

MATEMÁTICAS

Judith GARCÍA FERNÁNDEZ

MATERIALES Y JUEGOS
MATEMÁTICOS EN EL PRIMER
CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

TFG/*GBL* 2014

upna
Universidad
Pública de Navarra
Nafarroako
Unibertsitate Publikoa

Facultad de Ciencias Humanas y Sociales
Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea

Grado en Maestro de Educación Primaria/
Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Grado en Maestro en Educación Primaria
Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Trabajo Fin de Grado
Gradu Bukaerako Lana

***MATERIALES Y JUEGOS MATEMÁTICOS EN EL
PRIMER CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA***

Judith GARCÍA FERNÁNDEZ

FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y SOCIALES
GIZA ETA GIZARTE ZIENTZIEK FAKULTATEA

UNIVERSIDAD PÚBLICA DE NAVARRA
NAFARROAKO UNIBERTSITATE PUBLIKOA

Estudiante / Ikaslea

Judith GARCÍA FERNÁNDEZ

Título / Izenburua

Materiales y juegos matemáticos en el primer ciclo de Educación Primaria

Grado / Gradu

Grado en Maestro en Educación Primaria / Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Centro / Ikastegia

Facultad de Ciencias Humanas y Sociales / Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea
Universidad Pública de Navarra / Nafarroako Unibertsitate Publikoa

Director-a / Zuzendaria

M^a Carmen PRADOS OSES

Departamento / Saila

Matemáticas/Matematika

Curso académico / Ikasturte akademikoa

2013/2014

Semestre / Seihilekoa

Primavera / Udaberrik

Preámbulo

El Real Decreto 1393/2007, de 29 de octubre, modificado por el Real Decreto 861/2010, establece en el Capítulo III, dedicado a las enseñanzas oficiales de Grado, que “estas enseñanzas concluirán con la elaboración y defensa de un Trabajo Fin de Grado [...] El Trabajo Fin de Grado tendrá entre 6 y 30 créditos, deberá realizarse en la fase final del plan de estudios y estar orientado a la evaluación de competencias asociadas al título”.

El Grado en Maestro en Educación Primaria por la Universidad Pública de Navarra tiene una extensión de 12 ECTS, según la memoria del título verificada por la ANECA. El título está regido por la *Orden ECI/3857/2007, de 27 de diciembre, por la que se establecen los requisitos para la verificación de los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Primaria*; con la aplicación, con carácter subsidiario, del reglamento de Trabajos Fin de Grado, aprobado por el Consejo de Gobierno de la Universidad el 12 de marzo de 2013.

Todos los planes de estudios de Maestro en Educación Primaria se estructuran, según la Orden ECI/3857/2007, en tres grandes módulos: uno, *de formación básica*, donde se desarrollan los contenidos socio-psico-pedagógicos; otro, *didáctico y disciplinar*, que recoge los contenidos de las disciplinas y su didáctica; y, por último, *Practicum*, donde se describen las competencias que tendrán que adquirir los estudiantes del Grado en las prácticas escolares. En este último módulo, se enmarca el Trabajo Fin de Grado, que debe reflejar la formación adquirida a lo largo de todas las enseñanzas. Finalmente, dado que la Orden ECI/3857/2007 no concreta la distribución de los 240 ECTS necesarios para la obtención del Grado, las universidades tienen la facultad de determinar un número de créditos, estableciendo, en general, asignaturas de carácter optativo.

Así, en cumplimiento de la Orden ECI/3857/2007, es requisito necesario que en el Trabajo Fin de Grado el estudiante demuestre competencias relativas a los módulos de formación básica, didáctico-disciplinar y practicum, exigidas para todos los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Primaria.

En este trabajo, el módulo *de formación básica* se encuentra en el marco teórico. En él se aportan diferentes teorías, aspectos psicológicos y pedagógicos en los que están basadas las secuencias didácticas y los juegos planteados en la propuesta.

El módulo *didáctico y disciplinar* se concreta en los puntos tres y cuatro, concretamente en las actividades con materiales manipulativos y los diversos juegos. Es una de las partes más importantes del trabajo puesto que se ofrecen diversos recursos para llevar al aula.

Asimismo, el módulo *practicum* se encuentra en el quinto apartado. En él se proponen diferentes juegos para llevarlos a la práctica así como cuatro secuencias didácticas. De entre todas las propuestas se han llevado a la práctica dos de las secuencias y alguno de los juegos. Esto ha permitido observar el funcionamiento real de los materiales y los juegos dentro de un aula.

Uso lingüístico y género (en cursiva)

Las referencias a personas o colectivos figuran en el presente trabajo en género masculino como género gramatical no marcado. Así, cuando sea necesario marcar la diferencia de comportamientos observados por razón de sexo, se indicará explícitamente en el texto.

Resumen

A lo largo de este trabajo se muestra un análisis de diferentes materiales físicos y juegos matemáticos que facilitan la comprensión y el posterior aprendizaje de los conocimientos básicos de las matemáticas. Además se puede encontrar una serie de actividades con materiales y diversos juegos, todo ello orientado al primer ciclo de Educación Primaria.

Está basado en corrientes metodológicas como el conductismo, constructivismo y aprendizaje significativo; y en teóricos como Piaget, Vygotsky y Van Hiele. Esta parte teórica facilita la comprensión de las secuencias didácticas desarrolladas, con las que se puede ver una manera de incorporar los materiales y el juego en las clases de matemáticas.

Con este trabajo se pretenden aportar diferentes ideas y aspectos teóricos que puedan servir de ayuda tanto a profesores como alumnos, de manera que se compruebe que la didáctica de las matemáticas puede ser enriquecedora cognitivamente a la vez que divertida y creativa.

Palabras clave: Matemáticas; materiales didácticos; juegos; primer ciclo; secuencias didácticas.

Abstract

Throughout this project it is presented an analysis of different physical materials and mathematical games which make the comprehension and subsequent learning of basic mathematical knowledge easier. Furthermore, it contains a series of activities with diverse materials and games, all of them oriented to the first cycle of Primary Education.

It is based on methodological currents such as behaviorism, constructivism and significant learning; and on theorists like Piaget, Vygotsky and Van Hiele. This theoretical part eases the comprehension of the developed didactic sequences, with

which a way to incorporate the materials and the games in Mathematics classes is provided.

This work is aimed at providing different ideas and theoretical aspects that can help both teachers and pupils, proving Mathematics didactics to be cognitively rewarding and creative and fun at the same time.

Keywords: Mathematics; didactic materials; games; first cycle; didactic sequences.

Résumé

Tout au long de ce travail on montre une analyse de différents matériaux physiques et des jeux mathématiques qui facilitent la compréhension et le futur apprentissage de connaissances basiques des mathématiques. On peut aussi trouver une série d'activités avec des matériaux et des jeux divers, orientés au premier cycle de l'Éducation Primaire.

Os se base sur des théories pédagogiques comme le béhaviorisme, le constructivisme ou l'apprentissage significatif; et en théoriciens comme Piaget, Vygotsky et Van Hiele. Cette partie théorique facilite la compréhension des séquences didactiques développées, avec lesquelles on peut essayer une façon d'incorporer les matériaux et le jeu dans les classes de mathématiques.

Ce travail prétend apporter des différentes idées et aspects théoriques qui peuvent servir d'aide autant aux professeurs comme aux élèves, et on peut voir que la didactique des mathématiques peut être enrichissante cognitivement et en même temps amusante et créative.

Mots clé: Mathématiques; matériaux didactiques ; jeux ; premier cycle ; séquences didactiques.

Índice

Introducción

Justificación y objetivos

1. ANTECEDENTES DEL JUEGO Y LOS MATERIALES	1
1.1. El juego	1
1.2. Los materiales	2
2. MARCO TEORICO	5
2.1. Jean Piaget	5
2.2. Vygotsky	7
2.3. Van Hiele	9
2.3.1. Fases de aprendizaje	9
2.3.2. Niveles de razonamiento o madurez matemática	10
2.4. Teorías de la psicología	11
2.4.1. Conductismo	12
2.4.2. Cognitivismo	12
2.4.3. Aprendizaje significativo (1986)	13
2.5. El currículo	14
2.5.1. Conceptos básicos sobre el currículo	14
2.5.2. Análisis del currículo de la asignatura de las matemáticas	14
3. LOS MATERIALES	19
3.1. Materiales	22
3.1.1. Bloques lógicos de Dienes	22
3.1.2. Regletas de Cuisenaire	23
3.1.3. Ábaco	24
3.1.4. Geoplano	25
3.1.5. Policubos	26
3.1.6. Bloques multibase	27
3.1.7. Pentonimós	28
3.1.8. Dados	29
4. EL JUEGO	30
4.1. Juegos	31
4.1.1. Mini arco	31
4.1.2. Structuro	32
4.1.3. De mudanzas	32
4.1.4. Tangram	33
4.1.5. Dominó de sumas	34
4.1.6. Geomag	34
5. PROGRAMA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN EDUCACIÓN PRIMARIA	35
5.1. Actividades lúdicas	35
5.1.1. Los amigos del 10	35
5.1.2. El número oculto	36
5.1.3. Juego del “no”	36
5.1.4. El bingo de sumas	37
5.1.5. Barajas de cartas	37
5.1.6. Los polígonos ocultos	38
5.1.7. De compras	39

5.1.8. Crucigrama de números	39
5.1.9. Concurso de polígonos	40
5.2. Metodología	40
5.3. Secuencias didácticas	42
5.3.1. Geometría	42
5.3.1. Suma con llevadas	45
5.3.1. Propiedad conmutativa	47
5.3.1. Resta con llevadas	50
6. ANÁLISIS	52
6.1. Geometría	52
6.1.1. Primera sesión	52
6.1.2. Segunda sesión	53
6.1.3. Tercera sesión	54
6.2. Suma con llevadas	56
6.2.1. Primera sesión	56
6.2.2. Segunda sesión	57
Conclusiones y cuestiones abiertas	
Referencias	
Anexos	
A. Anexo I	
A. Anexo II	
A. Anexo III	
A. Anexo IV	

Introducción

Hace unos años se empezaron a introducir metodologías diversas en las que los juegos lógico-matemáticos y el uso de materiales empezaron a tener cabida. Sin embargo, todavía persiste la enseñanza tradicional y esto es debido en parte a que suele resultar más cómodo no innovar y seguir aquello que se encuentra establecido, a que en muchos centros escolares no se cuenta con los medios necesarios y a la presión con la que cuentan los docentes para impartir todo el temario previsto, lo que les hace pensar que si incorporan nuevas metodologías puede que no lleguen a cumplir los plazos exigidos.

Teniendo en cuenta esto, a la hora de elegir el Trabajo de Fin de Grado me decanté por el área de las Matemáticas. Buscaba poder realizar un trabajo que me permitiera investigar y descubrir nuevas maneras de enseñar matemáticas, por ello escogí el *Uso de materiales físicos y representaciones en la enseñanza de las matemáticas*, tema que ha sido concretado en *Materiales y juegos matemáticos en el primer ciclo de Educación Primaria*. Quería investigar y comprobar si el uso de los materiales y los juegos en las clases de matemáticas, servían para que los niños adquirieran diversos conceptos comprendiéndolos e interiorizándolos y no únicamente de memoria. Finalmente me decanté por la elección del primer ciclo de Educación Primaria, ya que en estas edades es cuando en ocasiones los niños comienzan a desarrollar ese sentimiento de rechazo por las matemáticas.

Justificación y objetivos

Los meses que pasé en un centro escolar me permitieron comprobar lo receptivos que pueden ser los niños ante nuevas formas de adquirir conocimientos en cualquier área de conocimiento, pero especialmente en el de matemáticas. Para evitar que se cree un distanciamiento entre el niño y las matemáticas considero necesario introducir tanto el uso de aspectos lúdicos como el uso de materiales.

La introducción de elementos lúdicos nos permite romper con la idea de que con el juego no se aprende y que por lo tanto no puede ser empleado dentro de las aulas. La primera forma de aprendizaje que experimentan los niños es precisamente a través del juego, ya que es una preparación para situaciones con las que se encontrarán en el futuro. Además, si conseguimos que los niños se interesen realmente por la actividad que están realizando lograrán un aprendizaje significativo para ellos, de otro modo se quedará en algo memorístico que con el paso del tiempo y la falta de uso olvidarán.

Con los materiales sucede algo similar, mediante su utilización podemos captar la atención de los alumnos por nuevos temas que a priori pueden parecerles difíciles, o incentivarles a buscar la solución a problemas que aparentemente no pueden ser resueltos. Además, la utilización de los materiales nos permite adaptarnos al nivel individual de cada niño y de este modo llevar a la práctica una enseñanza-aprendizaje que respete los diferentes ritmos de maduración.

Partiendo de estas ideas, me he planteado una serie de objetivos que pretendo haber alcanzado al finalizar este trabajo:

- Conocer materiales, estructurados y no estructurados, existentes para la enseñanza de las matemáticas.
- Analizar las ventajas que tiene la utilización de materiales y elementos lúdicos en las matemáticas en el primer ciclo de Educación Primaria.
- Proponer secuencias didácticas, cuya área de conocimiento principal sean las matemáticas, en las que los materiales manipulativos tengan un papel importante.

- Proponer actividades lúdicas relacionadas con las matemáticas que puedan ser introducidas en las rutinas escolares del primer ciclo de Educación Primaria.

En definitiva estos objetivos se podrían resumir en *introducir diversos materiales y juegos en las clases de matemáticas*, de manera que el docente capte desde edades tempranas el interés de sus alumnos y consiga su motivación.

Una vez planteados los objetivos, también me gustaría al final del trabajo poder responder a una serie de cuestiones.

- ¿Introduciendo estos cambios se conseguiría cambiar la idea de que las matemáticas son algo aburrido?
- ¿Nos sirven los materiales para comprender e interiorizar algunos aspectos matemáticos?
- ¿Podemos potenciar de algún modo la creatividad con los materiales?
- ¿Introduciendo los materiales y los aspectos lúdicos se conseguiría inculcar el gusto por las matemáticas desde pequeños?

1. ANTECEDENTES DEL JUEGO Y LOS MATERIALES

1.1. El juego

La relación profesor-alumno tiene que tener un enfoque creativo ya que el alumno necesita aprender a resolver problemas, a identificar conceptos y a transformar conocimientos que en ocasiones resultan tediosos, en otros útiles; y esto debe hacerse de forma amena, interesante y motivadora.

El sistema de enseñanza requiere por tanto, la utilización de métodos que respondan a estos objetivos y un medio para lograrlo es a través del juego, primera y principal actividad de los niños les sirve para conocer y asimilar los primeros aprendizajes.

El juego es el primer método de enseñanza, es tan antiguo como la necesidad de las primeras sociedades primitivas de transmitir conocimientos. Los procedimientos de las actividades cotidianas se transmitían así de forma más fácil. K. Groos en su Teoría del Juego (1896) define el juego como una preparación para la vida adulta del niño. Pero además de este enfoque del juego libre, los juegos infantiles son los precedentes de los juegos didácticos y anteriores a cualquier planteamiento pedagógico. Es por eso que tomando ese componente lúdico y aprovechándolo podemos enlazar el juego, la necesidad de enseñar matemáticas y la utilización de materiales específicos para favorecer e incentivar el interés, la ilusión y el conocimiento de una disciplina como son las matemáticas.

Conseguir el interés por las matemáticas dentro y fuera del aula es un objetivo para cualquier docente. Sin embargo, encontrar un planteamiento didáctico para lograrlo no es tan fácil; los recursos y materiales didácticos específicos son un buen medio para lograrlo ya que proporcionan experiencias que conducen con más facilidad y de forma más lúdica a la adquisición de aprendizajes significativos y al desarrollo de habilidades cognitivas.

Los primeros educadores que utilizaron el juego para sus fines fueron S. Jerónimo (1486-1537), que usaba letras de bajo marfil para que el niño aprendiera a conocerlas; Erasmo (1467-1536), que hacía letras de golosinas para que los niños aprendiesen el

alfabeto y Rabelais (1483-1553), que hacía manejar unos naipes a una muñeca llamada Gargantua para instruir en los números mediante el entretenimiento y la diversión.

1.2. Materiales

El origen del material didáctico podría estar en la tradición filosófica empirista de los S.XVII y XVIII. Los empiristas creían que los conocimientos se tenían que basar en la práctica y la experiencia, es decir, en los sentidos. Pero no fue hasta el S.XIX cuando se incorporó su uso a la enseñanza de las matemáticas.

La *Orbis Sensualium Pictus* (El Mundo de las Imágenes) de J. A. Comenio (1592-1670) elaborada en el S.XVII fue la primera publicación o manual de uso escrito con la intencionalidad de facilitar la difusión de conocimientos. En ella se combina el texto escrito con representaciones pictóricas y defiende el uso de los materiales de la siguiente manera: “debe ser regla de oro para los que enseñan que todo se presente a cuantos sentidos sea posible. Es decir, lo visible a la vista, lo sonoro al oído, lo oloroso al olfato, al gusto lo sabroso y al tacto lo tangible; y si alguna cosa pudiera ser percibida por diversos sentidos, ofrézcase a todos ellos [...]. Puesto que los sentidos son los fidelísimos proveedores de la memoria, la dicha demostración sensual dará por resultado la perpetuidad del conocimiento; esto es, que lo que cada cual sepa, lo sepa con constancia”. (Comenio, 1988, 110)

El siguiente paso fue dado por Rousseau (1712-1778), quien en su obra *Emilio* estableció las bases del “aprendizaje por experimentación” y de la “educación sensorial”. “Que el niño conozca todas las experiencias, que haga todas aquellas que están a su alcance, y que descubra las demás por inducción [...] Antes de la edad de la razón, el niño no percibe ideas, sino imágenes. Siendo sus sensaciones los primeros materiales de su conocimiento, ofrecérselas en un orden conveniente es preparar su memoria.... aprende a sentir mirando, palpando, escuchando, y sobre todo comparando la vista con el tacto”. (Rousseau, 2000, 50 y 180)

Pocos años después, en 1819 Pestalozzi (1746-1827) propuso, adelantándose un poco a la concepción de la educación de la época, el uso de material manipulativo para el aprendizaje de las matemáticas. Pero no fue hasta principios del S.XIX cuando surgieron

los primeros materiales manipulativos como tales. Tillich, Froeble, Itard, Seguin fueron los precursores de esta utilización; y en el S.XX Montessori la avanzó y posteriormente Cuisinaire, Dienes, Castelnuovo, Gáttegnò, ente otros, establecieron las bases sobre las que se sustentan los materiales actuales.

