

# MATEMÁTICAS

Joaquín Hermoso de Mendoza  
Donamaría

---

La resolución de problemas en  
primero de primaria.

**TFG/GBL 2013**

**upna**  
Universidad  
Pública de Navarra  
Nafarroako  
Unibertsitate Publikoa

Facultad de Ciencias Humanas y Sociales  
Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea

Grado en Maestro de Educación Primaria  
*/ Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua*



**Grado en Maestro en Educación Primaria**  
**Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradu**

Trabajo Fin de Grado

Gradu Bukaerako Lana

***LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN PRIMERO  
DE PRIMARIA***

Joaquín HERMOSO DE MENDOZA  
DONAMARÍA

FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y SOCIALES  
GIZA ETA GIZARTE ZIENTZIEK FAKULTATEA

**UNIVERSIDAD PÚBLICA DE NAVARRA**  
**NAFARROAKO UNIBERTSITATE PUBLIKOA**

**Estudiante / Ikaslea**

Joaquín HERMOSO DE MENDOZA DONAMARÍA

**Título / Izenburua**

La resolución de problemas en primero de primaria

**Grado / Gradu**

Grado en Maestro en Educación Primaria / Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua

**Centro / Ikastegia**

Facultad de Ciencias Humanas y Sociales / Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea  
Universidad Pública de Navarra / Nafarroako Unibertsitate Publikoa

**Director-a / Zuzendaria**

M<sup>a</sup> Carmen PRADOS OSÉS

**Departamento / Saila**

Departamento de Matemáticas / Matematika Saila

**Curso académico / Ikasturte akademikoa**

2013/2014

**Semestre / Seihilekoa**

Primavera / Udaberrik

## Preámbulo

El Real Decreto 1393/2007, de 29 de octubre, modificado por el Real Decreto 861/2010, establece en el Capítulo III, dedicado a las enseñanzas oficiales de Grado, que “estas enseñanzas concluirán con la elaboración y defensa de un Trabajo Fin de Grado [...] El Trabajo Fin de Grado tendrá entre 6 y 30 créditos, deberá realizarse en la fase final del plan de estudios y estar orientado a la evaluación de competencias asociadas al título”.

El Grado en Maestro en Educación Primaria por la Universidad Pública de Navarra tiene una extensión de 12 ECTS, según la memoria del título verificada por la ANECA. El título está regido por la *Orden ECI/3857/2007, de 27 de diciembre, por la que se establecen los requisitos para la verificación de los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Primaria*; con la aplicación, con carácter subsidiario, del reglamento de Trabajos Fin de Grado, aprobado por el Consejo de Gobierno de la Universidad el 12 de marzo de 2013.

Todos los planes de estudios de Maestro en Educación Primaria se estructuran, según la Orden ECI/3857/2007, en tres grandes módulos: uno, *de formación básica*, donde se desarrollan los contenidos socio-psico-pedagógicos; otro, *didáctico y disciplinar*, que recoge los contenidos de las disciplinas y su didáctica; y, por último, *Practicum*, donde se describen las competencias que tendrán que adquirir los estudiantes del Grado en las prácticas escolares. En este último módulo, se enmarca el Trabajo Fin de Grado, que debe reflejar la formación adquirida a lo largo de todas las enseñanzas. Finalmente, dado que la Orden ECI/3857/2007 no concreta la distribución de los 240 ECTS necesarios para la obtención del Grado, las universidades tienen la facultad de determinar un número de créditos, estableciendo, en general, asignaturas de carácter optativo.

Así, en cumplimiento de la Orden ECI/3857/2007, es requisito necesario que en el Trabajo Fin de Grado el estudiante demuestre competencias relativas a los módulos de formación básica, didáctico-disciplinar y practicum, exigidas para todos los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Primaria.

En este trabajo, el módulo *de formación básica* ha permitido desarrollar los apartados 2 y 3. El apartado 2 hace referencia a las teorías que tienen en cuenta el desarrollo cognitivo del niño, al igual que trata los diferentes modelos de resolución de problemas y una clasificación sobre los tipos de problemas. En el punto 3, se menciona una serie de contenidos relacionados con la metodología expuesta y se plantea una propuesta en la que se analizan las dificultades que tiene el alumnado frente a la resolución de problemas.

El módulo *didáctico y disciplinar* se encuentra en el apartado 3 del trabajo. Se han desarrollado cuatro sesiones, teniendo en cuenta los objetivos planteados al principio del trabajo, tres de ellas dedicadas a la resolución de los diferentes tipos de problemas y la última de las sesiones, dedicada a la elaboración por parte del alumnado de sus propios problemas.

Asimismo, el módulo *practicum* aparece tanto en el apartado 3 y sobre todo en el apartado 4 del trabajo, resultados y discusión, donde se muestran un análisis detallado de las principales dificultades que tienen los alumnos frente a la resolución de problemas y de cómo se cubren todas estas dificultades.

## Resumen

La resolución de problemas no consiste simplemente en conseguir que los alumnos y alumnas sean capaces de resolver los problemas que se les proponen, sino que además, se debe conseguir que sean competentes en la vida diaria y estén capacitados para resolver los futuros problemas que les surjan, al igual que se pretende fomentar la adquisición de estrategias de análisis matemático, cálculo y autoaprendizaje.

Se plantea este trabajo en función de las diferentes necesidades y dificultades que muestran los alumnos y alumnas de primero de primaria a la hora de resolver una serie de problemas. Para ello se analizarán las principales dificultades que surjan, qué se aprende mediante la resolución de problemas matemáticos y cómo se deben trabajar con los niños y niñas de primero de primaria.

*Palabras clave: Resolución de problemas; Dificultades; Autoaprendizaje; Necesidades; Análisis matemático.*

## Abstract

Problem solving does not simply consists of ensuring that students are able to solve problems that are proposed to them, but also, we must succeed in getting students to be competent in the everyday life and capable of solving future problems arising to them, as well as seeking to promote the acquisition of mathematical analysis strategies, calculus, and self- learning.

The present work is based upon the different needs and difficulties that first-grade students show when solving a series of problems. To do so, we will analyze the major difficulties that students face, what is learned by solving mathematical problems, how to address this issue and how to work on it with first grade children.

*Keywords: Problem solving ; Difficulties ; Self-learning ; Needs ; Mathematical analysis.*



## Índice

<b>Introducción .....</b>	<b>1</b>
<b>1. Antecedentes, objetivos y cuestiones .....</b>	<b>3</b>
1.1. Antecedentes .....	3
1.2. Objetivos .....	4
1.3 Cuestiones .....	5
<b>2. Marco teórico .....</b>	<b>6</b>
2.1. Principales teorías del aprendizaje .....	6
2.2. Perspectiva histórica y modelos en la resolución de problemas .....	8
2.3. Tipos de problemas .....	15
<b>3. Material y método .....</b>	<b>23</b>
3.1 ¿De dónde partimos o comenzamos? .....	23
3.2 Método .....	25
3.2.1 ¿Cómo se afrontará la resolución de problemas? .....	25
3.3 Metodología que se va a emplear .....	26
3.3.1 ¿Con qué materiales se va a trabajar? .....	31
3.4 Propuesta de actividades .....	35
<b>4. Resultado y discusión .....</b>	<b>43</b>
<b>5. Conclusiones</b>	
<b>6. Referencias</b>	



## **Introducción**

El presente trabajo está enfocado a contenidos que pertenecen al campo de las Matemáticas. En ningún momento el tema seleccionado fue impuesto por la imposibilidad de elegir otras opciones, sino que la decisión de escogerlo estuvo motivada por el transcurso positivo de esta asignatura a lo largo de mi experiencia en diferentes prácticas escolares, y por el aprendizaje obtenido de las diferentes asignaturas de Matemáticas en la Universidad Pública de Navarra.

En la siguiente propuesta se trabaja la resolución de problemas, se considera indispensable que los alumnos y alumnas desarrollen su capacidad de razonar y comprender, que a su vez irán utilizando en las demás áreas y en el día a día.

En muchas ocasiones, los niños ven las matemáticas como una asignatura aburrida, complicada y de poca utilidad. Uno de los objetivos planteados para esta propuesta es conseguir que el alumnado desarrolle el gusto y la comprensión por las matemáticas, para ello se ha planteado una metodología activa y participativa en la que el alumno es el principal protagonista y es el que construye su propio conocimiento.

El tema fundamental de dicha propuesta consiste en partir de las dificultades que tienen los alumnos y alumnas de primero de primaria frente a la resolución de problemas. Una vez se han observado y analizado, se pasará a valorar cuales son los fallos más habituales y de qué manera se les puede ayudar. Esta propuesta se ha puesto en práctica en un aula de primero de primaria, durante el periodo de prácticas escolares, y por tanto se conoce a los estudiantes, el nivel que tienen, hasta donde pueden llegar y cómo trabajan.

Se analizarán las diferentes estrategias y formas de afrontamiento que van surgiendo frente a este tema por parte del alumnado, al igual que se explicarán y desarrollarán las metodologías utilizadas dentro del aula para resolver problemas. Se mencionarán los diversos métodos de trabajo, las estructuras empleadas para explicar cómo resolver un problema planteado de la manera más adecuada, y finalmente se verá la importancia de la representación gráfica y el empleo de materiales didácticos para la resolución de problemas.

Para la elaboración de esta propuesta se han planteado cuatro sesiones, en las tres primeras se les entregará una serie de problemas que deberán realizar para ver las principales dificultades que tienen los alumnos y alumnas, finalmente se llevará a cabo una cuarta sesión en la que son ellos mismos los encargados de elaborar el propio enunciado del problema.

Este trabajo puede resultar interesante para los docentes o estudiantes de Educación Primaria para que comiencen a indagar en la resolución de problemas, y por tanto lo puedan llegar a poner en práctica.

## **1. Antecedentes, objetivos y cuestiones.**

### **1.1 Antecedentes**

En la Educación Primaria se busca alcanzar una eficaz alfabetización numérica, entendida como la capacidad para enfrentarse con éxito a situaciones en las que intervengan los números y sus relaciones, permitiendo obtener información efectiva, directamente o a través de la comparación, la estimación y el cálculo mental o escrito. Es importante resaltar que para lograr una verdadera alfabetización numérica se necesita principalmente, actuar con confianza ante los números y las cantidades, utilizarlos siempre que sea pertinente e identificar las relaciones básicas que se dan entre ellos.

El área de matemáticas y concretamente la resolución de problemas en Educación Primaria es eminentemente experiencial; los contenidos de aprendizaje toman como referencia lo que resulta familiar y cercano al alumnado, y se abordan en contextos de resolución de problemas y de contraste de puntos de vista. Los niños y las niñas deben aprender Matemáticas utilizándolas en contextos funcionales relacionados con situaciones de la vida diaria, para adquirir progresivamente conocimientos más complejos a partir de las experiencias y los conocimientos previos. Este hecho es muy importante, puesto que se debe conseguir que los alumnos y alumnas vayan consiguiendo las competencias básicas de matemáticas con las que hacer frente a situaciones de la vida diaria.

Los contenidos asociados a la resolución de problemas constituyen una gran aportación a la autonomía e iniciativa personal del alumnado. La resolución de problemas tiene, al menos, tres vertientes complementarias asociadas al desarrollo de esta competencia: la planificación, la gestión de los recursos y la valoración de los resultados. La planificación que se asocia a la comprensión en detalle de la situación planteada sobre todo para tomar decisiones; la gestión de los recursos incluye la optimización de los procesos de resolución; por su parte, la evaluación periódica del proceso y la valoración de los resultados permite hacer frente a otros problemas o situaciones con mayores posibilidades de éxito.

Los procesos de resolución de problemas son muy importantes en Educación Primaria, puesto que son el soporte básico del aprendizaje matemático y además constituye uno de los ejes principales de la actividad matemática. En la resolución de problemas se utilizan muchas de las capacidades básicas: leer comprensivamente, reflexionar, establecer un plan de trabajo que se va revisando durante la resolución, modificar el plan si es necesario, comprobar la solución si se ha encontrado, hasta la comunicación de los resultados.

## **1.2 Objetivos**

Teniendo en cuenta estos antecedentes, se pretende abordar el tema de la resolución de problemas mediante el empleo de unas estrategias/metodologías utilizadas en el aula, el uso de materiales didácticos con el fin de conseguir que los alumnos y alumnas utilicen estos materiales manipulativos para conseguir los objetivos planteados.

Lo que se pretende es que partiendo de la resolución de problemas, veamos las principales dificultades y cuestiones que se les presentan a los alumnos y alumnas en este tema, y así plantear diferentes metodologías con las cuales estos alumnos sean capaces de comprender y resolver adecuadamente un problema de matemáticas. A su vez, se realizarán diferentes tipos de problemas con el fin de conseguir que todos los estudiantes vean diferentes maneras de resolverlos. A su vez se plantearan distintas estrategias de resolución de problemas.

