

MATEMATIKA

Estíbaliz MARTÍN ORTIZ

ZATIKIEN GARAPENA
OINARRIZKO GAITASUNEN
BIDEZ, LEHEN HEZKUNTZAKO
5.MAILAN

TFG/*GBL* 2014



Facultad de Ciencias Humanas y Sociales
Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea

Grado en Maestro de Educación Primaria
/
Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua
Grado en Maestro en Educación Primaria

Gradu Bukaerako Lana
Trabajo Fin de Grado

ZATIKIEN GARAPENA OINARRIZKO
GAITASUNEN BIDEZ, LEHEN HEZKUNTZAKO
5.MAILAN

Estíbaliz MARTÍN ORTIZ

GIZA ETA GIZARTE ZIENTZIEN FAKULTATEA
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y SOCIALES

NAFARROAKO UNIBERTSITATE PUBLIKOA
UNIVERSIDAD PÚBLICA DE NAVARRA

Ikaslea / Estudiante

Estíbaliz MARTÍN ORTIZ

Izenburua / Título

Zatikien garapena oinarritzko gaitasunen bidez, Lehen Hezkuntzako 5.mailan

Gradu / Grado

Lehen Hezkuntzako Irakasle Gradua / Grado en Maestro en Educación Primaria

Ikastegia / Centro

Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea / Facultad de Ciencias Humanas y Sociales
Nafarroako Unibertsitate Publikoa / Universidad Pública de Navarra

Zuzendaria / Director-a

Aitzol LASA OYARBIDE

Saila / Departamento

Matematika departamentua / Departamento de matemáticas

Ikasturte akademikoa / Curso académico

2013/2014

Seihilekoa / Semestre

Udaberrikoa / Primavera

Hitzaurrea

2007ko urriaren 29ko 1393/2007 Errege Dekretua, 2010eko 861/2010 Errege Dekretuak aldatuak, Gradu ikasketa ofizialei buruzko bere III. kapitulu hau ezartzen du: “ikasketa horien bukaeran, ikasleek Gradu Amaierako Lan bat egin eta defendatu behar dute [...] Gradu Amaierako Lanak 6 eta 30 kreditu artean edukiko ditu, ikasketa planaren amaieran egin behar da, eta tituluarekin lotutako gaitasunak eskuratu eta ebaluatu behar ditu”.

Nafarroako Unibertsitate Publikoaren Haur Hezkuntzako Irakaslearen Graduak, ANECAk egiaztatutako tituluaren txostenaren arabera, 12 ECTSko edukia dauka. Abenduaren 27ko ECI/3857/2007 Aginduak, Haur Hezkuntzako irakasle lanetan aritzeko gaitzen duten unibertsitateko titulu ofizialak egiaztatzeko baldintzak ezartzen dituenak arautzen du titulu hau; era subsidiarioan, Unibertsitatearen Gobernu Kontseiluak, 2013ko martxoaren 12ko bileran onetsitako Gradu Amaierako Lanen arautegia aplikatzen da.

ECI/3857/2007 Aginduaren arabera, Haur Hezkuntzako Irakaslearen ikasketa-plan guztiak hiru modulutan egituratzen dira: lehena, oinarrizko prestakuntzaz arduratzen da, eduki sozio-psiko-pedagogikoak garatzeko; bigarrena, didaktikoa eta diziplinakoa da, eta diziplinen didaktika biltzen du; azkenik, Practicum daukagu, zeinean graduko ikasleek eskola praktiketan lortu behar dituzten gaitasunak deskribatzen baitira. Azken modulu honetan dago Gradu Amaierako Lana, irakaskuntza guztien bidez lortutako gaitasun guztiak islatu behar dituena. Azkenik, ECI/3857/2007 Aginduak ez duenez zehazten gradua lortzeko beharrezkoak diren 240 ECTSak nola banatu behar diren, unibertsitateek ahalmena daukate kreditu kopuru bat zehazteko, aukerako irakasgaiak ezarriz, gehienetan.

Beraz, ECI/3857/2007 Agindua betez, beharrezkoa da ikasleak, Gradu Amaierako Lanean, erakus dezan gaitasunak dituela hiru moduluetan, hots, oinarrizko prestakuntzan, didaktikan eta diziplinan, eta Practicumean, horiek eskatzen baitira Haur Hezkuntzako Irakasle aritzeko gaitzen duten unibertsitateko titulu ofizial guztietan.

Lan honetan, oinarrizko prestakuntzako moduluak bidea eman digu hurren garapen kognitiboa garatzeko eta haurrak Lehen Hezkuntzako etapan dituen ezaugarri kognitiboak kontutan hartzeko. Horrela, Psikologia eta Pedagogia ikasgaiak oso baliagarriak izan dira jardueren diseinurako eta inplikazio psikologikoak eta pedagogikoak aztertzeko, baita marko teorikoa diseinatzeko.

Didaktika eta diziplinako moduluak edukien garapenerako bidea eman digu. Gauzak horrela izanik Matematikaren didaktikak zatikien edukia garatzeko lagungarria izan da.

Halaber, Practicum moduluak lan honen abiapunturako eta ondorioak garatzeko bidea eman digu. Lan hau lan teorikoa izanik, Practicuna lagungarria izan da lan honen ondorio posibleak islatzeko, eskolan bizitako egoera errealak aztertuz.

Beste alde batetik, ECI/3857/2007 Aginduak ezartzen du, Gradua amaitzerako, ikasleek gaztelaniazko C1 maila eskuratuta behar dutela. Horregatik, hizkuntza gaitasun hau erakusteko, hizkuntza honetan idatziko dira “Aurrekariak helburuak eta hipotesiak” eta “Ondorioak” atalak, baita hurrengo atalean aipatzen den laburpen derrigorrezkoa ere.

Laburpena

Nahiz eta zatikien erabilera ohikoa den eguneroko bizitzan, matematikaren esparruan zenbaki oso positiboetatik zenbaki arrazional positiboetara salto egiteak aurrerapauso handia suposatzen du edozien haurrarentzat. Askotan salto honek zailtasun handiak eragiten ditu haurrengan. Lan honetan Lehen Hezkuntzako 5.mailarako egiten den proposamenaren bidez, zailtasun horiek ahal den heinean murriztu nahi dira. Horretarako, matematikak eta zenbaki arrazionalak duten garrantzia aztertu da lehendabizi. Hori kontutan hartuz, hipotesiak planteatu dira. Aldi berean, marko teoriko bat diseinatu da non. Bertatik abiatuz, oinarriko gaitasunak eta Guy Brousseauaren egoera didaktikoen teoria berariazko garrantzia hartuko duten atal praktikoaren garapenerako, jarduera desberdinen proposamenaren bidez egingo dena. Jarraian, proposatzen den metodologiaren inplikazioak aztertu dira eta bukatzeko, proposamenak izango lituzkeen ondorioak jorratzen dira. Azken hauek hasierako hipotesiei jarraituz atera dira.

Hitz gakoak: matematika; zatikiak; oinarriko gaitasunak; zenbaki arrazionalak; Lehen Hezkuntza

Resumen

Aunque el uso de las fracciones es común en la vida diaria, el salto que va de los números enteros positivos a los números racionales positivos supone un gran avance para cualquier niño. Muchas veces este salto genera grandes dificultades en los niños. Mediante la propuesta que se hace en este trabajo para los niños de 5º de Educación Primaria, se quieren reducir estas dificultades en la medida de lo posible. Para ello, en un primer lugar, se ha analizado la importancia de las matemáticas y los números racionales. Teniendo eso en cuenta, se han planteado las hipótesis. Al mismo tiempo, se ha diseñado un marco teórico. Partiendo de ahí, las competencias básicas y la teoría de las situaciones didácticas tendrán gran importancia en el desarrollo de la parte práctica, que se hará mediante la propuesta de diferentes actividades. Seguidamente, se analizarán las implicaciones de la metodología propuesta y para acabar se tratarán las posibles conclusiones de esta propuesta. Estas últimas se han sacado teniendo en cuenta las hipótesis iniciales.

Palabras clave: matemáticas; fracciones; competencias básicas; números racionales; Educación Primaria

Abstract

Although the use of the fractions is common in daily life, the gap that goes from the whole positive numbers to the rational positive numbers supposes a big advance for any children. On many occasions this gap causes a lot of difficulties for the children. Through the proposal made in this project for children of 5th of Primary School, these difficulties would be reduced as much as possible. For that, firstly, the importance of mathematics and rational numbers has been analysed. Taking that into account, the hypotheses have been brought up. At the same time, a theoretical framework has been designed. Continuing from there, the basic competences and the theory of didactical situations will be of great importance in the development of the practical part, which will be done by the proposal of different activities. Then, the involvement of the methodology proposed will be analysed and to finish the possible conclusions of the proposal will be discussed. These last conclusions have been reached by taking into account the initial hypothesis

Keywords: mathematics; fractions; basic competences; rational numbers; Primary Education

Aurkibidea

1. Aurrekariak, helburuak eta hipotesiak	1
2. Marko teorikoa	8
2.1. Eduki matematikoa: zenbaki arrazionalak eta zatikiak	8
2.2. Edukia garatzeko oinarriak	12
2.2.1. Oinarrizko gaitasunak	12
2.2.2. Egoera didaktikoen teoria	20
2.3. Garapen kognitiboa	23
3. Atal praktikoa	26
3.1. Lehenengo jarduera: baserriko animaliak	27
3.2. Bigarren jarduera: ura behar dugu	33
3.3. Hirugarren jarduera: bazkalordua	36
3.4. Laugarren jarduera: Tangrama	39
4. Inplikazio pedagogikoak, psikologikoak edo sozialak	42
Ondorioak	45
Erreferentziak	51

1.AURREKARIAK, HELBURUAK ETA HIPOTESIAK

Gaur egun ukaezina da matematikaren arloak hezkuntzaren esparruan duen garrantzia, ez bakarrik ikasgai bezala lantzen delako, bazik eta oinarrizko zortzi gaitasunetako bat delako. Ikasgai bezala duen garrantzia argi eta garbi ikusten da edozein ikastetxeko ordutegiari begiratu gero: lehen hezkuntzako etapako maila guztietan astean zenbait ordutan zehar lantzen dira. Bestetik, matematikak oinarrizko gaitasuneko bat izateak matematikak bizitzarako ezinbesteko tresna izatea suposatzen du.

“Competencias que preparan para la vida en un sentido amplio, con inclusión de la capacidad de supervivencia, la atención de las necesidades básicas y, en general, la facultad para desenvolverse en las distintas situaciones y contextos sociales en que se suele encontrar el individuo.”

(Farstad, 2004, 7.orr)

Baina, zergatik dute matematikak horrelako garrantzia? Canteroren esanetan (2010) matematikak ezinbestekotzat hartzen dira bi arrazoi nagusiengatik. Alde batetik edozein herritar gizartearen moldatzeko beharrezkoa den oinarrizko prestakuntza matematikoa eskaintzen dutelako. Bestetik ikaslearen prestakuntza intelektuala sustatzen dutelako: arrazoiketa eta komunikazio trebetasunen bidez, problemen ebazpenerako beharrezkoak diren estrategia desberdinen garapenari eta erabileraren bidez eta ikaskuntza emateko beharrezkoa den jarrera positiboa sustatuz.

Nafarroako Curriculumak ere justifikatzen du matematikaren arloa eskolatzeko aldian lantzearen zergatia, matematikak ezinbestekoak diren esparruetan fokua jarritz.

“Matematikari esker, errealitateak lortzen den ezagutza egituratzen ahal da, errealitatea aztertzen ahal da, eta informazio berria erdiesten ahal da errealitatea hobeki ezagutzeko, baloratzeko eta erabakiak hartzeko. Zenbat eta tresna matematiko konplexuagoak erabiltzeko gai izan, orduan eta egoera mota gehiagoren tratamendua egin daiteke eta informazio aberatsagoa lortu. Horregatik, oinarrizko eskolatzeko aldian, Matematikaren

ikaskuntza arlo hori erabiltzeko aukerak ugaltzera bideratu behar da.”

(Curriculum. Lehen Hezkuntza (I. liburukia), 2007, 103.orr)

Momentu honetara arte matematikak bai eskola etapan bai bizitzan duen garrantzia aztertu da. Lan hau, matematikaren esparruaren baita kokatzeaz gain, matematikaren arlo zehatz batean kokatzen da: zenbaki arrazionalak eta zatikiak. Nafarroako Gobernuak, matematika arloari dagokion curriculumean, lehenengo multzoaren barne sartzen ditu zenbaki arrazionalak, zenbakiak eta eragiketei dagokiona. Lan honetan marko teorikoaren atalean aztertuko den bezala, zenbaki arrazionalak lehen hezkuntzako bigarren zikloan landuak izaten hasten dira eta prozesuak Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzara arte iraungo du. Honek agerian uzten du zenbaki arrazionalen garrantzia. Baina ez hori bakarrik. Edozein pertsonaren egunerokotasunean zenbaki arrazionalak erabiltzen dira, askotan zenbaki multzo horri erreferentzia egiten dela konturatu gabe.

Lan honek puntu horretan dauka abiapuntua. Zenbaki arrazionalak eguneroko bizitzan erabiliak dira, konturatu gabe eta gehienetan horiei esanahirik eman gabe. Berrito ere Nafarroako Gobernuak matematikaren arlorako argitaratutako curriculumari erreparatuz gero, esaldi honek arreta deitzen du:

“Zenbakiak kontestu desberdinetan erabili behar dira, eta jakin behar da garatutako prozesuak eta emaitzen *esanahia ulertzea* kalkulurako trebetasunaren aurretik dagoela.” (Curriculum. Lehen Hezkuntza (I. liburukia), 2007, 104.orr)

Ikusten denez bi hitz markatu dira: *esanahia* eta *ulermena*. Horrek arrazoi bat dauka: lan honetan aurrerago ikusiko den bezala, haurrek zenbaki arrazionalak eta zatikiak dagozkien edukiak bereganatzen dituzte, baina horiei inolako esanahirik eman gabe. Hau da, askotan bultzatzen da haurrek eduki matematiko desberdinak prozedura gisa bereganatzea. Pentsatu ahal da modu hori okerra ez dela eta hein batean egia da, azken batean edukiak prozedura gisara edo modu mekaniko batean bereganatzeak asko errazten ditu gauzak. Arazoak datoz eduki matematiko horiek zuzenean prozedura gisara transmititzen direnean, prozedura horri inolako esanahirik eman gabe. Goian aipatutako esaldi horren arabera esanahiak prozeduren gainetik daude,

baina errealitatea da askotan, agian erosotasunarengatik, eduki matematiko bat barneratzeko beharrezkoa den prozesu guztia saltatzen da zuzenean prozedura (hau da, algoritmorra) pasatuz. Modu honetan, eduki matematiko hori ulertzeko beharrezkoa den prozesua alde batera uzten da, esanahia ere alde batera utziz.

Ohikoa da ikustea nola urtez – urte ikasleek arazoak izaten dituzten zatikiekin. Lan honetan zera aztertuko da: ikasleek zenbaki arrazionalak eta zatikiak barneratzeko orduan izaten dituzten zailtasunen jatorria eta zergatia. Modu honetan eta hau abiapuntu gisa harturik, zatikiak lantzeko proposamen bat egingo da non, besteak beste, zatikien esanahi desberdinak jorratuko diren. Aldi berean ikaslea muina izango da, ahal den neurrian ezagutza bere kabuz bereganatzea sustatuz eta haurrak haren adierazpen propioak garatzera bultzatuz. Proposamena garatzerako orduan bi oinarri nagusi hartuko dira: Guy Brousseauaren Egoera Didaktikoen Teoria eta oinarrizko gaitasunak. Hauek ezinbestekotzat joko dira, alde batetik haurrak bere ezagutza eraikitzea lagunduko dutelako eta bestetik zatiki eta zenbaki arrazionalen ikuspegi hurbilago eta errealago bat emango diotelako haurrari. Guzti hau haurraren garapen kognitiboa kontutan hartuz egingo da.

Aurretik aipatutako guztia kontutan hartuz lan honen helburu nagusia da marko teorikoan garatutako teoria zatikien irakaskuntzan aplikatzea, horren gaineko ikaskuntza-irakaskuntza prozesuak diseinatzeko.

Aldi berean, lan honek ere beste helburu bi helburu dauzka. Bigarren helburua planteatutako ikaskuntza-irakaskuntza prozesuen bitartez haurrak zatikien ulermenean laguntzea da. Hirugarren helburua oinarrizko gaitasunak matematikaren bitartez garatzea da.

