MATEMATIKA

Leire SIMÓN JIMÉNEZ

KONTZEPTUA ULERTZEA ARDATZ DUEN ZATIKIEN IRAKASKUNTZARAKO PROPOSAMEN DIDAKTIKOA

TFG/*GBL* 2020

upna
Universidad Pública de Navarra
Nafarroako Unibertsitate Publikoa
Facultad de Ciencias Humanas y Sociales
Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea

Grado en Maestro de Educación Primaria /
Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Grado en Maestro en Educación Primaria

Gradu Bukaerako Lana

Trabajo Fin de Grado

KONTZEPTUA ULERTZEA ARDATZ DUEN ZATIKIEN IRAKASKUNTZARAKO PROPOSAMEN DIDAKTIKOA

Leire SIMON JIMENEZ

GIZA, GIZARTE ETA HEZKUNTZA ZIENTZIEN FAKULTATEA

FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS, SOCIALES Y DE LA EDUCACIÓN

NAFARROAKO UNIBERTSITATE PUBLIKOA

UNIVERSIDAD PÚBLICA DE NAVARRA

Ikaslea / Estudiante

Leire SIMON JIMENEZ

Izenburua / Título

Zatikien irakaskuntzarako proposamen didaktikoa

Gradu / Grado

Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua / Grado en Maestro en Educación Primaria

Ikastegia / Centro

Giza, Gizarte eta Hezkuntza Zientzien Fakultatea / Facultad de Ciencias Humanas, Sociales y de la Educación

Nafarroako Unibertsitate Publikoa / Universidad Pública de Navarra

Zuzendaria / Director-a

Haritz IRIBAS PARDO

Saila / Departamento

Estatistika, Informatika eta Matematika / Estadística, Informática y Matemáticas

Ikasturte akademikoa / Curso académico

2020-2021

Seihilekoa / Semestre

Udazkena/Otoño

Hitzaurrea

2007ko urriaren 29ko 1393/2007 Errege Dekretua, 2010eko 861/2010 Errege Dekretuak aldatuak, Gradu ikasketa ofizialei buruzko bere III. kapituluan hau ezartzen du: “ikasketa horien bukaeran, ikasleek Gradu Amaierako Lan bat egin eta defendatu behar dute […] Gradu Amaierako Lanak 6 eta 30 kreditu artean edukiko ditu, ikasketa planaren amaieran egin behar da, eta tituluarekin lotutako gaitasunak eskuratu eta ebaluatu behar ditu”.

Nafarroako Unibertsitate Publikoaren Haur Hezkuntzako Irakaslearen Graduak, ANECAk egiaztatutako tituluaren txostenaren arabera, 12 ECTSko edukia dauka. Abenduaren 27ko ECI/3857/2007 Aginduak, Haur Hezkuntzako irakasle lanetan aritzeko gaitzen duten unibertsitateko titulu ofizialak egiaztatzeko baldintzak ezartzen dituenak arautzen du titulu hau; era subsidiarioan, Unibertsitatearen Gobernu Kontseiluak, 2013ko martxoaren 12ko bileran onetsitako Gradu Amaierako Lanen arautegia aplikatzen da.

ECI/3857/2007 Aginduaren arabera, Haur Hezkuntzako Irakaslearen ikasketa-plan guztiak hiru modulutan egituratzen dira: lehena, oinarrizko prestakuntzaz arduratzen da, eduki sozio-psiko-pedagogikoak garatzeko; bigarrena, didaktikoa eta diziplinakoa da, eta diziplinen didaktika biltzen du; azkenik, Practicum daukagu, zeinean graduko ikasleek eskola praktiketan lortu behar dituzten gaitasunak deskribatzen baitira. Azken modulu honetan dago Gradu Amaierako Lana, irakaskuntza guztien bidez lortutako gaitasun guztiak islatu behar dituena. Azkenik, ECI/3857/2007 Aginduak ez duenez zehazten gradua lortzeko beharrezkoak diren 240 ECTSak nola banatu behar diren, unibertsitateek ahalmena daukate kreditu kopuru bat zehazteko, aukerako irakasgaiak ezarriz, gehienetan.

Beraz, ECI/3857/2007 Agindua betez, beharrezkoa da ikasleak, Gradu Amaierako Lanean, erakus dezan gaitasunak dituela hiru moduluetan, hots, oinarrizko prestakuntzan, didaktikan eta diziplinan, eta Practicumean, horiek eskatzen baitira Haur Hezkuntzako Irakasle aritzeko gaitzen duten unibertsitateko titulu ofizial guztietan.

Lan honetan, oinarrizko prestakuntzako moduluak, hau da, arlo soziologiko, pedagogiko eta psikologikoak ezinbestekoak izan dira egiten den proposamena diseinatzeko. Izan ere, ikasleek adinaren arabera dituzten ezaugarri eta gaitasunak kontuan izan dira, haientzako egokituak diren proposamenak egiteko.

Didaktika eta diziplinako moduluak ezinbestekoak izan dira lana aurrera eramateko, ondoren azalduko den proposamen didaktikoaren adar oso garrantzitsua baitira. Modulu honi esker, helburuak, metodologia eta ebaluazioa garatu ahal izan dira.

Halaber, Practicum moduluak gradu osoan zehar ikasitakoa, praktikara eramateko eta irakasleek eginkizuna errealitatean ezagutzeko aukera eskaini du. Gainera, ohiko egoera batean, egiten den proposamena ikasleei aurkezteko aukera emango luke. Covid-19aren egoeraren ondorioz, ez da posible izan. Hala ere, praktikaldietan ezagututako errealitatea kontuan izan da ere proposamena diseinatzeko.

Beste alde batetik, ECI/3857/2007 Aginduak ezartzen du, Gradua amaitzerako, ikasleek gaztelaniazko C1 maila eskuratuta behar dutela. Horregatik, hizkuntza gaitasun hau erakusteko, euskaraz zein gazteleraz idatziko dira “Antecedentes/Aurrekariak, eta “Ebaluazioa/Evaluacion” atalak baita hurrengo atalean aipatzen den laburpen derrigorrezkoa ere.

Laburpena

Gradu Bukaerako Lan honetan, proposamen didaktiko bat aurkezten da Lehen Hezkuntzako 5. mailan matematikako irakasgaian lantzeko. Proposamenaren helburua ikasleek matematika gustuko izatea eta zatikien inguruko edukiak menperatzea da. Horretarako, eta ikasleek normalean zatikiekin dituzten zailtasunei aurre egiteko, zatikiekin egin daitezkeen eragiketen algoritmoak erakustea baino kontzeptuaren ulermena garrantzitsuagoa dela kontuan hartu izan da. Gauzak horrela, Nafarroako curriculumaren helburuak kontuan hartuz eta Singapur metodoak proposatutako hiru etapak oinarri hartuz, jarduerak aurrera eramateko metodologia deskribatzen da, diseinatutako ariketen azalpenarekin jarraituz. Era berean, ikasleek zatikiekin lotutako edukiak lantzerakoan egiten dituzten ohiko akatsak ere identifikatzen dira. Bukatzeko, proposatzen diren jarduerak ebaluatzeko tresna ezberdinak aipatzen direlarik.

Hitz gakoak: zatikiak; ulermena; akatsa; manipulazioa; kontzeptua.

Resumen

En este Trabajo de Fin de Grado se presenta una propuesta didáctica para trabajar en 5º de Primaria en la asignatura de matemáticas. El objetivo es que a los alumnos y las alumnas les guste la matemática y dominen los contenidos sobre las fracciones. Para ello, y para hacer frente a las dificultades que normalmente tienen con las fracciones, se ha tenido en cuenta que es más importante la comprensión del concepto que mostrar algoritmos de las operaciones que se pueden realizar con las fracciones. Así, teniendo en cuenta los objetivos del currículo navarro y tomando como base las tres etapas propuestas por el método Singapur, se describe la metodología para llevar a cabo las actividades, continuando con la explicación de los ejercicios diseñados. Asimismo, también se identifican los errores más habituales que cometen. Por último, se mencionan los diferentes instrumentos de evaluación de las actividades que se proponen.

Palabras clave: fracciones; comprensión; errores; manipulación; concepto.

Abstract

In this End of Degree Work, a didactic proposal is presented to work in 5th Grade in the subject of mathematics. The goal is for students to like mathematics and master the contents over fractions. To do this, and to deal with the difficulties they normally face with fractions, it has been considered that it is more important to understand the concept than to show algorithms of the operations that can be performed with fractions. Thus, considering the objectives of the Navarrese curriculum and based on the three stages proposed by the Singapore method, the methodology for carrying out the activities is described, continuing with the explanation of the exercises designed. They also identify the most common mistakes they make. Finally, the different instruments for assessing the proposed activities are mentioned.

Keywords: fractions; understanding; mistakes; manipulation; concept.

AURKIBIDEA

1. AURREKARIAK

Matematika, hizkuntza unibertsaleko zientzia izateaz gain, historian zehar, pentsamenduaren gaitasuna garatzeko duen ahalmenak eta eguneroko bizitzarako nahiz beste diziplina batzuetarako duen erabilgarritasunak bultzatuta, zientzia honek leku nagusia hartu du ia mundu osoko eskoletako irakaskuntza-planetan.

Matematika ikasteak duen garrantzia ez datza eguneroko bizitzan dagoen horretan bakarrik; hortaz gain, zenbait onura dituen zientzia da, hala nola arrazoibidearen garapena eta pentsamendu analitikoa bultzatzea.

Matematikak, argudioak premisatan deskonposatzen eta hauen zein hauen ondorioen arteko erlazioak ikusten laguntzen du. Horrek, matematikaren egiazkotasuna edo fidagarritasuna epaitzeaz gain, adimen-bizkortasunari ere mesede egiten dio, problema bat ebaztean garatzen den pentsamendu arrazionalaren bidez. Horrek, gero, eguneroko bizitzako arazoak konpontzeko gaitasuna ekar dezake, ditugun datuak erlazionatuz ondorio logikoagoak lortu ditzakegulako.

Honekin lotuta, pentsamendu analitikoaren bidez, ikertzeko gaitasuna garatzen da, eta horrek inguratzen gaituen mundua hobeto ezagutzeko aukera ematen digu, ebidentzietan oinarritutako egia bilatzen baita, ez emozioetan. Izan ere, matematikak formula logiko baten bidez arrazoitzeko aukera ematen du, egiazta daitezkeen datu errealak hartuz.

Bestalde, problema bati irtenbidea aurkitzeko, analisi-prozesu koherentea behar da, eta, beraz, ideiak ordenatzen eta zuzen adierazten laguntzen du. Haurrak direnetik pertsonak matematikan heztea, pentsatzen irakasten die, hau da, pentsatzeko gaitasuna garatzen dute. Eta, gainera, zientzia guztien ama denez, beste jakintza-arlo batzuekin erlazionatzen da, hala nola teknologiarekin, jakinduria eta jakin-mina sustatuz.

Beraz, matematikaren irakaskuntza-ikaskuntzari esker, ikasleen artean adimen-eskemak garatu, finkatu eta era daitezke gaitasunen garapena indartzeko. Arlo honen irakaskuntza funtsezkoa izanik ezagutzaren beste arlo batzuetan emaitza onak lortzeko eta eskola-etapan arrakasta izateko.

Hala ere, zientzia honek duen garrantzia hain argia izan arren, nazioarteko hainbat probatan (PISA, adibidez) lortutako emaitza apalak direla eta kezka handia agertu dute hainbat erakundek.

Hori dela eta, matematikaren ikaskuntzan dauden zailtasunak eta akatsak Hezkuntza Matematikoaren ikerketa-gunea dira gaur egun. Ikasgai honen azterketaren antzinatasuna, lortutako emaitzak eta emaitza horiek interpretatzeko erabilitako eskema teorikoak izan arren, oraindik konpondu gabeko arazo garrantzitsuak baitaude.

Oro har, matematikan, itxuraz, jarduera ona duten ikasle gehienek ere, seguruenik, matematika-objektuen operazio-, egitura- eta prozesu-akats larriak ezkutatuko dituztela onartzen dugu, eta horrek zaildu egingo duela ondorengo ikaskuntza. Hala, beharrezkoa dirudi ikasleen akatsak askoz serioago diagnostikatzea eta tratatzea. Ideia hori baieztatuz, azken urteotan egindako ikerketek, ikasleen erantzun zuzenetan ez ezik, egiten dituzten akatsetan ere arreta jartzea garrantzitsua dela erakutsi dute. Informazio horri esker, irakasleek prozedura eta erremedio eraginkorrak izango baitituzte ikasleei akats horiek zuzentzen laguntzeko.

Hala, matematikaren irakaskuntzaren ikerketetan gero eta interes handiagoa dago ikuskera desegokiak erraztuko dituzten eta ikasleen akatsak aurreikusi eta interpretatuko dituzten ereduak lortzeko. Autore gehienek uste dutelako akatsak ez direla halabeharrezkoak, baizik eta ikasleek egoera problematikoa ebazteko erabiltzen dituzten estrategia eta arau pertsonalek sortzen dituztela, eta Matematikan aurretik izandako esperientzien ondorio direla.

Akatsak matematikaren irakaskuntza- eta ikaskuntza-prozesuaren zati dira hezkuntza-etapa osoan, eta ikasleek ezagutza bereganatzen eta finkatzen dutenean etengabe agertzen dira. Erantzun okerrak ikasleen ikaskuntzan dauden gabezien seinale gisa interpretatu ohi dira, eta planteatutako helburuak lortzeko porrotzat ere. Horregatik, beharrezkoa da ikasleen ekoizpenei buruzko kritika sustatzen duten jarduerak sartzea, akatsak diagnostikatu, detektatu, zuzendu eta, azkenik, gainditzeko. Alde horretatik, matematikari gehienek ikasleek egindako akatsak identifikatzea beharrezkoa dela azpimarratzen dute, haien kausak zehaztea eta irakaskuntza antolatzea informazio hori kontuan hartuta. Hau da, akatsa, ikasteko aukera gisa hartzea, horiek gainditzeko jarduerak bilatuz eta, hartara, ikasleei ezagutza eraikitzeko prozesuan lagunduz.

Nahiz eta akatsak zenbait kausari badagozkie ere, aurretik aipatu den moduan, gehienetan ikasleen eskema kognitibo desegoki bati lotuta daude, zeinak denboran irauten duten, eta aurretik oker lortutako ezagutzetan oinarritzen diren. Gauzak horrela, ezagutzarik ezaren edo oharkabeko akatsen ondorio diren adierazpenak baztertu egingo dira. Horregatik, irakaskuntza-prozesu orok izan ditzake akatsak.

Lan honetan, zatikiak ikasteko akatsak eta zailtasunak aztertzen dira. Gai hau funtsezko oinarria baita hezkuntza-etapan beharrezkoak diren etorkizuneko matematika-kontzeptuei eusteko (aljebra eta geometria esaterako). Hala, horiek kontuan hartuta, ikasleen zatikien ulermen kontzeptuala hobetzera bideratuta dauden Lehen Hezkuntzako 5.mailan zatikiak irakasteko jarduerak eta estrategiak proposatzen dira.

2. ANTECEDENTES

La matemática, además de ser una ciencia de lenguaje universal, está impulsada a lo largo de la historia por su capacidad para desarrollar la capacidad del pensamiento y su utilidad para la vida cotidiana y para otras disciplinas. Así pues, esta ciencia ha ocupado un lugar central en los planes de enseñanza de las escuelas de casi todo el mundo. (Universia, 2015)

La importancia del aprendizaje de las matemáticas no reside sólo en lo que está en la vida cotidiana, sino que es una ciencia que tiene una serie de beneficios, como el desarrollo del razonamiento y el impulso del pensamiento analítico.

Las matemáticas ayudan a descomponer los argumentos en premisas y a ver las relaciones entre éstas y sus consecuencias. Esto, además de juzgar la veracidad o fiabilidad de las matemáticas, favorece también la agilidad intelectual a través del pensamiento racional que se desarrolla al resolver un problema. Esto, luego, puede dar lugar a la capacidad de resolver problemas de la vida cotidiana, porque relacionando los datos de los que disponemos podemos obtener conclusiones más lógicas. (Universia, 2015)

En relación con esto, a través del pensamiento analítico se desarrolla la capacidad de investigar, lo que nos permite conocer mejor el mundo que nos rodea, ya que se busca la verdad basada en evidencias, no en emociones. De hecho, las matemáticas permiten razonar mediante una fórmula lógica, tomando datos reales verificables. (Santana, 2007)

Por otra parte, la solución a un problema requiere de un proceso de análisis coherente, por lo que ayuda a ordenar y expresar las ideas correctamente. Educar a las personas en matemáticas desde que son niños, les enseña a pensar, es decir, desarrollan la capacidad de pensar. Y además, como madre de todas las ciencias, se relaciona con otras áreas de conocimiento como la tecnología, fomentando el saber y la curiosidad. (Universia, 2015)

Por tanto, la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas permite desarrollar, consolidar y configurar esquemas mentales entre el alumnado para potenciar el desarrollo de competencias. Siendo la enseñanza de esta área fundamental para obtener buenos resultados en otras áreas del conocimiento y para triunfar en la etapa escolar. (Godino, 2003)

Por ello, las dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas son hoy en día el centro de investigación de la Educación Matemática. A pesar de la antigüedad del análisis de esta materia, los resultados obtenidos y los esquemas teóricos utilizados para interpretarlos, existen problemas importantes aún no resueltos. (Fernandez, 2013)

En general, en matemáticas asumimos que la mayoría del alumnado con buena actividad aparentemente también ocultará, probablemente, graves errores operacionales, estructurales y de proceso de los objetos matemáticos, lo que dificultará el aprendizaje posterior. Así, parece necesario diagnosticar y tratar los errores de los alumnos mucho más en serio. Confirmando esta idea, las investigaciones realizadas en los últimos años han demostrado la importancia de centrarse no sólo en las respuestas correctas de los alumnos, sino también en los errores que cometen. Esta información permitirá al profesorado disponer de procedimientos y remedios eficaces para ayudar al alumnado a corregir estos errores. (Socas, 2007)

Así, en las investigaciones de la enseñanza de las matemáticas existe un interés creciente por conseguir modelos que faciliten concepciones inadecuadas y prevengan e interpreten los errores del alumnado. Porque la mayoría de los autores consideran que los errores no son inevitables, sino que son producidos por estrategias y normas personales con las que los alumnos resuelven la situación problemática y que son fruto de experiencias anteriores en Matemáticas.

Los errores forman parte del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a lo largo de toda la etapa educativa y se manifiestan constantemente cuando el alumnado adquiere y consolida el conocimiento. Las respuestas erróneas suelen interpretarse como una señal de las carencias en el aprendizaje del alumnado y también como un porrazo para conseguir los objetivos planteados. Por ello, es necesario incluir actividades que fomenten la crítica sobre las producciones del alumnado para diagnosticar, detectar, corregir y, finalmente, superar los errores. En este sentido, la mayoría de los matemáticos insisten en la necesidad de identificar los errores cometidos por los alumnos, determinar sus causas y organizar la enseñanza teniendo en cuenta esta información. Es decir, considerar el error como una oportunidad para aprender, buscando actividades para superarlos y, de esta manera, ayudar al alumnado en el proceso de construcción del conocimiento. (S Del Puerto, 2006)

Aunque los errores se refieren a varias causas, como se ha mencionado anteriormente, en la mayoría de los casos están asociados a un esquema cognitivo inadecuado del alumnado, que persisten en el tiempo y se basan en conocimientos previamente obtenidos erróneamente. Así las cosas, se excluirán aquellas expresiones que obedezcan a falta de conocimiento o a errores inadvertidos. Por eso todo proceso de enseñanza puede tener defectos.