De esta manera se plantean los siguientes objetivos:

- Desarrollar las capacidades de comprensión y análisis de los problemas matemáticos para su correcta interpretación y resolución. Potenciar la comprensión lectora.
- Conocer y desarrollar el gusto por las matemáticas, concretamente la resolución de problemas, a partir de una metodología activa en la que el principal protagonista sea el propio alumno. Desarrollar su capacidad de concentración e interpretación.
- Reconocer la importancia de las matemáticas en la vida cotidiana.

Estos son los tres objetivos planteados para este trabajo, cuya finalidad es conseguir que los alumnos y alumnas sepan interpretar adecuadamente lo que dice un

problema, conozcan la manera de resolverlo bien mediante una metodología activa y participativa.

### **1.3 Cuestiones**

A continuación se muestran una serie de cuestiones que se plantean en el presente trabajo y que más adelante se analizaren con detenimiento:

- ¿Cuáles son las principales dificultades que muestran los alumnos y alumnas de primero de primaria ante la resolución de problemas?
- ¿Es verdad que la representación gráfica y el uso de materiales didácticos les facilita y ayuda a resolver un problema matemático?

## **2. Marco teórico: fundamentación e implicaciones.**

### **2.1 Principales teorías del aprendizaje**

Los procesos cognitivos han sido estudiados desde diferentes modelos de investigación; no obstante, la Psicología cognitiva será la que mayor importancia otorgue a estos procesos, pues este enfoque se encuentra interesado en comprender y explicar las representaciones y procesos mentales que subyacen a la conducta, en definitiva, su objetivo principal consiste en explicar y predecir el comportamiento basándose en cómo el ser humano adquiere la información, cómo representa mentalmente esta información, cómo la transforma y cómo recupera esta información en un momento dado (Ballesteros, 2001).

El desarrollo intelectual pasa por una serie de etapas relacionadas, en las cuales el conocimiento del mundo que tiene el niño cobra formas diferentes.

Dentro de este enfoque podemos distinguir la teoría de Piaget, quien estableció una serie de estadios o fases que todo sujeto debía superar para completar su desarrollo cognitivo; estos estadios quedan concretados en:

- 1.- Estadio sensoriomotor (0-2 años)
- 2.- Estadio de preparación y organización de las operaciones concretas (2 a 11/12 años)
- 3.- Estadio de las operaciones formales (11/12 años en adelante)

Dentro del segundo estadio nos encontramos con un subestadio, el preoperatorio, que suele entenderse, de igual modo, como un cuarto período. En este período la inteligencia del niño se caracteriza por ser fundamentalmente práctica, ligada a la sensorial y a la acción motora. Los logros más destacados son el establecimiento de la conducta intencional, la elaboración de nociones como la de relación causa-efecto, la de vinculación medios-fin, la construcción del concepto de objeto permanente y de las primeras representaciones, y el acceso a la función simbólica. Dentro del estadio de preparación y organización de las operaciones concretas (2 a 11/12 años), el período preoperatorio goza, para algunos autores como Marchesi (2000), de una identidad propia por lo que podemos establecer el siguiente esquema:

- Periodo preoperatorio (2-6/7años). El pensamiento preoperacional se estructura, según Piaget, en dos tramos:
  - El que corresponde al pensamiento simbólico y preconceptual (2años hasta 4 años).
  - El que corresponde al pensamiento intuitivo (4 años hasta 7 años).

Los rasgos más característicos de esta etapa son los siguientes:

- Pensamiento simbólico y preconceptual - Pensamiento intuitivo
- Ausencia de equilibrio - Centración
- Irreversibilidad - Estatismo
- Egocentrismo - La acción.

- Periodo de las operaciones concretas (6/7 a 11/12 años). Los rasgos definitorios de este periodo son:
  - Las operaciones se encuentran integradas en una estructura de conjunto. Las operaciones mentales nunca se producen de forma aislada. Las operaciones de un estadio no sólo están relacionadas entre sí sino que existe una interdependencia entre unas y otras. A lo largo de todo el periodo los niños adquirirán las nociones de cantidad, peso, volumen, masa, tiempo,... de forma cada vez más compleja.
  - El pensamiento es flexible, no limitado al aquí y ahora, multidimensional, menos egocéntrico.

En la transición del pensamiento preoperacional al de operaciones concretas, según Piaget, se requiere de muchos años de experiencia en la manipulación y aprendizaje de objetos y materiales del entorno. En cambio para Vigotski, esto se establece mediante la relación con las personas que lo rodean.

El procesamiento de la información juega un papel fundamental durante el desarrollo cognitivo del niño en estas edades, en el que se debe destacar funciones importantes como la atención, la solución de problemas, la memoria y la metacognición. En lo referido a estas dos últimas funciones, la capacidad de recordar listas de objetos va mejorando entre los 5 y 7 años, los niños se esfuerzan por memorizar información de manera consciente, repiten una y otra vez la información que quieren retener.

La metacognición se puede definir como los "complejos procesos intelectuales que permiten al niño supervisar sus pensamientos, memoria; conocimiento, metas y acciones", consiste en "reflexionar sobre el pensamiento". La capacidad de "vigilar" el pensamiento y la memoria comienza hacia los 6 años y alcanza un nivel más elevado entre los 7 y los 10 años; no obstante, la metacognición es mejor si el material por aprender es común o conocido (Craig, 2001).

A partir del período de las operaciones concretas, el niño o niña entrará en un nuevo estadio, el de las operaciones formales, pero este estadio ya no engloba la propuesta la cual se mencionará más adelante, puesto que se va a trabajar con alumnos y alumnas de primero de primaria.

## **2.2 Perspectiva histórica y modelos en la resolución de problemas**

Pappus de Alejandría en su famosa *Colección Matemática* publicada el año 320, y en su libro VII que dedicó a su hijo, incluye una serie de obras de autores anteriores con el propósito de que sirviera para adiestrar en la resolución de problemas. Introduce además unas reflexiones propias sobre los procesos de razonamiento que pueden emplearse. Es famosa su explicación del método de análisis-síntesis. Con todo ello se convierte en el primer gran estudioso de heurística que conocemos.

Más de un milenio ha de sucederse para que encontremos matemáticos de talla ocupados del tema. El primero que debemos mencionar es René Descartes (1596-1650), que se propuso encontrar un método universal para la solución de problemas. Proyectoó escribir unas "Reglas para la dirección de los ingenios" pero no llegó a concluir las.

Leibniz (1646-1716) quiso escribir un libro titulado *Arte de la invención* pero nunca lo hizo. Dejó, sin embargo, a lo largo de toda su obra una serie de anotaciones en las que se traslucía su interés por las fuentes de la invención y su funcionamiento.

Hay que avanzar seguramente hasta Bernardo Bolzano (1781-1848) para encontrar una aportación de interés para el tema que nos ocupa. Dentro de sus trabajos de lógica dedicó gran atención a la heurística. Con un afán muy de su tiempo, pretendía más que presentar algo nuevo, asentar en términos claros las reglas y los caminos de la investigación.

---

No es hasta finales del siglo XIX cuando la psicología inicia el estudio sistemático de los procesos de invención. Dewey formula en 1888 un modelo de resolución de problemas que se mantuvo vigente durante mucho tiempo. Según él, las fases del proceso serían:

1. Identificación de la situación problemática.
2. Definición precisa del problema.
3. Análisis medios-fines. Plan de solución.
4. Ejecución del plan.
5. Asunción de las consecuencias.
6. Evaluación de la solución. Supervisión. Generalización.

No vamos a entrar en la descripción precisa de los modelos por evitar la reiteración de muchos aspectos que son comunes a todos. Posteriormente, se realizará la revisión detallada de alguno de ellos, que supone en cierto modo una refundición de los modelos más importantes, y en él analizaremos con detalle muchos de los conceptos que se van a ir mencionando.

Cabe también referirse a una cuestión de interés. La diferencia más marcada entre los modelos propuestos para problemas generales y problemas matemáticos está en la inclusión o no de una fase inicial de “identificación del problema”. En los modelos matemáticos no está presente, puesto que se supone que los problemas están propuestos desde el exterior y por tanto han sido previamente explicitados. Sin embargo, en otras facetas ello no sucede del mismo modo, y se hace preciso detectar y perfilar la presencia de los mismos. Se puede ilustrar esta fase con un ejemplo mencionado por Bransford y Stein (Bransford, J. D. y B. S. Stein 1897).

Al parecer los hermanos Biro eran correctores de pruebas. Dedicaban mucho tiempo a la búsqueda y corrección de errores tipográficos. Para comunicar estos errores debían utilizar plumas estilográficas, y para no incrementar su número debían hacerlo con mucho cuidado y, por tanto, dedicándole mucho tiempo. Cuando identificaron su problema pusieron las bases de su famoso invento: el bolígrafo. Muchos otros habían pasado por la misma experiencia y habían pensado que era uno más de los inconvenientes de su oficio, nunca habían visto en ello un problema que se podía resolver.

El modelo más relevante entre los primeros propuestos se debe a Wallas en su famoso libro *The Art of Thought* de 1926. Muchos de los modelos propuestos después le son tributarios.

Las cuatro fases de la resolución, según Wallas, serían:

1. *Preparación*. Recolección de información e intentos preliminares de solución.
2. *Incubación*. Dejar el problema de lado para realizar otras actividades o descansar.
3. *Iluminación*. Es cuando se produce la aparición de la idea clave para la solución (el famoso ajá o insight).
4. *Verificación*. Se comprueba la solución.

Como se puede apreciar es una descripción del proceso de invención más que un modelo para el análisis o la instrucción en resolución de problemas.

### **El modelo de Polya**

La aparición en 1945 de un librito titulado *How to solve it* del matemático norteamericano de origen húngaro George Polya, supuso el nacimiento de una nueva doctrina. A raíz de su publicación un creciente número de matemáticos, lógicos, pedagogos y psicólogos se ha ocupado del tema, asentando con categoría de ciencia independiente lo que ha dado en llamarse heurística moderna.

Polya basa su programa en la idea del resolutor ideal, esto es, el sujeto que al resolver un problema avanza linealmente desde el enunciado hasta la solución.

La escuela es el lugar donde los alumnos deben aprender a resolver problemas, y si no dedicamos a ello el tiempo que la actividad requiere, difícilmente se logrará en años posteriores. Para aprender a resolver problemas, los alumnos han de invertir mucho tiempo enfrentándose a ellos. Poco a poco irán interiorizando estrategias y sugerencias de aplicación, en la medida en que las utilizan para resolver diferentes situaciones.

En la etapa de Educación Primaria deben asentarse las bases que contribuirán a que los alumnos sean capaces de enfrentarse con un mayor porcentaje de éxito a este tipo de actividades.

## **El método en la resolución de problemas**

George Polya (1949) estableció cuatro etapas que después sirvieron de referencia para muchos planteamientos y modelos posteriores, en los que se fueron añadiendo nuevos matices, si bien el esquema básico de todos ellos se mantiene. Las etapas del proceso de resolución que determina Polya son las siguientes:

- Comprensión del problema.
- Concepción de un plan.
- Ejecución del plan.
- Visión retrospectiva.

Estos cuatro pasos, que se conciben como una estructura metodológica, podrían aplicarse también a problemas incluso no matemáticos de la vida diaria. Al poner en práctica este método en Educación Primaria, es necesario tener en cuenta que su aplicación y la importancia concedida a cada una de las fases, debe adecuarse a las edades y desarrollo intelectual de los alumnos con los que se trabaje.

A continuación se explicarán detalladamente en qué consisten las cuatro fases del proceso de resolución de problemas de Polya.

- **Fases del proceso de resolución de problemas de Polya (1949)**

Si queremos que nuestros alumnos aprendan a resolver problemas, debemos dedicar tiempo a ejercer como modelos de buenos resolutores y explicitar los procesos de pensamiento que tienen lugar, para que tomen conciencia de ellos. La mayor parte de los aprendizajes se realizan por imitación a través de la observación y la práctica, de una forma más o menos reiterada, de aquello que se desea aprender. Por tanto, se debe ofrecer situaciones para que puedan ejercitarse en los procesos mentales que conlleva la resolución de problemas.

Es importante que cuando se les plantee problemas a los alumnos, se centren en primer lugar en la lectura del mismo, para comprenderlo adecuadamente.

Una vez conseguido el clima de trabajo, podremos empezar con la primera fase del modelo de resolución.

- 1ª fase. Comprensión del problema

Implica entender tanto el texto como la situación que nos presenta el problema, diferenciar los distintos tipos de información que nos ofrece el enunciado y comprender qué debe hacerse con la información que nos es aportada, etc.

Se puede considerar el texto de los enunciados matemáticos, como una tipología particular en la que se expresa la situación a resolver, pero no el modo de llevarla a cabo. Su descubrimiento forma parte del trabajo del resolutor.

- 2ª fase. Concepción de un plan

Es la parte fundamental del proceso de resolución de problemas. Una vez comprendida la situación planteada y teniendo clara la meta a la que se quiere llegar, es el momento de planificar las acciones que llevarán a ella.

