin de grado, vamos a poner en práctica parte de la teoría mencionada anteriormente, realizando una propuesta de intervención a nivel de centro para trabajar con alumnos de altas capacidades. Se utilizan ideas propuestas en Ferrándiz, C, Rojo, A y Ferrando, M (s.f) y en Magister, ANFAP.

Como hemos comentado en el marco teórico, estos alumnos con altas capacidades, presentan características diferenciales asociadas a sus capacidades personales, ritmo y profundidad de aprendizaje, su motivación y grado de compromiso con las tareas, intereses o creatividad.

Por lo tanto como sabemos, este grupo de alumnos es muy heterogéneo entre sí, por lo que todas estas características diferenciales con el resto de alumnos también hacen que se diferencien entre un alumno de altas capacidades y otro. Esto quiere decir, que todos los alumnos con altas capacidades requieren una respuesta educativa diversa, adaptada a sus necesidades e intereses. Además, debemos recordar que su atención educativa debe realizarse en el marco educativo ordinario, y no solo debe orientarse a la estimulación cognitiva, sino también debe contemplar un desarrollo equilibrado de sus capacidades emocionales y sociales.

Para esta propuesta nos vamos a centrar en el alumnado con altas capacidades que tenga necesidades educativas específicas en el área de matemáticas. Como hemos dicho antes, no todos los alumnos con altas capacidades tienen los

Las Olimpiadas Matemáticas como recurso para alumnos con altas capacidades intelectuales

mismos intereses ni las mismas necesidades educativas por lo que las actuaciones serán diferentes. Con esta propuesta se quiere desarrollar el pensamiento divergente y creativo a la hora de resolver problemas, desarrollar la capacidad de toma de decisiones, desarrollo del pensamiento lógico-matemático y muchas más capacidades y aptitudes.

Para poder desarrollar este proyecto, uno de los aspectos fundamentales y previos a la actuación con los alumnos de altas capacidades es su identificación.

**Tabla 3.** Resumen Identificación de alumnos con necesidades educativas

Detección temprana	Evaluación Psicopedagógica	Intervención
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Observación formal</li> <li>• Observación informal</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Contexto escolar</li> <li>• Contexto personal</li> <li>• Contexto familiar</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plan de actuación</li> </ul>

### 5.1 Identificación y detección del alumnado con altas capacidades

Esta intervención está dirigida al alumnado con altas capacidades de 6º de primaria, por lo que debemos suponer que todos los casos posibles de altas capacidades están identificados y se está trabajando con ellos, ya que la Ley Orgánica 8/2013, del 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (LOMCE), considera en su artículo 76 la necesidad de identificar a los alumnos con altas capacidades y valorar sus necesidades de manera temprana. Sin embargo, como afirma Aguirre, L (2015-2016), como el perfil del alumno con altas capacidades es tan diverso, puede que algún niño pase desapercibido, por lo que primeramente se tendrá que realizar un proceso de identificación en el colegio.

Para una identificación adecuada, la serie de características que hemos comentado en la teoría y que dan indicios de que ese niño o niña sea un alumno con altas capacidades, deben observarse en diferentes contextos y darse en un periodo de tiempo determinado.

#### 5.1.1 Observación

Como sabemos, la detección se va a realizar fundamentalmente a través de la observación, es decir, el momento en el que se observa que el niño o niña

presenta características diferentes al resto o destaca de forma significativa en algo, en diferentes momentos y contextos.

#### *5.1.1.1 Contexto familiar*

Este será el primer contexto en el cual se percibirá si el niño presenta determinadas características que pueden ser indicativas o diferenciales a sus iguales. En este contexto el instrumento por excelencia que se utiliza es la observación directa de las aptitudes o características que posee comparado con otros niños de su edad. Esta información será comunicada al centro escolar, desde el cual se pueden ofrecer una serie de cuestionarios, escalas e intervalos y así la familia y el colegio pueda obtener una información útil, que vaya más allá de la propia percepción subjetiva de la familia, dotando de mayor objetividad a los datos aportados.

#### *5.1.1.2 Contexto escolar*

El segundo contexto que se tiene en cuenta y que podrá identificar rasgos característicos de estos alumnos es el centro escolar. A través del expediente académico del alumno, se puede detectar aquellos aspectos destacables que pueden indicar las altas capacidades, analizando las actitudes manifestadas, los hábitos de estudio, las técnicas y medidas educativas empleadas y cualquier otra valoración realizada por el profesorado. Los profesores van a observar la conducta del alumno en el contexto escolar pudiendo detectar otro tipo de características como pueden ser la curiosidad que tiene ante determinados temas, el tipo de preguntas que realizan, la originalidad de las respuestas.... Además, también podrán observar otros ámbitos, como son el social y el emocional, identificando qué tipo de relaciones tiene con los iguales, con compañeros de otras edades, con los profesores... e identificando además la manera de resolver los conflictos.

## **5.2 Evaluación psicopedagógica**

Como afirma Aguirre, L (2015-2016), una vez que se considera que el niño presenta suficientes indicios que nos haga pensar que pueda tener altas capacidades, el siguiente paso es informar a los orientadores del centro para que le hagan una evaluación psicopedagógica y así poder concretar el tipo de ayuda que puedan precisar.

Esta evaluación consiste en analizar los aspectos psicológicos, sociales y psicopedagógicos teniendo en cuenta aquellos elementos que interactúan en el proceso de aprender, es decir, el alumno, la familia, el grupo-clase, el entorno social en el que se desenvuelve el individuo... Esta evaluación la realizan los profesores que participan en los procesos de enseñanza-aprendizaje del alumno con el Equipo de Orientación Educativo y Psicopedagógico (EOEP).

Cuando ya se tienen los resultados de la evaluación psicopedagógica, se emitirá un “diagnóstico” o como se llama en educación un “análisis de necesidades” en el que se recogerán las conclusiones y recomendaciones que los evaluadores aportan en cada una de las variables analizadas en los tres contextos estudiados: el personal, el familiar y el escolar. Es importante tener en cuenta que estos tres contextos están interrelacionados y las decisiones que se tomen han de considerar conjuntamente los tres.

### **5.3 Intervención o Plan de actuación**

El último paso a dar con los alumnos con altas capacidades detectados es la intervención educativa, que es una de las partes fundamentales en el proceso de enseñanza-aprendizaje del alumno, ya que es el conjunto de las actuaciones o acciones que se van a llevar a cabo en el contexto educativo para dar respuesta al aprendizaje del alumno.

Una vez detectadas las necesidades de todos los alumnos con altas capacidades que estén en el último curso de primaria, para esta iniciativa, nos vamos a centrar en los alumnos con altas capacidades que tengan necesidades educativas específicas en el área de matemáticas.

Este proyecto debe enmarcarse dentro del Plan de Atención a la Diversidad (PAD) del centro, y deberá realizarse de manera simultánea con otros.

La intervención que se quiere realizar en este caso es un aula enriquecida. Esta medida consiste en hacer grupos organizados con alumnos de una o varias clases, con el objetivo de ofrecerles una serie de experiencias más allá del currículo ordinario. En este caso estarán centrados en la resolución de problemas matemáticos.

Como ya hemos comentado, las Olimpiadas Matemáticas de Primaria en Navarra no existen, por lo que vamos a utilizar los recursos o problemas de otras comunidades para ayudar a nuestros alumnos con altas capacidades a desarrollar su talento matemático, a desarrollar la creatividad y el pensamiento divergente, a aprender nuevas estrategias de cálculo y resolución de problemas para una resolución más eficaz, desarrollar el pensamiento lógico-matemático...

Para ello vamos a concretar el proyecto.

### *5.3.1 Objetivos*

El objetivo principal de este proyecto es optimizar la atención educativa de los alumnos con altas capacidades para favorecer el desarrollo de sus posibilidades en matemáticas.

Otros objetivos que podemos plantearnos pueden ser:

- Desarrollar las aptitudes intelectuales para mejorar el pensamiento crítico, lógico y creativo a la hora de resolver problemas.
- Fomentar el aprendizaje de nuevas estrategias para una resolución de problemas o de operaciones de manera eficaz.
- Fomentar el potencial creativo y pensamiento divergente para poder aplicarlo a la resolución de problemas.
- Fortalecer el desarrollo de las habilidades sociales con otros alumnos con altas capacidades para poder compartir experiencias y favorecer el crecimiento personal.

### *5.3.2 Contenidos*

Los contenidos van a ser los mismos que se trabajan en las Olimpiadas Matemáticas de otras comunidades, que vienen a ser los bloques de contenidos en los que se dividen las matemáticas curricularmente:

- Procesos, métodos y actitudes matemáticas (aunque sea un bloque diferenciado, estos contenidos se trabajan transversalmente en todos los demás bloques de primaria).
- Números y álgebra.
- Medidas.
- Geometría.

Las Olimpiadas Matemáticas como recurso para alumnos con altas capacidades intelectuales

- Estadística y probabilidad.

Como comentaremos más adelante, la organización que se realizará con estos alumnos será el trabajo de cada bloque por separado y por último el trabajo de todos bloques en su conjunto.

### *5.3.3 Metodología*

El principal eje metodológico de estos talleres es aprender haciendo, para aumentar el interés y la participación activa de los alumnos (Cuadrado, J, s.f). El trabajo va a estar basado en la experiencia. Todos los contenidos que se vayan a trabajar partirán de lo cercano. Como hemos dicho, las matemáticas se aprenden utilizándolas en contextos funcionales relacionados con situaciones de la vida diaria, para ir adquiriendo progresivamente conocimientos más complejos a partir de las experiencias y los conocimientos previos.