Fróebel (1782-1850), heredero de la filosofía de Rousseau, desarrollo un método educativo basado en el juego con material didáctico distribuido en cajas llamadas dones. El primer don contiene pelotas de lana de diferentes colores, ya que para él la esfera es el primer material con el que el niño se debe relacionar. El segundo don tiene una bola, un cubo y un cilindro. El tercero, un cubo que está dividido en ocho cubos iguales para realizar juegos de construcción y de descomposición que le inicien en los procesos más generales de análisis y síntesis. El cuarto, quinto y sexto contienen diferentes descomposiciones del cubo que van aumentando en complejidad.

Fueron Jean Itard (1774-1836) y Edouard Séguin (1812-1880), dos médicos franceses que se dedicaron a la educación de niños con dificultades, fundamentalmente sordos, los que llevaron a la práctica las ideas empiristas y desarrollaron un método basado en el trabajo con materiales didácticos para poder llegar al conocimiento educando los sentidos.

M^a Montessori (1870-1952) aplicó los trabajos de Séguin relativos a la educación y rehabilitación de deficientes a niños normales en Educación Infantil y Jardines de Infancia. Elaboró un material didáctico específico, eje fundamental de su método, que puede ser utilizado individualmente o en grupo y que además posee grados en cuanto a la funcionalidad, experimentación, estructuración y relación. Sus materiales son autocorrectivos, de forma que el niño puede solucionar sus errores sin la necesidad de un profesor que le corrija continuamente, simplemente con su acompañamiento y supervisión.

Muchos de los materiales didácticos actuales se deben a esta gran pedagoga, como las regletas de distintos tamaños que Cuisinaire (1891-1976) desarrollaría posteriormente o diferentes materiales para trabajar los sistemas de numeración, de donde Dienes (1916-2014) sacaría la idea para crear sus “bloques lógicos” o los materiales para la geometría como los rompecabezas para conocer el teorema de Pitágoras.

También Puig Adam (1900-1960), matemático y didacta español, fue un promotor del uso de materiales en España. En la Exposición Internacional del Material Didáctico y Matemático de 1957 de Madrid expuso sus ideas y proyectos. En esa misma exposición compartió espacio con Emma Castelnuovo, que creía que el uso de materiales manipulativos permite una concepción dinámica del aprendizaje; y con Gattegno, que opina que la percepción y la acción son la base del pensamiento matemático, y por lo tanto conlleva el uso de materiales.

2. MARCO TEÓRICO

A lo largo de este apartado se podrá ver las diferentes corrientes, teorías, psicólogos y documentos en los que me he basado a la hora de la realización de este trabajo.

2.1. Jean Piaget

Jean Piaget (1896-1980) fue uno de los psicólogos más importantes en la educación, sus estudios estuvieron centrados en cómo los seres humanos alcanzamos el conocimiento científico.

Piaget consideraba que para poder explicar la construcción del conocimiento científico, era necesario establecer en primer lugar el proceso evolutivo seguido por los seres humanos. Debido a esta necesidad, en su Teoría del Desarrollo de razonamiento humano (1967), realizó un análisis de los diferentes estadios del desarrollo intelectual del niño aún hoy vigentes. Tan vigentes que aunque siendo numerosas las personas que a lo largo de la historia se han dedicado a realizar investigaciones acerca de este tema, es siguiendo dichos estadios a través de los cuales se ha estructurado el currículo de Educación Primaria. Los estadios, en relación con el pensamiento lógico-matemático, son las siguientes:

1. *Estadio sensoriomotriz (0-2 años)*: El niño actúa sobre su propio cuerpo para después actuar directamente sobre los objetos y poder realizar sus primeros esquemas mentales. La inteligencia del niño es fundamentalmente práctica, ligada a la acción.
2. *Estadio pre-operatorio (2-7 años)*: El símbolo juega un papel muy importante, el niño es capaz de representar la realidad mediante símbolos, construye pensamientos e imágenes más complejas; es decir, desarrolla la función simbólica. Esto le permite resolver problemas siempre y cuando los objetos se encuentren presentes.
3. *Estadio de operaciones concretas (7-11 años)*: Se produce el surgimiento de la lógica a través de operaciones y se desarrollan las capacidades de seriar, clasificar y ordenar mentalmente conjuntos. Además se desarrolla la reversibilidad de pensamiento, lo que le permite resolver problemas sin el

objeto presente. Por último, el niño en este periodo es capaz de coordinar diferentes operaciones e interrelacionar las acciones interiorizadas.

4. *Estadio de operaciones abstractas (11-15 años)*: En este estadio se alcanza la lógica superior. Las operaciones son mucho más complejas, abstractas y elaboradas que las anteriores, ya que se produce el máximo desarrollo de las estructuras cognitivas, el niño es capaz de visualizar los resultados de las operaciones. El pensamiento se basa en supuestos que están más allá de lo que percibimos aparentemente.

Las edades son orientativas, ya que el paso de un periodo a otro viene determinado por la maduración y la experiencia. Dentro de la experiencia, Piaget resalta la importancia del conocimiento lógico-matemático, que a pesar de no ser observable, se va construyendo poco a poco y es esencial para la construcción de nuevas estructuras internas que favorezcan el desarrollo del pensamiento racional.

En lo que respecta a este trabajo, son dos los aspectos principales de Piaget que he tomado como referencia para llevarlo a la práctica. El primer punto de apoyo han sido los estadios del desarrollo, tomando como centro el pre-operatorio debido a las edades que abarca. En estas edades, es muy importante la representación simbólica a la hora de enfrentarse a situaciones cotidianas en las que tengan que resolver problemas matemáticos y por lo tanto los materiales son esenciales para su aprendizaje. Y el segundo punto de apoyo han sido los tres tipos de conocimiento que estableció, aunque resultan especialmente útiles el conocimiento físico y el lógico-matemático, para la mejor comprensión de apartados posteriores es necesario comprender los tres tipos:

- “Conocimiento físico: Hace referencia a las características externas de los objetos y se obtiene a partir de la observación y de la experimentación.
- Conocimiento social: Se adquiere por transmisión de los adultos, y trata de las normas o convenciones que la sociedad ha establecido de forma arbitraria.
- Conocimiento lógico-matemático: No se adquiere básicamente por transmisión verbal ni está en la apariencia de los objetos [...], es una actividad mental que el niño realiza”. (Casallana, 1988, 17)

2.2. Vygotsky

Otro psicólogo de gran importancia en la educación del que voy a hablar es Vygotsky (1886-1934). Fue un apasionado de diferentes disciplinas humanísticas que buscaba dar una explicación a la pregunta ¿cómo se crea cultura? Este interés por la cultura se transformó en el estudio de la conciencia humana y cómo ésta influye en el aprendizaje. Pensaba que ambas vías tenían una relación directa, ya que para lograr comprender cómo los seres humanos aprenden no se puede dejar de lado el entorno sociocultural en el que se mueve, es decir la cultura que les rodea.

Dentro de su Teoría Sociocultural, encontramos la Teoría del desarrollo cognoscitivo, donde según Fiz (2012) destaca la importancia otorgada a la socialización. Para Vygotsky, el ser humano trae consigo un código genético que se desarrolla de forma diferente dependiendo de la interacción que se establezca con otras personas y con el entorno. Esto nos lleva a la idea de que el aprendizaje no se transmite mecánicamente de generación en generación, sino que se construye atendiendo a estos factores biológicos y sociales. Sin embargo, el hecho de que el niño tenga un papel fundamental en su aprendizaje no quiere decir que actúe solo, necesita la colaboración de personas adultas o con un nivel de desarrollo superior para poder desplegar su máximo potencial en cualquier ámbito.

- Zona de Desarrollo Próximo

Esta relación adulto-niño es concretada en el concepto de Zona de Desarrollo Próximo (ZDP), la cual es definida por el propio Vygotsky como “la distancia entre el nivel real (actual) de desarrollo, es decir por la capacidad de resolver un problema por uno mismo y el nivel de desarrollo potencial, capacidad de resolver un problema bajo la guía o en colaboración de un adulto u otro compañero más capaz”. (Vygotsky, 1934/1979, pág. 133) Es decir, la ZDP es la diferencia que existe en el resultado que lograría un niño sin ninguna ayuda ante una situación de aprendizaje nueva y el resultado que podría lograr con la ayuda de un adulto. Por lo tanto, si nos basamos en sus ideas, en el proceso de enseñanza-aprendizaje debería primar el trabajo colectivo sobre el individual, ya que la ZDP como ya he mencionado anteriormente puede verse potenciada no solo por adultos sino por otras personas con un mayor dominio del

tema tratado. Teóricamente esta idea puede parecer difícil de llevar a la práctica, pero realmente no lo es tanto, mediante consejos, pistas, preguntas o sirviendo de modelo podemos potenciar la ZDP.

- Aprendizajes de conceptos

Otro aspecto destacado para Vygotsky es el aprendizaje de los conceptos. Partiendo de un ejemplo matemático veremos como defiende que lo primero que aprenden los niños son los conceptos de una forma meramente teórica y después poco a poco van interiorizándolos y estableciendo diversas relaciones y posibles usos. Centrémonos en la secuencia numérica, lo primero que aprenden es a repetirla mecánicamente sin comprender su significado; poco a poco mediante el uso cotidiano de esta secuencia empiezan a comprender las implicaciones que la palabra “uno” conlleva. Este ejemplo se puede ver en el resto de aprendizajes matemáticos, con las sumas, en primer lugar aprenden a realizarlas también de forma mecánica sin comprender lo que están realizando, pero gracias a la ZDP poco a poco comprenden todas sus implicaciones, aprendiendo a usarlas en los momentos que las necesiten. Puede que en un primer momento si tienen que calcular los caramelos que tienen entre dos amigos no se les ocurra utilizar la suma, pero con algunas orientaciones llegará un momento en el que sean capaces de realizarlos por sí mismos.

En definitiva, bajo el punto de vista de Vygotsky, para que el niño aprenda es de vital importancia tanto el contexto social, en el que se desarrollan los aspectos biológicos con los que nacemos, como la ZDP. Por ello, en la propuesta y el desarrollo de las secuencias didácticas que aparecerán posteriormente se tienen muy en cuenta ambos aspectos: la ZDP en tanto que el papel del profesor ha de ser de orientador y potenciador del aprendizaje del alumno; y el aprendizaje de conceptos en tanto que se relacionan todos los conocimientos posibles para que sean los niños quienes lleguen a establecer por sí solos esas líneas de unión.

2.3. Van Hiele

En la década de los 50 Dina y Pierre Marie Van Hiele presentaron sus tesis doctorales, en ellas habían investigado acerca de la geometría y su aprendizaje. Posteriormente, en 1986, Pierre publicó la teoría *El modelo Van Hiele* y en ella establecía cinco fases de aprendizaje progresivas para la geometría y cinco niveles de razonamiento o madurez matemática por los que todos los alumnos pasan. Se puede decir que las fases son las etapas que debe seguir y superar los estudiantes para alcanzar un nivel superior.

2.3.1. Fases de aprendizaje

1. *Fase 1, encuesta/información:* El profesor averigua los conocimientos previos de los alumnos y fija el camino a seguir en el aprendizaje.
2. *Fase 2, orientación dirigida:* Partiendo de los conocimientos previos descubiertos en la fase anterior, el profesor aporta diversos materiales para que el alumno pueda ir descubriendo los conceptos de acorde al nivel en el que se encuentre. Las preguntas realizadas por el profesor deben ser claras y concisas, evitando posibles ambigüedades. Además, hay que ir introduciendo vocabulario específico dependiendo del nivel en el que se encuentren los alumnos.
3. *Fase 3, explicitación:* En esta fase el papel del profesor se reduce a controlar el vocabulario utilizado por los alumnos e introducir en la medida de lo posible nuevas palabras del nivel en el que se encuentren. La interacción debe producirse entre iguales, es decir, entre los propios alumnos siendo ellos quienes extraigan sus propias conclusiones y aprendizajes.
4. *Fase 4, orientación libre:* En esta fase el alumno debe hacer frente a tareas más complejas en las que tenga que poner en práctica los conocimientos adquiridos hasta el momento, asentando las bases sobre las que se está realizando su aprendizaje. El profesor debe plantear situaciones abiertas en las que se pueda llegar al mismo resultado por diferentes caminos, de forma que los alumnos tengan que razonar y explicar el porqué de su elección.
5. *Fase 5, integración:* A lo largo de esta última fase el alumno sintetiza todo lo aprendido en las anteriores, no se introducen ningún concepto nuevo. Tras esta

fase, el alumno está preparado para comenzar de nuevo este proceso en el siguiente nivel.

Tras la superación de todas estas fases se puede decir que un alumno se encuentra capacitado para comenzar los aprendizajes de un nuevo nivel.

En la secuencia didáctica de geometría se pueden observar con claridad estas cinco fases. La primera fase se corresponde con la primera actividad, en la que los niños expresan todo aquello que saben sobre el tema en cuestión. La segunda y la tercera fase se pueden ver en las actividades posteriores, en ellas los niños empiezan a trabajar en un primer momento bajo la guía del profesor y después de manera más libre pero siguiendo unas pautas. La cuarta fase, se puede ver representada en la actividad *¿Por qué están compuestos?*, ya que deben ser ellos quienes tomen distintas decisiones para llegar a la meta establecida. Por último, la actividad *Hagamos nuestros dibujos*, puede servirnos para comprobar la integración de los conceptos, aunque como se explica más tarde, estas secuencias son la introducción a nuevos temas de trabajo, por lo que se puede decir que actividades posteriores pueden servirnos para finalizar las cinco fases.

2.3.2 Niveles de razonamiento o madurez matemática

Los niveles se desarrollan de forma cíclica, es decir, los conocimientos vistos en el nivel 1 se retomarán en los siguientes. Puede darse el caso de que un alumno se encuentre en distintos niveles a la vez, dependiendo del tema en cuestión. En el primer ciclo de Educación Primaria solo se alcanza el primer nivel. Los niveles son los siguientes:

1. *Nivel 0, visualización o reconocimiento:* En este nivel se reconocen formas geométricas pero no sus propiedades o sus elementos. Se puede aprender vocabulario, identificar formas geométricas y reproducirlas.
2. *Nivel 1, análisis:* Se pueden analizar las propiedades de las figuras y definir dichas figuras señalando sus propiedades de manera informal, de modo que todavía no son capaces de establecer clasificaciones ni de realizar definiciones formales.

3. *Nivel 2, deducción informal:* Empieza la construcción de definiciones y de clasificaciones formales ya que comienzan a introducir el pensamiento matemático. La introducción del pensamiento matemático implica que el alumno es capaz de ver que unas propiedades derivan de otras y de establecer relaciones entre las propiedades y sus consecuencias. Respecto a las demostraciones, son capaces de seguir los pasos del razonamiento pero no de asimilarlo.
4. *Nivel 3, deducción formal:* Alcanzado este nivel se puede llegar a razonar deductivamente pudiendo comparar y contrastar demostraciones diferentes de un mismo teorema.
5. *Nivel 4, rigor:* Es el máximo nivel de rigor matemático. Aquellas personas que logran alcanzar este nivel son capaces de conocer y comparar diferentes axiomas de la geometría, llegando a ser capaces de trabajar este tema prescindiendo de los soportes concretos, es decir de forma abstracta. Este nivel solamente es alcanzado por algunos estudiantes de universidad con una muy buena preparación y capacidad para la geometría.

Estos niveles cuentan con unas características específicas que fueron establecidas por Van Hiele. Corberán, Huerta, Margarit, Peñas y Ruíz (1989) las consideran de vital importancia para el profesor al servirle de guía. Estas características son:

- Es un modelo secuencial ya que hay que pasar por todos los niveles.
- Progresar depende de los contenidos y no de la edad.
- Los conceptos matemáticos se van ampliando en los diferentes niveles, no se agotan en una sola.
- Cada nivel cuenta con un vocabulario específico.
- El profesor debe adecuar el contenido al nivel del alumno ya que si es inferior o superior el aprendizaje no se producirá.

2.4. Teorías de la psicología

A la hora de realizar cualquier secuencia didáctica, independientemente de la materia en cuestión, es imprescindible tener en cuenta en que corriente o corrientes metodológicas nos vamos a situar. Existen numerosas perspectivas psicológicas

(empirismo, ambientalismo, la Gestalt, humanismo...), de entre las cuales destacan por su influencia a lo largo de la historia tres: el conductismo, el cognitivismo y el aprendizaje significativo.

2.4.1. *Conductismo*

La primera corriente destacada en la didáctica de las matemáticas fue el *conductismo*, nacida a principios del S.XX defiende que el aprendizaje debe estar basado en la relación estímulo-respuesta, sin tener en cuenta los procesos mentales; esta corriente se centra en alcanzar un resultado “correcto único”. Llevado al campo de las matemáticas un claro ejemplo sería la repetición de las tablas de multiplicación para su memorización. Es una metodología muy cómoda para el docente (y en ocasiones necesaria) puesto que no requiere una implicación activa, simplemente con la lectura del libro de texto y la posterior realización de los ejercicios por parte de los niños sería suficiente. Por otro lado, los alumnos cuentan con un papel pasivo, reducido a la repetición para alcanzar esa respuesta correcta mencionada. Es por esto que durante mucho tiempo tuvo una gran acogida en las escuelas, incluso hoy en día hay docentes que recurren a esta metodología ya que a través de ella se puede observar fácilmente si los alumnos han interiorizado o no los conocimientos necesarios. En definitiva, el conductismo se caracteriza por reducir el objeto de la psicología a los procesos meramente observables, es decir a los resultados.

