

MATEMATIKA

Maitane INTXUSTA MARTIN

LAUKIEN BIDEZ GEOMETRIAN
IKASLEEK IZATEN DITUZTEN
OHIKO AKATSAK AZTERTUZ

TFG/*GBL* 2013



Lehen Hezkuntzako Irakasleen

Gradua

Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua
Grado en Maestro en Educación Primaria

Gradu Bukaerako Lana

Trabajo Fin de Grado

**LAUKIEN BIDEZ GEOMETRIAN IKASLEEK
IZATEN DITUZTEN OHIKO AKATSAK AZTERTUZ**

Maitane INTXUSTA MARTIN

GIZA ETA GIZARTE ZIENTZIEN FAKULTATEA
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y SOCIALES

NAFARROAKO UNIBERTSITATE PUBLIKOA
UNIVERSIDAD PÚBLICA DE NAVARRA

Ikaslea / Estudiante

Maitane INTXUSTA MARTIN

Izenburua / Título

Laukien bidez geometrian ikasleek izaten dituzten ohiko akatsak aztertuz

Gradu / Grado

Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua / Grado en Maestro en Educación Primaria

Ikastegia / Centro

Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea / Facultad de Ciencias Humanas y Sociales

Nafarroako Unibertsitate Publikoa / Universidad Pública de Navarra

Zuzendaria / Director-a

Aitzol LASA OYARBIDE

Saila / Departamento

Matematika/ Matemáticas

Ikasturte akademikoa / Curso académico

2012/2013

Seihilekoa / Semestre

Udaberria / Primavera

Hitzaurrea

2007ko urriaren 29ko 1393/2007 Errege Dekretua, 2010eko 861/2010 Errege Dekretuak aldatuak, Gradu ikasketa ofizialei buruzko bere III. kapitulu hau ezartzen du: “ikasketa horien bukaeran, ikasleek Gradu Amaierako Lan bat egin eta defendatu behar dute [...] Gradu Amaierako Lanak 6 eta 30 kreditu artean edukiko ditu, ikasketa planaren amaieran egin behar da, eta tituluarekin lotutako gaitasunak eskuratu eta ebaluatu behar ditu”.

Nafarroako Unibertsitate Publikoaren Haur Hezkuntzako Irakaslearen Graduak, ANECAk egiaztatutako tituluaren txostenaren arabera, 12 ECTSko edukia dauka. Abenduaren 27ko ECI/3857/2007 Aginduak, Haur Hezkuntzako irakasle lanetan aritzeko gaitzen duten unibertsitateko titulu ofizialak egiaztatzeko baldintzak ezartzen dituenak arautzen du titulu hau; era subsidiarioan, Unibertsitatearen Gobernu Kontseiluak, 2013ko martxoaren 12ko bileran onetsitako Gradu Amaierako Lanen arautegia aplikatzen da.

ECI/3857/2007 Aginduaren arabera, Haur Hezkuntzako Irakaslearen ikasketa-plan guztiak hiru modulutan egituratzen dira: lehena, oinarrizko prestakuntzaz arduratzen da, eduki sozio-psiko-pedagogikoak garatzeko; bigarrena, didaktikoa eta diziplinakoa da, eta diziplinen didaktika biltzen du; azkenik, Practicum daukagu, zeinean graduko ikasleek eskola praktikan lortu behar dituzten gaitasunak deskribatzen baitira. Azken modulu honetan dago Gradu Amaierako Lana, irakaskuntza guztien bidez lortutako gaitasun guztiak islatu behar dituen. Azkenik, ECI/3857/2007 Aginduak ez duenez zehazten gradua lortzeko beharrezkoak diren 240 ECTSak nola banatu behar diren, unibertsitateek ahalmena daukate kreditu kopuru bat zehazteko, aukerako irakasgaiak ezarriz, gehienetan.

Beraz, ECI/3857/2007 Agindua betez, beharrezkoa da ikasleak, Gradu Amaierako Lanean, erakus dezan gaitasunak dituela hiru moduluetan, hots, oinarrizko prestakuntzan, didaktikan eta diziplinan, eta Practicumean, horiek eskatzen baitira Haur Hezkuntzako Irakasle aritzeko gaitzen duten unibertsitateko titulu ofizial guztietan.

Lan honetan, oinarrizko prestakuntzako moduluak bidea eman digu azterketa gauzatzeko beharrezkoa izan den dokumentazioa eta informazioa eskuratzeko, baita ikaslearen garapen ebolutiboa ezagutzeko.

Didaktika eta diziplinako moduluak ahalbidetu du ziklo honetan matematikan garatzen diren eta kontutan hartzea ezinbestekoa den edukiak ezagutzea.

Halaber, Practicum moduluak esparrua ematen dio azterketa haren lagina ezagutzeari.

Azkenik, aukerako moduluak azterketa hau aurrera eramateko baliabideak eskaini ditu, joko motrizaren bitartez aurrera eraman baita azterketa honen atal bat.

Beste alde batetik, ECI/3857/2007 Aginduak ezartzen du, Gradua amaitzerako, ikasleek gaztelaniazko C1 maila eskuratuta behar dutela. Horregatik, hizkuntza gaitasun hau erakusteko, hizkuntza honetan idatziko dira "ONDORIOAK" atala, baita hurrengo atalean aipatzen den laburpen derrigorrezkoa ere.

Laburpena

Proiektu honetan, gaur egun Lehen Hezkuntzako hirugarren zikloko ikasleek geometria alorrean izaten dituzten ohiko akatsak aztertzen dira.

Lehendabizi ikasleek izaten dituzten ohiko akats hauek zeintzuk diren ezagutzeko, eskola bateko hirugarren zikloko tutore bati galdeketa bat egiten zaio eta eskolan matematika irakasgaiari lantzen duten testuliburua miatzen da. Behin ohiko akats hauek identifikatu direlarik, azterketaren bitartez lortu nahi diren helburuak eta emango diren hipotesiak zehazten dira. Azterketa gauzatzeko beharrezkoa den informazioa edota dokumentazioa eskaintzen da. Honetan, geometriaren didaktikari dagokion zenbait eduki azaltzen dira, hala nola, konstruktibismoaren korronea, joko motrizaren bitartez geometriaren lanketa, “espazioa” Piageten arabera edota Van Hielek proposatzen dituen mailak irudi lau eta solidoen inguruko ezagutzak barneratzean.

Ondoren, azterketa gauzatzeko beharrezkoak diren materialak eta metodoak deskribatzen dira. Azterketan ateratako emaitzak modu hotzean adierazten dira eta emaitza hauen inguruan hausnartu egiten da.

Azkenik, proiektu osoan zehar garatutakoaren sintesi bat eskaintzen da, honetan ateratako ondorioak justifikatuz eta aldi berean, etorkizuneko ikerketa berriei bidea emanez.

Hitz gakoak: Geometria; Lehen Hezkuntza; Konstruktibismoa; Joko motrizak; Ahalmen espaziala

Resumen

En el siguiente estudio se analizan los errores habituales que tienen los/as alumnos/as del tercer ciclo de Educación Primaria correspondientes al área de geometría.

Para comenzar, se realiza una encuesta a una tutora de dicho ciclo y se investigan los respectivos libros de texto. Una vez identificados los errores, se concretan los objetivos y las hipótesis que se quieren trabajar. A continuación se facilita la información y documentación necesaria para realizar el estudio, en la cual, se presentan diferentes

contenidos correspondientes al área de la didáctica de la geometría. Entre estos contenidos, están la corriente constructivista, el trabajo de la geometría a través del juego motriz, el “espacio” según Piaget y los niveles según Van Hiele en la adquisición de los conocimientos de las figuras planas y sólidas.

Posteriormente, se describen los materiales y métodos necesarios para realizar el estudio. Se extraen los resultados del estudio de forma objetiva y seguido se realiza una reflexión sobre ellos.

Finalmente, se ofrece una breve síntesis sobre el proyecto realizado, justificando los resultados y a su vez incentivando nuevas reflexiones e investigaciones.

Palabras clave: Geometría; Educación Primaria; Constructivismo; Juegos Motrices; Capacidad espacial;

Abstract

The aim of this project is to analyze the usual mistakes that the students in the 5th and 6th grade of primary do in geometry.

In order to know what those errors are we have had an interview with a teacher of the 3rd cycle. We have also analyzed the book that students use in mathematics. Once we have detected the errors, we have defined the objectives and the hypothesis to do this research.

We have collected the information which is needed to carry out the research. The information is related to the didactics of geometry, as well as to constructivist theories, geometry learned by motor skills and games, the concept of “space” defined by Piaget or the levels of Van Hiele for the plain and solid figures.

After that, the materials and methods that are used in the study are described. Furthermore, we explain the results and we reflect on them.

To conclude, this work includes the summary of the project in which the justification of the objectives are clear. Apart from that, the possibility to create following projects is open.

Keywords: Geometry; Primary school; Constructivism; Motor game; Space ability.

AURKIBIDEA

1. Aurrekariak, helburuak eta hipotesiak	1
2. Marko teorikoa	7
3. Materiala eta metodoak	17
4. Emaitzak eta hausnarketa	27
4.1. Emaitzak	27
4.1.1 Irudiak sortzen	
4.1.2 Errealitatea behatzen	
4.2 Hausnarketa	51
Ondorioak eta galdera irekiak	57
Erreferentziak	61

1. AURREKARIAK, HELBURUAK ETA HIPOTESIAK

Matematikak errealitatea aztertzea eta errealitatetik eskura daitezkeen ezagutzak bereganatzea ahalbidetzen du. Matematikaren bitartez errealitatetik bereganatzen den informazioari esker, errealitatea hobeki ezagutzen, baloratzen eta honetan erabakiak hartzen laguntzen du.

Hau dela eta, garrantzia handikoa da matematika lantzea eta ikastea. Alde batik, matematika eguneroko bizitzan, lan munduan edota beste esparru batzuetan aplikatzeko baliagarria da eta beste alde batetik, haurraren gaitasun kognitiboa indartzeko lagungarria da. Hortaz, esaterik ez dago matematika ikasteak dituen onurak aprobeztatu behar direla.

Lehen Hezkuntza Magisteritza Graduko Matematikaren didaktika irakasgaiari, geometriako edukiak lantzearekin batera, ikasleek eduki hauek barneratzean izaten dituzten ohiko akatsak lantzen dira. Dirudienez, ikasleek ezagunak diren eta behin baino gehiagotan errepikatzen diren ohiko akatsak egiten dituzte.

Ikasle askoren akatsak izateak, akats hauen iturburuak aztertzeko grina sorrarazten du. Ez baitauka logikoa askorik, ezaguna eta hedatua dagoen akatsa izanda ere, gaur egun ikasleen artean akatsen tipologia hau irautea.

Hau dela eta, ohiko akatsen sorrera ezagutzeko, geometria irakasteko erabiltzen den metodologian erreparatzea ezinbestekoa da. Interesgarria da erabiltzen den metodologia aztertzea, hutsuneak dituen edota aproposa den jakiteko.

Argi dago faktore ezberdinek ikasleen akatsetan eragina dutela, hala nola, ikasleen gaitasunak, irakasleak erabiltzen duen metodologia edota ikaslearen testuingurua. Faktore hauek subjektiboak dira eta aztertu nahi diren akatsak komunak izanda, akatsen iturburuak ezagutzeko objektiboa den zerbaiterako eutsi beharko zaio.

Honetarako, egindako lehendabiziko gauza, ohiko akatsen inguruan informatzea eta dokumentatzea izan da. Zuzenean errealitatean ematen diren akatsak ezagutzeko, eskola bateko 3. zikloko tutore bati ikasleek izaten dituzten geometriari dagokion akatsen inguruan galdetu zaio.

Irakasleak dioenez, ikasleek ondorengo akatsak izaten ohi dituzte: irudi eta gorputz geometrikoak errealitatean identifikatzeko zailtasunak izaten dituzte, irudi konplexu batean dauden irudi edo gorputz geometriko guztiak identifikatzeko eta deskonposatzeko zailtasunak izaten dituzte, formulak ulertzeko, logika bilatzeko eta hauen jatorria ezagutzeko zailtasunak izaten dituzte (adibidez zirkunferentziaren formularen), irudi geometrikoak modu ezberdinetan orientatuta daudenean hauek identifikatzeko zailtasunak izaten dituzte eta irudi geometriko bati simetria aplikatzerakoan, irudia ardatzarekiko distantzia mantentzeko zailtasunak izaten dituzte. Honetaz gain ere, estereotipatutako zenbait ideia izaten dituzte; laukia karratuarekin edota laukizuzenarekin soilik erlazionatzen dituzte eta irudi geometriko baten tamaina aldatzean, irudi geometriko mota aldatu egiten dela uste dute.

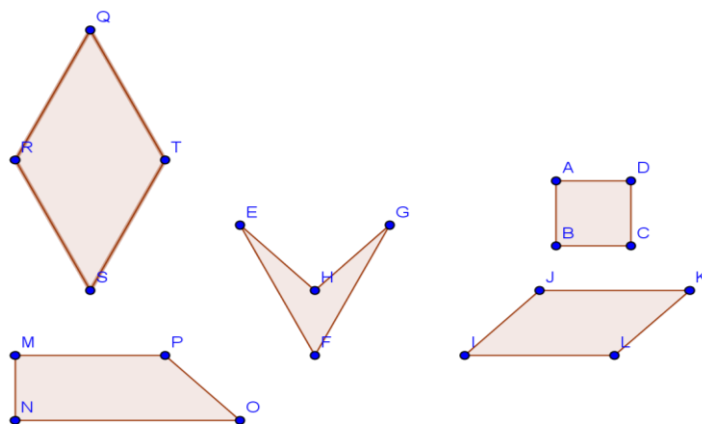
Normalean, gainontzeko irakasgaietan bezala, denbora kontua dela eta, batzuetan urtean zehar eman behar diren hainbat eduki eman gabe uzte dira. Tutore honen kasuan, aurreko urtean matematikako gaitegi guztia emateko denbora izan zuen eta aurten ere, gaitegi guztia emateko asmoa du. Dena den, tutoreak dioenez, uztekotan estatistikari dagokion gaitegiaren atalen bat eman gabe uzten du. Tutorearen iritziz, irakasle gehienak gaitegia irakasterakoan ondorengo ordena jarraitzen dute: zenbakiak eta eragiketa multzoak, geometria, neurria (magnitudeen zenbatespena eta kalkulua), eta azkenik, informazioaren tratamendua (ausa eta probabilitatea).

Irakasleak azaldutako ohiko akatsetan, geometriako eduki ugari inplikutzen dira, hala nola; irudi lauak, poliedroak eta mugimenduak. Hau dela eta, azterketa esanguratsua izateko ohiko akats jakin batzuetan zentratzea komenigarria da. Ondorioz, alde batetik, laukiak errealitatean identifikatzeko izaten dituzte zailtasunak aztertuko dira eta beste alde batetik, laukiak modu ezberdinetan orientatuta daudenean hauek identifikatzeko izaten dituzten zailtasunak. Honetaz gain ere, irudi laueta laukiekin sortu dituzten ezagutzak edota ideia estereotipatuak aztertuko dira.

Aurretik esan bezala, irakasle bakoitzak geometria irakasteko modu eta estilo propio dute. Hala ere, irakasle guztiek bat egiten dute lanaz gainezka daudenez eta gehienetan eskuragarri duten baliabide material komun batera jotzen dutela, testuliburueta hain zuzen ere.

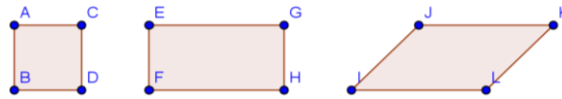
Ondorioz, oso interesgarria da testuliburuetan erabiltzen den metodologia ezagutzea, aztertuko diren akatsen iturburua ezagutzeko baliagarria izango baita. Normalean ohiko testuliburuak “entziklopedikoak” izaten dira eta irakaslearen lana errazteko amoz diseinatuak izaten dira. Luis Peredaren testuliburuak aldiz, ikaslearen ikaskuntza prozesua errazteko helburuarekin diseinatuak izaten dira, problemen ebazpenerako sekuentzia bat proposatzen baitute. Honetarako, Luis Peredaren matematikari dagokien bosgarren eta seigarren mailako testuliburuak miatu behar dira, azterketa hirugarren zikloko ikasleei burutuko baitzaie eta Luis Peredaren testuliburuak erabiltzen dituzten eskola batean gauzatuko baita.