Helburu horiek kontutan harturik, hipotesi desberdinak sortzen dira lan honetan planteatzen den teoriaren aplikazioaren inguruan. Lehenengo hipotesia da zatikien irakaskuntza ikuspuntu algoritmikoan zentratzeak haurrek eduki eta prozedura desberdinen artean harremanik ez ezartzea prozedura eta edukiei esanahirik ez ematea eragiten du.

Bigarren hipotesia honako hau da: zatiki eta zenbaki arrazionalekin ematen diren egoera desberdinak irudikatzea eta adieraztea edukia haurrari hurbiltzen dio, haren ulermena erraztuz.

Hirugarren hipotesia ondorengoa da: zatikiak testuinguru desberdinetara aplikatu ahal izateko, hurrek zatikiek izan ohi dituzten esanahi desberdinak ezagutu behar dituzte.

Laugarren hipotesia proposatzen diren egoerak testuinguratzean zentratzen da: egoera desberdinak haurrarentzako hurbila den testuinguru batean kokatzeak, hau da, egoera haurraren egunerokotasunean kokatzeak, egoera ulertzeko gaitasuna handitzen du.

Bosgarren eta azkeneko hipotesiak oinarritzko gaitasunekin lotzen da: oinarritzko gaitasunek haurra lagunduko dute zatikiei esanahia emateko prozesuan.

ANTECEDENTES, OBJETIVOS E HIPÓTESIS

Hoy en día es innegable la importancia que tiene el área de las matemáticas en la educación, no solo porque se trabaja como asignatura, sino porque es una de las ocho competencias básicas. La importancia que tiene como asignatura queda a la vista observando el horario de cualquier centro educativo: se trabajan durante varias horas a la semana en todos los cursos de la etapa de educación primaria. Por otra parte, que las matemáticas sean una de las competencias básicas supone que las matemáticas sean una herramienta indispensable para la vida.

“Competencias que preparan para la vida en un sentido amplio, con inclusión de la capacidad de supervivencia, la atención de las necesidades básicas y, en general, la facultad para desenvolverse en las distintas situaciones y contextos sociales en que se suele encontrar el individuo.”

(Farstad, 2004, pag.7)

Pero, ¿Por qué tienen las matemáticas tanta importancia? En palabras de Cantero (2010), las matemáticas son indispensables por dos razones. Por un parte, porque ofrecen la formación matemática necesaria para que cualquier ciudadano se adapte a la sociedad. Por otra parte, porque estimulan la formación intelectual del alumno

mediante: estrategias de razonamiento y comunicación, el desarrollo y uso de las estrategias necesarias para la resolución de problemas e impulsando la actitud positiva necesaria para que se dé el proceso de aprendizaje.

El Currículo de Navarra también justifica el porqué de trabajar las matemáticas durante el periodo escolar, haciendo hincapié en los aspectos donde las matemáticas son imprescindibles.

“Matematikari esker, errealitatetik lortzen den ezagutza egituratzen ahal da, errealitatea aztertzen ahal da, eta informazio berria erdiesten ahal da errealitatea hobeki ezagutzeko, baloratzeko eta erabakiak hartzeko. Zenbat eta tresna matematiko konplexuagoak erabiltzeko gai izan, orduan eta egoera mota gehiagoren tratamendua egin daiteke eta informazio aberatsagoa lortu. Horregatik, oinarrizko eskolatzeko aldian, Matematikaren ikaskuntza arlo hori erabiltzeko aukerak ugaltzera bideratu behar da.”

(Curriculum. Lehen Hezkuntza (I. liburukia), 2007, 103.orr)

Hasta este momento se ha analizado la importancia de las matemáticas tanto en el periodo escolar como en la vida. Este trabajo, además de situarse dentro del ámbito de las matemáticas, se sitúa en un campo concreto: los números racionales y las fracciones. El Gobierno de Navarra, en el currículo correspondiente al ámbito de las matemáticas, incluye los números racionales en bloque número 1, correspondiente a los números y operaciones. Tal y como se analizará en el marco teórico de este trabajo, los números racionales se empiezan a trabajar en el segundo ciclo de la educación primaria y el proceso durará hasta la Educación Secundaria Obligatoria. Esto deja a la vista la importancia de los números racionales. Pero no solo eso. Los números racionales son utilizados en el día a día de cualquier persona, muchas veces sin ser conscientes de ello.

Este trabajo tiene ahí su punto de partida. Los números racionales son utilizados en el día a día, sin ser conscientes y en la mayoría de los casos sin dotarlos de significado. Observando de nuevo el currículo establecido por el Gobierno de Navarra para el campo de las matemáticas, llama la atención la siguiente frase:

“Zenbakiak kontestu desberdinetan erabili behar dira, eta jakin behar da garatutako prozesuak eta emaitzen *esanahia ulertzea* kalkulurako trebetasunaren aurretik dagoela.” (Curriculum. Lehen Hezkuntza (I. liburukia), 2007, 104.orr)

Como se puede observar, se han resaltado dos palabras: *esanahia* (es decir, significado) y *ulermena* (es decir, comprensión). Ésto tiene una razón: tal y como se podrá comprobar más adelante en este trabajo, los niños interiorizan los contenidos correspondientes a los números racionales y las fracciones, pero sin dotarlos de significado alguno. Es decir, muchas veces se promueve que los niños interioricen diferentes contenidos matemáticos a modo de procedimiento. Se puede pensar que ese modo no es incorrecto y en parte es cierto, ya que al fin y al cabo interiorizar los contenidos a modo de procedimiento o de un modo mecánico facilita mucho las cosas. Los problemas surgen cuando dichos contenidos matemáticos son transmitidos directamente de un modo procedimental, sin dotar al procedimiento de ningún tipo de significado. Según la frase arriba mencionada, los significados están por encima de los procedimientos, pero la realidad es que muchas veces, quizás por comodidad, se salta todo el proceso necesario para interiorizar un contenido matemático, pasando directamente al procedimiento (ésto es, al algoritmo). De esta manera, se deja de lado el proceso necesario para entender dicho contenido matemático, y por tanto también el significado.

Es común observar cómo año tras año los alumnos tienen problemas con las fracciones. En este trabajo se analizará esta cuestión: el origen y el porqué de las dificultades que tienen los alumnos a la hora de interiorizar los números racionales y las fracciones. De esta manera y teniendo ésto como punto de partida, se realizará una propuesta para trabajar las fracciones donde, entre otros aspectos, se trataran los distintos significados de las fracciones. Al mismo tiempo el alumno será el protagonista, impulsando en la medida de lo posible que él interiorice el conocimiento por sí mismo y animándole a que desarrolle sus propias representaciones. A la hora de desarrollar la propuesta se tendrán en cuenta dos bases fundamentales: la Teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau y las competencias básicas. Estas serán imprescindibles ya que por un lado ayudaran al niño a crear su conocimiento y por

otro por que le darán al niño un punto de vista más cercano y real de las fracciones y los números racionales. Todo ello se realizará teniendo en cuenta el desarrollo cognitivo del niño.

Teniendo en cuenta lo anteriormente mencionado, el principal objetivo de este trabajo es aplicar la teoría desarrollada en el marco teórico para el diseño de procesos de aprendizaje y enseñanza en la enseñanza de las fracciones.

Al mismo tiempo, este trabajo tiene otros dos objetivos. El segundo objetivo es ayudar al niño en la comprensión de las fracciones mediante los procesos de aprendizaje y enseñanza planteados. El tercer objetivo es desarrollar las competencias básicas mediante las matemáticas.

A partir de esos objetivos, surgen distintas hipótesis sobre la aplicación de la teoría planteada en este trabajo. La primera hipótesis es que centrar la enseñanza de las fracciones en un punto de vista algorítmico y no establecer relaciones entre los diferentes procedimientos conlleva que no se dote de significado a los contenidos.

La segunda hipótesis es la siguiente: representar las diferentes situaciones en las que aparecen las fracciones y los números racionales, acerca el contenido al niño, facilitando su comprensión.

La tercera hipótesis es la siguiente: para poder aplicar las fracciones a diferentes contextos, es necesario que los niños conozcan los diferentes significados que puedan tener.

La cuarta hipótesis se centra en los diferentes contextos propuestos: ubicar las diferentes situaciones en un contexto cercano al niño, esto es, ubicar la situación en el día a día del niño, aumenta la capacidad de entender la situación.

La quinta y última hipótesis tiene relación con las competencias básicas: las competencias básicas ayudarán al niño en el proceso de dotar de significado a las fracciones.

2. MARKO TEORIKOA

2.1. Eduki matematikoa: zenbaki arrazionalak eta zatikiak

Gure eguneroko bizitzan ohikoa da halako esapideak entzutea: “pizzaren erdia jan dut afaltzeko”, “ordu laurden baten buruan elkartuko gara”. Gure bizitzaren parte dira zatikiak eta bidez batez ere zenbaki arrazionalak. Hala ere, nahiz eta gure bizitzaren parte izan, haur askok zailtasunak izaten dituzte hauek ulertzeko.

“La práctica y el discurso que se pone en juego con los numeros racionales suponen un salto importante en la manera de pensar y usar los numeros que origina dificultades a muchos alumnos.” (Godino, 2004, 223.orr)

Hau da, zenbaki arrazionalak (eta, ondorioz, zatikiak) aurrerapauso bat suposatzen dute haurrak matematikaren esparruan momentu horretaraino izan duen esperientzietan:

“Los numeros racionales son el primer conjunto de experiencias numéricas de los niños que no están basadas en los algoritmos de recuento como los números naturales.” (Godino, 2004, 223.orr)

Guzti honek agerian uzten du lehen aipatutako pentsatzeko moduan emandako aldaketa nondik datorren, zenbaki arrazionalak suposatzen baitute zenbakien esparrua zabaltzea eta ohiko zenbaketa algoritmoetatik aldentzea.

Beraz, kontutan hartu behar da Lehen Hezkuntzako etapan salto bat ematen dela, zenbaki arruntetatik zenbaki arrazional positiboetara pasatzen baita. Salto hori egiterako orduan, haurrak oztopo ontogeniko bat topa dezake. Chamorrok (2003) dionez, oztopo ontogenikoak subjektuaren garapen neuro-fisiologikoarekin lotuak daude, hau da, haurraren garapen kognitiboarekin lotzen dira eta saihestu ezinak dira.

Zenbaki arruntetatik zenbaki arrazionaletara pasatzeak oztopo epistemologikoak ere dakartza. Oztopo epistemologikoak honakoak dira:

“Están estrechamente ligados al saber matemático. La construcción del conocimiento matemático se enfrenta y se apoya en ellos. El proceso de aprendizaje que llevan a cabo los alumnos pasa por situaciones en las que, necesariamente, se encuentran con ellos.” (Chamorro, 2003, 53.orr)

Hau da, zenbakien multzoa hedatzerakoan sahiestu ezinezko oztopo epistemologikoari egin beharko zaio aurre. Oztopo epistemologiko horren eraginez, hainbat fenomeno didaktiko gertatuko dira, esate baterako, zenbaki arrazionalen kasuan, haurrak zenbaki arrunten arauak aplikatuko dizkie zenbaki arrazionalari. Chamorro (2003) deskribatzen dituen oztopoen artean oztopo didaktikoak ere badaude, lan honetan aurrerago azalduko direnak.

Garrantzitsua da hurrek eta ikasleek aurrera egin behar duten oztopoak ezagutzea, izan ere eta aurrerago azalduko den bezala, hurrek eta ikasleek egin ohi dituzten erroreak oztopo hauetan oinarria dute:

“Se establece, pues, una estrecha conexión entre cierto tipo de errores y la constitución de obstáculos.” (Chamorro, 2003, 52.orr)

Dena den, oso garrantzitsua da aipatzea lan honetan oztopoei erreferentzia egiterako orduan Chamorro (2003) hartu dela erreferentzia gisa, baina, jatorriz, kontzeptu hau Brousseauri esleitzen zaio (bai oztopoak baita oztopo desberdinak ere).

Lan honetan, momentu honetara arte, zenbaki arrazional eta zatikien inguruan mintzatu da, baina ez da aipatu zer nolako harremana dagoen bi horien artean. Horretarako, Haylockek (2001) zenbaki arrazionalak definitzeko proposatzen duen definizioa hartuko da erreferente:

“The rational number derives from the idea that a fraction represents a ratio. The technical definition of a rational number is any number that is the ration of two integers” (Haylock, 2001, 141.orr)

Ondorioz eta hitz gutxitan esanda, zenbaki arrazionalak zatiki moduan adieraz daitezkeen edozein zenbaki dira.

Zenbaki arrazionalen ikaskuntza-irakaskuntzari dagokionez, Chamorro (2003) bi zailtasun aipatzen ditu. Alde batetik, testuinguru anitzekin lotuta daude, eta, bestetik, modu desberdinetan adierazi daitezke (ehunekoetan, zenbaki hamartarretan, e.a).

Zatikien inguruan hitz egiterako orduan, kontutan hartu behar da haien lanketa ez dela Lehen Hezkuntzako ziklo edo maila batera mugatzen. Orokorrean, Lehen Hezkuntzatik Bigarren Hezkuntzara doan prozesu baten hasieran kokatzen gara:

“El inicio del trabajo con las fracciones en Primaria es la introducción a un nuevo mundo matemático para los alumnos que les va a llevar al desarrollo de una manera de pensar sobre las comparaciones relativas que se concretan en las situaciones de proporcionalidad al final de la Educación Primaria y al inicio de la Educación Secundaria.” (Chamorro, 2003, 188.orr)

Nafarroako Lehen Hezkuntzako curriculum (2007) aztertuz gero ikus daiteke zatikien lanketa bigarren zikloan hasten dela eta ezagutza hau hirugarren ziklora ere zabaltzen dela, landutako edukiak sakonduz. Horrela, esan daiteke Lehen Hezkuntzako bigarren zikloaren helburua zenbaki hamartarrei eta zatikiei hurbiltzea dela eta hirugarren zikloan, aldiz, hauetan sakontzea, zenbaki hamartarrak, zatikiak eta portzentajeak haien artean erlazionatuz.

Ondorioz, Chamorrok (2003) adierazten duen bezala, Lehen Hezkuntzako helburua ikur eta eskakizun kognitibo berriekin trebatzea da. Hau lortzeko, zatikiak irakasteko beharrezkoa da ikuspuntu algoritmikotik aldentzea, zatikiekin kalkulua egitera mugatzen dena. Egia da ikuspuntu honek zatikiak irakasteko modu erraz bat ematen duela baina Godinoren (2004) arabera ikuspuntu honek bi arrisku ditu. Alde batetik algoritmo hauek ez dute bide ematen ez eragiketen esanahian pentsatzera, ez zergatik funtzionatzen duten pentsatzera, eta, bestetik, momentuan ikaslearen partetik ikusten den menperatzea epe motzean desagertzen da. Ondorioz, kontutan izanik zatikiak etapa askotan lantzen direla, ikuspuntu algoritmikoa ez da egokiena zatikien eta zenbaki arrazionalen inguruan ikaskuntza esanguratsua lortu nahi badugu.

Zenbaki arrazionalak eta zatikiak eduki gisa garatzerako orduan bi alderdi hartu behar dira kontatutan: zatikiak izan ditzaketen esanahia eta adierazteko modu desberdinak.

Castrok (2008) honela definitzen ditu zatikiak: “par ordenado de números enteros con la condición de que el segundo número sea distinto de cero”. Gainera, gehitzen du: “la expresión que se utiliza mayoritariamente para representar la fracción es a/b donde $b \neq 0$, y se denomina a a numerador y a b denominador de la fracción”.

Definizio honetatik abiatuz, Castrok (2008) zatikien lau esanahi proposatzen ditu: osotasunaren zatiak (*parte de un todo*), osoen zatidura (*cociente de enteros*), arrazoia (*razón*) eta eragilea (*operador*). Osotasunaren zatiei dagokionez, a/b adierazpena

osotasun bat ordezkatzeko du, non osotasuna b zatitan banatu den eta a zatia hartu diren. Osoen zatidurari dagokionez, a/b a eta b ren osoen zatidura adierazten du, hau da, kasu honetan zatikia zatiketa baten adierazlea bihurtzen da. Arrazoietan a/b bi multzoen arteko harremana adierazten du. Bukatzeko, zatikiak eragile bezala hartzen duen esanahia da hasierako egoera bat aldatzea bukaerako egoera bat lortzeko.

