

**MODELADO Y METODOLOGÍA ANALÍTICA DE
DISEÑO DE TRANSFORMADORES DE POTENCIA Y
ALTA FRECUENCIA:**

**ANÁLISIS DE LOS DEVANADOS,
OPTIMIZACIÓN DE EFICIENCIA Y DENSIDAD DE POTENCIA
E INTEGRACIÓN EN EL DISEÑO DE CONVERTIDORES
ELECTRÓNICOS**

Ernesto L. Barrios Rípodas

**MODELADO Y METODOLOGÍA ANALÍTICA DE DISEÑO DE
TRANSFORMADORES DE POTENCIA Y ALTA FRECUENCIA:
ANÁLISIS DE LOS DEVANADOS, OPTIMIZACIÓN DE EFICIENCIA Y
DENSIDAD DE POTENCIA E INTEGRACIÓN EN EL DISEÑO DE
CONVERTIDORES ELECTRÓNICOS**

Memoria que, para optar al grado de
Doctor Ingeniero Industrial, presenta

Ernesto Luis Barrios Rípodas

Realizada bajo la dirección de

Pablo Sanchis Gúrpide

Alfredo Ursúa Rubio



Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica

Pamplona, 2015

*A mi familia y amigos,
en especial quiero dedicar esta tesis a mi padre.*

«En una hermosa mañana del mes de mayo, una elegante amazona recorría en una soberbia jaca alazana, las avenidas floridas del Bosque de Bolonia» [...].

Era un corto manuscrito, de unas cincuenta páginas. El doctor las hojeó y vio que todas aquellas páginas no contenían más que la misma frase, indefinidamente copiada, retocada, enriquecida o empobrecida. Sin cesar, el mes de mayo, la amazona y las avenidas del Bosque se confrontaban y se disponían de maneras diversas. [...]. «Lea», dijo Grand, y Rieux leyó:

«En una hermosa mañana de mayo, una esbelta amazona, montada en una suntuosa jaca alazana, recorría entre flores las avenidas del Bosque...»

-¿Está?- dijo el viejo con voz de fiebre.

Rieux no levantó los ojos.

-¡Ah!-dijo él, agitándose-, ya lo sé, hermosa, hermosa no es la palabra exacta.

Rieux le cogió la mano.

-Déjelo usted, doctor. Ya no tendré tiempo...

Su pecho se hinchaba con esfuerzo y de pronto gritó:

-¡Quémelo!

“La peste”
ALBERT CAMUS.

RESUMEN

Esta tesis se centra en el estudio y análisis del diseño de transformadores de potencia y alta frecuencia. Los principales temas tratados en esta tesis se resumen a continuación:

- Realización del estado del arte y síntesis del modelado de transformadores de potencia y alta frecuencia, haciendo especial hincapié en el estudio de los materiales magnéticos, los fenómenos de alta frecuencia en los devanados, el cálculo de pérdidas en el núcleo y en el cobre y las técnicas que permiten su atenuación.
- Tratamiento específico de formas de onda no senoidales de tensión y corriente.
- Realización del estado del arte de los métodos de diseño existentes. Evaluación de la bondad de las reglas de oro, *rules of thumb*, en el diseño de transformadores.
- Análisis teórico del problema de diseño y definición del concepto de diseño óptimo en términos de densidad de potencia y eficiencia para un rango de frecuencias de 1 a 150 kHz y de potencias de 500 W a 25 kW.
- Desarrollo de una metodología analítica de diseño que conduce al diseño óptimo en términos de selección del material magnético, proporciones y tamaño del núcleo magnético, disposición de los devanados (reparto de ventana e intercalado), tipo de cable y su dimensionado, y nivel de inducción magnética.
- Ejemplos de diseño: inversor fotovoltaico y convertidor forward. Realización de diseños prácticos y verificación experimental. Tratamiento de la problemática de la medida de pérdidas en estas aplicaciones.
- Estudio de las tendencias presentes en la densidad de potencia y la eficiencia de los diseños óptimos en función de la potencia y la frecuencia de la aplicación.
- Proposición de diversas fórmulas para posibilitar la integración del diseño de transformadores en el proceso de diseño y dimensionado de los convertidores electrónicos de potencia.

Agradecimientos

Bueno, qué decir de la realización de una tesis... en teoría es un camino cuesta arriba... pero no sabía que incluso caminando cuesta arriba hay momentos en los que se está más lejos de alcanzar la cima que antes de haber echado a andar. En el recorrido diario de este camino ha habido un gran número de personas que me han ofrecido su hombro en los momentos de mayor cansancio y desánimo, cuando sentía la tentación de tumbarme y dejarme rodar. Como dice mi abuela Julia, cuesta abajo hasta la m... corre.

Mi agradecimiento va dirigido a todas esas personas conocidas y desconocidas que me han dado la motivación para seguir adelante y me han ayudado a comprender que lo importante es disfrutar el camino.

En particular, quiero agradecer a mis tutores, Pablo Sanchis y Alfredo Ursúa, su confianza, y su apoyo personal y técnico, y a todo el equipo que forma el grupo de investigación INGEPER por generar un ambiente humano y de amistad en el que da gusto trabajar.

Por último, estoy especialmente agradecido a mi familia por estar siempre ahí, mis padres, Mauro y Clara, y mi hermana Elisa.

Gracias.

CONTENIDOS

PRIMERA PARTE:

Introducción al Diseño de Transformadores de Potencia y Alta Frecuencia

1	Introducción y Objetivos	3
2	Fundamentos y Definición del Problema de Diseño	15
2.1	Introducción	15
2.2	Fundamentos	16
2.2.1	Teoría electromagnética / 16	
2.2.2	Circuitos magnéticos / 23	
2.2.3	Funcionamiento básico del transformador / 27	
2.2.4	Ecuaciones generales de los transformadores / 30	
2.3	Definición del problema de diseño	36

SEGUNDA PARTE:

Modelado de Transformadores de Potencia y Alta Frecuencia

3	Modelado del Núcleo Magnético	43
3.1	Introducción	43
3.2	Materiales magnéticos de alta frecuencia	44
3.2.1	Introducción / 44	
3.2.2	Aleaciones policristalinas / 50	
3.2.3	Aleaciones amorfas (vidrios metálicos) / 51	
3.2.4	Aleaciones nanocristalinas / 51	
3.2.5	Ferritas / 52	
3.3	Geometría del núcleo magnético	53
3.4	Cálculo de las pérdidas magnéticas	55
3.4.1	Métodos teóricos / 56	
3.4.2	Métodos empíricos / 58	

3.5	Modelado del núcleo magnético propuesto	63
3.5.1	Parametrización del núcleo / 63	
3.5.2	Reformulación del cálculo de pérdidas magnéticas / 66	
4	Modelado de los Devanados	69
4.1	Introducción	69
4.2	Efectos de alta frecuencia en los devanados	70
4.2.1	Efecto pelicular / 70	
4.2.2	Efecto de proximidad / 73	
4.2.3	Ortogonalidad y principio de superposición / 76	
4.3	Geometría de los cables de alta frecuencia	77
4.3.1	Cables de litz / 78	
4.3.2	Conductores de pletina / 79	
4.3.3	Comparativa entre las distintas geometrías / 81	
4.4	Cálculo de pérdidas en los devanados	82
4.4.1	Introducción / 82	
4.4.2	Pérdidas en los devanados de cable de litz / 83	
4.4.3	Pérdidas en los devanados de pletina / 86	
4.4.4	Pérdidas en los devanados de cable sólido circular / 89	
4.4.5	Cálculo aproximado de pérdidas en los devanados / 92	
4.5	Intercalado de los devanados	96
4.6	Modelado de los devanados propuesto	98
4.6.1	Introducción / 98	
4.6.2	Devanados de cable de litz / 99	
4.6.2.1	Modelado de la geometría / 99	
4.6.2.2	Cálculo de pérdidas / 102	
4.6.3	Devanados de pletina / 106	
4.6.3.1	Intercalado convencional de conductores de pletina / 106	
4.6.3.2	Técnica de máximo intercalado / 107	
4.6.3.3	Cálculo de pérdidas / 111	
4.6.4	Devanados de cable sólido circular / 114	
4.6.4.1	Modelado de la geometría / 114	
4.6.4.2	Cálculo de pérdidas / 116	
4.6.5	Pérdidas en los devanados con corrientes no senoidales / 117	
4.7	Materiales conductores y aislantes	118

5 Modelado Térmico	121
5.1 Introducción	121
5.2 Mecanismos de transmisión de calor	122
5.2.1 Conducción / 122	
5.2.2 Convección natural / 123	
5.2.3 Radiación / 126	
5.3 Estimación de la resistencia térmica	127
5.3.1 Modelos teóricos / 127	
5.3.2 Modelos empíricos / 130	
5.4 Modelo térmico propuesto	131
6 Circuito Eléctrico Equivalente	135
6.1 Introducción	135
6.2 Circuito equivalente	136
6.3 Estimación de los parámetros del circuito equivalente	140
6.3.1 Inductancia de magnetización / 140	
6.3.2 Inductancia de fugas / 141	
6.3.3 Capacidades parásitas / 144	

TERCERA PARTE:

Metodología Analítica de Diseño:

Aplicaciones, Validación e Integración en convertidores Electrónicos de Potencia

7 Metodología Analítica de Diseño	153
7.1 Introducción	153
7.2 Métodos de diseño convencionales	154
7.2.1 Estado del arte / 154	
7.2.2 Identificación de oportunidades / 156	
7.3 Identificación de las variables de diseño	158
7.4 Metodología analítica de diseño: diseño óptimo	164
7.4.1 Concepto de diseño óptimo / 165	
7.4.2 Proceso de diseño óptimo / 174	
7.5 Conclusiones	179

8 Aplicaciones y Validación	181
8.1 Introducción	181
8.2 Ejemplo de diseño 1: inversor fotovoltaico	182
8.2.1 Introducción / 182	
8.2.2 Principio de funcionamiento y especificaciones de partida / 183	
8.2.3 Devanados de cable de litz / 186	
8.2.4 Devanados de pletina / 200	
8.3 Ejemplo de diseño 2: convertidor forward	211
8.3.1 Especificaciones de partida / 211	
8.3.2 Implementación de la metodología de diseño y comparativa / 217	
8.4 Conclusiones	222
9 Integración en el Diseño de Convertidores Electrónicos de Potencia	225
9.1 Introducción	225
9.2 Ejemplo de diseño 1: inversor fotovoltaico	226
9.2.1 Consideraciones de partida / 226	
9.2.2 Materiales magnéticos y tipo de núcleo / 227	
9.2.3 Densidad de potencia / 230	
9.2.4 Eficiencia / 234	
9.2.5 Rangos de aplicación del concepto de diseño óptimo desarrollado en el capítulo 7 / 235	
9.3 Método de diseño rápido	238
9.3.1 Tendencias en los valores óptimos de las variables de diseño / 238	
9.3.2 Ejemplo de diseño / 239	

CUARTA PARTE:

Conclusiones, Aportaciones y Líneas Futuras

10 Conclusiones y Líneas Futuras	247
10.1 Conclusiones	247
10.2 Aportaciones	250
10.3 Líneas futuras	251
10.3.1 Extensión de la metodología al diseño de inductancias / 251	

- 10.3.2 Mejora del proceso de diseño y dimensionado óptimo de convertidores electrónicos: posible utilización de semiconductores basados en SiC y GaN / 252
- 10.3.3 Validación experimental del circuito equivalente propuesto / 253
- 10.3.4 Formulación del concepto de óptimo fuera de los rangos de frecuencia y potencia considerados / 253

BIBLIOGRAFÍA**255**

PRIMERA PARTE:

Introducción al Diseño de Transformadores de Potencia y Alta Frecuencia

Capítulo 1

Introducción y Objetivos

El diseño de transformadores ha sido objeto de estudio a lo largo de toda la historia de la ingeniería eléctrica. Desde el primer dispositivo que contenía los elementos básicos para formar un transformador construido por Michael Faraday en 1831, pasando por el primer transformador práctico construido por William Stanley Jr. en 1885, hasta el recientemente desarrollado concepto de transformador de estado sólido o Solid State Transformer (SST), la capacidad de los transformadores de ajustar los niveles de tensión entre dos o más circuitos eléctricos y de transmitir energía entre éstos sin necesidad de contacto eléctrico ha hecho que el transformador haya sido y continúe siendo la máquina eléctrica de uso más extendido en el sistema eléctrico.

La evolución de los transformadores ha mantenido unas tendencias claras a lo largo de la historia reciente: reducción del coste, aumento de la densidad de potencia, aumento de la eficiencia, aumento de la fiabilidad y mejora de la regulación de tensión para facilitar el control del flujo de potencia. La importancia dada a cada uno de estos criterios de mejora depende de la aplicación en cuestión. Estas tendencias en el mercado de transformadores no son sino un reflejo de la problemática energética actual. Por un lado, la generación de energía convencional conlleva una contaminación del medio ambiente y, en consecuencia, tiene una serie de impactos negativos a nivel local y global que son bien conocidos. Por otro lado, la dependencia energética de los países dificulta su prosperidad económica y social, y ha sido y es, junto con el carácter finito de las fuentes de energía convencionales, el trasfondo o motivo directo de un gran número de tensiones políticas locales e internacionales que con demasiada frecuencia han dado lugar a conflictos bélicos.

La utilización prioritaria de energía en su forma eléctrica y su uso eficiente se presenta como una de las alternativas que puede permitir, si no resolver, sí al menos aliviar dicha problemática energética [BOS 00], [BOS 10]. En el sistema eléctrico los transformadores son una pieza fundamental para realizar una gestión eficiente de la energía eléctrica, por lo que la mejora de sus prestaciones mediante nuevas soluciones técnicas se perfila como un factor fundamental. La principal mejora técnica que permite aumentar la densidad de potencia y la eficiencia del transformador y, así, reducir su coste, es el incremento de la frecuencia de

trabajo de la máquina. El aumento de la frecuencia conlleva una reducción del volumen de material necesario para transmitir una potencia determinada.

Tradicionalmente, la frecuencia de trabajo de los transformadores ha estado marcada por la red (50/60 Hz). El incremento de la frecuencia de trabajo de una forma eficiente no ha sido posible hasta la llegada de los dispositivos semiconductores de silicio de estado sólido. El primer dispositivo fue el transistor bipolar desarrollado en los laboratorios Bell en 1947 por J. Bardeen, W. B. Shockley y W. H. Brattain. A éste le siguió el SCR creado en 1957 en los laboratorios de General Electric por G. Hall y F. W. Gutzwiller, que permitía la gestión de mayores potencias. Fue la consolidación del transistor MOSFET de potencia en los años 70 y del IGBT creado por B. J. Baliga en los años 80, lo que definitivamente revolucionó el mundo de la ingeniería eléctrica. Estos dispositivos, junto a otros basados en los mismos conceptos, como el GTO y el IGCT, han permitido el continuo desarrollo de equipos electrónicos de potencia altamente eficientes desde finales de los años 80 hasta nuestros días. Uno de los conceptos desarrollados en estos años es el del transformador electrónico consistente en la combinación de un transformador con un convertidor electrónico de potencia. De esta forma, es posible aumentar la frecuencia de trabajo del transformador y, en consecuencia, aumentar su densidad de potencia y eficiencia y reducir su coste. Éstas no son las únicas ventajas de los transformadores electrónicos dado que, además, el equipo electrónico permite el control del flujo de potencia alcanzando una mejor regulación y fiabilidad en el conjunto del sistema eléctrico.

Los transformadores electrónicos han encontrado su principal aplicación en las fuentes de alimentación conmutadas o *switch mode power supplies* (SMPS) utilizadas en cualquier dispositivo electrónico moderno (ordenadores, cargadores de móviles, balastos electrónicos, etc.) [COO 86], [ERI 01], [MOH 03-cap.30], [FOR 07], [KAZ 09], [HUR 13]. Estas fuentes se caracterizan por tener potencias de trabajo bajas, inferiores a los 500 W, y frecuencias de trabajo muy elevadas, desde los 100 kHz a los MHz. Los transformadores electrónicos son también ampliamente utilizados en aplicaciones ferroviarias para aislar el sistema eléctrico del tren de la catenaria [BER 00], [HEI 02], [MAR 02], [HOF 11], [BES 14]. En este caso se tienen potencias elevadas, desde 10 kW hasta el MW, y frecuencias de trabajo relativamente bajas, generalmente inferiores a los 10 kHz. El denominador común de las aplicaciones en las que es común el uso de transformadores electrónicos es que, en éstas, la reducción de volumen y peso son aspectos fundamentales. Sin embargo, el uso de los transformadores electrónicos en los sistemas puramente energéticos, como puede ser la generación o el transporte y distribución de la energía eléctrica, no se ha consolidado. La principal causa es que en estos sistemas no ha sido necesario tradicionalmente el uso de convertidores de potencia. Esto hace que la comparación deba realizarse entre el conjunto convertidor-transformador de alta frecuencia y el transformador de baja frecuencia únicamente. La consecuencia es que, en esta comparativa, los transformadores electrónicos obtienen eficiencias similares a un mayor coste.

A día de hoy, el desarrollo de las energías renovables a gran escala o por medio de generación distribuida junto a los sistemas de almacenamiento energético y la introducción del coche eléctrico hace que el equipo electrónico sea un requerimiento de partida. La consolidación de los nuevos semiconductores de potencia de amplio ancho de banda, como son el carburo de silicio SiC y el nitruro de galio GaN, y el desarrollo de las topologías de conversión resonantes y multinivel, conlleva un incremento importante en la eficiencia del conjunto del sistema. Introduciendo estos factores en la ecuación, se tiene que la balanza entre los transformadores de baja frecuencia, que ahora incluyen el convertidor, y los transformadores electrónicos se inclina ahora a favor de estos últimos, que obtienen mayores rendimientos con costes muy inferiores. A estas ventajas se debe añadir el aumento de la densidad de potencia y la mejora de la regulación y fiabilidad del sistema eléctrico. En consecuencia, actualmente el número de aplicaciones de los transformadores electrónicos, incluso a nivel comercial, lejos de estancarse o reducirse, está aumentando fuertemente en todos los rangos de potencias y frecuencias.

Alguna de estas aplicaciones son el calentamiento por microondas [PET 96], fuentes de alimentación de potencia para equipos de telecomunicaciones [BIE 09], [BAD 11], convertidores para vehículos eléctricos (EV), híbridos y de pila de combustible [KRI 12], [XUE 14], [EVE 14], convertidores para la generación de energías distribuidas a partir de fuentes renovables, por ejemplo en los convertidores fotovoltaicos comerciales Ingecon SUN1play HF y Sunny Boy SB-HF, accionamientos de velocidad variable [KEY 14], sistemas de alimentación ininterrumpidos (UPS) y convertidores para almacenamiento energético [BOU 12], [ZHA 14], y de potencia [ZHO 09], y puntos de conexión en las redes de distribución y para las microrredes [KIM 13]. Ejemplos de aplicaciones de gran potencia son convertidores para la generación de energía eólica offshore [PRA 08], [ORT 10b], [BLA 13], y las redes de distribución y transporte del futuro basadas en redes DC de alta tensión interconectadas por medio de transformadores de estado sólido SST [INO 07], [KOL 11]. Estos transformadores de estado sólido cumplen las mismas funciones que los transformadores de baja frecuencia de las actuales subestaciones de transformación pero a un menor coste, una mayor eficiencia y una mayor densidad de potencia gracias al transformador de alta frecuencia, a su vez, permitiendo una mayor regulación de la red gracias al convertidor de potencia. Normalmente se alcanzan grandes potencias a partir de módulos de potencias menores con lo que también se obtiene una mayor fiabilidad del sistema en su conjunto. De forma genérica, el concepto de SST se puede emplear para cualquier aplicación que esté formada por un convertidor de doble puente activo o *dual active bridge* (DAB) y un transformador de alta frecuencia.

Analizando todo lo anterior, puede parecer que el diseño de transformadores es una tecnología madura y bien desarrollada. Sin embargo, las particularidades derivadas de la operación a alta frecuencia hacen que éste sea un tema que no está ni mucho menos resuelto.

Prueba de ello es el desarrollo de trabajos recientes centrados únicamente en el diseño de transformadores de alta frecuencia o en áreas del conocimiento necesarias para su diseño. Ejemplos de estos trabajos se pueden encontrar en [BIE 05], [SHE 06], [PAV 06], [KAZ 09], [VIL 10], [MÜH 12], [HUR 13], la mayoría en forma de tesis doctorales, pero también en forma de libros, algunos con segundas ediciones como es el caso de [KAZ 09], que se publicó por primera vez en 2009 y se ha reeditado en el año 2014.

La realización del diseño de un transformador consiste en fijar un número de variables a partir de unas especificaciones de partida teniendo en cuenta una serie de restricciones y realidades físicas y económicas. Como en todo proceso de diseño, se tienen unos criterios o características requeridas para el diseño final. En este caso, estos criterios son la maximización de la eficiencia y la minimización del tamaño, y llevan a una confrontación tecnológica difícil de resolver dado que, como se verá en esta tesis, son requerimientos en cierto modo contradictorios.

Cuando se diseñan transformadores de alta frecuencia, a la dificultad propia de un proceso de diseño se añaden las dificultades y particularidades derivadas de la operación a estas frecuencias. La primera, y seguramente la más importante, es la correcta comprensión y el modelado de los fenómenos físicos presentes en el funcionamiento de los transformadores. Por un lado, se tienen los materiales magnéticos que forman el núcleo y los fenómenos de alta frecuencia que tienen lugar en éste y, por otro, los fenómenos de alta frecuencia en los devanados que obligan a utilizar conductores con geometrías especiales para mantener las pérdidas en un nivel aceptable. El modelado electromagnético de los fenómenos de alta frecuencia es excepcionalmente complejo debido a que se trabaja en la frontera de validez de las distintas aproximaciones de las leyes de Maxwell. La segunda dificultad, probablemente menos importante, pero que ha contribuido a la mistificación del diseño de transformadores de alta frecuencia, es la dificultad de realizar mediciones en las condiciones de trabajo típicas de éstos, como pueden ser formas de onda no senoidales y de muy alta frecuencia, especialmente dados los altos rendimientos de estos dispositivos.

Una evidencia de la complicación presente en el diseño de estos elementos es que no existen dispositivos inductivos disponibles a nivel comercial de forma estandarizada [HUR 13]. La realidad comercial es que existen un gran número de pequeñas empresas que ofrecen la posibilidad de realizar diseños *ad hoc* y que, si se encarga un mismo diseño a varias de estas empresas, todas ofrecen resultados diferentes. Este hecho dificulta enormemente los procesos de diseño de los equipos electrónicos que emplean elementos inductivos, particularmente en la etapa del dimensionado. Desde el punto de vista del diseñador de convertidores electrónicos, el diseño del transformador es clave, ya que de ello dependen algunas de las características más importantes del propio convertidor. La evaluación de las tendencias presentes en las características del conjunto transformador-convertidor en función de los parámetros clave de diseño, como son la frecuencia y la potencia, no es sencilla si se

encarga el diseño del transformador a una empresa externa. Para optimizar el conjunto se debe integrar el diseño del transformador en el proceso de diseño del convertidor. Sin embargo, esta tarea no resulta nada sencilla.

Debido al gran número de grados de libertad y al reducido número de restricciones presentes en el problema y, debido también, a la dificultad de evaluar los criterios de diseño y su evolución dentro del proceso de resolución, los métodos de diseño convencionales están basados en procesos iterativos. En función de las características de dichos procesos iterativos, los métodos de diseño convencionales se pueden clasificar en dos grupos principales: los llamados en esta tesis métodos iterativos puros [VIL 10], [VIL 11], [MÜH 12], [SHU 13], [AMO 14] y los métodos iterativos basados en reglas de oro o *rules of thumb* [SNE 69-cap.9], [COO 86], [PET 96], [ODE 99a], [MOH 03-cap.30], [MCL 04-cap.7], [FOR 07], [KAZ 09], [OYU 12], [HUR 13], [NAR 13],..

El planteamiento seguido por los métodos iterativos puros consiste en generar distintas muestras aleatorias de valores para las variables de diseño e iterar hasta alcanzar un diseño factible. Posteriormente, se repite el proceso modificando las muestras de valores iniciales de las distintas variables de diseño y se comparan los diseños obtenidos para elegir el que mejor satisface los criterios de diseño. Los métodos basados en reglas de oro emplean suposiciones basadas únicamente en la experiencia para establecer los valores de determinadas variables de diseño de antemano. De esta forma, consiguen simplificar el problema de diseño y hacerlo manejable a escala humana. Sin embargo, el uso de estas reglas conlleva ignorar una serie de realidades de diseño y, en consecuencia, los diseños obtenidos son factibles pero nunca óptimos.

Por todo ello, los métodos de diseño de transformadores de alta frecuencia presentan una serie de carencias que van, en algunos casos, desde la imposibilidad de alcanzar un diseño óptimo hasta, en todos ellos, la imposibilidad de realizar un análisis del problema de diseño y, en consecuencia, de integrarlo en el proceso de diseño del conjunto del convertidor electrónico de potencia. A su vez, este análisis debe ser independiente de los valores concretos de potencia y frecuencia. Por ello, y aunque lo habitual es abordar el problema para rangos concretos de dichas variables, como es el caso de la mayoría de las tesis encontradas en la literatura [SHE 06], [PAV 06], [VIL 10], en esta tesis se considera que, aunque cambien algunas características del diseño, como pueden ser los materiales, los conductores o el tipo de refrigeración utilizados, la esencia del problema de diseño en alta frecuencia no cambia entre unos rangos u otros de potencia y frecuencia.

El objetivo de esta tesis es, por tanto, el estudio genérico y la comprensión del problema de diseño de transformadores de alta frecuencia para, partiendo de esta base, desarrollar una metodología de diseño analítica que permita la obtención directa de diseños óptimos y que

conforme una herramienta útil para el dimensionado óptimo del conjunto formado por el transformador y el convertidor de potencia.

Para poder alcanzar un diseño óptimo es necesario tener una visión global del problema de diseño a través de la realización de un modelado adecuado. Posteriormente, se deben identificar las variables de diseño y conocer la evolución de las características del transformador con respecto a éstas, para poder evaluar el grado de cumplimiento de los criterios de diseño. Una vez llegados a este punto, es necesario definir el concepto de diseño óptimo entre todos los diseños que puedan ser considerados óptimos y establecer un procedimiento matemático que permita su localización. Por último, se debe establecer la forma en que la metodología puede ser integrada en el proceso de diseño global del conjunto del convertidor. En consecuencia, este es el planteamiento seguido en esta tesis y que se detalla a continuación.

La tesis se organiza en cuatro partes claramente diferenciadas. La **primera parte**, que incluye el presente capítulo, trata la introducción al diseño de transformadores de alta frecuencia y está formada además por el **capítulo 2**, en el cual se tratan todos los conceptos previos necesarios para poder abordar el problema de diseño de transformadores y se define dicho problema. Se parte de la formulación de las leyes de Maxwell y de la selección de su modelo aproximado más adecuado para el estudio de los elementos inductivos para, a continuación, presentar la teoría clásica de análisis de circuitos magnéticos basada en el modelo de reluctancia y analizar el principio de funcionamiento básico de los transformadores. Con la ayuda de la teoría anterior, se presentan las ecuaciones generales de los transformadores y fundamentales en su diseño, conocidas como ecuación de la tensión y ecuación de la potencia. En concreto, se describe el proceso seguido para la obtención de la ecuación de la tensión de cara a facilitar su uso con cualquier forma de onda y se incluyen ejemplos de las formas de onda no senoidales más comunes en los transformadores electrónicos. Por último, se procede a definir el problema de diseño de transformadores que conforma la base de este documento de tesis y sirve de justificación para cada uno de los puntos desarrollados.

La **segunda parte** de la tesis analiza en profundidad el modelado de los distintos fenómenos físicos presentes en el funcionamiento de un transformador de alta frecuencia con el objetivo de obtener un modelo único del transformador formulado respecto a unas variables comunes. En cada uno de los capítulos del modelado se realiza un estado del arte de los modelos existentes desde un punto de vista crítico. El objetivo de este estudio es la selección del modelo más *adecuado* para su uso en la metodología de diseño. En este caso, *adecuado* quiere decir que presente un buen compromiso entre precisión y facilidad de manejo, dado que una excesiva complejidad obstaculiza el análisis del problema de diseño. En concreto, en el **capítulo 3** se aborda el modelado del núcleo magnético que engloba desde los materiales magnéticos utilizados en aplicaciones de alta frecuencia hasta los métodos para el cálculo de

pérdidas en dichos materiales, pasando por el estudio de su geometría, factor clave en el diseño de cualquier máquina eléctrica. En el último apartado de este capítulo se propone una parametrización del núcleo que permite interpretar fácilmente la influencia de la geometría del núcleo en los distintos fenómenos físicos presentes en el funcionamiento de un transformador. De acuerdo a esta parametrización, se reformula la ecuación modificada de Steinmetz seleccionada para calcular las pérdidas en el núcleo.

En el **capítulo 4** se presentan los fenómenos de alta frecuencia en los devanados y se realiza un extenso estado del arte de los métodos existentes para reducir el incremento que producen estos fenómenos en las pérdidas en los devanados. En primer lugar, se presentan las tres geometrías de cable utilizadas en aplicaciones de alta frecuencia y se estudia la influencia de su geometría en las pérdidas de potencia en los devanados. En concreto, se estudian los cables de litz y los conductores de pletina por ser los dos tipos de cable más empleados en aplicaciones de potencia y alta frecuencia. También se consideran los cables sólidos circulares o *magnet wires* debido a que son ampliamente empleados en aplicaciones de alta frecuencia y baja potencia. A continuación, se revisan los modelos específicos para el cálculo de pérdidas en una sección de devanado de cada uno de estos tipos de cable. Para facilitar su utilización en la metodología de diseño se aproximan las fórmulas complejas para el cálculo de pérdidas por unas más manejables que mantienen una precisión elevada en sus rangos de utilización. En segundo lugar, se presenta la técnica de intercalado de los devanados, adecuada para reducir el incremento de las pérdidas debido al efecto de proximidad. Esta técnica es fácil de implementar cuando se tienen devanados de cable de litz y de cable sólido circular. Sin embargo, su implementación está limitada en los devanados de conductor de pletina a causa de su complejidad constructiva. En este contexto se propone una nueva técnica de intercalado de devanados de pletina, denominada máximo intercalado o *maximum interleaving*, que permite el intercalado completo de los devanados con la mínima complejidad constructiva, reduciendo, por tanto, al mínimo el efecto de proximidad. Por último, en este capítulo se proponen modelos para el cálculo de las pérdidas totales en el cobre en un transformador de dos devanados, tanto para devanados completamente intercalados como para devanados no intercalados. Estos modelos se proponen para las tres geometrías de cable y su particularidad consiste en que incluyen la parametrización del núcleo realizada en el capítulo 3 y en que, a su vez, presentan un cálculo de las pérdidas totales en los devanados compacto y fácilmente utilizable en el análisis del problema de diseño.

En el **capítulo 5** se revisan los mecanismos de transmisión de calor presentes en la operación de un transformador. En concreto, se estudia en profundidad la convección natural a través de aire por ser el principal mecanismo de refrigeración de los transformadores cuando se emplea ventilación libre. A continuación, se estudian los distintos métodos prácticos para el cálculo de la resistencia térmica del transformador, parámetro clave en el proceso de diseño de transformadores debido a que limita las pérdidas máximas que la máquina puede experimentar

sin destruirse. Los métodos de cálculo de esta resistencia se clasifican en teóricos y empíricos, y son estos últimos los seleccionados para su utilización en la metodología de diseño. Los métodos empíricos se basan en modelos desarrollados por los fabricantes de núcleos magnéticos a partir del análisis experimental del comportamiento térmico de sus núcleos. Al igual que en los dos capítulos anteriores, se propone una reformulación de la fórmula empírica de la resistencia térmica para facilitar su utilización en los capítulos posteriores.

En el **capítulo 6**, último de la segunda parte de la tesis, se presenta una revisión exhaustiva de los circuitos equivalentes empleados para representar los distintos fenómenos físicos presentes en el funcionamiento de un transformador de alta frecuencia desde un punto de vista eléctrico. Disponer de un modelo eléctrico equivalente adecuado del transformador es fundamental para estudiar las interacciones que se producen entre éste y el convertidor. Como consecuencia de este estudio se identifica una carencia común a todos los modelos equivalentes de los transformadores, consistente en que no permiten el estudio de las corrientes en modo común que circulan por el conjunto convertidor-transformador. Con el fin de posibilitar la simulación de estas corrientes, en esta tesis se propone un circuito eléctrico equivalente específico del transformador. En este capítulo, se revisan las técnicas teóricas para el cálculo de los elementos presentes en el circuito equivalente que posibilitan obtener sus valores con una precisión aceptable sin necesidad de construir un prototipo y realizar una identificación experimental.

Con la ayuda del modelo único que representa el comportamiento completo del transformador desarrollado en la segunda parte de la tesis, en la **tercera parte** se profundiza en el análisis del problema de diseño de transformadores de potencia y alta frecuencia. Como consecuencia de este análisis se propone una metodología de diseño analítica que es validada a través de su aplicación a diferentes ejemplos de diseño, construcción de prototipo y ensayos experimentales. Además, la metodología de diseño propuesta es empleada para estudiar las tendencias presentes en la densidad de potencia y la eficiencia de los transformadores óptimos para una misma aplicación cuando se modifican la frecuencia y la potencia de partida.

En el **capítulo 7**, se realiza en primer lugar un estado del arte genérico de los métodos de diseño convencionales que desemboca en la identificación de oportunidades y de necesidades que debe satisfacer un nuevo método de diseño para ser de utilidad y aportar algo a la resolución del problema de diseño de transformadores de alta frecuencia. En segundo lugar, por medio del modelo integrado del funcionamiento del transformador desarrollado en la segunda parte de la tesis, se redefine el problema de diseño y se realiza una reflexión en profundidad sobre éste que permite identificar las variables de diseño claves. Con esta visión global del problema de diseño y la herramienta que conforma el modelo íntegro del transformador, en el siguiente apartado se analiza el concepto de *óptimo* en los transformadores de potencia y alta frecuencia. Fruto de este análisis se propone un concepto de óptimo que conduce al diseño de mínimo tamaño y cuya validez se defiende en esta tesis

para unos rangos de potencia y frecuencia determinados. En estos rangos, como se estudia más adelante, el diseño óptimo con ventilación natural conduce a las máximas densidades de potencia con unos rendimientos elevados. A continuación, se formula matemáticamente el problema de diseño cuya resolución conduce a la obtención del diseño que responde al concepto de diseño óptimo desarrollado anteriormente. Este problema matemático es un problema de optimización sujeto a una serie de restricciones de igualdad y desigualdad que debe ser resuelto respecto de las variables de diseño claves identificadas en este capítulo. Por último, se describe paso a paso el proceso de diseño óptimo propuesto para los tres tipos de geometrías de cable de alta frecuencia. La resolución de este proceso de diseño conduce al diseño óptimo de máxima densidad de potencia, es decir, el establecimiento del material óptimo, del tipo de núcleo y sus proporciones y tamaño óptimos, de la amplitud de inducción magnética de trabajo óptima (número de vueltas óptimo), del reparto de ventana óptimo entre devanados de primario y secundario, y del dimensionado óptimo de los conductores de cada uno de los devanados.

En el **capítulo 8**, se procede a la validación del trabajo realizado por medio de la realización de tres ejemplos prácticos. Este apartado sirve, además, para mostrar la implementación de la metodología de diseño propuesta y facilitar su uso por parte del lector interesado. En primer lugar, se estudia el diseño del transformador con devanados de cable de litz óptimo para su utilización en la etapa intermedia que conmuta a 50 kHz de un inversor fotovoltaico de 5 kW. En este diseño se reflexiona especialmente sobre el dimensionado de los cables de litz y se compara con los diseños obtenidos si se dimensionan los devanados por medio de reglas de oro utilizadas comúnmente por los métodos convencionales. Además, se compara con un diseño comercial que es validado experimentalmente. En este diseño se reflexiona también sobre la posible utilización de la inductancia de fugas como inductancia del propio convertidor y se adapta el diseño óptimo para obtener una inductancia de fugas determinada. En este caso se tiene que la inductancia de fugas tiene un valor reducido y actúa como inductancia en el tanque resonante serie del convertidor fotovoltaico estudiado. Cuando se tiene un valor elevado para la inductancia de fugas como especificación de partida, por ejemplo en los convertidores DAB [VIL 10], es conveniente introducir el establecimiento de la inductancia de fugas en el problema de diseño y su resolución. Para ello, primero se repasan brevemente las técnicas existentes para aumentar la inductancia de fugas del transformador. A continuación, gracias las posibilidades que se desprenden del análisis del problema de diseño realizado en este trabajo, se demuestra la flexibilidad de la metodología de diseño por medio de su fácil reformulación para su utilización en estas aplicaciones.

El segundo caso bajo estudio consiste en la realización del diseño óptimo del transformador con devanados de pletina para la misma aplicación fotovoltaica. En concreto, en este apartado se realiza un diseño en el que se implementa la técnica de máximo intercalado propuesta en esta tesis. Se procede a la construcción de un prototipo y a su validación

experimental obteniendo resultados satisfactorios. Por medio de una comparativa teórica se evalúan las ventajas que se desprenden de esta técnica respecto al diseño óptimo no intercalado y también frente a un diseño convencional. En esta comparativa reciben especial atención el estudio del dimensionado óptimo del espesor de las pletinas y la evaluación de la facilidad constructiva y de la alta densidad de potencia derivada de la técnica de máximo intercalado propuesta. Por último, para mostrar la versatilidad de la metodología de diseño, se realiza el diseño de un transformador para un convertidor forward de 30 W que trabaja a 50 kHz y en el que se emplean devanados de cable sólido circular. Este caso es un ejemplo de diseño típico para SMPS y es, por tanto, directamente comparable con un diseño obtenido por medio de métodos de diseño pensados para este tipo de aplicaciones, que son los más abundantes en la literatura. Por ello, se realiza un diseño por medio del método de diseño presentado en [HUR 13] y considerado en este trabajo representante del estado del arte y, a continuación, se compara con el diseño de mínimo tamaño obtenido por medio de la metodología de diseño propuesta. Como consecuencia de este estudio se observa que, para aplicaciones de baja potencia, el diseño de mínimo tamaño no conlleva un rendimiento elevado, es decir, que el concepto de óptimo propuesto en el capítulo 7 debe ser revisado. Esta reflexión da pie a la acotación de los rangos de frecuencia y potencia para los que se defiende la validez de dicho concepto de óptimo y que se realiza en el capítulo 9.

Mediante los ejemplos de diseño llevados a cabo en el capítulo 8 se evalúa asimismo la validez de las distintas reglas de oro empleadas por los métodos convencionales. La metodología de diseño propuesta permite una justificación teórica de éstas, tanto cuando conducen a buenos resultados como cuando no lo hacen. Se considera importante resaltar que en el ejemplo de diseño para la aplicación fotovoltaica se ha colaborado estrechamente con la empresa de convertidores electrónicos INGETEAM POWER TECHNOLOGY, empresa cuyas necesidades tecnológicas dieron origen a esta tesis y que ha colaborado de forma importante en la realización de los ensayos experimentales.

En el **capítulo 9**, último de la tercera parte de la tesis, se realiza el análisis de las tendencias presentes en las características clave de los diseños óptimos, es decir, densidad de potencia y eficiencia, en función de los parámetros críticos en el dimensionado de un convertidor, como son la frecuencia y la potencia. El análisis se realiza para la aplicación fotovoltaica anterior cuando se emplean devanados de cable de litz. Este estudio permite, por un lado, mostrar cómo se puede utilizar la metodología de diseño de forma integrada en el proceso de diseño de convertidores de potencia y, por otro, establecer los límites de validez del concepto de óptimo propuesto en el capítulo 7. También se realiza un análisis de la evolución de los valores óptimos de las distintas variables de diseño, incluido el material magnético, que muestra resultados interesantes. Las tendencias observadas son tendencias claras que permiten la creación de un método de diseño rápido. Este método, que debe ser formulado para cada aplicación particular, permite la realización de un diseño óptimo de

forma sencilla y rápida a partir de mapas de valores de las variables de diseño y con un número de operaciones muy reducido.

En esta tesis se ha particularizado la metodología de diseño propuesta para su utilización en aplicaciones con ventilación libre donde el principal mecanismo de transmisión de calor es la convección natural a través de aire. Como se ha explicado, gracias a la metodología de diseño, se consiguen identificar las tendencias presentes en las prestaciones del transformador a las que conduce esta refrigeración en función de la frecuencia y la potencia. Basándose en dicho análisis, se defiende la utilización del concepto de óptimo definido en el capítulo 7 y utilizado en la metodología de diseño para los rangos genéricos de frecuencia de 1 a 150 kHz y de potencia de 500 W a 25 kW. Se dicen genéricos porque cambiarán levemente con las características de la aplicación, pero desde luego son adecuados para formar una idea bastante aproximada. En esta tesis se defiende la metodología de diseño como una filosofía de diseño, es decir, una forma de analizar y enfrentar el problema de diseño. En consecuencia, ésta no pierde su validez fuera de los rangos de frecuencia y potencia definidos, simplemente requiere de la modificación del concepto de óptimo y, en el caso en que sea necesario, la introducción del modelo de la refrigeración utilizada.

Por último, la **cuarta parte** de esta tesis, y en concreto el **capítulo 10**, recoge las conclusiones, las aportaciones y las líneas futuras. En la sección de conclusiones se recogen los resultados más relevantes de este trabajo junto a las reflexiones más importantes que se han derivado de él. La sección de líneas futuras presenta las ideas a las que ha dado pie este trabajo y cuya realización es interesante en proyectos futuros. En concreto, se incluyen las necesidades identificadas durante la realización de esta tesis, tanto en el diseño de transformadores como en el de convertidores de potencia, para cuya resolución la metodología de diseño analítica desarrollada conforma una herramienta que puede ser de especial utilidad.

Esta tesis se ha llevado a cabo en el marco del proyecto INNPACTO-DESPHEGA, realizado en colaboración con la empresa INGETEAM POWER TECHNOLOGY, y de los proyectos del Plan Nacional de I+D DPI2010-21671-C02-01 y DPI2013-42853-R, financiados por el Ministerio de Economía y Competitividad.

Capítulo 2

Fundamentos y Definición del Problema de Diseño

2.1 Introducción

En este capítulo, se presentan en primer lugar los fundamentos teóricos básicos del funcionamiento electromagnético de los elementos inductivos y, en concreto, de los transformadores. Para ello, se parte de la formulación de las leyes físicas del electromagnetismo en su mayor generalidad y, poco a poco, se particularizan para el estudio del problema objeto de esta tesis. En este proceso se busca obtener la mayor simplicidad posible sin que ello provoque una pérdida de precisión importante ni la omisión de ninguno de los fenómenos importantes en el funcionamiento de los dispositivos electromagnéticos inductivos. Se parte de las leyes de Maxwell que, en su modelo aproximado *magneto-cuasiestático*, permiten el estudio del funcionamiento de los elementos inductivos por medio de la teoría clásica de circuitos magnéticos. Una vez se dispone de las herramientas adecuadas, éstas se emplean para estudiar en profundidad el principio de funcionamiento de los transformadores. Conociendo las limitaciones de los modelos empleados, el resultado de este estudio es la obtención de las *ecuaciones generales* que hacen posible de una manera útil y precisa el análisis y diseño de los dispositivos magnéticos.

En segundo lugar, se describe de forma general el problema de diseño de transformadores. Este trabajo sirve para identificar la necesidad de obtener modelos de todos los fenómenos presentes en el funcionamiento de un transformador y de hacerlo con un compromiso adecuado entre precisión y facilidad de manejo que permita analizar el problema de diseño. En consecuencia, la segunda parte de esta tesis se centra en la búsqueda de modelos y la reformulación de éstos de forma adecuada. Estos modelos permitirán desarrollar, en la tercera parte de este documento, la metodología de diseño de transformadores de potencia y alta frecuencia objeto de esta tesis.

2.2 Fundamentos

2.2.1 Teoría electromagnética

El electromagnetismo es una teoría de campos, es decir, los fenómenos electromagnéticos se modelan por medio de magnitudes físicas cuya descripción matemática se basa en la utilización de campos vectoriales que dependen de la posición en el espacio y del tiempo. Esta característica dificulta considerablemente la resolución y la interpretación de las ecuaciones que modelan el comportamiento electromagnético y, en la mayoría de los casos, imposibilita la obtención de soluciones analíticas del problema electromagnético bajo estudio. Por ello, siempre que sea posible, es recomendable simplificar el tratamiento matemático y enfatizar las propiedades esenciales del fenómeno de interés. Estas simplificaciones conllevan una pérdida de la generalidad en la aplicación de las ecuaciones. En consecuencia, en el proceso de diseño de cualquier dispositivo en el que tengan lugar fenómenos electromagnéticos es fundamental seleccionar correctamente el modelo físico simplificado a utilizar y conocer en todo momento tanto sus limitaciones como las implicaciones que eso conlleva. Con este objetivo, se parte en primer lugar de la formulación completa de las leyes físicas que rigen el electromagnetismo y se reflexiona brevemente sobre su interpretación. A continuación, partiendo de las características concretas propias de los elementos inductivos y, en concreto, de los transformadores de potencia de alta frecuencia, se particularizan y simplifican de la forma más adecuada desde el punto de vista de la ingeniería, es decir, de su aplicación práctica.

Los fenómenos electromagnéticos clásicos (no cuánticos) quedan caracterizados por medio de las **ecuaciones de Maxwell** que se presentan a continuación en su forma diferencial [FER 01-cap.1]:

$$\nabla \cdot \vec{D}(r,t) = \rho(r,t) \quad (\text{ley de Gauss eléctrica}) \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \vec{B}(r,t) = 0 \quad (\text{ley de Gauss magnética}) \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \vec{E}(r,t) + \frac{\partial}{\partial t} \vec{B}(r,t) = 0 \quad (\text{ley de Faraday}) \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \vec{H}(r,t) - \frac{\partial}{\partial t} \vec{D}(r,t) = \vec{J}(r,t) \quad (\text{ley de Maxwell-Ampère}) \quad (2.4)$$

donde las magnitudes físicas, todas ellas dependientes de la posición (vector r) y del tiempo t , se pueden clasificar en dos grupos diferenciados. Por un lado, se tienen los campos vectoriales que forman el campo electromagnético:

- \vec{E} : campo eléctrico (V/m)
- \vec{D} : campo de desplazamiento o de densidad de flujo eléctrico (C/m²)
- \vec{H} : campo magnético (A/m)
- \vec{B} : campo de inducción magnética o de densidad de flujo magnético (T).

Por otro lado, se tienen las fuentes de campo, es decir, las magnitudes físicas que crean campo:

- ρ : densidad de carga eléctrica (C/m^3), que es una fuente de campo escalar
- \vec{J} : densidad de corriente eléctrica (A/m^2), que es una fuente de campo vectorial.

Los operadores matemáticos presentes en las ecuaciones de Maxwell deben estar al servicio del modelado y descripción de los fenómenos electromagnéticos. Desde este punto de vista, a continuación se indican las interpretaciones físicas de los tres operadores matemáticos que se aplican sobre los campos vectoriales en dichas ecuaciones:

- $\partial/\partial t$: la derivada parcial respecto del tiempo indica la tasa de variación respecto del tiempo de un campo vectorial. Se define un campo como estático si su derivada parcial con respecto del tiempo es nula.
- $\nabla \bullet$: la divergencia indica si en el volumen estudiado existe un número neto de líneas de campo salientes a través de su superficie, es decir, la divergencia del campo es proporcional a la densidad de fuentes escalares de campo punto a punto. Se define un campo como *solenoidal* si su divergencia es nula.
- $\nabla \times$: el rotacional, de la misma manera que la divergencia, indica la existencia de una fuente de campo, pero en este caso vectorial en lugar de escalar. Se define un campo como *conservativo* cuando no existen fuentes vectoriales de dicho campo, es decir, cuando su rotacional es nulo.

Con la ayuda de estas definiciones, se puede hacer una breve reflexión sobre el significado físico de las ecuaciones de Maxwell. La ley de Gauss eléctrica (2.1) asegura que las cargas eléctricas son las fuentes del campo de desplazamiento. La ley de Gauss magnética (2.2) indica que no existen fuentes escalares del campo de inducción magnética, es decir, no existen monopolos magnéticos similares a las cargas eléctricas. La ley de Faraday (2.3) asegura que no existen fuentes vectoriales del campo eléctrico pero que la variación temporal del campo de inducción magnético sí actúa como una fuente vectorial del campo eléctrico. Por último, la ley de Maxwell-Ampère (2.4) asegura que la densidad de corriente es una fuente vectorial de campo magnético y que la variación temporal del campo desplazamiento también actúa como una fuente de campo magnético.

A continuación se presentan las relaciones constitutivas entre los campos magnético y de inducción magnética, y entre los campos eléctrico y de desplazamiento:

$$\vec{D}(r, t) = \varepsilon(r, f) \vec{E}(r, t), \quad \varepsilon: \text{permitividad (F/m)} \quad (2.5)$$

$$\vec{B}(r, t) = \mu(r, f) \vec{H}(r, t). \quad \mu: \text{permeabilidad magnética (H/m)} \quad (2.6)$$

Estas relaciones se pueden interpretar como la definición de los campos de desplazamiento y de inducción magnética, magnitudes necesarias para modelar el comportamiento electromagnético de la materia. Las propiedades electromagnéticas de la materia representadas

por la permitividad ε y la permeabilidad magnética μ son funciones escalares que normalmente varían de forma no lineal con la frecuencia f y la posición (homogéneas o inhomogéneas), junto con otros factores como puede ser la temperatura. Por ello, estos parámetros se expresan por medio de tensores, lo que complica aún más la resolución matemática de las ecuaciones de Maxwell.

Introduciendo ahora estas relaciones (2.5) y (2.6) en las ecuaciones de Maxwell, éstas se pueden reinterpretar y formular en su forma más conocida en la ingeniería eléctrica. De la ley de Gauss eléctrica se desprende que la presencia de cargas eléctricas produce un campo eléctrico. Las leyes de Gauss magnética y de Maxwell-Ampère indican que no existen cargas magnéticas (monopolos magnéticos) que, de forma análoga al caso del campo eléctrico, produzcan un campo magnético y que la única fuente de campo magnético puede ser un movimiento neto de cargas eléctricas. Las leyes de Faraday y de Maxwell-Ampère aseguran que existe una dependencia mutua entre campos eléctricos y magnéticos variables en el tiempo, es decir, ambos campos están interrelacionados o acoplados. Por último, al ser un movimiento neto de cargas eléctricas la fuente del campo magnético, se tiene que los campos eléctricos y magnéticos también están relacionados por medio de la ley de Ohm o tercera relación constitutiva:

$$\vec{J}(r,t) = \sigma(r,f) \vec{E}(r,t), \quad \sigma: \text{conductividad eléctrica } (\Omega/\text{m}) \quad (2.7)$$

es decir, el movimiento de cargas en un material está asociado a un campo eléctrico.

Hasta el momento, se ha presentado el modelado clásico de los fenómenos electromagnéticos en el que se tiene en cuenta las leyes físicas y el comportamiento de la materia por medio de sus propiedades: permitividad, permeabilidad y conductividad. La mayor dificultad radica en la estimación precisa del valor de estas propiedades y en la resolución matemática de las ecuaciones presentadas. Las ecuaciones de Maxwell son ecuaciones diferenciales acopladas no lineales (debido a las propiedades de la materia) e inhomogéneas, y su resolución exacta solamente es posible por medio de métodos numéricos de cálculo. Una introducción a los métodos numéricos comúnmente aplicados para la resolución de las ecuaciones de Maxwell se puede encontrar en [FER 01-cap.7].

En el vacío es posible hallar una solución analítica general de las ecuaciones de Maxwell debido a que se tienen una permitividad y una permeabilidad constantes en todo el volumen del medio y para todas las frecuencias, e iguales a la constante eléctrica ε_0 y a la constante magnética μ_0 , respectivamente ($\varepsilon_0=8.85 \cdot 10^{-12}$ F/m y $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m), y una conductividad eléctrica nula (0 Ω/m). Este caso particular es importante debido a que, desde el punto de vista electromagnético, el aire puede analizarse de forma equivalente al medio vacío. Dicha resolución analítica requiere de la definición de los potenciales electrodinámicos retardados escalar (potencial eléctrico o tensión) y vectorial (potencial magnético), y la utilización del operador matemático de D'Alembert \square :

$$\square = \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \quad (2.8)$$

donde $c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ es la velocidad de la luz en el vacío, y ∇^2 es el operador matemático Laplaciano que resulta de tomar la divergencia del gradiente y opera sobre un campo escalar. De la solución analítica para el medio vacío se desprende que existe un retardo entre causa y efecto, es decir, desde que las variaciones en la fuente provocan la variación en los campos en el punto de observación o de medición se produce un retardo. Esto se debe a la existencia de una velocidad máxima de propagación de las interacciones igual a la velocidad de la luz en el vacío. El retardo de tiempo entre la señal fuente y el campo producido es un hecho fundamental en el modelado de los fenómenos de radiación.

Una vez llegados a este punto, se tiene una visión general del análisis y modelado de los fenómenos electromagnéticos y, por lo tanto, se está en condiciones de evaluar y entender sus modelos aproximados. Debido a su complejidad matemática, el nivel de generalidad del modelo completo estudiado hasta ahora esconde muchas veces las características fundamentales de los fenómenos importantes desde el punto de vista del análisis y diseño en la ingeniería [FER 01]. Por lo tanto, el siguiente paso consiste en preguntarse bajo qué condiciones determinados fenómenos son despreciables o, en otras palabras, qué fenómenos son predominantes en cada aplicación. Hasta el momento se ha analizado el problema electromagnético en función de su posición en el espacio y del tiempo, lo que muestra que las características de los dispositivos electromagnéticos están fuertemente influenciadas, cuando no completamente determinadas, por la geometría y las características temporales de los fenómenos que en ellos tienen lugar. Éstos son, por tanto, los parámetros clave a la hora de plantear los distintos modelos simplificados clásicos de las ecuaciones de Maxwell.

Existen tres modelos simplificados de las ecuaciones de Maxwell ampliamente utilizados en función de las características de la aplicación:

- *Modelo estático*: es el empleado cuando los campos no cambian con el tiempo, por lo que es adecuado para el análisis de los circuitos de corriente continua.
- *Modelo cuasiestático o de parámetros concentrados*: consiste en, conservando la dependencia temporal, despreciar los retardos debidos a la propagación de la onda en el medio de transmisión considerando una acción a distancia instantánea. La principal ventaja de este modelo es la simplificación del tratamiento matemático de las ecuaciones, de forma que es posible el estudio de los fenómenos electromagnéticos por medio de la teoría clásica de resolución de circuitos para el régimen senoidal. Esta simplificación es aplicable siempre que la mínima longitud de onda significativa del espectro de Fourier de los campos involucrados sea muy superior a la mayor de las tres dimensiones de la estructura geométrica bajo estudio [STE 09]. Un límite ampliamente aceptado para esta

simplificación es que la longitud de onda mínima sea 10 veces superior a la dimensión máxima de la fuente [FER 01].

- *Modelo de parámetros distribuidos*: es el modelo adecuado cuando solo dos de las tres dimensiones de la fuente cumplen la aproximación del modelo cuasiestático. En este modelo, el sistema se representa como una cascada de elementos de longitud infinitesimal a lo largo de la dimensión que no cumple la aproximación. El caso típico es el del estudio de líneas de transmisión de ondas electromagnéticas, ya sea para la transmisión de energía (red eléctrica) o para la transmisión de información (telecomunicaciones guiadas).

Por último, cuando al menos dos de las tres dimensiones no cumplen la condición *cuasiestática* es necesario emplear las ecuaciones de Maxwell o *modelo de campos* en toda su generalidad. Éste es el modelo adecuado cuando se quiere estudiar la radiación electromagnética, algunas de cuyas aplicaciones son el estudio de antenas y de circuitos microondas. En aplicaciones de electrónica de potencia es interesante no perder de vista ninguno de los modelos anteriores dado que, por la característica de la aplicación, se tienen flancos de subida y bajada de las magnitudes eléctricas muy pronunciados. En consecuencia, en estos sistemas se tiene que todas las frecuencias con periodos inferiores a esos flancos son excitadas y, dependiendo del diseño del circuito y del *layout* del PCB, pueden aparecer perturbaciones electromagnéticas (EMIs). Dependiendo de su rango frecuencial, estas perturbaciones deberán ser estudiadas por medio del modelo de parámetros distribuidos o del modelo de campos.

La simplificación *cuasiestática* de las ecuaciones de Maxwell es la utilizada habitualmente en la ingeniería eléctrica. Dentro de los modelos *cuasiestáticos* se distinguen tres casos en función de la relación entre las energías asociadas al campo magnético y al campo eléctrico [HAU 89]:

- Modelo *electro-cuasiestático*. En este caso se tiene que la energía del campo eléctrico es muy superior a la energía del campo magnético. Esta aproximación se caracteriza por considerar la aportación del campo de inducción magnética en la ley de Faraday nula, es decir,

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0. \quad (2.9)$$

Este modelo se utiliza en aplicaciones de muy alta frecuencia o de muy alta tensión en las que se tienen densidades de corriente muy bajas, de forma que la corriente de desplazamiento tenga un efecto notable en la ley de Maxwell-Ampère. El principal ejemplo de aplicación es el estudio de las corrientes en condensadores.

- Modelo *magneto-cuasiestático*. En este caso, la energía del campo magnético es muy superior a la energía del campo eléctrico. Esta aproximación se caracteriza por considerar la aportación del campo de desplazamiento en la ley de Maxwell-Ampère nula, es decir,

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0. \quad (2.10)$$

Este modelo se utiliza en el estudio de elementos inductivos como son inductancias, transformadores y máquinas eléctricas rotativas.

- Modelo *electro-magneto-cuasiestático*. En este caso, las energías en ambos campos son del mismo orden y ninguna variación de los campos con respecto al tiempo es despreciada a excepción de los retardos debido a la propagación de las ondas electromagnéticas. Esta aproximación se utiliza en las situaciones intermedias, p.e. en el estudio del modelo circuital de los cuadripolos de longitud infinitesimal para modelar una línea de transmisión.

Como se ha indicado, el modelo *magneto-cuasiestático* es el elegido comúnmente para su utilización en el estudio de los fenómenos electromagnéticos presentes en los dispositivos inductivos [SNE 69-cap.4], [ERI 01-cap.13], [MOH 03-cap.30], [BOS 05-cap.1], [KAZ 09-cap.1], [HUR 13-cap.2], y, por ello, también lo es en este trabajo. La razón principal es que dicha aproximación permite una descripción relativamente simple de los fenómenos electromagnéticos predominantes y, en consecuencia, la obtención de formulaciones analíticas de las distribuciones de los campos que son directamente aplicables en el proceso de diseño de los dispositivos inductivos de alta frecuencia. A continuación, se presentan, respectivamente, las formas integrales de la ley de Faraday y del modelo *magneto-cuasiestático* de la ley de Maxwell-Ampère o ley de Ampère:

Forma diferencial	Forma integral
$\nabla \times \vec{E}(r,t) + \frac{\partial \vec{B}(r,t)}{\partial t} = 0,$	$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (2.11)$
$\nabla \times \vec{H}(r,t) = \vec{J}(r,t),$	$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} \quad (2.12)$

No se han incluido las leyes de Gauss eléctrica (2.1) y magnética (2.2), ni las relaciones constitutivas (2.5)-(2.7), porque ninguna sufre modificaciones en el modelo *magneto-cuasiestático*. Se ha introducido la forma integral de las ecuaciones por considerarse más intuitiva y común y que, por tanto, facilita la interpretación conceptual de los fenómenos electromagnéticos de interés. La interpretación de la ley de Faraday en su forma integral es la siguiente: el valor de la integral del campo eléctrico en un camino cerrado \vec{l} es igual al ritmo de cambio de la inducción magnética que atraviesa la superficie \vec{S} encerrada por dicho camino. Por último, la formulación en forma integral de la ley de Ampère establece que la integral de longitud del campo magnético alrededor de cualquier contorno cerrado \vec{l} es igual a la corriente total encerrada por dicho contorno (integral de la densidad de corriente en la superficie \vec{S} encerrada por el contorno \vec{l}).

Finalmente, desde un punto de vista práctico es interesante estudiar el balance de potencias en un dispositivo electromagnético. En estos elementos se tiene que la potencia de salida

instantánea es igual a la potencia de entrada menos la potencia perdida en el conductor eléctrico (pérdidas en el cobre), menos la potencia perdida en el material magnético (pérdidas en el núcleo) y menos las potencias reactivas almacenadas en los campos eléctrico y magnético. El cálculo de la potencia perdida que se disipa en forma de calor por el efecto Joule P_{Cu} en un conductor por el que circula una densidad de corriente en estado estacionario \vec{J}_T se realiza por medio de la ley de Joule:

$$P_{Cu} = \frac{1}{T} \int_V \int_0^T \vec{J}_T(r, t) \cdot \vec{E}^*(r, t) dt dV \quad (2.13)$$

donde T es el periodo de la forma de onda de J_T , y V es el volumen del conductor. Considerando que los campos son funciones senoidales del tiempo e introduciendo la ley de Ohm en (2.7), se tiene que:

$$P_{Cu} = \frac{1}{T} \int_V \left(\frac{1}{\sigma(r)} \int_0^T \left| \vec{J}_T(r, t) \right|^2 dt \right) dV \quad (2.14)$$

donde σ es la conductividad eléctrica del conductor, que se ha supuesto no dependiente de la frecuencia de variación de la densidad de corriente. En el capítulo 4, con la ayuda de esta expresión, se profundizará en el cálculo de las pérdidas en el cobre de los elementos inductivos. Por otro lado, la energía almacenada en un campo magnético $W_{mag,12}$, o en otras palabras, la energía necesaria para cambiar el nivel de inducción magnética de un material desde B_1 a B_2 es:

$$W_{mag,12} = \int_V \int_{B_1(r)}^{B_2(r)} \vec{H}(r) d\vec{B}(r) dV. \quad (2.15)$$

A su vez, la energía necesaria para recorrer un camino B - H cerrado W_{mag} se puede expresar como:

$$W_{mag} = \oint_V \vec{H}(r) d\vec{B}(r) dV. \quad (2.16)$$

La expresión (2.15) se emplea en el capítulo 6 para desarrollar el cálculo de la energía asociada al campo magnético en los devanados de un elemento inductivo. En el capítulo 3 se profundizará en el cálculo de las pérdidas en el núcleo de los elementos inductivos. Por último, el cálculo de la energía almacenada en un campo eléctrico W_{ele} o energía necesaria para cambiar el nivel de la densidad de flujo eléctrico en un material de D_1 a D_2 se puede realizar por medio de:

$$W_{ele} = \int_V \int_{D1(r)}^{D2(r)} \vec{E}(r) d\vec{D}(r) dV. \quad (2.17)$$

Esta expresión se emplea en el capítulo 6 para desarrollar el cálculo de la energía asociada al campo eléctrico entre los devanados de un elemento inductivo.

2.2.2 Circuitos magnéticos

Como se ha explicado en el apartado anterior, los problemas físicos en los que se cumple la condición para que el modelo *magneto-cuasiestático* sea aplicable se pueden analizar y resolver por medio de la teoría clásica de circuitos. Normalmente, se desean obtener las distribuciones de los campos en la geometría considerada con un grado aceptable de precisión. En concreto, cuando se estudian las distribuciones de los campos magnético y de inducción magnética en un dispositivo electromagnético es posible utilizar las analogías magnéticas de las leyes de Kirchhoff. Estas analogías conducen al concepto de circuito magnético.

Para estudiar la aplicación de la teoría clásica de resolución de circuitos a un circuito magnético, se consideran los dispositivos electromagnéticos genéricos mostrados en la Fig. 2.1. En esta figura ϕ , ϕ_r , ϕ_1 y ϕ_2 son los flujos magnéticos en las distintas porciones del material magnético y que se definen a continuación. Los parámetros A_c , l_c , l_{c1} y l_{c2} describen la geometría del núcleo magnético, la sección transversal del núcleo y las longitudes medias de los distintos caminos magnéticos, respectivamente. Estos dispositivos son inductivos debido a que por medio de la utilización de un material magnético o núcleo se favorece el efecto magnético (campo de inducción magnética) frente al eléctrico. En esta figura se observa cómo un conductor eléctrico abraza un material magnético que a su vez abraza a dicho conductor. De esta forma, se refuerzan los fenómenos descritos por la ley de Ampère y la ley de Faraday. Por un lado, al dar un número de vueltas N con el conductor por el que circula la corriente i se favorece la generación de un campo magnético que junto a las propiedades del material magnético conduce a la creación de un campo de inducción magnética elevado. A su vez, y siempre que la corriente cambie con el tiempo, la inducción magnética también variará en función del tiempo y, por la ley de Faraday, dicha variación en el área encerrada por las vueltas del conductor produce un campo eléctrico que, integrado a lo largo de toda la longitud de dichas vueltas, da lugar a una tensión inducida e .

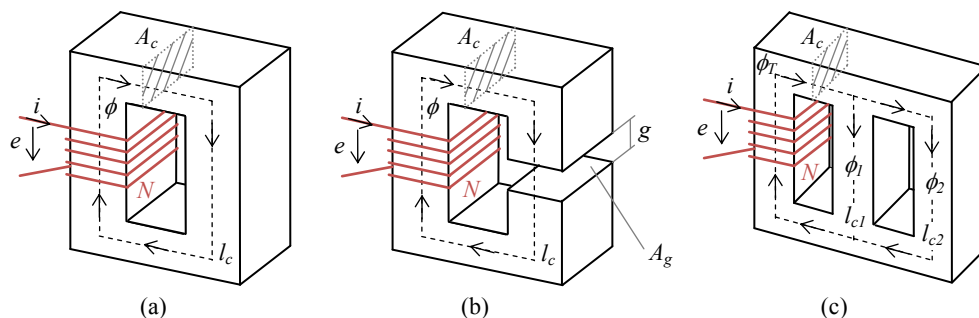


Fig. 2.1. Representación física de tres dispositivos de inducción genéricos con distintos circuitos magnéticos: (a) circuito único cerrado, (b) circuito único con entrehierro o gap, y (c) circuito doble.

A continuación, se presenta la teoría de los circuitos magnéticos necesaria para entender los conceptos básicos en el diseño de transformadores. En primer lugar, la ley de Ampère en

(2.12) se particulariza para los dispositivos de la Fig. 2.1. Para ello, se define el flujo magnético ϕ como la integral de la inducción magnética en una superficie \vec{S} :

$$\phi = \int_S \vec{B}(r) \cdot d\vec{S}. \quad (2.18)$$

Si se considera que el material del núcleo tiene una permeabilidad infinitamente superior a la del medio circundante (aire), se tiene que todo el flujo magnético queda confinado en el material magnético. Si se tiene una inducción magnética uniforme en toda la superficie A_c y perpendicular a ésta, la ecuación anterior queda:

$$\phi = A_c \cdot B \text{ (Wb)}. \quad (2.19)$$

Si se considera, de la forma indicada en la Fig. 2.1, un devanado formado por un número de vueltas N de un conductor por el que circula una corriente alterna i , se puede definir la fuerza magnetomotriz f_{mm} como:

$$f_{mm} = N \cdot i \text{ (A/vuelta)}. \quad (2.20)$$

Aplicando ahora la ley de Ampère en (2.12), se tiene que la suma de la fuerza magnetomotriz en un circuito magnético formado por un camino cerrado es cero. Particularizando dicha ley para el circuito de la Fig. 2.1(a), en el que se considera una longitud de camino magnético l_c , se tiene:

$$H_c \cdot l_c = N \cdot i = f_{mm}. \quad (2.21)$$

Aplicando la ecuación (2.19), introduciendo la relación constitutiva presentada en (2.6) en la que se ha considerado un valor constante de la permeabilidad magnética del núcleo μ_c y uniforme en todo su volumen, y considerando un área A_c constante a lo largo de todo el camino magnético, se puede expresar el campo magnético H_c a lo largo del camino l_c en función del flujo magnético ϕ como:

$$f_{mm} - \frac{l_c}{\mu_c \cdot A_c} \cdot \phi = 0 \quad (2.22)$$

donde, si se agrupan las características magnéticas y geométricas propias del núcleo y se define la reluctancia \mathcal{R} con unidades de vueltas/H, se tiene:

$$f_{mm} - \mathcal{R} \cdot \phi = 0. \quad (2.23)$$

La representación esquemática de esta ecuación y, por lo tanto, del circuito magnético del dispositivo mostrado en la Fig. 2.1(a), se muestra en la Fig. 2.2(a). Estudiando los circuitos magnéticos es fácil identificar las analogías con respecto a los circuitos eléctricos. Si se generaliza la expresión (2.23) se obtiene la ley de Kirchhoff genérica para circuitos magnéticos que establece que la suma de las fuerzas magnetomotrices $f_{mm,k}$ y las diferencias de potencial magnético $\mathcal{R}_k \phi_k$ en un camino magnético cerrado es nula:

$$\sum_{k=1}^{n1} f_{mm,k} - \sum_{k=1}^{n2} \mathcal{R}_k \cdot \phi_k = 0. \quad (2.24)$$

Si se particulariza la expresión anterior para un circuito en el que se introduce un entrehierro de longitud g en el camino magnético de la forma indicada en la Fig. 2.1(b), se obtiene la ecuación (2.25) cuya representación esquemática se muestra en la Fig. 2.2(b).

$$N \cdot i = f_{mm} = H_c \cdot l_c + H_g \cdot g = (\mathfrak{R}_c + \mathfrak{R}_g) \cdot \phi = \mathfrak{R}_{eq} \cdot \phi. \quad (2.25)$$

La estimación de las reluctancias debidas al entrehierro \mathfrak{R}_g y al núcleo \mathfrak{R}_c se puede realizar de forma aproximada por medio de las siguientes expresiones:

$$\mathfrak{R}_c = \frac{l_c}{\mu_c \cdot A_c} = \frac{l_c}{\mu_r \cdot \mu_0 \cdot A_c}, \quad (2.26)$$

$$\mathfrak{R}_g = \frac{g}{\mu_0 \cdot A_g} \quad (2.27)$$

donde μ_0 es la constante magnética y μ_r es la permeabilidad relativa del material del núcleo. Igualando el área transversal del entrehierro A_g a A_c (hipótesis razonable cuando g es pequeño en relación a A_g), la reluctancia equivalente \mathfrak{R}_{eq} se puede expresar como [HUR 13-cap.1]:

$$\mathfrak{R}_{eq} = \frac{l_c}{\mu_0 \cdot A_c} \left(\frac{1}{\mu_r} + \frac{1}{l_c/g} \right) = \frac{l_c}{\mu_{eff} \cdot \mu_0 \cdot A_c} \quad (2.28)$$

donde μ_{eff} es la permeabilidad efectiva. Como se puede apreciar en (2.28), la reluctancia del entrehierro predomina sobre la del núcleo. Cuando se tiene un buen material magnético ($\mu_r \gg 1$), se puede despreciar la contribución de la reluctancia del núcleo, quedando únicamente la reluctancia del entrehierro.

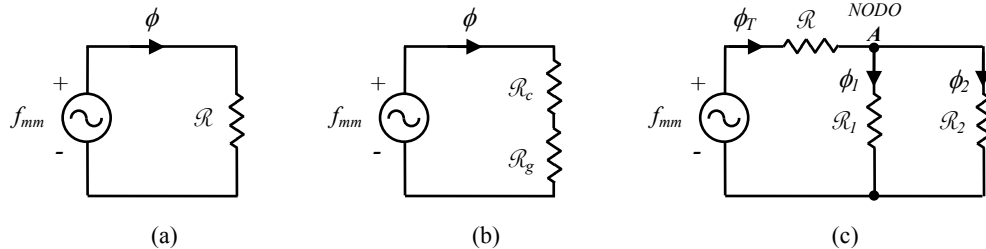


Fig. 2.2. Representación esquemática de los circuitos magnéticos de los dispositivos mostrados en la Fig. 2.1.

En segundo lugar, se aplica la ley de Gauss magnética a los circuitos anteriores. Esta ley, mostrada (2.2), indica que la suma de la inducción magnética o densidad de flujo magnético en una superficie cerrada siempre es nula. De este hecho se desprende que debe existir en todo momento una continuidad de flujo magnético, es decir, el flujo magnético neto en un nodo debe ser nulo:

$$\sum_{k=1}^{n3} \phi_k = 0. \quad (2.29)$$

Si analizamos ahora el dispositivo magnético de la Fig. 2.1(c) y su representación circuital en la Fig. 2.2(c), particularizando la ley de Gauss magnética al análisis del nodo A se tiene que, de forma análoga a la ley de corrientes Kirchhoff:

$$\phi_r = \phi_1 + \phi_2. \quad (2.30)$$

En tercer lugar, la particularización de la ley de Faraday en (2.11) para los dispositivos mostrados en la Fig. 2.1, implica que la tensión inducida e_k en la vuelta k del conductor cuya área es atravesada por un flujo perpendicular a ésta ϕ , definido en (2.18), es:

$$e_k = \frac{d}{dt} \phi. \quad (2.31)$$

La ley de Lenz indica que, si se cierra el circuito de forma externa, esta tensión inducida tiende a hacer circular una corriente que se opone a las variaciones de flujo que la inducen. Por lo tanto, y tal como se ha definido el signo de la tensión inducida en la Fig. 2.1, esta tensión es positiva. Si se despeja el flujo magnético en estos dispositivos de la expresión (2.25) y se introduce en la expresión anterior que se aplica al conjunto del devanado de N vueltas, se tiene una tensión inducida total e :

$$e = N \frac{d}{dt} \phi = N \frac{d}{dt} \left(\frac{N \cdot i}{\mathfrak{R}_{eq}} \right) = \frac{N^2}{\mathfrak{R}_{eq}} \frac{di}{dt} = L \frac{di}{dt}. \quad (2.32)$$

En la ecuación anterior se ha introducido el concepto de inductancia propia o autoinductancia L . Para los tres dispositivos mostrados en la Fig. 2.1, y asumiendo las simplificaciones realizadas hasta ahora, las expresiones para las inductancias son, respectivamente,

$$L = \frac{N^2}{\mathfrak{R}} = \frac{\mu_r \cdot \mu_0 \cdot A_c \cdot N^2}{l_c}, \quad (2.33)$$

$$L = \frac{N^2}{\mathfrak{R}_c + \mathfrak{R}_g}, \quad y \quad (2.34)$$

$$L = \frac{N^2}{\mathfrak{R} + \frac{\mathfrak{R}_1 \cdot \mathfrak{R}_2}{\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2}}. \quad (2.35)$$

La exactitud del análisis realizado por medio de la teoría de los circuitos magnéticos presentada en este apartado depende de la correcta estimación de las reluctancias presentes en el circuito magnético. El modelado preciso de la reluctancia es complicado debido a que es el parámetro donde se concentran todas las no idealidades presentes en un dispositivo electromagnético real. El impacto en la precisión del modelo de estas no idealidades dependerá de las características de los materiales y de la geometría del dispositivo, es decir, de la precisión de las hipótesis o simplificaciones realizadas en el proceso de modelado. En los transformadores habitualmente no se tiene entrehierro, o se tiene un entrehierro muy pequeño con respecto a la longitud media del camino magnético para reducir las tolerancias en el valor de la inductancia del circuito. En consecuencia, en estos dispositivos las simplificaciones

realizadas son asumibles y el modelo conduce a cálculos precisos. Sin embargo, en las inductancias el entrehierro es necesario principalmente por tres razones: para incrementar la energía almacenada en el campo magnético (valor de la inductancia), para evitar la saturación del núcleo cuando se tienen grandes corrientes o un gran número de vueltas y para disminuir la influencia de las variaciones de las propiedades magnéticas del núcleo (por ejemplo con la temperatura) [HUR 13-cap.1]. Por ello, se tiene que la reluctancia dominante es la del entrehierro cuya estimación es complicada. En [MÜH 12-cap.2] se puede encontrar una revisión detallada de los distintos métodos de cálculo de la reluctancia introducida en un circuito magnético por un entrehierro en función de su geometría y su localización en el núcleo.

Por último, se debe resaltar que la teoría de circuitos magnéticos presentada en este apartado es comúnmente utilizada para el estudio del funcionamiento básico de los dispositivos inductivos. Sin embargo, y como se estudiará en el capítulo 4, en el diseño de dispositivos inductivos cobran especial importancia una serie de fenómenos electromagnéticos en los que las simplificaciones realizadas en este apartado no son asumibles. Para el estudio de estos fenómenos se requerirá de la resolución *magneto-cuasiestática* de las leyes de Maxwell particularizadas para las características del fenómeno en cuestión, es decir, sin realizar ciertas simplificaciones realizadas en este apartado.

2.2.3 Funcionamiento básico de los transformadores

A continuación, se utiliza la teoría de circuitos magnéticos para analizar el comportamiento magnético de un transformador de dos devanados y obtener las ecuaciones básicas que deben ser consideradas en su diseño. Para ello, se considera ahora el transformador de dos devanados con la forma física indicada en la Fig. 2.3, donde se tiene un devanado primario de N_p vueltas por el que circula una corriente i_p y con una tensión inducida e_p , y un devanado secundario de N_s vueltas por el que circula una corriente i_s y con una tensión inducida e_s . Las características geométricas del núcleo magnético son una sección transversal constante A_c , un área de ventana A_w y una longitud de camino magnético l_c .

En primer lugar, se analiza el comportamiento del transformador en vacío, es decir, con su devanado secundario en circuito abierto con corriente nula. En este caso, se tiene la misma situación que se ha estudiado en el apartado anterior. Al alimentar el primario con una tensión externa, circula una corriente de primario i_p que magnetiza el material, es decir, genera un flujo ϕ . Si la corriente varía con el tiempo, el flujo también lo hace y, como indica la ecuación (2.32), al atravesar el área comprendida por las N_p espiras del devanado primario genera una tensión inducida de primario e_p . En esta situación se tiene un consumo de energía debido a la magnetización del material que se puede dividir, por un lado, en la energía pérdida debida a

dicha magnetización y, por otro, en la energía almacenada en el campo magnético dentro del material.

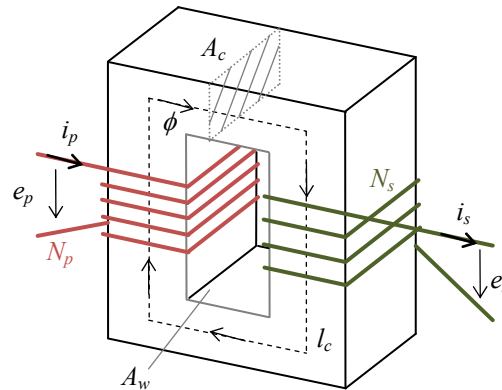


Fig. 2.3. Representación física de un transformador de dos devanados.

El circuito magnético de este dispositivo con el devanado secundario en circuito abierto se corresponde con el mostrado en la Fig. 2.2(a), ya que se tiene la misma situación que para el caso del dispositivo mostrado en la Fig. 2.1(a). Si en un primer momento se desprecia la energía perdida en el proceso de magnetización del material y se define en este caso i_p como la corriente de magnetización i_m y la inductancia como la inductancia de magnetización L_m , se tiene:

$$e_p = N_p \frac{d\phi}{dt} = L_m \frac{di_m}{dt}. \quad (2.36)$$

Esta situación se puede representar, desde el punto de vista eléctrico, por medio del circuito de la figura 2.4(a), en el que se representa el funcionamiento de una inductancia. En la Fig. 2.4(b) se representa el circuito eléctrico ideal equivalente de un transformador en el que se ha incluido la inductancia de magnetización y que se emplea más adelante en este texto para estudiar el funcionamiento básico de un transformador en carga.

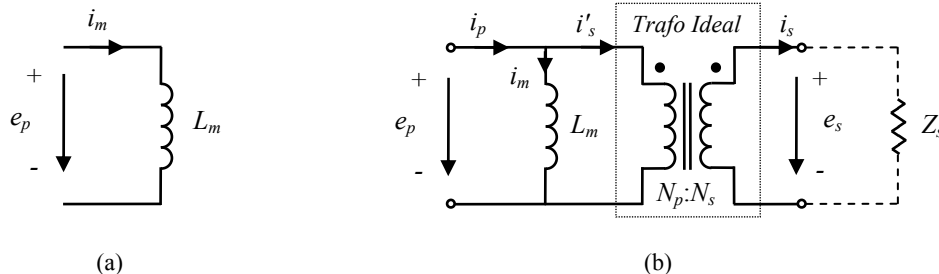


Fig. 2.4. Circuito eléctrico ideal equivalente de: (a) el devanado primario de un transformador en vacío y (b) un transformador.

Si se analiza el devanado secundario en vacío, se observa que el área comprendida por cada una de sus N_s espiras también es atravesada por el flujo ϕ , por lo que, según la ley de Faraday, en el secundario se induce una tensión e_s igual a:

$$e_s = N_s \frac{d}{dt} \phi. \quad (2.37)$$

La ley de Lenz indica que la polaridad de dicha tensión inducida debe ser aquella que, si se cierra el circuito de forma externa, genere una corriente que tienda a cancelar las variaciones del flujo que la inducen. Por lo tanto, según la definición de e_s en la Fig. 2.3, esta tensión es positiva. La relación entre ambas tensiones define la relación de transformación del transformador n :

$$n = \frac{e_p}{e_s} = \frac{N_p}{N_s}. \quad (2.38)$$

Una vez estudiado el funcionamiento del transformador en vacío, se conecta una carga genérica Z_s en el secundario que hace que por él circule una corriente i_s con el sentido indicado en la Fig. 2.3. En esta situación, el secundario también genera una fuerza magnetomotriz $f_{mm,s}$ que se opone a la generada por el devanado primario $f_{mm,p}$ y que trata de desmagnetizar el núcleo de la forma indicada en la Fig. 2.5. Por lo tanto, aplicando la ley de Kirchhoff en (2.24) se llega a (2.39). El signo negativo de $f_{mm,s}$ se debe a que la corriente en el secundario genera un flujo que se opone al flujo generado por la corriente de primario, como se puede ver en la Fig. 2.3 empleando la regla de la mano derecha. El flujo a través del material magnético en este caso recibe el nombre de flujo mutuo ϕ_m .

$$f_{mm,p} - f_{mm,s} = N_p \cdot i_p - N_s \cdot i_s = \mathfrak{R} \cdot \phi_m. \quad (2.39)$$

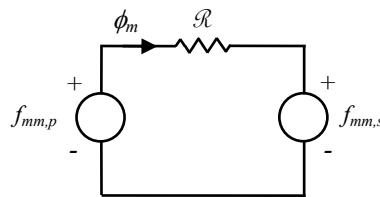


Fig. 2.5. Circuito magnético equivalente de un transformador de dos devanados en carga.

La interpretación física del funcionamiento del transformador en carga se explica a continuación. Si la corriente por el devanado secundario consiguiera anular el flujo en el núcleo, no se induciría tensión en el secundario ni, en consecuencia, circularía una corriente por él. Sin embargo, en el momento en el que la corriente de secundario se anulara tendríamos la situación de vacío y la tensión se volvería a inducir en el secundario, con lo que esta hipótesis no es consistente con las leyes físicas explicadas hasta ahora. Por lo tanto, el flujo de magnetización que aparece en el funcionamiento en vacío debe mantenerse y, en consecuencia, debe inducirse una tensión en el secundario. Una posible forma de ver el

problema es considerar que el flujo generado por la corriente de secundario atraviesa las espiras del primario e induce en él una tensión de forma que dicha corriente aparece reflejada en el primario. De esta forma, el flujo generado por el secundario es compensado por la corriente de secundario reflejada en el primario. Esta situación se puede modelar considerando que la corriente de primario tiene dos componentes. Por un lado, la corriente de magnetización i_m , necesaria para magnetiza el material y para que haya una transferencia de energía y, por otro, la corriente de secundario reflejada en el primario i'_s . Incluyendo la descomposición de la corriente de primario en (2.39), la ley de Ampère queda:

$$f_{mm,p} - f_{mm,s} = N_p \cdot i_p - N_s \cdot i_s = N_p \cdot i_m + N_p \cdot i'_s - N_s \cdot i_s = \mathfrak{R} \cdot \phi_m. \quad (2.40)$$

Con lo que, considerando que la magnetización del material corresponde totalmente a i_m , se tiene:

$$N_p \cdot i'_s - N_s \cdot i_s = 0. \quad (2.41)$$

De la expresión anterior se obtiene que la relación entre la corriente de secundario y su valor reflejado en el devanado primario es:

$$\frac{i'_s}{i_s} = \frac{N_s}{N_p} = \frac{1}{n}. \quad (2.42)$$

La representación eléctrica del transformador ideal en el que se ha incluido la inductancia de magnetización para permitir la explicación del principio de funcionamiento magnético del transformador se muestra en la Fig. 2.4(b). En este circuito se indican los terminales de polaridad correspondiente por medio de puntos. La localización de los terminales correspondientes depende del sentido en el que los devanados son bobinados. Una de las aplicaciones de los transformadores en los circuitos de señal es la de ajustar las impedancias entre el circuito fuente y el circuito de carga con el objetivo de que la impedancia de carga reflejada en el primario sea igual a la de máxima transmisión de potencia. Aplicando el teorema de Thévenin, se tiene que la impedancia de máxima transferencia de potencia es la impedancia serie de la fuente. Por lo tanto, es habitual tratar la impedancia de carga como su valor reflejado en el primario de forma que la representación del símbolo del transformador ideal pueda eliminarse. Aplicando las relaciones (2.38) y (2.42), se tiene que la impedancia de secundario reflejada en el primario Z'_s es:

$$Z'_s = \frac{e_p}{i'_s} = \frac{n \cdot e_s}{i_s/n} = n^2 \frac{e_s}{i_s} = n^2 \cdot Z_s. \quad (2.43)$$

2.2.4 Ecuaciones generales de los transformadores

Una vez mostrado el principio básico de funcionamiento de los transformadores, se está en disposición de obtener las relaciones clave entre variables eléctricas y magnéticas en su proceso de diseño. Estas relaciones se llaman habitualmente ecuaciones generales del

transformador [HUR 13-cap.4]. Tradicionalmente, se consideran dos ecuaciones generales que forman la base del proceso de diseño de transformadores, la ecuación de tensión y la ecuación de potencia:

- *Ecuación de la tensión.* Desde el punto de vista del diseño es interesante conocer la relación existente entre la inducción magnética máxima y la tensión eficaz aplicada en bornes del devanado. Esta relación variará en función de las formas de onda de la tensión aplicada. En aplicaciones de electrónica de potencia es necesario definir esta relación de forma genérica dado que debe ser aplicable a distintas formas de onda. Para ello, se considera el valor medio de la tensión aplicada $\langle v \rangle$ en el intervalo temporal τ comprendido desde que la inducción magnética tiene un valor cero hasta que alcanza su valor máximo, es decir, la amplitud de la forma de onda B_p . Este valor medio se calcula como:

$$\langle v \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} v(t) dt . \quad (2.44)$$

Considerando la ley de Faraday y la relación entre el flujo magnético y la inducción magnética, y particularizadas ambas relaciones para las características del problema bajo estudio de acuerdo con las expresiones (2.32) y (2.19), respectivamente, el valor medio de la tensión se puede expresar como:

$$\langle v \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} N \frac{d}{dt} \phi \cdot dt = \frac{1}{\tau} N \cdot A_e \int_0^{B_p} dB = \frac{1}{\tau} N \cdot A_e \cdot B_p \quad (2.45)$$

donde A_e es la sección transversal efectiva del núcleo. Esta magnitud nace de las características físicas de los núcleos laminados y *tape-wound* en los que, al introducir aislamiento entre las distintas láminas o cintas del núcleo, la sección de material magnético efectiva es inferior a la sección transversal física del núcleo A_c . Las dos áreas se relacionan por medio del factor de apilamiento k_f ($A_e = k_f \cdot A_c$), cuyo valor típico para núcleos laminados es de 0.95. Si se relaciona ahora el valor eficaz de la tensión V_{rms} con su valor medio en el periodo τ por medio del factor k ($k = V_{rms} / \langle v \rangle$), la ecuación (2.45) se puede expresar como:

$$V_{rms} = 4 \cdot k_{sh} \cdot N \cdot A_e \cdot f \cdot B_p \quad (2.46)$$

donde se define el factor de forma k_{sh} como:

$$k_{sh} = \frac{k}{4 \cdot \tau / T} . \quad (2.47)$$

La ecuación (2.46) se puede particularizar para cualquiera de los devanados del transformador, siendo suficiente con incluir la tensión y el número de vueltas del devanado considerado. A continuación, se muestra el ejemplo de cálculo del factor de forma para la forma de onda mostrada en la Fig. 2.6. Para una forma de onda rectangular de ciclo de trabajo 0.5 y con un mismo valor de tensión en el semiciclo positivo y en el negativo se

tiene un valor eficaz igual al valor máximo de la tensión V_{DC} . Por otro lado, el valor medio de la tensión $\langle v \rangle$ en el intervalo τ se obtiene aplicando (2.44):

$$\langle v \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} V_{DC} \cdot dt = V_{DC}, \quad (2.48)$$

con lo que la relación entre el valor eficaz y el factor k tiene un valor de 1. Dado que la relación τ/T de la onda dibujada en la Fig. 2.6 tiene un valor de $1/4$, el factor de forma de dicha onda rectangular queda finalmente:

$$k_{sh} = \frac{k}{4 \cdot \tau/T} = \frac{1}{4 \cdot 1/4} = 1. \quad (2.49)$$

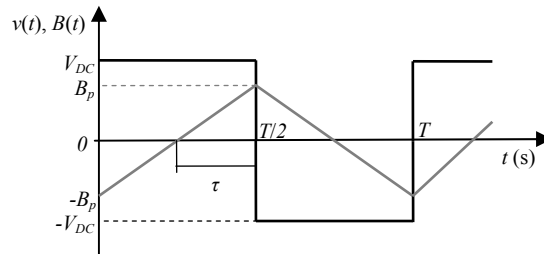


Fig. 2.6. Formas de onda de tensión rectangular y de la inducción triangular asociada.