Bosgarren mailako testuliburuan, laukien sailkapena azaltzerakoan beti adibide berdinak agertzen dira, beti modu berean orientaturik dauden laukiak azaltzen baitira (1. irudia). Forma eta tamaina berdina duten laukiak gaia osoan zehar etengabe errepikatzen dira. Gaiaren amaieran agertzen den auto-ebaluazioan ere, aurretik azaldutako forma, tamaina eta orientazio berdina duten laukiak agertzen dira



1. irudia. Laukiak

Seigarren mailako testuliburuan ere, poligonoen perimetroa eta azalera azaltzerakoan, 5. mailako testuliburuetan adierazitako forma, tamaina eta orientazio berdina duten lauki berdinak erabiltzen dituzte (2. irudia).



2. irudia. Laukiak modu berdinean orientatuak

Lauki ahurren adibide bakarra azaltzen da gai osoan zehar, forma, tamaina eta orientazio berdineko irudia behin baino gehiagotan errepikatuz. Lauki ezberdinak sortzeko helburu duten ariketak azaltzen dira. Hauek, mota ezberdinetako eta modu ezberdinean orientatutako laukiak sortzeko aukera ematen dute. Testuliburuak ordea, tamaina, forma eta orientazio ezberdinetako laukiak ez dituzte eskaintzen

Etengabeko adibideen errepikapenak ikasleek egiten dituzten ohiko akatsekin zerikusia handia dute. Ikasleek geometria modu egokian barneratzea nahi baldin bada, irakasleek testuliburuetan agertzen diren topikoak apurtu behar dituzte.

Hau dela eta, azterketa honen bitartez, gaur egungo errealitatean aurretik aipatutako ohiko akatsak ematen diren egiaztatu nahi da. Ematekotan, zenbat ikasleek burutzen duten jakin nahi da eta akats hauekiko duten erantzunen tipologia zein den ezagutu nahi da. Bestalde, normalean ematen diren ohiko jarraibideak eta erabiltzen den metodologia aldatuz gero, akatsak mantentzen edota ezabatzen diren konprobatu nahi da. Azkenik, ikasleen ohiko akats hauek ezabatzeko modu egokia bilatu nahi da eta hortaz, konprobatu nahi da proposatzen dena egokia den.

Behin azterketa honen helburuak azaldu direlarik, hipotesiak azaltzeko unea iritsi da. Azterketa honetan lortu nahi diren helburuak bermatzeko, ikasleekin espresuki aurrera eramango diren bi saio diseinatu dira. Saio hauetan ikasleek aztergai ditugun ohiko akatsak egitea espero da eta aldi berean ere, izango dituzten erantzunen tipologia ezagutu ahalko da.

Aztergai diren ohiko akats hauek zuzentzea helburu duten jarraibide berriek, ikasleen arteko eztabaidak sortuko dituela espero da. Gainera, akats hauek saihesteko edota zuzentzeko planteatzen diren ariketa berrien aurrean, ikasleek segurtasun eza adieraziko dutela uste da.

Azkenik, ikasleek dituzten eskemak edo topikoak apurtuko dituztela espero da eta honekin, aztertutako ohiko akatsak zuzenduko direla. Beraz, bi saio hauetan

Laukien bidez geometrian ikasleek izaten dituzten ohiko akatsak aztertuz

planteatzen diren ariketei esker, ikasleek geometria aztertzeko ikuspegi berri bat eraikitzea espero da.

2. MARKO TEORIKOA

“Geometria hitza grekotik dator eta lurraren neurketa esan nahi du. Antzinako Egipton sortu zen, lurra neurtzeko egindako lanen ondorioz. Neurketa horiek egitea beharrezkoa zitzaien, Nilo ibaiak eragindako uholdeek etengabe ezabatzen baitzituzten euren mugak” (Arrieta, 2001).

Neurketen arazoek (luzera, azalera, bolumena, ...) geometria enpirikoaren sorrera bultzatu arren, laster hasi ziren eraikuntza, irudikapen eta eskulturetan ere erabiltzen.

Aldaketa hau, greziako gizartean eman zen, K. a. VI eta III. mendeetan. Geometriak izaera zientifikoagoa hartu zuen. Procloren arabera “Thales izan zen lehenengoa, Egipton egon ondoren, doktrina hori Grezian sartu baitzuen” (Alsina, Burgués eta Fortuny, 1987). Thalesek, Keops piramide handienaren altuera kalkulatu zuen. Horretarako, makil baten altuera eta itzalen luzerak neurtu zituen eta proportzio bera piramidean aplikatu zuen. Ondoren, Pitagoras, Heráclito de Efeso, Hipócrates de Quío, Eudoxo, Euclides, Arquímedes, Apolonio, etab. gehitu zitzaizkion. Arkimedesek π zenbakia kalkulatu zuen. Pitagorasek aldiz, triangelu zuen baten katetoak eta hipotenusaren arteko erlazioa aztertu zuen. Guztiek emaitza oso onak atera zituzten, metodo berriak asmatu zituzten eta abstrakzio maila bikaina lortu zuten.

Euclides-ek, K. a. 300. urtean, “Elementuak” izeneko Geometriako liburu bat idatzi zuen. 2000 urtetan zehar testuliburu gisa erabilia izan da. Bertan, geometriaren inguruko garaiko ezagutza gehiena biltzen da. Jakintza guztia modu logiko-deduktibo batetan antolatua dago: nozio komunak, postulatuak, axiomak, teorema, etab.

Erdi Aroan latinera itzuli egin zen eta honek eragin handia izan zuen ezagupen geometrikoaren zabalkuntzan eta Europan Bepizkundearen sorrera ahalbidetuz.

XVI. mendean, irudikapenarentzako geometria desberdinak finkatu ziren. Geometria proiektiboa eta Geometria deskriptiboa sortu ziren. Lehenengoak eredu ez grafikoei garrantzia emango die eta bigarrenak eredu grafikoei.

XVII. mendean, Descartesek Geometria Analitikoa sortu zuen, geometria aritmetizatuz.

Denborarekin, geometria berriak sortuz joan ziren: algebraikoa, diferentziala, probabilitikoa, etab.

Baina, XIX. mende bukaeran, Félix Kleinek geometria kontzeptu bateratzaile gisa definitu zuen: *“En Geometria se considerará un espacio y unas transformaciones que permitan clasificar figuras”* (Alsina, Burgués eta Fortuny, 1987)

Geometria eskolan betidanik landua izan dela esan daiteke. Hala ere, honen irakaskuntzan aldaketa handiak egon dira. Eskola tradizionalan, alde metrikoak (azalera eta bolumenen kalkulua), trigonometriarako sarrera eta buruketen ebazpen automatikoei ematen zieten garrantzia. Ondoren, “Matematika modernoa” deitutakoan, eskolan geometria alde batera utzi zuten. Hala ere, alderdi positiboak garatu ziren : motibazioa, talde lanak, materialen erabilera, etab.

Gaur egun, geometriak garai ona bizi du berriro ere eta bere kalitate eta onura onartzen da. Plan berriek Geometria intuitibo eta induktibo bat bultzatu nahi dute, errealitatean oinarritutako geometria, inguruko material eta metodo berriez baliatuz ikasleen ahalmen espaziala garatzeko.

Izan ere, gure inguruan objektu, forma, diseinu eta eraldaketa ugari ditugu. Haurtzarotik objektuen formak manipulatzeko ditugu (jostailuak, sukaldeko tresnak, etab.). Poliki-poliki, inguruaz jabetzen hasten gara, orientazioa lortzen dugu eta ingurua behatzen dugu. Hasiera batean modu intuitibo batean egiten dugu, arrazoiarekin logikorik gabe. Honi intuizio geometrikoa deitzen zaio.

Espazioan ematen diren erlazioak dimentsio fisiko ezberdinetan eman daitezke. Hain zuzen ere, hiru dimentsio daude: lehenengoan, zuzenak, lerro kurbatuak, luzerak, etab. aurkitu ditzakegu. Bigarreanean, gainazal edo azalerak. Eta hirugarrenean, gorputz solido eta bolumenak. Horregatik, espazioaz hitz egiten dugunean, espazio multidimentsional gisa ulertu behar dugu, zeinetan inguruko egoera bakoitza geometrikoki aztertu daitezkeen.

Inguru geometrikoa ezagutzekoan, hau ulertu eta adierazteko bi modu daude. Lehenengoa, aurretik aipatutakoa da. Honek, jatorri bisuala dauka eta induktiboa da. Modu zuzenean intuizioaren bidez egiten da. Sortzaile eta subjektiboa da. Bigarren moduak aldiz, jatorri berbala dauka eta deduktiboa da. Hausnarketaren bidez egiten da, logikaren bidez. Beraz, objektibo eta analitikoa da. Ikaskuntza esanguratsua

bermatzeko bi moduak landu behar dira, induktiboa eta deduktiboa haien artean osagarriak baitira.

Bi metodo hauek, oso desberdinak izan arren, osagarriak dira eta pentsamenduaren garapenaren fase bezala kontsideratu daitezke. Horrela, inguru geometrikoa ezagutzeko, lehenengo ingurua ikusi behar da, eta prozesu hau intuizioaren bidez hasten da. Baina, benetako ezagutza lortzeko, ondoren logikaren bidez ikertu behar da, lengoaiaren bidez adierazi eta komunikatzeko gero.

“El hecho de adquirir conocimientos del espacio real a través de la intuición geométrica es lo que se llama la percepción espacial” (Alsina, Burgués eta Fortuny, 1987). Inguruko ezagutzak intuizio geometrikoaren bidez eskuratzeari pertzepzio espaziala deitzen zaio. Honek garrantzi handia dauka Geometriaren ikaskuntzan, formak, propietate geometrikoak, eraldaketa eta erlazio espazialak ezagutzeko.

Pertsona batek espazio pertzepzio minimo bat ez badauka, atzerriko hizkuntza batetan dagoen testu baten aurrean egotearen sententzio izango du. Horregatik, pertzepzio espazialean formakuntza egoki bat jasotzeak garrantzi handia dauka, gure ingurunera egokitzeko.

Horretarako, Pallasciok (1986) bost etapa proposatzen ditu pertzepzio espazialaren garapenaren ikerketan:

1. Ikustea: objektua ikusi ondoren, ikusitakoa memorizatu ahal izatea, aurrerago objektu berdinak identifikatu ahal izateko.
2. Egituraketa: objektu bat ikusi ondoren, berdina den bat eraikitzeke gai izatea.
3. Itzulpena: deskribapen literario bate bitartez objektu bat ezagutzea eta alderantziz.
4. Zehaztea: erlazio metrikoetatik abiatuz objektua ezagutzea.
5. Sailkapena: sailkapen irizpide desberdinak erabiliz objektuak sailkatzeko gai izatea.

Guzti honengatik, Geometria derrigorrezko hezkuntzan lantzea garrantzitsua da. Hau baieztatzen duen arrazoi ugari daude eta horien artean lau hauek:

1. Geometria lan eremu desberdinetan aurki dezakegu. Hala nola, arkitektura, topografia eta industria.
2. Naturan dauden elementuak aztertzeke garrantzitsuak diren kontzeptuak lantzen dira.

3. Arte eta arte plastikoaren ezinbesteko elementu bat da.

4. Eguneroko bizitzara moldatzeko behar-beharrezkoa da.

Jokoa, geometriaren irakaskuntzaren esparruan oso baliagarria den elementu metodologikoa da, batez ere joko psikomotorikoak. Joko psikomotorikoen bitartez, modu ludiko batean eta ikasteko interesa piztuz, ikasleek ezagutzak barneratzen dituzte eta aldi berean nortasuna garatzen dute.

Psikomotrizitatean izakia bere osotasunean tratatzen da, izakia bere ingurunean bizitzen duen esperientzia osotasunean ematen baita. Psikomotrizitatearen bitartez, eskola esparruan ikasleek bi aspektu garatzen dituzte. Alde batetik, hizkuntza eta gorputzaren bitartez niaren berberatasuna garatzen dute eta beste alde batetik, akademikoagoak diren ezagutzak bereganatzen dituzte.

Geometriak espazioaren hainbat propietateren ezagutzak adierazten ditu eta joko psikomotorikoek, zuzenean espazioa ikertzeko aukera eskaintzen du. Haurrak, espazioaren propietateen inguruan hausnarketa abstraktuak egin baino lehen, espazioa bizi eta sentitzen du. Espazioaren propietateak ikasteko, motibazioa pizteko eta geometriaren inguruan hausnartzeko, gorputz bizipen hauek oso baliagarriak dira.

"[...] para la Psicomotricidad el cuerpo está en el centro de la construcción de las estructuras lógicas espacio-temporales. En la construcción del esquema corporal propio, en la organización espacial del mundo exterior en torno al yo, en el establecimiento de las referencias espaciales entre el yo y los otros, ..." (Recio eta Rivaya, 1989, 32)

Dena den, psikomotrizitatea oso baliagarria da eskola maila nagusiago batzuetan ere. Maila hauetan nahiz eta gorputza adimen ekintzen erdigunea ez izan, espazioa esploratzeko eta esplorazio hau estimulatzeko eta motibatze oso baliagarria da.

Ikasleak hausnarketa geometrikoetara bultzatzeko, duten adina eta gaitasunak kontutan harturik haien kanpo espazioa alda daiteke. Espazioa aldakorra izateko, objektu berriak eta material didaktikoak ezarri edo kendu behar dira. Espazioa gozamen zentzumen-motorikoen iturria da eta honek, espazioaren propietate

ezberdinak aztertzeraz bultzatzen du. Espazioaren propietate geometrikoak aztertu eta hausnartzeko ikaskuntza egoerak sortu daitezke.

Ezagutzak sortzeko esperimendazioa eta aurkikuntza ahalbidetzen duen klima egokia sortu behar da. Klima hau sortzea oso interesgarria da, ikasleen benetako eta bat bateko komunikazioa eta sormena garatzeko.

Hirugarren zikloko ikasleek oraindik ere jokoetan aritzeko, mugitzeko eta gorputzaren bitartez komunikatzeko beharrak dituzte. Jokoetan azaltzen diren egoera ezberdinak hausnartzeko gaitasuna dute eta hausnarketa hauen bitartez ezagutza geometrikoak sortu dezakete. Ziklo honetan landu beharreko geometria deskriptiboa izan behar da, irudi geometrikoen ezagueran eta propietateetan oinarrituta.

Irudi geometrikoak modu dinamiko batean landu behar dira eta akatsak ekiditeko, irudi geometriko maila bakoitzaren forma posible guztiak aurkeztu behar dira, orientazio eta tamaina ezberdinekin.

Geometriaren ikaskuntzaren oinarriak aztertzerakoan bi aspektu kontuan hartu behar dira: alde batetik, izakiaren adimenean sortzen diren espazioaren erlazioak aztertu behar dira eta beste alde batetik, geometriari dagokion ezagupen mailak.

Espazioaren ezagupenak nola barneratzen diren aztertu baino lehen, espazioa definitzeko edota ulertzeko modua zehaztu behar da. Hain zuzen ere, espazioa ulertzeko ikuspegi ezberdinak daude: ikuspegi filosofikoa, ikuspegi fisikoa eta ikuspegi psikologikoa. Ikuspegi filosofikoan bi adiera daude: espazio absolutua, objektuak eta hauen arteko erlazioak espazioarekiko independenteak direnak, eta espazio erlatiboa, objektuen posizio erlazioek espazioa definitzen dutenak. Ikuspegi fisiko batetik, espazioa inguratzen gaituen ingurune fisikoa sortzen du eta ikuspegi psikologiko batetik aldiz, adimenean irudikatzen den edozein espazio da (adimena existitzen ez baldin bada, espazioa ez da existitzen).

“Hay diferentes posiciones epistemológicas sobre la ontogénesis del espacio psicológico. Una es la posición empirista, que sostiene que el espacio psicológico se deriva directamente de la experiencia con el espacio físico. Otra opción es la nativista, que sostiene que el desarrollo del espacio psicológico es determinado por la herencia congénita y

constitucional de cada individuo. La tercera posición es constructivista, que sostiene que el espacio psicológico es activamente construido por el individuo” (Alsina, Burgués eta Fortuny, 1987, 84)

Espazio psikologikoaren inguruan jarrera epistemologiko ezberdinak existitzen dira. Jarrera enpirista dutenek, espazio fisikoarekiko esperientziak espazio psikologikoa garatzen duela diote. Jatorrikoek aldiz, espazio psikologikoaren garapena norberaren sortzetiko herentzia definitzen duela diote. Jarrera konstruktibista dutenek ordea, gizakia modu aktiboan espazio psikologikoa sortzen dutela diote, hau da, norberaren elkarrekintza prozesu baten bitartez.