En este trabajo se analizan los defectos y dificultades para el aprendizaje de las fracciones. Este tema es la base fundamental para mantener los conceptos matemáticos del futuro necesarios en la etapa educativa (como el álgebra y la geometría). Así, teniendo en cuenta éstas, se proponen actividades y estrategias de enseñanza de fracciones en 5º de Primaria orientadas a mejorar la comprensión conceptual de las fracciones del alumnado.

3. MARKO TEORIKOA

3.1. Matematikaren didaktika

Matematikaren irakaskuntza eta ikaskuntza gero eta konplexutasun teoriko eta metodologiko handiagoko gizarte-prozesuak dira. Alde batetik, matematikaren didaktikak diziplina zientifiko bihurtu arte eboluzionatu du (Gascón, 1998), eta, hala, bere funtsezko helburuaren esparruan ekiten dio bere aztergaiari: matematikaren irakaskuntzak eta ikaskuntzak hezkuntza-testuinguru instituzionalizatuetan dituzten arazoak zientifikoki aztertzea. Bestetik, matematikan eta matematikaren didaktikan haustura epistemologiko eta ontologikoek planteamendu berriak eskatzen dituzte irakaslearen eta ikaslearen rolari, matematikaren irakaskuntzari eta haren garapen didaktiko eta curriculumari buruz. (Quiroga, B. G., Coronado, A., & Quintana, L. M., 2011).

Birplanteamendu horien ondorioz, onartzen da matematika-ezagutza ez dela subjektuaren kanpoko errealitate bakar baten erreplika objektiboa, baizik eta esanahien eraikuntza pertsonala eta soziala dela, bilakaera historiko baten emaitza, etengabe garatzen ari den kultura-prozesu bat, testuinguru jakin batean kokatua (D'Amore, Godino eta Fandiño, 2008).

Prozesu horretan, beren irudikapenak eraiki eta berreraikitzen dituzten subjektuen elkarreragina eta intersubjektibotasuna funtsezkoak dira kalitatezko irakaskuntza eta ikaskuntza ahalbidetzeko, eta, ondorioz, logika, matematikaren didaktikaren esparruan matematika-konpetentzien prestakuntza- eta garapen-prozesu konplexua onartzeko (García et ál., 2009: 12).

Matematikak ezagutzea edo jakitea, definizioak errepikatzea, edo zenbaki, magnitude, poligono zein beste matematika-objektu batzuen propietateak identifikatzeko gai izatea baino gehiago da. Matematika dakien pertsonak, gai izan behar du matematika-hizkuntza eta -kontzeptuak problemak ebazteko erabiltzeko. Ezin zaie zentzu osoa eman matematika-objektuei, sortu diren problemekin lotzen ez baditugu. (Godino, 2017).

Problemak ebazteko jarduera funtsezkoa da matematikaren ikaskuntza esanguratsua lortu nahi badugu. Ez dugu pentsatu behar, jarduera hau, matematika-curriculumaren beste eduki bat besterik ez dela, baizik eta matematikaren ikaskuntzaren bide nagusietako bat dela, eta ikasleentzat motibazio-iturri bat dela, ezagutzak testuinguruan kokatu eta pertsonalizatzeko aukera ematen baitu. Problema bat ebaztean, ikasleak esanahia ematen die egindako matematika-praktikei, haren helburua ulertzen baitu. (Godino, 2017).

Ez da nahikoa problema bati edozein irtenbide ematea. Irakasleak, matematikoki zuzenak direnak aurkitzen laguntzen die ikasleei. Matematika-ezagutzak dimentsio kulturala du. Horregatik, irakasleak "kultura-jakintza" hori aurkitzen edo eraikitzen lagundu behar die ikasleei, pixkanaka beren garaiko komunitate zientifiko eta kulturalean sar daitezen. (Godino, 2017).

Zientzia, eta bereziki matematika, ez dira hutsean eraikitzen, gure aurrekoek eraikitako ezagutzen zutabeetan baizik. Matematikaren irakaskuntzaren helburua ez da soilik ikasleak dagoeneko ezagutzen ditugun problemak ebazteko gaitzea, baizik eta oraindik konpondu ezin izan ditugun problemak ebazteko prestatzea. Horretarako, benetako matematika-lana egitera ohitu behar ditugu, hau da, problemen ebazpena ez ezik, problemen ebazketan aldez aurreko ezagutzak erabiltzera ere iristen dena. (Godino, 2017).

Matematikaren ikaskuntza esanguratsuak funtsezko eginkizuna ematen die gizarte-interakzioari, lankidetzari, diskurtsoari eta komunikazioari, bai eta subjektuak problema-egoerekin duen elkarreraginari ere. Subjektuak irakaskuntza-ingurune batekin duen elkarrekintzaren bidez ikasten du, ingurunean dauden baliabide sinboliko, material eta teknologikoak erabiliz. (Godino, 2017).

Bestalde, matematikaren irakaskuntzari eta ikaskuntzari buruzko teoria guztiek diote beharrezkoa dela ikasleek ikaskuntza-prozesuan egiten dituzten akatsak identifikatzea, haien arrazoiak zehaztea eta irakaskuntza antolatzea informazio hori kontuan hartuta. Irakasleak ikasleen aldez aurreko ideiekiko sentikorra izan behar du, eta gatazka kognitiboaren teknikak erabili behar ditu ikaskuntzan aurrera egiteko. (Godino, Baterano era Font 2003).

- Akatsaz ari gara ikasleak eskolako matematika-erakundearen ikuspuntutik balio ez duen praktika bat egiten duenean (ekintza, argudioak, etab.).
- Zailtasun terminoak ikasleek ikasketa-ataza edo -gai baten aurrean duten arrakasta-maila adierazten du. Erantzun okerren portzentajea (zailtasun indizea)

handia bada, zailtasuna handia dela esaten da, eta portzentaje hori txikia bada, zailtasuna txikia dela.

- Batzuetan, akatsa ez da gertatzen ezagutza faltagatik, baizik eta ikasleak egoera batzuetan baliagarria den ezagutza bat modu desegokian aplikatzen den beste batzuetan erabiltzen duelako. Kasu horietan, oztopo bat dagoela esaten dugu. Sarritan, akatsen jatorria ez da identifikatzen erraza, nahiz eta batzuetan zenbait akats errepikari aurkitzen diren, zeinetarako ikerketa didaktikoak dauden, azalpenak eta horiei aurre egiteko moduak azaltzen dituztenak.

3.2. Material manipulatiboa

Irakaslearen jarduera, hau da, irakaskuntza, kulturaren (adiera zabalenean, curriculumean ordezkatuta) eta ikaslearen arteko bitartekaritza-jardueratzat hartzen da. Beraz, irakasleak, irakaskuntza-jardueraren bidez, ikaslearen ikaskuntza erraztu behar du. Horretarako, hainbat elementu edo baliabide ditu, eta horiei esker lortzen du kultura-bitartekaritza. Ikasmaterial horiek ikaslearengan ikaskuntza esanguratsua sortzen duen edozein objektu artifizial edo naturala izan daiteke. Material didaktikoak pentsamenduarekin, ahozko eta idatzizko hizkuntzarekin, irudimenarekin, sozializazioarekin, nork bere burua eta besteak hobeki ezagutzearekin zerikusia duten arloetan ikasleak garatzen laguntzeko erabiltzen dira. Hala, material didaktikoek gero eta garrantzi handiagoa hartu dute gaur egungo hezkuntzan. Memorizazio behartuak eta mehatxu fisikoak metodo bideragarriak izateari utzi zioten aspaldi, eta zentzumenak eta irudimena suspertzen hasi ziren. (Uicab, G.,2009)

Baliabide didaktikoak bi motatakoak izan daitezke (Godino, Batanero eta Font, 2003):

- Ikasteko laguntzak. Irakaslearen funtzioa osatzen duten baliabideak dira (edukiak antolatzen dituzte; arazoak, ariketak edo kontzeptuak aurkezten dituzte; etb). Autoebaluazio-probek edo ordenagailuko tutoretza-bideoak adibide batzuk dira. Testu liburuak eta ariketa liburuak ere talde honen barruan sartzen dira.
- Matematika-arrazoibidea laguntzen eta sustatzen duten material manipulatiboak. Ingurunetik hartutako edo berariaz prestatutako objektu

fisikoak dira, bai eta grafikoak, hitz espezifikoak, zeinu-sistemak eta abar ere. Material hauen barruan, beraz, matematika-lanean adierazpen-, esplorazio- eta kalkulu-bitarteko gisa funtzionatzen dutenak sartzen dira. Bi mota bereizten dira: manipulatibo ukigarriak eta manipulatibo grafiko-testual-hitzezkoak. Azken hauek ikusmenaren eta/edo entzumenaren pertzepzioan parte hartzen dute, hala nola, grafikoak, sinboloak, taulak, etab. Manipulatibo ukigarriei dagokienez, ukipen-pertzepzioa jokoan jartzen dutenak dira: erregeletak, abakoak, harritxoak edo objektuak, balantzak, neurgailuak, etab. Azpimarratu behar da material ukigarriek ere funtzio sinbolikoak dituztela. Adibidez, haur batek harritxo-multzoak erabil ditzake zenbaki arruntak irudikatzeko.

Hona hemen material manipulatibo edo zehatz horien ezaugarri batzuk (Uicab, G.,2009):

Lehenik eta behin, material zehatzak esplorazio-izaera handia du, eta horrek arazoak konpontzeko, eztabaidatzeko, komunikatzeko eta hausnartzeko esparrua ematen du. Material manipulatibo batek izan ditzakeen mugak ondo bideratuz gero txinparta sor dezakete ikasgelan izaten diren eztabaida batzuetarako.

Bigarren instantzian, ikasleek denbora luzean tresnekin lan egiten duten neurrian eta matematika-kontzeptuen ulermena gehiago eta gehiago garatzen duten heinean, ikasleek tresna zehatz gutxiago behar dituzte (adibidez, pieza manipulagarriak edo diagramak), eta pieza zehatzak ideia abstraktuak ulertzeko zubi gisa baino ez dituzte erabiltzen.

Hirugarren planoan, material didaktiko manipulagarria osagarria da, ez beste aurkezpen batzuen ordezkoa (Báez eta Hernández, 2002).

Material didaktiko manipulagarrien onurak direla eta, laguntza-baliabidetzat hartzen dira. Aipatzearren, Espainiako autonomia-erkidegoetako eta beste herrialde batzuetako matematika-curriculuma aldatzeko proposamenetan material didaktikoen erabilera (gehienetan manipulaziozkoa edo ikusizkoa) irakaskuntzaren kalitatea hobetzeko faktore garrantzitsu gisa iradokitzen da. (Uicab, G.,2009)

3.2.1. Zatikiak lantzeko material manipulatiboa.

Zatikiak lantzeko aukera on bat material manipulatibo eta zehatzekin lan egitea da. Zatikiak eta haien baliokidetasunak ehunekoekin eta hamartarrekin modu honetan landuz gero, haurrek zatikien propietateak ezagutuko dituzte, irakasgaiarekiko interesa sustatuko dute, ikasten duten bitartean dibertituko dira, liburu batean modu estatikoan aurkezten diren egoerak birsortuko dituzte, eta, gainera, beren autoestimua indartuko dute, ikaskuntzan autonomia lortzearekin batera.

Zatiki linealak, adibide bat dira. Material hau koloretako 51 piezaz osatuta dago. Pieza horiek unitate osoa eta unitatea erditan, herenetan, laurdenetan, bostenetan, seirenetan, zortzirenetan, hamarrenetan eta hamabirenetan banatuta irudikatzen dute. Pieza bakoitzean, alde batetik, zenbaki zatikiarra ikus daiteke, eta, bestetik, ez. Horri esker, zatikiaren kontzeptua idatzizko zenbakia baino lehen landu daiteke.

Irudia 1 Zatiki linealak

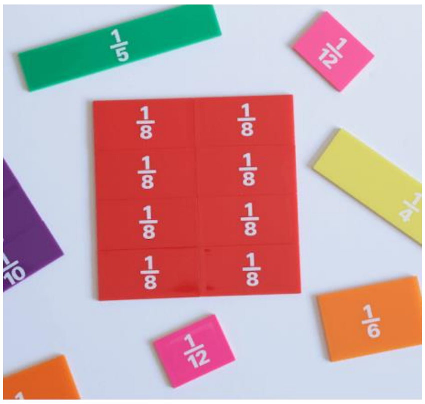
Material honekin lan egiteko ideia bat haurrak zatiki baliokideak bilatzen uztea da, edo zatikiak sinplifikatzea eta zatikiak ordenatzea, baina arauak buruz ikasi gabe, materiala manipulatuz eta ondo egin duten egiaztatuz. Gainera, ez da beharrezkoa zatikiekin batuketak edo kenketak nola egiten diren jakitea modu manipulatiboan lan egin ahal izateko. Horrela, haiek hasiko dira zatikiekin egindako eragiketen arauak eta haien baliokidetasunak ikusten. Hortaz gain, zatikiekin kalkulu mentala egiteko ere erabil daiteke; adibidez, 24ren herena zenbat den asma dezakete.

Beste aukera bat, zatikien dorreak dira. Dorre hauek, koloretako 51 pieza ahokagarriz osatutako materiala da. Alde batean zatikizko zenbakia dago idatzita, bestean zenbaki osoaren portzentajea, beste batean zenbaki hamartarra eta bestea hutsik dago.

Irudia 2 Zatiki dorreak

Dorreek aukera emango diete haurrei zatikiaren kontzeptua ikasi eta aurkitzeko, zatikiak konparatzeko, haiekin eragiketak egiteko, unitatea zenbaki hamartarretan deskonposatzeko, zatikien eta hamartarren arteko baliokidetasuna lantzeko eta unitatearen zatikiak ehunekoekin eta zenbaki hamartarrekin konparatzeko. Material hau oso erabilgarria da manipulatzeko, pieza guztiak bata bestearekin ahokatu baitaitezke, dorre bat osatuz. Horri esker, erraz egin ditzakete batuketak eta kenketak zatikiekin, hamartarrekin eta ehunekoekin.

Bi aukera hauetaz gain, antzekoak diren beste batzuk ere badaude. Zatikiak modu linealean edo dorreen bitartez irudikatu beharrean, laukiekin edo borobilekin lan egiteko diseinatuak daudenak.



Irudia 3 Zatikaik laukia zatikatuz

Irudia 4 Zatikiak zirkunferentzia zatikatuz

Aipatzekoa da, material guzti hauek erosi beharrean, guk geuk ekoiztu ditzakegula.

3.3. Curriculumaren azterketa zatikiei erreparatuz

Haurrek erritmo ezberdinetan garatzen dituzte matematika-trebetasunak. Zatikiak kontzeptu matematiko zaila dira, eta haur guztiek ez dituzte aldi berean ulertzen. Gainera, zatikiak ulertzea eta haiekin lan egiten ikastea prozesu luzea da. (Tara Drinks)

Haur txikiek beren eguneroko bizitzan aurkitzen dituzte zatikiak lehen aldiz. Adibidez, galleta erdia eskain diezazukete, edo edari bat bi edalontzi berdinetan banatuz parteka dezakete. Hala, partekatzearen eta proportzionaltasunaren nozioen buruzko ulermen informala eraikitzearen bitartez hasten zaie zatikien kontzeptua sartzen. (Tara Drinks)

Haur txikiek bidezko banaketaren kontzeptua ulertzen dute. Lau urteko haurrek objektu multzo bat zati berdinetan bana dezakete hartzaile kopuru txiki baten artean (adibidez, hiru pertsonek partekatutako hamabi galleta). Bost urte dituztenean, haurrek objektu bakarra parteka dezakete hartzaile batzuen artean (adibidez, txokolate-barra bat). Gainera, haur txikiek harreman proportzionalak garaiz ezagutzen dituzte. Adibidez, sei urterekin, irudi geometriko edo eguneroko forma desberdinek adierazitako proportzio baliokideak elkar ditzakete haurrek (adibidez, pizzaren ½ txokolate-kaxa baten ½-ren berdina da). Ezagutza goiztiar hori zatikien kontzeptua sartzeko erabil daiteke, ikasleen intuiziozko ezagutza frakzio formalen kontzeptuarekin lotuz. (Tara Drinks)

Gauzak horrela, haurrek eskola hasten dutenean, zatikiak etapa ezberdinetan ikasten dituzte. (60/2014 FORU DEKRETUA, uztailaren 16koa, Nafarroako Foru Komunitatean Lehen Hezkuntzako curriculuma ezartzen duena).

- Lehen Hezkuntzako 1. Eta 2. Mailan zatikiaren oinarrizko kontzeptua lantzen da, kontzeptuaren azalpenean sartu gabe eta adibide errazetan oinarrituz: Pizza bat zati berdinetan banatzea, esaterako.
- Lehen Hezkuntzako 3. Mailan zatikiak ikaskuntza formalagoa bihurtzen dira. Haurrek, zatikien kontzeptua lantzen dute, atalak ezberdintzen dituzte eta hauen zein zenbaki hamartarren arteko erlazioa ikusten hasten dira. Hortaz gain, oinarrizko zatikien arteko alderaketa ere lantzen dute (1/2, 1/3, 1/4 …).
- Lehen Hezkuntzako 4. Mailan zatiki propio, inpropio eta unitatearen berdinak ezberdintzen dituzte, hauen arteko alderaketa sakonagoak egiten dituztelarik. Adin honekin, zatikiekin lan egiten hasten dira, hau da, zenbaki baten zatikia nola kalkulatzen den ikasten dute.
- Lehen Hezkuntzako 5. Mailan zatikietan askoz gehiago sakontzen da. Zatiki baliokideak lantzen dira; zatikien arteko alderaketetan oraindik ere gehiago sakontzen da, unitatearekin ere alderatzen direlarik; zatiki mistoak agertzen dira; eta izendatzaile komuna duten zatikien arteko batuketak eta kenketan egiten hasten dira.
- Azkenik, 6. Mailan, gainontzeko eragiketak lantzen dira: batuketa, kenketa, biderketa eta zatiketa. Batuketa eta kenketa izendatzaile ezberdinekin ere egiten dituzte.

Problemei dagokionez, haur askok, lehen hezkuntza amaitzean, zatikien oinarrizko problemak ulertzen dituzte eta egin ditzakete. Beste batzuk oraindik ikasten ari dira, eta denbora eta praktika gehiago behar dituzte erabat ulertzeko.

Jarraian, Nafarroako Foru Komunitateko Lehen Hezkuntzako curriculumean (2014ko 174. NAO, irailaren 5ekoa) zatikiek, mailaz maila hartzen duten espazioa aztertzen da. Aurretik aipatu den moduan, Lehen Hezkuntzako Lehenengo eta Bigarren mailetan, zatikiei ez zaie erreferentzia zuzena egiten. Hala ere, egunerokoan sor daitezkeen beharretan, hauekin zerikusia duten eginkizunekin lan egin dezakete haurrek.

L.H. 1 MAILA

EDUKIAK	EBALUAZIO IRIZPIDEAK	EBALUATU BEHARREKO IKASKUNTZARAKO ESTANDARRAK
2. MULTZOA. ZENBAKIAK.	4. Eguneroko bizitzako problemak identifikatu eta ebaztea, errealitatearen eta matematikaren arteko loturak ezarriz eta ezagutza matematiko egokiek problema horiek ebazteko duten baliagarritasuna baloratuz.	

Taula 1 Zatikiak curriculumean. LH1

L.H. 2 MAILA		
EDUKIAK	**EBALUAZIO IRIZPIDEAK**	**EBALUATU BEHARREKO IKASKUNTZARAKO ESTANDARRAK**
2. MULTZOA. ZENBAKIAK	4. Eguneroko bizitzako problemak identifikatu eta ebaztea, errealitatearen eta matematikaren arteko loturak ezarriz eta ezagutza matematiko egokiek problemak ebazteko duten baliagarritasuna baloratuz.	