Como comentaremos a continuación, la metodología que se va a seguir con estos niños, será similar a unas Olimpiadas Matemáticas de otras comunidades autónomas. Es decir, habrá que realizar problemas tanto de manera individual como de manera grupal, pudiendo realizar también pruebas de velocidad o relevos como en otras comunidades.

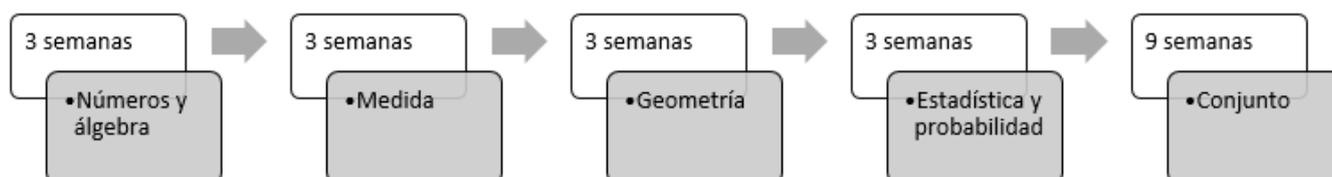
El objetivo que se quiere perseguir con esta metodología, es que se familiaricen con la manera de trabajar de las Olimpiadas Matemáticas, ya que con suerte, más adelante, las puedan implantar en Navarra, o incluso estos niños que han trabajado y que han sido preparados, puedan presentarse a las Olimpiadas del nivel de 2º de la ESO, las cuales en la Comunidad Foral de Navarra sí que existen.

Además, creo que es importante trabajar con esta metodología, ya que está probada por otras Comunidades Autónomas que los niños aprenden y lo más importante, disfrutan en el proceso, y es nuestro objetivo fundamental con este proyecto, que los niños aprendan matemáticas y a pensar de manera divergente pero en un ambiente lúdico.

### *5.3.4 Temporalización*

La intervención educativa con estos alumnos va a estar dividida en dos fases. La primera fase, será el trabajo y el análisis de diferentes problemas de otras

comunidades de cada bloque, así, se dedicarán tres semanas para el bloque de Números y álgebra, tres semanas para el bloque de medida, tres semanas para el bloque de geometría y otras tres semanas para el bloque de estadística y probabilidad. La segunda fase será la realización de problemas mezclados, es decir, que los niños no sepan de que tipo son. Esta última fase durará once semanas.



**Figura 4.** Temporalización del Proyecto Olimpiadas Matemáticas

Para poder llevar a cabo esta temporalización, habrá que recopilar todos los problemas que nos interese trabajar de otras comunidades y de años diferentes y dividirlos según el criterio que hemos formulado de los bloques temáticos. De esta forma, tendremos una batería de problemas de cada uno de los boques a trabajar y una batería final con problemas de todo tipo.

Estas sesiones de ampliación en aula enriquecida, se realizarían durante dos sesiones de matemáticas a la semana, en la que estos niños con altas capacidades dejarían el aula ordinaria para poder juntarse en el aula enriquecida y poder ir trabajando con lo que se ha propuesto.

Además, como prueba final y para que los niños sientan que todo lo trabajado tiene un fin y que han aprendido de manera significativa, podríamos realizar una simulación del concurso de Olimpiadas Matemáticas. Puede ser un ejemplo como el que propone Cano, R.D (s.f) que explica que dicho concurso consistiría en que los niños de altas capacidades con los que hemos trabajado, incluso abriendo la entrada a los demás niños del colegio, participase en la simulación.

Si decidimos abrir la “inscripción” a todos los alumnos de sexto de primaria, se podrían hacer los grupos por clases, y así estarían más o menos compensados. Como la inscripción sería voluntaria, todos los alumnos que se apuntasen tendrían una conexión especial con las matemáticas, así que lo importante no sería ganar, sino el proceso de aprendizaje. Esta última prueba se realizaría en

Las Olimpiadas Matemáticas como recurso para alumnos con altas capacidades intelectuales

la última semana de junio al final del curso, para así poder materializar en un resultado todo lo que han ido aprendiendo durante el curso.

Así, una temporalización conjunta de todo el proceso podría ser la siguiente:

**Tabla 4.** Temporalización del Proyecto Olimpiadas

	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio
Identificación	■	■	■							
Diagnóstico		■	■							
Números Y álgebra			■	■						
Medida				■	■					
Geometría					■	■				
Estadística y probabilidad						■	■	■		
Conjunto							■	■	■	■
"Olimpiadas"										■

### 5.3.5 Problemas y actividades

Como ya hemos comentado, el profesor encargado de estar en el aula enriquecida tendría que tener los recursos materiales preparados con los que va a trabajar con los alumnos de altas capacidades. Así pues, se realizarían 5 baterías o cuadernillos, uno por cada bloque propuesto y otro en conjunto. En cada batería de problemas tendría que haber problemas suficientes para las sesiones establecidas, con una serie de problemas complementarios por si algún niño tiene un ritmo de aprendizaje más rápido pueda ir haciendo e interiorizando todo lo que van aprendiendo.

Además habría que tener en cuenta los problemas que se proponen ya que como hemos visto, cada Comunidad Autónoma se organiza de una manera, existiendo también pruebas en grupo que podríamos realizar, pruebas de velocidad o pruebas de relevos. Así en cada bloque de contenidos, se realizarían diferentes tipos de problemas. A continuación vamos a analizar dos ejemplos de problemas de cada bloque y porque se han elegido.

#### 5.3.5.1 Bloque de números y álgebra

Para este bloque se podrían trabajar estos dos ejemplos:

El primer ejemplo es un problema individual de fracciones. Este problema ha sido sacado de las Olimpiadas Matemáticas de Primaria Thales de Jaén, Andalucía, realizadas en 2019.

Hoy me he preparado un café del siguiente modo: He llenado mi taza de café con leche, con el doble de leche que de café, después de beberme la mitad del contenido he vuelto a rellenar completamente mi taza pero esta vez solo con leche.



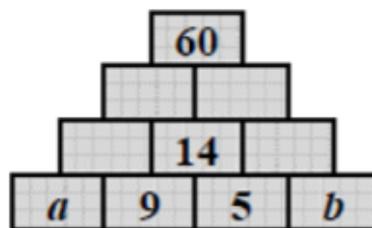
¿Cuál será la fracción de café que tiene ahora mi taza?

Se ha elegido este problema porque conlleva la dificultad de no tener números, y hay que resolver el problema utilizando estrategias como por ejemplo el uso de dibujos o figuras, para representar el contenido del café y así poder llegar a la solución del problema. Creemos que este problema no es inmediato de resolver, ya que es abstracto y debes imaginar y abstraer la información que te da para poder resolverlo.

El segundo ejemplo es un problema que se trabaja de manera grupal y también es de los problemas propuestos en las Olimpiadas Matemáticas de Primaria de Jaén, Andalucía (2019):

#### Apartado A:

En la siguiente pirámide hay letras, números y huecos sin rellenar. Sabemos que cada ladrillo es la suma de los dos ladrillos que están justo debajo (por ejemplo, el 14 es la suma de 9+5).



Rellena el cuadrado de forma correcta, teniendo en cuenta que a y b son números menores o iguales a 10, y distintos.

#### Apartado B:

Observa las siguientes cruces hechas con cuadrados, a las que llamaremos cruz 1, cruz 2 y cruz 3.

- ¿Cuántos cuadraditos se necesitarían para formar la cruz 4? ¿y la cruz 5? ¿Y la cruz 6?



- Generalízalo para la cruz 10, sin necesidad de dibujar la cruz. Explica cómo has llegado a este resultado.
- Si todavía te sigue resultando fácil, indica cuántos cuadraditos hacen falta para construir la cruz 50. Razona tus respuestas

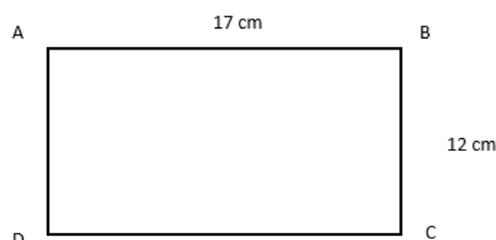
Se ha elegido este problema ya que al ser grupal, pueden hacer una lluvia de ideas en la manera de resolverlo y como este tipo de problemas tiene varias soluciones, hace que ellos sean conscientes de que las hay. Si este problema se resolviera de manera individual podría tener la desventaja de no ver que hay más de una solución. En cuanto al apartado dos, hace que generalicen una regla y que puedan ver las soluciones de cualquier cruz que les propongan. Además este problema tiene un último apartado en el que puedes demostrar que has entendido la regla y la has razonado.

### 5.3.5.2 Bloque de medida

Para el bloque de medida hemos seleccionado estos dos ejemplos:

El primer ejemplo elegido, se ha sacado de los problemas propuestos en la Olimpiada Matemática organizada por la SEMRM (Sociedad de Educación Matemática de la Región de Murcia) de 2017.

Los lados de un rectángulo ABCD miden: 17 cm el lado AB y 12 cm el lado BC.