“Konstruktibismoak, eta orobat teoria psikogenetikoak, ondoko helburua du: ikasleek nola ikasten duten azaltzea” (Sarasua eta Arrieta, 2006). Jean Piaget konstruktibista da eta bere ikerketek ezagutzaren psikologira eta ideia matematikoen garapenera orientatuak daude.

“Piagetek bere esperientzian oinarrituz zera esaten zuen, hurrek espazioa bereganatzerakoan orden bat jarraitzen dutela” (Arrieta, 2001). Lehenengo nozio topikoak bereganatzen dituzte, ondoren nozio proiektiboak eta azkenik, nozio euklidearrak. Dena den, beranduago konprobatu al izan da hurrek ez dituztela nozio topologiko guztiak proiektibo guztiak baino lehen menperatzen eta ezta ere, proiektibo guztiak euklidear guztiak baino lehen.

Nozio topikoan, zazpi urtetarako aurreko kontzeptuak lortzen ditu haurrak. Forma eta tamainari muzin egiten dioten propietateak barneratzen dira eta deformazioarekin inbarianteak dituzte. Nozio hauek dituzte: hurbil-urrun, lehen-ondoren, itxia-irekia, barne-kanpo, barnealde-kanpoalde, mugalde-muga eta etengabe-etena.

Nozio proiektiboa objektuaren aspektua angelu desberdinetatik ikusterakoan ematen da. Lerro zuzenen, lerro kurben, angeluen, distantzien, etab kontserbazioa eskatzen da eta transformazioetan, erlazioak mantendu egiten dira (aurrean-atzean, ezker-eskuin, lerro zuzena, perspektiba, paralelotasuna, erronboa, proiektzioa/itzalak, sekzioa, antzekotasunak/ proporzioak, errotazioa eta garapenak). 7-9 urterekin bi puntutatik pasatzen den zuzena markatzeko gai da eta 9 urterekin, errotazioa asmatu eta

ikuspuntu desberdinak bereizten hasten dira. Haurrek 9-12 urte dituztenean, itzaletan posizio horizontalak eta bertikalak bereizten dituzte, zeharkakoak aldiz ez.

Nozio euklidearrak tamaina, distantzia eta norabideei buruzkoa da. Higiduretan distantziak kontserbatzen dituzte, jadanik 7 urtekoek luzera, distantzia eta azaleraren iraunkortasunak lortzen dituzte. 9-10 urterekin altueraren galera zabalerarekin konpentsatzen dute eta 12 urtetik aurrera proportzionaltasun osoa dute. Bederatzi urtetik aurrera prisma, piramidea eta gorputz borobilen marrazkiak lantzen dira.

Piaget ezagutzaren psikologia eta ideia matematikoen garapena aztertzen du, baina proposamen metodologikoetan hankamotz geratzen da. Piageten hutsune hau Van Hielek proposamenak betetzen du, geometriaren ikaskuntza deskribatu eta lagundu nahi duen hezkuntza-eredu globala baita.

Van Hieleren hezkuntza ereduari, irudi lauak eta solidoa geometrikoak bereganatzeko garaian haurrek maila ezberdinak lortzen joaten dira. Haurrak bere arrazoibide mailari dagozkion gauzak bakarrik ulertuko ditu eta haurraren oraingo arrazoibide-mailaren arabera erlazio matematiko bat ezin bada adierazi, haurrek gorako arrazoibide-maila bat eskuratu arte itxaron beharko dute.

Hauek dira Van Hielek proposatzen dituen bost arrazoibide mailak lehengotik bosgarrenera ordenaturik; ezagupena, azterketa edo analisia, sailkapena, dedukzio formala eta zehaztasuna edo zorrozatasuna. Lehen Hezkuntzan lehendabiziko hiru mailak lantzen dira, ez baitute hirugarren maila hori baino handiagorik lortzen.

Lehenengo mailan, kontzeptu matematikoak era global batean landu egiten dira eta informazio bisuala bakarrik erabiltzen dute. Irudi geometrikoen propietateak aztertu beharrean, irudien forma eta itxura fisikoaren arabera ezagutzen dira. Irudi geometrikoen sailkapenak antzekotasun edo desberdintasun fisiko globalen arabera egiten dira. Maila honetako ikasleek ezin dute orokortu irudi batean ikusten dituzten ezaugarriak beste irudi batera, irudi edo solido bakoitza globalki kontsideratzen baitu. Izena egokitu dezakete eta elementuak (aurpegiak, erpinak, ertzak, aldeak, angeluak) izenda ditzake.

Bigarren mailan, irudi geometrikoak propietate matematikoak dituztela eta elementuez osaturik daudela ohartzen dira. Beraz, marrazki baten elementuak

errekonoizten dituzte. Arrazonamendua pertzepzio fisikoan oinarritzen da eta garapenak errekonoizten ditu baina ez posible guztiak. Modu informal batean irudia osatzen duten parteak deskribatu eta bere propietateak eman ditzakete. Esperimentazioaz eta behaketaz baliaturik ikasleak bestelako propietateak eman ditzake. Ikasleek ezin dute sailkapen logikorik egin ez baitute propietate batzuk besteekin erlazionatzen.

Hirugarren mailan, ikasleek propietate batzuk bestetatik ondorioztatzen direla ikasten dute eta elkarren arteko inplikazioak edo erlazioak ere aurkitzen dituzte. Ezagunak dituzten propietate edo erlazio geometrikoak kontutan harturik irudi geometrikoen familiak logikoki sailkatzen dituzte. Hala ere, arrazoibidea manipulazioaren menpekoa da. Ikasleek arrazoiketa logiko formal baten urratsak ulertu arren, ez dute frogapenaren egitura edo beharra sentitzen. Esperimentazioari loturik dauden frogapenak ulertzen dituzte. Definizio matematiko formalak ematen dituzte eta definizio baliokideak erabiltzen dituzte.

Laugarren mailan, ikasleek arrazoiketa formalak ulertu eta eraiki ditzakete beren kabuz. Enuntziatu bat egia dela konprobatzeko frogapenak beharrezkoak direla ikusten dute. Hiru edo lau urratsetako frogapenak egiteko gaitasuna dute eta konjeturak eta egiaztapenak egiteko gaitasuna dute. Definizio baliokideak egon daitezkeela ulertzen dute eta emaitza batera bide bati baino gehiagori jarraituz hel daitezkeela onartzen dute. Honetaz gain, egitura axiomatikoak ere ulertzen dituzte.

Bosgarren mailan, ikasleek hainbat axiometan oinarrituriko sistemak konpara ditzakete eta euskarri konkreturik gabe frogapenak egiteko gaitasuna dute.

Maila bakoitzak bere lengoai espezifikoa du eta maila bat lortzeko, aurrekoa lortu behar izan da. Maila batetik bestera pasatzeko beharrezko informazioa eskaini behar zaie. Ikasleak motibatu behar dira eta dituzten aurrezagupenen detekzioa egin behar da. Adibide asko eskaini eta material desberdinak erabili behar dira.

Bestalde, zuzendutako orientazioak eman behar zaizkie ikasleei; inguruko objektuekin konparatzeko eskatu, garapen bat erakutsi eta beste batzuk eskatu, antzekotasuna eta desberdintasunak eskatu, propietateen zerrendak eginarazi, etab. Fase guztietan eman beharrekoak denon artean eztabaidatu eta justifikatu behar dute eta orientazio askeak

eskaini behar zaie. Azkenik, integrazioa bermatu behar da; sintesia, ikasitakoaren antolaketa,erlazionala,etab.

3. MATERIALA ETA METODOAK

Landa eremuko eskola batean gauzatu da azterketa eta herri eskola honetan, hezkuntza etapa ezberdinak eskaintzen dira: Haur Hezkuntza, Lehen Hezkuntza eta Derrigorrezko Bigarren Hezkuntza. Bailara osoko 2 eta 16 urte bitarteko haurrak biltzen ditu. Haur eta Lehen Hezkuntzako etapetan 81 ikasle daude eta Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzan 37. Beraz, osotara 118 ikasle daude eta 31 irakasle.

Hiru lerro ezberdinetan ikasteko aukera dago: G eredia (irakasgai guztiak gazteleraz), A eredia (irakasgai guztiak gazteleraz eta euskara irakasgai gisa) eta D eredia (dena euskaraz eta gaztelera irakasgai gisa).

Landa eremuko eskola txiki honek, ohiko eskolekin konparatuz gero, berezitasun batzuk ditu. Ikasle gutxi daudenez, askotan gela bat osatzeko ikasle kopuru minimora ez dira iristen, beraz, gehienetan etapa bereko ikasleak gela berean daude. Hau dela eta, ikasturte honetan gelak honela banatuta daude: A eta G ereduko HH (10 ikasle), A eta G ereduko LH 1-2-3. mailak (11 ikasle), A eta G ereduko 4-5-6. mailak (7 ikasle), D ereduko HH 1. eta 2. mailak (13 ikasle), D ereduko HH 3. maila eta LHko 1. maila (10 ikasle), D ereduko LHko 2. maila (9 ikasle), D ereduko 3. eta 4. mailak (11 ikasle) eta D ereduko 5. eta 6. mailak (9 ikasle).

Eskolaren beste berezitasun bat, herri koordinazioan aurrera eramaten diren proiektuak dira. Astean 23 ordu eskaintzen dira osotara herri koordinaketarako eta ordu hauek, irakasle ezberdinen artean banatuta daude. Aurrera eramaten diren proiektuak ondorengoak dira: euskara proiektua, irakurketa proiektua, bizikidetzaren proiektua, energia birziklaia proiektua, baratza eta konposta proiektua eta osasun proiektua. Beraz, ikus daitekeenez, beste eskola batzuekin konparatuz gero, landa eremuko eskoletan proiektu ezberdinak aurrera eramateko aukera paregabea eskaintzen du. Proiektu hauek oso interesgarriak eta aberasgarriak dira ikasleen hezkidetzan, eduki akademikoak alde batera uzten direlako eta ikasleak gizartean bizitzeko lagungarriak diren edukiak lantzen direlako. Gehienetan, proiektu hauek Lehen Hezkuntza osorako diseinatuak daude eta ziklo guztiak elkarlanean aritzen dira. Proiektuaren helburua lortzeko, normalean ziklo bakoitzak zeregin edo betebeharrak batzuk ditu, hau da, zikloaren gaitasunen arabera betebeharrak banatzen dituzte eta

ondoren, ziklo guztietan egindako lana biltzen denean proiektua osatzen da, hasierako helburua lortuz,

Azterketa herri eskola honetako hirugarren zikloko ikasle guztiekin burutu da. Guztira bederatzi ikasle dira; 5. mailan lau ikasle daude (hiru neska eta mutil bat) eta 6. mailan aldiz bost (bi mutil eta hiru neska). Ez dute inongo behar berezirik, ez dute curriculum egokitzapenik eta dagokien mailan daude. Esan bezala, bi mailetakoko ikasleak klase berdinean daude, tutore berdina dute eta astean matematika ordu kantitate bera dute. Hala ere, hizkuntzen irakasgaietan ez bezala (euskara, gaztelera eta ingelera), matematika berezirik ematen dute. Tutorea gai berdina bi mailetan momentu eta denboralizazio berdinarekin ematen saiatzen da, hau da, magnitudeak, estatistika edota geometria esate baterako, bi mailetan aldi berean ematea. Ahalegin hauek eginda ere eta gai berdina aldi berean jorratua ere, maila bakoitzak bere programazio propioa du.

Luis Peredaren testuliburua erabiltzen dute matematika ikasteko eta geometriari dagokion gaitegia bigarren ebaluazioan landu dute. Nahiz eta Luis Peredaren liburuetan, geometriari dagokion unitateak sakabanatuak azaldu, unitate guztiak elkarrekin eta jarraian landu dituzte.

5. mailan, berez lehenengo eta hirugarren urte aldietan landu egiten da geometria eta hiru unitatetan banatuta daude edukiak: irudi geometrikoak, planoan egiten diren mugimenduak eta azalera magnitude. Lehenengo urte aldian, irudi geometrikoak landu egiten dira eta unitate honen barruan, ondorengo edukiak azaltzen dira: poligono kontzeptua eta sailkapena, hirukien ezaugarriak eta sailkapena, laukien ezaugarriak eta sailkapena eta zirkunferentzien oinarritzako elementuak eta ezaugarriak. Hirugarren urte aldian aldiz, planoan egiten diren mugimenduak eta azalera magnitudeak landu egiten dira. Planoan egiten diren mugimenduen unitatearen barruan, zehazki ondorengoak landu egiten da: plano batean puntuak kokatzea, translazioak, ardatzaren arabera simetriak, ardatzaren arabera simetria duten irudiak, biraketak eta simetria zentrala edo biraketa bidezkoa duten irudiak. Azalera magnitude unitatean berriz, hurrengo edukiak lantzen dira: irudi baten perimetroa, forma eta tamaina, azalera kontzeptua eta azalera alderatzea, oinarritzako bi irudi geometrikoren azalera, azalera neurrien banako sistema eta nekazaritzako azalera neurriak.

Laukien bidez geometrian ikasleek izaten dituzten ohiko akatsak aztertuz

6. mailan ere, lehenengo eta hirugarren urte aldietan landu egiten da geometria eta kasu honetan, gorputz geometrikoak eta irudi geometrikoak deitutako unitateak landu egiten dira. Lehenengo urte aldian berez, gorputz geometrikoak azaltzen dira dagokien edukiekin: poliedro kontzeptua eta ezaugarriak, poliedroen sailkapena, biraketa gorputzak eta hauen ezaugarriak, bolumen kontzeptua eta neurri banakoak eta bolumena, edukiera eta hauen baliokidetasuna. Hirugarren urte aldian aldiz, irudi geometriak azaltzen dira. Unitate honetan, 5. mailan landutako edukiak modu zabalago batean azaltzen dira: poligono kontzeptua, sailkapena eta ezaugarriak, poligono baten perimetroa eta azalera, zirkunferentzia eta zirkuluaren ezaugarriak, zirkunferentziaren perimetroa, poligono erregularren eta zirkuluaren azalera, planoan egiten diren mugimenduak (translazioak, simetriak eta biraketak) eta irudi bat handitzea eta txikitzea (eskala).

Azterketa 55 minutuko bi saiotan antolatu da eta saioak elkarren artean independenteak izan dira, hau da, ez dira bi saioak jarraian eman. Saio bakoitza akats zehatz batzuk aztertzeko diseinatuak izan da, beraz, saio bakoitzak bere helburu propioak ditu. Hau dela eta, modu ezberdinean orientatuak izan dira saioak eta testuinguru eta material ezberdinak erabili dira.

Bestalde, saioak bideo kamerarekin grabatuak izan dira. Modu honetan, froga idatzietan ez bezala, ikasleen "hizkuntza ez berbala" behatu daiteke. Saio praktiko bat gauzatzea, froga idatzia egitea baino aberatsago da, saioaren bidez informazio gehiago eskuratu daitekeelako. Honetaz gain ere, geometriaren ezagutzak hizkuntza berbalaren bidez (ahoz zein idatziz) adieraztea zaila suertatzen da.

Froga idatzietan, soilik idatzita dagoen informazioa eskuratu daiteke, horregatik, eskuratu daitekeen informazioa murriztu egiten da. Ikasleek dituzten zalantzak ez dira islatzen froga hauetan eta idatzizko adierazpenean zailtasunak izateak, geometriaren ezagutzen ebaluaketa kaltetu dezake. Hau da, azken honekin esan nahi dena, zenbait kasutan akats baten aurrean nahasketa edota zalantza suerta daitekeela, geometria edo hizkuntza arazoa den identifikatzeko momentuan. Gainera, talde lanean aritzen direnean, talde osoaren ezagutzak batuz, ondorio batzuetara iristen dira normalean, bakoitzak bere argudioak eman ez eta askotan, haien arteko elkarrizketarekin nahikoa da zenbait akats zuzentzeko. Ariketa baten aurrean ikasleen artean sortzen den

elkarrizketa oso interesgarria da, modu informelago batean hitz egiten dutelako, bat batean bururatzen zaiena esaten dute modu espontaneo batean eta honek, aurreiritziak, ideia estereotipatuak eta ohiko akatsak hobeto identifikatzen ahalbidetzen du.