El factor k , la relación τ/T y el valor del factor de forma k_{sh} para distintas formas de onda de tensión típicas de aplicaciones de transformadores en electrónica de potencia, así como para la forma de onda senoidal típica de los transformadores de 50 Hz, se muestran en la tabla 2.1. En dicha tabla se ha considerado una amplitud de la onda de tensión igual a V_{DC} .

Una vez presentada la ecuación de la tensión en los transformadores, es interesante reflexionar sobre su significado dentro del proceso de diseño. Dicha ecuación relaciona la tensión (valor eficaz, frecuencia y forma de onda) aplicada en bornes del transformador con la amplitud de la inducción magnética necesaria para inducir dicha tensión en función del número de vueltas N y de la geometría del núcleo A_e . La tensión y su forma de onda vienen dadas por la aplicación pero los otros tres parámetros son variables en el proceso de diseño, es decir, se les debe dar un valor durante dicho proceso. La ecuación (2.46) indica que, a mayor frecuencia, resulta necesario tener un menor número de vueltas o un área menor de núcleo o una amplitud de inducción magnética menor para inducir una tensión determinada. Esto quiere decir que se requerirá un menor volumen de material magnético y se tendrán menos pérdidas en los devanados y en el núcleo. Hay que señalar, no obstante, que en el diseño de transformadores, la frecuencia es generalmente una especificación de partida, a diferencia de lo que ocurre cuando se diseñan convertidores.

Dado que este trabajo se centra en el proceso de diseño del transformador, resulta especialmente interesante estudiar el impacto en las características del transformador de las variables de diseño. En este caso, asumiendo un valor de frecuencia dado, es fácil ver que cuanto mayor es la amplitud de la inducción magnética, un menor número de vueltas y/o una menor área transversal de núcleo (volumen) son necesarios para inducir una misma tensión. Por lo tanto, en un principio, si no se tienen en cuenta las pérdidas, para minimizar el volumen del núcleo y de los devanados es necesario maximizar la inducción magnética. Sin embargo, las características del material magnético no están incluidas en la ecuación de la tensión.

Formas de onda: $v(t)$ y $B(t)$	V_{rms}	Factor k ($k = V_{rms} / \langle v \rangle$)	Relación τ/T	Factor de forma k_{sh}
<i>Conexión directa a red (onda senoidal)</i>				
	$\frac{V_{DC}}{\sqrt{2}}$	$\frac{\pi\sqrt{2}}{4}$	$\frac{1}{4}$	1.11
<i>Medio puente capacitivo con ciclo de trabajo 0.5</i>				
	V_{DC}	1	$\frac{1}{4}$	1
<i>Convertidor Forward</i>				
	$V_{DC} \sqrt{\frac{D}{1-D}}$	$\sqrt{\frac{D}{1-D}}$	D	$\frac{1}{4\sqrt{D(1-D)}}$
<i>Convertidor Push-Pull y Double-Active-Bridge (DAB)</i>				
	$V_{DC} \sqrt{1-\theta/\pi}$	$\sqrt{1-\theta/\pi}$	$\frac{1}{4} \left(1 - \frac{\theta}{\pi}\right)$	$\frac{1}{\sqrt{1-\theta/\pi}}$

Tabla 2.1. Cálculo del factor de forma k_{sh} para distintas formas de onda de tensión típicas de aplicaciones de electrónica de potencia y para conexión directa a red.

Desde el punto de vista práctico, se debe tener en cuenta que para generar una inducción magnética es necesario un campo magnético que es generado, a su vez, por medio de la corriente de magnetización i_m . Por la ecuación constitutiva (2.6) se sabe que la inducción magnética está relacionada con la intensidad de campo magnético por medio de las características del medio o material en el que se genera el campo. Un material sometido a un campo de la forma indicada en la Fig. 2.3 reacciona ante éste de forma que el campo en el interior del material H_i es:

$$H_i = H_e + M = \frac{N \cdot i_m}{l_c} + M . \quad (2.50)$$

Por lo que, la inducción magnética se puede expresar como:

$$B = \mu_0 \cdot H_i = \mu_0 \cdot H_e \left(1 + \frac{M}{H_e} \right) = \mu_0 (1 + \chi_m) \cdot H_e = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H_e = \mu \cdot H_e \quad (2.51)$$

donde μ_0 es la constante magnética, χ_m es la susceptibilidad magnética del material y μ_r es su permeabilidad relativa. Por último, se define μ como la permeabilidad del material, parámetro que modela el comportamiento magnético del material.

En función del efecto magnético predominante que se da en un material al ser sometido a un campo magnético se distinguen tres grupos de materiales magnéticos: diamagnéticos, paramagnéticos y los ferro-/ferrimagnéticos. Los materiales diamagnéticos se magnetizan débilmente en el sentido opuesto al del campo magnético aplicado ($\mu \approx -\mu_0$). Ejemplos de estos materiales son el agua, el cobre y el helio. Los materiales paramagnéticos se magnetizan débilmente en el mismo sentido que el campo magnético aplicado ($\mu = \mu_0$). Ejemplos de estos materiales son el aluminio y el sodio. Los materiales ferromagnéticos y los ferrimagnéticos se magnetizan fuertemente en el mismo sentido que el campo magnético aplicado ($\mu \gg \mu_0$). Ejemplos de materiales ferromagnéticos son el hierro, el cobalto y el níquel, y de los ferrimagnéticos son los compuestos llamados ferritas. Por lo tanto, para minimizar el producto $N \cdot i_m$ necesario para magnetizar un material y obtener un valor alto de B_p en un elemento inductivo, se emplean núcleos de materiales ferromagnéticos o ferrimagnéticos debido a su alta permeabilidad. Sin embargo, como se estudiará en el capítulo 3, estos materiales tienen unas características que dificultan su utilización y que, por lo tanto, se deben tener en cuenta. La primera característica es que su magnetización depende del punto de trabajo en la curva $B-H$, es decir, la permeabilidad del material no es lineal. La segunda consiste en que, a partir de un valor de inducción B_{sat} , la permeabilidad del material se iguala a la del vacío, es decir, el material satura. En consecuencia, este valor no se puede traspasar en el proceso de diseño. Por último, la tercera característica de estos materiales es que presentan un ciclo de histéresis en el plano $B-H$ que da lugar a pérdidas de energía como se estudiará más adelante.

- *Ecuación de la potencia.* Si se considera un transformador de x_l devanados a potencia nominal, utilizando la ecuación de la tensión en (2.46), se puede expresar la suma de la potencia en cada uno de sus devanados como $\sum VA$:

$$\sum VA = \sum_{i=1}^{x_l} V_i \cdot I_i = 4 \cdot k_{sh} \cdot A_e \cdot f \cdot B_p \sum_{i=1}^{x_l} N_i \cdot I_i \quad (2.52)$$

donde N_i es el número de vueltas del devanado i por el que circula la corriente I_i . Considerando las características geométricas del transformador mostrado en la Fig. 2.3, en el que se tiene un área de ventana A_w , se puede definir el factor de llenado β como el cociente entre el área de cobre total en la ventana del transformador A_T y el área de ventana:

$$\beta = \frac{A_T}{A_w} = \frac{\sum_{i=1}^{x_l} N_i \cdot A_{Cu,i}}{A_w} \quad (2.53)$$

donde el área total de cobre en la ventana se puede describir como la suma del área de cobre de cada uno de los devanados, que a su vez es igual al número de vueltas del devanado por la sección del conductor que lo forma $A_{Cu,i}$. Expresando la corriente I_i en función de la densidad de corriente J_i para cada devanado ($I_i = J_i \cdot A_{Cu,i}$) en la ecuación (2.52), considerando una misma densidad de corriente J_p en todos los devanados e introduciendo la expresión anterior en (2.52) se obtiene:

$$\sum VA = 4 \cdot k_{sh} \cdot k_f \cdot A_c \cdot f \cdot B_p \cdot J_p \cdot \beta \cdot A_w \quad (2.54)$$

Reagrupando términos se llega a la expresión (2.55), en la que se tiene un primer término que depende únicamente de las características geométricas del núcleo del transformador, un segundo término que depende de las características de la aplicación (frecuencia y forma de onda), y un tercer término que depende de la carga a la que se somete a los materiales que lo forman, es decir, a la inducción magnética a la que se hace trabajar el material magnético y a la densidad de corriente en el conductor eléctrico.

$$\sum VA = \underbrace{4 \cdot k_f \cdot \beta \cdot A_c \cdot A_w}_{\text{Geometría}} \cdot \underbrace{k_{sh} \cdot f}_{\text{Aplicación}} \cdot \underbrace{B_p \cdot J_p}_{\text{Carga}} \quad (2.55)$$

Esta expresión muestra que existe una relación directa entre la frecuencia de trabajo y el volumen del elemento inductivo. El producto $A_c \cdot A_w$ fue llamado por *McLyman* “producto de área” con dimensiones de m^4 , y es utilizado en los métodos convencionales de diseño como un primer paso para realizar la selección del núcleo magnético. Para ello, el producto de área A_p se despeja de la expresión anterior:

$$A_p = A_c \cdot A_w = \frac{\sum VA}{4 \cdot k_f \cdot \beta \cdot k_{sh} \cdot f \cdot B_p \cdot J_p} \quad (2.56)$$

En estos métodos, se calcula el valor del producto de área mínimo necesario $A_{p,min}$ basándose en la experiencia. Posteriormente, se buscan los núcleos comerciales que presenten un valor de A_p superior a ese mínimo y se comienza el proceso de diseño, es decir, se procede a establecer el valor de los parámetros de diseño basándose en distintos criterios. Existen un gran número de métodos basados en el producto de área, por ello, cuya idoneidad se evaluará en el capítulo 8.

2.3 Definición del problema de diseño

La realización del diseño de un transformador consiste en fijar un número de variables de diseño a partir de las especificaciones de diseño teniendo en cuenta una serie de restricciones. Como se muestra en la Fig. 2.7, las especificaciones de diseño son la potencia nominal S , el valor eficaz de la tensión de primario $V_{p,rms}$, la frecuencia de trabajo f , la relación de transformación n , y la máxima temperatura ambiente de trabajo τ_{amb_max} . Además, se deben considerar dentro de las especificaciones una serie de criterios de diseño relacionados con las características deseadas para el transformador. Los criterios de diseño pueden variar según la aplicación, aunque generalmente se tienen dos criterios de diseño: máxima eficiencia y mínimo volumen (directamente relacionado con el coste). Por lo tanto, con el objetivo de obtener un diseño óptimo, se deben satisfacer ambos criterios hasta un nivel que dependerá de la relación de compromiso entre ambos.

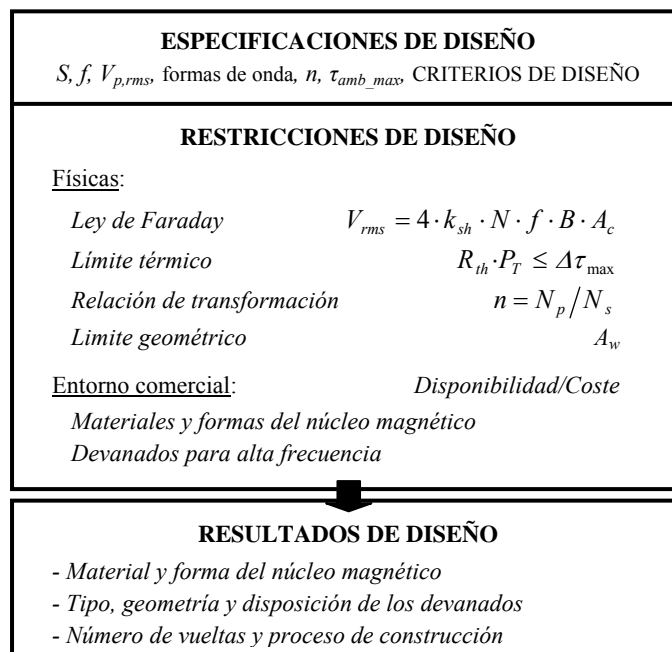


Fig. 2.7. Descripción esquemática del proceso de diseño.

Las restricciones en el proceso de diseño se derivan de las leyes físicas y el entorno comercial. La primera restricción física es la ley de Faraday estudiada en el apartado anterior. Si se introduce en (2.46) la definición de la sección transversal del núcleo efectiva se obtiene:

$$V_{rms} = 4 \cdot k_{sh} \cdot k_f \cdot N \cdot A_c \cdot f \cdot B_p . \quad (2.57)$$

La segunda restricción física, denominada límite térmico, establece que el transformador debe ser capaz de transmitir al ambiente las pérdidas totales P_T con un salto de temperatura $\Delta\tau$ igual o inferior al incremento de temperatura máximo permitido $\Delta\tau_{max}$. Esta restricción se puede expresar por medio de la siguiente inecuación:

$$R_{th} \cdot P_T = \Delta\tau \leq \Delta\tau_{max} = \tau_{max} - \tau_{amb_max} \quad (2.58)$$

donde R_{th} es la resistencia térmica del transformador que modela el comportamiento térmico del transformador, es decir, su facilidad de disipar calor, τ_{max} es la temperatura máxima dentro del transformador y τ_{amb_max} es la temperatura ambiente máxima a la que éste debe trabajar. El límite térmico se debe cumplir bajo todas las condiciones de trabajo del transformador. Por lo tanto, es suficiente el considerarlo para el peor de los casos, es decir, cuando las pérdidas generadas en el transformador sean máximas. Este es el caso cuando se trabaja a potencia. La tercera restricción es la relación de transformación n entre los números de vueltas de primario N_p y secundario N_s , ya mostrada en (2.38).

La cuarta restricción física, llamada límite geométrico, establece que los devanados deben entrar dentro del área de ventana del núcleo A_w , o lo que es lo mismo, que el factor de llenado debe tener un valor inferior a 1 ($\beta < 1$). Por último, el entorno comercial también se debe incluir en el análisis, es decir, se debe considerar la relación entre disponibilidad y coste de los materiales empleados

El proceso de diseño debe conducir a un diseño óptimo en términos de material y forma del núcleo magnético, de tipo, geometría y disposición de los devanados, y de número de vueltas. Finalmente, el diseño óptimo también debe tener en cuenta el proceso de construcción del transformador.

Los rangos de potencia y de frecuencia influyen en el diseño dado que, para cada rango, determinados fenómenos predominan sobre otros. Por ejemplo, algunos diseños están limitados por la regulación de tensión, por la inducción magnética de saturación, o por las pérdidas en el núcleo y la relación con su capacidad de disipación de calor [SNE 69-cap.9]. Así, en los transformadores de potencia a frecuencia de red se tienen pérdidas muy importantes en los devanados, por lo que una de las relaciones que marca y guía el proceso de diseño es la regulación de tensión. En esta aplicación se limita la caída de tensión en la resistencia serie de entrada del transformador a un porcentaje máximo sobre la tensión de alimentación de dicho transformador. En los transformadores de alta frecuencia y poca potencia, típicos en fuentes de alimentación conmutadas (SMPS), se tiene que la capacidad de disipación es más que suficiente para disipar las pérdidas generadas, por lo que la amplitud de

la inducción magnética se iguala a la máxima posible para reducir al máximo el tamaño del transformador. Otro ejemplo son los transformadores de potencia y alta frecuencia con ventilación natural. En este caso, se tiene que la capacidad de disipación de calor es limitada y, en consecuencia, se debe encontrar un equilibrio entre pérdidas generadas y tamaño del transformador necesario para disipar dichas pérdidas. Este hecho se traduce en que, a partir de determinado valor, aumentar la amplitud de la inducción magnética no se traduce en una reducción del tamaño del transformador.

En este trabajo, se pretende demostrar que tales limitaciones no se deben tener en cuenta de forma externa al proceso de diseño dado que, si todos los fenómenos presentes en éste son modelados correctamente y ninguna de sus características es obviada, estas limitaciones quedan implícitamente incluidas en el problema estudiado. En tal caso, la esencia del proceso de diseño no se ve modificada para los distintos rangos de potencia y frecuencia de partida. La mayor diferencia puede radicar, en todo caso, en la necesidad de considerar distintos criterios de diseño.

Si se analiza el problema de diseño desde el punto de vista de las características deseadas para el transformador o, lo que es lo mismo, de los criterios de diseño, se puede observar que, en los casos de eficiencia o densidad de potencia, estas características no están presentes de forma directa en el análisis del problema de diseño, aunque sí lo están de forma implícita. Por lo tanto, una de las preguntas básicas a la hora de abordar el proceso de diseño es de qué forma se puede evaluar el cumplimiento de los criterios de diseño. Para ello, es necesario conocer la dependencia de dichos criterios con las distintas variables de diseño. En otras palabras, si se quiere conseguir un diseño óptimo, es necesario modelar de forma adecuada todos los fenómenos presentes en el funcionamiento de los transformadores. Modelar significa identificar las variables de que dependen dichos fenómenos y cómo es dicha dependencia y, asimismo, dónde se sitúan en el problema global del diseño de transformadores. En definitiva, para obtener un diseño óptimo, se necesita un modelo global del comportamiento del transformador y del problema de diseño de forma que no se obvие ninguna de las interrelaciones existentes entre las distintas variables físicas del diseño.

Como un primer paso, y uno de los más importantes a la hora de resolver el problema de diseño, en la segunda parte de esta tesis se procede a modelar de forma adecuada todos los fenómenos físicos presentes en el funcionamiento de un transformador. Desde el punto de vista del diseño, modelar de forma adecuada significa obtener modelos que presenten un compromiso entre precisión y facilidad de manejo o simplicidad. El modelo multifísico obtenido en estos capítulos forma la base del método de diseño propuesto y se demuestra uno de los factores clave para conseguir que éste sea genérico, global y óptimo. En concreto, en el capítulo 3 se estudia el modelado del comportamiento del transformador desde el punto de vista del núcleo magnético, en el capítulo 4 desde el punto de vista de los devanados, y en el capítulo 5 desde el punto de vista térmico, basándose en una recopilación de trabajos previos.

A su vez, en el capítulo 6 se estudia el modelo eléctrico equivalente de los transformadores de alta frecuencia y el cálculo de sus elementos, ya que su conocimiento es importante en las aplicaciones de electrónica de potencia para estudiar las interacciones entre éste y el conjunto del convertidor. A lo largo de todos estos capítulos se reformulan dichos modelos de la forma adecuada para su utilización en la metodología de diseño propuesta en esta tesis.

SEGUNDA PARTE:

Modelado de Transformadores de Potencia y Alta Frecuencia

Capítulo 3

Modelado del Núcleo Magnético

3.1 Introducción

Como primer paso para obtener un único modelo global que integre todos los fenómenos presentes en el funcionamiento de un transformador, en este capítulo se modela el núcleo magnético del transformador. En primer lugar, se presenta el comportamiento del material magnético y su influencia en el funcionamiento de los transformadores. Posteriormente, se introducen los distintos materiales magnéticos empleados en transformadores de alta frecuencia y sus características. En segundo lugar, se analizan las dos características de los núcleos magnéticos que marcan el diseño de transformadores. Por un lado, se estudia la geometría de los núcleos magnéticos adecuados para aplicaciones de potencia y, por otro, se analiza y revisa el estado del arte de los métodos de cálculo o modelos de las pérdidas en el núcleo. Estos modelos siempre se presentan desde un punto de vista crítico evaluando su precisión e identificando si pueden llegar a ser una fuente de error en el proceso de diseño.

A continuación, se selecciona el modelo de cálculo de pérdidas más adecuado para su utilización en la metodología del diseño. Esta selección se basa en las características de los modelos en términos de precisión y facilidad de implementación. Se rechazarán los modelos con una complejidad excesiva debido a que dificultan el análisis global del problema de diseño. A lo largo de todo el capítulo se justifica la elección del modelo y se presentan alternativas a éste dado que el diseñador de transformadores debe conocer la problemática del cálculo de pérdidas magnéticas y ser capaz de evaluar cuál es el mejor modelo según la aplicación.

Por último, se propone una formulación específica del modelo seleccionado y de la geometría del núcleo que facilita su manejo en la metodología de diseño. Como se verá más adelante, la parametrización del núcleo magnética propuesta en el último apartado permite estandarizar la formulación de los modelos de los distintos fenómenos presentes en el diseño

de transformadores respecto de un mismo grupo de variables, es decir, obtener un modelo único del transformador. Este planteamiento permite identificar las interrelaciones existentes entre los distintos fenómenos y la realización de un análisis profundo del problema de diseño.

3.2 Materiales Magnéticos de Alta Frecuencia

3.2.1 Introducción

Cuando se realiza un diseño práctico para una aplicación real, deben utilizarse los materiales existentes en el entorno. Generalmente, estos materiales están lejos de presentar un comportamiento ideal para la aplicación bajo estudio. Este hecho es especialmente notable en el caso de los materiales magnéticos. Como se ha visto en el capítulo anterior, el material magnético ideal para el núcleo de transformadores debería tener una permeabilidad infinita y no experimentar pérdidas ni saturación. En la realidad, se debe seleccionar el material real que mejor se adecúe a los requisitos de la aplicación, y en cualquier caso, que tenga bajas pérdidas, alta inducción de saturación y alta permeabilidad.

El comportamiento de un material magnético queda caracterizado básicamente por su permeabilidad magnética. Como se estudió anteriormente, los materiales ferro- y ferrimagnéticos presentan valores elevados de permeabilidad pero su evolución no es lineal en el plano $B-H$. En la Fig. 3.1 se muestra una curva $B-H$ saturada genérica. Esta curva $B-H$ se llama saturada porque el material alcanza la saturación y se caracteriza por cuatro parámetros:

- *Inducción de saturación* B_{sat} (T), es la inducción a partir de la cual el material magnético se satura y su permeabilidad cae y se iguala a la permeabilidad de vacío μ_0 .
- *Inducción remanente* B_r (T), es la inducción que permanece después de suprimir el campo magnético externo aplicado.
- *Coercitividad* o *campo coercitivo* H_c (A/m), es el campo magnético necesario para reducir la magnetización del material a cero una vez que el material ha sido saturado.
- *Permeabilidad* μ (H/m), es el cociente de la inducción magnética y la intensidad del campo magnético aplicado. Sin embargo, es más común presentarla como el producto de la constante magnética μ_0 y una constante adimensional denominada permeabilidad *relativa*, μ_r . Como la relación B/H es fuertemente no lineal, un gran número de permeabilidades relativas diferentes se definen dependiendo del punto en el cual la curva $B-H$ sea linealizada y de las condiciones iniciales consideradas. Cada permeabilidad es adecuada para ser utilizada en una aplicación determinada dependiendo de la zona de la curva $B-H$ en la que se opere. En las hojas de datos de los fabricantes, las principales permeabilidades que se especifican son: la permeabilidad inicial, la permeabilidad efectiva, la

permeabilidad *ancha* o *wide*, la permeabilidad incremental y permeabilidad compleja. La permeabilidad inicial μ_i (H/m), considerada la más representativa, es el valor de la pendiente de la línea recta a la cual se aproxima la curva de magnetización inicial cuando se produce una pequeña magnetización del material inicialmente desmagnetizado.

Todos estos parámetros, y con ello la curva B - H , dependen fuertemente de la inducción magnética, la frecuencia y la temperatura de trabajo.

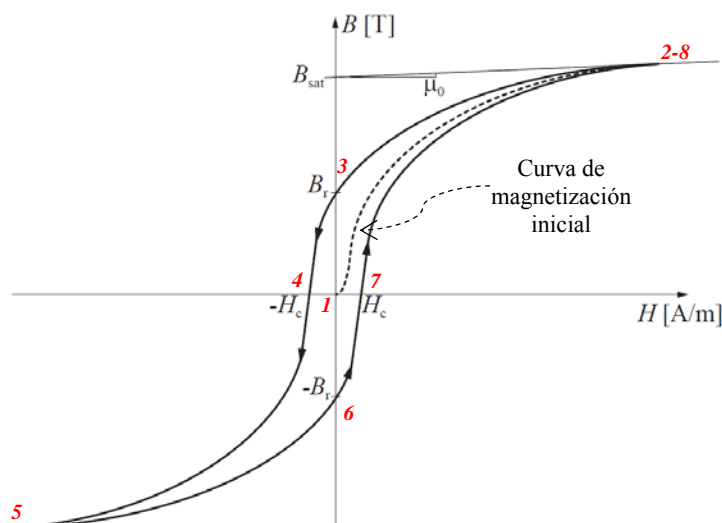


Fig. 3.1. Curva B - H saturada genérica típica de materiales ferro- y ferrimagnéticos, en la que se ha incluido la curva de magnetización inicial. [MÜH 12-cap.3]

En la Fig. 3.1 se ha incluido la curva de magnetización inicial cuyo estudio es útil para analizar el fenómeno de histéresis en los materiales magnéticos. En la Fig. 3.2 se muestra con más detalle el comportamiento del material cuando se parte de un estado desmagnetizado y se lleva a saturación [FER 01]. En los materiales *ferromagnéticos*, los momentos magnéticos individuales de grandes grupos de átomos o moléculas están fuertemente acoplados y alineados entre sí, aún sin la presencia de un campo magnético exterior. Estos grupos compuestos por entre 10^{21} y 10^{27} átomos y con tamaños entre 10^{-12} y 10^{-8} m³ reciben el nombre de dominios magnéticos y se comportan de forma individual como un pequeño imán permanente. Los dominios se forman para minimizar la energía magnética entre ellos. El comportamiento magnético de los materiales *ferrimagnéticos* se puede analizar de la misma forma. La única diferencia radica en el origen de los dominios magnéticos que en este caso está en la organización de su estructura cristalina [SNE 69-cap.1].

En la Fig. 3.2 se muestra la evolución de los dominios magnéticos conforme se incrementa el campo magnético aplicado sobre el material. Inicialmente el material está en estado desmagnetizado, es decir, los dominios magnéticos están orientados al azar y la magnetización

netamente del material es nula. Si se aplica un pequeño campo en la dirección mostrada en la figura, las paredes de los dominios comienzan a deformarse aumentando el área de los dominios alineados con el campo aplicado. Estos movimientos son reversibles y bajo estas condiciones se traza la primera parte de la curva. Conforme se incrementa el valor del campo aplicado, comienza un cambio *irreversible* por el que los dominios magnéticos más pequeños e inestables comienzan a rotar y tienden a alinearse con dicho campo por medio de *saltos* (coalescencia de dominios). Este proceso requiere poca energía por lo que el valor de B crece rápidamente y de forma lineal. Si se sigue incrementando el valor del campo aplicado, la absorción de los dominios inestables termina, y el siguiente mecanismo de magnetización pasa a consistir en la orientación de los dominios que no están completamente alineados con el campo aplicado. Este proceso requiere una gran cantidad de energía por lo que la curva crece más lentamente cada vez. Cuando se trabaja en esta zona se dice que se está en el codo de saturación del material. Finalmente, si se sobrepasa determinado valor de campo, llega un momento en el que todos los dominios quedan alineados. En este caso se dice que el material está en estado de saturado y la inducción magnética no aumentará de forma apreciable aunque se aumente el campo aplicado.

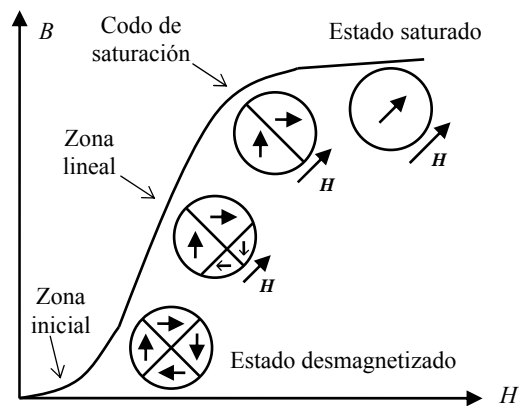


Fig. 3.2. Curva B - H de magnetización inicial. [FER 01]

Si se vuelve a la Fig. 3.1 y se observan los distintos puntos indicados con números en rojo en la curva B - H , se tiene que la magnetización inicial es el proceso necesario para pasar del punto 1 al punto 2. Sin embargo, una vez en el punto 2, es decir, con el material en saturación, si se elimina el campo aplicado, se observa que el sistema no sigue la trayectoria previa y, en su lugar, alcanza el punto 3. En el estado 3 el material queda con una inducción magnética remanente debido a que permanece una orientación neta de dominios en el sentido del campo aplicado inicialmente (el material guarda información sobre un fenómeno que ya ha desaparecido). Esto se debe a los cambios irreversibles producidos durante la magnetización inicial del material (orientación y desaparición de dominios, movimiento de las paredes entre dominios y agitación térmica). Esta propiedad ha sido utilizada en muchos dispositivos

prácticos, como pueden ser, desde el punto de vista energético, los imanes permanentes o, desde el punto de vista de la información, las cintas magnéticas, los cassettes y los VHS. Si se continua recorriendo la curva, es decir, si se aplica un campo magnético negativo, la inducción magnética decrece y alcanza un valor cero cuando se aplica un campo con el valor de coercividad $-H_c$ (punto 4). Si se continúa aplicando un campo externo cada vez de mayor intensidad se puede llevar al material a la saturación negativa, es decir, en el sentido opuesto (punto 5). Dado que la curva es simétrica respecto de la recta que une los puntos 5 y 8, el proceso para pasar del punto 5 al 8 (punto 2) es el igual al explicado anteriormente pero considerando un campo cada vez más positivo. Si se repite este proceso en régimen estacionario, se tiene que el sistema recorre siempre el mismo ciclo, conocido como ciclo de histéresis. Este proceso de remagnetización requiere de una energía que se pierde en forma de calor debido a las alteraciones en las paredes entre los dominios magnéticos. Como se estudiará más adelante, la energía perdida en este proceso recibe el nombre de pérdidas por histéresis y es proporcional al área encerrada por el ciclo de histéresis. Esta energía de pérdidas es de gran importancia en el proceso de diseño por ser una componente fundamental de las pérdidas magnéticas que se dan en el núcleo del elemento inductivo.

Desde un punto de vista práctico, en este trabajo es interesante analizar la interpretación eléctrica de la curva $B-H$, es decir, la forma en que la corriente y la tensión externas quedan vinculadas debido al comportamiento de los materiales magnéticos. Cuando se aplica externamente una tensión a un dispositivo magnético, se induce una tensión igual y de signo opuesto en los terminales de dicho dispositivo. La ley de Faraday en (2.11) indica que la derivada de la inducción magnética es proporcional a la tensión inducida. Así, si el eje y de la curva $B-H$ es recorrido por el valor instantáneo de la inducción magnética, la proyección instantánea x de este punto B indica la evolución temporal del campo magnético. Como establece la ley de Ampère en (2.12), este campo magnético es proporcional a la corriente absorbida por el dispositivo magnético. Consecuentemente, debido al fenómeno de histéresis esta corriente de magnetización no está perfectamente en fase con la inducción magnética. La corriente de magnetización puede dividirse por tanto en dos corrientes, una en fase y otra retrasada 90 grados eléctricos con respecto al voltaje aplicado, lo que permite una representación eléctrica de la magnetización del dispositivo a través de una resistencia conectada en paralelo a la inductancia.

Dependiendo de la forma en que se haya realizado la desconexión del dispositivo, el material magnético puede permanecer con una magnetización remanente. Ante esta situación, y dependiendo de la relación entre las polaridades de la magnetización y de la tensión aplicada, se puede llevar al material a trabajar en saturación. En tal caso, el material presenta una permeabilidad igual a la del aire y el valor de la inductancia de un núcleo sin entrehierro cae bruscamente (2.33). En consecuencia, el dispositivo inductivo demanda valores de corriente muy elevados hasta que el ciclo de histéresis vuelve a centrarse sobre cero. Este

fenómeno transitorio que recibe el nombre de *inrush currents* es común en el arranque de dispositivos inductivos y es peligroso debido a que puede conducir a la desconexión de las protecciones contra sobrecorrientes o, incluso, llegar a quemar los conductores por exceso de corriente.

Como se ha explicado, la energía perdida para magnetizar el material es proporcional al área del ciclo de histéresis, por lo que el valor de esta potencia de pérdidas dependerá del número de veces que este ciclo sea recorrido de forma completa por unidad de tiempo. En las aplicaciones de alta frecuencia, la curva $B-H$ es recorrida un alto número de veces por segundo lo que conlleva un valor alto de pérdidas por histéresis. Por lo tanto, en estas aplicaciones es necesario utilizar materiales magnéticos con ciclos de histéresis estrechos, es decir, con áreas muy pequeñas. Existen una serie de materiales magnéticos, denominados materiales magnéticos suaves o *soft magnetic materials*, con la característica de ser fácilmente magnetizados y desmagnetizados. Los materiales magnéticos suaves pueden ser *ferromagnéticos* o *ferrimagnéticos* [BOS 05-cap.3]. La primera clase de materiales son aleaciones de uno o una combinación de tres elementos ferromagnéticos puros, hierro (Fe), cobalto (Co), y níquel (Ni), junto con pequeñas cantidades de otros elementos como Si, Mo, Cr, B, Al, V, Nb, y/o Cu. A su vez, los materiales ferromagnéticos suaves se clasifican en tres grupos: aleaciones policristalinas, amorfas y nanocristalinas. Los materiales de la segunda clase son componentes cerámicos, conocidos como ferritas, formados por mezcla de óxidos de hierro y otros elementos.

En términos generales, los materiales *ferromagnéticos* presentan mejores características magnéticas suaves (alta inducción de saturación y permeabilidad, y baja coercitividad) pero una conductividad eléctrica más alta que los materiales *ferrimagnéticos*. Dado que, como se estudiará más adelante, a alta frecuencia las corrientes parásitas inducidas en los materiales con buenas propiedades conductoras conducen a pérdidas de potencia importantes, la conductividad eléctrica del material magnético es un parámetro a tener en cuenta. Es un hecho que no existe un material magnético con todas sus propiedades superiores a las del resto de materiales. Por ello, el trabajo del diseñador es conocer los diferentes materiales magnéticos suaves y sus propiedades, y seleccionar el mejor dependiendo de las especificaciones del diseño. Cada tipo de material magnético suave se estudia en profundidad a continuación.

A modo de comparativa genérica, la Fig. 3.3 muestra gráficamente las propiedades magnéticas de los distintos materiales magnéticos suaves a 1 kHz. A su vez, en la tabla 3.1 se lleva a cabo una comparación a título individual de las principales propiedades de los materiales más representativos de cada una de las diferentes clases de materiales magnéticos suaves. En cada uno de los grupos se ha seleccionado un material como el óptimo para su utilización en aplicaciones de transformación de potencia de alta frecuencia por ser el que presenta menores pérdidas. La inducción de saturación del material se especifica para 25 y 100 °C, B_{sat25} y B_{sat100} , respectivamente. Se incluyen también la resistividad eléctrica ρ_{100} y la

permeabilidad inicial μ_{100} , ambas a 100 °C, la temperatura de Curie T_c , la conductividad térmica y un coste orientativo. Las propiedades de todos los materiales magnéticos suaves son dependientes de la temperatura en mayor o menor medida. La temperatura de Curie se define como la temperatura a partir de la cual el material pierde sus propiedades magnéticas, es decir, su permeabilidad se iguala a la permeabilidad de vacío y el material se comporta como un material paramagnético. En esta tabla se presenta un rango para la permeabilidad inicial, dado que ésta varía ampliamente con la frecuencia de trabajo.

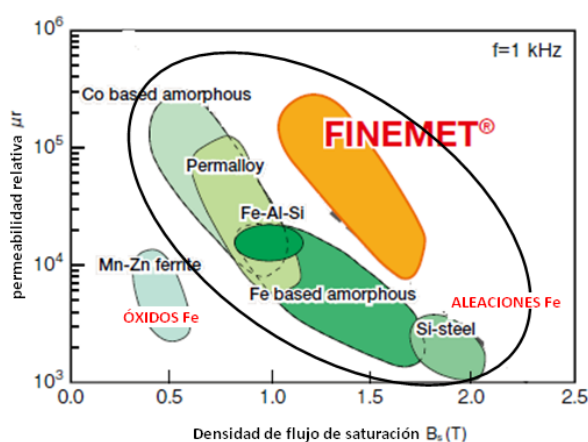


Fig. 3.3. Comparativa general de las propiedades magnéticas de los distintos materiales suaves a 1 kHz. Materiales ferromagnéticos: policristalinos (acero al Si, Fe-Al-Si, y Permalloy®), amorfos (basados en Co y Fe) y nanocristalinos (Finemet®). Materiales ferrimagnéticos: ferritas MnZn. [HIT 10]

Tipo de material	Poli-cristalino	Amorfo	Nano-cristalino	Ferritas MnZn de potencia		
Material	Supermalloy	2705M	FT-3M	3C94	R	N87
Fabricante	MagMet.	Metglas	Hitachi	Ferrox.	Magn.	Epcos
B_{sat100}/B_{sat25} (T)	0.65/0.8	0.55/0.77	0.8/1.23	0.35/0.45		
ρ_{100} ($\mu\Omega\text{m}$)	0.6	1.4	1.2	$5 \cdot 10^6$		
μ_{i100} (H/m)	10k-20k	20k-50k	15k-80k	2k-6k		
T_c (C)	430	365	570	220		
Conduc. térmica (W/mK)	9	9	9	3.5-5		
Precio	Bajo/Medio	Medio /Alto	Alto	Bajo		

Tabla 3.1. Propiedades de cuatro materiales magnéticos suaves para aplicaciones de alta frecuencia.

3.2.2 Aleaciones policristalinas

El hierro al silicio, también conocido como acero eléctrico (*electrical steel*), fue desarrollado a finales del siglo XIX y, a día de hoy, es una de las principales aleaciones policristalinas. Esta aleación de hierro, generalmente con un contenido de silicio del 3.5%, se utiliza normalmente en aplicaciones con frecuencias inferiores a 100 Hz. Desde principios del siglo XX se han desarrollado un gran número de aleaciones de níquel-hierro y de hierro-silicio, junto con pequeñas cantidades de otros elementos, con el fin de mejorar las propiedades eléctricas y magnéticas del hierro al silicio. La primera alternativa al acero eléctrico utilizada extensamente fue una aleación níquel-hierro ($Ni_{81}Fe_{19}$) denominada comúnmente Permalloy (término acuñado en 1910) [SHE 06-cap.2]. La principal característica de esta aleación es que presenta una magnetoestricción nula con lo que se reduce el ruido acústico producido por la magnetización del material.

Las aleaciones policristalinas experimentan elevadas pérdidas por corrientes parásitas debido a su alta conductividad eléctrica. En consecuencia, en los transformadores no se emplean núcleos formados por una única pieza sólida. En su lugar se aplican dos técnicas para formar el núcleo que permiten la reducción de las corrientes parásitas. La primera técnica, empleada habitualmente en aplicaciones de baja frecuencia, consiste en laminar y aislar el material magnético para, después, formar el núcleo magnético apilando o bobinando dichas láminas o tiras. La segunda técnica consiste en pulverizar la aleación y pegar el polvo resultante utilizando resinas aislantes. Con esta segunda técnica se consiguen núcleos de polvo (*powder cores*) cuya principal característica es que presentan un entrehierro considerable distribuido de forma homogénea en todo su volumen y, por lo tanto, tienen una baja permeabilidad. En consecuencia, la utilización de estos núcleos de polvo es más común en inductancias y no tanto en aplicaciones de transformadores.

Actualmente, existe una gran variedad de aleaciones policristalinas con diferentes composiciones en función de la aplicación para la que hayan sido optimizadas. La más apropiada para aplicaciones de alta potencia y alta frecuencia es el *Supermalloy* [SHE 06-cap.2]. El *Supermalloy* es una aleación níquel-hierro cuya composición es $Ni_{79}Fe_{13}Mo_5$. En la tabla 3.1 pueden verse las principales propiedades de los núcleos de *Magnetic Metals* formados por medio del bobinado de cintas de *Supermalloy* de 10 μm de espesor, llamados *tape-wound cores* [MAG 01].

Debido a la geometría de los núcleos de los diferentes materiales *ferromagnéticos*, la conductividad térmica de estos materiales es isotrópica, es decir, depende de la dirección en la que se evalúe. Valores típicos son una conductividad térmica en la dirección del plano que contiene a la tira o lámina cercana a 30 W/mK, mientras que en la dirección ortogonal, en la que está contenido el aislante eléctrico, se tiene un valor cercano a 0.4 W/mK. En la tabla 3.1

se especifica una conductividad térmica anisotrópica *ficticia* para los materiales *ferromagnéticos* estimad, en promedio, en 9 W/mK [WAN 09], [SHE 06-cap.2].

3.2.3 Aleaciones amorfas (vidrios metálicos)

Tradicionalmente, las aleaciones policristalinas ferromagnéticas no se utilizaban en aplicaciones por encima de unos pocos kHz debido a su característica de altas pérdidas. En la década de los 70, el desarrollo de la tecnología de solidificación rápida (RST) hizo posible la extensión del uso de materiales ferromagnéticos a aplicaciones de frecuencias mayores. Realizando un tratamiento térmico de templado de la aleación en estado líquido a índices del orden de 10^6 K/s, se suprime la nucleación y el crecimiento de los cristales [SHE 06-cap.2]. Los materiales resultantes, llamados metales amorfos o vidrios metálicos, son aleaciones de metales ferromagnéticos y otros metales de transición con una estructura amorfa donde los átomos están en completo desorden [BOS 05-cap.3]. Las aleaciones amorfas más comunes se conocen comercialmente con el nombre de METGLAS[®].

Comparadas con las aleaciones policristalinas, las aleaciones amorfas mantienen prácticamente las mismas buenas propiedades magnéticas e, incluso, una permeabilidad superior, con una conductividad eléctrica más baja. La disminución de la conductividad permite su utilización en aplicaciones a frecuencias más altas manteniendo el mismo espesor de tira. Las aleaciones amorfas pueden estar basadas tanto en hierro como en cobalto. Los núcleos basados en hierro tienen mejores características magnéticas (incluso mejores que los policristalinos), pero conductividades eléctricas más altas que los basados en cobalto. Para su aplicación en transformadores de potencia y alta frecuencia se prefieren los núcleos basados en cobalto debido a que presentan unas menores pérdidas. En la tabla 3.1 se muestra el material basado en cobalto con menores pérdidas, en concreto, el 2705M de METGLAS, cuyos núcleos se forman bobinando tiras de material 2705M con espesores en torno a los 17-25 μm [MET 14], [SHE 06-cap.2].

3.2.4 Aleaciones nanocristalinas

Las aleaciones nanocristalinas han sido ampliamente comercializadas desde los últimos años del siglo XX. Los materiales nanocristalinos son aleaciones de hierro y se producen por cristalización a partir del estado amorfo. Tradicionalmente se creía que, al disminuir el tamaño del grano de las aleaciones policristalinas, sus propiedades magnéticas se deterioraban. Sin embargo, en 1988 un grupo de científicos japoneses demostró que, con tamaños de grano comprendidos entre 10-20 nm, se conseguían unas propiedades magnéticas suaves excelentes [YOS 88]. Las aleaciones nanocristalinas presentan propiedades magnéticas suaves superiores a las aleaciones amorfas con la misma conductividad eléctrica. Además, a diferencia de lo que

sucede para el resto de materiales magnéticos suaves, las pérdidas de potencia y la permeabilidad relativa de las aleaciones nanocristalinas son prácticamente independientes de la temperatura [SHE 08], [HIT 10]. A día de hoy, su excelente estabilidad térmica y su alta temperatura de Curie, junto a la introducción de semiconductores SiC, abren la puerta al aumento de la temperatura de trabajo de los convertidores de potencia. Un aumento de la temperatura de trabajo conlleva una refrigeración más efectiva con lo que se reduce el tamaño del sistema de refrigeración y, en consecuencia, del conjunto del convertidor. Por lo tanto, una mayor temperatura de trabajo es sinónimo de una mayor densidad de potencia en los convertidores de electrónica de potencia.

Los dos principales materiales nanocristalinos comerciales son el material Finemet[®] de Hitachi $Fe_{73.5}Si_{13.5}B_9Nb_3Cu_1$ [HIT 10] y el Vitroperm[®] de Vaccumschmelze [VIT 10] $Fe_{73.5}Si_{15.5}B_7Nb_3Cu_1$ y su equivalente Nanoperm[®] de Magnetec [MAG 12]. De forma similar a las aleaciones amorfas, se bobinan tiras de estos materiales nanocristalinos con espesores de 20 μm para formar los núcleos magnéticos. En la tabla 3.1 se indican las propiedades de la aleación nanocristalina FT-3M Finemet de Hitachi [SHE 08], [HIT 10], [WAN 09].

3.2.5 Ferritas

Los óxidos ferrimagnéticos, conocidos como ferritas, están disponibles como materiales magnéticos comerciales desde la década de los 50. Estos materiales fueron sintetizados por primera vez de forma artificial como una réplica mejorada del mineral que presenta un mayor magnetismo en la naturaleza, una ferrita conocida como *magnetita* [SNE 69-cap.1]. Las ferritas son materiales cerámicos de color negro o gris oscuro, muy duros y frágiles, con características magnéticas suaves inferiores a las de los materiales ferromagnéticos (saturación de inducción y permeabilidad más bajas y coercitividad más alta). Sin embargo, su conductividad eléctrica es varios órdenes de magnitud inferior a las conductividades eléctricas de los materiales ferromagnéticos, lo que conlleva una reducción muy importante en las pérdidas de potencia por corrientes inducidas. Por esta razón, las ferritas han sido ampliamente utilizadas en circuitería electrónica de alta frecuencia. A día de hoy, las ferritas siguen siendo el material magnético suave más importante, con un número creciente de aplicaciones.

La fórmula general de las ferritas es $MeFe_2O_4$, donde *Me* representa generalmente uno o más metales de transición divalentes, tales como Mn, Fe, Co, Ni, Cu y Zn. Sus propiedades magnéticas se derivan de las interacciones entre iones metálicos que ocupan posiciones particulares en relación a los iones de oxígeno en su estructura cristalina cúbica [SNE 69-cap.1]. Las ferritas pueden clasificarse en dos grupos principales dependiendo de su composición: ferritas MnZn y ferritas NiZn. En la composición de las ferritas de manganeso-zinc, *Me* representa $Mn_aZn_{(1-a)}$, mientras que en las ferritas níquel-zinc representa $Ni_aZn_{(1-a)}$ (con $0 < a < 1$). En consecuencia, las ferritas de los distintos grupos tienen distintas propiedades

y se utilizan en aplicaciones diferentes. De forma genérica, se puede decir que las ferritas MnZn tienen mejores características magnéticas suaves y mejor conductividad eléctrica que las ferritas NiZn. Las ferritas NiZn se usan en aplicaciones de muy alta frecuencia ($>1\text{MHz}$) donde constituyen la única alternativa debido a que presentan un comportamiento magnético con una muy elevada resistividad eléctrica. Las ferritas MnZn se utilizan frecuentemente en aplicaciones de transformador de alta frecuencia ya que presentan un mejor equilibrio entre propiedades magnéticas y eléctricas.

Dentro de estos dos grupos y dependiendo de la proporción de Zn y Mn o Ni existen una gran variedad de ferritas cada una con las propiedades optimizadas para una aplicación específica. Las ferritas son muy utilizadas por lo que un gran número de fabricantes las producen en grandes cantidades. En consecuencia, las ferritas son los materiales magnéticos suaves que presentan el coste más bajo. En la tabla 3.1 se muestran las propiedades de las tres ferritas más adecuadas para su utilización en transformadores de potencia y alta frecuencia debido a que todas ellas experimentan pérdidas muy bajas a altas temperaturas ($90\text{-}110\text{ }^\circ\text{C}$). Las tres ferritas son ferritas con un comportamiento equivalente de tres de los fabricantes más importantes: la ferrita 3C94 de Ferroxcube [FER 08], la ferrita tipo R de Magnetics [MAG 99], y la ferrita N87 de EPCOS [EPC 06].

3.3 Geometría del Núcleo Magnético

El comportamiento de un dispositivo electromagnético está fuertemente influenciado por la geometría de los elementos que lo forman. Existen en el mercado una gran variedad de formas de núcleos magnéticos, cada una de ellas adecuada para una aplicación concreta. Para su aplicación en elementos inductivos, la geometría ideal teórica del núcleo magnético debe envolver completamente a los devanados. Sin embargo, en la práctica, en los transformadores de potencia y alta frecuencia la modularidad del núcleo es un criterio más importante (facilidad para combinar y modificar la forma del núcleo). En estas aplicaciones, los núcleos en forma de toroide, doble E y doble U, mostrados en la Fig. 3.4, son los más comunes.

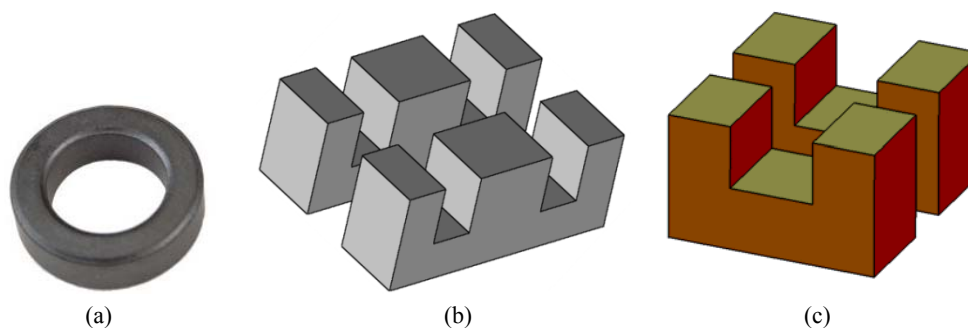


Fig. 3.4. Formas de núcleo de potencia y alta frecuencia básicas: (a) toroide, (b) doble E y (c) doble U.

Cuando están hechos de ferrita, estos núcleos son sólidos como consecuencia del proceso de fabricación, es decir, están formados por una única pieza. Sin embargo, cuando están hechos de materiales ferromagnéticos, debido a su alta conductividad y a su proceso de fabricación, los núcleos se forman apilando o bobinando láminas o tiras de material aisladas eléctricamente. Este tipo de núcleos, llamados *núcleos bobinados* en esta tesis y conocidos como *tape-* o *strip-wound cores*, son comunes para materiales amorfos y nanocristalinos. Como se muestra en la Fig. 3.5, las tiras que forman el núcleo se pueden apreciar a simple vista. Estos núcleos bobinados solo se pueden encontrar en forma de toroide y de doble U. Los núcleos bobinados de toroide se protegen normalmente por medio de encapsulados especiales por lo que su aspecto cambia ligeramente. Los núcleos bobinados de doble U se conocen comúnmente como núcleos cortados o doble C (*cut cores* or *C cores*), debido a que cada parte del núcleo no se produce de forma separada como en el caso de los núcleos doble U, sino que se bobina todo el núcleo y luego se corta. Con respecto a los núcleos doble E de material ferromagnéticos, se forman normalmente apilando láminas con forma de E y reciben el nombre de núcleos laminados (*laminated cores*). Los núcleos laminados se forman de material policristalino y se utilizan únicamente a frecuencia de red o frecuencias inferiores al kHz. En aplicaciones de alta frecuencia, se pueden conseguir núcleos bobinados doble E por combinación de dos núcleos doble C (*cut cores*).

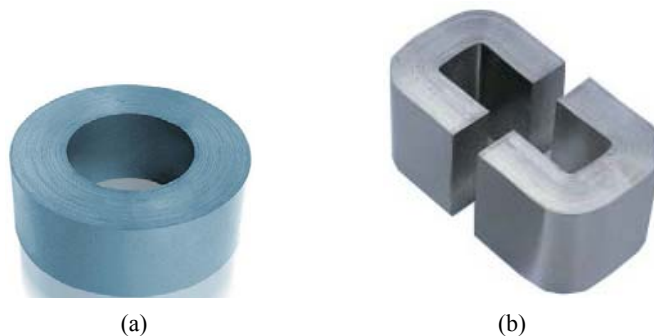


Fig. 3.5. Núcleos bobinados o *tape-wound*: (a) toroidal y (b) doble C (*cut core*).

De las tres formas de núcleo anteriores, en aplicaciones de transformadores de potencia solo se emplean comúnmente las formas doble E y doble U o C [MCL 04]. La razón radica en la facilidad del proceso de bobinado de los devanados en torno al núcleo del transformador. En los núcleos con forma de toroide este proceso es más complejo y caro ya que se debe realizar directamente sobre el núcleo. Cuando se emplean núcleos doble E y doble U (o doble C), el núcleo magnético final se forma con dos núcleos en forma de E o de U. Estos núcleos han sido fabricados o cortados en dos piezas independientes precisamente para facilitar el proceso de montaje, en concreto el proceso de bobinado. Este proceso se realiza convencionalmente, en primer lugar, arrollando los devanados sobre un formador de espiras y, en segundo lugar, cerrando o juntando los núcleos de forma que abracen los devanados y que

los devanados den las vueltas alrededor de la pierna central del núcleo. Por lo tanto, el formador de espiras debe ser una pieza de material aislante hueca de sección rectangular en el que el hueco interior debe tener un área ligeramente superior al área transversal del núcleo. Por otro lado, los núcleos de doble E y doble U presentan una modularidad más alta dado que su geometría puede modificarse fácilmente apilando la misma forma de núcleo o combinándolos con núcleos en forma de I. Asimismo, están disponibles de forma comercial en un mayor rango de tamaños, alcanzando los mayores tamaños necesarios para las aplicaciones de potencia. En consecuencia, de ahora en adelante solo se consideran en esta tesis los núcleos con formas doble E y doble U o C.

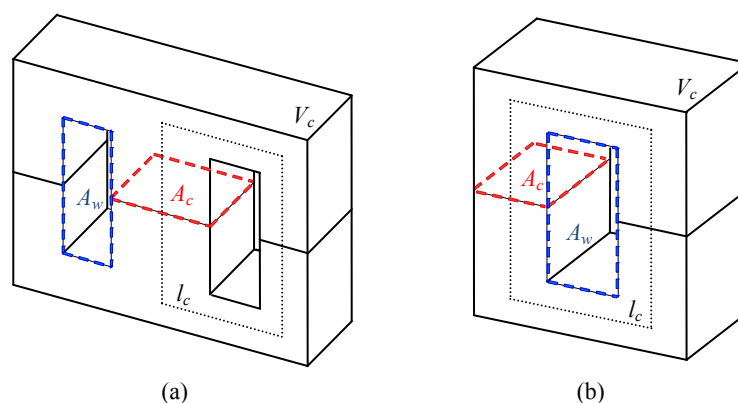


Fig. 3.6. Dimensiones características l_c , A_c , A_w y V_c para núcleos: (a) E y (b) U.

Como se muestra en la Fig. 3.6, para estas formas de núcleo, su geometría se describe normalmente a través de las siguientes cinco dimensiones características del núcleo: la longitud media del camino magnético l_c , el área o sección transversal A_c , el volumen V_c igual al producto de l_c y A_c , el área de ventana A_w y el producto de área A_p que, como se estudió en el capítulo anterior se define como el producto de A_c y A_w .

3.4 Cálculo de las Pérdidas Magnéticas

Históricamente, las pérdidas magnéticas han captado la atención de físicos, metalúrgicos y ceramistas debido a su importancia práctica en los campos de la ingeniería eléctrica o la física aplicada [GOO 02]. Como se explicó en el último apartado del capítulo 2, en el diseño de transformadores es de vital importancia conocer y cuantificar estas pérdidas de potencia con el fin de desarrollar un diseño seguro. Es también sumamente importante realizar este cálculo desde un punto de vista práctico, es decir, de la manera más sencilla posible. La ausencia de un modelo de remagnetización física microscópico no permite realizar un cálculo exacto de las pérdidas magnéticas, también llamadas pérdidas en el núcleo. Las pérdidas de potencia en los materiales magnéticos se descomponen tradicionalmente en tres componentes en función de su

origen físico: pérdidas por histéresis, pérdidas por corrientes parásitas, y pérdidas residuales causadas por los procesos de relajación magnética [GOO 02]. En la práctica, las pérdidas en el núcleo se pueden calcular por medio de modelos teóricos o empíricos.

3.4.1 Métodos teóricos

Todos los métodos para el cálculo de las pérdidas magnéticas que emplean modelos teóricos, globalmente denominados *métodos de separación de pérdidas*, se basan en un enfoque en el que cada uno de los tres componentes de las pérdidas magnéticas se calcula por separado. Posteriormente, los tres componentes se suman y se obtiene la densidad de pérdidas magnéticas p_c (pérdidas por unidad de volumen) de la siguiente forma:

$$p_c = p_h + p_e + p_R \quad (3.1)$$

donde p_h es la densidad de pérdidas por histéresis, p_e es la densidad de pérdidas por corrientes parásitas y p_R es la densidad de pérdidas residuales. Dentro de los métodos teóricos, se distinguen distintos métodos de cálculo en función del modelo teórico empleado para calcular las pérdidas por histéresis y las residuales. Sin embargo, todos los métodos teóricos calculan las pérdidas por corrientes parásitas por medio de la siguiente expresión:

$$p_e = \frac{\pi^2}{6} \cdot B_p^2 \cdot f^2 \cdot d^2 \cdot \sigma \quad (3.2)$$

donde B_p es la amplitud de la inducción magnética perpendicular al plano de la sección transversal del núcleo cuya dimensión menor es d , f es la frecuencia a la que se repite el recorrido completo de un ciclo B - H (frecuencia de la forma de onda de la inducción magnética) y σ es la conductividad eléctrica del material. Esta expresión se puede obtener a partir del desarrollo y simplificación de las ecuaciones de Maxwell, en concreto a partir de la ley de Faraday particularizada para las características del problema bajo estudio. Esta expresión solo es precisa cuando el campo magnético aplicado penetra completamente en el material del núcleo, es decir, cuando d está por debajo de la profundidad pelicular magnética δ_{mag} . La denominada profundidad pelicular magnética se define técnicamente como la distancia desde el límite exterior del material hasta donde el campo magnético es igual a $1/e$ veces el valor del campo exterior, y se calcula como:

$$\delta_{mag} = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot \mu \cdot \sigma \cdot f}} \quad (3.3)$$

donde μ es la permeabilidad magnética del material. La expresión (3.2) es ampliamente utilizada para el cálculo de pérdidas por corrientes parásitas en los núcleos magnéticos ya que los núcleos generalmente satisfacen la condición de la aproximación ($d < \delta_{mag}$). Cuando el núcleo no cumple esta condición, la inducción magnética es compensada en el interior del material magnético debido a la circulación de corrientes por éste, y las pérdidas generadas son

elevadas. En estos casos, el núcleo se lamina para cumplir como mínimo la condición de la aproximación.

Los métodos de separación de pérdidas difieren en el modo de evaluar las pérdidas producidas como consecuencia del proceso de magnetización del material. Existen dos planteamientos ampliamente utilizados, los estáticos y los dinámicos. El primer tipo de planteamiento, el más común, consiste en calcular de forma separada las pérdidas por histéresis y las pérdidas residuales. Los materiales *ferromagnéticos* y *ferrimagnéticos* presentan una relación no lineal entre el campo magnético aplicado H y su magnetización M y, por tanto, entre H y la inducción magnética en su interior B . La magnetización de estos materiales requiere de una cantidad de energía que se pierde y se disipa en forma de calor debido al fenómeno de histéresis presente en su comportamiento B - H , explicado al comienzo de este apartado y representado en la Fig. 3.1. Las pérdidas por histéresis se definen entonces como las pérdidas de energía durante el proceso de magnetización cuasiestático de un material magnético, es decir, cuando la curva B - H es recorrida muy lentamente [MÜH 12-cap.3]. El origen físico de estas pérdidas reside en el carácter discontinuo a escala microscópica del proceso de magnetización [BER 88]. Un ejemplo es el salto, movimiento o desaparición repentina de las paredes o fronteras entre los distintos dominios magnéticos. Este fenómeno recibe el nombre de saltos de Barkhausen y provoca grandes cambios de inducción a nivel local que producen corrientes parásitas microscópicas y, como consecuencia, pérdidas de potencia [MÜH 12-cap.3]. Si se considera la expresión para la energía almacenada en un campo magnético en (2.15) y se aplica a todo el ciclo de histéresis, es fácil ver que la magnetización del material conlleva una pérdida de energía igual al área encerrada por el ciclo de histéresis (2.16). Cuando la inducción recorre la curva B - H o ciclo de histéresis completo f veces por segundo, la densidad de pérdidas de histéresis se expresa como f veces el área de dicho ciclo o curva:

$$p_h = f \cdot \oint H \cdot dB. \quad (3.4)$$

La dificultad de cálculo reside en expresar con precisión H en función de B para el caso concreto considerado, debido a que la forma de la curva B - H depende de muchos factores, como son la amplitud de la inducción magnética, la frecuencia, la temperatura y la historia magnética del material. Con este fin se pueden utilizar varios modelos, aunque puede considerarse el presentado por *J. Rivas* [RIV 81] como el más representativo. Otros modelos comúnmente utilizados emplean las relaciones de *Rayleigh* o de *Peterson* [SNE 69-cap.2].

Los métodos tradicionales de separación de pérdidas solo consideraban las pérdidas por histéresis y por corrientes parásitas. Sin embargo, las pérdidas medidas eran siempre superiores al valor predicho, especialmente cuando se aplicaban formas de onda de inducción no senoidales. Por ello, se añadió un tercer término, llamado de pérdidas residuales o en exceso, a los dos considerados inicialmente. Es difícil encontrar una ecuación formulada

teóricamente que cuantifique estas pérdidas dado que ni siquiera todos los fenómenos físicos microscópicos que contribuyen a ellas han sido identificados con exactitud [GOO 02]. De acuerdo con [GOO 02] y [MÜH 12-cap.3], las pérdidas residuales se deben a los procesos de relajación de los dominios magnéticos en los cuales, después de un cambio en el equilibrio del sistema magnético, las paredes de dichos dominios se mueven progresivamente hacia un nuevo estado de equilibrio térmico de menor energía. *Bertotti* propuso en [BER 88] la siguiente expresión, ampliamente aceptada, para el cálculo de la densidad de pérdidas residuales:

$$p_R = 8 \cdot \sqrt{\sigma \cdot G \cdot A \cdot \eta_0} \cdot f^{1.5} \cdot B_p^{1.5} \quad (3.5)$$

donde A es el área de la sección transversal del material, η_0 es un parámetro que describe la microestructura del material y G es una constante numérica. Aunque no queda reflejado en la fórmula de *Bertotti*, el proceso de relajación está estrechamente relacionado con la velocidad del cambio en la inducción magnética. De esta forma, como se estudiará en el apartado de métodos empíricos, las pérdidas magnéticas dependen fuertemente de la velocidad y del modo en el cual la curva B - H es recorrida, es decir, de la forma de onda de la tensión aplicada [SHE 08]. Esta dependencia no queda reflejada en los métodos teóricos estáticos, por lo que no presentan buenos resultados para diferentes formas de onda de la tensión aplicada.

Los métodos del segundo grupo, llamados dinámicos en esta tesis, usan modelos de histéresis más complejos que consideran directamente el comportamiento dinámico completo del material magnético. Estos métodos no necesitan un tercer término para incluir las pérdidas residuales debido a que ya está comprendido en el modelo dinámico de histéresis. Los dos modelos dinámicos de histéresis principales son el modelo *Jiles-Atherton* [JIL 84] y el modelo *Preisach* [MAY 86].

Los diferentes métodos teóricos presentados en este apartado son complejos dado que su aplicación implica la realización de mediciones sobre el material y procesos de extracción de parámetros costosos que dificultan su utilización en procesos de diseño prácticos y que, además, no quedan justificados por las precisiones obtenidas [SHE 08], [VIL 10-cap.2], [MÜH 12-cap.3].

3.4.2 Métodos empíricos

Como alternativa a los métodos teóricos, los métodos empíricos son sencillos y presentan buenos resultados para valores de inducción inferiores al codo de saturación de la curva de magnetización inicial [GOO 02]. Además, son fáciles de implementar a partir de la información proporcionada por los fabricantes. Por estas razones, los métodos empíricos son utilizados habitualmente en el diseño de transformadores [PET 96].

El primer método empírico presentado en [MUL 93] es la conocida ecuación original de Steinmetz (OSE), una versión ligeramente modificada de la expresión propuesta por Charles Steinmetz en 1892 [STE 92]. La ecuación original de Steinmetz para el cálculo de la densidad de pérdidas en el núcleo p_c es:

$$p_c = C_m \cdot f^x \cdot B_p^y \cdot (c_{T2} \cdot \tau_{ope}^2 - c_{T1} \cdot \tau_{ope} + c_{T0}) \quad (3.6)$$

donde τ_{ope} es la temperatura de trabajo, C_m , x , e y son los coeficientes de pérdidas, y c_{T2} , c_{T1} y c_{T0} son los coeficientes de temperatura. Los coeficientes de pérdidas y los de temperatura reciben el nombre de coeficientes de Steinmetz. Estos coeficientes modelan empíricamente la dependencia de las pérdidas de potencia con el punto de trabajo del material magnético (f , B_p) y con la temperatura, y se encuentran habitualmente en las hojas de datos de los fabricantes. Como estos coeficientes dependen de la frecuencia, los fabricantes proporcionan sus valores para distintos rangos de frecuencia. La dependencia de las pérdidas con la temperatura se introdujo en esta fórmula como una función parabólica debido a la naturaleza de dicha dependencia en las ferritas, materiales para los cuales fue formulada. En la tabla 3.2 se muestran los valores de los coeficientes de Steinmetz para los distintos materiales magnéticos suaves recogidos en la tabla 3.1. Como se muestra en la tabla 3.2, la ecuación de Steinmetz en (3.6) también es válida para el resto de los materiales magnéticos suaves. Para los materiales que no presentan dependencia térmica, como es el caso del material nanocrystalino, la influencia del término térmico en (3.6) se puede cancelar mediante la utilización de los coeficientes adecuados.

La expresión (3.6) es válida únicamente cuando se tiene una magnetización senoidal, lo cual no es común en los sistemas de electrónica de potencia. Por ello, es necesario modificar dicha expresión y adaptarla para hacer posible su utilización cuando se tienen formas de onda de corriente de magnetización arbitrarias. Durante los últimos 20 años se han desarrollado varios modelos, todos ellos basados en el enfoque de Steinmetz, que incluyen variaciones basadas en diferentes interpretaciones físicas del proceso dinámico de magnetización que tiene lugar en el material magnético con el objetivo de mejorar la precisión obtenida por medio de la OSE.

El primer planteamiento, llamado ecuación modificada de Steinmetz (MSE), considera que las pérdidas magnéticas no dependen únicamente de la frecuencia de magnetización sino también de la tasa de cambio de la inducción magnética, es decir, de dB/dt [ALB 96]. Sin embargo, la MSE no es consistente con la OSE cuando se aplica a formas de onda sinusoidales. Para superar esta anomalía, un segundo planteamiento, conocido como la ecuación general de Steinmetz (GSE), se presentó en [LI 01]. Ésta considera la dependencia de las pérdidas magnéticas con dB/dt y también con el valor instantáneo de la inducción magnética B . Como el modelo GSE puede cometer errores significativos al evaluar las formas de onda de inducción con múltiples picos por ciclo, es decir, con un rizado, este modelo fue mejorado posteriormente en [VEN 02] dando lugar al GSE mejorado (iGSE). En lugar del

valor instantáneo de inducción, este último modelo considera el valor pico-pico de la inducción, es decir, ΔB . Un análisis similar denominado extensión natural de Steinmetz (NSE) se desarrolla en [BOS 05]. Aunque formuladas de forma ligeramente distinta, la iGSE y la NSE son expresiones equivalentes [VIL 09].

Los modelos mencionados anteriormente no siempre presentan buenos resultados cuando se emplean para determinadas formas de onda típicas de algunos convertidores resonantes [SHE 08] o cuando los periodos de valor cero llegan a ser significativos en la forma de onda de la tensión aplicada [MÜH 12b]. En [SHE 08] se presenta un planteamiento llamado ecuación de Steinmetz del coeficiente de forma de onda (WCSE) con el objetivo de generalizar el cálculo de las pérdidas en el núcleo para diferentes formas de onda. Mediante un factor de corrección llamado coeficiente de forma de onda de flujo (FWC), la WCSE obtiene las pérdidas de potencia no senoidales a partir de las obtenidas por medio de la OSE considerando la amplitud de la inducción calculada con (2.46).

En [MÜH 12b], *Mühlethaler* et al. realizan un estudio en profundidad de las pérdidas en el núcleo en las aplicaciones de electrónica de potencia que rechaza el supuesto, previamente aceptado, de que la pérdida de potencia es cero cuando se aplica un voltaje cero. En este trabajo se establece la hipótesis de que estas pérdidas son causadas por los procesos de relajación magnética. Como se indicó en el apartado anterior, los procesos de relajación se producen debido a la transición de los dominios magnéticos hacia un estado de equilibrio de menor energía una vez que la magnetización ha dejado de cambiar. Un nuevo modelo, denominado iGSE mejorado (i^2 GSE), se desarrolló entonces pensado para ser utilizado de forma conjunta con datos almacenados en un mapa de pérdidas del material magnético. Sin embargo, estos datos no son proporcionados habitualmente por los fabricantes y, en consecuencia, su utilización requiere de la realización de una serie de ensayos y medidas que complican su implementación en los métodos de diseño de la misma forma que para los métodos teóricos. La formulación completa de cada uno de estos métodos puede encontrarse en las referencias respectivas o de manera resumida en [VIL 09], donde el método de la i^2 GSE no está incluido.

Como se indicó en la tabla 2.1, los transformadores de potencia y alta frecuencia incluidos en los convertidores de potencia típicos tienen normalmente formas de onda de la tensión de entrada rectangulares con o sin periodos de tensión cero. Estas formas de onda de tensión dan lugar a formas de onda de inducción magnética triangulares o trapezoidales. En estos casos, en [VIL 09] y [MÜH 12b] se demuestra que las ecuaciones MSE, iGSE y i^2 GSE son los modelos de pérdidas magnéticas más precisos. Cada modelo mejora al anterior en precisión pero con el inconveniente de una mayor complejidad. En el diseño de transformadores de alta frecuencia, la MSE representa un buen compromiso entre simplicidad y exactitud, por lo que es el modelo utilizado en esta tesis. Este método propone la siguiente expresión para p_c :

$$p_c = \frac{1}{T} C_m \cdot f_{eq}^{(x-1)} \cdot B_p^y \cdot (c_{T2} \cdot \tau_{ope}^2 - c_{T1} \cdot \tau_{ope} + c_{T0}) \quad (3.7)$$

donde T es el periodo de la forma de onda de inducción, V_c el volumen del núcleo magnético y f_{eq} es la frecuencia equivalente, parámetro que representa la velocidad media de remagnetización [REI 01]:

$$f_{eq} = \frac{2}{\Delta B^2 \cdot \pi^2} \int_0^T \left(\frac{dB}{dt} \right)^2 dt. \quad (3.8)$$

El proceso de cálculo paso a paso de (3.8) para diferentes formas de onda de inducción se puede encontrar en [ALB 96]. En concreto, se desarrolla el cálculo para ondas senoidales con un rizado superpuesto (también llamado *subloop*), y para ondas triangulares con distintos ciclos de trabajo, también con periodos de valor cero y de valor constante.

Material	Supermalloy	2705M	FT-3M	3C94 ^a	Tipo R ^a	N87 ^a	
Frecuencias (kHz)	<100	<500	10-500	20-200	<100	<100	
Steinmetz Coefficients	$C_m (10^{-4})$	0.97	0.1	1.1	23.7	26.9	19
	x	1.7	1.88	1.62	1.46	1.43	1.41
	y	1.937	2.21	1.98	2.75	2.85	2.57
	$c_{T2} (10^{-4})$	0	0	0	1.65	1.75	4.25
	$c_{T1} (10^{-2})$	0	0	0	3.1	3.42	8.91
	c_{T0}	1	1	1	2.45	2.67	5.67

^a Minimum power loss at 90-110 °C

Tabla 3.2. Coeficientes de Steinmetz para el cálculo de pérdidas en los materiales magnéticos suaves utilizados en aplicaciones de potencia y alta frecuencia.

En la tabla 3.2 se especifican los coeficientes necesarios para calcular la densidad de las pérdidas en el núcleo mediante la MSE en (3.7), junto con los rangos de frecuencia para los que dichos coeficientes son aplicables. Los materiales magnéticos suaves incluidos en dicha tabla son los considerados inicialmente en la tabla 3.1 dada su adecuación para aplicaciones de potencia y alta frecuencia. Incluyendo directamente estos coeficientes y las magnitudes físicas en unidades del SI en (3.7) se obtiene la densidad de pérdidas en kW/m³ o mW/cm³. Los datos para el material policristalino Supermalloy y la aleación amorfa 2705M se han extraído de [SHE 06b]. Los coeficientes para el material nanocristalino Finemet FT-3M se pueden encontrar en [SHE 08]. Los datos de las ferritas tipo 3C94 y R se han extraído de las hojas de datos de los fabricantes [FER 97] y [MAG 99], respectivamente. Sin embargo, los datos para la ferrita N87 no se pueden encontrar de forma directa en las hojas de datos de los fabricantes. EPCOS proporciona los datos completos para sus ferritas en forma de gráficos a través del software *EPCOS-Ferrite Magnetic Design Tool 4.0* [EPC 4.0]. Por este motivo, varios

trabajos previos han ajustado los valores de los coeficientes de pérdidas a partir de estos datos [KRI 10], [MÜH 12c]. Dado que esta ferrita es utilizada comúnmente debido a sus buenas propiedades, en este trabajo se han ajustado los valores de los coeficientes pero considerando únicamente los datos para frecuencias por debajo de los 100 kHz e inducciones inferiores a 0.15 T.

Finalmente, es importante señalar que en el proceso de cálculo de pérdidas en el núcleo existe una potencial fuente de error diferente a las introducidas por los propios modelos de cálculo. Hasta ahora, el cálculo de la densidad de pérdidas en el núcleo se ha estudiado presuponiendo que las magnitudes magnéticas son perfectamente conocidas. Sin embargo, para calcular las pérdidas totales, la densidad de pérdidas en el núcleo debe ser integrada en todo el volumen del núcleo magnético y, en este proceso, la hipótesis de que la inducción magnética es conocida en todo el núcleo puede no ser correcta.

Como se explicó en el apartado 2.2.2 del capítulo 2, utilizando la teoría de circuitos magnéticos, el flujo total en el núcleo se calcula mediante un modelo de reluctancia sencillo. La inducción se supone constante a través de la sección magnética transversal y las pérdidas totales en el núcleo se calculan multiplicando el volumen total del núcleo por la densidad de pérdidas en el núcleo calculada utilizando dicho valor de inducción *promediado*. Este planteamiento solo conduce a resultados exactos cuando la inducción es homogénea en el volumen del núcleo, por ejemplo en un núcleo con forma de toroide con un grosor despreciable. No obstante, para toroides más grandes o diferentes formas de núcleo, este enfoque puede llevar a errores en el cálculo de pérdidas en el núcleo ya que la inducción magnética no es homogénea en todo el volumen del mismo [MÜH 12].

Las razones por las que la inducción magnética real no es homogénea se enumeran a continuación. Por un lado, la fuente del campo magnético no está situada en un solo punto, ni todo el material magnético se encuentra a la misma distancia de ese punto. Por otro, en los núcleos que no tienen forma de toroide la sección transversal del núcleo puede no ser constante a lo largo de todo el camino magnético. Estos fenómenos dan lugar a una compleja distribución no homogénea de la inducción en el núcleo magnético, es decir, cada parte (volumen diferencial) del núcleo se magnetiza a un nivel diferente. Esta distribución de inducción no homogénea aumenta con el incremento de las dimensiones del núcleo y con las características 2D del campo magnético (cuando no es unidireccional y perpendicular a la sección transversal del núcleo), es decir, cuando se introducen entrehierros en el camino magnético. En esta tesis, para los rangos de potencia y frecuencia considerados, este fenómeno se puede despreciar. Sin embargo, cuando se trabaja con grandes potencias la frecuencia queda limitada a pocos kHz y, en estos casos, son necesarios núcleos de mayor tamaño, por lo que esta fuente de error puede llegar a ser importante. En estas aplicaciones de gran potencia y media frecuencia, se puede aplicar una de las siguientes alternativas para modelar este efecto y corregir el error que introduce en el cálculo de las pérdidas en el núcleo:

- La utilización de las dimensiones eficaces del núcleo cuando los fabricantes las proporcionen [SNE 69-cap.4].
- Método 2D para el cálculo de la reluctancia de forma conjunta con las dimensiones eficaces del núcleo. El cálculo de pérdidas se realiza en este caso de forma separada para cada parte del núcleo con unas mismas características geométricas y, posteriormente, se suman las pérdidas de todas las partes [MÜH 12c].
- Métodos 3D de cálculo por elemento finitos (FEM) que permiten calcular de forma directa la distribución de la inducción magnética y de las pérdidas asociadas en el núcleo. Estos programas emplean normalmente un modelo complejo de histéresis dinámica y su precisión depende del correcto conocimiento de todas las propiedades del material magnético y de una correcta simulación. Estos métodos no son prácticos desde el punto de vista del diseñador debido a que son complejos de implementar y, sobre todo, consumen mucho tiempo. Un ejemplo de este tipo de software es el Ansoft Maxwell 3D. El interesado puede encontrar un estudio en profundidad del uso de este tipo de programas en [BAH 11].

Como conclusión a esta reflexión, se considera interesante tener en cuenta y modelar adecuadamente la dependencia dimensional de las pérdidas en el núcleo para utilizarla en el procedimiento de diseño. Desde un punto de vista práctico, es más importante mejorar el proceso de cálculo de las pérdidas totales en el núcleo a partir de la densidad de pérdidas, que realizar un estudio más en profundidad de los modelos de cálculo para la densidad de pérdidas en el núcleo. El desarrollo de este proceso se propone en esta tesis como una línea futura que puede conducir a resultados valiosos para las aplicaciones en las que se tienen grandes tamaños de núcleo.

3.5 Modelo del Núcleo Magnético Propuesto

3.5.1 Parametrización del núcleo magnético

La geometría del núcleo magnético es un factor fundamental en el diseño y funcionamiento de las máquinas eléctricas. La geometría del núcleo limita la máxima potencia que una máquina puede transmitir debido a su influencia en las pérdidas magnéticas a través de su volumen V_c , en las pérdidas en los devanados a través del área de ventana A_w y en la capacidad de disipación de calor a través de la superficie en contacto con el ambiente. Además, la geometría del núcleo marca la relación entre las pérdidas magnéticas y las pérdidas en los devanados, a través de la sección transversal del núcleo A_c y como se indicó en (2.46), el área transversal del núcleo relaciona la amplitud de inducción magnética B_p con el número de vueltas N .

Tradicionalmente, la capacidad de transmisión de potencia de un núcleo se ha relacionado de forma proporcional con su producto de área A_p . En consecuencia, esta magnitud ha sido utilizada habitualmente para seleccionar el núcleo en los procesos de diseño convencionales [COO 86], [HUR 98], [ODE 99a], [MCL 04-cap.7], [MOH 03-cap.3], [ERI 01]. Sin embargo, y como se estudiará en profundidad en el capítulo 7, recientemente se ha demostrado que la forma o proporciones del núcleo son factores clave en la capacidad de potencia de éste [FOR 07], [NAR 13], hecho que es ignorado si solo se evalúa el producto de área a través de la ecuación (2.56). Por lo tanto, se requiere de otro planteamiento para caracterizar la influencia de la geometría del núcleo en el problema de diseño, para lo cual a continuación se lleva a cabo la parametrización del núcleo.

La geometría de los núcleos magnéticos estandarizados disponibles en el mercado es discreta, es decir, cada núcleo estándar tiene unas proporciones y dimensiones determinadas. En el proceso de diseño, es conveniente poder modificar las proporciones y dimensiones del núcleo de forma continua y libre [SHE 06-cap.6]. Con este objetivo, en esta tesis, la geometría de los núcleos doble U y doble E se describe por medio de los cuatro parámetros definidos en la Fig. 3.8: el factor dimensional a y los tres coeficientes de forma $c1$, $c2$, y $c3$. No son necesarios más parámetros debido a que la sección del núcleo es constante a lo largo de todo el camino magnético.

El factor dimensional a es igual a la anchura de la pierna central del núcleo y se mide en metros. El coeficiente $c1$ es un factor no dimensional que caracteriza la anchura de ventana y se define como la proporción entre ésta y el factor dimensional. El coeficiente $c2$ es un factor no dimensional que caracteriza la altura de ventana y se define como la proporción entre la altura de ventana y a . Por último, el coeficiente $c3$ también es un factor no dimensional que caracteriza la profundidad del núcleo y se define como la relación entre la profundidad del núcleo y a . Estos cuatro parámetros caracterizan completamente la geometría del núcleo por lo que cualquier característica de éste se puede definir en función de ellos.

Es interesante reflexionar ahora sobre el significado de estos parámetros. Parece evidente que el factor dimensional define el tamaño del núcleo y los coeficientes de forma definen sus proporciones. Por el contrario, no resultan tan evidentes las posibilidades que ofrece este análisis en el proceso de diseño. Cada uno de los coeficientes de forma permite analizar de forma individual el impacto que tienen en el diseño cada una de las proporciones del núcleo. Además, si se mantienen los coeficientes de forma constantes, al modificar el factor dimensional solo se modifica el tamaño del núcleo, permitiendo realizar un análisis en el que las proporciones del núcleo son constantes y denominado homotético por *Forest et al.* en [FOR 07].

Las dimensiones características de los núcleos representadas en la Fig. 3.7 se han empleado tradicionalmente para incluir la geometría de los núcleos en el proceso de diseño. La

geometría de un núcleo queda caracterizada en el proceso de diseño por cinco dimensiones características: la longitud media de vuelta MLT_c de un devanado que ocupa completamente el área de ventana, el volumen equivalente V_e del transformador aproximado por el volumen del menor cubo que incluye al núcleo magnético y a los devanados, el área A_c de la sección transversal del núcleo, el área de la ventana A_w , y el volumen del núcleo V_c . El volumen equivalente es la única característica que depende de la forma y el lugar en el que los devanados son bobinados.

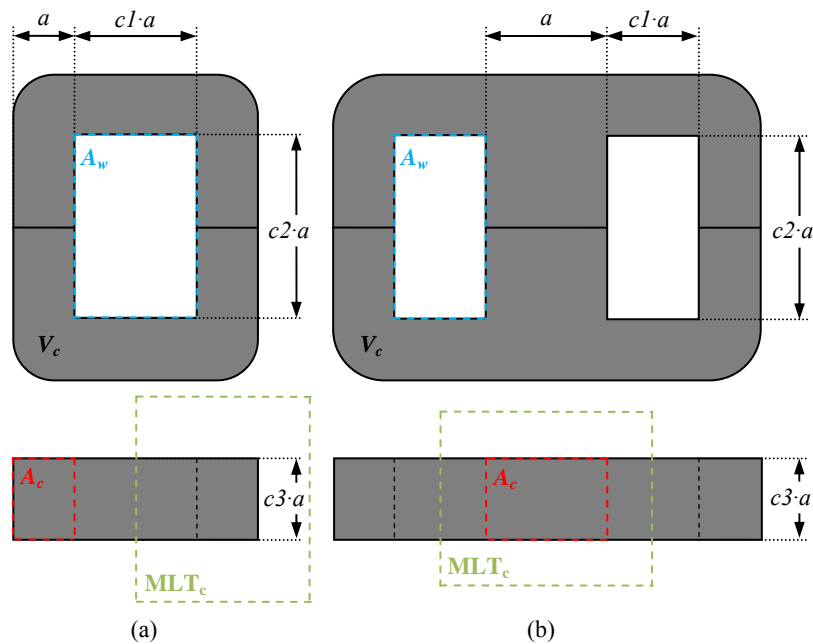


Fig. 3.7. Alzado y planta de los núcleos magnéticos de potencia (a) doble U y (b) doble E, en los que se define el factor dimensional a , los coeficientes de forma $c1$, $c2$, y $c3$, y sus dimensiones características.