- 3ª fase. Ejecución del plan

Consiste en la puesta en práctica de cada uno de los pasos diseñados en la planificación. Es necesaria una comunicación y una justificación de las acciones seguidas: primero calculo..., después..., por último... hasta llegar a la solución. Esta fase concluye con una expresión clara y contextualizada de la respuesta obtenida.

- 4ª fase. Visión retrospectiva

Un problema no termina cuando se ha hallado la solución. La finalidad de la resolución de problemas es aprender durante el desarrollo del proceso, y este termina cuando el resolutor siente que ya no puede aprender más de esa situación.

Desde este punto de vista, es conveniente realizar una revisión del proceso seguido, para analizar si es o no correcto el modo como se ha llevado a cabo la resolución. Es preciso:

- Analizar si el resultado obtenido está relacionado con la situación planteada.
- Ver si hay otras maneras de resolver el problema.
- Analizar cómo se han superado las dificultades planteadas por el problema.

Todos estos aspectos, que normalmente no se trabajan en el aula con los alumnos, sistematizan los procedimientos para la resolución de problemas de forma activa. Es necesario verbalizar los procesos que se dan interiormente. De esta manera podremos conocer, por un lado, la forma de razonar y proceder, actuar... de los alumnos y, por

otro, tener acceso a una serie de lagunas o malas interpretaciones referidas a contenidos conceptuales o procedimentales, que a veces es difícil detectar.

Este proceso que sugiere Polya (1949) va aplicado a los problemas que pueden plantearse a lo largo de la educación primaria (problemas aritméticos de diferentes niveles, problemas geométricos, problemas de razonamiento lógico, problemas de recuento sistemático, problemas de razonamiento inductivo, y problemas de azar y probabilidad). En concreto, en primero de primaria es necesario reforzar aquellos problemas que implican algoritmos de adición y sustracción.

### **El modelo de Guzmán**

Su propuesta fue completamente desarrollada en el libro *Para pensar mejor*, aunque se ha ido perfilando a lo largo de otras publicaciones anteriores.

Esta propuesta se basa, según confesión del autor, en las observaciones realizadas en su propia actividad, en el intercambio de experiencias con sus compañeros, en la exploración de las formas de pensar de sus alumnos en la universidad y en el estudio de las obras de otros autores.

Para Guzmán la resolución de un problema pasa por cuatro fases:

1. Familiarización con el problema.
2. Búsqueda de estrategias.
3. Desarrollo de la estrategia.
4. Revisión del proceso.

A continuación se procederá a estudiarlas detalladamente, incluyendo las sugerencias heurísticas más adecuadas para cada una de ellas.

#### *Familiarización con el problema*

Engloba todas las acciones encaminadas a comprender del modo más preciso posible la naturaleza del problema al que vamos a enfrentarnos.

La idea sería realizar preguntas a los alumnos y alumnas del tipo:

- ¿De qué trata el problema?
- ¿Cuáles son los datos?
- ¿Qué pide determinar o comprobar el problema?

- ¿Disponemos de datos suficientes?
- ¿Guardan los datos relaciones entre sí? Etc.

### *Búsqueda de estrategias*

Se trata de determinar unas cuantas estrategias heurísticas para abordar el problema. No ha llegado aún el momento de aplicarlas, sino de seleccionar, dentro de nuestro archivo de estrategias, cuáles parece que se adecúan más a la naturaleza del problema.

### *Desarrollo de la estrategia*

Momento en el que pasa a aplicarse la estrategia seleccionada. Aquí es de interés tener en cuenta la siguiente relación de sugerencias heurísticas.

- Llevar adelante las mejores ideas que se nos hayan ocurrido, una a una.
- No hay que desanimarse a la primera dificultad, pero tampoco desistir si las cosas se complican demasiado.
- Reflexionar sobre la validez de cada caso.
- Preguntémonos si lo que hemos obtenido es la solución. Estudiémosla a fondo.

### *Revisión del proceso*

Quizás el momento más fructífero sea aquel en el que se ha resuelto el problema. Nos volvemos sobre él y sobre nuestro proceso de pensamiento e iniciamos una reflexión, cuya guía puede ser la siguiente serie de sugerencias.

- Examinemos a fondo el camino seguido. ¿Cómo hemos llegado a la solución?
- Busquemos ahora un camino más simple.
- Tratar de entender no sólo que la cosa funciona sino por qué funciona.
- Reflexionar sobre el proceso de pensamiento y obtener consecuencias de él.
- Estudiar qué otros resultados se pueden obtener con este método.

Para esta cuarta fase es primordial disponer de un protocolo completo de nuestro proceso de resolución.

Finalmente se debe mencionar el hecho de que hay numerosos modelos y teorías de diferentes autores (Polya, Guzmán, Jungk, Fridman...), pero no existe una estructura o

---

una metodología universal la cual asegure llegar a una solución clara y cierta siguiendo los pasos que se proponen.

### **2.3 Tipos de problemas**

Tras analizar las principales teorías del aprendizaje y modelos de resolución de problemas, se pasará a realizar una distinción entre los diferentes tipos de problema.

Como afirma M<sup>a</sup> Antonia Canals, "los buenos problemas plantean situaciones nuevas, próximas a la realidad del alumno, e implican un reto que te hace pensar, imaginar... Se adecúan al nivel evolutivo del alumno y admiten más de una solución" (Biniés, P. 2008).

Esta afirmación es totalmente cierta, la resolución de problemas no se basa simplemente en tomar una serie de problemas y planteárselo a los alumnos y alumnas con el fin de que lo resuelvan, esto no es así, puesto que lo que se debe hacer es plantearles situaciones nuevas, que impliquen un reto, que hagan pensar y sobre todo es de gran importancia el hecho de que sean cercanas a la realidad, puesto que se tratan de alumnos y alumnas que están comenzando el primer curso del colegio y deben aprender muchas cosas, se debe conseguir que sean capaces de hacer frente a las diversas situaciones que les plantee la sociedad, y de este modo sepan desenvolverse adecuadamente.

Es importante resaltar que en la resolución de problemas no haya un procedimiento general o regla que los alumnos puedan aprender y aplicar, que no se reduce sencillamente a un algoritmo, que no se puede enseñar paso a paso y que —siguiendo en términos de negación— no están planteados simplemente para hacer cálculos, sino más bien para hacer pensar.

Por este motivo, el profesor debe plantear a sus alumnos y alumnas una gran variedad de problemas, para que se pueda trabajar desde todos los enfoques posibles. También es requisito absolutamente imprescindible, el hecho de crear un ambiente de clase que invite a los alumnos a explorar, arriesgarse, compartir experiencias con sus compañeros, preguntar a unos y a otros (incluido el profesor). En definitiva, fomentar una verdadera participación activa, responsable y creativa.

Según lo que afirma M<sup>a</sup> Antonia Canals y en consonancia con el pensamiento expresado anteriormente: "el error, de entrada, es que muchos alumnos, inseguros delante de un problema, intentan adivinar cuál es la operación que tienen que realizar, suma, resta, multiplicación... Y muchas veces son los propios maestros quienes les llevan a este error inicial de actitud con preguntas como ¿qué tienes que hacer, una suma o una resta? Este es el camino contrario al razonamiento" (Biniés, P. 2008).

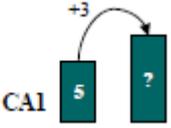
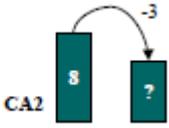
En muchas ocasiones los alumnos y alumnas que se encuentran frente a un problema, simplemente intentan adivinar la operación correcta, se debe tener mucho cuidado y el profesor debe realizar las preguntas oportunas, proveer al alumnado de los materiales necesarios para que éste lo comprenda, y tenga una mayor seguridad en sí mismo para resolverlo y elegir la operación adecuada.

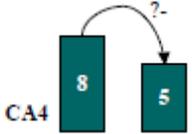
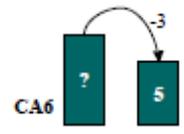
Es importante mencionar también los tipos de problemas que se trabajan en este primer ciclo y concretamente en primero de primaria, a continuación se mostrarán una serie de tablas con los tipos de problemas y sus variantes. En cada tabla queda especificado el ciclo para el que van dirigido. Obviamente nos centraremos a lo largo del trabajo en aquellos problemas del tipo suma y resta que son los que se dan en primero de primaria básicamente, y con los que se resuelven los diferentes problemas propuestos.

Según la clasificación expuesta por J. Luis Luceño Campos y Jaime Martínez Montero, se clasifican los tipos de problemas en las siguientes categorías: cambio, combinación, comparación e igualación. Se ha decidido prescindir del último tipo de problema (igualación), ya que va dedicado más a ciclos superiores, y este trabajo se va a centrar en la resolución de problemas en primero de primaria.

## PROBLEMAS DE CAMBIO

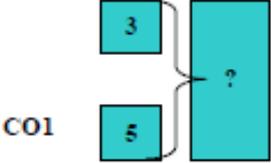
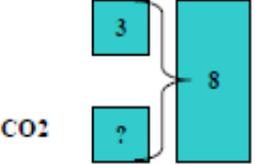
- En los problemas de Cambio se puede preguntar por la cantidad final, por la cantidad resultante de la transformación, y por último la cantidad inicial. Cada una de estas tres posibilidades se puede enfocar desde dos puntos de vista: la cantidad crece o decrece. De aquí surgen los 6 tipos de problemas de cambio.

TIPOS DE PROBLEMAS	NIVEL ACADÉMICO	ENUNCIADO, TIPO Y EXPLICACIONES
<p>CA1(cambio-uni3n)</p> <p>Se conoce cantidad inicial. Se le hace crecer. Se pregunta por la cantidad final.</p> 	<p>Ciclo I (1ºEP)</p> <p>6 años.</p>	<p>CAMBIO 1. Se parte de una cantidad inicial a la que se hace crecer. Se pregunta por la cantidad final resultante de la misma naturaleza. Es un problema de sumar.</p> <p>*Antonio tena en su hucha 8 euros. Despu3s de su comuni3n, meti3 otros 12 euros. ¿Cuánto dinero tiene ahora en la hucha?</p>
<p>CA2 (cambio separaci3n)</p> <p>Se le hace disminuir. Se pregunta por la cantidad final.</p> 	<p>Ciclo I (1ºEP)</p> <p>6 años</p>	<p>CAMBIO 2. Se parte de una cantidad inicial a la que se le hace disminuir. Se pregunta por la cantidad final resultante de la misma naturaleza. Es un problema de restar...</p> <p>*Antonio tena en su hucha 8 euros. En su cumpleaños se ha gastado 5 euros. ¿Cuánto dinero tiene ahora en la hucha?</p>
<p>CA 3 (cambio-uni3n)</p> <p>Se conoce cantidad inicial y final (mayor). Se pregunta por aumento.</p> 	<p>Ciclo I-II ( 2ª-3ª EP)</p> <p>7 - 8 años</p>	<p>CAMBIO 3. Se parte de una cantidad inicial y, por una transformaci3n, se llega a una cantidad final conocida y mayor que la inicial. Se pregunta por la transformaci3n. Es un problema de restar:</p> <p>*Raquel tiene 15 lapiceros ¿Cuántos más necesitará para tener 17 en total?</p>

<p>CA 4 (cambio-separación)</p> <p>Se conoce cantidad inicial y final (mayor). Se pregunta por aumento.</p> 	<p>Ciclo I-II ( 2ª- EP) 7 - 8 años</p>	<p>CAMBIO 4. Se parte de una cantidad inicial y, por una transformación, se llega a una cantidad final conocida y menor que la inicial. Se pregunta por la transformación. Es un problema de restar:</p> <p>*Andrés tenía 14 tazos. Después de jugar le quedan sólo 8 tazos. ¿Cuántos ha perdido?</p>
<p>CA 5 (cambio-uniión)</p> <p>Se conoce cantidad final y su aumento. Se pregunta cantidad inicial.</p> 	<p>Ciclo I-II ( 2ª-3ª EP) 8 - 9 años</p>	<p>CAMBIO 5. Se tiene que construir la cantidad inicial conociendo lo que ésta ha crecido y la cantidad resultante. Es un problema de restar:</p> <p>*Jugando he ganado 7 canicas, y ahora tengo 11. ¿Cuántas canicas tenía antes de empezar a jugar?</p>
<p>CA 6 (cambio-separación)</p> <p>Se conoce cantidad final y su disminución. Se pregunta cantidad inicial.</p> 	<p>Ciclo I-II ( 2ª-3ª EP) 8 años</p>	<p>CAMBIO 6. Se tiene que construir la cantidad inicial conociendo lo que ésta ha disminuido y la cantidad resultante. Es un problema de sumar:</p> <p>*Jugando he perdido 7 canicas, y ahora me quedan 4. ¿Cuántas canicas tenía antes de empezar a jugar?</p>

## PROBLEMAS DE COMBINACIÓN

- En los problemas de combinación se tienen dos cantidades, las cuales se diferencian en alguna característica, y se quiere saber la cantidad total que se obtiene cuando se reúnen las anteriores, o cuando conociendo la total y una de aquellas, se quiere saber cuál es la otra. De aquí surgen dos tipos de problemas.