Askotan zaila egiten zaie geometriaren ezagutzak ahoz zein idatziz transmititzea, hitzaren bidez transmititzea. Horregatik, askotan adierazpen grafikoetara jotzeko joera izaten dute. Bideo grabazioek, ikasleek erabiltzen duten gorputz adierazpenak ezagutzeko aukera ematen dute.

2 saioek egitura berdina dute, hau da, modu berean antolatuak daude. Saioa hiru zatitan banatuta dago, zati bakoitzak helburu bat dauka eta helburua lortzeko ariketa konkretu bat diseinatu da. Lehenengo zatiaren helburua, ohiko akatsa ematen den edo ez konprobatzea da, beraz, honetarako ariketa bat diseinatu da. Ariketa honetan ez dira ikasleek izan ditzaketan akatsak aurreikusten beraz, ez dira kontutan hartzen ariketa aurrera eramaterakoan. 2. zatian, lehenengo zatian azaldutako akatsak kontutan hartzen dira eta aurreikusitako akats hauek zuzentzeko ariketa diseinatzen da. Beraz, modu kontziente batean bideratzen da ariketa ohiko akatsak saihesteko asmoz. Azkenik, 3. zatian, ariketa bat diseinatzen da aurretik izandako akatsak zuzendu diren konprobatzeko eta ziurtatzeko.

Bestalde, nahiz eta saio bakoitzean ohiko akats jakin batzuk landu, bi saioek ezaugarri bat dute komunean. Hau da, saio bakoitzean ikasleek geometriaren inguruan izaten dituzten eta haien artean independenteak diren ohiko akats batzuk aztertuta ere, bietan laukien bitartez landu egiten dira akats hauek.

Geometriaren ezagutzen mundua oso zabala da eta askotan, esparru asko landu nahian, ideia estereotipatuak edota akatsak suertatzen dira. Denbora gutxian eduki asko landu nahi direnean, eduki hauek sinplifikatzeko joera dago eta gehienetan hau izaten da ohiko akatsen iturburua. Hau dela eta, azterketa akats gutxi batzuetan zentratzen da eta akats hauek, eduki zehatz baten bitartez landu egiten da.

Lehenengo saioa psikomotrizitate gelan burutu da eta saioa aurrera eramateko zortzi soka erabili dira. Saio honen bitartez, haurrek irudi geometrikoak modu ezberdinetan orientatuta daudenean identifikatzeko zailtasunak izaten dituztela eta laukiak

karratuarekin soilik erlazionatzen dituztela behatu eta aztertu nahi da. Honetarako hiru ariketa diseinatu dira eta saioaren amaieran, ikasleek hasiera batean zituzten akatsak zuzentzea espero da.

Lehenengo ariketarekin hasi baino lehen eta landuko den gaian murgiltzeko, hainbat galdera egin behar zaizkie ikasleei: zer da geometria? zer dakizue geometriaren inguruan? zer landu duzue tutorearekin geometriaren atalean? Ikasleen erantzunen tipologiaren arabera, modu batean edo bestean bideratu behar dira galderak nahi den erantzunera iristeko. Kasu honetan, ikasleek geometriaren barruan laukiak identifikatzea eta hauen propietateak ezagutzea da helburua.

Behin ikasleak saioan eta landuko den gaitegian kokatu direla, lehenengo ariketari hasiera ematen zaio. Ariketa honetan ikasleak bi taldetan jarriko dira; bosteko talde bat eta lau beste talde bat. Talde bakoitzari lau soka ematen zaizkie eta talde bakoitzak, lau soka horiek erabiliz ahalik eta lauki gehien egin behar ditu. Lehiaketa antzeko bat izango da, orduan, lehenengo talde batek sortuko du laukia lau soka horiek erabiliz eta ondoren, beste taldearen txanda izango da. Ezingo dituzte egindako laukiak errepikatu, ez haiek egindakoak ez beste taldeak egindakoak. Ariketa honen bitartez ikus daiteke zenbat lauki ezberdin egiteko gai diren.

Ariketa hau egiteko, saioaren hasieran egindako galderekin erlazionatuz kontsigna batzuk ematen zaizkie ikasleei. Kasu honetan, hau da ematen zaien kontsigna: laukia marra zuzenekin osatutako lau aldetako irudi itxia da. Kontsigna hau kontutan harturik, ikasleek bururatzen zaizkien ahalik eta lauki gehien sortuko dituzte. Lauki berri bat sortzen duten aldioro, aurretik emandako kontsignak betetzen diren konprobatu behar dituzte. Beraz, galdera hauek erantzun beharko dituzte:

1. Marra zuzenez osatutako irudia da? Bai/Ez
2. Irudi itxia da? Bai/ Ez
3. Lau alde osatutako irudia da? Bai/ Ez

Ariketa hau hamabost-hogei minututan egitea espero da. Iritsiko da momentu bat non ez zaizkien lauki gehiago bururatuko, existitzen diren guztiak jadanik sortuak daudela usteko baitute.

Existitzen diren lauki guztiak jadanik sortuak daudela uste dutenean, irakasleak kontsigna berri bat emango die. Kontsigna berri honek, ondorengo azaltzen du: lauki guztiak bi hirukiz osatuta daude, beraz, laukiaren erpin batetik kontrako erpinera soka bat luzatuz gero, bi hiruki sortuko dira.

Ariketa berri honetako dinamika aurrekoaren berdina izango da. Ikasleak bi taldetan elkarlanean arituko dira eta aurreko ariketan hasitako lehiaketari jarraipena emango zaio. Bi taldeek, sokekin ahalik eta lauki gehien sortzen saiatuko dira, aurretik egingakoak errepikatu gabe eta kontsigna berria kontutan harturik. Oraingo honetan, lauki berria sortzen dutenean, laukia den konprobatzeko, galdera hauek erantzun beharko dituzte:

- a. Marra zuzenez osatutako irudia da? Bai/Ez
- b. Irudi itxia da? Bai/ Ez
- c. Lau alde osatutako irudia da? Bai/ Ez
- d. Irudiaren kontrako bi erpinak lotzen dituen zuzen bat sortuz gero, bi triangelu sortzen dira? Bai/Ez

Ariketa honetan, emandako kontsigna berriaren laguntzarekin lauki berri gehiago sortzea espero da. Lauki berri bat egiten duten aldioro, bosgarren soka batekin diagonalak sortu beharko dute. Modu honetan, modu bisualago eta ikusgarriago batean behatu eta aztertuko dituzte sortutako laukiak eta hauen propietateak. Aurreko ariketan baino lauki gutxiago sortuko dituzte baina denbora gehiago beharko dute lauki berri bakoitza asmatzeko. Beraz, ariketa honi 10-15 minutu eskainiko zaizkio.

Seguruenik, ariketa honetan ere iritsiko da momentu bat non ez zaizkien lauki berri gehiago bururatuko. Egoera hau ematen denean, hirugarren ariketari hasiera emango zaio.

Hirugarren eta saioaren azkeneko ariketa honek, saio osoan zehar landutako guztia bilduko du eta aurrekoetan ez bezala, gela osoaren artean burutuko da ariketa, aurretik zeuden taldeak desagertuz. Irakasleak modu aktiboago batean parte hartuko du eta ariketa bideratuagoa egongo da.

Irakasleak sokak erabiliz irudi berriak sortuko ditu lurrean. Mota guztietako irudiak sortuko ditu: irudi irekiak, irudi itxiak, lauki ahurrak, lauki ganbilak, alde kopuru ezberdinak dituzten bestelako poligonoak, lerro kurbatuz osatutako irudiak, lerro zuzenez osatutako irudiak, etab.

Irakasleak lauki berria sortzen duen aldi bakoitzean, saioan zehar emandako kontsignei erreparatzen dien galderak esango ditu. Zehazki, hauek esango ditu:

- a. Marra zuzenez osatutako irudia da? Bai/Ez
- b. Irudi itxia da? Bai/ Ez
- c. Lau alde zuzenez osatutako irudia da? Bai/ Ez
- d. Irudiaren kontrako bi erpinak lotzen dituen zuzen bat sortuz gero, bi triangelu sortzen dira? Bai/Ez

Galdera guztiek baiezko erantzuna dutenean soilik sortutako irudia laukia izango da. Hauetako galderaren bat ezezkoa izanez gero, sortu berri den irudia ez da laukia izango. Beraz, galdera edo kontsigna hauei esker, ikasleek egiaztatu ahalko dute sortutako irudi berria laukia den edo ez.

Azkeneko ariketa hau lagungarria izango da saio osoan landutakoaren inguruan hausnarketa bat egiteko. Aldi berean ere, laukiek dituzten propietateak edota ezaugarriak erreparatuko dituzte

Saioaren bukaeran, hasiera batean ikasleek zituzten ohiko akatsez eta ideia estereotipatuez jabetzea espero da. Saioan zehar aurrera eramaten diren hiru ariketak elkar loturik daude eta ariketa guztietan material fisiko bera erabiltzen da. Ariketen elkar lotura honek eta ariketa guztietan material beraren erabilpena, lagungarria izango da saioan zehar lantzen diren akatsak zuzentzeko.

Bestalde, aurretik esan bezala, bigarren saio bat burutu da geometriaren inguruko beste akats batzuk aztertzeko. Oraingo honetan testuingurua aldatu egin da, saioa ikasleen ohiko klasean burutu delako. Saiorako erabilitako materiala ere bestelakoa izan da. Eskolaren argazki bat erabili da oinarritzat eta argazki hau erabiliz, ariketa ezberdinak diseinatu dira. Hain zuzen ere hiru ariketa prestatu dira eta hauek gauzatzeko, arkatza eta borragoma erabil beharko dute.

Ikasleek normalean irudi geometrikoak errealitatean identifikatzeko zailtasunak izaten dituzte eta honetaz gain ere, irudi konplexu batean dauden irudi geometriko ezberdinak identifikatzeko eta sailkatzeko zailtasunak izaten dituzte. Hau dela eta, saioa zailtasun edo akats hauek zuzentzeko diseinatu da. Aurreko saioaren ildo beretik jarraitzeko, errealitatean azaltzen diren laukiak identifikatu beharko dituzte.

Saioaren hasieran, irakasleak eskolako argazkia aurkeztuko die ikasleei, ikasleek identifikatu dezaten nongo argazkia den eta nondik ateratako argazkia den. Honetarako, irakasleak honako galderak egin ditzake: Zer agertzen da argazkian? Nondik uste duzue aterata dagoela argazkia? Galdera hauek argitzen direnean, ikasleak gai izango dira paperean dagoen irudia errealitatean identifikatzeko. Ikasleek landuko duten argazkia, eskolako argazkia da eta eskolatik hurbil dagoen zubi batetik aterata dago. (5. irudia)



3. Irudia. Eskolako argazkia

Behin hau egin dutelarik, saioaren lehenengo ariketari hasiera emango zaio. Ariketa honetarako ikasleak binaka jarriko dira eta bikote bakoitzari, argazki bat emango zaie. Bederatzi ikasle daudenez, hiru bikote eta hirukote bat egongo da. Ikasleek argazki honetan ikusten dituzten lauki guztiak identifikatu eta arkatzarekin markatu beharko dituzte.

Bikote guztien argazkia berdina izango da, baina bikote bakoitzak argazkiaren zati bat aztertu beharko du. Laukiz josita dagoen argazkia da, beraz, argazkia bitan zatituko da; bi bikotek argazkiaren ezkerreko aldea aztertuko dute eta beste bikoteak eta hirukoteak, argazkiaren eskuinaldeko zatia. Saioa 55 minututan emateko prestatua dago eta bikote guztiek argazki osoa aztertu behar izango balute, denbora gehiago eskaini beharko genioke ariketari. Ariketa honen helburua ikasleek errealitatean

dauden laukiak identifikatzeko gaitasuna ezagutzea da, beraz, bikote bakoitzak argazki erdia aztertzearekin nahikoa izango da.

Ikasleek argazkian azaltzen diren lauki guztiak identifikatu dituztela uste dutenean, argazkiaren zati berdina aztertu duten beste bikotearekin lauki kopurua konparatuko dute. Lauki kopuru kantitatea alderatzen dutenean, ikasleak ohartuko dira argazki berdin baten aurrean lauki kopuru ezberdina identifikatu dituztela. Eta are gehiago, argazki horretan ikusten dituzten laukiak zenbaitetan ezberdinak direla, hau da, bikote batek identifikatutako laukiak beste bikoteak ez dituela identifikatu eta alderantziz. Hemen hasiko dira irudi geometrikoak errealitatean identifikatzearen inguruko ikasleen lehendabiziko burutazioak.

Identifikatutako laukiak alderatu dituztenean, saioaren bigarren ariketari hasiera emango zaio. Ariketa honetan, bikote bakoitzak dagokion argazkiaren zatian ikusten dituzten marra zuzen guztiak orri batean kalkatu beharko dituzte. Marra zuzen hauek ez dituzte zertan laukiak osatu behar. Marra zuzenez osatutako marrazki berri hau amaitzen dutenean, marrazkian azaltzen diren laukiak identifikatu eta zenbatu beharko dituzte.

Kalkatutako marrazki berri honetan, argazki originalean azaltzen dena modu sinplifikatu batean agertzen da. Soilik marra zuzenak kalkatzerakoan, argazkian interesatzen zaizkigun ezaugarriak transmititzen dira eta argazkiaren gainontzeko ezaugarriak alde batera uzten dira. Gainera, ikasleak ohituta daude irudi geometrikoak paperean identifikatzera beraz, errazagoa suertatuko zaie marrazki berri honetan laukiak identifikatzea.

Ondoren, eskolako argazki originala eta egindako marrazkia alderatuko dituzte. Alde batetik, konprobatu eta egiaztatu beharko dute argazki originalean identifikatutako laukiak egindako marrazki berrian jarraitzen dutela eta bestetik, konparatu beharko dute argazki originalean eta marrazkian zenbatutako lauki kopurua berdina dela. Azkeneko honetan, lauki kopuruen artean aldea egongo dela espero da. Beraz, honek esan nahi du, ariketa honen bitartez ikasleek errealitateko irudi geometriko gehiago identifikatuko dituztela eta ondorioz, ariketa lagungarria izango dela hasiera batean zegoen akatsa zuzentzeko.

Azkenik, saioari amaiera emateko, bikote bakoitzak, kalkatutako marrazki berri hau argazkiaren zati berdina kalkatu duen bikoteak sortutako marrazki berriarekin konparatu beharko du. Alderaketaren bidez, ikasleek konprobatuko dute sortutako marrazki berriak berdinak diren edo ez eta bi marrazkietan lauki eta kopuru berdinak agertzen diren edo ez.

Konparaketa hau egin ondoren, bigarren konparaketa bat egingo dute. Oraingo honetan bikote bakoitzak argazki originalean eta kalkatutako marrazkian zenbatutako lauki kopurua konparatu beharko dute.

Bi konparaketa hauek egin ondoren, ikasleak hasiera batean ikusten edo identifikatzen zituzten baino lauki gehiago daudela ohartuko dira. Ondorioz, saio hau lagungarria suertatuko da ikasleekin errealitateko irudi geometrikoak identifikatzen ikasteko eta normalean izaten duten akats hau zuzentzeko.

4. EMAITZAK ETA HAUSNARKETA

Bi saio hauetan, aurretik espero ziren emaitzak atera dira. Materiala eta metodoak atalean azaltzen den bezala, saioetan planteatzen den lehendabiziko ariketa lagungarria izan da gaur egun entzunak diren ohiko akatsak ematen diren edo ez konprobatzeko. Espero zen bezala, hasiera batean uste ziren akats hauek eman dira eta ondoren, akats hauek saihesten dituzten ariketak planteatu eta burutu ondoren, amaieran akats hauek ezabatu edota zuzendu egin dira.

Lehenengo saioa, alde batetik, ikasleek dituzten laukien ideia estereotipatuak eta beste alde batetik, karratu eta laukiaren artean sortzen duten sinonimo okerra aztertzeko prestatua izan da.

4.1 Emaitzak

4.1.1 Laukiak sortzen/eraikitzen

Saioari hasiera emateko eta ikasleak testuinguratzeko, geometriaren inguruan zekitenaren inguruan galdetu zaie. Ikasleek erantzun duten lehendabiziko gauza azalera izan da eta bigarren erantzuna aldiz, irudi geometrikoa.