Aldi berean, zatikiak adierazteko modu desberdinak daude, hala nola, zenbaki hamartarrak eta ehunekoak eta hauek adierazteko eredu desberdinak. Lehenengo eredu lineala da, non zatikiak edota zenbaki hamartarrak zuzen batean kokatzen diren. Eredu hau zatikiaren ideia abstraktuarekin eta ordenarekin lotzen da. Bigarrena azalera-eredua da. Honen arabera azalera jakin bat unitatea da, nahi den zatitan banatzen dena. Azkenekoa multzoen eredu da. Kasu honetan, eredu diskretu bat da aukera desberdinak ematen dituen, hala nola, osotasun baten zatia hartuz edota ezaugarri desberdinak dituen multzo bat hartuz (esate baterako, arrazoiak adierazpenerako).

Hau guztia kontutan izanik lan honetan proposatzen da zenbaki arrazionalen ikuspuntu integratu bat, zenbaki arrazionalen inguruko ulermena errazteko asmoz.

“La comprensión de los números racionales será mejor en la medida en que las diferentes formas de verlos estén relacionadas” (Chamorro, 2003, 199.orr)

Lortu nahi da haurrak zatikiaren esanahi desberdinak ezagutzeko, bereganatuz eta haien artean harremanak ezarriz zatiki eta zenbaki arrazionalen gaineko ulermena bereganatzea, hauek adierazteko baliabide desberdinen bidez.

“La comprensión está vinculada al establecimiento de conexiones entre diferentes representaciones internas de conceptos [...] las conexiones entre representaciones internas se pueden estimular mediante la construcción de conexiones entre las correspondiente representaciones externas” (Chamorro, 2003, 199.orr)

Bidez batez, zatikiak adierazteko modu desberdinak elkarren artean harremanetan jartzeak barne adierazpenen arteko konexioak sustatuko ditu (Chamorro, 2003).

Hau da, nahiz eta zatikiak eta zenbaki arrazionalak aurkezteko modu desberdinak egon, hurrek haien adierazpen propioak garatzea bultzatu eta sustatu behar da, baita adierazpen propio horien artean lotura ezartzera ere. Egia da modu desberdinak daudela zatikiak adierazteko eta ikasleek horiek ezagutu behar dituztela haien bizitzan zehar eta bizitza akademikoan zehar adierazpen horiekin aurkituko direlako, baina ezin da ahaztu hurrek haien esanahi propioak eraiki behar dituztela. Ondorioz, beharrezkoa suertatzen da ikasleetan haien zatiki eta zenbaki arrazionalen adierazpen propioen eraikuntza sustatzea. Gainera adierazpen estereotipatuen arrisku nagusietako bat oztopo didaktikoak dira. Chamorroren arabera (2003) oztopo didaktikoak irakasleak edota hezkuntza sistemak hartutako erabakien ondorioz sortzen dira. Zatikien adierazpenei dagokionez editorialek sustatzen dituzten adierazpenak izan daitezke mota honetako oztopoak.

2.2. Edukia garatzeko oinarriak

Edukia garatzeko orduan, lan honek bi oinarri nagusi ditu. Alde batetik, oinarrizko gaitasunak eta, bestetik, Guy Brousseauk (2007) proposatutako Egoera didaktikoen teoria.

2.2.1. Oinarrizko gaitasunak

Lan honen oinarrietako bat oinarrizko gaitasunak dira. Oinarrizko gaitasunen garrantzia ulertzeko, Espainia mailan egondako lege aldaketetako batean kokatzea beharrezkoa da, LOGSEtik (Ley Orgánica General del Sistema Educativo) LOErakoa (Ley Organica de Educación) hain zuzen ere. Bi legeen artean desberdintasun ugari daude baina lan honetan garrantzia hartzen duen desberdintasun nagusietako bat oinarrizko gaitasunei dagokiona da: batean (LOGSEn) oinarrizko gaitasunei erreferentziarik ez dago eta bestean (LOEn), aldiz, legearen irizpide nagusietako bat bihurtzen dira.

LOGSEri begirada bat emanez ikus daiteke lege hau prozeduretan oinarritzen dela:

“c) Aplicar a las situaciones de su vida cotidiana operaciones simples de cálculo y procedimientos lógicos elementales” (BOE Núm.238, 1990, 28927.orr).

“c) Utilizar en la resolución de problemas sencillos los procedimientos oportunos para obtener la información pertinente y representarla mediante códigos, teniendo en cuenta las condiciones necesarias para su solución.” (BOE Núm 152, 1991, 21192.orr)

Hau da, LOGSEren oinarria da ikasleek prozedurak bereganatzea, esanahiari garrantzirik eman gabe.

LOEk hau aldatzen du oinarrizko gaitasunen txertaketaren bidez. Ez dira bakarrik prozedurak, baizik eta prozedura horiei eta eduki horiei esanahia ematea.

“La incorporación de competencias básicas al currículo permite poner el acento en aquellos aprendizajes que se consideran imprescindibles, desde un planteamiento integrador y orientado a la aplicación de los saberes adquiridos” (BOE Núm. 293, 2006, 43058.orr)

“En segundo lugar, permitir a todos los estudiantes integrar sus aprendizajes, ponerlos en relación con distintos tipos de contenidos y utilizarlos de manera efectiva cuando les resulten necesarios en diferentes situaciones y contextos” (BOE Núm. 293, 2006, 43058.orr)

Beraz, kontutan izanik lan honek zenbaki arrazionalak esanahia ematea bilatzen duela, oinarrizko gaitasunak ezinbestekoak suertatzen dira. Ondorioz, proposatzen diren jarduerak oinarrizko gaitasun desberdinak integratuko dituzte zenbaki arrazionalak lantzeko orduan. 1513/2006 errege dekretuak ezartzen dituen oinarrizko 8 gaitasunak landuko dira: hizkuntza bidez komunikatzeko gaitasuna, matematikarako gaitasuna, mundu fisikoa ezagutzeko eta harekin elkarreraginean aritzeko gaitasuna, informazioaren tratamendua eta gaitasun digitala, gaitasun soziala eta herritartasuna, arte eta kultur gaitasuna, ikasten ikasteko gaitasuna eta autonomia eta ekimen pertsonala.

Hizkuntza bidez komunikatzeko gaitasuna honela definitzen du Nafarroako Curriculumak:

“Gaitasun hau hizkuntza ahoz eta idatziz komunikatzeko, errealitatea irudikatu, interpretatu eta ulertzeko, ezagupenak osatu eta komunikatzeko

eta pentsamendua, emozioak eta portaera antolatu eta autoerregulatzeko tresna gisara erabiltzeari dagokio.” (Curriculum. Lehen Hezkuntza (I. liburukia), 2007, 24.orr)

Aldi berean eta matematikaren arloari dagokionez Nafarroako Gobernuak finkatutako curriculumari begiratzuz gero, gaitasun hau matematikaren bidez nola garatzen den zehazten du:

“Alde batetik, hizkuntza matematikoaren funtsezkoa ohiko adierazpideari eranstea eta zehatz erabiltzea. Beste alde batetik, arrazoitzeak eta prozesuak hitzez deskribatzeari lotutako edukiak dira nabarmentzekoak. Adierazpenari bezala besteen azalpenak entzuteari bidea eman nahi zaio, horrek ulermena, espiritu kritikoa eta komunikaziorako trebetasunak hobetzen baititu.” (Curriculum. Lehen Hezkuntza (I. liburukia), 2007, 106.orr)

Hau da, hizkuntza bidez komunikatzeko gaitasuna errealitatean ematen diren egoerak azaltzea da. Azalpen prozesu hori ahoz edo idatziz eman daiteke eta egoera desberdinen interpretazioan eta ulermenean lagunduko du.

Lan honetan modu desberdinetan garatuko da oinarrizko gaitasun hau. Alde batetik jarduera asko edo gehienak taldean burutuko dira, komunikazioa beharrezkoa izanik. Bestetik, jarduera guztietan 2.3.1.atalean garatzen den Egoera Didaktikoen Teoria aplikatuko da, formulazio fasean akzio fasean lortutakoaren komunikazioa beharrezkoa izanik. Modu honetan hizkuntza bidez komunikatzeko gaitasunak dagokion edukia ulertzeko eta interpretatzeko bide bat emango die ikasleei.

Matematikarako gaitasuna definitzeko, Nafarroako Lehen Hezkuntzako Curriculumean ageri den parrafoetako bat hartuko da irizpide gisa.

“Gaitasun hau ondoko hauei dagokie: zenbakiak erabili eta erlazionatzeari, haien arteko oinarrizko eragiketak eta arrazoibide nahiz adierazpen matematikoaren motak erabiltzeari, bai informazio mota desberdinak sortu eta interpretatzeko, bai errealitatearen alderdi kuantitatiboetara eta espazialei

buruzko ezagutza handitu eta eguneroko bizitzako eta lan munduko arazoak konpontzeko.” (Curriculum. Lehen Hezkuntza (I. liburukia), 2007, 26.orr)

Lan hau matematikaren esparruan kokatuta egonik, gaitasun honek berariazko garrantzia hartzen du. Azken finean, ezin da alde batera utzi oinarria eduki matematiko bat lantzea dela. Ondorioz, gaitasun hau atal praktikoan planteatuko diren jarduerak guztietan agertuko da.

Horrela, atal praktiko horretan garatutako jarduerak egunerokotasunean aurkitu daitezkeen jarduerak izanik, haurrei matematikak haien egunerokoan aurkitu ditzaketen arazoei aurre egiteko baliagarriak direlaren zentzua emango die. Nolabait esateko, matematikaren gaitasuna haien eguneroko bizitzan beharrezkoa delaren sentzazioa emango die, esate baterako zenbait arazoei aurre egiterako orduan, matematikak ikasgai hutsa direlaren esparrutik aldentuz.

Definizioari jarraituz ere, matematikaren gaitasuna zenbakien erabilpenaren bidez ere lantzen dela ikus daiteke, zenbaki osoen eta zenbaki arrazional positiboaren arteko harremana ezarriz eta zenbaki desberdinen artean orotariko eragiketak eginez.

Mundu fisikoa ezagutzeko eta harekin elkarreaginean aritzeko gaitasuna ere landuko da.

“Beraz, gaitasun honen osagaia da bizitza eta giza-jarduna garatzen direneko espazio fisikoa, bai eskala handian, bai ingurune hurbilean, egoki hauteman eta inguruko espazioarekiko interakzioak izateko trebetasuna: bertan higitu eta objektuak eta haien kokapena barne hartzen dituzten arazoak konpondu.” (Curriculum. Lehen Hezkuntza (I. liburukia), 2007, 27.orr)

Hau da, mundu fisikoa ezagutzeko eta harekin elkarreaginean aritzeko gaitasunak gizakiaren (kasu honetan haurren) ingurune hurbilarekin ematen diren elkarreaginean et hautemateak hartzen ditu barne. Ingurune hurbil horretan gizakiak (edo haurrak) haren bizitza garatuko du.

Gaitasun honek matematikarekin daukan lotura argi eta garbi zehazten da Nafarroako Gobernuak Lehen Hezkuntzarako argitaratutako curriculumean. Bertan, pentamendu matemamatikoa garatzea paragrafo honetan deskribatzen den gaitasun honi laguntza ematen diola zehazten du, ingurunearen ulermen eta deskribapen egokioago bat ahalbidetzen baitu.

Hau kontutan hartuz, mundu fisikoa ezagutzeko eta harekin elkarreraginean aritzeko gaitasuna atal praktikoan proposatuko diren jarduera guztietan landuko da, izan ere jarduerak eskolaz kanpoko ingurune batean burutuko dira. Gaitasun hau garatzeak zatikien inguruko nozio osatuago bat eraikitzen lagunduko die haurrei, zatikiak haien ingurune hurbilean eta egunerokotasunean aurki daitezkeela ohartuz. Gainera zatikien edukiaren garapenerako ingurune hurbil horrekin era askotariko interakzio desberdinak burutu beharko dituzte planteatuko diren arazoei aurre egin ahal izateko.

Informazioaren eta gaitasun digitalaren gaitasuna ere garatuko da lan honetan. Nafarroako curriculumaren arabera, honela definitzen da gaitasun hau:

“Gaitasun hau informazioa bilatu, lortu, prozesatu, komunikatu eta jakintza bihurtzeko trebetasunean datza. Trebetasun batzuk hartzen ditu barne, informazioa bilatzetik hasi eta hura tratatu ondoren euskarri desberdinen bitartez transmititzearekin bukatuta, barne hartuz informazioaren eta komunikazioaren teknologien erabilera, informatu, ikasi eta komunikatzeko funtsezko elementua baita.” (Curriculum. Lehen Hezkuntza (I. liburukia), 2007, 28.orr)

Hau da, gaitasun hau informazioaren interpretazioan eta ikten (informazioaren eta komunikazioaren teknologien) erabileran oinarritzen da. Matematikak ere honen garapenera lagundu dezake. Nafarroako curriculumean ere honen erreferentzia bat aurkitu daiteke. Honen arabera, gaitasun honek “zenbakien erabilerari lotutako trebetasunak ematen ditu” hala nola “zenbakiak adierazteko modu ezberdinen arteko erlazioak, alderaketa edo hurbilketa, horrela kantitateak edo neurriak dituzten informazioak ulertzen lagunduz”. (Curriculum. Lehen Hezkuntza (I. liburukia), 2007, 106.orr)

Guzti hau bat dator lan honetan egingo den proposamenarekin. Atal praktikoan ikusiko den bezala, gaitasun hau modu desberdinetan agertuko da. Alde batetik, haurrek euskarri desberdinetan aurkituko den informazioa interpretatu beharko dute. Bestetik, kasuren batean, baliabide teknologikoren baten erabilpena eskatuko zaie haurrei. Bukatzeko ezin da eta aurretik esan den bezala a/b adierazpenak era askotariko esanahiak izan ohi ditu. Ondorioz, proposatuko zaizkien adierazpenei interpretaziorik egokiena eman behar izango diete.

Gaitasun soziala eta herritartasunari dagokionez, Nafarroako Curriculumak (2007) dio gaitasun honek gizartearen errealitatea ulertzen laguntzen duela, baita lankidetzan aritzen, elkarren artean bizitzen, gizarte anitzaren balore demokratikoen arabera jokatzeko eta gizarte hobetzeko konpromisoa hartzen ere. Hau kontutan hartuz, gaitasun honek parte hartzeko, erabakiak hartzeko, egoera jakinen aurrean jokatu beharreko modu eta erabakien erantzukizuna hartzeko beharrezkoak diren ezagutzak eta trebetasunak biltzen ditu.

Haratago joanez, gaitasun hau matematikaren bidez nola garatzen den ere zehazten du Nafarroako Lehen Hezkuntzako Curriculumak (2007). Horrela, talde lana azpimarratzen du besteen ikuspuntuak onartzen ikasteko bide gisa. Honen adibidea problemen ebazpenerako estrategia pertsonalen erabilera da.

Lan honetan gaitasun hau islatua ikusiko den moduari dagokionez azkeneko bide horretatik dator: talde lana. Proposatuko diren jardueretan lan egiteko modu desberdinak bultzatuko dira, hala nola, talde lana. Hau batez ere haien ideien komunikazioan emango da, non taldean bildurik egonik, haien ideiak azaldu beharko dituzten, baita zenbait adostasunetara heldu ere.

Arte eta kultur gaitasunari dagokionez esan daiteke gaitasun honek arte eta kultur agerpenak ezagutu, baloratu, ulertu eta estimatzeko bide emanten duela. Haratago joanez, bai kultura bai artearen estimazioak arlo desberdinetako zenbait trebetasun eta jarreraren agerpena dakar, hala nola, pentsaerari, pertzeptzioari eta komunikazioari dagozkionak.

“Kultura oro har, eta, bereziki, artea estimatzeak berarekin dakar haren agerpenetara hurbiltzea ahalbidetzen duten trebetasunak eta jarrerak izatea, hala nola horiek ulertu eta baloratzeko eta haiekin hunkitu eta gozatzeko pentsaeraren, pertzeptzioaren eta komunikazioaren arloko trebetasunak eta sentsibilitatea eta estetikaren zentzua izatea.”
(Curriculum. Lehen Hezkuntza (I. liburukia), 2007, 31.orr)

Ustez gerta daiteke gaitasun hau matematikarekin lotzeko zailtasun handiagoak izatea, baina Nafarroako curriculumari (2007) begirada bat botaz gero agerian gelditzen da bien arteko harremana. Honen arabera harreman hau bi aspektutan islatzen da. Lehenkoa, matematika gizartearen garapen kulturalaren lagungarritzat hartzea da. Bigarren aspektua erlazio eta forma geometrikoak jakitea zenbait arte ekoizpenei egiten dieten ekarpena da.