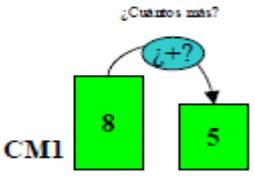
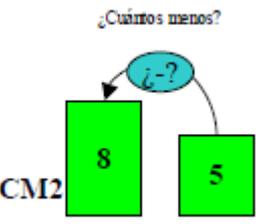
TIPO DE PROBLEMAS	NIVEL ACADÉMICO	ENUNCIADO TIPO Y EXPLICACIONES.
<p>CO 1</p> <p>Se conocen las dos partes y se pregunta por el todo.</p> 	<p>Ciclo I (1º EP)</p> <p>6 años</p>	<p>COMBINACION 1. Es el clásico problema en que las dos partes se reúnen para formar un todo. Es un problema de sumar.</p> <p>*Luisa tiene 12 bombones rellenos y 5 normales. ¿Cuántos bombones tiene Luisa en total?</p>
<p>CO 2</p> <p>Se conoce el todo y una de las partes. Se pregunta por la otra.</p> 	<p>Ciclo I-II (2º-3ºEP)</p> <p>8 años</p>	<p>COMBINACIÓN 2. Es el problema inverso al anterior, puesto que se conoce el todo y una de las partes, y se pregunta por la otra. Es un problema conmutativo y de restar:</p> <p>*En clase hay 15 alumnos; 9 son niños y el resto niñas ¿Cuántas niñas hay?</p>

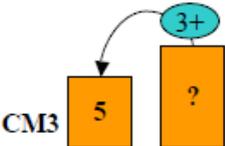
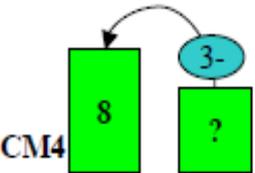
## PROBLEMAS DE COMPARACIÓN

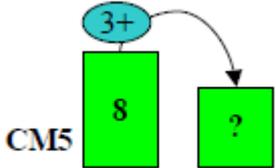
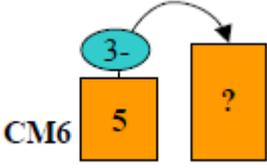
- Esta categoría comprende aquellos problemas en los que se comparan dos cantidades. Los datos del problema son precisamente esas cantidades y la diferencia que existe entre ellas. De estas dos cantidades, una es la comparada y otra la que sirve de referente. La diferencia es la distancia que se establece entre ambas.

En el problema Juan tiene 4 euros y Luisa tiene 3 euros más. ¿Cuántos euros tiene Luisa?, la cantidad comparada es la de Luisa, y los euros de Juan constituyen el referente.

En los problemas de comparación se puede preguntar por la diferencia si se conocen las dos cantidades, por la cantidad comparada cuando se conocen el referente y la diferencia, o por la cantidad referente, si se conocen la comparada y la diferencia. Como además se puede preguntar por cuántos más o por cuántos menos, resultan seis tipos de problemas de comparación.

TIPO DE PROBLEMAS	NIVEL ACADÉMICO	ENUNCIADO TIPO Y EXPLICACIONES
<p>C M 1 Conocemos las dos cantidades. Se pregunta por la diferencia en más.</p> 	<p>Ciclo I-II (3º EP) 8 años</p>	<p>COMPARACIÓN 1. Es uno de los clásicos problemas de comparación, en el que se expresan las dos cantidades y se pregunta por la diferencia y en el sentido del que tiene más. Es un problema de restar:</p> <p>*Marcos tiene 8 euros. Raquel tiene 5 euros. ¿Cuántos euros más que Raquel tiene Marcos?</p> <p>Es una situación, en la que se conocen las cantidades que tienen los dos sujetos, y se pregunta por la diferencia en más que tiene la cantidad mayor respecto a la menor. Es difícil porque la formulación del problema induce al error, ya que el alumno asocia “añadir” a “sumar”.</p>
<p>C M 2 Conocemos las dos cantidades. Se pregunta por la diferencia en menos.</p> 	<p>Ciclo I-II (1º-3º EP) 6-8 años</p>	<p>COMPARACIÓN 2. Es otro de los clásicos problemas de comparación, en el que se expresan las dos cantidades y se pregunta por la diferencia y en el sentido del que tiene menos. Es un problema de restar:</p> <p>*Marcos tiene 37 euros. Raquel tiene 12 euros. ¿Cuántos euros menos que Marcos tiene Raquel?</p> <p>Es una situación, en la que se conocen las cantidades que tienen los dos sujetos, y se pregunta por la diferencia en</p>

		<p>menos que tiene la cantidad menor respecto a la mayor.</p> <p>Es un problema de mediana dificultad.</p>
<p>C M 3 Se conoce la cantidad del 1º y la diferencia en más del 2º. Se pregunta por la cantidad del 2º.</p> 	<p>Ciclo I-II (2º-3º EP) 8-9 años</p>	<p>COMPARACIÓN 3. Situación en la que se quiere averiguar la cantidad comparada conociendo la referente y la diferencia en más de ésta. Es un problema de sumar.</p> <p>*Ester tiene 8 euros. Irene tiene 5 euros más que ella. ¿Cuánto dinero tiene Irene?</p> <p>En esta situación de comparación conocemos la cantidad que tiene el 1º sujeto (Ester), y la diferencia en más que tiene el otro sujeto (Irene). Ahora se pregunta por la cantidad total que tiene el 2º sujeto (Irene).</p>
<p>C M 4 Se conoce la cantidad del 1º y la diferencia en menos del 2º. Se pregunta por la cantidad del 2º.</p> 	<p>Ciclo I (2º EP) 7-8 años</p>	<p>COMPARACIÓN 4. Situación en la que se quiere averiguar la cantidad comparada conociendo la referente y la diferencia en menos de ésta. Es un problema de restar:</p> <p>*Ester tiene 8 euros. Irene tiene 5 euros menos que ella. ¿Cuánto dinero tiene Irene?</p> <p>En esta situación de comparación conocemos la cantidad que tiene el 1º sujeto (Ester), y la diferencia en menos que tiene el otro sujeto (Irene). Ahora se pregunta por la cantidad total que tiene el 2º sujeto (Irene).</p> <p>Es un Problema para el 1º Ciclo de EP. Aunque algunos alumnos no lo dominan hasta el 2º Ciclo.</p>

<p>CM 5 Se conoce la cantidad del 1º y su diferencia en más con la del 2º. Se pregunta por cantidad del 2º.</p> 	<p>Ciclo II-III (2º-3º EP) 8-11 años</p>	<p>COMPARACIÓN 5. Situación en la que se quiere averiguar la cantidad referente conociendo la comparada y la diferencia en más de ésta. Es un problema de restar:</p> <p>*Rosa tiene 17 euros, y tiene 5 euros más que Carlos. ¿Cuántos euros tiene Carlos?</p> <p>Es una situación en la que se requiere saber a cuánto asciende una 2ª cantidad, conociendo una 1ª mayor y su diferencia con la 2ª. Se trata de comparar dos cantidades, de las que una de ellas está sin construir, y en su construcción radica la solución del problema.</p>
<p>CM 6 Se conoce la cantidad del 1º y su diferencia en menos con la del 2º. Se pregunta por cantidad del 2º.</p> 	<p>Ciclo II-III (2º-3º EP) 8-11 años</p>	<p>COMPARACIÓN 6. Situación en la que se quiere averiguar la cantidad referente conociendo la comparada y la diferencia en menos de ésta. Es un problema de sumar:</p> <p>*Rosa tiene 17 euros, y tiene 5 euros menos que Carlos. ¿Cuántos euros tiene Carlos?</p> <p>Es una situación en la que se requiere saber a cuánto asciende una 2ª cantidad, conociendo una 1ª menor y su diferencia con la 2ª. Se trata de comparar dos cantidades, de las que una de ellas está sin construir, y en su construcción radica la solución del problema.</p>

### **3. Material y métodos**

Esta propuesta va dirigida a la resolución de problemas en primero de primaria, se pretende observar las principales dificultades que tiene el alumnado frente a este tema, para ello se observarán en las tres primeras sesiones de la propuesta, como responden los alumnos y alumnas a los diferentes tipos de problemas planteados, ver qué tipo de dificultades tienen y a raíz de esto, trabajar a través de la representación gráfica, es decir, que los alumnos y alumnas la realicen para comprender el problema y seleccionar la operación adecuada para su correcta resolución. Si con la representación gráfica del problema, el niño o niña sigue sin entender y no comprende lo que se le pide o selecciona la operación que no debe, se pasaría a entregarle materiales didácticos (regletas de Cuisenaire, fichas, etc...), dependiendo del problema que se resuelva se utilizará un material u otro.

La finalidad de esta propuesta es observar como los alumnos resuelven los problemas de la primera sesión, que son los más sencillos, hasta los últimos de la tercera sesión que son de subtipos más complejos. Ver qué dificultades tienen, en qué tipo de problemas fallan más y por qué. Finalmente en la cuarta sesión deben ser ellos mismos los encargados de elaborar el enunciado del problema.

Se pretende observar también la eficacia de la representación gráfica y de los materiales didácticos en la selección de la operación, ya que a estas edades es donde más suelen fallar los alumnos. Finalmente se analizarán todas estas cuestiones y se contrastarán los resultados obtenidos.

#### **3.1 ¿De dónde partimos o comenzamos?**

Hay que tener en cuenta que se va a trabajar la resolución de problemas en primero de primaria, por lo que se parte prácticamente desde cero, es decir, que los niños y niñas con los que se va a trabajar y desarrollar todas las estrategias y metodologías que se verán más adelante, tienen 6 o 7 años y algunos de ellos todavía no saben leer correctamente. En la etapa de infantil vieron problemas pero simplemente orales, puesto que todavía no sabían leer. Algunos de ellos sí saben leer de una manera adecuada, otros justamente descodifican pero sin llegar a comprender lo que leen, y finalmente se encuentran aquellos alumnos que todavía están aprendiendo a leer. Por

lo tanto se parte desde el principio, puesto que el objetivo es que comprendan los enunciados antes de comenzar a usar estrategias y métodos de resolución de problemas.

Ya han comenzado en primero a desarrollar y resolver diferentes problemas planteados en las sesiones de matemáticas, y en la sesión de resolución de problemas que se lleva a cabo un día a la semana. Estos niños y niñas ya poseen unos conocimientos previos acerca de la resolución de problemas.

El tipo de problemas que se les plantea es muy simple y suele venir acompañado de apoyo visual, es decir, de viñetas y dibujos que son muy importantes a estas edades para determinar la correcta comprensión del problema. Estos problemas se resuelven siempre con una suma o con una resta, dependiendo de los datos que se aporten.

Para la resolución de problemas, nuestros alumnos y alumnas ya han adquirido una base que se ha ido desarrollando a lo largo de este primer curso en las sesiones de matemáticas, y cuya estructura se divide en cuatro pasos básicamente:

- Lectura y comprensión del problema.
  1. Datos del problema.
  2. Pregunta.
  3. Operación.
  4. Solución.

Esta estructura de cuatro pasos es la que siguen los alumnos y alumnas para llevar a cabo la resolución de problemas en primero de primaria, y es por tanto la metodología que emplean.

Se debe decir que muchos de los problemas propuestos en clase, están relacionados con problemas de la vida cotidiana, este hecho es muy importante que se imparta desde el principio puesto que uno de los objetivos fundamentales en la escuela es conseguir alumnos y alumnas competentes, que sean capaces de resolver los problemas y dificultades que se les presentan a lo largo de la vida. Por este motivo, se les plantea numerosos problemas que tratan de: la compra de juguetes, compra de diferente artículos, el empleo y correcto uso de la moneda actual, el euro , al igual que

el uso de los diferentes billetes en curso legal y las diferentes monedas de céntimo, etc.

Se parte desde las principales dificultades que presentan los alumnos y alumnas en la resolución de problemas, y de las necesidades que puedan tener fuera del aula.

A continuación se explica detalladamente las diferentes partes del método y la propuesta elaborada para este trabajo.

## **3.2 Método**

### **3.2.1 ¿Cómo se afrontará la resolución de problemas?**

Al tratarse de alumnos y alumnas de primero de primaria, se debe tener en cuenta su desarrollo madurativo y los conocimientos que van adquiriendo poco a poco para realizar una inclusión adecuada en el aula:

- Planteando situaciones problemáticas orales a través del juego, buscando la participación de todos los alumnos y apoyándonos en materiales concretos tales como ábacos, regletas, etc.
- Presentando las situaciones problemáticas de forma significativa y variada.
- Planteando problemas abiertos.
- Trabajando la resolución de problemas de todas las formas posibles.
- Fomentando que los alumnos y alumnas comenten los enunciados con sus compañeros.
- Ayudando y animando al alumnado a que expresen el problema con sus propias palabras.
- Enseñando a los alumnos y alumnas a que se apoyen en dibujos y diagramas antes de resolver el problema.
- Procurando que no todas las situaciones problemáticas se representen por escrito, para no producir rechazo por parte del alumnado.
- Incitando a que sean ellos y ellas quienes inventen y planteen situaciones problemáticas.