Dimensiones características	Doble U sobre una pierna	Doble E acorazado	Fórmula genérica
MLT_c	$2 \cdot (2c1 + c3 + 1) \cdot a$	$2 \cdot (2c1 + c3 + 1) \cdot a$	$ml \cdot a$
V_e	$2 \cdot (c1 + 1) \cdot (c2 + 2) \cdot (c3 + c1) \cdot a^3$	$2 \cdot (c1 + 1) \cdot (c2 + 1) \cdot (c3 + 2 \cdot c1) \cdot a^3$	$v_e \cdot a^3$
A_c	$c3 \cdot a^2$	$c3 \cdot a^2$	$a_c \cdot a^2$
A_w	$c1 \cdot c2 \cdot a^2$	$c1 \cdot c2 \cdot a^2$	$a_w \cdot a^2$
V_c	$2c3(c1 + c2 + 2)a^3$	$2c3(c1 + c2 + 5/4)a^3$	$v_c \cdot a^3$

Tabla 3.3. Dimensiones características de los núcleos doble E y doble U en función del factor dimensional y los coeficientes de forma.

En esta tesis, las dimensiones características de los distintos núcleos magnéticos se expresan en función del factor dimensional y de los coeficientes de forma. Estas relaciones se muestran en la tabla 3.3. Se distingue entre el núcleo doble U sobre una pierna, en el que los devanados se bobinan alrededor de una única pierna para facilitar el intercalado, y el núcleo doble E, que recibe el nombre de acorazado cuando los devanados se bobinan sobre la pierna central. Únicamente se han considerado estas configuraciones de devanados por ser las más habituales y adecuadas para realizar el intercalado de los devanados. En cualquier caso, las dimensiones características de cualquier transformador en el que los devanados hayan sido bobinados de cualquier forma pueden describirse utilizando el factor dimensional y los coeficientes de forma. Por último, en la cuarta columna de la tabla 3.3 se definen los coeficientes característicos ml_c , v_e , a_c , a_w , v_c . Estos coeficientes únicamente dependen de los coeficientes de forma y se utilizan junto al factor dimensional para facilitar el uso de las nuevas expresiones de las dimensiones características en el proceso de diseño.

3.5.2 Reformulación del cálculo de pérdidas magnéticas

Particularizando la expresión (3.7) para una inducción magnética con una forma de onda genérica, e incluyendo la expresión del volumen del núcleo en su forma genérica, como se indica en la tabla 3.3, las pérdidas totales en el núcleo magnético P_C se pueden expresar como:

$$P_C = K_1 \cdot a^3 \cdot B_p^y \quad (3.9)$$

donde el coeficiente K_1 es:

$$K_1 = 1000 \cdot k_{mag} \cdot C_m \cdot f^x \cdot v_c \cdot (c_{T2} \cdot \tau^2 - c_{T1} \cdot \tau + c_{T0}) \quad (3.10)$$

donde k_{mag} es igual al cociente entre las pérdidas para una inducción magnética trapezoidal y las debidas a una inducción magnética senoidal cuando se tiene la misma amplitud de inducción magnética. Si se considera una forma de onda de tensión como la mostrada en la Fig. 3.8, y se introduce en la expresión (3.9) el valor de la inducción magnética pico B_{sq} igual al obtenido si se considera una tensión cuadrada sin periodos nulos, el coeficiente k_{mag} se puede expresar en función de la duración del periodo de cero tensión e inducción constante θ (en radianes) y de su duración en segundos T_θ , de la siguiente forma [VIL 09]:

$$k_{mag} = \left(\frac{8}{\pi^2}\right)^{x-1} \cdot \left(1 - \frac{\theta}{\pi}\right)^{y-x-1} = \left(\frac{8}{\pi^2}\right)^{x-1} \cdot \left(1 - \frac{2\pi \cdot f \cdot T_\theta}{\pi}\right)^{y-x-1} \quad (3.11)$$

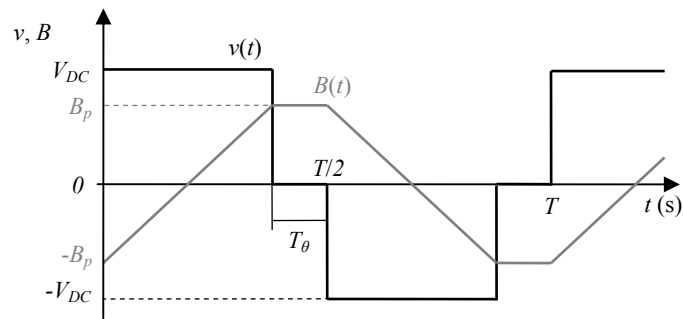


Fig. 3.8. Forma de onda de tensión rectangular con periodos de valor cero (negro) y duración T_θ , y la forma de onda de inducción trapezoidal asociada (gris).

Capítulo 4

Modelado de los Devanados

4.1 Introducción

Como punto de partida, en este capítulo se presentan los fenómenos de alta frecuencia en los devanados y se realiza un extenso estado del arte de los métodos existentes para reducir el incremento que producen estos fenómenos en las pérdidas en los devanados.

En primer lugar, se presentan las tres geometrías de cable utilizadas en aplicaciones de alta frecuencia y se estudia la influencia de su geometría en las pérdidas de potencia en los devanados. En concreto, se estudian los cables de litz y los conductores de pletina por ser los dos tipos de cable más empleados en aplicaciones de potencia y alta frecuencia. También se consideran los cables sólidos circulares o *magnet wires* debido a que son ampliamente empleados en aplicaciones de alta frecuencia y baja potencia. A continuación, se revisan los modelos específicos para el cálculo de pérdidas en una sección de devanado de cada uno de estos tipos de cable. Para facilitar su utilización en la metodología de diseño se aproximan las fórmulas complejas para el cálculo de pérdidas por unas más manejables que mantienen una precisión elevada en sus rangos de utilización.

En segundo lugar, se presenta la técnica de intercalado de los devanados, adecuada para reducir el incremento de las pérdidas producido por el efecto de proximidad. Esta técnica es fácil de implementar cuando se tienen devanados de cable de litz y de cable sólido circular. Sin embargo, su implementación está limitada para los devanados de conductor de pletina a causa de su complejidad constructiva. En este trabajo se propone una nueva técnica de intercalado de devanados de pletina, denominada máximo intercalado o *maximum interleaving*, que permite el intercalado completo de los devanados con la mínima complejidad constructiva, reduciendo, por tanto, al mínimo el efecto de proximidad.

Por último, en este capítulo se proponen modelos para el cálculo de pérdidas totales en el cobre en un transformador de dos devanados, tanto para devanados completamente

intercalados como para devanados no intercalados requeridos en determinadas aplicaciones. Estos modelos se proponen para las tres geometrías de cable y su particularidad consiste en que presentan un cálculo de las pérdidas totales en los devanados compacto y fácilmente utilizable en el análisis del problema de diseño. Para la obtención de estas fórmulas compactas se realiza un proceso de modelado de las características de los cables para cada una de las geometrías de alta frecuencia. En este proceso se minimizan el número de variables presentes gracias a la introducción de la parametrización del núcleo realizada en el capítulo 3.

4.2 Efectos de Alta Frecuencia en los Devanados

Cuando se trabaja a altas frecuencias, los fenómenos que causan una distribución no homogénea de la densidad de corriente se intensifican. En los transformadores, estos fenómenos, efectos pelicular y de proximidad, pueden dar lugar a un aumento de las pérdidas en los devanados. Ambos efectos conducen a la reducción del área efectiva de conducción y a un aumento de la amplitud de la densidad de corriente. Por lo tanto, es necesario entender en profundidad estos fenómenos y las pérdidas de potencia asociadas para poder realizar un dimensionado correcto de los devanados. En este apartado, se realiza dicho análisis asumiendo que todas las variables eléctricas y magnéticas son funciones senoidales en el tiempo. A partir del análisis, se muestra cómo calcular las pérdidas cuando se tienen corrientes no senoidales.

4.2.1 Efecto pelicular

El efecto pelicular se produce en los conductores por los que circula una corriente alterna. De acuerdo con la ley de Ampère, la corriente alterna produce un campo magnético variable H tanto en el exterior como en el interior del conductor de la forma indicada en la Fig. 4.1(a). En la Fig. 4.1(b) se representa la variación del flujo B asociado a este campo magnético variable, así como las corrientes parásitas inducidas en el propio conductor que tienden a oponerse a dicha variación según la ley de Lenz. El resultado es que, debido al efecto pelicular, la corriente tiende a circular por la zona exterior del conductor y cercana a la superficie.

El primer paso para cuantificar la pérdida de energía en un conductor debido a la circulación de una corriente alterna por él es obtener la expresión de la distribución de corriente en todo su volumen. Dada que la importancia que la comprensión del fenómeno del efecto pelicular tiene para el dimensionado de los devanados, a continuación se presenta brevemente el desarrollo matemático que permite obtener la expresión matemática para la densidad de corriente en el interior del conductor. Para ello, se sigue el desarrollo realizado por *Lammeraner* et al. en [LAM 66-cap.6]. En primer lugar, se debe modelar el problema físico bajo estudio de la forma más adecuada y simple posible. Considerando que la longitud del cable es muy superior a su diámetro, se pueden despreciar los efectos de borde en el

principio y final y, utilizando coordenadas cilíndricas, asumir que la densidad de corriente solo tiene una componente axial y el campo magnético una angular (Fig. 4.1(b)). Considerando además que la permeabilidad y conductividad son constantes en todo el volumen del conductor, el problema pasa de tener 3 a 2 dimensiones, permitiendo que solo sea necesario obtener la amplitud de la densidad de corriente en el plano xy , es decir, en la sección transversal del conductor.

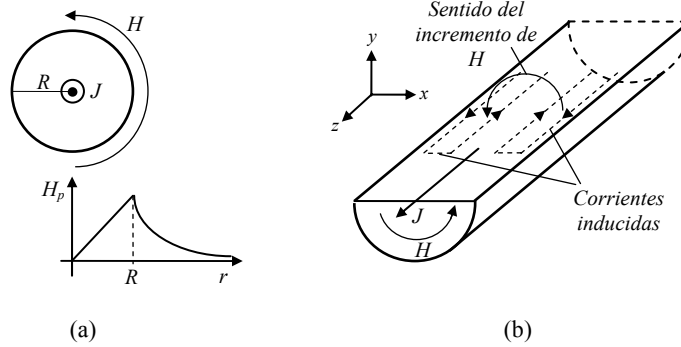


Fig. 4.1. (a) Sección transversal de un conductor de radio R por el que circula una densidad de corriente J uniformemente distribuida y amplitud de su campo magnético asociado H_p en función de la distancia al centro del conductor r . (b) Corrientes inducidas a lo largo de una sección longitudinal del conductor.

Partiendo de la aproximación *magneto-cuasiestacionaria* de las leyes de Maxwell, expresadas en coordenadas cilíndricas para una corriente senoidal de amplitud I_p y frecuencia f_i , y considerando el problema físico simplificado expresado en el párrafo anterior, en el que se tiene simetría cilíndrica ($\partial/\partial\phi=0$), se obtiene la siguiente *ecuación diferencial de Bessel* que relaciona la amplitud de la densidad de corriente J_s (formada únicamente por su componente en el eje z) y la coordenada radial r (distancia al centro del conductor):

$$r^2 \cdot \frac{d^2 \vec{J}_s}{dr^2} + \frac{d \vec{J}_s}{dr} + i^3 \cdot k^2 \cdot r^2 \cdot \vec{J}_s = 0 \tag{4.1}$$

donde $k^2 = 2 \cdot \pi \cdot f_i \cdot \sigma \cdot \mu$ e i es el número imaginario. Resolviendo la ecuación anterior dentro del área circular del conductor ($0 \leq r \leq R$) e igualando la amplitud de la corriente a la integral de la densidad de corriente en dicha área, se obtiene la siguiente expresión para la densidad de corriente debida al efecto pelicular J_s :

$$\vec{J}_s = I_p \cdot \frac{i^{\frac{3}{2}} \cdot k}{2 \cdot \pi \cdot R} \cdot \frac{\mathfrak{I}_0 \left(i^{\frac{3}{2}} \cdot k \cdot r \right)}{\mathfrak{I}_1 \left(i^{\frac{3}{2}} \cdot k \cdot R \right)} \vec{z} \tag{4.2}$$

donde \mathfrak{I}_0 y \mathfrak{I}_1 son las *funciones modificadas de Bessel* de primera especie y orden cero y uno, respectivamente. Estas funciones se pueden expresar en función de las *funciones de Kelvin* por medio de (4.3) con el objetivo de separar las partes real e imaginaria.

$$\mathfrak{I}_n\left(i^{\frac{3}{2}} \cdot x\right) = ber_n(x) + i \cdot bei_n(x) \quad (4.3)$$

Una vez revisados los fundamentos teóricos, es conveniente realizar una interpretación práctica del efecto pelicular. Con el objetivo de asimilar el significado de (4.2), y con la ayuda del software de cálculo MATLAB, en la Fig. 4.2 se representa gráficamente el valor que toma la densidad de corriente normalizada en función de la distancia al centro del conductor para un rango de frecuencias que va de 50 Hz a 100 kHz. La figura se ha realizado para un conductor circular de cobre de radio 1.5 mm, por el que circula una corriente neta de 46 A. En este caso, si se considera que la corriente es continua se tiene una densidad de corriente uniformemente distribuida en el área del conductor con una amplitud de 6.5 A/mm^2 . La densidad de corriente normalizada $|J_{norm}|$ se define aquí como el cociente entre la amplitud de J_s y J_{DC} (6.5 A/mm^2). De esta forma, es fácil apreciar el número de veces que se incrementa la amplitud de la densidad de corriente para cada frecuencia y su evolución en función de la coordenada radial r . Para el radio considerado, a 50 Hz la amplitud de la densidad de corriente es prácticamente constante y con el mismo valor que para el caso dc ($|J_{norm}|=1$). Conforme aumenta la frecuencia, la densidad de corriente tiende a circular por el exterior del conductor con una distribución menos homogénea y alcanzando valores de amplitud muy superiores a los del caso dc, llegando prácticamente a quintuplicar J_{DC} a 100 kHz ($|J_{norm}| \approx 5$).

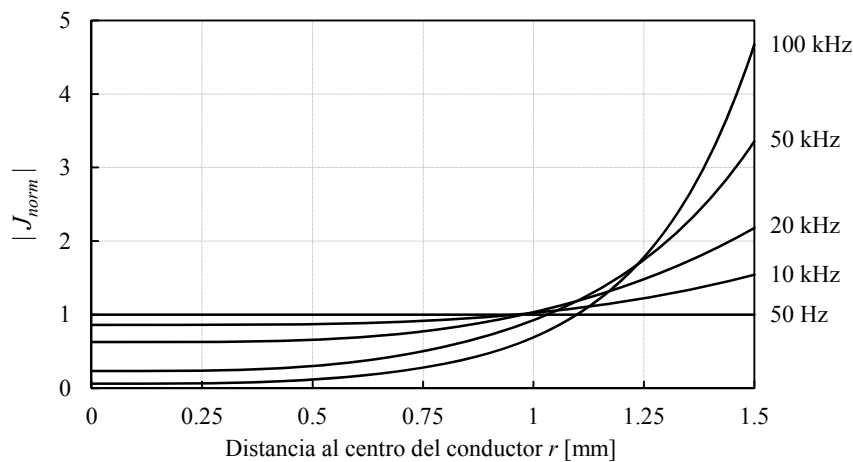


Fig. 4.2. Distribución de la densidad de corriente normalizada.

Si se analiza (4.2), se aprecia que la constante k aparece repetidas veces, y con ella la raíz cuadrada del producto de la frecuencia, la permeabilidad y la conductividad. Esta constante

está estrechamente relacionada con una magnitud que ha sido adoptada en la ingeniería eléctrica para representar el efecto pelicular por su utilidad y significado. Esta magnitud recibe el nombre de profundidad pelicular δ y tiene la expresión indicada en (4.4), donde se asume que la permeabilidad relativa del conductor es 1, μ_0 es la constante magnética, σ es la conductividad del material y f_i es la frecuencia de la corriente. De forma análoga a la magnitud definida en el capítulo 3 como profundidad pelicular magnética para el núcleo magnético, la profundidad pelicular en un conductor eléctrico se define como la distancia desde la superficie del conductor hasta donde la densidad de corriente vale $1/e$ veces su valor máximo.

$$\delta = \frac{\sqrt{2}}{k} = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot f_i \cdot \sigma \cdot \mu_0}} \quad (4.4)$$

La interpretación tradicional del efecto pelicular es la siguiente. Si se tiene un conductor con un radio significativamente mayor a la profundidad pelicular, se puede asumir que toda la densidad de corriente circula por una lámina fina de profundidad δ por el exterior del conductor. Siendo el valor medio de esta densidad de corriente $\sqrt{2}$ veces inferior al valor máximo de la densidad de corriente que se da en la superficie del conductor. De esta forma, el área de conducción efectiva es muy inferior al área del conductor, por lo que la resistencia efectiva del conductor será muy superior a su resistencia dc. En consecuencia, se tienen unas pérdidas reales en el conductor muy superiores a las que cabría esperar a partir de un análisis en continua dc. Por el contrario, si se tiene un radio inferior a δ , el incremento de pérdidas debido al efecto pelicular se puede despreciar.

4.2.2 Efecto de proximidad

El efecto de proximidad es el fenómeno por el cual un conductor por el que circula una corriente alterna induce corrientes parásitas en los conductores adyacentes aunque éstos se encuentren en circuito abierto. En la Fig. 4.3(a), se muestra este fenómeno para el caso de dos conductores circulares próximos. El efecto de proximidad responde al mismo principio que el efecto pelicular, salvo que en este caso, el origen del campo magnético variable no es la corriente del propio conductor sino una fuente externa.

Este fenómeno adquiere especial importancia cuando un conductor con un radio lo suficientemente grande con respecto a la profundidad pelicular se dispone formando un devanado distribuido en forma de capas como el de la Fig. 4.3(b). Este caso se puede analizar de forma esquemática y simplificada aunque no rigurosamente correcta desde el punto de vista técnico, como se indicada en la Fig. 4.3(b) [MOH 03-cap.3]. Su interpretación intuitiva es la siguiente: por un devanado por el que circula una corriente neta de amplitud I_p , la amplitud de la densidad de corriente se va multiplicando a medida que aumenta el número de capas. La corriente que circula por la capa 1 induce corrientes en la capa 2 que tratan de compensar la variación del campo magnético generado por la primera. Estas corrientes, sumadas a la

corriente neta que debe circular por el devanado, generan un campo magnético en la capa 3 del doble de intensidad que el anterior. La consecuencia es que, para conducir una corriente neta, la densidad de corriente por el devanado puede llegar a ser muy superior a la densidad de corriente correspondiente al análisis en dc, dando lugar a un gran aumento de las pérdidas en los devanados. Por ello, el efecto de proximidad debe tenerse en cuenta en el dimensionado de los devanados en los dispositivos magnéticos en los que se amontonan conductores que conducen corrientes en un mismo sentido, como son las inductancias y pueden ser los transformadores.

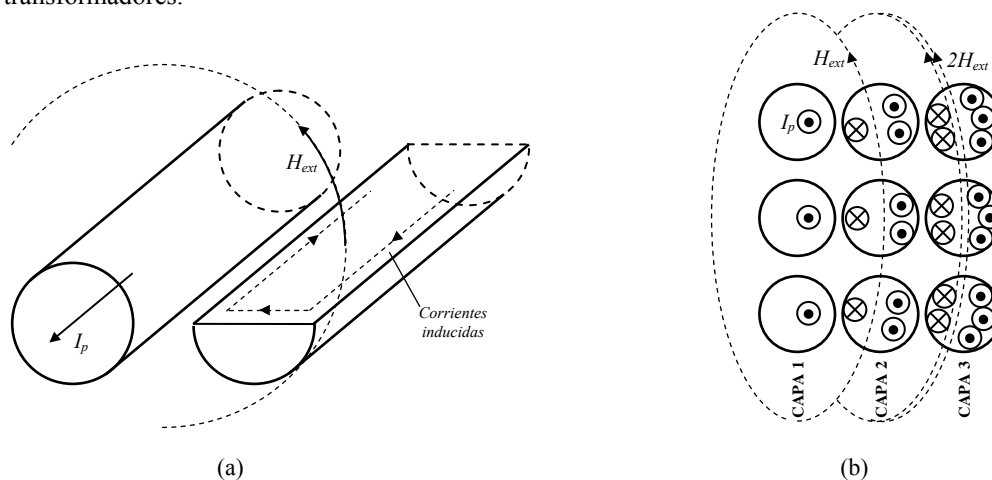


Fig. 4.3. (a) Efecto de proximidad en un conductor cercano a otro con una corriente I . (b) Esquema simplificado del efecto de proximidad en un devanado distribuido en capas con $r > \delta$ y corriente I .

Una vez entendido el efecto de proximidad, se procede a la obtención de la expresión para una densidad de corriente a lo largo del área transversal de un conductor sometido a un campo transversal, como un primer paso hacia el cálculo de las pérdidas de proximidad. Al igual que en el apartado anterior, en primer lugar se debe modelar de la forma más adecuada y sencilla posible el problema bajo estudio. En los transformadores, y también en las inductancias, los devanados se distribuyen formando capas abrazadas por un material magnético cuya permeabilidad es muy superior a la del aire. En estos casos, se puede considerar que el campo magnético aplicado a cada capa es unidireccional y paralelo a las capas (una única componente vertical). Además, para facilitar el análisis, como se indica en la Fig. 4.4, se considera un campo externo de amplitud H_p uniforme en todo el volumen del conductor.

Siguiendo el desarrollo realizado en [LAM 66-cap.7], a partir de las ecuaciones de Maxwell particularizadas para las características del problema mostrado en la Fig. 4.4, se obtiene una densidad de corriente debido al efecto de proximidad J_p formada únicamente por su componente axial (en el eje z) y cuya distribución cambia en función de las coordenadas radial r y angular φ . Cuando se tiene un conductor no ferromagnético, por ejemplo Cu o Al , rodeado de aire, o de un material no magnético, se puede considerar que la permeabilidad del

conductor es igual a la del espacio que lo rodea e igual a μ_0 . En este caso, la expresión presentada en [LAM 66-cap.7] se puede simplificar hasta obtener la siguiente expresión de J_p :

$$\vec{J}_p = 2 \cdot H_p \cdot i^{\frac{3}{2}} \cdot k \cdot \frac{\mathfrak{S}_1\left(i^{\frac{3}{2}} \cdot k \cdot r\right)}{\mathfrak{S}_0\left(i^{\frac{3}{2}} \cdot k \cdot R\right)} \cdot \sin\left(\varphi + \frac{\pi}{2}\right) \vec{z} \quad (4.5)$$

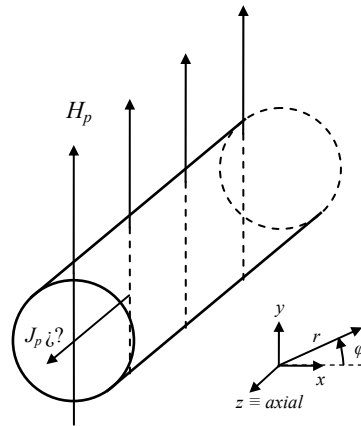


Fig. 4.4. Conductor cilíndrico sometido a un campo magnético externo uniforme en todo su volumen.

Con el objetivo de asimilar el significado de (4.5) y con la ayuda de MATLAB, en la Fig. 4.5 se representa gráficamente el valor que toma la amplitud de la densidad de corriente en función de la distancia al centro del conductor cuando se recorre el diámetro del conductor de forma horizontal (a la izquierda del centro se tiene $\varphi=\pi$ y a la derecha $\varphi=0$).

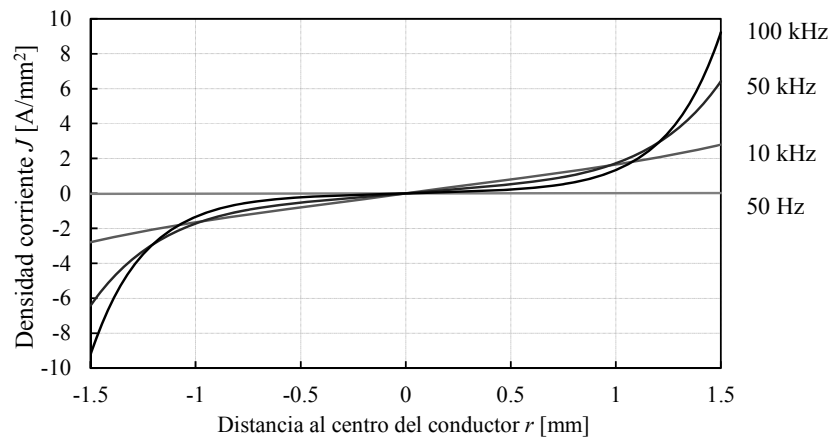


Fig. 4.5. Distribución de la densidad de corriente a lo largo del diámetro horizontal de un conductor de radio 1.5 mm sometido a un campo externo de amplitud 800 A/m a diferentes frecuencias.

La figura se ha realizado para un conductor circular de cobre con radio 1.5 mm sometido a un campo magnético externo uniforme de amplitud 800 A/m. Esta amplitud de campo corresponde a la generada por una corriente de 4 A a 5 mm de distancia (si se considera la corriente concentrada en un solo punto). En la Fig. 4.5 se aprecia fácilmente cómo para 50 Hz el efecto de proximidad es prácticamente inapreciable dado que el radio del conductor es muy inferior a δ , mientras que conforme aumenta la frecuencia del campo la densidad de corriente alcanza valores más altos y una distribución cada vez menos homogénea. En el caso representado, se llegan a obtener más de 9 A/mm² para la máxima frecuencia.

4.2.3 Ortogonalidad y principio de superposición

En los dos apartados anteriores se han estudiado los efectos pelicular y de proximidad por separado. Sin embargo, los dos se producen de forma simultánea en un conductor y ambos contribuyen a la pérdida de potencia en éste. Para calcular las pérdidas totales en un conductor se debe conocer la densidad de corriente total. Dado que los fenómenos de alta frecuencia estudiados son lineales, el principio de superposición se puede aplicar a los distintos campos magnéticos [BOS 05-ch.5] y la densidad de corriente total J_T se puede expresar como la suma de las densidades de corriente debidas al efecto pelicular J_s y al de proximidad J_p , calculadas de forma individual. Las pérdidas por unidad de longitud P_{Cu} en un conductor son por definición:

$$P_{Cu} = \frac{1}{T \cdot \sigma} \int_0^T \int_A |J_T(x, y, t)|^2 dt dA \quad (4.6)$$

donde T es el periodo de la forma de onda de J_T y A es el área transversal del conductor. Para una forma de onda senoidal la ecuación anterior queda:

$$P_{Cu} = \frac{1}{2\sigma} \int_A J_T \cdot J_T^* dA. \quad (4.7)$$

Si se tiene una densidad de corriente no senoidal basta con calcular su desarrollo en series de Fourier y, gracias a la ortogonalidad de las funciones coseno, las pérdidas se pueden calcular como la suma de las pérdidas individuales de cada armónico j [HUR 00]:

$$P_{Cu} = \frac{1}{2\sigma} \sum_{j=0}^{\infty} \int_A J_{T,j} \cdot J_{T,j}^* dA. \quad (4.8)$$

Incluyendo ahora la descomposición de la densidad de corriente total en la suma de la debida al efecto pelicular y la debida al efecto de proximidad, la expresión anterior queda:

$$P_{Cu} = \frac{1}{2\sigma} \sum_{j=0}^{\infty} \int_A (J_{s,j} + J_{p,j}) \cdot (J_{s,j}^* + J_{p,j}^*) dA. \quad (4.9)$$

La resolución de la integral anterior no es sencilla dado que existen términos cruzados. Si el conductor tiene un eje de simetría y el campo magnético exterior es uniforme y paralelo a dicho eje de simetría (como es el caso del eje vertical del conductor circular estudiado en los apartados anteriores), se tiene que la densidad de corriente debida al efecto pelicular tiene una simetría par mientras que la densidad de corriente debida al efecto de proximidad tiene una simetría impar. En otras palabras, las densidades de corriente son funciones ortogonales en el espacio [FER 94]. Por ello, los productos cruzados de la integral (4.9) desaparecen y las pérdidas en el conductor se pueden calcular como:

$$P_{Cu} = \frac{1}{2\sigma} \sum_{j=0}^{\infty} \left(\int_A J_{s,j} \cdot J_{s,j}^* dA + \int_A J_{p,j} \cdot J_{p,j}^* dA \right) = \sum_{j=0}^{\infty} (P_{S,j} + P_{P,j}) \quad (4.10)$$

donde $P_{S,j}$ son las pérdidas debidas al efecto pelicular y $P_{P,j}$ son las pérdidas debidas al efecto de proximidad, ambas para el armónico j . Las pérdidas debidas a la conducción de corriente alterna $P_{S,j}$ se expresan normalmente en función de las pérdidas de continua de la siguiente forma:

$$P_{S,j} = F_{S,j} \cdot R_{dc} \cdot I_{rms,j}^2 \quad (4.11)$$

donde $F_{S,j}$ es un factor que cuantifica el incremento de pérdidas debido al efecto pelicular, $I_{rms,j}$ es el valor eficaz del armónico j de la corriente, y R_{dc} es la resistencia del conductor por unidad de longitud con la siguiente expresión:

$$R_{dc} = \frac{1}{\sigma \cdot \pi \cdot R^2} \quad (4.12)$$

De forma análoga, las pérdidas debidas a la presencia de un campo externo uniforme $P_{P,j}$ se expresan tradicionalmente como:

$$P_{P,j} = F_{P,j} \cdot R_{dc} \cdot H_{p,j}^2 \quad (4.13)$$

donde $F_{P,j}$ es un factor que cuantifica el incremento de pérdidas debido al efecto de proximidad y $H_{p,j}$ es la amplitud del armónico n del campo externo aplicado.

4.3 Geometría de los Cables de Alta Frecuencia

Los efectos de alta frecuencia reducen el área de conducción efectiva de los cables dado que, como se ha visto en los apartados anteriores, no es posible aumentar el área de conducción por medio de un mayor aporte de material (aumentando el radio del cable). Por ello, en aplicaciones de alta frecuencia, se utilizan dos cables especiales: cables de litz y conductores de pletina. El objetivo fundamental de estos cables es maximizar el área efectiva de conducción buscando un compromiso entre la reducción de las corrientes parásitas y el aumento de la resistencia dc. Todo esto se consigue por medio de geometrías especiales que

permiten obtener bajas pérdidas, pero que tienen un precio elevado debido a su proceso de fabricación y a su baja demanda.

4.3.1 Cables de litz

Litzendraht o cables de litz son conductores formados por uno o varios haces de hilos de pequeño radio aislados y conectados en paralelo entre sí al principio y al final del conductor. Como se muestra en la Fig. 4.6, el conductor está formado por un gran número de hilos N_0 de pequeño radio r_0 .

Si analizamos un hilo genérico de forma individual, se tiene un radio de hilo del orden de o inferior a la profundidad pelicular. Es decir, al dividir el cable en hilos muy finos se reduce al mínimo el efecto pelicular en cada hilo. Sin embargo, las corrientes que conducen el resto de hilos del conductor crean un campo magnético variable que afecta a cada uno de los hilos. Este fenómeno recibe el nombre de efecto de proximidad *interno*. Como se ha explicado en el apartado anterior, a este fenómeno se debe sumar el efecto de proximidad *externo* debido a la presencia de un campo externo generado por el resto de conductores que forman el devanado. Si los hilos del cable se colocan de forma paralela entre sí, a efectos prácticos, de cara a los efectos de proximidad, se tiene un conductor sólido circular. De la misma manera que para el conductor sólido, se inducirán corrientes que aumentarán las pérdidas en el conductor. Para evitar la circulación de estas corrientes, cada hilo se transpone de forma radial y azimutal (en la coordenada angular) a lo largo de la longitud del cable de la forma indicada en la Fig. 4.6(a). Como se indica en la Fig. 4.6(b) de forma esquemática, por medio de este trenzado se consigue que las tensiones inducidas por la variación del campo externo se compensen y no se induzcan corrientes parásitas.

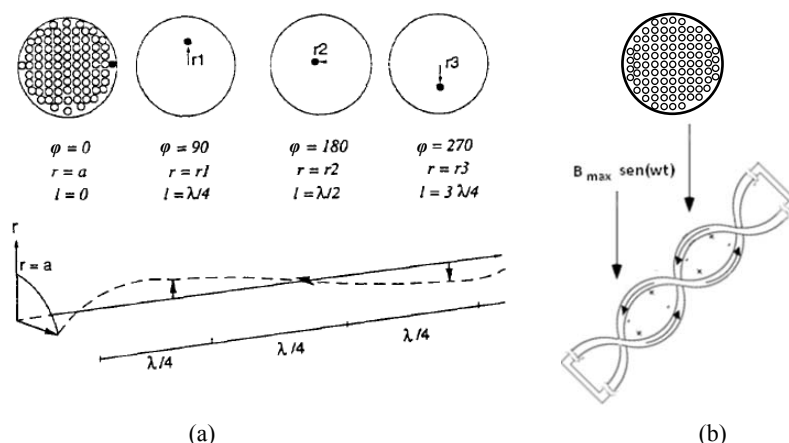


Fig. 4.6. (a) Representación de la posición que ocupa a lo largo de la longitud del cable de litz un hilo con transposición radial y azimutal [LOT 93]. (b) Sección transversal de un cable de litz y esquema

simplificado del fenómeno de compensación de las corrientes inducidas por un campo externo variable debido al trenzado [MOH 03-cap.3].

Si el trenzado se realiza de forma perfecta, todos los hilos presentan la misma resistencia y la corriente se reparte a partes iguales entre todos ellos, de modo que cada uno conduce una corriente con amplitud igual a I_p/N_0 . A diferencia de los conductores sólidos circulares, los cables de litz permiten un aumento del área de conducción real indefinido. En la Fig. 4.7 se resumen de forma esquemática los tres efectos de alta frecuencia presentes en un cable de litz explicados en el párrafo anterior. Como se mostrará en el apartado 4.4, el análisis de la distribución de la densidad de corriente se puede realizar basándose en el del conductor sólido circular, pero particularizando los cálculos para cada hilo en lugar de aplicarlo de forma directa al conductor entero.

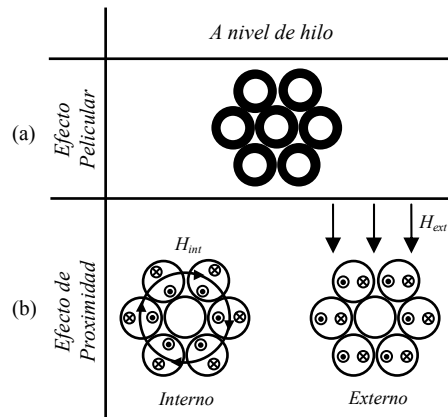


Fig. 4.7. Efectos de alta frecuencia en un cable de Litz: (a) Efecto pelicular. (b) Esquema de las corrientes inducidas en los hilos debido a los efectos de proximidad interno y externo. [SUL 99]

4.3.2 Conductores de pletina

Los conductores de pletina están formados por un material conductor con forma rectangular cuyo espesor h es despreciable con respecto a su anchura b ($b \gg h$). En la Fig. 4.8 se muestra un conductor de pletina genérico que, como se puede ver, es similar al papel de plata que se encuentra en cualquier cocina.

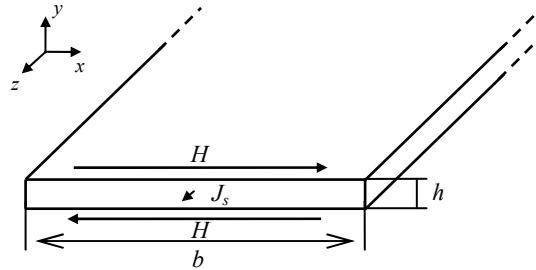


Fig. 4.8. Esquema del efecto pelicular debido a la conducción de corriente en una pletina.

El objetivo de esta geometría es limitar el espacio en el que se inducen corrientes debidas a los efectos de alta frecuencia. Por esta razón, se minimiza la dimensión perpendicular a los campos magnéticos que dan lugar a los efectos pelicular y de proximidad. A su vez, se trata de maximizar el área total del conductor maximizando la dimensión del cable en la que las corrientes parásitas inducidas son mínimas. Dado que la geometría del conductor ha cambiado, los cálculos realizados en el apartado 4.2 no son directamente aplicables a los conductores de pletina. A partir de las ecuaciones de Maxwell particularizadas para el estudio del efecto pelicular en una pletina mostrado en la Fig. 4.8, y por medio del desarrollo indicado en [LAM 66-cap.2], se llega a la siguiente expresión para la densidad de corriente J_s , cuya única componente se encuentra en eje z :

$$\vec{J}_s = \frac{I_p \cdot \alpha}{2 \cdot b} \cdot \frac{\cosh(\alpha \cdot x)}{\sinh(\alpha \cdot h/2)} \vec{z} \quad (4.14)$$

donde I_p es la amplitud de la corriente que circula por la pletina, x es la posición en el eje x y α tiene el siguiente valor complejo:

$$\alpha = \frac{1+i}{\delta} \quad (4.15)$$

Considérese ahora el problema físico mostrado en la Fig. 4.9, en el que una pletina es sometida a un campo exterior variable de amplitud H_{ext} , uniforme en el área del conductor y perfectamente paralelo a su principal dimensión (una única componente en el eje x). Siguiendo el desarrollo realizado en [LAM 66-cap.2], a partir de las ecuaciones de Maxwell se obtiene la expresión (4.16) para la densidad de corriente J_p , cuya única componente se encuentra en el eje z . Finalmente, hay que señalar que el principio de superposición explicado en el apartado 4.2.3 también es aplicable al conductor de pletina bajo las condiciones estudiadas.

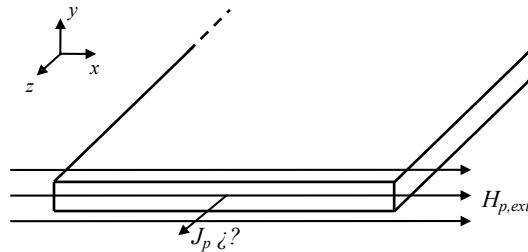


Fig. 4.9. Esquema del efecto de proximidad en una pletina sometida a un campo magnético externo.

$$\vec{J}_p = H_{p,ext} \cdot \frac{\alpha \cdot \sinh(\alpha \cdot x)}{\cosh(\alpha \cdot h/2)} \vec{z} \quad (4.16)$$

4.3.3 Comparativa entre las distintas geometrías

Al igual que en los materiales magnéticos suaves, no existe un tipo de conductor eléctrico con todas sus características superiores al resto. Por ello, llegados a este punto, es interesante realizar una comparativa genérica de las características de las distintas geometrías de cara a su aplicación en transformadores de alta frecuencia. Los indicadores más interesantes son los siguientes:

- *Factor de llenado β* . El área disponible para acomodar el devanado en el núcleo magnético es limitada. El cociente entre el área total de cobre y el área de la ventana del núcleo A_w , o factor de llenado β , es importante en el diseño de transformadores dado que da una noción del área de cobre disponible para conducir una corriente y en consecuencia de la resistencia dc del devanado. Cuando se emplean conductores de pletina se llegan a conseguir factores de llenado de hasta 0.7 [MOH 03-cap.3]. Sin embargo, cuando se emplean cables de litz el factor de llenado máximo se reduce a 0.35 [MOH 03-cap.3]. Los conductores sólidos circulares tienen un factor de llenado intermedio. Hay que tener en cuenta que la relación entre el área de cobre y las pérdidas no es directa debido a los efectos de alta frecuencia descritos anteriormente.
- *Compensación de los efectos de alta frecuencia*. Si se dimensionan correctamente, tanto los conductores de pletina como los cables litz permiten que el incremento de pérdidas debido a los efectos de alta frecuencia sea mínimo. Sin embargo, los conductores de pletina presentan una dimensión en la que las corrientes se pueden inducir fácilmente (eje x en la Fig. 4.9). Por ello, se ven más afectados por el efecto borde en sus extremos y por cualquier efecto que dé un carácter bidimensional al campo magnético en la ventana del transformador (por ejemplo un entrehierro en el núcleo magnético). Los conductores sólidos circulares no pueden compensar los efectos de alta frecuencia, pero son utilizados en aplicaciones de baja corriente en las que las pérdidas en los devanados no son altas.

- *El precio.* El coste del conductor en sí es muy bajo para los conductores sólidos circulares y bajo para los de pletina. El cable de litz tiene un coste muy superior a los otros conductores debido a su complicado proceso de fabricación. Cuando se analiza el coste también se deben incluir otros factores como puede ser el proceso de bobinado que encarece el coste final del transformador. El bobinado de las pletinas es algo más costoso que el de los cables circulares.
- *Capacidades parásitas.* La utilización de una u otra geometría también influye en el comportamiento del transformador desde el punto de vista eléctrico. Como se verá en el capítulo 6, la geometría del conductor influye en el valor de las capacidades parásitas.

4.4 Cálculo de Pérdidas en los Devanados

4.4.1 Introducción

Una vez caracterizado cada uno de los efectos de alta frecuencia en los distintos conductores, es conveniente, desde el punto de vista del diseño de dispositivos inductivos, conocer y obtener una expresión manejable de las pérdidas totales en una sección de devanado. Basándose en lo estudiado hasta ahora, puede pensarse que para calcular las pérdidas en un devanado basta con calcular la integral (4.10). Sin embargo, en los elementos inductivos, el campo magnético externo es generado por el propio conductor debido a que éste es arrollado alrededor de un material magnético formando devanados.

En la Fig. 4.10(a) se muestra una sección transversal de la ventana de un elemento inductivo en la que se ve el material magnético rodeando a las m capas de un devanado por el que circula una corriente de amplitud I_p . A su vez, cada una de estas capas está formada por un número de vueltas b . En consecuencia, cada capa está expuesta a un campo magnético de diferente amplitud H_p . Considerando un material magnético ideal con una permeabilidad infinita, la amplitud del campo magnético es igual a la amplitud de la f_{mm} dividida entre la altura de la ventana b_w . La distribución de la fuerza magnetomotriz f_{mm} a lo largo de la anchura de la ventana se muestra de forma esquemática en la Fig. 4.10(b). Para posibilitar los cálculos, el campo magnético se aproxima a un valor constante en los espacios entre conductores y paralelo en todo momento a las capas verticales del devanado. Al final de este apartado, se discutirá la bondad de las aproximaciones realizadas.

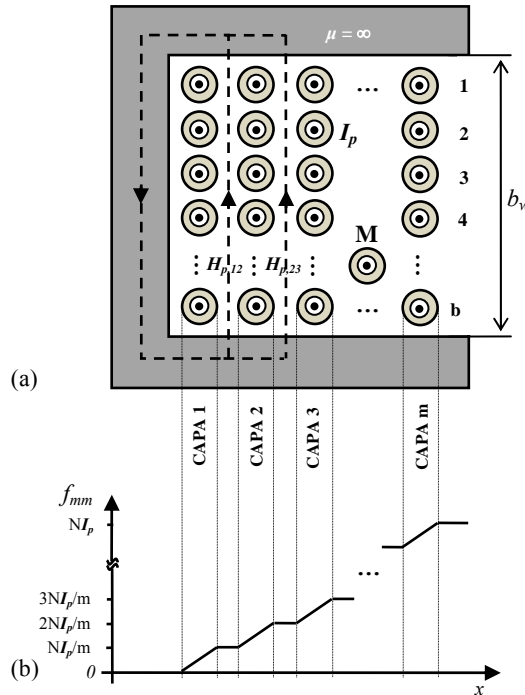


Fig. 4.10. (a) Sección transversal de la ventana de un elemento inductivo con conductores circulares. (b) Distribución de la fuerza magnetomotriz a lo ancho de la ventana del transformador.

El proceso a seguir para obtener una expresión de las pérdidas totales en un devanado adecuada para su uso en el proceso de diseño se detalla a continuación. En primer lugar, se debe obtener una expresión para el campo magnético en cada una de las capas del devanado en función de la corriente que circula por él. El siguiente paso consiste en realizar la integral (4.10) para un conductor situado en una capa genérica M. A continuación, se debe sumar las pérdidas de todos los conductores e integrarlas en la longitud del devanado hasta obtener las pérdidas en el conjunto del devanado. Por último, se valorará la posibilidad de aproximar la expresión obtenida por una más manejable de cara a facilitar su uso en el proceso de diseño. Todo este proceso se realiza a continuación de forma individual para cada tipo de conductor.

4.4.2 Pérdidas en los devanados de cable de litz

Si se considera que el cable de litz está perfectamente trenzado, la corriente I_p se reparte a partes iguales entre los distintos hilos del cable de litz. Por lo tanto, la densidad de corriente en cada hilo debida a la conducción de una corriente, teniendo en cuenta el efecto pelicular, se puede calcular de la misma forma que para un cable sólido circular mediante la expresión indicada en (4.2). La única diferencia radica en que cada hilo conduce una amplitud de

corriente I_0 igual a la amplitud de la corriente total del conductor I_p dividida entre el número de hilos N_0 que forman el cable de litz. Conocida la densidad de corriente y teniendo en cuenta la ortogonalidad entre las densidades de corriente debidas al efecto pelicular y al de proximidad, las pérdidas debidas a la conducción de corriente, llamadas pérdidas por el efecto pelicular, se pueden obtener resolviendo el primer término de la integral (4.10).

La principal dificultad en el cálculo de pérdidas en los devanados de litz consiste en la estimación del campo magnético externo responsable del efecto de proximidad. A diferencia del caso considerado en el estudio del efecto de proximidad, en el que se tiene un campo magnético externo uniforme y unidimensional, el campo magnético externo al que es sometido cada hilo del cable de litz tiene un carácter bidimensional. Como se muestra en la Fig. 4.11, si se analiza una sección de conductor de litz distribuido formando un devanado de la forma indicada en la Fig. 4.10, el campo externo total $H_{p,T}$ se puede descomponer en la suma de dos componentes, una que provoca el efecto de proximidad externo $H_{p,ext}$ y otra el interno $H_{p,int}$:

$$\vec{H}_{p,T} = \vec{H}_{p,ext} + \vec{H}_{p,int} . \quad (4.17)$$

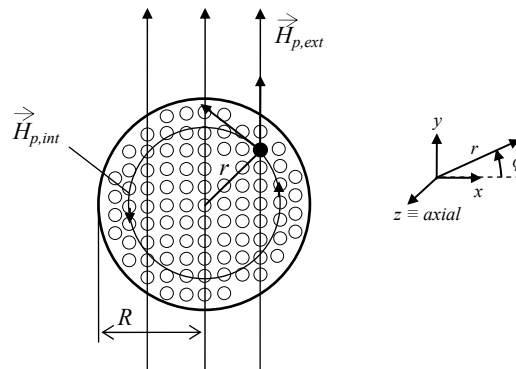


Fig. 4.11. Representación de los campos magnéticos que provocan los efectos de proximidad interno y externo en un cable de litz.

Si se considera un material magnético ideal, es decir, con una permeabilidad infinita, la amplitud del campo magnético en el espacio entre las capas 1 y 2 se puede calcular aplicando la ley de Ampère como:

$$\vec{H}_{p,12} = \frac{b \cdot I_p}{b_w} \vec{y} \quad (4.18)$$

donde b es el número de vueltas por capa y b_w es la altura de la ventana. Este campo se considera paralelo al eje vertical de cada conductor. Por lo tanto, la amplitud genérica entre las capas M y $M+1$ de un devanado que conduce una corriente I_p es:

$$\vec{H}_{p,M} = \frac{M \cdot b \cdot I_p}{b_w} \vec{y}. \quad (4.19)$$

De acuerdo con el desarrollo realizado por *Tourkhani* et al. en [TOU 01], el campo magnético total se puede expresar como:

$$\vec{H}_{p,T} = \frac{I_p}{(2\pi \cdot R^2)} r \cdot \cos \varphi \vec{x} + \left[\left(\left(M - \frac{1}{2} + \frac{r \cos \varphi}{R} \right) \frac{b}{b_w} I_p \right) + \left(\frac{I_p}{(2\pi \cdot R^2)} \right) \sin \varphi \right] \vec{y} \quad (4.20)$$

donde b es el número de vueltas en una capa y, por tanto, $b \cdot I_p$ es la corriente total de una capa de devanado. Como se aprecia en el dibujo de la Fig. 4.11 y en la expresión anterior, el campo interno se modela como un campo circular con amplitud decreciente de forma lineal en función de la coordenada radial, mientras que el campo magnético externo se modela como un campo unidireccional creciente de forma lineal desde el inicio de la capa (lado izquierdo del conductor en la Fig. 4.10) hasta el final de dicha capa (lado derecho del conductor en la Fig. 4.10). Si se integra la expresión resultante en el área del conductor teniendo en cuenta la expresión para el campo magnético en (4.20) y posteriormente se suman las expresiones resultantes para cada uno de los conductores del devanado considerando que todas las capas tienen una misma longitud igual a la longitud de la capa que se encuentra en la mitad del devanado MLT_w (conocida como *mean length turn*), se llega a la siguiente expresión para las pérdidas en un devanado de cable de litz [TOU 01]:

$$P_{w,L} = (F_{S,L} + F_{P,L}) \cdot R_{DC,L} \cdot I_{rms}^2 \quad (4.21)$$

donde la resistencia de continua del cable de litz con N_0 hilos de radio r_0 es:

$$R_{DC,L} = \frac{N \cdot MLT_w}{\sigma \cdot \pi \cdot N_0 \cdot r_0^2}, \quad (4.22)$$

y los factores que cuantifican el efecto pelicular $F_{S,L}$ y el efecto de proximidad $F_{P,L}$ en un cable de litz tienen las siguientes expresiones:

$$F_{S,L} = \frac{\xi}{\sqrt{2}} \cdot \psi_1(\xi), \quad (4.23)$$

$$F_{P,L} = -\frac{\pi^2 \cdot N_0 \cdot \beta}{24} \cdot \left(16m^2 - 1 + \frac{24}{\pi^2} \right) \cdot \frac{\xi}{\sqrt{2}} \cdot \psi_2(\xi) \quad (4.24)$$

donde β es el factor de llenado del devanado de litz, y ξ , $\psi_1(\xi)$, y $\psi_2(\xi)$ son coeficientes con las siguientes expresiones:

$$\xi = \frac{r_0}{\delta}, \quad (4.25)$$

$$\psi_1(\xi) = \left(\frac{ber(\sqrt{2\xi}) \cdot bei'(\sqrt{2\xi}) - bei(\sqrt{2\xi}) \cdot ber'(\sqrt{2\xi})}{ber^2(\sqrt{2\xi}) + bei^2(\sqrt{2\xi})} \right), \quad (4.26)$$

$$\psi_2(\xi) = \left(\frac{ber_2(\sqrt{2\xi}) \cdot ber'(\sqrt{2\xi}) + bei_2(\sqrt{2\xi}) \cdot bei'(\sqrt{2\xi})}{ber^2(\sqrt{2\xi}) + bei^2(\sqrt{2\xi})} \right). \quad (4.27)$$

Por último, se ha considerado interesante resaltar el hecho de que las pérdidas pueden incrementarse en los cables de litz reales debido a las no idealidades presentes en la fabricación de éstos [SUL 99]. Las no idealidades se deben a un proceso de trenzado en el que los hilos no se transponen de forma perfecta a lo largo de la longitud del conductor [ROB 11] y asimismo a la soldadura y paralelización de los hilos en los terminales del conductor [ROS 14]. Dado que estos efectos dependen en gran medida de factores como el fabricante y el tipo de cable en cuanto a número y radio de hilos, y a que sus efectos en un cable bien fabricado y correctamente elegido no son relevantes [ROB 11], en esta tesis no se profundizará más en este tema. Para más información, pueden consultarse las referencias [SUL 99], [ROB 11] y [ROS 14].

4.4.3 Pérdidas en los devanados de pletina

A continuación se calculan las pérdidas en un devanado formado por pletinas dispuesto en capas de la forma indicada en la Fig. 4.12. En este caso se debe tener en cuenta que, para maximizar el área de conducción, la pletina se dispone ocupando toda la altura de ventana b_w . En primer lugar, se debe expresar el campo magnético externo en función de la corriente que circula por la pletina. Existen dos opciones, la primera consiste en considerar el campo magnético uniforme en toda el área de la pletina, como se indicó en el apartado 4.3.2 para explicar el efecto de proximidad independientemente del efecto pelicular. Sin embargo, el planteamiento utilizado comúnmente por representar el fenómeno físico de forma más precisa es considerar ambos fenómenos, pelicular y de proximidad, de forma simultánea como se indica en la Fig. 4.13.

En este caso, y siguiendo el desarrollo realizado en [DOW 66], conviene distinguir entre el campo magnético exterior $H_{p,ext1}$ antes de la pletina M bajo estudio, es decir, el generado por las M-1 capas anteriores, y el campo exterior $H_{p,ext2}$ después de la pletina M, es decir, el generado por las M pletinas. Estos campos se pueden expresar de forma genérica por medio de la expresión (4.19) particularizada a cada uno de los casos. A partir del desarrollo planteado en [LAM 66-cap.7] considerando un campo magnético diferente a cada lado de la pletina, y mediante las ecuaciones de Maxwell, se obtiene la siguiente expresión para la densidad de corriente:

$$\vec{J} = \frac{I_p}{b_w} \cdot \left(M \cdot \frac{\alpha \cdot \cosh(\alpha \cdot x)}{\sinh(\alpha \cdot h)} - (M-1) \cdot \frac{\alpha \cdot \cosh(\alpha \cdot (x-h))}{\sinh(\alpha \cdot h)} \right) \vec{z} \quad (4.28)$$

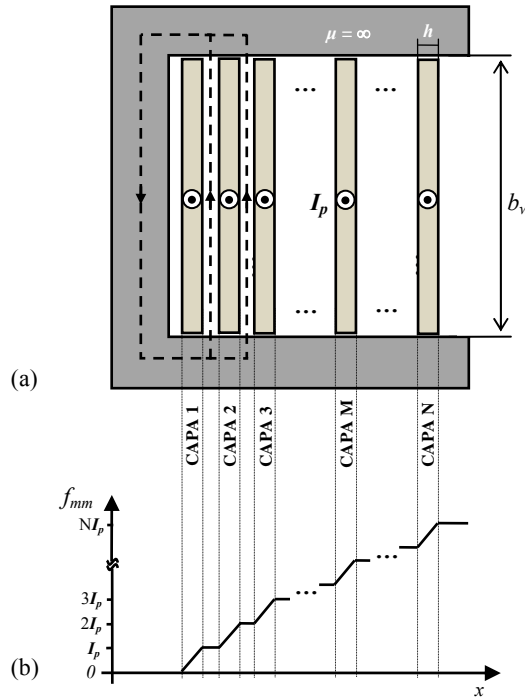


Fig. 4.12. (a) Sección transversal de la ventana de un elemento inductivo con devanado de pletinas. (b) Distribución de la fuerza magnetomotriz a lo ancho de la ventana.

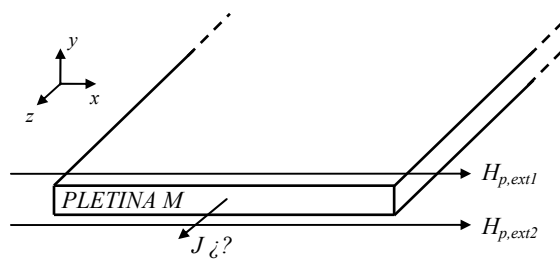


Fig. 4.13. Esquema del campo magnético al que se somete la pletina M de un devanado que conduce una densidad de corriente J.

En este caso no se distingue entre efecto pelicular y de proximidad sino que se considera un único efecto de alta frecuencia. Si se incluye la expresión (4.28) en la expresión (4.7) y se resuelve la integral de la forma indicada en [LAM 66-cap.2], [DOW 66] o [HUR 00], se obtiene la expresión para las pérdidas por unidad de longitud en la pletina situada en la capa

M del devanado. Si, a continuación, se suman las pérdidas para cada una de las capas del devanado considerando que todas las capas tienen la misma longitud igual a MLT_w , y teniendo en cuenta la relación entre funciones hiperbólicas presentada en [FER 94], se llega a la siguiente expresión para las pérdidas en un devanado de pletinas $P_{w,F}$ [DOW 66], [HUR 00]:

$$P_{w,F} = (F_{S,F} + F_{P,F}) \cdot R_{DC,F} \cdot I_{rms}^2 \quad (4.29)$$

donde la resistencia de continua del conductor de pletina es $R_{DC,F}$:

$$R_{DC,F} = \frac{N \cdot MLT_w}{\sigma \cdot b_w \cdot h}, \quad (4.30)$$

y los factores $F_{S,F}$ y $F_{P,F}$, que cuantifican, respectivamente, los efectos pelicular y de proximidad en un conductor de pletina tienen las siguientes expresiones:

$$F_{S,F} = \xi \cdot \frac{\sinh 2\xi + \sin 2\xi}{\cosh 2\xi - \cos 2\xi}, \quad (4.31)$$

$$F_{P,F} = \xi \cdot \frac{2(N^2 - 1) \sinh \xi - \sin \xi}{3 \cosh \xi + \cos \xi} \quad (4.32)$$

donde el coeficiente ξ depende del espesor de la pletina h y de la profundidad pelicular δ de la siguiente forma:

$$\xi = \frac{h}{\delta}. \quad (4.33)$$

En aplicaciones en las que se requiere un gran número de vueltas (inductancias y transformadores de poca potencia) es común utilizar conductores de pletina con una altura b_F menor a la altura de ventana del transformador, con lo que se tienen varias vueltas por capa. Para calcular las pérdidas en los devanados en estos casos y en los casos en los que se tienen pletinas que no ocupan toda la altura de ventana, se introduce el *factor de porosidad* del devanado η [DOW 66]. En ambos casos se construye una pletina equivalente con el mismo área (misma resistencia DC), y con una altura igual a la de la ventana, de la forma indicada en la Fig. 4.14. Para conseguir esta equivalencia sin modificar la anchura de la pletina se redefine una conductividad equivalente σ' del material que forma la pletina como:

$$\sigma' = \eta \cdot \sigma \quad (4.34)$$

donde el factor de porosidad η es igual a:

$$\eta = \frac{b \cdot b_F}{b_w} \quad (4.35)$$

donde b es el número de pletinas por capas. En consecuencia, también se debe definir una profundidad pelicular *equivalente*:

$$\delta' = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot f_i \cdot \sigma' \cdot \mu_0}}. \quad (4.36)$$

Para calcular las pérdidas en el devanado, basta con introducir en (4.29) los factores que cuantifican el efecto pelicular $F_{S,F}$ y el efecto de proximidad $F_{P,F}$ calculadas a partir de la profundidad pelicular *equivalente*. Para ello, se debe sustituir el factor ζ por su equivalente $\xi' = h/\delta'$.

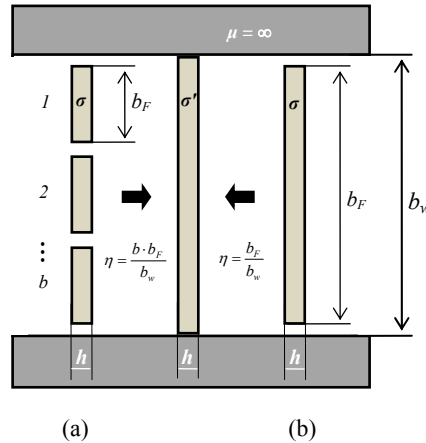


Fig. 4.14. Transformación por medio del factor de porosidad para obtener una pletina equivalente a partir de: (a) varias pletinas por capa, (b) una pletina de altura inferior a la de la ventana.

4.4.4 Pérdidas en los devanados de cable sólido circular

A la hora de calcular las pérdidas en un devanado formado por un conductor sólido circular como el representado en la Fig. 4.10, dos planteamientos son comúnmente utilizados. El primer planteamiento se basa en extender al conjunto del devanado la solución exacta para el cálculo de pérdidas en un conductor aislado [FER 94], [BAR 96a], mientras que el segundo planteamiento se basa en aproximar cada capa de conductores circulares por un conductor de pletina equivalente por medio del factor de porosidad explicado anteriormente [DOW 66]. En este apartado se repasan ambos planteamientos para posteriormente elegir el más adecuado.

El primer modelo, llamado aquí modelo de Ferreira, considera el campo externo al que es sometido un conductor como uniforme y unidireccional en toda su área. Como en los dos casos anteriores, este campo es generado por el resto de conductores en el devanado, por lo que el valor del campo genérico en una capa M se aproxima por el valor medio de los campos antes y después de dicha capa:

$$\vec{H}_{p,m} = \frac{(2M-1)}{2} \cdot \frac{b \cdot I_p}{b_w} \vec{y}. \tag{4.37}$$

Introduciendo la expresión anterior en (4.5) se obtiene una expresión para la densidad de corriente debido al efecto de proximidad en función de la amplitud de corriente del devanado I_p . Considerando un conductor genérico situado en la capa M del devanado y

utilizando esta expresión junto con la expresión de la densidad de corriente debido al efecto pelicular en (4.2) para resolver la integral (4.10) de la forma indicada en [LAM 66-cap.7], [FER 94], se obtiene la siguiente expresión de las pérdidas por unidad de longitud en dicho conductor circular $P_{M,R}$:

$$P_{M,R} = \frac{\xi}{\sqrt{2}} \cdot \left(\psi_1(\xi) - 2 \cdot \pi \cdot (2M - 1)^2 \cdot \psi_2(\xi) \right) \cdot R_{dc} \cdot I_{rms}^2 \quad (4.38)$$

donde I_{rms} es el valor eficaz de la corriente que circula por el conductor, los coeficientes $\psi_1(\xi)$, y $\psi_2(\xi)$ son los mismos que para el cable de litz en (4.26) y (4.27), y la resistencia del conductor por unidad de longitud R_{dc} y el factor ξ son:

$$R_{dc} = \frac{1}{\sigma \cdot \pi \cdot R^2}, \quad (4.39)$$

$$\xi = \frac{R}{\delta} \quad (4.40)$$

donde R es el radio del cable circular. Se ha demostrado que esta expresión lleva a cometer errores importantes en la estimación de las pérdidas [BAR 96a], [REA 02] debido principalmente a que el campo magnético externo real no presenta una distribución uniforme y unidireccional en la sección de cobre del conductor. Para corregir esta desviación, *Bartoli* et al. proponen en [BAR 96a] la introducción de un factor que multiplica a las pérdidas debidas al efecto de proximidad. El factor elegido es el factor de porosidad al cuadrado, cuyo valor es siempre inferior a la unidad, por lo que reduce las pérdidas debidas al efecto de proximidad estimadas por Ferreira. De esta forma, el modelo modificado de Ferreira propone la siguiente expresión para las pérdidas por unidad de longitud en un conductor genérico situado en la capa M del devanado $P_{M,R}$ [BAR 96a]:

$$P_{M,R} = \frac{\xi}{\sqrt{2}} \cdot \left(\psi_1(\xi) - 2 \cdot \pi \cdot \eta_1^2 \cdot (2M - 1)^2 \cdot \psi_2(\xi) \right) \cdot R_{dc} \cdot I_{rms}^2. \quad (4.41)$$

El factor de porosidad η se define en este caso como:

$$\eta_1 = \frac{R}{t} \sqrt{\pi} \quad (4.42)$$

donde t es la distancia entre los centros de los cables contiguos en una misma capa, es decir, el diámetro del hilo más dos veces el espesor del aislamiento y más el espacio entre superficies exteriores de los conductores. Si ahora se calcula la expresión (4.41) para cada uno de los conductores del devanado y se suman los resultados obtenidos, considerando para ello que todas las capas tienen una misma longitud e igual a MLT_w , se obtiene la siguiente expresión para las pérdidas totales en un devanado de cable sólido circular $P_{w,R}$ [REA 02]:

$$P_{w,R} = (F_{S,R} + F_{P,R}) \cdot R_{DC,R} \cdot I_{rms}^2 \quad (4.43)$$

donde $R_{DC,R}$, $F_{S,R}$ y $F_{P,R}$ tienen las siguientes expresiones:

$$R_{DC,R} = \frac{N \cdot MLT_w}{\sigma \cdot \pi \cdot R^2}, \quad (4.44)$$

$$F_{S,R} = \frac{\xi}{\sqrt{2}} \cdot \psi_1(\xi), \quad (4.45)$$

$$F_{P,R} = -2 \cdot \pi \cdot \eta^2 \cdot \left(\frac{4(m^2 - 1)}{3} + 1 \right) \cdot \frac{\xi}{\sqrt{2}} \cdot \psi_2(\xi). \quad (4.46)$$

El segundo modelo para calcular las pérdidas en un devanado de cable sólido circular es el llamado modelo de Dowell. Como se muestra en la Fig. 4.15, este modelo aproxima cada capa de conductores circulares por un conductor de pletina *equivalente* por medio del siguiente factor de porosidad:

$$\eta_2 = \frac{\sqrt{\pi} \cdot b \cdot R}{b_w}. \quad (4.47)$$

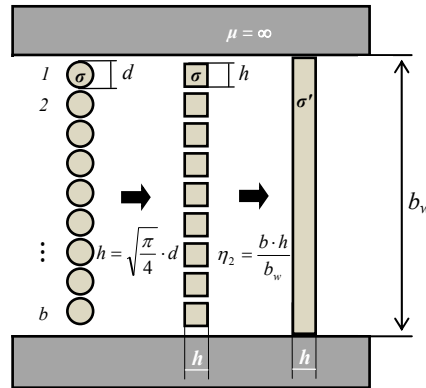


Fig. 4.15. Transformación para obtener una pletina equivalente a una capa formada por conductores circulares.

En primer lugar, se aproxima cada conductor circular por un conductor cuadrado con la misma área. Posteriormente, se aplica el mismo desarrollo realizado para los devanados de pletina indicado en el apartado anterior, pero teniendo en cuenta la conductividad equivalente presentada en (4.34). De esta forma, las pérdidas totales en un devanado de cable sólido circular se pueden expresar por medio de (4.43) pero teniendo en cuenta los siguientes factores $F_{S,R}$ y $F_{P,R}$ [DIM 09]:

$$F_{S,R} = Z \cdot \frac{\sinh 2Z + \sin 2Z}{\cosh 2Z - \cos 2Z}, \quad (4.48)$$

$$F_{P,R} = Z \cdot \frac{2(m^2 - 1)}{3} \frac{\sinh Z - \sin Z}{\cosh Z + \cos Z} \quad (4.49)$$

donde Z tiene la siguiente expresión:

$$Z = \sqrt{\pi \cdot \eta_2} \frac{R}{\delta} \quad (4.50)$$

La principal diferencia entre ambos modelos es que el primero considera el campo externo uniforme y unidireccional y no tiene en cuenta que la densidad de corriente por el conductor influye en la distribución del campo, mientras que el segundo modelo considera el campo externo unidireccional pero tiene en cuenta la relación entre la densidad de corriente y dicho campo. En consecuencia, el segundo modelo presenta una precisión mucho mayor que el primero [DIM 09], [VIL 10-cap.2].

Por último, es interesante resaltar que estos modelos han sido extendidos por diversos autores para realizar el cálculo de pérdidas en devanados de cable de litz [BAR 96b], [WOD 12]. En [BAR 96b], *Bartoli* et al. extienden el modelo modificado de Ferreira al cálculo de pérdidas en un devanado de litz. En [BAR 96b] se considera un campo interno circular concéntrico con el conductor y de amplitud creciente de forma lineal con la coordenada radial, y un campo externo uniforme y unidireccional. Mediante un desarrollo similar al realizado en este apartado para el cálculo de pérdidas por medio del modelo de Ferreira modificado, se obtiene una expresión para las pérdidas en la que se utilizan dos factores de porosidad diferentes, el del propio cable y el del devanado. Por otro lado, en [WOD 12], *Wodja* et al. aplican el modelo de Dowell considerando esta vez que cada capa está formada por una única columna de hilos del cable de litz. Este análisis se extiende a todo el devanado con el mismo procedimiento seguido en este apartado para el cable circular. En esta tesis, se adopta el modelo de *Tourkhani* et al. por sus buenos resultados cuando se tienen ratios r_0/δ bajos [VIL 10-cap.2] (del orden de la unidad e inferiores), típicos de este tipo de devanados [SUL 99], y por ser el que modela la geometría real del cable de una forma más rigurosa. Si se requieren mayores precisiones para ratios altos es recomendable el modelo presentado en [WOD 12].

4.4.5 Cálculo aproximado de pérdidas en los devanados

Todos los modelos para el cálculo de pérdidas estudiados con anterioridad son ecuaciones analíticas basadas en aproximaciones más o menos exactas de los fenómenos físicos que rigen la generación de pérdidas de potencia en los devanados. De la exactitud de estas aproximaciones depende la precisión conseguida en el cálculo de pérdidas. Las principales fuentes de error en el modelado de las pérdidas son:

- Simplificaciones en el modelado de los campos magnéticos:
 - En todos los modelos se ha considerado un campo magnético externo unidireccional paralelo en todo momento a las capas del devanado (única componente vertical).

- En el cálculo de pérdidas para devanados de cable circular por medio del modelo de Ferreira, se ha considerado un campo magnético externo uniforme en la sección del conductor. En el análisis de devanados de cable de litz, se ha considerado un campo magnético externo creciente de forma lineal con la coordenada radial en la sección del conductor. En ambos casos, se ha ignorado que la distribución del campo magnético externo está influenciada por la distribución de la densidad de corriente que circula por dicho conductor.
 - En los modelos basados en el modelo de Dowell, se han ignorado o modelado por medio de equivalencias las geometrías exactas de los conductores.
 - En el análisis del cable de litz, se ha considerado que, en el interior del conductor, el campo magnético responsable del efecto de proximidad interno crece de forma lineal con la coordenada radial.
- Simplificaciones realizadas para extender el cálculo de las pérdidas por unidad de longitud en un solo conductor a todo el devanado (paso del análisis 2D al 3D):
- Se ha considerado que todas las vueltas del devanado tienen una misma longitud igual a la longitud media de vuelta del devanado MLT_w .
 - Se ha considerado que cada vuelta del devanado alrededor del núcleo tiene las mismas características.
- Finalmente, se ha considerado que los materiales empleados tienen características ideales en todo su volumen.

Una vez identificadas las fuentes de error, es necesario evaluar qué simplificaciones llevan a cometer errores importantes y bajo qué condiciones, y qué alternativas existen para el cálculo más preciso de las pérdidas en caso de que sea necesario. Al igual que la trazabilidad en los aparatos de medida, se requiere de modelos más precisos para *certificar* la validez de los modelos analíticos. Éste es el planteamiento seguido en [DIM 09], [VIL 10-cap.2] y [MÜH 12-cap.4], en los que se emplean programas de cálculo por elementos finitos (FEM) para calcular las pérdidas *exactas* en los devanados. Los softwares utilizados son el Vector Fields Opera 2D, el COMSOL y el freeware FEMM. En ellos se construye un devanado con la forma y características del problema bajo estudio y se calculan las pérdidas por unidad de longitud. Por medio de estos programas se obtienen errores rms en la estimación de pérdidas con un valor medio del orden del 1% [DIM 09], por lo que constituyen la herramienta perfecta para analizar la precisión de los modelos analíticos. De estos estudios se desprende que los factores que más contribuyen a que las expresiones analíticas lleven a resultados erróneos son:

- El campo magnético externo no penetra completamente a través de la sección del conductor, es decir, la distribución de corriente en el conductor compensa el campo magnético externo. Este fenómeno depende del valor de la relación entre la dimensión del

conductor expuesta a dicho campo y la profundidad pelicular, es decir, del factor ζ . Las expresiones analíticas conducen a resultados muy precisos cuando $\zeta < 1$. Cuando se sobrepasa este límite, las pérdidas son sobreestimadas [DIM 09], [MÜH 12-cap.4]. Como se explicó en el apartado anterior, los métodos que mejores precisiones obtienen cuando se tienen grandes valores de ζ son los basados en el modelo de Dowell.

- El campo magnético externo es no unidireccional. Las principales causas de que el campo magnético tenga un carácter bidimensional son la presencia de un *gap* en el núcleo magnético o un devanado con un factor de porosidad bajo, es decir, cuando se tienen grandes espacios entre conductores de una misma capa [DIM 09]. Otra causa menor es la utilización de materiales con baja permeabilidad ($\mu_r < 150$) [DIM 09]. Este fenómeno afecta a todas las geometrías de cable y especialmente a los conductores de pletina que, al ser sometidos a un campo perpendicular a su dimensión mayor, sufren un gran incremento de las pérdidas.
- Las longitudes de las distintas vueltas presentan grandes diferencias. Cuando se aproximan las longitudes de todas las vueltas por MLT_w , se está suponiendo que todas las vueltas experimentan las mismas pérdidas. Sin embargo, en devanados con un gran número de capas, esta aproximación puede conducir a una subestimación de las pérdidas dado que las vueltas más externas del devanado (con mayor longitud) son las que más pérdidas experimentan debido al efecto de proximidad.

En el diseño de transformadores, el segundo fenómeno no es relevante dado que no se introduce un *gap* en el núcleo magnético, los devanados son bobinados de forma compacta y el material utilizado en el núcleo es un material magnético suave. El tercer factor puede llevar a resultados erróneos cuando se tienen transformadores de grandes dimensiones, lo que ocurre normalmente en aplicaciones de mucha potencia en la que la frecuencia de trabajo queda limitada a pocos kHz, como es el caso de los transformadores de estado sólido (SST). Este factor se ha querido resaltar aquí debido a que ningún modelo de pérdidas lo tiene en cuenta y es un tema que presenta un gran margen de mejora en aplicaciones de gran potencia. El primer factor es el más relevante en los rangos de frecuencia y potencia que se consideran en esta tesis. Aunque normalmente en un diseño correcto se va a estar por debajo o muy cerca de ratios ζ unitarios [SUL 99], es conveniente tener en cuenta esta limitación. Por todo ello, se puede concluir que en las aplicaciones de transformadores las expresiones analíticas presentan buenos resultados.

Teniendo en cuenta el límite establecido para la aplicación de las expresiones analíticas, éstas se pueden aproximar sin pérdida de precisión por expresiones más sencillas que facilitan su manejo en el proceso de diseño. Estas aproximaciones se basan en la descomposición en series de Taylor de las funciones difíciles de evaluar que están presentes en los modelos

analíticos. En el caso del cable de litz, la descomposición en series de Taylor de los coeficientes de $\psi_1(\xi)$, y $\psi_2(\xi)$ es [TOU 01]:

$$\psi_1(\xi) = 2\sqrt{2} \left(\frac{1}{\xi} + \frac{1}{3 \cdot 2^8} \xi^3 - \frac{1}{3 \cdot 2^{14}} \xi^5 + \dots \right), \quad (4.51)$$

$$\psi_2(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(-\frac{1}{2^5} \xi^3 + \frac{1}{2^{12}} \xi^7 + \dots \right). \quad (4.52)$$

Los cocientes de funciones senoidales hiperbólicas en el cálculo de pérdidas para devanados con conductores de pletina y cables circulares presentes en (4.31) y (4.32), y en (3.48) y (3.49), se pueden descomponer en series de Taylor de la siguiente forma [HUR 00]:

$$\frac{\sinh 2\xi + \sin 2\xi}{\cosh 2\xi - \cos 2\xi} = \frac{1}{\xi} + \frac{4}{45} \xi^3 - \frac{16}{4725} \xi^7 + \dots, \quad (4.53)$$

$$\frac{\sinh \xi - \sin \xi}{\cosh \xi + \cos \xi} = \frac{1}{6} \xi^3 - \frac{17}{2520} \xi^7 + \dots. \quad (4.54)$$

Si se sustituyen las funciones anteriores por su descomposición en series de Taylor truncadas a partir de la tercera potencia de ξ se obtienen buenas precisiones para el cálculo de pérdidas siempre y cuando se respete el rango de la aproximación $\xi < 1$ [TOU 01] y [HUR 00]. Las expresiones aproximadas para el cálculo de pérdidas en una sección de devanado con m capas para cada una de las geometrías de cable se muestran a continuación:

- Devanado de cable de litz [TOU 01]:

$$P_{w,L} = R_{DC,L} \cdot I_{rms}^2 \cdot F_{ac,L} = R_{DC,L} \cdot I_{rms}^2 \cdot \left[1 + \frac{\pi^2 N_0 \beta}{3 \cdot 2^6} \left(16m^2 - 1 + \frac{24}{\pi^2} \right) \cdot \left(\frac{r_0}{\delta} \right)^4 \right]. \quad (4.55)$$

- Devanado de pletinas [SNE 69-cap.9], [HUR 00]:

$$P_{w,F} = R_{DC,F} \cdot I_{rms}^2 \cdot F_{ac,F} = R_{DC,F} \cdot I_{rms}^2 \cdot \left[1 + \frac{5m^2 - 1}{45} \cdot \left(\frac{h}{\delta} \right)^4 \right]. \quad (4.56)$$

- Devanado de cable sólido circular [HUR 00]:

$$P_{w,R} = R_{DC,R} \cdot I_{rms}^2 \cdot F_{ac,R} = R_{DC,R} \cdot I_{rms}^2 \cdot \left[1 + \frac{\pi^3 \cdot b^2 \cdot (5m^2 - 1)}{45 \cdot b_w^2} \cdot \frac{R^6}{\delta^4} \right]. \quad (4.57)$$

En las expresiones anteriores, F_{ac} es el factor que cuantifica el incremento de las pérdidas debido a los efectos de alta frecuencia en los devanados.

Como se ha explicado anteriormente, si se trabaja fuera de los rangos de la aproximación, estas expresiones sobreestiman las pérdidas. Cuando se requiere más precisión en estos rangos, por ejemplo debido a un alto contenido en armónicos de la forma de onda de la corriente, es conveniente utilizar las expresiones basadas en el modelo de Dowell aproximadas

por medio de un número mayor de términos de su descomposición en series de Taylor. En caso de tener campos magnéticos externos bidimensionales, el uso de otros métodos que presenten mayor exactitud es recomendable. Los métodos FEM presentan mejores resultados que la precisión con la que se pueden medir las pérdidas de forma experimental a costa de un gran tiempo de cálculo, muchas veces inasumible en un proceso de diseño, y de una compleja implementación. En algunos casos son directamente irrealizables, como puede ser el caso de devanados de cable de litz con un gran número de hilos en los que se tienen varios órdenes de diferencia entre las dimensiones más grande y más pequeña. Existen métodos intermedios como los presentados en [BOS 05-cap.5], [DIM 08], [NAN 09], que son los métodos utilizados normalmente en el diseño de inductancias con entrehierro.

4.5 Intercalado de los Devanados

En el diseño de transformadores, gracias a la presencia de al menos un segundo devanado, la amplitud de la intensidad de campo magnético en la ventana, responsable del efecto de proximidad, se puede reducir por medio del intercalado de los devanados. La Fig. 4.16 muestra dos secciones transversales de la ventana de dos transformadores con los conductores distribuidos formando capas, en los que por el devanado de menor número de vuelta fluye una corriente I_A . La Fig. 4.16(a) muestra una distribución de devanados sin intercalado con una única sección de cada devanado, con seis capas del devanado A, m_A igual a 6, y nueve capas del devanado B, m_B igual a 9.

La Fig. 4.16(b) muestra el mismo transformador en el que los devanados se han bobinado formando secciones de forma alterna entre el devanado A y el B. El devanado B se ha dividido en 3 secciones de 3 capas cada una, m_B igual a 3, y se ha intercalado entre cuatro secciones del devanado A, dos de dos capas y otras dos de capa única (primera y última). En la Fig. 4.16 se incluyen las distribuciones de la fuerza magnetomotriz f_{mm} en la ventana. En esta figura se supone una corriente continua en los devanados que hace que la fuerza magnetomotriz aumente de forma lineal en el interior del conductor. Como se puede observar, a mayor intercalado mayor reducción de la fuerza magnetomotriz y, en consecuencia, de la amplitud del campo magnético en la ventana, reduciendo así las corrientes inducidas para su compensación. Aplicando las ecuaciones (4.55) a (4.57) presentadas en el apartado anterior, se aprecia que la reducción en las pérdidas que sufre un devanado es directa cuando se reduce el número de capas por sección m que lo forman. Para calcular las pérdidas totales en el devanado basta con aplicar las ecuaciones anteriores a cada sección de devanado de forma individual y sumarlas [VAN 88]. En el apartado 4.6 se detallará el desarrollo seguido para obtener directamente, a partir de las ecuaciones (4.55) a (4.57), la expresión para el cálculo de las pérdidas totales en los devanados.

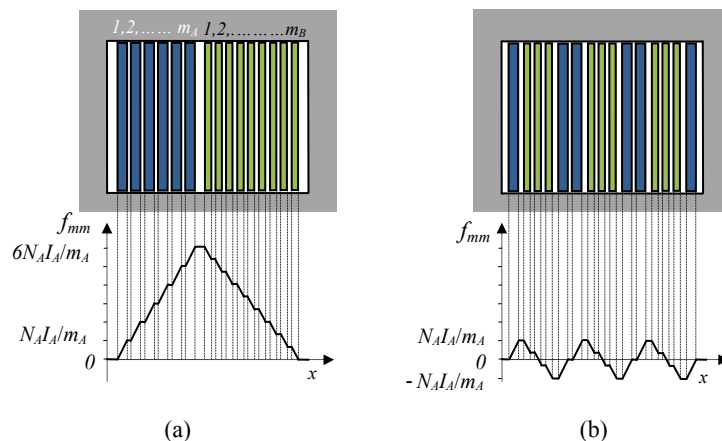


Fig. 4.16. Esquema del efecto del intercalado sobre la fuerza magnetomotriz en la ventana de un transformador.

El intercalado es completo cuando uno de los devanados tiene en todas sus secciones una única capa. De este modo, las pérdidas son mínimas. La realización práctica del intercalado es sencilla para los conductores circulares sólidos y el cable de litz. Sin embargo, el proceso de bobinado de devanados de pletina intercalados es complicado. Al ocupar las pletinas toda la altura de la ventana, para conectar en serie la última vuelta de una sección con el comienzo de la siguiente es necesario llevar a cabo un puente o *tap*, en su denominación inglesa.

El proceso de puentear secciones de un mismo devanado consiste en cortar la pletina al terminar de bobinar una sección y soldarle un conductor al final. Posteriormente, se bobina la sección del otro devanado y también se corta. Por último, al empezar la segunda sección del devanado en cuestión, se debe soldar el principio con el otro extremo del conductor soldado al final de la primera sección del devanado. Todo ello dificulta la implementación práctica del intercalado de devanados de pletina. A mayor intercalado menores pérdidas, pero mayor es el número de *taps* requerido con lo que se tiene una mayor complejidad constructiva. En consecuencia, en el diseño convencional de transformadores con devanados de pletina se busca un compromiso entre la reducción de pérdidas y la complejidad constructiva, quedando el máximo número práctico de *taps* para ambos devanados limitado a valores en torno a 4.

En aplicaciones de gran corriente, los devanados de pletina presentan características ventajosas frente a los conductores de litz. Su gran ratio entre altura y anchura permite obtener resistencias dc muy bajas y grandes factores de llenado. A esta ventaja se unen su mejor conductividad térmica debido a un menor contenido en aislante y su menor coste [BIE 09], [PAV 05]. Por estas razones, se han realizado esfuerzos para conseguir mayores intercalados reduciendo el número de *taps* requeridos [PAV 05], [PEN 13]. Sin embargo, los métodos presentados en estos trabajos tienen limitaciones dado que solo son aplicables a transformadores con relaciones de transformación cercanas a uno o a transformadores planos.

En el apartado 4.1.2 se profundiza en la realización del intercalado con devanados de pletina y se propone una solución denominada *intercalado máximo* que minimiza las pérdidas y reduce al mínimo técnicamente posible el número de *taps* requerido.

Por último, es necesario resaltar que, como se desprende del modelado realizado en el capítulo 6, el intercalado influye en el valor de los elementos parásitos del transformador, en concreto, en la inductancia de fugas y en las capacidades parásitas propias de cada devanado y entre devanados. Al reducir la amplitud del campo magnético en la ventana se reduce la energía almacenada en éste para una misma corriente, reduciendo el valor de la inductancia de fugas. Al aumentar el área enfrentada y reducir la distancia entre los devanados de primario y secundario se aumenta la amplitud y el volumen del campo eléctrico entre devanados para una misma diferencia de tensión, por lo que se tiene un aumento de la capacidad parásita entre devanados o inter-capacidad. A la inversa, el intercalado introduce más distancia entre las vueltas de un mismo devanado y por el mismo principio se reduce la energía almacenada en el campo eléctrico, llevando a la reducción del valor de la capacidad parásita propia de cada devanado o intra-capacidad.

4.6 Modelo de los Devanados Propuesto

4.6.1 Introducción

En este apartado se modela la geometría de cada uno de los devanados de distinto tipo de cable para, a continuación, reformular los modelos de cálculo de pérdidas presentados en el apartado 4.5. En la reformulación de estos modelos se incluye la parametrización del núcleo propuesta en el capítulo 3, para describir la influencia de la geometría del núcleo en las pérdidas en los devanados. El objetivo de este apartado es obtener una ecuación para el cálculo de las pérdidas totales en los devanados de un transformador que sea directamente aplicable en el proceso de diseño y que no ignore ninguna de las relaciones existentes entre los parámetros que modelan el comportamiento eléctrico y magnético del transformador y su geometría.

En este proceso de modelado y reformulación se tienen en cuenta todas las geometrías de cable porque, al igual que en la elección de los distintos materiales magnéticos, ninguno tiene un comportamiento ventajoso sobre los demás en todos los casos. Por lo tanto, es labor del diseñador conocerlos y ser capaz de elegir el más adecuado en función de las características de cada aplicación. Por ejemplo, en las aplicaciones en las que se tiene una gran corriente en un devanado y una gran relación de transformación (con lo que se inducen grandes tensiones en el otro devanado), es conveniente utilizar devanados de pletina en el primario y de cable de litz en el secundario [VIL 10-cap.4], [ORT 10]. Los devanados de pletina presentan mayores

áreas de conducción, mientras que los devanados de cable de litz presentan menores capacidades parásitas. A partir de los modelos y las fórmulas presentadas en este apartado, es fácil obtener una expresión para las pérdidas totales en los devanados de un transformador en el que se emplean diferentes geometrías de cable.

En cuanto al intercalado de los devanados, en este apartado se distingue entre dos casos, los devanados completamente intercalados y los no intercalados, entre los que se debe elegir también en función de las características de la aplicación. Como se ha explicado en el apartado anterior, cuando se quiere minimizar las pérdidas, es decir, cuando se quiere máxima eficiencia, los devanados deben ser intercalados completamente. Además, este planteamiento es interesante debido a que permite analizar las máximas prestaciones de un transformador sin tener en cuenta influencias, requerimientos o limitaciones propias de la aplicación. Sin embargo, cuando se emplean devanados de pletina, el intercalado completo de los devanados no es posible debido a su alta complejidad constructiva. En este apartado se desarrolla y explica una nueva tecnología para intercalar devanados de pletina, llamada *intercalado máximo*, que permite obtener el intercalado completo de los devanados con la mínima complejidad constructiva, es decir, con el mínimo número de *taps*.