2.4.2. *Cognitivismo*

A mediados del mismo siglo surgió otra corriente denominada *cognitivismo*, su aparición fue debida al rechazo mayoritario de los entendidos de la época por el conductismo. Este rechazo se produjo por “la evidencia creciente de que el ser humano puede aprender por medio de otros procedimientos que no sean el condicionamiento operante, por ejemplo, la imitación y la comprensión”. (Sanz de Acedo, 1997, 69) Con esta corriente los procesos internos de la mente adquieren un lugar muy destacado se considera que no aprendemos solamente mediante estímulos externos sino que los procesos mentales que se producen para la adquisición de nuevos conocimientos cuentan con un papel muy relevante. Con esta teoría la

resolución de problemas matemáticos pasó a tener un papel relevante ya que no solo bastaba con conocer y dominar los conocimientos matemáticos sino que hacía falta ponerlos en práctica en diferentes situaciones. En contraposición a la manera de estudiar las tablas de multiplicar siguiendo la metodología conductista, con esta corriente no se pretende llegar a la memorización sino a la comprensión; es decir, no es lo mismo saber que $2 \times 4 = 8$ sin establecer ninguna relación con la suma que saber que $2 \times 4 = 2 + 2 + 2 + 2 = 8$ y que por lo tanto la multiplicación es un paso más de la suma que en ciertas situaciones nos facilitan la resolución de una situación conflictiva. Como se puede observar, de esta forma tanto el papel de los alumnos como del docente varía significativamente, dejamos de lado el rol pasivo para enfrentarnos a una situación en la que la explicación del profesor no puede centrarse en la lectura del libro, sino que debe tener en cuenta los conocimientos previos de sus alumnos y los alumnos deben ser capaces de estar abiertos a relacionar diferentes conocimientos y utilizarlos conjuntamente, escogiendo aquellos que les resulten más útiles en cada momento.

2.4.3. Aprendizaje significativo (1968)

Esta teoría fue propuesta por Ausubel, quien concebía el aprendizaje como algo significativo para el estudiante, de ahí el nombre de dicha teoría. Para lograr este tipo de aprendizaje consideraba que era necesario establecer una serie de relaciones lógicas entre los conocimientos previos y los nuevos.

Ausubel consideraba que cada contenido cuenta con dos tipos de aprendizaje: lógico y psicológico. Según Echarri (2009), el lógico es inherente al objeto de conocimiento y el psicológico característico del sujeto que está construyendo conocimiento con ese concepto. De manera que para alcanzar un aprendizaje significativo ambos tipos deben unirse. La posibilidad de que un aprendizaje sea significativo depende principalmente del papel del alumno, del educador, de los contenidos y de la metodología. El papel del alumno es ser responsable de la construcción de su propio aprendizaje. Debe desear y decidir aprender y ha de tomar una actitud activa, descubriendo la congruencia de los nuevos conocimientos con los previos. El papel del educador consiste en reducir su directividad en el proceso del aprendizaje, y pasar de ser un solucionador a un facilitador y orientador. Gracias a ello su autoridad deja de sostenerse en su posición,

para hacerlo en el conocimiento que puede transmitir y la ayuda que puede prestar. El papel de los contenidos radica en su relevancia y claridad, que determinan su potencialidad significativa. Por último, el papel de la metodología empleada se basa en su capacidad para incentivar la motivación y la creatividad.

Ninguna de las secuencias didácticas realizadas a continuación tendrían sentido sin este tipo de aprendizaje. En todas ellas se requiere una actitud activa por parte de los alumnos, y es que sin su interés el profesor no puede adoptar un papel de orientador, es necesario que ambas partes se involucren para poder desarrollar la metodología característica del aprendizaje significativo.

2.5. El currículo

2.5.1. Conceptos básicos sobre el currículo

En la LOE se define el currículo como el “conjunto de objetivos, competencias básicas, contenidos, métodos pedagógicos y criterios de evaluación de cada una de las enseñanzas reguladas”.

Cada Comunidad Autónoma realiza una concreción para adaptarlo a las características propias de cada Comunidad. En el caso de Navarra, contamos con el Decreto Foral 24/2007, de 19 de Marzo. En él se establecen las bases sobre las que posteriormente cada centro educativo realiza sus Programaciones de Aula. En definitiva, “se entiende el currículo como algo predefinido y susceptible de ser modificado en el aula”. (Alves y Martínez, 2009, 85)

2.5.2. Análisis del currículo de la asignatura de las matemáticas

Otra de las razones por las que me decanté ante la elección de este tema fue el currículo de Educación Primaria, en él se definen las Matemáticas como “un conjunto de ideas y formas de actuar que conllevan no sólo utilizar cantidades y formas geométricas, sino, y sobre todo, hacerse preguntas, obtener modelos e identificar relaciones y estructuras, de modo que, al analizar los fenómenos y situaciones que se presentan en la realidad, se puedan obtener informaciones y conclusiones que inicialmente no estaban explícitas.” (Decreto Foral 24/2007)

Tras analizar esta definición, integrada en el currículo, he extraído dos ideas principales. La primera es que se busca enseñar las matemáticas desde todos los ámbitos de manera globalizada (aunque para poder organizar los contenidos, estos se encuentren estructurados en cuatro bloques), para poder enfrentarse a los problemas de la vida diaria fuera de los ámbitos escolares. Y la segunda idea, defiende que se debe desarrollar un aprendizaje basado en los alumnos, de manera que sea el propio alumnado quien llegue a conclusiones que inicialmente puede que ni siquiera se hubiera planteado mediante la experimentación y la adquisición progresiva de información.

Estas dos ideas se ven reflejadas de nuevo en el Decreto Foral 24/2007, del 19 de Marzo, cuando trata la doble función del aprendizaje de las matemáticas. Una función por la que se aprenden Matemáticas en Educación Primaria es por su utilidad en diversos ámbitos y la otra función se centra en los beneficios cognitivos intrínsecos que son aplicados en la construcción de nuevos conocimientos matemáticos.

Para lograr la adquisición de todos los conocimientos (conceptuales, procedimentales y actitudinales) propios de las matemáticas, como ya he mencionado, nos encontramos con cuatro bloques de contenidos: Números y operaciones, Medida, Geometría y Tratamiento de la información, azar y probabilidad. A la hora de impartir estos bloques, la interrelación debe ser notoria y además tomar como eje vertebrador la resolución de problemas. Esto es un aspecto muy importante que no siempre se tiene en cuenta, pero es primordial ya que el colegio debe prepararnos para la vida fuera del centro escolar, y puesto que ahí no utilizamos la información por compartimentos es necesario aprender a usarla conjuntamente desde el inicio de la escolaridad.

Las matemáticas son un área disciplinar en la que la interrelación entre los bloques se encuentra basada en la necesidad de poner en práctica todos los conocimientos aprendidos hasta el momento; sin que esto implique que deben enseñarse los cuatro bloques simultáneamente. Y es que para alcanzar un pensamiento matemático completo, los niños necesitan desarrollar las estrategias de conocimiento de cada bloque por separado para que después sean ellos mismos capaces de buscar el nexo.

Es más, si consiguen una buena base matemática, es cuando podrán aplicar estos conocimientos en otras asignaturas y en situaciones cotidianas, de modo que conseguiríamos eliminar ideas tales como: “las matemáticas no nos sirven para nada”, “es la asignatura más aburrida y más difícil”, etc., que tantas veces oímos entre los estudiantes de primaria.

Por esta razón, considero que la introducción de diversos materiales manipulativos, en los primeros cursos, y no manipulativos, en cursos superiores, así como de juegos matemáticos contribuiría favorablemente en el alcance de este objetivo.

En la siguiente tabla se encuentra un resumen de los contenidos específicos de cada bloque para el primer ciclo, de manera que podamos apreciar la interrelación mencionada.

Tabla 1. Bloques de contenido (primer ciclo) en el Currículum de Matemáticas de Educación Primaria

Bloques	Contenidos
<p>BL. 1: NÚMEROS Y OPERACIONES Desarrollo del sentido numérico, uso de los números en diferentes contextos y dominio de diferentes técnicas de cálculo y elección de la más adecuada.</p>	<p>Números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Lectura y escritura de números ordinales de hasta 3 cifras; - Orden, relación y expresión de números en cantidades en contextos familiares. <p>Operaciones y estrategias de cálculo:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Algoritmo estándar: suma, resta y multiplicación básica (2, 5, 10) mediante operaciones familiares; - Expresión oral en operaciones y cálculo con el fin de interpretar mensajes de situaciones reales; - Cálculo mental (decena, doble, mitad, sumas y restas); - Cálculo aproximado: redondeo, estimación, valoración razonable; - Calculadora: composición y descomposición de series numéricas. <p>Confianza en sus posibilidades, limpieza y orden en sus trabajos.</p>
<p>BL. 2: LA MEDIDA, ESTIMACIÓN Y CÁLCULO DE MAGNITUDES</p>	<p>Longitud, peso y capacidad:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Comparación directa o indirecta; - Medición con instrumentos no convencionales y convencionales y su estimación de resultados.

<p>Conocimiento de diferentes magnitudes, relación entre ellas y elección de la más adecuada.</p>	<p>Medida del tiempo:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Lectura del reloj (horas enteras y medias); - Unidad de medida del intervalo de tiempo. <p>Sistema monetario:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Conocimiento de distintas monedas y billetes y su manejo en uso cotidiano.
<p style="text-align: center;">BL. 3: GEOMETRÍA</p> <p>Establecimiento de relaciones entre cuerpos geométricos, visualización de cuerpos geométricos y relación de los cuerpos geométricos con la vida real y otras materias.</p>	<p>La situación en el espacio, distancias y giros:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Relación de uno mismo y sobre un punto y su interpretación o descripción del itinerario; - Vocabulario básico (línea recta, curva). <p>Formas planas y espaciales:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Identificación y descripción de los objetos geométricos familiares; - Comparación y clasificación de cuerpos geométricos básicos; - Formación de figuras planas a partir de otras por composición o descomposición. <p>Regularidades y simetrías:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Búsqueda de regularidades mediante manipulación de objetos; - Explicación e interpretación oral o escrita de relaciones espaciales y la resolución de problemas geométricos. <p>Mostrar interés y confianza en sus posibilidades a la hora de buscar soluciones.</p>
<p style="text-align: center;">BL. 4: TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN, AZAR Y PROBABILIDAD</p> <p>Descubrimiento de la importancia de las matemáticas para resolver problemas de la vida diaria y relación de las matemáticas con otras áreas.</p>	<p>Gráficos estadísticos:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Gráficos sencillos y de contextos familiares: descripción verbal, creación mediante técnicas elementales de recogida y ordenación de datos. <p>Carácter aleatorio de algunas experiencias:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Utilización de lenguaje probabilístico y la distinción entre imposible, seguro y posible pero no seguro. <p>Participación y colaboración en trabajos grupales.</p>

Como se puede ver en la tabla, el primer bloque es necesario que sea también el primero en ser estudiado, ya que en él encontramos las nociones más básicas: el sistema de numeración y operaciones esenciales (escritas y mentalmente). En el segundo bloque utilizaremos estas nociones a la hora de solucionar diversos problemas de medidas, monetarios y de tiempo. En el tercer bloque es necesario que los conocimientos de medida hayan sido interiorizados para poder aplicarlos a la geometría. Y por último, en el cuarto bloque dependerá del hecho que queramos

estudiar y por lo tanto cuantos más recursos tengan los alumnos el campo en que se puedan mover será también mayor.

3. LOS MATERIALES

Existen numerosos materiales que pueden ser usados para la enseñanza de las matemáticas, sin embargo no es habitual encontrarse una clase en la que el trabajo de los alumnos parta de la manipulación y el uso de los mismos.

Los materiales son esenciales para una correcta adquisición de los esquemas necesarios para pasar del pensamiento concreto al abstracto. Este paso se produce cuando hay una relación entre los tres tipos de conocimiento establecidos por Piaget (físico, social y lógico-matemático) y es aquí donde los materiales adquieren un papel relevante.

Pongámonos en el caso de que estemos trabajando el concepto “esférico”; para desarrollar el conocimiento físico es imprescindible la manipulación de material específico para poder conocer sus características, en este caso podríamos traer diferentes tipos de pelotas o balones con características diferentes entre sí (grandes, pequeñas, lisas, rugosas, pesadas, que floten en el agua, que boten, que se puedan aplastar...). Una vez que hayan manipulado suficientemente los materiales, inconscientemente habrán establecido una serie de características propias de los cuerpos esféricos que los distinguen del resto de cuerpos. Sin embargo, no podrían avanzar en su construcción del conocimiento si no les facilitamos herramientas para desarrollar el conocimiento social. Dentro de este conocimiento, como dice Cascallana (1988) se encuentra el lenguaje, por lo que el profesor será el encargado de ofrecer el vocabulario necesario al niño para poder expresar esas ideas y sensaciones, ya que sin un lenguaje específico no podrían comunicar los descubrimientos que están haciendo y por lo tanto se estancarían en la mitad del proceso. Por último, el conocimiento lógico-matemático permitiría que el niño comprendiera qué significa realmente que una canica, un balón o una bola de billar sean esféricos; es decir, una vez interiorizado este tipo de conocimiento podrá ser capaz de identificar cualquier objeto esférico sin la necesidad de tenerlo delante. De este modo, habremos conseguido pasar del pensamiento abstracto al concreto.

Esto ha sido solo un ejemplo, ya que al igual que por medio de la manipulación de determinados materiales hemos visto cómo un niño puede llegar a ser capaz de

identificar objetos esféricos y explicar sus características, con un vocabulario de acorde a su edad, podemos lograr este paso del pensamiento concreto al abstracto en otros campos matemáticos.

En ocasiones el material usado será como el de este caso, objetos cotidianos que al darles un uso diferente al habitual nos facilitan alcanzar el objetivo planteado. A este tipo de material Cascallana lo denomina *no estructurado*. El material no estructurado es el primero en ser introducido en la escuela por medio de los juguetes, aunque hay que decir que estas palabras no pueden ser usadas como sinónimas puesto que los juguetes son solamente un subtipo dentro de este tipo de materiales. A través de los juguetes se pueden trabajar aspectos matemáticos de los cuatro bloques del currículo, como se puede ver en los siguientes ejemplos:

- Números y operaciones: Sumar y restar coches, muñecas...
- La medida, estimación y cálculo de magnitudes: Estimar cuantos balones seguidos podemos guardar en una caja.
- Geometría: Realizar construcciones con piezas.
- Tratamiento de la información, azar y probabilidad: Observar que si pedimos que cada niño de la clase traiga un coche de juguete no sabemos qué color será el predominante.

Además de los juguetes, también llamamos material no estructurado a aquellos elementos cotidianos que nos sirven para alcanzar los mismos fines; es decir, son aquellos materiales que no han sido diseñados para el aprendizaje y que el profesor incluye en sus clases, algunos ejemplos pueden ser palillos, pinturas, papeles, espejos, botellas, corchos, etc.

Por otro lado, nos encontramos el material estructurado, que englobaría a todos aquellos materiales que hayan sido diseñados para la enseñanza. “Aunque cada tipo de material estructurado ha sido diseñado para favorecer la adquisición de determinados conceptos, la mayor parte de ellos podríamos decir que son multiuso, en la medida que pueden utilizarse para varios conceptos y objetivos”. (Cascallana, 1988, 31)

Dentro de este tipo, según la clasificación establecida por Hernández y Soriano (1997) nos encontramos con otra subdivisión entre formal e informal. Las barreras que los

separan no son muy nítidas debido a la creciente aparición de nuevos materiales que integran características de ambos subgrupos. El material informal hace referencia a todos los juegos que trabajan conceptos lógico-matemáticos, bien sean comprados o creados por los alumnos y profesores; y el material formal sería aquel que inicialmente no es considerado un juego y nos sirve para alcanzar los objetivos didácticos: regletas Cuisenaire, material Montessori, ábaco...

En definitiva, “una matemática que se sustente en la reflexión y el pensamiento partiendo de la práctica, de la exploración y la experimentación exige disponer de materiales variados”. (Hernández, F. y Soriano E., 1997, 39) Por lo tanto, pese a esta clasificación existente, lo más importante es hacer una correcta utilización del material con el que disponemos, ya que se puede decir que el uso de los materiales no es un objetivo en sí mismo sino que es un medio que se debe utilizar en las clases de matemáticas para alcanzar un objetivo concreto, de manera que una vez alcanzado éste nos dé paso a introducir progresivamente otros recursos que nos permitan ahondar en el tema en cuestión. Para lograr explotar al máximo la utilidad de los materiales es necesario establecer unas normas básicas antes de su uso en el aula ya que de no hacerlo, el tiempo destinado que teníamos pensado para facilitar el aprendizaje de los niños se puede convertir en un momento de caos inservible.

Si el profesor logra sacar el máximo provecho a estos momentos llegará al tema central de las matemáticas: la resolución de problemas. Y es que la base de las matemáticas son los problemas y en numerosas ocasiones nos encontramos ante situaciones didácticas en las que las dificultades radican en la falta de un material manipulable que permita establecer puentes entre, como diría Vygotsky, la situación de la que puede partir un niño a la hora de enfrentarse a un problema él solo o con la ayuda de otra persona, que en este caso la persona sería el material manipulativo. De este modo, la Zona de Desarrollo Próximo permitiría que un problema ante el que inicialmente el niño se veía incapaz de resolverlo, pueda llegar a solucionarlo correctamente.

3.1. Materiales

Los materiales expuestos en el siguiente apartado están destinados a su uso en el primer ciclo de Educación Primaria, por lo tanto las actividades y los objetivos también se encuentran de acorde a estas edades. Sin embargo, el uso de los materiales podría ampliarse a edades superiores modificando las actividades y por consiguiente los objetivos que de ellas derivan.

3.1.1. Bloques lógicos de Dienes

Descripción: Conjunto de 48 piezas de plástico o de madera. Cada pieza se define por cuatro variables: color (amarillo, azul y rojo), forma (cuadrado, rectángulo, círculo y triángulo), tamaño (grande y pequeño) y grosor (grosos y delgado).

Actividades:

- Construcción libre
- Nombrar los bloques por sus nombres
- Seriaciones
- Juegos de transformación
- Agrupaciones → Las familias (también clasificaciones)
- Clasificación → Juego del “no” (no es circular, tampoco es rojo...)

Objetivos:

- Fomentar la fantasía
- Fomentar el trabajo en grupo
- Distinguir características de estos cuerpos geométricos
- Identificar una ordenación
- Trabajar las simetrías
- Realizar seriaciones



Figura 1. Bloques lógicos de Dienes

3.1.2. Regletas de Cuisenaire

Descripción: Conjunto de regletas de madera con tamaños y colores diferentes. Cada serie consta de diez regletas cuya longitud varía entre 1 y 10 cm., cada medida va asociada a un color y un número:

Actividades:

- Construcción libre
- Equivalencias
- Comparaciones, construcción de la escalera
- Sumas y restas
- Seriaciones
- Descomposición de números

Objetivos: Es un material destinado principalmente al aprendizaje de la descomposición de los números y a la introducción del cálculo.