En esta etapa ya se parte de problemas a partir de un texto. Se trata de que entiendan el significado de éste para que puedan comprenderlo. La comprensión de un problema es fundamental para resolverlo adecuadamente, por lo que hay que hacer especial hincapié y sobre todo en estas edades (6-7 años), en que lo lean tantas veces como sea necesario para entenderlo, observando también las ilustraciones que acompañan dicho problema.

Se debe mencionar también la gran importancia de la aportación gráfica a la hora de resolver problemas, es de gran relevancia el empleo del apoyo gráfico, ya que les facilitará la comprensión del mismo y a plantear una solución adecuada. Además, les ayuda a imaginar lo que está sucediendo en el problema.

Una modalidad de aprendizaje de las matemáticas es la que se lleva a cabo a través de la resolución de problemas de forma activa, como fruto de variadas reflexiones sobre los contenidos conceptuales y procedimentales que se poseen, para retomar en cada momento aquello que puede ser útil.

Puesto que los problemas matemáticos son las actividades más complejas que se le proponen al alumno y alumna, es necesario ser consecuentes en su tratamiento. Enseñar a resolver problemas debe figurar entre las intenciones educativas del currículum escolar. No basta con plantear problemas matemáticos para que los alumnos los resuelvan. Es necesario que se les dé un tratamiento adecuado, analizando estrategias y técnicas de resolución, "verbalizando" el pensamiento y contrastándolo con el de otras personas. Se debe enseñar procesos de resolución a través de buenos modelos, con ejemplos adecuados, dedicar un espacio en el horario escolar, y conseguir un clima propicio en el aula que favorezca la adquisición de las correspondientes destrezas y hábitos. Es cierto que cada problema tiene unas peculiaridades concretas, sin embargo hay un proceso común a la mayor parte de ellos que es el método de resolución, y en la enseñanza del mismo es precisamente donde se debe insistir.

### **3.3 Metodología que se va a emplear**

Basándonos en los modelos de resolución de problemas de Polya y Guzmán, partiendo de sus estrategias para la resolución de problemas, se ha elaborado una metodología

---

activa y participativa en la que el alumnado es el principal protagonista y son los que van construyendo su propio conocimiento.

En esta propuesta que se expone sobre la resolución de problemas para primero de primaria, se plantearán algunos problemas relacionados con situaciones de la vida cotidiana, ya que como bien se menciona anteriormente, uno de los objetivos primordiales en estas edades es conseguir alumnos competentes y que sean capaces de adquirir un conjunto de conocimientos, destrezas y actitudes necesarios para analizar y comprender las situaciones de la vida real, y aprender a resolverlas de manera adecuada.

Siguiendo los modelos de Polya y Guzmán, la metodología que se va a exponer consta de los siguientes pasos a la hora de comenzar a resolver un problema:

1. Comprensión del problema.
2. Partes del problema.
3. Selección de la operación adecuada.
4. Solución del problema y revisión.

A continuación se va a proceder a estudiarlas y explicarlas detalladamente, incluyendo los sub-apartados que hay en cada una de ellas.

#### *1. Comprensión del problema*

La lectura apropiada de un problema es de gran importancia, comprenderlo de manera adecuada es fundamental para desarrollar una solución lógica y correcta a la hora de resolverlo.

En muchas ocasiones, la verdadera dificultad no se centra tanto en lo puramente matemático, es decir, en el razonamiento matemático, la aplicación de operaciones...como las dificultades que encuentra el alumno para entender el enunciado verbal del problema, y más a estas edades en las que todavía están aprendiendo a leer correctamente, todavía no saben el significado de muchas palabras, descodifican mal, etc... Se debe conseguir que los alumnos y alumnas lean adecuadamente el enunciado del problema, hacer especial hincapié en que lo lean todas las veces que haga falta para luego salir a contarlos, explicárselo a los demás

compañeros o contarlos por parejas, etc. Para la correcta comprensión del mismo, se realizarán los siguientes pasos en este primer apartado de la metodología expuesta:

- Se pedirá a los alumnos y alumnas que lean el problema en bajo, cada uno por su cuenta.

Posteriormente se pedirá a uno de ellos que lo lea en alto y se les hará preguntas del tipo:

- ¿De qué trata el problema?
- ¿Qué nos pide el problema?
- ¿Tenemos datos suficientes?

Estas preguntas se realizarán todas de manera oral, todavía no se escribirá nada.

- Tras contestar a las preguntas anteriores, un alumno o alumna saldrá a contar oralmente lo que sucede en dicho problema.
- En el caso en el que un alumno o alumna, no comprenda bien el enunciado del problema, se pasará a realizar la representación gráfica del mismo para facilitar su correcta comprensión. Si aun así, el niño o niña sigue sin comprenderlo, se utilizarán diferentes materiales (regletas, fichas...), en función de lo que pide el problema, se usarán unos u otros.

Como se menciona anteriormente, también se puede variar ligeramente este apartado en cuanto a la lectura del problema se refiere, es decir, pueden leer el problema de manera individual, pueden leerlo por parejas y explicárselo los unos a los otros, puede salir un alumno a contar lo que sucede, etc...

Hay que destacar el último de los puntos citados, la representación gráfica del problema, es una buena manera de que los alumnos y alumnas participen de forma activa en el problema y además lo comprendan adecuadamente.

## *2. Partes del problema.*

Tras leer y comprender bien el enunciado y saber qué es lo que se pide, se pasará a analizar y diferenciar las diversas partes que tiene el problema. En la propuesta presente, se dividirá el enunciado en dos partes: datos y pregunta del problema.

En el enunciado del problema se deben encontrar los datos, ya que son imprescindibles para realizar la operación. Al igual que se debe saber cuál es la pregunta.

Este punto se dividirá en los siguiente sub-apartados:

- Repasar los datos del problema. Una vez se ha leído y comprendido correctamente, se les hará a los alumnos y alumnas las siguientes preguntas:
  - ¿Cuáles son los datos del problema?
  - ¿Qué hacemos con ellos?
  - ¿Solamente se encuentran en el enunciado? ¿Dónde más podemos encontrar datos del problema?

Son preguntas que se hacen más que todo a modo de repaso, y para recalcar que los datos no sólo se encuentran en el enunciado, sino también en la pregunta o en las viñetas (dibujos) del problema.

- Se subrayarán de color azul los datos del problema (ej: Juan tiene 5 canicas y Pedro 3 canicas). Esto ya lo hacían anteriormente, y es una buena manera de afianzar conceptos a estas edades, y de que vayan interiorizando las diferentes partes del enunciado (datos y pregunta).
- Se subrayará de color rojo la pregunta del problema (ej: ¿cuántas canicas tienen entre los dos?). Hacer especial hincapié en una serie de preguntas orales que se realizarán a los alumnos y alumnas:
  - ¿Cuál es la pregunta del problema?
  - ¿Hay algún dato en la pregunta del problema?
  - ¿Qué pide el problema?

Este segundo punto de la metodología también es importante debido a que se repasan las ideas que ya han adquirido previamente los alumnos y alumnas, además se les realizará una serie de preguntas que les sirvan para recordar e interiorizar algunos de los conceptos que se han mencionado ya en la metodología (datos del problema, pregunta del problema...).

### *3. Seleccionar la operación adecuada.*

Una vez los alumnos y alumnas han leído y comprendido correctamente el problema en cuestión, se ha subrayado los datos de azul y la pregunta de rojo, y han ido contestando a las preguntas que se les hacen durante estos dos puntos, se pasa a elegir la estrategia más adecuada para resolver el problema. Se tratan de problemas simples y por tanto se resuelven con una suma o con una resta.

A la hora de llevar a cabo este apartado, se hará en gran grupo, repasando los puntos anteriores y preguntando al alumnado cómo resolverían el problema.

En el caso en el que los alumnos y alumnas no sepan seleccionar la operación más adecuada para resolver correctamente el problema, se respetarán las diferentes fases de trabajo y evolución en los aprendizajes matemáticos de los niños:

- Manipulación: con fichas, alubias, garbanzos, números, cartas, dedos... Para poder construir los conceptos de número, cantidad, suma, resta, añadir uno, contar cantidades, comparar y ordenar números, componer y descomponer números..., los niños y niñas necesitan un buen número de experiencias de manipular y ver objetos, cantidades y operaciones (moviendo, agrupando, juntando, separando, contando...).
- Simbolización: con cartas, dibujos, representaciones de cantidades, de relaciones entre los números, de sumas, de restas... Permiten que los niños, si lo necesitan, puedan contar los objetos, y “visionar” el problema matemático (cantidad, número, sumas...).
- Fase matemática. Los niños y niñas ya han construido los conceptos de número, relaciones entre ellos y operaciones, y no necesitan manipular ni ver físicamente las cantidades. Ya se “fían” de la idea que tienen de ellos y recurren al cálculo mental y la estimación.

Este tercer punto de la metodología se puede llevar a cabo de diversas maneras, la finalidad es que todos los alumnos comprendan y estén de acuerdo en la elección de la operación que corresponde con lo que se pide. Como ya se mencionó anteriormente en el tercer punto de la metodología expuesta, si los niños y niñas no comprenden el problema, y no saben cuál es la operación adecuada para su correcta resolución, se realizará la representación gráfica, y en el caso en el que sigan sin saber seleccionar la operación correcta se pasará al empleo de materiales didácticos.

Se puede plantear este apartado en gran grupo, realizando diferentes preguntas, o de manera más individual eligiendo a un alumno o alumna para que salga a exponer su opinión y a resolver el problema. Es importante preguntar a los demás alumnos si lo resolverían de otra manera.

#### *4. Solución del problema y revisión.*

Finalmente, una vez se ha llevado a cabo la operación adecuada y correcta con la que resolver el problema, se pasa a poner la solución y revisar que todo lo realizado está correcto.

Una vez todos los alumnos han puesto la solución, se vuelve a revisar el problema para afianzar que todo está bien, es uno de los momentos más fructíferos, la solución, el hecho de saber que el problema está acabado y por tanto la satisfacción de haberlo resuelto.

Tal y como se puede ver, se trata de una metodología activa y participativa de cara al alumnado, en todo momento son ellos mismos los que van realizando el problema, además de comprenderlo, parte que es primordial en la resolución de problemas, y más en primero de primaria donde todavía están aprendiendo a leer y aprendiendo el significado de muchas palabras, es de gran importancia que comprendan lo que dice el enunciado. Aparte de esto, los alumnos y alumnas están en todo momento participando en la construcción de su propio conocimiento, puesto que son ellos y ellas los que participan y van decidiendo como resolver el problema planteado.

El docente es el que diseña situaciones que generan problemas, permite un ambiente especulativo en el aula, organiza el grupo, lo documenta e institucionaliza el saber (apoya y hace que se oficialice el saber aprendido en el aula, convirtiéndolo en académico).

### **3.3.1 ¿Con qué materiales se va a trabajar?**

Como se puede observar, la metodología expuesta consta de 4 pasos básicamente, y en primero de primaria siendo niños y niñas de 6 a 7 años de edad, los pasos más complicados para ellos y ellas serían:

- **Comprensión del problema:** realizarla correctamente es imprescindible para resolver de forma adecuada el problema propuesto. Se trata de niños y niñas que todavía no leen bien, algunos lo justo están comenzando a descodificar palabras, por lo que una buena comprensión del problema es fundamental.
- **Selección de la operación adecuada:** este es otro de los puntos en los que los niños y niñas pueden presentar dificultades, en la elección de la operación. Dependiendo de los diferentes tipos de problemas, presentarán una mayor dificultad de cara a la elección de la operación que deben realizar, por lo que se insistirá en las actividades propuestas más adelante con este tema.

Se aportará el material necesario para que todos los niños y niñas comprendan adecuadamente el problema, se trabajará mucho en este caso con la representación gráfica por parte del alumnado, deberán representar gráficamente lo que sucede en el problema en el caso en el que no comprendan el enunciado del mismo, y posteriormente pasar a resolverlo. Si tampoco consiguen comprenderlo así, se pasará a ofrecerles los materiales necesarios para su correcta resolución.

Se trabajará con los siguientes materiales:

- En la Figura 1 se muestran fichas para trabajar el concepto de unidad y el de decena. Les pueden servir para representar también operaciones, reflejar números, etc...



**Figura 1.** Fichas de unidad y decena utilizadas para la resolución de problemas.

- Monedas y billetes de cartón para que representen el dinero y realicen sus propios cálculos. Se muestra en la Figura 2.