En algunos casos, los devanados de primario y secundario no se pueden intercalar. Algunos ejemplos se citan a continuación. En aplicaciones de alta tensión, los devanados deben ser agrupados y separados cada uno en un compartimento diferente por cuestiones de aislamiento. En las aplicaciones en las que se requieren valores elevados de los elementos parásitos, por ejemplo cuando la inductancia de fugas y las capacidades parásitas de cada devanado se utilizan en el circuito exterior como elementos resonantes [BIE 08], [BOR 09], [MUS 13] o como filtros [LEO 14], los valores de estos elementos deben ser elevados y controlados. En aplicaciones en las que la presencia de la capacidad parásita entre devanados produce interferencias electromagnéticas (EMI) debido a la interacción con otros elementos del convertidor, esta capacidad tiene que ser minimizada. En todos estos casos, una distribución no intercalada de los devanados es preferible.

4.6.2 Devanados de cable de litz

4.6.2.1 Modelado de la geometría

La geometría de un cable de litz se describe por medio de dos parámetros que son el radio de cada hilo r_0 y el número de hilos que lo forman N_0 . Cuando el área de los devanados es limitada, estos parámetros no son independientes [SUL 99]. Un ejemplo son los elementos inductivos en los que el núcleo rodea a los devanados y, por lo tanto, el área transversal de los devanados queda limitada por el área de ventana de dicho núcleo. Considerando un área determinada en la que se debe acomodar un devanado formado por N vueltas, existen infinitas

combinaciones de r_0 y N_0 para rellenar dicha área. Como se explicó en el apartado 4.3.1, cada uno de los hilos que forman el cable de litz debe estar aislado. Por lo tanto, el factor de llenado β , definido como el cociente entre el área de cobre y el área total ocupada por el devanado, depende de la combinación realizada entre r_0 y N_0 para rellenar un área dada. Para modelar esta dependencia, en primer lugar se debe modelar la dependencia existente entre el espesor del aislamiento de cada hilo y el propio radio del hilo.

En las referencias [NEM 97] y [SUL 99] se presentan modelos empíricos del espesor de aislante en función del radio de hilo para distintos rangos de radio de hilo. En la primera referencia se cubre el rango de 1 a 0.13 mm, mientras que en la segunda Sullivan adapta los coeficientes para el rango de 0.13 a 0.004 mm, más adecuado para los hilos empleados en aplicaciones de alta frecuencia. En ambos casos se modela el espesor del aislante como proporcional a una potencia del radio de hilo con exponente inferior a 1. En el segundo caso, el exponente es a efectos prácticos la unidad. En esta tesis se propone el siguiente modelo lineal:

$$g(r_0) = a \cdot r_0 + b. \quad (4.58)$$

donde g es el espesor de la corona de aislamiento alrededor del hilo de radio r_0 y los coeficientes a y b son coeficientes empíricos. Este modelo se puede interpretar como un modelo proporcional en el que se introduce un offset, es decir, se modela el hecho de que cuando se alcanzan valores muy pequeños de hilo llega un punto en el que el espesor no se puede reducir más y es constante e igual al valor b . Además, este término independiente también ayuda a representar el hecho de que, por debajo de cierto valor del radio de hilo, los cables de litz son prácticamente irrealizables o son realizables a un coste muy elevado (no se encuentran en catálogos comerciales). Este hecho no está incluido en los modelos presentados en [NEM 97] y [SUL 99]. A partir de los datos del fabricante de cables de litz PACK Feindrähte en [PAC 13], se obtienen unos valores de 0.484 y $2 \cdot 10^{-6}$ para los coeficientes a y b , respectivamente, considerando un rango de radio de hilo de 0.2 a 0.01 mm.

Cuando se trabaja con cables de litz, el aislante de cada hilo no es el único factor que limita el factor de llenado. Otros factores derivados de la realización práctica del cable del cable de litz y del bobinado del devanado también reducen la cantidad de cobre que se puede introducir en un área determinada. Algunos ejemplos son los espacios perdidos al fabricar el cable de litz y al bobinar el devanado. Estas reducciones del espacio disponible se pueden modelar como factores constantes e independientes del número de hilos [SUL 99]. En el proceso de diseño, estas pérdidas de espacio se incluyen como un factor constante K_d , llamado factor de devanado, que reduce el área disponible para los devanados. Aplicando (4.58), la dependencia de N_0 con r_0 para un cable de litz circular, cuando un devanado formado por N vueltas llena completamente un área disponible $A_{a,w}$, se puede expresar como:

$$N_0 = \frac{K_d \cdot A_{a,w}}{N \cdot \pi \cdot (r_0 + g(r_0))^2} = \frac{K_d \cdot A_{a,w}}{N \cdot \pi \cdot (e_1 \cdot r_0 + e_2)^2} \quad (4.59)$$

donde e_1 y e_2 son las constantes del aislamiento del cable de litz, cuyos valores son 1.484 y $2 \cdot 10^{-6}$, respectivamente, para la aproximación realizada para los cables de litz de PACK Feindrähte.

El análisis y la realización práctica de la distribución de un devanado en un área con unas dimensiones determinadas (altura y anchura) complican el proceso de diseño dado que solo se puede realizar de una forma discreta. Un ejemplo es el hecho de que el número de vueltas que forma una capa debe ser un número entero. Esta realidad hace necesario seguir un proceso de prueba y error para rellenar la ventana de un elemento inductivo [NAR 13]. En esta tesis, con el objetivo de evitar que esta discontinuidad dificulte el análisis del problema de diseño, el área total de ventana es asignada completamente a los devanados sin tener en cuenta estas restricciones. En este caso, el número de vueltas por capa b puede ser relacionado de forma directa con las dimensiones del área disponible y con las características del cable de la siguiente manera:

$$b = \frac{b_{a,w} \cdot \sqrt{K_d}}{2 \cdot \sqrt{N_0} \cdot (e_1 \cdot r_0 + e_2)} \quad (4.60)$$

donde $b_{a,w}$ es la altura del área disponible. A su vez, el factor de llenado se puede expresar en función de las características del cable de litz y del devanado y en función del área disponible:

$$\beta = \frac{N \cdot \pi \cdot r_0^2 \cdot N_0}{A_{a,w}} \quad (4.61)$$

Si en la expresión anterior se incluye la relación (4.59) entre el número de hilos y su radio, se obtiene la siguiente expresión para el factor de llenado:

$$\beta = \frac{K_d \cdot r_0^2}{(e_1 \cdot r_0 + e_2)^2} \quad (4.62)$$

Si el cable de litz ha sido correctamente dimensionado, la ventana del elemento inductivo debe ser completamente llenada por el devanado dado que toda el área de cobre es un área de conducción efectiva [SUL 99]. El análisis completo del dimensionado de los cables de litz debe ser incluido de forma analítica en el proceso de diseño dado que ni el área de ventana ni el número de vueltas son conocidas de antemano. Por otro lado, cuando se consideran los efectos de alta frecuencia en los devanados, una distribución igualitaria del área de ventana entre los devanados no queda justificada [PET 96], por lo que la distribución de la ventana también se debe incluir en el análisis del dimensionado de los devanados. Con este objetivo se define el factor de distribución de los devanados α como la relación existente entre el área de ventana total y el área asignada al devanado primario:

$$A_{wp} = \alpha \cdot A_w . \quad (4.63)$$

Con lo que el área asignada al devanado secundario se puede expresar como:

$$A_{ws} = (1 - \alpha) \cdot A_w . \quad (4.64)$$

4.6.2.2 Cálculo de pérdidas

- *Intercalado de máxima eficiencia.* Como se muestra en la Fig. 4.17, cuando se intercalan los devanados completamente, las capas de primario y secundario por sección, m_p y m_s , son iguales a la unidad. Los devanados primario y secundario están formados por p_p y p_s secciones, respectivamente, cada una de capa única y con b_p vueltas por capa para el primario y b_s vueltas por capa de secundario. Considérese ahora un devanado primario con N_p vueltas, formado por un cable de litz circular con N_{0p} hilos de radio r_{0p} , por el que circula una corriente eficaz $I_{p,rms}$, y un devanado secundario con N_s vueltas, formado por un cable de litz circular con N_{0s} hilos de radio r_{0s} , por el que circula una corriente eficaz $I_{s,rms}$. Aplicando la fórmula aproximada para el cálculo de pérdidas en (4.55) a cada una de las secciones del devanado primario y sumándolas, las pérdidas totales en el devanado primario P_{wp} quedan:

$$P_{wp} = \frac{N_p \cdot I_{p,rms}^2}{\pi \cdot \sigma \cdot r_{0p}^2 \cdot N_{0p}} \cdot F_{ac,L} \cdot \frac{\sum_{j=1}^{p_p} MLT_j}{p_p} \quad (4.65)$$

donde MLT_j es la longitud media de vuelta de la capa j . La última fracción de la expresión anterior representa la longitud media de vuelta del devanado primario, que se puede aproximar sin cometer apenas error a la longitud media de vuelta del núcleo MLT_c . Introduciendo ahora en (4.65) las expresiones para el número de hilos en (4.59) y el factor de llenado en (4.63), y considerando el área dedicada al devanado primario de la forma indicada en (4.64), las pérdidas del devanado primario son:

$$P_{wp} = MLT_c \cdot N_p^2 \cdot I_{p,rms}^2 \cdot \left[\frac{(e_1 \cdot r_{0p} + e_2)^2}{A_w \cdot K_d \cdot \sigma \cdot \alpha \cdot r_{0p}^2} + \frac{2\sqrt{2} \cdot K_d \cdot \sigma \cdot \mu^2 \cdot f_i^2}{N_p} \cdot \frac{r_{0p}^4}{(e_1 \cdot r_{0p} + e_2)^2} \right] . \quad (4.66)$$

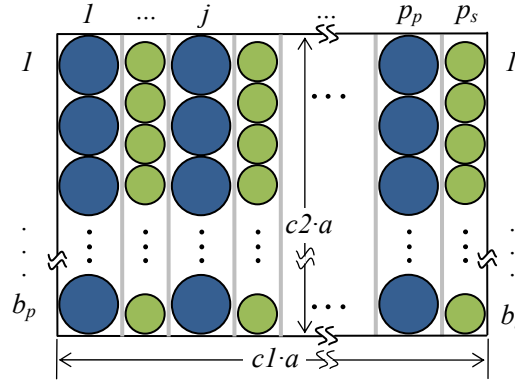


Fig. 4.17. Distribución genérica de los devanados de cable circular cuando se implementa el intercalado de máxima eficiencia.

De forma análoga se puede obtener una expresión para las pérdidas en el secundario P_{ws} . Si se expresan el número de vueltas del secundario N_s y la corriente por el secundario $I_{s,rms}$ en función del número de vueltas y la corriente de primario N_p e $I_{p,rms}$, respectivamente, a través de la relación de transformación n , y se suman P_{wp} y P_{ws} , se obtienen las pérdidas totales en los devanados del transformador en función de N_p e $I_{p,rms}$. Introduciendo la ley de Faraday en (2.46) particularizada para el devanado primario, el número de vueltas se puede expresar en función de la amplitud de inducción magnética B_p . Expresando, por último, las dimensiones características del núcleo en su forma genérica de la forma indicada en la tabla 3.3, se obtiene la siguiente expresión para las pérdidas totales $P_{W,L}$ en los devanados de cable de litz completamente intercalados:

$$P_{W,L} = \frac{K_2}{a^5 \cdot B_p^2} \left[\frac{(e_1 \cdot r_{0p} + e_2)^2}{\alpha \cdot r_{0p}^2} + \frac{(e_1 \cdot r_{0s} + e_2)^2}{(1-\alpha) \cdot r_{0s}^2} \right] + \frac{K_3}{a \cdot B_p} \left[\frac{r_{0p}^4}{(e_1 \cdot r_{0p} + e_2)^2} + \frac{n \cdot r_{0s}^4}{(e_1 \cdot r_{0s} + e_2)^2} \right] \quad (4.67)$$

donde en cada uno de los corchetes el primer término corresponde a pérdidas en el primario y el segundo a las pérdidas en el secundario. Además, el primer término representa las pérdidas debidas al efecto pelicular, mientras que el segundo representa las pérdidas debidas al efecto de proximidad. Los coeficientes K_2 y K_3 son:

$$K_2 = \frac{V_{p,rms}^2 \cdot I_{p,rms}^2}{16 \cdot k_{sh}^2 \cdot \sigma \cdot f^2} \cdot \frac{mlt}{a_c^2 \cdot a_w \cdot K_d}, \quad (4.68)$$

$$K_3 = \frac{V_{p,rms} \cdot I_{p,rms}^2 \cdot f_i^2 \cdot \mu^2 \cdot \sigma}{\sqrt{2} \cdot k_{sh} \cdot f} \cdot \frac{mlt \cdot K_d}{a_c}. \quad (4.69)$$

- *Devanados no intercalados.* En este caso, el número de capas por sección no es necesariamente la unidad. Además, las longitudes medias de vuelta de primario y secundario MLT_p y MLT_s , respectivamente, no son iguales. Cuando se tiene un tipo de núcleo doble E acorazado y el devanado primario se arrolla el primero de forma que quede más cerca de la pierna del núcleo, las expresiones de MLT_p y MLT_s en su forma genérica son:

$$MLT_p = mlt_p \cdot a = 2(2\alpha \cdot c1 + c3 + 1) \cdot a, \quad (4.70)$$

$$MLT_s = mlt_s \cdot a = 2(2(1 + \alpha) \cdot c1 + c3 + 1) \cdot a. \quad (4.71)$$

Para un núcleo doble U, como los devanados no se intercalan, cada devanado se arrolla en una de las piernas para conseguir una menor longitud media de vuelta. De esta forma, MLT_p y MLT_s son:

$$MLT_p = mlt_p \cdot a = 2(2\alpha \cdot c1 + c3 + 1) \cdot a, \quad (4.72)$$

$$MLT_s = mlt_s \cdot a = 2(2(1 - \alpha) \cdot c1 + c3 + 1) \cdot a. \quad (4.73)$$

Cuando los devanados no se intercalan, las N vueltas de un devanado se distribuye en m capas formadas por b vueltas cada una, con lo que se tiene la siguiente relación:

$$m = N/b. \quad (4.74)$$

Incluyendo en la ecuación anterior la expresión (4.60) para el número de vueltas por capa, en la que se expresa el número de hilos en función de su radio, y particularizando cada parámetro para primario y secundario, el cuadrado de m_p y m_s se puede expresar como:

$$m_p^2 = \left(\frac{N_p}{b_p} \right)^2 = \frac{4 \cdot N_p \cdot \alpha \cdot c1}{\pi \cdot c2}, \quad (4.75)$$

$$m_s^2 = \left(\frac{N_p}{n \cdot b_s} \right)^2 = \frac{4 \cdot N_p \cdot (1 - \alpha) \cdot c1}{\pi \cdot n \cdot c2}. \quad (4.76)$$

Si la aproximación de *Tourkhani* et al. para el cálculo de las pérdidas en una sección de un devanado se aplica a los devanados primario y secundario y se desarrolla siguiendo un proceso similar al realizado para el caso de intercalado de máxima eficiencia pero incluyendo las dependencias modeladas en (4.70)-(4.76), se obtiene la siguiente expresión para el cálculo de las pérdidas totales $P_{W,L,n}$ en los devanados de un transformador con dos devanados no intercalados de cable de litz:

$$P_{W,L,n} = \frac{K_{2,n}}{a^5 B_p^2} \left[\frac{mlt_p (e_1 \cdot r_{0p} + e_2)^2}{\alpha \cdot r_{0p}^2} + \frac{mlt_s (e_1 \cdot r_{0s} + e_2)^2}{(1 - \alpha) \cdot r_{0s}^2} \right] + \frac{K_{3,n}}{a^3 B_p^2} \left[\frac{mlt_p \cdot \alpha \cdot r_{0p}^4}{(e_1 \cdot r_{0p} + e_2)^2} + \frac{mlt_s \cdot (1 - \alpha) \cdot r_{0s}^4}{(e_1 \cdot r_{0s} + e_2)^2} \right] + \frac{K_{4,n}}{a \cdot B_p} \left[\frac{mlt_p \cdot r_{0p}^4}{(e_1 \cdot r_{0p} + e_2)^2} + \frac{mlt_s \cdot n \cdot r_{0s}^4}{(e_1 \cdot r_{0s} + e_2)^2} \right] \quad (4.77)$$

donde en cada uno de los corchetes el primer término corresponde a pérdidas en el primario y el segundo a las pérdidas en el secundario. Además, el primer término representa las pérdidas debidas al efecto pelicular, mientras que la suma del segundo y el tercero representa las pérdidas debidas al efecto de proximidad. En este caso, los coeficientes $K_{2,n}$, $K_{3,n}$ y $K_{4,n}$ quedan:

$$K_{2,n} = \frac{V_{p,rms}^2 \cdot I_{p,rms}^2}{16 \cdot k_{sh}^2 \cdot \sigma \cdot f^2} \cdot \frac{1}{K_d \cdot a_c^2 \cdot a_w}, \quad (4.78)$$

$$K_{3,n} = \frac{\pi^2 \cdot \sigma \cdot \mu^2 \cdot f_i^2 \cdot V_{p,rms}^2 \cdot I_{p,rms}^2}{48 \cdot k_{sh}^2 \cdot f^2} \cdot \frac{K_d \cdot c1}{a_c^2 \cdot c2}, \quad (4.79)$$

$$K_{4,n} = \frac{\sigma \cdot \mu^2 \cdot f_i^2 \cdot V_{p,rms} \cdot I_{p,rms}^2}{10\sqrt{3} \cdot k_{sh} \cdot f} \cdot \frac{K_d}{a_c}. \quad (4.80)$$

Comparando las expresiones (4.71) y (4.73) es fácil ver que, cuando los devanados no se intercalan, el núcleo doble U permite una menor longitud media de vuelta que el doble E, consiguiendo así menores pérdidas en los devanados. Por otro lado, como se aprecia en la tabla 3.3, el núcleo doble U requiere un mayor volumen para conseguir un mismo comportamiento magnético.

En los núcleos doble E, analizando (4.70) y (4.71), es fácil ver que el devanado bobinado en el exterior (en este caso el secundario) tiene una longitud media de vuelta superior al arrollado en el interior. Considerando un mismo radio de hilo y un mismo reparto de la ventana entre primario y secundario, de la expresión (4.77) se concluye que la diferencia entre pérdidas de primario y secundario radica en el término de las pérdidas en el secundario que va multiplicado por la relación de transformación n . Por lo tanto, para compensar esta diferencia, si se tiene un transformador elevador ($n < 1$) es correcto bobinar el devanado secundario en el exterior, de forma que tiene una mayor longitud media de vuelta. Mientras que, si se tiene un transformador reductor ($n < 1$), el devanado secundario debe ser bobinado en primer lugar, quedando en el interior para conseguir una menor longitud media de vuelta. En este último caso, las expresiones para las longitudes medias de vuelta de primario y secundario quedan:

$$MLT_p = mlt_s \cdot a = 2(2(2 - \alpha) \cdot c1 + c3 + 1) \cdot a, \quad (4.81)$$

$$MLT_s = mlt_s \cdot a = 2(2(1 - \alpha) \cdot c1 + c3 + 1) \cdot a. \quad (4.82)$$

4.6.3 Devanados de pletina

4.6.3.1 Intercalado convencional de conductores de pletina

Como se explicó en el apartado 4.5, la realización práctica del intercalado de devanados de pletina que ocupan toda la altura de la ventana es compleja debido a la necesidad de realizar puentes o *taps* para conectar en serie las distintas secciones de un mismo devanado. A continuación, se estudia un ejemplo de intercalado de devanados de pletina para mostrar con detalle la problemática de la realización del intercalado y como punto de partida para el desarrollo de la técnica de *intercalado máximo* propuesta en esta tesis. Para ello, se considera un transformador con dos devanados de pletina con una corriente de primario i , con cuatro vueltas de primario y ocho de secundario. En la Fig. 4.18 se muestran tres posibles patrones de intercalado y las distribuciones de la fuerza magnetomotriz f_{mm} en la ventana asociada a cada uno de ellos.

La primera opción se muestra en la Fig. 4.18(a) y consiste en realizar el intercalado siguiendo un patrón 4-8, es decir, no intercalar los devanados. De esta forma, se tiene una única sección de primario de cuatro vueltas ($m_p=4$) y otra de secundario de ocho vueltas ($m_s=8$). En consecuencia, se obtiene una f_{mm} máxima que conlleva máximas pérdidas debido al efecto de proximidad, con una dificultad constructiva mínima dado que no es necesario realizar ningún *tap*.

La siguiente opción, mostrada en la Fig. 4.18(b), consiste en realizar el intercalado siguiendo un patrón 2-4-2-4. Esta distribución representa un intercalado intermedio en el que el primario se divide en dos secciones de dos vueltas cada una ($m_p=2$) y el secundario en dos secciones de cuatro vueltas cada una ($m_s=4$). En este caso, en comparación con la primera opción, se tiene que la f_{mm} máxima ha sido reducida a la mitad lo que conlleva unas pérdidas de proximidad iguales de forma aproximada a una cuarta parte de las pérdidas generadas en la primera opción. Sin embargo, el proceso de bobinado es más complicado. Este proceso consiste, en primer lugar, en dar dos vueltas con la pletina de primario aislada y cortarla. A continuación se arrollan cuatro vueltas de la pletina de secundario también aislada. Llegados a este punto se debe repetir el mismo proceso pero, cuando se empieza a arrollar la segunda sección de primario, el final de la primera sección debe ser conectado al principio de la segunda de forma que las dos secciones queden conectadas en serie y el devanado primario tenga cuatro vueltas. Esta conexión o *tap* se realiza soldando un material conductor entre el final y el principio de las distintas secciones. Las secciones del devanado secundario deben conectarse siguiendo el mismo procedimiento. En consecuencia, se ha conseguido reducir las pérdidas a costa de realizar dos *taps*. Existe otra opción no considerada en la figura cuyo patrón de intercalado es 1-4-2-4-1, con la que se reducen un poco más las pérdidas a costa de realizar un *tap* más. Estos dos niveles de intercalado intermedio representan un compromiso

aceptable entre reducción de pérdidas y dificultad constructiva [MOH 03-cap.3], por lo que los fabricantes comerciales normalmente no realizan mayores intercalados.

Cuando el patrón de intercalado minimiza el número de capas o vueltas por sección de uno de los devanados, los devanados están completamente intercalados y la f_{mm} y las pérdidas por proximidad también son mínimas. Este caso recibe el nombre de intercalado completo y se muestra para el ejemplo considerado anteriormente en la Fig. 4.18(c). El patrón de intercalado es el 1-2-1-2-1-2-1-2 y consigue las mínimas pérdidas a costa de la máxima dificultad constructiva con el mayor número de cortes, *taps* y soldaduras. En concreto, un total de seis *taps* son necesarios; tres para conectar en serie las distintas secciones del devanado primario y otros tres para conectar en serie las del secundario.

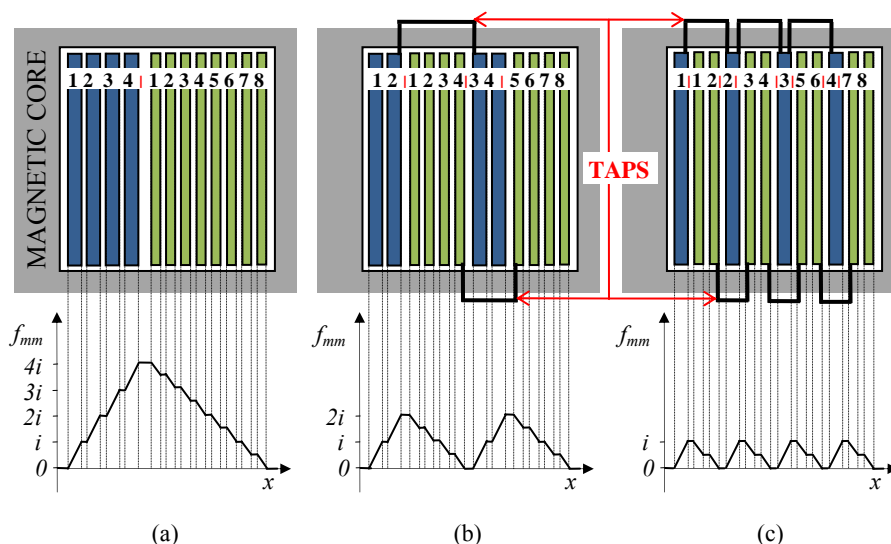


Fig. 4.18. Distribución de la fuerza magnetomotriz en la ventana de un transformador en el que se han seguido tres patrones de intercalado diferentes: (a) no intercalado, (b) intermedio, y (c) completo.

4.6.3.2 Técnica de máximo intercalado

Con el objetivo de minimizar las pérdidas debidas al efecto de proximidad sin complicar el proceso de bobinado, una nueva técnica de intercalado llamada *máximo intercalado* se propone en esta tesis. Con esta técnica, la distribución de la f_{mm} es la misma que para el tradicional intercalado completo pero, gracias al nuevo proceso constructivo, el número de *taps* necesario se reduce al mínimo técnicamente necesario. En primer lugar, para facilitar la comprensión de la técnica propuesta, el máximo intercalado se aplica al ejemplo considerado en el apartado anterior. A continuación, la técnica se describe de una forma genérica para que, siguiendo los pasos indicados, se pueda aplicar a los devanados de cualquier transformador.

En el ejemplo anterior se deben dar cuatro vueltas de primario y ocho de secundario. El proceso de bobinado cuando se implementa para este ejemplo la técnica de *intercalado máximo* es el siguiente. En el primer paso, tres pletinas aisladas entre sí se bobinan alrededor de la pierna del núcleo magnético hasta formar cuatro vueltas completas. La primera pletina tiene la anchura correspondiente al devanado primario, mientras que la segunda y la tercera tienen la anchura correspondiente al secundario. Finalmente, como se muestra en la Fig. 4.19, el principio de la tercera pletina (verde oscuro en la figura) se debe soldar con el final de la segunda pletina (verde claro) para que, de esta forma, la segunda y la tercera pletina queden conectadas en serie y den lugar a las ocho vueltas del devanado secundario. Con esta técnica de intercalado se tienen las mismas mínimas pérdidas que para el intercalado completo convencional pero con una construcción mucho más simple, dado que solo es necesario realizar un único *tap* en lugar de los seis requeridos por la técnica convencional.

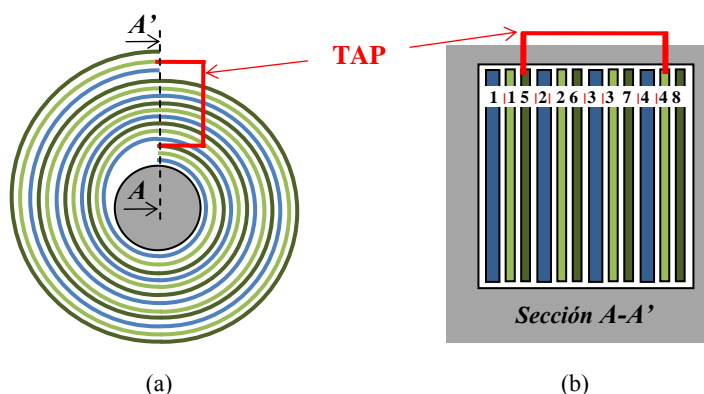


Fig. 4.19. Intercalado máximo de los devanados de un transformador con 4 vueltas de primario y 8 de secundario: (a) sección transversal de la pierna del núcleo, y (b) sección transversal de la ventana.

La técnica de máximo intercalado se describe ahora de forma genérica para facilitar su aplicación a los devanados de transformadores con cualquier relación de transformación, incluso para un número no entero. El devanado con un menor número de vueltas (N_A) se denomina devanado A mientras que el que tiene un mayor número de vueltas (N_B) se denomina B. El primer paso consiste en tomar una única pletina para el devanado A y m pletinas para el devanado B, con m igual a:

$$m = \text{round}\left(\frac{1}{n}\right) = \text{round}\left(\frac{N_B}{N_A}\right) \quad (4.83)$$

donde n es la relación de transformación genérica definida como el cociente entre los números de vueltas de devanados A y B. Esta relación de transformación será igual a N_p/N_s para los transformadores elevadores y a N_s/N_p para los transformadores reductores. Todas las pletinas

son aisladas entre sí y colocadas una encima de otra para proceder al bobinado. De ahora en adelante se deben distinguir dos casos en función del valor de la parte decimal de n :

- *Parte decimal de $1/n \geq 0.5$* : la Fig. 4.20 muestra la sección transversal de la pierna central de un núcleo magnético o, lo que es lo mismo, la planta de los devanados con máximo intercalado y una distribución genérica para este caso. Como se puede ver, se sitúa la pletina del devanado A en el interior y las pletinas se bobinan de forma continua y conjunta hasta dar z vueltas alrededor del núcleo, con z igual a:

$$z = \text{floor}\left(\frac{N_B}{m}\right). \quad (4.84)$$

Una vez finalizada la vuelta z se deben cortar las $m-m'$ pletinas externas del devanado B, con m' igual a:

$$m' = \frac{N_B - z \cdot m}{N_A - z}. \quad (4.85)$$

De esta forma, se termina el bobinado de $m-m'$ pletinas del devanado B después de dar z vueltas cada una como se indica con una x en la Fig. 4.20. Posteriormente, se dan las vueltas que restan hasta alcanzar N_A con las pletinas restantes, es decir, solo con las m' pletinas restantes del devanado B. Una vez que el proceso de bobinado ha finalizado, el siguiente paso consiste en conectar en serie las distintas pletinas del devanado B por medio de *taps*. El final de la pletina 1 se conecta con el principio de la pletina 2, el final de la 2 con el principio de la 3 y así sucesivamente hasta conectar el final de la pletina $m-1$ con el principio de la pletina m .

Cuando m' es menor que 1 significa que una vez alcanzada la vuelta z quedan por dar menos vueltas del devanado B que del A. En estos casos, es suficiente con igualar m' a 1 y dar las vueltas restantes hasta alcanzar N_B con las pletinas de los devanados A y B (una única pletina por devanado). Por último, se corta la pletina del devanado B y se bobina la pletina del devanado A hasta alcanzar N_A . Un ejemplo de este caso especial y su realización práctica se muestran en el capítulo 8.

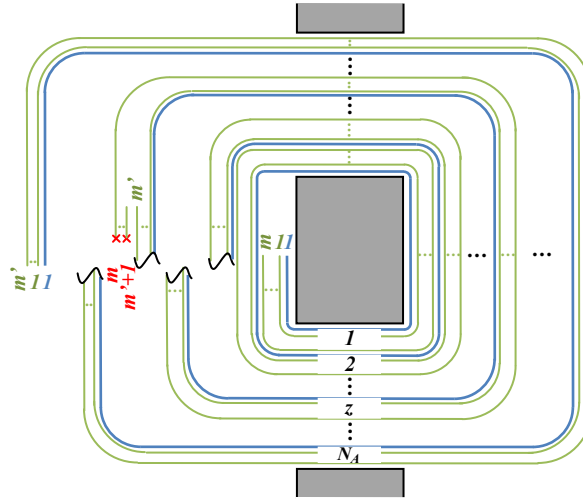


Fig. 4.20. Sección transversal (planta) de la pierna central de un núcleo doble E con máximo intercalado cuando $1/n$ es redondeado hacia arriba. Devanado A azul y devanado B en verde.

- Parte decimal de $1/n < 0.5$: la Fig. 4.21 muestra la planta de los devanados con máximo intercalado y una distribución genérica para este caso. De la misma forma que en el caso anterior, la pletina del devanado A y las m pletinas del B se bobinan de forma conjunta y continua, pero esta vez se dan N_A vueltas y se sitúa las pletinas del devanado B en el interior. A continuación, se cortan la pletina del devanado A y las $m-m'$ pletinas externas del devanado B, y se bobina una vuelta más únicamente con las m' pletinas restantes del devanado B. En este caso m' es igual a:

$$m' = N_B - N_A \cdot m . \quad (4.86)$$

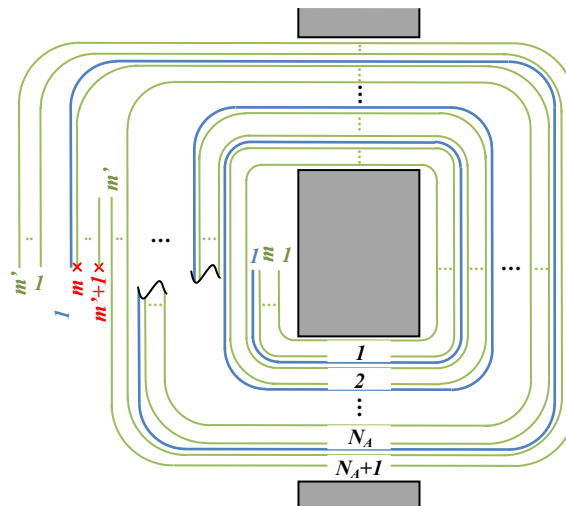


Fig. 4.21. Planta de los devanados con máximo intercalado cuando se redondea $1/n$ hacia abajo.

Finalmente, se conectan en serie las distintas pletinas del devanado B por medio de *taps*. El final de la pletina 1 se conecta con el principio de la pletina 2, el final de la 2 con el principio de la 3 y así sucesivamente hasta conectar el final de la pletina $m-1$ con el principio de la pletina m .

Si m' es mayor que m , el proceso cambia ligeramente. Después de haber bobinado N_A vueltas se debe dar una vuelta adicional con las m pletinas del devanado B. Posteriormente, se deben cortar las $2m-m'$ pletinas externas de este devanado y dar una última vuelta adicional con las $m'-m$ pletinas restantes.

Para relaciones de transformación enteras, los dos casos anteriores conducen a un mismo resultado. Se puede concluir que la técnica de máximo intercalado propuesta en esta tesis permite minimizar tanto las pérdidas debidas al efecto de proximidad en los devanados de un transformador como la dificultad del proceso constructivo, dado que solo es necesario realizar $m-1$ *taps*, el menor número posible.

4.6.3.3 Cálculo de pérdidas

- *Intercalado máximo.* Cuando se intercalan los bobinados y se mantiene la relación de transformación exacta entre las vueltas de una sección de un devanado y las de la sección contigua del otro devanado por el que circula corriente en sentido contrario, las pérdidas totales en los devanados del transformador se pueden calcular como la suma de las pérdidas en cada sección estimadas éstas por medio de las fórmulas aproximadas presentadas en (4.56). Estas fórmulas están basadas en el supuesto de que se tiene una distribución de la fuerza magnetomotriz f_{mm} a lo largo de la sección que empieza o acaba en cero. Ambos casos se muestran en las Fig. 4.22(a) y 4.22(b). Sin embargo, esta distribución de f_{mm} no se da en los casos en los que la relación de transformación no se guarda entre el número de vueltas de secciones contiguas, como son los casos en los que se implementa el intercalado máximo cuando se tiene una relación de transformación decimal o en cualquier intercalado práctico de devanados (un ejemplo se puede encontrar en [VAN 88]). La causa es que la relación entre el número de vueltas de las secciones no guarda la relación de transformación mientras que la relación entre las corrientes que circulan por éstas sí, dando lugar a que las f_{mm} de cada devanado no se compensen. Ejemplos de distribuciones de f_{mm} en las que ésta no empieza ni acaba en cero se muestran en la Fig. 4.22(c) y 4.22(d).

Los devanados en los que la f_{mm} presenta esta distribución reciben el nombre de devanados “no óptimos” [VAN 88]. En estos casos, las pérdidas por el efecto de proximidad en las distintas secciones pueden ser mayores o menores a las estimadas por medio de las fórmulas aproximadas. Como se explicó en el apartado 4.4, estas pérdidas son proporcionales al cuadrado de la amplitud de f_{mm} en el cobre. Por ello, cuando se tenga una

distribución de f_{mm} que atraviese el valor cero se tendrán una pérdidas menores (Fig. 4.22(c) respecto de la Fig. 4.22(a)), y cuando la f_{mm} no tenga en ninguna parte de la sección el valor cero se tendrán unas pérdidas mayores ((Fig. 4.22(d) respecto de la Fig. 4.22(b)).

Quando se implementa el intercalado máximo con devanados de pletina, a lo largo de la anchura de la ventana del transformador se tiene una fuerza magnetomotriz que es una mezcla de los cuatro casos anteriores. Si se aplican las fórmulas aproximadas para el cálculo de pérdidas se tienen secciones en las que las pérdidas han sido estimadas correctamente, otras en las que se han sobreestimado y otras en las que se han subestimado. En consecuencia, las pérdidas totales en los devanados se pueden aproximar por las pérdidas calculadas considerando una distribución “óptima” de la f_{mm} en los devanados [VAN 88].

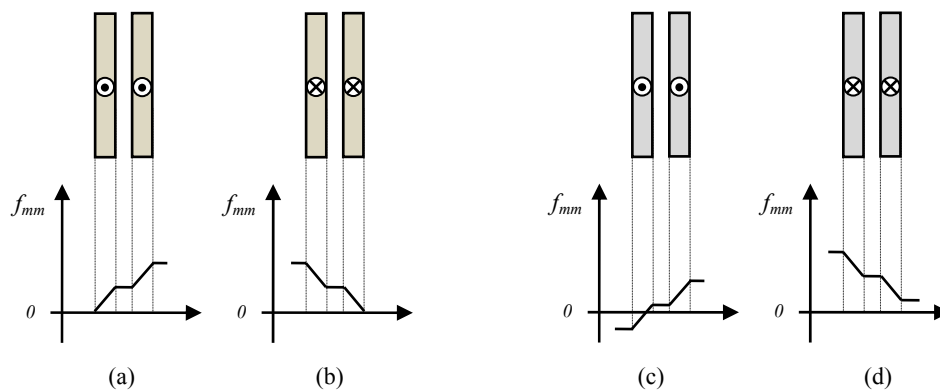


Fig. 4.22. Secciones de devanado con distintas distribuciones de la f_{mm} : (a) f_{mm} ascendente empezada en cero, (b) f_{mm} descendente acabada en cero, (c) f_{mm} ascendente que atraviesa el cero, (d) f_{mm} descendente que no llega a cero.

Para obtener las pérdidas totales en cada uno de estos devanados, se aplica, en primer lugar, la fórmula aproximada para el cálculo de pérdidas en una sección de un devanado de pletina mostrada en (4.56) a cada una de las secciones del devanado A y, asimismo, a cada una de las secciones del devanado B. Los resultados de cada devanado se suman y se obtienen las pérdidas en cada devanado. Al igual que para el intercalado completo de los devanados de cable de litz, se pueden aproximar con un error despreciable las longitudes medias de vuelta de ambos devanados por la longitud media de vuelta del núcleo MLT_c . El devanado A (devanado con menor número de vueltas) tiene una única capa de anchura h_A en todas sus secciones, mientras que el devanado B (devanado con mayor número de vueltas) tiene m capas de anchura h_B en la mayoría de sus secciones y m' en el resto. Para simplificar el cálculo en el proceso de diseño, se asume que todas las capas del devanado B tienen un mismo número de capas igual a m en todas sus secciones.

En segundo lugar, se introduce la ley de Faraday en (2.46) particularizada para cada uno de los devanados para expresar el número de vueltas en función de la amplitud de inducción magnética B_p . Por último, se expresan las dimensiones del núcleo en su forma genérica empleando el factor dimensional y los coeficientes como se indica en la tabla 3.3, y se obtienen las siguientes expresiones para las pérdidas tanto en el devanado con menor número de vueltas P_{wA} como en el de mayor número de vueltas P_{wB} :

$$P_{wA} = \frac{mlt \cdot I_{A,rms}^2 \cdot V_{A,rms}}{4 \cdot k_{sh} \cdot \sigma \cdot f \cdot k_h \cdot c2 \cdot a_c \cdot B_p \cdot a^2} \left(\frac{1}{h_A} + \frac{4h_A^3}{45\delta^4} \right), \quad (4.87)$$

$$P_{wB} = \frac{mlt \cdot I_{B,rms}^2 \cdot V_{B,rms}}{4 \cdot k_{sh} \cdot \sigma \cdot f \cdot k_h \cdot c2 \cdot a_c \cdot B_p \cdot a^2} \left[\frac{1}{h_B} + \frac{(5m^2 - 1) \cdot h_B^3}{45\delta^4} \right]. \quad (4.88)$$

Refiriendo las tensiones y corrientes a las del devanado con menor número de vueltas por medio de la relación de transformación n definida en (4.83), introduciendo la expresión de la profundidad pelicular (4.4), y sumando ambas expresiones, se obtienen las pérdidas totales en los devanados de pletina con intercalado máximo $P_{w,F}$:

$$P_{w,F} = K_{2,F} \frac{mlt}{B_p \cdot a^2} \left\{ \frac{1}{h_A} + \frac{n}{h_B} + K_{3,F} \left[4 \cdot h_A^3 + n \cdot (5m^2 - 1) \cdot h_B^3 \right] \right\} \quad (4.89)$$

donde los coeficientes $K_{2,F}$ y $K_{3,F}$ tienen las siguientes expresiones:

$$K_{2,F} = \frac{V_{A,rms} \cdot I_{A,rms}^2}{4 \cdot k_{sh} \cdot k_h \cdot \sigma \cdot c2 \cdot a_c \cdot f}, \quad (4.90)$$

$$K_{3,F} = \frac{\pi^2 \cdot \mu^2 \cdot \sigma^2 \cdot f_i^2}{45}. \quad (4.91)$$

Como el número de *taps* es mínimo cuando se implementa el máximo intercalado, las pérdidas en los *taps* son muy pequeñas y su impacto en las pérdidas totales de los devanados puede despreciarse.

- *Devanados no intercalados.* En este caso, el número de capas por sección m es igual al número de vueltas del devanado N . Por lo tanto, particularizando la fórmula aproximada para el cálculo de pérdidas en una sección de un devanado de pletina mostrada en (4.56), las pérdidas totales en la única sección del devanado no intercalado quedan:

$$P_w = \frac{MLT_w \cdot N \cdot I_{rms}^2}{\sigma \cdot w_f} \left[\frac{1}{h} + \frac{(5 \cdot N^2 - 1) \cdot h^3}{45 \cdot \delta^4} \right]. \quad (4.92)$$

Además, como en el caso de los devanados de cable de litz no intercalados, las longitudes medias de vuelta de los distintos devanados no son iguales. Para el caso de un transformador con dos devanados arrollados sobre la pierna central de un núcleo doble E, las longitudes medias del devanado A (menor número de vueltas) y del devanado B (mayor número de vueltas, MLT_A y MLT_B respectivamente, se pueden aproximar por:

$$MLT_A = mlt_A \cdot a = 2(c1 + c3 + 1) \cdot a, \quad (4.93)$$

$$MLT_B = mlt_B \cdot a = 2(3 \cdot c1 + c3 + 1) \cdot a. \quad (4.94)$$

Para un núcleo doble U, como los devanados no se intercalan, cada devanado se arrolla en una pierna distinta del núcleo para conseguir una menor longitud media de vuelta. En este caso, se tiene la misma longitud media de vuelta para ambos devanados e igual a la expresión (4.93). Siguiendo un desarrollo análogo al realizado en el apartado anterior para el máximo intercalado pero teniendo en cuenta las particularidades de los devanados no intercalados, se obtiene la siguiente expresión para las pérdidas totales en un transformador con dos devanados de pletina no intercalados $P_{w,F,n}$:

$$P_{w,F,n} = \frac{K_{2,F}}{B_p \cdot a^2} \left[\frac{mlt_A}{h_A} + \frac{mlt_B \cdot n}{h_B} - K_{3,F} (mlt_A h_A^3 + n \cdot mlt_B h_B^3) \right] + \frac{K_{4,F}}{B_p^3 \cdot a^6} \left(mlt_A h_A^3 + \frac{mlt_B h_B^3}{n} \right) \quad (4.95)$$

donde el coeficiente $K_{4,F}$ es:

$$K_{4,F} = \frac{\pi^2 \cdot \mu^2 \cdot \sigma \cdot f_i^2 \cdot V_{A,rms}^3 \cdot I_{A,rms}^2}{3^2 \cdot 2^6 \cdot k_{sh}^3 \cdot k_h \cdot c2 \cdot a_c^3 \cdot f^3}. \quad (4.96)$$

4.6.4 Devanados de cable sólido circular

4.6.4.1 Modelado de la geometría

Considerando ahora devanados de cable sólido circular, se tiene que el radio R es la única variable que caracteriza el conductor, mientras que el espesor del aislamiento g , el número de vueltas por capa b , el número de capas por sección m y el número total de vueltas del devanado N son las variables que caracterizan el devanado. En este apartado se modela las dependencias que existen entre estas cuatro variables y, entre éstas, y la geometría del núcleo magnético sobre el que se arrollan. En primer lugar, al igual que en el estudio de los devanados de cable de Litz, se debe modelar la relación que existe entre el espesor del aislamiento del conductor y su radio. Cuando se emplean conductores circulares sólidos se tienen radios mayores a los de los hilos del cable de litz, por lo que se emplea la expresión propuesta en [NEM 97] y válida cuando $0.13 \text{ mm} < R < 1 \text{ mm}$. En este caso, se tiene la siguiente expresión para el espesor del aislamiento $g(R)$:

$$\log g(R) = 0.518 - \frac{AWG}{44.8} \quad (4.97)$$

donde g se expresa en milésimas de pulgada y AWG es el número del calibre de cable americano (American Wire Gauge) y cuya relación con el radio del hilo en pulgadas es:

$$2 \cdot R = 0.005 \cdot (92)^{\frac{36-AWG}{39}}. \quad (4.98)$$

De forma análoga a la relación entre la definición del tamaño del grano ASTM y el tamaño del grano en metros en metalurgia cuando se estudian estructuras policristalinas, con un calibre de menor radio se tiene un AWG mayor. Si se despeja el valor de AWG en (4.98) y se introduce en (4.97), y se refieren todas a las magnitudes a metros, se tiene la siguiente expresión para el espesor de aislante en un cable circular en función de su radio:

$$g(R) \approx 0.001 \cdot R^{0.443}. \quad (4.99)$$

De cara a facilitar su utilización en el proceso de diseño, esta expresión se puede aproximar de forma lineal por:

$$g(R) \approx (e_3 - 1) \cdot R + e_4 \quad (4.100)$$

donde el valor de los coeficientes $(e_3 - 1)$ y e_4 se deben aproximar según las características del cable. Para la expresión propuesta en [NEM 97], dentro de su rango de validez, los coeficientes $(e_3 - 1)$ y e_4 tienen los valores 0.0328 y $1.645 \cdot 10^{-5}$, respectivamente.

Por otro lado, el número de vueltas situadas o apiladas en disposición vertical debe ser maximizado para minimizar las pérdidas debidas al efecto de proximidad, por lo que la dimensión vertical de la ventana del transformador siempre se llena al máximo posible teniendo en cuenta las limitaciones introducidas por el hecho de que las distintas vueltas deben estar aisladas entre sí y por el proceso de bobinado. En consecuencia, el número de vueltas por capa de devanado b está estrechamente relacionado con la altura de la ventana del núcleo $c \cdot 2 \cdot a$ y las características del cable circular (radio R y espesor de aislamiento g). En este trabajo, se modela el espacio vacío introducido entre vueltas contiguas verticales de un devanado debido a la no idealidad del proceso de bobinado por medio de un coeficiente constante k_v . Al igual que en el caso de los devanados de cable de litz, y con el objetivo de evitar las discontinuidades introducidas en el problema de diseño por el hecho de que el número de vueltas por capa debe ser un número entero, inicialmente se ignora esta restricción y se considera que el número de vueltas por capa se puede tratar como una variable continua. Considerando esta definición del problema e introduciendo el factor k_v , se tiene la siguiente expresión para el número de vueltas por capa:

$$b = \frac{k_v \cdot c \cdot 2 \cdot a}{2 \cdot R + 2 \cdot g(R)} = \frac{k_v \cdot c \cdot 2 \cdot a}{2 \cdot (e_3 \cdot R + e_4)}. \quad (4.101)$$

donde e_3 y e_4 son los coeficientes que modelan el radio total del cable teniendo en cuenta el aislante. Considerando el modelo propuesto en [NEM 97], los valores de e_3 y e_4 son 1.033 y $1.645 \cdot 10^{-5}$, respectivamente. Las relaciones entre las variables que definen la distribución del devanado dependerán del intercalado implementado, por lo que se estudian en el siguiente apartado.

4.6.4.2 Cálculo de pérdidas

- *Intercalado completo: máxima eficiencia.* Al igual que para los devanados de cable de litz de la Fig. 4.17, cuando se intercalan los devanados completamente las capas de primario y secundario por sección, m_p y m_s , son iguales a la unidad. Los devanados primario y secundario están formados por p_p y p_s secciones, respectivamente, cada una de capa única y con b_p vueltas por capa para el primario y b_s vueltas por capa de secundario. Considérese ahora un devanado primario con N_p vueltas, formado por un cable circular sólido de radio R_p , por el que circula una corriente eficaz $I_{p,rms}$, y un devanado secundario con N_s vueltas, formado por un cable circular sólido de radio R_s , por el que circula una corriente eficaz $I_{s,rms}$. Aplicando la fórmula aproximada (4.57) para el cálculo de pérdidas cada una de las secciones del devanado primario y sumándolas, las pérdidas totales en el devanado primario P_{wp} quedan:

$$P_{wp} = \frac{N_p \cdot I_{p,rms}^2}{\pi \cdot \sigma \cdot R_p^2} \cdot F_{ac,R} \cdot \frac{\sum_{j=1}^{p_p} \text{MLT}_j}{p_p} \quad (4.102)$$

Considerando que todas las vueltas tienen una longitud igual a la longitud media de vuelta del devanado primario y aproximando ésta a la longitud media de vuelta del núcleo MLT_c e introduciendo en (4.102) las expresiones del número de vueltas por capa en (4.101) y de la profundidad pelicular en (4.4), las pérdidas del devanado primario quedan:

$$P_{wp} = \text{MLT}_c \cdot N_p \cdot I_{p,rms}^2 \cdot \left[\frac{1}{\pi \cdot \sigma \cdot R_p^2} + \frac{k_v^2 \cdot \sigma \cdot \pi^4 \cdot \mu^2 \cdot f_i^2}{45} \cdot \frac{R_p^4}{(e_3 \cdot R_p + e_4)^2} \right] \quad (4.103)$$

De forma análoga se puede obtener una expresión para las pérdidas en el secundario P_{ws} . Si se expresan el número de vueltas del secundario N_s y la corriente por el secundario $I_{s,rms}$ en función del número de vueltas y la corriente de primario N_p e $I_{p,rms}$, respectivamente, a través de la relación de transformación n , y se suman P_{wp} y P_{ws} , se obtienen las pérdidas totales en los devanados del transformador en función de N_p e $I_{p,rms}$. Introduciendo la ley de Faraday en (2.46) particularizada para el devanado primario, el número de vueltas se puede expresar en función de la amplitud de inducción magnética B_p . Expresando, por último, las dimensiones características del núcleo en su forma genérica de la forma indicada en la tabla 3.3, se obtiene la siguiente expresión para las pérdidas totales en los devanados de cable sólido circular completamente intercalados $P_{W,R}$:

$$P_{W,R} = K_{2,R} \cdot \frac{mlt}{a \cdot B_p} \left\{ \frac{1}{\pi \cdot \sigma \cdot R_p^2} + \frac{n}{\pi \cdot \sigma \cdot R_s^2} + K_{3,R} \cdot \left[\frac{R_p^4}{(e_3 \cdot R_p + e_4)^2} + \frac{n \cdot R_s^4}{(e_3 \cdot R_s + e_4)^2} \right] \right\} \quad (4.104)$$

donde los coeficientes $K_{2,R}$ y $K_{3,R}$ son:

$$K_{2,R} = \frac{V_{p,rms} \cdot I_{p,rms}^2}{4 \cdot k_{sh} \cdot f \cdot a_c}, \quad (4.105)$$

$$K_{3,R} = \frac{k_v^2 \cdot \sigma \cdot \pi^4 \cdot \mu^2 \cdot f_i^2}{45}. \quad (4.106)$$

- *Devanados no intercalados.* En este caso, el número de capas por sección no es necesariamente la unidad. Además, las longitudes medias de vuelta de primario y secundario MLT_p y MLT_s , respectivamente, no son iguales. Para el caso de un transformador con dos devanados arrollados sobre la pierna central de un núcleo doble E, la longitud media de vuelta de primario se expresa en (4.93) y la de secundario en (4.94). Para un núcleo doble U, como los devanados no se intercalan, cada devanado se arrolla en una pierna distinta del núcleo para conseguir una menor longitud media de vuelta, y para ambos devanados se tiene la longitud media de vuelta indicada en (4.93). Además, al igual que para los devanados de cable de litz, cuando los devanados no se intercalan se debe tener en cuenta que el número de capas m depende del número de vueltas total del devanado N y del número de vueltas por capa b de la siguiente forma:

$$m = N/b. \quad (4.107)$$

Teniendo en cuenta lo dicho anteriormente y siguiendo un proceso similar al realizado en el apartado anterior, las pérdidas totales en los devanados de cable sólido circular no intercalados $P_{W,R,n}$ quedan:

$$P_{W,R,n} = \frac{K_{2,R}}{B_p \cdot a} \left[\frac{mlt_p}{\pi \cdot \sigma \cdot R_p^2} + \frac{n \cdot mlt_s}{\pi \cdot \sigma \cdot R_s^2} - K_{3,R} \cdot \left(\frac{mlt_p \cdot R_p^4}{(e_3 \cdot R_p + e_4)^2} + \frac{n \cdot mlt_s \cdot R_s^4}{(e_3 \cdot R_s + e_4)^2} \right) \right] + \frac{K_{4,R}}{B_p^3 \cdot a^7} \left(mlt_p \cdot R_p^4 + \frac{mlt_s \cdot R_s^4}{n} \right) \quad (4.108)$$

donde el coeficiente $K_{4,R}$ es:

$$K_{4,R} = \frac{\pi^4 \cdot \sigma \cdot \mu^2 \cdot f_i^2 \cdot V_{p,rms}^3 \cdot I_{p,rms}^2}{3^2 \cdot 2^6 \cdot k_{sh}^3 \cdot f^3 \cdot a_c^3 \cdot c2^2}. \quad (4.109)$$

4.6.5 Pérdidas en los devanados con corrientes no senoidales

Como se explicó en el apartado 4.2.3, las pérdidas en los devanados cuando se tiene una corriente no senoidal se pueden calcular como la suma de las pérdidas debidas a cada uno de sus armónicos. De forma genérica, el cálculo de las pérdidas totales en los devanados, independientemente del tipo de cable utilizado, se realiza de forma práctica por medio del siguiente sumatorio:

$$P_W = \sum_{j=1}^{j_{\max}} P_{W,j} \quad (4.110)$$

donde $P_{W,j}$ son las pérdidas en los devanados para el armónico de corriente j y j_{\max} es el máximo armónico considerado. Dependiendo del tipo de cable empleado se deberá utilizar una u otra expresión de P_W . Para cada armónico, los coeficientes K_2 , K_3 , $K_{2,n}$, $K_{3,n}$, y $K_{4,n}$ para el cable de litz, $K_{2,F}$, $K_{3,F}$, y $K_{4,F}$ para el conductor de pletina y $K_{2,R}$, $K_{3,R}$, y $K_{4,R,n}$ para el conductor circular, deben ser particularizados para el valor eficaz de la corriente $I_{rms,j}$ y la frecuencia $f_{i,j}$ de dicho armónico.

4.7 Materiales Conductores y Aislantes

El material más utilizado como conductor es el cobre debido principalmente a sus excelentes propiedades y a su relativamente bajo coste. Sin embargo, al igual que en aplicaciones de baja frecuencia, también se emplea el aluminio. La razón es el incremento y la variabilidad del coste del Cu frente al del Al en los últimos años [SUL 08]. Dicho incremento ha hecho que el coste del Cu por unidad de volumen llegue a ser 8.4 veces superior al del Al. El inconveniente del Al es que presenta una resistividad un 64% mayor a la del Cu. Las comparaciones siempre son complicadas dado que, en primer lugar, hay que establecer el criterio de la comparación. Sin embargo, es sencillo intuir cuál de los dos materiales sale ganando en los sistemas en los que la densidad de potencia no es un criterio esencial, ya que basta con examinar los ejemplos que se encuentran en el entorno diario. En concreto, los conductores que forman las líneas de distribución y transporte de energía eléctrica son de Al, que también es ampliamente empleado en los devanados de los transformadores a frecuencia de red y las reactancias de las lámparas.

Técnicamente las características principales en las que influye el material conductor son el volumen y las pérdidas de los devanados. A la hora de realizar una comparativa entre Cu y Al, ésta se puede basar en cualquiera de los dos criterios. En el primer caso, se considera un mismo volumen de devanado, es decir, las dimensiones del conductor no cambian, y se analiza la evolución de las pérdidas. Si se analiza únicamente la resistencia dc, las pérdidas aumentan un 64% debido a la menor conductividad del Al. Sin embargo, la comparativa no es tan directa dado que una menor conductividad tiene un impacto positivo en la reducción de los efectos de baja frecuencia. En la tabla 4.1 se muestran las distintas profundidades peliculares para el Cu y el Al a 100 °C $\delta_{100^\circ\text{C}}$ para distintas frecuencias. Como se aprecia en dicha tabla, debido a su mayor resistividad, la profundidad pelicular en el Al es un 28% mayor que la del cobre. Analizando las ecuaciones para el cálculo de pérdidas (4.55) a (4.57), una reducción del 28% de la relación r/δ se traduce en una reducción de 2.7 veces del segundo sumando del factor F_{ac} . Por lo tanto, el aumento de pérdidas debidas a la sustitución directa del Cu por el Al dependerá de la relación entre sumandos que forman el factor F_{ac} que, a su vez, depende de la geometría del conductor, y será siempre menor al 64%.

Frecuencia (kHz)		0.01	0.05	1	5	10	50	100	500
$\delta_{100^{\circ}\text{C}}$ (mm)	Cu	23.61	10.56	2.361	1.056	0.747	0.334	0.236	0.106
	Al	30.23	13.52	3.023	1.352	0.956	0.428	0.302	0.135

Tabla 4.1. Profundidad pelicular en el Cu y el Al para distintas frecuencias.

Por otro lado, la comparativa se puede basar en el estudio de la evolución del volumen para unas pérdidas constantes. El aumento de las pérdidas dc requiere un incremento del área de conducción y por lo tanto del volumen del 64%. Sin embargo, también se debe estudiar la evolución del factor F_{ac} cuando se incrementa el volumen, dado que para obtener las mismas pérdidas este factor no debe cambiar. Gracias a la mayor profundidad pelicular del Al, en el caso de los conductores sólidos circulares y de litz se tiene que, al aumentar un 64% la sección, el ratio r/δ se mantiene constante con lo que F_{ac} también. Por el contrario, para los conductores de pletina, el aumento máximo de la anchura es de un 28% para que F_{ac} sea constante (la altura se debe aumentar el otro 28%).

Entre estos dos extremos existe un óptimo económico, razón por la que, junto a una densidad muy inferior y unas buenas propiedades mecánicas, el Al es usado habitualmente como conductor en las aplicaciones indicadas anteriormente. En las aplicaciones de alta frecuencia, normalmente se busca el aumento de la densidad de potencia del dispositivo y, dado que el Al siempre supone un incremento de volumen, en estas aplicaciones su uso no es común. En este apartado se han estudiado en profundidad los dos materiales conductores debido a que el Al es una alternativa no despreciable en los diseños en los que el coste es un requerimiento más importante que la densidad de potencia [SUL 08].

En la tabla 4.2 se presenta la clasificación según la NEMA (National Electrical Manufacturers Association) de los materiales utilizados en los devanados como aislantes en función de su clase térmica, es decir, la temperatura máxima a la que pueden trabajar T_{\max} sin perder sus propiedades. Conforme aumenta la temperatura de trabajo del material también aumenta su coste. Una elección común en las aplicaciones de alta frecuencia son los materiales de tipo B.

CLASE	T_{\max} (°C)	MATERIAL AISLANTE
O	90	Orgánicos (papel, algodón, nylon, barnices)
A	105	
E	120	
B	130	Inorgánicos (basados en mica, asbestos, fibra de vidrio)
F	155	
H	180	
K	200	Inorgánicos de alta temperatura (basados en mica, vidrio, cerámica)
M	220	
C	240	
250	250	

Tabla 4.2. Clases de aislantes eléctricos en función de su temperatura de trabajo.

Por último, la tensión que se debe considerar al dimensionar el aislante depende de la aplicación y de las normativas de seguridad que se deban cumplir. En estas normativas se indican las tensiones transitorias excepcionales que debe soportar el dispositivo. Las normativas que referentes al aislamiento eléctrico en aplicaciones comunes para entornos domésticos o de oficina son la IEC60335 y la IEC60335. En el caso de que se tengan aplicaciones especiales se debe acudir a las normas IEC6155-8, IEC6155-2 e IEC6155-16 [HUR 13-cap.5]. En el aislamiento de máquinas eléctricas los tres medios básicos para aislar dos partes activas que se deben conocer y tener en cuenta a la hora de diseñar el aislamiento de un transformador de alta frecuencia son:

- El aislamiento básico que consiste en utilizar un material dieléctrico para aislar dos partes activas.
- El aislamiento por distancia superficial o *creepage* que hace referencia a la mínima distancia a lo largo de la superficie del aislamiento que es necesario recorrer para llegar de una parte activa a otra. Esta distancia recibe el nombre de línea de fuga. Este concepto es de especial importancia en ambientes de trabajo contaminados o sucios.
- El aislamiento por medio de aire o *clearance* que consiste en la separación mínima entre partes activas por medio de aire.

Capítulo 5

Modelado Térmico

5.1 Introducción

El comportamiento térmico de una máquina eléctrica es un aspecto fundamental en su proceso de diseño. Desde el punto de vista de la ingeniería, la temperatura de trabajo de una máquina es importante debido a sus efectos perjudiciales en las propiedades de los materiales que la forman. El aumento de la temperatura conlleva un aumento de la resistividad del conductor con el consiguiente aumento de las pérdidas generadas en éste, también conlleva la disminución de las propiedades magnéticas de los materiales. El incremento de la temperatura reduce la inducción magnética de saturación y la permeabilidad y, dependiendo del material considerado, también afecta a las pérdidas en el núcleo. Si se alcanza una temperatura superior a la temperatura de Curie del material, las propiedades magnéticas del material desaparecen y el material se comporta como un material paramagnético. Además, una mayor temperatura implica una mayor degradación del material aislante. Por todo ello, una temperatura de trabajo excesiva puede provocar la reducción de la vida útil e incluso la destrucción del transformador.

El criterio térmico expresado en (2.58) establece que el valor de pérdidas máximo admisible queda limitado por la capacidad de disipación de calor del dispositivo y por el incremento de temperatura máximo permitido. Una vez estudiados y modelados los mecanismos de generación de pérdidas presentes en un transformador se debe profundizar en su comportamiento térmico que, en el proceso de diseño, queda caracterizado únicamente por medio de su resistencia térmica R_{th} . Debido al difícil modelado de los procesos de transmisión de calor y las condiciones reales del entorno de trabajo de los transformadores de alta frecuencia, que cambian fuertemente entre aplicaciones, el valor de la resistencia térmica R_{th} es probablemente el parámetro más incierto en el conjunto del proceso de diseño de un elemento inductivo [HUR 13-cap.3]. En el diseño es común tomar como referencia unas condiciones determinadas de refrigeración que sean bien conocidas. Estas condiciones deben ser siempre más restrictivas que las condiciones de trabajo del dispositivo para asegurar su correcto funcionamiento. En esta tesis, solo se considera la refrigeración natural por medio de

aire. Estas condiciones son más restrictivas que las condiciones térmicas existentes en la mayoría de los equipos de electrónica de potencia que incluyen habitualmente radiadores para facilitar la disipación de calor e incluso refrigeración forzada por medio de ventiladores. De esta forma, se consigue que la metodología de diseño propuesta sea extensible de forma directa a un gran número de aplicaciones.

En este capítulo, siempre desde el punto de vista del diseñador de dispositivos magnéticos, se estudian y modelan en primer lugar los tres mecanismos de transmisión de calor que forman la base para entender y modelar la resistencia térmica del transformador R_{th} . Posteriormente, se profundiza en los distintos modelos térmicos para estimar R_{th} , clasificados en dos grupos: teóricos y empíricos. Por último, se discute sobre la idoneidad de la utilización de estos métodos en el proceso de diseño, se selecciona el más adecuado y, al igual que se hizo en el apartado anterior con las pérdidas en los devanados, se reformula en función de los parámetros del núcleo definidos en el capítulo 3.

5.2 Mecanismos de Transmisión de Calor

La energía perdida en el núcleo y los devanados se transforma en calor y provoca el aumento de la temperatura en los distintos puntos del transformador. El calor se genera en todo el volumen del transformador de forma no homogénea y se transmite por conducción a la superficie de éste. Posteriormente, se produce un intercambio de calor entre la superficie del transformador y el ambiente que lo rodea. Este intercambio en el que el transformador es refrigerado se produce principalmente por convección asistida por radiación [SNE 69-cap.9]. En consecuencia, es necesario conocer los tres mecanismos de transmisión de calor. En este apartado, estos mecanismos se repasan y formulan de la forma adecuada para su utilización en el proceso de diseño de elementos inductivos.

5.2.1 Conducción

El mecanismo de transmisión de calor por conducción es la transferencia de calor entre moléculas en una sustancia debido a un gradiente térmico. El flujo de calor por conducción \vec{q}_c es proporcional a la magnitud del gradiente térmico y se produce en la misma dirección y sentido opuesto:

$$\vec{q}_c = -\lambda \cdot \nabla T \quad (5.1)$$

donde λ es la conductividad térmica del material. En una pieza de material de sección A y longitud L_c en la que el gradiente térmico es unidireccional, y suponiendo que la conductividad no depende de la temperatura y que es constante en todo el volumen del material, la diferencia de temperatura entre sus extremos puede obtenerse integrando la

expresión anterior en dicho volumen:

$$\Delta T = \frac{L_c}{A \cdot \lambda} \cdot Q_C = R_C \cdot P. \quad (5.2)$$

Una representación de la pieza se muestra en la Fig. 5.1, en la que se incluye la distribución de temperaturas a lo largo de ésta. De la expresión anterior se puede despejar la expresión de la resistencia térmica debida a la conducción R_C :

$$R_C = \frac{L_c}{A \cdot \lambda}. \quad (5.3)$$

El cálculo del flujo de calor debido a la conducción térmica entre superficies de distintos materiales es difícil de modelar. En transformadores de alta frecuencia, este cálculo no es necesario dado que la transmisión de calor por conducción entre el transformador y el aire es despreciable [SNE 69-cap.9]. Este fenómeno se debe tener en cuenta cuando se estudia la distribución de temperatura dentro del transformador dado que es el principal mecanismo de transmisión de calor en su interior. En consecuencia, la transmisión de calor por conducción tiene una gran influencia en la máxima temperatura alcanzada en el punto caliente o *hot-spot* del transformador. Las conductividades térmicas de algunos materiales típicos en la construcción de transformadores se muestran en la tabla 5.1.

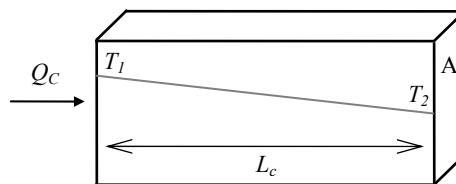


Fig. 5.1. Distribución de la temperatura en una pieza de un material con una conductividad uniforme y un flujo de calor unidireccional.

5.2.2 Convección natural

La transmisión de calor por convección consiste en la refrigeración de una superficie gracias al paso de un fluido por ella. La transmisión de calor desde el cuerpo al fluido en contacto con su superficie se produce por conducción. Posteriormente, el calor fluye desde la primera capa hacia el resto del fluido por conducción y por el movimiento del propio fluido. Cuando la convección es natural el movimiento del fluido se debe a la disminución de su densidad producida por el calentamiento. El flujo de calor depende de las propiedades del fluido, la geometría de la superficie y la diferencia de temperatura entre el cuerpo y el fluido. Dicho flujo se puede calcular por medio de la resolución analítica o numérica de las ecuaciones diferenciales de Navier-Stokes, para lo cual es necesario conocer el movimiento del fluido. Sin embargo, para evitar la complejidad matemática de estas ecuaciones y poder incluir el fenómeno de convección en el proceso de diseño, el flujo de calor por convección Q_{Conv} se

expresa normalmente por medio de la ley empírica de Newton de enfriamiento:

$$Q_{conv} = h_{conv} \cdot A \cdot (T_c - T_a) \quad (5.4)$$

donde T_c es la temperatura de la superficie, T_a es la temperatura del fluido, en este caso el aire, A es la superficie, y h_{conv} es el coeficiente de convección. A partir de la ecuación anterior, la resistencia térmica debida a la convección R_{conv} se puede expresar como:

$$R_{conv} = \frac{1}{h_{conv} \cdot A} \quad (5.5)$$

La dificultad para evaluar el valor de R_{conv} radica en establecer el valor del coeficiente de convección, ya que éste depende de un gran número de factores. En convección natural los factores que más influyen en el valor de h_{conv} son las propiedades del fluido y la geometría (forma), dimensiones, orientación y textura de la superficie del cuerpo. Dos grandes tendencias se pueden distinguir a la hora de realizar el cálculo práctico del coeficiente de convección, dependiendo de si el cálculo pretende ser aplicable de forma genérica o el coeficiente es aproximado para un objeto con una geometría muy concreta. Los métodos de cálculo del primer grupo calculan h_{conv} por medio del número adimensional de Nusselt Nu de la siguiente forma:

$$h_{conv} = Nu \cdot \frac{\lambda}{D} \quad (5.6)$$

donde λ es la conductividad térmica del fluido y D la longitud característica de la superficie. El número de Nusselt es una medida de la mejora en la transferencia de calor debida al movimiento del fluido en base al hipotético caso de un fluido estático en el que el calor fluye únicamente por conducción. El número de Nusselt está estrechamente relacionado con otros tres números característicos adimensionales. Estos números son el número de Grashof Gr , el de Prandtl Pr y el de Rayleigh Ra . El número de Grashof se calcula de la siguiente forma:

$$Gr = \frac{g \cdot D^3}{\nu^2} \cdot \beta_v \cdot \Delta T \quad (5.7)$$

donde g es la aceleración debida a la gravedad terrestre, β_v es el coeficiente volumétrico de expansión térmica (igual a $1/T$ para gases ideales a temperatura absoluta T), y ν es la viscosidad cinética (igual a $162.6 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ para el aire a $30 \text{ }^\circ\text{C}$). El número de Prandtl solo depende del fluido y de su estado, y para el aire entre los 20 y los $100 \text{ }^\circ\text{C}$ se puede aproximar prácticamente sin error a 0.7 . Por último, el número de Rayleigh se define como:

$$Ra = Gr \cdot Pr \quad (5.8)$$

Para fluidos con flujo laminar, dependiendo de la geometría de la superficie y su orientación, se definen distintas expresiones de Nu en función de los números Gr , Pr y Ra . En este apartado se incluyen las expresiones de Nu para una superficie vertical, para una horizontal superior y para una horizontal inferior. El número de Nusselt para una superficie vertical cuando se tiene $10^{-1} < Ra < 10^{12}$ y $Pr > 0.001$ tiene la siguiente expresión:

$$\text{Nu} = \left[0.825 + 0.387(\text{Ra} \cdot F(\text{Pr}))^{1/6} \right]^2 \quad (5.9)$$

donde

$$F(\text{Pr}) = \left[1 + \left(\frac{0.492}{\text{Pr}} \right)^{9/16} \right]^{-16/9} \quad (5.10)$$

Para una superficie horizontal superior se tiene:

$$\text{Nu} = \begin{cases} 0.766(\text{Ra} \cdot F(\text{Pr}))^{1/5} & \text{si } \text{Ra} \cdot F(\text{Pr}) \leq 7 \cdot 10^4 \\ 0.15(\text{Ra} \cdot F(\text{Pr}))^{1/3} & \text{si } \text{Ra} \cdot F(\text{Pr}) > 7 \cdot 10^4 \end{cases} \quad (5.11)$$

Por último, para una superficie horizontal inferior se tiene:

$$\text{Nu} = 0.6 \left(\text{Ra} \cdot \left[1 + \left(\frac{0.492}{\text{Pr}} \right)^{9/16} \right]^{-16/9} \right)^{1/5} \quad (5.12)$$

Para calcular la resistencia térmica de convección de una superficie se debe evaluar 5.6. Para ello, es necesario conocer la longitud característica de la superficie D que, para una superficie vertical, es igual a su altura L , mientras que para una superficie rectangular horizontal de anchura a y profundidad b se tiene:

$$D = \frac{a \cdot b}{2 \cdot (a + b)} \quad (5.13)$$

Una vez conocida la resistencia térmica de convección para cada una de las caras, la resistencia térmica de convección total de un transformador se puede aproximar por el paralelo de las resistencias de cada una de sus caras. El transformador se puede aproximar por un cubo, por lo que se deben considerar cuatro superficies verticales, una horizontal superior y una horizontal inferior.

En el proceso anterior se usan los números adimensionales empíricos para formar la resistencia total del objeto por combinación de las resistencias individuales aproximadas de cada una de las superficies. Existe una alternativa a este proceso consistente en utilizar directamente expresiones empíricas de la resistencia térmica de convección de un objeto cuando éste tiene unas características muy concretas [SNE 69-cap.9], [HUR 98], [MOH 03-cap.29]. La resistencia térmica de convección natural (aire a presión atmosférica) de un objeto cilíndrico con una altura L inferior a 1 metro se puede aproximar por la siguiente expresión [MOH 03c]:

$$R_{Conv} = \frac{1}{1.34A} \sqrt[4]{\frac{L}{\Delta T}} \quad (5.14)$$

Expresiones similares para objetos con alturas superiores o para objetos sometidos a ventilación por medio de un flujo forzado de aire se pueden encontrar en [SNE 69-cap.9] y en

[BOS 05-cap.6]. Ambos métodos, los basados en los números adimensionales y los basados en expresiones empíricas directas, se emplean habitualmente en el diseño de componentes inductivos. Las expresiones empíricas directas (segundo grupo) son ampliamente aceptados debido a su mayor sencillez y a su similar o mayor precisión. Sin embargo, se debe tener especial cuidado en respetar las condiciones para las que han sido formuladas.

5.2.3 Radiación

El flujo de calor debido a la radiación térmica entre las superficies de dos cuerpos, a temperaturas T_1 y T_2 , va del cuerpo más caliente al más frío y se modela por medio de la ley de Stefan-Boltzman simplificada de la siguiente forma [ODE 99b]:

$$Q_R = \kappa \cdot \varepsilon \cdot (T_1^4 - T_2^4) \quad (5.15)$$

donde Q_R es el flujo de calor por unidad de superficie, κ es la constante de Stefan-Boltzman igual a $5.67 \cdot 10^{-8}$, ε es la emisividad efectiva, y las temperaturas deben ser expresadas en Kelvin. Considerando que el cuerpo receptor tiene un área muy superior al emisor, se tiene que la emisividad efectiva se puede aproximar por la emisividad del cuerpo emisor. Por lo tanto, la resistencia térmica debida a la radiación R_R se puede expresar de la siguiente forma:

$$R_R = \frac{T_1 - T_2}{A \cdot \kappa \cdot \varepsilon_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4)} \quad (5.16)$$

donde A es la superficie del cuerpo emisor. Cuando las superficies de ambos cuerpos son similares se requiere de una expresión diferente para la emisividad efectiva. Esta expresión se puede encontrar en [MÜH 12-cap.5]. La emisividad es un factor de corrección empírico que relaciona el flujo de calor radiado por una superficie de un material real con el radiado por la misma superficie de un cuerpo negro [MÜH 12-cap.5]. En la tabla 5.1 se muestran las emisividades de materiales típicos empleados en transformadores.

MATERIAL	Conductividad Térmica, $\lambda_{20^\circ\text{C}}$ ($\mu\text{W}/(\text{mm}^\circ\text{C})$)	Emisividad, ε	
Plata pulida	$410 \cdot 10^3$	0.02	
Cobre	$385 \cdot 10^3$	0.1-0.2	
Aluminio	$220 \cdot 10^3$	Pulido	0.05
		Oxidado	0.2-0.3
Esmalte (aislante genérico)	100-300	0.8-0.95	
Ferritas (material cerámico)	$3.5 \cdot 10^3$ - $4.3 \cdot 10^3$	0.9-0.95	

Tabla 5.1. Conductividad térmica y emisividad de materiales típicamente empleados en transformadores. [SNE 69-cap.9]

5.3 Estimación de la Resistencia Térmica

5.3.1 Modelos teóricos

El comportamiento térmico de un elemento inductivo se modela normalmente a través de una red de impedancias RC, en la que las pérdidas se representan como fuentes de corriente y las temperaturas en los distintas partes como las tensiones en los nodos del circuito. En la Fig. 5.2 se muestra un circuito térmico simplificado en el que se muestra el comportamiento térmico de un objeto en el que se producen unas pérdidas de potencia P que se transforman en calor. Inicialmente, antes de que comiencen a producirse las pérdidas, el objeto se encuentra a la temperatura ambiente T_a , es decir, se tiene una capacidad térmica C_{th} cargada a dicha temperatura T_a . Cuando comienzan las pérdidas, la temperatura del interior del objeto en que se producen T_b aumenta conforme la capacidad se va cargando. Conforme esta temperatura aumenta se produce un flujo de calor hacia el ambiente a través de la resistencia R_{th} . La temperatura aumenta hasta alcanzar el valor de equilibrio en el que todo el calor es evacuado al ambiente a través de R_{th} .

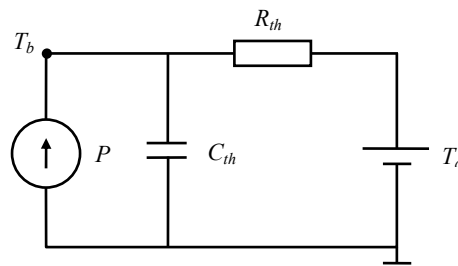


Fig. 5.2. Circuito térmico simple.

El circuito de la Fig. 5.2 modela tanto el comportamiento térmico transitorio como el estacionario. Este circuito térmico es equivalente a un circuito eléctrico por lo que se pueden aplicar los mismos procedimientos para su resolución. La temperatura en el interior del objeto T_b es el dato que se quiere conocer. Aplicando la teoría de circuitos eléctricos se tiene que la resolución matemática del circuito consiste en resolver la siguiente ecuación diferencial de primer orden:

$$C_{th} \frac{dT_b}{dt} = P - \frac{T_b - T_a}{R_{th}} . \quad (5.17)$$

La resolución de esta ecuación se complica si se tiene en cuenta la dependencia no lineal existente entre las resistencias térmicas de convección y radiación y la temperatura. Los métodos de resolución empleados se basan en procesos iterativos en los que las resistencias se recalculan para la temperatura obtenida en cada iteración hasta que se converge a la temperatura final. Desde el punto de vista del diseño únicamente es necesario conocer las

temperaturas en los estados estacionarios para los distintos puntos de trabajo. Además, en la mayoría de los casos, solo interesa conocer la temperatura máxima alcanzada por el aparato, es decir, en los transformadores la temperatura estacionaria a potencia nominal. Por todo ello, se puede despreciar la dinámica térmica eliminando las capacidades del circuito y, en consecuencia, los términos diferenciales de las ecuaciones, con lo que se simplifica el circuito y su resolución.

Existen un gran número de modelos térmicos teóricos que permiten establecer la expresión de la resistencia térmica total de un elemento inductivo. Los distintos modelos se diferencian por los mecanismos de transmisión de calor considerados y su modelado, y por la forma de combinarlos para formar el circuito equivalente. Aunque, como se ha estudiado anteriormente, el modelado práctico de las resistencias térmicas se realiza utilizando factores empíricos (coeficiente de convección y emisividad), los modelos estudiados en este apartado se han definido como teóricos. Reciben este nombre debido a que modelan de forma teórica la estructura física del transformador por medio de circuitos térmicos equivalentes cuya resolución es teórica. En esta tesis, se elige como representante de este grupo el modelo de *Petkov* en [PET 96] por considerarse el más completo. Otros ejemplos se pueden encontrar en [SNE 69-cap.9], [VIL 10-cap.2], [MÜH 12-cap.5].

El circuito térmico que representa el comportamiento térmico de un elemento inductivo presentado en [PET 96] se muestra en la Fig. 5.3(a). En este circuito se modelan de forma diferenciada dos fuentes de calor: la debida a las pérdidas en el núcleo P_c y la causada por las pérdidas en los devanados P_w . Los mecanismos de transmisión de calor considerados son la conducción a través del formador de espiras R_F y de los devanados R_w , y la convección y radiación entre las superficies de núcleo y devanados y el aire circundante. La conducción a través del formador de espiras representa la existencia de un flujo de calor entre los devanados y el núcleo. Cuando las pérdidas en los devanados son mayores a las producidas en el núcleo, la superficie del núcleo ayuda a refrigerar los devanados. También se considera una resistencia térmica debida a la conducción de calor por los devanados debido a que éstos contienen una cantidad importante de aislante eléctrico y, en consecuencia, también térmico. Las resistencias de convección y radiación del núcleo $R_{ca,Conv}$ y $R_{ca,R}$, respectivamente, se combinan en paralelo para dar lugar a la resistencia equivalente R_{ca} . Si se sigue el mismo procedimiento para los devanados, $R_{wa,Conv}$ y $R_{wa,R}$ se pueden combinar para dar lugar a R_{wa} .

El modelo se puede representar de forma equivalente por medio del circuito mostrado en la Fig. 5.3(b). De esta forma, el modelo permite obtener una expresión para R_{th} y utilizarla de forma directa en el proceso de diseño para calcular la temperatura máxima en el interior del dispositivo. La expresión de la resistencia térmica total del transformador R_{th} es [PET 96]:

$$R_{th} = \frac{(R_w + R_{wa}) \left(R_{ca} + R_F + \frac{P_c}{P_w} R_{ca} \right)}{(R_w + R_{wa} + R_{ca} + R_F) \left(1 + \frac{P_c}{P_w} \right)} \quad (5.18)$$

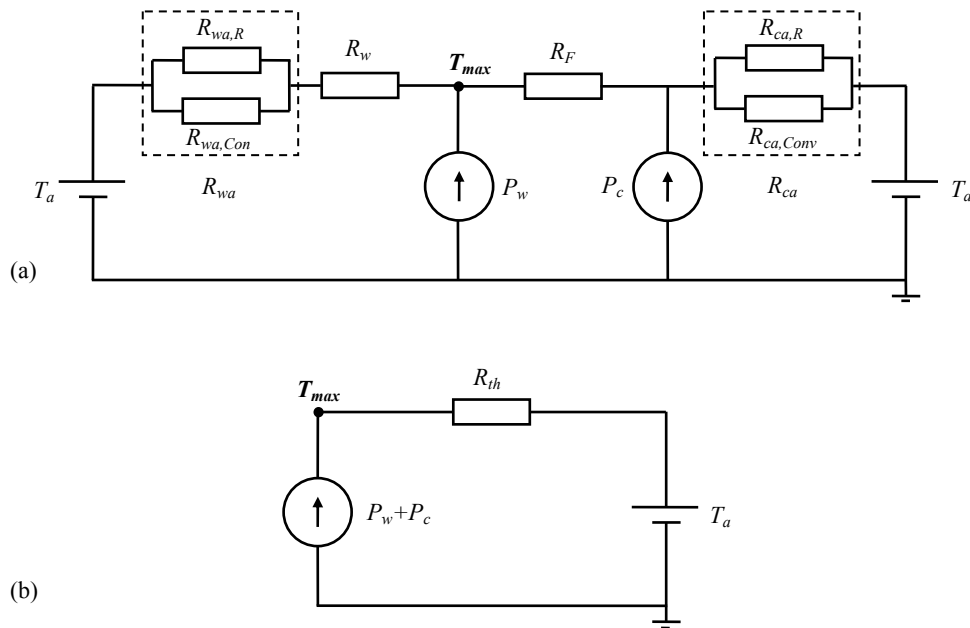


Fig. 5.3. (a) Circuito térmico estacionario de un elemento inductivo [PET 96]. (b) Circuito equivalente.

El circuito se podría complicar más considerando dos fuentes de calor en los devanados: las pérdidas en el primario y en el secundario. Llegados a este punto, es conveniente valorar si el aumento de la complejidad del modelo se traduce una mejora apreciable en la precisión del mismo. Teniendo en cuenta que la principal fuente de error en los modelos teóricos es el modelado del proceso de convección natural, se puede decir que una mayor complejidad en el circuito térmico difícilmente se va a traducir en una mejora de la precisión [ODE 99b]. Las principales fuentes de error en el modelado de los mecanismos de transmisión de calor son:

- La aproximación de las superficies verticales del transformador a planos verticales de la forma realizada en el apartado 5.2.2 no siempre lleva a resultados correctos. Los devanados normalmente sobresalen de la superficie vertical del núcleo, con lo que el aire realiza un camino más largo al recorrer la superficie [VIL 10-cap.2]. Este hecho se podría modelar incrementando la longitud característica de las superficies verticales, pero a día de hoy no se tiene constancia de la existencia de modelos que cuantifiquen dicha variación. Un planteamiento similar se plantea en [BOS 05-cap.6].

- Si la superficie de los devanados no es plana y, en su lugar, está formada por cables circulares amontonados, la superficie de convección se modifica. Una propuesta para tener en cuenta este fenómeno consiste en multiplicar por $\pi/2$ la superficie de los devanados [MÜH 12-cap.5].
- La influencia de la temperatura ambiente en el proceso de convección natural se ha despreciado y solo se ha tenido en cuenta el incremento de temperatura relativa [ODE 99b].
- La superficie horizontal inferior se encuentra apoyada sobre otro material por lo que hay un flujo de calor por conducción entre el transformador y otro material sólido del que se desconocen su geometría y características.

Por lo tanto, la forma de conseguir una mejora apreciable en la precisión es modelar de forma más exacta el proceso de convección y la situación real del transformador con respecto al entorno. En el siguiente escalón en el cálculo teórico de la resistencia térmica del transformador están los programas de cálculo por elementos finitos asistidos por ordenador. Algunos ejemplos de estos software son FEA de Autodesk, COMSOL physics, ATH+CATIA de Dassault Systems, ABACUS, JMAG y ADINA thermal. Teniendo en cuenta que, como se verá más adelante y ya ha sido demostrado en [PET 96], [ODE 99b], [VIL 10-cap.4], [MÜH 12-cap.6], desde el punto de vista del diseño de transformadores, la precisión de los modelos teóricos es aceptable y que el esfuerzo de cálculo requerido por los programas de elementos finitos en tiempo y en dificultad de implementación y resolución imposibilita su utilización en el proceso de diseño, su uso no queda justificado por la ganancia en precisión obtenida.