- Fomentar la fantasía
- Fomentar el trabajo en grupo
- Asociar la longitud al color
- Establecer equivalencias
- Trabajar los conceptos de doble y mitad
- Establecer relaciones de mayor/menor
- Comprobar la inclusión en la serie numérica

- Realizar seriaciones
- Introducir la composición y descomposición de los números
- Iniciar operaciones de forma manipulativa

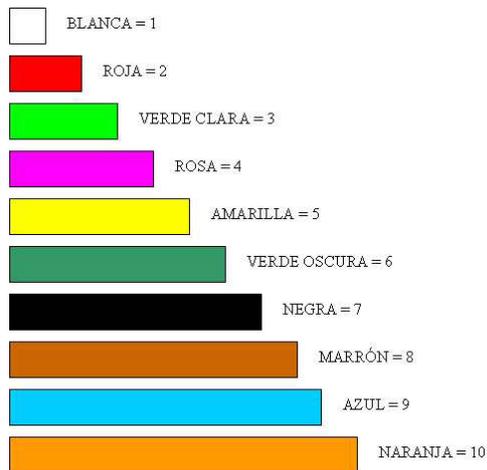


Figura 2. Regletas Cuisenaire

3.1.3. Ábaco

Descripción: Material formado por una base de madera y un soporte de varillas metálicas paralelas, horizontal o verticalmente, en las que se pueden introducir bolas o anillas de diferentes colores. Cada varilla representa un orden de unidades.

Actividades:

- Juego libre
- Sumas y restas
- Orden de los números (mayor/menor que)
- Unidades de orden (unidades, decenas, centenas...) → depende del tipo de ábaco
- Comparación de números
- Escritura de números
- Juegos de valor posicional

Objetivos: Es un material destinado principalmente la comprensión de los sistemas de numeración y al cálculo de operaciones.

- Comprender la formación de unidades de orden superior
- Comprender el valor relativo de las cifras en función de la posición que ocupe
- Razonar el procedimiento de la suma
- Razonar el procedimiento de la resta

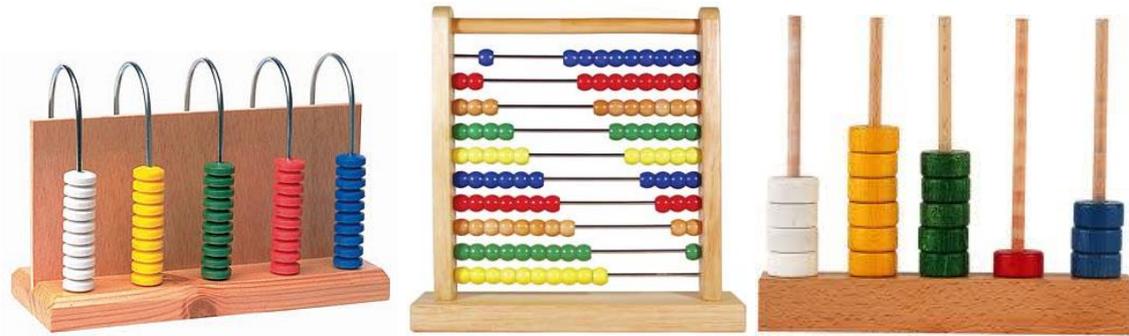


Figura 3. Ábacos

3.1.4. Geoplano

Descripción: Tablero de forma cuadrada de madera, está cuadrículado y en cada vértice hay un clavo por lo que el grosor debe ser mínimo de 2cm., los salientes sirven para colocar gomas elásticas que permitan hacer diferentes figuras geométricas. El tamaño puede variar dependiendo del número de cuadrículas con las que cuente, desde 5x5 hasta 10x10; también puede ser circular.

Actividades:

- Juego libre
- Clasificación
- Seriaciones
- Comparaciones
- Realización de simetrías
- Juego de reconocimiento y construcción de dibujos geométricos
- Laberintos
- Copia de dibujos

Objetivos:

- Fomentar la fantasía

- Fomentar el trabajo en grupo
- Desarrollar la creatividad
- Representar figuras geométricas
- Experimentar diversos cambios en las propiedades de figuras geométricas
- Comparar diferentes cuerpos geométricos
- Clasificar las figuras geométricas
- Conocer los polígonos
- Trabajar las simetrías
- Desarrollar la orientación espacial

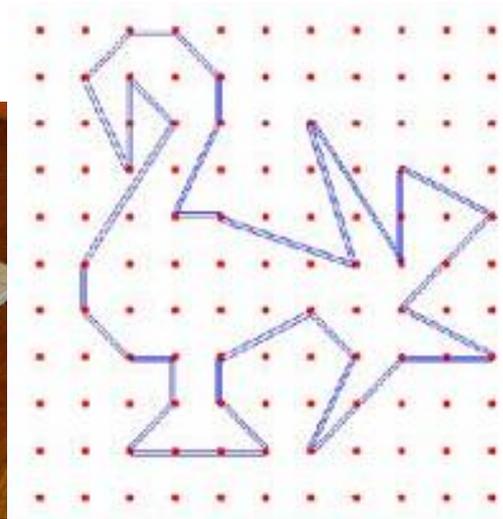
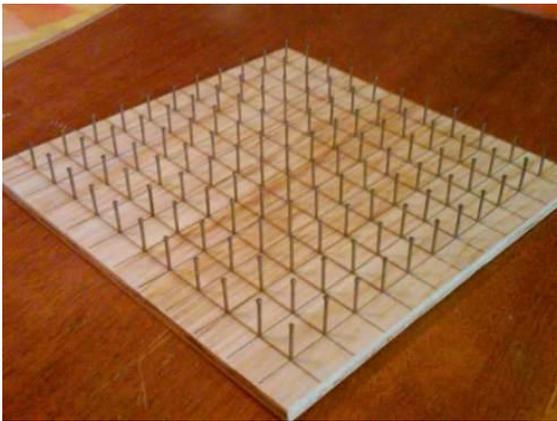


Figura 4. Geoplanos

3.1.5. Policubos

Descripción: Conjunto de 500 bloques de plástico de 10 colores diferentes encajables entre sí.

Actividades:

- Construcción libre
- Seriaciones
- Hacer conjuntos
- Espacio (encima/debajo de, dentro/fuera de, a la derecha, entre...)

Objetivos:

- Fomentar la fantasía
- Fomentar el trabajo en grupo
- Identificar una ordenación
- Realizar seriaciones
- Formar figuras geométricas



Figura 5. Policubos

3.1.6. Bloques multibase

Descripción: Son unos bloques cuyo volumen viene determinado por la base elegida, en nuestro caso son de base 10. En cada caja encontramos cubos (representan las unidades de primer orden), barras (unidades de segundo orden), placas (unidades de tercer orden) y bloques (unidades de cuarto orden). Los cubos son de 1cm^3 y las barras, placas y bloques llevan unas ranuras fácilmente apreciables a un centímetro de distancia.

Actividades:

- Construcción libre
- Equivalencias
- Sumas y restas
- Descomposición de números
- Unidades de orden (unidades, decenas, centenas, unidades de millar)
- Doble/mitad
- Juegos de valor posicional

Objetivos:

- Comprender la formación de unidades de orden superior
- Comprender el valor relativo de las cifras en función de la posición que ocupe
- Trabajar los conceptos de doble y mitad
- Razonar el procedimiento de la suma
- Razonar el procedimiento de la resta

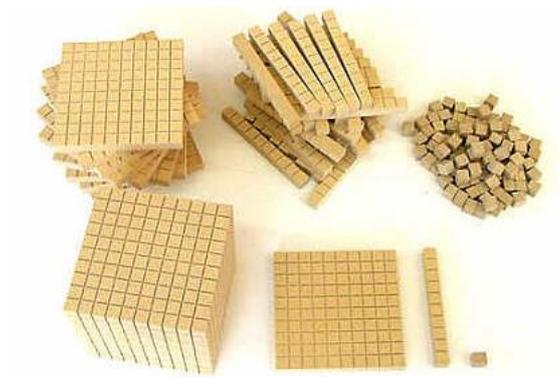


Figura 6. Bloques multibase

3.1.7. Pentominos

Descripción: Conjunto de 12 piezas de madera que tienen la misma área: 5.

Actividades:

- Construcción libre
- Equivalencias
- Espacio (encima/debajo de, dentro/fuera de, a la derecha, entre...)
- Lógica
- Construcción de rectángulos de 3 x 20, 4 x 15, 5 x 12 o 6 x 10

Objetivos:

- Desarrollar el pensamiento lógico
- Mejorar la visión y el razonamiento espacial



Figura 7. Pentominos

3.1.8. Dados

Descripción: Existen diferentes versiones de este material, son un conjunto de dados que contienen números y en ocasiones símbolos de suma y resta y multiplicación y división. Aunque al estar centrado en el primer ciclo, en el caso de que contuvieran dados con multiplicación y división los dejaríamos de lado.

Actividades: Se puede trabajar con el profesor, en pequeños grupos o incluso por parejas. Consiste en lanzar dos o tres dados, dependiendo de la dificultad, y realizar la operación que se haya determinado con los números que hayan salido.

- Sumas y restas
- Mayor/menor

Objetivos:

- Fomentar el trabajo en grupo
- Ganar rapidez mental en las operaciones
- Ordenar crecientemente los números
- Ordenar decrecientemente los números



Figura 8. Dados

4. EL JUEGO

En la mayoría de ocasiones la instrucción de las matemáticas resulta complicado para el docente, consiguiendo que éste se muestre inseguro y opte por seguir exclusivamente las explicaciones y ejercicios del libro de texto. Pero, ¿qué interés puede surgirle al alumnado si se llevan a cabo metodologías pasivas y repetitivas?

El docente es el principal responsable para evitar que esto suceda y que los niños descubran que las matemáticas también pueden resultar divertidas y útiles. Actualmente contamos con muchos recursos, materiales y juegos con los que trabajar diferentes conceptos matemáticos. Es más, algunos consideran que las matemáticas están estrechamente vinculadas con los juegos. Jean Dieudonné afirma que: “Las nueve décimas partes de las matemáticas, aparte de las que tienen su origen en necesidades de orden práctico, consisten en la resolución de adivinanzas...” (Dieudonné, 1984)

Debemos ser conscientes de lo importante que es enganchar a niños desde edades tempranas, para que después en cursos posteriores no sientan rechazo ante las matemáticas. Y es que como dice Alsina “los niños juegan porque el juego es un placer en sí mismo, pero la mayor importancia radica en el hecho que permite resolver simbólicamente problemas y se ponen en práctica distintos procesos mentales” (Alsina, 2001, 113). Por todo ello, el primer ciclo es la etapa de máximo potencial del juego (y de los materiales físicos), no solamente porque el niño necesita estar en movimiento, sino también por su nivel de madurez, ya que el niño a estas edades cuenta con un pensamiento concreto basado en lo experiencial y en lo lúdico.

Aun así, no debemos olvidar que depende de nosotros el obtener o no los beneficios que los juegos educativos nos ofrecen. Podemos estar motivando a nuestros alumnos a través de diferentes juegos educativos, consiguiendo que disfruten con las matemáticas, pero también es posible que esos juegos no resulten ventajosos en lo que a contenidos y conceptos matemáticos se refiere. Debemos escoger o crear un juego que además de motivarles sirva para interiorizar o profundizar algún aspecto propio de la asignatura.

Asimismo es fundamental que el juego sea explicado y dirigido de manera adecuada, introduciéndolo en el aula en el momento, ya que hay juegos que resultan efectivos antes de la explicación (pre-instruccionales) y otros que han de emplearse tras proporcionar cierta base teórica (post-instruccionales).

4.1. Juegos

Al igual que sucede en los materiales, los juegos que a continuación se pueden ver están pensados para niños de primer ciclo. Algunos de ellos pueden seguir siendo utilizados en edades superiores para reforzar conocimientos y otros modificando las normas se pueden adaptar al nivel del niño.

4.1.1. Mini arco

Descripción: Caja de doble hoja en la que al abrirse una queda en blanco y la otra dividida en 12 cuadrados numerados. También cuenta con 12 fichas cuadradas encajables en ambas hojas de la caja, estas fichas por un lado se encuentran numeradas y por el otro tienen trapecios pintados de tres colores: rojo, azul y verde. Viene acompañado de diferentes cuadernillos:

- 4 cuadernillos para edad preescolar con 20 láminas
- 1 cuadernillo de geometría
- 1 cuadernillo para conocer el mundo que nos rodea
- 2 cuadernillos de orientación en el espacio
- 3 cuadernillos de figuras y formas
- 2 cuadernillos de aritmética
- 1 cuadernillo para multiplicar y dividir
- 3 cuadernillos para prelectura y lectura

Usos: Centrándonos en las matemáticas y la lógica, se puede emplear para repasar conceptos geométricos, orientar figuras en el espacio y respecto a ellos mismos y repasar las operaciones de suma y resta.



Figura 9. Mini arco

4.1.2. Structuro

Descripción: Juego de lógica compuesto por 53 cubos de madera con las caras de tres colores (rojas, azules y amarillas). También cuenta con 63 fichas de problemas con sus soluciones.

Usos: Este juego puede ser empleado para trabajar las tres dimensiones, la lógica y el orden de los cubos para formar determinadas figuras.

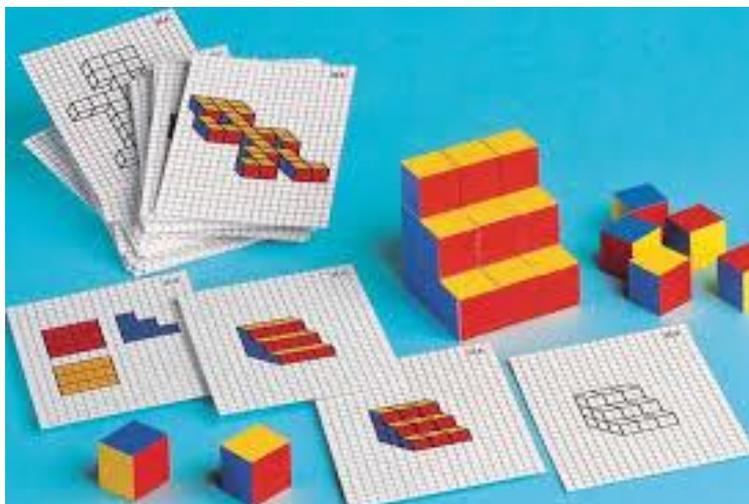


Figura 10. Structuro

4.1.3. De mudanzas

Descripción: Juego en el que se trabajan las operaciones de suma y resta. Está compuesto por 30 cartas de camiones, 96 piezas de madera, 64 fichas de puntos y 5 dados.

Usos: Con este juego podemos mejorar la rapidez en el cálculo mental así como repasar la suma y la resta.



Figura 11. De mudanzas

4.1.4. Tangram

Descripción: Juego de origen chino que consta de 7 figuras geométricas: cinco triángulos de tres tamaños diferentes, un cuadrado y un paralelogramo.

Usos: Es un juego con el que podemos abarcar diferentes aspectos de la geometría y la abstracción dependiendo de la forma en la que lo usemos: realizar dibujos con las fichas, dibujar los contornos de las fichas para posteriormente trabajar con esos dibujos, descubrir las figuras ocultas, juego libre...



Figura 12. Tangram

4.1.5. Dominó de sumas

Descripción: Juego basado en el dominó tradicional. Las fichas están formadas por dos partes, en una de ellas encontramos escrito un número y en el otro una suma.

Usos: Con este juego podemos trabajar la agilidad del cálculo mental de las sumas y restas.



Figura 13. Dominó de sumas

4.1.6. Geomag

Descripción: Juego compuesto por barras de acero de 27mm. recubiertas de plástico de diferentes colores que tienen un imán en cada extremo y por esferas de 12,7mm. también de acero imantadas para poder unir las piezas entre sí.

Usos: Se puede emplear de forma libre para realizar construcciones, pero si lo queremos emplear para desarrollar ciertos objetivos matemáticos, se pueden introducir normas concretas. Se podría la geometría tanto plana como tridimensional de forma que los niños pudieran apreciar las relaciones entre cuadrado-cubo; triángulo-cono...

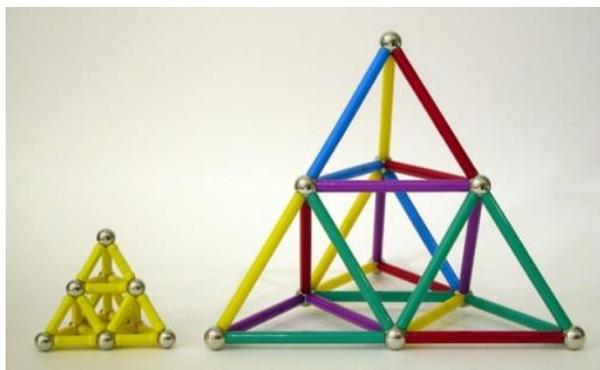


Figura 14. Geomag

5. PROGRAMA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN EDUCACIÓN PRIMARIA

En este apartado se recogen cuatro secuencias didácticas centradas en diferentes aspectos de las matemáticas. La primera se encuentra centrada en la geometría, la segunda en la suma con llevadas, la tercera en la propiedad conmutativa de la suma y la última en la resta con llevadas. Las sesiones que forman cada secuencia tienen una duración de 55 minutos. Anteriormente se encuentran varias actividades lúdicas que incluyen el uso de materiales y que pueden ser utilizadas bien para conseguir la concentración de los niños en el inicio de las clases o bien para relajar el ambiente y ofrecer otro punto de vista de las matemáticas más ameno al finalizar una sesión; algunas de ellas se encuentran dentro de las secuencias didácticas.

5.1. Actividades lúdicas

A lo largo de este apartado se pueden ver diferentes actividades lúdicas relacionadas con las matemáticas que pueden ser empleadas de diversas maneras. Con ellas podemos captar la atención de los niños, introducir nuevos temas, reforzar ciertos conocimientos, terminar una sesión de forma más amena...

5.1.1. Los amigos del 10

Curso: 1º

Descripción: Son dos ruedas que se superponen permitiendo al niño que al girarlas pueda buscar los dos números que suman 10.