#### Apartado A:

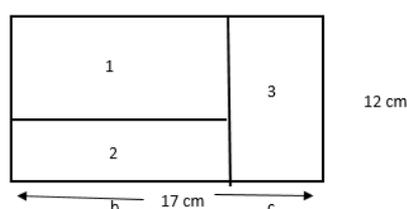
Te proponemos dividir este rectángulo en otros tres, de manera que los rectángulos obtenidos tengan el mismo perímetro. (Hay varias soluciones).

Dibuja dos posibles soluciones utilizando rectángulos que te damos abajo.

- Calcula el perímetro de uno de los rectángulos obtenidos para cada una de las soluciones que propongas

#### Apartado B:

Una posibilidad de dividir el rectángulo ABCD en tres sería, tal como se puede ver en el dibujo.



Pero en este caso los perímetros de los tres son distintos. Si queremos que tengan el mismo perímetro, calcula las dimensiones (base y altura) y el perímetro de cada uno de ellos. Explica el proceso seguido. Deja escritas las operaciones que

necesites hacer para resolver el apartado y después escribe los datos que se te piden en esta tabla:

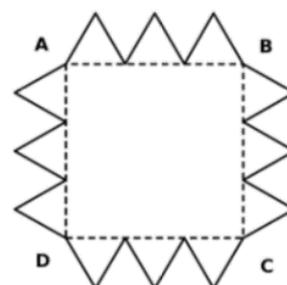
Rectángulos	Base	Altura	Perímetro
1			
2			
3			

Este ejemplo ha sido elegido por la dificultad del problema. Consta de dos apartados en los cuales hay que plantear una estrategia previa para poder conseguir la solución. Este problema es un reto cognitivo para los alumnos con altas capacidades ya que hay varias soluciones, y podemos proponer buscar las máximas posibles, y argumentarlas.

El segundo ejemplo, se ha sacado también del bloque de problemas propuestos en las Olimpiadas Matemáticas de primaria de Jaén.

La siguiente figura se ha construido a partir de un cuadrado ABCD que tiene un área igual a  $144 \text{ cm}^2$ . Las púas son triángulos equiláteros iguales.

Halla el lado del cuadrado original, el lado de cada triángulo equilátero, y termina calculando el perímetro de la figura exterior (no se cuenta la parte punteada). Razona tu respuesta.



Este problema ha sido elegido por la dificultad que tienen las operaciones contrarias. Es decir, en el aula de matemáticas ordinaria, se suele enseñar a hallar las áreas desde la fórmula, pero en este problema se pide lo contrario, que desde el área se hallen los lados del cuadrado y de ahí se sigan haciendo operaciones para hallar los demás datos que nos piden.

Este ejercicio es bueno hacerlo en grupo porque nos pide que razonemos la respuesta. Es muy interesante razonar entre todos y proponer opiniones y soluciones ya que se aprende mucho de esto. También aprenden a respetar las opiniones de los demás, y si no están de acuerdo con ellas, a debatirlas de manera respetuosa y argumentada.

Las Olimpiadas Matemáticas como recurso para alumnos con altas capacidades intelectuales

### 5.3.5.3 Bloque de geometría

El primer ejemplo para este bloque de contenidos se ha sacado también de las Olimpiadas Matemáticas de Primaria de Jaén.

Isidro, el profe de matemáticas del IES Jándula (Jaén), tiene una gran colección de triángulos y cuadrados. Ha contado los lados de todos ellos y le sale una suma de 41 lados.

¿Cuál es el número mínimo de triángulos que puede tener en su colección? ¿Y el máximo? No olvides justificar tu respuesta.



Vemos que este problema es sencillo de hacer pero hay que pensar muy bien la respuesta. Por eso creemos que es adecuado para proponer a los niños con altas capacidades ya que a veces, al ser tan simples, pueden inducir a muchos errores, lo que hará que no se confíen en sus respuestas y revisen el proceso que les ha llevado a ellas.

El segundo ejemplo seleccionado es de las Olimpiadas Matemáticas de Jaén en 2019.

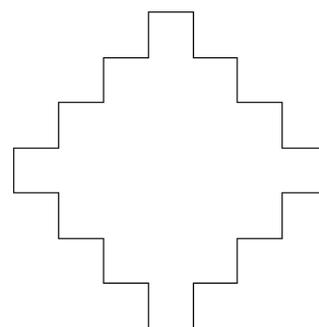
El gobierno municipal de la capital de Matelandia le ha encargado a su jefe de jardinería construir un jardín en la plaza que hay delante del Ayuntamiento, para ello realiza el boceto que se observa en la figura.

Se conoce, que en el polígono de la figura, de 28 lados, cada uno es perpendicular a los dos adyacentes y todos miden lo mismo.

Si el perímetro de la figura es 56 cm, ¿cuánto mide su área?

Elige de forma razonada la respuesta correcta entre las siguientes:

- a) 80 cm<sup>2</sup>
- b) 96 cm<sup>2</sup>
- c) 100 cm<sup>2</sup>
- d) 128 cm<sup>2</sup>
- e) 196 cm<sup>2</sup>



Este segundo ejemplo seleccionado es un poco diferente a los otros, ya que es de elección de una respuesta ya dada, es decir, de opción múltiple. La ventaja de estos ejercicios es que al ver los resultados, que son tan similares entre sí, pueden hacerte dudar en el proceso a seguir, pero una vez que saques la respuesta ya sabes que es correcta.

#### 5.3.5.4 Bloque de estadística y probabilidad

Antonio, Enrique, Luisa, Pedro, Diego, María y Bernardo son amigos y forman la plantilla de un equipo de baloncesto. Para formar un equipo, el entrenador ha de elegir 5 jugadores de la plantilla.

- ¿Cuántos equipos distintos podrá formar si incluye a las dos chicas?
- ¿Y si incluye solamente a una chica?
- ¿Y si no incluye a ninguna?
- Teniendo en cuenta las respuestas anteriores, di cuantos equipos podría formar el entrenador



Al buscar los ejemplos para el bloque de probabilidad y estadística, se ha podido comprobar que no en todas las comunidades se trabaja, aunque sean contenidos de educación primaria que hay que interiorizar igual que los otros, y que si no trabajamos los dejamos de lado y son tan importantes como los demás. Es por eso que en este proyecto si se trabajarán.

Este primer ejemplo elegido es de las primeras Olimpiadas de Andalucía de Granada. En mi opinión, creo que tiene bastante dificultad para niños de sexto de primaria, por eso se trabajará en nuestro aula enriquecida con los alumnos de altas capacidades. Este problema está planteado de manera individual, pero si nos resultara demasiado difícil con los alumnos que estamos trabajando, se podría adaptar y realizarlo de manera grupal, ya que, al trabajar en grupos todos con el mismo objetivo, se crean lluvias de ideas y entre todos van pensando cómo llegar a la solución.

El segundo ejemplo también está sacado de las Olimpiadas Matemáticas de Granada.

Las Olimpiadas Matemáticas como recurso para alumnos con altas capacidades intelectuales

Seis amigos tienen 100 euros. Determinar el número de formas distintas en las que pueden repartirse el dinero (cada uno obtiene una cantidad entera de euros), en cada uno de los supuestos independientes:

- Se admite que algunos de ellos reciban 0 euros
- Todos tienen que recibir al menos un euro



Este ejemplo también lo consideramos que es un poco más sencillo para los alumnos de altas capacidades, pero podemos realizar la misma estrategia que antes, si les resulta muy difícil realizarlo de manera grupal.

#### 5.3.5.5 Bloque conjunto

En el cuadernillo o batería final deberían aparecer problemas de todos los tipos que hemos nombrado, así los alumnos, sin saber a qué bloque pertenecen, tendrían que utilizar las estrategias y conocimientos adquiridos a lo largo del proyecto para poder resolverlos. En este cuadernillo también aparecerían problemas individuales, grupales y también incluiríamos los ya comentados anteriormente, de otras comunidades como Andalucía, de pruebas de velocidad y pruebas de relevos.

Por ejemplo, este tipo de problemas en grupo son diferentes a los ya expuestos, ya que se deben utilizar todo tipo de estrategias y se necesita la participación de todo el grupo para resolverlo. Este problema ha sido sacado de los problemas propuestos en la Olimpiada Matemática de Primaria de Granada, de la fase comarcal de 2019. Este problema está adjuntado en anexos (Anexo I).

Este tipo de problemas resulta muy interesante para trabajar el sentimiento de grupo, la necesidad de pertenecer a un grupo y sentir que tu aportación es útil para buscar la solución final. En este tipo de prueba, el equipo tiene treinta minutos para responder las cuestiones planteadas, y cada miembro del equipo ha recibido una parte de la información suministrada. Todos juntos deben decidir las mejores estrategias para su resolución.

Otro tipo de pruebas que se realizan en esta comunidad son las pruebas de velocidad o actividades contrarreloj. Se requiere colaboración, comunicación y habilidades prácticas. Cada equipo trabaja durante cinco minutos en cada una

de las situaciones de naturaleza práctica (manipulativa y mental) que se le presentan. Los equipos deben parar de trabajar al oír la señal. Cuando se haya recogido la actividad, deben pasar a la siguiente tarea. Esta prueba tiene una duración de treinta minutos. Se adjunta un ejemplo en los anexos (Anexo II).