IRAKASLEA: Gaurko saioan landuko dugu geometria. Zer da geometria? Edo, zer dakizue geometriaren inguruan? Edo, zer ematen da geometrian? Tutorearekin zer eman duzue?

IKASLEA: *Pues* azalera.

IRAKASLEA: Azalera, zerena?

IKASLEAK: *Pues* irudi geometrikoenak.

Beraz, ikasleek geometria hitza irudi geometrikoekin eta hauen propietateekin erlazionatzen dute zuzenean. Hasieran, baliteke hitz batean geometriaren inguruan zekitena edo geometriaren definizioa azaldu nahian, isiltasuna egon da. Baina berehala, lehendabiziko hitzak bota dituztenean, geometriaren inguruko kontzeptuak esaten hasi dira.

Ondoren, laukien ezaugarrien inguruan galdetu dietenean, burura etorri zaien lehendabiziko gauza, laukiek lau alde dituztela izan da.

IRAKASLEA: ... Ze zeintzuk dira laukien ezaugarriak?

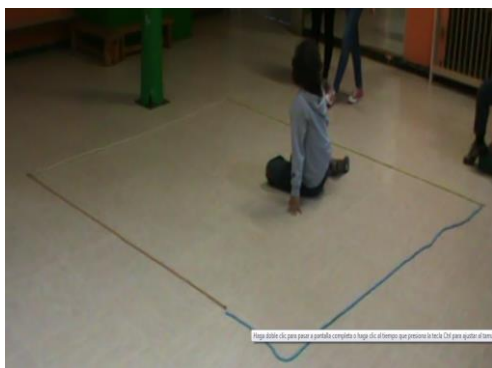
IKASLEAK: Lau..lau alde izate.

IRAKASLEA: Lau alde dituzte...

IKASLEA: Lauek bi..

Laukia ezaugarri honekin erlazionatzen dute zuzenean eta dirudienez, laukia definitzen duen ezaugarri bakarra da. Ikasle guztiek laukiaren propietate honetan bat egin dute eta ez dute laukiaren bestelako propietaterik aipatu.

Saioaren lehendabiziko ariketarekin hasten direnean, espero den bezala, karratua da sortzen duten lehendabiziko laukia. Berehala sortzen dute karratua eta 32 segundo kostatzen zaie karratua egitea. Sortzen duten bigarren laukia, espero den bezala ere, laukizuzena da eta oraingoan 29 segundo kostatzen zaie egitea. Karratua sortu duen taldea, lehenengoa izan da soken material berria manipulatzeko eta laukia soken bitartez lurrean irudikatzen. Beraz, baliteke honengatik laukien irudikapenean hiru segundoko aldea egotea, emandako segundoak zein egin erabakitzen eman beharrean sortzen eman dutelako.



4. irudia. Karratua



5. irudia. Lauki zuzena

Behin ohikoenak edo errealitatean ugariak diren laukiak sortu dituztenean, ikasleen artean zalantzak hasi dira eta lauki gehiago identifikatzeko segurtasun eza hasi da. Hau dela eta, irakasleari galdetzen diote erronboa laukia den eta ondorioz, ariketarako baliagarria den. Zalantzak argitzen eta erronboa egiten 45 segundo ematen dute.

Laukien bidez geometrian ikasleek izaten dituzten ohiko akatsak aztertuz

Aurreko laukiak sortzeko eman duten denborarekin konparatzen baldin badugu, hauen arteko aldea nabaria da, 20 segundoko aldea baitago.



6. irudia: Erronboa

Irakasleak emandako baieztapenak talde honetako ikasle bati ez dio konbentzitzen eta sortzen ari duten irudiaren alde kopurua zenbatzen hasten da. Aldeen araberako irudi lauen sailkapena kontutan hartzen du, sortzen ari duten irudia laukia dela egiaztatzeko. Irakasleak, laukien ezaugarriak azaltzerakoan, laukiak irudi itxiak direla eta lerro zuzenez osatuta daudela aipatu du baina ikasleak honetan ez du erreparatzen eta hasiera batean zuen ideiarekin jarraitzen du. Ikasle honentzat laukia lau alde osatutako irudia da.

IKASLEA 1: Eta erronboak balio du?

IRAKASLEA: Zuk zer uste duzu? laukia da?

IKASLEA 1: Bai

IRAKASLEA: Orduan?

IKASLEA: Ah, bale!

IKASLEA 2: Zein egiten dugu?

IKASLEA 1: Erronboa...horrela...itxoin...

IKASLEA 3: Ez ez ez...*ya está*, estiratu...

IKASLEA 2: *Si* ez ditugu bost kontatu...

IKASLEA 4: Bat, bi, hiru, lau, bost...

IKASLEA3: Ez, bat, bi, hiru, lau.

IKASLEA 4: A bai!

Erronboa sortzen amaitu dutenean, irakasleak sortutako irudia laukia dela ziurtatzeko, beste taldeari galdetzen dio. Baina talde honek, beste taldeko ikasleak bezala, erronboa lauki bezala ez du identifikatzen. Ez dute segurtasunik erantzun zuzena emateko eta egindako galdera honek zalantzak eragiten ditu.

IRAKASLEA: Bale, hori lauki bat da?

IKASLEA 1: Ez, bai, ez dakit...

IRAKASLEA: Eh...2. taldea, hori lauki bat da?

IKASLEA 1: Ez

IKASLE 2: Bai

Ikus daitekeenez, aurkako erantzunak ematen dituzte eta honek, erronboaren identitatearen inguruko eztabaida sortzen du. Ikasle batek, erronboa laukia dela argudiatzeko, orientazioa eta perspektibaren kontzeptua erabiltzen du.

IRAKASLEA: Bai edo ez?

IKASLEA 3: Bai, zergatik *enfokatzen* baduzu hemendik bai

IRAKASLEA: Eta hortik ez?

IKASLEA: Ez...

IKASLEA: Pues ere...

IKASLEA: Ez dakit...

Laukiaren identifikazioan perspektibaren kontzeptuak nahasketa sortzen du ikasleengan. Dena den, perspektibaren kontzeptua aipatu duen ikasleak bere argudioak ematen ari dituen bitartean, perspektibaren kontzeptua laukia dela egiaztatzeko esanguratsua ez dela ohartzen da.

Behin erronboa laukiarekin identifikatzen dutenean, berehala hurrengo taldekoek beste lauki bat sortzen dute, trapezioa. Dirudienez, trapezioa eta erronboaren artean erlazio edo lotura zuzena ikusten dute, ikasleen ustetan, erronboa laukia baldin bada trapezioa ere laukia izan behar delako.



7. irudia. Trapezioa

Irakaslea harrituta geratzen da ikasleek egin duten lauki berria adosteko eta eraikitzearen berehalakotasunarekin, zalantzak desagertu baitira. Hau dela eta, egin dutenaren segurtasuna ziurtatzeko irakasleak ikasleei sortutako irudia laukia den galdetzen die.

IRAKASLEA: Bale, ongi. Eta hau lauki bat da? Bai edo ez? ...Bai?

IKASLEA: Bai

IRAKASLEA: Bai? Zergatik?

IKASLEA: Ba lau alde dituelako.

IRAKASLEA: Bale, lau alde dituelako. Eta marrak nolakoak dira? zuzenak, kurbatuak...

IKASLEA: Zuzenak

Dena den, trapezioa sortzerakoan segurtasuna transmititu arren, laukia dela arrazoitzeko ematen duten argudio bakarra lau alde dituela da.

Hurrengo taldekoek denbora asko ematen dute zer sortuko duten erabakitzen eta probatzen. Honetan 1'15'' eman ondoren, trapezio berri bat sortzen dute. Aurreko taldekoek eta hauek sortutako irudiaren arteko ezberdintasun bakarra, irudiaren tamaina da, oraingoan aurrekoa baino handiagoa egin dutelako. Honetaz gain ere, denbora asko ematen dute zer egingo duten erabakitzen eta sortzen, beste kasu batzuetan emandako denboraren erdia eskaini baitiote. Emandako denbora gehiegizkoa eta irudi berdinen errepikapena, ideia berriak agortzen ari zaien seinale dela esan daiteke.



8. irudia. Trapezio

Halaber, aurreko paragrafoan esandakoa ariketa aurreratzen doan heinean baieztatzen da. Hurrengo taldekoek 46 segundo ematen dute zer egingo duten pentsatzen eta erabakitzen. Irudi berririk bururatzen ez zaiela eta adostasun batera iristen ez direla ohartzeko direnean errenditzen dira eta lauki gehiagorik existitzen ez direla ondorioztatzen dute.

IKASLEA 1: *Si* egiten dugu hau...

IKASLEA 2: Baina hori egin dugu *ya*...

IKASLEA 1: *Joe pues* ez dakit...

IKASLEA3: *Pues* hau...

IKASLEA 2: *Pero que ya* egin dugu hori...

IKASLEA 3: Ohh, ez dakit...

IKASLEA 1: Begira, kendu hortik...

IKASLEA 2: Zein?

IKASLEA 1: ...horrela eta horrela...

IKASLEA 2: Baina hori egin dugu..

IKASLEA 3: *eske* ezin dira egin...

IKASLEA 4: Ez daude!

IRAKASLEA: Zer? Ez daudela gehiagorik?

IKASLEA 4: Ez

IRAKASLEA: Bukatu dira lauki guztiak?

IKASLEA 4: Bai.

Irakaslea, talde honi lauki berri gehiago bururatzen ez zaiola ikusirik, beste taldeari txanda ematen dio. Txanda eman berri dion taldea, lauki gehiago existitzen diren pentsatzen eta frogatzen hasten da. Txanda pasatze honek, blokeatu den taldeari desblokeatzea eragiten dio eta ondorioz, bi taldeek lauki berri gehiago bilatzen hasten dira.

IRAKASLEA: Bai? Eta zuei ere? Badakizue baten bat? Besteren bat?

1. TALDEKO IKASLEA: *A ver...* hau hemen...

1. TALDEKO IKASLEA: Ez horrela...

1. TALDEKO IKASLEA: Baina hau...

2. TALDEKO IKASLEA: Ei, *que ya* daukagu!

IRAKASLEA: Bai? Baduzue?

2. TALDEKO IKASLEA: Bai

IRAKASLEA: Bai, benga ba!

2. TALDEKO IKASLEA: Horrela...begira, egiten dugu horrela...horrela, horrela eta egiten dugu horrela...

1. TALDEKO IKASLEA: Begira, horrela, bat, bi, hiru eta gero elkartu...

1. TALDEKO IKASLEA: Ez hobeto horrela...

1. TALDEKO IKASLEA: Bai, horrela...

1. TALDEKO IKASLEA: *Pues esque* horrela da berdin...

2. TALDEKO IKASLEA: *Ya está!*

IRAKASLEA: Bale, ba orduan badaude lauki gehiago, ez? Bazegoen beste bat behintzat...

IKASLEAK: Bai

2'11'' pentsatzen eta probatzen eman ondoren, blokeatu den taldeak lauki berria sortzen du, oraingoan trapezoidea sortzen dute.



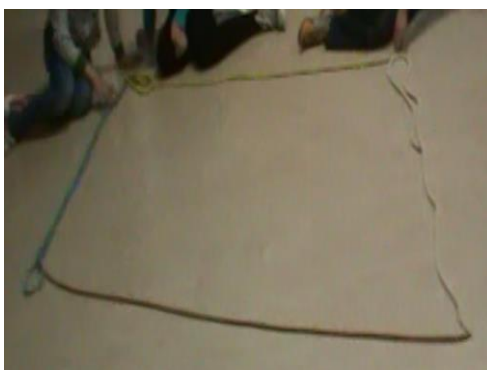
9. irudia. Trapezoidea

Geometriaren inguruko ezaguerak hizkuntza berbalaren bitartez transmititzeko zailtasunak izaten dituzte. Hau da, gehienetan egingo duten lauki berria adosteko hizkuntza ez berbala erabiltzen dute, lurrean behatzarekin marrazten baitute sortu nahi duten laukia.



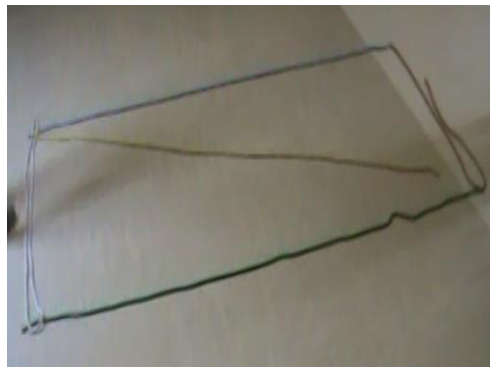
10. irudia. Behatzarekin adierazten dituzte laukiak

Lauki berri bat sortu nahian, berriz karratua egitera jotzen dute. 58 segundo ematen dute lauki berria pentsatzen eta sortzen eta azkenean, aurrekoaren tamaina ezberdina duen karratu berria sortzen dute.



11. irudia. Berriz karratua

Karratuaren errepikapen honen ondoren, lauki berriak bilatzeari uzten diote. Aspertzen hasiak dira, ahaleginduta ere ez zaielako lauki berririk bururatzen. Irakaslea momentu hau iritsiko zela aurreikusia zuen beraz, egoera honi aurre egiteko konsigna berria ematen die. Konsigna berria soken bitartez lurrean irudikatzen du, ikasleek argiago ikus dezaten eta azalpena ulergarriago izateko. Irakaslea laukizuzen bat sokekin irudikatzen du eta laukizuzenaren erpin batetik kontra erpinera doan lerro imaginarioa irudikatzeko, bosgarren soka bat jartzen du. Modu honetan ikasleek argiago ikusten dute lerro imaginario honen bitartez laukietan sortzen diren bi triangeluak.



12. irudia. Bigarren konsigna

Azalpena eman eta gero, ikasle bati lauki berri bat bururatzen zaio. Lauki berria sortzeko, soka berri batekin diagonalala eta laukizuzenaren alde bat lotzen dituen zuzena sortzen du. Modu honetan, ikaslea lauki berria sortu duela uste du.



13. Irudia. Konsigna gaizki uletuta

Ikaslearen huts egite honek, azaldutako konsigna berria ulertu ez duela adierazten du. Azaldutako konsigna berri honetan erpin batetik bestera sortzen den diagonalak, benetakoa edo ikusgarria dela uste du eta ez alegiazkoa.

Behin konsigna berria argitu eta ulertu delarik, lauki berrien eraikuntzan dihardute. 1' 15" ematen dute pentsatzen eta azkenean, lauki bat sortzen dute. Tamaina txikiago batean errepikatutako laukia sortzen dute, berriz trapezoidea eratzen dute.



14. Irudia. Trapezoide berriz

Segituan, ikasle batek lauki berria eratzen du, erronboidea. Irakaslea sortu berri duen laukiaren izenaz galdetzen duenean, beldurrez trapezoidea izendatzen du. Gainontzeko ikasleek ezta ere ez dira oroitzen lauki honen izenaz. 5. mailako ikasle bat matematikako testuliburuan erronboidea azaltzen dela kontzientea da, baina ez da izenaz oroitzen.



15. irudia. Erronboidea

IRAKASLEA: Eta badakizue nola deitzen den?

IKASLEA: Trapezoide? Jaja...

IRAKASLEA: Ez dakizue? Bosgarren mailakoak ezta ere?

IKASLEA: Nik dakit ateratzen dela liburuan baina izenaz ez naiz oroitzen.

Laukien bidez geometrian ikasleek izaten dituzten ohiko akatsak aztertuz

Alabaina, 5. mailako beste ikasle bati erronboideak izan duen onespina harritzen dio. Nahiz eta 5. mailako testuliburuan azaldu, bere gelakidea okertuta dagoela uste du. Honetarako, orientazioari dagokion argudioak ematen ditu baina, bere argudiaketa ematen ari duen bitartean, esandakoa hausnartzen du. Hausnartu ostean, zalantzak suertatzen zaizkio eta ondorioz, bere argudiaketa bertan bera uzten du. Dena den, ikaslea ez da oso konbentziturik geratzen.

IKASLEA: Da horrela?

IRAKASLEA: Nola esaten duzu?

IKASLEA: Da horrela? Edo horrela jarrita? dago horrela ongi? (*behatzarekin azaltzen du*)

IRAKASLEA: Ah, galdetzen didazu ea nola dagoen orientatua?