Taula 2 Zatikiak curriculumean. LH2

Lehen Hezkuntzako Hirugarren mailan, jada, erreferentzia zuzena egiten zaie zatikiei, 2. Eduki multzoaren barruan aipatzen direlarik.

L.H. 3 MAILA

EDUKIAK	EBALUAZIO IRIZPIDEAK	EBALUATU BEHARREKO IKASKUNTZARAKO ESTANDARRAK
2. MULTZOA. ZENBAKIAK, ALJEBRA. Zenbaki arruntak, dezimalak eta zatikiak: Zatikiaren kontzeptu intuitiboa, zatien eta osotasunaren arteko erlazio gisa. Zatikiaren eta zenbaki hamartarraren arteko erlazioa eguneroko egoeretan.		

Taula 3 Zatikiak curriculumean. LH3

Lehen Hezkuntzako Laugarren mailan, zatikien kontzeptuan gehiago sakontzen da. Edukien 2. Multzoan aipatzen dira, ebaluazio irizpide zehatza dute (2.) eta atal oso bat betetzen dute ebaluatu beharreko ikaskuntzarako estandarrei dagokionez.

L.H. 4 MAILA		
EDUKIAK	**EBALUAZIO IRIZPIDEAK**	**EBALUATU BEHARREKO IKASKUNTZARAKO ESTANDARRAK**
2. MULTZOA. ZENBAKIAK. Zenbaki osoak, hamartarrak eta zatikiak: Zatikizko zenbakiak.	2. Zatikiak eta zenbaki hamartarrak irakurri, idatzi eta ordenatzea, eta benetako testuinguruetan problemak interpretatzeko eta ebazteko erabiltzea	ZATIKIAK. 2.1. Zatiki errazak irakurtzen ditu. 2.2. Zatiki errazak zifrekin idazten ditu. 2.3. Zatiki errazen gaiak identifikatzen ditu eta zer

Zatikiaren eta zenbaki hamartarraren arteko erlazioa.		adierazten duten ezagutzen du. 2.4. Zatiki errazak grafikoki irudikatzen ditu. 2.5. Irudi erraz baten zati marraztua zatiki bidez adierazten du. 2.6. Zatiki errazak konparatu eta ordenatzen ditu: izendatzailea berdina dutenak. 2.7. Zatiki errazak zenbakizko zuzenean kokatzen ditu. 2.8. Kopuru baten zatikia kalkulatzen du. ZENBAKI HAMARTARRAK. 2.16. Zatiki hamartar errazak zenbaki hamartarrekin adierazten ditu eta alderantziz.

Taula 4 Zatikiak curriculumean. LH4

Lehen Hezkuntzako Bosgarren mailan, edukiak zabaltzearekin batera, ebaluazio irizpideak eta ebaluatu beharreko ikaskuntzarako estandarrak gehiago eta zehatzagoak bihurtzen dira.

L.H. 5 MAILA		
EDUKIAK	**EBALUAZIO IRIZPIDEAK**	**EBALUATU BEHARREKO IKASKUNTZARAKO ESTANDARRAK**
2. MULTZOA. ZENBAKIAK ETA ALJEBRA.	1.Zenbaki mota desberdinak (arruntak, osoak, zatikiak eta hamartarrak hamarrenak	ZATIKIAK. 1.13. Zatikiak irakurtzen ditu.

Zenbaki osoak, hamartarrak eta zatikiak: Zatikiaren kontzeptua, zatien eta osotasunaren arteko erlazio gisa. Zatiki propioak eta inpropioak. Zenbaki mistoa. Irudikapen grafikoa. Zatiki baliokideak, bi zatiki edo gehiago izendatzaile komunera laburtzea. Zatikiaren eta zenbaki hamartarraren arteko erlazioa, zatikiak ordenatzeko aplikatzea. Eragiketak zatikiekin.	arte) irakurri, idatzi eta ordenatzea, arrazoitze egokiak eginez. 5. Zenbaki osoak, hamartarrak, zatikizkoak eta portzentaje errazak erabiltzea eguneroko bizitzako egoeretan informazioa interpretatu eta trukatzeko	1.14. Zatikiak zifrekin idazten ditu. 1.15. Zatikiaren gaiak identifikatzen ditu eta zer adierazten duten ezagutzen du. 1.16. Zatikiak grafikoki irudikatzen ditu. 1.17. Irudi baten zati marraztua zatiki bidez adierazten du. 1.18. Bi zatiki edo gehiago izendatzaile komunera laburtzen ditu. 1.19. Zatiki baliokideak kalkulatzen ditu, hainbat prozedura erabiliz: handitzea, sinplifikatzea, gurutzatzea. 1.20. Zatiki laburtezinak kalkulatzen ditu. 1.21. Zatikiak konparatu eta ordenatzen ditu: zenbakitzailea berdina, izendatzailea berdina dutenak. 1.22. Zatikiak zenbakizko zuzenean kokatzen ditu: bi zenbaki arrunten artean. 1.23. Kopuru baten zatikia kalkulatzen du egoera errazetan ZENBAKI HAMARTARRAK.

		1.34. Zatiki hamartarrak zenbaki hamartarrekin adierazten ditu eta alderantziz. ERAGIKETAK ZATIKIEKIN. 6.24. Izendatzailea berdina duten zatikien batuketak eta kenketak egiten ditu. PROBLEMA ARITMETIKOAK. 8.2. Estatistikako edukiekin loturiko hirugarren mailako problema aritmetikoak (datuak zenbaki hamartarretan eta zatikizkoetan) planteatu eta ebazten ditu.

Taula 5 Zatikiak curriculumean. LH5

Azkenik, Lehen Hezkuntzako Seigarren mailan, zatikiek 2. Eduki multzoaren zati garrantzitsua osatzen dute, hauekin eragiketak egin ahal izateko kontzeptu guztiak lantzen baitira. Bestalde, ebaluazio irizpideak aurreko mailarako berdinak izan arren, ebaluatu beharreko ikaskuntzarako estandarrak anitzagoak dira.

L.H. 6 MAILA		
EDUKIAK	**EBALUAZIO IRIZPIDEAK**	**EBALUATU BEHARREKO IKASKUNTZARAKO ESTANDARRAK**
2. MULTZOA. ZENBAKIAK ETA ALJEBRA. Zenbaki osoak, hamartarrak eta zatikiak:	1. Zenbaki mota desberdinak (erromatarrak, arruntak, osoak, zatikiak eta hamartarrak ehunenak arte) irakurri, idatzi eta	ZATIKIAK. 1.13. Parteak oso zehaztuak ez dituen irudi baten zati marraztua zatiki bidez (laburtezina) adierazten du.

Zatikiaren kontzeptua, zatien eta osotasunaren arteko erlazio gisa. Zatiki propioak eta inpropioak. Zenbaki mistoa. Irudikapen grafikoa. Zatiki baliokideak, bi zatiki edo gehiago izendatzaile komunera laburtzea. Zatikiaren eta zenbaki hamartarraren arteko erlazioa, zatikiak ordenatzeko aplikatzea. Zatigarritasuna: multiploak, zatitzaileak, zenbaki lehenak eta zenbaki konposatuak. Zatigarritasunaren irizpideak. Eragiketak zatikiekin. Zatiki errazen, hamartarren eta portzentajeen arteko korrespondentzia.	ordenatzea, arrazoitze egokiak eginez. 5. Zenbaki osoak, hamartarrak, zatikizkoak eta portzentaje errazak erabiltzea, eguneroko bizitzako egoeretan informazioa interpretatu eta trukatzeko.	1.14. Bi zatiki edo gehiago izendatzaile komunera laburtzen ditu. 1.15. Zatiki baliokideak kalkulatzen ditu, hainbat prozedura erabiliz: handitzea, sinplifikatzea, gurutzatzea. 1.16. Jarduera guztietan zatiki laburtezinak kalkulatzen ditu. 1.17. Izendatzaile desberdina duten zatikiak konparatu eta ordenatzen ditu. 1.18. Zatikiak zenbakizko zuzenean kokatzen ditu, zenbaki arrunten artean edo zatikien artean. 1.19. Kopuru baten zatikia kalkulatzen du egoera desberdinetan. ZENBAKI HAMARTARRAK 1.28. Zatikiak zenbaki hamartarrekin adierazten ditu eta alderantziz. ERAGIKETAK ZATIKIEKIN. 6.17. Izendatzaile berdina edo desberdina duten zatikien batuketak eta kenketak egiten ditu. 6.18. Zatikien biderketak edo zatiketak egiten ditu. PROPORTZIONALTASUNA ETA PORTZENTAJEA.

		7.1. Baliokidetasunak ezartzen ditu zatiki errazen, hamartarren eta portzentajeen artean. PROBLEMA ARITMETIKOAK 9.2. Hirugarren mailako problema aritmetikoak (datuak zenbaki hamartarretan, zatikizkoetan eta portzentajeak eta proportzionaltasun zuzena) planteatu eta ebazten ditu.

Taula 6 Zatikiak curriculumean. LH6

3.4. Zatikiak ulertzeko modu ezberdinak

Zatikiak esanahi desberdinak dituela jakitea ikerketa sistematikoen bidez ondorioztatu izan da (Kieren, 1976, 1988, 1993; Behr, Harel, Post & Lesh, 1992; Gairín, 1998; Escolano & Gairín, 2005), eta ikerketa horietan honako esanahi hauek bereizten dira:

- Zati-osotasuna. Esanahi hori a/b zatikia bi kopuru zehatzen arteko erlazio gisa ikusten denean agertzen da: osotasun bat edo unitate bat ,b, (jarraitua edo diskretua), zati berdinen kopuru osoa adierazten duena, eta parte bat, a, guztizkotik hartutako zati berdinen kopuru jakin bat nabarmenduz. Hau da, zatikien esanahi hau osotasunaren edo unitate baten zatia adierazteko erabiltzen da.
- Zatidura. Esanahi horrek a/b zatikia nabarmentzen du, zenbaki natural bat zati nulua ez den beste batengatik egiten den eragiketa gisa. Kasu honetan, zatikia banaketa egoera baten emaitza da. Egoera horretan, a unitateak b zati berdinetan banatzean, emaitzan atera den zati bakoitzaren tamaina ezagutu nahi denean erabiltzen da.
- Neurria. Magnitude-kopuruak neurtzean du jatorria, zeinak neurgarriak izanik, neurri-unitatearen multiplo oso batekin bat ez datozen. Beraz, a/b zatikia, neurri unitatea b azpiunitate berdinetan zatitzeko eta horietatik a hartzeko (nahi den

kopuru zehatza osatu arte) behar naturaletik sortzen da. Hau da, zatikien esanahi hau bilduma baten edo multzo baten partea adierazteko erabiltzen da.

- Arrazoia. Esanahi horrek bi kantitate edo unitate multzoen arteko konparazio-indize gisa erakusten du frakzioa. a/b zatikiak, arrazoi gisa, agerian uzten du a eta b balioen arteko noranzko biko konparazioa, funtsezkoa izanik magnitude konparatuak aipatzen diren ordena: a-k b-rekiko duen erlazioa a/b bada, orduan b a-rekiko a/b izango da.
- Eragilea. Esanahi honek zatikia hasierako egoera jakin baten transformadore gisa ulertzen du. Hala, eragile gisa erabiltzen den zatikiak n balio partikular bat aldatzen du, a biderkatuz eta b zatituz. Ehunekoak, adibidez, zatikiak eragile esanahia hartzen duten kasu berezi bat dira.

Zatikien ikaskuntzari eta ulermenari dagokienez, honelako berezitasunak ezagutzen dira Post, Cramer, Behr, Lesh & Harel (1993), Lamon (2001), Gairín & Sancho (2002), Valdemoros (2004), Dos Santos (2005), y en Clarke & Sukenik (2006):

- Zatikiak ulertzeko, haren esanahiak identifikatu eta menderatu behar dira.
- Zatikiaren esanahiak ulertzeak mota desberdineko berezko zailtasunak sortzen ditu, nahiz eta horietako batzuk (adibidez, zati-osotasun) beste batzuk baino eskuragarriago agertu ohi diren (adibidez, neurria).
- Ikaskuntzan esanahi jakin batzuen nagusitasunak gainerako esanahien erabilera eta ulermena oztopatzen du. Zenbait esanahiren (adibidez, zati-osotasuna) ikaskuntzari lehentasuna ematen dioten curriculum-proposamenak, zatikiaren ulermenari kalte egiten diote.
- Zatikiaren ulermena baloratzeak eta garatzeak, ikasgelan, matematika-atazek, ahalik eta egoera eta fenomeno desberdin gehien aurkeztea eskatzen du, zeinetan zatikiaren esanahi guztiak erabiltzea beharrezkoa edo zentzuzkoa den.

3.5. Kontzeptuaren ulermenaren garrantzia eragiketaren aurretik

Frakzio kontzeptua askotariko erabilera-testuinguruetan dago. Eskola-testuinguruan, zatikia oinarrizko hezkuntzako curriculumaren zati da. Ikusten denez, nahiz eta ikasle gehienek arrazoizko denbora eskaintzen dioten eduki honen ikaskuntzari, matematika-kontzeptu horrekin arazoak izaten jarraitzen dute. (Maia, L., Câmara, M. Câmara, P., 1991).

Eremu matematikoaren transposizio didaktikoaren[1] prozesuan, eremu didaktiko-pedagogikoari erreparatuz gero, a/b sinbolismoak esanahi mugatua du. Zatikia partizio gisa ikusten da, bi ekintzen konbinazioaren irudikapen gisa: zatitzea/hartzea (zatitzea/jatea, zatitzea/margotzea). Adibidez, ¾ zatikiak osotasun bat lau zati berdinetan zatitzea eta hiru hartzea adierazten du. Lanketa horretan, eskolako irudikapenik ohikoenak pizzak, pastelak eta irudi geometrikoak dira, eta, azkenean, kontzeptu horretan (zatikietan) sartzen diren ideiak murrizten dituzte. Maia, Cámara eta Cámara autoreen arabera (1991), zatikatzearen ideiak ideia esplizitu bat dakar berekin: zerbait zatitzen denean, nahitaez hasierako guztia baino zati txikiagotan zatitzen da, zati txiki horietako bakoitza berdina izanik, eta jatorrizko formako “osotasun” baten zatitzat hartuz. “Osotasuna” ikasleentzat behar bezain argia ez denean, unitatearen ideia iluna bihurtzen da eta zatikatzea, berriz, zaila. Ataza horri aurre egiteko haurrek izaten dituzten ohiko zailtasunak zatiki inpropio batekin tratatzean agertzen dira (adibidez, 5/2). Izan ere, ikuspegi horren arabera, zatitutako zatiak baino zati gehiago hartu beharko genituzke. Autore horien arabera, subjektu batzuek “goiko zenbakia zenbat zati margotuko diren adierazten duela, eta behekoa, zirkulua (edo bestelako irudi geometrikoa) zenbat zatitan zatituko den adierazten duela” baieztatzen zuten. Alde horretatik, zatikia bi ekintzen konbinazioaren arabera (zatitzea/hartzea) ulertzea berresten da. Zatiki kontzeptuari buruzko lanketa hau ohikoa da lehen hezkuntzako testuliburuetan.

Chaffe-Stengel eta Nodding-ek (1982) uste dute eskola-irakaskuntzan frakzio kontzeptuari heltzeko modu hori “zati-osotasun” eredu kontzeptual batek gidatzen duela, eta zatikiaren kontzeptua zenbakiak ez diren gauzen zati gisa agertzen dela. Hemen, beraz, eragozpen bat sortzen da haurrentzat: nola uler dezakete frakzioa, zatikien batuketa edo kenketa egitea eskatzen zaienean, bereziki izendatzaile desberdinekin, “zatikia zati gisa” metaforak elementu gutxi eskaintzen dituenean problema hori ebazteko? Haurrek “zati-osotasun” gisako frakzioaren metaforatik

[1] **Transposizio didaktikoa:** Chevallard (1985) Transposizio didaktikoa, jakintza zientifikoak irakatsi aurretik jasaten duen transformazio multzoari deitzen dio. Prozesu hori, irakatsiko den ezagutzaren hautapenetik, sistema didaktikoa egokitu arte luzatzen da. Hau da, koherentzia ezartzetik ezagutza berriak sortzera, eta, azkenean, eskola-jakintzara.

eratorritako errore sistematikoak egiten dituzte, zatiki inpropioen kasuan bezala. Zatikiak osotasun baten parte badira, nola hitz egin dezakegu abiapuntuko elementua baino handiagoa den gauza batez? Gauzak horrela, zatikiak osotasun baten zati gisa ulertzeak, ez duela kontzeptua egoki ulertzea ahalbidetzen eta objektu zehatzekiko mendekotasuna sortzen duela ondorioztatzen da.

Beste akats bat, ikasleak zatikien eragiketa bakoitzerako beharrezkoak diren algoritmoak ikastera behartzen ditugula da, zatikiekin eragiketa ugari egin behar direlarik. Esaterako, bi zatikien arteko zatiketa egiteko zatitzaileari buelta ematera eta gero, goiko zenbakien (zenbakitzaileen) zein beheko zenbakien (izendatzaileen) arteko biderketa egitera erakusten zaie. Hala, elkarrekin konektatuta dauden zenbaki guztien ulermenetik isolatuta dagoen adimena eraikitzen da. Chaffe-Stengel eta Noding-ek (1982) uste dute zenbait kontzepturen sekuentzia bat beharrezkoa dela, haurrek hobeto uler dezaten zenbaki osoen eta zatikizko zenbakien arteko trantsizioa.

Esan bezala, ikasle gehienek “osotasun baten zati” gisa ikusten dituzte zatikiak, eta zatikiekin lan egiten dutenean erabiltzen dituzten prozedurek, izendatzailea eta zenbakitzailea entitate bereizi gisa tratatzea nahiago dutela adierazten dute. Ikuskera, jakina, arazo bat da zatikien konparazioa, zatikien baliokidetasuna, magnitudea, zenbatespena eta zatikien zenbakizko zentzua zehazten duten beste ideia garrantzitsu batzuk ulertzeko.

Horrekin lotuta, Escolanok eta Gairínek (2005) zatiki kontzeptuaren “zati-osotasun” erlazioaren esanahia giza beharretatik sortzen dela aipatzen dute. Izan ere, autore horiek argudiatzen dutenez, zenbaki arrazionalaren kontzeptuaren jatorria magnitude-kantitateak neurtzearen ideian dago, eta, gainera, esanahi hori (zati-osotasun erlazio gisa) ez zen matematikaren ikuspuntutik sortu. Autore horiek zatikiaren esanahi hori irakaskuntza- eta ikaskuntza-prozesuaren beharrek sortu zutela uste dute, eta horrek lehen aipatu diren oztopo didaktikoak sortzen dituela. Autoreen arabera gainera, eredu horrek zenbaki arrazionalaren nozioa zailtzen du eta ideia abstraktuen eraketa oztopatzen du.