Materiales:

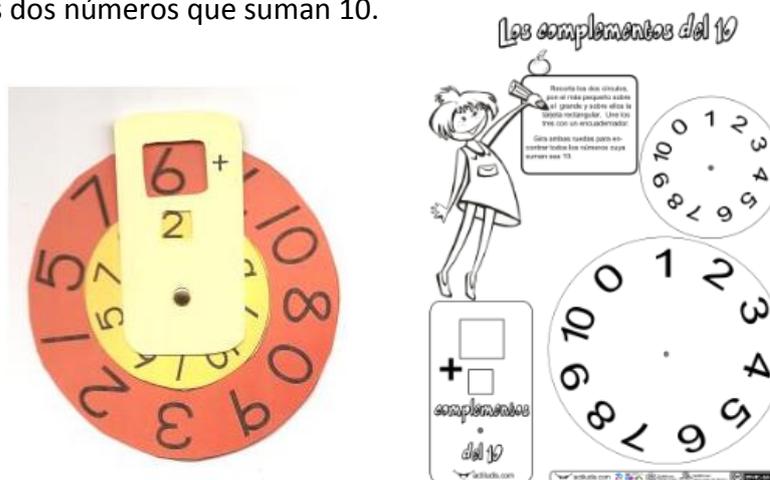


Figura 15. Los amigos del 10

5.1.2. El número oculto

Curso: 1º y 2º

Descripción: Es un concurso en el que debe participar el profesor. El profesor cogerá un ábaco de doble cara y pondrá un número en la parte del ábaco que los niños no ven, ellos tendrán que adivinar el número que ha elegido el profesor sabiendo que en cada columna hay 10 unidades. Veamos un ejemplo:

- Parte del profesor: 4 Centenas; 7 Decenas; 5 Unidades
- Parte de los alumnos: 6 Centenas; 3 Decenas; 5 Unidades

Número oculto: 475

Materiales: Ábaco



Figura 16. Ábaco

5.1.3. Juego del “no”

Curso: 1º

Descripción: Este juego cuenta con dos niveles de dificultad. El más básico es con los materiales delante para que puedan ir descartando y el más elevado es sin los materiales. Para este juego partimos de que los niños ya conocen este material y las características de cada bloque. El profesor irá diciendo características que no tiene el bloque que ha pensado hasta que reduzca la posibilidad a un único bloque. Por ejemplo: “No es grueso”; “No es amarillo”; “No es rectangular”; “No es circular”; “No es azul”; “No es cuadrado”; “No es grande”. Respuesta correcta: el triángulo rojo delgado pequeño.

Materiales: Bloques lógicos de Dienes

5.1.4. El bingo de sumas

Curso: 1º y 2º

Descripción: Se repartirá un cartón a cada alumno, en el caso de que sean muchos se puede hacer por equipos. Los cartones en vez de contener números normales como en el bingo, tendrán sumas y las bolas que se saquen serán tarjetas que contengan los resultados de las sumas de los cartones. El profesor sacará una tarjeta y leerá el número y los niños tendrán que tapar los números que sumados den ese resultado. Gana el que antes tape todas sus sumas.

Dependiendo de hasta qué número queramos hacer las operaciones los cartones y las tarjetas variarán.

Materiales: Bingo

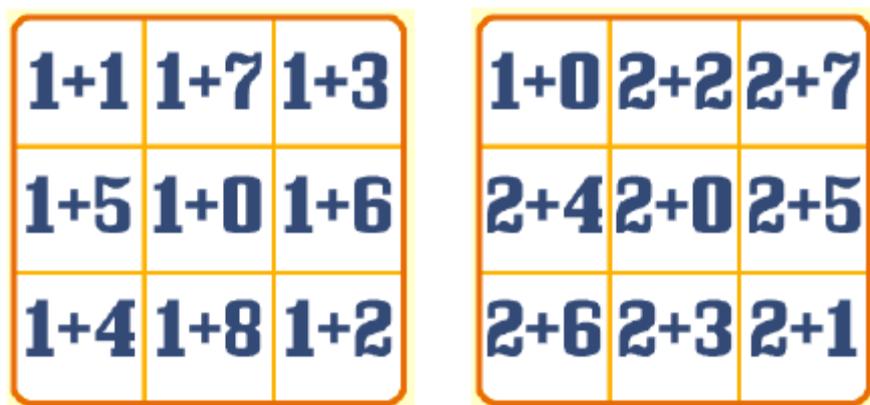


Figura 17. Tarjetas bingo

5.1.5. Barajas de cartas

Curso: 1º y 2º

Descripción: Las cartas son un juego muy frecuente sobre todo en las casas. Dependiendo de la dificultad y del objetivo que queramos alcanzar podemos utilizar este recurso en las aulas. Algunos juegos pueden ser los siguientes:

- Número o palo: Se reparten a cada jugador tres cartas (o el número que se establezca) y se coloca una boca arriba y las demás boca abajo. Por turnos tendrán que ir descartándose de sus cartas poniendo sobre la que está boca arriba una de sus cartas que solamente varíe una característica; es decir, si está

el 4 de espadas se podrán colocar cualquier cuatro o cualquier espada. En el caso de que el niño al que le toque no tenga ninguna carta robará una de la baraja y pasará turno. Gana el que antes se descarte.

- La mona: Para este juego se requiere una baraja que tenga ochos y nueves y de la que se retirarán todas las figuras a excepción de una que será “la mona”. Se reparten todas las cartas entre los jugadores y cada uno tendrá que descartarse de todas las parejas posibles que sumen 12. Una vez que no puedan descartarse de más, sin ver las cartas de sus compañeros tendrán que coger una al azar a su compañero de la derecha y ver si con esa carta puede hacer otra pareja. Gana quien antes se descarte y pierde el que se queda con “la mona”.
- El cinquillo: Se reparten todas las cartas entre los jugadores. Comienza poniendo una carta en el medio de la mesa el que tenga el 5 de oros, después por turnos, cada uno tendrá que ir descartándose de sus cartas siguiendo la serie: encima del 5 de oros el 6, el 7, la sota... y debajo el 4, el 3..., y así con todos los palos. Gana el que antes se descarte.

Estos son solamente algunos ejemplos, existen muchos más juegos como: las familias, la escoba, el reloj, el cuadrado...

Materiales: Baraja española y cartas de familias

5.1.6. Los polígonos ocultos

Curso: 1º y 2º

Descripción: Se dividirá la clase en pequeños grupos y se les dará un tangram a cada uno. En la pizarra se proyectará una imagen hecha con las piezas y tendrán que realizar el mismo dibujo lo más rápido posible. Gana el grupo que antes lo logre.

Materiales: Tangram

5.1.7. De compras

Curso: 2º

Descripción: Se divide la clase en grupos de 8 personas. En cada grupo deberá haber 3 tiendas (frutería, carnicería y pescadería) con un tendero en cada una de ellas y los otros 5 serán los clientes que deberán acudir a por los productos exigidos. Para pagar contarán con 1 ficha de cada tamaño, lo que hace un total de 55 unidades y para vender con alguna regleta por si necesitan cambios, los clientes tendrán una lista de la compra que completar y los tenderos una lista con los precios de sus productos. Una vez finalizada la compra tendrán que calcular cuánto dinero se han gastado en total y cuánto les queda y los tenderos cuánto dinero han ganado.

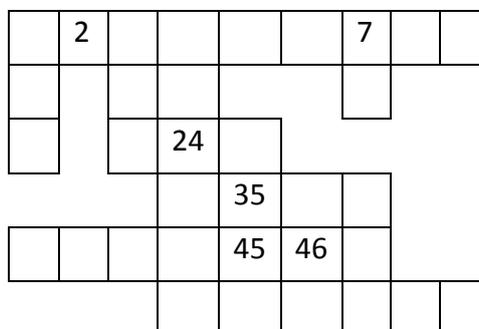
Materiales: Regletas de Cuisenaire

5.1.8. Crucigrama de números

Curso: 1º

Descripción: Se realiza un dibujo que se asemeje a un crucigrama y se escriben algunos números. Sabiendo sumar y restar de 10 en 10 y de 1 en 1, deben completar los números que quedan. Es un juego grupal para toda la clase, consiste en completar el crucigrama entre todos.

Materiales: Crucigrama



5.1.9. Concurso de polígonos

Curso: 1º y 2º

Descripción: Este juego se puede llevar a la práctica en pequeños grupos o de manera individual, dependiendo del número de geoplanos con los que contemos y de la cantidad de alumnos de la clase. Existen dos niveles de dificultad, el inicial consistiría en hacer figuras geométricas por separado y el segundo varias figuras relacionadas entre sí.

Cada concursante contará con geoplano y varias gomas, en el nivel básico el profesor describirá una figura geométrica (un cuadrado que tenga en cada lado 5 puntos; un triángulo en el que uno de los lados tenga 3 puntos, etc.) y los concursantes tendrán que representarla en el menos tiempo posible, el primero que lo consiga tendrá que levantar el geoplano para que todos lo puedan observar y comprobar si es correcto. Este proceso se repetirá varias veces, dando un punto al ganador de cada ronda. Gana la persona que al final de las rondas tenga más puntos.

En el nivel más avanzado las instrucciones serían: “un cuadrado de lado 5 y un rectángulo de lados 5 y 8, teniendo que compartir un lado ambas figuras”.

Materiales: Geoplanos

5.2. Metodología

A la hora de realizar las siguientes secuencias didácticas, he decidido basarme principalmente en el modelo constructivista, ya que incluye características del conductista y del aprendizaje significativo. “El constructivismo encierra un enfoque psicopedagógico cuya idea principal es que el sujeto “construye” el conocimiento mediante la interacción que sostiene con el medio social y físico” (Sarramona, 2008, 249). Por lo tanto la concepción del conocimiento es un producto social y un producto personal, ya que el alumnado otorga a sus experiencias propias un enfoque científico proporcionado por el conocimiento de la cultura organizada por el ser humano. Todo ello se establece mediante las siguientes fases: Exploración de las ideas previas; Introducción de nuevos conocimientos; Aplicación de las nuevas ideas a la solución de problemas.

Al tratarse secuencias didácticas y no de Unidades Didácticas, algunas de las características principales no pueden ser llevadas a cabo. Por ejemplo, no todas las fases que caracterizan a este modelo se pueden ver reflejadas. La primera fase, directa o indirectamente sí que se encuentra presente en todas las secuencias. En la secuencia de geometría la actividad de conocimientos previos sería, como es lógico, la primera. Al tener que nombrar objetos con formas determinadas el profesor puede observar hasta donde alcanzan sus conocimientos y cuáles son correctos o no; en las siguientes sesiones la primera actividad de cada una de ellas también le facilita al profesor conocer de donde parten sus alumnos. La segunda fase también se encuentra presente en todas las secuencias, ya que el principal objetivo es precisamente la introducción de nuevos conocimientos. Sin embargo, la última fase no la podemos apreciar, ya que al estar pensadas las secuencias como introducción a ciertos temas, la resolución de problemas cotidianos no se encuentra presente.

Siguiendo dicho método, los alumnos cuentan con un papel activo que les permite pensar y reflexionar, aumentando de este modo su capacidad de razonamiento y de juicio a medida que participan en experiencias que les posibilitan razonar y emitir juicios. El profesor por lo tanto deja de ser el único poseedor de la verdad y adopta un papel de guía presentando el conocimiento de manera organizada y para ello es necesario que cuente con los conocimientos y técnicas psicopedagógicas adecuadas. Su posición es de fiabilidad, debe admitir el error, la equivocación, y debe posibilitar el desarrollo de procesos de participación y de indagación. Así mismo, su objetivo final es conseguir que todo el alumnado alcance el nivel más amplio de desarrollo integral (cognitivo, social, emocional, motor...) con la participación de todo el mundo.

En la época en la que estamos podríamos considerar adecuado este modelo puesto que favorece el aprendizaje significativo, y por lo tanto tiene en cuenta las ideas previas, no considera al alumnado como un recipiente que se debe rellenar sino como un sujeto activo. Por todo ello, en estas secuencias se han introducido actividades grupales para potenciar el aprendizaje cooperativo, un clima de respeto, que propicie la participación abierta de los alumnos sin temor a ser juzgados, y la construcción del conocimiento entre iguales. Así como el uso de materiales para que puedan construir

fácilmente su conocimiento empezando por la práctica, ya que en la realidad no se van a encontrar únicamente con conocimientos meramente teóricos.

5.3. Secuencias didácticas

5.3.1 Geometría

Esta secuencia está pensada para el primer curso de Educación Primaria. Se podría desarrollar en las primeras sesiones centradas en la geometría ya que sus objetivos principales son captar el interés del niño e introducir los conceptos básicos.

1ª Sesión

El principal objetivo de esta sesión es que comprendan la definición de polígono y que sepan que los cuadrados, rectángulos y triángulos son polígonos.

Actividad 1: Miramos la clase

Duración: 8 minutos

Descripción: El profesor dividirá la pizarra tres apartados: cuadrados, rectángulos, y triángulos. Les pedirá a los alumnos que observen la clase y vayan buscando esas formas en objetos de la clase. Una vez hayan completado la pizarra deduciremos la definición de polígonos.

Materiales: Pizarra

Actividad 2: De la realidad al dibujo

Duración: 7 minutos

Descripción: El profesor trasladará las formas que han visto en la clase a dibujos. Para ello dibujará líneas rectas y/o curvas abiertas y cerradas en la pizarra y tendrán que decir cuáles son polígonos y cuáles no.

Materiales: Pizarra

Actividad 3: Realizamos nuestros polígonos

Duración: 30 minutos

Descripción: En pequeños grupos se les dará un geoplano y se les pedirá que hagan diferentes polígonos. Una vez hayan usado todos el geoplano y se hayan familiarizado con él, el profesor les enseñará el juego “concurso de polígonos”.

Materiales: Geoplanos

Actividad 4: El geoplano

Duración: 10 minutos

Descripción: Una vez hayan interiorizado el concepto de polígono, en los mismos grupos el profesor les pedirá que realicen diferentes polígonos siguiendo unas pautas. Algunos ejemplos pueden ser:

- “Realizamos el cuadrado más grande que podamos y dentro de él vamos haciendo cuadrados más pequeños hasta que no podamos hacer más”.
- “Realizamos el rectángulo más grande que podamos y dentro de él vamos haciendo rectángulos más pequeños hasta que no podamos hacer más”.
- “Hacemos una casa cuadrada, con un tejado triangular, una puerta rectangular, ventanas cuadradas y le podemos añadir diferentes adornos (chimenea, camino de entrada, valla alrededor de la casa...)”.

La última figura a realizar con el geoplano será un dibujo libre que elijan entre todos los componentes del grupo.

Materiales: Geoplano

2ª Sesión

El principal objetivo de esta sesión es que sean capaces de distinguir polígonos y círculos en diferentes dibujos así como realizar con estas figuras sus propios dibujos.

Actividad 1: Repasamos los polígonos

Duración: 10 minutos

Descripción: El profesor hará un repaso de lo visto en la sesión anterior. Dibujará diferentes polígonos y figuras semejantes a polígonos y entre toda la clase tendrán que decir si son o no polígonos. También lo puede hacer señalando objetos de la clase.

Materiales: Pizarra

Actividad 2: ¿Por qué están compuestos? I

Duración: 40 minutos

Descripción: Se repartirán a cada niño una hoja con un dibujo formado por polígonos y círculos, en este caso se verá el contorno de las figuras que forman el dibujo grande. En la misma hoja del dibujo se encontrarán las figuras que forman dicho dibujo y los alumnos tendrán que pintar, recortar los polígonos y círculos y pegarlos en su lugar correspondiente en el dibujo. Una vez hayan conseguido hacer el dibujo lo pegarán en una cartulina y lo decorarán para poder exponerlo en la clase.

Materiales: Anexo 1

Actividad 3: Hagamos nuestros dibujos I

Duración: 5 minutos

Descripción: En esta actividad les daremos una hoja que tenga cuadrados, rectángulos, triángulos y círculos y otra hoja en blanco en donde puedan hacer sus dibujos con estas figuras. En esta actividad solo tendrán que pintarlos ya que continuarán en la siguiente sesión.

Materiales: Anexo 2

3ª Sesión

En esta sesión se mantiene el principal objetivo de la anterior.

Actividad 1: ¿Por qué están compuestos? II

Duración: 40 minutos

Descripción: En esta ocasión volveremos a repartir hojas con varios polígonos y círculos que en conjunto forman un dibujo. En lugar de darles el dibujo con los polígonos que lo forman dentro, les daremos solo el contorno y tendrán que ser ellos quienes distribuyan sus figuras como crean conveniente para lograr el resultado final. Tras realizar el modelo propuesto lo pegarán en una cartulina.

Materiales: Anexo 3

Actividad 2: Hagamos nuestros dibujos II

Duración: 15 minutos

Descripción: Recortarán las figuras que pintaron durante la sesión anterior y las pegarán en una hoja formando su dibujo.

Materiales: Anexo 2

5.3.2. Suma con llevadas

Esta secuencia está pensada para el primer curso de Educación Primaria. Se podría llevar a cabo una vez que los niños hayan interiorizado bien la suma sin llevadas. El principal objetivo de esta secuencia es introducir las sumas con llevadas. Está pensada para emplear los bloques multibase, pero en el caso de que el centro no cuente con este material se podría sustituir por cuadrados que representen a las unidades, círculos que representen a las decenas y triángulos que representen a las centenas. Otro aspecto que cabe destacar es que está pensada para ser trabajada en una única sesión, lo que no quita que en las sesiones posteriores no se pueda emplear el material físico para que los niños lo asienten e interioricen mejor.

1ª Sesión

Actividad 1: Probemos esta suma

Duración: 10 minutos

Descripción: Antes de explicar cómo se realizan las sumas con llevadas, el profesor escribirá en la pizarra a siguiente suma: $25+17$. Les pedirá a los alumnos que realicen esta operación y observará que problemas encuentran y cómo intentan solucionarlos.