IKASLEA: Bai

IRAKASLEA: Laukia izateko nola izan beharko litzateke?

IKASLEA: Nola?

IRAKASLEA: Nondik begiratuta izango da laukia? Etorri, kokatu.

IKASLEA: Ez, ez, *esque* liatu naiz.

IRAKASLEA: Nondik begiratuta izango da laukia? Nondik uste duzu?

BESTE IKASLE BAT: Pues hemendik, hemendik, hemendik, hemendik, hemendik, hemendik eta hemendik. Leku guztietatik.

IRAKASLEA: Bai? Leku guztietatik?

IKASLEAK: Bai

IRAKASLEA: Hemendik?

IKASLEAK: Bai

IRAKASLEA: Hemendik?

IKASLEAK: Bai

IKASLE BAT: Ez, a bai

IRAKASLEA: Hemendik?

IKASLEAK: Bai

IRAKASLEA: Eta hemendik?

IKASLEAK: Ere

Talde osoak sortutako laukia erronboidea dela baieztatzen dutenean, ikasle batek 43 segundotan lauki berria eratzen du. Orain arte sortutako lauki guztiak ganbilak izan dira eta oraingoan, ahurra den laukia eratu du.



16. irudia. Lauki ahurra

Irakaslea sortutako irudia laukia dela egiaztatzeko eta honetan duten segurtasuna ezagutzeko, laukia izatearen zergatia galdetzen du. Ikasleek, aurrekoetan ez bezala, laukia dela egiaztatzeko argudio ezberdinak ematen dituzte.

IRAKASLEA: Uii bada edo ez da? Ez da triangelu bat?

IKASLEA: Ez

IRAKASLEA: Ez? Eta zergatik ez da triangelua?

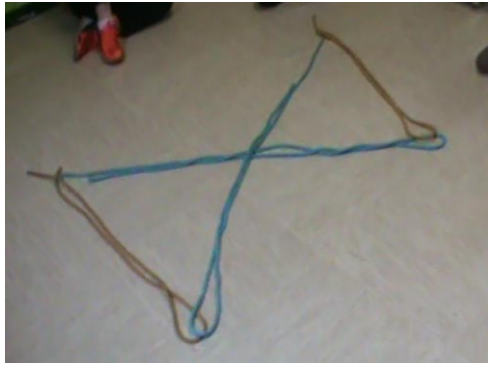
IKASLEA: *Pues* zergatik mozten duzu hemendik eta ateratzen dira bi triangelu.

IRAKASLEA: Ah...eta zer gehiago? Zergatik ez da triangelua?

IKASLEA: Lau alde dituelako

IRAKASLEA: Am...

Saioa amaitzeko, irakasleak irudi ezberdinak lurrean irudikatzen ditu eta ikasleek sortutako irudi hauek laukiak diren edo ez identifikatu behar dituzte. Irudi hauei esker, ikasleek saioa hasi baino lehen zituzten akatsak edo aurreiritziak zuzendu diren konprobatu nahi da. Honetarako, irakasleak sortzen duen lehendabiziko irudia diabolobat da. Lau sokekin sortutako irudi itxia denez eta bi triangeluz osatuta dagoenez, identifikatzeko zailtasunak izaten dituzte.



17. irudia. Diaboloa

IRAKASLEA: Irudi hau laukia da?

IKASLEA: Ez

IKASLEA: Ez

IKASLEA: Bai

IKASLEA: Bai

IRAKASLEA: Ez

IKASLEA: Ez

IRAKASLEA: Bai edo ez? Erantzuna arrazoitu

IKASLEA: Ez, elkar ebakitzen dutelako.

IKASLEA: bai, *osea* ezin dira pasatu lerro bat bestearen gainetik.

IRAKASLEA: Orduan ez da laukia? Baina zenbat alde ditu?

IKASLEA: Bat, bi, hiru, lau. Lau!

IKASLEA: Ez, sei. Bat, bi, hiru, lau, bost eta sei.

IRAKASLEA: Zenbat korda, korda dira aldeak. Zenbat korda ditu?

IKASLEA: Lau.

IKASLEA: Gainera hau ez da itxia eta izan behar da itxia.

IRAKASLEA: Baina esan dugu laukiak bi triangeluz osatuta daudela.

IKASLEA: *Ya*, baina mozten baduzu.

IRAKASLEA: Osea, orduan hemen akatsa edo arazoa zein da?

IKASLEA: *Pues* zuzenak zapaltzen direla

IRAKASLEA: *Vale*, zuzenak ebakitzen direla... eta laukien ezaugarrietan, zuzenak ebaki daitezke?

IKASLEA: Ez...

IRAKASLE: Baina irudi itxia da ez?

IKASLEA: Bai, hori bai

IRAKASLEA: Bale, orduan...lau kordaz osatuta dago?

IKASLEAK: Bai

IRAKASLEA: Irudi itxia da?

IKASLEAK: Bai

IRAKASLEA: Bi triangelu osatzen ditu?

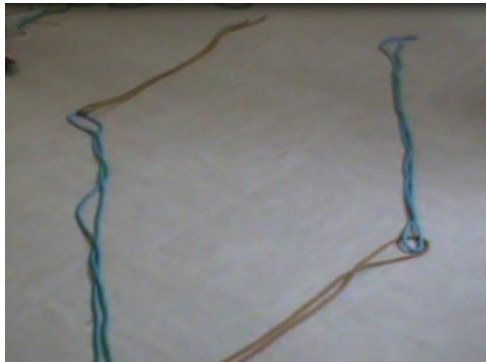
IKASLEAK: Bai

IRAKASLEA: Bale, orduan hemen zein da arazoa?

IKASLEAK: Gurutzatzen direla...

IRAKASLEA: Bale, oso ongi.

Ondoren, irakaslea irudi ireki bat sortzen du eta amaitu bezain pronto, ikasleek sortutako irudia ezeztatzen dute. Berehala identifikatzen dute irudi irekia dela eta beraz, ezin daitekeela laukia izan.



18. irudia. Irudi irekia

Irakasleak sortzen dituen gainontzeko irudiak berehala modu egokian identifikatzen dituzte. Gainera, saio osoan zehar landutako konsigna guztiak erabiltzen dituzte irudiaren identifikazioa argudiatzeko.

4.2 . Errealitatea behatzen

Saioaren hasieran, irakasleak saioan zehar landuko duten argazkia aurkeztu dienean, ikasleek ondo identifikatu dute argazkia inguruarekin. Berehala argazkian agertzen den eraikina eskola dela eta errepideko zubitik aterata dagoela esan dute.

Laukien bidez geometrian ikasleek izaten dituzten ohiko akatsak aztertuz

Argazkia aurkeztu ondoren eta honekin egingo duten lehendabiziko ariketa azaldu ondoren, ikasle batek lehendabiziko galdera botu du. Lehenengo ariketa honetan argazkian azaltzen diren lauki guztiak markatu eta zenbatu behar dituztenez, ikasle honen kezka argazkiaren orriaren aldeek osatzen duten laukia kontatzea balio duen da.

IKASLEA: eta balio du hau?

IRAKASLEA: Ez, hori ez, ez delako errealitatean agertzen, ez?

IKASLEA: Ez

Ikasleek orokorrean lehendabiziko ariketa azaltzerakoan zalantza asko izaten dituzte. Denbora asko ematen da zalantzak argitzen eta gehienetan laukien baliagarritasunean oinarritutako zalantzak dira. Hiru minutu pasatzen dira ariketaren azalpena amaitzen denetik lanean hasten direnerako.

IKASLEA: Baina *es que*... eta harriak?

IRAKASLEA: Harriak laukiak dira?

IKASLEA: Bai

IRAKASLEA: Orduan bai

IKASLEA: Eta harresiak?

IRAKASLEA: Zer uste duzue? Lauak dira?

IKASLEA: Bai

IRAKASLEA: Orduan baita ere

IKASLEA: Eta leihoa balio du?

IRAKASLEA: Agertzen diren leihoak laukiak dira?

IKASLEA: Bai

IRAKASLEA: Orduan?

IKASLEA: Ere...

Zalantza guztiak argituta daudelarik, ariketa burutzeari ekiten diote. Segituan zalantza berria datorkie burura, eskolako eraikinean agertzen diren laukiak soilik zenbatu behar direla uste baitute. Argazkiaren lehendabiziko irakurketan eskolako eraikinean soilik ikusten dituzte laukiak, eskolatik at dagoen ingurunean ez baitute erreparatzen.

IKASLEA: Bakarrik eskolakoa ez? Eskola...

IRAKASLEA: Ez, bakarrik eskola ez. Argazki guztian ikusten dituzuen lauki guztiak. Baina hauek, oso txikiak direnez eta argazkian oso ongi ikusten ez direnez, hauek ez zenbatu, bai? Baina gainontzeko guztiak bai.

IKASLEA: Orduan bakarrik edifizioa ez?

IKASLEA: Ez, eta *valla* hauek ere.

IKASLEA: Ah!

IRAKASLEA: Hori da. Ez du zergatik eskolan egon behar, egon daitezke eskolatik kanpo ere.

Laukiak zenbatzen hasten direnean, argazkian azaltzen diren laukien baliagarritasuna argitzen kezka galdetzen dituzte.

IKASLEA: eta hau, hau balio du?

IRAKASLEA: bai...

IKASLEA: eta hau ere bai ez?

IRAKASLEA: bai, bai, ikusten dituzuen lauki guztiak. Hor lauki bat ikusten duzu?

IKASLEA: bai

IRAKASLEA: orduan markatu...

Ikasle gehienek, argazkiko laukiak zenbatzen hasten direnean, eraikineko leihoek sortzen dituzten laukiak zenbatzen hasten dira. Dirudienez, argazkian azaltzen diren lauki ikusgarrienak dira, ikasle guztiek zenbatzearen ordenan bat egiten dutelako.

Bikote batek, eraikinaren paretan dagoen lauki baten baliagarritasunaz galdetzen dute. Ikasleek haien usteak ziurtatzeko galdetzen dute, irakaslea erantzuna baieztatu gabe laukia dela onartzen baitute. Hortaz, galdera soilik errefortzu gisa erabiltzen dute.

IKASLEA: Bat, bi, hiru, lau, bost, sei. Hau ere da?

IRAKASLEA: Lauki bat da?

IKASLEA: Bai

IRAKASLEA: Orduan?

IKASLEA: Zazpi, zortzi, bederatzi, ...

Beste bikote batek botatzen duen galdera ere, aurrekoan bezala, errefortzu gisa egiten dute. Oraingoan, eskaileratan azaltzen diren laukiak ere zenbatu behar duten

galdetzen dute. Irakasleak ez du erantzuna baieztatzen, baina ikasleei galdetzearekin aski zaie erantzuna ezagutzeko.

IKASLEA: eskailerak kontaktzen dute?

IRAKASLEA: laukiak dira?

IKASLEA: Bai

IRAKASLEA: orduan...

Bestalde, zenbait kasutan irudi berdinak agertzen dira behin baino gehiagotan, leihoak esate baterako. Irudi batean dauden lauki kopuruak zenbatu beharrean eta ondoren, irudi hori errepikatzen den kopuruarekin biderkatu beharrean, banaka irudi bakoitzean dauden laukiak zenbatzen dituzte. Adibidez, leiho guztiak berdinak dira eta batean zenbat lauki dauden zenbatu beharrean eta gero, dauden leiho kopuruarekin biderkatu beharrean, leiho guztiak banaka zenbatzen dituzte. Hortaz, ez dira konturatzen irudi asko errepikatzen direla.

Ariketa aurrera doan heinean, gero eta gehiago harritzen dira eskolako eraikinak izan ditzakeen lauki kantitatearekin, ez baitute orain arte horretan inoiz erreparatu. Eraikina ezagutzen dutenez, lauki guztiak zenbatzea ezinezkoa dela uste dute, argazkian azaltzen direnak baino gehiago baitaude.

IKASLEA: Baina *es que* hori ezin da jakin zenbat dauden.

IRAKASLEA: Ez?

IKASLEA: *Igual* hemen dago beste bat hemen ez dena agertzen, *es que igual* honen atzean lauki gehiago daude

IRAKASLEA: Baina zuek bakarrik zenbatu behar dituzue argazkian agertzen direnak, bakarrik ikusten dituzuenak.

Eskolako pareta modu ezberdinetan zatituz gero lauki gehiago zenbatu dezaketela ohartzen dira. Beste modu batera esanda, zuzen berdina lauki bat baino gehiagoren aldea izan daitekeela. Adibidez, teilatuaren hodia kontatuz gero, lauki gehiago zenbatu dezaketela ohartu dira.

IKASLEA: eta balio du hau? Hau bat, hau beste bat eta hau beste bat.

IRAKASLEA: bai...laukiak direlako ez?

IKASLEA: bai...

Elementu baten forma laukiduna baldin bada errazagoa identifikatzen dute, bi elementu ezberdinen aldeek laukia sortzen baldin badute baino. Hau da, material berdina duen irudi baten barruan hobeto identifikatzen dute laukia, material ezberdinez osatutako laukia batean baino.

Kontatzeaz amaitu dutela uste dutenean berriro zenbatzeari ekiten diote, zenbatu gabeko lauki berri gehiago daudela ohartzen direlako. Laukiz jositako argazkia denez, materiala eta metodoak atalean azaldu den bezala, argazkia bitan zatitu da eta bikote bakoitzak argazkiaren erdia soilik zenbatu beharko dute. Bikote batzuk eskuineko aldea zenbatu behar dute eta beste bikoteek ezkerreko aldea. Argazkia zatitzerakoan, arkatzez zuzen bat marraztu da argazkiaren erdian, bi zatiak ongi bereiz daitezten. Markatutako zuzen honek nahasteak sortu ditu, ikasleek zuzen horrekin sortzen diren laukiak balio duten galdetu baitute.

IKASLEA: Ei, eta balio du hau?

IRAKASLEA: Ez, ze marra hori nik sortu dut, bai? Marra hau nik sortu dudanez, ez erreala, bale? Ez da argazkian agertzen.

Bikote batek ahalik eta lauki gehien zenbatu nahian, irudi ireki bat laukitzat bilakatu nahi izan dute. Telefono zutoinek, telefono kablea eta teilatuarekin lauki bat irudikatu nahi izan dute. Dena den, bikotea ez zegoen oso seguru sortutako laukiaz, hau dela eta, irakasleari galdetu diote erantzuna baieztatu nahian.

IKASLEA 1: Balio du hau?

IRAKASLEA: Ear, erakutsi...

IKASLEA 1: Horrela...

IRAKASLEA: Eta hemen non dago....

IKASLEA 2: Kablea, *que* ikusten da eh.

IRAKASLEA: Ea, esan laukia?

IKASLEA 1: Begira...

IRAKASLEA: Bai, eta hemen non dago lotura?

IKASLEA 1: Ez dakit...

IRAKASLEA: Am...

IKASLEA 1: Ez dago...

IRAKASLEA: Edo..bada?

Laukien bidez geometrian ikasleek izaten dituzten ohiko akatsak aztertuz

IKASLE 2: Baai...

IKASLEA 1: Ez, hau da...hau da...mendia antzean

IRAKASLEA: Orduan, zer gertatzen da hor? Ez dela, irudi...

IKASLEA 1 : Itxia

Aurretik gertatu den moduan, irudi ezberdinen aldeek osatzen duten laukia identifikatzerakoan zalantzak suertatu dira. Hau dela eta, berriz ere irakasleari galdetu behar izan diote irudikatutako laukia egiaztatzeko.

IKASLEA: Eta...eta balio du hau? *Linearen* goikoa eta *linearen* behekoa, eta *linea*?

IRAKASLEA: Nola, nola? Hemengoa...

IKASLEA: Hau, hau eta *linea*

IRAKASLEA: Bale, eta non elkartzen dira?

IKASLEA: Hemen

IRAKASLEA. Ah, horrekin? Bai... bai, bai.

Berriz ere argazkian azaltzen diren lauki guztiak zenbatzeaz amaitu dutela uste dutenean, lauki berri gehiago ikusten dituzte. Harrituak daude hainbeste lauki ikusteaz, orain arte inoiz honetan erreparatu ez baitute eta ez zuten espero eremu txiki batean hainbeste lauki egon zitezkeenik.

IKASLEA: Bua, daude asko eh...

IRAKASLEA: Bai. Ba imaginatu errealitatean zenbat lauki ikusten ditugun egunean...