Bestalde, gai hau hainbat autorerengatik aztertua izan da ezagutzaren hainbat arlotan. Eskaera kognitiboaren azterketek, Piagetek garatutako ikerketak adibidez, zatikiaren kontzeptuak zati-zati erlazio bat (kuantifikazio estentsiboa) eta zati-osotasun erlazio bat (kuantifikazio intentsiboa) suposatzen dutela diote: zati-zati erlazioak osotasun bat xehetasunez (hondarrik gabe) zati baliokideetan zatitu daitekeela bermatzen du; zati-osotasun erlazioak, berriz, zatia beti osotasunean dagoela eta elkarrekin osatzen direla ulertzea ziurtatzen du. Piaget, J. Inhelder, B eta Szemiska, A autoreentzat(1960), zatikiak ulertzeko, alderdi hauek hartu behar dira kontuan:

- Osotasun zatigarri bat egotea, hau da, osotasuna nahitaez zatika banatu behar da. Zatitu beharreko irudi geometrikoaren arabera, zati-kopuruaren arteko erlazioa egotea;
- Zati horien kopurua zehazteko eskakizuna. Guztia modu zehatz batean banatu behar da, eta ezin da osotasunaren zati bat zatitu eta osotasunaren beste zatiak baztertu. Zatien berdintasuna beharrezkoa da, azpizatiketa kualitatiboa izan ez dadin, eta kuantifikazio aritmetikoari dagokiona izan dadin;
- Zatiki bakoitza zati eta osotasun gisa hartzea, zatiketa berriak izan ditzakeena;
- Inbariantza-printzipioari jarraituz, eratutako zatikien batura hasierako osoaren berdina da.

Piagetiar perspektibarekin bat, Behr, Lesh, Post eta Silver-ek (1983) uste dute zenbaki arrazionalaren kontzeptua matematikaren ideia konplexu eta garrantzitsuenetariko bat dela. Ikuspuntu praktikotik, frakzio kontzeptua eguneroko bizitzako egoera eta arazo askori aplika dakioke; psikologia kognitiboaren arloan, garapen intelektualari jarraipena emateko beharrezkoak diren egitura mentalak gara daitezke; eta azkenik, matematikan, zatikiak ulertzea funtsezkoa da oinarrizko eragiketa aljebraikoak ulertzeko.

Spinillok eta Bryantek (1997) ikuspegi piagetiarrarekin kontrajartzen dute, batez ere arrazonamendu proportzionalari dagokionez, eta haurrek eragiketa formalen estadioaren aurreko arrazoibide hori dutela esaten dute, eta, beraz, adin txikiagoetan erdiei buruzko oinarrizko ideiak ikas ditzaketela. Autore hauek azterketa bat egin zuten, eta, bertan, zenbait proportzio-eredu konparatzeko eskatu zieten haurrei, irudi zuri eta urdinekin; urdin eta zuri kantitate bera (proportzio bera) zuten irudiak aukeratzeko eskatzen zitzaien. Haurrek zenbakizkoa ez den informazio bakarra erabiltzen zuten ataza ebazteko. Emaitzek, erdiaren ideia haurren arrazoibide proportzionalean garrantzitsua dela erakusten dute, arrazoibide garrantzitsua izanik, gero zatiki kontzeptuaren zati-zati eta zati-osotasun erlazioak uler ditzaten.

Vergnaud-ek (1983) dio frakzio kontzeptuak bi oinarrizko erlazio dituela: zati-osotasun erlazioa eta zati-zati erlazioa. Autoreak matematika-eduki hori eskuratzeko oinarrizko ezaugarri batzuk azpimarratzen ditu, non ikasleek ulertu behar duten osotasun bat elementu bereiziz osatuta dagoela beti, eta zatiki batek zati kopuru jakin bat adierazten duela. Hortaz gain, osotasuna milaka zatitan zatitu daitekeen arren, osotasunaren zati bat bakarrik ezin dela zatitu ulertu behar dute. Era berean, osotasuna, zatien kopuruaren eta zatiketen arteko erlazioa suposatzen duela ere argi eduki behar dute. Hala, ideia piagetiar batzuk partekatu arren, autore honentzat aipatutako inbarianteak nahitaez irudikapen-euskarriak eta erabilera-testuinguruak kontuan hartuta osatu behar dira. Bestalde, Vergnaud-ek (1990) dio kontzeptu bat eratzeak ez duela ia alderdi praktikorik eskatzen, alderdi teorikoekin alderatuz, eta uste du zatikien ulermena ez dela objektuen manipulaziora mugatzen, aspektu askoz zabalagoak ere kontuan hartzea eskatzen duela. Aspektu horiei eremu kontzeptual [2] esaten die. Autorearen arabera, ebatz daitezkeen arazoetatik sortzen da ezagutza. Alde horretatik, eskola-irakaskuntzak hainbat egoera eskaini behar ditu, matematika-eduki berean zenbait erlazio aurkitu ahal izateko.

Halaber, bai ikuskerak, bai ereduak eta teoriak subjektu batek dituen egoeretatik abiatuta eratzen direla dio. Modu horretan eta jakinik ikasleek matematika-eduki jakin batean duten ezagutzan hutsuneak daudela, hezitzaileek egoera ezberdinak aurkeztu behar dituzte. Adibidez, zatikietan, egoera multzo mugatu bati egin diezaiokete erreferentzia, eta beraz ezin izango dituzte ulertu edo erabili problema jakin batzuk ebazteko beharrezko tresnak. Garrantzitsua da hezitzaileak jakinaren gainean egotea, zatikiaren kontzeptuaren ikaskuntza definizioen arabera soilik ezin dela bideratu ulertu ahal izateko. Autore horren arabera, ikasleek zatikiaren kontzeptuari buruz dituzten ikusmoldeak alda daitezke, baldin eta ikasleek kontzeptu horretan sartzen diren ideien artean erlazioak ezartzeko aukera badute.

Streefland-ek (1993) curriculumaren analisia egiten du eta zatikiekin zerikusia duten bi arazo identifikatzen ditu: alde batetik, haurren ikaskuntzaren bilakaeran zatikien

[2] Vergnaud-en arabera (1982), egoera bat ulertu ahal izateko hainbat kontzeptu konbinatu behar dira, eta kontzeptu bakoitza, bakarka, mobilizatu egin daiteke zenbait egoera ulertzeko. Ezagutzari dagokionez, eremu kontzeptualen ideiak proposatutakoa izango litzateke. Autorearen arabera, matematika-domeinuak antolaketa horri dagozkio, hau da, eremu kontzeptualetan antolatzen dira.

konplexutasuna kontuan ez hartzea; eta bestetik, zatikiei buruz egiten den hurbilketa mekanizista da, errealitatetik urrunduz eta arau zurrunak erabiliz.

Gauzak horrela, lan honetan aurkezten den proposamen didaktikoa zatikien irakaskuntza eta ikaskuntzari lotuta dauden arazo hauek ekiditen saiatzeko diseinatu da.

3.6. Zatikiekin ikasleek dituzten zailtasun eta akatsak

Lehenik eta behin, esan beharra dago akatsak gehienetan ikaskuntzako zailtasunekin lotuta daudela. Zehazki, zatikien azterketan eta erabileran, zailtasun horiek, batez ere, esanahi asko dituztelako izaten dira, baina hizkuntzarekin, ikasleek eremu horri buruz aldez aurretik dituzten sinesteekin edo matematika-kontzeptuen berezko konplexutasunarekin ere lotuta egon daitezke. Kontuan hartu behar da, halaber, zatikien ikaskuntza prozesu luzea dela, eta ikasleek denbora behar dutela ulertzeko. 1964an, Madeline Goutard-ek, zatikiak ikasteko zailtasunak zituzten haurrekin izandako esperientziatik eta eskolan egindako behaketetatik abiatuta, honako hau adierazi zuen: “Zatikiak ez dira jakin beharreko zerbait, ulertu beharreko zerbait baizik, eta ezin dira ulertu haiekin esperientzia nahikoa izan aurretik… zatikiak aztertzen hasteko arrakastaren gakoa ikuspuntuen aniztasuna eta aldaketa da”.

Akatsak eragiten dituzten kausei erreparatuz, Llinares & Sanchezek (1988) lau mota bereizi zituzten: ausaz, arduragabekeriaz edo arreta faltarengatik agertzen direnak; ikasleak erantzuna ezagutzen ez duelako eta emaitza zoriz aurkezten duelako sortzen den akatsa; kontzeptu bat gaizki ulertzeagatik sortzen diren akatsak; eta prozedura okerrak sistematikoki aplikatzearen ondoriozkoak. Azken kasu horretan, ikasleek erabiltzen dituzten prozedurak irakasleak irakatsitakoen ordezko metodo pertsonaletatik datozela, edo irakatsitako algoritmo baten urratsen bat ahaztu edo aldatzearen ondorio direla ikus dezakegu.

Lehen kategorizazio horretatik abiatuta, Darío Gonzalez del Olmok (2015) zatikien erabileran agertutako akats garrantzitsuenen sailkapen bat egiten du, horretarako, arlo horretan egindako azterketen ikerketa sakon bat eginik; besteak beste, Llinares & Sanchez (1988), Egodawatte (2011), Chamorro (2003) eta Godino (2004)-ren lanetan oinarrituz. Hona hemen sailkapen hori:

1. Hutsegiteak oharkabetasunagatik edo arreta galtzeagatik.
2. Akatsak erantzuna ez jakiteagatik.
    2.1. Bukatu gabeko sinplifikazioa
    2.2. Eragiketak zenbaki osoekin
    2.3. Akatsa eragiketen hierarkian
3. Kontzeptua gaizki ulertzeagatik sortzen diren akatsak
    3.1. Errorea eragiketen trukakortasunean
    3.2. Errorea zatikien antolamenduan
    3.3. Alderaketa kualitatibo okerra
    3.4. Akatsa zenbaki bat zati/ken handiago bat egitea ez dutelako zilegi denik uste
    3.5. Biderkatu handiagotzearekin eta zatitzea txikiagotzearekin lotzeagatik sortzen den errorea
    3.6. Zenbaki naturalen kalkulua zatikietara estrapolatzeagatik sortzen den akatsa
    3.7. Zatikien baliokidetasunarekin lotutako errorea
4. Prozedura okerren aplikazio sistematikoa
    4.1. Gehiegizko sinplifikatzea
    4.2. Errorea batuketa-algoritmoan
    4.3. Errorea biderketa-algoritmoan
    4.4. Biderketa gurutzatu okerra
    4.5. Izendatzaile komun okerra
    4.6. Zatiketa edo biderketa okerra
    4.7. Zatitu, biderkatu beharrean, eta alderantziz

Lehenengo kategoriako (1.) akatsak, oharkabetasunagatik edo arreta galtzeagatik egindako akatsak, hau da, kontzentrazio ezarekin edo ikasleen despisteekin zerikusia dutenak sartzen dira. Akats hauek noizbehinka eta ausaz agertzen dira.

Bigarren kategorian (2), erantzuna ez jakiteagatik egindako akatsak, bete gabe geratu diren erantzunak eta ausaz proposatutako emaitzak sartzen dira. Akats horiek aldez aurreko ezagutzetan dauden gabeziei egozten zaizkie. Kategoria honen barruan, beste hiru akats mota identifikatu dira:

Egodawattek (2011), lehenengo motako erroreak (2.1), sinplifikazio osatugabeak, ikasleek zatiki baten sinplifikazioa amaitzen ez duten erantzunak bezala sailkatu zituen. Aukera bat ikasleek aurrerantzean nola jokatu ez jakitea da. Godinok (2006), berriz, akats horiek aldez aurreko ezagutzetako hutsuneei zor zaizkiela dio, eta zatikien konparazioarekin lotuta daudela, hau da, frakzio baliokideen konparazioarekin.

(2.2) Zenbaki osoekin egindako eragiketen akatsen arrazoia ez da ikasleek zenbaki osoei buruzko ezagutzetan dituzten gabeziak, baizik eta despisteen edo prezipitazioen ondorio. Jarraian, Abratek (2006) atzemandako adibide bat jaso da:

$$\frac{4}{9} \div \frac{2}{3} = \frac{12}{16}$$

Bi zatiki zatitzeko, "gurutzean" biderkatzen dira. Hau da, lehenengo zatikiaren zenbakitzailea bigarren zatikiaren izendatzailearekin biderkatzen da, zenbakitzailea lortuz. Eta lehenengo zatikiaren izendatzailea bigarren zatikiko zenbakitzailearekin biderkatuta, izendatzailea lortzeko. Ikaslea, izendatzailea lortzeko, algoritmo hau erabiltzean biderketaren emaitzan oharkabetasun bat izan du. Hau da, 9x2=18 idaztearen ordez, 9x2=16 idatzi du.

(2.3) Azkenik, kategoria honetan, eragiketak eta/edo transposizioak ordena egokian ez egiteagatik egindako akatsak sartzen dira. Akats horren adibide bat ikasleek batuketa biderketa baten aurretik egitea da. Adibidez:

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{3}{3} = \frac{4}{6}$$

Kontzeptua gaizki ulertzeagatik sortzen diren akatsei dagokionez (3), ez dago argi prozesu aritmetikoen akatsen edo zatikien gaiarekin lotutako kontzeptuen gabezien ondorio diren. Zazpi azpikategoria bereizten dira:

(3.1) Eragiketen trukakortasunean egindako erroreen kategorian, kenketan trukakortasun propietatea aplikatzeagatik egindako akatsak sartzen dira, eragiketetan zenbakien ordena trukatuz: a-b=b-a; edo a:b=b:a zatiketa izanik. Kasu horietan, badirudi ikasleek akatsak egiten dituztela, ez baitakite zein kasutan erabil dezaketen trukakortasun propietatea. (Godino, 2004)

(3.2) Hurrengo kategorian, hau da, zatikiak antolatzean egindako akatsetan, ikasleek, adibidez, 1/2 < 1/3 dela baieztatzen dute, 2 3 baino txikiagoa dela argudiatuz. Hortik, ondoriozta daiteke, beharbada, zenbaki arrunten ezagutza oztopo izan daitekeela zenbaki arrazionalen ikaskuntzarako, zenbakien propietateak azken horietara zabaltzen baitituzte. (Godino, 2004)

(3.3) Alderaketa kualitatibo okerra. Hemen, ikasleek ideia batzuk oker lotzeagatik okerreko ondorioetara iristean egiten dituzten akatsak sartzen dira. Adibidez: 1/6 zatikiaren erdia 1/3 gisa izendatzea, 6ren erdia 3 dela argudiatuz, berez, bikoitza izanik. (Godino, 2004). Aurreko errorean ez bezala, ikasleak zatikiaren bi irudikapen erlazionatu behar ditu, ahozkoa eta zenbakizkoa, zailtasun erantsia izan daitekeena.

(3.4) Zenbaki txikiena handienarekin zatitzea edo zenbaki handiago bat txikiago bati kentzea zilegi ez dela uste izatea A. Brown-ek atzemandako akatsa da Hart-en (1980) lanean aipatzen dena. Azterketa horretan, “16 20 zenbakiaz zatitzea” eskatu zuenean, 12 urteko ikasleen %51k ezin zela egin erantzun zuten.

(3.5) Hurrengo kategorian, biderkatu handiagotzearekin eta zatitzea txikiagotzearekin lotzeagatik sortutako erroreen artean, zatikien zatiketa eta biderketa kontzeptuen ikaskuntza oker edo osatu gabearen ondoriozko akatsak sartzen dira. (3.2) errorean bezala, Leónek (2011) bi frakzioren biderkadura horietako edozein baino txikiagoa izan daitekeela ulertzea zaila dela adierazten du, zenbaki arruntetan gertatzen denaren kontrakoa delako, eta horiekin ohitzen baita ikaslea. Askotan, haurrak zatikiekin algoritmoak behartzen saiatzen dira, beren intuizioak agintzen duenari egokitzeko.

(3.6) Zenbaki naturalen kalkulua zatikietara estrapolatzea (Leon, 2011). Kategoria honetan, (3.2) eta (3.5) ataletan bezala, ikasleek naturalekin baliozkoak diren estrategiak erabiltzen jarraitzen dute zatikiekin kalkuluak egiteko. Adibidez:

$$\frac{2}{3}+\frac{4}{5}=\frac{6}{8} \quad edo \quad 4-\frac{2}{7}=\frac{2}{7}$$

Adibide hauetan ikus dezakegu zenbakitzaileen eta izendatzaileen arteko eragiketak bereizita egiten dituztela, zatikia zenbaki bat bera dela ikusi gabe, elkarrekin loturarik ez duten zenbaki naturalen pare bat izango balira bezala ikusiz. Akats horien jatorria, esan dugun moduan, zatikien eta naturalen artean dagoen notazio-antzekotasunean egon liteke, baina gerta daiteke, halaber, ikasleek biderketaren algoritmoa jada ezagutzea eta hura nahasten aritzea (Llinares & Sánchez, 1988).

Esan bezala, ikasleek zenbaki arrazionalekin dituzten zailtasunen kausa posibleetako bat zenbaki arrunten propietateak zenbaki arrazionalei modu desegokian aplikatzea da (Fischbein, Deri, Nello, & Marino, 1985; Resnick et al., 1989; Resnick, Rinne, Berbieri, & Jordan, 2019). Fenomeno horrek, azken urteotan natural number bias izena jaso duena, agerian uzten du ikasleek zenbaki arruntei buruz dituzten ezagutzak arrazionalak diren atazak ebazten laguntzen dutela, zereginak ezagutza horrekin bateragarriak direnean (hau da, arrazoibide zuzena zenbaki arruntei buruzko ezagutzarekin bat datorrenean). Atazak ezagutza horrekin bateragarriak ez direnean (hau da, zenbaki arrunten ezagutza erabiliz, arrazonamendua, erantzun okerrera eramaten duenean), berriz, eginkizunak ulertzea eta aurrera eramatea zaildu egiten du (Vamvakoussi, Van Dooren, & Verschaffel, 2012; Van Dooren et al., 2015).

(3.7) Zatikien baliokidetasunarekin lotutako errorea. Kerslake-ren arabera (1986), haurrak nahiko trebeak dira frakzio baliokideak ezagutzeko, edo baliokide bat emateko faktore biderkatzaileak sinpleak direnean. Hala ere, zatikiak gehitzean edo bi frakzio jakinen arteko zatiki bat bilatzean ez dira horren arrakastatsuak. Beraz, frakzio baliokide sinpleak ezagutzeko edo eraikitzeko gaitasuna ez da islatzen baliokidetasuna beste problema batzuk ebazteko aplikatzeko gaitasunean. Izan ere, haurrak baliokidetasunari buruzko galdera batean eskatzen ziren trebetasunak ezagutzeko gai ziren, baina ez zuten behar adinako sakontasunik beren ezagutzak zertarako erabil ditzaketen ulertzeko. Hurrengo adibidean, zatiki baliokideak bilatzeko atazaren aurrean, zenbakitzaileetan eta izendatzaileetan metodo batukorra erabiltzen dute: (Llinares & Sánchez, 1988)

$$\frac{2}{5} = \frac{8}{11} = \frac{14}{17}$$

Azkeneko kategorian, prozedura okerren aplikazio sistematikoan (4), ikasleek zatikiekin jarduteko jarraitu behar dituzten arauak osorik ulertu ez dituztelako gertatzen diren akatsak biltzen dira. Zazpi azpikategoriatan banatzen dira:

Lehenengo kategoria horretan, (4.1) gehiegizko sinplifikatzean, ikasleek sinplifikatzea batuketari aplikatzen diote (Egodawatte, 2011), edo terminoak elkartzen dituzte egin behar dituzten eragiketak kontuan hartu gabe.