Materiales: Pizarra

Actividad 2: Representamos números

Duración: 15 minutos

Descripción: Se dividirá la clase en grupos y se les entregarán 20 cubos y 9 barras de los bloques multibase. El profesor irá dibujando en la pizarra los pasos que ellos tendrán que hacer con el material:

- Lo primero será que comprueben que en cada barra hay 10 cubos, para ello se les puede pedir que los cuenten y nos lo digan.
- Después se les pedirá que cuenten los cubos que tienen y que digan por cuántas barras los podrían cambiar.
- Entre todos, con la ayuda del profesor, representarán varios números para que sean capaces de ver su descomposición; es decir, que el número 15 está compuesto por 1 barra y 5 cubos, el 71 tiene 7 barras y 1 cubo...
- Una vez que hechos varios ejemplos se realizará lo mismo pero al revés. Tendrán que adivinar cuál es el número compuesto por 3 barras y 9 cubos o 9 barras y 4 cubos...

Materiales: Bloques multibase

Actividad 3: Sumemos entre todos

Duración: 20 minutos

Descripción: Una vez que saben representar números con los bloques y realizar el proceso inverso, se volverá a la suma inicial. Representarán los números con el material y el profesor les explicará que para sumarlo hay que colocar, al igual que en las sumas sin llevadas, las unidades con las unidades y las decenas con las decenas. Primero sumarán las unidades y como les saldrán 12 unidades les preguntará si pueden cambiar algún cubo por barra. Entonces les explicará que esa barra que han cambiado pasa a la columna de las decenas y se suma con ellas.

Para que adquieran bien el proceso que hay que seguir, se realizará una o dos sumas más en conjunto.

Materiales: Bloques multibase y pizarra

Actividad 4: Sumemos en los grupos

Duración: 10 minutos

Descripción: Se les entregará una hoja con varias sumas y con la ayuda del material las tendrán que hacer en grupo.

Materiales: Bloques multibase

5.3.3. Propiedad conmutativa

Esta secuencia está pensada para el primer curso de Educación Primaria. Se podría llevar a cabo una vez que los niños hayan interiorizado bien la suma. El objetivo principal de esta sesión es comprender la propiedad conmutativa.

Esta secuencia también podría llevarse a la práctica antes de aprender la suma con llevadas, ya que la propiedad no varía dependiendo del tipo de suma que estén realizando.

1ª Sesión

El principal objetivo de esta sesión es que descubran utilizando el material la propiedad conmutativa.

Actividad 1: Recordamos la suma

Duración: 8 minutos

Descripción: Se dividirá la clase en pequeños grupos y a cada grupo se le dará un juego de regletas Cuisenaire. Se preguntará a la clase si las han utilizado con anterioridad y para qué. Después harán sumas con ellas de dos o tres términos.

Materiales: Pizarra y regletas Cuisenaire

Actividad 2: Sumas iguales

Duración: 22 minutos

Descripción: Aunque los niños siguen en los mismos grupos, se pasará a hacer sumas entre toda la clase. Para que descubran ellos la propiedad conmutativa el profesor pondrá sumas del tipo: $2+4$, $4+2$, $6+9$, $9+6$, $5+5$, $12+12$... Una vez que hayan hecho las suficientes sumas como para darse cuenta, les preguntará qué creen que va a pasar si sumamos $4+5$ y $5+4$ o $67+24$ y $24+67$, si no saben que el resultado será el mismo, se pueden volver a hacer con el material estas sumas y después intentarlo con nuevos ejemplos. En el caso de que hayan interiorizado la propiedad conmutativa se pasará a la siguiente actividad, de lo contrario se continuará con este proceso.

Materiales: Pizarra y regletas Cuisenaire

Actividad 3: Escribimos sumas iguales

Duración: 25 minutos

Descripción: Se les pedirá que sean ellos quienes digan ejemplos de sumas que cumplan esta propiedad. Por ejemplo, dependiendo de la cantidad de grupos de niños que haya en la clase, pueden decir un ejemplo cada grupo y realizarlo entre todos.

Materiales: Pizarra y regletas Cuisenaire

2ª Sesión

Con esta sesión se pretende afianzar la propiedad conmutativa ver si realmente la han interiorizado. Además la última actividad busca enseñarles un uso diferente del mismo material.

Actividad 1: Repasamos las sumas

Duración: 10 minutos

Descripción: Se comenzará la sesión realizando alguna suma entre toda la clase y diciendo cuál es la que cumple la propiedad conmutativa. Contarán en todo momento con las regletas por si surge alguna duda poder recurrir a ellas.

Materiales: Pizarra y regletas Cuisenaire

Actividad 2: Sumas similares

Duración: 30 minutos

Descripción: Individualmente copiarán en el cuaderno sumas que sigan el siguiente formato:

$$4 + 2 = \underline{2} + \underline{4} \qquad 3 + 9 = \underline{\quad} + \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} + 46 = \underline{\quad} + \underline{31} \qquad 54 + \underline{\quad} = 24 + \underline{\quad}$$

Antes de dejarles que trabajen individualmente, se puede realizar algún ejemplo de cada tipo entre toda la clase.

Materiales: Regletas Cuisenaire

Actividad 3: Seriaciones

Duración: 7 minutos

Descripción: Conforme vayan terminando las sumas, se les propondrán algunas seriaciones con las regletas.

Materiales: Regletas Cuisenaire

Actividad 4: Juego libre

Duración: 8 minutos

Descripción: Para terminar de usar las regletas se les dejará este tiempo para que puedan jugar con ellas en los pequeños grupos.

Materiales: Regletas Cuisenaire

5.3.4. Resta con llevadas

Esta secuencia está pensada para el segundo curso de Educación Primaria. El principal objetivo de esta secuencia es introducir las restas con llevadas. Está pensada para emplear los bloques multibase, pero en el caso de que el centro no cuente con este material se podría sustituir por cuadrados que representen a las unidades, círculos que representen a las decenas y triángulos que representen a las centenas. Otro aspecto que cabe destacar es que está pensada para ser trabajada en una única sesión, lo que no quita que en las sesiones posteriores no se pueda emplear el material físico para que los niños lo asienten e interioricen mejor.

1º Sesión

Actividad 1: Probemos esta resta

Duración: 10 minutos

Descripción: Antes de explicar cómo se realizan las restas con llevadas, el profesor escribirá en la pizarra a siguiente: $34-19$. Se les pedirá a los alumnos que realicen esta operación y observaremos que problemas encuentran y cómo intentan solucionarlos.

Materiales: Pizarra

Actividad 2: Representamos números

Duración: 10 minutos

Descripción: Para recordar cómo se representan números con este material se dividirá la clase en pequeños grupos que tendrán varias barras y cubos. El profesor dirá un

número y tendrán que representarlo, tras realizar esto varias veces se pasará al proceso inverso; el profesor cogerá “x” barras y “x” cubos y los niños tendrán que decir a qué número corresponden.

Materiales: Pizarra y bloques multibase

Actividad 3: Restemos entre todos

Duración: 25 minutos

Descripción: Una vez que saben representar números con los bloques y realizar el proceso inverso, se volverá a la resta inicial. El profesor representará los números con el material y se explicará que para restarlo hay que colocar, al igual que en las restas sin llevadas, las unidades con las unidades y las decenas con las decenas. Dependiendo de algoritmo que vaya a explicar el profesor el uso del material variará. Para explicarlo con este material es más fácil el algoritmo de “quito una” (Anexo 4). Para que adquieran bien el proceso que hay que seguir, se realizará una o dos restas más en conjunto.

Materiales: Pizarra y bloques multibase

Actividad 4: Restemos en los grupos

Duración: 10 minutos

Descripción: Se les entregará una hoja con varias restas y con la ayuda del material las tendrán que hacer en grupo.

Materiales: Bloques multibase

6. ANÁLISIS

Las secuencias didácticas llevadas a la práctica han sido dos, en primer lugar la de “Geometría” y posteriormente la de “Suma con llevadas”. Ha sido desarrollada en el tercer trimestre en una clase de 1º de primaria del colegio Carmelitas Vedruna de Pamplona. Esta clase cuenta con un ratio de 29 alumnos. Las tres sesiones de geometría sirvieron de introducción a una Unidad Didáctica en la que iban a tratar el tema de la geometría y las dos de la suma con llevadas para dar a conocer a los alumnos estas sumas.

Una vez llevadas a cabo ambas secuencias se pudieron apreciar las diferencias existentes entre la programación escrita y la realidad.

6.1. Geometría

6.1.1. Primera sesión

La actitud de los niños ante la novedad del tema fue muy positiva, se mostraron en todo momento muy participativos y con una actitud favorable. En alguna actividad se encontraban más alborotados debido a la emoción suscitada por la situación.

En la primera actividad no fue necesario dividir la pizarra en tres apartados puesto que diferenciaban perfectamente los cuadrados de los rectángulos de los triángulos. Esta actividad cumplió el tiempo establecido.

Sin embargo, en el transcurso la segunda actividad surgió un problema que hizo que el tiempo tuviera que ser prolongado. Se produjo ante la disconformidad que hubo a la hora de clasificar un triángulo dibujado en la pizarra sin que la base fuera paralela al suelo. Con este hecho se pudo observar como todavía no comprendían bien las características de los triángulos. Para resolver el conflicto tomamos de ejemplo a su tutora, les preguntamos que quién era ella, a lo que todos respondieron rápidamente llamándola por su nombre; después se agachó y les volvimos a preguntar quién era, volvieron a decir su nombre. Tras varios cambios de posición similares pasamos a usar un triángulo de los bloques lógicos de Dienes, lo colocamos tal y como ellos están acostumbrados y sin que dejaran de mirar lo giramos unos grados antes de

preguntarles si seguía siendo un triángulo o no. Con estos ejemplos lograron comprender que daba igual la posición en la que se encontrara el triángulo.

Para la segunda actividad se encontraban divididos en cuatro grupos de 7-8 personas por lo que surgieron algunos problemas a la hora de poner las gomas porque todos querían hacerlo, finalmente fueron ellos mismos quienes lo resolvieron estableciendo turnos. Pasamos directamente al “concurso de polígonos” con la intención de realizar la actividad restante, ya que íbamos justos de tiempo al haberse alargado la actividad anterior. Sin embargo, mediante este juego fue cuando empezaron a comprender realmente las características del cuadrado y del rectángulo, por lo que de la última actividad solo dio tiempo a realizar el dibujo libre por grupo. La primera figura que tuvieron que hacer fue un cuadrado de lado 4, tres de los grupos no sabían cómo hacerlo porque “no sabían cuánto medían los otros lados”, el equipo ganador explicó cómo lo habían hecho y los demás pudieron realizarlo en su geoplano. La siguiente dificultad surgió con el primer rectángulo que tenían que hacer, les resultaba difícil el hecho de que en un lado tuvieran que agrupar más vértices que en el otro y les quedaban figuras de lado 4-7-5-6 o similares en lugar de dos lados de 4 y dos de 7. Tras varias rondas comprendieron cómo realizar diferentes tipos de polígonos y fue el momento de pasar a la última actividad, de la cual como ya he mencionado solo dio tiempo a realizar el dibujo libre. Dos de los grupos realizaron una casa (cuadrado y triángulo), otro grupo realizó un lápiz (rectángulo y triángulo) y el último grupo solamente hizo figuras sin llegar a hacer ningún dibujo concreto.

6.1.2. Segunda sesión

En esta segunda sesión los alumnos también mantuvieron una actitud favorable y participativa.

En la primaria actividad además de realizar lo establecido en la programación, salieron los niños a dibujar diferentes polígonos a la pizarra ya que surgieron dudas acerca de cómo podían dibujarlos ellos solos. Su principal duda era cómo hacer las líneas rectas, y es que tenían muy presente que con las líneas curvas no podían formar polígonos. Al principio dibujaron cuadrados, rectángulos, triángulos y algún rombo, pero enseguida

comenzaron a hacer polígonos irregulares con muchos lados. Al realizar esta ampliación de la actividad, el tiempo destinado fue entorno a los 20 minutos.

Para unir esta actividad con la siguiente, les pedí a los niños que me dijeran imágenes que vieran en la clase que estuvieran formadas por más de un polígono. El primer ejemplo surgió con una imagen de un regalo; los niños dijeron que era un cuadrado pero que a la vez tenían rectángulos que dibujaban los lazos. Y el segundo ejemplo fue el dibujo de una casa de varios pisos, dijeron que la casa era un rectángulo, cada una de las habitaciones cuadrados y el tejado un triángulo. Al realizar esta introducción no fue necesario entregarles el dibujo de la siguiente actividad con plantilla, ya que habían demostrado que eran capaces de descubrir figuras geométricas en diferentes dibujos. Por lo tanto la actividad número dos no fue realizada.

Se pasó directamente a la realización de la actividad 3, donde en lugar de colorear solamente las figuras realizaron también sus composiciones. Para que pudieran aprovechar estas figuras en actividades posteriores, la profesora propuso que no las pegaran y simplemente fueran enseñando al resto de la clase las composiciones que habían hecho. Algunos niños copiaron los dibujos que habían hecho en sus grupos el día anterior con los geoplanos y otros realizaron composiciones más creativas: un helado de cucurucho (el cucurucho un triángulo y las bolas de helado dos círculos), un velero (un triángulo para el casco, un rectángulo para el mástil y otro triángulo para la vela) y un pino (un rectángulo para el tronco y triángulos para las hojas); aunque la mayoría de ellos recurría a objetos cotidianos y que pudieran ser observados en el aula.

6.1.3. Tercera sesión

Esta última sesión, al haber sido modificada tanto la anterior no podía ser llevada a la práctica como estaba planteada inicialmente. Para introducir la sesión y mantener el interés de los alumnos, comenzamos la sesión recordando las figuras que habían hecho el día anterior dibujándolas en la pizarra. Esta actividad duró aproximadamente 10 minutos, tras los cuales pasamos a la realización de la actividad uno. En lugar de que todos los niños hicieran la misma figura se les dieron dos modelos diferentes: un

cerdo y un gallo. Durante su realización se pudieron observar grandes diferencias entre unos y otros, algunos no tuvieron ningún problema en distinguir las figuras en el dibujo del modelo, otros preguntaban varias veces qué círculo era el del hocico (en el caso del cerdo) o que triángulo era el pico (en el del gallo). Al final, todos consiguieron hacer su figura dándole su toque personal, algunos pintaron los animales con colores semejantes a los de los animales reales y otros quisieron utilizar otros colores.

Termino la secuencia didáctica con la decoración de un corcho de la clase en la que colgaron los dibujos en la cartulina que habían hecho este mismo día.



Figura 18. Resultados de clase 1



Figura 19. Resultados clase 2

6.2. Suma con llevadas

6.2.1. Primera sesión

Pese a la desilusión de los niños al saber que no íbamos a seguir trabajando la geometría, no fue costoso conseguir su atención al enseñarles los bloques multibase. Los relacionaron con las figuras vistas, de manera que aprovechamos este interés para que aprendieran que los cuadrados formaban las caras de los cubos, y que por lo tanto un cuadrado no es un cubo.

Una vez explicado esto, comenzaron a interesarse sobre lo que iban a realizar este día. El saber que iban a aprender a hacer sumas con llevadas desencadenó opiniones

contrapuestas, unos pensaban que iba a resultar algo muy difícil y no tenían ganas mientras que a otros les hacía ilusión ya que lo consideraban “algo de mayores”.

Comenzamos con la primera actividad para ver que estrategias utilizaban para resolver el problema ante el que se encontraban y la única opción que se les ocurrió fue ir a una tabla de números que tienen en la que aparecen del 1 al 99, situarse en el primer término de la suma y a partir de ahí contar el segundo número hasta situarse en la casilla que correspondiera, esta opción no la comprendieron todos los niños y tuvo que ser explicada con números menores para después llevarla al ejemplo inicial. Con este ejemplo se dieron cuenta de lo laborioso que podía resultar el tener que hacer todas las sumas de este modo y algunos de los que inicialmente no querían aprender empezaron a tener más interés.

El haberles explicado la diferencia entre cuadrado y cubo unido a que la primera actividad se excedió del tiempo establecido, solamente dio tiempo a realizar la siguiente actividad y alguna suma como $8+5$ o $9+4$ verticalmente para que se dieran cuenta que existían las “llevadas”. La actividad dos se desarrolló con dos modificaciones respecto a la planteada. El primer aspecto que tuvo que ser modificado se debió a que solo contaba con dos juegos de bloques multibase de manera que no se pudieron dar tantas barras ni cubos a cada grupo; la segunda modificación consistió en que en lugar de realizar primero las transformaciones de número a bloques y después el proceso inverso, se intercalaron.

6.2.2. Segunda sesión

Con esta secuencia, los niños no se mostraban tan interesados como con la geometría, pero seguían manteniendo una actitud bastante favorable. Esta segunda sesión comenzó con un recordatorio de cómo representar los números con los bloques multibase y viceversa. Acto seguido se pasó a la actividad tres de la programación, la cual se alargó más de lo previsto, ya que al ser un conocimiento nuevo les costó trabajo comprenderlo. El mayor problema lo encontraban a la hora de cambiar los cubos por las barras, no entendían porque si eran unidades podían pasar a ser decenas, tras varios ejemplos comenzaron a interiorizarlo.

Cuando la mayoría de la clase supo hacer sumas con llevadas, se les dividió en grupos de tres y se les entregó una hoja con diferentes sumas. Al ser ellos solos quienes tenían que empezar a resolver las sumas surgieron nuevos problemas y discusiones dentro de los grupos, algún grupo consiguió resolverlos sin necesidad de que algún profesor interviniera, sin embargo en otros casos necesitaron de la explicación de un profesor para llegar a un acuerdo. Aquellos niños que no habían comprendido el algoritmo con la explicación que se hizo a toda la clase se quedaron en un mismo grupo y de manera más detallada se les explicó de nuevo el proceso a seguir. Finalmente se unieron a otros grupos y continuaron haciendo sumas.