Hau dela eta, klasean dauden laukietan erreparatzen hasten dira eta aldi berean ere, zenbat dauden zenbatzen.

IKASLEA: Bat, bi, hiru, lau, bost, sei, zazpi, zortzi,

IRAKASLEA: Eta konturatzen zarete?

IKASLEAK: Ez

IRAKASLEA: Ikusten duzuenean armairua esaten duzue.... Bi lauki zuzen, bat, bi, hiru, lau, bost... Bost karratu... gehi... ez, ezta?

IKASLEAK: Ez

IRAKASLEA: Zuek zer uste duzue, klasean lauki asko daudela edo ez?

IKASLEAK: Bai...

IRAKASLEA: Begiratu ingurura.

IKASLEA: Bua eta poster horretan...

IRAKASLEA: Ia guztia da laukiduna, laukiak dira.

IKASLEA: Bat, bi, hiru, lau, bost, Hamar, hamaika, hamabi,

Klasean dauden laukiak aztertzen ari dutenean ikasle batek gela orokorrean laukitzat hartzen du. Ikasle honek errealitatean laukiak identifikatzerakoan, bi dimentsioko eta hiru dimentsioko irudien arteko ezberdintasunak oso finkatuta ez dituela ikus daiteke. Dena den, hizkuntza berbalak eragindako akatsa izan daiteke, laukia beharrean, "nola lauki bat" adierazpena erabiltzen duelako.

IKASLEA: *Es que* hau da nola lauki bat, zergatik begira...

IRAKASLEA: Hau da kubo bat

IKASLEA: Hogeita sei, hogeita zazpi, hogeita zortzi, ...

Hasiera batean planteatutako ariketara itzuliz, argazkian azaltzen diren laukiak zenbatzeaz behin betiko amaitu dutenean, zenbatutako lauki kopurua alderatzen dute. Argazkiaren ezkerreko aldea duten ikasleek laukien zenbaketan emaitza ezberdinak lortu dituzte. Bikote batek 171 lauki zenbatu ditu eta beste bikoteak aldiz, 144. Hortaz, 27 laukiko aldea dago bikote baten eta bestearen artean. Eskuineko zatia duten ikasleen artean lortutako emaitzetan ere aldea egon da, bikote batek 136 lauki zenbatu baititu eta hirukoteak aldiz, 146. Ikasleak ohartzen dira ateratako emaitzek logikarik ez dutela, berez emaitza berdinak atera beharko liratekeelako.

IRAKASLEA: Aiba, aldea dago zebaturako lauki kopuruaren artean ez? Ikusten duzue, marrazki berdinean, argazki berdinean, zenbatu dituzue lauki ezberdinak

IKASLEA: *Es que* da lios, *lio* bat...

Lortutako emaitzak alderatu ondoren, bigarren ariketari ekiten diote. Ariketa honetan, argazkian azaltzen diren marra zuzenak kalkatzerakoan segurtasun gehiago adierazten dute. Argazkian dauden lerro zuzenak laukiak baino hobeto identifikatzen dituzte. Hala ere, nahiz eta aurreko ariketan baino segurtasun gehiago adierazi, zalantzak dituzte.

IKASLEA: Hauek ere? Gauza horiek?

IRAKASLEA: Marra zuzenak dira?

IKASLEA: Bai...

Bigarren ariketa burutzen dauden bitartean, argazkiaren irakurketa berri honi esker, azaltzen diren lauki gehiagoz ohartzen dira. Kalkatzen dauden bitartean, argazkia beste ikuspegi batetik aztertzen dute eta orain arte ikusi ez dituzten lauki gehiago ikusten dituzte. Lauki berrien ikuste hau bikote bat baino gehiagori gertatzen zaio.

IKASLEA: Ei, guk daukagu 147, *que* daukat beste bat.

IRAKASLEA: Aiba, ikusten? Hori gertatu daiteke, kalkatzean konturatzea... lauki berri gehiago daudela.

(...)

IKASLE 1: Ei....

IKASLE 2: zer?

IKASLE 1: Daudela lauki gehiago...

(...)

IKASLE 1: Eta eskailerak ere orduan?

IRAKASLEA: Bai

IKASLEA 1: Joe, *pues* guk horiek ez ditugu zenbatu...

Lauki berri gehiago identifikatu dituztela ikusirik eta aurreko ariketan argazki zati berdin baten aurrean lauki kopuru ezberdina dutela ikusirik, ezberdintasunaren jatorria identifikatu nahian haien artean kontatu dituzten laukiak konparatzen hasten dira. Ikasleak haien artean komunikatzeko eta zenbatutako laukiak adierazteko eta azaltzeko, arbela erabiltzen dute errekurtsio gisa.



19. irudia. Arbelean marrazten

IKASLEA 1: Kontatu dituzu hauek?

IKASLEA 2: Bai

IKASLEA 1. Eta hauek?

IKASLEA 2: Joe, orduan ez dakit zer daukagun diferente. Eta kontatu duzu hau horrela?

Bat, bi eta hiru.

IKASLEA 1: Bai

IKASLEA 2: Joe, *pues* orduan daukagu dena berdin.

IKASLEA 2: Ah! Badakit! Jajaja. Bada... horrela... iskin batean...

IKASLEA 1: Horrela?

IKASLEA 2: Bai

IKASLEA 1: *Pues* hauek, hau, hau eta hau.

IKASLEA 2: Bai...

(...)

IKASLEA 2: Eta gauza txuri hauek kontatu dituzu?

IKASLEA 3: Ahh! Bat, bi, hiru, lau, bost, sei, zazpi, zortzi, bederatz, ... bederatz!

IKASLEA 2: Bederatz? Orduan, orduan daukagu 153.

(...)

IKASLEA 1: Eta kontatu duzu hau?

IKASLEA 2: *Ay, que* berdin da, *que* daukagu diferente *anda*. Gero jakingo dugu...

IKASLEA 1: Kontatu duzu eskolaren laukia?

IKASLEA 2: *A ver... que* gero jakingo dugu... ya ez naiz oroitzen guztietaz.

Kalkatzeaz amaitzen dutenean, kalkatutako marrazki berri honetan zenbat lauki dauden zenbatzen dituzte. Marrazki berri honetan argazki originalean baino lauki gehiago ikusten dituzte.



22. Irudia. Argazkiaren ezkerreko zatia



23. Irudia. Argazkiaren eskuineko zatia

IRAKASLEA: Orain ez da argiago ikusten?

IKASLEA: Bai

IRAKASLEA: Ez da argazkian baino argia

Laukien bidez geometrian ikasleek izaten dituzten ohiko akatsak aztertuz

IKASLEA: Bai ze denak dira laukiak.

Kalkatutako marrazkian dauden laukiak zenbatzerakoan, argazki originalean zeuden laukiak zenbatu dutenean komentatutakoa berresten da. Ingurua laukiz josita dago eta hortaz, lan astuna da argazkian azaltzen diren lauki guztiak bigarren aldi batean zenbatzea, honetarako arreta eta denbora asko eskaini behar baita.

IKASLEA 1: Pff ze *pereza*...

IKASLEA 2: *Vaya sufrimiento*...

Honekin jarraituz, kalkatu berri duten marrazkian dauden laukiak zenbatzen daudenean, oraindik ere zenbatu gabe utzi dituzten laukiak badaudela ohartzen dira. Esan bezala, zaila egiten zaie laukiak zenbatzea, konturatu baitira laukiz inguratutik gaudela eta hortaz, denbora nahiko kostatzen duela bat ere ahaztu gabe dauden guztiak zenbatzea.

Kalkatutako marrazkian laukien kontaketa egin ondoren, bikote bat izan ezik, gainontzekoek oraingoan aurrekoan baino lauki gehiago zenbatu dituzte. Bikote batek 8 lauki gehiago zenbatu ditu, beste bikote batek 12 gehiago, hirukoteak 24 gehiago eta beste bikoteak aldiz, aurrekoan baino gutxiago.

Ariketa amaitzean eta bai argazki originalean eta baita kalkatutako marrazkian dauden laukiak zenbatu eta alderatu ondoren, alde batetik kalkatutako argazkian laukiak argiago ikusten direla eta bestetik, laukiz inguratuta gaudenez zaila egiten dela dauden laukiak identifikatzea eta zenbatzea ondorioztatu dute.

IRAKASLEA: Ikusten dudanez, orain argazkia kalkatu ondoren, gehitu dituzue lauki gehiago. Hori zergatik izan daiteke?

IKASLEA: *Pues* hemen argiago ikusten delako

IRAKASLEA: Ah... eta beste gauza bat, zergatik ariketa zaila zen?

IKASLEA: Zergatik...zeudelako lauki asko

IRAKASLEA: Lauki asko daudelako. Baina bakarrik argazki horretan?

IKASLEAK: Ez

IRAKASLEA: Ez, lehen esan dugu ez? Klasean zenbat lauki daude?

IKASLEAK: Askok.

IKASLEA: Begira, bat, bi, hiru, lau, bost, sei, zazpi, zortzi, ...

IRAKASLEA: Horregatik hainbeste kostatu zaizue, asko daudelako.

Azkenik, argazki originala oinarritzat harturik, argazki zati berdina dagokien gelakideekin zenbatutako laukiak konparatzen dituzte. Alderaketa egiterakoan, argazki zati berdinean lauki ezberdinak identifikatu dituztela ohartzen dira. Orokorrean zenbatutako gehienetan bat egiten dute baina ezberdinak direnak ere egon badaude.

IKASLEA 1: Kontatu dituzue hauek?

IKASLEA 2: Zeintzuk?

IKASLEA 1: Hauek

IKASLEA 2: Kontatu dugu bakarrik hau

IKASLEA 1: *Es que* guk kontatu dugu hau, hau, hau, hau eta hau

IKASLEA 2: Ah, guk ez, guk kontatu dugu dena bat.

IRAKASLEA: Ah... eta berak arrazoia du edo ez? Ongi kontatu du?

IKASLEA 3: Bai...

IRAKASLEA? Zergatik? Hemen balkoia doa ez? Orduan mozten du ez? Orduan hau da bat, hau beste bat, hau beste bat, hau beste bat... bai?

IKASLEA 2: Bai

IRAKASLEA: Eta zuek kontatu duzue dena bat.

IKASLEA 4: *Pues* orduan 10 gehiago

IRAKASLEA: Noski.

IKASLEA 2: Eta orduan balkoiarenak ere bai.

IRAKASLEA: Noski.

Saioaren hasieran ikasle batzuk argazkia mozteko irakasleak arkatzez egindako zuzenaren baliagarritasuna galdetu dute. Dirudenez, ikasle batzuk ez dute honen baliagarritasunean erreparatu edota ez dute behintzat honetan inongo zalantzarik eduki. Hau dela eta, beste bikoteekin identifikatutako laukiak alderatzean izandako akats honetaz konturatu dira eta modu berean, izandako akatsa ulertu eta zuzendu dute.

IKASLEA 1: Baina hori ez.

IRAKASLEA: Ah, hori ez? Zergatik esaten duzu ezetz? Marra hau nik egin dudana da.

IKASLEA 2: *Claro*

IRAKASLEA: Marra hori errealitatean ez dago. Nik egin dut arkatzarekin, hori ez du balio.

IKASLEA 3: Orduan guk ken bat.

IKASLEA 4: Pues orduan 170

Emaitzen aztertzeari amaiera emateko, ikasleek ikusten eta identifikatzen dituzten lehendabiziko laukiak karratuak eta laukizuzenak direla azpimarratu beharra da. Honek ez du esan nahi gainontzeko laukiak identifikatzen ez dituztenik baina bai, hauek erraztasun gehiagorekin identifikatzen dituztela.

Eraikinaren bi teilatuek trapezioak dira eta hauen identifikazioa ezberdina izan da behatutako argazkiaren zatiaren arabera. Argazkiaren ezkerreko zatia aztertu duten ikasle guztiek teilatuek sortzen duen trapezioa identifikatu dute eta eskuineko argazkiaren zatia aztertu duten ikasleek aldiz ez. Trapezioen identifikatze honek, aurreko paragrafoan esandakoari eusten dio eta hortaz, esandakoa berresten du ikasle guztiek trapezioa identifikatu ez baitute.

IRAKASLEA: Eta sei hori zer da?

IKASLEA 1: Pues bat, bi, hiru, lau, bost eta sei

IRAKASLEA: Nik teilatuan ikusten ditut bost, zein da seigarrena?

IKASLEA 2: Hau.

IRAKASLEA: Ah... denak konturatu zarete horretaz?

IKASLEAK: Bai

IKASLEA 3: Horregatik jarri dugu hor sei bat.

IRAKASLEA: Hori da, horregatik galdetu dut. Hau ere laukia da bai? Teilatuen forma, bai? Trapezioa da.

4.2 Hausnarketa

Aztertu berri diren emaitzetan ikus daitekeenez, ikasleek aurreikusita zeuden geometriari dagokion ohiko akatsak egin dituzte. Bi saioetan egindako lehendabiziko ariketa batez ere, ohiko kontsignak edo jarraibideak ematerakoan konprobatu al izan da espero ziren akatsak eman direla.

Lehenengo saioko lehendabiziko ariketan, laukiak sortu behar zituztenean, espero den bezala ikasleei burura etorri zaizkien lehendabiziko bi laukiak, karratua eta laukizuzena

izan dira. Hauek berehala eratu dituzte eta ez dute inolako zalantzarik eduki laukitzat definitzeko. Behin hauek sortu dituztenean, hirugarren laukia sortu behar zutenean zalantzan hasi dira eta trapezioa laukia den galdetu behar izan dute. Hemendik aurrera ikasleek zituzten zalantzak nagusitzen joan dira eta laukiak identifikatzerakoan segurtasun eza gero eta nabariagoa izan da

Gaur egungo gizartean, laukia adierazteko karratua erabili ohi da eta hirukia adierazteko berriz, triangelu aldeberdina erabiltzen dela esan daiteke. Bi irudi hauek oso estereotipatuak daude eta zaila izaten da topiko hauek apurtzea. Hortaz, hemendik etor daiteke irakasleak planteatutako ariketa honen aurrean ikasleek zandako bi lehendabiziko erantzunak. Bestalde, ikasleek trapezioa eta erronboa elkarrekin erlazionatzen dituzte, trapezioa laukia baldin bada erronboa ere laukia da. Testuliburuetan bi lauki mota hauek batera edo elkarrekin azaltzen dira gehienetan, ondorioz, hemendik etor daiteke ikasleek sortzen duten lotura.

Espero den bezala, ariketa aurrera doan heinean zailtasuna nagusitzen doa. Gero eta denbora gehiago behar dute lauki berriak pentsatu eta sortzeko eta jadanik sortu dituzten laukiak errepikatzen dituzte. Sortzeko ematen duten gehiegizko denborak eta irudi berdinen errepikapenek, laukien identifikazioarekiko segurtasun eza adierazten dute. Zenbait kasutan ikasleek uste izan dute irudi baten tamaina aldatuz gero eta forma aldatu barik, lauki berri bat sortzen dela. Behintzat hau izan da laukien errepikapenekin adierazi dutena. Izan ere, errepikatu dituzten irudietan aldatu duten gauza bakarra tamaina izan da, forma mantendu baitute. Beraz, honekin Piagetek azaltzen dituen nozio euklidearrak guztiz barneratuak ez dituztela ikus daiteke.

Normalean, matematikako eskolako testuliburuetan lauki ganbilei ahurrei baino garrantzi gehiago ematen zaie eta hortaz, denbora gehiago eskaintzen da hauen ikaskuntzan. Hau ere ariketa honetan islatzen da, izan ere, sortutako lauki guztiak ganbilak baitira. Honetaz gain ere, testuliburuetan azaltzen diren lauki ganbil ohikoenak sortu dituzte: karratua, laukizuzena, trapezioa, erronboa eta trapezoidea. Soilik lauki hauek identifikatzaera ohituta daudenez, hauek sortu ondoren ez zaizkie lauki berri gehiagorik bururatzen. Hortaz, testuliburuetan azaltzen denak eta azaltzen den moduak ikasleen ezagueretan asko eragiten duela esan daiteke. Aldi berean ere, ikasleek horrekiko duten ezaguerak ere mugatzen dituzte.