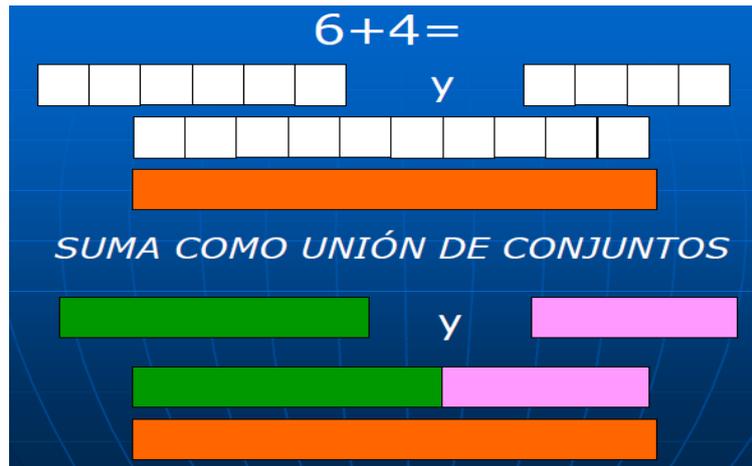
**Figura 2.** Monedas y billetes didácticos empleados en el aula.

- Regletas de Cuisenaire, que se utilizarán para que el alumno o alumna pueda trabajar y utilizarlas de diferentes maneras de cara a la resolución del problema:
  - Números mayores y números menores. Queda representado en la Figura 3.



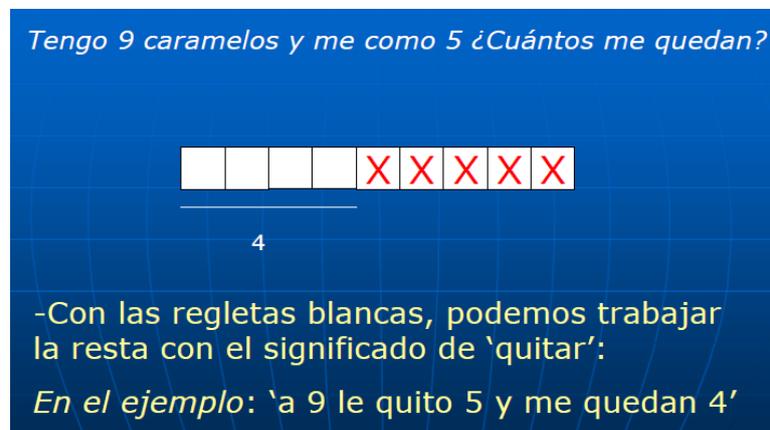
**Figura 3.** Empleo de las regletas Cuisenaire para reflejar números mayores y menores.

- Puede ayudarle a realizar las operaciones básicas representándolas con las regletas. Ver Figura 4 y 5.
  - Suma



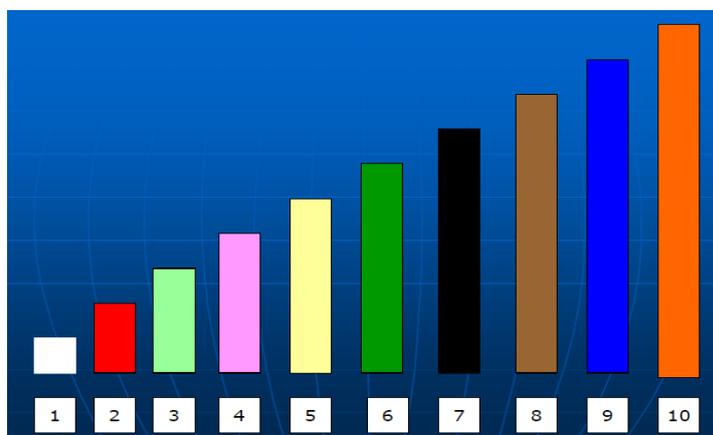
**Figura 4.** Representación de la suma con las regletas Cuisenaire.

- Resta



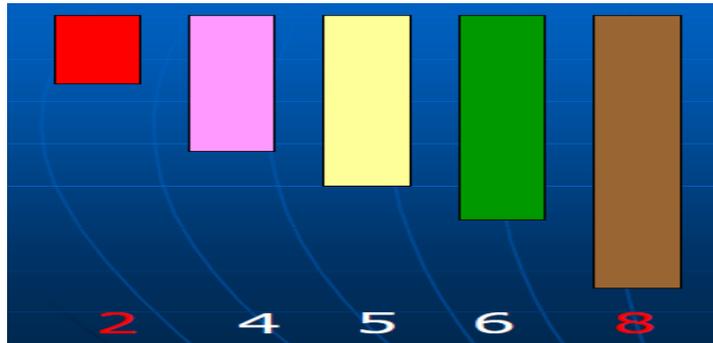
**Figura 5.** Representación de la resta con las regletas Cuisenaire.

- Se puede realizar comparaciones y ordenaciones de números. Ver Figura 6.



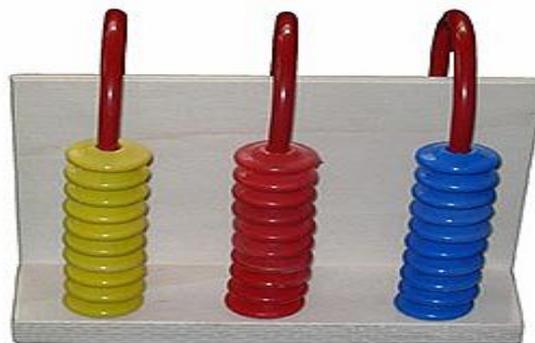
**Figura 6.** Comparación y ordenación de números con el empleo de las regletas Cuisenaire.

- Trabajar los conceptos “mayor que”, “menor que” e “igual a”. Ver Figura 7.



**Figura 7.** Empleo de las regletas Cuisenaire para reflejar los conceptos de “mayor que”, “menor que” e “igual a”.

- Ábaco: se puede utilizar para ordenar unidades, representar diferentes cantidades, observar equivalencias y realizar operaciones. Ver Figura 8.



**Figura 8.** Ábaco.

Los materiales manipulativos son muy importantes a estas edades, puesto que muchos de estos niños y niñas van a tener dificultades a la hora de comprender el problema, y todavía les costará más seleccionar la operación correcta para la resolución del mismo, por lo que el empleo de representaciones gráficas y el empleo de los materiales nombrados anteriormente, ayudarán al alumno o alumna a resolver el problema de una manera más eficaz.

### 3.4 Propuesta de actividades

Durante mi periodo de observación, debo decir que las mayores dificultades que encuentran los alumnos y alumnas frente a la resolución de problemas, es en la selección de la operación, por este motivo se han planteado 3 sesiones en las que se

trabaja con cuatro tipos de problema: cambio-uni3n, cambio-separaci3n, combinaci3n y comparaci3n. Tambi3n se plantea una cuarta sesi3n en la que, tras realizar las tres sesiones anteriores con los diferentes tipos de problemas, se les propondr3 crear sus propios enunciados.

En la primera sesi3n se parte de los subtipos m3s sencillos de cada problema, y se ir3 aumentando la dificultad conforme se avance de una sesi3n a otra. Posteriormente se analizar3n los resultados obtenidos de las tres sesiones, se observar3n las principales dificultades que presentan los ni1os durante el proceso de resoluci3n, y se valorar3 en qu3 tipos de problemas tienen mayor dificultad.

## **SESI3N I**

- Actividad 1. Los tipos de problema (una sesi3n)

En esta sesi3n se analizar3n las dificultades que presenten los alumnos y alumnas a la hora de comprender un problema. Para ello se les entregar3 una ficha con los cuatro tipos de problemas mencionados anteriormente en el marco te3rico de dicho trabajo. Concretamente se les va a poner cuatro problemas, de los subtipos m3s sencillos:

- Un problema de cambio-uni3n.
- Un problema de cambio-separaci3n.
- Un problema de combinaci3n.
- Un problema de comparaci3n.

Mientras los van haciendo se analizar3 c3mo los resuelven, si entienden y comprenden correctamente el enunciado del problema y eligen la operaci3n adecuada, sobre todo esto 3ltimo que es donde m3s fallar3n. En este caso se les propondr3 que lo resuelvan gr3ficamente, y si siguen surgiendo dificultades, se les proporcionar3n los materiales adecuados en los cuales se apoyar3n para resolverlo.

Todo esto lo realizar3n los alumnos y alumnas en un folio para recoger los resultados y luego poder analizarlos y contrastar diferencias, ver cu3les son las mayores dificultades que surgen y en qu3 casos es necesario el empleo de la representaci3n gr3fica y de los materiales did3cticos.

La ficha que se les entregar3 a los alumnos consta de los siguientes cuatro problemas:

### 1. *Cambio-uni3n*

- Problema: Juan tiene 5 canicas y su amigo Pedro le regala 4. ¿Cuántas canicas tiene ahora Juan?

### 2. *Cambio-separaci3n*

- Problema: Pedro tenía en su hucha 18 euros. En su cumplea3os se ha gastado 5 euros. ¿Cuánto dinero tiene ahora en la hucha?

### 3. *Combinaci3n*

- Problema: Juan tiene 5 canicas rojas y 8 canicas azules. ¿Cuántas canicas tiene en total?

### 4. *Comparaci3n*

- Problema: Paula tiene 8 euros y Nuria tiene 3 euros. ¿Cuántos euros más tiene Paula que Nuria?

Una vez se entregue a todos los alumnos y alumnas la ficha con los cuatro tipos de problemas propuestos, se anotarán las dificultades y observaciones durante el proceso de elaboraci3n, y finalmente se recoger para contrastar los resultados obtenidos.

## **SESI3N II**

En la segunda sesi3n se va a realizar prácticamente lo mismo que en la primera, se les entregará a los alumnos y alumnas una ficha con cuatro problemas, pero esta vez de subtipos más complejos.

- Actividad 2. Los tipos de problemas II (una sesi3n)

El objetivo de esta actividad es ir viendo las dificultades que presentan los alumnos y alumnas en el proceso de resoluci3n de problemas, e ir ayudándoles a comprender el enunciado partiendo en primer lugar de la representaci3n gráfica, y si aun así siguen sin comprender el problema se les entregará materiales para que los utilicen y representen lo que se pide en el problema.

La ficha que se les entregará a los alumnos consta de los siguientes cuatro problemas:

### 1. *Cambio-uni3n*

- Problema: Joaquín tenía 8 tazos. Después de jugar ha reunido 14. ¿Cuántos tazos ha ganado?

### 2. *Cambio-separaci3n*

- Problema: Diego tenía 15 tazos. Después de jugar le quedan 8 tazos. ¿Cuántos ha perdido?

### 3. *Combinación*

- Problema: En clase hay 18 alumnos; 10 son chicos y las demás son chicas. ¿Cuántas chicas hay en clase?

### 4. *Comparación*

- Problema: Rosa tiene 17 euros, y tiene 5 euros más que Carlos. ¿Cuántos euros tiene Carlos?

Como se puede observar se sigue con la misma dinámica que en la sesión anterior, con la diferencia de que los problemas planteados son de subtipos más complejos.

## **SESIÓN III**

En la tercera sesión dedicada a la resolución de problemas, se seguirá con la misma metodología que se ha empleado en las dos sesiones anteriores, pero volveremos a ir un paso más allá, se les entregará a los alumnos y alumnas una tercera ficha con los cuatro tipos de problemas ya mencionados, pero de los subtipos más complejos, con el fin de seguir observando las dificultades que se les presentan a los alumnos con problemas cada vez de mayor dificultad.

- Actividad 3. Los tipos de problemas III (una sesión)

En este caso se les entregará una ficha con los subtipos de problemas más complejos. El objetivo de la sesión es observar cómo reacciona el alumnado frente a problemas de mayor dificultad.

La ficha que se les entregará a los alumnos consta de los siguientes cuatro problemas:

### 1. *Cambio-uniión*

- Problema: Raúl tiene algunos caramelos y le dan cuatro más. Tiene entonces 8 caramelos. ¿Cuántos caramelos tenía al principio?

### 2. *Cambio-separación*

- Problema: María tiene algunas canicas. Regala 2 a Juan y le quedan 8 canicas. ¿Cuántas canicas tenía María al principio?

### 3. *Combinación*

- Problema: Eduardo tiene 8 euros y su padre le da por su cumpleaños unos cuantos euros más, ahora en total Eduardo tiene 18 euros. ¿Cuántos euros le ha dado su padre?

#### 4. Comparación

- Problema: David tiene 16 cromos y su amigo Raúl tiene 5 cromos. ¿Cuántos cromo menos tiene Raúl que David?

Hay que tener en cuenta en esta sesión, que el problema de combinación sigue siendo el mismo pero con distintos datos, puesto que solo hay dos sub-tipos y ya los hemos mencionado en las anteriores fichas.

Se emplearán los subtipos de problemas más complejos, por lo que es probable que los alumnos y alumnas presenten una mayor dificultad en relación con las anteriores sesiones.