4.2) Errorea batuketa-algoritmoan. Bai Godinok (2004), bai Abratek (2006) erroreak hauteman zituzten zatikien batuketa-algoritmoan, batez ere biderketa-algoritmoarekin nahastean gertatzen zelarik. Mata & Porcelek (2006) azterketa bat egin zuten, eta, bertan, ikasleek algoritmo horretatik abiatuta egiten dituzten zenbait aldaketa erakutsi zituzten. Adibidez:

$$\frac{2}{6}+\frac{2}{3}=\frac{4}{18}$$

(4.3) Hurrengo kategorian, Errorea biderketa-algoritmoan, ikasleak multiplo komun txikiena kalkulatzen du zatikien izendatzaileak berdinduz, gero zenbakitzaileak biderkatzeko. Ikus dezagun Abratek (2006) argitaratutako hurrengo adibidea, Llinares & Sánchezek (1988) aurkitu zutena:

$$\frac{1}{3}\times\frac{2}{9}=\frac{3}{9}\times\frac{2}{9}=\frac{6}{9}$$

(4.4) Biderketa gurutzatu okerra. Ikasleek zatiki bat natural batekin biderkatu behar dutenean, sarritan zenbakitzailea eta izendatzailea zenbaki natural horrekin biderkatzen dute (Egodawatte, 2011). Esaterako:

$$3\times\frac{2}{3}=\frac{6}{9}$$

(4.5) Izendatzaile komuna ez da zuzena. Egodawatt-ek (2011) atzemandako akats hau hainbat modutan ager daiteke: kalkulu-eragiketetan akats bat egon delako, izendatzaile aukeratu delako multiplo komun txikiena bezala, edo izendatzaileen batura halakotzat hartu delako.

(4.6) Kategoria honetan, zatiketa edo biderketa akastunean, zatikien zatiketaren edo biderketaren algoritmoa erabiltzean ikasleek egiten dituzten akatsak sartzen dira. Sarritan, haurrek bi algoritmoak nahasten dituzte, Llinares & Sánchezek (1988) argitaratutako hurrengo adibidean ikusten dugun bezala:

$$\frac{7}{12}\times\frac{1}{2}=\frac{12}{14}$$

Ikus daitekeenez, zatikiekin biderketa gurutzatua egiten dute, zatiketa-algoritmoan bezala. Hala ere, ez dute prozedura osoa egiten, eta horrek bi algoritmoen arteko nahasketa ekartzen du, alderantzizko emaitza lortuz.

(4.7) Sailkapen hau amaitzeko, azken errorea zatitu biderkatu ordez da. Aurrekoa bezala, Llinares & Sánchezen ikerketan ere aurkitu zen (1988). Errore honetan, ikasleek zatiketa-algoritmoa erabiltzen dute biderketetan, eta alderantziz.

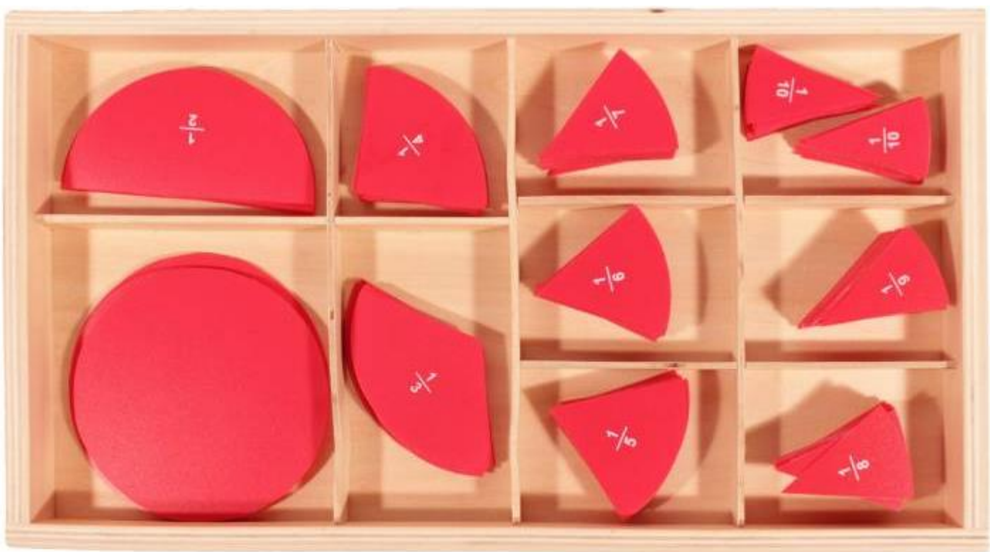
3.7. Zatikien didaktikarako eredu pedagogikoak

Azken urteetan, Haur eta Lehen Hezkuntzako ikasgeletan matematika irakasteko metodoak ugaritzen ari dira. Metodo horiek emaitza onak ematen dituzte eta irakasleen lana erraztu nahi dute, erabiltzeko prest dauden baliabide arautuen bidez. Metodo horietako gehienak irakaskuntza tradizionala deritzonaren kontrakoak dira, non irakaslea ahalguztiduna den (berak inposatuko ditu edukiak, erritmoa eta transmisioaren sekuentzia; bakarka egiten du lan, ez taldean edo lankidetzan), ikasleak paper pasiboa duen eta inposaketan oinarritutako disziplina errepresiboa jarraitzen den. Hala ere, itxuraz berritzaileak diren metodo horien gehiengoaren atzean, badira matematikaren didaktikan ibilbide luzeko irakaskuntza-metodologiak, arlo horretako ikertzaileek ondo ezagutzen dituztenak: zenbakiaren ikaskuntza ulerkorra (Gómez, 1988), baliabide manipulatiboen erabilera (Alsina, 2009) edo problemen ebazpena matematika irakasteko tresna gisa (Puig, 1996). Jarraian, metodo horietako batzuen ezaugarri orokorrak laburki deskribatzen dira. Hain zuzen ere, gehien zabaltzen direnenak: Montessori, Singapur Metodoa, entusiasMAT, Jump Math eta ABN.

3.7.1. Montessori metodoa

Hau da, zalantzarik gabe, deskribatu behar ditugun metodologien artean berritasun txikiena duena (denboraren ikuspuntutik), Maria Montessori (1870-1952) doktorearen lanetatik baitator. XX. mendearen hasierako maistra italiarra, haur hezkuntzan eta lehen hezkuntzan eskolak emateko modua goitik behera aldatu zuen. Haren irakaskuntza-metodoa (globala, ez baita matematikaren irakaskuntzarako soilik erabilgarria) ikaslearen interesa pizteko helburu nagusian oinarritzen da. Tradizionala deritzon metodologian ez bezala, non ikasleak rol pasiboagoa duen, ikaslea guztiz aktiboa da. Ikasleak berak baliozkotu (materialen laguntzarekin) eta kudeatzen ditu bere ezagutzak, eta modu orekatuan antolatzen ditu irakasgai bakoitzerako orduak. Metodologia honen bidez, ikasle bakoitzaren ikaskuntza-erritmoa errespetatu nahi da. Horretarako, matematikaren irakaskuntzan, material manipulatiboak erabiltzen dira, gehienak aritmetikan eta geometrian oinarrituak. (Ferrado Palomares, I., Segura, C., & Pla-Castells, M., 2017).

Zatikiei dagokionez, metodologia hau erabili nahiko bagenu, lehenengo pausoa erabiliko den material manipulatiboa aukeratzea izango litzateke. Aukera bat “Zatikien Kutxa” izan daiteke. Material honekin, zatiki ezberdinak erabiliz irudi bera osatzen saiatzen dira eta modu horretan zenbait kontzeptu ulertzen joaten dira, hala nola, baliokidetasun kontzeptua. Adibidez, ikasle batek borobil erdiaren fitxa hartzen badu eta gainean bi laurden jartzen baditu, biak forma berdina dutela ohartuko da, eta ½ eta 2/4 baliokideak direla ondorioztatuko du.



Irudia 5 Zatkien kutxa

3.7.2. Singapur metodoa

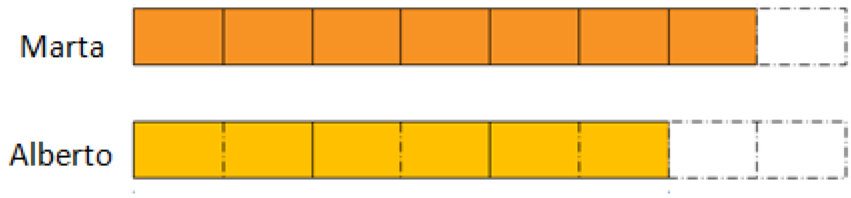
Singapur metodoaren oinarria, matematika, haurrengandik hurbil dagoen ikuspegitik irakastea da, eta ikasleengan ulermena (ez errepikapena) sustatzea edozein problema mota ebazteko. Metodo honek matematika-ezagutzaren garapen sekuentziala sustatzen du: lehenik, ikasleak material manipulatiboekin lan egingo du, kontzeptuak hobeto ulertzeko (fase konkretua); kontzeptu horiek ondo bereganatu ondoren, marraztu egingo ditu (fase piktorikoa); eta hauek ezagutu ondoren, sinbologia abstraktuarekin lan egingo du (fase abstraktua). Hala, edukiak modu progresiboan garatzen dira, garapen espiral bati jarraituz, kontzeptu bera hainbat konplexutasun-mailatan lantzen baita. Singapur metodoak problemen ebazpena azpimarratzen du, hori kontsideratzen baitu matematikaren funtsezko funtzioa. Problemak ebazteko, alderdi hauek azpimarratzen dira: jarrerak, metakognizioa, prozesuak, trebetasunak eta kontzeptuak. Metakognizioa nabarmentzen da, garrantzitsua baita haurrak problema bati ematen dioten ebazpenaz gogoeta egitea. Puntu horretan, ikaslea bere ikaskuntzaren protagonista da, nahiz eta irakasleak hitzez adierazten, azaltzen eta ikasten ari dena egiaztatzen laguntzen dion. Hala, metodo honek, emaitzari baino, prozesuari ematen dio garrantzi gehiago. (Ferrado Palomares, I., Segura, C., & Pla-Castells, M., 2017).

Zatikien irakaskuntzari erreparatuz, edozein kontzeptu lantzeko, aipatutako hiru faseak jarraitu beharko genituzke (zehatza, piktorikoa eta abstraktua). Beti, kontzeptuaren arabera ikasleen errealitateko egoera bat planteatuz. Batuketa lantzeko, jarraian azaltzen egoera edo beste antzeko batetik abiatuko ginateke: Jolas-orduan Martak bere bokataren 7/8 jan du eta Albertok bere bokataren laurdena (1/4). Zein frakzio edo zatiki jan zuten osotara bien artean? (Ana Prades)

Hasteko, ikasleak bokatak (jostailuzkoak edo marrazkiak izan daitezke) manipulatzen hasiko ziren, bakoitzaren zatikia lortu arte, eta gero, biak elkartuz.

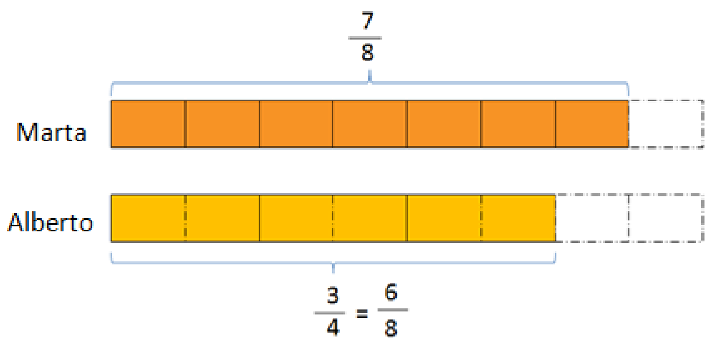
Irudia 6 Fase konkretua. https://www.smartick.es

Ondoren, fase zehatzetik, fase piktorikora igaroko dira, bokatak irudiak bihurtuz.

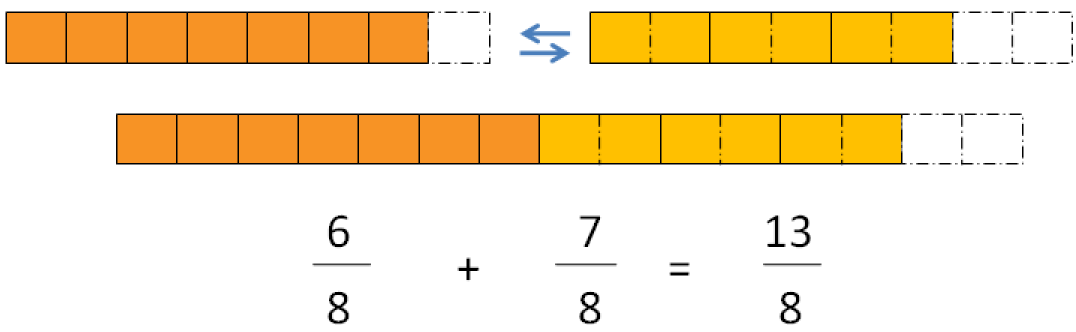


Irudia 7 Fase piktorikoa. https://www.smartick.es

Azkenik, kontzeptuekin ohitu direnean, irudikapen abstraktuak erabiltzen hasiko dira, hala nola zenbakiak.



Irudia 8 Fase abstraktoa. https://www.smartick.es



Irudia 9 Eragiketa fase abstraktoan. https://www.smartick.es

3.7.3. Entusiasmat metodoa

EntusiasMAT metodoa Monserrat ikastetxean sortu zen, Bartzelonan, irakasle eta pedagogoek ikasgeletan bertan egindako esperimentazioetatik. Haur eta lehen hezkuntzako mailetan manipulazioaren, behaketaren eta esperimentazioaren bidez matematika irakasteko metodo bat da. Haren helburuetako bat, pixkanaka-pixkanaka, ikasleak pentsamendu konkretutik pentsamendu abstraktura igarotzea da. Alde horretatik, ezaugarri batzuk Singapur metodoarekin (ikaskuntza sekuentziala problemen ebazpenaren bidez) eta Montessorirekin (materialen erabilera) partekatzen ditu. Metodo hau, behar bezala sekuentziatuta, zenbakikuntza, ikusizko pertzepzioa, orientazio espaziala, arrazoitze logikoa, geometria eta neurketa lantzen ditu oso txikitatik, adimen anitzen garapena sustatuz (Miró Sánchez, 2012). Metodoaren oinarria matematika-edukiak modu desberdinetan irakastea da, eta ikasleei edukia, haietan nagusi den adimenaren arabera, eskuratzeko aukera ematea. Gainera, kontzeptu guztiak oso gaztetatik lantzen ditu, modu ziklikoan eta 4 etapatan (esperientzia zehatza, gogoeta, kontzeptualizazioa eta aplikazioa), kalkulu mentala esplizituki sustatuz.

Zatikiak EntusiasMAT metodoarekin, gainerako matematika-kontzeptuak bezala, ikaslearen adin goiztiarrenetik lantzen hasten dira. Metodoaren dinamikari jarraituz, lehenengo mailetatik hasten dira unitatea zati berdinetan nola zatitzen den nozioarekin lan egiten, bai eta zati horietako kopuru bat aukeratzen ere. Hala, zatiki kontzeptuari ekiten zaio ondorengo ikasturteetan zabalduz, finkatuz eta sakonduz. Hasieratik, lan hau modu manipulatiboan egiten da, metodoak sustatzen duen moduan, objektu eta joko errazak erabiliz. (Ferrado Palomares, I., Segura, C., & Pla-Castells, M., 2017).

3.7.4. Jump math metodoa

Jump Math matematika irakasteko programa bat da, John Mightonek sortua Kanadan, eta azkar hedatu dena ingelesez hitz egiten duten beste herrialde batzuetara, hala nola Erresuma Batura eta Irlandara. Programa hau 2013. urtean iritsi zen Espainiara, harrera diskretuarekin. Gaur egun, 96 ikastetxek baino gehiagok erabiltzen dute Lehen Hezkuntzan eta Bigarren Hezkuntzako lehen zikloko ikasgeletan. Eskoletan erraz ezar daitekeen metodoa da, ez baitu egokitzapen handirik eskatzen. Irakasgaia modu atsegin eta dinamikoan irakastea du oinarri, ikasleek elkarri eragiteko aukera izan dezaten. Ikasleek, lehenik, emaitzen zergatia ikasten dute, eta, ondoren, eragiketa nola egin. (Ferrado Palomares, I., Segura, C., & Pla-Castells, M., 2017).

Helburua haur guztien gaitasuna hobetzea, kontzeptuak ulertzea eta matematikaren gozamena sustatzea da, bai ikasleengan bai irakasleengan, horrela ikasle guztien arrakasta lortzeko. Sortzailearen arabera, arrakasta horrek ikasleen autoestimua hobetzen du eta etorkizuneko erronka profesionaletarako prestatzen ditu. Diseinua, parte hartzeko dinamiketan, etengabeko ebaluazioan eta ikasgaia unitate laburragootan banatzean oinarritzen da, ikasgelako ikasle guztiek erraz ulertzeko modukoak. Jump Math metodoa metodologia konstruktibista gisa aurkezten da, problemen ebazpenaren mekanizazioaren eta arauen aplikazioaren aurkakoa. Hala ere, haren liburuek ariketen konplexutasunaren graduazio zehatza erakusten dute, eta saioen eta ikaskuntzaren plangintza sakona egiten dute, kalkulu mentala etengabe eta nabarmen erabiliz. (Ferrado Palomares, I., Segura, C., & Pla-Castells, M., 2017).

Irakasleen prestakuntza mailaz maila antolatzen da: hitzaldiak, bilerak, ikastaroak eta web saioak egiten dira, etorkizuneko irakasleak behar bezala prestatzeko. Modu horretan, prestakuntza jaso ondoren, irakasle berriak prestatzeaz arduratuko dira. Metodoaren arrakastarako arrazoietako bat maisu-maistrek ez dutela ikasgelako dinamika berriekin esperimentatu behar, eta ez dutela matematika-ezagutza handirik izan behar da; izan ere, Jump Math dibisaren azpian merkaturatutako materialek jarraibide oso zehatzak ematen dituzte saio bakoitzaren garapenari buruz, eta jarduera edo azalpen bakoitzari zenbat denbora eskaini behar zaion zehazten dute. (Ferrado Palomares, I., Segura, C., & Pla-Castells, M., 2017).

Jump Math programak eskaintzen duen prestakuntza-ibilbidearen adibide bat zatikien irakaskuntza da. Jarraian, Jump Math metodoak nola ikasturte bakoitzean eta une egokian zatikien ikaskuntzarekin lotutako kontzeptuak sartzen dituen ikusiko dugu, ibilbide gidatu eta sendoa osatzen duelarik. (jumpmath.es)

- **Lehen Hezkuntzako 1. Maila**

Frakzio kontzeptua modu bisual eta manipulatiboan agertzen da, nomenklaturari garrantzirik eman gabe, baina bai kontzeptuari. Lehenengo ikasturtean, zatikien ikaskuntzan funtsezko alderdi bat ageri da: irudi baten zatiek berdinak izan behar dute. Erdiaren eta laurdenaren ideia bakarrik agertzen da.

- **Lehen Hezkuntzako 2. maila**

Aurreko ikasturtean ikusitakotik abiatuta, heren baten ideia eta zatikiaren ideia orokorra lantzen da. Nomenklatura landu gabe, kontzeptua ikuspuntu askotatik lantzen da. Ikasleek, zatikiak identifikatzeaz gain, hausnartu eta eraikitzen dituzte, zati berdinak irudi geometriko desberdinetan margotuz.

- **Lehen Hezkuntzako 3. maila**

Aurreko kontzeptuak errepasatuz, zatikiaren nomenklatura lantzen da, zenbakitzailea eta izendatzailea kontzeptuak definituz. Hainbat kontzeptu modu ordenatuan eta sekuentzialean lantzen dira, ikasleek kontzeptua sakonago uler dezaten:

- Unitatearen zatikia (unitate bat zati berdinetan zatitu).
- Zatikiak eraikitzea irudietatik abiatuta.
- Frakzio berdinak, aplikatzen diren irudi geometrikoak edozein direla ere, eta zatikiak izendatzaile berarekin konparatzea.
- Zenbakizko zuzenaren agerpena eta zatikien bisualizazioa zenbaki-zuzenean.
- Zatikia unitatea bezala eta unitatea baino handiagoak diren zatikiak (zenbaki mistoaren ideia).
- Zatikiak konparatzea izendatzaile edo zenbakitzaile berarekin.
- Zatiki baliokideak, irudi geometrikoen eta zenbaki-zuzenaren laguntzarekin.