Laukien bidez geometrian ikasleek izaten dituzten ohiko akatsak aztertuz

Bestalde, baliteke ikasleek irudi geometrikoen sailkapena ikasterakoan, bakarrik aldean araberako sailkapena ikasi izana. Alde kopuruaren araberako poligonoen sailkapena, ikasleentzat irizpiderik bisualena edo esanguratsuena da eta ondorioz, baliteke soilik barneratua izatea irizpide honen araberako sailkapena. Laukia dela argudiatzeko eskatzen zaien aldioro, ikasleek ematen duten argudio bakarra lau alde osatutako irudia dela da. Honek esan nahi du, ematen duten argudio bakarra beti hori izanda, barneratua duten sailkapen bakarra hori dela. Hortaz, Pallaciok (1986) pertzepzio espazialaren garapenaren inguruan egindako ikerketa kontutan harturik, ikasle hauek laugarren eta bosgarren etapen artean daudela esan daiteke. Erlazio metrikoak ezagutuz objektua ezagutzen dute baina ez dira gai, iripide desberdinak erabiliz objektuak sailkatzeko, soilik aldean araberako irizpidea erabiltzen baitute.

Ariketan ikus daitekeenez, ikasleak irudi lauak beti perspektiba berdinetik ikustera ohituta daude eta perspektiba aldatzen denean, zalantzan hasten dira. Eskolako testuliburuetan irudi lauak beti modu berean orientatuta daude eta irudiaren orientazioa aldatuz gero, ezaguna duten irudia identifikatzeko zailtasunak izaten dituzte. Gehienetan eskolako testuliburuetan adibide berdinak jartzen dituzte, irudi berdinak eta modu berdinean beti orientatuta. Errepikapen eta sinplifikapen hauek, ikasleen ezaguerak kaltetzen dituzte eta estereotipo berrien sorreran eragin zuzena dute. Ohiko adibideetatik aldentzen diren adibideak emanez gero, zalantzak eta ezjakintasunak sortzen baitira.

Bigarren saioan ere, planteatzen den lehenengo ariketa geometriari burutzen diren ohiko ariketetatik aldentzen denez, burutzerakoan zalantza ugari suertatzen dira eta ikasleek segurtasun eza transmititzen dute. Ikasleek bat-batean botatzen dituzten hamaika galderak orain esandakoa baieztatzen dute.

Aipatu den bezala, testuliburuetan ohituta daude beti lauki berdinak eta modu berean orientatuta dauden laukiak ikustera. Honek argazkiko laukiak identifikatzerakoan eragina du. Ohiko moduan orientatuta dauden laukiak identifikatzen dituzte lehenengo eta identifikatutako hauek karratuak eta laukizuzenak izan dira.

Argazkia zatitzeko marrazten den zuzenak, lauki berriak identifikatzerakoan nahasteak sortzen ditu. Nahaste hauek adierazten dute errealitatean dauden laukiak

identifikatzeko zailtasunak izaten dituztela, errealitatean dauden zuzenak eta alegiazko zuzenak nahasten dituztelako.

Ariketak eskatzen duen errealitatearen behatze berri honetara ohituta ez daudela argi ikusten da. Ingurunekeo elementu laukidunak errazago identifikatzen dituzte, elementu ezberdinen aldeek sortzen dituzten laukiak baino. Ariketa aurrera doan heinean eta sortzen diren zalantzak argitzen doazen heinean, ingurunearen ikuspegi berri hau finkatu egiten dute eta nahiz eta beraientzat ikuspegi guztiz ezezaguna izan, behatze berri honetara ohitzen doaz, poliki-poliki lauki berriak identifikatzen baitituzte.

Bi saioetan iristen da momentu bat non ikasleek jarraitzen ez dakiten. Hau gertatuko zela aurreikusita zegoenez, ohiko akatsak saihesten eta zuzentzen dituen ariketak planteatzen dira. Ariketa hauetan, ikasleek segurtasun falta adierazten dute eta honek, haien artean eztabaida ugari suertatzea eragiten du. Normala den bezala, ariketa mota hauetara ohituta ez daudenez, ariketak ebazterakoan zailtasunak izaten dituzte. Askotan testuliburuetan azaltzen diren ariketen tipologia berdina izaten da eta ikasleek ezagueretan erreparatu gabe modu automatiko batean ebazten dituzte. Azterketa hauetan planteatzen diren ariketek aldiz, barneratuak dituzten ezagueretan erreparatzea eskatzen dute eta ez dute automatizatzeko aukerarik ematen, lantzen denaren ulergarritasuna ziurtatuz.

Lehenengo saioan ematen den kontsigna berriari esker, ikasleek dituzten aurreiritzi eta eskema estereotipatu asko apurtzen doaz eta laukiak identifikatzeko duten ikuspegia moldatzen da. Emandako kontsigna honek, ezagunak dituzten eta orain arte jabetu ez diren laukiak identifikatzen dituzte, erronboidea eta lauki ahurra esate baterako.

Sortzen dituzten irudiak laukiak direla baieztatzeko, hasieran baino argudio gehiago erabiltzen dituzte. Argudio ugaritze honek, testuliburuetatik eskuratutako eta barneratutako sinplifikatutako ezaguerak osatzen doazen seinale da, poliki-poliki dituzten akatsak zuzentzen eta ideia estereotipatua ezabatzen baitoaz.

Bigarren saioan kalkatzen duten marrazkiak ere, ikasleek dituzten ohiko akatsak zuzentzen laguntzen du. Kalkatutako argazkia, ikasleak irudi geometriakoak identifikatzeko ohituta dauden marrazkietara hurbiltzen da. Argazkitik marrazkiera soilik laukiak identifikatzeko beharrezkoa den informazioa transmititzen da, argazkiaren

gainontzeko informazioa alde batera utziz. Hortaz, kalkatutako marrazki berria lagungarria da ikasleek irudi geometrikoak identifikatzeko, marra zuzenez osatutako marrazkia baita. Behin marrazkian laukiak identifikatu dituztenean, argazki originalaren bigarren irakurketa bat egiten dutenean errazagoa izaten zaie ingurunean dauden irudi horiek identifikatzea.

Bi saioetako azkeneko jardueran, saioan zehar landutako akatsak zuzentzen direla behatu ahal izan da. Lehenengo saioan, irakasleak irudi berriak sortzen dituztenean, ikasleek irizpide ezberdinak erabiltzen dituzte sortutako irudia laukia dela baieztatzeko edo ezeztatzeko. Orain arte izandako zalantzak desagertzen dira eta baliabide gehiagorekin eta ziurtasun handiagoz erantzuten dute. Bigarren saioan, argazkian azaltzen diren lauki guztiak identifikatzera iristen dira eta argazkiaren lehenengo irakurketa eta azkeneko irakurketaren arteko aldea nabaria da. Beraz, saioetan planteatu diren jarduerak, hauek aurrera eramateko erabili den metodologia eta saioa bideratzeko modua aproposa izan dela esan daiteke.

Hortaz, Van Hielek irudi lauak eta solido geometrikoen ezagutzak bereganatzeko proposatzen dituen bost maileri erreparatuz gero, ikasle hauek bigarren eta hirugarren mailen artean daudela esan daiteke. Bigarren mailako ezagutzak barneratuak dituzte baina hirugarreneko guztiak oraindik ez.

Ondorioz, saioak geometria ikuspuntu zabalago batetik behatu eta aztertzeko baliagarriak izan direla esan daiteke. Planteatutako saioek, gaur egun testuliburuetan azaltzen diren sinplifikapenek eta etengabeko irudi berdinen adierazpenek transmititzen dituzten topikoak apurtzen dituzte.

ONDORIOAK ETA GALDERA IREKIAK

Aurkeztu berri den proiektu honetan, Lehen Hezkuntzako hirugarren zikloko ikasleek geometria alorrean izaten dituzten ohiko akatsak aztertu egiten dira. Honen inguruan idatzi dena ikertuz gero, eskola bateko hirugarren zikloko tutorea den irakasle bati, bere ikasleek geometrian izaten dituzten ohiko akatsen inguruan galdeketa bat egiten zaio.

Galdeketa honen bitartez, gaur egun ikasleek behin baino gehiagotan errepikatzen dituzten eta ikasleen artean nahiko komunak diren akatsak ezagutzen dira. Dena den, azterketa esanguratsua bermatzeko, ohiko akats jakin batzuetan zentratzen da. Alde batetik, laukiak errealitatean identifikatzeko izaten dituzten zailtasunak aztertzen dira eta beste alde batetik, laukiak modu ezberdinetan orientatuta daudenean hauek identifikatzeko izaten dituzten zailtasunak. Honetaz gain ere, irudi lauetan laukiekin sortu dituzten ezagutzak edota ideia estereotipatuak aztertzen dira.

Ikasleen akats hauetan faktore ezberdinek eragiten dute, hala nola, ikasleen gaitasunak, irakasleak erabiltzen duen metodologiak edota ikaslearen testuinguruak. Faktore hauek subjektiboak dira eta aztergai diren akatsak komunak izanda, hauen iturburua ezagutzeko objektiboa den zerbaiteira eutsi behar izan zaio. Hortaz, Luis Peredaren matematikari dagokien bosgarren eta seigarren mailako testuliburuak miatu dira, Luis Peredaren testuliburuak erabiltzen dituzten eskola bateko hirugarren zikloko ikasleei burutu baitzaie.

Azterketa honen bitartez, gaur egungo errealitatean aurretik aipatutako ohiko akatsak ematen diren egiaztatu nahi da. Ematekotan, zenbat ikaslek burutzen duten jakin nahi da eta akats hauekiko duten erantzunen tipologia zein den ezagutu nahi da. Bestalde, normalean ematen diren ohiko jarraibideak eta erabiltzen den metodologia aldatuz gero, akatsak mantentzen edota ezabatzen diren konprobatu nahi da. Azkenik, ikasleen ohiko akats hauek ezabatzeko modu egokia bilatu eta bilatutakoa proposa den konprobatu nahi da.

Herri eskola bateko hirugarren zikloko ikasleekin burutu da azterketa. Guztira bederatzi ikasle dira; 5. mailako lau ikasle eta 6. mailako bost.

55 minutuko bi saiotan antolatu da azterketa eta saioak elkarren artean independenteak dira. Saio bakoitza akats zehatz batzuk aztertzeko diseinatu da beraz, modu ezberdinean orientatu dira saioak eta testuinguru eta material ezberdinak erabili dira. Lehenengo saioa psikomotrizitate gelan burutu da eta saioa aurrera eramateko zortzi soka erabili dira. Bigarren saioa aldiz, ikasleen ohiko klasean burutu da eta eskolaren argazki bat oinarritzat harturik, ariketa ezberdinak diseinatu dira.

Bi saioek egitura berdina dute eta bietan, ohiko akatsak laukien bitartez landu dira. Saioak hiru zatitan banatu dira eta zati bakoitzaren helburua lortzeko ariketa bat diseinatu da. Lehenengo zatiaren helburua, ohiko akatsa ematen den edo ez konprobatzea izan da, beraz, ikasleek izan ditzaketen akatsak aurreikusi eta kontutan hartu gabe ariketa diseinatu da. Bigarren zatian, lehenengo zatian azaldutako akatsak kontutan hartu dira eta aurreikusitako akats hauek zuzentzeko ariketa diseinatu da. Honetan, ohiko akatsak saihesteko modu kontziente batean bideratzen da ariketa. Azkenik, hirugarren zatian aurretik izandako akatsak zuzendu diren konprobatzeko eta ziurtatzeko ariketa diseinatzen da.

Ondoren, saioetan ateratako emaitzak modu hotzean deskribatu egiten dira eta hauen inguruan hausnartu egiten da. Hausnarketa esanguratsua eta aberasgarria izateko, hasierako hipotesiak kontutan hartzen dira eta marko teorikoan eskainitako informazioa oinarritzat hartzen da.

Dena den, azaldutako azterketa hau irakurtzean, azterketa osatuko eta aberastuko luketen zenbait galdera burura etortzen dira. Gainerako irudi lauetan eta solidoetan ere akats hauek ematen dira? Eta ematekotan nola? Saioak alderantziz eginez gero, ordena aldatuz, emaitzak berdinak izango ziren? Soken bitartez laukiak sortu beharrean haien gorputzekin sortuko balituzte, emaitza berdinak izango ziren? Argazki baten bitartez errealtatean dauden irudi geometrikoak identifikatu beharrean, zuzenean ingurunea behatuko balute, modu berean identifikatuko lituzkete?

CONCLUSIONES Y CUESTIONES ABIERTAS

En el presente proyecto se estudian los errores habituales que cometen los/as alumnos/as del tercer ciclo de Educación Primaria en el área de geometría. Después de documentarse sobre lo escrito al respecto, se realiza un cuestionario a una tutora de dicho ciclo.

A través de los resultados de este cuestionario, se conocen los errores que cometen habitualmente los/as alumnos/as en el área de la Geometría. No obstante, para asegurar un estudio significativo se centra en varios errores específicos. Por un lado, se estudian las dificultades que tienen los/ las alumnos/as a la hora de identificar los cuadriláteros en la realidad y por otro lado, las dificultades que surgen cuando estas figuras geométricas se orientan de distinto modo al habitual. A su vez, se estudian las respuestas estereotipadas que tienen al respecto.

Son diversos los factores que influyen en los errores que se han podido observar, entre ellos, se destaca la capacidad de cada alumno/a, la metodología utilizada por el/la profesor/a y el contexto del alumno/a. Estos factores son subjetivos e individuales y siendo errores comunes, se apoya en el libro de texto utilizado, lo cual es objetivo. En este caso, se analizan los libros de texto de quinto y sexto de primaria de Luis Pereda.

Con este estudio, se quiere confirmar si los errores mencionados anteriormente se dan actualmente en la realidad. En este caso, se quiere saber cuántos/as alumnos/as los cometen y cuál es su tipología. Por otro lado, se quiere comprobar si cambiando las indicaciones y la metodología utilizada, se mantienen o no los errores. Por último se quiere encontrar la manera adecuada de corregirlos.

El estudio se realiza en una escuela rural a alumnos/as del tercer ciclo de Educación Primaria. En total son nueve alumnos/as, cuatro de quinto y cinco de sexto de primaria.

El estudio se organiza en dos sesiones de 55 minutos cada una, las cuales son independientes. Cada una de ellas se diseñada para analizar errores concretos, por lo que se orienta de forma diferente y se utiliza diferente contexto, material y metodología. La primera sesión se realiza en el aula de psicomotricidad y se utilizan

ocho cuerdas. La segunda sesión se realiza en el aula habitual de la clase y basándose en una foto se realizan diferentes actividades.

Ambas sesiones tiene la misma estructura y en ellas se trabajan los mismos errores. Cada una de ellas se divide en tres partes, las cuales tienen un objetivo y para cada una se diseña una actividad. El objetivo de la primera es comprobar si se da o no el error habitual y para ello, se diseña una actividad sin prevenir los posibles errores. En la segunda, se tienen en cuenta estos errores para diseñar la actividad, con el propósito de corregirlos. Así, se guía la actividad para prevenir dichos errores. Por último, en la tercera parte, se diseña una actividad para comprobar si se han corregido los errores cometidos previamente.

Finalmente, se describen los resultados obtenidos en las sesiones realizadas y se reflexiona sobre ellos. Para conseguir una reflexión significativa se tiene en cuenta las hipótesis mencionadas anteriormente y la documentación revisada.

A pesar de todo, tras la lectura de este estudio, surgen diversas cuestiones las cuales complementarían el presente estudio realizado. ¿Se cometen estos mismos errores en el resto de figuras planas y sólidas? ¿Cómo se dan? ¿Se obtendrían los mismos resultados realizando las sesiones en el orden inverso? ¿Se obtendrían los mismos resultados creando cuadriláteros con el propio cuerpo en lugar de con cuerdas? ¿Se identificarían de la misma manera las formas geométricas existentes en la realidad mediante la observación directa de ella en vez de a través de una fotografía?

ERREFERENTZIAK

Sarasua, J.; Arrieta, M. (2006). Helburu geometrikoen eskuartze-mailaren kategorizazio bidean Van Hiele ereduaren barruan. *Tantak*, 157-170, 35.

Alsina, C.; Burgués, C.;Fortuny, J.(1987). Invitación a la didáctica de la geometría. Madrid: Sintesi

Arrieta, M (2006). *Matematikaren didaktika II*. Donostia: Euskal Herriko Unibertsitatea

Recio, A; Rivaya, F. (1989). *Una metodología activa y lúdica para la enseñanza de la geometría*. Madrid: Sintesis