5.3.2 Modelos empíricos

Una vez conocida la complejidad de modelar los procesos de transmisión de calor y, en consecuencia, de los modelos teóricos y conocidas sus limitaciones, es interesante explorar otras alternativas para modelar la resistencia térmica del transformador. Además de los programas de cálculo por elementos finitos que persiguen un aumento de la precisión, existen modelos empíricos que buscan la máxima sencillez manteniendo la precisión conseguida por los métodos teóricos. La diferencia está en que su rango de aplicación es más limitado dado que, de forma similar a los métodos del segundo grupo diferenciado en el apartado 5.2.2 de modelado de la convección natural, se formulan para un problema térmico con unas características muy concretas. Tanto la empresa de fabricación de núcleos EPCOS como la empresa FERROXCUBE incluyen en sus datasheet expresiones empíricas para calcular la resistencia térmica del transformador [FER 97], [EPC 13]. Estos fabricantes han realizado ensayos en los que han medido la R_{th} para unas condiciones de trabajo determinadas. En la Fig. 5.4 se muestran las resistencias térmicas para núcleos de distinto tamaño y con distintas

formas en función de su volumen efectivo V_c . Estos valores se han obtenido de forma experimental para un salto térmico de 50 °C. Los ensayos y la gráfica han sido realizadas por EPCOS y se pueden encontrar en [EPC 13].

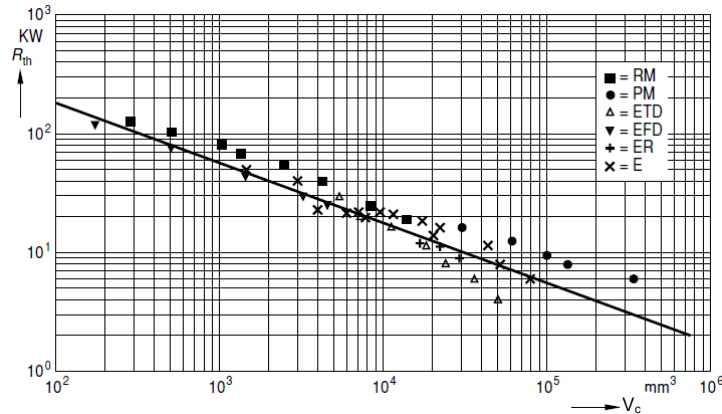


Fig. 5.4. Representación de la resistencia térmica del transformador en función del volumen del núcleo para distintas formas de núcleo.

Los resultados mostrados en la gráfica de la Fig. 5.4 se pueden aproximar por la siguiente recta, en la que el volumen se expresa en mm^3 y la resistencia térmica en K/W:

$$\log R_{th} = -0.52 \cdot \log V_c + 3.34 . \quad (5.19)$$

Si se despeja la resistencia térmica del transformador se tiene:

$$R_{th} = \frac{0.0457}{V_c^{0.52}} \approx \frac{0.046}{\sqrt{V_c}} \quad (5.20)$$

donde el volumen tiene unidades de m^3 y la resistencia térmica de K/W. La interpretación física de la ecuación anterior es sencilla, ya que muestra que la resistencia térmica se inversamente proporcional a la raíz cuadrada del volumen del núcleo. Expresiones similares a ésta se utilizan de forma habitual en los procesos de diseño de elementos inductivos, [MCL 04-cap.6], [BOS 05-cap.6], [KAZ 09-cap.7], [HUR 13-cap.2]. Como se verá más adelante, el hecho de que sean definidas para un salto térmico determinado no restringe su aplicabilidad en la metodología de diseño propuesta en esta tesis.

5.4 Modelo Térmico Propuesto

Una vez presentado el estado del arte del modelado térmico de los transformadores a nivel de su aplicación práctica en procesos de diseño, en este apartado se selecciona un modelo para su utilización en la metodología de diseño. Posteriormente, se reformula el modelo seleccionado introduciendo la parametrización del núcleo propuesta en el capítulo 3 para facilitar su inclusión en la metodología de diseño.

Ambos modelos, teórico y empírico, son utilizados indistintamente por diferentes métodos de diseño. En esta tesis, se adopta el modelo térmico empírico presentado en [EPC 13]. La razón fundamental es que, siempre que se emplee dentro de sus rangos de aplicación, este modelo consigue precisiones similares a las obtenidas por los modelos teóricos complejos pero usando expresiones mucho más simples y manejables. La siguiente pregunta consiste en delimitar cuáles son sus rangos de aplicación. En los transformadores de potencia y alta frecuencia refrigerados de forma natural, los modelos empíricos son aplicables debido a que el transformador no alcanza dimensiones que hagan que los fenómenos presentes en la transmisión de calor por convección se modifiquen notablemente. Los modelos para representar la resistencia térmica debida a convección natural por medio de expresiones empíricas en (5.20) identifican las principales dependencias de dicha resistencia térmica con la geometría de los cuerpos refrigerados. Dichas dependencias no se modifican hasta alcanzar dimensiones cercanas a 1 metro [SNE 69-cap.9].

Si ahora se incluye la parametrización del núcleo propuesta en el capítulo 3 en la expresión empírica para la resistencia total del transformador modelada por los fabricantes de núcleos como (5.20), se tiene:

$$R_{th} = \frac{0.0457}{v_c^{0.52} \cdot a^{1.56}} \cdot \quad (5.21)$$

A continuación, se estudia la naturaleza de esta expresión por medio de su comparación con la expresión más popular para la resistencia térmica que modela la convección natural en (5.14). Si en ésta se introduce la parametrización del núcleo magnético realizada en el primer apartado de este capítulo y las ligeras modificaciones indicadas en [BOS 05-cap.6] para mejorar su precisión cuando la altura total del objeto se encuentra comprendida en el rango 10-400 mm, se obtiene:

$$R_{Conv} = \frac{(c2+1)^{0.285}}{1.34 \cdot \Delta T^{0.225} \cdot a_s \cdot a^{1.715}} \quad (5.22)$$

donde a_s es el coeficiente característico del núcleo que, multiplicado por el factor dimensional al cuadrado, es igual a la superficie del núcleo magnético, y que se obtiene fácilmente de la misma forma que se obtienen el resto de coeficientes característicos en la tabla 3.3.

Es interesante estudiar las similitudes existentes entre ambas expresiones. Parece claro que la transferencia por convección es el principal fenómeno de refrigeración de los transformadores de potencia y alta frecuencia. Es fácil ver que ambas expresiones dependen, de forma inversamente proporcional, de una potencia del factor dimensional. El caso del modelo de los fabricantes en (5.21) es más conservador, dado que el exponente de la potencia del factor dimensional tiene un valor menor. En este modelo no se tiene en cuenta la diferencia térmica dado que se proporciona para un salto térmico fijo de 50 °C. Sin embargo, como se mostrará en el capítulo 8, esta expresión presenta buenos resultados para distintos saltos

térmicos siempre que se encuentren en torno a las decenas de grados. Este resultado parece lógico dado que, en la expresión para la resistencia por convección, el salto térmico aparece elevado a 0.225. Es decir, la influencia de una variación del salto térmico en la resistencia no es muy importante, siempre que el salto térmico se mantenga en los mismos órdenes de magnitud.

La principal diferencia entre ambos modelos es la forma de modelar la dependencia de la resistencia térmica con la geométrica del núcleo a través de sus coeficientes de forma. El modelo de los fabricantes no considera la influencia de las proporciones del objeto en su resistencia térmica. El modelo en (5.22) considera la influencia de la altura del objeto en ésta por medio del factor c_2 situado en el numerador. Sin embargo, como se indica en [KOL 07], la dependencia de la resistencia térmica en las proporciones del objeto es más compleja. Esta dependencia varía en función del número de superficies que refrigeran de forma efectiva el objeto y de la forma de éste. En [KOL 07] se toma como punto de partida la resistencia de un cubo con todas las caras de igual superficie, y se modifica la forma del objeto manteniendo el volumen constante. Los objetos con forma plana conducen en todos los casos a resistencias térmicas inferiores. Por otro lado, los objetos esbeltos pueden llevar a resistencias mayores o menores a las del cubo en función de las condiciones de refrigeración.

En las condiciones de refrigeración por convección natural consideradas en esta tesis, al menos cinco de las seis superficies del objeto son refrigeradas por convección natural. En este caso el objeto con forma de cubo, que es el considerado en el modelo empírico en (5.21), presenta la máxima resistencia térmica, es decir, la peor refrigeración. Por lo tanto, cualquier modificación de sus proporciones conduce a una mejor refrigeración. En este caso concreto, el modelo teórico que emplee la expresión de la resistencia térmica por convección en (5.22) tampoco está teniendo en cuenta este fenómeno. Este modelo, al considerar R_{conv} proporcional a la altura del objeto elevado al exponente 0.285, conducirá a diseños de menor altura para reducir el valor de R_{conv} estimado. Sin embargo, y como se explica en [KOL 07], esta reducción de la altura no siempre conlleva una reducción real de la resistencia térmica del transformador. En los procesos de diseño se considera preferible establecerse en el peor de los casos siendo consciente de ello, a tener en cuenta un fenómeno de forma equivocada.

Como se explicó en el apartado 5.3.1, para obtener la resistencia térmica total del transformador a partir de la resistencia térmica por convección mostrada en (5.22) es necesario resolver el circuito térmico teórico en el que se modelan el resto de mecanismos de transmisión de calor. La aplicación de la resistencia térmica empírica es directa y presenta precisiones equiparables a la de los modelos teóricos para ventilación natural [MCL 04-cap.6], [BOS 05-cap.6], [KAZ 09-cap.7], [HUR 13-cap.2]. Por todo ello, se puede concluir que el modelo de los fabricantes es el más adecuado para aplicaciones con refrigeración debida mayoritariamente al fenómeno de convección natural. En consecuencia, en esta tesis, la ecuación empírica (5.21) se utiliza en el proceso de diseño.

En aplicaciones de gran potencia, que normalmente trabajan a una menor frecuencia debido al incremento de las pérdidas en los semiconductores, las dimensiones del transformador aumentan considerablemente y estos modelos ven reducida su precisión. En este tipo de aplicaciones es habitual utilizar ventilación forzada debido a que, como se estudiará en el capítulo 9, los diseños de mínimo volumen con refrigeración natural llevan a densidades de potencia bajas. Por lo tanto, para los transformadores de media frecuencia y gran potencia (a partir de en torno los 30 kW y con frecuencias menores a 10 kHz), este capítulo debería ser ampliado e incluir el estudio y modelado de la refrigeración forzada por medio de aire u otros fluidos. Una introducción al modelado de la refrigeración forzada por medio de aire cuando se utilizan radiadores con o sin ventiladores se puede encontrar en [BOS 05-cap.6] y [KOL 07]. En esta tesis, se considera que estas aplicaciones están fuera del alcance del estudio. Sin embargo, el estudio del problema de diseño y la metodología de diseño propuesta en el capítulo 7 es aplicable a cualquier otra aplicación, con el único requerimiento de ampliar los modelos necesarios de refrigeración y de los materiales magnéticos, así como las geometrías de cable necesarias.

Capítulo 6

Circuito Eléctrico Equivalente

6.1 Introducción

En la segunda parte de la tesis se han estudiado hasta el momento una serie de fenómenos físicos que están presentes en el funcionamiento de un transformador y que no han sido incluidos en el circuito eléctrico equivalente presentado en la Fig. 2.4 del capítulo 2. Estos fenómenos son: el almacenamiento y las pérdidas de energía debidas a la magnetización del núcleo (capítulo 3), las pérdidas de energía en los devanados debido a la conducción de corriente (capítulo 4), y la energía magnética almacenada debido a la existencia de un flujo de fugas en la ventana del transformador que no acopla a los devanados del transformador (capítulo 4). A su vez, estos fenómenos dependen de la temperatura de los distintos materiales que forman el transformador (capítulo 5). Además de estos efectos y como se estudiará en este capítulo, cuando se trabaja a frecuencias elevadas la energía asociada a los campos eléctricos cobra importancia y debe ser tenida en cuenta.

La consideración de estos fenómenos es básica para el correcto diseño de transformadores, pero también influye en el funcionamiento de éstos desde un punto de vista eléctrico. Las características de las tensiones y corrientes a la salida y a la entrada del transformador dependen fuertemente de estos fenómenos. En consecuencia, todos los fenómenos físicos presentes en el funcionamiento de un transformador interactúan en mayor o menor medida con el convertidor de potencia en el que éste se ubica. Estas interacciones pueden ser deseadas, si se integran en el convertidor y se utilizan en su principio de funcionamiento, o indeseadas, si producen efectos perjudiciales para el convertidor o para el conjunto del sistema. Para analizar de forma adecuada estas interacciones es necesario disponer de un circuito eléctrico equivalente del transformador que incluya la representación eléctrica de todos los fenómenos presentes en el funcionamiento de éste.

En este capítulo se hace una breve revisión del estado del arte del modelado en circuitos

eléctricos equivalentes de los transformadores. Durante la realización de este estado del arte se ha detectado que los circuitos equivalentes de media frecuencia convencionales no permiten estudiar la circulación de corrientes en modo común por el conjunto del sistema. En consecuencia, en este capítulo se propone un circuito equivalente que, respetando la interpretación clásica de los distintos fenómenos, permite la simulación y el estudio de dichas corrientes. Por último, se estudian los modelos que permiten estimar el valor de los distintos elementos que forman el circuito equivalente del transformador.

6.2 Circuito Equivalente

El circuito equivalente simplificado que representa el comportamiento eléctrico de un transformador en baja frecuencia se muestra en la Fig. 6.1. Este circuito es un circuito de parámetros concentrados que responde a la utilización del modelo *magneto-cuasiestático* de las ecuaciones de Maxwell, por lo que en éste solamente se incluyen los efectos inductivos y resistivos.

En el circuito equivalente las pérdidas en los devanados se representan de forma conjunta a través de la resistencia R_w , y las pérdidas en el núcleo por medio de la resistencia R_c . Ambas resistencias son variables con la frecuencia y la temperatura de operación. A su vez, la inductancia de magnetización L_m representa la relación entre la corriente necesaria para producir el flujo magnético en el núcleo y la tensión inducida en los devanados debido a la variación de éste, relación estudiada en el capítulo 2. Por su parte, la inductancia de fugas L_f representa la energía almacenada en el campo magnético debido a la existencia de un flujo de fugas. La circulación de corriente por un devanado produce una distribución de campo magnético en todo el espacio. Este campo da lugar a la circulación de un flujo magnético cuyo valor depende de las características del material. Parte de este flujo atraviesa a todos los devanados del transformador y es común a todos denominándose flujo mutuo, y otra parte únicamente atraviesa al devanado que lo ha generado. Este último flujo recibe el nombre de flujo de fugas y es el causante de los efectos de alta frecuencia estudiados en el capítulo 4. Por último, el bloque llamado transformador ideal representa el escalado o transformación de las magnitudes eléctricas debida a la relación de transformación ($N_p:N_s$).

El circuito de la Fig. 6.1 recibe el nombre de simplificado debido a que la inductancia de fugas y la resistencia del devanado secundario se han considerado de forma conjunta con las de primario a la entrada del transformador (parte anterior a la rama de magnetización $R_c//L_m$).

Debido a la geometría de los transformadores, a frecuencias medias y altas no solo la energía almacenada en los campos magnéticos es importante, también la almacenada en los campos eléctricos cobra importancia. En estos casos se debe utilizar el modelo *electro-magneto-cuasiestacionario* de las leyes de Maxwell. La representación eléctrica de la

energía almacenada en el campo eléctrico en los circuitos equivalentes de media frecuencia se realiza por medio de la introducción de capacidades parásitas. En esta tesis, estos circuitos son tratados como circuitos equivalentes de media frecuencia porque representan la convivencia de efectos inductivos y capacitivos. Siguiendo esta denominación, los circuitos equivalentes de alta frecuencia serán aquellos que únicamente consideren los efectos capacitivos y resistivos.

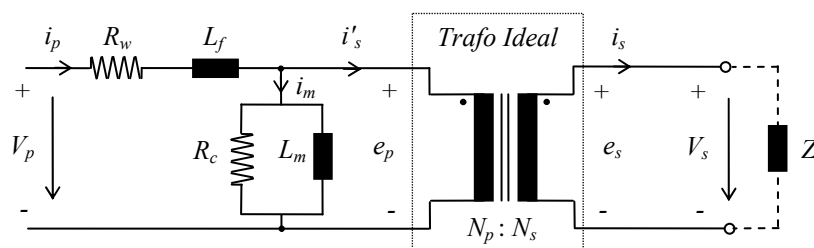


Fig. 6.1. Circuito eléctrico equivalente simplificado de baja frecuencia de un transformador.

Así como el circuito equivalente de baja frecuencia es comúnmente aceptado, en el caso del circuito equivalente de media frecuencia no se ha alcanzado un consenso. En consecuencia, existen una gran variedad de modelos de media frecuencia, prácticamente tantos como usuarios. Las diferencias entre ellos van desde los fenómenos tenidos en cuenta hasta la forma en que son modelados. En los transformadores de alta frecuencia se cumple la condición para que los modelos *cuasiestáticos* de las leyes de Maxwell sean válidos, por lo que es común el uso de circuitos de parámetros concentrados. Sin embargo, la configuración física del transformador hace que los distintos fenómenos físicos se encuentren fuertemente interconectados y sea difícil establecer la posición relativa de los elementos concentrados entre sí, por lo que también abundan los circuitos de parámetros distribuidos. Las capacidades parásitas se representan habitualmente de la forma simplificada mostrada en la Fig. 6.2 [LU 03]. En este modelo las capacidades se colocan de forma intuitiva en el sitio físico real que ocupan en el transformador. Las capacidades de primario C_{wp} y secundario C_{ws} representan la energía almacenada en el campo eléctrico entre vueltas y capas de un propio devanado y reciben el nombre de capacidades propias o *intra capacitances*, mientras que la capacidad de primario-secundario C_{ps} representa la energía almacenada en el campo eléctrico entre los distintos devanados y recibe el nombre de *inter capacitance*.

Sin embargo, la representación anterior no es útil desde el punto de vista de la simulación dado que faltan elementos como las inductancias de fugas y de magnetización. Por ello, este modelo debe transformarse en un circuito eléctrico equivalente. A modo de breve estado del arte sobre los circuitos equivalentes de media frecuencia de los transformadores, en este trabajo se distinguen tres grupos de circuitos diferenciados en función de la utilización de

parámetros concentrados o distribuidos. La gran mayoría de autores emplean circuitos de parámetros concentrados [SNE 69-cap.7], [COG 94], [BOS 05-cap.7], [SHE 06-cap.4], [KAZ 09-cap.7], [OUY 12], [VU 14]. También existen un gran número de autores que emplean modelos de parámetros distribuidos [BAR 96], [BIE 08], [HUR 13-cap.8], y en menor medida circuitos que se encuentran en la frontera entre los parámetros concentrados y los distribuidos y que, por tanto, pueden ser considerados una mezcla [COG 92], [DAL 07].

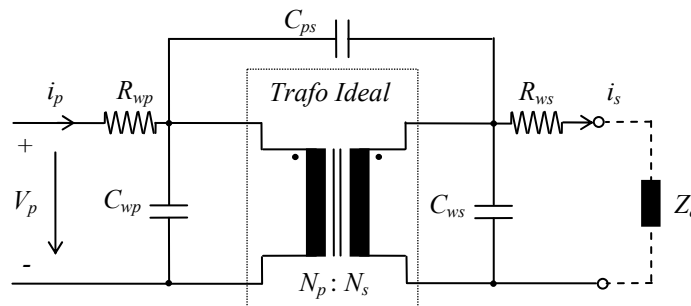


Fig. 6.2. Circuito eléctrico equivalente de media frecuencia de un transformador.

En [COG 94] se propone un circuito equivalente de media frecuencia de parámetros concentrados a partir del desarrollado en [COG 92]. Este circuito presenta buenos resultados y es uno de los más comúnmente utilizados, por lo que es el elegido en esta tesis en la forma presentada en [LU 03] y [SHE 06-cap.4]. Se trata del circuito equivalente presentado en la Fig. 6.3. Este circuito es prácticamente igual al utilizado en [OUY 12] y parecido a los empleados en [SNE 69-cap.7] y [KAZ 09-cap.7] con la única diferencia de que en éste se incluye la capacidad entre primario y secundario. En este circuito, las capacidades C_{wp} , C_{ws} y C_{ps} dan paso a las capacidades C_p , C_s y C_{ps0} mediante una sencilla transformación que se incluye en este capítulo en el apartado 6.3.3. Tanto la inductancia de fugas como la resistencia y la capacidad de secundario están referidas al primario.

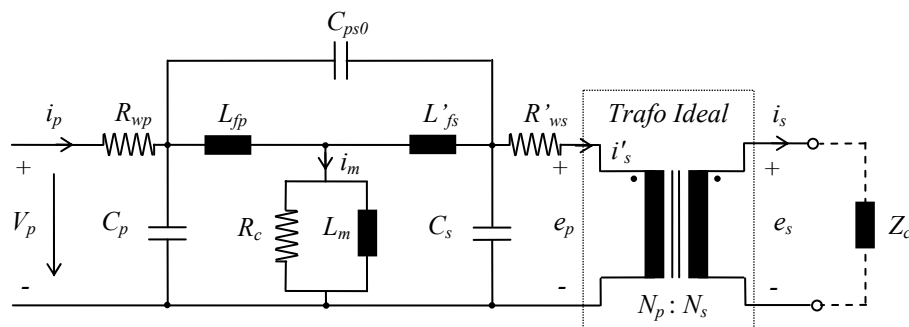


Fig. 6.3. Circuito eléctrico equivalente de media frecuencia de un transformador.

Sin embargo, este modelo no siempre es suficiente para representar la interacción entre transformador y convertidor electrónico. En los casos en los que el convertidor excita la tensión en modo común y se tiene a ambos lados del transformador algún punto puesto a tierra o por el que pueden circular corrientes a tierra, la capacidad entre primario y secundario C_{ps} es el único camino para las corrientes en modo común [GUB 07]. En estos casos, si se emplea el circuito equivalente de la Fig. 6.3, el comportamiento del sistema en su conjunto no queda fielmente representado. Esto es debido a que a través del transformador ideal no pueden circular corrientes netas de primario a secundario a causa del posicionamiento de C_{ps} y, por lo tanto, con este circuito las corrientes en modo común son ignoradas. Por este motivo, de cara a posibilitar la simulación de las corrientes en modo común en los convertidores electrónicos con transformador se propone el circuito equivalente simplificado de media frecuencia mostrado en la Fig. 6.4.

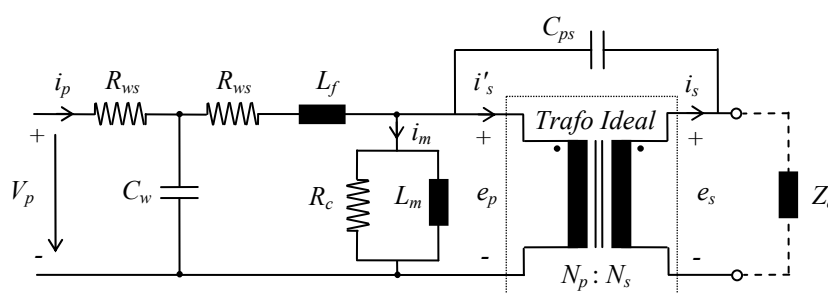


Fig. 6.4. Circuito eléctrico equivalente de media frecuencia propuesto.

En este modelo, la caída de tensión en la resistencia serie se considera despreciable con respecto a la que se produce en la inductancia de magnetización, por lo que los efectos de todas las capacidades parásitas se pueden representar de forma concentrada por medio de la capacidad C_w [LU 03]. En el circuito propuesto, se mantiene la resistencia de cada uno de los devanados a un lado de la capacidad parásita para representar lo más fielmente posible la limitación de corriente que éstas introducen ante una variación brusca de la tensión en bornes de la capacidad. Por otro lado, las inductancias de fugas de primario y secundario se suman a la izquierda de la rama de magnetización. Sin embargo, la principal particularidad de este modelo es que incluye la capacidad parásita entre primario y secundario C_{ps} situada en la posición más realista posible conectando los terminales correspondientes de primario y secundario. De esta forma, la única función de C_{ps} es permitir la circulación de corrientes de modo común y su efecto diferencial se tiene en cuenta en C_w por medio de la aproximación realizada en [LU 03]. Esta aproximación no es completamente correcta desde el punto de vista físico, pero es adecuada para simular de la interacción entre convertidor y transformador dado que permite estudiar fenómenos que el circuito de la Fig. 6.3 no contempla.

6.3 Estimación de los Parámetros del Circuito Equivalente

Los fenómenos físicos presentes en el funcionamiento de un transformador pueden influir en el convertidor electrónico en el que éste se ubica. Por ello, es importante conocer los valores de los parámetros de su modelo equivalente y, así, poder estudiar la interacción convertidor-transformador. A continuación, se presentan modelos analíticos que permiten una estimación precisa de los parámetros del circuito equivalente de media frecuencia del transformador sin necesidad de realizar mediciones sobre un prototipo. Distintas técnicas de medida de los parámetros se pueden encontrar [COG 94], [LU 03], [BOS 05-cap.7], [HUR 13-cap.8] y [VU 14]. El cálculo de las resistencias tanto de núcleo como de devanados es directo a partir de los modelos para el cálculo de pérdidas presentados en los capítulos 3 y 4.

6.3.1 Inductancia de magnetización

La inductancia de magnetización L_m se puede calcular siguiendo planteamientos muy diversos. En esta tesis se distinguen tres grupos. El primer grupo lo forman los métodos de cálculo que utilizan expresiones analíticas basadas en un modelo teórico de la reluctancia magnética del núcleo. El segundo se basa en los datos proporcionados por el fabricante sobre el núcleo magnético utilizando. Por último, el tercero emplea la resolución exacta del problema magnético a través del uso de software de cálculo por elementos finitos. A continuación se presenta brevemente el cálculo de L_m siguiendo los dos primeros planteamientos. El cálculo por elementos finitos es complicado porque para ser exacto requiere de la introducción en el programa de cálculo de la geometría exacta del transformador y de las características exactas del material. Sin embargo, es una herramienta útil en las aplicaciones en las que el comportamiento exacto de la L_m del transformador necesite ser simulado, por ejemplo ante transitorios en la tensión de red. Un ejemplo de este tipo de programas es el Ansoft Maxwell 3D.

Para calcular la inductancia de magnetización en los transformadores en los que no se tiene entrehierro o se tiene un entrehierro muy reducido, basta con emplear modelos teóricos sencillos o los basados en los datos de los fabricantes. El valor de la inductancia de magnetización cuando no se tiene entrehierro se puede calcular a través de la ecuación (2.33). En el caso de tener un transformador con entrehierro en el que el efecto de éste no es dominante, la ecuación (2.34) conduce a buenos resultados. El desarrollo para la obtención de ambas expresiones se realiza en el capítulo 2. Alternativamente, el cálculo de la inductancia de fugas se puede realizar a partir del factor de inductancia A_L . Este parámetro tiene un valor único para cada núcleo y es proporcionado habitualmente por los fabricantes de núcleos en sus datasheets basándose en las características geométricas del núcleo y sus propiedades medidas de forma experimental. Para calcular la inductancia de fugas por medio del factor de

inductancia se emplea la siguiente ecuación:

$$L_m = N^2 \cdot A_L . \quad (6.1)$$

6.3.2 Inductancia de fugas

La energía asociada a un campo magnético en un volumen V en el que se tiene una distribución de campo magnético $H(r)$ y otra de inducción magnética $B(r)$ respecto a un estado de referencia de inducción $B_1(r)$ se puede calcular a través de la expresión (2.15) presentada en capítulo 2. Si se considera un estado de referencia de energía nula y que en todo el volumen los materiales presentes se comportan de forma equivalente al vacío desde el punto de vista magnético, la energía magnética W_{mag} del campo queda:

$$W_{mag} = \frac{1}{2} \cdot \mu_0 \cdot \int_V H^2(r) dV . \quad (6.2)$$

Considerando que por el devanado primario circula una corriente I_p , se tiene la siguiente relación entre la energía magnética asociada al flujo de fugas $W_{mag,f}$ y la inductancia de fugas:

$$W_{mag,f} = \frac{1}{2} \cdot L_f \cdot I_p^2 . \quad (6.3)$$

Suponiendo que la mayor parte del flujo de fugas se concentra en el volumen de los devanados V_w , si se evalúa la expresión (6.2) en dicho volumen y se iguala a la anterior, se obtiene la siguiente expresión para la inductancia de fugas:

$$L_f = \frac{\mu_0 \cdot \int_{V_w} H^2(r) dV}{I_p^2} . \quad (6.4)$$

Por lo tanto, para calcular el valor de la inductancia de fugas es necesario conocer la distribución del campo magnético en todo el volumen de los devanados y expresarlo en función de la corriente considerada a la que se refiere la inductancia de fugas (en este caso la corriente de primario).

Si se considera la distribución del campo magnético homogénea a lo largo de la longitud de los devanados y se considera la componente vertical del campo constante, se tiene que la amplitud del campo magnético únicamente cambia a lo largo de la anchura de la ventana del núcleo magnético, y lo hace de la forma indicada en la Fig. 6.5. En la Fig. 6.5(a) se considera un transformador de dos devanados, el devanado primario está formado por N_p vueltas y N vueltas por capa y por él circula una corriente de amplitud I_p . En la gráfica de la Fig. 6.5(b) se ha representado la amplitud del campo magnético en lugar de la fuerza magnetomotriz teniendo en cuenta que $H_p = f_{mm}/b_w$.

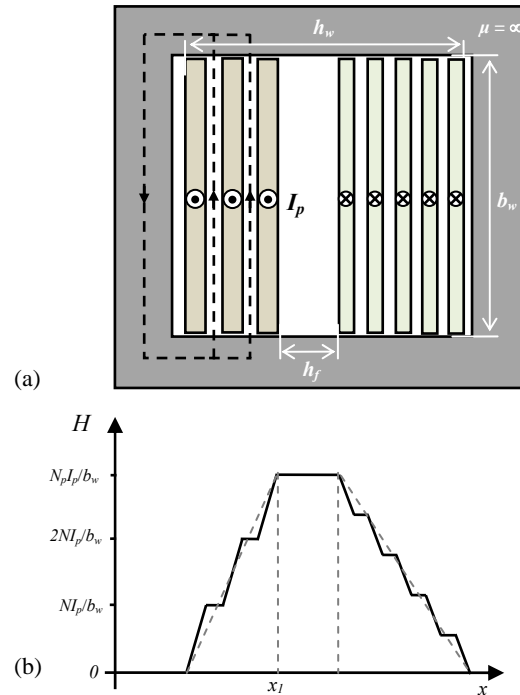


Fig. 6.5. (a) Sección transversal de la ventana de un transformador con dos devanados organizados formando capas. (b) Distribución de la amplitud de campo magnético en la anchura de la ventana del transformador.

En la literatura [MOH 03-cap.30], el cálculo de la integral en la ecuación (6.4) se realiza convencionalmente por partes aproximando el perfil del campo magnético en la ventana por dos triángulos y un rectángulo de la forma indicada por las líneas de puntos grises en la figura anterior. Evaluando el primer triángulo se tiene que el valor aproximado de la amplitud de campo magnético en función de x es:

$$H(x) = \frac{N_p \cdot I_p}{b_w} \frac{x}{x_1}. \quad (6.5)$$

Por lo tanto, si se consideran las áreas de ambos triángulos iguales, aplicando (6.4) se tiene:

$$L_f \cdot I_p^2 = \mu_0 \cdot \left(2 \int_0^{x_1} \left(\frac{N_p \cdot I_p}{b_w} \frac{x}{x_1} \right)^2 \text{MLT} \cdot b_w \cdot dx + \int_0^{h_f} \left(\frac{N_p \cdot I_p}{b_w} \right)^2 \text{MLT} \cdot b_w \cdot dx \right). \quad (6.6)$$

donde $x_1 \approx (h_w - h_f)/2$. Despejando la inductancia de fugas de la ecuación anterior, se propone el siguiente valor para la inductancia de fugas:

$$L_f = \mu_0 \cdot N_p^2 \cdot \frac{\text{MLT}(2h_f + h_w)}{3 \cdot b_w}. \quad (6.7)$$

La expresión anterior es una aproximación que conduce a buenos resultados siempre que

se cumplan una serie de condiciones. Cuanto menor sea la zona central h_f respecto a la anchura total de los devanados h_w mayores serán los errores relativos cometidos. Si se quieren obtener resultados más precisos se debe realizar el cálculo de la integral punto a punto. Por otro lado, si se aplica la teoría de análisis empleada en el cálculo de pérdidas en los devanados, se tiene que el perfil de campo magnético indicado en la Fig. 6.6(b) únicamente es exacto para campos magnéticos que no varían en el tiempo. Cuanto mayor es el cociente entre el espesor del conductor y la profundidad pelicular, mayor es la compensación del campo magnético en el interior del conductor debido tanto al efecto pelicular como al efecto de proximidad. En estos casos, si se aproxima la distribución del campo magnético en el interior de los conductores por una recta de la forma indicada en la figura anterior se sobreestima el valor de la inductancia de fugas.

Al igual que en el cálculo de la resistencia de alterna R_{ac} , se puede calcular el valor de alterna de la inductancia de fugas debida al campo magnético en el cobre $L_{Cu,ac}$ como:

$$L_{Cu,ac} = L_{Cu,dc} \cdot F_{L,ac} \quad (6.8)$$

El cálculo analítico del factor de alterna de la inductancia $F_{L,ac}$ se puede realizar por medio de la resolución del problema de distribución del campo magnético en el interior de los conductores. Aplicando un desarrollo similar al realizado para el cálculo de pérdidas en los devanados se obtiene la siguiente expresión para $F_{L,ac}$ [HUR 13-cap.6]:

$$F_{L,ac} = \frac{3}{2 \cdot m^2 \cdot Z} \left[\frac{\sinh 2Z - \sin 2Z}{\cosh 2Z - \cos 2Z} + \frac{2(m^2 - 1)}{3} \frac{\sinh Z + \sin Z}{\cosh Z + \cos Z} \right] \quad (6.9)$$

donde m es igual al número de capas por sección de devanado. A su vez, cuando se emplean devanados de pletinas Z es igual al cociente entre el espesor de pletina y la profundidad pelicular $Z = h/\delta$. Cuando las capas están formadas por cables sólidos circulares aplicando el concepto de factor de porosidad se tiene la expresión (4.50) para Z . La precisión de esta expresión está sujeta a las mismas condiciones que la precisión del factor de alterna de la resistencia. En este apartado únicamente se ha considerado el modelo basado en el desarrollo de Dowell [DOW 66] por presentar la mayor simplicidad y precisión como se justificó en el apartado 4.4.4. La interpretación intuitiva de esta expresión indica que la inductancia de fugas en el cobre cae del 90% al 10% de su valor en continua cuando el valor de Z pasa de 1.3 a 8.

La expresión (6.8) no se debe aplicar a toda la inductancia de fugas de todo el volumen de los devanados calculada en (6.7) sino que únicamente se debe aplicar a la inductancia que aporta el volumen del conductor. En el perfil mostrado en la Fig. 6.5(b), la inductancia debida al cobre es la asociada a las zonas en las que el campo magnético crece. En consecuencia, el cálculo de la inductancia a través de esta fórmula requiere de un cálculo punto a punto complejo. Por ello, este cálculo solo se debe realizar cuando su influencia en la inductancia de fugas total sea importante, es decir, cuando se tenga un factor de llenado alto (el área ocupada por el cobre en la ventana sea mayoritaria) y una relación entre el espesor del conductor

(diámetro del cable) y la profundidad pelicular mayor a 1.3.

Por último, es conveniente plantear la siguiente reflexión sobre el cálculo de la inductancia cuando se emplean devanados de cable de litz. En este caso se tiene un factor de llenado muy bajo, típicamente con un máximo de un 30% de área de cobre sobre el área de la ventana del núcleo, y un cociente entre el radio de hilo y la profundidad pelicular muy inferior a 1. Por lo tanto, la influencia de los efectos de alta frecuencia en la inductancia de fugas debida al campo magnético en el cobre es mínima. Como se verá más adelante en el capítulo 8, en los diseños óptimos se cumplen las condiciones anteriores y, por lo tanto, en esta tesis se defiende que el cálculo de L_f a través de la expresión (6.7) conduce a resultados precisos. No obstante, si se quiere profundizar sobre el cálculo de la inductancia de fugas cuando se emplean cables de litz, el trabajo realizado en [SHE 06-cap.4] es un buen punto de partida. El desarrollo realizado en [SHE 06-cap.4] consiste en aplicar el análisis de Dowell a cada capa formada por los hilos de litz que se encuentran en una misma vertical.

6.3.3 Capacidades parásitas

Las capacidades parásitas, o capacidades de los devanados, representan la energía almacenada en el campo eléctrico presente entre los devanados del transformador. El cálculo analítico de estos elementos es complejo principalmente debido a dos motivos. En primer lugar, se tiene una distribución del campo eléctrico entre devanados compleja de carácter generalmente bidimensional que hace que el valor de las capacidades dependa fuertemente geometría del transformador. En segundo lugar, esta energía capacitiva tiene un carácter fuertemente distribuido, por lo que, como se estudia a continuación, su representación por medio de parámetros concentrados dificulta el proceso de cálculo. Como se explicó en el apartado anterior, desde un punto de vista práctico, en las aplicaciones de convertidores de potencia la representación por medio de parámetros concentrados es suficiente. Sin embargo, se debe tener en cuenta que el uso de este modelo queda restringido a frecuencias de trabajo inferiores a la primera frecuencia de resonancia del devanado [BIE 08].

Debido a la complejidad del problema, existen un gran número de técnicas para determinar el valor de las capacidades parásitas. De forma general, estas técnicas se pueden dividir en empíricas [COG 94], [LU 03], [VU 14] y teóricas [AZZ 93], [BOS 05-cap.7], [DAL 07], [BIE 08]. Las técnicas empíricas requieren de la construcción del prototipo y la realización de medidas para obtener los valores de las capacidades, por lo que no son de interés desde el punto de vista del diseño. Las técnicas teóricas se pueden clasificar, a su vez, en técnicas analíticas y técnicas basadas en cálculo por elementos finitos. A continuación, se analiza el cálculo de las capacidades parásitas en algunos casos particulares. Este estudio pretende mostrar el planteamiento y el proceso que se debe seguir para calcular estos elementos, pero no analiza en toda su profundidad el problema por no considerarse de especial relevancia para

esta tesis. El estudio de estas capacidades debe recibir especial atención cuando se trabaja con transformadores de alta tensión.

El planteamiento para el cálculo de las capacidades parásitas es análogo al realizado para el cálculo de la inductancia de fugas en el apartado anterior. La energía asociada a un campo eléctrico en un volumen V en el que se tiene una distribución de campo eléctrico y otra de densidad de flujo eléctrico $D(r)$ respecto a un estado de referencia con densidad de flujo $DI(r)$ puede obtenerse mediante (2.17). Si se considera un estado de referencia de energía nula y se asume que en todo el espacio se tienen unas características dieléctricas homogéneas y constantes del material, y se supone asimismo un campo eléctrico con una distribución $E(r)$ en todo el volumen considerado, la expresión (2.17) puede particularizarse para obtener la energía asociada al campo eléctrico W_{elec} :

$$W_{elec} = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \int_V E^2(r) dV. \quad (6.10)$$

donde ε_0 es la permitividad del vacío y ε_r es la permitividad relativa del material. Si esta energía se quiere representar en un circuito equivalente por medio de una capacidad C con una tensión en bornes V_c , se tiene que la energía en (6.10) es igual a:

$$W_{elec} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V_c^2. \quad (6.11)$$

El proceso seguido para calcular el valor de la capacidad equivalente C consiste en igualar ambas expresiones y despejar C . La obtención de un valor de capacidad que únicamente dependa de la geometría y las propiedades dieléctricas de los materiales implicados y que haga que la representación por medio de parámetros concentrados sea posible encuentra dos dificultades principales. La primera es la realización de la integral del campo eléctrico en todo el volumen y, la segunda, es la obtención de una expresión de la integral que sea función únicamente de la tensión considerada en bornes de la capacidad en el circuito equivalente. En este proceso es fundamental el tipo de devanado utilizado y su disposición. A continuación, se estudia el cálculo de las capacidades presentes en los modelos del apartado 6.2.

- *Inter capacidad C_{ps}* . El caso de cálculo más sencillo es el cálculo de la capacidad C_{ps} entre dos devanados de pletina no intercalados como los mostrados en la Fig. 6.6(a). En este caso se tiene que cada capa está formada por una única vuelta y por lo tanto presenta un mismo potencial en la altura de la ventana. Entre las capas enfrentadas de los devanados se tiene la diferencia de potencial V_{ps} que, si los devanados se bobinan en el mismo sentido, da lugar al campo eléctrico constante en todo el espacio entre capas de devanados mostrado en la gráfica de la Fig. 6.6(a). Este campo depende directamente de la tensión de primario V_p , e inversamente de la distancia entre devanados d_{ps} y del número de vueltas del primario N_p (a mayor número de vueltas, menor es el valor del campo). Si se desprecia el efecto de la curvatura de los devanados, particularizando la ecuación (6.10) se tiene:

$$W_{elec} = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{N_p - 1}{N_p} \cdot \frac{V_p}{d_{ps}} \right)^2 \text{MLT} \cdot b_w dx = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot (N_p - 1)^2 \cdot \text{MLT} \cdot b_w}{2 \cdot N_p^2 \cdot d_{ps}} V_p^2. \quad (6.12)$$

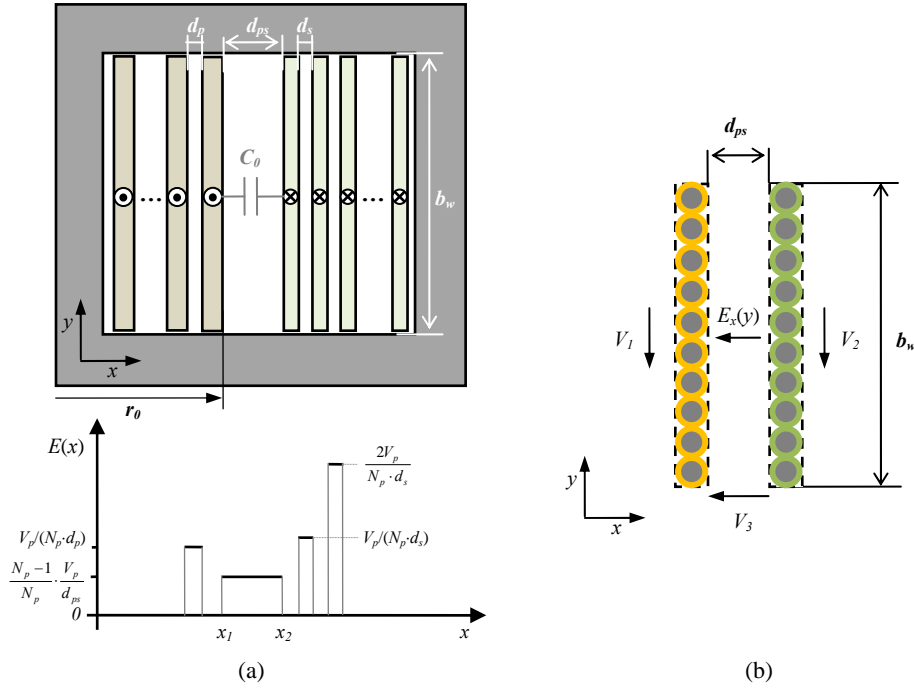


Fig. 6.6. (a) Sección transversal de un transformador de dos devanados pletina y representación del campo eléctrico entre las capas centrales en la ventana. (b) Representación de los potenciales y el campo eléctrico entre dos capas de cable circular (sólido o litz).

La tensión entre primario y secundario V_{ps} tal y como se ha definido en el circuito equivalente de la Fig. 6.4 se puede expresar en función de la relación de transformación n como:

$$V_{ps} = V_p - V_s = V_p \left(1 - \frac{1}{n} \right). \quad (6.13)$$

Con lo que, introduciendo (6.13) en (6.11) e igualándola con (6.12), se obtiene el siguiente valor para la capacidad parásita entre primario y secundario con devanados de pletina no intercalados $C_{ps,F}$:

$$C_{ps,F} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{\text{MLT} \cdot b_w}{d_{ps}} \cdot \frac{(N_p - 1)^2 (n - 1)}{N_p^2 \cdot n} = C_{0, //} \cdot \frac{(N_p - 1)^2 (n - 1)}{N_p^2 \cdot n} \quad (6.14)$$

donde la primera parte de la expresión $C_{0, //}$ es la fórmula que modela la capacidad entre placas paralelas y la segunda parte se corresponde a la adaptación entre la tensión física real entre devanados y la considerada en el circuito equivalente de parámetros concentrados. El cálculo de la capacidad característica entre capas de devanado C_0 se puede simplificar por el caso de placas paralelas o se puede calcular por medio de aproximaciones más elaboradas. En [BIE 08] se presentan cinco aproximaciones para calcular esta capacidad y se comparan los resultados ofrecidos por cada una. La bondad de la aproximación se deberá evaluar en función de la forma geométrica de los devanados. Cuando la curvatura de los devanados no es despreciable, se tiene un valor comprendido entre la aproximación de placas paralelas presentado aquí y el caso de devanados cilíndricos para los que la capacidad característica $C_{0,cil}$ es:

$$C_{0,cil} = 2\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{MLT \cdot b_w}{\ln(1 + d_{ps}/r_0)} \quad (6.15)$$

donde r_0 es el radio de curvatura de la última capa del devanado primario como se indica en la Fig. 6.6(a).

Cuando se tienen capas formadas por más de una vuelta el análisis se complica debido a que existen diferencias de potencial entre las vueltas de la propia capa. En consecuencia, el campo eléctrico no es constante dado que varía en función de y como se indica en la Fig. 6.6(b). Para calcular el valor de la capacidad entre capas de devanados de cable circular $C_{ps,c}$ se puede seguir el mismo planteamiento que en el caso anterior pero incluyendo las particularidades propias de este problema. Simplificando la distribución del campo y de la densidad de flujo eléctricos, se puede considerar que crecen de forma lineal a lo largo de la altura de la capa, con lo que el campo eléctrico en la Fig. 6.6(b) se puede expresar como:

$$E_x(y) = \frac{1}{d_{ps}} \left(V_3 + \frac{(V_2 - V_1)}{b_w} y \right). \quad (6.16)$$

Si se calcula la energía eléctrica entre capas introduciendo la expresión anterior en (6.10) y resolviendo la integral, se iguala la expresión obtenida a (6.11) y se despeja el valor de la capacidad entre capas, se llega a la siguiente expresión para $C_{ps,c}$:

$$C_{ps,c} = \frac{C_0}{3} \frac{(3V_3^2 + 3V_3(V_2 - V_1) + (V_2 - V_1)^2)}{V_{ps}^2}. \quad (6.17)$$

En este caso C_0 se puede simplificar directamente como en el caso anterior por $C_{0, //}$ o $C_{0,cil}$, o se puede modelar de forma más precisa por medio de las mismas fórmulas en las que se consideran una permitividad relativa y una distancia efectivas. Estos parámetros efectivos modelan la geometría real del devanado de la forma indicada en [BIE 08]. Cuando se consideran cables de litz estos planteamientos alcanzan precisiones limitadas, por lo que se deben realizar análisis particulares que modelen las características dieléctricas del cable de

litz, un ejemplo se puede encontrar en [BIE 08]. El último paso consiste en expresar los tres potenciales V_1 , V_2 , y V_3 , y la tensión considerada en el circuito equivalente V_{ps} en función de una tensión de referencia común, por ejemplo V_p .

Para obtener el valor de la capacidad C_{ps} cuando se tienen devanados intercalados basta con aplicar este proceso a cada interfaz entre capas de distintos devanados y sumar las capacidades.

- *Intra capacidad* C_{wp} y C_{ws} . El cálculo de la capacidad propia de un devanado se basa en el desarrollo anterior particularizado para las interfaces entre capas de un propio devanado. En este proceso se tienen dificultades adicionales. Por un lado, además de la capacidad entre capas se tienen las capacidades entre vueltas de una misma capa. Cuando el devanado está formado por varias capas, la energía asociada a las capacidades entre capas se puede despreciar [BIE 08] siendo éste el planteamiento seguido en esta tesis. Un análisis en el que se incluyen las capacidades entre vueltas de una misma capa se puede encontrar en [DAL 07]. Por otro lado, cuando no se emplean conductores de pletina, la capacidad dependerá del modo en que se realicen las conexiones entre las distintas capas, debido a que las diferencias de potencial entre capas y su distribución dependen del patrón de bobinado.

Para el cálculo de capacidad propia de un devanado i de pletina $C_{w,i,F}$ basta con repetir el mismo proceso que para el cálculo de $C_{ps,F}$ para las distintas interfaces entre capas particularizado para la diferencia de potencial entre cada una de ellas. Para el caso de la capacidad propia de un devanado i de cable circular $C_{w,i,c}$ se debe repetir el proceso para el cálculo de $C_{ps,c}$ para las distintas interfaces entre capas particularizado para la diferencia de potencial entre cada una de ellas teniendo en cuenta el patrón de bobinado utilizado. Generalmente, se distinguen los dos patrones de bobinado mostrados en la Fig. 6.7, el bobinado estándar (*wave-type*) y el bobinado en salto (*flyback o leap-type*). Inicialmente se analiza el valor de la capacidad en un interfaz entre dos capas de un devanado i con una tensión en bornes V_i y un número de capas igual a m_i . En el primer caso, para un patrón de bobinado estándar, se tiene $V_1 = -V_2 = V_i/m_i$ y $V_3 = 0$, con lo que aplicando (6.17) se tiene una capacidad por capa $C_{capa} = C_0/3$. En el segundo caso, para un patrón de bobinado en salto, se tiene $V_1 = V_2 = V_i/m_i$ y $V_3 = -V_i/m_i$, con lo que aplicando (6.17) se tiene una capacidad por capa $C_{capa} = C_0/4$. Para ambos casos, integrando los valores anteriores de C_{capa} para las m_i capas del devanado, se obtiene una capacidad del devanado i $C_{w,i}$ igual a:

$$C_{w,i} = 4 \frac{m_i - 1}{m_i^2} C_{capa}. \quad (6.18)$$

A partir de la inter capacidad C_{ps} y las intra capacidades C_{wp} y C_{ws} , y la relación de transformación n , se definen las capacidades del circuito equivalente de la Fig. 6.3 C_{ps0} , C_p y C_s como [LU 03]:

$$C_{ps0} = n \cdot C_{ps}, \quad (6.19)$$

$$C_p = C_{wp} + (1-n) \cdot C_{ps}, \quad (6.20)$$

$$C_s = n^2 C_{ws} + n \cdot (1-n) \cdot C_{ps}. \quad (6.21)$$

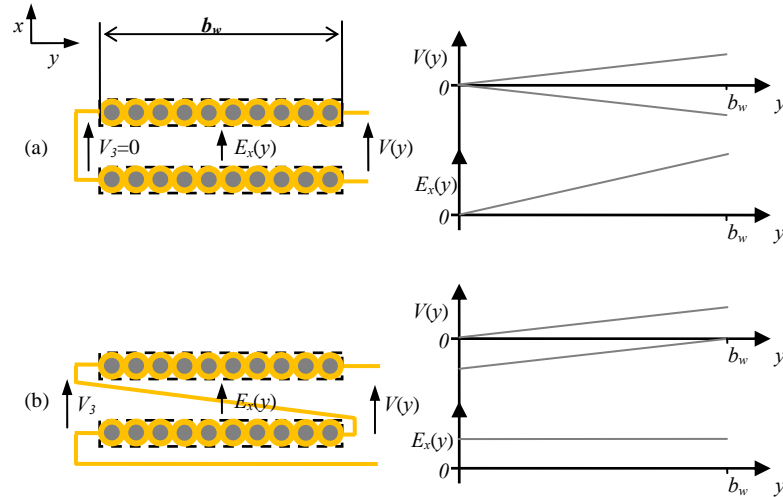


Fig. 6.7. Distribución del potencial eléctrico y el campo eléctrico según el patrón de bobinado sea: (a) estándar (wave-type), y (b) en salto (flyback o leap-type).

- *Capacidad equivalente* C_w . De la forma indicada en [LU 03] y [DAL 07], el cálculo de la capacidad parásita equivalente C_w se basa en las distintas capacidades parásitas: entre devanados primario-secundario C_{ps} y las propias de cada devanado C_{wp} y C_{ws} . El valor de C_w en función de éstas y de la relación de transformación n se puede aproximar por:

$$C_w \approx C_{wp} + n^2 \cdot C_{ws} + (1-n^2) \cdot C_{ps} \quad (6.22)$$

TERCERA PARTE:

*Metodología Analítica de Diseño:
Aplicaciones, Validación e
Integración en Convertidores
Electrónicos de Potencia*

Capítulo 7

Metodología Analítica de Diseño

7.1 Introducción

En el proceso de diseño de transformadores, como en la mayoría de procesos de diseño, se tienen un gran número de grados de libertad sujetos a un reducido número de restricciones. La consecuencia directa es que existe un número infinito de diseños factibles. Sin embargo, cuando se estudian los distintos diseños factibles y se evalúan en base a unas características de interés, como pueden ser la eficiencia y la densidad de potencia, es decir, cuando se tienen en cuenta los criterios de diseño, se puede definir el concepto de diseño óptimo como aquél que mejor satisface dichos criterios. Por lo tanto, la pregunta a la que se pretende responder en este capítulo es: ¿cómo se diseña un transformador óptimo?

Como respuesta a esta pregunta, en este capítulo se propone una metodología de diseño, denominada metodología analítica, que permite el análisis del problema de diseño y la consecución de un diseño óptimo. Para ello, en primer lugar, en el apartado 7.2 se realiza un estado del arte de los métodos de diseño convencionales que permite identificar sus carencias y la existencia de un importante hueco en el campo del diseño de transformadores que es el que se pretende completar con esta tesis. En segundo lugar, en el apartado 7.3 se reformula el problema de diseño presentado inicialmente en el capítulo 2. Con este fin, se emplean los modelos del comportamiento del transformador reformulados a lo largo de la segunda parte de esta tesis. Como resultado, se obtiene un modelo único del problema de diseño que permite identificar las variables clave (variables de diseño) como un paso previo necesario para su resolución. En el apartado 7.4 se reflexiona inicialmente sobre el concepto de óptimo en el diseño de transformadores de alta frecuencia. A continuación, basándose en la formulación del problema de diseño y en el concepto de óptimo desarrollados, se propone un proceso de diseño que permite establecer el valor de las variables de diseño y obtener diseños óptimos de transformadores de alta frecuencia en términos de eficiencia y densidad de potencia.

7.2 Métodos de Diseño Convencionales

7.2.1 Estado del arte

La elevada complejidad del problema de diseño de transformadores tiene como consecuencia la existencia de un gran número de métodos de diseño, todos ellos con características muy diferentes. Las diferencias van desde las magnitudes consideradas como variables en el proceso de diseño hasta la forma en la que se les adjudica un valor en dicho proceso, pasando por los modelos utilizados para representar los diferentes fenómenos que tienen lugar en el funcionamiento de un transformador. Todo ello, junto a la ausencia de un trabajo previo que estudie los distintos métodos de diseño y no se quede únicamente en el análisis de la realización de diseños concretos, hace de la realización de un estado del arte de los métodos de diseño de transformadores de potencia y alta frecuencia una labor costosa y solo realizable en términos muy generales.

El estado del arte de los métodos de diseño se podría realizar desde el punto de vista del proceso de diseño en sí, paso a paso, teniendo en cuenta puntos en común y divergencias. Sin embargo, en esta tesis, el estado del arte se realiza desde el punto de vista de las prestaciones que ofrecen los métodos de diseño con el objetivo de identificar las necesidades existentes en este campo. Con las prestaciones de los métodos de diseño se hace referencia a su facilidad de uso, al nivel de profundidad del análisis realizado al plantear el problema de diseño y, en consecuencia, a aspectos como fiabilidad, características de los resultados obtenidos y validación de los mismos.

Debido al gran número de grados de libertad (variables) y al reducido número de restricciones propias de los problemas de diseño, los métodos de diseño convencionales se basan en procesos iterativos. En función de las características de dichos procesos iterativos, los métodos de diseño convencionales se pueden clasificar de forma global en dos grupos llamados: *métodos iterativos puros* [VIL 10], [VIL 11], [MÜH 12], [SHU 13], [AMO 14] y *métodos iterativos basados en reglas de oro (rules of thumb)* [SNE 69-cap.9], [COO 86], [PET 96], [ODE 99a], [MOH 03-cap.30], [MCL 04-cap.7], [FOR 07], [KAZ 09], [OUY 12], [HUR 13], [NAR 13].

Los *métodos iterativos puros* se basan generalmente en modelos muy completos y, por lo tanto, complejos, de los distintos fenómenos presentes en el funcionamiento de un transformador. Estos modelos son formulados de forma independiente entre sí y no dan lugar a un modelo único que represente el conjunto de funcionamiento del transformador. La consecuencia de la ausencia de un modelo global es que en el conjunto formado por los distintos modelos independientes no quedan reflejadas las interdependencias existentes entre todas las variables y todos los fenómenos, lo que dificulta la interpretación *intuitiva* y el estudio del problema de diseño. Estos métodos se basan en barrer los valores de todas las

variables que aparecen en los modelos y evaluar a posteriori la satisfacción de los criterios de diseño por medio de unas funciones de costes definidas para evaluar lo *óptimo* que es un diseño. Estos métodos no permiten una resolución directa del problema de diseño pero alcanzan los diseños definidos como óptimos por medio de las funciones de costes. Por lo tanto, que el diseño sea óptimo dependerá de la correcta definición de dichas funciones.

Los métodos del segundo grupo, son los *métodos iterativos basados en reglas de oro*. Estos métodos son más comunes, y son especialmente utilizados a nivel de usuario. Consisten en procesos iterativos en los que los valores iniciales de la iteración para una o varias variables se establecen en base a unas reglas de oro. Estas reglas de oro son supuestos justificados únicamente por la experiencia cuyo objetivo es simplificar el problema de diseño y facilitar su resolución agilizando la convergencia del proceso de diseño a un resultado factible. Sin embargo, estas reglas de oro no tienen una base teórica y, como se verá posteriormente, conducen a obviar realidades del problema de diseño y, en consecuencia, tienen un impacto negativo en el diseño final cuya importancia dependerá de las características de la aplicación bajo estudio. Las reglas de oro más comunes y los métodos que las emplean se enumeran a continuación:

- *Selección del núcleo*. Se evalúa la capacidad de transmitir potencia de un núcleo únicamente a través de su producto de área A_p , expresado en (2.56) [COO 86], [ODE 99], [MOH 03-cap.30], [MCL 04-cap.7], [KAZ 09-cap.11], [HUR 13], o a través de su constante geométrica K_g [MCL 04a], [KAZ 09c]. En ambos casos, los valores de las amplitudes de densidad de corriente J_p y de inducción magnética B_p necesarios para evaluar estas magnitudes se establecen de antemano a un valor constante justificado únicamente por la experiencia.
- *Distribución de pérdidas*. Se igualan las pérdidas en el núcleo a las pérdidas en los devanados [MOH 03-cap.30], [MCL 04-cap.7].
- *Dimensionado de los cables*. La dimensión del cable expuesta a los efectos de alta frecuencia (en el cable de litz el radio de hilo, en el conductor de pletina su espesor y en el conductor circular macizo su radio), se iguala de antemano a la profundidad pelicular multiplicada por una constante. Esta constante toma valores típicos de entre uno y dos para el cable circular [COO 86], y para el cable de litz y pletinas de uno en [KAZ 09-cap.11], de 1/3 en [LAM 66-cap.7], [MOH 03-cap.30], y de 1/8 en [PET 96], [ODE 99]. Posteriormente, se ignoran las pérdidas debidas a los efectos de alta frecuencia [MOH 03-cap.30], [MCL 04-cap.7] o se consideran constantes durante el proceso de diseño [COO 86], [PET 96], [KAZ 09-cap.11].
- *Otras reglas de oro*. En otras ocasiones, se igualan las pérdidas en los devanados de primario y secundario [COO 86], [ODE 99]. También se ha propuesto distribuir de forma igualitaria el área de ventana entre los devanados de primario y secundario [COO 86]. Otra

regla de oro es dimensionar de igual forma los cables de primario y secundario en el caso del cable de litz [MOH 03-cap.30]. Finalmente, también es generalizada la consideración de un único material magnético [HUR 13].

7.2.2 Identificación de oportunidades

Llegados a este punto, es interesante reflexionar sobre los métodos de diseño convencionales de una forma crítica con el objetivo de identificar y analizar sus carencias e identificar, asimismo, las necesidades en el campo del diseño de transformadores, transformándolas en oportunidades de mejora para los nuevos métodos de diseño. Existe una característica común a todos los métodos de diseño convencional que se quiere resaltar y que consiste en su falta de generalidad, es decir, no tienen en cuenta todas las posibilidades en el diseño de transformadores. Por ejemplo, no tienen en cuenta todos los materiales magnéticos, ni las distintas formas y proporciones del núcleo, ni los distintos tipos de cable, ni las posibilidades que ofrece el intercalado de devanados. En la mayoría de los casos eligen directamente una única opción que puede ser la opción correcta o puede no serlo. El problema radica en la ausencia de justificación de dicha elección que suele ir introducida por una frase del tipo “*por experiencia*” o “*se suele hacer así*”, y que se traduce en un análisis incompleto del problema de diseño.

El planteamiento seguido por los *métodos iterativos puros* explicado en el apartado anterior conlleva una serie de consecuencias negativas:

- La excesiva complejidad utilizada en los modelos enmascara los fenómenos y las tendencias principales presentes en el problema de diseño y dificulta su análisis y su resolución.
- No se puede evaluar la bondad de la función de costes, que es la que define el concepto de óptimo, dado que no se conoce la naturaleza del problema de diseño.

En cuanto a los *métodos iterativos basados en reglas de oro*, su principal inconveniente es que se basan en la experiencia y no están fundamentados en un desarrollo teórico. En muchos casos ni siquiera se sabe a ciencia cierta el origen de la regla de oro. Las principales consecuencias negativas que conlleva este planteamiento son:

- La aplicación de las reglas de oro junto al proceso iterativo posterior hacen que estos métodos alcancen diseños factibles pero no óptimos.
- La parcialidad del análisis realizado no permite conocer la naturaleza del problema de diseño. Se pueden alcanzar óptimos locales en alguno de los subproblemas de diseño que forman el problema global de diseño, por ejemplo en el dimensionado de los devanados para cable de litz [SULL 99] y para cable circular [HUR 98]. Sin embargo, y como se verá

más adelante, el conjunto de óptimos locales no lleva a un óptimo global. Esto se debe a que todos los problemas de diseño están interrelacionados y estas dependencias no se tienen en cuenta cuando se analiza de forma independiente y secuencial cada subproblema de diseño. En consecuencia, es básico que el análisis del problema de diseño se realice por medio de un modelo integral del transformador y se enfrente de forma global y simultánea.

- Por medio de las reglas de oro se simplifica el problema de diseño pero se ignoran realidades presentes en éste. Por lo tanto, estos métodos no son extrapolables a aplicaciones en las que cambien las características de la aplicación. Solo se asegura su validez para la aplicación para la que han sido definidos debido a que la experiencia recoge las tendencias *locales* (propias de es aplicación) del diseño.

Algunas de las reglas de oro citadas en el apartado anterior ya han sido rechazadas a través de desarrollos teóricos. En el caso de la selección del núcleo, se ha demostrado recientemente que la forma del núcleo influye fuertemente en el problema de diseño, por lo que el producto de área o la constante geométrica no son magnitudes suficientes para determinar la capacidad de transmitir potencia de un núcleo [FOR 07], [NAR 13]. En cuanto a la distribución de pérdidas totales entre núcleo y devanados, es ampliamente aceptado que existe una relación óptima entre ellas que minimiza las pérdidas totales [COO 86], [PET 96], [FOR 07], [OUY 12], [HUR 13]. Sin embargo, dicha relación se deriva de un desarrollo teórico y, como se mostrará más adelante, en este desarrollo no se han incluido los efectos de alta frecuencia en los devanados, por lo que su validez es limitada. En el caso del dimensionado de los cables, se ha demuestra que existe un óptimo que depende de las características del devanado y de la aplicación [HUR 98] y también de las características del propio cable [SUL 99]. En cuanto al reparto del área de ventana entre los distintos devanados, en [PET 96] se demuestra que el óptimo no está en realizar un reparto igualitario y que depende de la relación entre la anchura de la ventana y la anchura de la pierna central del núcleo para devanados no intercalados. En [PET 96] también se demuestra que el dimensionado de los devanados es óptimo cuando las pérdidas en el devanado primario son iguales a las pérdidas en el devanado secundario. Dicho de otro modo, también existen reglas de oro correctas pero es necesario que se demuestren por medio de desarrollos teóricos.

Como conclusión, se puede afirmar que existe un número elevado de carencias en los métodos convencionales de diseño de transformadores. Por ello, es necesario desarrollar un método que sea capaz de suplir estas carencias y rellenar el hueco existente, aún a día de hoy, en el diseño de estos elementos. A lo largo de este capítulo se desarrolla una metodología de diseño que pretende rellenar dicho hueco por medio de una formulación global y analítica del problema de diseño. Esta formulación permite un análisis y una resolución directa del problema de diseño. Las ventajas que se desprenden de esta metodología se demostrarán en capítulos posteriores a través de la realización de distintos ejemplos de diseño y su validación.

7.3 Identificación de las Variables de Diseño

Con la ayuda de los modelos reformulados a lo largo de la segunda parte de esta tesis, en este apartado se redefine el problema de diseño planteado inicialmente en el capítulo 2 y, como un primer paso, se identifican las variables de diseño. Estas variables deben caracterizar de forma completa todas las restricciones y condicionantes físicos presentes en el diseño de un transformador. Una vez realizado este trabajo, se estará en disposición de evaluar el problema de diseño en su totalidad y de definir un proceso de diseño acorde que optimice el cumplimiento de los criterios de diseño.

Como se ha explicado en el capítulo 2, las especificaciones de diseño vienen dadas por las características de la aplicación. Algunas de las especificaciones de diseño se encuentran recogidas junto a otros parámetros en los coeficientes K presentes en las expresiones para el cálculo de pérdidas. El coeficiente K_1 se encuentra en la expresión para el cálculo de pérdidas en (3.9); los coeficientes K_2 y K_3 en el cálculo de pérdidas para devanados de cable de litz con intercalado completo en (4.67) y los coeficientes $K_{2,n}$, $K_{3,n}$ y $K_{4,n}$ en (4.77) para el mismo caso pero sin intercalado; los coeficientes $K_{2,F}$ y $K_{3,F}$ en el cálculo de pérdidas para devanados de pletina con intercalado máximo en (4.89) y junto a $K_{4,F}$ para el mismo caso pero sin intercalado en (4.95); por último, $K_{2,R}$ y $K_{3,R}$ para el cálculo de pérdidas para devanados de cable circular macizo con intercalado completo en (4.104) y junto a $K_{4,R}$ en (4.108) para el mismo caso pero sin intercalado. En estos coeficientes se pueden encontrar características de la aplicación como son la tensión de trabajo de primario V_p y su forma de onda a través de k_{sh} y θ , el valor eficaz nominal de cada uno de los armónicos de corriente de primario $I_{rms,p}$, y las frecuencias de la forma de onda de la tensión f y de los armónicos de corriente f_i . El resto de especificaciones de diseño también se han incluido en los modelos y se comentan a continuación conforme se consideran las restricciones físicas del diseño.

La primera restricción física presente en el diseño es la ley de Faraday particularizada para el estudio de transformadores y ya mostrada en (2.57). En el planteamiento propuesto en esta tesis, la ley de Faraday se ha incluido de forma directa en los modelos en los que se ha expresado el número de vueltas de los devanados como:

$$N = \frac{V_{rms}}{4 \cdot k_{sh} \cdot k_f \cdot f \cdot a_c \cdot a^2 \cdot B_p} \quad (7.1)$$

donde k_{sh} es el factor de forma de la forma de onda de la tensión de frecuencia f y valor eficaz es V_{rms} . Esta tensión aplicada en bornes de un devanado de N vueltas arrollado sobre un núcleo con una sección transversal $a_c \cdot a^2$ da lugar a una amplitud de inducción magnética B_p . La sección transversal del núcleo se expresa como el producto de su coeficiente característico a_c (tabla 3.3) y el cuadrado del factor dimensional a^2 . De esta forma, el número de vueltas desaparece del proceso de diseño, es decir, no se considera una variable de diseño. Como se indicará más adelante, el número de vueltas deberá ser calculado por medio de (7.1) una vez

finalizado el proceso de diseño, es decir, una vez que las variables de diseño hayan sido determinadas.

La segunda restricción física del diseño es la relación de transformación n , mostrada en (2.38) que debe existir entre los números de vueltas de primario y secundario y , en consecuencia, entre sus magnitudes eléctricas (tensiones (2.38) y corrientes (2.42)). El valor de la relación de transformación es una de las especificaciones de partida del diseño que todavía no había sido considerada. De la misma forma que la primera restricción física, la relación de transformación ha sido incluida de forma directa en los modelos de cálculo de pérdidas en los devanados. Dicha relación ha sido utilizada para expresar las magnitudes eléctricas del secundario en función de las del primario. La relación de transformación se utilizará también a posteriori en el proceso de diseño para obtener el número de vueltas de secundario una vez calculado el número de vueltas de primario.

La tercera restricción física es el límite térmico expresado en (2.58). En esta restricción está presente la última especificación de partida que todavía no había sido considerada, el salto térmico máximo permitido $\Delta\tau_{\max}$. Como se indica en el capítulo 2, este salto térmico se calcula a partir de la temperatura de trabajo máxima permitida en el interior del transformador τ_{\max} y la temperatura ambiente máxima a la que éste debe trabajar τ_{amb_max} . Este límite se utiliza en el siguiente apartado para afrontar y resolver el problema de diseño y, de esta forma, vertebrar todo el proceso de diseño.

Por último, la cuarta restricción física es el llamado límite geométrico. Este límite establece que los devanados deben entrar en el área de ventana del núcleo dado que, para generar un flujo que se cierre por el núcleo, debe abrazar a los devanados. A diferencia del resto de restricciones, en el capítulo 2 este límite no se expresaba por medio de una ecuación. La forma matemática de expresar este límite es establecer que el área transversal de los devanados $A_{devanados}$ debe ser inferior o igual al área de ventana del núcleo:

$$A_{devanados} \leq a_w \cdot a^2. \quad (7.2)$$

donde el área de ventana del núcleo se expresa, introduciendo la parametrización del núcleo realizada en el capítulo 3, como el producto del coeficiente característico de ventana a_w (tabla 3.3) y el cuadrado del factor dimensional a^2 . Sin embargo, el área transversal de los devanados depende de la geometría del cable y la disposición de los devanados utilizada, siendo esta la razón por lo que no se consideró una expresión matemática en el capítulo 2. En consecuencia, de la misma forma que en los capítulos de modelado, en el análisis de este límite y su inclusión en el proceso de diseño se debe distinguir entre las distintas geometrías de cable y disposiciones de los devanados:

- *Devanados de cable de litz*. Para los devanados de cable de litz, el límite geométrico ya ha sido incluido durante el proceso de modelado de pérdidas en los devanados. Como se explicó en el capítulo 4, un cable de litz queda definido por medio de dos parámetros, el

radio de hilo r_0 y el número de hilos que forman el cable N_0 . Si el dimensionado del cable se realiza de forma correcta, todo el cobre forma un área de conducción efectiva, por lo que la ventana debe quedar completamente llena de cable [SUL 99].

En el apartado 4.6.2 del capítulo 4, utilizando el límite geométrico y el modelado del espesor de aislamiento en función del radio de hilo en los cables comerciales, mostrado en (4.58), se expresa el problema de dimensionado de los cables de litz en relación al resto de realidades del diseño (en este caso en relación a la forma del núcleo). También se han modelado y afrontado otros problemas del diseño como es el caso del reparto de ventana por medio de la variable α . En concreto, los números de hilos de primario N_{0p} y de secundario N_{0s} se han expresado en función de r_{0p} , r_{0s} , α y el área de ventana $a_w \cdot a^2$ en (4.59). A su vez, los números de vueltas por capa de primario b_p y de secundario b_s se expresan en función de r_{0p} , r_{0s} , y la altura de ventana $c2 \cdot a$ en (4.60). En el caso de no intercalar los devanados, el número de capas por devanado se obtendrá a partir del número de vueltas total y el número de vueltas por capa por medio de (4.74). Al igual que en el caso del número de vueltas, el número de hilos, el número de vueltas por capa y el número de capas quedan definidos de forma indirecta cuando se resuelve el problema de diseño y se fijan las variables de diseño. Por lo tanto, se deberán obtener a posteriori una vez establecidas éstas por medio de las fórmulas indicadas anteriormente.

- *Devanados de pletina.* En este caso, el llenado completo de la ventana no queda justificado y dependerá de la geometría del núcleo. Como se verá más adelante, en los diseños óptimos, la forma del núcleo se ajusta para que la ventana quede completamente llena (un área de ventana mayor supone un mayor volumen de núcleo y, en consecuencia, el aumento de las pérdidas en éste). Por lo tanto, no se puede establecer a priori la condición de llenado completo de la ventana y no se puede introducir dicho criterio en el proceso de modelo como se ha hecho para el cable de litz. El límite geométrico se debe considerar de forma externa en el proceso de diseño.

A continuación, se realiza el modelado del límite geométrico por medio de una ecuación para los devanados no intercalados y otra para los devanados con intercalado máximo. En ambos casos, se tiene una vuelta por capa, es decir, cada vuelta de la pletina ocupa la altura total del área de ventana de forma que el área de conducción efectiva sea máxima. En este caso, el límite geométrico se traduce en que la anchura total de los devanados (incluyendo cobre y aislamiento) debe ser inferior a la anchura de la ventana, y se puede expresar por medio de la siguiente inecuación:

$$N_A \cdot h_A + N_B \cdot h_B + k_w \leq c1 \cdot a \quad (7.3)$$

donde, como se definió en el apartado 4.6.3 del capítulo 4, N_a y N_b son los números de vueltas del devanado de menor número de vueltas y del de mayor número de vueltas respectivamente, h_a y h_b son sus espesores de pletina correspondientes, $c1 \cdot a$ es la anchura

de ventana expresada a través de los parámetros del núcleo, y k_w representa la pérdida de espacio debido al formador de espiras y a los aislamientos tanto entre vueltas de un mismo devanado como entre vueltas de distintos devanados. Expresando el número de vueltas del devanado B en función del número de vueltas del devanado A, y despejando el número de vueltas en la ley de Faraday de la forma indicada en (7.1), el límite geométrico en (7.3) queda:

$$\frac{K_5}{B_p \cdot a^2} \left(h_A + \frac{h_B}{n} + K_6 \right) + K_7 - c1 \cdot a \leq 0 \quad (7.4)$$

donde el coeficiente K_5 tiene la siguiente expresión:

$$K_5 = \frac{V_{A,rms}}{4 \cdot k_{sh} \cdot f \cdot a_c}, \quad (7.5)$$

y los coeficientes K_6 y K_7 modelan el espesor del aislante eléctrico cuyas expresiones dependen del tipo de intercalado realizado. Para el caso del máximo intercalado, el número de interfaces entre distintos devanados es máximo. En este caso, K_7 es igual a la anchura del formador de espiras k_{cf} y K_6 es:

$$K_6 = 2 \cdot g_{AB} + (m - 1) \cdot g_B \quad (7.6)$$

donde g_{AB} es el espesor del aislamiento introducido entre el devanado A y el B, y g_B es el espesor del aislamiento introducido entre las vueltas consecutivas del propio devanado B.

Cuando los devanados no se intercalan, K_7 es igual a la suma de k_{cf} y g_{AB} y K_6 queda:

$$K_6 = g_A + \frac{g_B}{n} \quad (7.7)$$

donde g_A es el espesor del aislamiento introducido entre las vueltas del propio devanado A.

- *Devanados de cable circular macizo.* Al igual que para los devanados de pletina, en este caso, el llenado completo de la ventana tampoco queda justificado y dependerá de la forma del núcleo. El límite geométrico en (7.2) se puede expresar por medio de la siguiente inecuación:

$$N_p \cdot \pi \cdot (e_3 \cdot R_p + e_4)^2 + N_s \cdot \pi \cdot (e_3 \cdot R_s + e_4)^2 + k_w \leq a_w \cdot a^2 \quad (7.8)$$

donde, como se definió en el apartado 4.6.4 del capítulo 4, N_p y N_s son los números de vueltas de primario y secundario respectivamente, R_p y R_s los radios de los cables de primario y secundario, e_3 y e_4 son los coeficientes que modelan la pérdida de espacio debido al propio aislamiento del cable, y el factor k_w representa la pérdida de espacio debido principalmente a la geometría del cable, la imperfección del proceso de bobinado y el área ocupada por el aislamiento entre capas. Considerando un transformador de dos devanados, refiriendo el número de vueltas del devanado secundario al número de vueltas del primario y despejando el número de vueltas en la ley de Faraday de la forma indicada en (7.1), el límite geométrico queda:

$$\frac{K_5}{B_p \cdot a^2} \left((e_3 \cdot R_p + e_4)^2 + \frac{(e_3 \cdot R_s + e_4)^2}{n} \right) - K_6 \cdot a^2 \leq 0 \quad (7.9)$$

donde el coeficiente K_5 tiene la siguiente expresión:

$$K_5 = \frac{V_{p,rms} \cdot \pi}{k_{sh} \cdot k_f \cdot k_a \cdot f \cdot a_c} \quad (7.10)$$

En la cual, k_a modela la pérdida de área debido al patrón de bobinado del cable circular [SNE 69-cap.11]. A su vez, el coeficiente K_6 modela la pérdida de área útil debido al formador de espiras y al aislante eléctrico introducido entre las capas de los devanados.

Una vez que se han redefinido las cuatro restricciones físicas presentes en el problema de diseño, se está en disposición de poder evaluar dicho problema de forma global e identificar las variables clave que definen un diseño y que, por lo tanto, se deben establecer durante el proceso de diseño. Si se estudian los modelos para el cálculo de pérdidas y las ecuaciones para el límite térmico y el geométrico, y se diferencian los parámetros que vienen marcados por las especificaciones del resto, es fácil identificar qué variables tienen que ser establecidas en el proceso y el significado de cada una de ellas. A continuación, se enumeran las variables de diseño distinguiendo entre las distintas geometrías de cable. Esta información se recoge de forma más visual en la tabla 7.1.

El primer grupo de variables está formado por las variables que modelan, y por tanto incluyen en el problema de diseño, las características de los materiales. En el caso del material magnético, sus características quedan reflejadas por medio de los coeficientes de Steinmetz de pérdidas C_m , x , y , y los de temperatura c_{T0} , c_{T1} , y c_{T2} . Cada material magnético además tiene una inducción de saturación diferente B_{sat} , mientras que, en el caso del conductor eléctrico, las características que intervienen en la generación de pérdidas son su conductividad σ y su permeabilidad magnética μ . La característica principal de estas variables es que son variables discretas, es decir, solo pueden tomar un número de valores determinado correspondiente cada uno a las características de un material real.

En el segundo grupo se incluyen las variables que modelan la geometría del núcleo. Por un lado, como se explicó en el capítulo 3, en aplicaciones de potencia únicamente se consideran dos tipos de núcleos: el doble E y el doble U (o doble C). Como se explicó en el último apartado del capítulo 3, dependiendo del tipo de núcleo empleado se tienen distintas expresiones para algunos de los coeficientes característicos mostrados en la tabla 3.3. Por otro lado, la geometría de un núcleo magnético, independientemente de si es doble E o doble U, queda completamente caracterizada a través del factor dimensional a y de los coeficientes de forma $c1$, $c2$, y $c3$. En el proceso de diseño estos parámetros pasan a ser variables de diseño, representando el factor dimensional el tamaño del núcleo y los factores de forma sus proporciones. Tanto el factor dimensional como los factores de forma se pueden considerar variables continuas dado que, aunque los núcleos estandarizados presentes en el mercado

presentan valores discretos para estas variables, la fabricación de los núcleos se puede realizar *ad hoc*.

El punto de trabajo del material magnético, también entendido como la carga o el estrés al que éste es sometido, queda representado por medio de la amplitud de la inducción magnética B_p . Esta variable puede tomar cualquier valor entre cero y la inducción magnética de saturación B_{sat} del material utilizado, por lo que B_p también es una variable de carácter continuo. Por último, se deben identificar, para cada una de las geometrías de cable, las variables que caracterizan el dimensionado de los cables que forman los devanados y la distribución de estos últimos. Aunque en la tabla 7.1 no se indica de forma específica, es importante resaltar que el dimensionado del cable y la distribución de los devanados no están representados únicamente a través de las variables incluidas en las filas de *dimensionado de cable* y de *distribución de devanados*, sino que también quedan caracterizados por las variables incluidas en las filas de *tamaño y forma del núcleo* y de *punto de trabajo del magnético*.

Cuando se tienen devanados de cable de litz, las variables que caracterizan la geometría del cable son únicamente los radios de hilo de primario r_{0p} y secundario r_{0s} , y la distribución de los devanados queda representada a través del factor de distribución de devanados α . Los conductores de pletina quedan caracterizados a través de las variables de espesor del devanado de menor número de vueltas h_A y del espesor del de mayor número de vueltas h_B . En este caso, si se tiene intercalado máximo, se tiene la variable del número de capas por sección m del devanado de mayor número de vueltas B que representa la distribución de los devanados y que, sin embargo, no se ha incluido en la tabla. La razón es que el valor de m se obtiene de forma directa a partir de la relación de transformación por medio de (4.83), por lo que no se considera una variable de diseño. Finalmente, cuando se trabaja con devanados de cable circular macizo, las variables que representan la geometría del cable son los radios de primario R_p y secundario R_s , y tampoco es necesario considerar ninguna variable adicional para representar la distribución de los devanados.

Material magnético	$B_{sat}, C_m, x, y, c_{T0}, c_{T1}, c_{T2}$		
Tipo de núcleo	UU, EE		
Tamaño y forma del núcleo	$a, c1, c2, c3$		
Punto de trabajo magnético	B_p		
Tipo de Cable	Cable litz	Pletina	Sólido Circular
Dimensionado del cable	r_{0p}, r_{0s}	h_A, h_B	R_p, R_s
Distribución de devanados	α	-	-

Tabla 7.1. Variables de diseño en función del tipo de cable utilizado.

Cuando se comparan las variables consideradas en la tabla 7.1 con las consideradas por otros métodos de diseño convencionales se puede pensar que hay variables que faltan, como en el caso del número de vueltas del devanado N_0 , para el cable de litz, del número de hilos N_ϕ . Sin embargo, las variables consideradas representan íntegramente la naturaleza multifísica del problema de diseño y, aunque no aparezcan en la tabla, estos parámetros sí están presentes en el problema de diseño. Cuando se establecen los valores para las variables de diseño de la tabla 7.1, los parámetros que no están presentes en dicha tabla quedan establecidos de forma indirecta dado que han sido introducidos en el problema de diseño gracias al modelado de las dependencias existentes con una o varias de las variables anteriores. Por lo tanto, estos parámetros no son variables de diseño y, en consecuencia, se deben calcular a posteriori una vez realizado el diseño por medio de las expresiones correspondientes desarrolladas a lo largo de esta tesis. En el capítulo 8 se presentan varios ejemplos de diseño en los que el proceso es descrito paso a paso con el objetivo de facilitar la comprensión de todos los conceptos.

Un ejemplo especialmente notable de la diferencia existente entre las variables consideradas por los métodos convencionales y las consideradas en esta tesis es el caso de la amplitud de la densidad de corriente J_p . Los métodos de diseño convencionales consideran el problema de diseño en términos de la amplitud de la densidad de corriente J_p . En estos métodos, se considera J_p una variable de diseño cuyo valor es constante en toda el área del conductor, es decir, se asume una distribución de la densidad de corriente homogénea en toda el área transversal del conductor. Sin embargo, y como se estudió en el apartado 4.2 de capítulo 4, esta hipótesis no es asumible cuando se trabaja en alta frecuencia. Solo cuando se cumplan determinadas relaciones entre las dimensiones del conductor y la profundidad pelicular la densidad de corriente se podrá considerar constante. Aunque el resultado final del diseño pueda llevar a estas condiciones, cuando se evalúa el problema de diseño no se puede ignorar la característica no homogénea de la densidad de corriente. Por todo ello, la metodología de diseño propuesta en esta tesis no considera la amplitud de la densidad de corriente como una variable y sí la geometría de los conductores. Como se ha explicado, la densidad de corriente quedará fijada en el proceso de diseño de forma indirecta.

7.4 Metodología Analítica de Diseño: Diseño Óptimo

Una vez identificadas las variables de diseño, la siguiente pregunta que queda por responder es: ¿cómo puede establecerse el valor óptimo de cada una de ellas? En realidad, esta es una doble pregunta dado que, por un lado, hay que saber cuáles son los valores óptimos y, por otro, definir de forma genérica el proceso que se debe seguir para alcanzarlos. En este apartado se responde a esta pregunta en dos partes. En primer lugar, se reflexiona sobre la naturaleza del problema de diseño y se trabaja sobre el concepto de diseño óptimo en base a los criterios de diseño establecidos en el capítulo 2: máxima eficiencia y máxima densidad de

potencia, es decir, mínimo volumen. En segundo lugar, se introduce el concepto de óptimo en el problema de diseño desarrollado en el apartado anterior y se propone un proceso genérico para resolver dicho problema formando así la metodología de diseño propuesta en esta tesis. Esta metodología ha sido llamada Metodología Analítica de Diseño debido a que se basa en el análisis del problema de diseño por medio de un único modelo analítico. La metodología se desarrolla a continuación y, en los capítulos 6 y 7, se valida mediante diversos ejemplos de diseño y resultados experimentales.

7.4.1 Concepto de diseño óptimo

Para estudiar el concepto de diseño óptimo, en primer lugar se debe reflexionar sobre los criterios de diseño y su modelado matemático. Los criterios de diseño hacen referencia a características deseadas para el transformador que resulte del proceso de diseño. En este trabajo se han considerado dos criterios de diseño que no se pueden cumplir al 100 % de forma simultánea. Los criterios de diseño consisten en conseguir la máxima eficiencia y el mínimo volumen. Para estudiar la evolución de estas características y su interacción con el resto del problema de diseño se deben estudiar todas las magnitudes que estén ligadas a dichas características. Gracias a la forma en que se ha modelado el problema de diseño en esta tesis, cada uno de estos criterios se puede estudiar evaluando una única variable. Como se explicó en el apartado anterior y en el capítulo 3, el tamaño del transformador está representado por medio del factor dimensional a . Como se mostró en la tabla 3.3, el volumen del transformador se representa por medio de su volumen equivalente, o volumen del cubo de menor tamaño que incluye a núcleo y devanados, que está directamente relacionado con el factor dimensional elevado al cubo:

$$V_e = v_e \cdot a^3. \quad (7.11)$$

Para unos mismos coeficientes de forma $c1$, $c2$, y $c3$, se tienen unos coeficientes característicos (en este caso v_e) constantes, por lo que para estudiar la evolución del volumen del transformador basta con estudiar su factor dimensional.