## **SESIÓN IV**

Esta última sesión se dedicará a que los alumnos, una vez realizadas las tres actividades anteriores, elaboren sus propios problemas.

- Actividad 4. Creamos nuestro propio problema (dos sesiones).

Para seguir con la propuesta mencionada, se ha decidido partir de una actividad en la que les daremos a los alumnos y alumnas folletos publicitarios, y a partir de ahí se les hará diferentes preguntas, creando una serie de problemas relacionados con la compra de comida, electrodomésticos, ropa, etc. Ésta actividad consiste en:

### 1. Recopilar folletos publicitarios:

- Repartir diversos catálogos.
- Preguntas para hablar sobre los catálogos: qué información dan y para qué sirven, quién y para qué hacen los folletos, qué productos aparecen, qué precios,...
- Cada niño/a elige dos productos, los recorta con su precio y se hace un mural.
- Recortar artículos de precios que tengan como máximo 1 o 2 dígitos.

2. Clasificar las tarjetas de acuerdo con la cantidad de dígitos de los precios y analizar qué relación tiene ese dato con la magnitud de los precios: ver los diferentes productos con sus correspondientes precios elegidos, analizar y ver por qué hay

precios diferentes, qué querrá decir que tengan muchos o pocos dígitos, qué precios son mayores y qué precios son menores..., intentar llegar a la conclusión de que un precio con más dígitos es más caro y con menos, más barato.

3. Ordenar las que tienen la misma cantidad de dígitos, encontrar el más caro y el más barato de cada conjunto y por qué.

4. Ver reflejado en el mural las diferentes tarjetas de cada alumno y alumna con sus productos y precios elegidos; jugar a decir los precios de las cosas,...

5. Ver en el mural los diferentes precios. Se realizan los siguientes pasos:

- Pegar en el mural los artículos con los precios escogidos.
- Observar el mural con los diferentes precios.
- Realizar diferentes tipos de problema de forma oral, inventados por los niños y que se resuelvan con los dos tipos de operación que saben hacer.

Se realizarán las siguientes preguntas:

- ¿Cuánto valen los productos?
- ¿Cuánto más vale un producto que otro? ¿Cuánto menos vale un producto que otro?
- Comparación de los diferentes precios de los productos.
- Inventar un problema partiendo de los precios y cantidades expuestos en el mural. Serán los propios alumnos los que se encarguen de inventarlo.

Una vez tengan el mural con todos los productos y precios elegidos por cada alumno y alumna, se les harán preguntas orales, relacionando los precios de cada producto con los precios en la vida real, es decir preguntándoles si creen que cuando van a la tienda a comprar alguno de los artículos del mural, en la tienda vale lo mismo, si varían mucho los precios, etc...

El objetivo es que sean capaces de enunciar sus propios problemas a raíz de los diferentes precios que han escogido, y de los conocimientos previos que ya poseen. Se intentará crear problemas de los diferentes tipos ya mencionados para que vean las diferencias, e insistir en aquellos que tienen mayor dificultad. Se utilizará la

representación gráfica en el caso en el que el alumno o alumna no sepa imaginarse o comenzar a plantear un problema, y si con la representación gráfica tampoco lo consigue, se pasará al empleo de materiales didácticos para que imagine y enuncie su propio problema.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

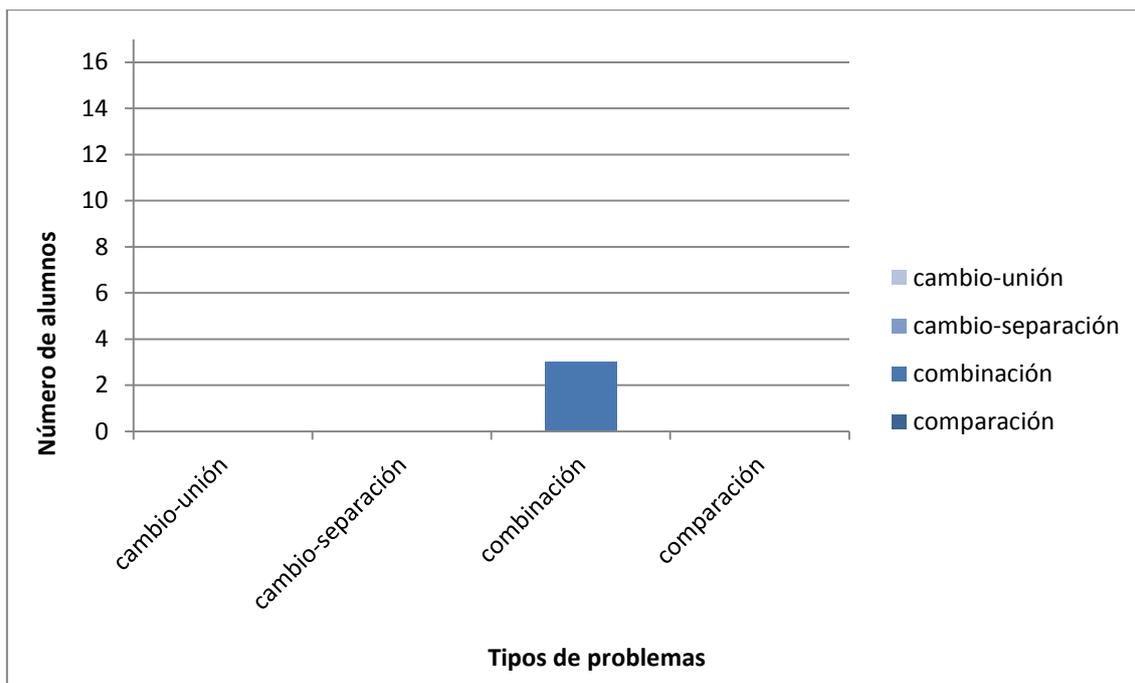
- Ficha: Tipos de problema I

Una vez se puso en marcha esta primera sesión, el alumnado realizó sin dificultades los problemas planteados en esta ficha, puesto que eran de los subtipos más sencillos. Sí que se nota bastante que en la sesión semanal que se dedica a la resolución de problemas, se hace un desdoble con los alumnos: los que tienen mayor facilidad para comprender y resolver el problema (grupo A), y los que presentan mayores dificultades y requieren de más ayuda (grupo B). Por lo que los resultados de la primera ficha están completamente relacionados con estos desdobles, es decir, los alumnos del “grupo A” han resuelto mayoritariamente los problemas de la ficha que se les entregó en la primera sesión, y lo han realizado de manera rápida y eficaz, y los alumnos y alumnas pertenecientes al “grupo B” han necesitado mayor tiempo para completarla.

En esta primera sesión no ha surgido ningún problema para resolver las fichas, solamente 4 alumnos han necesitado representar gráficamente el cuarto problema para comprenderlo mejor. Una vez que lo han representado no han tenido ninguna dificultad para resolverlo correctamente y por tanto seleccionar la operación correcta.

También hay que añadir que otros cuatro alumnos han cometido fallos de cálculo en la operación, se considera que con la realización de más problemas y por tanto más operaciones, estos fallos irán desapareciendo, aun así, más adelante se mencionarán las medidas llevadas a cabo para evitar estas dificultades.

A continuación se muestra un gráfico de barras con los resultados obtenidos en esta primera ficha. En el eje horizontal se encuentran los tipos de problemas, y en el eje vertical el número de alumnos que han realizado mal el ejercicio. Ver Figura 9.



**Figura 9.** Representaci3n gr3fica del n3mero de fallos en cada problema de la primera sesi3n.

Como se puede observar en este gr3fico, tres alumnos de los diecisiete que hay en clase han hecho mal el problema de combinaci3n. Llama la atenci3n el hecho de que solamente se han confundido en este problema, todos los dem3s los han resuelto sin ninguna duda. Cabe mencionar tambi3n que en estos tres casos han seleccionado bien la operaci3n (que era sumar), pero no han realizado bien el c3lculo. Para resolver esta cuesti3n, se les propuso hacer la operaci3n de nuevo en la pizarra, y que explicasen paso a paso la resoluci3n que llevaban a cabo. Finalmente se dieron cuenta del error de c3lculo y lo corrigieron.

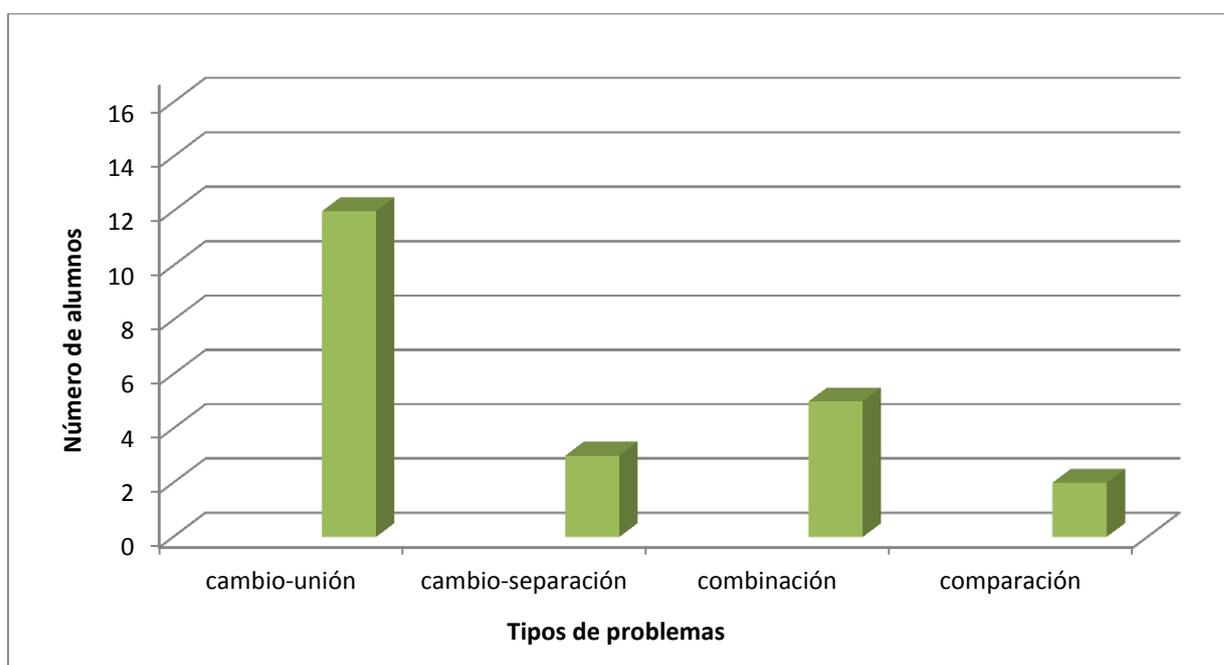
- Ficha: Tipos de problema II

Como se explic3 anteriormente, en la primera sesi3n se les entreg3 cuatro problemas: cambio-uni3n, cambio-separaci3n, combinaci3n y comparaci3n. La primera ficha constaba de estos cuatro tipos de problema, pero se eligieron los m3s sencillos y ya se ha comprobado y contrastado lo sucedido. Ahora se les entregará la segunda ficha, pero con subtipos de problemas un poco m3s complejos, para ver que dificultades tienen los alumnos y alumnas.

A lo largo de esta sesión los niños y niñas han tenido una mayor dificultad en los problemas de cambio, tanto el de cambio-uni3n, como el de cambio-separaci3n. Las mayores dificultades han surgido en el primero de ellos, y sobre todo con la selecci3n de la operaci3n, 12 de los 17 alumnos que realizaron esta ficha hicieron mal el primer problema de cambio, y 3 de ellos tambi3n han fallado en el de cambio-separaci3n; por lo que se puede apreciar una mayor dificultad en la elecci3n de la operaci3n correcta.

Adem3s, 5 alumnos han realizado mal el problema de combinaci3n, y llama la atenci3n que 4 de ellos tambi3n fallaron en el de cambio-uni3n. Tras observar que no lo resolv3an adecuadamente, se les propuso realizarlo mediante la representaci3n gr3fica, una vez la hicieron, resolvieron el problema sin mayores dificultades.

A continuaci3n se muestra en la Figura 10 un gr3fico con los resultados obtenidos en esta segunda ficha, donde se muestra el n3mero de alumnos que ha fallado en cada tipo de problema.



**Figura 10.** Gr3fico de barras que muestra los fallos de los alumnos y alumnas en cada tipo de problema.

Como se puede observar, a diferencia del anterior gr3fico, en esta ocasi3n los alumnos y alumnas han tenido mayor n3mero de errores en todos los problemas, pero sobre todo destaca el primero de ellos, el de tipo cambio-uni3n. Doce alumnos lo han realizado mal, todos ellos se equivocaron en la selecci3n de la operaci3n, realizaron

una suma en vez de una resta, por tanto se decidió realizar la representación gráfica para que entendiesen el enunciado del problema y eligiesen la operación correcta. Una vez la realizaron, comprendieron el problema adecuadamente y lo resolvieron bien. Hay que mencionar también que con una alumna la representación gráfica no bastó para que comprendiese el problema, puesto que lo seguía haciendo mal, y se pasó a proporcionarle materiales didácticos. Como se trataba del primer problema, se decidió utilizar fichas para representar los “tazos”, de esta manera, la niña lo comprendió y lo resolvió satisfactoriamente.