Y por último, otro tipo de prueba que se realiza es la prueba de relevos. Para esta prueba, cada componente del equipo trabaja individualmente. Los miembros de cada equipo se colocan por orden, según crean conveniente. Cuando oigan la señal se adelanta un miembro del equipo para resolver las actividades que se le propongan. A la señal de cambio, deja el miembro del equipo la actividad que está haciendo, y continúa con ella el miembro siguiente. Cada miembro del equipo estará durante 5 minutos haciendo la actividad. Cuando han pasado los tres componentes, vuelven a dar una segunda vuelta, permaneciendo en cada actividad también 5 minutos. En cada relevo, habrá un minuto de tiempo, para que los participantes puedan intercambiar opiniones. Se adjunta un ejemplo en los anexos (Anexo III).

Con este tipo de pruebas diferentes queremos hacer que nuestro alumnos, aparte de familiarizarse con otro tipo de problemas, puedan adquirir ese sentimiento de grupo y que aprendan a trabajar los unos con los otros para conseguir un objetivo común, que en este caso es la resolución del problema. Estas actitudes también es muy importante fomentarlas en los alumnos con altas capacidades, ya que como se ha mencionado anteriormente, pueden tener problemas o disincronías sociales, y hay que trabajar no solo el componente cognitivo, sino el conjunto de capacidades para desarrollar al máximo su potencial.

### *5.3.6 Evaluación y valoración*

Los niños de altas capacidades son un grupo dispar y no hay una única solución para atender a su diversidad, por tanto, cualquier medida que se adopte debería estar acorde con sus necesidades, intereses y capacidades.

Además, cualquier medida debe ser revisada y valorada de manera sistemática para ver su eficacia y conveniencia de la misma. La revisión y la evaluación continua de la medida generan confianza en ella, nos ayuda a detectar cualquier fallo que pudiera haber en el procedimiento y nos permite planificar y ajustar las

tareas según el ritmo de aprendizaje del alumno, ya que cada uno tiene un ritmo y profundidad diferente. Por eso se realizará un seguimiento exhaustivo del proyecto. El esquema que se seguiría, se explicará a continuación:

Entrevista inicial	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Toma de contacto</li> <li>• Conocimientos previos, intereses, ritmo de aprendizaje...</li> </ul>
Entrevista semanal	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realizar fichas de registro</li> <li>• Evaluación continua del proceso y del alumno</li> </ul>
Cuestionario al acabar bloque	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Seguimiento</li> <li>• Saber si ha entendido la resolución de este tipo de problemas, las estrategias a utilizar...</li> </ul>
Autoevaluación del alumno	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Saber si está trabajando bien, está motivado</li> </ul>
Autoevaluación del profesor	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Saber si esta trabajando correctamente</li> <li>• Valorar su trabajo y aspectos a mejorar</li> </ul>
Coevaluación	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Saber como trabajan en grupo</li> </ul>
Evaluación del profesor por parte del alumno	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Saber que cosas se deberían cambiar o mejorar para el próximo año</li> <li>• Nuevas sugerencias</li> </ul>
Evaluación final	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Evaluación y valoración del proceso</li> <li>• Evaluación y valoración de las "Olimpiadas" del colegio</li> </ul>

Primero se realizará una tutoría individual con todos los niños que están involucrados en el proyecto, para ver conocimientos previos, intereses, ritmo...y así tener la primera toma de contacto con ellos.

Posteriormente, el profesor encargado del aula enriquecida, llevará un seguimiento de los niños realizando entrevistas cada semana o cada quince días, y así poder sacar información de la efectividad de esta medida. Toda esta información tendrá que quedar plasmada en una hoja de registro para poder tener un seguimiento eficaz.

Además, se realizará un cuestionario u hoja de evaluación cada vez que terminemos un bloque de contenidos, y así poder recabar información (a parte de la que hemos recogido con la observación en el aula), sobre si han entendido los problemas, si les han gustado, qué estrategias son las más utilizadas en este tipo de problemas...

La evaluación es una parte de la intervención muy importante ya que te hace darte cuenta de los fallos a tiempo para poder cambiarlos. Es por eso que cuando estemos a la mitad del proceso, se realizará una autoevaluación del alumnado y del profesorado, en el que cada uno, a través de unos ítems, tendrá que valorar

su trabajo personal y así poder sacar conclusiones de ello, hacer cambios de mejora o eliminar comportamientos o actitudes que no son beneficiosos para el aprendizaje.

Además, se realizarán problemas en grupo, por lo que será necesaria una coevaluación, en la que los alumnos involucrados en el aula deberán realizar una evaluación del grupo, de cómo trabaja unido y las aptitudes de cada componente.

Por último, al final del proceso, los alumnos realizarán una evaluación anónima del profesor y una valoración del proceso, en el que a través de unos ítems, valorarán su trabajo y realizará propuestas de mejora o cambios que ellos harían para el año que viene.

Y finalmente se realizaría una evaluación del producto final, es decir, de las "Olimpiadas del colegio". Las diferentes evaluaciones se adjuntan en el apartado de anexos.







## **CONCLUSIONES Y CUESTIONES ABIERTAS**

Durante la realización de este trabajo, se ha podido comprobar la importancia de identificar y diagnosticar a aquellos alumnos que poseen unas determinadas necesidades de apoyo educativo, sin olvidarnos de los niños con altas capacidades. Como hemos podido ver, existen muchos mitos y creencias en torno a la capacidad y la intervención con este tipo de alumnado, pero después de toda la información analizada y recogida, sabemos que es muy importante identificarlos y saber cuáles son sus necesidades específicas para poder dar una respuesta educativa adecuada. Se debe recordar que con estos alumnos no hay que trabajar solamente el desarrollo cognitivo, sino que debe ser un trabajo de todas las capacidades de manera equilibrada, ya que como hemos analizado, pueden tener muchas disincronías o problemas que debemos resolver o evitar.

Actualmente, la Ley educativa vigente, Ley Orgánica 8/2013 para la mejora de la calidad educativa, reconoce la necesidad de dar una respuesta a todos los alumnos con necesidades. Ahora bien, mientras que la respuesta educativa dirigida a los alumnos con discapacidades ha alcanzado un alto nivel de sistematización y desarrollo, la respuesta dirigida a los alumnos con altas capacidades ha sido más bien escasa. Con esta conclusión se pretende destacar la importancia que tiene un docente a la hora de observar las necesidades de su alumnado en el aula, ya que no podemos esperar que un niño con altas capacidades sepa tocar el piano, o escriba poesía como un auténtico profesional, sino que puede tener necesidades educativas relacionadas con las altas capacidades y pasar desapercibido, incluso ni ser brillante en el ámbito académico. Por eso hay que estar muy atento a las características diferentes que pueden presentar.

En mi opinión y como he dicho anteriormente, existe una serie de obstáculos que nos impiden reconocer o detectar a este tipo de alumnado, como por ejemplo la falta de desarrollo de intervenciones y la falta de formación de los docentes, ya que desconocemos las características y necesidades que pueden presentar.

Para concluir con este apartado, no debemos caer en el error de que un alumno con altas capacidades no requiere una respuesta diferente a la que se ofrece al

resto de sus compañeros. De hecho, no llevar a cabo medidas adecuadas puede derivar en situaciones de frustración, desmotivación, problemática en la conducta, indiferencia global hacia el colegio y las materias que se imparten, o incluso en fracaso e inadaptación escolar.

Por eso este proyecto quiere realizar una intervención con los alumnos de altas capacidades utilizando la medida del aula enriquecida. En el aula, se juntarán a este tipo de alumnado de sexto de primaria, para poder desarrollar su talento matemático a través de la resolución de problemas, similares a las Olimpiadas Matemáticas de otras comunidades.

Como sabemos, el aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas es muy útil ya que utilizamos esta herramienta para aprender estrategias, interiorizar contenidos matemáticos, desarrollar la creatividad y el pensamiento divergente y muchas más ventajas. Por eso, la mejor manera de intervenir con estos alumnos y desarrollar su pensamiento matemático es a través de la resolución de problemas, que serán similares a los de las Olimpiadas Matemáticas de otras comunidades, ya que por desgracia, en Navarra no existen.

Ya sabemos que este tipo de concursos tienen muchas ventajas las cuales podemos aprovechar para trabajar y desarrollar el aprendizaje de las matemáticas con los alumnos de altas capacidades. Las olimpiadas se realizan de manera diferente en las comunidades, por lo que se realizará un amplio abanico de pruebas como las grupales, de relevos o de velocidad para dar un ambiente lúdico a nuestro aula enriquecida y también se trabajarán los problemas individuales, ya que poseen ventajas que las pruebas grupales no tienen.

Trabajando los diferentes contenidos poco a poco queremos que los alumnos los interioricen, aprendan a pensar de manera creativa, vean más soluciones si las hay y que aprendan a revisar el proceso que ha llevado a cabo. Así, después en la segunda fase se podrán trabajar todos los tipos en conjunto y no tener esa pista para resolver cada problema.

A mi parecer, es una buena manera de intervenir con los alumnos más capaces y así darles la oportunidad de desarrollar al máximo todas sus capacidades matemáticas y dar respuesta a sus necesidades.

Este trabajo es puramente teórico, por lo que no podemos saber las consecuencias que tendría si lo llevásemos a cabo. ¿Sería suficiente con trabajar problemas de otras comunidades o sería bueno plantear otras didácticas matemáticas para que aprendan más estrategias?