Por otro lado, maximizar la eficiencia es sinónimo de minimizar las pérdidas totales P_T . Estas pérdidas son iguales a la suma de las pérdidas en el núcleo P_C y las pérdidas en los devanados P_W :

$$P_T = P_C + P_W. \quad (7.12)$$

Se debe recordar que la expresión para P_W cambia en función de la geometría del cable utilizado y del intercalado considerado para los devanados. En consecuencia, para estudiar la evolución de la eficiencia y su papel en el problema de diseño, se debe estudiar la función de pérdidas totales en cada caso.

Juntando ahora ambos criterios de diseño se observa que su nexo de unión es el factor dimensional a . Como se ha estudiado, el criterio de máxima densidad de potencia se cumple en mayor medida cuanto menor es el factor dimensional. Por lo tanto, para estudiar la interacción entre ambos criterios es conveniente estudiar la dependencia de las pérdidas con dicho factor. Las pérdidas totales son por definición función del factor dimensional. Como se indicó en (7.12), estas pérdidas son la suma de las pérdidas en núcleo y devanados. Si se estudia la ecuación (3.9), se tiene que las pérdidas en el núcleo son una función potencia del factor dimensional con un exponente de 3, es decir, son proporcionales al volumen del núcleo. En la Fig. 7.1 se representan las pérdidas en el núcleo en función del factor dimensional para tres casos distintos. La diferencia entre los tres casos es que el resto de variables toman valores distintos en cada uno de ellos, es decir, podrían representar por ejemplo distintos puntos de trabajo (valores de B_p) o distintos materiales magnéticos, o ambas a la vez. Sin embargo, la conclusión que se debe obtener de la gráfica es que, independientemente del valor del resto de variables, la dependencia de las pérdidas con el factor dimensional es cúbica. Es recomendable explicar que las gráficas presentadas a lo largo de este apartado se utilizan para estudiar una dependencia, por lo que los valores que se encuentran en los ejes vertical y horizontal no son representativos. Estas gráficas podrían representar los valores típicos de pérdidas en una aplicación de 5 kW.

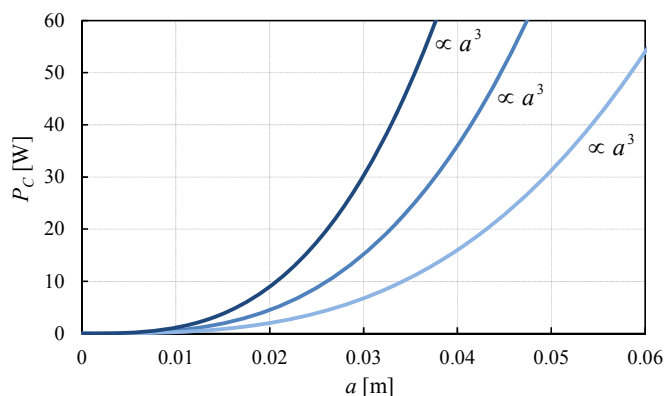


Fig. 7.1. Evolución de las pérdidas en el núcleo en función del factor dimensional.

Si se estudia ahora la evolución de las pérdidas en los devanados en función del factor dimensional se observa una tendencia opuesta. Mientras que las pérdidas en el núcleo aumentan conforme aumenta el factor dimensional, las pérdidas en los devanados disminuyen. Para estudiar la dependencia de las pérdidas en los devanados con el factor dimensional a se debe distinguir entre las distintas geometrías de cable e intercalados. En la tabla 7.2 se recopilan las dependencias de cada una de las pérdidas con el factor dimensional para cada uno de los tipos de cable y de intercalado. Las pérdidas en los devanados pueden depender de

un único término de a o de hasta tres términos distintos de a . Por ello, es necesaria la introducción de los factores G para mostrar que existe una proporción entre los distintos términos que depende del resto de características y variables del diseño.

P_T		=	P_C	+	P_W
Litz	Intercalado Completo	$\propto a^3$			$\propto (G1/a + G2/a^5)$
	No intercalado				$\propto (G1/a + G2/a^3 + G3/a^5)$
Pletina	Intercalado Máximo				$\propto 1/a^2$
	No intercalado				$\propto (G1/a^2 + G2/a^6)$
Macizo	Intercalado Completo				$\propto 1/a$
	No intercalado				$\propto (G1/a + G2/a^7)$

Tabla 7.2. Dependencia de cada uno de los términos de las pérdidas con el factor dimensional en función del tipo de cable y el intercalado utilizados.

A continuación, se representan gráficamente las tendencias de las pérdidas en los devanados en función del factor dimensional para los distintos tipos de cable cuando los devanados se intercalan completamente. Se considera el caso de intercalado de los devanados por su mayor sencillez. En la Fig. 7.2(a) se muestra la tendencia de las pérdidas en los devanados de cable circular macizo con intercalado completo para tres casos distintos. La diferencia entre los tres casos es nuevamente que el resto de variables toman valores distintos en cada uno de ellos. Independientemente del valor del resto de variables, en este caso las pérdidas en los devanados son inversamente proporcionales al factor dimensional. De la misma forma, en la Fig. 7.2(b) se muestra la dependencia de las pérdidas en los devanados de pletina cuando se implementa el intercalado máximo para tres casos distintos. Lo importante es ver que, en este caso, las pérdidas en los devanados son inversamente proporcionales al cuadrado del factor dimensional.

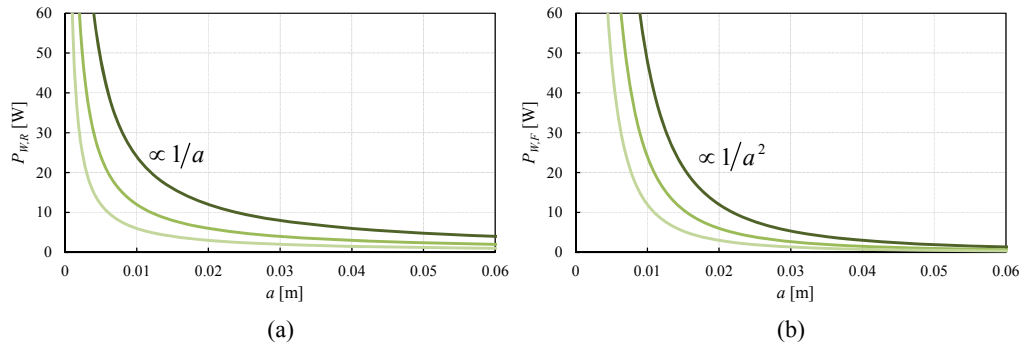


Fig. 7.2. Evolución de las pérdidas en los devanados cuando éstos son completamente intercalados para: (a) cable macizo circular y (b) conductor de pletina.

El último caso considerado se muestra en la Fig. 7.3 y corresponde a la evolución de las pérdidas en los devanados completamente intercalados de cable de litz. Como se observa en la tabla 7.2, en este caso las pérdidas en los devanados son la suma de dos términos, cada uno con una dependencia distinta respecto del factor dimensional. En la Fig. 7.3 se representa cada uno de los sumandos por separado y la suma de ambos. En el resto de casos en el que los devanados no son intercalados, las pérdidas en el cobre son análogas al caso de cable de litz considerado, pero con diferentes exponentes para el factor dimensional. Es sencillo ver que los términos que tienen una dependencia con el factor dimensional elevado a un exponente mayor en valor absoluto suponen la mayor aportación a las pérdidas cuando a se aproxima a cero, mientras que los términos con un menor exponente (también en valor absoluto) marcan la tendencia de las pérdidas cuando se tienen valores de a elevados.

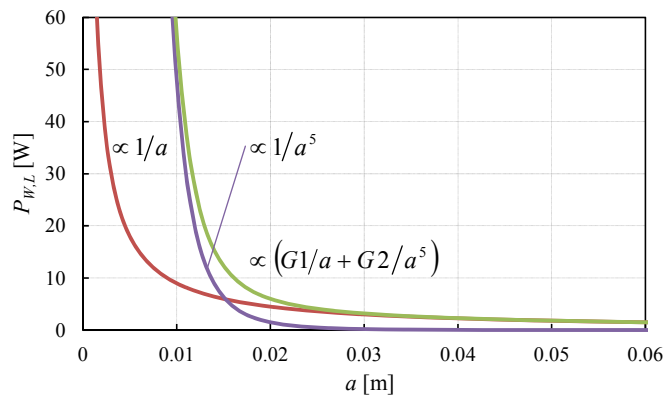


Fig. 7.3. Evolución de las pérdidas en los devanados completamente intercalados de cable de litz en función del factor dimensional.

La conclusión que se extrae del estudio de las pérdidas en los devanados es que su dependencia con el factor dimensional es siempre una función potencia de exponente negativo o una composición de éstas, y que esta tendencia es opuesta a la tendencia de las pérdidas en el núcleo magnético. A su vez, se puede ver que las curvas cambian cuando se modifican los valores del resto de características y variables de diseño, pero lógicamente las tendencias se mantienen.

Una vez llegados a este punto, es el momento de estudiar la función de las pérdidas totales y la interacción de los criterios de diseño entre sí y con el resto del problema de diseño. En la Fig. 7.4 se muestra la evolución de las pérdidas totales en función del factor dimensional para devanados de pletina con intercalado máximo y con todas las variables de diseño constantes a excepción de a . Como se puede observar, existe un valor para el factor dimensional llamado a_1 para el que las pérdidas totales son mínimas $P_{T,min}$; a este diseño se le llama *diseño 1*. Este diseño es el que satisface en mayor medida el criterio de máxima eficiencia. Con lo explicado hasta ahora, es sencillo ver que para que un diseño pueda ser considerado óptimo deberá presentar un factor dimensional menor o igual a a_1 . Partiendo de a_1 , cuanto menor sea a más se satisface el criterio de mínimo volumen y menos el de máxima eficiencia. La siguiente pregunta que se debe responder es si existe algo que limite el valor mínimo del factor dimensional. Para responder, se debe considerar el problema de diseño presentado en el apartado 7.3 y comprobar si existe alguna realidad en éste que restrinja la relación entre las pérdidas totales y el factor dimensional.

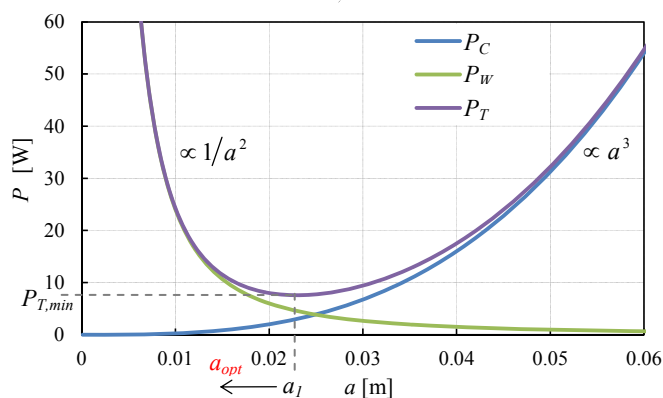


Fig. 7.4. Evolución de las pérdidas totales P_T , de las pérdidas en el núcleo P_C y de las pérdidas en los devanados P_W en función del factor dimensional.

Repasando el problema de diseño presentado en el apartado anterior es sencillo ver que ambas magnitudes también quedan relacionadas por medio del límite térmico, expresado por medio de la inecuación (2.58). Si se introduce ahora en (2.58) la expresión de la resistencia térmica en función del factor dimensional presentada en (5.21) y se despejan las pérdidas

totales se tiene que, para que el transformador experimente un salto térmico inferior o igual al máximo permitido, su valor debe satisfacer la siguiente inecuación:

$$P_T \leq \frac{\Delta\tau_{\max} \cdot v_c^{0.52}}{0.046} \cdot a^{1.56} . \quad (7.13)$$

De la forma indicada en la Fig. 7.5, si se representa gráficamente la expresión anterior se tiene que para cada valor de a , las pérdidas máximas $P_{T,\max}$ que se pueden disipar son aquéllas que cumplen la ecuación anterior transformada en igualdad:

$$P_{T,\max} = \frac{\Delta\tau_{\max} \cdot v_c^{0.52}}{0.046} \cdot a^{1.56} . \quad (7.14)$$

En estos casos, la temperatura de trabajo máxima en el interior del transformador será igual a la máxima permitida. Por lo tanto, todos los diseños que presenten unas pérdidas inferiores a la curva definida por la ecuación (7.14) serán diseños factibles (área sombreada en la Fig. 7.5). Es sencillo ver que conforme aumenta el tamaño del transformador, las pérdidas que se pueden disipar también aumentan. En concreto, las pérdidas máximas admisibles $P_{T,\max}$ con ventilación natural son una función potencia del factor dimensional con un exponente de 1.56.

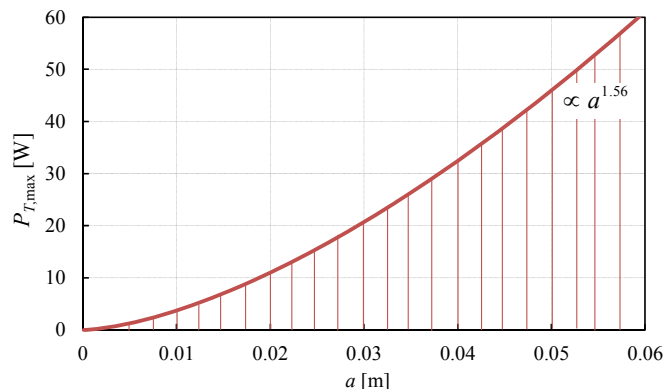


Fig. 7.5. Límite térmico: potencia de pérdidas admisible en función del tamaño del núcleo representado por medio del factor dimensional a .

En el caso del límite térmico se tienen distintas curvas frontera de máximas pérdidas admisibles cuando cambian los valores de los coeficientes de forma (cambia el valor de v_c) o el salto térmico máximo permitido pero, al igual que en el caso de las pérdidas, la dependencia con el factor dimensional no cambia.

Retomando el razonamiento desarrollado hasta ahora, si se considera que todas las variables de diseño tienen un valor fijo a excepción del factor dimensional y se introduce el límite térmico (7.13) en la gráfica 7.4, se obtiene la gráfica de la Fig. 7.6. La interpretación de la gráfica es la siguiente: todos los diseños con pérdidas por debajo de la línea que forma el

límite térmico transformado en igualdad y mostrado en (7.14) son diseños factibles. Por lo tanto, en este caso hay infinitos diseños factibles. Sin embargo, si la línea del límite térmico no corta a la curva de pérdidas totales, no existen diseños factibles dado que todos ellos generan más pérdidas de las que se pueden disipar. Dentro de los diseños factibles se tiene que el *diseño 1*, con un valor para el factor dimensional de a_1 , presenta las mínimas pérdidas $P_{T,min}$, mientras que el *diseño 2*, con un valor para el factor dimensional de a_{min} , presenta el mínimo volumen y unas pérdidas totales de valor $P_{T,2}$. Desde el punto de vista de los criterios de diseño, se tiene que el *diseño 1* es el que satisface completamente el criterio de máxima eficiencia, mientras que el *diseño 2* es el que satisface completamente el criterio de máxima densidad de potencia. Por ello, puede ser considerado óptimo cualquier diseño que presente un valor del factor dimensional comprendido entre los valores de a para estos dos diseños.

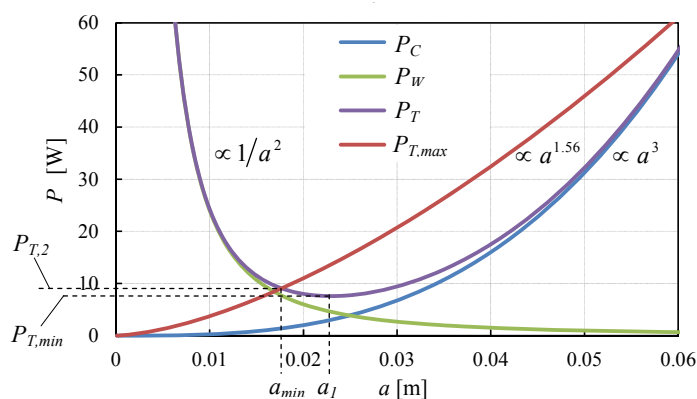


Fig. 7.6. Evolución de las pérdidas totales P_T , y del límite térmico $P_{T,max}$ en función del factor dimensional.

La pregunta que se debe responder ahora es ¿qué valor de a es el óptimo? Esta cuestión es una cuestión filosófica y dependerá de cómo se defina el concepto de diseño óptimo. Como se ha explicado, basándose en los criterios de diseño, cualquier valor entre a_1 y a_{min} puede ser considerado óptimo. Los diseños que se encuentren fuera de este rango serán factibles o no factibles, pero nunca óptimos. Desde un punto de vista económico, se puede introducir un tercer criterio que sea el de minimizar el coste. Sin embargo, no se va a profundizar en esta opción dado que la estimación de los distintos costes (materiales, mano de obra, vida útil) y, en particular, de la evolución de los costes de la energía durante la vida útil del dispositivo, tiene un alto grado de incertidumbre. Además, se considera que la estimación de costes queda fuera del alcance de esta tesis al no aportar nada al estudio del problema físico. En esta tesis se optado por definir como óptimo el *diseño 2*, es decir, aquel que minimiza el tamaño del transformador, por las siguientes razones:

- Habitualmente el objetivo que se persigue al aumentar la frecuencia de trabajo es minimizar el volumen del transformador, por lo que este criterio es prioritario.

- La baja capacidad de refrigeración de la ventilación natural junto a los tamaños de los transformadores para unos rangos de potencias y frecuencias determinados, hace que, en todo diseño que se encuentre entre el caso del diseño 2 y el del diseño 1 sea muy elevada.
- La consecuencia de tener siempre rendimientos muy elevados (<99%) hace que, si se implementara la función de costes, el diseño óptimo tendería a ser el de menor tamaño, ya que es el de menor coste de fabricación supone, si se considera principalmente el coste de los materiales.

Por lo tanto, el concepto de óptimo propuesto en esta tesis no es extensible a todas las aplicaciones y se deberá reconsiderar en caso de que cambie alguna característica fundamental del problema. En el capítulo 7 se acotan de forma genérica los valores máximos y mínimos de los rangos de potencia y frecuencia para los que se considera que el concepto de óptimo tiene validez. En concreto, se defiende la aplicación de este concepto de diseño óptimo para potencias comprendidas entre 500 W y 25 kW, y frecuencias entre 1 kHz y 150 kHz.

Hasta ahora, se han considerado constantes el resto de características y variables de diseño, es decir, se ha supuesto un valor concreto de B_p , unos materiales magnético y conductor determinados, una forma o proporciones del núcleo constantes (constantes de forma $c1$, $c2$ y $c3$), y unas dimensiones de cable determinadas (r_{0p} , r_{0s} , y α , o h_A y h_B , o R_p y R_s). El razonamiento realizado hasta ahora es válido siempre que los coeficientes de forma sean constantes. En caso contrario, el volumen equivalente del núcleo no dependería únicamente del factor dimensional. Las variables de diseño, salvo en el caso de los materiales, son variables continuas. Por lo tanto, como se representa en la Fig. 7.7, si se liberan el resto de variables a excepción de los coeficientes de forma, se tienen infinitas curvas de pérdidas totales, todas ellas cumpliendo las mismas tendencias con respecto al factor dimensional pero con distintas *proporciones* y valores mínimos.

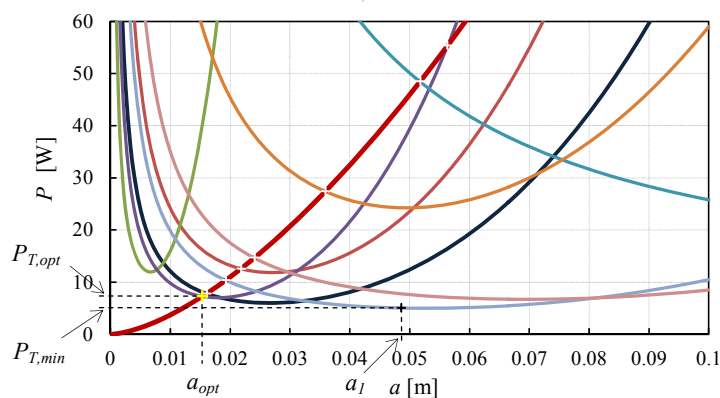


Fig. 7.7. Representación de distintas curvas de pérdidas totales y del límite térmico en función del factor dimensional cuando se consideran los coeficientes de forma como constantes. Se han marcado los puntos de corte entre las distintas curvas de pérdidas totales y el límite térmico.

Cada curva de pérdidas puede cortar en dos puntos al límite térmico o no cortar en ninguno. En el primer caso, existen dos valores de a para los que las pérdidas son iguales a las máximas disipables por el transformador y, en consecuencia, entre estos dos valores se tiene un número infinito de diseños factibles. En el caso en el que la curva de pérdidas no corte al límite térmico en forma de igualdad se tiene que la combinación de valores de las variables de diseño que conducen a esa curva no da lugar a un diseño factible para ningún valor de a . Si se aplica el concepto de óptimo desarrollado anteriormente, se deben considerar únicamente los puntos de corte entre pérdidas y límite térmico, dando lugar a un conjunto de diseños. Este conjunto engloba los diseños de menor tamaño para cada una de las curvas. Dentro de este conjunto, el diseño de menor a será el diseño que presente una mayor densidad de potencia teniendo en cuenta (7.14), también será el diseño de menores pérdidas, o lo que es lo mismo, de máximo rendimiento. Dicho de otro modo, dentro del conjunto de diseños que satisfacen el límite térmico en forma de igualdad, el diseño de mínimas pérdidas es, a su vez, el de mayor densidad de potencia y es el defendido en esta tesis como diseño óptimo, con un valor para el factor dimensional a_{opt} .

Desde un punto de vista matemático, el problema de diseño es un problema de optimización en el que el diseño de mínimo tamaño (máxima densidad de potencia) se encuentra cuando se minimiza la función de pérdidas totales sujeta a la restricción térmica respecto de las variables de diseño para unos coeficientes de forma determinados. Para los devanados de cable de litz, el diseño óptimo se puede expresar matemáticamente como aquél que:

$$\begin{aligned} \min P_T \\ \text{sujeto a } P_T \cdot R_{th} - \Delta\tau_{\max} = 0 \end{aligned} \quad (7.15)$$

Cuando se emplean devanados de pletina o de cable circular macizo se debe tener en cuenta, además, el límite geométrico, con lo que el diseño óptimo resulta ser aquél que:

$$\begin{aligned} \min P_T \\ \text{sujeto a } R_{th} \cdot P_T - \Delta\tau_{\max} = 0 \\ \text{sujeto a } N_A \cdot h_A + N_B \cdot h_B + k_w - c1 \cdot a \leq 0 \end{aligned} \quad (7.16)$$

A su vez, el diseño óptimo cuando se emplean devanados de cable circular macizo será el resultante de:

$$\begin{aligned} \min P_T \\ \text{sujeto a } R_{th} \cdot P_T - \Delta\tau_{\max} = 0 \\ \text{sujeto a } 2 \cdot \left(\frac{N_p}{b_p} \right) \cdot R_p + 2 \cdot \left(\frac{N_s}{b_s} \right) \cdot R_s + k_w - c1 \cdot a \leq 0 \end{aligned} \quad (7.17)$$

En todo el desarrollo anterior se han mantenido los coeficientes de forma constantes dado que si éstos se modifican, los volúmenes equivalente y del núcleo del transformador ya no son únicamente dependientes del cubo del factor dimensional. En este caso, el eje x de las figuras anteriores no representaría el volumen, con lo que el desarrollo perdería su validez. Como se explica en el siguiente apartado, para obtener el diseño de máxima densidad de potencia se debe resolver el problema de minimización de pérdidas para cada una de las combinaciones de los valores de los coeficientes de forma. Posteriormente, se deben comparar los diseños óptimos obtenidos para cada combinación de coeficientes y seleccionar el de menor volumen equivalente.

7.4.2 Proceso de diseño óptimo

Una vez acotado y formulado el problema de diseño y el concepto de óptimo, en este apartado se propone un proceso que conduce a su resolución y que da lugar al proceso de diseño óptimo. Es fácil observar ahora que el proceso de diseño debe enfrentar dos problemas diferenciados. Por un lado, el uso de un material u otro, de un tipo u otro de cable, así como la realización del intercalado de los devanados, es decir, los cambios en la tecnología utilizada, conllevan un cambio importante en las características que se pueden obtener en un diseño. La razón radica en que estos cambios *tecnológicos* suponen la ampliación o la reducción del conjunto de diseños factibles representado de forma conceptual en la Fig. 7.7. Por otro lado, una vez que se considera un caso concreto, el análisis realizado hasta ahora permite establecer el diseño óptimo en términos de eficiencia y densidad de potencia. Por lo tanto, el proceso de diseño deberá considerar estas dos realidades y llegar al diseño óptimo global, permitiendo resolver dudas como qué material magnético es el más adecuado para determinada aplicación.

En las ecuaciones (7.15), (7.16), y (7.17) se ha presentado el problema de diseño óptimo para los tres tipos de cable de alta frecuencia. Los tres problemas de diseño son problemas de optimización de una función no lineal sujeta únicamente a una restricción de igualdad para el cable de litz y a una restricción de igualdad y una inecuación en el caso de conductores de pletina y para los devanados de cable circular macizo. La resolución de estos problemas de optimización es muy compleja debido al gran número de variables involucradas y a su carácter fuertemente no lineal. Por suerte, algunas de las variables de diseño presentan características que permiten simplificar la resolución de estos problemas.

Por un lado, como se explicó en el capítulo 3 en la tabla 3.1, el número de materiales magnéticos apropiados para las aplicaciones de potencia y de alta frecuencia es limitado. Por lo tanto, las variables que describen el comportamiento del material son variables discretas y el conjunto de estas variables solo puede adoptar un número de valores limitado. En esta tesis se consideran los seis materiales mostrados en la tabla 3.2 (una aleación policristalina, una aleación amorfa, una aleación nanocristalina y tres ferritas) por ser los óptimos para las

aplicaciones bajo estudio. Además, como se ha explicado en el apartado anterior, el requisito para que el diseño sea óptimo es que para el caso más adverso (las condiciones nominales de operación), el salto térmico entre transformador y ambiente sea igual al máximo salto térmico permitido. Bajo estas condiciones la temperatura de trabajo del transformador es conocida y, en consecuencia, todas las variables de diseño dependientes de la temperatura se pueden particularizar para la temperatura de trabajo máxima del transformador τ_{max} . Aplicando todo lo anterior, las variables propias del material magnético son únicamente C_m , x , y y B_{sat} , ya que no resulta necesario considerar los coeficientes de temperatura. En cuanto a las variables que describen la geometría del núcleo, como se explicó en el capítulo 4, solo se tienen dos tipos de núcleos apropiados para las aplicaciones de potencia. Además, los posibles valores de los coeficientes de forma $c1$, $c2$, y $c3$ están comprendidos en rangos muy estrechos.

Por todo ello, la solución propuesta para resolver los problemas de optimización consiste en barrer los posibles valores para las variables de diseño anteriores y, para cada uno de éstos, resolver (7.15), (7.16), y (7.17) respecto al resto de variables de diseño. A continuación, se especifican las variables de diseño respecto a las que se debe resolver el problema de optimización y se describe el proceso de diseño para las distintas geometrías de cable.

Considerando las variables de diseño para el cable de litz mostradas en la tabla 7.1, si se considera que las variables del material magnético y de la forma del núcleo ya han sido fijadas, el problema de optimización en (7.15) se debe resolver con respecto a las siguientes cinco variables de diseño: el factor dimensional a , la amplitud de inducción magnética B_p , los radios de hilo de primario y secundario r_{0p} y r_{0s} , respectivamente, y el coeficiente de distribución de la ventana α . El problema presentado en (7.15) se puede expresar ahora como:

$$\begin{aligned} \min P_T(a, B_p, r_{0p}, r_{0s}, \alpha) \\ \text{sujeto a } CT(a, B_p, r_{0p}, r_{0s}, \alpha) = 0 \end{aligned} \quad (7.18)$$

Cuando los devanados son completamente intercalados las pérdidas totales son la suma de las pérdidas en el núcleo en (3.9) y las pérdidas en los devanados en (4.67). Mientras que si los devanados no se intercalan la expresión que se debe utilizar para las pérdidas en los devanados es (4.77). En esta tesis, los problemas no lineales de minimización sujetos a restricciones de igualdad se resuelven por medio del método de los multiplicadores de Lagrange. En concreto, para el caso de devanados de cable de litz se calcula la función de Lagrange como:

$$L(a, B_p, r_{0p}, r_{0s}, \alpha, \lambda) = P_T(a, B_p, r_{0p}, r_{0s}, \alpha) - \lambda \cdot CT(a, B_p, r_{0p}, r_{0s}, \alpha) \quad (7.19)$$

donde λ es el multiplicador de Lagrange. A continuación, para obtener los puntos extremos de la función de pérdidas totales sujeta a la restricción térmica se debe resolver el sistema de seis ecuaciones con seis incógnitas mostrado en la ecuación (7.20) y formado por las derivadas parciales de la función de Lagrange respecto a las distintas variables de diseño y del multiplicador de Lagrange igualadas a cero. Los valores de las variables de diseño que

cumplan estas condiciones pueden ser la solución de diseño buscada pero el resultado se debe comprobar, dado que el método de los multiplicadores de Lagrange define las condiciones necesarias pero no suficientes que debe cumplir una solución de un problema de optimización no lineal restringido [LI 08]. En este trabajo se emplea el software MATLAB® para resolver este problema en el que se implementa el sistema de ecuaciones en (7.20) y se resuelve por medio de la función `fsolve()`.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L(a, B_p, r_{0p}, r_{0s}, \alpha, \lambda)}{\partial a} &= 0 \\
 \frac{\partial L(a, B_p, r_{0p}, r_{0s}, \alpha, \lambda)}{\partial B_p} &= 0 \\
 \frac{\partial L(a, B_p, r_{0p}, r_{0s}, \alpha, \lambda)}{\partial r_{0p}} &= 0 \\
 \frac{\partial L(a, B_p, r_{0p}, r_{0s}, \alpha, \lambda)}{\partial r_{0s}} &= 0 \\
 \frac{\partial L(a, B_p, r_{0p}, r_{0s}, \alpha, \lambda)}{\partial \alpha} &= 0 \\
 CT(a, B_p, r_{0p}, r_{0s}, \alpha) &= 0
 \end{aligned} \tag{7.20}$$

En la Fig. 7.8 se muestra el diagrama de flujo del proceso de diseño de la metodología analítica cuando se emplean devanados de cable de litz. En el primer paso, se establecen las especificaciones a partir de las características de la aplicación. En el segundo paso, se realiza un barrido de los tipos de núcleo y de los rangos de los coeficientes de forma. A continuación, para cada combinación de tipo de núcleo y coeficientes de forma, se resuelve el problema de optimización presentado en (7.18) respecto de las cinco variables de diseño para cada uno de los materiales magnéticos considerados. Como se muestra en la tabla 3.3, para unos mismos valores de los coeficientes de forma del núcleo, minimizar el factor dimensional a es igual a minimizar el volumen equivalente del núcleo V_e . Por lo tanto, en el cuarto paso, de las soluciones obtenidas para los distintos materiales en el paso tercero se elige el material magnético que consigue un menor valor de a y se almacenan los datos del diseño. Este proceso es repetido para cada combinación entre los dos tipos de núcleo y los rangos de los coeficientes de forma. Finalmente, cuando los distintos tipos de núcleo y los rangos de los coeficientes de forma han sido completamente barridos, los diseños almacenados como resultado del paso cuarto se comparan en el paso quinto, seleccionándose el diseño óptimo global como aquel que presenta un menor valor de volumen equivalente V_e .

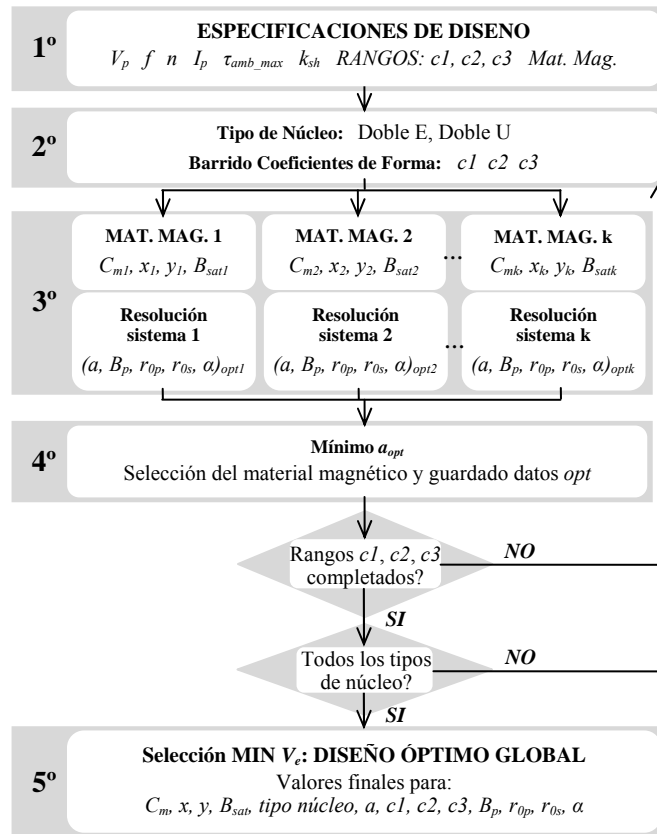


Fig. 7.8. Diagrama de flujo del proceso de diseño de la metodología analítica para devanados de cable de litz.

Considerando ahora las variables de diseño para el conductor de pletina mostrado en la tabla 7.1, y suponiendo que las variables del material magnético y de la forma del núcleo ya han sido fijadas, la optimización de (7.16) se debe resolver con respecto a las siguientes cuatro variables de diseño: el factor dimensional a , la amplitud de inducción magnética B_p , y los espesores de pletina de primario y secundario h_p y h_s , respectivamente. El problema presentado en (7.16) se puede expresar ahora como:

$$\begin{aligned}
 & \min P_T(a, B_p, h_p, h_s) \\
 & \text{sujeto a } CT(a, B_p, h_p, h_s) = 0 \\
 & \text{sujeto a } CG(a, B_p, h_p, h_s) \leq 0
 \end{aligned} \tag{7.21}$$

En este caso, cuando se implementa el intercalado máximo de los devanados, las pérdidas totales son la suma de las pérdidas en el núcleo en (3.9) y las pérdidas en los devanados en

(4.89), y si los devanados no se intercalan, la expresión para las pérdidas en los devanados es la (4.95).

Por último, para el caso de los devanados de cable circular macizo, asumiendo al igual que en los casos anteriores que las variables del material magnético y de la forma del núcleo están fijadas, el problema de optimización planteado en (7.17) debe resolverse con respecto a las siguientes cuatro variables de diseño: el factor dimensional a , la amplitud de inducción magnética B_p , y los radios de cable de primario y secundario R_p y R_s , respectivamente. El problema presentado en (7.17) queda en este caso como:

$$\begin{aligned} \min P_T(a, B_p, R_p, R_s) \\ \text{sujeto a } CT(a, B_p, R_p, R_s) &= 0 \\ \text{sujeto a } CG(a, B_p, R_p, R_s) &\leq 0 \end{aligned} \quad (7.22)$$

Para este tipo de cable, cuando los devanados son completamente intercalados las pérdidas totales son la suma de las pérdidas en el núcleo en (3.9) y las pérdidas en los devanados en (4.104). Por el contrario, si los devanados no se intercalan, la expresión que se debe utilizar para las pérdidas en los devanados es (4.108).

En los dos casos anteriores, tanto para conductores de pletina como circulares macizos, se tiene un problema no lineal de minimización respecto a cuatro variables sujeto a restricciones de igualdad e a una inecuación. En este trabajo, la resolución de estos problemas se realiza por medio de la función `fmincon()` de MATLAB[®]. Esta función emplea un algoritmo de resolución basado en un método de llamado *sequential quadratic programming* (SQP).

En la Fig. 7.9 se muestra el diagrama de flujo del proceso de diseño de la metodología analítica cuando se emplean devanados de pletina. El mismo diagrama sirve para los devanados de cable circular macizo, con la única diferencia de que en vez de considerar los espesores de pletina se deben considerar los radios de cable. En el primer paso, se establecen las especificaciones a partir de las características de la aplicación. En el segundo paso, se barren las distintas combinaciones entre los tipos de núcleo y los rangos de los coeficientes de forma. Para cada una de estas combinaciones, se resuelve el problema de optimización presentado en (7.21) (en el caso de cables circulares macizos en (7.22)) respecto de las cuatro variables de diseño para cada uno de los materiales magnéticos considerados y se selecciona el material magnético que consigue un menor valor de a . Este proceso es repetido para cada combinación entre los dos tipos de núcleo y los rangos de los coeficientes de forma.

Finalmente, en el tercer paso, cuando todas las combinaciones entre los distintos tipos de núcleo y los rangos de los coeficientes de forma han sido consideradas, los diseños almacenados como resultado del segundo paso se comparan y se selecciona el diseño óptimo global como aquel que presenta un menor valor de volumen equivalente V_e .

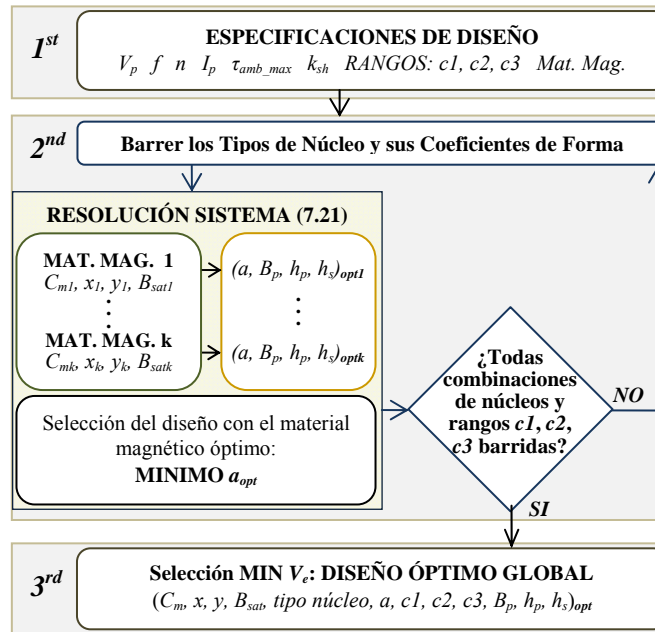


Fig. 7.9. Diagrama de flujo del proceso de diseño de la metodología analítica para devanados de pletina.

7.5 Conclusiones

Analizando los procesos de diseño propuestos en esta tesis se aprecia que se basan en una resolución iterativa para algunas de las variables consideradas. Sin embargo, hay que destacar que el método propuesto no tiene un carácter iterativo. La razón principal para iterar es facilitar la resolución del problema matemático, es decir, si se dispusiera de un método de resolución adecuado o de la suficiente capacidad de computación, el problema se podría resolver de forma directa sin realizar ninguna iteración. Por otro lado, y como se explicó al comienzo del apartado anterior, el problema de diseño está marcado por la existencia de unos materiales reales limitados, de unas geometría de cable limitas, y de la posibilidad de intercalar los devanados. Esta realidad se traduce en que alguna de las variables de diseño resulta ser discreta y asimismo en que se tienen distintas fórmulas para el cálculo de pérdidas en los devanados. En definitiva, se traduce en que el análisis del problema de diseño solo se puede realizar de una forma discreta, lo que hace inevitable la necesidad de resolver el problema para cada uno de los casos por separado.

A la hora de comparar la metodología propuesta con los métodos convencionales la diferencia radica en que, si solo se considera un material magnético, una forma de núcleo, un tipo de cable y un tipo de intercalado (como se hace en los métodos convencionales), y se

dispusiese de la suficiente capacidad de computación, la resolución del problema de diseño con la metodología propuesta es directa y no se necesita de un proceso iterativo. Por lo tanto, se puede afirmar que a diferencia de los métodos de diseño convencionales, la metodología de diseño propuesta no tiene un carácter iterativo y no se basa en reglas de oro basadas en la experiencia y no justificadas de forma teórica. En su lugar, permite realizar un análisis completo del problema de diseño gracias a la formulación de un modelo analítico global y único de éste. Por ello, el resultado obtenido no está condicionado por la experiencia previa del diseñador ni por las limitaciones introducidas por el mercado. La metodología propuesta hace posible la obtención de diseños óptimos y el análisis de las tendencias presentes en las características de éstos, haciendo de ella herramienta interesante para los diseñadores de convertidores de electrónica de potencia.

De cara a demostrar las cualidades y beneficios de la metodología analítica de diseño propuesta en este apartado, en el capítulo 8 se procede a su validación por medio de la realización de tres ejemplos prácticos y la realización de ensayos experimentales. Este apartado sirve, además, para mostrar la implementación de la metodología y facilitar su uso por parte del lector interesado. Además, en el capítulo 9 se realizará un estudio de análisis de tendencias que, por un lado, permita acotar la validez del concepto de óptimo propuesto en este capítulo y, por otro, ejemplifique las posibilidades que ofrece la metodología en el proceso de diseño del conjunto del convertidor de potencia.

Capítulo 8

Aplicaciones y Validación

8.1 Introducción

En este capítulo se realizan tres diseños por medio de la metodología analítica de diseño desarrollada en el capítulo anterior. Cada uno de los diseños emplea uno de los tres tipos de cable presentados en el capítulo 4. El principal objetivo de este capítulo es validar teóricamente y de forma experimental la metodología de diseño propuesta.

Los diseños se realizan para dos aplicaciones diferenciadas. La primera aplicación consiste en un inversor fotovoltaica de potencia que incluye una etapa intermedia de alta frecuencia en la que se ubica el transformador. Para esta aplicación de potencia se realiza un diseño con devanados de cable de litz y otro con conductores de pletina. En el caso de los devanados del cable de litz se estudia la posibilidad de utilizar la inductancia de fugas como elemento del tanque resonante serie en el que se basa el funcionamiento del convertidor. En el diseño con conductor de pletina se implementa y valida experimentalmente la técnica de máximo intercalado propuesta para el bobinado de los devanados y se demuestran sus prestaciones superiores en términos de máxima densidad de potencia y máxima eficiencia. La segunda aplicación consiste en una fuente de alimentación SMPS de baja potencia en la que la corriente presenta un alto contenido en armónicos. Para esta aplicación se realiza un diseño con devanados de cable sólido circular dado que, por su bajo coste y las características de las aplicaciones de baja potencia que permiten su uso, son los más adecuados.

Las características de todos los diseños propuestos se contrasta por medio de comparaciones con respecto a diseños comerciales o diseños obtenidos por medio de métodos que forman el estado del arte del en el diseño de transformadores. A lo largo de todo el capítulo se hace hincapié en el estudio de los valores óptimos de las distintas características de los diseños propuestos. En este estudio se reflexiona sobre la bondad de las reglas de oro más empleadas en los métodos de diseño convencionales. En concreto, se investigan las proporciones de núcleo y los materiales magnéticos, el dimensionado de los devanados y las relaciones entre los valores óptimos de las distintas variables y características de diseño.

8.2 Ejemplo de Diseño 1: Inversor Fotovoltaico

8.2.1 Introducción

En aplicaciones fotovoltaicas (PV) domésticas en las que la potencia nominal se encuentran normalmente por debajo de los 10 kW, seguridad, bajo coste, alta eficiencia, flexibilidad y alta densidad de potencia son requisitos que debe cumplir el convertidor estático de potencia. Este convertidor de potencia es el encargado de transformar la energía eléctrica de la forma continua en la que es generada a la forma alterna, por lo que recibe el nombre de inversor. Además, el inversor debe inyectar potencia a la red eléctrica y controlar el punto de trabajo del panel PV, es decir, debe controlar el flujo de potencia, cumpliendo los requerimientos enumerados anteriormente.

Las normativas actuales o exigen aislamiento galvánico entre el generador y la red por medio de transformador, o exigen el uso de mecanismos extra para asegurar la seguridad de la instalación. En consecuencia, la gran mayoría de los fabricantes ofrecen sus productos en dos versiones diferentes: con o sin transformador, llamados inversores T e inversores TL, respectivamente. Además del aislamiento galvánico, la ventaja de los inversores de tipo T son amplios rangos de tensiones de entrada de panel y la limitación de la amplitud de las corrientes en modo común. Dicho de otro modo, los inversores de tipo TL requieren mayores filtros de EMIs, no permiten el uso de determinadas técnicas de modulación y no pueden utilizarse con todas las tecnologías de panel. Por el contrario, los inversores tipo T convencionales emplean transformadores de baja frecuencia (LF-T) lo que significa que tienen una serie de características negativas como son eficiencias reducidas, alto coste y bajas densidades de potencia. Generalmente, los transformadores de baja frecuencia suponen al menos la mitad del peso del inversor (Santerno SunwayTM M PLUS), y en casos extremos pueden llegar a alcanzar el 83 % (Sustainable Energy Technologies Sunergy LV/ELV).

Con el objetivo de obtener de forma simultánea las ventajas de ambos tipos de inversores (T y TL), recientemente se han desarrollado inversores que emplean una etapa en la que se incluye un transformador de alta frecuencia (HF-T). Éstos se pueden clasificar en función del principio de funcionamiento de la etapa de alta frecuencia en: resonantes (SMA SunnyBoy SB HF, Ingeteam Ingecon SUN1play HF and Delta SoliviaEU G4 TR) y no resonantes (Fronius IG, Danfoss UniLynx ULX). Gracias al incremento de la frecuencia de trabajo, el tamaño del transformador se reduce y estos inversores alcanzan costes y densidades de potencia del orden de los obtenidos por los inversores de tipo TL. Los inversores HF-T no resonantes presentan una reducción en la eficiencia debido a la conmutación forzada de los semiconductores que forman la etapa de alta frecuencia. Mientras que los inversores HF-T mantienen eficiencias elevadas derivadas de la conmutación suave con corriente cero (ZCS) de estos semiconductores. Como conclusión, se puede decir que los inversores del tipo HF-T

resonantes cuya topología se muestra en la Fig. 8.1 presentan el mejor compromiso en el cumplimiento de los requerimientos para aplicaciones PV domésticas.

Por último, es interesante resaltar que el uso del convertidor mostrado en la Fig. 6.1 no se limita únicamente a aplicaciones de generación eléctrica fotovoltaica, sino que se puede emplear en un gran número de aplicaciones domésticas en las que se tienen potencias comprendidas en el rango de 1 a 20 kW, se requiere aislamiento galvánico y un ratio de transformación entre tensiones de entrada y salida elevado. Exactamente la misma topología se puede emplear para la generación de electricidad a partir de hidrógeno por medio de pilas de combustible del tipo PEM. En estos sistemas se requiere una ganancia de tensión todavía mayor debido a que la tensión de trabajo de las pilas de combustible PEM es más reducida. Por otro lado, la etapa de alta frecuencia también se puede emplear en combinación con una etapa rectificadora y una etapa reductora para aplicaciones en las que se genera hidrógeno a partir de la red eléctrica (fuentes de alimentación AC/DC) [SAN 13]. En estas aplicaciones, se requiere aislamiento galvánico y una ratio de reducción elevado, debido a la notable diferencia entre el valor de la tensión de red rectificada y la tensión de alimentación del sistema electroquímico, normalmente un electrolizador del tipo [URS 10].

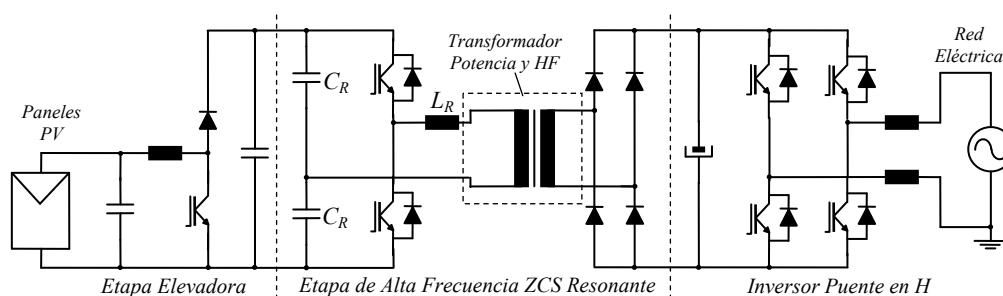


Fig. 8.1. Esquema del inversor fotovoltaico con una etapa intermedia resonante serie de alta frecuencia con conmutación ZCS.

En este trabajo se ha trabajado en colaboración INGETEAM POWER TECHNOLOGY. Los resultados experimentales presentados en este capítulo se han obtenido utilizando las instalaciones y equipo de INGETEAM, incluyendo varias maquetas del convertidor mostrada en la Fig. 8.1.

8.2.2 Principio de funcionamiento y especificaciones de partida

En esta sección, se presenta el funcionamiento del convertidor en el que se va a trabajar el transformador para, a partir de éste, establecer las especificaciones de partida del diseño. Como se muestra en la Fig. 8.1, la etapa intermedia de alta frecuencia forma el núcleo del

inversor. Esta etapa es la novedad respecto a las topologías de inversores fotovoltaicos convencionales y, como se ha explicado anteriormente, esta etapa es la que permite aumentar la densidad de potencia y conseguir un rendimiento elevado manteniendo el aislamiento galvánico.

En la etapa intermedia, a partir de una tensión continua se consigue una tensión alterna de la mitad de amplitud (Fig. 8.2(a)) por medio de un medio puente capacitivo. A su vez, se reduce el número de componentes pasivos requeridos gracias a que los condensadores del medio puente C_R junto a la inductancia resonante L_R forman el tanque resonante serie. La frecuencia de resonancia de este tanque resonante es:

$$f_R = \frac{1}{2 \cdot \pi \sqrt{L_R \cdot 2C_R}}. \quad (8.1)$$

Al conmutar los IGBTs del medio puente se introduce un escalón de tensión que excita el tanque resonante. La consecuencia es la aparición de una corriente senoidal de frecuencia igual a la frecuencia de resonancia. Como indica la teoría clásica de los convertidores resonantes serie [VOR 84], la forma de onda de la corriente dependerá en última instancia de la relación entre las frecuencias de resonancia f_R y la de conmutación f_S , y de la relación entre los valores de las magnitudes eléctricas y los valores de los elementos pasivos que forman el tanque resonante L_R y C_R . Las pérdidas de conmutación generadas en los IGBTs son proporcionales a la frecuencia. Por ello, para poder aumentar la frecuencia sin reducir la eficiencia del conjunto del convertidor se hace trabajar al convertidor resonante serie en el modo de conducción discontinua (DCM). De esta forma, la corriente se extingue antes de la conmutación de los IGBTs que únicamente deberán conmutar la corriente de magnetización de valor muy bajo. Esta filosofía de conmutación recibe el nombre de conmutación suave con cero corriente (zero current switching ZCS). Para que el convertidor trabaje en modo de conducción discontinua con un único subintervalo de corriente (modo de orden 1) se debe cumplir la siguiente ecuación [ERI 01-cap.19]:

$$\langle I_p \rangle_{\max} < \frac{4}{\pi} \cdot \langle V_p \rangle \cdot \sqrt{\frac{2C_R}{L_R}} \cdot \frac{f_S}{f_R} \quad (8.2)$$

donde $\langle I_p \rangle$ y $\langle V_p \rangle$ son los valores medios en un semiperiodo de conmutación (entre 0 y $1/2f_S$) de la corriente y tensión de primario del transformador, respectivamente. En este modo de trabajo la corriente tiene la forma indicada en la Fig. 8.2(b) y el convertidor serie se comporta como una fuente de tensión ideal de ganancia unitaria. Si se tiene una corriente máxima mayor a la permitida, cuando la resonancia se extingue y los diodos entran en corte, se continua aplicando una tensión negativa en bornes de la inductancia resonante y la corriente decrece realizando otro subintervalo de corriente en este caso de valor negativo. Al introducir el transformador y teniendo en cuenta el efecto reductor del medio puente capacitivo, se tiene que la ganancia global de la etapa de alta frecuencia es:

$$M = N_s / 2N_p \quad (8.3)$$

donde N_p y N_s son los números de vueltas de primario y secundario, respectivamente. En resumen, la etapa intermedia del convertidor se comporta como una etapa no regulada con la que se consigue introducir aislamiento galvánico con el mínimo volumen, coste y peso y con la máxima eficiencia. Al no requerir el uso de un control activo, la conmutación de los IGBTs de la rama inversora del medio puente se produce a frecuencia constante y con un ciclo de trabajo de 0.5 (conducen el mismo tiempo en cada periodo de conmutación), con lo que se tiene un funcionamiento de la etapa intermedia simple y robusto.

Una vez comprendido el funcionamiento del convertidor se está en disposición de establecer las especificaciones de partida para el diseño del transformador. El convertidor tiene una potencia nominal de 5 kW y la etapa intermedia trabaja a 50 kHz. La tensión aplicada a la inductancia de magnetización del transformador es una tensión cuadrada con un valor máximo de 215 V (se desprecian los tiempos de conmutación). La corriente que circula por el devanado primario del transformador tiene la forma de seno troncado. Si se realiza su análisis frecuencial a potencia nominal se tiene que las principales componentes de la corriente son la fundamental a 50 kHz con una amplitud de 40.15 A y el tercer armónico a 150 kHz y de amplitud 7.08 A. La relación de transformación n necesaria que se deriva del diseño del convertidor es de 1/1.6.

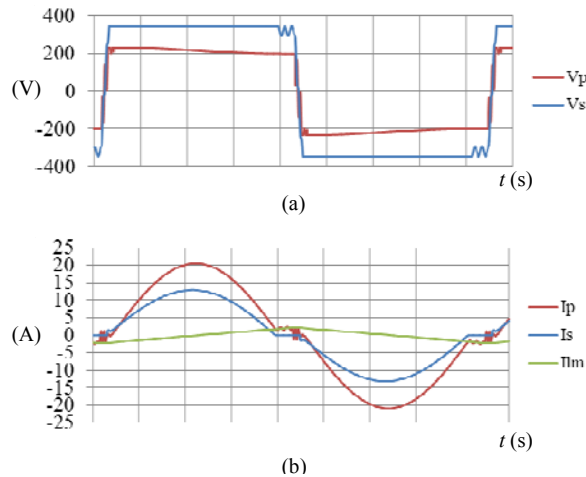


Fig. 8.2. Formas de onda para una potencia de 2.5 kW de: (a) las tensiones de primario V_p y de secundario V_s , y (b) las corrientes de primario I_p , de secundario I_s , y de magnetización I_{Lm} .

Al tener una tensión cuadrada, en la ley de Faraday en (2.57) se tiene un coeficiente de forma k_{sh} igual a 1. La tensión aplicada da lugar a una inducción magnética triangular de ciclo de trabajo 0.5 sin periodo de valor constante, con lo que el coeficiente magnético k_{mag} en el cálculo de pérdidas en el núcleo en (3.10) es igual a:

$$k_{mag} = \left(\frac{8}{\pi^2} \right)^{x-1}. \quad (8.4)$$

Por otro lado, para calcular las pérdidas en los devanados se deberá aplicar el sumatorio en (4.110). En este caso se deben tener en cuenta las pérdidas debidas a la componente fundamental y al tercer armónico de la corriente de primario.

En aplicaciones de potencia y alta frecuencia el cable circular no se utiliza debido a su reducida capacidad de compensar los efectos de alta frecuencia y, en consecuencia, a las importantes pérdidas que experimenta. A continuación, se realizan dos diseños diferenciados en función del tipo de conductor utilizado: cable de litz y pletina. Por un lado, se pretende establecer cuál de los dos tipos de devanados es el más adecuado para su utilización en la aplicación fotovoltaica. Por otro lado, el objetivo de estos dos ejemplos es mostrar la implementación de y validar las metodologías de diseño desarrolladas para cada uno de ellos.

8.2.3 Devanados de cable de litz

8.2.3.1 Diseño: dimensionado de los cables de litz e inductancia de fugas

En este primer ejemplo, se realiza el diseño de un transformador con devanados de cable de litz para su utilización en la aplicación fotovoltaica. En primer lugar, se hace especial hincapié en el dimensionado de los cables de litz por ser un tema recurrente en la literatura y que, a día de hoy, no ha sido resuelto de forma integrada en el diseño del conjunto del transformador. En segundo lugar, se reflexiona sobre la posibilidad de utilizar la inductancia de fugas para formar el tanque resonante. Esta es una opción a tener en cuenta debido a las características de la aplicación. Por un lado, se tiene que la frecuencia de trabajo conlleva valores bajos para los elementos resonantes (8.1), en el caso de la inductancia de fugas de unos pocos microhenrios. Por otro lado, la inductancia de fugas del transformador con devanados de cable de litz es del mismo orden de magnitud. Por lo tanto, se puede eliminar un elemento manteniendo las prestaciones del transformador en términos de eficiencia y reducir así el volumen del conjunto del convertidor. En aplicaciones en las que se requieran inductancias de valor elevado, por ejemplo en los convertidores DAB son necesarios valores del orden de mH [VIL 10], los devanados no se deberán intercalar para, de esta forma, maximizar la amplitud del campo magnético en la ventana y conseguir inductancias más elevadas. Como se muestra al final de este apartado, en estos casos es recomendable considerar el valor de la inductancia de fugas como una especificación de partida e introducir el criterio del ajuste de ésta en el proceso de diseño.

Como se explicó en el capítulo 7, cuando se utilizan cables de litz para formar los devanados el proceso de diseño propuesto sigue el diagrama de flujo mostrado en la Fig. 7.8. En este proceso se debe resolver el problema de optimización indicado en la ecuación (7.18).

Este problema consiste en la minimización de la función de pérdidas totales sujeto al límite térmico con respecto al factor dimensional, la amplitud de la inducción magnética, los radios de hilo de primario y secundario y el coeficiente de distribución de la ventana. A la hora de evaluar las pérdidas se utilizará la expresión para el cálculo de las pérdidas magnéticas en (3.10). Los devanados primario y secundario se intercalan de forma completa con el objetivo de maximizar la eficiencia, por lo que para el cálculo de las pérdidas en los devanados se emplea (4.67). En las expresiones anteriores se emplearán los coeficientes k_{sh} y k_{mag} indicados en el apartado anterior y los coeficientes que modelan el aislamiento de los cables y entre cables y la imperfección en el proceso de bobinado (K_d , e_1 y e_2) considerados se muestran en la tabla 8.1. Los materiales magnéticos, los tipos de núcleos y los rangos para los coeficientes de forma (proporciones de núcleo) considerados en el proceso de diseño se incluyen también en la tabla 8.1.

	Ferritas	3C94, N87
Materiales magnéticos	Nanocristalino	FT-3M
	Amorfo	2705M
	Policristalino	Supermalloy
Forma y proporciones del núcleo	Tipos de núcleo	UU, EE
	rango $c1$	0.2-2
	rango $c2$	1-4
	rango $c3$	1-6
Coeficientes de llenado	K_d	0.6
	e_1/e_2	$1.484/2 \times 10^{-6}$

Tabla 8.1. Materiales magnéticos, formas de núcleo y factores de llenado considerados.

Para llevar a cabo el diseño se consideran las peores condiciones de trabajo. Se tienen en cuenta las condiciones de trabajo a la potencia nominal de 5 kW enumeradas en el apartado anterior. La máxima temperatura ambiente considerada es de 45 °C y la máxima temperatura de trabajo en el interior del transformador se debe encontrar entre los 90 y los 100 °C. Los devanados de primario y secundario se intercalan completamente para maximizar la eficiencia. Como se explicó en el capítulo 7, se implementa el proceso de diseño en un archivo .m de MATLAB® en el que se emplea el método de Lagrange para resolver el problema restringido de optimización no lineal. Las características del diseño óptimo obtenido llamado diseño óptimo teórico se muestran en la tabla 8.2. En la primera columna se muestran los valores de para las variables de diseño. El material óptimo es la ferrita N87 de EPCOS, y el tipo de núcleo doble E. El núcleo óptimo tiene una ventana estrecha y alta y es considerablemente profundo. Como es habitual en los transformadores de potencia, la amplitud de inducción magnética queda restringida por las pérdidas y no por la saturación a un valor de 0.118 T.

El resto de características de diseño se pueden calcular a partir de éstas. El número de vueltas de primario por medio de (2.57), el número de vueltas de secundario por medio de la

relación de transformación, los números de hilos de primario y secundario por medio de (4.59), el factor de llenado por medio de (4.61) aplicada a ambos devanados. El diseño óptimo es el de mínimo volumen y presenta una densidad de potencia s_e de 16.9 kW/dm^3 . Si se calcula la amplitud de la densidad de corriente J_p en el primario se tiene un valor de 7.5 A/mm^2 . Por último, se incluye el comportamiento a potencia nominal y considerando la máxima temperatura ambiente. Se puede apreciar que la temperatura alcanza el valor permitido como partida en el diseño, y las pérdidas totales son de 14.05 W , lo que lleva a un rendimiento elevado del 99.72% . Como consecuencia de la naturaleza analítica de la metodología de diseño propuesta, en el diseño óptimo se obtienen números de vueltas para primario y secundario que no son enteros. Por ello, el diseño óptimo teórico debe adaptarse a un diseño que sea realizable de forma práctica redondeando los números de vueltas a los números enteros inmediatamente inferiores. Las características de este diseño óptimo práctico se muestran en la segunda columna de la tabla 8.3. Al reducir el número de vueltas, aumentan el número de hilos por cable, se reducen las pérdidas en los devanados a 7 W , y aumentan las pérdidas en el núcleo a 7.3 W . Si se consideran los efectos de alta frecuencia en los devanados y se diferencia entre las distintas componentes de la corriente, se tiene que, de las pérdidas totales en los devanados, 6.7 W se deben a la componente fundamental de la corriente P_{W50} y 0.33 W al tercer armónico P_{W150} . En este caso, se tiene una aplicación en la que la importancia de los armónicos de corriente es reducida.

Variables de Diseño		Características del Diseño	
Material magnético	Ferrita N87	N_p/N_s	5.4/8.6
Tipo de núcleo	EE	N_{op}/N_{os}	1476/688
$c1/c2/c3$	0.4/1.4/3.7	β	0.24
a (m)	0.0214	s_e (kW/dm^3)	16.9
B_p (T)	0.118	Comportamiento a P_n y $T_{amb}=45 \text{ }^\circ\text{C}$	
r_{op} (mm)	0.036	P_W/P_C (W)	8/6.05
r_{os} (mm)	0.042	T_{max} ($^\circ\text{C}$)	95
α	0.501	η (%)	99.72

Tabla 8.2. Diseño óptimo teórico: variables de diseño, características y comportamiento.

A continuación, se reflexiona sobre varios temas de interés en el diseño de transformadores. Se comienza analizando la validez de las reglas de oro empleadas en los métodos de diseño convencionales recogidas en el segundo apartado del capítulo 7. Para ello, se evalúa su impacto en el ejemplo de diseño estudiado en este apartado y se comparan con el diseño óptimo alcanzado por medio de la metodología propuesta en este apartado. A continuación, se adapta el diseño óptimo teórico mostrado en la tabla 8.2 al entorno comercial, y se propone un diseño óptimo de bajo coste. En último lugar, se analiza la posibilidad de ajustar el valor de la inductancia de fugas a un valor predeterminado en las especificaciones de partida para el diseño.

A. Evaluación de las reglas de oro:

- *Selección del núcleo.* Un gran número de métodos de diseño convencionales basan la elección del núcleo magnético en la evaluación del valor del producto de área A_p , cuya expresión se recuerda a continuación:

$$A_p = A_c \cdot A_w \geq \frac{S}{4 \cdot k_f \cdot \beta \cdot k_{sh} \cdot f \cdot B_p \cdot J_p}. \quad (8.5)$$

La regla de oro consiste en empezar el proceso de iteración tomando inicialmente el núcleo con un producto de área mayor al mínimo (término derecho de la ecuación). Sin embargo, el cumplimiento de esta inecuación es una condición necesaria para que un diseño sea factible, pero no es una condición suficiente dado que en el desarrollo de esta expresión (capítulo 2) no se tiene en cuenta la restricción térmica. Los métodos basados en esta regla de oro establecen los valores de las magnitudes de carga de los materiales (inducción magnética B_p y densidad de corriente J_p) de antemano. Sin embargo, como se demuestra en [FOR 07], el valor de estas magnitudes depende a su vez del valor del producto de área. Dado que estos métodos no tienen en cuenta la relación mutua existente entre estas magnitudes, se requieren un gran número de iteraciones hasta converger a un diseño factible y que en ningún caso será el diseño de mínimo tamaño. Si se evalúa el término derecho de (8.5) introduciendo los valores de las variables del diseño óptimo obtenido en este apartado se obtiene un valor cuatro veces inferior al producto de área óptimo igual a 43.46 cm^4 . Esto quiere decir que incluso si se conocieran los valores óptimos para de B_p y J_p de antemano, utilizando la expresión (8.5) el diseño óptimo estaría todavía lejos de ser alcanzado.

- *Distribución de las pérdidas entre núcleo y devanados.* Al contrario de la regla de oro que iguala las pérdidas en los devanados a las pérdidas en el núcleo, la distribución de pérdidas en el diseño óptimo no es igualitaria. Como se muestra en la tabla 8.2, el cociente entre pérdidas entre las pérdidas en el núcleo y las pérdidas en los devanados es cercano al valor óptimo convencional $2/\gamma$ establecido por algunos métodos de diseño [COO 86], [PET 96], [HUR 98], [FOR 07], y [OUY 12]. Estos métodos realizan un desarrollo teórico que establece que el ratio óptimo entre pérdidas únicamente depende de las características de pérdidas del material magnético con la inducción magnética (coeficiente γ). Sin embargo, estos métodos no tienen en cuenta los efectos de alta frecuencia en los devanados, que modifican la dependencia de las pérdidas en los devanados con B_p . Por otro lado, como se explicó en el capítulo 7, el diseño de mínimas pérdidas no es igual al diseño de mínimo tamaño. Por todo ello, en este trabajo el ratio entre pérdidas es distintos al considerado óptimo por los métodos convencionales.

- *Dimensionado de los cables de litz.* La metodología de diseño óptima hace posible determinar el dimensionado óptimo de los cables de litz tanto de primario como de secundario. Tradicionalmente, en los procesos de diseño convencionales el dimensionado de los cables de litz se realiza por medio del uso de reglas de oro con el objetivo de simplificar el problema de

diseño. Estas reglas de oro consisten en fijar el valor del radio de hilo r_0 a una determinada proporción de la profundidad pelicular δ a la frecuencia de la componente fundamental de la corriente. Como se muestra a continuación por medio del análisis de cuatro dimensionados distintos del cable de litz realizados utilizando diferentes reglas de oro recogidos en la tabla 8.3, dependiendo de la aplicación estas reglas de oro pueden conducir o no a diseños cercanos al óptimo pero en ningún caso permiten un uso generalizado. Estas reglas solo conducen a buenos resultados en casos específicos y su uso no permite el análisis del problema de diseño y del dimensionado de los cables dentro de éste. Las cuatro reglas de oro se aplican una vez que el resto de características de diseño han sido fijadas a las óptimas obtenidas en este apartado por medio de la metodología de diseño propuesta.

La primera regla de oro conduce al dimensionado llamado *Cable de litz 1* en la tabla 8.3. Este primer planteamiento solo tiene en cuenta el efecto pelicular por lo que establece $r_0 = \delta$ [COO 86]. Las segunda y tercera reglas de oro que conducen a los dimensionados llamados *Cable de litz 2* y *Cable de litz 3*, respectivamente, son más comunes y toman $r_0 = \delta/3$ [LAM66-cap.7], [MOH 03-cap.30], y $r_0 = \delta/7$ [PET 96], [ODE 99]. Por último, la cuarta regla de oro, llamada *Cable de litz 4*, establece una relación mucho más estricta $\delta/30 < r_0 < \delta/15$ [VIL 11], [SHU 13], [ORT 13]. Los fabricantes de cables de litz normalmente proporcionan tablas con los valores recomendados de r_0 según distintos rangos de la frecuencia de trabajo. En concreto, la empresa *New England Wire Technologies* para este ejemplo aconseja el uso de un radio de hilo que se encuentra entre los del segundo y el tercer planteamiento (reglas de oro) [NEW 13].

El dimensionado óptimo, con $r_{op} \approx \delta/9$ y $r_{os} \approx \delta/8$, se encuentra entre los planteamientos tercero y cuarto. Si parte desde el primer planteamiento, *Cable de litz 1*, se tiene que las pérdidas en los devanados decrecen conforme se reduce el radio de hilo y el número de hilos que forman el cable aumenta hasta que se alcanza su valor óptimo. Sin embargo, cuando el radio de hilo sigue reduciéndose más allá del valor óptimo y se tiene un número de hilos por cable es muy elevado, la reducción de los efectos de alta frecuencia (valor del factor F_{ac}) ya no compensa el incremento en la resistencia dc R_{dc} y, en consecuencia, se experimenta un aumento de las pérdidas en los devanados. Como se muestra en la tabla 8.3, los dos casos extremos conducen a diseños pobres en términos de pérdidas y temperatura de trabajo. El primer planteamiento resulta en un diseño no factible debido a la alta temperatura alcanzada y a las características de las pérdidas magnéticas con la temperatura. A su vez, el cuarto planteamiento supone el diseño más costoso [SUL 01] con un comportamiento muy inferior al del óptimo. Este último planteamiento es más adecuado cuando se tienen corrientes con un alto contenido en armónicos o un mayor número de capas por sección.

Características y Comportamiento a potencia nominal (τ_{amb} 45 °C)	Diseño Óptimo Práctico	Cable de litz 1 $r_0=\delta$	Cable de litz 2 $r_0=\delta/3$	Cable de litz 3 $r_0=\delta/7$	Cable de litz 4 $r_0=\delta/20$	Diseño Óptimo Bajo Coste Fig. 8.3	Diseño Comercial FE.E.M.
a (mm)/c1/c2/c3	21.4/0.4/1.4/3.7	-	-	-	-	20/0.6/1.1/4.1	22/0.6/2/2.9
$N_p/N_s/m_p/m_s/b_p/b_s$	5/8/1/1/5/8	-	-	-	-	5/8/1/1/5/4	10/16/1/1/5/8
r_{0p}/r_{0s} (mm)	0.036/0.042	0.334	0.111	0.048	0.017	0.04/0.05	0.09
N_{0p}/N_{0s}	1594/740	20/14	175/110	913/571	23649/14781	1100/660	336/240
$(R_{dc,p}/R_{dc,s})_{100^\circ\text{C}}$ (m Ω)	3.7/10.8	3.5/10.3	3.5/10.5	3.6/10.8	4.7/13.9	4.6/9.5	5.8/13.1
$(F_{ac,p}/F_{ac,s})_{50\text{ kHz}}$	1.05/1.04	3.78/2.74	1.49/1.31	1.09/1.06	1/1	1.05/1.08	1.49/1.35
$(F_{ac,p}/F_{ac,s})_{150\text{ kHz}}$	1.44/1.38	26.1/16.7	5.42/3.76	1.81/1.51	1.01/1.01	1.46/1.68	5.42/4.16
B_p (T)	0.127	-	-	-	-	0.13	0.077
V_e (dm ³)	0.295	-	-	-	-	0.287	0.420
$\tau_{ope}/\Delta\tau_{max}$ (°C)	97.5/52.5		106/61	97.7/52.7	102/57	100/55	101/56
P_W/P_C (W)	7/7.3	No factible	9.6/7.2	7.3/7.3	8.4/7.2	7.6/7	13.9/2.1
P_{W50}/P_{W150} (W)	6.7/0.33		8.7/0.9	6.9/0.4	8.2/0.25	7.3/0.33	12.6/1.3
η (%)	99.71	0	99.66	99.70	99.69	99.70	99.68

Tabla 8.3. Comparativa de las características de distintos diseños de transformadores de alta frecuencia para su utilización en el inversor fotovoltaico de la Fig. 8.1.

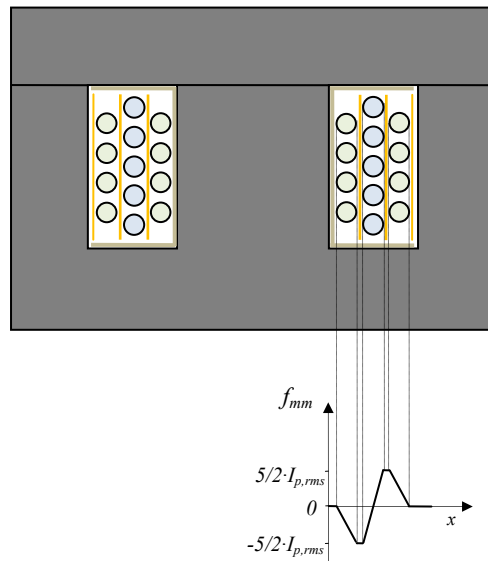


Fig. 8.3. Sección transversal de ventana a tamaño real del diseño óptimo de bajo coste.

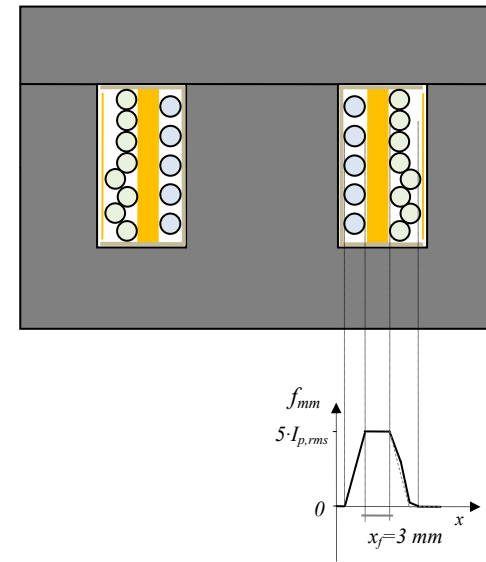


Fig. 8.4. Sección transversal de ventana a tamaño real del diseño óptimo de bajo coste con la inductancia de fugas ajustada.

Si se observan ahora las expresiones para el cálculo de pérdidas en los devanados de cables de litz en (4.67) y (4.77) de forma conjunta al planteamiento seguido por la metodología de diseño en (7.18), se puede concluir que el dimensionado óptimo de los cables de litz depende de un gran número de factores que cambian en función de las características de la aplicación estudiada. Alguno de estos factores son las formas de onda de corrientes y tensiones, el número de capas por sección, la forma y el tamaño del núcleo magnético, la distribución entre corriente y tensión para transmitir una potencia determinada, las características de los materiales utilizados, frecuencia, modelado del aislamiento del cable de litz o temperatura.

- *Otras reglas de oro.* La regla de oro que iguala las pérdidas en los devanados de primario y secundario no es correcta. En el diseño óptimo teórico, se tienen 3.8 W de pérdidas en el primario y 4.2 W en el secundario. Otra regla propone distribuir a partes iguales el área de ventana entre primario y secundario. Aunque, este caso, esta regla coincide con el diseño óptimo, esta regla no se cumple cuando no se intercalan los devanados. Por último, en la mayoría de los casos solo se tiene en cuenta un material magnético pero, como se muestra en [ORT 13], la frontera entre el uso de los distintos materiales magnéticos suaves depende de las especificaciones de la aplicación y no se puede generalizar. La razón consiste en que la tendencia de estas pérdidas con la inducción magnética varía entre materiales (distintos coeficientes de pérdidas y) y la inducción óptima cambia en función de las características de la aplicación. En este sentido, la metodología de diseño ha tenido en cuenta los distintos materiales magnéticos suaves de potencia y para el ejemplo estudiado se tiene que la ferrita N87 de EPCOS es el material óptimo.

B. Diseño óptimo de bajo coste:

Con el objetivo de minimizar costes, es recomendable considerar las características propias del entorno comercial con el que se trabaja y las restricciones que éste introduce en el diseño de transformadores. Para ello, se debe considerar la implementación del diseño por medio de materiales estandarizados disponibles comercialmente a un precio bajo. La implementación comercial del diseño óptimo, llamada diseño óptimo de bajo coste en la tabla 8.3, debe mantener en la medida de lo posible el comportamiento óptimo del diseño original.

En relación al núcleo magnético, normalmente es posible conseguir formas de núcleo comerciales similares a las obtenidas por medio de la metodología de diseño por medio de la combinación de núcleos estándar. El coeficiente de forma c_2 de un núcleo se puede modificar combinando los núcleos doble E o doble U con núcleos I. Se pueden conseguir diferentes valores para el coeficiente c_3 apilando núcleos del mismo tipo y aumentando de esta forma la profundidad del núcleo final. Por el contrario, los valores del factor dimensional a y del coeficiente c_1 de los núcleos comerciales no se pueden modificar. En los casos extremos en los que no se puedan obtener formas de núcleo cercanas a la óptima por combinación de núcleos comerciales es posible encargar la geometría del núcleo *ad hoc* con el consiguiente

aumento de su coste. Para el diseño estudiado en este apartado, la combinación de tres núcleos EI65/32/27 de la ferrita N87 conduce a una forma de núcleo similar a la óptima. Con respecto a los conductores, se consigue una solución comercial próxima a la óptima utilizando los siguientes cables circulares de litz estándar encontrados en el catálogo comercial [NEW 13]: para el primario un cable de diámetro 40 AWG (0.079 mm) formado por 1100 hilos y para el secundario un cable de diámetro 38 AWG (0.1 mm) y 660 hilos.

Las características y el comportamiento del diseño óptimo de bajo coste se recogen en la tabla 8.3, y su sección transversal de ventana se muestra a tamaño real en la Fig. 8.3. A continuación, se comparan las características de este diseño con las de un diseño comercial realizado por la empresa FE.E.M. bajo encargo de INGETEAM POWER TECHNOLOGY para esta misma aplicación. Cuando se comparan ambos diseños, se tiene que el diseño óptimo incrementa la densidad de potencia en un 46.3% respecto al diseño comercial, pasando de 11.9 kW/dm³ a 17.4 kW/dm³. Además, a potencia nominal y 45 °C ambiente alcanza un rendimiento ligeramente superior, pasando de 99.68% para el comercial a 99.70% para el diseño propuesto.

C. Inductancia de fugas:

- *Ajuste de la inductancia de fugas.* Es conveniente estudiar ahora la posibilidad de emplear la inductancia de fugas L_f del transformador para formar el tanque resonante junto a los condensadores del medio puente de la Fig. 8.1. En esta aplicación fotovoltaica se requiere un valor de inductancia resonante L_R muy reducido. Si se establece un valor para las capacidades del medio puente de 2 μ F y una frecuencia de resonancia de 62500 Hz, despejando la inductancia resonante de la ecuación (8.1) se tiene un valor requerido de 1.6 μ H. Valores para las inductancias de fugas de los transformadores de potencia y alta frecuencia en órdenes en el rango aproximado de 20-0.1 se pueden conseguir sin necesidad de grandes modificaciones en la distribución de los devanados. Por lo tanto, en esta aplicación se quiere conseguir un valor de 1.6 μ H partiendo del diseño óptimo de bajo coste mostrado en la Fig. 8.3.

En primer lugar, se debe calcular el valor de la inductancia de fugas del diseño realizado en el apartado anterior. Aplicando la técnica de cálculo desarrollado en el capítulo 6 al perfil de campo magnético mostrado en la Fig. 8.3 se obtiene el siguiente valor para la inductancia de fugas de 0.29 μ H. Este valor es del orden del requerido para L_R , por lo que la inductancia de fugas se puede ajustar redistribuyendo los devanados y controlando el espesor x_f de la zona de la ventana en la que el campo magnético es máximo de la forma indicada en la Fig. 8.4. Para establecer el valor de x_f se debe calcular la inductancia para el perfil de campo presentado en la figura en función de este parámetro. La inductancia $L_{f,t}$ aportada por las regiones con una distribución de campo magnético triangular con una anchura de base x_t son:

$$L_{f,t} = 2 \cdot \mu_0 \cdot N_p^2 \cdot \frac{mlt}{3 \cdot c2} \cdot x_t = 2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 25 \cdot \frac{12.6}{3.3} \cdot 0.0027 = 0.64 \mu\text{H}. \quad (8.6)$$

Considerando ahora la inductancia $L_{f,f}$ aportada por la región central de campo constante de espesor x_f se tiene:

$$L_{f,f} = \mu_0 \cdot N_p^2 \cdot \frac{mlt}{c2} \cdot x_f = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 25 \cdot \frac{12.6}{1.1} \cdot x_f = 359.9 \cdot x_f \text{ } \mu\text{H.} \quad (8.7)$$

Sumando las dos expresiones anteriores, igualando la suma al valor deseado de $1.6 \mu\text{H}$ y despejando el valor de x_f , se obtiene un valor para la capa central de 3 mm. Como se indica en la Fig. 8.4 en la que se muestra la sección transversal de la ventana del transformador con la inductancia de fugas ajustada a tamaño real, en este caso es posible alcanzar el valor deseado de L_f sin grandes cambios en la distribución de los devanados.

- *Nuevo criterio de diseño: L_f elevada.* Cuando se requieren valores de la inductancia de fugas elevados del orden de los mH, como por ejemplo en los convertidores DAB (dual active bridge) utilizados en los transformadores de estado sólido (SST) o electrónicos de potencia (PET) [VIL 10], la técnica de incrementar el espacio entre devanados conduce a aumentar considerablemente el volumen equivalente del transformador. En estos casos, se emplean técnicas alternativas para conseguir aumentar valores de inductancia de fugas elevados. Existen dos técnicas de refuerzo y ajuste de la inductancia de fugas de los transformadores. Para valores de L_f muy elevados la opción más popular consiste en incluir un núcleo magnético adicional que refuerce el flujo de un único devanado, es decir, en el núcleo extra solo se bobina el devanado en cuestión [BIE 05]. Sin embargo, esta opción dista poco de incluir una inductancia externa. Por otro lado, cuando se requiere un valor elevado de inductancia pero no excesivo, es habitual emplear láminas de materiales con permeabilidades relativas del orden de 9-50 también para formar una *capa de fugas* y reforzar la amplitud del flujo magnético de fugas. Un estudio en profundidad sobre esta cuestión se puede encontrar en [PAV 06]. El material más común para formar la capa de fugas disponible a nivel comercial es el material FPC de EPCOS con una permeabilidad relativa de 9. Esta última es una opción que también puede ser adecuada para el ejemplo que se estudia en este apartado. Si el diseño final conlleva una distribución de devanados más ajustada, empleando el material FPC se puede conseguir el efecto requerido con una capa de únicamente 0.3 mm de espesor. De esta forma, la adaptación de la inductancia de fugas no empeora las características finales del diseño.

Como se ha demostrado, cuando se requieren inductancias de fugas pequeñas es suficiente con considerar un valor bajo del factor de llenado K_d (en este caso de 0.6). Sin embargo, cuando se requieran valores mayores para la inductancia de fugas este factor establecido de antemano puede afectar negativamente a la consecución del diseño óptimo (actúa como una regla de oro). Por lo tanto, en estos casos, es recomendable adaptar el planteamiento del problema de diseño. Gracias a la filosofía de la metodología de diseño, es sencillo formular e incluir cualquier nuevo requerimiento introducido en el problema de diseño.

En el caso de requerir una inductancia de fugas elevada basta con reformular la expresión de L_f en (6.7) en función de los parámetros y variables del diseño. A continuación, se debe modificar ligeramente el problema de diseño para devanados de cable de litz no intercalados, basta con incluir una restricción de igualdad en la resolución del problema de diseño en (7.18). En consecuencia, se tiene una nueva variable de diseño x_f con respecto de la cual se debe resolver el problema de optimización. Si se expresa matemáticamente, reformulando (7.18) la resolución del problema de diseño cuando se requiere un valor de inductancia de fugas elevado L_f queda:

$$\begin{aligned} \min P_T(a, B_p, r_{0p}, r_{0s}, x_f, \alpha') \\ \text{s.t. } CT(a, B_p, r_{0p}, r_{0s}, x_f, \alpha') = 0 \\ \text{s.t. } K_{5,n} \frac{(2 \cdot x_f + 0.8 \cdot c1 \cdot a)}{a^2 \cdot B^2} - L_f = 0 \end{aligned} \quad (8.8)$$

donde el coeficiente $K_{5,n}$ es igual a:

$$K_{5,n} = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot V_{p,rms}^2}{16 \cdot k_{sh}^2 \cdot k_f^2 \cdot f^2} \frac{mlt}{3 \cdot c2 \cdot c3^2} \quad (8.9)$$

donde μ_r es la permeabilidad relativa del material utilizado para formar la capa de fugas de espesor x_f . Se ha denotado el factor de distribución como α' para llamar la atención sobre el reparto de la ventana entre devanados. En lugar de la definición de las áreas de cada devanado en (4.63) y (4.64), en este caso se debe incluir la pérdida de espacio debido a la capa de fugas. En consecuencia, las ecuaciones (4.63) y (4.64) se deben redefinir con lo que el área dedicada a cada devanado queda:

$$A_{wp} = \alpha' \cdot A_w = \alpha \cdot \left(1 - \frac{x_f}{c1}\right) \cdot A_w, \quad (8.10)$$

$$A_{ws} = (1 - \alpha) \cdot \left(1 - \frac{x_f}{c1}\right) \cdot A_w. \quad (8.11)$$

Como conclusión para este ejemplo de diseño se puede decir que la metodología de diseño propuesta para cables de litz conduce a un incremento de la densidad de potencia del 46.3% con respecto a un diseño comercial elevando la eficiencia al 99.70%. Además, permite el ajuste de la inductancia de fugas y, de esta forma, la eliminación de la inductancia de resonancia requerida para el correcto funcionamiento del convertidor. Por otro lado, gracias a la característica analítica de la metodología de diseño propuesta, es posible analizar en profundidad el problema de dimensionado de los cables de litz integrado en el conjunto del diseño del transformador, evaluar la bondad de las reglas de oro empleadas por los métodos convencionales e incluso adaptar fácilmente la formulación del problema de diseño con el objetivo de incluir nuevos criterios de diseño marcados por la aplicación particular bajo estudio.

8.2.3.2 Validación experimental

En esta sección se caracteriza por medio de una validación experimental el transformador comercial de FE.E.M. Para ello, se desarrollan una serie de ensayos experimentales específicos consistentes en realizar los ensayos clásicos para la obtención del modelo equivalente de un transformador adaptados a las condiciones de trabajo de esta aplicación. Para realizar estos ensayos se requiere de un hardware y software específicos desarrollados a partir de una maqueta elaborada en los laboratorios de INGETEAM. A continuación, se describen los ensayos y el material utilizado, se presentan los resultados obtenidos y se comparan con los estimados por medio de los modelos empleados en la metodología de diseño.