Lan honetan aipatutako lehenkoa aspektuaren bidetik garatuko da arte eta kultu gaitasuna. Matematika kulturaren barne hartuko da kontutan, hau da, ezagutza kulturala garatzeko laguntza gisa. Horrela, jarduera bakoitzaren bukaeran garatuko da gaitasun hau, landutako edukiei esanahi kulturala emanez.

Ikasten ikasteko gaitasuna ere landuko da. Honela definitu daiteke:

“Ikasten ikasteko beharrezkoa da ikasten hasteko trebetasunak izatea, eta baita nork bere helburuen eta beharren arabera gero eta modu autonomoagoan eta eraginkorragoan ikasten jarraitzekoak ere.”
(Curriculum. Lehen Hezkuntza (I. liburukia), 2007, 32.orr)

Honen inplikazioa bi aspektuetan ematen da. Alde batetik, norberaren trebetasun, intelektual, emozional eta fisikoetan. Bestetik, motibazioan, autokonfiantzan eta ikasteko atseginean, hau da, gaitasun pertsonalekiko sentimenduetan.

Gaitasun honek matematikarekin daukan harremanari dagokionez, honako hau da azpimarratzekoa:

“Gaitasun hau garatzeko beharrezkoa da, halaber, arlo honen bidez garrantzia ematea ondokoen inguruko edukiei: autonomia, jarraitutasuna

eta geroz eta konplexuagoak diren egoerei heltzeko ahalegina, sistematizazioa, begirada kritikoa eta norberaren lanaren emaitzak eraginkortasunez komunikatzeko trebetasuna.” (Curriculum. Lehen Hezkuntza (I. liburukia), 2007, 106.orr)

Hau da, matematikak gaitasun honen garapenean laguntzen dute haurrari autonomia, gero eta konplexutasun handiagoa duten egoerei heltzeko ahalegina, edota haren emaitzak eraginkortasunez komunikatzea eskatzen zaionean. Bide honetatik joango da lan honetan gaitasun honek izango duen inplikazioa. Haurrek modu desberdinetan lan egingo dute eta haien esku baliabide desberdinak jarriko dira. Horrela, bakoitzak egokien antzematen dituen baliabideak aukeratu beharko ditu, autonomia sustatuz. Modu honetan haurra ikasten ikasiko du.

Bukatzeko *autonomia eta ekimen pertsonalaren gaitasuna* da aztergai. Nafarroako curriculumaren arabera (2007), gaitasun honek bi osagai ditu. Batetik, balio eta jarrera pertsonal jakinen erabilera eta kontzietzia hartzea. Bestetik, norberak aukeratutako irizpideei jarraituz proiektu eta plan pertsonalak aurrera eramatea, horien erantzukizuna hartuz.

Lan honetan matematikaren ikuspuntutik garatuko da autonomia eta ekimen pertsonalaren gaitasuna. Horrela, Nafarroako curriculumak (2007) problemen ebazpenak plangintzari, baliabideen kudeaketari eta emaitzen balorazioari dagokion aspektuetan finkatzen du matematikak gaitasun honi egiten dion ekarpena. Lan honetan ere bertatik ikusiko da aportazioa: haurrek modu autonomoan burutu beharko dituzten zenbait jarduera, horrek hartzen duen guztiarekin: nola jorratuko duten, zein baliabide erabiliko dituzten etab.

Aipatu behar da momentu honetan hezkuntza lege aldaketa baten aurrean aurkitzen da Nafarroa, Espainiako Gobernuak ezarrita. Honek esan nahi du LOE zaharkitua gelditzen ari dela. Dena den, nahiz eta egoera honen aurrean aurkitu, ezin dira oinarrizko gaitasunak alde batera utzi, izan ere, oinarrizko gaitasunak lehenengo aldiz aipatzen dira 2004ko irailean Unescok (Hezkuntza, Zientzia eta Kulturarako Nazio Batuen Erakundea) Genevan antolaturiko 47. Hezkuntza Konferentzian. Han,

kalitatezko eta ekitatezko hezkuntza baten aldeko aldarria zabaldu zuten garapen-maila ezberdina duten herrialdeetako agintariek. Ondorioz, UNESCO Espainiako gobernuaren gainera dagoen erakundea izanik, ezinezkoa suertatzen da oinarritzko gaitasunak alde batera uztea.

2.2.2. Egoera didaktikoen teoria

2.2. atalean aipatu den bezala, edukia garatzeko orduan kontutan hartuko den bigarren oinarria Guy Brousseauaren (2007) Egoera didaktikoen teoria izango da. Gehiago zehaztuz, Egoera didaktikoen teoria zatikiak lantzeko proposatuko diren jardueren garapenean kontutan hartuko da, egoera bakoitza Brousseauaren teorian oinarrituta egonik.

Egoera didaktikoen teoria zertan datzan ulertzeko bi kontzeptu zehaztu behar dira alde zuzenetan, Brousseauk (2007) egoera eta ingurua deritzonak.

Brousseauk honela deskribatzen du zer den egoera bat:

“Hemos llamado modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina un conocimiento dado, como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable”
(Brousseau, 2007, 16.orr)

Hau da, egoera bat subjektu eta inguru baten arteko elkarreragin eredua da, non inguruak ezagutza jakin bat baldintzatzen duen eta horren bidez subjektuak ezagutza jakin hori lortuko duen. Horrela, ingurua ezagutza lortzeko ezinbestekoa suertatzen da.

“Consideremos un dispositivo diseñado por una persona que quiere enseñar un conocimiento o controlar su adquisición. Este dispositivo comprende un medio material – las piezas de un juego, un desafío, un problema, incluso un ejercicio, una ficha, etc. – y las reglas de la interacción con ese dispositivo, es decir, el juego propiamente dicho”
(Brousseau, 2007, 18.orr)

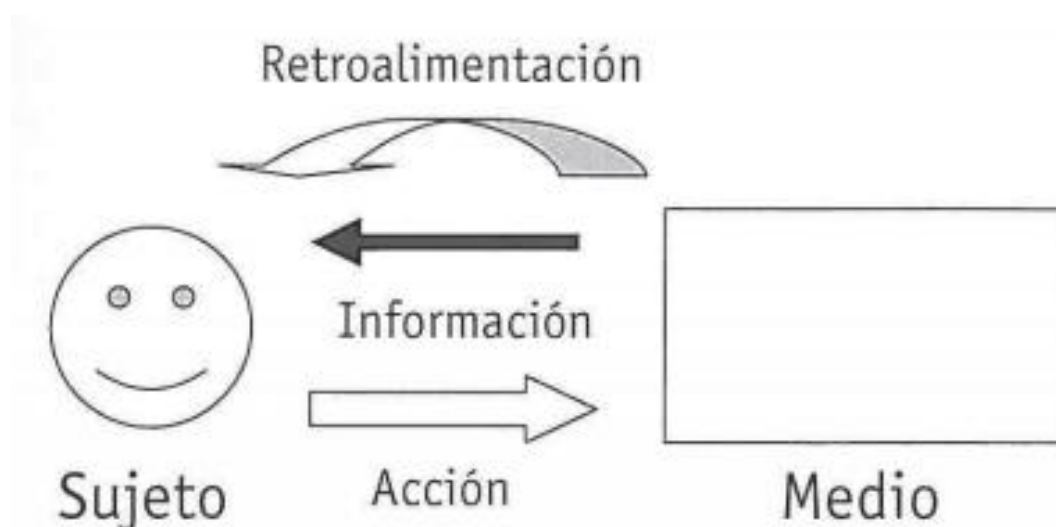
Dena den, Brousseauk (2007) dio kontutan hartu behar dela irakaskuntza prozesua emateko inguruak funtzionatu behar duela, hau da, ingurua egokia izan behar dela irakatsi nahi den ezagutzarako. Aldi berean, garrantzitsua da aipatzea eraginkorki

jolastutako partidak, ebatzitako problemak, e.a., irakaskuntza prozesua ematea eragingo duten faktoreak direla.

Aipatutako egoerak bi motatakoak izan daitezke: didaktikoak eta adidaktikoak. Brousseuren arabera (2007) egoera didaktikoetan ikaslearen inguru guztiak parte hartzen du, irakaslea eta hezkuntza sistema barne eta egoera adidaktikoetan, aldiz, ez dago irakaslearen esku hartzerik. Ondorioz, lan honetan kontutan hartuko diren egoerak bai didaktikoak baita adidaktikoak izango dira. Didaktikoak izango dira irakaslearen presentzia beti egongo delakoa, hau da, egoera irakasleak diseinatzen duen neurrian. Baina ikaskuntza egoera adidaktiko batean gertatuko da, ezinbestean ikasleak haien kabuz jardungo duten neurrian.

Brousseuren arabera, egoera didaktiko batean hiru fase nagusi desberdindu daitezke, lan honetan jarduera osatuko dutenak: akzio fasea, formulazio fasea eta balioztatze fasea.

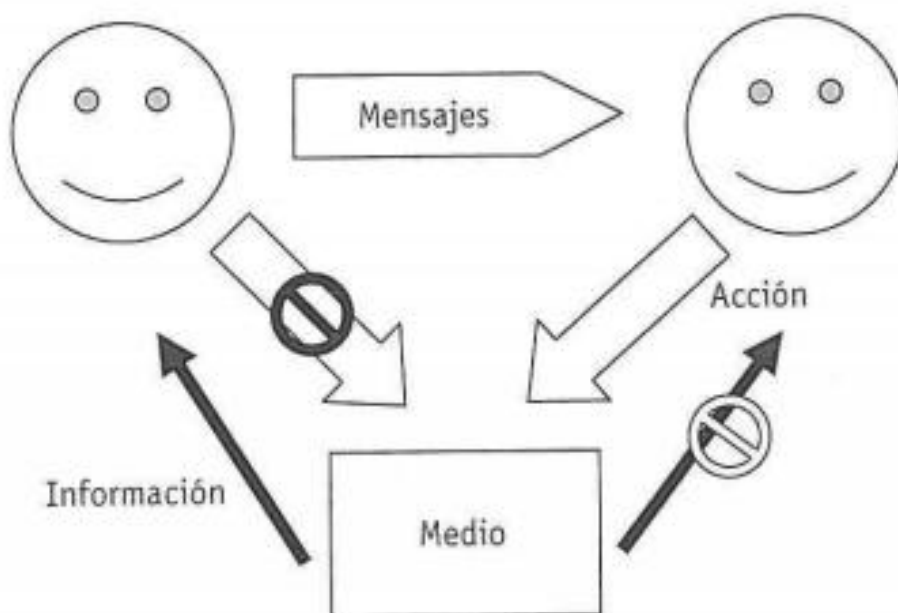
Akzio fasean ikasleak (subjektua) inguruaren gainean eragiten du, bertatik informazioa lortuz. Inguru horren gainean nahi duen bezala eragiten du, haren motibazio propioen arabera. Gerta daiteke momentu jakin batean subjektuak haren erabakiak inguruarekin emandako elkarreraginarengatik jasotako informazioarekin lotzea eta, ondorioz, *feedback* prozesu bat ematea.



1.Irudia. Akzio fasea

Formulazio fasean, oinarritzko gaitasunetako bat martxan jartzen da, komunikazioa. Fase honetan subjektuak inguruaren gainean eragitearen ondorioz lortutako

informazioa komunikatu behar du (komunikazio hori hainbat modutara gauza daiteke: ahoz, idatziz, kode jakin bat erabiliz, e.a.). Komunikazioa norberarekin ere izan daiteke, adibidez ikasleari eskatzen ahal zaio zenbakizko informazio bat idatz dezan, hurrengo egunean hura irakurri eta jarduerarekin jarraitzeko. Baina, horretarako, parte hartzaileek lankidetzan jardun behar dute, ingurua kontrolatu ahal izateko.



2.Irudia. Formulazio fasea

Azkenik balioztatze fasea dago. Fase honetan subjektuak ondorioztatu behar du transmititu nahi den ezagutza lortu duen edo ez. Prozesu hau bere kabuz egin behar du, irakaslearen esku hartzerik egon gabe. Ondorioz, proposatutako jarduerak aukera emango dute, ikaslea bere kabuz ohartzeko ea ezagutza lortu duen edo ez (hau da, jarduera zuzen eginez gero transmititu nahiz izandako ezagutza lortu izango du ikasleak eta oker eginez gero ez).

Esan daiteke prozesu hau berez adidaktikoa dela, baina kontutan hartuz jardueraren diseinua irakaslearen esku dagoela, egoera didaktikoa bihurtzen da. Gainera eta deskribatutako prozesu honekin lotuta laugarren fase bat gehitu beharra dago, non irakaslearen esku hartzea beharrezkoa den: instituzionalizazio fasea (Brousseau, 2007). Esan daiteke instituzionalizazioa aurreko hiru faseetatik lortutako ezagutzaren orokortzea dela, ezagutza horiei ikasleak eman dizkien esanahi pertsonalei nolabaiteko esanahi kulturala emanez.

Hau guztia aztertu ondoren, ikuspuntu hau lan honetan proposatzen den ikuspuntuarekin bat dator. 2.1. atalean azaltzen den bezala, helburuetako bat adierazpen estereotipuetatik aldentzea da eta, ondorioz, ikasleek haien adierazpen propioak eraikitzea. Egoera didaktikoek proposatzen duten prozesua horretara iristen lagunduko die ikasleei, haien adierazpen propioak sor ditzaten. Izan ere, ikasleak ezagutza jakin bat lortzeko bidean, ondorio propioak atera beharko ditu irakasleak proposatutako jarduera desberdinetatik.

2.3. Garapen kognitiboa

Lan honen arlo teorikoaren inguruan oraindik aipatu ez den alderdi garrantzitsu bat garapen kognitiboari dagokio. Edozein eduki garatzerako orduan, ezinbestekoa suertatzen da haurraren edo ikaslearen garapen maila kontutan hartzea. Kasu honetan eta lan hau Lehen Hezkuntzako 5.mailan zentratzen denez, haurrek 10 – 11 urte dituztenean duten garapen maila azalduko da hurrengo lerroetan.

Garapen kognitiboari heltzeko Jean Piaget-ek proposatutako teoria hartuko da oinarri gisa. Jean Piaget korrante konstruktivistaren barne kokatzen da eta haurrek ezagutzaren parte aktiboa zirela zioen, izan ere, berak uste zuen haurrek ezagutza modu aktibo batean eraikitzen zutela, bai dakitena erabiliz, baita gertaera eta objektu berriak interpretatuz (Meece, 2000). Azken batean esan daiteke Piageten teoriaren muina haurrek ezagutza nola bereganatzen duten dela, haren ustetan garapen kognitiboak haurraren gaitasunetan aldaketak suposatzen baititu:

“[...]el desarrollo cognoscitivo supone cambios en la capacidad del niño para razonar sobre su mundo.” (Meece, 2000, 102.orr)

Piaget-ek haurraren garapena lau etapatan zehaztu zuen. Etapa bakoitzak aurrerapauso kualitatibo bat suposatzen du izan ere, gaitasunak, gertaerak eta ekintzak kontutan hartzeaz gain (aurrerapauso kuantitatiboak izango zirenak), ezagutza antolatzeke moduetan ematen diren aldaketetan zentratzen da. Gainera, haurra etapa batean sartzen denean ezin da atzera joan, hau da, behin etapa batera salto emanda, ezinezkoa da aurreko etaparen batera salto egitea. Dena den, etapetan murgildu baino

lehen, garrantzizkoa suertatzen da Jean Piagetek ezagutza nola antzematen zuen aipatzea.

Piaget-entzat ezagutza eskemetan antolatzen da:

“Los esquemas son conjuntos de acciones físicas, de operaciones mentales, de conceptos o teorías con los cuales organizamos y adquirimos información sobre el mundo.” (Meece, 2000, 102.orr)

Hasieran, haurrak, oso eskema sinpleak erabiltzen ditu eta etapetan aurrera doan heinean, haren ezagutza antolatzeko konplexuagoak eta abstraktuagoak diren eskemak erabiltzeko gaitasuna hobetzen du. Gainera, ingurumenaren eskakizunen arabera eskema horiek egokitzeko da. (Meece, 2000)

Beraz, Piaget-ek dio haurra bereganatze eta egokitze prozesu batetik pasatzen dela. Bereganatze prozesuan, haurrak informazio berria moldatzen du orduan dituen eskemetan barneratzeko. Batzuetan informazio hori inongo arazorik gabe bat etorriko da eta beste batzuetan, aldiz, haurrak zenbait aldaketa egin beharko ditu bere eskemetan informazio berri hori bereganatu ahal izateko. Bigarren egoera horretan egokitzea ematen da. (Meece, 2000). Baina badago aipagarria den beste kontzeptu bat: oreka.