Lo que sucede con algunos de estos alumnos y alumnas, es que resuelven todos los problemas de cambio-uni6n con una suma, fijándose en la estructura aditiva del enunciado y sin tener en cuenta el subtipo que es, de esta manera, a la hora de elegir la operaci6n adecuada, seleccionan la suma o la resta, y la realizan independientemente de si está bien o mal, sin fijarse en el tipo de problema que es. En ningún momento solicitaron ayuda al profesor para resolverlo gráficamente o para que éste les proporcionase los materiales necesarios para su correcta resoluci6n. Simplemente se limitan a seguir cada paso de la propuesta dada, para finalmente realizar la operaci6n, y poner la soluci6n. Muchas veces lo que ocurre con estos alumnos y alumnas, es que quieren acabar los primeros con los problemas, y por este motivo también se equivocan en la selecci6n de la operaci6n. Sí que hay que decir que se trata de un grupo muy reducido de 4 alumnos.

Tres alumnos han realizado mal el problema de cambio-separaci6n, pero otra vez es por motivos de cálculo, seleccionan la operaci6n correcta pero no la resuelven bien. Se ha decidido que realicen la operaci6n de nuevo en la pizarra, explicando paso a paso cómo la hacen (comenzamos a sumar por las unidades, después se suman las decenas y finalmente el resultado).

Cinco alumnos han fallado en el tercer problema, y otra vez han seleccionado mal la operaci6n, en este caso han realizado una suma en vez de una resta, que es la operaci6n que se debía realizar. La representaci6n gráfica bast6 para que estos alumnos y alumnas lo resolviesen correctamente. Además, hay que destacar también que estos cinco alumnos, pertenecen al mismo grupo de doce alumnos que han fallado en la selecci6n de la operaci6n del primer problema.

Por último, dos alumnos realizaron mal el último ejercicio de comparación, uno de ellos colocó mal la resta y por este motivo no obtuvo el resultado correcto; el otro falló en la selección de la operación. Se volvieron a tomar las mismas medidas citadas anteriormente, el primero de ellos realizó la operación en la pizarra explicando paso a paso cómo la resolvía, y al segundo se le propuso realizar la representación gráfica para resolver el problema. Hay que destacar que éste último alumno que ha seleccionado mal la operación, también lo hizo mal por este motivo en el primero y tercero de los problemas.

Se nota bastante que han trabajado previamente la resolución de problemas y siguen un proceso en el cual también subrayan los datos y la pregunta del enunciado, y por tanto todos los alumnos y alumnas han encontrado y subrayado los datos y la pregunta sin ningún problema.

Como se puede observar en esta segunda ficha, los niños y niñas han tenido mayores dificultades en la selección de la operación, y en varios casos se ha recurrido a la representación gráfica, particularmente sólo ha habido un caso en el que se ha utilizado materiales, concretamente fichas para facilitar la comprensión. Por tanto, con respecto a los resultados de la primera ficha, en la cual se resolvieron los problemas mayoritariamente sin dificultades, en esta ocasión los problemas eran más complicados, y se ha tenido que recurrir en bastantes casos a la representación gráfica para realizarlos correctamente.

- Datos sobre el alumnado que falló en la selección de la operación

Como se ha mencionado, 12 de los 17 alumnos de clase han seleccionado mal la operación en uno o varios de los problemas:

- Doce alumnos realizaron mal el problema de cambio-uniión.
- Cinco alumnos realizaron mal el problema de combinación.
- Un alumno realizó mal el problema de comparación.

Por lo tanto, se puede observar un gran número de alumnos que tienen problemas con la selección de la operación. Además, muchos de ellos no sólo fallan en un problema, sino que también cometen el mismo error en otros.

En total son doce alumnos los que tienen problemas en la elección de la operación adecuada, pero hay que tener en cuenta que de estos doce, cinco de ellos realizan mal otro problema por la misma dificultad, y de esos cinco, uno realiza mal otro problema más.

- Datos sobre el alumnado que falló en el cálculo de la operación

Por último, se muestran de cada tipo de problema, el número de alumnos que ha errado en el cálculo de la operación:

- Tres alumnos de los diecisiete que hay en clase, han realizado mal el problema de cambio-separación.
- Un alumno ha realizado mal el problema de cambio-separación y el de comparación.

El número de alumnos que realiza mal la operación es bastante menor con respecto al número de alumnos que falla en la selección de la operación, en total son tres alumnos de diecisiete los que se confunden y realizan mal el cálculo, y uno de esos tres también realiza mal la operación del último problema, es decir, este último realiza el cálculo mal del segundo problema y también ha cometido el mismo error con el cuarto problema.

“Para el aprendizaje de los algoritmos de las operaciones aritméticas es necesario que los sujetos realicen una gran variedad de actividades con materiales de distinto nivel de concreción. Se considera que lo más adecuado para iniciar el estudio de cualquier algoritmo, es partir de objetos físicos que se puedan manipular y que tengan la misma estructura que el sistema de numeración decimal y, en este sentido, son especialmente útiles los bloques multibase”. (Castro, E., 2001, p. 232).

Tal y como menciona este autor, a los alumnos y alumnas que presenten dificultades a la hora de resolver la operación, se les dará materiales para que, mediante la manipulación de éstos, sigan progresando en la realización de operaciones y evitar así estos errores.

- Ficha: Tipos de problemas III

Una vez realizadas las dos sesiones anteriores, se les entregó la tercera de las fichas que contiene cuatros problemas de los tipos mencionados hasta ahora, pero son los más difíciles de las tres fichas, es decir son los subtipos de problemas más complicados de todos.

Desde el comienzo, todos los niños y niñas se atascaron con dichos problemas, no comprendían adecuadamente el enunciado del mismo. Por lo tanto como casi ningún alumno sabía realizarlos, se decidió hacerlos de manera grupal. Con ayuda del profesor se fueron efectuando uno a uno y realizando todas las representaciones gráficas de los cuatro tipos de problemas. Aun así les costó entender el tercer problema, por lo que se decidió pasar a usar materiales con los alumnos y alumnas. Se entregó 8 euros en monedas a los niños, y posteriormente dos billetes de 5 euros a cada uno, y mediante el empleo de estas monedas y billetes didácticos, se realizó lo que decía el problema número tres de la hoja, de esta manera se comprendió mejor y se resolvió adecuadamente. Hay que mencionar que estos últimos problemas planteados, según la clasificación mencionada sobre los tipos de problemas, están dirigidos a alumnos y alumnas de segundo y tercer ciclo de primaria, por lo que desde el primer momento surgieron dificultades y el alumnado tuvo que usar la representación gráfica, al igual que el empleo de materiales para su correcta resolución.

- Problemas de precios (2 sesiones)

Este pequeño proyecto de dos sesiones se desarrolló satisfactoriamente, los alumnos y alumnas escogieron los precios y artículos de los folletos entregados, hicieron las tarjetas correspondientes, y posteriormente se realizó un mural. Resolvieron de manera adecuada algunos de los problemas propuestos de forma oral, y finalmente se pasó a la elaboración por parte de cada alumno y alumna de un problema escrito. Se les dejó tiempo para que pensaran y fueran mencionando los problemas.

En todo momento el profesor hace de guía en esta propuesta, pero se pretende conseguir que los alumnos creen problemas de los diferentes tipos ya vistos anteriormente en las fichas, y es en esto donde se emplea gran cantidad del tiempo.

Por lo demás, consiguieron crear diferentes problemas, no de todos los tipos ya vistos, pero sí de aquellos que han ido trabajando a lo largo del curso, además se notó

también el trabajo de las sesiones anteriores con los diferentes tipos de problemas, ya que varios de los que crearon eran parecidos a los de las fichas realizadas. Sí que es verdad que con los problemas referentes a la tercera de las fichas, que eran de los subtipos más complicados, tuvieron más dificultades, les costó crear el enunciado. Pero al final se consiguió que creasen problemas de los cuatro tipos (cambio-unión, cambio-separación, combinación y comparación). Se elaboraron problemas de casi todos los subtipos, excepto de los más complicados de cada tipo.

Esta actividad se realizó en gran grupo, a algunos alumnos se les facilitó materiales para que creasen e imaginasen diferentes situaciones de su propio problema y lo supiesen redactar o decir oralmente. Al igual que se recurrió a la representación gráfica para la creación del mismo.

Donde más dificultades hubo fue a la hora de elaborar la pregunta del problema, les costaba formular correctamente la pregunta de los problemas que ellos mismos creaban. A la hora de mencionar los datos no tenían mucho problema puesto que la metodología expuesta en el presente trabajo es similar a la que empleaban en el aula.

---

## 4. Conclusiones

A continuación se pasará a analizar si con la propuesta mencionada en el presente trabajo se han cumplido los objetivos establecidos.

Mediante la realización de las tres primeras sesiones, y el análisis de las principales dificultades que presentaban los alumnos y alumnas frente a la resolución de problemas, se llega a la conclusión de que el empleo de la representación gráfica y el uso de materiales físicos en el aula (fichas, regletas Cuisenaire...), facilitan la elaboración del problema, y además les ayuda a desarrollar las capacidades de comprensión y análisis para su correcta resolución.

Tras analizar los resultados obtenidos de las diferentes actividades planteadas al alumnado, y ver la gran importancia de la representación gráfica y del empleo de materiales a la hora de comprender un problema y seleccionar la operación adecuada, se puede afirmar que en primero de primaria muchas veces va a ser necesario utilizarlas para cubrir todas las necesidades y dificultades de los niños. Por tanto, se recomienda el empleo de estas estrategias siempre que surjan dudas ante la selección de la operación, que es donde más dificultades tuvieron los alumnos y alumnas, puesto que fomentará el desarrollo de la comprensión lectora y facilitará su correcta resolución.

Tras realizar las tres primeras sesiones de la propuesta, se pasó a elaborar un pequeño proyecto en el que los alumnos y alumnas debían crear sus propios problemas, pues bien, esto se realizó mediante el empleo de una metodología activa y participativa en la que el alumnado comenzaba recortando una serie de artículos de folletos publicitarios y posteriormente elaboraban un mural, a partir de ahí se realizaron problemas orales con los diferentes precios expuestos en el mural, y finalmente debían crear sus propios problemas. Los resultados fueron buenos y los niños y niñas se lo pasaron bien realizando esta actividad. Por tanto, se consiguió cumplir el segundo objetivo propuesto, ya que se mantuvo una metodología activa y participativa en la que el principal protagonista es el propio alumno. Otro de los objetivos que se planteó, fue el siguiente: reconocer la importancia de las matemáticas en la vida cotidiana. Este último objetivo creo que no se consiguió del todo, puesto que sí que se plantearon en

---

las diferentes actividades de la propuesta problemas de todo tipo, y se trabajó también con las monedas y billetes en curso legal (el euro), pero realmente no se llegó a comprender del todo la gran importancia que tienen las matemáticas en la vida cotidiana. Para cumplir con este último de los objetivos sería necesario plantear una propuesta diferente, un mercadillo, en el que los niños y niñas compran y venden diferentes artículos, hubiese sido una buena idea para que los alumnos comprendiesen la importancia de las matemáticas, pero para poder llevarla a cabo es necesario más sesiones, y en mi caso no se disponía de tanto tiempo, por lo que no se pudo llevar a cabo esta actividad.

---

## 5. Referencias

- Maza, C. (1991). Enseñanza de la suma y la resta. Madrid: Síntesis.
- Castro, E. (2001). Didáctica de la matemática en Educación Primaria. Madrid: Síntesis.
- Bransford, J. D. y B. S. Stein (1897): Solución ideal de problemas. Guía para mejor pensar, aprender y crear, Labor, Barcelona.
- Polya, G. (1945): *How to solve it*. (Traducción española, Cómo plantear y resolver problemas, Trillas, México, 1976).
- Guzmán, M. de (1991): *Para pensar mejor*, Labor, Barcelona.
- BINIÉS, P. (2008): Conversaciones matemáticas con Maria Antónia Canals: o cómo hacer de las matemáticas un aprendizaje apasionante, Graó, Barcelona.
- Jaime Martínez Montero: “Enseñar matemáticas a alumnos con necesidades educativas especiales”. Editorial Praxis (Barcelona 2002).
- José Luis Luceño Campos: “La resolución de problemas aritméticos en el aula”. Editorial Aljibe (Málaga 1999).
- BALLESTEROS, S. y GARCÍA, B. (2001). Procesos psicológicos básicos. Madrid: Universitas.
- CRAIG, GJ. (2001). Desarrollo psicológico. México: Pearson Educación.
- MARCHESI, A. et al. (2000). Desarrollo psicológico y evolución. Vol. 1. Psicología evolutiva. Madrid: Alianza.