- **Lehen Hezkuntzako 4. maila**

Ikasturte honetan zatiki kontzeptua osotasunean lantzen hasten da. Puntu honetan, hauek dira prozesu kognitiboaren alderdi berri eta garrantzitsuenak:

- Zatien konparazioa laukizuzen berdinetan oinarrituta.
- Frakzio baliokideen kontzeptua eta frakzio baliokideak nola aurkitu.
- Unitatea frakzio gisa eta zatikien konparazioa erreferentzietatik abiatuta (adibidez, unitatea).
- Zatikien batura eta kenketa, izendatzaile berarekin.
- Kopuru baten frakzioa eta zenbaki oso baten frakzioa.
- Zatiki bat zenbaki oso batez biderkatzea (zatiki baten batura errepikatua).

- **Lehen Hezkuntzako 5. maila**

Ikasturte honetan zatikiak lantzeko unea iristen denean, ikasleek ondo ulertu dute kontzeptua, problemak ebazteko erabili dute eta oso modu eraginkorrean sartu dute zenbaki hamartarraren kontzeptua. Hauek dira ikasturte honetako berrikuntzak:

- Zatikiak sinplifikatzeko ideia agertzen da (geometrikoki lehenik eta gero zenbakiz).
- Zatikien batuketa eta kenketa, zatiki baliokideetatik abiatuta.
- Zenbaki mistoen batuketa eta kenketa egiten da.
- Kontzeptu horiek aurreko ikasturtean agertutako beste batzuk errepasatzen diren bitartean sartzen dira.

Azkenik, zatikien zatiketaren kontzeptua sartzen da, baina kasu hauetan bakarrik:

- Zatikiak zenbaki osoengatik zatitzea.
- Zenbaki osoak zatiki unitarioengatik zatitzea.

- **Lehen Hezkuntzako 6. maila**

Ikasturte bakoitzean bezala, aurreko kontzeptuak berrikusten hasiko dira eta ikasleak egoera ezin hobean jarriko ditugu kontzeptu berriak ulertzeko. Hauek dira 6. mailako berrikuntza nagusiak, zatikien lanari dagokionez:

- Frakzio negatiboaren ideia.
- Hamartarrak zenbaki osoengatik biderkatzea.
- Ehunekoak izendatzailea 100 duten zatiki bezala.
- Arrazoiak, arrazoien taula eta arrazoi baliokideak.
- Zatikiak zenbaki hamartar gisa.
- Hamartarrak hamartarrekin biderkatu (zatiki hamartarretatik abiatuta).
- Zatikiak zatiki hamartarrekin zatitzea.
- Zatikiak zatikiekin zatitzea.
- Hamartarrak zenbaki osoekin eta hamartarrekin zatitzea.

3.7.5. ABN metodoa

ABN izeneko metodoa (Abierto Basados en Números: Irekia zenbakietan oinarrituta) Jaime Martínez Monterok joan den mendeko 90eko hamarkadaren amaieran egindako lehen lanetan sortu zen. Bere doktorego-tesian, Martínezek (1995), ikasleen errendimendua aztertzen du etapa bateko hitzezko problema aritmetikoak ebaztean, ohiko sailkapen semantikoari jarraituz (Puig eta Cerdán, 1988). Lan horri esker, ikasleek problemak ebazteko zituzten zailtasunen arrazoietako batzuk identifikatu ahal izan zituen (zenbaki-sistema eta oinarrizko lau eragiketak ulertzea) eta urte batzuk lehenago egindako zerbaiti ekitera eraman zuen: forma alternatiboak diseinatzen saiatzea algoritmo batzuk txertatzeko, ikasleei, nola edo hala, matematika CBC (Cerrados Basados en Cifras: Itxia zifretan oinarrituta) algoritmo deritzenak baino hobeto ulertzen lagunduko dietenak (Martínez Montero, 2011). Horrela sortu zen ABN algoritmo ezaguna, gaur egun algoritmoen ikaskuntzaren mugak gainditu eta haur hezkuntzatik bigarren hezkuntzara hedatzen den metodo bati izena ematen diona. Gaur egun, ABN metodoaren siglak (Abierto Basado en Numeros: Irekia Zenbakietan oinarritua) “algoritmoetatik” haratago doaz, eta haren kontzeptu metodologiko intrintsekoak definitu nahi dituzte. “Irekia” kontzeptuak problema bat ebazteko edo kontzeptu matematiko bat lantzeko dauden moduen aniztasunari egiten dio erreferentzia. Ikasle bakoitzak beste ikaskideen ezberdina den ebazteko modua aurkitu dezake, kalkuluaren menperatzearen edo bere estrategia propioen arabera. “Zenbakietan oinarritua” kontzeptuak zenbakiari erreparatzen dio kontzeptu gisa, eta alde batera uzten du zifra independenteekin egiten zen lana. Oinarria zenbakiak izanik, unitateak, hamarrenak, ehunekoak… askatasunez osatzen eta deskonposatzen dira, azken ebazpenerako arau edo irizpide jakin bat aplikatu gabe. (Ferrado Palomares, I., Segura, C., & Pla-Castells, M., 2017).

ABN metodoan, batuketak egiteko, unitateak zenbaki batetik bestera pasatzen dira. Prozesu horretan, urrats bakoitzean, zenbakietako bat handitu egingo da, eta beste bat gutxitu. Hala, azkenean, zenbaki guztiak zero bihurtuko dira, bat kenduta, eta hori izango da eragiketaren emaitza. Metodo horren hasieran, ikasleak zotzak eta zotz-multzoak erabiltzen ditu. Denborarekin, ikaslea gai da zotzei buruzko ideia barneratzeko eta zotzik gabe lan egiteko, eta, hala, kalkulu mentala egiteko. Bestalde, ikasleak lauki-sare bat sortu behar du. Lauki-sare hori operazioaren batugai-kopurua baino zutabe bat gehiago eta behar adina errenkada izango ditu beti. Adibidez, 39 + 27 eragiketa egin nahi badugu, hiru zutabe beharko ditugu, bi batugai baititugu. Hortaz gain, taularen gaienan, egingo dugun eragiketa idazten ohituko gara. (WhyPoint)

Egindako aldaketak ⬇	**39 + 27**	⬅ Hasierako batuketa

Batuketa baliokideak

Taula 7 ABN metodoaren lauki-sarea. 1.urratsa

Batuketa horiek egiteko modua ez da bakarra, baina, praktikan, teknika eta estrategia batzuk erabiltzen dira, azkarrago egiteko. Hasteko modu ona zenbakiak behatzea eta ahal den guztietan hamarrekoak osatzen saiatzea da. Adibidez, gure kasu partikularrean, 39 zenbakiari unitate bat falta zaio hamarrekoa osatzeko eta, hala, 40 bihurtzeko. Beraz, 39-ri gehitu beharreko unitatea lortu beharko dugu 40 lortzeko. Unitate hau beste zenbakitik hartuko dugu, 27tik, eta horrela 26 izatera pasako da. Hau da, unitate bat aldatu nahi dugu 27tik 39ra. Unitate hori aldaketa-zutabean jarriko dugu, eta, batugai bakoitzaren azpian, zenbaki berria idatziko dugu. Hala, 39 + 27 batuketaren baliokidea den adierazpena lortu dugu, 40 + 26.

	39 + 27	
1	40	26

Taula 8 ABN metodoaren lauki-sarea. 2.urratsa

Zenbakien erraztasuna dela eta, ohikoena ikasleak azken emaitza lortzen jakitea izango litzateke, tarteko urrats gehiago egin gabe. Hurrengo bi tauletako edozein modu balioko luke. Lehenengo adibidean, bigarren zenbakiaren 26 unitateak pasatu dira lehenengo zenbakiari batuz; eta, bigarren taulan, lehenengoaren berrogei unitateak, bigarrenari batu zaizkio.

	39 + 27	
1	40	26
26	66	0

Taula 9 ABN metodoaren lauki-sarea. 3.1 urratsa

	39 + 27	
1	40	26

26	0	66

Taula 10 ABN metodoaren lauki-sarea. 3.2 urratsa

Zatikien kasuan, prozedura bera jarraituko genuke. Adibidez:

	26/80 + 35/80	
4/80	30/80	31/80
31/80	0/80	61/80

Taula 11 ABN metodoaren lauki-sarea. 3.2 urratsa

4. PROPOSAMEN DIDAKTIKOA

Jarraian aurkezten den proposamen didaktikoa, Lehen Hezkuntzako 5. Mailan aurrera eramateko diseinatuta dago.

Lehenik eta behin, lortu nahi diren helburuak eta landu nahi diren edukiak zehazten dira. Ondoren, jarraituko den metodologian sakontzen segituan denboralizazioa argituz. Bukatzeko, jarduera bakoitza azaltzen da horiek ebaluatzeko erabiliko diren tresnak ere aipatuz.

4.1. Helburuak

4.1.1. Helburu currikularrak

a) Bizikidetzaren balioak eta arauak ezagutu eta preziatzea, haien arabera jokatzen ikasi, herritar gisa jarduteko prestatu eta giza eskubideak eta gizarte demokratiko batek berezko duen aniztasuna errespetatzea.

b) Taldeko nahiz bakarkako lanerako aztura, ikastean ahalegina egitekoa eta erantzukizunez aritzekoa, eta norberarengan konfiantza, zentzu kritikoa, ekimena, jakin-nahia, interesa eta sormena ikasketa prozesuan, eta ekintzailetza.

e) Gaztelania eta, bere kasuan, euskara modu egokian jakin eta erabiltzea eta irakurtzeko aztura bereganatzea.

g) Matematikako oinarrizko gaitasunak garatu eta kalkuluko eragiketa oinarrizkoak, geometria ezagutzak eta estimazioak egitea eskatzen duten problemak ebazten hastea, eta horiek guztiak eguneroko bizitzako egoeretan aplikatzeko gauza izatea.

4.1.2. Ikaskuntza-helburuak

1. MULTZOA. PROZESUAK, METODOAK ETA JARRERAK MATEMATIKAN.
   - Ahoz eta modu arrazoituan adieraztea problema bat ebazteko jarraitutako prozesua.
   - Arrazoitze prozesuak eta problemak ebazteko estrategiak erabiltzea, behar diren kalkuluak eginez eta lortutako emaitzak egiaztatuz.
2. MULTZOA. ZENBAKIAK ETA ALJEBRA
   - Zatikiak irakurri, idatzi eta ordenatzea, arrazoitze egokiak eginez.
   - Zatikiak beren balioaren arabera interpretatzea, eguneroko bizitzako egoeretan.
   - Zenbakizko eragiketa eta kalkulu errazak eragiketen propietateei erreferentzia egiten dieten prozedura desberdinen bidez egitea, buruz egindako kalkulua barne, problemak ebazteko egoeretan.
   - Eragiketen propietateak, estrategia pertsonalak eta egin beharreko kalkuluaren arabera erabiltzen diren prozedurak (algoritmo idatziak, buruz egindako kalkulua, gutxi gorabeherako kalkulua, zenbatespena, kalkulagailua) erabiltzea.
   - Zenbaki osoak, hamartarrak, zatikizkoak eta portzentaje errazak erabiltzea eguneroko bizitzako egoeretan informazioa interpretatu eta trukatzeko.
   - Zenbakiekin eragiketak egitea eragiketen hierarkia kontuan hartuta eta eragiketen propietateak, estrategia pertsonalak eta egin beharreko kalkuluaren arabera erabiltzen diren prozedurak (algoritmo idatziak, buruz egindako kalkulua, gutxi gorabeherako

kalkulua, zenbatespena, kalkulagailua) aplikatuz, erabilera egokienari buruz erabakiz.

- Batuketaren eta kenketaren estandarrak ezagutu, erabili eta automatizatzea zatikiekin, emaitzak problemak ebazteko testuinguruetan eta eguneroko bizitzako egoeretan egiaztatuz.

4.1.3. Helburu zehatzak

- Ikasleek zatikiak behar ditugula eta erabilgarriak direla ikustea, bere testuinguru osoan.
- Ikasleek zatikien terminoen esanahaia ulertzea. hau da, izendatzailearen eta zenbakitzailearen esanahia ulertzea.
- Ikasleak zatikiak egunerko bizitzan erabiltzen direla ohartzea eta egoerak identifikatzea.
- Ikasleek ulertu dituzten terminoen izena ezagutzea. hau da, izendatzailearen eta zenbakitzailearen izena ezagutzea.
- Zatikien erabilera egiten jakitea, terminoen esanahia aplikatuz.
- Kopuru baten zatikia kalkulatzen jakitea eta zatikiekin sortzen ahal diren erlazioak menderatzea
- Zatiki baliokidek zer diren, zer esan nahi duten eta zer ezaugarri dituzten ezagutzea, ulertzea eta kalkulatzen jakitea
- Erreferentizazko kopuruari erreparatu gabe edozein zatiki alderatzen jakitea.
- Unitatea baino handiagoak diren zatikiak zentzuk diren ezagutzea eta haien ezaugarriak identifikatzea
- Zatikiekin batuketak eta kenketak nola egin jakitea

4.2. Edukiak

Edukiak hezkuntza-etapa bakoitzaren helburuak lortzen eta gaitasunak eskuratzen laguntzen duten ezagutzak, trebetasunak eta jarrerak dira. Jarraian, proposamen honetan landuko diren edukien zerrenda azaltzen da:

- Enuntziatuak ulertuz irakurtzea.
- Zenbakiek eguneroko bizitzan dituzten erabilerak eta funtzioak bereiztea.
- Arrazoiketa matematikoak adieraztea.
- Eguneroko bizitzako egoeretan zenbakizko erlazioak aurkitzeko interesa.
- Zatiki baliokideak.
- Zatikiak: irakurketa eta idazketa.
- Zatikien gaiak.
- Zatikiak batekoarekin eta beste zatiki batzuekin konparatzea, > eta < ikurrak erabiliz.
- Zenbaki baten zatikia.
- Zatikiak identifikatzea, irakurtzea eta idaztea, ikusizko laguntzarekin eta ikusizko laguntzarik gabe.
- Zatikiak goranzko ordenan eta beheranzko ordenan ordenatzea.
- Zatikien arteko batuketa eta kenketa

4.3. Metodologia

Zatikien ikaskuntzarako proposatzen diren ariketa hauen bitartez ikasleek zatikiekin lotutako edukiak menperatzeaz gain, matematika atsegin izatea ere bilatzen da. Ohikoa izaten da matematika ikasgairik gorrotatuenetarikoa dela entzutea, eta hori ikasleek matematika ulertzen ez dutelako gertatzen da. Haurrak ez dute ulertezintasuna atsegin. Eta, askotan horretara behartzen ditugu matematikaren irakaskuntzarako erabiltzen den metodologiaren bitartez. Aurretik, marko teorikoan, azaldu den moduan, ikasleei kontzeptua ulertzean ahalegindu gabe eragiketak ebazten irakasten badiegu, ezagutza ez sortzeaz gain, haientzat logikarik ez duten algoritmoak barneraratzera behartzen diegu. Hori dela eta, matematika gorrotatzen dute.

Matematika egiteko orientabideak argiak eta zehatzak dira. Legeak Espainiako hezkuntza-sisteman adierazitako metodologiaren arabera, ezagutza logiko-matematikoaren jatorria haurrak objektuekin egiten duen jardueran dago, eta, zehazkiago, jarduera horretatik abiatuta objektuekin ezartzen dituen erlazioetan.

Horregatik, irudikapen matematikoaren edukietara hurbiltzeko, jarduera praktikoari lehentasuna ematen dion ikuspegia hartuko da oinarri; hau da, esperimentazio aktiboaren bidez haurrak objektuekin ezartzen dituen propietateak eta erlazioak ezagutzeari.

Bestalde, badira lau gaitasun pentsamendu logiko-matematikoa errazten dutenak. Hori dela eta, proposamen didaktiko honetan horiek garatzen ahaleginduko gara:

- Behaketa: haurraren arreta bultzatuko da baina, helduak begiratzea nahi duenak eragina izan gabe. Behaketa, askatasunez eta subjektuaren ekintza errespetatuz bideratuko da, ezaugarrien pertzepziora eta horien arteko erlazioetara bideratutako ariketen bidez. Behatzeko gaitasun hori handitu egiten da gogotsu eta lasaitasunez jarduten denean, eta murriztu egiten da jarduera egiten duen subjektuak tentsioa duenean.
- Irudimena. Sormenezko ekintza gisa ulertuta, subjektuaren ekintzan aukera ugari ahalbidetzen dituzten jarduerekin sustatzen da. Ikaskuntza matematikoari laguntzen dio, interpretazio bera egoera ezberdin askotara transferitzen delako.
- Intuizioa: intuizioa garatzeko jarduerek ez dute igartzeko teknikarik sortu behar; esateagatik esateak ez du pentsamendurik garatzen. Arbitrariotasuna ez da jardun logikoaren parte. Intuizioa, subjektuak arrazoiketarik gabe egiara iritsi dela suposatzeari egiten dio erreferentzia. Dena den, horrek ez du esan nahi ikasleari bururatzen zaion guztia egiatzat hartzen denik, baizik eta egiatzat hartzen den guztia bururatzea lortzen dela.
- Arrazoiketa logikoa: arrazoiketa pentsamenduaren forma da, zeinaren bidez, premisa deritzon egiazko baieztapen batetik edo batzuetatik abiatuz, eta inferentzia-arau batzuen arabera ondorio batera iristen garen. Eta pentsamenduaren garapena, eskolako eta familiako jarduerak subjektuarengan duen eraginaren emaitza da. Bertrand Russellen ustez, logika eta matematika oso lotuta daude, eta honako hau dio: "Logika matematikaren gaztetasuna da, eta matematika logikaren heldutasuna". Horrekin lotuta, arrazoiketa logikoa, erronka jakin baten aurrean, jarduteko estrategien inguruan ideiak sortzeko gai izatearekin lotzen da.

Bestalde, kalkulua matematikaren tresna izatea ez du inork zalantzan jartzen; baina, matematika berez kalkulua izatea erabat eztabaidagarria da. Inola ere ez da esan nahi kalkulua garrantzitsua ez denik; aitzitik, kalkulua, zer egin eta zer lortu nahi den dakigunean aukeratzen den tresna da. Egoera matematiko bat argi eta garbi ezagutzea, zeinean emaitza bat lortu behar den, eta ondorio logikoetara iristeko prozedura behar bezala aukeratzea, nire ustez, matematika egiteari dagokio. Beraz, horrela izanez gero, matematika ez da prozedura ongi egitea, baizik eta egoera ezagutzea, prozedura egokia hautatzea eta ondorioak arrazoitzea. Jarduera hauen bitartez, matematika ulertzeko modu hori bultzatuko da.

Gauzak horrela, pentsamendu matematikoa oinarrizko hiru kategoriatatik ulertzen da:

- Ideiak sortzeko gaitasuna, zeinak adieraztean eta interpretatzean sortzen diren ondorioak guztiontzako egia edo guztiontzako gezurra diren.
- Hizkuntza matematikoak ideia horiei erreferentzia egiteko erabiltzen dituen irudikapenen edo irudikapen-multzoen erabilera.
- Inguruan dugun ingurunea sakonago ulertzea, ikasitako kontzeptuak aplikatuz.