“El equilibrio es un concepto original en la teoría de Piaget y designa la tendencia innata del ser humano a mantener en equilibrio sus estructuras cognoscitivas.” (Meece, 2000, 104.orr)

Beraz, haurrak eta gizakiak oreka mantentzeko joera dauka eta horrek eragiten du egitura kognitiboak moldatzea, oreka hori berreskuratzeko asmoz.

Guzti hau bat dator lan honetan edukia garatzeko erabiliko den oinarriarekin, izan ere, haurrak kognitiboki egin beharko duena da proposatuko diren jarduera jakin batzuen bitartez ezagutza berri hori bereganatu eta bere eskemetara egokitu, oreka mantentzeko beharrezko aldaketak eginez.

Aurretik esan bezala Piaget-ek lau etapa bereizten ditu: etapa sentensoriomotorea, etapa preoperazionala, operazio zehatzen etapa eta operazio formalen etapa. Etapa

sensoriomotorea jaiotzatik haurrak 2 urte dituen arte ematen da; operazional aurreko etapa 2 urteetatik 7 urteetara; operazio zehatzen etapa 7 urteetatik 11-12 urteetara; azkenik, operazio formalen etapa 11-12 urteetatik aurrera. Lan hau zatikietan zentratzen denez gero, azkeneko bi etapen garapenean zentratuko da, aurretik aipatu den bezala zatikien lanketa Lehen Hezkuntzatik Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzara baitoa. Dena den, jarraian agertzen den irudian etapa bakoitzaren deskribapen laburra aurkitu daiteke.

Etapa	Edad	Características
Sensoriomotora El niño activo	Del nacimiento a los 2 años	Los niños aprenden la conducta propositiva, el pensamiento orientado a medios y fines, la permanencia de los objetos.
Preoperacional El niño intuitivo	De los 2 a los 7 años	El niño puede usar símbolos y palabras para pensar. Solución intuitiva de los problemas, pero el pensamiento está limitado por la rigidez, la centralización y el egocentrismo.
Operaciones concretas El niño práctico	De 7 a 11 años	El niño aprende las operaciones lógicas de seriación, de clasificación y de conservación. El pensamiento está ligado a los fenómenos y objetos del mundo real.
Operaciones formales El niño reflexivo	De 11 a 12 años y en adelante	El niño aprende sistemas abstractos del pensamiento que le permiten usar la lógica proposicional, el razonamiento científico y el razonamiento proporcional.

3.Irudia. Piageten etapen laburpena

Lan honetan interesa hartzen duten etapei dagokionez, operazio zehatzen etapa eta operazio formalen etapa aurkitzen dira. Operazio zehatzen etapari dagokionez, haurra operazio mentalak eta logika erabiltzen hasten da gertaeren inguruko hausnarketa egiteko. Gaitasun honek problemei modu sistematikokoago batean aurre egitea ahalbidetzen dio. Pentsamendua malguagoa da eta haurra gai da ulertzeko operazioak mentalki alderantzizkatu edo errefusatu daitezkeela. Estimulu baten zenbait ezaugarrietan arreta jartzeko gai da eta haren iritziak ez ditu soilik gauzen itxuran oinarritzen. Gainera seriazio, sailkapen eta kontserbazio nozioak agertzen dira. (Meece, 2000)

Operazio formalen etapari dagokionez abstrakzio mailaren agerpena da garrantzitsuena lan honi dagokionez:

“Los niños de primaria razonan lógicamente, pero sólo en lo tocante a personas, lugares y cosas tangibles y concretas. En cambio, los adolescentes piensan en cosas con que nunca han tenido contacto”
(Meece, 2000, 115.orr)

Hau da, aurreko etapan, lan hau zentratzen den etapa (5.maila) barne aurkitzen dena, haurrak zenbait gaitasun ditu baina soilik egoera hurbilei aplikatzeko gai da, hau da, alde zehatzetik ezagutzen dituen egoerei.

“La capacidad de pensar en forma abstracta y reflexiva se logra durante la etapa de las operaciones formales.” (Meece, 2000, 115.orr)

Ondorioz, lan hau 5.mailan zentratzen dela kontutan hartuz, maila horretan haurrek 10-11 urte dituztela jakinik eta zatikiak abstrakzio maila altua eskatzen duen edukiak dela kontutan izanik, lan honetan proposatzen den planteamendua haurrarentzat hurbilak diren egoeretatik abiatzen da, egoera horiei konplexutasun puntu bat emanez abstrakzio maila garatuko den etaparako bidea emateko. Hau da, kontutan izanik haurrak operazio zehatzetan etapan kokatzen direla, haurrarentzako hurbilak diren egoeretan egongo da abiapuntua; baina, aldi berean, operazio formalen etaparako bidean aurkitzen dira ikasleak ondorioz eta lan honetan garatzen den edukia abstrakzio puntu bat eskatzen duenez, abstrakzio maila garatzea ere garrantzizkoa suertatzen da, planteatuko diren jardueren konplexutasun puntu bat emanez.

3. ATAL PRAKTIKOA

2.atalean aurkeztutako oinarri teorikoak kontutan harturik, hura garatzeko 4-5 jarduera planteatuko dira atal honetan. Jarduera horiek ikaslearentzako hurbila izan daitekeen testuinguru batetik abiatuko dira: baserri batera egindako txangoa. Hau kontutan hartuz, honakoa planteatuko zaie ikasleei:

5.mailako ikasleak Aranaratxan dagoen baserri batera joan gara txango batean. Goizeko 9etan atera gara baserrian eguna pasatzeko asmoz, bertako inguruak,

animaliak baita baserrian nola lan egiten duten ikusteko helburua dugularik. Gainera, baserrian bazkaldu eta askalduko dugu ere. Ailegatzean Karmelek agurtu gaitu, baserriko arduraduna dena.

3.1. Lehenengo jarduera: baserriko animaliak

Proposamenaren jatorria eta transposizio didaktikoa

Jarduera hau planteatzeko arrazoi desberdinak daude. Arrazoi nagusietako bat da jarduera honetan lantzen diren edukiak bigarren hezkuntzan ere lantzen direla eta askotan ikasleak prozedimenduak soilik ikasten dituztela, aurretik dagoen prozesu guztia saltatuz. Ondorioz, jarduera hau planteatzeko arrazoi nagusia unitatearen nozioari, zatikien arteko batuketa eta kenketari eta zatiki, zenbaki hamartar eta ehunekoan arteko harremanari esanahia ematea da, ikasleak hauek adierazteko adierazpen propioak sustatzen diren heinean.

Bestetik eta jarduera planteatzeko moduari dagokionez, ikasleentzako hurbila den testuinguru batean jartzen da abiapuntua. Horrela, ikasleak erraztasun handiagoa izan dezake irakatsi nahi diren edukiak barneratzerako orduan, planteatzen dena haien eskolako egunerokotasunean gertatu daitekeen egoera baita.

Helburuak

Jarduera honek lau helburu nagusi ditu. Alde batetik, unitatearen (osotasunaren) nozioa ulertzea. Bestetik, ikasleek zatikiak adierazteko haien adierazpen propioak sortzea. Helburuen artean beste bat zatikien arteko batuketa eta kenketari esanahia ematea da. Bukatzeko, azkeneko helburua, zatikiak, hamartarrak eta ehunekoak harremanetan jartzeari dagokio.

Aldez aurreko ezagutzak

Jarduera hau burutzeko aldez aurreko zenbait ezagutza beharrezkoak izango dituzte ikasleek, lehen hezkuntzako aurreko zikloetan (eta batez ere bigarren zikloan) eskuratuko dituztenak. Jarduera hau burutzeko ezinbestekoa da ikasleek zenbaki osoen arteko batuketa eta kenketa egiteko gai izatea. Aldi berean komenigarria izango litzateke ikasleek zatiki bat zer den jakitea baita zatiki batek adierazi ahal duenaren

nozioa izatea. Zehatzagoa izanik, zatiki bat denari dagokionez, zatiki bat nola adierazi daitekeen jakin beharko dute (hau da, hurrek, a/b ikustean, zatiki bat dela jakin beharko dute eta alderantziz, zatiki bat idaztea eskatzean, a/b idazteko gai izan beharko dira). Zatiki batek adierazi dezakeenaren inguruan, hurrek, zatiki baten erabilpenetako osotasun bat adieraztea dela jakin beharko dute. Hau da, modu orokor batean esanda, hurrek zatikien inguruko oinarrizko zenbait nozio izatea ezinbestekoa da, hala nola, zatiki bat adierazteko forma eta zatiki batek osotasun bat ordezkatu dezakeela.

Materiala

Jarduera hau burutzeko materiala oinarrizkoa izango da: orri txuriak, arkatza, borragoma eta boligrafoa. Gainera, Cuisenaire erregeletak eta ordenagailuak beharrekoak izango dira.

Faseak

Jarduera honek fase desberdinak izango ditu: akzioa, formulazioa eta balioztatzea. Jarduera honek zenbait azpi-jarduera hartzen dituenz gero (hemendik aurrera ariketak deituak izango direnak). Hiru fase horiek behin baino gehiagotan errepikatuko dira, atal praktikoan aurrera egin ahala aztertuko den bezala. Aldi berean, jardueraren bukaeran instituzionalizazio fasea emango da, landutako edukiei esanahi kulturala emanaz.

Lehenengo eta behin, honako ariketa planteatuko zaie ikasleei:

1. AKZIO FASEA: baserrian gaudela, Karmelek honako hau esan digu: zenbait animalik kumeak izan dituzte eta, ondorioz, ez daki zenbat animalia dauden orain baserrian. Beraz, mesede bat eskatu digu: baserrian dauden animaliak zenbatzea, bai osotara daudenak baita animalia desberdinen kopurua ere. Zoaz ukuilura eta zenbatu animaliak.
2. FORMULAZIO FASEA: fase honetan hurrek lortutako emaitzak formulatu beharko dituzte. Horretarako, orri txuri batean animalia desberdinak marraztuko dituzte arkatz baten laguntzaz eta irudien azpian animalia desberdinen kopuruak eta batuketaren emaitza idatziko dituzte.

3. BALIOZTATZE FASEA: oraingoan ikasleek haien erantzunak zuzenak edo okerrak diren egiaztatu beharko dute. Horretarako, haurrak ukuilura itzuliko dira eta irudikatu dituzten animalia desberdinen orria esku artean izanik, haien irudiko animalia bakoitza ukuiluko animalia bakoitzarekin elkartu beharko dituzte. Horrela, bat batekin eginez, haien erantzunak zuzenak diren edo ez ikusiko dute.

Haurrek baserrian dauden animalia kopurua dakitelarik, beste ariketa bat planteatuko zaie. Aurrekoan bezala, honetan ere hiru faseetatik pasako dira haurrak: akzio, formulazioa eta balidazioa, akzio fasea aurrekoaren berdina izango delarik.

4. AKZIO FASEA: oraingoan, Karmelek, animali bakoitzaren kopurua zatiki moduan jakin nahi duela esan digu, baita baserrian dauden animalia guztiak zatiki moduan nola adierazi daitezkeen ere. Zoazte ukuilura eta zenbatu animalia desberdinen kopurua. Kasu honetan, ikasleak taldeetan banatuko dira animalia desberdinen kopuruaren arabera, ikasle bakoitza animalia baten kopurua lortzeaz arduratuko delarik.
5. FORMULAZIOA FASEA: aurreko ariketan baserrian dauden animalia guztien kopurua lortu dute haurrek. Hori eta akzio fasean lortutako animalia desberdinen kopurua kontutan hartuz, haurrek haien erantzunak formulatu beharko dituzte. Horretarako haur bakoitzari haren irudikapen propioa sortzea eskatuko zaio.
6. BALIOZTATZE FASEA: haurrek haien kabuz ariketa ondo burutu duten edo ez jakiteko Cuisenaire erregeletez baliatuko dira. Horrela, haurrak pieza desberdinak erabiliko dituzte animalia bakoitza adierazteko eta kasu horretan animalia guztien (osoaren) adierazpena lortzeko. Lehenengo eta behin animalia guztien kopurua Cuisenaren erregeleten bidez irudikatuko dituzte, oinarria izango dena. Ondoren, ikasle bakoitzak hark zenbatutako animaliaren kopurua zehaztuko du oinarri horren gainean. Haurrek ondo edo gaizki egin duten jakingo dute baldin eta erabilitako unitate kopurua animalia guztien kopuruarekin bat baldin badator. Ondorioz, egokiena batekoa adierazten duten erregeleten erabilpena izango litzateke.

Aurreko ariketa honetan (4, 5 eta 6 faseak hartzen dituenak), haurrek zatikien arteko batuketak aztertuko dituzte zeharkako modu batean, izan ere, baserri osoaren zatikizko adierazpena lortzeko, animalia desberdinen zatiki adierazpenen arteko batuketak egin beharko dituzte.

Jarraian beste ariketa bat planteatuko zaie hurrei, kasu honetan zatikien arteko batuketa eta kenketari dagokiona. Berrero ere hiru fase izango ditu ariketak eta akzio fasea aurrekoen berdina izango da.

7. AKZIO FASEA: hurrei honako galderak planteatuko zaizkie: Zenbat untxi gehiago daude behiak baino? Zenbat ardi gehiago daude txerriak baino? Zenbat zaldi gehiago daude asto baino? Zenbait oilo gehiago daude txakur baino? Hurrei bi modutan adieraztea eskatuko zaie: zenbaki oso moduan eta zatiki moduan. Honetan binaka lan egingo dute, bikote bakoitza galdera batez arduratuko delarik. Horretarako haurrak 6.fasean lortutako animalia desberdinen Cuisinare erregelen bidezko irudikapenak hartuko dituzte oinarri. Horiek manipulaturuz, hurrek haien emaitzaren inguruko hipotesiak egingo dituzte. Modu honetan ere galdera horien erantzuna zenbaki oso gisa lortu beharko dute.
8. FORMULAZIO FASEA: ikasle bakoitza egin duen galderan bere bikotea den ikaskideari orri txuria, arkatza, borragoma edota boligrafoa erabiliz egindako adierazpen grafikoa pasako dio mezu gisa. Mezua pasatzen dion ikaskide horrek ados dagoen edo ez idatzi beharko, bere argudioak emanaz. Ondoren mezua itzuliko dio ikaskideari eta horren inguruan eztabaidatuko dute adostasun batera iritsi arte. Ondoren talde handiago batean elkartuko dira, galdera desberdinetako bakoitzari erantzun dion bikote batekin. Mezua haien taldekideei transmitituko diete, galdera horiek erantzuteko prozedura desberdinen inguruan eztabaidatuz.
9. BALIOZTATZE FASEA: Animalia bakoitzaren zatikia ondorengo web orrialdean aurkitu daitekeen baliabidean sartuko dituzte: <http://www.ingenieriaycalculos.com/matematicas/aritmetica/fracciones/calculadora/suma-resta> Bertan, zatikien arteko kenketen emaitza lortuko dute.

Emitza jakinik, haien hipotesiekin bat datorren edo ez ikusiko dute ikasleek. Emitza eta hipotesiak bat etortzen ez badira, hurrek hipotesi berriak formulatu beharko dituzte, akzio fasera itzuliz.

Animalia desberdinen arteko kenketak ondo egin dituzten egiaztatzeko, haurrak ukulura joango dira, dagozkion animalien kopuruak zenbatu eta kenketa egin (kenketaren ohiko algoritmoaz baliatuz). Kentakeren emitza haien hipotesiekin bat baldin badator, ondo egin dutela esan nahiko du. Bestela, hipotesi berriak formulatu beharko dituzte hurrek, akzio fasera itzuliz.

Lehenengo jarduera honekin bukatzeko, azkeneko ariketa bat planteatuko zaie hurrei, zenbaki hamartar eta ehunekoekin lotuta egongo dena. Ariketa honen bidez, haurrak, zatiki zenbaki hamartar eta ehunekoaren arteko harremanaz ohartuko dira. Berrito ere aurreko ariketetako hiru faseak garatuko dira.