- *Proceso de medida.* El primer intento para medir las pérdidas consistió en realizar un balance de potencias entre potencia de entrada y potencia de salida. Sin embargo, los resultados obtenidos no eran coherentes y presentaban errores de medida inaceptables debido a las condiciones en las que se realizan las medidas (frecuencia y forma de onda) y al extremadamente bajo valor de las pérdidas con respecto a la potencia de trabajo. En consecuencia, fue necesario desarrollar un proceso de medida preciso para medir de forma separada las pérdidas en el núcleo y las pérdidas en los devanados. Como se ha explicado anteriormente, este proceso consiste en los tres ensayos convencionales de transformadores: en carga, en vacío y en cortocircuito, pero realizados en condiciones no convencionales. En la Fig. 8.5 se muestra una fotografía de la bancada de ensayos empleada para caracterizar el transformador.

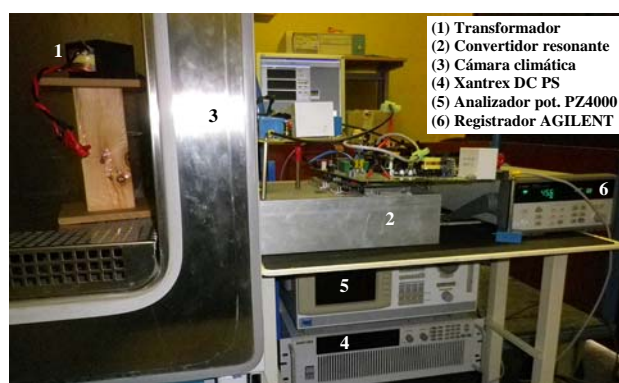


Fig. 8.5. Bancada de ensayos del transformador de potencia y alta frecuencia comercial.

Para realizar los ensayos se empleó la siguiente instrumentación: cámara climática Challenge 250 para reproducir la temperatura de trabajo, el registrador de datos AGILENT 34970A para monitorizar la temperatura, la fuente de alimentación de corriente continua XANTREX DC y un reóstato para la realización del ensayo de cortocircuito. El aparato

empleado para medir las pérdidas de potencia es el analizador de potencia PZ4000 de YOKOGAWA por ser el más preciso a la frecuencia de trabajo. Las precisiones obtenidas con el analizador de potencia en los ensayos de vacío y de carga son $\pm 6.56\%$ y $\pm 13\%$, respectivamente. A continuación, se describe cada uno de los ensayos y se presentan los resultados obtenidos calculados como la media de los valores medidos con cada uno de los cuatro canales de entrada del PZ4000.

Ensayo en carga. En el ensayo en carga se hace trabajar al transformador a las distintas potencias de trabajo y se monitoriza las temperaturas estables de trabajo. Partiendo de una temperatura ambiente de $25\text{ }^{\circ}\text{C}$, los saltos térmicos medidos en función del punto de trabajo se muestran en la Fig. 8.6(a).

Ensayo de vacío. En el ensayo de vacío, el devanado secundario se deja en circuito abierto y se alimenta el devanado primario con la tensión nominal. De esta forma, el núcleo se magnetiza y la corriente que circula por el devanado primario es únicamente la corriente de magnetización del núcleo y las pérdidas en los devanados son despreciables. En consecuencia, se puede considerar que las pérdidas medidas se corresponden completamente con las pérdidas debidas a la magnetización del núcleo. Para cada punto de operación se reproduce la temperatura de trabajo por medio de la cámara climática y se miden las pérdidas en núcleo. Los resultados se muestran en la Fig. 8.6(b).

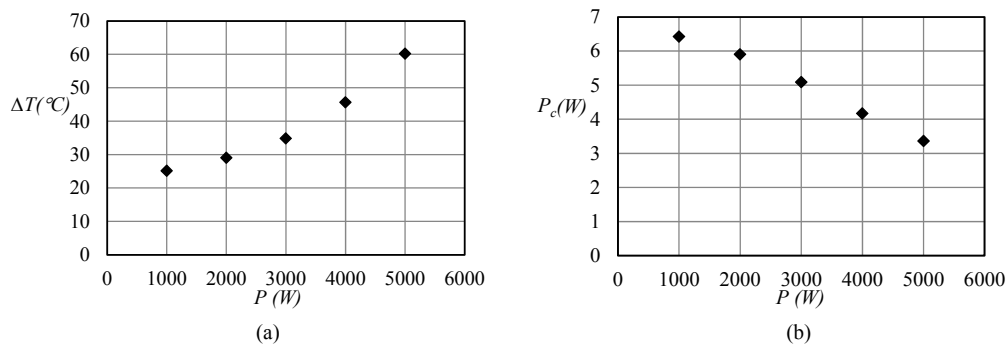


Fig. 8.6. (a) Incremento de temperatura medido y (b) pérdidas en el núcleo medidas, ambos en función de la potencia de trabajo.

Ensayo de cortocircuito. En el ensayo de cortocircuito se encontró una dificultad adicional debido a la imposibilidad de reproducir la forma de onda de corriente de carga real con el secundario en cortocircuito. Por ello, se realizaron dos ensayos de forma individual, uno para medir las pérdidas debidas a la componente fundamental de la corriente a 50 kHz y otro para medir las debidas al tercer armónico 150 kHz . Para generar la onda de corriente senoidal deseada a partir de una onda de tensión cuadrada, se ajusta la frecuencia de resonancia a la frecuencia del armónico considerado modificando el valor de los

condensadores del medio puente y la amplitud de la corriente se controla por medio del control en lazo abierto de la amplitud de la tensión aplicada. Para controlar esta amplitud se parte de la fuente de continua y por medio de un reóstato se realiza un divisor resistivo de la forma indicada en la Fig. 8.7(a). Para cada punto de trabajo se reproduce la amplitud de corriente correspondiente para cada armónico, se miden las pérdidas y se obtienen los resultados graficados en la Fig. 8.7(b).

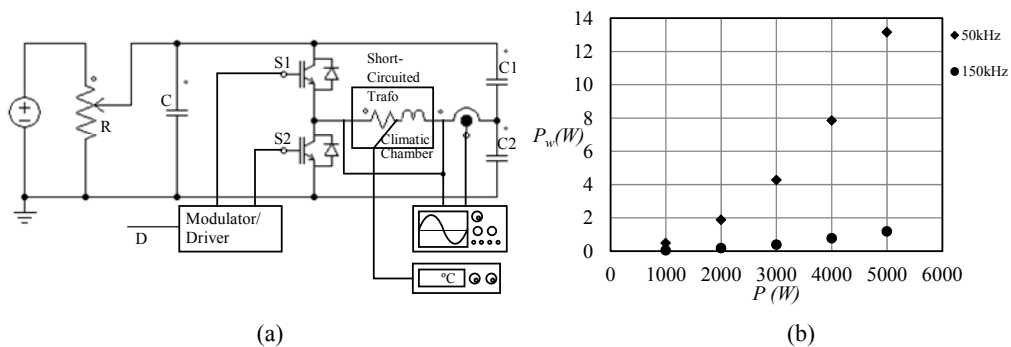


Fig. 8.7. (a) Esquema eléctrico del ensayo en cortocircuito y (b) pérdidas en los devanados medidas para los diferentes armónicos en función de la potencia de trabajo.

- *Comparación de los resultados experimentales y los estimados.* Los resultados experimentales se comparan ahora con los resultados estimados por medio de los modelos presentados en los últimos apartados de los capítulos 3, 4 y 5. El núcleo está formado por dos núcleos 2xEE71/33/32 de la ferrita CF139 del fabricante Cosmo Ferrites. Las pérdidas en el núcleo se calculan empleando la expresión (3.9). En este caso el fabricante Cosmo Ferrites no proporciona los coeficientes de pérdidas y la información incluida en sus datasheets es reducida. Las pérdidas en los devanados se calculan por medio de la expresión (4.67) aplicada a cada uno de los armónicos. El comportamiento térmico del transformador se modela empleando la expresión (5.21). Para estimar el funcionamiento estable en cada punto de trabajo se realiza un proceso iterativo en el que se supone una temperatura inicial para calcular las pérdidas. Por medio del modelo térmico y las pérdidas estimadas se calcula la temperatura de trabajo. A continuación se calculan nuevamente las pérdidas para esta temperatura. Este proceso se repite hasta que la temperatura converge a su valor estable. En este proceso se considera una temperatura ambiente de 25 °C para la que se realizaron las mediciones. En la tabla 8.4 se muestran los resultados estimados y los valores medidos de las pérdidas en el núcleo P_C , las pérdidas en los devanados para el primer y el tercer armónico, P_{W50} y P_{W150} , respectivamente, la temperatura de trabajo estable τ_{ope} , y la resistencia térmica del transformador R_{th} .

P (W)	Valores Estimados					Valores Medidos				
	P_C (W)	$P_{W,50}$ (W)	$P_{W,150}$ (W)	τ_{ope} (°C)	R_{th} (°C/W)	P_C (W)	$P_{W,50}$ (W)	$P_{W,150}$ (W)	τ_{ope} (°C)	R_{th} (°C/W)
1000	5.5	0.5	0.1	46.4	3.5	6.4	0.5	0.1	50.1	3.6
2000	5.1	2.3	0.3	50.5	3.5	5.9	1.9	0.2	54.0	3.6
3000	4.3	4.6	0.6	58.6	3.5	5.1	4.3	0.4	59.8	3.6
4000	3.5	8.3	1.1	69.5	3.5	4.2	7.9	0.8	70.6	3.6
5000	2.6	13.2	1.6	85.8	3.5	3.4	13.1	1.2	85.2	3.4

Tabla 8.4. Resultados estimados y medidos en la caracterización del transformador comercial a una temperatura ambiente de 25 °C.

Como se muestra en la tabla, los resultados estimados y medidos están en concordancia. Dado que los buenos resultados ofrecidos por la ecuación modificada de Steinmetz han sido demostrados en numerosos trabajos previos [ALB 96], [REI 01], [VIL 09], los errores entre los valores medidos y estimados de las pérdidas en el núcleo se atribuyen a la falta de información sobre el material magnético CF139. El resto de cálculos, tanto las pérdidas en los devanados como el modelo térmico, presentan buenos resultados. Las desviaciones en la temperatura para potencias de trabajo bajas se deben a los errores de subestimación de las pérdidas en el núcleo y no al modelo térmico.

Como se ha mostrado de forma experimental, los modelos empleados en la metodología de diseño presentan una precisión elevada para las características del transformador consideradas. En el transformador óptimo diseñado en este apartado se tiene una relación entre el radio de hilo y la profundidad pelicular más restrictiva, por lo que es de esperar que la estimación de pérdidas en los devanados presente todavía mejores resultados. Por todo ello, se concluye que los resultados estimados para el transformador óptimo diseñado en este apartado son correctos y el diseño se considera validado.

8.2.4 Devanados de pletina

8.2.4.1 Diseño de máximas prestaciones

En este apartado se realiza el diseño de un transformador con devanados de pletina para su utilización en la misma aplicación que el diseño anterior. Por un lado, al igual que en la sección anterior, se reflexiona sobre el dimensionado óptimo de los devanados de pletina y distintos aspectos del diseño que, a día de hoy, no han sido resueltos de forma integrada en el diseño del conjunto del transformador. Por otro lado, se emplea la técnica de máximo intercalado propuesta en esta tesis y se valida de forma experimental. Se realiza especial hincapié en las ventajas derivadas de esta técnica. Las prestaciones del diseño obtenido por

medio de esta técnica se comparan con las de los diseños alternativos en los que los devanados no son intercalados. La metodología de diseño propuesta permite identificar las tendencias en el diseño de transformadores de pletina. Cuando no se intercalan los devanados se tiene que los diseños óptimos requieren de una gran altura de ventana para maximizar el área de conducción del conductor. Las formas de núcleo adecuadas para implementar este diseño no se encuentran a nivel comercial y, además, en algunos casos son difíciles de montar en la carcasa de un convertidor de potencia. Por ello, también se realiza un diseño que se puede considerar como convencional en el que se restringen los valores de las proporciones del núcleo a los presentes en el mercado de núcleos estandarizados. Por último, se comparan los diseños óptimos obtenidos con la metodología de diseño propuesta para los distintos tipos de devanados.

Para investigar los beneficios derivados de la técnica de intercalado máxima en relación a soluciones con los devanados no intercalados, se implementa el proceso de diseño propuesto cuyo diagrama de flujo se muestra en la Fig. 7.9 para ambas distribuciones de devanados. En este proceso se debe resolver el problema de optimización indicado en la ecuación (7.21). Este problema consiste en la minimización de la función de pérdidas totales sujeto al límite térmico y al límite geométrico con respecto al factor dimensional, la amplitud de la inducción magnética, y los espesores de pletina de primario y secundario. En el diseño se consideran las peores condiciones de trabajo. Se tienen en cuenta las condiciones de trabajo a la potencia nominal de 5 kW enumeradas en la primera sección de este apartado. Se considera una temperatura ambiente máxima de 50 °C y temperatura de trabajo máxima en el punto más caliente del transformador de 100 °C. Como se explicó en el capítulo 7, se implementa el proceso de diseño en un archivo .m de MATLAB® en el que se emplea la función `fmincon()` para resolver el problema restringido de optimización no lineal.

La tabla 8.5 recoge las características de los diseños óptimos para el caso de máximo intercalado y de no intercalado de los devanados, llamados *Maximum-Interleaved* y *Non-Interleaved* 1, respectivamente. El diseño *Maximum-Interleaved* se tiene una densidad de potencia de 28 kW/dm³ y una eficiencia del 99.79%. El diseño *Non-Interleaved* 1 presenta una densidad de potencia un 21% menor y unas pérdidas totales un 21% mayores. Dicho de otro modo, gracias a la técnica de máximo intercalado se consigue un incremento de la densidad de potencia del 27.3% frente al diseño óptimo con devanados no intercalados.

En esta aplicación, el material magnético óptimo es la ferrita N87 de EPCOS para ambos diseños y la forma óptima del núcleo doble E es aquella con ventanas altas y estrechas. Este hecho se debe a las características de los devanados de pletina que permiten aumentar el área de conducción sin que esto conlleve el aumento de los efectos de alta frecuencia simplemente incrementando su altura. Esta tendencia es conocida tradicionalmente. Sin embargo, el incremento de la altura de las pletinas conlleva un incremento del volumen del núcleo dado que este debe abrazar a los devanados. Al incrementar la altura de las pletinas se reducen las

pérdidas en los devanados y se incrementan las pérdidas en el núcleo, a su vez, en términos de criterios de diseño, se tiene un aumento del volumen y de la eficiencia. Así, en este trabajo se aprecia que existe una altura de ventana óptima que responde al concepto de óptimo definido en el capítulo 7.

Características de Diseño		Maximum-Interleaved	Non-Interleaved 1	Non-Interleaved 2
Densidad potencia, s_e		28 kW/dm ³	22 kW/dm ³	16 kW/dm ³
Volumen, V_e		180 cm ³	226 cm ³	321 cm ³
Núcleo	Material Mag.	Ferrita N87 de EPCOS		
	Tipo Núcleo	Núcleo doble E acorazado		
	$c1/c2/c3$	0.4/1.75/3.5	0.15/4/2.25	0.3/1.8/3
	a (mm)	17.6	19.7	23
	B_p (T)	0.127	0.121	0.108
Devanados	N_p/N_s	7.8/12.5	10.2/16.2	6.2/10
	h_p/h_s (mm)	0.34/0.22	0.11/0.077	0.17/0.133
	Fill factor, β	0.69	0.71	0.31
Comportamiento a potencia nominal (\pm kW, T_{amb} 50 °C)	P_c (W)	4.26	5.36	5.37
	P_w (W)	6.16	7.23	9.18
	P_r (W)	10.42	12.6	14.55
	R_{th} (K/W)	4.8	3.97	3.44
	ΔT_{max} (°C)	50	50	50
	η (%)	99.79	99.75	99.7

Tabla 8.5. Características de los diseños con máximo intercalado óptimo (Maximum-Interleaving), sin intercalar óptimo (Non-Interleaved 1) y sin intercalar restringido (Non-Interleaved 2).

Si se estudia ahora el diseño *Non-Interleaved 1*, se tiene que para reducir las pérdidas debidas al efecto de proximidad, el espesor tanto de primario como de secundario son de forma aproximada una cuarta parte de la profundidad pelicular δ . Mientras que en el diseño *Maximum-Interleaved*, en el que el efecto de proximidad ha sido minimizado gracias a la técnica de máximo intercalado, el espesor de las pletinas es cercano a δ . Por ello, en el diseño *Non-Interleaved 1* con el objetivo de obtener un valor razonable para la resistencia dc R_{dc} , es necesaria una altura de pletina y un ratio altura/anchura de la ventana mucho mayores. Concretamente, el ratio altura/anchura de ventana (ratio $c2/c1$) óptimo para el diseño *Non-Interleaved 1* es de 27, mientras que el del diseño *Maximum-Interleaved* es igual a 4.4, valor común para los núcleos estandarizados.

Un núcleo con la forma del núcleo óptimo para el diseño *Non-Interleaved 1* no siempre se puede encontrar de forma comercial. Por lo que, con el objetivo de apreciar los verdaderos beneficios que se derivan del uso de la técnica de máximo intercalado, se desarrolla un

segundo diseño con los devanados no intercalados, llamado *Non-Interleaved 2*, en el que se restringe el ratio $c2/c1$ a valores que se encuentran comúnmente en el mercado, pero que no son óptimos en términos de eficiencia y densidad de potencia. En concreto, basándose en las posibilidades que ofrece el mercado de núcleos, se limita el valor máximo del ratio $c2/c1$ a 6. Por lo tanto, el diseño representa el diseño con máximas prestaciones que se podrían obtener por medio de los métodos de diseño convencionales que se basan en las formas de núcleo estandarizadas. En este caso, el diseño *Non-Interleaved 2* presenta una densidad de potencia un 43% menor y unas pérdidas totales un 39.6% mayores. O lo que es lo mismo, gracias a la técnica de máximo intercalado se consigue un incremento de la densidad de potencia del 75% frente al diseño óptimo comercial con devanados no intercalados.

Resulta interesante estudiar ahora la evolución de otros aspectos presentes en el diseño de transformadores:

- *Factor de llenado*. En los primeros dos diseños la ventana del núcleo tiene una forma óptima y, por lo tanto, ésta queda completamente llena por los devanados. En consecuencia, en estos casos el factor de llenado refleja el espacio dedicado exclusivamente al aislamiento. Con respecto al tercer diseño, al no tener la ventana del núcleo una forma óptima, los devanados no llenan completamente la ventana. En este caso, conseguir un mayor factor de llenado aumentando el espesor de las pletinas o el número de vueltas únicamente conduce a un incremento de las pérdidas totales. Se puede decir como conclusión que no siempre es correcto rellenar completamente la ventana con los devanados.
- *Inducción magnética*. En los tres diseños se tiene una amplitud de inducción magnética muy inferior a la de saturación del material B_{sat} , como es habitual en las aplicaciones de potencia con ventilación natural [PET 96], [HUR 13].
- *Espesor de pletina*. En todos los diseños se tienen espesores diferentes para las pletinas de primario y secundario. En el diseño *Maximum-Interleaved*, al ser una aplicación elevadora, se tiene una única capa por sección de primario, por lo que no resulta extraño que su espesor sea cercano a δ . En el devanado secundario, al tener dos capas por sección, el efecto de proximidad es mayor por lo que el espesor de secundario es menor. De acuerdo con [HUR 00], los espesores óptimos para esta aplicación (forma de onda, frecuencia y número de capas) serían $h_p=1.27\delta$ y $h_s=0.97\delta$. Sin embargo, estos valores serían óptimos si únicamente se tuvieran en cuenta las pérdidas en los devanados, es decir, si el dimensionado de los devanados se hiciera de forma independiente al resto del proceso de diseño. Cuando se considera el diseño del conjunto del transformador, el espesor de las pletinas afecta a la anchura del núcleo magnético necesario, teniendo un impacto directo en las pérdidas en el núcleo y en el volumen total del transformador. Por lo tanto, es lógico,

que los espesores de pletina del transformador óptimo sean inferiores a los valores indicados por [HUR 00], en este caso $h_p=1.02\delta$ y $h_s=0.66\delta$.

- *Cálculo aproximado P_w .* La bondad de la aproximación en (4.56) utilizada para calcular las pérdidas en los devanados se evalúa a continuación. En el caso de las pérdidas generadas por la componente fundamental de la corriente se tiene que se cumple el rango para el que la aproximación es válida ($h \leq \delta_{50k}$) por lo que no es necesario realizar ninguna comprobación. Sin embargo, cuando se evalúan las pérdidas generadas por el tercer armónico, se tienen las siguientes relaciones entre espesores y profundidad pelicular: $h_p=1.76\delta_{150k}$ and $h_s=1.14\delta_{150k}$. Por lo tanto, es necesario realizar un cálculo *exacto* de las pérdidas y evaluar las consecuencias de no cumplir el rango para el que se ha realizado la aproximación. Los cálculos *exactos* se realizan utilizando la expresión más precisa disponible, es decir, la ecuación (4.29). Para el tercer armónico se tienen unas pérdidas de 0.14 W tanto para primario como para secundario, mientras que las pérdidas calculadas por medio de la aproximación son 0.16 W para primario y 0.14 W para secundario. Como se explicó previamente, la expresión en (4.56) sobreestima las pérdidas cuando se tiene un espesor superior a la profundidad pelicular, por lo que el diseño en ningún caso deja de ser factible. En este caso la sobreestimación es despreciable.
- *Distribución de las pérdidas.* Se tiene la misma situación que para el diseño con cable de litz. El cociente óptimo de mínimas pérdidas según los métodos convencionales entre pérdidas en el núcleo y en los devanados es 2/y que, en el caso de la ferrita N87, es igual a 0.78. En ninguno de los tres diseños se cumple este cociente debido a que, por un lado, en el desarrollo clásico no se han tenido en cuenta los efectos de alta frecuencia y, por otro, el diseño de mínimas pérdidas no es el de mínimo tamaño.

Por último, es interesante comparar los diseños óptimos conseguidos con las distintas tecnologías de devanados. La comparación es directa dado que ambos diseños se han realizado para la misma aplicación considerando un salto térmico de 50 °C. Si se comparan ambos diseños a nivel de prestaciones se tiene que el diseño *Maximum-Interleaved* presenta una densidad de potencia un 66% mayor que el diseño óptimo teórico con cable de litz (tabla 8.2) que, a su vez, presenta unas pérdidas un 35% mayores. Además, el diseño con devanados de pletina resulta doblemente más barato. Por un lado, utiliza menos material y, por otro, el coste de las pletinas es muy inferior al de los cables de litz.

Las mejoras en prestaciones se deben al diferente comportamiento de los conductores. En esta aplicación en que la corriente es considerable y los efectos de alta frecuencia no son críticos, los devanados de pletina permiten una atenuación de estos efectos manteniendo una R_{dc} reducida, por lo que la pérdidas específicas (por vuelta) en éstos es mucho menor. Esto conlleva que se pueden dar un mayor número de vueltas, con lo que se puede reducir el volumen del núcleo. A su vez, esto permite trabajar con mayores niveles de inducción

magnética, lo que reduce el número de vueltas necesario. Lo que se quiere mostrar con esta reflexión es que las interdependencias en el problema de diseño son complejas y que mejoras técnicas, como pueden ser materiales magnéticos o geometrías y disposiciones de devanados con unas pérdidas características inferiores, conducen a la ampliación de los límites en prestaciones alcanzables en el diseño de transformadores. Es precisamente esto lo que se ha conseguido con la técnica de bobinado propuesta.

Por otro lado, las ventajas del diseño con devanados de cable de litz se basan en los valores de los elementos parásitos. Cuando se emplea la técnica del máximo intercalado la amplitud del campo magnético en la ventana se reduce al mínimo, por lo que resulta muy difícil obtener valores elevados de la inductancia de fugas L_f . Para conseguir valores elevados de L_f con devanados de pletina es recomendable no intercalar los devanados. Sin embargo, en este caso se obtienen unas prestaciones parecidas a las obtenidas con el cable de litz, eso sí, a un menor coste. Además, los diseños que emplean conductores de pletina presentan siempre mayores capacidades parásitas, tanto las propias de cada devanado, como entre devanados. Por lo tanto, es difícil, sino imposible, afirmar de forma general que geometría de cable es mejor. Para ello, en primer lugar es necesario establecer unos criterios de comparación, tarea difícil considerando que cambian según la aplicación. En conclusión, debe ser el diseñador el que, conociendo las posibles interacciones entre el convertidor y los elementos del transformador y considerando las características propias de la aplicación, debe elegir la tecnología de cable óptima a utilizar.

En el caso de la aplicación fotovoltaica considerada, se tiene que por la capacidad entre primario y secundario tienden a circular corrientes en modo común, por lo que ésta debe ser minimizada para evitar el uso de filtros de EMI. Además, si en el diseño se consigue una inductancia de fugas considerable se puede evitar la necesidad de la inductancia del tanque resonante. Por todo ello, en este caso la elección se reduce a la utilización de devanados de cable de litz completamente intercalados o el uso de devanados de pletina no intercalados. Ambas tecnologías ofrecen prestaciones similares por lo que la decisión pasa a ser una cuestión de coste, prueba de prototipos y trato con el proveedor.

8.2.4.2 Construcción del prototipo y validación experimental

En este trabajo se ha propuesto una nueva técnica de intercalado de devanados de pletina por lo que, una vez demostradas las prestaciones superiores del transformador con intercalado máximo de forma teórica, en esta sección se procede a construir un prototipo y validarlo experimentalmente. Como se muestra en la tabla 8.5, la metodología analítica de diseño conduce a un número no entero de vueltas, difícil de implementar de forma práctica. Además, al igual que para el caso del diseño con devanados de cable de litz, se debe adaptar la forma y material del núcleo y los espesores de las pletinas a los más parecidos disponibles de forma

comercial con un coste bajo. Así, el diseño óptimo teórico es convertido ahora en un diseño óptimo práctico cuyas características se resumen en la tabla 8.6. Aunque las características exactas del diseño óptimo no se pueden reproducir se demuestra que su adaptación al entorno comercial resulta sencilla. En concreto, se obtiene una densidad de potencia de 20 kW/dm^3 con las mismas pérdidas, lo que se traduce en que el salto térmico teórico máximo se reduce de $50 \text{ }^\circ\text{C}$ a $45 \text{ }^\circ\text{C}$.


Volumen equivalente: 250 cm^3	Eficiencia (5kW): 99.8%	Densidad potencia: 20 kW/dm^3
<i>Núcleo magnético:</i>		<i>Devanados:</i>
• Material: Ferrita tipo R	• Forma: 3xEE55/28/21	• Espesores pletinas: h_p/h_s (mm) 0.406/0.203
• Dimensiones: $c1/c2/c3$ 0.6/2.15/3.66	• Factor llenado, β : 0.51	• Número vueltas: N_p/N_s 8/13
• a 0.0172 m	• Inducción, B_p : 0.124T	
		<i>Comportamiento a 5 kW y τ_{amb} 50 °C:</i>
		P_e 4.44 W
		P_w 5.97 W
		P_t 10.41 W
		R_{th} 4.47 K/W
	$\Delta\tau_{max}$ 45 °C	

Tabla 8.6. Características del prototipo de transformador con máximo intercalado de los devanados de pletina construido en este trabajo.

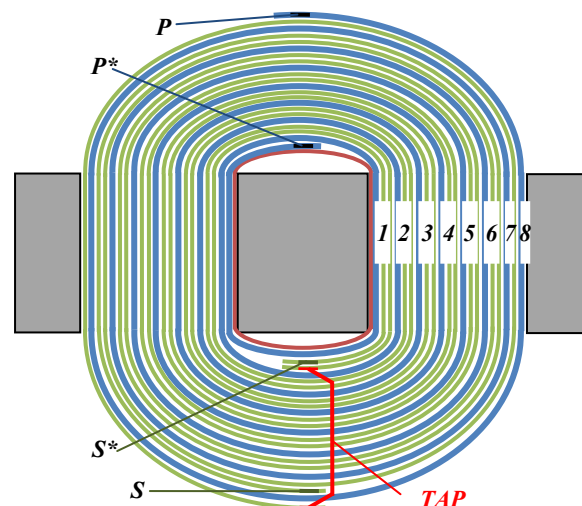


Fig. 8.8. Sección longitudinal del transformador en la que se aprecia el intercalado de los devanados primario (azul) y secundario (verde).

A continuación, se describe el proceso de construcción del transformador en el que se implementa la técnica de máximo intercalado de los devanados desarrollada en el apartado 4.6.3 del capítulo 4. En la Fig. 8.8 se muestra la sección longitudinal del transformador en la que la anchura de ventana se ha representado a escala 2:1 y se ha dibujado un solo núcleo. En primer lugar, como se tiene una relación de transformación $1/n$ de 1.6, se deben tomar una única pletina de primario y dos de secundario ($m=2$). Para ello, como se indica en la Fig. 8.9(a), se cortan tres conductores, uno con el espesor de primario igual a 0.406 mm y una longitud igual a 8 veces la longitud media de vuelta del núcleo MLT_c , y las dos pletinas de secundario con un espesor de 0.203 mm y longitudes igual a 7 veces MLT_c . Como se muestra en la Fig. 8.8, el terminal P^* se suelda al comienzo del conductor de primario, el terminal S^* se suelda al comienzo del primer conductor de secundario, y el terminal necesario para conectar en serie los dos conductores de secundario (realizar el puenteo o *tap*) se suelda al comienzo del segundo conductor de secundario. Cada uno de los conductores es aislado respecto del resto por medio de cinta adhesiva TECROLL formada por una capa de polyester y un adhesivo sintético. Al ser la parte decimal de $1/n$ mayor a 0.5, se coloca en el interior el conductor de primario y se bobinan las tres pletinas de forma simultánea hasta dar 6 vueltas completas (ecuación (4.84), $z=floor(13/2)=6$). En la Fig. 8.9(b) se muestra el proceso de bobinado en el que se introduce un termopar de tipo K en la parte más interna del bobinado para medir la temperatura interior del transformador.

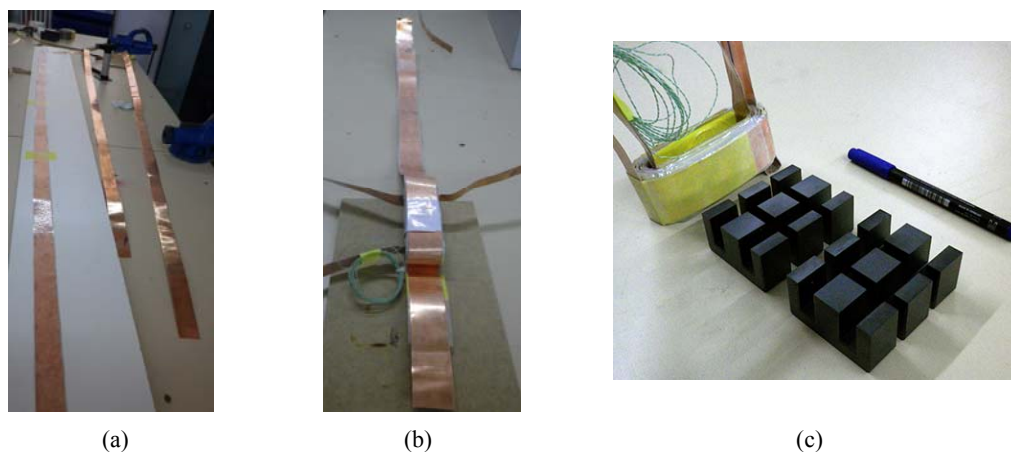


Fig. 8.9. Proceso de construcción del transformador: (a) conductores de primario y de secundario antes del bobinado, (b) bobinado de los conductores y puenteo, y (c) devanados y núcleo del transformador sin ensamblar.

En segundo lugar, como m' es inferior a 1 (ecuación (4.85), $m'=(13-6\cdot 2)/(8-6)$), se corta el conductor más exterior del devanados secundario y se suelda el terminal S a su final, es decir, se toma $m'=1$ y el número de conductores a cortar $m-m'=1$. Posteriormente, se da una vuelta más con la pletina de primario y la restante de secundario. Una vez en este punto, el conductor

soldado inicialmente al principio de la segunda pletina de secundario (conductor para realizar el puenteo o *tap*) se suelda al final de la pletina de secundario restante (final de la séptima vuelta de la primera pletina de secundario). Este puenteo o *tap* conecta el final de la primera pletina de secundario al principio de la segunda pletina de secundario. En consecuencia, se tienen 13 vueltas para el secundario (6 de la segunda pletina con 7 de la primera) y 7 vueltas de primario. Para alcanzar las 8 vueltas de primario se debe dar una vuelta adicional con su pletina. Como se muestra en la Fig. 8.9(c), en este momento se está en disposición de ensamblar el transformador. Se tienen por un lado los seis núcleos E de ferrita tipo R y, por otro, los devanados ya bobinados. Finalmente, se procede a apilar tres núcleos E, insertar el bobinado en la ventana y cerrar los otros tres núcleos E alrededor del devanado hasta que las secciones de los núcleos opuestos entran en contacto (un núcleo doble E se cierra sobre el otro). De esta forma, se obtiene el prototipo del transformador mostrado en la Fig. 8.10. Este prototipo, gracias a la técnica de máximo intercalado, consigue un intercalado completo por medio de un único *tap*, mientras que si se hubiera construido con la técnica de intercalado convencional hubieran sido necesarios 13 *taps*.

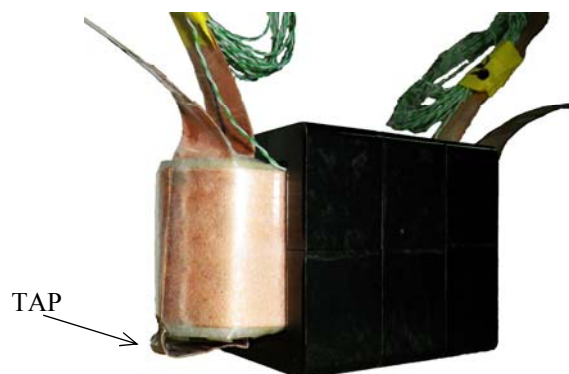


Fig. 8.10. Prototipo del transformador con máximo intercalado construido en este trabajo en el que se aprecia el detalle del único *tap* necesario.

Una vez construido el prototipo, se procedió a su validación experimental en la bancada de ensayos mostrada en la Fig. 8.11. El transformador se colocó dentro de una cámara climática para reproducir las peores condiciones de trabajo, es decir, una temperatura ambiente de 50 °C. El transformador se conectó a la etapa intermedia del convertidor fotovoltaico de la Fig. 8.1. Las formas de onda de la tensión de secundario y la corriente de primario obtenidas en el ensayo a potencia nominal se muestran en la Fig. 8.12.

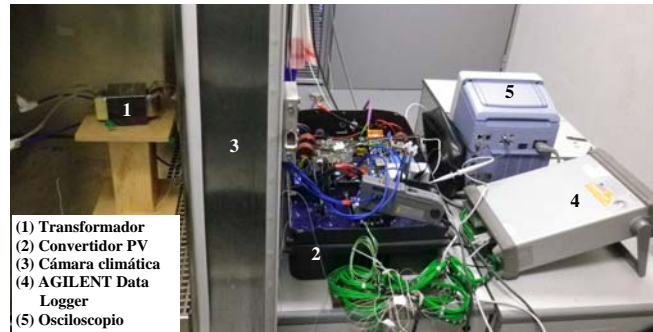


Fig. 8.11. Bancada de ensayos del prototipo de transformador con máximo intercalado.

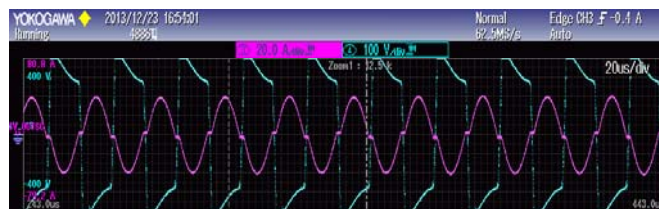


Fig. 8.12. Formas de onda de corriente de primario (rosa) y de tensión de secundario (azul).

Se realizó un único ensayo en carga en el que se monitorizó la temperatura en el interior del transformador en el punto de temperatura más alta ($\tau_{hot-spot}$) y la temperatura ambiente τ_{amb} dentro de la cámara climática que, como se indica en la Fig. 8.13, se mantuvo a 50 °C durante todo el ensayo. Se considera la temperatura estabilizada cuando se produce una variación inferior a 0.5 °C durante al menos 30 minutos. De esta forma se anotaron las temperaturas de trabajo estables para cada punto de carga. La evolución de la temperatura durante la duración de este ensayo queda recogida por la curva roja en la Fig. 8.13.

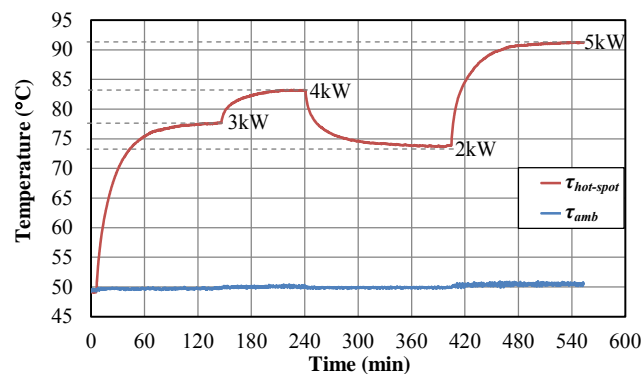


Fig. 8.13. Evolución de la temperatura del punto de mayor temperatura del transformador $\tau_{hot-spot}$ (rojo) y de la temperatura ambiente τ_{amb} (azul) en el ensayo en carga.

Por último, se aplica el modelo completo del transformador para estimar la temperatura de funcionamiento en estado estacionario $\tau_{hot-spot,e}$ a las diferentes potencias de trabajo P por medio de un proceso iterativo equivalente al realizado en el caso del transformador con devanados de cable de litz pero considerando la expresión de las pérdidas en los devanados para los devanados de pletina con máximo intercalado en (4.89). Las temperaturas de trabajo del punto de máxima temperatura del transformador estimadas y medidas se comparan en la tabla 8.7 para los distintos puntos de trabajo, en esta tabla también se incluye el valor del error relativo $error$. Se puede concluir las temperaturas estimadas y medidas están en buena concordancia. Al igual que en los resultados experimentales para el cable de litz, el modelo térmico empírico ofrece buenos resultados incluso saltos térmicos distintos al salto térmico para el que ha sido definido. En la tabla 8.7, se observa que el error es siempre negativo, lo que significa la temperatura se sobreestima en todos los casos. El error relativo máximo con un valor del 4% se da a potencia nominal. Se puede concluir que ha quedado validado y demostrado el satisfactorio funcionamiento de los modelos seleccionados, la metodología de diseño propuesta y la técnica de máximo intercalado. Gracias al trabajo realizado es posible alcanzar diseños óptimos en términos de densidad de potencia y eficiencia.

P (W)	ESTIMADA $\tau_{hot-spot,e}$ (°C)	MEDIDA $\tau_{hot-spot}$ (°C)	error (%)
1000	72.8	71.8	-1.4
2000	75.3	73.9	-1.9
3000	79.6	77.7	-2.4
4000	85.9	83.2	-3.2
5000	94.9	91.3	-4.0

Tabla 8.7. Comparativa de los valores de temperatura estimados y los medidos en función del punto de trabajo.

Analizando los resultados obtenidos desde un punto de vista crítico, se tiene que la metodología de diseño propuesta conduce a un sobredimensionado del diseño dado que en lugar de los 100 °C establecidos en las especificaciones de partida a potencia nominal en el prototipo final se alcanzan 91.3 °C. El mayor error lo introduce la realidad del mercado de núcleos magnéticos cuando se adapta la forma de núcleo óptima obtenida en el proceso de diseño a las formas estandarizadas disponibles a un bajo coste. Este error se elimina en casos en los que se tienen grandes cantidades de producción en los que la fabricación se puede realizar *ad hoc* a un coste aceptable. El resto de errores que son los mostrados en la tabla 8.7 se deben al modelado analítico del problema de diseño y en este trabajo se consideran completamente asumible. Para refinar el diseño en este sentido se requiere el uso de modelos cuya ganancia en precisión es mínima si se tiene en cuenta su dificultad y coste de aplicación

que imposibilita el análisis global del problema de diseño. Por todo ello, en este trabajo se defiende la metodología de diseño propuesta la mejor opción para realizar el diseño de transformadores de potencia y alta frecuencia.

8.3 Ejemplo de Diseño 2: Convertidor Forward

8.3.1 Especificaciones de partida

En este apartado se realiza el diseño de un transformador para su utilización en una fuente conmutada de alimentación (SMPS) por medio de la metodología de diseño propuesta en esta tesis. En concreto, se ha elegido un convertidor forward como el mostrado en la Fig. 8.14 por presentar unas características fuertemente diferenciadas de las del ejemplo anterior. La principal diferencia radica en las características de las tensiones y corrientes que presentan valores bajos y formas de onda con un alto contenido en armónicos. Además de ejemplificar y facilitar la implementación de la metodología de diseño, con este ejemplo se pretende demostrar su versatilidad e ilustrar su utilización cuando se emplean devanados de cable circular sólido. Además, este ejemplo permite repasar y asimilar los conceptos desarrollados hasta el momento y apreciar la flexibilidad del modelado realizado. Este tipo de cable es utilizado habitualmente en aplicaciones con potencias bajas debido a su bajo coste [HUR 13].

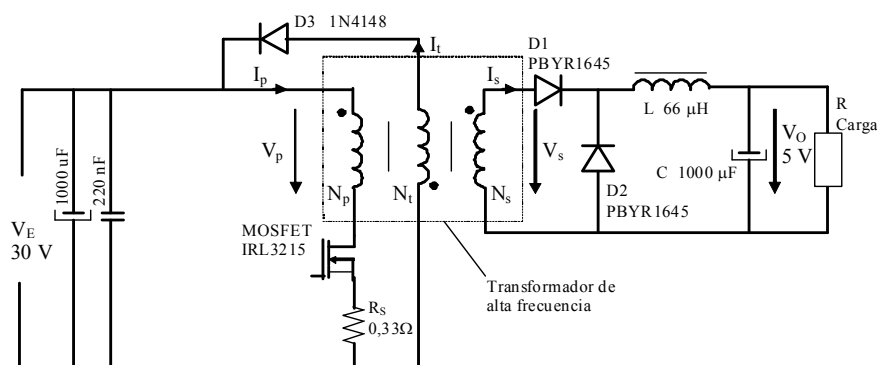


Fig. 8.14. Esquema del convertidor forward.

El convertidor forward mostrado en la Fig. 8.14 se comporta como un convertidor DC/DC reductor con aislamiento galvánico entre carga y fuente. En este caso se tiene una tensión de entrada constante de 30 V y una carga variable a la salida. La tensión de salida deseada debe ser constante y tener un valor de 5 V independientemente de la carga a la que alimenta. Este convertidor emplea un control de la tensión de salida y otro de la corriente en la inductancia siguiendo la filosofía de control en cascada. El lazo de control de tensión emplea un

controlador PI que actuando sobre el error genera la referencia para el lazo de control de corriente en la inductancia. Esta referencia es comparada con la corriente real instantánea medida en la resistencia R_s y adecuadamente escalada y filtrada. A partir de esta comparación se realiza un control por pico de corriente (*peak current control*) a frecuencia constante para generar de forma directa la señal de disparo del MOSFET. En consecuencia, el ciclo de trabajo queda limitado a un valor máximo de 0.5 para asegurar un funcionamiento estable del convertidor [SEG 11]. El control del convertidor se realiza empleando el controlador integrado UC2844 de Texas Instruments especialmente preparado para convertidores del tipo forward que incluye diversas funciones programables y una limitación del ciclo de trabajo máximo del 50%.

El transformador para el convertidor forward requiere del uso de un tercer devanado para la desmagnetización del núcleo. Esto es debido a que por medio de la conmutación solo se pueden aplicar valores de tensión igual a la tensión de entrada (positiva) o a cero. El tercer devanado permite la aplicación de una tensión negativa igual a N_p/N_t veces la tensión de entrada V_e cuando el MOSFET se encuentra en corte. De esta forma, se fuerza la desmagnetización del núcleo y se permite la circulación de la corriente de magnetización i_m decreciente por el devanado terciario. Las formas de onda de la tensión de primario, la inducción magnética en el núcleo, y de las corrientes de primario y secundario se muestran en la Fig 8.15.

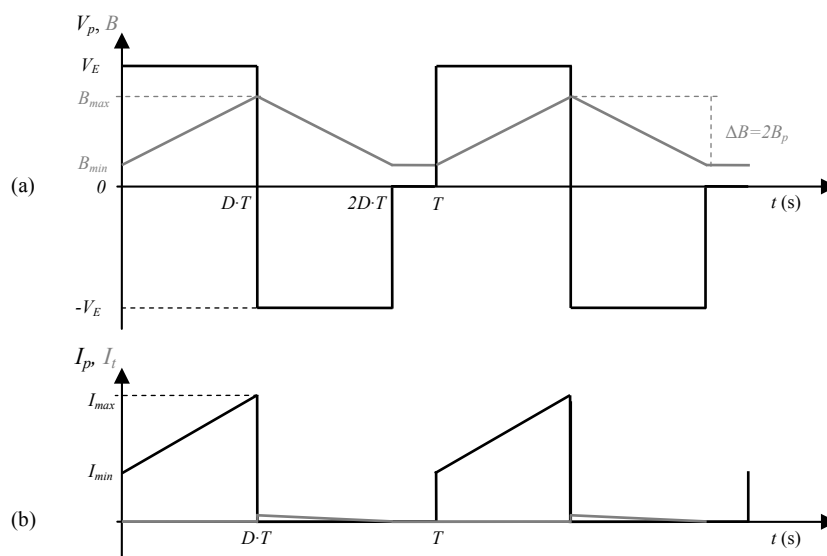


Fig. 8.15. Formas de onda de: (a) la tensión de primario (negro) y la inducción magnética (gris) y (b) la corriente de primario (negro) y de terciario (gris).

Las características del convertidor en régimen permanente a potencia nominal se recogen en la tabla 8.8. El rizado máximo en la corriente se da para un ciclo de trabajo de 0.5. Sin embargo, este ciclo de trabajo no se alcanza debido a la introducción de un tiempo muerto que asegura la correcta conmutación del MOSFET. El ciclo de trabajo en funcionamiento nominal es de 0.37. Aunque es cierto que en régimen transitorio se pueden alcanzar ciclos de trabajo superiores al nominal (que conlleven un mayor rizado de la corriente), desde el punto de vista del diseño del transformador se deben considerar las peores condiciones de trabajo en régimen permanente. La razón es que la dinámica térmica es lenta en relación a la duración de los transitorios propios de las variables eléctricas. Por lo tanto, en el diseño del transformador se deben considerar las formas de onda correspondientes al funcionamiento nominal con un ciclo de trabajo de 0.37. Para evaluar las pérdidas en los devanados se debe conocer el espectro frecuencial de la corriente para las condiciones nominales de operación. En la tabla 8.9 se recogen las amplitudes de los armónicos de la corriente hasta el armónico 20. Como se muestra en la Fig. 8.16, la corriente en los devanados en el convertidor forward tiene un alto contenido en armónicos.

Entrada (tensión V_E y potencia S)	30 V / 30 W
Salida (tensión V_O y corriente I_O)	5 V / 5 A
Frecuencia, f	50000 Hz
Relación de transformación:	
primario-secundario n_{ps}	1/0.45
primario-terciario n_{pt}	1
Ciclo de trabajo nominal D_n	0.37
Ciclo de trabajo máximo D_{max}	< 0.5
Temperatura ambiente máxima	50 °C
Temperatura máxima	90 °C

Tabla 8.8. Características del convertidor forward y especificaciones de partida en el diseño.

f (kHz)	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
\hat{I}_p (A)	0.884	1.4	0.574	0.17	0.38	0.153	0.155	0.21	0.044	0.138	0.128
f (kHz)	550	600	650	700	750	800	850	900	950	1000	
\hat{I}_p (A)	0.029	0.12	0.074	0.05	0.097	0.036	0.061	0.074	0.017	0.063	

Tabla 8.9. Amplitud de los armónicos de corriente no despreciables.

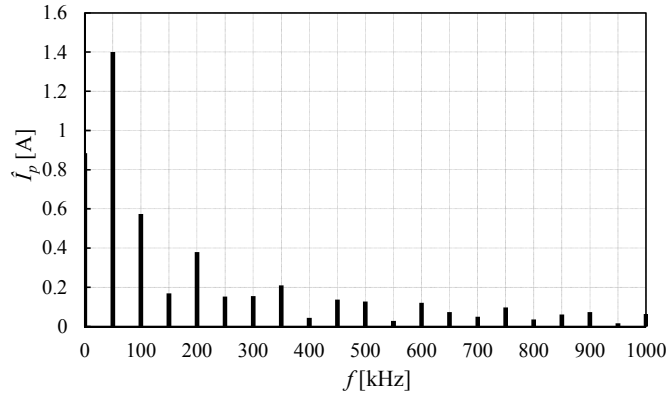


Fig. 8.16. Espectro frecuencial de la corriente hasta el armónico 20.

Una vez establecidas las especificaciones de partida para el diseño del transformador, el segundo paso consiste en particularizar las distintas expresiones utilizadas en el proceso de diseño para las condiciones de la aplicación. En primer lugar, se debe particularizar la ley de Faraday necesaria para relacionar los valores de tensión con la inducción magnética producida en el núcleo. En el diseño de transformadores, la ley de Faraday se expresa de forma genérica por medio de la ecuación (2.57). En esta expresión el coeficiente de forma k_{sh} depende de la forma de onda de la aplicación y, por lo tanto, se debe calcular. Para ello, se considera el valor medio de la tensión en el periodo de tensión positiva (de 0 a $D \cdot T$ en la Fig. 8.15(a)), es decir, en la expresión (2.45) se considera $\tau = D \cdot T$ y se obtiene:

$$\langle v \rangle = V_E = \frac{N \cdot A_e}{D \cdot T} \int_0^{DT} \frac{dB}{dt} \cdot dt = \frac{N \cdot A_e}{D \cdot T} \int_{B_{\min}}^{B_{\max}} dB = \frac{2}{D} N \cdot A_e \cdot f \cdot B_p. \quad (8.12)$$

El siguiente paso consiste en calcular el valor eficaz de la tensión:

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) \cdot dt} = V_E \sqrt{2D}. \quad (8.13)$$

Con lo que el coeficiente de forma queda:

$$k_{sh} = \frac{V_{rms} / \langle v \rangle}{4 \cdot \tau / T} = \frac{V_E \sqrt{2D} / (V_E / 2)}{4 \cdot DT / T} = \frac{1}{\sqrt{2D}}. \quad (8.14)$$

Este coeficiente se debe particularizar en el proceso de diseño para las características correspondientes al funcionamiento nominal, es decir, se debe considerar el ciclo de trabajo nominal D_n . En este caso, se tiene un valor de 1.16.

A continuación, se debe particularizar la expresión para el cálculo de las pérdidas magnéticas para la forma de onda de la inducción magnética presentada en la Fig. 8.15(a). Como se explicó en el capítulo 3, en este trabajo se emplea la ecuación modificada de Steinmetz (MSE) en (3.7). Para ello, siguiendo el planteamiento presentado en [ALB 96] para

formas de onda del tipo lineal a trozos o *piecewise linear*, el valor de la frecuencia equivalente en (3.8) se puede calcular analizando el valor de la derivada de la inducción magnética para cada uno de los K periodos en los que ésta es constante por medio de incrementos de la siguiente forma:

$$f_{eq} = \frac{2}{\Delta B^2 \cdot \pi^2} \int_0^T \left(\frac{dB}{dt} \right)^2 dt = \frac{2}{\pi^2} \sum_{k=2}^K \left(\frac{B_k - B_{k-1}}{B_{\max} - B_{\min}} \right)^2 \cdot \frac{1}{t_k - t_{k-1}}. \quad (8.15)$$

Aplicando esta expresión a un periodo de la forma de onda de B mostrada en la Fig. 8.15(a) se obtiene:

$$f_{eq} = \frac{2}{\pi^2} \left(\frac{(B_{\max} - B_{\min})^2}{(B_{\max} - B_{\min})^2} \cdot \frac{1}{DT} + \frac{(B_{\min} - B_{\max})^2}{(B_{\max} - B_{\min})^2} \cdot \frac{1}{2DT - DT} + \frac{(B_{\min} - B_{\min})^2}{(B_{\max} - B_{\min})^2} \cdot \frac{1}{T - 2DT} \right) = \frac{4}{\pi^2} \cdot \frac{1}{DT}. \quad (8.16)$$

Incluyendo ahora la parametrización del núcleo realizada en el apartado 3.5 del capítulo 3 se llega a la siguiente expresión para las pérdidas magnéticas:

$$P_C = C_m \cdot f \cdot \left(\frac{4 \cdot f}{\pi^2 D} \right)^{x-1} \cdot B_p^y \cdot a^3 \cdot v_c \cdot (c_{T2} \cdot \tau^2 - c_{T1} \cdot \tau + c_{T0}). \quad (8.17)$$

Esta expresión es la misma que la obtenida en (3.9) si se considera un coeficiente k_{mag} igual a:

$$k_{mag} = \left(\frac{4}{\pi^2 D} \right)^{x-1}. \quad (8.18)$$

En cuanto a las pérdidas en los devanados, el alto contenido en armónicos de la corriente dificulta la implementación de la metodología de diseño debido a que la evaluación de la expresión para las pérdidas en los devanados es excesivamente compleja. Para tratar estos casos, en la literatura, en concreto en [SUL 99], se emplea el concepto de frecuencia equivalente. A continuación, se realiza un desarrollo basado en este concepto para facilitar la evaluación de las pérdidas en los devanados y su integración en la metodología de diseño. El devanado terciario únicamente conduce la corriente de magnetización durante el periodo en el que el MOSFET está en corte y, por lo tanto, las pérdidas en el terciario se pueden considerar despreciables [HUR 13]. Sin embargo, la presencia del devanado terciario sí se debe considerar en la evaluación del límite geométrico dado que el área que ocupa no es despreciable. En aplicaciones de baja potencia es habitual emplear cable circular macizo debido a su bajo coste y a que la corriente por los devanados es relativamente baja.

Para calcular las pérdidas en el cobre se parte de la expresión para el cálculo de pérdidas en dos devanados de cable circular macizo completamente intercalados en (4.104) evaluada para cada uno de los armónicos de corriente. Reagrupando los términos en (4.104) para

expresar las pérdidas debidas al armónico j en función únicamente del valor de su corriente eficaz $I_{p,j,rms}$ y de su frecuencia $f_{i,j}$ se tiene:

$$P_{W,R} = G_1 \cdot I_{p,j,rms}^2 + G_2 \cdot I_{p,j,rms}^2 \cdot f_{i,j}^2 \quad (8.19)$$

donde los coeficientes G_1 y G_2 no dependen del armónico considerado y se pueden obtener por identificación igualando esta expresión con la expresión (4.104). Basándose en la ecuación anterior, las pérdidas totales $P_{WT,R}$ debidas a la componente continua I_{DC} y a los armónicos de corriente quedan:

$$P_{WT,R} = \sum_{j=0}^{\infty} (G_1 \cdot I_{p,j,rms}^2 + G_2 \cdot I_{p,j,rms}^2 \cdot f_{i,j}^2) = G_1 \left(I_{DC}^2 + \sum_{j=1}^{\infty} I_{p,j,rms}^2 \right) + G_2 \sum_{j=0}^{\infty} (I_{p,j,rms}^2 \cdot f_{i,j}^2). \quad (8.20)$$

Si se introduce el concepto de frecuencia efectiva acuñado por Sullivan en [SUL 99], se obtiene la siguiente expresión:

$$P_{WT,R} = I_{tot,rms}^2 (G_1 + G_2 \cdot \omega_{eff}^2). \quad (8.21)$$

donde $I_{tot,rms}$ es el valor eficaz de la forma de onda de corriente y ω_{eff} es la frecuencia eficaz. Ambos se pueden calcular como:

$$I_{tot,rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) \cdot dt} = \sqrt{I_{DC}^2 + \sum_{j=1}^{\infty} I_{p,j,rms}^2}, \quad (8.22)$$

$$\omega_{eff} = \sqrt{\frac{\sum_{j=0}^{\infty} (I_{p,j,rms}^2 \cdot f_{i,j}^2)}{I_{tot,rms}^2}}. \quad (8.23)$$

La validez de la expresión (8.21) dependerá de la validez de la aproximación realizada inicialmente para su obtención en el apartado 4.4 del capítulo 4. Se cometerán errores de sobreestimación de pérdidas si se emplea para radios de cable R_p y R_s superiores a la profundidad pelicular δ . Por lo tanto, es recomendable realizar la comprobación una vez realizado el diseño por medio de la ecuación con mayor precisión disponible que, en este caso, es (4.43), (4.48) y (4.49). En esta tesis se defiende la idea de que es preferible considerar los efectos de alta frecuencia aunque sea por medio de su expresión aproximada a ignorarlos y realizar una comprobación a posteriori, opción elegida por el resto de métodos de diseño. En el siguiente apartado se reflexiona sobre este tema por medio de un ejemplo de diseño.

Aplicando la expresión (8.22) a la forma de onda mostrada en la Fig. 8.15(b), se obtiene la siguiente expresión para el valor eficaz de la corriente:

$$I_{tot,rms} = \sqrt{\frac{D}{3} (I_{max}^2 + I_{min}^2 + I_{max} \cdot I_{min})}. \quad (8.24)$$

En el ejemplo de diseño se tiene un valor eficaz de la corriente de primario de 1.49 A, y una frecuencia eficaz de aproximadamente $115 \cdot 10^3$ Hz.

Por último, antes de realizar el diseño, se debe particularizar el límite geométrico en (7.9) para el caso del convertidor forward en el que se tienen tres devanados. Por las especificaciones de partida se sabe que el número de vueltas del devanado terciario es igual al del primario. Si además se considera un radio de cable de terciario incluyendo el aislamiento $R_{t,tot}$ de 0.1 mm (valor pequeño pero lo suficientemente grande para que sea manejable), el límite geométrico para el convertidor forward queda:

$$\frac{K_5}{B_p \cdot a^2} \left((e_3 \cdot R_p + e_4)^2 + \frac{(e_3 \cdot R_s + e_4)^2}{n} + R_{t,tot}^2 \right) - K_6 \cdot a^2 \leq 0 \quad (8.25)$$

8.3.2 Implementación de la metodología de diseño y comparativa

Una vez particularizadas las ecuaciones utilizadas por la metodología de diseño para las condiciones propias del convertidor forward bajo estudio, se está en disposición de realizar el diseño del transformador. Para ello, se programa un código de cálculo en MATLAB que sigue el proceso de diseño de la metodología analítica propuesta esquematizado en la Fig. 7.9. Las especificaciones de partida se muestran en la tabla 8.8. Además, se consideran tres materiales magnéticos diferentes dado que son los que menores pérdidas presentan. En concreto, se considera la ferrita tipo R de Magnetics, la ferrita 3C94 de Ferroxcube y el material nanocristalino Finemet FT-3M de Hitachi. No se considera la ferrita N87 de EPCOS debido a que en el apartado anterior no se pudo conseguir para la construcción del transformador con devanados de pletina. Por último, los rangos considerados para los coeficientes de forma son para $c1$ de 0.1 a 3, para $c2$ de 0.5 a 3.5 y para $c3$ de 1 a 6. A continuación, para combinación entre materiales magnéticos y valores de los coeficientes de forma se resuelve el problema de diseño presentado en (7.25) respecto de las variables de diseño que en este caso son: el factor dimensional a , la amplitud de la inducción magnética B_p , y los radios de primario y secundario R_p y R_s , respectivamente. Finalmente, se selecciona el diseño de menor volumen equivalente cuyas características se muestran en la tabla 8.11. En la tabla se muestran los datos del diseño y sus características cuando se trabaja a potencia nominal P_n y a la máxima temperatura ambiente de 50 °C.

El material magnético óptimo es la ferrita tipo R de Magnetics. Como indican los coeficientes de forma en la Tabla 8.11, el núcleo que consigue el mínimo volumen equivalente es un núcleo profundo con una ventana estrecha y de área pequeña. La ventana se llena completamente de cobre como indica el factor de llenado (β). El transformador tiene una densidad de potencia de 22.1 W/cm³ si se considera el volumen equivalente V_e definido en el capítulo 3. Este volumen es el del cubo de menores dimensiones que encierra completamente el transformador incluyendo núcleo y unos devanados que rellenan completamente la ventana del núcleo. Sin embargo, en los transformadores de baja potencia tradicionales se tiene que los devanados no rellenan de forma completa la ventana del núcleo, por lo que considerar

únicamente la densidad de potencia equivalente s_e puede llevar a una idea errónea sobre el volumen real del transformador. En estas aplicaciones se define la densidad de potencia del núcleo s_c que considera el volumen equivalente del núcleo, más adecuada para representar el volumen real del transformador. En este caso se tiene una densidad de potencia del núcleo de 22.86 W/cm^3 .

El resultado del diseño en términos de pérdidas indica unas pérdidas totales de 750 mW que conducen a una temperatura máxima de trabajo de $90 \text{ }^\circ\text{C}$ igual a la indicada por las especificaciones de partida. En consecuencia, se tiene un rendimiento a potencia nominal y temperatura ambiente máxima de 97.51%. Sin embargo, como se ha explicado a lo largo de este trabajo, los efectos de alta frecuencia en los devanados, es decir, las pérdidas en los devanados, han sido evaluadas por medio de una expresión aproximada. Cuando se tiene un alto contenido en armónicos para los que el radio del cable es mayor a la profundidad pelicular del armónico, es necesario evaluar la bondad de la aproximación y su impacto sobre el diseño final. Para ello, se realiza el cálculo *exacto* de las pérdidas por medio de la expresión presentada en (4.43), (4.48) y (4.49). Así, en la columna de las pérdidas en la Tabla 8.11 se distinguen, a su vez, dos columnas, una para las pérdidas estimadas en el proceso de diseño por medio de la expresión aproximada y otra para las pérdidas evaluadas por medio de la expresión exacta. La modificación de las pérdidas en los devanados conlleva una modificación de la temperatura y, en consecuencia, una modificación de las pérdidas en el núcleo. Por medio de un proceso iterativo se obtienen las pérdidas reales en estado estacionario y la temperatura de trabajo.

De los resultados incluidos en la tabla, es fácil que la ecuación aproximada para las pérdidas en devanados de cable circular sobreestima las pérdidas para los armónicos j que cumplen $R > \delta_j$. Este es el resultado esperado, debido a que las pérdidas en los devanados son menores a las estimadas se tiene una menor temperatura de trabajo y, en consecuencia, las pérdidas en el material magnético tipo R aumentan ligeramente. La situación estable se da a una temperatura de $86 \text{ }^\circ\text{C}$ para unas pérdidas totales de 674 mW. En consecuencia, se tiene un rendimiento real a potencia nominal y temperatura máxima de trabajo del 97.75%.

Como se observa en la tabla 8.11, la inducción magnética óptima que minimiza el volumen equivalente del transformador hace que se trabaje a una inducción superior a la de saturación B_{sat} que, para esta ferrita tipo R, se encuentra alrededor de los 0.36 T a una temperatura máxima de trabajo de $90 \text{ }^\circ\text{C}$ ($B_{max} = 2 \cdot B_p = 0.443 > B_{sat} \approx 0.36 \text{ T}$). Por lo tanto, se debe volver a realizar el diseño limitando el valor máximo de la inducción magnética a 0.18 T. Para ello, es suficiente con introducir este límite en el vector `ub` de entrada a la función `fmincon()`. Los datos y las características del diseño de menor volumen limitado por la inducción de saturación (MIN_VOL_SAT) se muestran en la tabla 8.12 bajo el nombre de `diseño1`. En este caso, el material magnético óptimo sigue siendo la ferrita tipo R y se han aumentado

ligeramente la sección transversal del núcleo y el número de vueltas para reducir la inducción magnética.

Datos del Diseño MIN volumen	Características a 50°C y Pn
a: 0.0046 m	beta: 0.7538
c1: 0.2000	se/sc (W/cm ³): 22.1/22.86
c2: 0.7500	Est./Real
c3: 3	Pc(W): 0.25/0.264
Bp: 0.2217 T	Pw(W): 0.49/0.41
Rp: 1.86e-004 m	Pt(W): 0.75/0.674
Rs: 2.33e-004 m	Rth(K/W): 53.55
Np/Nt: 8	Tmax(°C): 90.00/86.10
Ns: 3.6	rend: 97.51/97.75

Tabla 8.11. Datos y características para el diseño teórico de mínimo volumen.

Por último, resulta interesante la situación que ocupa la metodología de diseño propuesta con respecto a los métodos de diseño tradicionales. Para ello, a continuación se realiza una comparativa entre el diseño propuesto y el obtenido por medio de un método de diseño que representa el estado del arte en el diseño de transformadores de baja potencia (< 1 kW) y alta frecuencia empleados tradicionalmente en fuentes de alimentación conmutadas (SMPS). El método de diseño seleccionado para la comparativa es el desarrollado por *Hurley* et al. en [HUR 13]. El método de *Hurley* se aplica al convertidor forward bajo estudio de la forma indicada en [HUR 13] y las características del diseño obtenido (Diseño2) se presentan junto a las del diseño propuesto en este trabajo (MIN_VOL_SAT) en la tabla 8.12.

Si se comparan las densidades de potencia equivalentes s_e obtenidas por medio de los dos métodos, se aprecia que la obtenida con el método propuesto es prácticamente 4 veces mayor a la obtenida por medio del método del estado del arte. Sin embargo, y como se muestra en la tabla, la ventana del núcleo está prácticamente vacía con el método tradicional debido a que no se han optimizado las proporciones del núcleo. Por lo tanto, es conveniente utilizar la densidad de potencia del núcleo para formar una idea más realista de la comparación de los tamaños de los transformadores. Aún así, se tiene que la densidad de potencia equivalente del núcleo s_c para el diseño propuesto es 1.73 veces la obtenida por medio del método del estado del arte. Para facilitar la comparación se incluyen los dibujos de los núcleos de ambos diseños a tamaño real. Se puede concluir que, en este ejemplo de diseño, la metodología de diseño propuesta conduce a un aumento de la densidad de potencia real comprendido entre un mínimo del 73 % y un máximo del 300 %.

Por otro lado, resulta interesante evaluar los rendimientos conseguidos con los distintos métodos. El diseño obtenido por el método de *Hurley* presenta un rendimiento del 99.17 %, 1.26 puntos por encima del conseguido por el diseño de mínimo volumen. El bajo rendimiento del 97.9 % que conlleva el mínimo volumen en este caso, y en general en las aplicaciones de poca potencia (<500W), conduce a pensar que el diseño alcanzado por la metodología de diseño propuesta no es el diseño óptimo. Esto no quiere decir que la metodología pierda su validez, sino que es conveniente repasar el concepto de óptimo presentado en el capítulo 7 al que responden los diseños obtenidos por medio de la metodología. Siendo conscientes de esta limitación, en el capítulo 9 se proponen unos rangos en términos de potencia y frecuencia dentro de los cuales se defiende la validez del concepto de óptimo propuesto en el capítulo 7. Además, en el capítulo 9 se proponen ideas para definir nuevos conceptos de óptimo adecuados fuera de los rangos considerados en este trabajo.

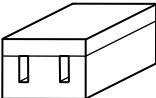
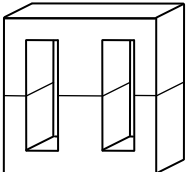
		Diseño1 MIN_VOL_SAT	Diseño2 [HUR 13]
Datos Diseño	a (mm) :	4.4	5.9
	c1/c2/c3 :	0.25/0.75/3.5	0.7/2.47/1
	Bp (T) :	0.18	0.124
	Rp/Rs (mm) :	0.186/0.233	0.38/0.56
	Np/Ns :	9.2/4.15	8.6/3.87
	beta :	0.75	0.2
	se (W/cm ³) :	20.52	5.16
	sc (W/cm ³) :	20.64	11.9
Características (50°C y Pn)		Est./Real	Est./Real
	Pc (W) :	0.147/0.156	0.066/0.087
	Pw (W) :	0.618/0.472	0.076/0.162
	Pt (W) :	0.766/0.628	0.14/0.25
	Rth(K/W) :	52.24	44.60
	Tmax(°C) :	90.00/82.8	56.3/61.15
	rend :	97.44/97.91	99.5/99.17
Dibujo del núcleo a tamaño real:			

Tabla 8.12. Comparativa entre el diseño propuesto (MIN_VOL_SAT) y un diseño realizado por medio del método propuesto en [HUR 13] representativo del estado del arte (Diseño2).

Por último, se comparan distintos aspectos del diseño que sirven para evaluar las cualidades de las dos metodologías de diseño:

- *Efectos de alta frecuencia.* Al igual que en el caso del diseño teórico de mínimo volumen presentado en la tabla 8.11, en la tabla 8.12 se presentan las pérdidas estimadas en el proceso de diseño (columna Est.) y las calculadas posteriormente por medio de la expresión de mayor precisión (columna Real). En la metodología propuesta, se tienen en cuenta los efectos de alta frecuencia por medio de la expresión aproximada. Esto conlleva una ligera sobreestimación de las pérdidas para la forma de onda considerada y, en consecuencia, una ligera sobreestimación del diseño final que siempre será factible. Sin embargo, en el método propuesto en [HUR 13] el incremento de pérdidas debido a los efectos de alta frecuencia no se tiene en cuenta en el proceso de diseño y únicamente se realiza una comprobación a posteriori que, en caso de resultar negativa, desemboca en una nueva iteración. La comprobación se realiza únicamente para la componente fundamental de la corriente (no para todos los armónicos) y en ésta solo se tiene en cuenta el efecto pelicular por medio de una expresión aproximada. En consecuencia, para el ejemplo estudiado en el que el contenido en armónicos es elevado, en el Diseño2 las pérdidas reales en los devanados son más de dos veces superiores a las consideradas en el proceso de diseño. En este caso, el efecto de proximidad es despreciable debido al bajo número de vueltas y al intercalado entre primario y secundario. Sin embargo, esta diferencia podría ser todavía mayor en otras aplicaciones. A diferencia de la metodología propuesta, se subestiman las pérdidas en los devanados, con lo que el diseño final tiende a ser no factible. La única razón por la que el diseño continúa siendo factible es porque inicialmente, como consecuencia del proceso de diseño, el transformador había sido altamente sobredimensionado.
- *Temperatura.* El método utilizado en [HUR 13], como la mayoría de los métodos convencionales, no considera la dependencia de las pérdidas con la temperatura en el proceso de diseño. Cuando se emplean ferritas para formar el núcleo ignorar la dependencia térmica de las pérdidas puede conducir a cometer errores importantes en su estimación. En el Diseño2 considerado se tiene que las pérdidas en el núcleo son superiores en un 30 % a las consideradas en el proceso de diseño.
- *Iteración.* El método utilizado en [HUR 13] se basa en un proceso iterativo en el que las distintas características del transformador se establecen de forma secuencial considerando únicamente dependencias a nivel local entre los parámetros de diseño. Este método se basa en un proceso de prueba y error entre las geometrías comerciales de los núcleos, imposibilitando la localización de la geometría óptima del transformador. Las consecuencias de todo esto son que el diseñador se encuentra perdido en el proceso de diseño debido a que desconoce la verdadera naturaleza del problema y que los diseños obtenidos son diseños factibles pero no óptimos. Aplicado al ejemplo de diseño, esto

quiere decir que existe un diseño con la misma eficiencia que el `Diseño2` y con un menor volumen y, viceversa, un diseño con el mismo volumen y mayor eficiencia.

- *Reglas de oro.* En el proceso de diseño en [HUR 13] se establecen los valores de algunos coeficientes de antemano. Algunos de estos coeficientes dependen de forma directa de las variables de diseño como puede ser el factor de llenado (k_u en [HUR 13]) y otros son variables de diseño por sí mismos pero en [HUR 13] no son considerados como tal. Un ejemplo de estos últimos son los coeficientes que representan la geometría del núcleo (k_a , k_c y k_w en [HUR 13]).
- *Coste.* El método en [HUR 13] se basa en los núcleos estandarizados disponibles a nivel comercial, por lo que conduce a diseños de bajo coste. En los diseños obtenidos con la metodología propuesta en este trabajo existen dos opciones a la hora de construir el transformador. Por un lado, como se hizo en el apartado anterior, existe la posibilidad de elegir el núcleo comercial con la geometría más cercana a la geometría óptima y minimizar el coste del transformador a costa de perder en prestaciones. Por otro lado, en su lugar, se puede encargar la fabricación *ad hoc* de la geometría óptima. La elección de una u otra opción depende del compromiso deseado entre las características finales del convertidor (precio, tamaño y rendimiento).

Todas estas características han sido analizadas para el método presentado en [HUR 13] pero son extensibles al resto de métodos convencionales. Se ha elegido el método en [HUR 13] por ser considerado por el autor como el método que mejor representa el estado del arte dentro de los métodos no puramente iterativos. Todo esto hace que el correcto funcionamiento de los métodos convencionales quede limitado a la aplicación para la que han sido creados. Mientras que, como se ha demostrado en este capítulo, la metodología de diseño propuesta es segura y altamente flexible, es decir, es válida en un gran número de aplicaciones con características muy diferentes.

8.4 Conclusiones

En este capítulo se han presentado tres ejemplos de diseño considerando las tres geometrías de cable distintas utilizadas en aplicaciones de alta frecuencia. A través de estos ejemplos se han validado experimentalmente los modelos utilizados en la metodología de diseño propuesta considerando las condiciones típicas de los diseños óptimos. Con el trabajo realizado en este capítulo, no se pretende validar los modelos en todo su rango de aplicación, ni establecer los límites de las aproximaciones realizadas en el proceso de modelado de los fenómenos presentes en el funcionamiento de un transformador. Esto se debe a que en esta tesis los modelos son herramientas que permiten analizar el problema de diseño de transformadores de

alta frecuencia y forman la base de la metodología de diseño óptima propuesta principal objetivo de esta tesis.

En este capítulo se han obtenido diseños que cumplen con el concepto de óptimo desarrollado en el capítulo 7 y se han demostrado sus prestaciones superiores cuando se comparan con diseños obtenidos por los métodos que forma el estado del arte del diseño de transformadores o con diseños comerciales. Además, se ha demostrado la flexibilidad de la metodología de diseño derivada del sólido análisis del problema de diseño en el que se basa. En concreto, se ha mostrado la facilidad de formular la resolución del problema de diseño cuando se introducen nuevos criterios de diseño propios de la aplicación considerada, como puede ser el ajuste de la inductancia de fugas.

Por otro lado, en este capítulo se ha construido un transformador con devanados de pletina para la aplicación fotovoltaica considerada, en el que se ha implementado la técnica de máximo intercalado propuesta en esta tesis. El prototipo ha sido validado experimentalmente y se han demostrado sus ventajas frente a los métodos de intercalado convencionales y a la alternativa de no intercalar los devanados. En concreto, se consiguen las máximas prestaciones con la mínima complejidad solo equiparable a la de un bobinado no intercalado.

Por último, a lo largo de todo el capítulo se ha demostrado la gran capacidad de análisis de problemas de diseño concretos que proporciona el uso de la metodología de diseño propuesta. En concreto, gracias a la naturaleza de esta metodología, se ha podido evaluar la bondad de las reglas de oro más generales empleadas por los métodos de diseño convencionales.

Como conclusión se considera validada la metodología de diseño propuesta en esta tesis.

Capítulo 9

Integración en el Diseño de Convertidores Electrónicos de Potencia

9.1 Introducción

Cuando un ingeniero se enfrenta al problema de diseñar un equipo de electrónica de potencia en el que se incluye un transformador de alta frecuencia es habitual que se plantee alguna de las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es la frecuencia de conmutación óptima que minimiza el volumen y el coste del equipo? ¿Cómo afecta a la eficiencia?
- ¿Es interesante realizar el equipo de forma modular? En tal caso, ¿cuál es la potencia óptima de trabajo de cada módulo que minimiza el volumen y el coste? ¿Cómo afecta a la eficiencia?
- ¿Qué material magnético y forma de núcleo se deben utilizar en el transformador?
- ¿Cómo evolucionan las características del transformador? ¿Se debe encargar un diseño cada vez que se modifica alguno de los parámetros anteriores?

Si el diseño del transformador se realiza como un post-proceso del diseño del convertidor, las preguntas anteriores no reciben respuesta y se obtiene un diseño del sistema que solo es óptimo a nivel local. Para poder integrar el problema de diseño del transformador dentro del problema de diseño del convertidor y, de esta forma, alcanzar un diseño óptimo global, se debe ser capaz de contestar a las preguntas anteriores. Para ello, es conveniente realizar un estudio de las tendencias presentes en el diseño de transformadores de alta frecuencia cuando se varían tanto la frecuencia como la potencia consideradas en las especificaciones de partida. La complejidad del problema dificulta este estudio y únicamente en un número reducido de trabajos se encuentra alguna reflexión sobre el análisis de tendencias, llamado generalmente

escalado del transformador (*transformer scaling*) [ODE 99], [SHE 06-cap.6], [FOR 07], [ORT 13].

Como se muestra en este capítulo, el estudio de las tendencias presentes en el diseño de transformadores se puede realizar de forma sencilla y flexible gracias al carácter analítico de la metodología de diseño propuesta en esta tesis. En concreto, se van a estudiar las tendencias presentes en el diseño de transformadores para la aplicación fotovoltaica considerada en el capítulo anterior. Desde el punto de vista del diseñador del convertidor electrónico, las características esenciales en el diseño de un transformador son la densidad de potencia y la eficiencia, por ser las que influyen en las características del equipo final. Por este motivo, en el primer apartado el estudio se centra en el análisis de las tendencias presentes en estos parámetros. A su vez, este análisis posibilita evaluar lo adecuado del concepto de óptimo desarrollado en el capítulo 7 y utilizado en la metodología de diseño. En consecuencia, permite acotar los rangos de aplicación de este concepto y proponer conceptos óptimos alternativos que permitan extender el uso de la metodología de diseño fuera de estos rangos.

Por último, también se estudian las tendencias presentes en los valores óptimos de las variables de diseño. Gracias a este estudio se propone un método de diseño *rápido* que permite la rápida obtención del diseño óptimo para la aplicación fotovoltaica y facilita la integración del diseño de transformadores en el proceso de diseño del conjunto del convertidor.

Con todo esto, se presenta la metodología de diseño como una herramienta útil y fácilmente integrable en el proceso de diseño de convertidores de potencia. En este capítulo se pretende demostrar la utilidad de la metodología y, principalmente, mostrar la forma en que puede ser utilizada en el diseño de convertidores por medio de un ejemplo. La consideración de un ejemplo concreto no resta generalidad a las posibilidades que ofrece la metodología, que puede ser utilizada en cualquier aplicación siguiendo el mismo procedimiento.

9.2 Tendencias en el Diseño de Transformadores de Potencia y Alta Frecuencia

9.2.1 Consideraciones de partida

Las características que se quieren estudiar son la densidad de potencia y la eficiencia del transformador, por ser las que interaccionan con el convertidor influyendo en sus características finales. Los parámetros que marcan esta interacción son la frecuencia y la potencia consideradas en las especificaciones de partida en el diseño del transformador. Las frecuencias en kHz que se van a considerar son [10 20 50 75 100 125], y las potencias en W son [100 500 2000 5000 10000 20000]. En concreto, se van a estudiar las tendencias en la aplicación fotovoltaica estudiada en el capítulo 8 con la topología mostrada en la Fig. 8.1. Las

especificaciones de partida que no se modifican en este estudio son las presentadas en el capítulo anterior. La forma de onda de la tensión es cuadrada con un valor máximo de 215 V y ciclo de trabajo 0.5. La corriente tiene la forma de un seno truncado en la que las componentes principales son la fundamental y el tercer armónico. La relación de transformación es de 1 a 1.6, la temperatura ambiente máxima es 50 °C y el salto térmico máximo permitido es de 50 °C.

Como se puede concluir del trabajo presentado en el capítulo 8, el tipo de devanado más adecuado para la aplicación fotovoltaica es el de cable de litz con intercalado completo por presentar un buen compromiso entre prestaciones y facilidad de ajuste de los elementos parásitos. A lo largo de todo el estudio se considera ventilación no forzada, y la expresión empleada para su modelado es siempre (5.21) dado que las características básicas de los fenómenos físicos que influyen en ésta no se modifican. Se consideran los cuatro materiales magnéticos suaves más adecuados para aplicaciones de potencia debido a sus bajas pérdidas: la ferrita TipoR de Magnetics, el material nanocristalino Finemet FT-3M de Hitachi, el material amorfo 2705M de Metglas, y el material policristalino Supermalloy de Magnetic Metals. Las características de los cuatro materiales se encuentran en la tabla 3.2. También se consideran los dos tipos de núcleo magnético de potencia, doble E y doble U, cuyas dimensiones características quedan recogidas en la tabla 3.3. Los rangos considerados para los coeficientes de forma son los mismos que los considerados en el Ejemplo 1 para cable de litz del capítulo 8: [0.2-2] para $c1$, [1-4] para $c2$ y [1-6] para $c3$.

9.2.2 Materiales magnéticos y tipo de núcleo

Una vez establecidas todas las características del estudio, se procede a implementar la metodología de diseño para los 36 puntos de potencia y frecuencia resultantes de la combinación de los rangos de frecuencia y potencia considerados. La primera conclusión extraída del estudio es que, para los rangos de frecuencia y potencia considerados, el núcleo de tipo doble E siempre es el óptimo. La densidad de potencia y, por lo tanto, la eficiencia del núcleo doble U se encuentra siempre por debajo. Las diferencias entre ambos tipos de núcleos se reducen cuando aumenta la potencia. Este resultado tiene lógica dado que, como se aprecia en la tabla 3.3 para unos mismos coeficientes de forma y factor dimensional, el volumen de núcleo del núcleo doble U es mayor que el del núcleo doble E. Conforme aumenta la potencia de la aplicación, las pérdidas en el núcleo pierden importancia frente a las pérdidas en los devanados, y es entonces cuando el menor volumen equivalente del núcleo doble U (tabla 3.3) puede llegar a compensar su mayor volumen de núcleo.

En segundo lugar, es interesante comparar los resultados obtenidos para los diferentes materiales magnéticos, considerando ya únicamente el tipo de núcleo óptimo (doble E). Este análisis permite establecer el material óptimo para la aplicación considerada en función de la

frecuencia y la potencia. El material Supermalloy obtiene densidades de potencia muy inferiores a las conseguidas con los otros materiales, por lo que directamente no se incluye en el siguiente análisis. En la tabla 9.1 quedan recogidas las densidades de potencia s_e [kW/dm³] para los distintos materiales magnéticos en función de la potencia y la frecuencia. En esta tabla se marca con negrita en cada caso la mayor densidad de potencia. Es sencillo ver que el material dominante es la ferrita, en este caso la Tipo R. Sin embargo, en las aplicaciones de menor potencia y frecuencia se tiene que el material óptimo es el amorfo 2705M. Por último, el material nanocristalino considerado no presenta la mayor densidad de potencia en ningún rango. Sin embargo, si se analizan los coeficientes de pérdidas en la tabla 3.2, se observa que las pérdidas en el material nanocristalino presentan una dependencia mucho menor que las ferritas con la inducción magnética ($\gamma=1.98$), y algo menor que los materiales amorfos con la frecuencia ($x=1.62$), por lo que puede intuirse que puede ser interesante para aplicaciones en las que se trabaje con mayores niveles de inducción a las frecuencias consideradas. Estas aplicaciones son habitualmente aplicaciones con ventilación forzada y, como se muestra en [SHE 08] y [ORT 13], es en éstas en las que es conveniente considerar el material nanocristalino.

Continuando con el estudio de los distintos materiales, es especialmente interesante analizar la frontera en términos de frecuencia y potencia en la que el material magnético óptimo cambia. La frontera entre la ferrita TipoR y el material amorfo 2705M se muestra gráficamente en la Fig. 9.1. En esta figura, se representan las densidades de potencia de cada uno de estos materiales en función de la frecuencia (ferrita TipoR marcada con una f y amorfo 2705M marcado con una a). Se incluyen cuatro potencias para cada material 100, 500, 2k y 10k W. En la gráfica se indican los puntos de corte entre las curvas correspondientes de cada material y, basándose en éstos, se propone la línea frontera que delimita los puntos del espacio frecuencia-potencia en los que cada material es óptimo. En los puntos que quedan a la izquierda de la línea frontera (línea negra), el material amorfo es el material óptimo, mientras que en los puntos que quedan a la derecha el material óptimo es la ferrita.

Ferrita Tipo R		Frecuencia (kHz)					
		10	20	50	75	100	125
Potencia (W)	100	10.22	15.00	24.46	30.34	35.33	39.74
	500	9.05	13.09	21.25	26.28	30.52	34.26
	2000	7.89	11.38	18.36	22.60	26.16	29.27
	5000	7.49	10.76	17.22	21.11	24.34	27.14
	10000	7.09	10.15	16.14	19.69	22.62	25.14
	20000	6.63	9.45	14.88	18.06	20.64	22.85
Nanocristalino FT-3M		Frecuencia (kHz)					
		10	20	50	75	100	125
Potencia (W)	100	16.88	19.00	23.63	25.67	27.21	28.46
	500	12.24	14.64	17.62	19.07	20.16	21.02
	2000	9.69	11.14	13.30	14.33	15.08	15.66
	5000	8.44	9.67	11.45	12.26	12.84	13.28
	10000	7.49	8.54	10.02	10.68	11.13	11.47
	20000	6.55	7.43	8.62	9.13	9.46	9.70
Amorfo 2705M		Frecuencia (kHz)					
		10	20	50	75	100	125
Potencia (W)	100	17.22	19.33	22.47	24.00	25.13	-
	500	13.32	15.30	17.70	18.84	19.67	-
	2000	11.18	12.48	14.33	15.18	15.78	-
	5000	9.83	10.94	12.45	13.12	13.58	-
	10000	8.93	9.89	11.15	11.71	12.06	-
	20000	8.00	8.82	9.86	10.26	10.51	-

Tabla 9.1. Densidad de potencia s_e en función de la potencia y la frecuencia para tres materiales magnéticos: ferrita TipoR, nanocristalino FT-3M y amorfo 2705M.

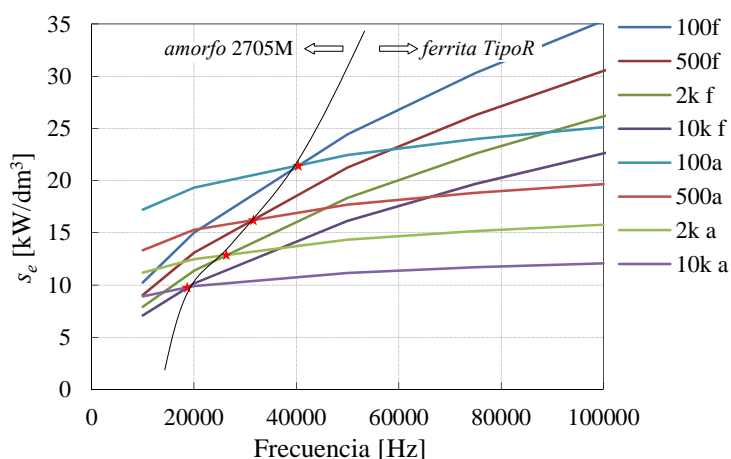


Fig. 9.1. Material magnético óptimo en el espacio frecuencia-potencia: frontera entre la ferrita TipoR y el material amorfo 2705M.