Kategoria horiei dagokienez, adierazi diren hurrenkeraren garrantzia nabarmendu nahi da. Askotan, ideia matematikoa ideia horren irudikapenarekin nahasten da. Lehenik eta behin, haurrari sinboloa, marrazkia, zeinua edo edozein irudikapen eskaintzen zaio, subjektua irudikatu denaren esanahia ulertzen saia dadin. Esperientzia horiek nahasgarriak dira pentsamendu logiko-matematikoa garatzeko. Nahikoa frogatu da sinbolo edo izen konbentzionala helmuga dela, eta ez abiapuntua; beraz, lehenik eta behin, kontzeptua, propietateak eta erlazioak ulertzeko modua landuko da proposatuko diren jardueren bitartez. Eta, sinboloa, hau erabiltzeko beharra sortu ondoren, aurkeztuko zaio ikasleari.

Ezagutza matematikoaren eraketari buruzko beste kontu garrantzitsu bat, kontzeptuaren irudikapenaren eta haren interpretazioaren arteko beharrezko bereizketa da. Sinistu ohi da haurrak zenbat eta sinbolo matematiko gehiago ezagutu orduan eta gehiago dakiela matematikari buruz. Hori errealitatetik asko urruntzen da, forma irakatsi ohi delako; horrela, adibidez, honako hau entzuten dugu: "Bi-a (2) ahatetxo bat da" etab. Esamolde horiek berekin izen bat forma batekin ezagutzea ekar dezakete, baina ez du inola ere pentsamendu matematikoaren garapenean laguntzen, aipatzen den eduki intelektualari buruz gezurra esaten baitu, adibidez: bi (2) kontzeptuak ez du inoiz "ahatetxo" bat izendatuko. Laburbilduz, ezagutza logiko-matematikoa eratzen laguntzen duena matematika interpretatzeko gaitasuna da, eta ez formen loturaren bitartez gogoratzeko gai diren sinbolo-kopurua. Hori dela eta, aurkezten den proposamen didaktiko honetan ideia hori kontuan hartuko da.

Hortaz gain, ikaslea bere ikaskuntzen eraikitzailea izatea mila modutan esan izan da milaka urtetan. Bestela, ikaskuntza desnaturalizatu egingo delako, eta ikasleak eduki bat jasoko duelako, ez ezagutza bat. Edukia irakasten dena da eta ezagutza, berriz, ikasten dena. Beraz, eduki gutxi eman behar zaizkie ikasleei eta ezagutza handia sortu, horretan ahaleginduko gara ariketa hauekin.

Beste alde batetik, "adierazi, buruz ikasi, ulertu" ordez "ulertu, adierazi, buruz ikasi" prozesua erabiltzea bultzatuko da, proposamen honetan. Normalean, kontzeptuen, erlazioen edo horien ohiko irudikapenaren adierazpenetatik hasten gara; bigarren urrats gisa, oroimena landuz; eta, azkenik, horiek ulertzeko ariketak egiten direlarik. Kasu honetan, lan egiteko modu hori guztiz aldatu nahi da. Lehenik eta behin, adibideen eta kontradibideen bitartez eta ikaslearen pentsamendua inola ere zuzendu gabe, ideiak sortzen eta identifikatutako kontzeptua bere hizkuntzatik ulertzen lagunduko dieten jarduerak landuko dira. Gero, ulertu dutenaren izen edo adierazpen konbentzionala zein den azalduko zaie. Eta azkenik, bere memorizazioan lan egingo da. Jakina, memoria garrantzitsua da. Baina alferrikako ahaleginik ez egiteko, komeni da, ezagutzen duten horri ematen zaion izena buruz ikastea.

Beraz, lehen jarduera gisa, ikaslearen hiztegitik abiatu behar da une oro. Ezagutza zientifikoaren eraikuntzan metahizkuntzaren eta objektu-hizkuntzaren arteko bereizketa egiten da. Objektu hizkuntza dagokion zientziaren berezkoa da, eta metahizkuntza objektu hizkuntzari dagozkion terminoak deskribatzeko erabiltzen den hizkuntza da. Gauzak horrela, ezagutza eraikitzeko ikasgelaren metahizkuntza ikaslearen berezkoa da. Modu honetan, termino matematikoak identifikatuko ditugu bere lengoaiatik abiatuta. Une bat iritsiko da, adinaren arabera, non ikaslearen hiztegian matematikak erabiltzen duen objektu-hizkuntzaren hainbat termino aurkituko ditugun.

Eta, orduan, termino horietatik abiatuta beste batzuk definituko ditugu. Azken batean, ahal den neurrian ahozko informazioa saihesten, eta matematikaren ezaugarri den zehaztasunarekin adierazten saiatuko gara, hori egin behar dugunean.

Irakaskuntzak aukera eman behar dio subjektuari kontzeptuak bere aurkikuntzen bidez eskuratzeko. Terminologia espezifikoak eta sinbologia egokiak ezagutzaren eraikuntzaren helmuga izan behar dute, eta ez abiapuntua. Kontzeptua ulertzea baino geroagokoa da adieraztea. Heideggerrek (1951) esan zuen bezala, "Adierazpena ulertu denaren artikulazioa da".

Gainera, oro har, matematikaren ikaskuntza kopuruari eta zenbakiari zegokiola onartu izan da, bere jarduerak batez ere ordenan eta seriazioan oinarrituta, eta matematikarako lanik preziatuena zenbatzea izanik. Gaur egun, matematikaren irakaskuntzaren izaera desberdin agertzen da: adierazpen gisa, hizkuntza berri bat bezala eta bere aplikazio praktikoekin inguratzen gaituen ingurunean pentsatzeko modu berri bat bezala. Matematikaren eta zenbakiaren elkarketa ohikoa den arren, adierazi beharra dago matematika agertzen den guztietan ez dela zenbakiari buruzkoa. Eta era berean, zenbakiak erabiltzeak matematika egiteari buruz ez du ezer esan nahi, egite hori pentsamenduaren ekintza logiko batek sortu ez badu.

Azkenik, askotan, matematikaren irakaskuntza irakasleak dakien horretan oinarritzen dela aipatu nahi da, ikasleak ez dakien horretan oinarritu beharko genukeenean. Ziurtzat jotzen dugu irakaslearentzako egoera argi bati buruzko hitzezko informazio hutsak, ikasleari argi eta garbi helarazten diola guk horri buruz ulertzen duguna. Eta hori, asko urruntzen da kontzeptua ager daitekeen egoera-aniztasuna behatuz eta esperimentatuz lortzen den benetako ulermenetik. Horrek esan nahi du, ikasle askok kontzeptua edo erlazioa ikaskuntzarako aurkeztu zaion modu berean agertzen zaionean soilik ezagutzen dutela. Ezin du beste egoera batzuetan ezagutu, haren ikaskuntza ez da funtzionala, kontzeptuaren aplikazioa zoria eta igarkuntza ditu oinarri, eta baliogabea da eduki horiek beste batzuetara transferitzea ezagutza eraikitzeko. Beharrezkoa da irakasleak ikasleei ematen dien ahozko informazioaren ordez zalantzak eta erronkak jartzea. Hau da, arretaz prestatutako jarduerak proposatu behar ditu, lantzen ari dena sendotasunez eskuratu ahal izateko. Eta hori da hain zuzen ere, aurrerako proposatzen diren jarduerekin lortu nahi izan dena.

Aipatutako guzti hau, Singapur metodoa izena duen metodologiaren barruan sar daiteke. Gauzak horrela, proposamen didaktiko honetan, ikaskuntza prozesua metodo honek proposatzen dituen hiru faseak (konkretua, piktorikoa eta abstraktua) kontuan hartuz lan egingo da:

- Etapa zehatza: fase honetan arazoaren planteamendu zehatza aurkezten zaie haurrei. Halaber, ikasleek matematika esploratzen dute eguneroko objektuak erabiliz, hala nola orriak, fitxak, etab.
- Etapa piktorikoa: ondoren, arazoaren modelizazioa egiten da, hau da, ikasleek lehen etapan erabilitako objektuak sinbolizatzen dituzten irudikapen bisualak egiten dituzte, eta horrek arazoa hobeto ulertzen laguntzen die.
- Etapa abstraktua: azken fasean, haurrek landutako ezagutzaren ulermen abstraktua lortzen dute.

Garrantzitsua da aipatzea, Singapur metodoa aplikatzean, ikasleek arazoari irtenbidea aurkitzeaz gain, aurkitutako irtenbidea hitzez azaldu behar dutela ere. Modu horretan, emaitzan inplizituki dagoen arrazoibide logikoa ulertuko baitute.

4.4. Denboralizazioa

Unitate didaktikoaren denboralizazioa ikasturtean zehar unitate didaktikoaren jarduerak antolatzean datza, egutegia, ikaskuntza-saioak eta eskuragarri dauden orduak kontuan hartuta.

Egiten den proposamena aurrera eramateko, beraz, bigarren hiruhilekoaren zati handi bat beharko da, zortzi aste, hain zuzen ere. Era berean, astean, matematika ikasgaiari, lau saio eskaintzen zaizkiola kontuan hartuta, 32 saioz landuko dituzte ikasleek zatikiak.

Aurrerago argituko den moduan, jardueren azalpena fase konkretuan oinarritzen da. Hori dela eta, azaltzen diren ariketak aurrera eramateko osotara 13 saio behar izango dira, hau da, 3 aste eta egun bat. Gainontzeko saioak (zortzi asteak osatzeko), ariketa bakoitzaren bukaeran beste bi faseak (piktorikoa eta abstraktua) proposatzen duten moduan lan egiteko (grafikoen eta zenbaki zein sinboloen bitartez) erabiliko dira.

Jarraian, azaltzen diren jarduera bakoitzari eskainiko zaion saio kopurua eta denbora argitzen da. Dena den, garrantzitsua da aipatzea, denboralizazioa orientagarria dela. Argi izan behar da, ez dela hurrengo ariketara pasako ikasleek aurrekoan ulertu beharrekoa menderatu gabe. Beraz, denbora gehiago eskaini behar izanez gero, ez da arazorik egongo.

1. Zatikiak behar ditugu: Saio bakarra, 45 minutu.
2. Zatikien terminoen esanahia: Saio bat, 45 minutu.
3. Non aurki ditzazkegu zatikiak eguneroko bizitzan: Saio bakarra, 45 minutu.
4. Ulertu ditugun terminoei izena jarri: Saio bat, 45 minutu.
5. Terminoak erabili: Saio bat, 45 minutu.
6. Kopuru baten zatikia: Lau saio, 180 minutu.
7. Zatiki baliokideak: Saio bat, 45 minutu.
8. Zatikien konparaketa: Bi saio, 90 minutu.
9. Unitatea baino handiagoak diren zatikiak – Zenbaki mistoak: Saio bat, 45 minutu.
10. Eragiketak zatikiekin: Bi saio, 90 minutu.

4.5. Jarduerak

Puntu honetan, aurretik aipatu diren edukiak eskuratzeko eta helburuak betetzeko jardueren segida azaltzen da. Era berean, proposatzen diren ariketa guztiak, azaldutako metodologia erabiltzeko diseinatuta daude.

Aipatu beharra dago, ariketak zatikien esanahi guztiak lantzeko diseinatu direla, marko teorikoan azaldu den moduan garrantzi handia baitu beharrezkoak ez diren akatsak ekiditeko.

Bestalde, Singapur metodologiak ezartzen dituen hiru pausoetako lehengoa (fase konkretua) aurrera eramateko azaltzen direla. Hala ere, proposamena aurrera eramaterakoan, jarduera berak, materialetan oinarrituta egin beharrean, informazioaren erreprodukzio bisuala eginez (fase piktorikoa) eta azkenik, zenbakiak eta sinboloak erabiliz (fase abstraktua) egin beharko dira. Horretarako, aski izango da, azalduko diren ariketa berak errepikatzea, lan egiteko modua aldatuz eta adibide ezberdinak proposatuz. Aipatu beharra dago, halaber, haurrak hiru faseetan hitzez adierazi beharko dutela ematen dituzten pauso guztiak.

Era berean, azalduko diren ariketa guztiak egiteko talde handian (ikasle guztiak batera) lan egiten hasiko dira. Gero, pixkanaka taldeak murrizten joango dira banaka lan egiten bukatu arte. Beraz, jarduera berdinak errepikatu beharko dituzte baina taldeen osaketa aldatzen joango da.

4.5.1. Zatikiak behar ditugu

IZENBURUA:	ZATIKIAK BEHAR DITUGU
DENBORALIZAZIOA:	SAIO BAT: 55 MIN
HELBURUA:	IKASLEEK ZATIKIAK BEHAR DITUGULA ETA ERABILGARRIAK DIRELA IKUSTEA, BERE TESTUINGURU OSOAN.
MATERIALAK:	ORRIAK ETA FITXAK.

Zatikiak lantzeko abiapuntua ikasleek ulertzen dituztela egiaztatzea izango da. Horretarako, ikasleek ikusi edo egiaztatu behar dute behar ditugula, hau da, erabilgarriak direla. Bestela, ikasten ari diren horri ez diote zentzurik aurkituko eta kontzeptua ulertu beharrean, zatikiekin egiten diren ariketak buruz ikasiko dituzte.

Jarraian, zenbait ariketa proposatzen dira ikasleek zatikiak behar ditugula ikus dezaten. Horretarako, irakasleak, orriak zatituz, fitxak multzokatuz edo ibilbideak eginez horien zati bat irudikatuko du. Gero, zati hori adierazteko modua zein den galdetuko die ikasleei, eta abiapuntu horretatik eztabaida sortuko du. Hala, galderen bitartez zatikiak erabiltzeko beharra sortuko die ikasleei. Galderak, beraz, zerbaiten zati bat adierazteko modu bat aurkitzera gidatuak egongo dira. Izan ere, zerbaiten zati bat ezin delako zenbaki oso baten bitartez adierazi. Hori da hain zuzen ere, ikasleek izaten duten ohiko akatsa, osotasuna adierazten ez duen zerbait, zenbaki osoekin adieraztea.

Antzeko hiru jarduera proposatzen dira, bakoitzean erreferentzia ezberdin batez baliatuz. Erreferentzia hauek, nahita aukeratu dira, horietako bakoitzarekin zatikiak ulertzeko modu bat lantzen delako. Orriekin, zati-osotasunaren ideia lantzen da;

fitxekin, neurriaren edo multzoen ideia barneratzen dute; eta, ibilbideekin, berriz, zatikiak arrazoi gisa ulertzen dituzte.

Garrantzitsua da irakasleak zer lortu nahi duen jakitea, nora iritsi nahi duen, hau da, zein den helburua. Kasu honetan, helburua, ikasleek zatikiak behar ditugula ikustea da. Helburua argi izanik, haurrek gidatuko dute saioa. Aipatu beharra dago, azaltzen den dinamika ikasleen galderen eta erantzunen mende dagoela, eta, beraz, proposatzen diren galderak orientagarriak direla.

Zatikiak behar ditugula ikusteko jarduerak:

- ORRIAK
  Irakasleak orri sorta bat izango du, ikasleei banan-banan erakutsiko diena hauek kontatzen duten bitartean. Lehenengo orria erakustean, ikasleak "bat" ozenki esanez hasi beharko dira kontatzen. Irakasleak bat idatziko du arbelean eta horrela hurrenez hurren. Gutxi batzuk atera ondoren, irakasleak ez du orri osoa erakutsiko, bost zati berdinetan zatituko du, adibidez, eta zati bat bakarrik erakutsiko du. Momentu honetan, ikasleen erantzunak aztertuko dira, eta esandakoaren arabera, galderak egingo dira. Lehen aipatu den moduan, haiek ematen dituzten erantzunen eta sortzen zaizkien galderen araberakoa izango dira irakasleak egiten dituen galderak. Kasu honetan, helburua orri osoen kopuru jakin bat eta beste baten zati bat dagoela ikustea izango da.
  - Zenbaketarekin jarraitzen badute, horrelako galderak egin daitezke:
    - Zergatik jarraitzen dugu berdin kontatzen orriaren zatia txikiagoa baldin bada? Ez al da garrantzitsua orriaren tamaina?
    - Orriaren tamaina garrantzitsua dela ikusteko, orri oso bati puntuazio bat egokituko zaio (esaterako, orri bat = 3 puntu). Irakasleak orri zati txiki bat gelditūko du eta ikasle bati orri oso bat emango dio. Gero, galdetuko du: txapelketa batean egongo bagina, bidezkoa izango zen biok puntuazio bera lortzea? Ez bada bidezkoa, orri zati bat erakustean zergatik jarraitu duzue kontatzen?
    - Orri baten zati bat eta orri oso bat modu berean ezin direla kontatu ulertzen dutenean, nola zenbatu eta nola adierazten ahal

den galdetuko zaie. Izan ere, orri osoak zenbaki osoen bidez adieraz daitezke, baina orri baten zati bat ez. Modu honetan, zatikiak erabiltzearen beharra sortzen da (beharretik sinbolora).

- Zenbaketarekin jarraitzen ez badute, horrelako galderak egin daitezke:
  - Zergatik ezin da modu berean kontatzen jarraitu?
  - Nola kontatu daiteke? Edo, nola adieraz daiteke orri zati bat? Modu honetan, zatikiak erabiltzearen beharra sortzen da (beharretik sinbolora).
- Gerta daiteke ikasleek hamartarrekin erantzutea. Hori gertatuko balitz, orriaren zatia zenbaki hamartarrekin lotzeko zaila den neurri batean edo itsura batean moztuko da.

Behin zatikiak erabiltzeko beharra sortuta, neurri edo kantitate horiek adierazteko modua zein den azalduko zaie, hau da, zein sinbolo erabiliko den. Une honetan ez zaie oraindik terminoen izena aipatuko.

Irakaslea, zati hori adierazteko modua, erreferentzia-kantitatearekin (orri oso bat) alderatzea dela azalduko die. Ondoren, izendatzailea eta zenbakitzailea banatzen duen marra arbelean marrazten hasiko da (terminoen izenak esan gabe). Gero, marra horren azpian, orria zenbat zati berdinetan zatitu den kopurua idatziko dela azalduko du (kasu honetan, orria 5 zati berdinetan zatitu da). Eta, marraren gainean, berriz, zati horietatik zenbat erakutsi zaizkien (kasu honetan, 1 bakarrik erakutsi zaie). Beraz, zati hori adierazteko erabiliko den sinboloa 1/5 izango dela, eta esateko modua bosten bat dela argituko du irakasleak. Aipatzekoa da, irakasleak garrantzi berezia emango diola orri zatiak berdinak izan behar dutela esateari.

- Kontradibidea: Guzti hori azaldu ondoren, irakasleak kontradibide bat jarriko die ikasleei. Adibidez, orria bost zati berdinetan zatitu ondoren horietako bat erditik moztu eta aurreko adibidean erakutsitako zati bera erakutsi (orri baten bostena dena). Gero, aurretik aipatu den dinamika bera jarraituko du. Modu honetan, ikasleak zatiak berdinak ez direnez zatikien bidez ezin direla adierazi ulertuko dute.

Dinamika bera, aurretik aipatutako beste bi erreferentziekin (fitxak eta ibilbideak) errepikatuko da.

- FITXAK

  Irakasleak fitxa kutxa bat izango du eta 5 fitxako multzoak egiten joango da. Irakaslea 5 fitxako multzoak osatzen dituen heinean, ikasleak kontatzen joan beharko dute. 5 fitxako lehen multzoa egiten duenean ozenean "bat" esan beharko dute, eta horrela hurrenez hurren. Zenbait multzo egin ondoren, irakasleak 5 fitxako multzoa egin beharrean 3 fitxako multzoa egingo du. Momentu honetan, ikasleen erantzunak aztertuko dira, eta esandakoaren arabera, galderak egingo dira. Kasu honetan, helburua 5 fitxako multzo kopuru jakin bat eta beste multzo baten zati bat dagoela ikustea izango da.

  Egingo diren galderak, orrien adibidearekin egin diren antzekoak izango dira. Era berean, zati hori adierazteko moduaren azalpena modu berean egingo da.