10. AKZIO FASEA: honetan, honakoa eskatuko zaie hurrei: baserrian dauden animalia desberdinen kopurua zenbaki hamartar eta ehuneko gisa adieraztea. Ikasleek, haiek aukeratzen duten materiala manipulatu, zatiki bat zenbaki hamartar eta ehuneko bihurtzeko moduaren inguruko hipotesiak egingo ditu. Ariketa honetan taldeka jardungo dute hurrek, haur bakoitza baserrian aurkitu daitekeen animalia batez arduratuko delarik.
11. FORMULAZIO FASEA: ikasle bakoitzak ahoz azalduko die bere taldekideei nola lortu duen bere animalia zenbaki hamartarra eta ehunekoa eta emitza. Bakoitza bere animaliarekin jarraitutako prozedura eta emitza azaldu ondoren prozedurarik egokienaren inguruan eztabaidatuko du taldeak.
12. BALIOZTATZE FASEA: Cuisenairen erregeleten artean 10x10 neurriak dituen emango zaie. Bertan ikasle bakoitzak haren animalia zenbaki hamartarra eta ehunekoa kokatu beharko du. 10x10 neurriko erregeleta betetzen bada ondo dagoela esan nahiko du; aldiz, 10x10eko erregeleta betetzen ez bada (hau da, pieza gutxiago eta gehiago baldin badaude) gaizki egin dutela esan nahiko du.

Jarduerarekin bukatzean irakasleak prozedura desberdinak azalduko dizkie ikasleei. Hauek osotasuna nola ulertzen den (hau da, unitatearen nozioa), zatikiaren arteko

batuketa eta kenketa egiteko algoritmoak eta zatikiak hamartar eta ehuneko bihurtzeko prozedura izango dira. Guzti hauek instituzionalizazio fasearen barruan azalduko dira, non jardueraren bidez landu denari esanahi kulturala emango zaion.

Unitatearen nozioa ezinbestekoa da ulertzea zatikien inguruan hitz egiterako orduan. Nozio hau 4, 5 eta 6. faseetan lantzen da. instituzionalizazio fase honetan irakasleak beharrezko azalpenak emango ditu bestelako adibideen laguntzaz. Hau da, irakasleak ikasleei azalduko die zatikien inguruan hitz egitean multzo jakinak hartzen direla kontuan. Multzo jakin hori zati txikiagoetan banatzen da osotasun horren (unitate horren) azpimultzoak bilakatuz.

Zatikien arteko batuketa eta kenketari egiteko algoritmoei dagokionez, irakasleak prozedura matematikoa azalduko die ikasleei. Hau ikasleek haien esanahi propioak eraiki ondoren azalduko du irakasleak, ikasleak algoritmoetan oinarritzen den prozedura matematikora mugatu ez daitezzen. Irakasleak azalduko dizkien prozedura matematikoak batuketa eta kenketaren algoritmoetara mugatuko dira jarduera honetan. Batuketaren algoritmoa honela adierazten da: $a/b + c/d = (a \cdot d + c \cdot b)/b \cdot d$. Kenketaren algoritmoa honela adierazten da: $a/b - c/d = (a \cdot d - c \cdot b)/b \cdot d$. Logikoa izan daitekeen bezala, algoritmo hauek adibideen bidez azalduko ditu irakasleak, horietako bat baserrian landutako ariketa desberdinak izan daitezkeelarik.

Zatikiak hamartar eta ehuneko bihurtzeko prozedurari dagokionez, irakasleak azalduko die ikasleei zenbaitetan zatikiak zatiki hori osatzen dute bi elementuen arteko zatiketa bezala ulertu daitekeela, hau da, zatikia a/b baldin bada, zatiki horren funtzioa a zenbakia zati b zenbakia egitea dela. Aldi berean irakasleak ehunekoekin lotuko beharko luke prozedura hau. Lehenengo ehunekoak edozein multzo 100 zati berdinetan banatzea suposatzen duela adierazi beharko lieke ikasleei. Ondoren, a zenbaki hamartarra izanik ehunekoa bider ehun eginez lortzen dela adierazi beharko luke, bider 100 egiteak lortutako zenbaki hamartarra ehun aldi handitzea suposatzen baitu. Hau da, zatiki baten hamartarra lortzeak zatikiak osotasun batean hartzen duen tokia adieraztea dela adierazi beharko lieke ikasleei eta ehunekoak lortzeak osotasuna eta zatikia ehun aldiz handitzea suposatzen duela.

3.2. Bigarren jarduera: ura behar dugu

Proposamenaren jatorria eta transposizio didaktikoa

Jarduera hau planteatzeko arrazoi desberdinak daude. Arrazoi nagusietako bat da jarduera honetan lantzen diren edukiak bigarren hezkuntzan ere lantzen direla eta askotan ikasleak zuzenean prozedimenduak ikasten dituztela, aurretik egon beharko litzatekeen prozesua saltatuz. Jarduera honetan planteatzen diren ariketek zatikiaren nozio osatuagoa eraikitzen lagunduko die ikasleei, zatikiek esanahi desberdinak (jarduera honetan lantzen diren osotasun baten parte gisa eta eragile gisaren nozioak eta aldeztatik aztertutako osotasunaren nozioa) izan ahal dituztela konturatuko baitira. Ondorioz, epe luzera (bigarren hezkuntzara) begirada botaz, zatiki bat ikustean haren esanahiaren gaineko hausnarketa egitera lagunduko die jarduera honek.

Bestetik eta jarduera planteatzeko moduari dagokionez, ikasleentzako hurbila den testuinguru batean jartzen da abiapuntua. Horrela, ikasleak erraztasun handiago izan dezake irakatsi nahi diren edukiak barneratzerako orduan, planteatzen dena haien egunerokotasunean gertatu daitekeen egoera baita.

Helburuak

Jarduera honek bi helburu nagusi ditu. Alde batetik, zatikiaren esanahi desberdinak ulertzea, zatikiaren osotasunaren zatia gisa eta zatikiak eragile gisari dagozkienak. Bestetik, ikasleek zatikiak adierazteko haien adierazpen propioak sortzea da jarduera honek duen beste helburu bat.

Aldez aurreko ezagutzak

Jarduera honetan planteatzen diren ariketak burutzeko ikasleek nozio desberdinak eduki beharko dituzte aldez aurretik. Lehengo eta behin zenbaki osoen arteko batuketa, kenketa, biderketa eta zatiketa egiteko gai izan beharko lirateke. Bigarrenik zatikiaren inguruko oinarrizko nozioak izan beharko litzateke, hala nola, zatiki bat zer den edota zatiki batek adierazi ahal duenaren nozioa. Hau da, hurrek a/b adierazpenak zer esan nahi duen jakin beharko dute. Aldi berean zatiki batek osotasun bat ordezkatzeko duela jakitea ezinbestekoa da jarduera hau aurrera eramanez izateko.

Materiala

Jarduera burutzeko beharrezkoa den materialari dagokionez orri txuriak, arkatza, borragoma eta boligrafoa oinarrizkoak izango dira. Aldi berean ur botilak, neurriak markatuak dituzten edukiontziak beharrezkoak izango dira baita errotulagailu beltzak ere.

Faseak

Jarduera honek bi ariketa izango ditu eta jardueraren bukaeran instituzionalizazio fasea emango, non irakasleak landutako edukiei esanahi kulturala emango dien. Aurreko jardueran bezala, ariketetako bakoitzak, hiru fase izango ditu.

1. AKZIO FASEA: Baserrian gaudela, Bazkalordua ailegatu da eta guztiok egarri handia daukagu. Mirentxuk, gure ikaskide maiteak, 2 litro eta erdi dituen botila baten $\frac{2}{5}$ ak edan ditu eta Patxik botilan gelditzen zenaren $\frac{1}{5}$. Baina, zenbat ur edan du Mirentxuk? Eta Patxik? Zenbat ur gelditu da botilan? Ariketa hau banaka burutuko dute eta hipotesiak egitean oinarrituko da. Ikasle bakoitzak, eskuragarri izango dituen edukiontzi desberdinetaz baliatuz, Mirentxuk eta Patxik edan duten ur kopuruaren inguruko hipotesiak egingo ditu, baita botilan gelditu den ur kopuruaren inguruan ere.
2. FORMULAZIO FASEA: fase honetan ikasleek haien erantzunak komunikatuko dituzte. Horretarako, hurrek haien adierazpen propioa orri txuri batean islatuko dute. Ondoren, beste ikaskide batekin elkartuko dira. Modu honetan, haren bikoteari transmitituko dio bere hipotesia, norberak sortutako adierazpenak defendatuz eta beharrezko azalpenak emanaz.
3. BALIOZTATZE FASEA: fase honetan ikasleek 2 litro eta erdiko edukiera duen botila bat izango dute haien esku, baita neurri desberdinak markaturik dituzten edukiontzi desberdinak ere. Ikasleek botila bete beharko dute, Mirentxuk, Patxik eta botilan gelditzen diren ur kantitateak botilan sartuz. Horrela, ariketa ondo egin baldin badute, ur botila beteko da. Gaizki egin badute, aldiz, ur botila ez da guztiz beteko, edota ura sobratuko da. Kasu honetan, ariketa hau burutzeko prozesua berriro hasi beharko dute, akzio fasera itzuliz.

Ariketa hau bukatzean, beste ariketa bat planteatuko zaie haurrei.

4. AKZIO FASEA: bazkaltzen ari garela, ia-ia urik gabe gelditu gara eta handik hurbil dagoen ibai batera joan behar gara uraren bila. Ura hartzeko zenbait txanbil aurkitu ditugu, baina ez dakigu zenbateko edukiera duen bakoitzak. Hori bai, bi txanbiletan marka bat jartzen du eta batean (A txanbiletan) honako hau idatzita dago markaren ondoan: $2/5 = 2$ litro. Bestean (B txanbiletan), aldiz, honako hau jartzen du: $1/5 = 3$ litro. Hau jakinda, zenbateko edukiera dauka txanbiletako bakoitzak?

Ariketa hau ere banaka burutuko dute hasieran. Ikasle bakoitzak bere hipotesiak egingo ditu, ariketan aurkezten diren bi txanbilak izanik. Gainera neurri desberdinetako edukiontzia izango dituzte eskuragarri. Ikasle bakoitzak nahi dituen edukiontzi horiek manipulatu, txanbilak beteko ditu beharrezko urarekin.

5. FORMULAZIO FASEA: kasu honetan, formulazioa adierazpen grafiko baten bidez emango da, orri txuri batean irudikatuko dutena arkatza, borragoma edota boligrafo baten laguntzaz. Ondoren lau pertsonetako taldeetan elkartuko dira eta orri zurian irudikatutako adierazpenak partekatuko dituzte, eztabaida baten ondoren haien ustez egokiena dena aukeratuz.
6. BALIOZTATZE FASEA: fase honetan ikasleek bi txanbil izango dituzte haien esku. Batean 2 litrotako marka egongo da eta bestean 3 litrotakoa. Gainera, edukiera desberdinetako edukiontzia ere izango dituzten haien esku. Horrela, ikasleek txanbil horiek beteko dituzte haiek lortutako emaitzen arabera. Hau da, txanbilak beteko dituzte haiek uste duten ur txanbiletan sartuz. Ondo baldin badago, txanbilak beteko dira eta gaizki baldin badaude, aldiz, ez dira beteko edota ura sobratuko da. Kasu honetan, ariketa hau burutzeko prozesua berriro hasi beharko dute, akzio fasera itzuliz. Behar izatekotan eta aukeratutako adierazpen ereduaren edota prozeduraren arabera, errotulagailu beltzak ere izango dituzte ikasleek eskuragarri.

Jarduera bukatzean irakasleak esanahi kulturala emango die landutako edukiei instituzionalizazio fasearen bidez. Kasu honetan zatikiek izan ahal dituzten bi esanahietan zentratuko da: zatikia osotasunaren zatia gisa eta zatikiak eragile gisa.

Esanahi kulturala ematerako orduan irakaslea horien esanahian eta prozedura matematikoan oinarrituko da batez ere. Ondorioz, zatikia osotasunaren zati gisaren esanahian (1, 2 eta 3. faseetan lantzen dena) irakasleak honakoa azaldu beharko lieke ikasleei: kantitate jakin bat izatean (edota subjektu desberdinez osatutako multzoa) zatikiak multzo horren zati jakin bat kalkulatzeko eskatzen badu, zatikia osotasunaren zati gisa bezala funtzionatzen duela esan nahi du. Hori adierazteko modu matematikoa honakoa izango lirateke (nahiz eta komenigarria izango litzatekeen irakasleak adibide desberdinen bidez azaltzea): a -ren $b/c = d$

Zatikiak eragile gisa duen esanahiari dagokionez, irakasleak honako azaldu beharko luke: kantitate jakin bat izatean eta kantitate jakin beraren zatikizko balioa ematean, zatikia eragile gisa jarduten duela esan nahi du. Prozedura hori adierazteko modu matematikoa honakoa izango litzateke: $c = a/b$.

3.3. Hirugarren jarduera: bazkalordua

Proposamenaren jatorria eta transposizio didaktikoa

Jarduera hau planteatzeko arrazoi desberdinak daude. Arrazoi nagusietako bat da jarduera honetan lantzen diren edukiak bigarren hezkuntzan ere lantzen direla eta askotan ikasleak zuzenean prozedimenduak ikasten dituztela, aurretik dagoen prozesua (edukiari esanahia ematen diona) saltatuz. Jarduera honetan planteatzen diren ariketek zatikiaren nozio osatuagoa eraikitzen lagunduko die ikasleei, zatikiek esanahi desberdinak izan ahal dituztela konturatzeko baitira. Ondorioz, epe luzera (bigarren hezkuntzara) begirada botaz, zatiki bat ikustean haren esanahiaren gaineko hausnarketa egitera lagunduko die jarduera honek.

Bestetik eta jarduera planteatzeko moduari dagokionez, ikasleentzako hurbila den testuinguru batean jartzen da abiapuntua. Horrela, ikasleak erraztasun handiago izan dezake irakatsi nahi diren edukiak barneratzerako orduan, planteatzen dena haien egunerokotasunean gertatu daitekeen egoera baita.

Helburuak

Jarduera honek dituen helburuei dagokionez, helburu nagusia ikasleek zatikien arteko biderketa eta zatiketa erabiltzen diren testuinguru nagusiak ezagutzea da, hau da, zatikien arteko biderketa eta zatiketari esanahia ematea da. Beste helburu bat ikasleek zatikien inguruan haien adierazpen propioak sortzea bultzatzea da.

Aldez aurreko ezagutzak

Jarduera honetan planteatzen diren ariketak burutzeko ikasleek zenbaki osoen arteko batuketa, kenketa, biderketa eta zatiketa egiteko gai izan beharko lirateke. Aldi berean, zatikien inguruko oinarrizko nozioak izan beharko lituzkete, hala nola, zatiki bat zer den edota zatiki batek adierazi ahal duenaren nozioa. Hau da, beharrezkoa da hurrek zatikiak a/b moduan adierazten direla jakitea, baita zatiki batek osatasunaren zati bat adierazi ohi duela ere.

Materiala

Jarduera hau burutzeko materialari dagokionez, ogia, orri txuriak, arkatzak, borragomak eta boligrafoak beharrezkoak dira.

Faseak

Jarduera bi ariketetan banatuko da, horietako bakoitzean akzio fasea, formulazio fasea eta balidazio fasea egongo direlarik. Jardueraren bukaeran, lantzen diren edukiei esanahi kulturala emateko asmoz, instituzionalizazio fasea azalduko da.

1. AKZIO FASEA: bazkalordua ailegatu da. Bazkaltzeko bokata batzuk egiteko beharrezkoa dugun guztia ekarri dugu: barruan sartzeko sakotea, solomoa, piperrak, gazta, labana, ... baina ogia ahaztu zaigu! Karmelek, baserriko arduradunak, handik hurbil okindegi txiki bat dagoela esan digu eta bertan erosi ahal dugula ogia. Zure ustez gutako bakoitzak jaten duen ogiaren estimazioa eginez, zenbat ogi beharko dugu bazkaltzeko? Kontutan izan Karmele gurekin bazkalduko duela eta ezin dela ogirik soberan egon.

Akzio fase honetan ikasleek haien hipotesiak burutuko dituzte. Horretarako inguruan dituzten material desberdinak manipulatuko dituzte, hala nola, orri

txuriak, arkatzak, borragomak boligrafoak. Haurrak haien ikaskideengana hurbilduko dira eta bakoitzari haien uste duten ogiaren zatia emango diote. Horrela, zenbat ogi beharko duten kalkulatu dute. Horrela, akzio fase honetan beharrezkoa den ogiaren estimazioa egingo dute. Fase hau banaka burutuko da.