Lo que está claro es que las Olimpiadas Matemáticas en la etapa de Primaria en otras comunidades tienen claras ventajas y son buenas para el desarrollo del pensamiento matemático del niño. Se debería plantear en la Comunidad de Navarra el realizarlas, aunque fuera empezando solo por Olimpiadas entre centros, y así ir creciendo poco a poco e ir inculcando a los niños el gusto por las matemáticas. Quizás sería un buen comienzo para ir subiendo lentamente y terminar añadiendo la Comunidad de Navarra a la lista de comunidades que hacen Olimpiadas Matemáticas para esta etapa.

Otra cuestión que se queda sin resolver, y que solo podrá resolverse si se lleva este proyecto a la práctica es: ¿Será suficiente la motivación que tengan los alumnos trabajando tanto tiempo la resolución de problemas? En mi opinión, tal y como está planteado el proyecto creo que sí, porque hay gran variedad de problemas y así evitaríamos la monotonía y la frustración. Además si hacemos las evaluaciones continuas podremos detectar estos problemas y aplicar cambios a la metodología o temporalización.

Todas estas cuestiones abiertas que se quedan por responder, se resolverían si algún día se pudiera llevar este proyecto a la práctica.







## REFERENCIAS:

Aguirre, L. (2015-2016). *Alumnos con altas capacidades: Protocolo de actuación y propuesta de actividades de enriquecimiento curricular*. [Trabajo de fin de grado de Educación Primaria]. Universidad de Valladolid, UVa, España.

Alfonso, V (2018-2019). *Atención a las necesidades individuales: Intervención en altas capacidades*. Manuscrito no publicado, Departamento de Psicología evolutiva y de la educación. Universidad de Valencia, España

Alía, J.F.R. (2008). *La respuesta educativa al alumnado con altas capacidades desde el enfoque curricular: del Plan de Atención a la Diversidad a las adaptaciones curriculares*. Faisca: Revista de altas capacidades, 13 (15), 40-49.

Arocas, E., Martínez, P., Martínez M.D., (s.f). *Experiencias de la atención educativa con el alumnado de altas capacidades*. Valencia, España. Generalitat Valenciana. Consellería de Cultura, Educació i Esport.

Bausela, E (s.f). *Diversidad funcional: Conceptualización, impacto en el desarrollo e identificación de necesidades en Educación Infantil y Primaria*. España. Editorial: Editorial Club Universitario

Bodrova, E., & Leong, D. J. (2005). La teoría de Vygotsky: principios de la psicología y la educación<sup>11</sup>. Curso de formación y actualización profesional para el personal docente de educación preescolar, 47.

Cano, R. D (s.f). *Diseño y análisis de una prueba de equipos de las Olimpiadas Matemáticas de Primaria*. (Trabajo de Fin de grado)

Las Olimpiadas Matemáticas como recurso para alumnos con altas capacidades intelectuales

Chamorro, M<sup>a</sup> C. (2003) *Didáctica de las matemáticas*. Madrid, España: Editorial: Pearson Prentice Hall.

Cuadrado, J. (s.f). *Orienta2: Material para la respuesta educativa del alumnado con necesidades específicas de apoyo educativo por presentar altas capacidades*. Junta de Andalucía, Consejería de Educación. [Archivo PDF]. Recuperado de: <http://www.juntadeandalucia.es/averroes/centros-tic/21700381a/helvia/aula/archivos/repositorio/1250/1367/AACC.pdf>

Decreto Foral 66/2010, de 29 de octubre, por el que se regula la orientación educativa y profesional en los centros educativos de la Comunidad Foral de Navarra. BON nº 145

Decreto Foral 76/1993, de 1 de marzo, por el que se crea en Centro de recursos de educación especial, dependiente del departamento de educación y cultura. BON nº 32

Ferrándiz, C., Rojo, A. & Ferrando, M. (s.f). *Intervención educativa en alumnado con altas capacidades intelectuales*. [Archivo PDF] Recuperado de: <http://www.psie.cop.es/uploads/murcia/Intervenci%C3%B3n%20Altas%20Capacidades.pdf>

**Figura 1.** Esquema de las Inteligencias múltiples de Gardner

**Figura 2.** Modelo de los tres anillos de Renzulli

**Figura 3.** Ampliación vertical y horizontal

**Figura 4.** Temporalización del Proyecto Olimpiadas Matemáticas

Ganuzá, J.M.G., Leoz, V.A y Aranaz, G.I. (1997). *Alumnado con sobredotación intelectual/ altas capacidades: Orientaciones para respuesta educativa*. Departamento de Educación y Cultura.

Garbari, I (2018-2019). *Propuestas pedagógicas para una educación inclusiva*. Manuscrito no publicado, Facultad de ciencias humanas y sociales. Universidad Pública de Navarra, España

Goñi, C. (2013-2014). *Altas capacidades y desarrollo socio-emocional: El agrupamiento como estrategia didáctica*. (Trabajo de fin de grado En Maestro de Educación Primaria). Universidad Pública de Navarra, Navarra.

Ley Orgánica 1/1990, de 3 de octubre, de Ordenación General del Sistema Educativo. BOE. 238, de 4 de octubre de 1990. Referencia: BOE-A-1990-24172

Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo de Educación. BOE. 106, de 4 de mayo de 2006. Referencia: BOE-A-2006-7899

Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa. BOE. 295, de 10 de diciembre de 2013. Referencia: BOE-A-2013-12886

Magister, ANFAP (Asociación Nacional para la formación y Asesoramiento de los Profesionales). *Alumnos de alta capacidad. Identificación e intervención en las etapas de educación infantil, primaria y secundaria*. [Archivo PDF].

Recuperado de:

[http://sec.magister.com.es/materiales\\_cursos/altas\\_capacidades.pdf](http://sec.magister.com.es/materiales_cursos/altas_capacidades.pdf)

Martínez, C (2009). Resolución de problemas. Manuscrito no publicado de Claudio Martínez Gil

Las Olimpiadas Matemáticas como recurso para alumnos con altas capacidades intelectuales

Orden Foral 93/2008, de 13 de junio, por la que se regula la atención a la diversidad en los centros educativos de educación infantil y primaria y educación secundaria de la Comunidad Foral de Navarra. BON nº 93

Página oficial de la FESPM: Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas: <https://fespm.es/index.php/category/olimpiada-matematica/olimpiada-matematica-primaria/>

Página oficial de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES: <https://thales.cica.es/granada/?q=node/>

Página oficial de la Sociedad Melillense de Educación Matemática: <http://smem.es/?p=3945>

Página oficial del CREENA: <https://creena.educacion.navarra.es/web/>

Pantalá, L. (S.f). *Olimpiadas matemáticas*.

Pfeiffer, S.I (2017). *Identificación y evaluación del alumnado con altas capacidades. Una guía práctica*. (Trad: Tauron, J & Ranz, R.) La Rioja, España, Universidad Internacional de La Rioja, S.A (Trabajo original publicado en 2015).

Polya, G (2005). *Cómo plantear y resolver problemas*. (Julián Zagazagoitia, trad.). México: Editorial Trillas (Obra original publicada en 1965)

Prados, M<sup>o</sup> C. (2017-2018). *Matemáticas y su didáctica I*. Manuscrito no publicado. Departamento de matemáticas, UPNA, Navarra, España.

Real Decreto 696/1995, de 28 de abril de “Ordenación de la educación de los alumnos con necesidades educativas especiales”. BOE. 131, de 2 de junio de 1995. Referencia: BOE-A-1995-13290

Rico, L y Lupiáñez, J.L. (2008). Estudios internacionales sobre la competencia matemática. *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. (359 páginas). Madrid, España. Editorial: Alianza Editorial, S.A.

Sánchez, C. (Ed.). (s.f). El desarrollo psicológico a lo largo de la vida. España. Editorial: McGraw-Hill/ Interamericana de España, S. A. U.

**Tabla 1.** Características de los niños con altas capacidades

**Tabla 2.** Mitos y aclaraciones de los niños con altas capacidades

**Tabla 3.** Resumen Identificación de alumnos con necesidades educativas

**Tabla 4.** Temporalización del Proyecto Olimpiadas

Vila, A y Callejo, M<sup>a</sup> L. (2005). *Matemáticas para aprender a pensar: El papel de las creencias en la resolución de problemas*. Madrid, España. Editorial: Narcea, S.A de Ediciones.

## ANEXOS

### Anexo I: Problema grupal de las Olimpiadas Matemáticas de Granada de la fase comarcal de 2019

# Los Vengamates

## GUERRA DEL INFINITO

El omnipotente Zhanos ha despertado con el juramento de arrasar con todo a su paso, portando la Manopla del Menos Infinito, que le confiere un poder incalculable de cometer atrocidades matemáticas por todos los confines de la galaxia. Los únicos capaces de pararle los pies son los Vengamates y el resto de superhéroes del Mateverso, que deberán estar dispuestos a sacrificarlo todo por un bien mayor.

De vuelta en Math City, la ciudad se encuentra sumida en el caos debido a La Sociedad Negra, un grupo de alienígenas que trabajan para Zhanos, ayudando a arrasar mundos donde exigen tributo. Es el momento de que nuestros personajes se pongan manos a la obra.

- Teoreman: Es el encargado de reunir a los diferentes grupos de superhéroes del Mateverso en pos de vencer a Zhanos. También supervisa los interrogatorios a los sospechosos de pertenecer a la Sociedad Negra. Aquellos que no resuelvan correctamente las operaciones que se le propongan serán miembros.
- Number Woman: Está diseñando un radar que rastrea unos antiguos objetos místicos llamados Las Gemas de las Matemáticas que le conferirán a Zhanos un poder inigualable.
- Capitana Mates: La Capitana, como antigua piloto de Geometralia, es la encargada del transporte de los Vengamates hacia el Planeta Tythan. Asimismo, controla de forma exacta los movimientos de Zhanos a lo largo y ancho del Mateverso para interceptarlo.