9.2.3 Densidad de potencia

A partir de este punto, en el análisis de las tendencias presentes en el diseño se considera únicamente el material magnético ferrita TipoR por ser el material óptimo en la mayoría de puntos del espacio frecuencia-potencia. El desarrollo que sigue a continuación se podría realizar para cualquiera de los materiales anteriores.

El estudio de la dependencia de la densidad de potencia con la frecuencia ha suscitado siempre un gran interés, desde el razonamiento más simple, que considera la densidad de potencia proporcional a la frecuencia, hasta los estudios más elaborados, que analizan y justifican las relaciones existentes entre densidad de potencia y frecuencia [ODE 99], [SHE 06-cap.6], [FOR 07], [ORT 13]. En este trabajo, también se considera conveniente reflexionar sobre la relación existente entre la densidad de potencia y frecuencia. Para ello, en la Fig. 9.2 se representa la dependencia de la densidad de potencia de los diseños óptimos con la frecuencia para distintas potencias en la aplicación considerada.

A primera vista se aprecia que la relación entre densidad de potencia y frecuencia no es lineal, aunque a potencias bajas y frecuencias relativamente altas (a partir de los 50 kHz) se pueda aproximar de forma lineal sin cometer errores significativos (razón por la que se considera así en algunos textos de diseño de SMPS). Como se aprecia en la Fig. 9.2, conforme se aumenta la frecuencia de trabajo aumenta la densidad de potencia, aunque el ritmo al que aumenta es cada vez menor. Esta tendencia se ha mostrado en un gran número de trabajos, algunos de ellos pueden encontrarse en [ODE 99], [SHE 06-cap.6], [FOR 07], y [ORT 13]. Aunque en la gráfica no se aprecia, en [SHE 06-cap.6] y [FOR 07] se observa que, a partir de determinada frecuencia la densidad de potencia baja, es decir, que existe una frecuencia, para la cual se maximiza la densidad de potencia. La razón física que explica la saturación de la densidad de potencia con la frecuencia y su posterior disminución no está clara. En [FOR 07] se defiende que únicamente se debe a la característica del material magnético y que para las ferritas de potencia se encuentra en torno a los 200 kHz, mientras que en [SHE 06-cap.6] se atribuye a la agudización de los efectos de alta frecuencia en los devanados. Por otro lado, en [ORT 13] se presenta una expresión para la frecuencia que ofrece la máxima densidad de potencia, denominada como frecuencia óptima, que depende tanto de la característica de pérdidas del material magnético como del dimensionado de los devanados.

La saturación presente en las curvas mostradas en la Fig. 9.2 se debe a una mezcla de la evolución de las distintas realidades presentes en el problema de diseño. En esta tesis se defiende la siguiente hipótesis. Conforme aumenta la frecuencia se obtiene un descenso en el factor dimensional óptimo (aumenta s_e), con lo que desciende la capacidad de disipación de pérdidas (aumenta la resistencia térmica R_{th}). A su vez, la reducción del factor dimensional conlleva una reducción del área disponible para los devanados y un aumento del número de vueltas necesario para conseguir un nivel de inducción determinado. En consecuencia, los

efectos de alta frecuencia, que se incrementan al aumentar la frecuencia, no pueden compensarse de la misma forma que a menores frecuencias. Se tiene también que las pérdidas en el material magnético aumentan con la frecuencia elevada a x . De tal forma, que la reducción de las pérdidas en el núcleo al reducirse su volumen no es suficiente para compensar la bajada en el ritmo de reducción de las pérdidas en los devanados. La consecuencia de todo esto es que, conforme se aumenta la frecuencia, el ratio de disminución de las pérdidas totales es menor al ratio de disminución de la capacidad de refrigeración, por lo que la velocidad de descenso del factor dimensional disminuye y también lo hace el ratio de incremento de la densidad de potencia.

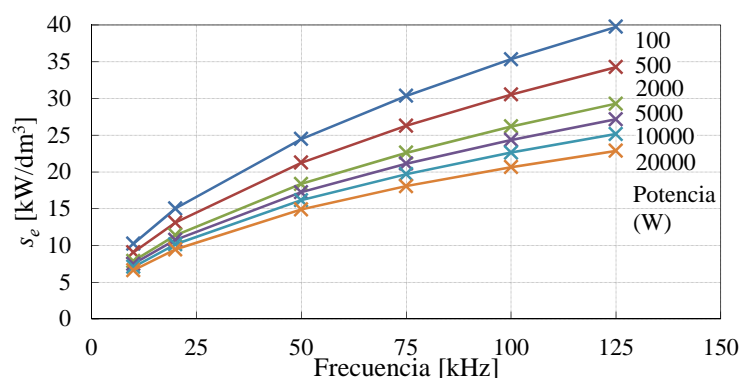


Fig. 9.2. Densidad de potencia s_e en función de la frecuencia para las distintas potencias para el material magnético ferrita TipoR.

La conclusión que se extrae del estudio de la dependencia de s_e con f es que, en la aplicación considerada, se tiene un margen importante de ganancia en densidad de potencia. Por lo tanto es interesante, en la medida de lo posible, aumentar la frecuencia de trabajo.

En la Fig. 9.2 se aprecia también que la dependencia de s_e con f depende, en cierta medida, de la potencia de trabajo. Concretamente, se tiene que a mayores potencias la reducción del incremento de s_e se produce a partir de frecuencias menores. Esta dependencia confirma la hipótesis de que las pérdidas en los devanados son, en gran medida responsables de la saturación del incremento de s_e dado que cuando las pérdidas en los devanados tienen una mayor importancia (mayores potencias), esta saturación comienza a frecuencias más bajas, es decir, el impacto de los efectos de alta frecuencia en los devanados se acusa antes.

Si se estudia ahora la naturaleza de la dependencia de s_e con la potencia de trabajo se obtiene la gráfica mostrada en la Fig. 9.3. Es evidente que la densidad de potencia disminuye conforme se aumenta la potencia de trabajo. Esta tendencia concuerda con las obtenidas en la mayoría de los trabajos previos [SHE 06-cap.6], [FOR 07].

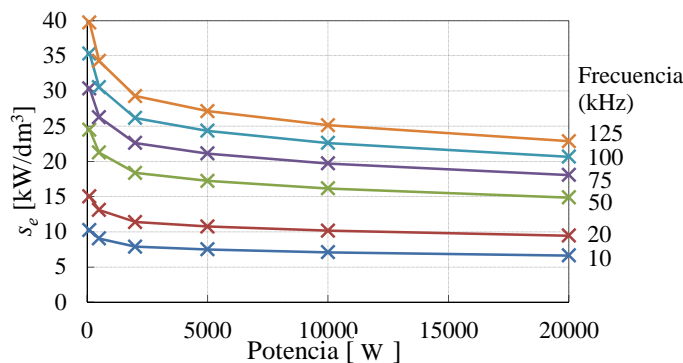


Fig. 9.3. Densidad de potencia s_e en función de la potencia para las distintas frecuencias para el material magnético ferrita TipoR.

La conclusión que se extrae del estudio de la dependencia de s_e con S es que la ganancia en términos de s_e obtenida al *trocear* el convertidor (formar el convertidor a partir de unidades de menor potencia), depende del rango de potencias en el que se trabaje. Para esta aplicación, el incremento de s_e es elevado al *trocear* el convertidor cuando se trabaja en el rango de potencias inferior a 5 kW. Sin embargo, para potencias superiores la ganancia no es tan clara. La aparición de esta potencia *frontera* depende de la frecuencia y de las características de la aplicación.

Si únicamente se analiza el problema de diseño del transformador en los rangos considerados, de lo explicado anteriormente se extrae que la ganancia en densidad de potencia obtenida con el aumento frecuencia y la reducción de la potencia de módulo es considerable. Sin embargo, en el diseño del conjunto del convertidor existen otras consideraciones que también deben ser tenidas en cuenta. Por un lado, al aumentar la frecuencia aumentan las pérdidas en los semiconductores (reducción de eficiencia y aumento del sistema del volumen del refrigeración) y los problemas en la realización práctica del convertidor (aumenta el coste de la circuitería y se acentúan los problemas de compatibilidad electromagnética). Por otro lado, la realidad de la implementación práctica también introduce una limitación en cuanto a la potencia mínima de módulo dado que, cuando se reduce la potencia, el número de elementos requeridos se multiplica. Por ejemplo, pasar de un módulo de 5 kW a dos de 2.5 kW multiplica por dos todos los elementos necesarios encareciendo el producto. Además, se debe prestar especial cuidado al *layout* de los elementos para no perder la ganancia introducida por la modularidad. Es verdad que la modularidad también conlleva otras ventajas como pueden ser una mayor eficiencia e inmunidad ante fallos (maximización de las horas de operación).

La conclusión que se quiere extraer con esta reflexión es que el problema de diseño del conjunto del convertidor es complejo y que en él influyen un gran número de factores. Esto hace que, en un principio, en todo proceso de optimización se busquen los codos, o los

cambios de tendencia, que dan la máxima ganancia con la mínima variación del parámetro en cuestión. Pero esto no siempre es así y además, ser capaz de manejar todas las realidades comprendidas en el diseño de convertidores y evaluarlas correctamente de cara a obtener un diseño óptimo es prácticamente imposible.

Por todo ello, de cara a introducir estas consideraciones en el diseño del convertidor y facilitar el proceso de diseño de éste, es útil ajustar la curva de la densidad de potencia a una expresión analítica. Por medio de un proceso de prueba y error en el que se ha utilizado la toolbox `cftool` de MATLAB para el ajuste de curvas con más de una variable independiente, se ha alcanzado una expresión analítica que representa con exactitud la dependencia de la densidad de potencia con los parámetros considerados. En concreto, en este trabajo se propone la siguiente expresión para la densidad de potencia s_e [kW/dm³] en función de la frecuencia f [Hz] y potencia S [W] de trabajo:

$$s_e = 0.1175 \frac{f^{0.5345}}{S^{0.1}} + 0.6023 \quad (9.1)$$

El ajuste realizado se aprecia mejor en la Fig. 9.4, en la que se incluye la superficie de densidades de potencia calculadas y los puntos obtenidos por medio de la expresión aproximada (9.1).

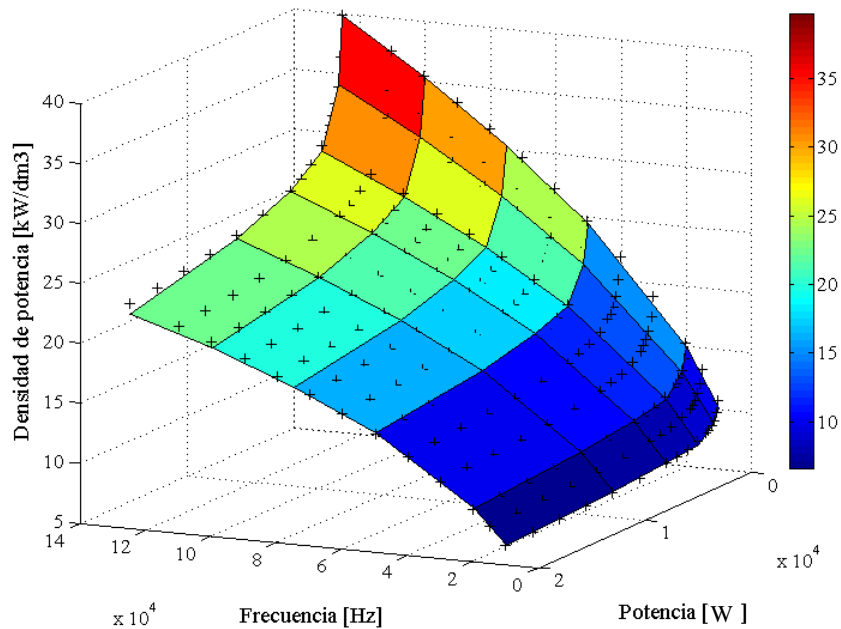


Fig. 9.4. Densidad de potencia s_e calculada (superficie) y el ajuste obtenido por medio de la expresión (9.1) (cruces).

9.2.4 Eficiencia

Una vez estudiadas las tendencias presentes en la densidad de potencia, resulta muy interesante evaluar si existen tendencias en los rendimientos de los distintos diseños y cuáles son con respecto a la frecuencia y la potencia de trabajo. Debido a los altos valores de la eficiencia obtenidos, la mejor forma de observar las tendencias es estudiar el porcentaje que representan las pérdidas totales P_T con respecto a la potencia nominal del transformador.

En la Fig. 9.5 se muestra la evolución del porcentaje de pérdidas con respecto a la frecuencia para las distintas potencias. Se observa que, para una misma potencia, conforme se aumenta la frecuencia de trabajo se produce un descenso del porcentaje de pérdidas (aumenta la eficiencia). Esto se debe a que al aumentar la frecuencia el tamaño del transformador disminuye y, en consecuencia, la capacidad de disipación de pérdidas también disminuye. Por lo que, para alcanzar el mismo salto térmico las pérdidas deben disminuir.

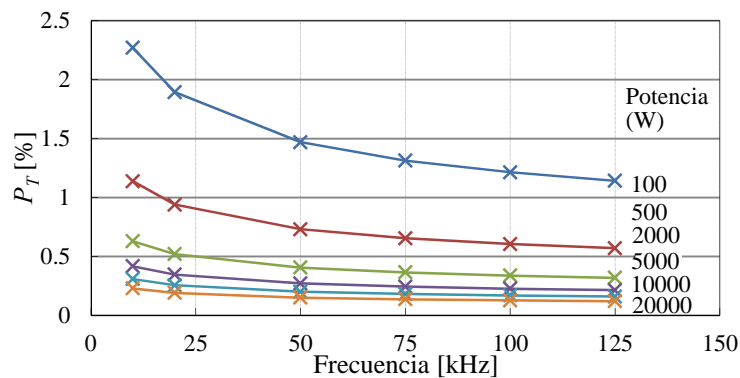


Fig. 9.5. Porcentaje de las pérdidas totales en función de la frecuencia para distintas potencias de trabajo.

Por otro lado, en la Fig. 9.6 se muestra la evolución del porcentaje de pérdidas con respecto a la potencia de trabajo para las distintas frecuencias. Se observa que, para una misma frecuencia, conforme aumenta la potencia de trabajo se produce un descenso del porcentaje de pérdidas más pronunciado que en el caso de la frecuencia. Dicho de otro modo, se tiene que el incremento de las pérdidas es menor que el incremento de la potencia de trabajo. Esta diferencia entre incrementos aumenta rápidamente para potencias bajas y se reduce para potencias altas. A mayores potencias las pérdidas se incrementan prácticamente al mismo ritmo que la potencia y la eficiencia tiende a mantenerse constante. La potencia a la cual la eficiencia se estanca depende levemente de la frecuencia, dándose el estancamiento o saturación a potencias más bajas conforme mayor es la frecuencia.

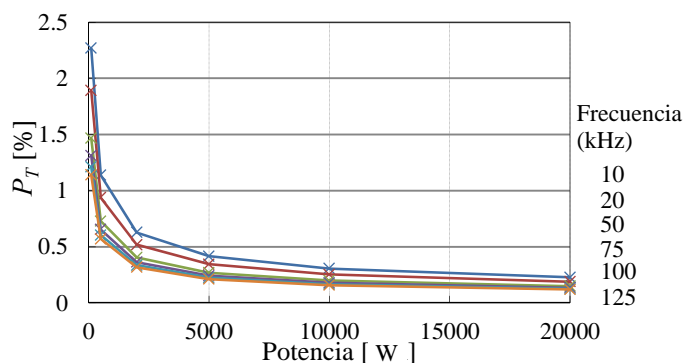


Fig. 9.6. Porcentaje de pérdidas totales en función de la potencia de trabajo para distintas frecuencias.

Estas tendencias son consecuencia de la naturaleza del problema de diseño. Como se mostró en la tabla 7.2, por un lado se tiene que la generación de pérdidas depende de forma fuertemente no lineal de un gran número de factores, entre ellos del tamaño del transformador (factor dimensional a). Por otro lado, se tiene que el valor de las pérdidas queda ligado a la evolución de la resistencia térmica del transformador, es decir, de su tamaño (factor dimensional), a través del límite térmico en forma de igualdad en (7.14). La evolución de los valores de las distintas variables que conducen al diseño de mínimo tamaño, diseño considerado óptimo, hace que el porcentaje de pérdidas presente una dependencia potencial con exponente negativo tanto con la frecuencia como con la potencia.

9.2.5 Rangos de aplicación del concepto de diseño óptimo desarrollado en el capítulo 7

El estudio de las tendencias presentes en la densidad de potencia y la eficiencia permite acotar los rangos de aplicación del concepto de óptimo desarrollado en el capítulo 7 y utilizado en la metodología de diseño propuesta. En el capítulo 7 se estudiaba la naturaleza del problema de diseño en función de los criterios de diseño de mínimas pérdidas y mínimo tamaño, y se identificaban dos diseños entre los que se encuentra el diseño óptimo. Un diseño es el que presenta mínimas pérdidas (máximo rendimiento) y el otro el que conduce a un menor tamaño del transformador (máxima densidad de potencia). El primero tiene un tamaño mayor que el segundo, y el segundo unas pérdidas mayores al primero. Por lo tanto, cualquier diseño con un factor dimensional comprendido entre estos dos puede ser considerado como óptimo.

En el capítulo 7 se propone como diseño óptimo el diseño de mínimo tamaño por varias razones. La principal razón es que en aplicaciones de alta frecuencia se busca minimizar el tamaño de los elementos inductivos. Esta razón queda reforzada por la segunda, consistente en que la baja capacidad de refrigeración de la ventilación natural junto a los tamaños de los transformadores para unos rangos de potencias y frecuencias determinados, hace que la

eficiencia de todo diseño que se encuentre entre el de máxima eficiencia y el de mínimo tamaño sea muy elevada. Es el momento de establecer los valores de estos rangos de validez de este concepto de óptimo.

Si se observa la evolución de la eficiencia y se analiza el ejemplo de diseño para el convertidor forward realizado en el capítulo 8, se observa que conforme disminuye la potencia de trabajo, el rendimiento decrece fuertemente. Por ello, en este trabajo se propone un rendimiento mínimo admisible del 98% y se obtiene de forma aproximada que el rango inferior de aplicación del concepto de óptimo para cumplir este requisito es una potencia de 500 W. En el ejemplo del convertidor forward se tiene un ejemplo de diseño de 30 W a 50 kHz con cable sólido circular, en el que se obtiene una densidad de potencia de 22.1 W/cm^3 y un rendimiento del 97.75%. Esta aplicación se encuentra fuera de los rangos que aquí se proponen para utilizar el concepto de óptimo. Cuando se trabaja a potencias inferiores a 500 W la metodología de diseño conduce a la obtención del diseño de mínimo tamaño (al igual que cuando se está dentro de los rangos), pero no se hace referencia a este diseño como el diseño óptimo.

Por otro lado, cuando se trabaja a potencias elevadas se requiere de grandes tamaños de transformador para disipar pérdidas bajas en relación a la potencia de trabajo (los rendimientos son superiores a los 99.8%). Por lo tanto, si se quieren conseguir mayores densidades de potencia, es necesario aumentar la refrigeración del transformador, es decir, utilizar ventilación forzada. De hecho, a potencias elevadas es común el uso de ventilación forzada para conseguir mayores densidades de potencia [HEI 02], [PAV 06], [ORT 13]. Si se emplea ventilación natural a estas potencias se obtienen rendimientos muy elevados y densidades de potencia reducidas. Por este motivo se establece la máxima potencia de aplicación del concepto de óptimo en 25 kW.

Por último, aunque la influencia de la frecuencia en la evolución de la relación existente entre los criterios de diseño es menor, también se debe considerar y el rango de frecuencias para el que el análisis del problema es válido se debe acotar. Por un lado, hay frecuencias a partir de las cuales las variables de diseño alcanzan valores óptimos para los que el modelado realizado en este trabajo deja de ser válido. Algunos ejemplos son: la relación entre el espesor de aislante y el radio del conductor en los cables de litz y en los sólidos, la modificación de la característica de pérdidas del material magnético (cambian los coeficientes de pérdidas) y, como se verá en el próximo apartado, la obtención de niveles de inducción por encima de la inducción de saturación del material para la temperatura considerada.

Debido a las características propias del problema de diseño de transformadores recogidas en este apartado, los rangos en los que se defiende el uso del concepto de óptimo propuesto en el capítulo 7 son de 1 a 150 kHz en frecuencia y de 500 W a 25 kW en potencia. Esto no quiere decir que la metodología de diseño propuesta en esta tesis solo sea aplicable en estos

rangos. La metodología analítica no consiste únicamente en el concepto de óptimo, sino que es una forma de trabajar y enfrentarse al problema de diseño. Las propiedades positivas de la metodología no se pierden porque el concepto de diseño óptimo cambie al cambiar de aplicación, sino que basta con modificar este concepto de forma adecuada e incorporarlo a la metodología. La cuestión que se debe plantear el usuario de la metodología es si se puede considerar que la solución de mínimo tamaño es la solución óptima dada la naturaleza del problema de diseño fuera de los rangos de frecuencia y potencia considerados.

Gracias a la filosofía empleada en la metodología de diseño resulta sencillo adaptar la metodología en caso de que sea necesario para obtener los resultados óptimos en términos de los criterios de diseño. A continuación se proponen ideas para definir conceptos de diseño óptimo adecuados cuando se trabaja fuera de los rangos definidos en este apartado.

En primer lugar, se consideran las aplicaciones con potencias inferiores a 500 W. Dadas las características de estas aplicaciones en las que se tienen corrientes de valores bajos y tamaños de núcleo reducidos, el límite térmico en forma de igualdad corta a la curva de pérdidas en un punto con unas pérdidas elevadas cuya componente más importante es la debida a las pérdidas en los devanados, es decir, la pendiente decreciente de la curva de pérdidas en el punto de corte es todavía elevada. Por ello, reducir levemente el valor del factor dimensional conduce a una reducción considerable de las pérdidas. En estos casos, un posible concepto de óptimo consiste en considerar los diseños que conducen a un rendimiento determinado establecido en las especificaciones de partida y seleccionar el que presenta un menor volumen equivalente. El problema a resolver sigue siendo un problema de optimización en el que se debe minimizar el volumen del transformador con respecto a dos restricciones para el cable de litz. La primera restricción consiste en que las pérdidas deben ser iguales a las establecidas en las especificaciones y la segunda restricción es el límite térmico en modo de inecuación en (7.13). Para los conductores sólidos circulares y las pletinas se debe introducir el límite geométrico como una tercera restricción.

Por último, la extensión de la metodología analítica a aplicaciones con ventilación forzada es posible e interesante, pero resulta algo más compleja que su extensión para bajas potencias debido a que se introducen cambios importantes en las características del problema. El cambio principal es el sistema de refrigeración forzado. Éste debe modelarse, es decir, se debe redefinir el modelo térmico, y su volumen debe incluirse en el análisis. Una opción consiste en utilizar el mismo concepto de diseño óptimo que para baja potencia, es decir, fijar el rendimiento mínimo y elegir dentro de este rendimiento el diseño de menor tamaño, pero teniendo en cuenta en este caso el volumen del conjunto del sistema (transformador y sistema de refrigeración). Aunque está fuera del alcance de esta tesis, la adaptación de la metodología para sistemas con refrigeración forzada abre la puerta a establecer la potencia frontera a partir de la cual el uso de ventilación forzada conduce a densidades de potencia mayores que la ventilación natural y, en consecuencia, queda justificado.

9.3 Método de Diseño *Rápido*

9.3.1 Tendencias en los valores óptimos de las variables de diseño

Una vez presentadas las tendencias en las características de los transformadores de potencia y alta frecuencia, es interesante estudiar la existencia de tendencias en los valores óptimos de las variables de diseño. En caso de que existan tendencias fácilmente identificables, conocerlas permitiría realizar diseños rápidos sin necesidad de ejecutar todo el programa de diseño para cada punto de diseño. En este estudio se continúa considerando la aplicación fotovoltaica presentada en el capítulo anterior. Del estudio realizado en el apartado anterior se extrae que el diseño óptimo con devanados de cable de litz en los rangos de frecuencias y potencias considerados es aquél que emplea núcleos del tipo doble E de ferrita tipo R. Por ello, el análisis realizado en este apartado se centra en este caso concreto.

Analizando la evolución de las variables de diseño óptimas se obtienen resultados interesantes que permiten desarrollar la metodología rápida de diseño que se presenta a continuación. En primer lugar, se asume que existen unas proporciones óptimas del núcleo de tipo doble E para la aplicación considerada cuando se emplean devanados de cable de litz. Los valores óptimos de los coeficientes de forma son los siguientes: $c1=0.4$, $c2=1.5$ y $c3=3.5$. En el caso de utilizar núcleos del tipo doble U se tiene que estos factores óptimos son: $c1=0.5$, $c2=3$ y $c3=3$. También se obtiene un valor constante para el reparto del área de la ventana del núcleo entre devanados que se debe realizar a partes iguales, es decir, $\alpha=0.5$. Por último, existe una serie de variables que varían con los distintos puntos de frecuencia y potencia para los que se realiza el diseño. Estos parámetros son el factor dimensional a , la amplitud de la inducción magnética B_p , y los radios de hilo de los cables de litz de devanado primario y secundario, r_{0p} y r_{0s} , respectivamente. Sin embargo, la relación entre los radios de hilo es constante e igual a:

$$\frac{r_{0s}}{r_{0p}} = 1.167. \quad (9.2)$$

Estas variables no cambian de forma aleatoria sino que en su evolución se observa la existencia de unas tendencias claras. La variación del factor dimensional óptimo en función de la potencia y la frecuencia se muestra en la Fig. 9.7, la de la amplitud de la inducción magnética se muestra en la Fig. 9.8, y la del radio de hilo de primario y, en consecuencia, de secundario, se muestra en la Fig. 9.9. Estas tres figuras se incluyen al final del capítulo dado su tamaño. En el caso de la inducción magnética se tiene que para la menor potencia y la menor frecuencia consideradas el valor de B_p supera la inducción magnética de saturación del material considerado. Por ello, para este punto el método no es aplicable. Sin embargo, el método sí es aplicable para todos los puntos comprendidos en los rangos de frecuencia y potencia para los que el concepto de óptimo se considera correcto.

El método de diseño rápido propuesto consiste en, dadas la potencia y la frecuencia de diseño, extraer de los mapas de valores óptimos proporcionados en las Fig. 9.7-9.9 los valores para las variables de diseño. A partir del valor óptimo para r_{0p} y aplicando la relación mostrada en (9.2) se obtiene el valor de r_{0s} . Estos valores de a , B_p , r_{0p} y r_{0s} , junto a los valores constantes óptimos para $c1$, $c2$, $c3$ y α caracterizan completamente el diseño del transformador y el resto de características del diseño se pueden obtener a partir de éstos aplicando las relaciones presentadas a lo largo de esta tesis. Se considera conveniente la realización de una comprobación térmica para verificar la factibilidad del diseño. La implementación del método de diseño rápido se muestra en la Fig. 9.10 y se ilustra a través de un ejemplo en el siguiente apartado.

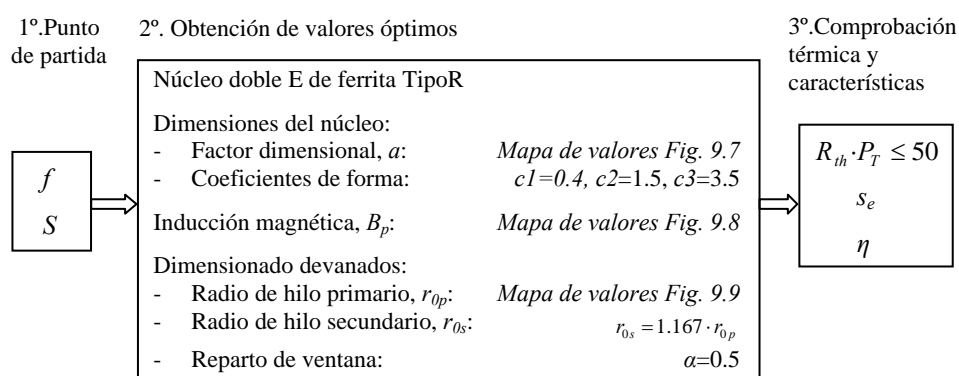


Fig. 9.10. Método de diseño rápido.

9.3.2 Ejemplo de diseño

A continuación se realiza un diseño a través del método de diseño *rápido* propuesto en este apartado. Consiste en el diseño de un transformador para su utilización en un convertidor de 12 kW que conmuta a 35 kHz. Estas especificaciones representan una situación realista dado que se puede corresponder fácilmente con un convertidor en el que se empleen dispositivos semiconductores de carburo de silicio SiC.

Los valores de las variables de diseño obtenidas empleando el método de diseño rápido se presentan en la tabla 9.2. Para obtener los valores de las variables a partir de los mapas de valores, es aconsejable utilizar las gráficas de las variables en función de la potencia y en función de la frecuencia.

Ferrita	TipoR
$a/c1/c2/c3$	35mm/0.4/1.5/3.5
B_p	0.11 T
r_{op}/r_{os} (mm)	0.028/0.033
α	0.5

Tabla 9.2. Valores óptimos de las variables de diseño.

A continuación, se deben obtener los valores del resto de características de diseño a partir de los valores de las variables de diseño. En primer lugar se obtienen los números de vueltas de primario y secundario empleando la expresión (7.1) y la relación de transformación:

$$N_p = \frac{V_{p,rms}}{4 \cdot k_{sh} \cdot k_f \cdot f \cdot a_c \cdot a^2 \cdot B_p} = \frac{215}{4 \cdot 1 \cdot 35000 \cdot 3.5 \cdot 0.035^2 \cdot 0.11} = 3.26 \approx 3, \quad (9.3)$$

$$N_s = \frac{N_p}{n} = 3 \cdot 1.6 \approx 5. \quad (9.4)$$

Al aproximar el número de vueltas se tiene una inducción magnética resultante de amplitud igual a 0.12. En segundo lugar, se obtienen el número de hilos para cada devanado aplicando la expresión (4.59):

$$N_{0p} = \frac{K_d \cdot \alpha \cdot c1 \cdot c2 \cdot a^2}{N_p \cdot \pi \cdot (e_1 \cdot r_{0p} + e_2)^2} = \frac{0.6 \cdot 0.5 \cdot 0.4 \cdot 1.5 \cdot 0.035^2}{3 \cdot \pi \cdot (1.484 \cdot 2.8 \cdot 10^{-5} + 2 \cdot 10^{-6})^2} = 12334.5 \approx 12300, \quad (9.5)$$

$$N_{0s} = \frac{K_d \cdot (1 - \alpha) \cdot c1 \cdot c2 \cdot a^2}{N_s \cdot \pi \cdot (e_1 \cdot r_{0p} + e_2)^2} = \frac{0.6 \cdot 0.5 \cdot 0.4 \cdot 1.5 \cdot 0.035^2}{5 \cdot \pi \cdot (1.484 \cdot 3.3 \cdot 10^{-5} + 2 \cdot 10^{-6})^2} = 5402.9 \approx 5400. \quad (9.6)$$

Como se observa el número de hilos es considerablemente elevado, lo cual, sin embargo, es normal teniendo en cuenta el elevado valor de la corriente presente en este caso.

Una vez conocidas todas las características de diseño del transformador se puede proceder a la comprobación de su correcto funcionamiento. Para ello, se deben calcular las pérdidas a potencia nominal y comprobar que la temperatura alcanzada es aceptable. Se calculan las pérdidas magnéticas por medio de la expresión (3.9) suponiendo una temperatura de 100 °C:

$$P_c = 2.69 \cdot 35000^{1.43} \cdot \left(\frac{8}{\pi^2}\right)^{0.43} \cdot 2 \cdot 3.5 \cdot \left(0.4 + 1.5 + \frac{5}{4}\right) \cdot 0.035^3 \cdot 0.12^{2.85} = 17.3 \text{ W}. \quad (9.7)$$

A continuación, se calculan las pérdidas en los devanados por medio de la expresión (4.55) aplicada a cada armónico y a cada devanado y se obtiene:

$$\begin{aligned} P_W &= P_{W,p} + P_{W,s} = R_{dc,p} (F_{ac,p} \cdot I_{p,rms}^2 + F_{ac,p3} \cdot I_{p,rms3}^2) + R_{dc,s} (F_{ac,s} \cdot I_{s,rms}^2 + F_{ac,s3} \cdot I_{s,rms3}^2) \\ &= 0.81 \cdot 10^{-3} (1.065 \cdot 96^2 + 1.6 \cdot 17^2) + 2.2 \cdot 10^{-3} (1.056 \cdot 57.6^2 + 1.5 \cdot 10.2^2) \quad \text{W}. \quad (9.8) \\ &= 8.3 + 8 = 16.3 \end{aligned}$$

La resistencia térmica del transformador se obtiene aplicando el modelo térmico mostrado en (5.21):

$$R_{th} = \frac{0.0457}{\left(2 \cdot 3.5 \cdot \left(0.4 + 1.5 + \frac{5}{4}\right)\right)^{0.52} \cdot 0.035^{1.56}} = 1.7 \text{ } ^\circ\text{C/W} \quad (9.9)$$

La temperatura máxima de trabajo del transformador queda:

$$\tau_{\max} = \tau_{amb_max} + P_T \cdot R_{th} = 50 + (17.3 + 16.3) \cdot 1.7 = 107.1 \text{ } ^\circ\text{C}. \quad (9.10)$$

La temperatura alcanzada en las peores condiciones de trabajo es ligeramente superior a la establecida inicialmente como especificación de partida pero es aceptable dado que el dispositivo va a funcionar correctamente. La temperatura supuesta para el cálculo de pérdidas es correcta.

Por último, es interesante calcular la densidad de potencia y el rendimiento del dispositivo a potencia nominal y máxima temperatura de trabajo. La densidad de potencia es:

$$s_e = \frac{S}{1000000 \cdot v_e \cdot a^3} = \frac{12000}{1000000 \cdot 2 \cdot (0.4 + 1) \cdot (1.5 + 1) \cdot (3.5 + 2 \cdot 0.4) \cdot 0.035^3} = 9.3 \text{ kW/dm}^3 \quad (9.11)$$

Por otro lado, la eficiencia queda:

$$\eta = \frac{(12000 - 33.6)}{12000} \cdot 100 = 99.72 \% \quad (9.12)$$

El método de diseño rápido permite obtener rápidamente un diseño muy cercano al óptimo. En concreto, en este caso para la aplicación de 12 kW y 35 kHz, el diseño óptimo obtiene una densidad de potencia de 9.3 kW/dm³ con una eficiencia del 99.72%. Los resultados de diseño obtenidos a través del método rápido propuesto no presentan la misma precisión que la obtenida con el método íntegro y lógicamente no representan exactamente el diseño óptimo. En consecuencia, se tiene una temperatura máxima un 7% mayor a la establecida en las especificaciones, una densidad de potencia un 28% inferior al que cabía esperar al observar la Fig. 9.2 y un rendimiento 0.08 puntos por debajo del esperado al observar la Fig. 9.4. Por lo tanto, si se quieren obtener resultados con una mayor precisión y, en definitiva, óptimos, es necesario implementar la metodología propuesta en el capítulo 7 de forma íntegra. Sin embargo, teniendo en cuenta la simplicidad y rapidez del método y realizando un balance entre éstas y las desviaciones introducidas por el método respecto del diseño óptimo, los resultados obtenidos pueden ser considerados satisfactorios.

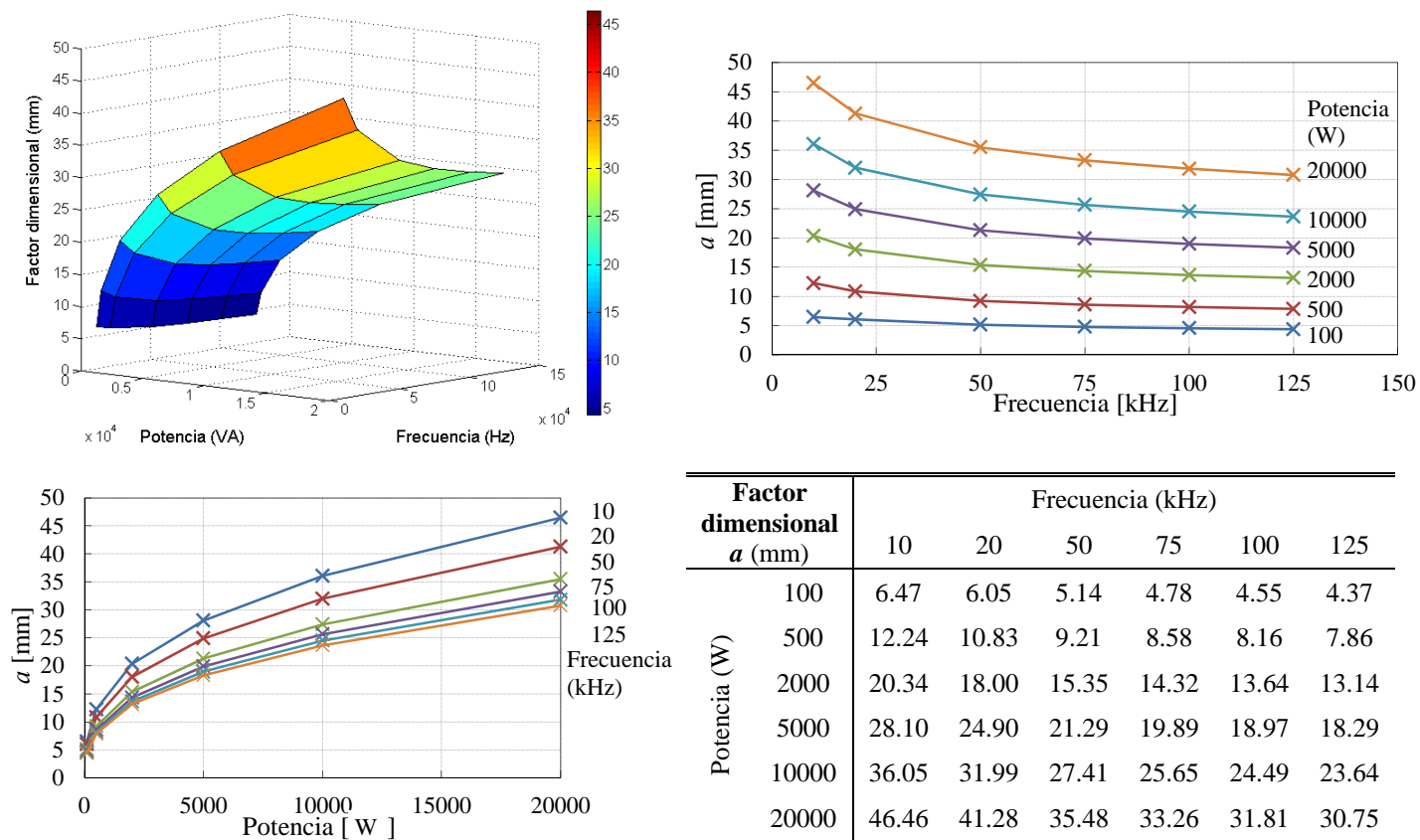


Fig. 9.7. Dependencia del factor dimensional a con la potencia y la frecuencia en los diseños óptimos.

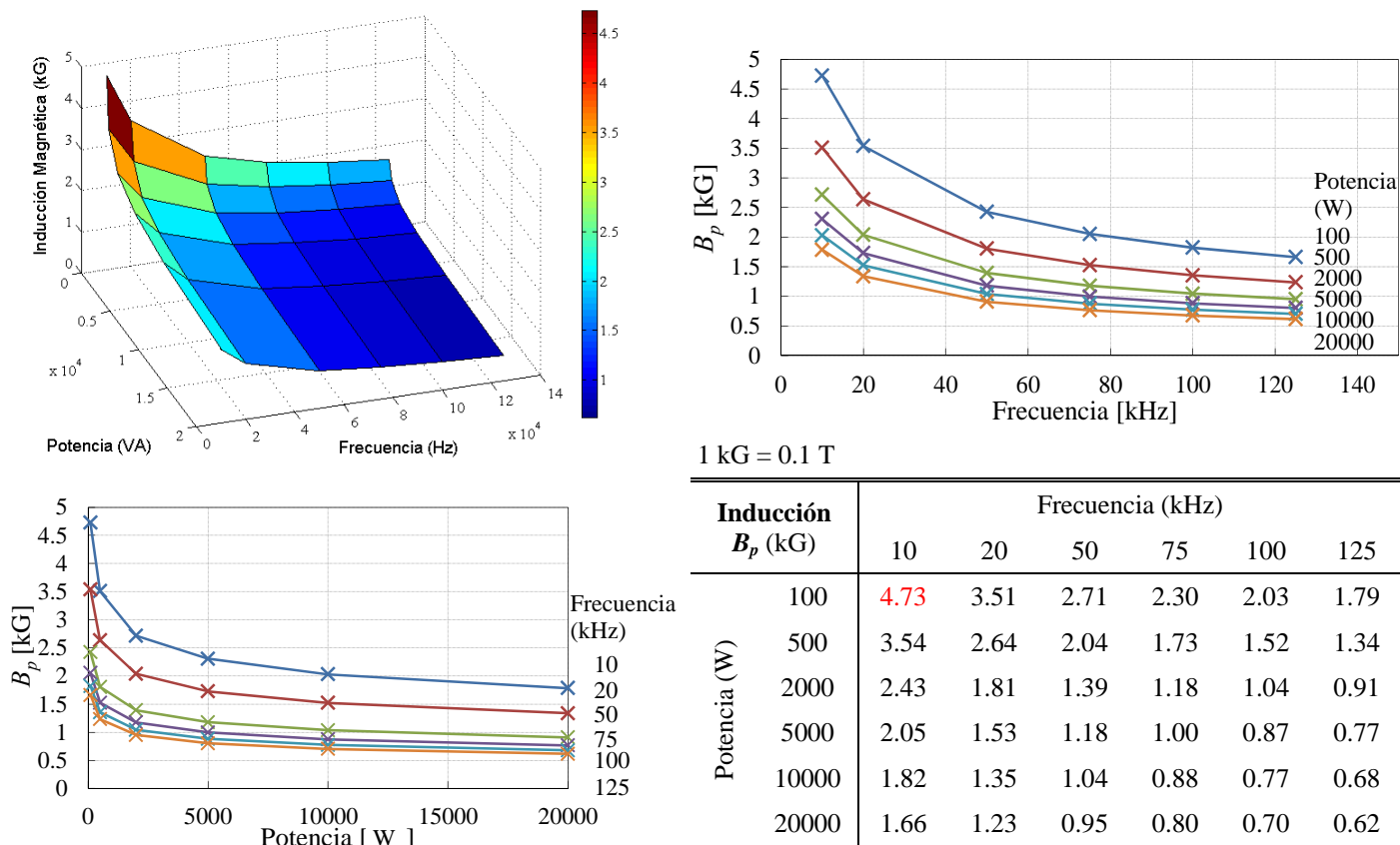
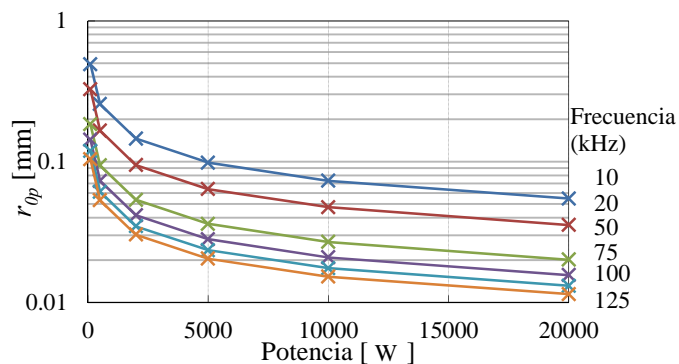
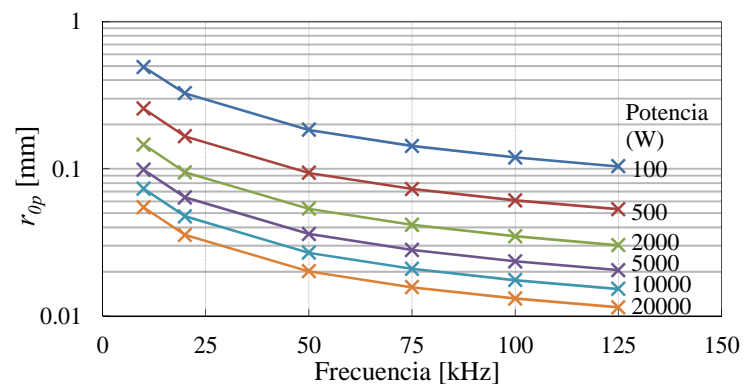
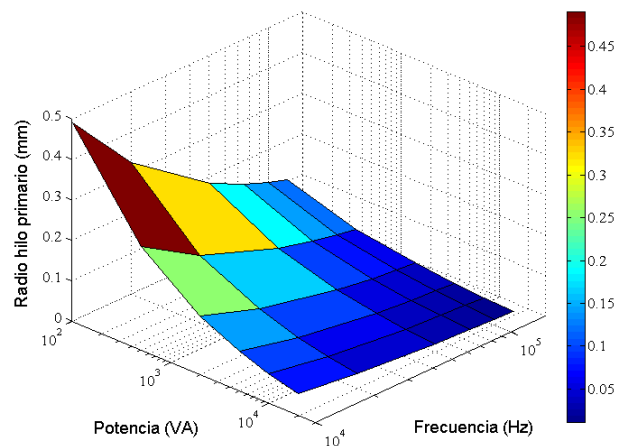


Fig. 9.8. Dependencia de la amplitud de la inducción magnética B_p con la potencia y la frecuencia en los diseños óptimos.



Radio hilo primario r_{op} (mm)	Frecuencia (kHz)					
	10	20	50	75	100	125
100	0.4908	0.3255	0.1839	0.1429	0.1194	0.1039
500	0.2560	0.1662	0.0939	0.0730	0.0610	0.0531
2000	0.1457	0.0946	0.0535	0.0416	0.0348	0.0303
5000	0.0982	0.0638	0.0361	0.0281	0.0235	0.0205
10000	0.0731	0.0475	0.0269	0.0209	0.0175	0.0153
20000	0.0546	0.0355	0.0201	0.0157	0.0131	0.0115

Fig. 9.9. Dependencia del radio de hilo del primario r_{op} con la potencia y la frecuencia en los diseños óptimo

CUARTA PARTE:

Conclusiones, Aportaciones y Líneas Futuras

Capítulo 10

Conclusiones y Líneas Futuras

10.1 Conclusiones

En esta tesis se ha propuesto una metodología de diseño analítica que permite estudiar en profundidad y resolver el problema del diseño óptimo de transformadores de potencia y alta frecuencia. La metodología ha sido verificada por medio de la realización de diferentes diseños teóricos y ensayos experimentales. Se ha demostrado a través de un ejemplo que la metodología de diseño propuesta es una herramienta útil que se puede integrar en el proceso de dimensionado del convertidor electrónico y que, en consecuencia, permite la optimización del conjunto convertidor de potencia-transformador de alta frecuencia. Los principales logros alcanzados en esta tesis se enumeran a continuación.

- **Modelado de transformadores.** Se ha realizado un amplio análisis del estado del arte de los modelos del funcionamiento electromagnético y térmico de los transformadores que ha concluido con la selección de los modelos que presentan un mejor compromiso entre precisión y facilidad de manejo. Este análisis ha conducido a la obtención de un modelo único global que ha permitido la comprensión del problema de diseño. A su vez, la generalidad del análisis provee al lector de recursos para poder formar su propia opinión sobre si los modelos seleccionados son los más adecuados.
- **Circuito eléctrico equivalente de media frecuencia del transformador.** Se ha propuesto un circuito equivalente que permite analizar la interacción entre el transformador y el convertidor de potencia. En concreto, el circuito propuesto posibilita el estudio y la simulación de las corrientes en modo común en el conjunto del sistema. Para completar el circuito equivalente se han presentado las técnicas que permiten el cálculo teórico de los elementos que lo forman.
- **Técnica de máximo intercalado de los devanados de pletina propuesta.** Se ha propuesto una novedosa técnica para intercalar los devanados de pletina, llamada máximo intercalado. Esta técnica posibilita la minimización de las pérdidas de

proximidad en los devanados reduciendo, a su vez, al mínimo técnicamente necesario la complejidad constructiva del transformador. El máximo intercalado supone una ventaja competitiva que permite alcanzar las máximas prestaciones para el transformador en términos de eficiencia y densidad de potencia.

- **Metodología de diseño analítica propuesta.** Se ha desarrollado una metodología de diseño analítica y se han realizado diseños para los tres tipos de cables de alta frecuencia: cable de litz, conductores de pletina y cable sólido circular. La metodología de diseño propuesta posibilita el estudio del problema de diseño y la obtención directa del diseño óptimo en términos de densidad de potencia y eficiencia. En concreto, se han diseñado transformadores para su aplicación en un inversor fotovoltaico de 5 kW con una etapa intermedia resonante serie de alta frecuencia que conmuta a 50 kHz, y para un convertidor forward de 30 W y 50 kHz. En ambos casos los transformadores se refrigeran de forma libre, es decir, por medio principalmente de convección natural con aire.
 - En el diseño con devanados de cable de litz se ha obtenido un transformador con una densidad de potencia de 17.4 kW/dm^3 y un rendimiento del 99.70%. Comparado con un diseño comercial para la misma aplicación, el diseño obtenido con la metodología propuesta conduce a un aumento de la densidad de potencia del 46.3% manteniendo el mismo rendimiento. El diseño se ha adaptado sin dificultad para emplear su inductancia de fugas como inductancia en el tanque resonante posibilitando reducir el número de elementos pasivos en el convertidor. El transformador comercial ha sido completamente caracterizado por medio del modelo de transformador desarrollado. Esta caracterización ha sido validada satisfactoriamente de forma experimental. Al presentar ambos diseños, el propuesto y el comercial, características similares que no producen una modificación en la precisión de los distintos modelos, se considera validado el diseño propuesto.
 - Se ha realizado otro diseño para la aplicación fotovoltaica, pero en este caso utilizando devanados de pletina con máximo intercalado. La técnica de intercalado propuesta, junto a la metodología de diseño, conduce a un diseño teórico de máximas prestaciones con una densidad de potencia de 28 kW/dm^3 y un rendimiento del 99.79%. Cuando este diseño se implementa de forma práctica con los materiales estandarizados de bajo coste disponibles a nivel comercial, se obtiene una densidad de potencia de 20 kW/dm^3 y un rendimiento del 99.8%. Se ha descrito paso a paso la construcción del prototipo haciendo especial hincapié en el proceso de bobinado y se ha validado satisfactoriamente. Se concluye que la técnica de máximo intercalado propuesta permite reducir el número de puentes o *taps* necesarios a 1, cuando la tecnología convencional requiere 13. Dicho de otro modo,

las prestaciones que se obtienen con el diseño propuesto no son alcanzables con la tecnología convencional debido a que el elevado número de puentes requeridos con ésta imposibilita su implementación práctica.

- Por último, se ha realizado el diseño de un transformador con devanados de cable sólido circular para su utilización en el convertidor forward descrito anteriormente. La particularidad de esta aplicación es que se tienen formas de onda con un alto contenido en armónicos, con lo que este ejemplo de diseño ha servido para mostrar la implementación de la metodología de diseño en estas condiciones. El transformador diseñado con la metodología propuesta obtiene una densidad de potencia de 20.64 kW/dm^3 y una eficiencia del 97.91%. También se ha realizado un diseño por medio de un método de diseño representativo del estado del arte de los métodos de diseño de transformadores para SMPS que obtiene una densidad de potencia de 11.9 kW/dm^3 con una eficiencia del 99.17%. Es decir, en este caso, la metodología de diseño permite prácticamente duplicar la densidad de potencia del diseño convencional pero con una caída de 1.26 puntos en la eficiencia.
- **Evaluación de las reglas de oro.** A lo largo de los ejemplos de diseño anteriores se han evaluado distintas reglas de oro comúnmente aceptadas en el diseño de transformadores que van desde el dimensionado de los devanados hasta el establecimiento de la amplitud magnética. La conclusión extraída es que estas reglas de oro solo conducen a resultados factibles cuando se utilizan en las aplicaciones para las que han sido enunciadas. Al simplificar el problema de diseño, estas reglas dificultan su comprensión e ignoran realidades presentes en éste. El resultado es que en ningún caso conducen a los diseños óptimos. Por lo tanto, estas reglas de oro no son recomendables cuando se buscan diseños óptimos y no son aplicables de forma genérica.
- **Estudio de tendencias. Integración en el proceso de diseño de convertidores de potencia.** Se han estudiado las tendencias en función de la potencia y la frecuencia de trabajo tanto en las prestaciones del transformador, como en los valores óptimos de las distintas variables de diseño. En concreto, se han analizado las tendencias para la aplicación fotovoltaica cuando se emplean cables de litz a modo de ejemplo para explorar las posibilidades que ofrece la metodología. Se observa que el incremento de la densidad de potencia no es lineal con la frecuencia y tiende a estancarse cuando se alcanzan determinadas frecuencias. A su vez, la densidad de potencia decrece cuando se aumenta la potencia de la aplicación, pero el ritmo de decrecimiento decae y tiende a estancarse a partir de determinadas potencias. Los valores de frecuencia y potencia a los que se estanca la densidad de potencia dependerán de las características de la aplicación y de los materiales magnéticos y tipos de devanados considerados. Este

análisis permite defender la validez del concepto de óptimo desarrollado en el capítulo 7 para los rangos en frecuencia de 1 a 150 kHz y en potencia de 500 W a 25 kW. Por otro lado, se obtiene una fórmula analítica para la densidad de potencia en función de la frecuencia y la potencia que permite su inclusión directa en el proceso de diseño de los convertidores de potencia, y que conforma una herramienta clave para realizar el dimensionado óptimo del conjunto del sistema. Se concluye que el estudio de las tendencias no se puede generalizar y debe ser realizado de forma específica para cada aplicación.

Asimismo, hay que destacar que la tesis se ha realizado en **colaboración con la empresa INGTEAM POWER TECHNOLOGY S.A.**, y ha supuesto la apertura de una **nueva línea de trabajo** en el grupo de investigación INGEPER de la Universidad Pública de Navarra.

10.2 Aportaciones

A continuación se detallan las principales aportaciones a las que, por el momento, ha dado lugar la presente tesis de forma directa.

Publicaciones en revistas internacionales

- E. L. Barrios, A. Ursúa, L. Marroyo, and P. Sanchis, “Analytical design methodology for litz-wired high-frequency power transformers,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, in press. (accepted 25-07-2014).
- E. L. Barrios, A. Urtasun, A. Ursúa, L. Marroyo, and P. Sanchis, “High-frequency power transformers with foil windings: maximum interleaving and optimal design,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, in press. (accepted 03-11-2014).

Contribuciones a congresos internacionales

- E. L. Barrios, A. Ursúa, L. Marroyo, and P. Sanchis, “Modelling, improvement and experimental validation of a 50 kHz-5 kVA litz-wired transformer for PV inverters,” in *Proceedings of the 5th IEEE Energy Conversion Congress and Exposition, ECCE 2013*, Denver, Colorado, USA, pp. 4364-4371, September 16-20, 2013.
- E. L. Barrios, A. Ursúa, L. Marroyo, and P. Sanchis, “Influence of HF transformer parasitic elements on the operation and design of ZCS resonant PV inverters,” in *Proceedings of the 29th European Photovoltaic Solar Energy Conference and Exhibition, PVSEC 2014*, Amsterdam, The Netherlands, pp. 3006-3010, September 22-26, 2014.

- E. L. Barrios, A. Ursúa, and P. Sanchis, “High-frequency effects and minimum size design methodology for SMPS transformers with solid round conductors,” *17th European Conference on Power Electronics and Applications EPE ECCE-Europe 2015*, enviado.

Participación en proyectos de I+D financiados en convocatorias públicas

- Proyecto del Plan Nacional de I+D+i: “Movilidad Sostenible, Tecnologías de Hidrógeno y Alimentación Renovable: Energía”, DPI2010-21671-C02-01, Ministerio de Ciencia e Innovación, UPNa, 2010-2014.
- Proyecto del Plan Nacional de I+D+i: “Tecnologías para la Integración en la Red de Energías Renovables: Electrónica de potencia, Almacenamiento, Gestión Energética e Interacción con la Red”, DPI2013-42853-R, Ministerio de Economía y Competitividad, UPNa, 2014-2016.

Participación en contratos de I+D con empresas y centros tecnológicos

- Contrato de investigación y desarrollo entre la UPNa y la empresa INGETEAM POWER TECHNOLOGY S.A.: “Desarrollo de sistemas de producción de hidrógeno energético por generación alcalina”, código OTRI 2010-024-102, 2010-2013.
- Contrato de investigación y desarrollo entre la UPNa y la empresa INGETEAM POWER TECHNOLOGY S.A.: “Asesoramiento técnico en investigación y desarrollo de nuevos equipos de conversión para sistemas fotovoltaicos”, código OTRI 2012-024-121, 2012-2015.
- Contrato de investigación y desarrollo entre la UPNa y CENER (Gobierno de Navarra y fondos FEDER): “Diseño, desarrollo e implementación de microrredes en Navarra”, código OTRI 2012-024-132, 2012-2015.

10.3 Líneas Futuras

10.3.1 Extensión de la metodología al diseño de inductancias

Las inductancias de alta frecuencia son elementos que prácticamente siempre están presentes en los convertidores electrónicos de potencia. Estas inductancias son elementos inductivos cuyas bases de diseño son compartidas con los transformadores. Por lo tanto, se considera de gran utilidad extender y adaptar la metodología analítica propuesta al diseño de inductancias.

Los principales retos que se encuentran en este proceso son la adaptación del modelo del transformador a la inductancia y la redefinición del problema de diseño. La principal particularidad de las inductancias es que generalmente presentan un entrehierro en su camino magnético. Esto provoca que el flujo magnético en la ventana tenga un carácter en 2D. Por lo tanto, se considera necesario la profundización en el estudio del modelo magnético de reluctancia y el modelado de las pérdidas en los devanados. En este caso, se tiene un único devanado, por lo que el efecto de proximidad no se puede compensar por medio del intercalado. Además, como se ha explicado, debido al entrehierro se tiene un flujo de amplitud elevada en la ventana que puede inducir corrientes y aumentar fuertemente las pérdidas en los devanados. También existe la posibilidad de la realización de inductancias con núcleos toroidales cerrados de materiales magnéticos con baja permeabilidad. En este caso, no existe la particularidad del entrehierro, pero es necesario modelar la nueva geometría del núcleo.

Los criterios de diseño son los mismos que para el caso de los transformadores. Los principales retos en la redefinición del problema de diseño se enumeran a continuación. Se debe obtener un valor de la inductancia de magnetización determinado, con lo que la longitud del entrehierro se convierte en una variable de diseño. Se debe analizar con especial atención la disposición de los devanados y del entrehierro por su influencia en las pérdidas y en la capacidad parásita paralelo de la inductancia. Esta capacidad es fundamental en los convertidores de potencia dado que generalmente produce oscilaciones ante los flancos introducidos por las conmutaciones de los semiconductores.

10.3.2 Mejora del proceso de diseño y dimensionado óptimo de convertidores electrónicos: posible utilización de semiconductores basados en SiC y GaN.

La aparición en la escena de la electrónica de potencia de los dispositivos semiconductores de amplio ancho de banda (*wide band gap semiconductors*) plantea una serie de retos. Uno de ellos es la optimización del conjunto del convertidor de potencia. La metodología de diseño de transformadores propuesta y su adaptación al diseño de inductancias es una herramienta que puede ayudar a determinar la frecuencia de trabajo óptima de los semiconductores. Como se ha concluido en este trabajo, las características del problema de diseño hacen que la densidad de potencia de los dispositivos inductivos no se incremente de forma lineal con la frecuencia de trabajo. En consecuencia, si se introducen en la ecuación las pérdidas en los semiconductores y la influencia de la frecuencia en el valor requerido para la inductancia, es posible obtener una frecuencia de trabajo que optimice las características del convertidor.

10.3.3 Validación experimental del circuito equivalente propuesto

En aplicaciones fotovoltaicas, las corrientes en modo común pueden llegar a ser un problema debido a la gran capacidad parásita de los paneles fotovoltaicos a tierra y la característica de neutro conectado a tierra que se encuentra generalmente en la red de distribución en la que se inyecta la energía generada. Por ello, una vez estudiado y presentado el circuito eléctrico equivalente del transformador, es interesante validarlo de forma experimental. En concreto, es interesante evaluar la precisión en el cálculo de la capacidad parásita primario-secundario y su impacto en la correspondencia existente entre la forma y amplitud de las corrientes en modo común simuladas y obtenidas de forma experimental.

10.3.4 Formulación del concepto de óptimo fuera de los rangos de frecuencia y potencia considerados

En esta tesis se ha observado que, cuando se trabaja fuera de los rangos de frecuencia y potencia propuestos (1-150 kHz y 500 W-25 kW, respectivamente), el concepto de óptimo propuesto en el capítulo 7 es mejorable. En concreto, es interesante estudiar y reformular el concepto de óptimo para aplicaciones de baja potencia que trabajan a frecuencias elevadas y para aplicaciones de mayores potencias en las que es habitual emplear la refrigeración forzada.

En el caso de los transformadores de baja potencia (<500 W), con el concepto de diseño propuesto, la eficiencia se verá reducida considerablemente. Por lo tanto, es conveniente concretar la idea propuesta en el apartado 9.2.4 del capítulo 9 para resolver el problema de diseño óptimo. Esta idea consiste en limitar la eficiencia mínima permitida e introducirla en el proceso de diseño como una especificación de partida.

En los transformadores de gran potencia (>25 kW) es habitual emplear refrigeración forzada para aumentar la densidad de potencia. Dado el gran incremento de las aplicaciones que usan los transformadores de estado sólido (SST) [KOL 11], es muy interesante extender la filosofía de la metodología de diseño propuesta al diseño de éstos para determinar la potencia nominal y la frecuencia de trabajo óptimas de los distintos módulos que forman el sistema. Los principales retos a la hora de realizar esta adaptación son el modelado adecuado del sistema de refrigeración forzada y redefinición del problema de diseño para obtener la máxima densidad de potencia del conjunto sistema de refrigeración-transformador de media/alta frecuencia.

BIBLIOGRAFÍA

- [ALB 96] M. Albach, Th. Dürbaum, and A. Brockmeyer, "Calculating core losses in transformers for arbitrary magnetizing currents a comparison of different approaches," in Proc. IEEE PESC, 1996, pp. 1463-1468.
- [AMO 14] E. I. Amoiralis, M. A. Tsili, D. G. Paparigas, and A. G. Kladas, "Global transformer design optimization using deterministic and nondeterministic algorithms," IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 50, no. 1, Jan./Feb. 2014.
- [AZZ 93] Z. Azzouz, A. Foggia, L. Pierrat, and G. Meunier, "3D finite element computation of the high frequency parameters of power transformer windings," IEEE Transactions on Magnetics, vol. 29, no. 2, Mar. 1993.
- [BAD 11] U. Badstuebner, J. Biela, D. Christen, and J. W. Kolar, "Optimization of a 5-kW telecom phase-shift DC-DC converter with magnetically integrated current doubler," IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 58, no. 10, pp. 4736-4745, Oct. 2011.
- [BAH 11] M. A. Bahmani, "Core loss calculation in amorphous high frequency high power transformers with different topologies", M.Sc. Thesis, Chalmers University of Technology, Sweden, 2011.
- [BAR 96a] M. Bartoli, N. Noferi, A. Reatti, and M. K. Kazimierczuk, "Modelling winding losses in high-frequency power inductors," Journal of Circuits, Systems, and Computers, World Scientific Publishing Company[®], vol. 5, no. 4, pp. 607-626, Dec. 1996.
- [BAR 96b] M. Bartoli, N. Noferi, A. Reatti, and M. K. Kazimierczuk, "Modeling litz-wire winding losses in high-frequency power inductors," in Proc. IEEE PESC, 1996, pp. 1690-1696.
- [BER 00] Bernet, S., "Recent developments of high power converters for industry and traction applications," IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 15, no. 6, pp. 1102-1117, 2000.
- [BER 88] G. Bertotti, "General properties of power losses in soft ferromagnetic materials," IEEE Transactions on Magnetics, vol. 24, no. 1, pp. 621-630, Jan. 1988.
- [BES 14] T. Besselmann, A. Mester, D. Dujic, and S. Member, "Power Electronic Traction Transformer: Efficiency Improvements Under Light-Load Conditions," IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 29, no. 8, pp. 3971-3981, Aug. 2014.
- [BIE 05] J. Biela, "Optimierung des elektromagnetisch integrierten serien-parallel-resonanzkonverters mit eingepprägtem ausgangstrom", Ph.D. Dissertation, Power Electronic systems Laboratory ETH Zürich, Switzerland, 2005.
- [BIE 08] J. Biela, and J. W. Kolar, "Using transformer parasitics for resonant converters-A review of the calculation of the stray capacitance of transformers," IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 44, no. 1, pp. 223-233, Jan./Feb. 2008.
- [BIE 09] J. Biela, U. Badstuebner, and J. W. Kolar, "DC-DC Converter for Telecom Applications," IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 24, no. 7, pp. 1701-1710, Jul. 2009.
- [BIE 09] J. Biela, U. Badstuebner, and J. W. Kolar, "DC - DC Converter for Telecom Applications," IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 24, no. 7, pp. 1701-1710, Jul. 2009.
- [BLA 13] F. Blaabjerg, and K. Ma, "Future on power electronics for wind turbine systems," IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, vol. 1, no. 3, pp. 139-152, Sep. 2013.
- [BOR 09] M. Borage, K. V. Nagesh, M. S. Bhatia, and S. Tiwari, "Design of LCL-T resonant converter including the effect of transformer winding capacitance," IEEE Transactions on Industrial

- Electronics, vol. 56, no. 5, May 2009.
- [BOS 00] B. K. Bose, "Energy, environment, and advances in power electronics," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 15, no. 4, pp. 688-701, Jul. 2000.
- [BOS 05] A. Van den Bossche, and v. C. Valchev, "Inductors and transformers for power electronics", Ed. Taylor & Francis LLC., 2005. ISBN: 1-57444-679-7.
- [BOS 10] B. K. Bose, "Global warming: energy, environmental pollution, and the impact of power electronics," *IEEE Industrial Electronics Magazine*, Mar. 2010.
- [COG 92] J. P. K radec, B. Cogitore, and E. Laveuve, "Des circuits   constants localis es pour repr senter les transformateurs haute fr quence," *Revue G n rale de l'Electricit *, no. 5, pp. 36-47, Mai 1992.
- [COG 94] B. Cogitore, J. P. K radec, and J. Barbaroux, "The two-winding transformer: an experimental method to obtain a wide frequency range equivalent circuit," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 43, no. 2, pp. 364-371, Apr. 1994.
- [COO 86] N. R. Coonrod, "Transformer computer design aid for higher frequency switching power supplies," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. PE-1, no. 4, pp. 248-256, Oct. 1986.
- [COU 12] B. Cougo and J. W. Kolar, "Integration of leakage inductance in tape wound core transformers for dual active bridge converters," in *Proc. CIPS*, 2012, pp. 1-6.
- [DAL 07] L. Dalessandro, F. S. Cavalcante, and J. W. Kolar, "Self-capacitance of high-voltage transformers," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 22, no. 5, pp. 2081-2092, Sep. 2007.
- [DIM 08] "A semiempirical model to determine HF copper losses in magnetic components with nonlayered coils," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 23, no. 6, pp. 2719-2728, Nov. 2008.
- [DIM 09] G. S. Dimitrakakis and E. C. Tatakis, "High-frequency copper losses in magnetic components with layered windings," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 45, no. 8, pp. 3187-3199, Aug. 2009.
- [DOW 66] P. L. Dowell, "Effects of eddy currents in transformer windings," *Proc. Inst. Elect. Eng.*, vol. 113, Aug. 1966.
- [EPC 06] Epcos AG., "Ferrites and accessories- SIFERRIT material N87", www.epcos.com, 2006.
- [EPC 13] EPCOS AG. Data Book. "Ferrites and Accessories". www.epcos.com/epcos-en/180386/tech-library/publications/ferrites, 2013.
- [EPC 4.0] EPCOS. Ferrite Magnetic Design Tool 4.0 software. www.epcos.com.
- [ERI 01] R. W. Erickson, and D. Maksimovic, "Fundamental of power electronics", Ed. Springer Science+Business Media Inc., 2001. ISBN: 0-7923-7270-0.
- [EVE 14] J. Everts, F. Krismer, J. Van Den Keybus, J. Driesen, S. Member, and J. W. Kolar, "Optimal ZVS Modulation of Single-Phase Single-Stage Bidirectional DAB AC – DC Converters," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 29, no. 8, pp. 3954–3970, Aug. 2014.
- [FER 01] J. C. Fernandez, "Ingenier a electromagn tica: I. Modelos est ticos y circuitales", Ed. Eudeba, Argentina, 2013. ISBN: 978-9-502-32094-6.
- [FER 08] Ferroxcube, "3C94 Material specification", www.ferroxcube.com, 2008.
- [FER 94] J. A. Ferreira, "Improved analytical modeling of conductive losses in magnetic components," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 9, no. 1, pp. 127-131, Jan. 1994.
- [FER 97] Ferroxcube. Application note. "Design of Planar Power Transformers", www.ferroxcube.home.pl/appl/info/plandesi.htm, 1997.
- [FOR 07] F. Forest, E. Labour , T. Meynard, and M. Arab, "Analytic design method based on homothetic shape of magnetic cores for high-frequency transformers," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 22, no. 5, pp. 2070-2080, Sept. 2007.

- [GOO 02] J. B. Goodenough, "Summary of losses in magnetic materials," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 38, no. 5, pp. 3398-3408, Sep. 2002.
- [GUB 07] E. Gubia, P. Sanchis, A. Ursúa, J. López, and L. Marroyo, "Ground Currents in Single-phase Transformerless Photovoltaic Systems," *Progress in Photovoltaics: Research and Applications*, vol. 15, no. May, pp. 629-650, 2007.
- [HAU 89] H. A. Haus and J. R. Melcher, "Electromagnetic fields and energy", Ed. Prentice Hall: Englewood Cliffs, NJ, 1990. ISBN: 9780132489805.
- [HEI 02] L. Heinemann, "An Actively Cooled High Power, High Frequency Transformer with High Insulation Capability," in *Proc. IEEE APEC*, 2002, pp. 352-357.
- [HIT 10] Hitachi, "Nanocrystalline soft magnetic material Finemet", www.hitachi-metals.co.jp, 2010.
- [HOF 11] H. Hoffmann, B. Piepenbreier, "Medium frequency transformer for rail application using new materials," in *Proc. IEEE EDPC*, 2011, pp. 192-197, Sep. 2011.
- [HUR 00] W. G. Hurley, E. Gath, and J. G. Breslin, "Optimizing the AC Resistance of Multilayer Transformer Windings with Arbitrary Current Waveforms," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 15, no. 2, pp. 369-376, Mar. 2000.
- [HUR 98] W. G. Hurley, W. H. W. and J. G. Breslin, "Optimized Transformer Design: Inclusive of High-Frequency Effects," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 13, no. 4, pp. 651-659, Jul. 1998.
- [HUR 13] W. G. Hurley, and W. H. Wölfle, "Transformers and inductors for power electronics: theory, design and applications", Ed. John Wiley & Sons Ltd., 2013. ISBN: 978-1-119-95057-8.
- [INO 07] S. Inoue, and H. Akagi, "A bidirectional isolated DC-DC converter as a core circuit of the next-generation medium-voltage power conversion system," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 22, no. , pp. 535-542, Mar. 2007.
- [JIL 84] D. C. Jiles and D. L. Atherton, "Theory of ferromagnetic hysteresis", *Journal of Applied Physics*, vol. 55, pp. 2115-2120, Mar. 1984.
- [KAZ 09] M. K. Kazimierczuk, "High-frequency magnetic components", Ed. John Wiley & Sons Ltd., 2009. ISBN: 978-0-470-714539.
- [KEY 14] H. Keyhani, H. A. Toliyat, M. Harfman-Todorovic, R. Lai, and R. Datta, "An isolated resonant AC-link three-phase AC-AC converter using a single HF transformer," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 61, no. 10, pp. 5174-5183, Oct. 2014.
- [KJE 04] T. Kjellqvist, S. Norrga, and S. Östlund, "Design considerations for a medium frequency transformer in a line side power conversion system," in *Proc. IEEE PESC*, 2004, pp. 704-710.
- [KOL 11] J. W. Kolar, "Intelligent solid state transformers (SSTs)- A key building block of future smart grid systems," presentation only, no paper. CPSSC, Shanghai, China, Nov. 2011.
- [KOL 07] J. W. Kolar, U. Drogenik, J. Biela, M. L. Heldwein, H. Ertl, T. Friedli and S. D. Round, "PWM converter power density barriers," in *Proc. IEEE PCC*, 2007, pp. 9-29.
- [KRI 10] F. Krismer, "Modeling and optimization of bidirectional dual active bridge DC-DC converter topologies", Ph.D. Dissertation, Power Electronic systems Laboratory ETH Zürich, Switzerland, 2010.
- [KRI 12] F. Krismer, and J. W. Kolar, "Efficiency-optimized high-current dual active bridge converter for automotive applications," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 59, no. 7, pp. 2745-2760, Jul. 2012.
- [LAM 66] J. Lammeraner and M. Staffl, "Eddy Currents", London, U.K.: Iliffe Books, 1966.
- [LEO 14] F. de León, S. Purushothaman, and L. Qaseer, "Leakage inductance design of toroidal transformers

- by sector winding,” IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 29, no. 1, pp. 473-480, Jan. 2014.
- [LI 01] J. Li, T. Abdallah, and R. C. Sullivan, “Improved calculation of core loss with nonsinusoidal waveforms,” in Proc. IEEE IAS Annual Meeting, 2001, vol. 4, pp. 2203-2210.
- [LI 08] H. Li, “Lagrange multipliers and their applications,” Department of electrical engineering and computer science, University of Tennessee, Knoxville, USA, 2008, pp. 1-4.
- [LOT 93] A. W. Lotfi and F. C. Lee, “A high frequency model for litz wire for switch-mode magnetics,” in Proc. IAS Annual Meeting, 1993, vol. 2, pp. 1169-1175.
- [LU 03] H. Y. Lu, J. G. Zhu, and S. Y. R. Hui, “Experimental determination of stray capacitances in high frequency transformers,” IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 18, no. 5, pp. 1105-1112, Sep. 2003.
- [MAG 01] Magntec Metals, “79%Nickel-15% Iron-5% Mol y”, www.magmet.com, 2001.
- [MAG 12] Magnetec GmbH, “Typical material properties of NANOPERM®”, www.magnetec.de, 2012.
- [MAG 99] Magnetics, “Technical Bulletin FC-S7”, www.mag-inc.com, 1999.
- [MAR 02] Marchesoni, M., Novaro, R., and Savio, S., “AC locomotive conversion systems without heavy transformers: is it a practicable solution?,” in Proc. IEEE ISIE, 2002, pp. 1172-1177.
- [MAY 86] I. D. Mayergoyz, “Mathematical models of hysteresis”, IEEE Transactions on Magnetics, vol. MAG-22, no. 5, Sep. 1986.
- [MCL 04] C. WM. T. McLyman, “Transformer and inductor design handbook”, Ed. Marcel Dekker Inc., 2004. ISBN: 0-8247-5393-3.
- [MET 14] Metglas, “METGLAS 2705M Cobalt base magnetic alloy”, www.metglas.com, 2014.
- [MOH 03] N. Mohan, T. M. Undeland, and W. P. Robbins, “Power electronics: converters, applications, and design”, Ed. John Wiley & Sons Inc., 2003. ISBN: 978-0-471-22693-2.
- [MÜH 12] J. Mühlethaler, “Modeling and multi-objective optimization of inductive power components”, Ph.D. Dissertation, Power Electronic systems Laboratory ETH Zürich, Switzerland, 2012.
- [MÜH 12b] J. Mühlethaler, J. Biela, J. W. Kolar, and A. Ecklebe, “Improved core-loss calculation for magnetic components employed in power electronic systems,” IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 27, no. 2, pp. 964-973, Feb. 2012.
- [MUL 93] S. A. Mulder, “Fit formulae for power loss in ferrites and their use in transformer design,” in Proc. PCIM, 1993, pp. 345-359.
- [MUS 13] F. Musavi, M. Craciun, D. S. Gautam, W. Eberle, and W. G. Dunford, “An LLC Resonant DC-DC Converter for Wide Output Voltage Range Battery Charging Applications,” IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 28, no. 12, pp. 5437-5445, Dec. 2013.
- [NAN 09] X. Nan, and C. R. Sullivan, “An equivalent complex permeability model for litz-wire windings,” IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 45, no. 2, pp. 854-860, Mar. 2009.
- [NAR 13] A. De Nardo, G. Di Capua, and N. Femia, “Transformer design for isolated switching converters based on geometric form factors of magnetic cores,” IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 60, no. 6, pp. 2158-2166, Jun. 2013.
- [NEM 97] National Electrical Manufacturer’s Association, *Magnet Wire*, MW-1000-1997.
- [NEW 13] New England Wire Technologies. “Product Selection Guide”. www.newenglandwire.com/newt-catalog.pdf, 2013.
- [ODE 99a] W. G. Odendaal and J. A. Ferreira, “Effects of scaling high-frequency transformer parameters,” IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 35, no. 4, pp. 932-940, Jul./Aug. 1999.

- [ODE 99b] W. G. Odendaal and J. A. Ferreira, "A thermal model for high-frequency magnetic components," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 35, no. 4, pp. 924-931, Jul./Aug. 1999.
- [ORT 10a] G. Ortiz, J. Biela, D. Bortis, and J. W. Kolar, "1 MW, 20 kHz, isolated, bidirectional 12 kV to 1.2 kV DC-DC converter for renewable energy applications," in *Proc. IEEE ECCE Asia*, pp. 3212-3219, Jun. 2010.
- [ORT 10b] G. Ortiz, J. Biela, and J. W. Kolar, "Optimized design of medium frequency transformers with high isolation requirements," in *Proc. IEEE IECON*, 2010, pp. 631-638.
- [ORT 13] G. Ortiz, M. Leibl, J. W. Kolar, and O. Apeldoorn, "Medium frequency transformers for solid-state-transformer applications – Design and experimental verification," in *Proc. IEEE PEDS*, 2013, pp. 1285-1290.
- [OUI 12] Z. Ouyang, O. C. Thomsen, and M. A. E. Andersen, "Optimal design and tradeoff analysis of planar transformer in high-power dc-dc converters," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 59, no. 7, pp. 2800-2810, Jul. 2012.
- [PAC 13] PACK Feindrähte. "Technical Data. RUPALIT® high-frequency litz wires", www.pack-feindrahte.de/, 2013.
- [PAV 05] M. Pavlovsky, S. W. H. de Haan, and J. A. Ferreira, "Partial Interleaving: A Method to Reduce High Frequency Losses and to Tune the Leakage Inductance in High Current, High Frequency Transformer Foil Windings," in *Proc. IEEE PESC*, 2005, pp. 1540-1547.
- [PAV 06] M. Pavlovský, "Electronic DC transformer with high power density", Ph.D. Dissertation, EPP Delft University of Technology, The Netherlands, 2006.
- [PEN 13] D. C. Pentz, "Overview of helical foil winding design for planar magnetic components," in *Proc. IEEE ICIT*, 2013, pp. 628-632.
- [PET 96] R. Petkov, "Optimum design of a high-power, high-frequency transformer," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 11, no. 1, pp. 33-42, Jan. 1996.
- [PRA 08] A. Prasai, J. S. Yim, D. Divan, A. Bendre, and S. K. Sul, "A new architecture for offshore wind farms," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 23, no. 3, pp. 1198-1204, may 2008.
- [REA 02] A. Reatti and M. K. Kazimierczuk, "comparison of various methods for calculating the AC resistance of inductors," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 38, no. 3, pp. 1512-1518, May 2002.
- [REI 01] J. Reinert, A. Brockmeyer, and R. W. A. A. De Doncker, "Calculation of losses in ferro- and ferrimagnetic materials based on the modified Steinmetz equation," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 37, no. 4, pp. 1055-1061, Jul./Aug. 2001.
- [RIV 81] J. Rivas, J. M. Zamarró, E. Martín, and C. Pereira, "Simple approximation for magnetization curves and hysteresis loops", *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. MAG-17, no. 4, Jul. 1981.
- [ROB 11] H. Rossmann, M. Doebroenti, M. Albach, and D. Exner, "Measurement and characterization of high frequency losses in nonideal litz wires," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 26, no. 11, pp. 3386-3394, Nov. 2011.
- [ROS 14] A. Roskopf, E. Bär, and C. Joffe, "Influence of inner skin- and proximity effects on conduction in Litz wires," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 29, no. 10, pp. 5454-5461, Oct. 2014.
- [SAN 13] I. Sánchez, "Integración de sistemas de producción de hidrógeno en parques eólicos conectados a la red", Memoria de Tesis Doctoral, Universidad Pública de Navarra, Pamplona, 2013.
- [SEG 11] F. Segura, J. M. Andújar, and E. Durán, "Analog current control techniques for power control in PEM fuel-cell hybrid systems: a critical review and a practical application," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 58, no. 4, Apr. 2011.
- [SHE 06] W. Shen, "Design of high-density transformers for high-frequency high-power converters", Ph.D. Dissertation, Virginia Polytechnic Institute and State University, Virginia, EE.UU., 2006.

- [SHE 08] W. Shen, F.Wang, D. Boroyevich, and C.W.Tipton, "Loss characterization and calculation of nanocrystalline cores for high-frequency magnetics applications," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 23, no. 1, pp. 475–484, Jan. 2008.
- [SHU 13] P. Shuai, and J. Biela, "Design and optimization of medium frequency, medium voltage transformers," in *Proc. IEEE EPE*, 2013, pp. 1-10.
- [SNE 69] E. C. Snelling, "Soft ferrites: properties and applications", Ed. Iliffe Books Ltd., 1969.
- [STE 92] Steinmetz, C.P., "On the law of hysteresis", in *American Institute of Electrical Engineers Transactions*, vol. 9, pp. 3–64, 1892.
- [STE 09] T. Steinmetz, S. Kurz, M. Clemens, "Domains of Validity of Quasistatic and Quasistationary Field Approximations", in *Proc. ISTET*, pp. 271-275, 2009.
- [SUL 08] C. R. Sullivan, "Aluminum windings and other strategies for high-frequency magnetics design in an era of high copper and energy costs," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 23, no. 4, pp. 2044-2051, 2008.
- [SUL 99] C. R. Sullivan, "Optimal choice for number of strands in a litz-wire transformer winding," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 14, no. 2, pp. 283 -291, 1999.
- [SUL 01] C. R. Sullivan, "Cost-constrained selection of strand wire and number in a litz-wire transformer winding," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 16, no. 2, pp. 281-288, Mar. 2001.
- [TOU 01] F. Tourkhani and P. Viarouge, "Accurate analytical model of winding losses in round litz wire windings," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 37, no. 1, pp. 538–543, Jan. 2001.
- [URS 10] A. Ursúa, "Producción de hidrógeno con electrolizadores alcalinos: modelado electroquímico, fuentes de alimentación eléctrica e integración con energías renovables", Memoria de Tesis Doctoral, Universidad Pública de Navarra, Pamplona, 2010.
- [VAN 88] J. P. Vandellac and P. D. Ziogas, "A novel approach for minimizing high-frequency transformer copper losses," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 3, no. 3, Jul. 1988.
- [VEN 02] K. Venkatchalam, C. R. Sullivan, T. Abdallah and H. Tacca, "Accurate prediction of ferrite core loss with nonsinusoidal waveforms using only Steinmetz parameters," in *Proc. IEEE COMPEL*, 2002, pp. 36-41.
- [VIL 09] I.Villar, U. Viscarret, I. Etxeberria-Otadui, and A. Rufer, "Global loss evaluation methods for nonsinusoidally fed medium-frequency power transformers," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, no. 10, pp. 4132-4140, 2009.
- [VIL 10] I. Villar, "Multiphysical characterization of medium-frequency power electronic transformers", Ph.D. Dissertation, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suisse, 2010.
- [VIL 11] I. Villar, A. Garcia-Bediaga, U. Viscarret, I. Etxeberria-Otadui, and A. Rufer, "Proposal and validation of medium-frequency power transformer design methodology," in *Proc. IEEE ECCE*, 2011, pp. 3792-3799.
- [VIT 10] Vacuumshmelze GmbH, "Nanocrystalline VITROPERM", www.vacuumschmelze.com, 2010.
- [VOR 84] V. Vorpérian, "Analysis of resonant converters", Ph.D. Dissertation, California Institute of Technology, Pasadena, California, USA, 1984.
- [VU 14] T. T. Vue, S. O'Driscoll, and J. V. Ringwood, "Nonlinear dynamic transformer time-domain identification for power converter applications," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 29, no. 1, pp. 318-327, Jan. 2014.
- [WAN 09] Y. Wang, S. W. H. de Haan, and J. A. Ferreira, "Potential of improving PWM converter power density with advanced components," in *Proc. IEEE EPE*, 2009, pp.1-10.
- [WOD 12] R. P. Wojda, and M. K. Kaizimierzczuk, "Winding resistance of litz-wire and multi-strand inductors,"

- IET Power Electronics, vol. 5, iss. 2, pp. 257-268, 2012.
- [XUE 14] P. Xuewei, and A. K. Rathore, "Novel bidirectional snubberless naturally commutated soft-switching current-fed full-bridge isolated DC/DC converter for fuel cell vehicles," IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 61, no. 5, pp. 2307-2315, May 2014.
- [YOS 88] Y. Yoshizawa, S. Oguma, and K. Yamauchi, "New Fe-based soft magnetic alloys composed of ultrafine grain structure", Journal of Applied Physics, vol. 64, pp. 6044-6046, Nov. 1988.
- [ZHA 14] B. Zhao, W. Song, W. Liu, and Y. Sun, "A synthetic discrete design methodology of high-frequency isolated bidirectional DC/DC converter for grid-connected battery energy storage system using advanced components," Transactions on Industrial Electronics, vol. 61, no. 10, pp. 5402-5410, Oct. 2014.
- [ZHO 09] H. Zhou, and A. M. Khambadkone, "Hybrid modulation for dual active-bridge bidirectional converter with extended power range for ultracapacitor application," IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 45, no. 4, pp. 1434-1442, Jul./Aug. 2009.