Conclusiones y cuestiones abiertas

Al finalizar el trabajo se puede comprobar como la mayoría de las cuestiones planteadas al inicio del mismo han sido respondidas a lo largo de la realización. Respecto a la primera pregunta, en la puesta en práctica de las secuencias didácticas, se pudo observar cómo el hecho de introducir los materiales ante situaciones nuevas para los alumnos hace que se muestren más motivados y receptivos a la hora de aprender nuevos conocimientos. De este modo se consigue que dejen de ver las matemáticas como algo monótono y aburrido, que solo se puede ser aprendido mediante la repetición, a verlo como algo interesante que da pie a la participación activa y a que sean ellos mismos quienes vayan descubriendo los conocimientos. Pero el uso de los materiales no mejora únicamente la actitud de los niños ante la asignatura, y aquí entramos en la segunda cuestión planteada inicialmente. Lo más importante es que a este interés que suscitan los materiales, se une la facilidad con que determinados conceptos pueden ser aprendidos; es decir, sin la utilización de materiales los niños pueden aprender perfectamente a sumar de manera mecánica comprendiendo que consiste en juntar cantidades, pero con el uso de materiales pueden comprender el proceso que nos lleva a obtener el resultado. Otra de las cuestiones planteadas al inicio se interesaba por la creatividad. Pues bien, con los materiales también hemos podido comprobar cómo se puede ser desarrollada. En numerosas ocasiones los docentes no emplean materiales por su falta en el centro, sin embargo a lo largo de este trabajo se ha podido ver que existen diversos materiales denominados no formales con los que se pueden alcanzar los mismo objetivos que con los formales; y además potenciar la creatividad de los alumnos haciendo que cada niño cree su propio material de forma que pueda expresar su personalidad en la decoración. Además, en caso de que se necesite un material estructurado formal y no se cuente con él, en la mayoría de las ocasiones puede ser creado por los alumnos con la ayuda del profesor.

La única pregunta planteada que ha quedado sin respuesta es la referida a si la introducción de materiales y elementos lúdicos fomentan el gusto por las matemáticas. En las sesiones de este trabajo llevadas a la práctica se puede decir que

servieron para motivar a los niños e implicarles más activamente en el aprendizaje de las matemáticas. Sin embargo, para poder responder con fiabilidad a esta cuestión se requeriría un seguimiento y un proceso de evolución propio de un trabajo de investigación a largo plazo.

Por último, cabe destacar que los cuatro objetivos planteados en la justificación han sido cumplidos: el primero, que trataba sobre los tipos de materiales estructurados y no estructurados, y parte del segundo, en el que se proponía realizar un análisis sobre los materiales, se encuentran en el punto 3 (los materiales); el segundo es completado en el cuarto punto (El juego), en donde al igual que con los materiales se ha realizado un análisis con el juego; el tercer objetivo, referido a la elaboración de secuencias didácticas cuenta con un apartado propio, el 5.3; y el cuarto objetivo puede ser observado tanto en la descripción de diversos juegos en el apartado 4.1 como en la propuesta de diferentes actividades en el 5.1.

En conclusión se podría decir que el uso de materiales y juegos en las matemáticas se conllevan unas ventajas tales como reflexionar acerca de conceptos matemáticos y sus propiedades, recrear situaciones de forma práctica, aumentar el interés por las matemáticas, introducir temas nuevos, reforzar automatismos útiles y fomentar tanto el trabajo en equipo como el individual. De este modo y aunque a priori no seamos conscientes de ello, si lográsemos su verdadera introducción en las aulas estaríamos consiguiendo renovar y avanzar en la enseñanza práctica y atractiva de las matemáticas.

Referencias

- Aguirre, Ma. E. (2001). Enseñar con textos e imágenes. Una de las aportaciones de Juan Amós Comenio. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 3 (1). [Disponible en (06/05/2014): <http://www.uned.es/manesvirtual/Historia/Comenius/Lora/contenido-lora.html>]
- Alsina, A. (2001). Historia de las matemáticas: Matemáticas y juego. *Revista de didáctica de las matemáticas*, 111-119, 26. Barcelona: Grao.
- Alsina, C.; Burgués C. y Fortuny, J. M^a (1988): *Materiales para construir la Geometría*. Madrid: Síntesis.
- Alves, M. y Martínez, J. (2009). El currículo: presencias y ausencias. Cuadernos de pedagogía, 389, abril, pp. 84-88. Barcelona: Fontalba.
- Cascallana, M.T (1988). *Iniciación a la matemática. Materiales y recursos didácticos*. Madrid: Santillana.
- Chaparro, R. (2005). La Terapia Ocupacional en la intervención en salud comunitaria: el modelo educativo. *Revista Chilena de Terapia Ocupacional*, edición digital sin numerar, 5.
- Corberá, R.M. Huerta, P., Margarit, J., Peñas, A. y Ruíz, E (1989). *Didáctica de la geometría: modelo Van Hiele*. Valencia: Universidad de Valencia.
- Decreto Foral 24/2007, de 19 de marzo, por el que se establece el currículo de las enseñanzas en Educación Primaria en la Comunidad Foral de Navarra.
- Dienes, Z.P. y Golding E.W. (1966). *Los primeros pasos en matemáticas: lógica y juegos lógicos*. Barcelona: Teide.
- Dieudonné, J. (1984). *Matemáticas vacías y matemáticas significativas*. En Corbalán, F. (1992). Aula de Innovación Educativa. *Revista Aula de Innovación Educativa*, edición digital sin numerar, 7.
- Echarri, F. (2009). *Aprendizaje significativo y educación ambiental: Aplicaciones didácticas del museo de ciencias naturales de la Universidad de Navarra*. (Tesis de maestría no publicada). Pamplona: Universidad de Navarra.

- Fernández, J. y Rodríguez, I. (1989). *Juegos y pasatiempos en la enseñanza de la matemática elemental*. Colección "Matemáticas: cultura y aprendizaje". Madrid: Síntesis.
- Fiz, M^a R. (2012). *Epistemología y psicología genética: La psicología de Jean Piaget*. Navarra: Universidad Pública de Navarra.
- Fiz, M^a R. (2012). *La Teoría Sociocultural de los Procesos Psicológicos Superiores de L. S. Vygotsky (1896-1934)*. Navarra: Universidad Pública de Navarra.
- González, J. L. (2010). Recursos, material didáctico y juegos y pasatiempos: Consideraciones generales. *Matemáticas Infantil, Primaria y ESO*. [Disponible en (05/05/2014): http://www.gonzalezmari.es/materiales_infantil_primaria_y_ESO.Consideraciones_generales.pdf]
- Hernán, F. y Carrillo, E. (1988). *Recursos en el aula de matemáticas*. Madrid: Síntesis.
- Hernández, F. y Soriano, E. (1997). *La enseñanza de las matemáticas en el primer ciclo de la educación primaria: una experiencia didáctica*. Murcia: Universidad de Murcia.
- Payà, A. (2006). *La actividad lúdica en la historia de la educación española contemporánea*. (Tesis de maestría no publicada entre paréntesis). Valencia: Universidad de Valencia. [Disponible en (22/04/2014): <http://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/9701/paya.pdf;jsessionid=CE94406DBEFF20B63BAD146DD2565725.tdx2?sequence=1>]
- Rousseau, J. J. (2000). *El Emilio o la educación* (Ricardo Viñas, trad.). (Obra originalmente publicada en 1762, *Émile ou de l'éducation*). [Disponible en (06/05/2014): <http://www.unsl.edu.ar/librosgratis/gratis/emilio.pdf>]
- Sarramona, J. (2008). *Teoría de la educación: Reflexión y normativa pedagógica*. Barcelona: Ariel. [Disponible en (11/04/2014): <http://books.google.es/books?id=tkyc4FEWDJ8C&printsec=frontcover&dq=teoria+de+la+educaci%C3%B3n&hl=es&sa=X&ei=p5SHU-q2HOLgsASH3IHgCw&ved=0CE8Q6AEwBQ#v=onepage&q&f=false>]

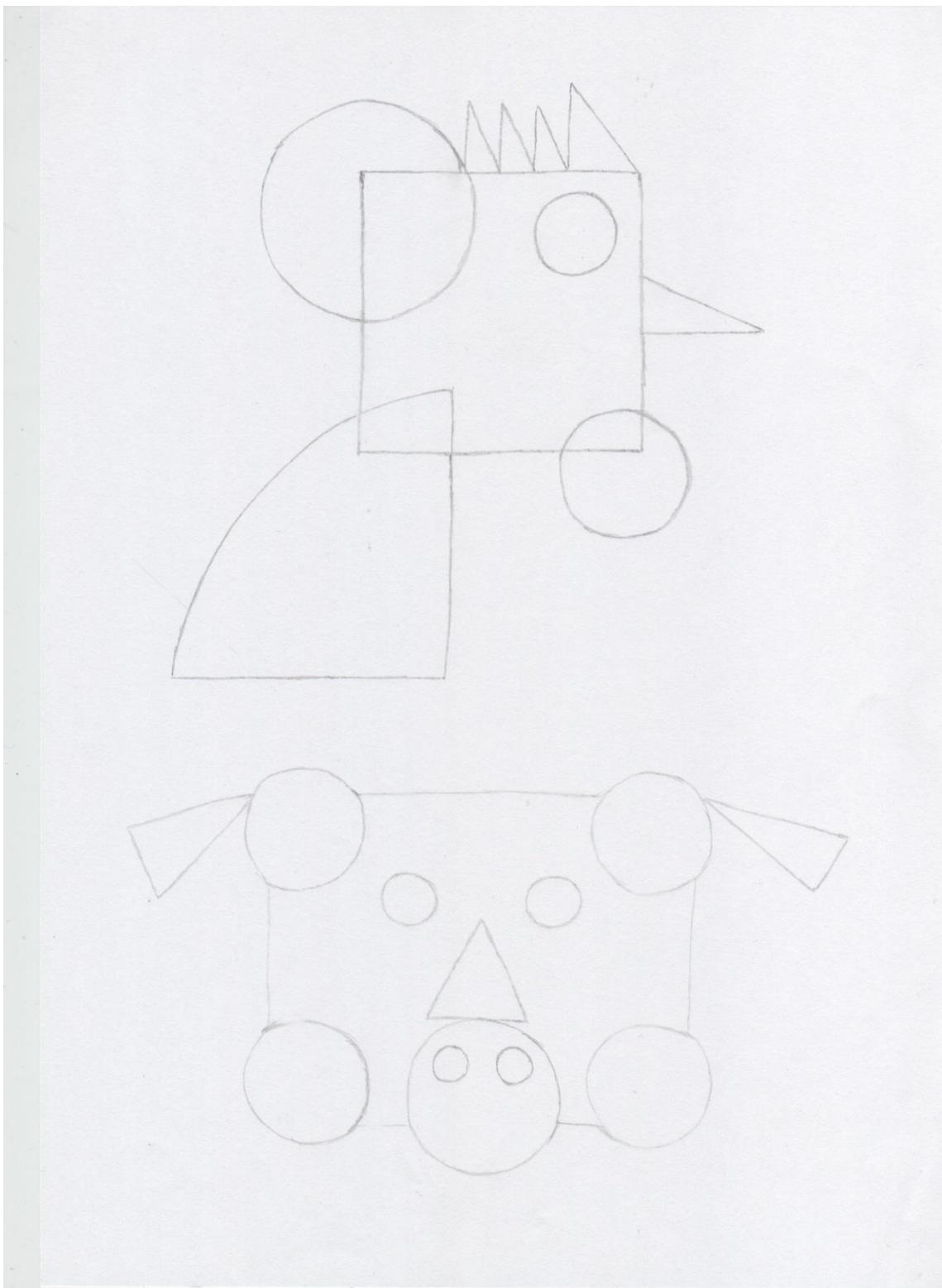
Sanz de acedo, M^a L., Pollán, M. y garrido, E. (1997). *Psicología: Mente y conducta*. Bilbao: Desclée de Brouwer.

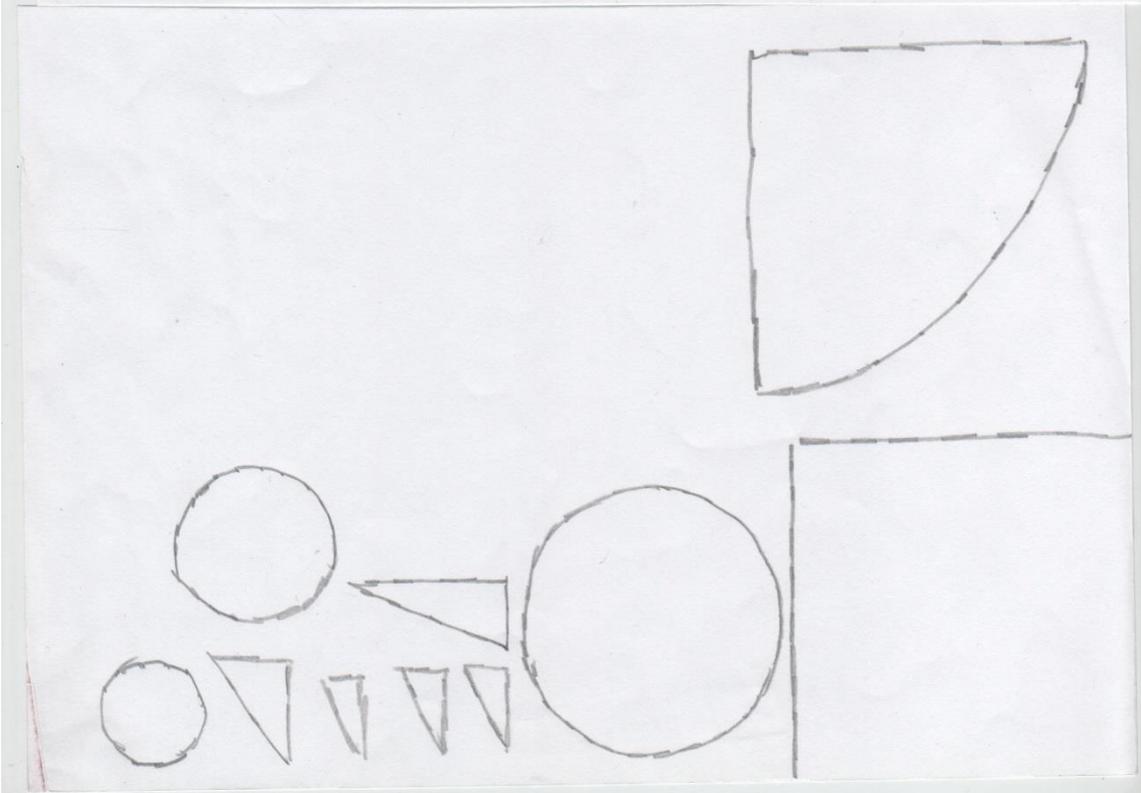
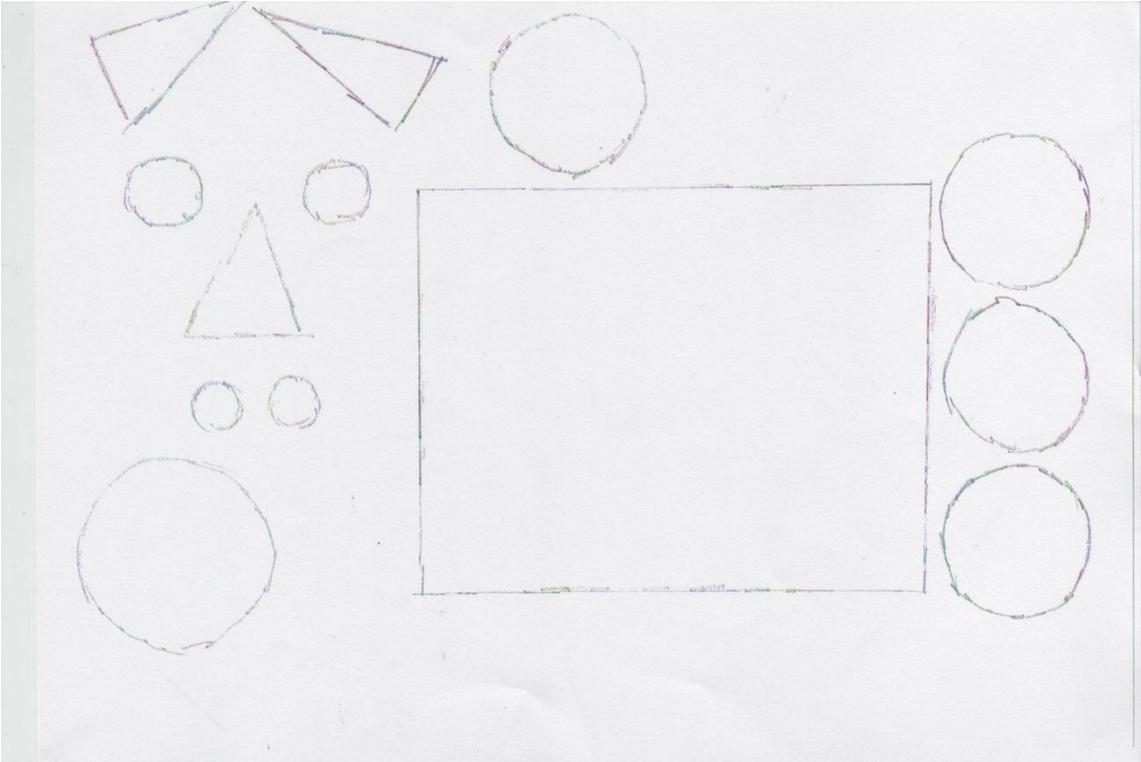
Vargas, G. y Gamboa, R. (2013). El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. *Revista Uniciencia*, 74-94, 27 (1). [Disponible en (21/04/2014): <http://www.revistas.una.ac.cr/index.php/uniciencia/article/download/4944/4738>]

Vygotsky, L. S. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Crítica.