En esta prueba de equipos vais a asumir los roles de estos tres personajes para resolver algunas cuestiones. Se os entregarán tres hojas de información, una por personaje, con diversos datos para que resolváis las cuestiones que se dan aparte.

Lee con atención los enunciados y los datos, buscad estrategias y escribid las resoluciones con claridad. Recordad: la clave está en la organización.

### Teoreman

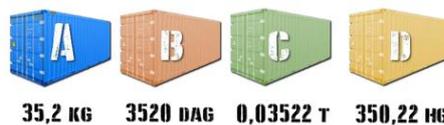
- Teoreman ha conseguido reunir los siguientes grupos de Superhéroes para vencer a Zhanos. Los números que aparecen son el número de héroes y heroínas de cada grupo.



- El principal objetivo de Zhanos es reunir las Gemas de las Matemáticas. El equipo ha conseguido averiguar que aquel ser que consiga reunir las cinco gemas conseguirá ser omnipotente y tendrá control absoluto de todo el Mateverso. Estas son las características que se conocen de las gemas:

Gema de la Geometría: Tiene forma de prisma triangular.  
Gema del Álgebra: Es un cuerpo de revolución con una cara plana.  
Gema de la Aritmética: Tiene cuatro caras triangulares y una cuadrada.  
Gema de la Estadística: Todas sus caras son cuadrados.  
Gema de la Probabilidad: No tiene caras planas.

- Zhanos ha localizado la gema de la geometría antes que la gema del álgebra.
- Teoreman ha contactado con Lobo Negro, un superhéroe de la nación de Makanda, para que le proporcione armamento basado en Palpitonium, el metal más indestructible del universo. Estos son los tipos de cargamentos que hay en el país:



- Zhanos ha conseguido la gema del álgebra después que la gema de la aritmética

**SOSPECHOSOS**

SOLOMIA GRUNDY	PURPLE HOOD	ZAAM
$10 \times 3 \times 3 + 5 \times 4 = 110$	$(9 + 6) \times 3 - 10 = 36$	$(5 + 3 \times 8) \times 3 = 87$

**DECLARACIONES**

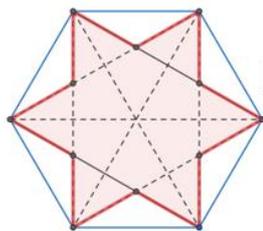
# Number Woman



- En espacio del Mateverso, se utilizan los siguientes símbolos para indicar un rumbo:  $\boxleftarrow$ ,  $\boxrightarrow$ ,  $\boxuparrow$  y  $\boxdownarrow$ , que representan izquierda, derecha, arriba y abajo, respectivamente.
- Zhanos no ha encontrado ni la gema de la geometría ni la gema del álgebra ni al principio ni al final de su búsqueda.
- Number Woman ha desarrollado una tecnología que permite rastrear por todo el Mateverso las Gemas de las Matemáticas. Esta es la energía que se consume conforme pasa el tiempo:

Tiempo (horas)	Memoria (Gb)	Probabilidad de éxito	Energía (kW/h)
0-3	1	0.001	200
4-6	1.2	0.123	250
11-14	2.3	0.248	250
15-19	4.9	0.465	500
15-19	7.8	0.824	750
20+	13	0.999	1000

- Number Woman ha conseguido contactar con un grupo de mercenarios espaciales, llamados los Guardianes de las Estrellas, cuyo logo es el siguiente:



GUARDIANES  
DE LAS  
ESTRELLAS

**SOSPECHOSOS**

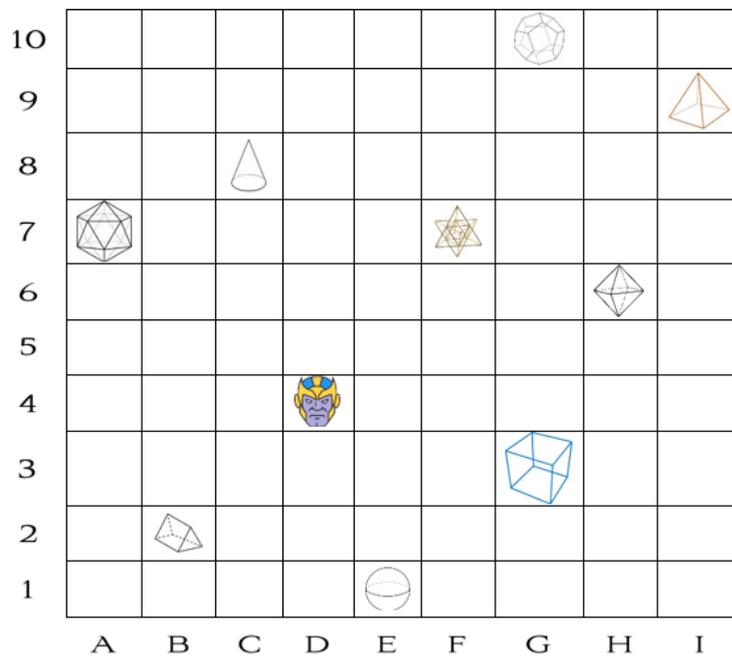
ALTRON	DOCTOR PERDICION	VONAN EL ACUSICA
$(8 + 3) \times 2 - 5 = 15$	$(9 - 6) \times 5 + 6 \times 9 = 68$	$50 \times 9 : 3 - 40 \times 2 = 70$

**DECLARACIONES**

## Capitana Mates



- Zhanos ha conseguido la gema de la aritmética después que la gema de la geometría.
- Las naves que ha conseguido la Capitana tienen una capacidad para 13 superhéroes.
- Zhanos se ha apoderado de la gema de la aritmética después que la gema de la estadística y antes que la gema de la probabilidad.



**SOSPECHOSOS**

MALMETO	DEENCANTADORA	WHITE MANTA
$13 \times 9 - 5 \times 6 - 7 = 78$	$45 : (3 \times 5) + 35 \times 2 = 90$	$15 : 5 + 90 : 3 = 31$

**DECLARACIONES**

## Cuestiones

1. Indicad cuáles de los siguientes sospechosos son auténticos miembros de la Sociedad Negra, indicando la solución correcta cuando la operación esté mal efectuada, como en el ejemplo:

Sospechoso	¿Miembro de la Sociedad Negra?	Resultado correcto
<u>Altron</u>	<input checked="" type="checkbox"/>	17
Desencantadora	<input type="checkbox"/>	
Doctor Perdición	<input type="checkbox"/>	
Malmeto	<input type="checkbox"/>	
<u>Purple Hood</u>	<input type="checkbox"/>	
<u>Solomia Grundy</u>	<input type="checkbox"/>	
<u>Vonan el Acusica</u>	<input type="checkbox"/>	
White Manta	<input type="checkbox"/>	
<u>Zaam</u>	<input type="checkbox"/>	

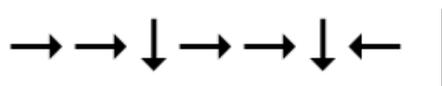
2. Indicad las coordenadas de las diferentes Gemas de las Matemáticas:

Nombre de la Gema	Coordenadas.

3. ¿Cuántas naves son necesarias preparar para trasladar a todos los superhéroes a Tythan?

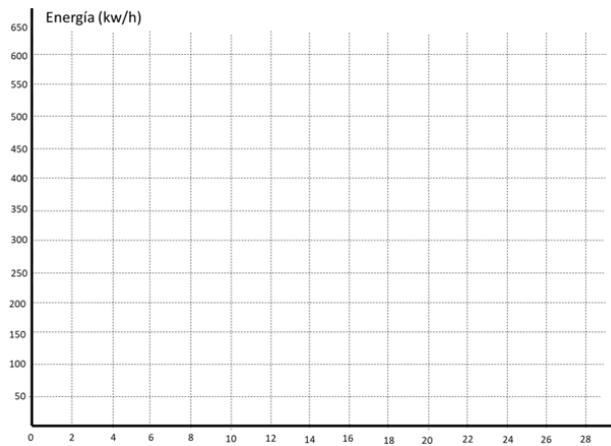
4. Utilizando el sistema de símbolos del Mateverso, indicad el rumbo que tiene que seguir Zhanos para hacer los siguientes recorridos:

- a. Desde su posición inicial hasta la Gema de la Aritmética.
- b. Desde la Gema de la Probabilidad hasta la Gema del Álgebra.
- c. Zhanos ha llegado a la Gema de la probabilidad siguiendo este camino. ¿Desde qué casilla comenzó?



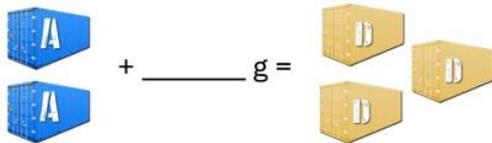
5. Ordenad, de menor a mayor, los pesos de los contenedores de Palpitionium de Makanda.

6. Elaborad un diagrama de barras sobre la cantidad de energía consumida por el radar buscador de Gemas.



7. ¿Qué fracción del logo de los guardianes de las estrellas representa la estrella de seis puntas?