2. FORMULAZIO FASEA: fase honetarako lau ikasleetako taldeetan elkartuko dira. Ikasleek orri txuri batean adieraziko dituzte haien hipotesiak. Ikasle bakoitzak bere hipotesiaren irudikapena egingo du eta bere taldeari erakutsiko die. Ondoren, talde bakoitzak haren ustez egokiena dena aukeratuko du.
3. BALIOZTATZE FASEA: fase honetarako ikasleak herriko okindegira joango dira. Bertan, haien ustez beharrezkoa den ogia erosiko dute eta gelara itzultzean ikaskideen artean banatuko dute. Ondorioz, ondo egin badute, ez da ogirik soberan egongo eta ez da ogirik faltako ere. Aldiz, gaizki egin badute, ogia faltako da edo ogia soberan egongo da. Kasu honetan, prozesua berriro hasiko lukete ikasleek, akzio fasera berriro itzuliz.

Jarduera hau bukatzean, beste ariketa bat planteatuko zaie ikasleei. Horrela,

4. AKZIO FASEA: arratsaldean askaldu behar dugu. Horretarako, bazkarian soberan gelditu den ogia jango dugu. 16 ogi barra sobratu dira. Ogi barraren zein zati jango du bakoitzak? Kontutan hartu Karmelek ere gurekin askoalduko duela eta ezin dela ogirik soberan gelditu.

Berriro ere, ikasleek haien estimazioak egingo dituzte, haien ikaskide bakoitzarengana hurbilduz eta haien ustetan bakoitzak jaten duen ogi zatia egokituz. Fase hau banaka burutuko da.

5. FORMULAZIO FASEA: ikasleek taldeetan banatuko dira eta bakoitzak bere hipotesia planteatuko du. Hau da, fase honetan ikasle bakoitzak materialarekin jardun eta gero atera dituen ondorioak planteatuko dizkio bere taldeari. Horrela, ikasle bakoitzak bere ondorioak komunikatu dituelarik, adostasun batera heldu beharko dira.

6. BALIOZTATZE FASEA: fase honetan ikasleak okindegira joango dira 16 barra ogi eroatera. Ondoren ogia haren taldekideen artean banatuko dute. Ariketa ondo egin badute, taldekide bakoitzak ogi barraren zati berdina bat edukiko du eta ez da ez ogirik faltako ezta soberan egongo ere. Jarduera gaizki burutu badute, aldiz, ogi gehiago behar izango dute edota ogia soberan izango dute. Kasu honetan ariketa berriro hasi beharko dute, akzio fasera itzuliz.

Jarduera bukatzean, irakasleak bi ariketetan landutako edukiei esanahi kulturala emango die. Kontutan izanik jarduera honen lehenengo ariketaren bidez landu nahi den edukia biderketa dela eta bigarren ariketaren bidez landu nahi den edukia zatiketa dela kontutan izanik, irakasleak zatikien arteko biderketa eta zatiketaren murgilduko da.

Jardueran zehar ikasleek haien esanahi propioak eman izango dizkiote bai zatikien arteko biderketari baita zatikien arteko zatiketari ere. Esanahi hauek ikasleek haien adierazpen propioak sortuz eraikiko dituzte ikasleek. Hau horrela izanik, irakasleak zatikien arteko biderketaren eta zatiketaren algoritmoen azalpena emango die. Zatikien arteko biderketari dagokion algoritmoa horrela adierazten da: $a/b \cdot c/d = a \cdot c / b \cdot d$. Zatiketarak, aldiz, honelako adierazpena dauka: $a/b : c/d = a \cdot d / b \cdot c$. Aldi berean irakasleak zehaztuko du c/d zatikia edozein zenbaki osoarengatik ordezkatu daitekeela. Guzti hau adibide desberdinen laguntzaz azalduko du irakasleak (jarduera honetan ageri diren ariketetan lantzen direnak esate baterako) eta beti ere prozedura algoritmiko desberdinei esanahi emanez (hau da, prozedura algoritmikora soilik mugatu gabe).

3.4. Laugarren jarduera: tangrama

Jardueraren garapenarekin hasi baino lehen, esan beharrekoa da jarduera hau Chamorroren (2003) liburutik hartuta dagoela, 43. orrialdetik hain zuzen ere.

Proposamenaren jatorria eta transposizio didaktikoa

Jarduera hau planteatzeko arrazoi desberdinak daude. Arrazoi nagusietako bat da jarduera honetan lantzen diren edukiak bigarren hezkuntzan ere lantzen direla eta askotan ikasleak modu mekanikoan ikasten dituztela. Jarduera honetan planteatzen diren ariketek zatikiaren nozio osatuagoa eraikitzen lagunduko die ikasleei, zatikiak

esanahi desberdinak izan ahal dituztela konturatuko baitira. Ondorioz, epe luzera (bigarren hezkuntzara) begirada botaz, zatiki bat ikustean haren esanahiaren gaineko hausnarketa egitera lagunduko die jarduera honek.

Bestetik eta jarduera planteatzeko moduari dagokionez, ikasleentzako hurbila den testuinguru batean jartzen da abiapuntua. Horrela, ikasleak erraztasun handiago izan dezake irakatsi nahi diren edukiak barneratzerako orduan, planteatzen dena haien egunerokotasunean gertatu daitekeen egoera baita.

Helburuak

Jarduera honen helburu nagusia zatiak erabiltzen diren testuinguru desberdinetako bat ezagutzea da (arrazoia).

Aldez aurreko ezagutzak

Jarduera honetan planteatzen diren ariketak burutzeko ikasleek zenbaki osoen arteko batuketa, kenketa, biderketa eta zatiketa egiteko gai izan beharko lirateke. Aldi berean, zatikien inguruko oinarrizko nozioak izan beharko lituzkete, hala nola, zatiki bat zer den (hau da, a/b adierazpenak zatiki bat irudikatzen duela) edota zatiki batek adierazi ahal duenaren nozioa.

Materiala

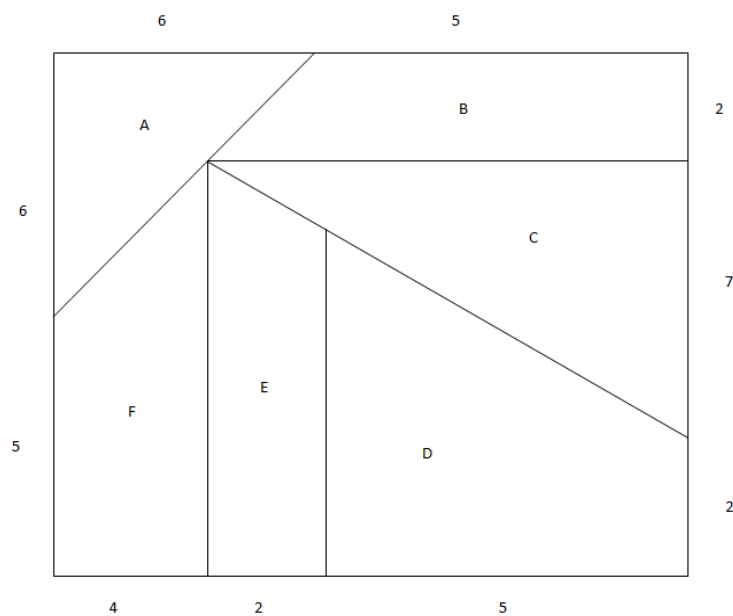
Jarduera hau burutzeko orri txuriak, arkatza, borragoma, erregelak eta guraizeak beharrezkoak izango dira.

Faseak

Jarduera honek ariketa bakarra izango du. Ondorioz, jarduera ondo burutuz gero, aldez aurretik aipatako faseak behin bakarrik emango dira. Gaizki burutuz gero, faseak errepikatuko dira soluzio egokiarekin eman arte.

1. AKZIO FASEA: eguna bukatzen doa, baina joan baino lehen, jolas bat aurkitu dugu baserriko apal batean. Jolasak tangram du izena eta testu honen azpian dagoena da. Oso jolas interesgarria iruditu zaigu eta eskolan hori bezalako bat izatea pentsatu dugu. Dena den piezak txikiegiak dira eta handitu nahi ditugu.

Karmelek piezak egiteko egurra utziko digula esan digu. Horretarako, pieza guztien neurriak kalkulatu behar ditugu. Irudian agertzen den 4 zentimetrotako neurriak errealitatean 7 zentimetro neurtu behar dituela jakinik, zenbateko neurria izango du pieza bakoitzak? Jarduera honetan ikasleak 6 kideetako taldeetan banatuko dira. Horrela taldekide bakoitza pieza batez arduratuko da. Akzio fase honetan taldekide bakoitzak bere pieza sortuko du, haren ustez neurri berriak izango direnen arabera.



4.Irudia. Tangrama

2. FORMULAZIO FASEA: ikasle bakoitza bere taldearekin elkartuko da eta hark irudikatutako pieza nola egin duen azalduko die bere taldekideei. Azalpena ahoz emango da.

3. BALIOZTATZE FASEA: fase honetan, ikasleek piezak elkartuko dituzte, 4. irudian bezala. Ondo egin badute, piezak bat etorriko dira. Gaizki egin badute, piezak ez dira bat etorriko eta jarduera berriz hasi beharko dute, akzio fasera itzuliz.

Jarduera bukatzean instituzionalizazio fasean murgilduko da irakaslea. Kasu honetan esanahi eman beharreko edukia arrazoia da. Hau da irakasleak ikasleei azalduko die zatiki bat ikustean zatiki horren esanahia arrazoia izan daitekeela, hau da, zatiki batek ere proportzioa adierazi dezakeela. Ondorioz, irakasleak proportzioa zer den azalduko die ikasleei adibide desberdinen laguntzaz eta beti ere horiei esanahia emanaz.

Erabilitako adibideak jardueran landutakoak izan daitezke, baita egunerokotasunean aurkitu daitezkeen beste batzuk ere, hala nola, mapetako eskalak.

4. IMPLIKAZIO PEDAGOGIKOAK, PSIKOLOGIKOAK EDO SOZIALAK ESKOLAN

Zailak, ikasgai hutsa, ulertzeko zailak, ez dute ezertarako balio, formulak, eduki asko lantzen dira denbora tarte laburrean, etab. Matematikaren inguruan inkesta bat eginez gero, seguruenik hauek izango lirateke lortuko liratekeen erantzunak. Erantzun hauen ez lirateke bakarrik haurren partetik emango, heldu askok ere horrelako erantzunak emango lituzketelako. Horrela erantzungo ez luketen helduek denbora pasa ahala ulertu dute zer diren eta zertarako balio duten matematikak, baita bizitzaren egunerokotasunean erabiltzen ditugula ere. Baina, zergatik ez bultzatu ikuspegi hau eskola alditik? Zergatik itxaron helduak izan arte matematikaren zergatia eta izaera ulertzeko?

Lan honetan proposatzen da txikitatik matematikak gure inguruan daudela ohartzea, gure eguneroko bizitzan erabiltzen ditugunaren kontzientzia hartzea. Horretarako hainbeste zailtasun sortzen dituen edukietako bat hartzen da abiapuntu gisa: zatikiak. Aztertu den bezala, zailtasun hauek emateko arrazoiak askotarikoak dira: matematikenganako haurrek duten ikuspuntu negatiboa, edukiak eskatzen duen abstrakzioa, aldeztatik lantzen diren edukiak eragin ditzaketen oztopoak, haurraren garapen kognitiboa. Hau guztia kontutan hartuz metodologia aldaketa proposatzen da lan honetan, ohikoa den eredu transmisibotik, prozeduretan soilik oinarritzen den eredutik, aldentzen dena.

Orrialde hauetan zehar behin baino gehiagotan aipatu den bezala, prozeduretan oinarritzen den ereduaren oinarria planteatzen diren jarduerak zuzenean nola ebatzi da. Honek zenbait abantaila izan ditzake, hala nola, denbora gutxi eskaintzen dute, erantzunak itxiak dira eta testu liburuetan horrelako jarduerak aurkitu daitezke, horrek denbora aurrezteko suposatzen duenari. Baina honek arazo bat dakartza, urtero eduki matematiko desberdinekin zailtasunak dituzten ikasleak aurkitzea suposatzen duena: edukiari ez zaio esanahirik ematen eta zuzenean formula batera laburtzen da. Hau

saihesteko egoera didaktikoetan oinarritzen den metodologia planteatzen da, eduki horiei esanahia emateko asmoz. Dena den, onartu behar da eredu transmisibo hau baztertzeak eta planteatzen den eredia aplikatzeak zenbait inplikazio ekarriko dituela, ez bakarrik ikasleari dagokionez, baizik eta eskola komunitatea osatzen dute arlo desberdinei dagokionez ere (hala nola, eskola bera, irakasleak eta gurasoak).

Planteatzen den metodologiak eskolan izango dituen inplikazio pedagogikoei dagokionez, jarduerak burutzerako orduan testu liburua alde batera uztea da inplikaziorik nagusiena. Planteatzen diren egoerak hurbilak eta errealak izan daitezten, testu liburua albo batera utzi beharra dago, izan ere, ohikoa da hauek planteatzen dituzten egoerak haurraren egunerokotasunetik at kokatzea eta haurrak egoerak bizi gabe horiei aurre egin behar izatea.

Aldi berean, testu liburuak oinarri nagusia ez izateak gauza desberdinak inplikatuko ditu. Alde batetik, egoerak irakasleak planteatu behar izateak, irakaslearen lan zama handituko da. Egoeren diseinua irakaslearen esku gelditzeak irakasleak denbora gehiago inbertitzea suposatzen du: denbora gehiago planteatuko diren egoerak pentsatzeko eta denbora gehiago edukiaren lanketarako. Bestalde, eskolako testuingurutik nolabait ateratzea ere inplikatzen du testu liburuak baztertzeak. Hau da, muina jadanik ez dago eskolan ematen diren egoeretan, baizik eta bizitzan ematen diren egoeretan. Ondorioz, beharrezkoa da inguruarekin eta errealitatearekin harremanetan jartzea.

Metodologia aldaketak ere inplikazio psikologiko desberdinak ekarriko ditu. Hauek aztertzeko haurraren garapen kognitiboa hartu behar da kontutan. Marko teorikoan aztertu da 5.mailako ikasleen garapen kognitiboa eta Piagetek proposatutako bi etapen artean dagoela ikusi da. Lan honetan proposatzen den metodologiak horretan lagunduko die modu desberdinetan.

Alde batetik, haurrei beharrezkoa duten denbora emango zaie informazio berria jadanik dituzten eskemetara egokitzeak. 2.3 atalean aztertu den bezala, haurrek alde aurretik zenbait eskema dituzte eta informazio berria eskema horietan txertatzen dute. Prozeduretan oinarritzen den metodologiak ez die denbora ematen ikasleei egokitze prozesua egiteko, hau da, haurrek informazio berria bereganatzen dute baina

ez dute inolako loturarik ezartzen informazio berri horren eta alde zaureratik duten (jadanik dituzten eskemen) artean. Ondorioz, informazioari esanahik ematen ez zaionez gero, haurrak ez dira gai beharrezkoak diren loturak egiteko. Aspektu honetan, planteatzen den metodologia honek inplikaturiko duena da haurrak ikaskuntza esanguratsua izan dadin beharrezkoak diren loturak egitea.

Planteamendu honek ere haurrak eduki desberdinak aztertzeko denbora izatea inplikaturiko du. Gauzak horrela, inplikazio hau edukien gainean pentsatzeko eta hausnartzeko denbora izatera luzatu daiteke, aipaturiko edukien arteko loturak indartsuagoak izatea ahalbidetuz.

Bestetik eta 5.mailako haurra kokatzen den etapan zentratuz, metodologia honek edukia barneratzeko orduan haurrak bizitako egoerak izatea bermaturiko du. Metodologia honek inplikaturiko du planteatzen diren egoerak haurrarentzako hurbilak izatea, horiekin kontaktua izatea, izan ere, gogoratu behar da etapa honetan haurrak oraindik ez direla gai bizi ez dituzten egoeretan kokatzeko.

Honek guztiak, bai eduki desberdinen arteko loturak egiteak baita egoerak haurrak bizitako testuinguruetan kokaturik egoteak, haurra ezagutzaren parte aktiboa izatea inplikaturiko du.

Proposatzen den modu honetan, matematikak hurrei hurbilduz, edukien ulermena ahalbidetzea errazagoa izango da eta zorte pixka batekin matematika hitza ez da ulertezin hitzari lotuta egongo. Aldi berean, haurrek matematikak bizitzarekin harreman estua dutela ikustea inplikaturiko du baita matematika ikasgai hutsa izango balitz bezala ez ikustea ere.

Aipaturiko guztiaren laburpena eginez, esan daiteke metodologia aldaketak berez eskola esparrua bezala hartzen den testuingurua bizitzaren esparrura aldatzea inplikaturiko duela. Bizitza esparru horrek haurrek edukiei esanahia ematea inplikaturiko du, bide batez abstrakzio maila altua eskatzen duten eduki horien ulermena ere ahalbidetuz. Modu honetan metodologia honek inplikaturiko du lantzen diren edukien ikaskuntza esanguratsua bermatzea, urtero aurkitzen diren zailtasun eta arazoak gutxiagotuz.