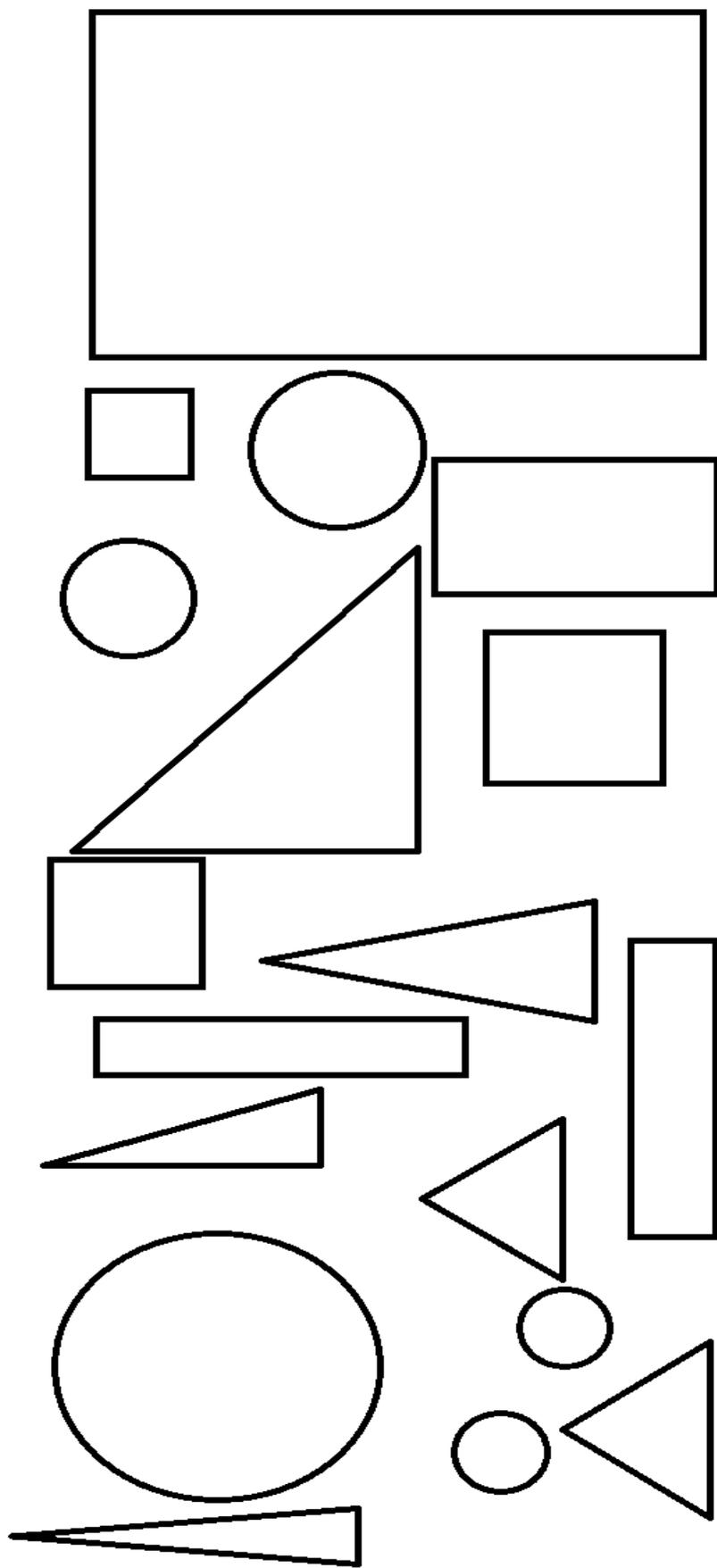
Anexos

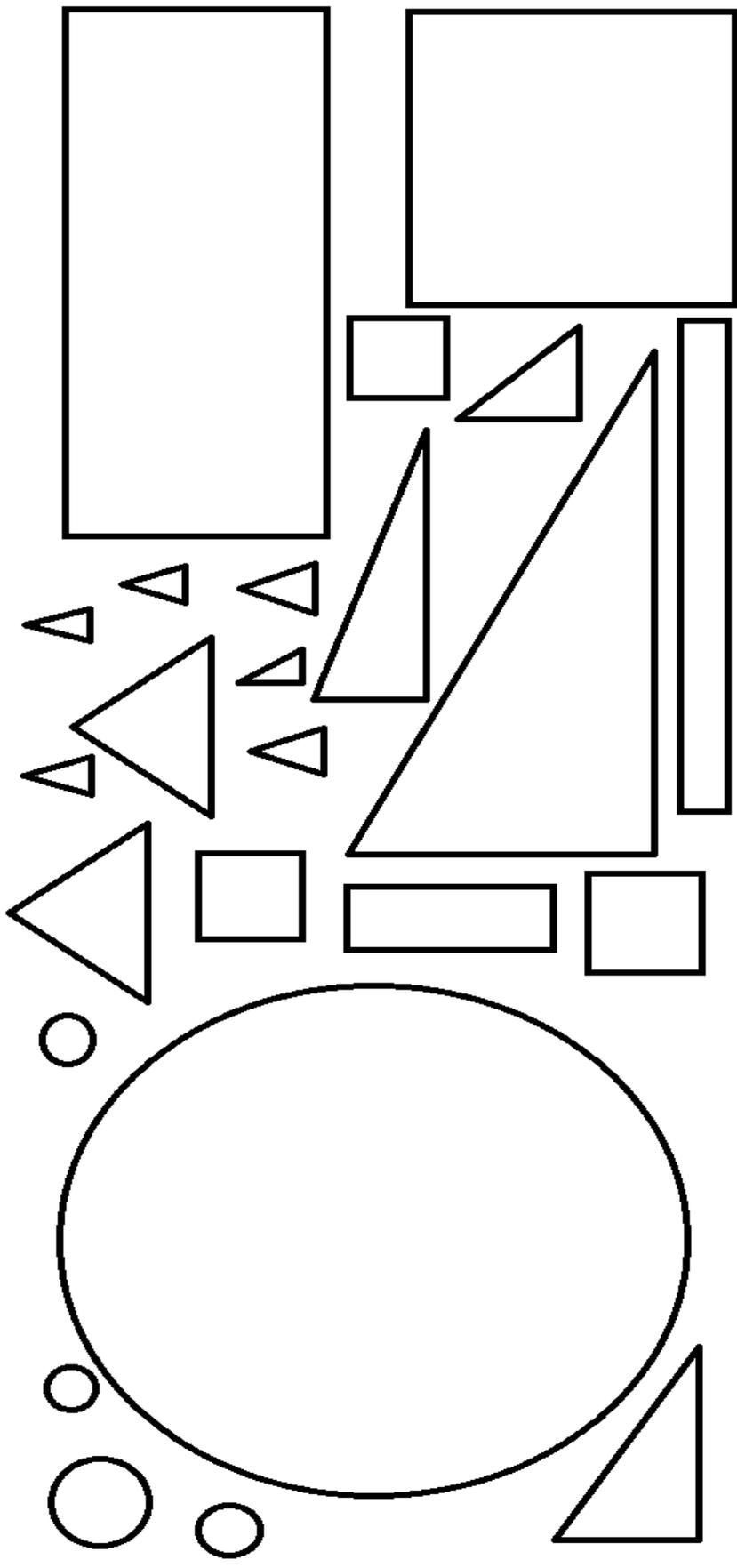
Anexo 1



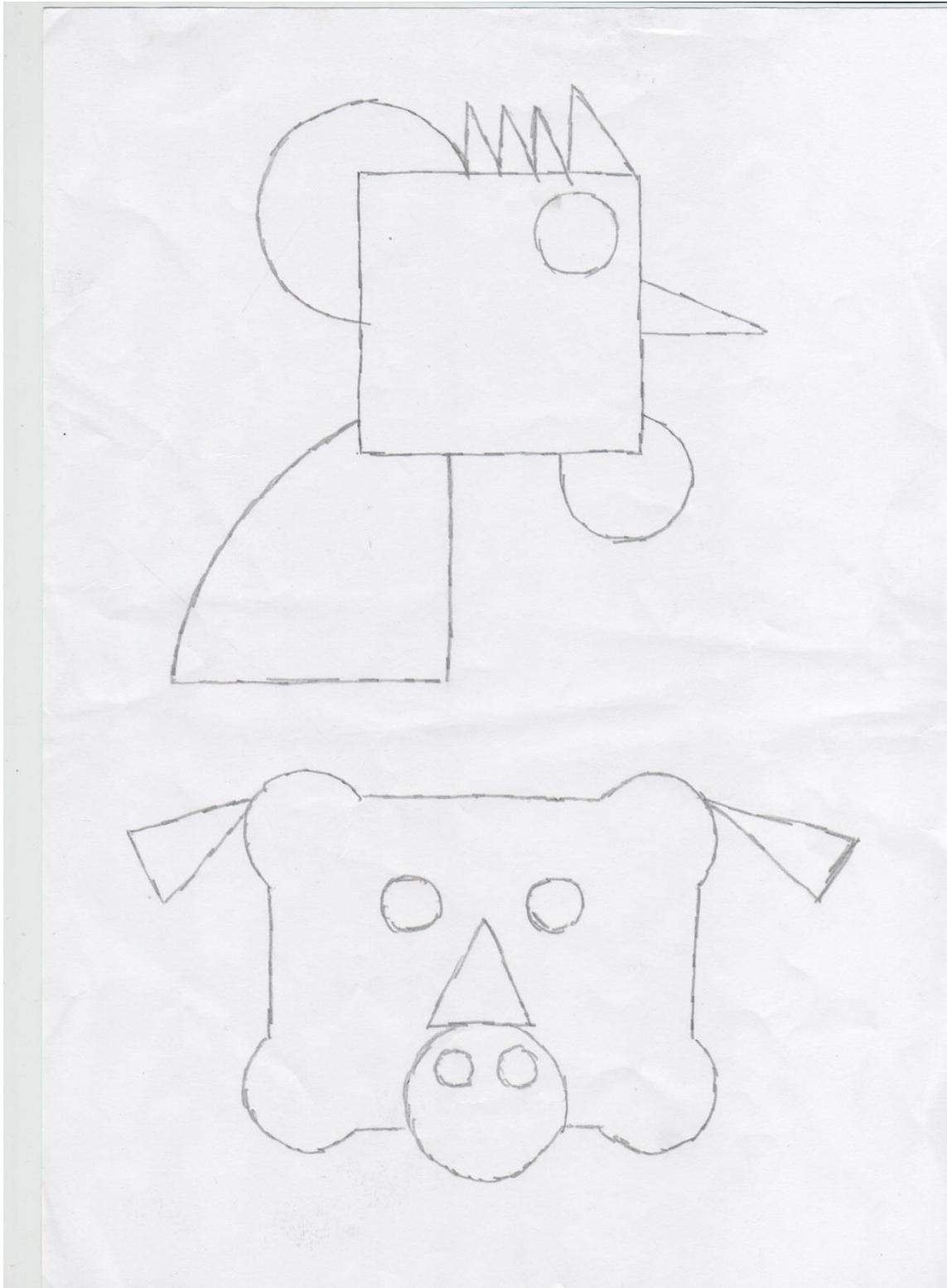


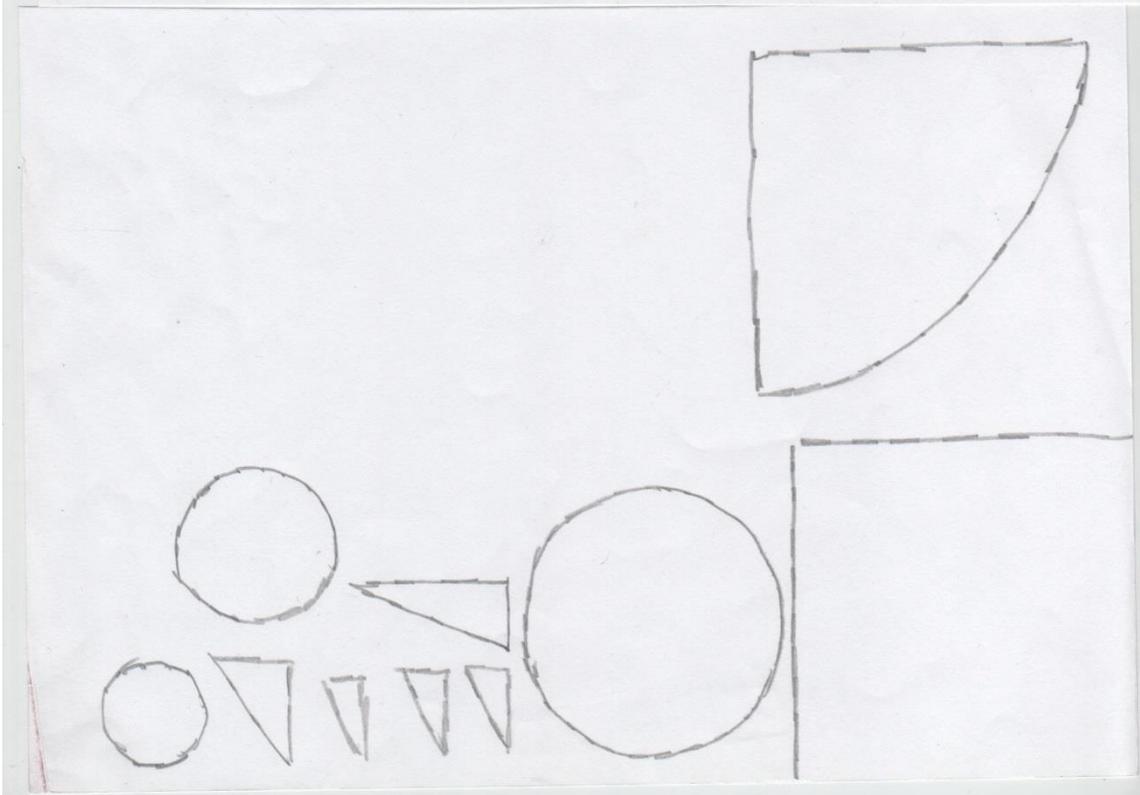
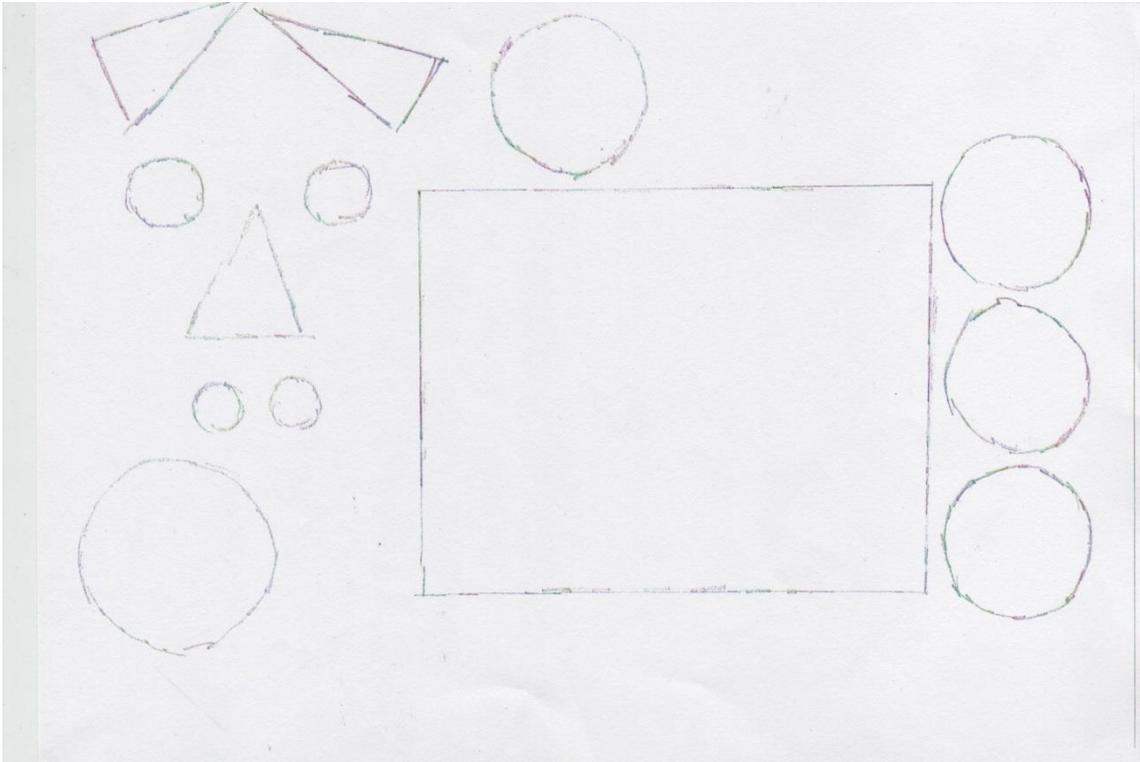
Anexo 2





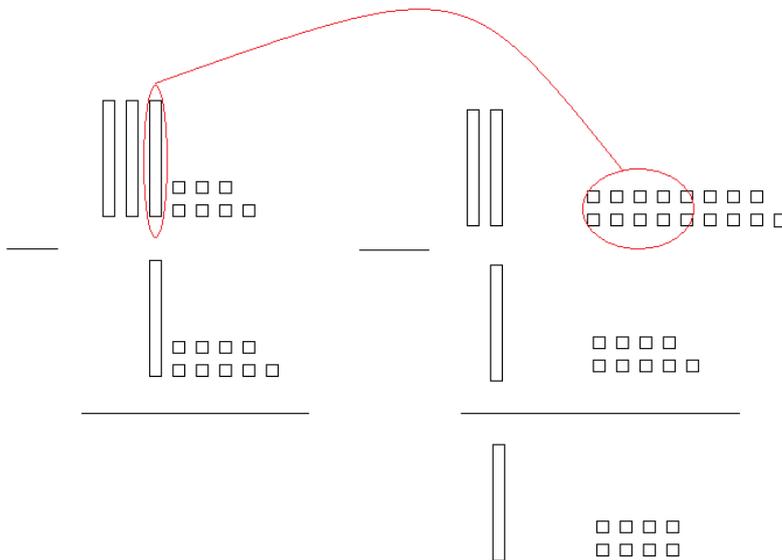
Anexo 3





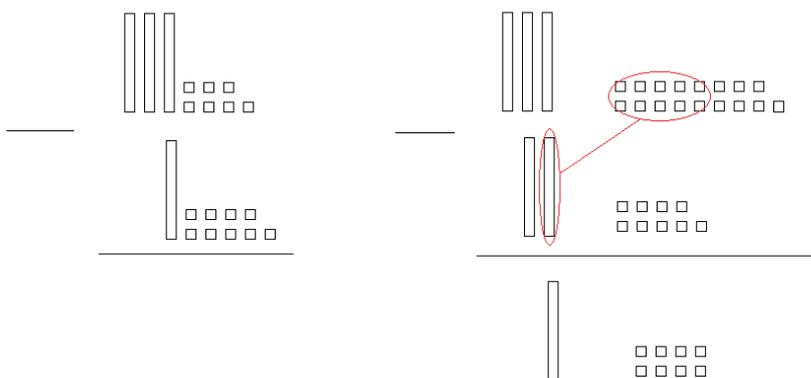
Anexo 4

QUITO UNA



En el minuendo se convierte una decena en diez unidades y se realiza la resta

LLEVO UNA



Se añade una decena en el sustraendo y diez unidades en el minuendo, de manera que se mantenga la igualdad entre ambos términos