8. Completad la siguiente igualdad:



9. Indica el orden en el que Zhanos ha conseguido las gemas de las Matemáticas.

Anexo II: Prueba de velocidad de las Olimpiadas Matemáticas de Granada de la fase comarcal de 2019

LAS OPERACIONES PERDIDAS

1 

Completad las operaciones con los signos de suma, resta, multiplicación y división para que sean correctas. Podéis usar paréntesis si los necesitáis.

$$16 \quad 8 \quad 4 \quad 2 = 2$$

$$16 \quad 8 \quad 4 \quad 2 = 4$$

$$16 \quad 8 \quad 4 \quad 2 = 10$$

$$16 \quad 8 \quad 4 \quad 2 = 20$$

$$16 \quad 8 \quad 4 \quad 2 = 50$$

$$16 \quad 8 \quad 4 \quad 2 = 64$$

$$16 \quad 8 \quad 4 \quad 2 = 98$$

CRUCINUMÉRICO.

2 

Completad el siguiente crucigrama numérico escribiendo en cada casilla una sola cifra.

A	B		C		D	E
F		G		H		I
	J				K	
	L					
M		N				O
P	Q		R		S	
T		U		V		

**HORIZONTAL**

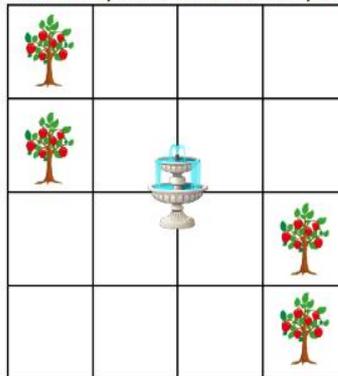
- A)  $5 \times \_ = 85$   
 C)  $123 \times \_ = 615$   
 D)  $( \_ - 1) : 6 = 5$   
 F)  $56 \times \_ = 448$   
 G)  $( \_ - 2) : 74 = 10$   
 I)  $312 : \_ = 312$   
 J)  $\_ - 34345 = 34598$   
 L)  $5 \times 6643 = \_$   
 M)  $45 \times \_ = 270$   
 N)  $1000 - \_ = 110$   
 O)  $\_ ^3 = 8$   
 P)  $\_ : 11 = 5$   
 R)  $96 : \_ = 24$   
 S)  $3 \times \_ = 81$   
 T)  $\_ - 555 = 66$   
 V)  $1324 - \_ = 786$

**VERTICAL**

- A)  $( \_ + 2) : 4 = 5$   
 B)  $\_ \times 87 = 609$   
 C)  $\_ + 6238 = 555532$   
 D)  $111 : \_ = 37$   
 E)  $121 : \_ = 11$   
 G)  $12381 - \_ = 4543$   
 H)  $( \_ - 10) : 8 = 300$   
 J)  $\_ : 9 = 7$   
 K)  $\_ : 7 = 5$   
 M)  $\_ - 327 = 329$   
 O)  $\_ - 126 = 152$   
 Q)  $( \_ - 2) : 25 = 2$   
 S)  $5 \times \_ = 115$   
 U)  $1987654 \times \_ = 1987654$   
 V)  $\_ ^4 = 625$

**LA HERENCIA.**

El abuelo Matías quiere dejar en herencia una finca entre sus cuatro hijos. La finca, tal y como muestra la figura, es cuadrada y tiene una fuente y cuatro manzanos en los lados.



3 

El abuelo Matías quiere tratar a sus cuatro hijos de manera justa de forma que cada hijo recibirá una parte del terreno con la misma forma y tamaño. Además, todas las partes deberán tener un manzano y acceso a la fuente. **¿Cómo dividirá el abuelo Matías su finca?**

**MENSAJE CIFRADO.**



En cierto código de espías la palabra OLIMPIADA se codifica como LORNKRZVWZ y la palabra THALES se codifica como GSZOVH.

a) ¿Cómo se cifran las letras? Completad la siguiente tabla para ayudaros con los siguientes apartados.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z

4



b) Codificad el siguiente mensaje:

LA REUNION SE CELEBRARA EN EL NEON DISTRICT

c) Descodificad el siguiente mensaje:

GLWL HOLH RMUL INZM GVHO OVT'Z IZMZ OZH WLH

¡CUIDADO! Los espías no utilizan la letra Ñ.

**DIEZ FRUTAS.**

Cada una de las diez frutas que aparecen a continuación equivale a un número diferente del 0 al 9. Descubrid el valor de las distintas frutas.

5



+  =	+  =	-  =
+  =	-  =	+  =
×  =	×  =	+  =


### Anexo III: Prueba de relevos de las Olimpiadas Matemáticas de Granada de la fase comarcal de 2019

#### CÍRCULOS Y CUADRILÁTEROS.

Considerad las siguientes propiedades:

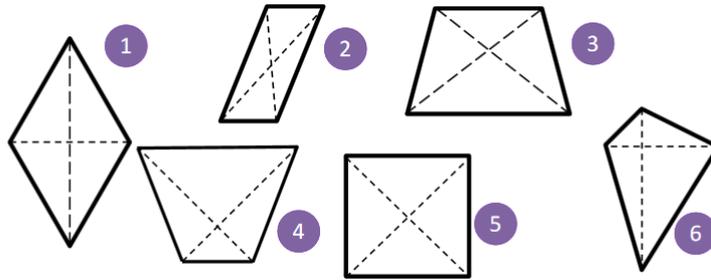
P1: Las dos diagonales tienen la misma longitud.

P2: Las diagonales forman ángulos rectos.

P3: El punto de corte de las diagonales divide a cada una de las diagonales en dos partes iguales.

Escribid el número de cada cuadrilátero en la zona que corresponda:

1 



P1

P2

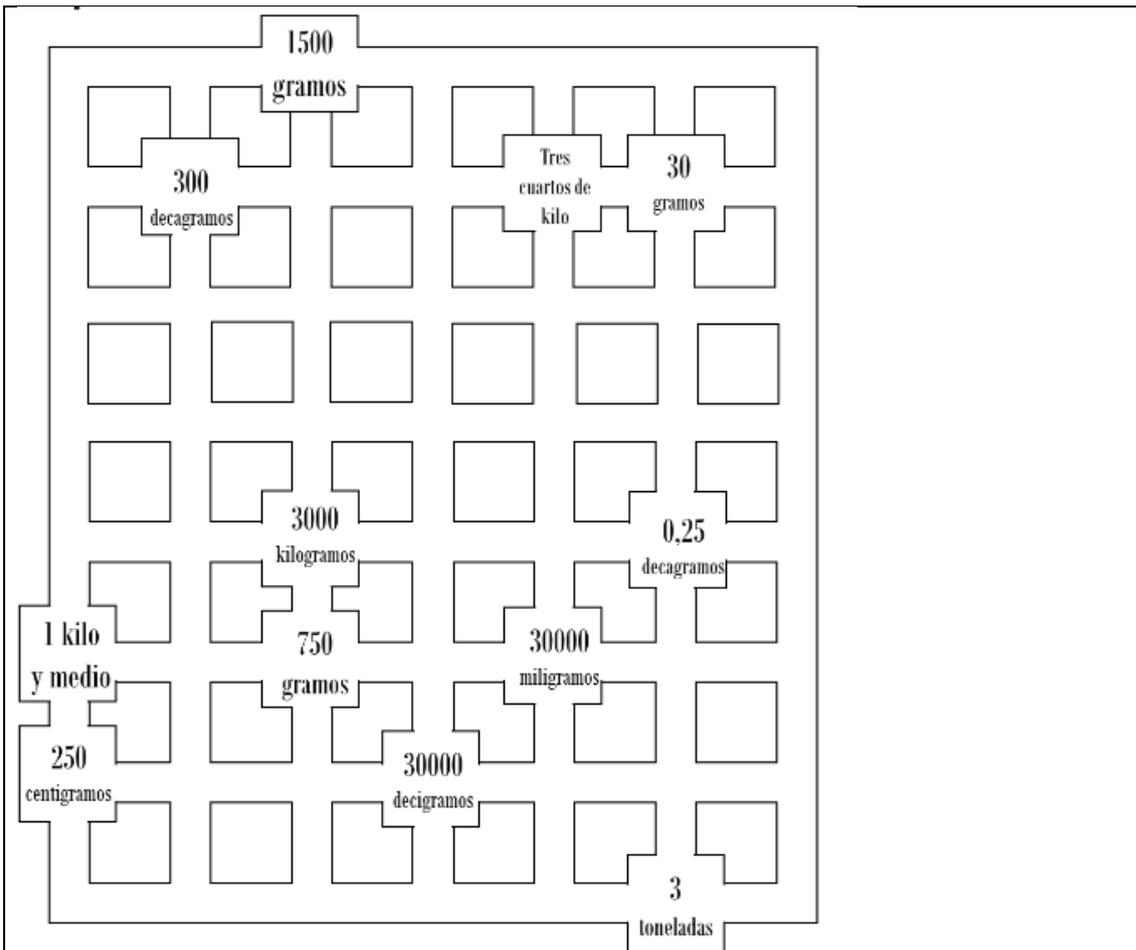
P3

2 

#### MASAS EN RUTA

En el siguiente laberinto debéis unir las casillas que representen el mismo peso, pero sin que los caminos que dibujéis se corten, sin que pasen por el mismo cruce ni que pasen por otra casilla.