ONDORIOAK

Lan honen bidez agerian utzi nahi da zatikiak ohikoa den ikuspuntu eta metodologiatik aldentzen ulergarriak izan daitezkeela ikasleentzat. Dena den aipatu behar da arrazoi desberdinak direla eta ezinezkoa izan dela lan hau ikastetxe bateko gela batean praktikara eramatea. Hala ere, praktika aldiaren zenbaki arrazionalak eta zatikiak lantzeko proposamen bat ikusteko aukera izanik, praktiketan izandako esperientzia hori kontatuta hartuko da proposamen honek izan ditzakeen ondorioak garatzeko. Kontuta hartuko den esperientzia honek bi oinarri nagusi ditu: irakasleak erabilitako metodologia eta erabilitako testu liburua. Dena den esan behar da irakasleak erabilitako metodologia erabilitako testu liburuarengatik baldintzatuta dago.

Eskola praktikak burutako ikastetxean matematika arloan erabilitako testu liburua Luis Peredaren Matematika 5 (2003) da. Liburua aztertuz gero, ikusten da zatikiak eta zenbaki arrazionalak garatzeko proposatzen den eredua ikuspuntu algoritmikoan oinarritzen dela. Hau da, testu liburu horren proposamena algoritmo jakinak lantzean oinarritzen da, lehenengo pauso batean algoritmoari dagokion eduki teorikoa landuz eta bigarren pauso batean algoritmo jakin hori lantzeko jarduerak planteatuz. Hala ere lantzen diren eduki teorikoei ez zaie nolabaiteko jarraitasuna ematen edo, hobeto esanda, ez dira harremanik ezartzen landutako eduki teoriko desberdinen artean.

Zenbaki arrazionalak modu honetan lantzeak (ikuspuntu algoritmikoan oinarritzen dena eta edukien artean harremanik ezartzen ez duena) sortzen dituen ondorioak argi eta garbi ikusi ziren aipatutako testu liburu horretako jarduera bat planteatzean, 135. orrialdean ageri dena. Ikasleei paragrafo honen azpian ageri den jarduera egitea planteatu zitzaion. Jarduera inolako arazorik gabe burutu zuten ikasleek. Arazoak irakasleak honelako galdera planteatzean etorri ziren: zergatik ematen da hori? Ikasleek ez ziren gai izan galdera horri erantzuteko, izan ere zatikiak eta zenbaki hamartarrak eduki teorikoak modu independente batean landu ziren, eduki desberdinak izango balira bezala. Ondorioz, ikasleek ez ziren gai 0,5 erdiarekin ($\frac{1}{2}$) harremanetan jartzeko. Irakasleak hau azaldu ondoren, eduki ulertua izan zen ikasleen aldetik, jadanik harreman bat ezarri zelako ikasleen ikuspuntutik eduki independenteak zirenen artean.


13. Egin eragiketa hauek buruz. Aztertu ateratzen diren emaitzak, eta osatu zure aurkikuntzak.

$8 \times 0,5 =$
 $10 \times 0,5 =$
 $40 \times 0,5 =$
 $4 \times 0,5 =$
 $6 \times 0,5 =$

↓

0,5ez biderkatzea bezalaxe da

$120 \times 0,5 =$
 $5.000 \times 0,5 =$
 $13 \times 0,5 =$



5.Irudia. Proposatutako jarduera

Egoera honek agerian uzten du ikuspuntu algoritmikotik aldendu beharra, izan ere, modu honetan ikasleek prozedurak eta edukiak barneratzen baitituzte baina ez diete eduki eta prozedura horien artean inolako harremanik ezartzen, ezta horiei esanahirik ematen ere.

Algoritmoekin jarraituz beste puntu bat aipatu behar da. Ikasleei ez zaie eskatzen inolako irudikapenik egitea. Algoritmo desberdinak garatzean prozedurak lantzen dira soilik, prozedura hori irudikatzeko moduari garrantzirik eman gabe. Ondorioz ez da bultzatzen ikasleek haien adierazpen propioak sortzea eta edukia maila abstraktu batean uzten da. Ikusi izan da irakasleak egoera desberdinentzako irudikapenak egitea eskatzean ikasleek egoera hobeto ulertzen zutela ikasleek. Guzti honek eramaten du ikasleek haien adierazpen propioak sortzea duen garrantziari. Egoera desberdinak irudikatzea eta adierazteak zatiak eta zenbaki arrazionalak bezalako eduki abstraktuak ikasleei hurbiltzera laguntzen du, edukiaren ulermena erraztuz.

Zenbaki arrazionalak ez dira matematikako esparrura mugatzen, bestelako esparruetan ere erabiltzen dira, hala nola, natur eta gizarte zientzietan. Adibide argi bat zatikiak arrazoi moduan duten erabilpena da, ingurunea izeneko ikasgaiari ageri dena mapa eta eskalak aztertzean. Arlo hau praktikak egondako denboran zehar jorratu da ere eta ikusi da ikasleek ez zituztela harremanetan jartzen eskalak eta zatikiak, proportzionaltasuna ez baita matematika ikasgaiari lantzen. Hau da, ikasleentzat eduki matematikoak arlo zehatz horretan lantzen diren edukiak dira eta ez dituzte bestelako

arloekin harremanik ezartzen. Guzti honek agerian uzten du zatikiak eta zenbaki arrazionalen edukia ikasleei transmititzean zatikien esanahi desberdinak aztertu behar direla, ikasleak gai izan daitezten bestelako ikasgaiekin harreman desberdinak ezartzeko. Hau da, helburua ikasleak zatiki eta zenbaki arrazionalak hobeto ulertzea izanik, ikasleek hauen esanahi desberdinak ezagutu behar dituzte, testuinguru desberdinetara aplikatu ahal izateko.

Honekin lotuta aipatu beharra dago Luis Peredaren liburuan proposatzen diren jarduerak ez direla testuinguratzen edo, testuinguratz gero, ikasleentzat hurbilak ez diren egoeretan kokatzen direla (buruketen kasuan). Honek arazo berdinerara eramaten du berriro: ikasleentzat egoera abstraktuak dira, haien ulermenetik at gelditzen direnak. Ikusi da irakasleak egoera horiek pixka bat moldatuz eta ikasleei hurbilduz, egoera horiek ulertzeko gaitasuna handitzen dela, ikaslearen egunerokotasunari hurbiltzen baita.

Prozesu honetan oinarrizko gaitasunak ezinbestekotzat hartzen dira. Oinarrizko gaitasunen helburua eduki desberdinei esanahia ematea izanik, ikasleak zenbaki arrazionalari esanahia emateko prozesuan lagunduko ditu. Honen arrazoi nagusi da oinarrizko gaitasunak ikasleak haren egunerokotasunean behar izango dituen gaitasunetan oinarritzen direla.

Esandako guztia kontutan hartuz eta nahiz eta lan honetan proposatzen den eredu aurrera eramateko aukerarik ez izan, zenbait gauza agerian uzten dira. Alde batetik, eredu algoritmikotik aldendu beharra eta bestetik zenbaki arrazionalak egunerokotasunarekin harremanetan jartzearen beharra. Eredu algoritmikoari dagokionez, oztopo bihurtzen da ikasleek zatikiak adierazteko modu desberdinen artean baita zatikiak dituzten esanahi desberdinen artean harremanak ezartzerako orduan. Aldi berean, zenbaki arrazionalak egunerokotasun baten barruan lantzeak eduki matematiko hori barneratzeko beharrezkoa den abstrakzio maila jaisten lagunduko du. Guzti honek ikasleak zenbaki arrazionalari esanahia ematea ahalbidetuko du.

CONCLUSIONES

Mediante este trabajo se quiere dejar en evidencia que alejándose del punto de vista y metodología tradicional, las fracciones pueden ser entendidas por los alumnos. De todos modos, hay que decir que debido a diferentes razones ha sido imposible llevar este trabajo a la práctica en un aula de un colegio. Aún así, habiendo tenido la oportunidad durante el periodo de prácticas de ver una propuesta de trabajo sobre los números racionales y fracciones, se tendrá en cuenta dicha experiencia para desarrollar las consecuencias que podría tener esta propuesta. La experiencia que se va a tener en cuenta tiene dos bases fundamentales: la metodología llevada a cabo por el profesor y el libro de texto. De todos modos hay que decir que la metodología del profesor está condicionada por el libro de texto.

En el colegio donde se han llevado a cabo las prácticas escolares, el libro de texto en cuestión es el libro Matematika 5 de Luis Pereda. Analizando el libro, se ve que el modelo propuesto para desarrollar las fracciones y los números racionales se basa en un punto de vista algorítmico. Ésto es, la propuesta de dicho libro de texto se basa en trabajar diferentes algoritmos, trabajando en un primer paso el contenido teórico referido a dicho algoritmo y planteando en un segundo paso actividades referidas a dicho algoritmo. Aun así, no se le da algún tipo de seguimiento al contenido teórico, o mejor dicho, no se establece relación entre los diferentes contenidos teóricos a trabajar.

Las consecuencias de trabajar los números racionales de esta forma (basada en un punto de vista algorítmico y que no establece relaciones entre los contenidos) se pueden ver claramente al plantear una actividad de dicho libro de texto. Se les planteó a los alumnos que hicieran la actividad arriba mostrada y que aparece en la página 135 (ver 5. *Irudia. Proposatutako jarduera*). La actividad la desarrollaron sin problemas. Los problemas surgieron cuando el profesor les planteó la siguiente cuestión: ¿por qué pasa éso? Los alumnos no fueron capaces de responder a esa pregunta, ya que los contenidos referidos a las fracciones y a los números decimales se trabajaron de un modo independientes, como si fueran contenidos diferentes. Por lo tanto, los alumnos no eran capaces de establecer relación alguna en 0,5 y la mitad ($\frac{1}{2}$). Después de

haberlo explicado el profesor, el contenido fue entendido por parte de los alumnos, debido a que se estableció una relación entre unos contenidos que eran independientes desde el punto de vista del alumno.

Esta situación deja en evidencia la necesidad de alejarse del punto de vista algorítmico, ya que con este método los alumnos interiorizan procedimientos y contenidos, pero no establecen ninguna relación entre ellos ni les dan ningún tipo de significado.

Siguiendo con los algoritmos es necesario mencionar otro punto. A los alumnos no se les pide que hagan ningún tipo de representación. A la hora de desarrollar los diferentes algoritmos tan solo se trabajan los diferentes procedimientos, sin dar ningún tipo de importancia a la forma de representar dicho procedimiento. Por lo tanto no se incentiva que los alumnos hagan sus propias representaciones y el contenido se deja en un lugar abstracto. Se ha podido comprobar que cuando el profesor ha pedido a los alumnos que representaran las diferentes situaciones los alumnos entendían mejor el contenido. Todo esto lleva a la importancia de que los alumnos hagan sus propias representaciones. Representar las diferentes situaciones ayuda a acercar a los alumnos contenidos tan abstractos como las fracciones y los números racionales, facilitando la comprensión del contenido.

Los números racionales no se limitan al campo de las matemáticas, también se utilizan en otros campos como por ejemplo las ciencias naturales y sociales. Un ejemplo claro es el uso de las fracciones como razón en que aparece en la asignatura de conocimiento del medio al estudiar los mapas y las escalas. Esta situación también se ha tratado durante el periodo de prácticas y se pudo ver como los alumnos no relacionaban las escalas y las fracciones debido a que dicho contenido no suele ser estudiado en la asignatura de matemáticas. Ésto es, para los alumnos los contenidos matemáticos son aquellos que se trabajan en la asignatura de matemáticas y no los relacionan con el resto de campos o asignaturas. De esta manera se deja a la vista que, al transmitir a los alumnos el contenido de las fracciones y los números racionales, es necesario trabajar los distintos significados que puedan tener, para que los alumnos sean capaces de establecer relaciones entre las diferentes asignaturas. Es decir, siendo el objetivo que los alumnos entiendan mejor las fracciones y los números racionales, es

necesario que los alumnos conozcan los distintos significados que pueden tener para que puedan aplicarlos en diferentes contextos.

En relación a lo anterior, es necesario mencionar que las actividades que se proponen en el libro de Luis Pereda no se contextualizan o, en caso de contextualizarlas, se sitúan en situaciones que no son cercanas para los alumnos (en el caso de los problemas). Esto lleva de nuevo al mismo problema: son situaciones abstractas para los alumnos, que quedan lejos de su capacidad de entendimiento. Se ha visto que al adaptar el profesor esas situaciones y al acercarlas a los alumnos, la capacidad de entender esas situaciones por parte de los alumnos aumenta, debido a que se acerca a su día a día.

En este proceso las competencias básicas se toman por imprescindibles. Siendo el objetivo de las competencias básicas dotar de significado a los diferentes contenidos, ayudarán a los alumnos en el proceso de dotar de significado a los números racionales. La razón principal es que las competencias básicas se basan en las competencias que el alumno necesita y necesitará en su día a día.

Teniendo en cuenta todo lo anteriormente expuesto, y aunque no se haya tenido la oportunidad de llevar adelante el modelo que se propone en este trabajo, quedan a la vista varias cosas. Por un lado, la necesidad de alejarse del modelo algorítmico y por otro la necesidad de relacionarlo con el día a día. En lo que al modelo algorítmico se refiere, se convierte en obstáculo a la hora relacionar las diferentes representaciones y los diferentes significados de las fracciones. Al mismo tiempo, trabajar los números racionales dentro del día a día ayudará a bajar el nivel de abstracción necesario para interiorizar ese contenido matemático. Todo esto ayudará al alumno a dotar de significado a los números racionales.

ERREFERENTZIAK

Alonso Duarte, J.L. (2010-2014). *Calculadora para resolver sumas y/o restas de fracciones (quebrados), números enteros y números mixtos*. [ingenieriaycalculos.com]
[Hemen erabilgarria (2014/04/22): <http://www.ingenieriaycalculos.com/matematicas/aritmetica/fracciones/calculadora/s-una-resta>]

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires, Argentina: Zorzal

Cantero Castillo, N del P (2010). El área de las matemáticas en el currículo de educación primaria. *Revista digital Innovación y Experiencias Educativas*. Granada.
[Hemen erabilgarria (2014/05/14): http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_32/NATIVIDAD%20CANTE-RO%20CASTILLO_2.pdf]

Castro, E. (2008). *Didáctica de la matemática en la Educación Primaria*. Madrid, España: Editorial Síntesis

Chamorro, M^o C. (2003). *Didáctica de las matemáticas. Colección primaria*. Madrid, España: Pearson Education

Farstad, H. (2004). *Las competencias para la vida y sus repercusiones en la educación*. Oslo, Noruega: Instituto Nacional de Tecnología. [Hemen erabilgarria (2014/05/14): <http://www.ibe.unesco.org/International/ICE47/Spanish/Organisation/Workshops/Background%20at-3-ESP.pdf>]

Gobierno de España, Departamento de Educación. *Ley Orgánica 1/1990, de 3 de octubre de Ordenación General del Sistema Educativo*. Madrid: BOE Núm.238 jueves 4 de octubre de 1990

Gobierno de España, Departamento de Educación. *Real Decreto 1006/1991, de 14 de junio por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Primaria*. Madrid: BOE Núm. 152 miércoles 26 de junio de 1991

Gobierno de España, Jefatura de Estado. *Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo de Educación*. Madrid: BOR Núm. 106 jueves 4 de mayo de 2006

Gobierno de España, Ministerio de Educación y Ciencia. *Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación primaria*. Madrid: BOE Núm. 293 viernes 8 de diciembre de 2006

Gobierno de Navarra, Hezkuntza Departamentua (2007). *Curriculum. Lehen Hezkuntza (I. liburukia)*. Iruña: Nafarroako Gobernuaren Argitalpen Fonda

Godino, J. D. (2004). *Didáctica de las Matemáticas para Maestros*. Granada, España: GAMI, S. L. Fotocopias

Haylock, D. (2001). *Mathematics explained for primary teachers*. London, UK: Paul Chapman Publishing

Meece, J. (2000) *Desarrollo del niño y del adolescente. Compendio para educadores*. México, D.F, SEP [Hemen erabilgarria (2014/ 04/ 22): <http://www.slideshare.net/quetecuento/desarrollo-del-nioydeladolescente1>]

Pereda, L. (2002). *Matematika 5. Hirugarren zikloa. Lehen hezkuntza*. Donostia: Erein