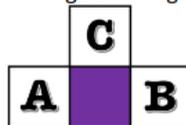
Dibujad los caminos en el dibujo:



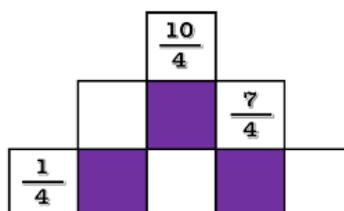
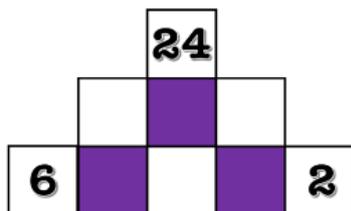
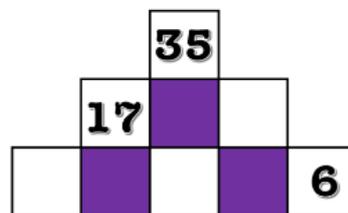
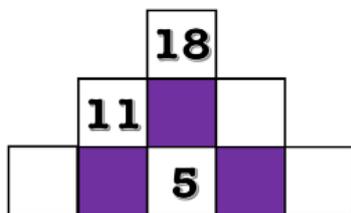
**PIRÁMIDES NUMÉRICAS.**

En estas pirámides numéricas, los números de cada uno de los pisos de la pirámide se obtienen del piso inferior mediante la siguiente regla:  $C = A+B$ .

3 🌸



Hallad los números que faltan en las siguientes pirámides:



#### EL MISTERIO DEL CUMPLEAÑOS.

Ainhoa dice: "Anteayer tenía diez años y el año que viene tendré 13". ¿Qué día es el cumpleaños de Ainhoa?

4 🌸



#### EL SORTEO

Se van a sortear balones entre Alejandro, David, Sergio, Paula, Ainara, Adelina e Inma (A cada persona sólo le puede tocar un balón).

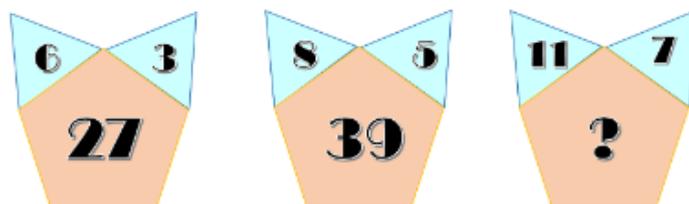
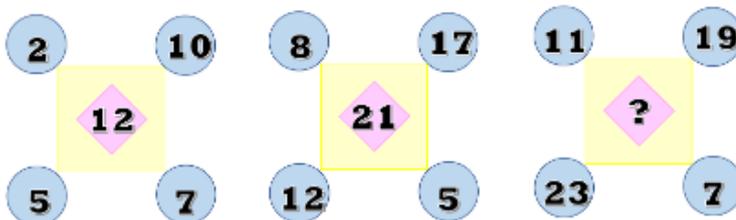
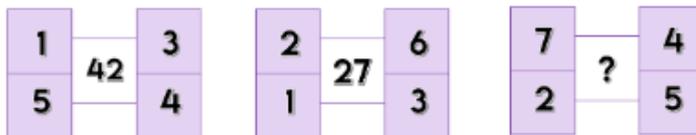
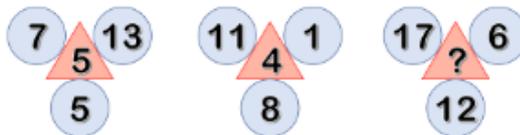
5 🌸



- ¿Cuántos balones habrá que sortear para estar seguros de que les toca a dos niñas?
- ¿Cuántos balones habrá que sortear para estar seguros de que les toca a dos niños?
- ¿Cuántos balones habrá que sortear para estar seguros de que le toca a Adelina?

#### RELACIONES NUMÉRICAS.

6 🌸 En las siguientes figuras, los números siguen una relación lógica. ¿Qué números han de aparecer en las interrogaciones? Escribid también la regla de formación de las figuras.



7 

**AYUDANDO A LOS NECESITADOS.**

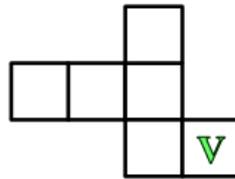
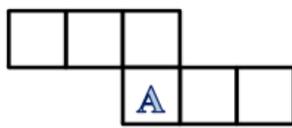
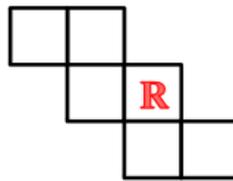
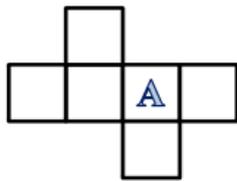
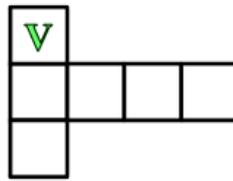
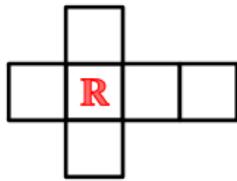
Judit y Manu preparan paquetes con alimentos para enviar a países del Tercer Mundo. Colocan en cajas bolsas de cereales de 7 kilos y latas de leche en polvo de 4 kilos. Cada caja debe contener 50 kilos de alimentos en total y contener más cereales que leche en polvo. **¿Cuántas bolsas de cereales y cuántas latas de leche en polvo podrán poner en cada caja?**



8 

**CUBOS DE COLORES**

Un cubo tiene pintadas sus caras de tres colores: rojo, azul y verde. Cada dos caras opuestas están pintadas del mismo color. Las figuras que aparecen abajo, son desarrollos planos del cubo. Hemos pintado algunas caras, **¿dónde deben ir el resto de los colores?**



**Anexo IV: Ficha de registro de reuniones**

<b>ALUMNO:</b> _____					
Reuniones	Motivación	Interés	Ganas	A gusto en clase	Observaciones
Inicial					
DD/MM/AA					

### Anexo V: Cuestionario al terminar bloque de contenidos

1 (nada) 2 (poco) 3 (algo) 4 (bastante) 5 (mucho)					
<b>BLOQUE:</b> _____		<b>ALUMNO:</b> _____		<b>FECHA:</b> _____	
Ítems	1	2	3	4	5
He aprendido en este bloque					
Me he sentido cómodo trabajando estos problemas					
Me gusta trabajar este tipo de problemas					
Creo que son útiles para la vida diaria					
He estado motivado con este bloque de problemas					
Me he divertido haciendo estos problemas					
Entiendo los problemas de este bloque					
Tengo que repasar este bloque					
Creo que he mejorado en este tipo de problemas					
Me han resultado difíciles de entender					
He entendido finalmente estos problemas					
Tendría que repasar este tipo de problemas					
<b>Observaciones:</b>					

### Anexo VI: Autoevaluación del alumno

<b>ALUMNO:</b> _____		<b>Fecha:</b> _____			
Ítems	Nunca	Rara vez	A veces	Siempre	
Atiendo a las explicaciones del profesor					
Corrijo mis tareas					
Hablo bajito					
Respeto a mis compañeros					
Respeto a mi profesor					
Me gusta venir al aula enriquecida					
Trabajo a gusto					
Estoy motivado en este aula					
Estoy aprendiendo					
En casa repaso lo que hemos estudiado					
Aprovecho el tiempo en el aula					

Soy capaz de ver varias soluciones si las hay				
Reviso lo que he escrito				
<b>Observaciones:</b>				

**Anexo VII: Autoevaluación del profesor:**

Ítems	Nunca	Rara vez	A veces	Siempre
Los alumnos trabajan bien de manera individual				
Los alumnos trabajan bien de manera grupal				
Las explicaciones son claras				
Contesto las dudas cuando las hay				
Utilizan estrategias explicadas				
Están motivados				
Tengo en cuenta sus intereses				
Estoy motivado				
Aprovecho el tiempo en el aula				
Los objetivos se están cumpliendo				
Los contenidos son apropiados				
Tienen retos cognitivos				
Se han cumplido los objetivos				
Los contenidos han sido apropiados para el alumnado				
El proyecto les ha ayudado a desarrollar el talento matemático				
Hemos fomentado la creatividad en la resolución de problemas				
Son capaces de ver varias soluciones si las hay				
Las "olimpiadas" han resultado satisfactorias				
Han aprendido nuevas estrategias				
Los problemas han tenido reto cognitivo				
<b>Observaciones:</b>				

### Anexo VIII: Coevaluación

ALUMNO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

Pon el nombre de cada compañero y valora según los siguientes criterios. No te olvides de valorarte a ti mismo.



Ítems	1 _____	2 _____	3 _____	4 _____	5 _____	Yo
Esta dispuesto a ayudar a sus compañeros						
Es respetuoso con los compañeros						
Realiza los trabajos						
Participa						
Ofrece su ayuda al que lo necesita						
Sabe recibir ayuda de otros compañeros						

### Anexo IX: Evaluación del alumno al profesor

**FECHA:** \_\_\_\_\_ **Recordad que la evaluación es anónima**

1 (nada) 2 (poco) 3 (algo) 4 (bastante) 5 (mucho)

Ítems	1	2	3	4	5
Las clases han sido amenas					
Las explicaciones son claras					
Nos ha motivado					
Tiene en cuenta nuestros intereses					
Nos deja participar en las explicaciones con los compañeros					
Nos anima a mejorar y a seguir trabajando					
Nos ayuda si es necesario					
Escucha nuestras opiniones					