  Fitxen adibidearekin jarraituko zen prozesua zehaztasunez ikusi nahi izanez gero, eranskinetan (Zatikiak behar ditugu: Fitxak.) azaltzen da.

- IBILBIDEAK

  Irakasleak ibilbide bat egingo du, adibidez, gelaren pareta batetik bestera. Kontrako paretara iristean, ahots ozenez kontatzeko eskatuko die ikasleei. Behin eta berriz eginen du ibilbidea, bidaia batean honen laurden batean geldi geratu arte. Momentu honetan, ikasleen erantzunak aztertuko dira, eta esandakoaren arabera, galderak egingo dira. Kasu honetan, helburua ibilbide oso kopuru jakin bat eta beste baten zati bat egin dela ikustea izango da.

  Egingo diren galderak, orrien adibidearekin egin diren antzekoak izango dira. Era berean, zati hori adierazteko moduaren azalpena modu berean egingo da.

  Fitxen adibidearekin jarraituko zen prozesua zehaztasunez ikusi nahi izanez gero, eranskinetan (Zatikiak behar ditugu: Ibilbideak.) azaltzen da.

4.5.2. *Zatikien terminoen esanahia*

IZENBURUA:	ZATIKIEN TERMINOEN ESANAHIA
DENBORALIZAZIOA:	SAIO BAT: 55 MIN
HELBURUA:	IKASLEEK ZATIKIEN TERMINOEN ESANHAIA ULERTZEA. HAU DA, IZENDATZAILEAREN ETA ZENBAKITZAILEAREN ESANAHIA ULERTZEA.
MATERIALAK:	ORRIAK ETA FITXAK

Behin ikasleak zatikiak erabiltzeko beharra dagoela ikusi dutela, zatikien terminoen esanahia ulertzen dutela ziurtatu behar du irakasleak (nahiz eta oraindik ez jakin hauen izenak: izendatzailea eta zenbakitzailea). Horretarako, erreferentzia ezberdinez baliatuz zenbait erronka jarriko zaizkie, denon artean ebazten joango direnak. Erreferentzia hauekin, zati-osotasuna, arrazoia eta neurria edo multzoen ideia lantzen da berriro ere. Jarduera honetan, kontradibideak oso garrantzitsuak izango dira. Izan ere, adibide hauekin esanahia ulertu duten edo ez oso ongi ikusten da. Eta, ulertuz gero termino bakoitzaren esanahia indartzen da.

Helburu hori lortzeko, irakasleak, orriak zatituz, fitxak multzokatuz edo jauzien bitartez horien zati bat irudikatuko du eta ikasleei hori adierazteko eskatuko die. Aurreko jardueran egin den modu berean, irakasleak ikasleak gidatuko ditu egingo dizkien galderen bitartez. Galderak beraz, ikasleek zatikien termino bakoitzaren ezaugarriak eta esanahia ulertzeko egingo dira.

Ikasleei, askotan, alderatzen ari diren zatiak, multzoak edo dena delakoa berdinak izan behar dutela ulertzea eta barneratzea kostatzen zaie. Horregatik, irakasleak ideia hau indartzen ahaleginduko da egingo dituen galderen eta jarriko dizkien kontradibideen bitartez.

Jarraian, orriak erabiliz egingo ziren galderen proposamen bat azaltzen da. Aipatzekoa da, galderak orientagarriak direla bakarrik. Ikasleekin aurrera eramaterako orduan, haien erantzunak kontuan izanik galdera hauek edo beste antzeko batzuk egingo baitira:

- ORRIAK
  - Irakasleak orri bat bi zati berdinetan zatituko du eta ikasleei horietako bat erakutsiko die. Ondoren, galderak egingo dizkie:
    - Gogoratzen zarete nola adierazten genuen horrelako zati bat?
    - Zer idazten genuen lehenengo?
    - Marraren azpian zer idatzi beharko genuke? Zenbat zatitan zatitu da orria?
    - Zer baldintza bete behar zuten zati horiek?
    - Marraren gainean zer idatzi beharko genuke? Zenbat zati erakutsi zaizkizue?
  - Irakasleak aurreko zatiak beste hiru zati berdinetan zatituko ditu. Orria, beraz, 6 zati berdinetan zatituta geldituko da. Eta, ikasleei horietako 4 erakutsiko dizkie. Ondoren, aurreko kasuaren antzeko galderak egingo dizkie.
  - Kontradibidea: Irakasleak beste orri bat hartuko du, 4 zati ezberdinetan moztuko du eta ikasleei horietako 2 erakutsiko dizkie. Ondoren, aurreko kasuetan egin diren antzeko galderak egingo dizkie.

  Ikasleekin, sortuko zen elkarrizketaren simulazioa edo ikasleengan bilatzen den erantzuna ikusi nahi izanez gero, eranskinetan (Zatikien terminoen esanahia: Orriak) azaltzen da.

- JAUZIAK
  - Puntu jakin batean mantenduz, irakasleak buelta oso bat emango du 4 jauziren bitartez. Jauzi bakoitzean distantzia bera biratuko du. Lau jauzi horiek buelta baten baliokideak direla esango die ikasleei. Gero, jauzi bakarra emango du. Ondoren, zatikien termino bakoitzaren esanahia ulertzeko eta hauen ezaugarriak identifikatzeko helburuarekin irakasleak galderak egingo dizkie.
  - Puntu jakin batean mantenduz, irakasleak buelta oso bat emango du 2 jauziren bitartez. Jauzi bakoitzean distantzia bera biratuko du. Bi jauzi horiek buelta baten baliokideak direla esango die ikasleei. Gero, jauzi

bakarra emango du. Ondoren, zatikien termino bakoitzaren esanahia ulertzeko helburuarekin irakasleak galderak egingo dizkie.

- Kontradibidea: Puntu jakin batean mantenduz, irakasleak buelta oso bat emango du 3 jauziren bitartez. Kasu honetan, jauzi bakoitzean distantzia ezberdina biratuko du. Hiru jauzi horiek buelta baten baliokideak direla esango die ikasleei. Gero, jauzi bakarra emango du. Ondoren, zatikien termino bakoitzaren esanahia ulertzeko eta hauen ezaugarriak identifikatzeko helburuarekin irakasleak galderak egingo dizkie.

Jauzien adibidearekin egingo ziren galderen proposamena eta ikasleekin sortuko zen elkarrizketaren simulazioa ikusi nahi izanez gero, eranskinetan (Zatikien terminoen esanahia: Jauziak) azaltzen da.

- FITXAK
  - Irakasleak, 12 fitxa berdin jarriko ditu mahaiaren gainean eta 6 multzo berdinetan banatuko ditu (2 fitxa multzo bakoitzeko). Gero, 5 talde bereiziko ditu. Ondoren, zatikien termino bakoitzaren esanahia ulertzeko eta hauen ezaugarriak identifikatzeko helburuarekin irakasleak galderak egingo dizkie.
  - Irakasleak, aurreko 12 fitxa horiek 3 multzo berdinetan banatuko ditu (4 fitxa multzo bakoitzeko. Gero, 2 multzo bereiziko ditu. Ondoren, zatikien termino bakoitzaren esanahia ulertzeko eta hauen ezaugarriak identifikatzeko helburuarekin irakasleak galderak egingo dizkie.
  - Irakasleak, aurreko 12 fitxa horiek 5 multzo ezberdinetan banatuko ditu (4 fitxako 3 multzo, 2 fitxako multzo bat eta fitxa bakarreko beste bat). Gero, berdinak diren 3 multzoak bereiziko ditu. Ondoren, zatikien termino bakoitzaren esanahia ulertzeko eta hauen ezaugarriak identifikatzeko helburuarekin irakasleak galderak egingo dizkie.

Fitxen adibidearekin egingo ziren galderen proposamena eta ikasleekin sortuko zen elkarrizketaren simulazioa ikusi nahi izanez gero, eranskinetan (Zatikien terminoen esanahia: Fitxak) azaltzen da.

Dinamika hau, beste erreferentzia askorekin jarrai daiteke, ibilbideekin, esaterako. Hala, irakasleak kontzeptuak ulertzen ez direla ikusten badu, erreferentzia ezberdinez baliatuz indar dezake jarduera.

4.5.3. Non aurki ditzakegu zatikiak eguneroko bizitzan

IZENBURUA:	NON AURKI DITZAKEGU ZATIKIAK EGUNEROKO BIZITZAN
DENBORALIZAZIOA:	SAIO BAT: 55 MIN
HELBURUA:	IKASLEAK ZATIKIAK EGUNEROKO BIZITZAN ERABILTZEN DIRELA OHARTZEA ETA EGOERAK IDENTIFIKATZEA.
MATERIALAK:	ORDENAGAILUAK

Behin ikasleak zatikiak erabiltzeko beharra dagoela ikusi dutela eta zatikien terminoen esanahia ulertu dutela, eguneroko bizitzan ere erabiltzen direla azalduko die irakasleak. Beraz, zein egoeratan edo non aurki ditzakegun jakin beharko dute. Horretarako ikerketa lan bat egitea proposatuko zaie.

Lehenik eta behin, irakasleak adibide bat emango die (esaterako: ordu laurden bat gelditzen da saioa amaitzeko). Ondoren, ordenagailu gelara joango dira eta Interneten bilatzeko aukera emango zaie. Gero, etxean, familiakoei galdetzea eskatuko zaie. Hurrengo egunean, bakoitzak apuntatutako egoerak denon artean partekatuko dira. Irakasleak ere parte hartuko du, zatikiek dituzten esanahietako bakoitza egoera batean behintzat aipatzen direla ziurtatzeko.

Hauek dira zatikiak erabiltzen diren egoera batzuk:

- Errezeta baten pausoak jarraitzean: Gehitu irin-katiluaren ¼.
- Fruta dendara joaten garenean eta sagarrak eskatzen ditugunean: Kilo erdi bat sagar (1/2 kg), mesedez.
- Pizza bat zatitzen dugunean lagunen artean banatzeko.
- Berrietan: Populazioaren 1/5 gaixotu da.
- Etxeko lanak egitean: Oraindik erdia gelditzen zait.
- Loteria: Loteria hamarren bat oparitu didate.

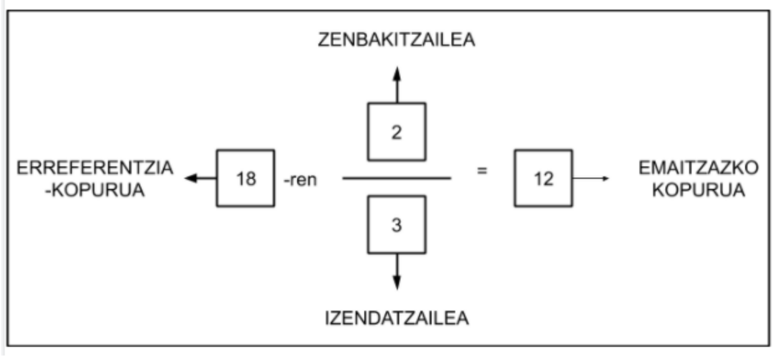
- Neurriekin: litro baten hiru laurden sartzen da botilan.
- Ordua edo denbora: Niri zuri kostatu zaizun bikoitza kostatu zait mozorroa prestatzea. Zu ordu bat behar izan duzu, eta ni berriz bi.

4.5.4. Ulertu ditugun terminoei izena jarri

IZENBURUA:	ULERTU DITUGUN TERMINOEI IZENA JARRI
DENBORALIZAZIOA:	SAIO BAT: 55 MIN
HELBURUA:	IKASLEEK ULERTU DITUZTEN TERMINOEN IZENA EZAGUTZEA. HAU DA, IZENDATZAILEAREN ETA ZENBAKITZAILEAREN IZENA EZAGUTZEA.
MATERIALAK:	ARBELA ETA KLARIONAK

Hurrengo pausoa, ikasleek ulertu dituzten terminoei izena jartzea izango da. Hau da, izendatzaileari, zenbakitzaileari, erreferentzia-kopuruari eta emaitzazko kopuruari. Horretarako, erreferentzia ezberdinez baliatuz zenbait erronka jarriko zaizkie, denon artean ebazten joango direnak. Proposatuko diren jarduerak, bigarren ariketaren (zatikien terminoen esanahia) oso antzekoak izango dira, dinamika bera jarraituko da. Kasu honetan, berriz, helburua, zatikien terminoen esanahia eta hauen ezaugarriak identifikatzea izan beharrean, zatikien terminoen izena barneratzea izango da. Hala ere, bigarren ariketaren helburuak lantzeko eta birgogoratzeko ere balio izango du.

Bestalde, erreferentzia ezberdinak proposatuko dira ariketa honetan (txaloak eta marrazkiak) zati-osotasunaren eta neurriaren ideia landuz. Hala ere, proposamena aurrera eramaterakoan, orain azaltzen den dinamika aurretik aipatu diren beste erreferentziak erabiliz ere egingo zen, zatikiaren esanahi guztiak lantzen direla ziurtatzeko.



Irudia 10 Zatikien terminoak

Irakasleak egoera ezberdinak irudikatuko ditu lehenengo txaloen eta gero marrazkien bitartez. Gero, irudikapen horietan oinarrituz, ikasleei galderak egingo dizkie. Hauek, irakasleak adierazitakoa zatikien bitartez idatzi beharko dute eta gero, irakasleak zatiki horien terminoen izena zein den esango die. Modu horretan, pixkanaka-pixkanaka ikasleak izenak barneratzen joango dira.

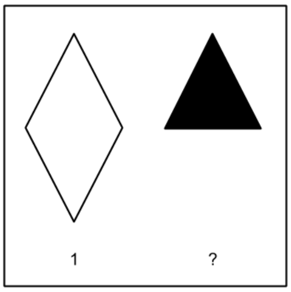
- TXALOAK
  - Adibide honekin, multzoen ideia landuko da. Irakasleak 8 txalo emango ditu ikasleak zenbatzen joaten diren heinean. 8 txalo horiek multzo bat osatzen dutela azalduko die. Gero 2 txalo bakarrik emango ditu. Ondoren, galderak egingo dizkie eta erantzuten joaten diren heinean, terminoen izenak esango ditu.
    - Nola adieraz daitezke 8 txaloetatik eman ditudan 2 txalo horiek zatiki baten bitartez?
    - Zer idazten genuen lehenengo?
    - Zenbat txalo eman dira hasieran?
    - Marraren azpian zer idatzi beharko genuke? Zenbat txalo ditu multzo bakoitzak?
    - Zer baldintza bete behar zuten txalo horiek?
    - Zenbat txalo eman dira ondoren?
    - Marraren gainean zer idatzi beharko genuke? Multzo osoarekin alderatuz, zenbat txalo eman dira?

Gauzak horrela, marraren azpian idatzi beharreko zenbakia esaten dutenean, irakasleak izendatzaile izena duela azalduko die. Eta, marraren gainean idatzi beharreko zenbakia esatean, berriz, zenbakitzaile izen duela.

Irakaslearen erantzunak eta ikasleekin sortuko zen elkarrizketaren simulazioa ikusi nahi izanez gero, eranskinetan (Ulertu ditugun terminoei izena jarri: Txaloak 1) azaltzen da. Gainera, adibide hau pixkatxo bat zailagoa egin nahi izanez gero, eranskinetan adibide bat (Ulertu ditugun terminoei izena jarri: Txaloak 2) azaltzen da.

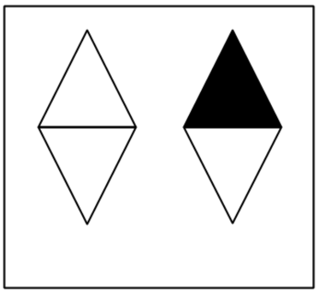
- MARRAZKIAK
  - Irakasleak orain, erreferentzia aldatuko du eta txaloak erabili beharrean marrazkiak erabiliko ditu. Oraingoan ere, zati osotasunaren ideia landuko da, baina hori lantzean gain, intentzioa, marrazkiak alderatu ahal izateko egin behar den zatiketa azaltzea ere izango da. Hau da, edozein marrazki dugula ere, horren zati bat margotuta baldin badago, eta zati hori zatikien bitartez adierazi nahi badugu, marrazkiaren gainontzeko zatia, margotuta dagoen zatiaren berdinak diren beste batzuetan zatitu beharko dugu. Eta horretarako, irudimenezko marrak margotu beharko ditugu. Garrantzitsua da ikasleei marra hauek margotzera indartzera eta irudimenezkoak direla indartzea. Bestela, eginak emanez gero, edo irudimenezkoak direla ez esanez gero, aurrerago, agertzen ez direnean, ez baitute jakingo zatikiekin nola adierazi. Ez dute ulertuko, zergatik lehen margotuta zeuden eta orain ez.

    Gauzak horrela, irakasleak, jarraian agertzen diren marrazkiak egingo ditu arbelean. Ondoren, galderak egingo dizkie eta erantzuten joaten diren heinean, terminoen izenak esango ditu:



Irudia 11 Arbelean egin beharreko erronboen marrazkia

- Nola adieraz daiteke 1 irudiaren (?) zati hori zatiki baten bitartez?
- Zer idazten genuen lehenengo?
- Zenbat erronbo marraztu dira hasieran?
- Marraren azpian zer idatzi beharko genuke? Zenbat zatitan zatitu da irudia?

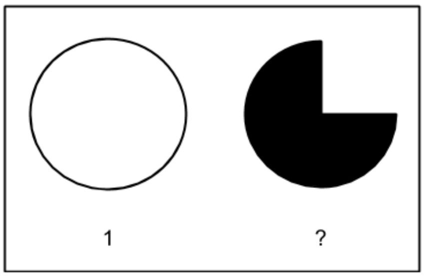


Irudia 12 Marrazkia zatituta

- Zer baldintza bete behar zuten zati horiek?
- Zenbat zati margotu dira ondoren?
- Marraren gainean zer idatzi beharko genuke? Zenbat zati marraztu dira?

Irakaslearen erantzunak eta ikasleekin sortuko zen elkarrizketaren simulazioa ikusi nahi izanez gero, eranskinetan (Ulertu ditugun terminoei izena jarri: Marrazkiak 1) azaltzen da.

- Irakasleak orain, jarduera hau beste irudi geometrikoekin landuko du, adibidez zirkulua:



Irudia 13 Zirkuluen marrazkiai

Galderen proposamena eta ikasleekin sortuko zen elkarrizketaren simulazioa ikusi nahi izanez gero, eranskinetan (Ulertu ditugun terminoei izena jarri: Marrazkiak 1) azaltzen da.

Aipatu beharra dago, marrazkien jarduera hauen bitartez, zatikiak lantzeaz gain, matematikako beste ezagutza arlo batzuk ere landu daitezkeela, hala nola, geometria. Izan ere, aukera dago zirkunferentzien eta erronboen inguruan hitz egiteko, baita hauen propietateei buruz ere. Horrekin lotuta, geometriaren arloan garrantzi handia duen triangeluazioaren kontzeptua lantzeko aukera ere ematen du.

4.5.5. Terminoak erabili

IZENBURUA:	TERMINOAK ERABILI
DENBORALIZAZIOA:	SAIO BAT: 55 MIN
HELBURUA:	ZATIKIEN ERABILERA EGITEN JAKITEA, TERMINOEN ESANAHIA APLIKATUZ.
MATERIALAK:	TAMAINA EZBERDINETAKO ORRIAK: A1, A2, A3, A4, A5 ETA A6

Behin ikasleak zatikiak erabiltzeko beharra dagoela ikusi dutela, zatikien terminoen esanahia ulertu dutela eta hauen izenak ezagutzen dituztela, terminoak erabiltzeko prest egongo dira. Jarduera honetan, beraz, bi motatako erronkak proposatuko zaizkie ikasleei, zatikien erabilera bere osotasunean ulertzeko. Modu honetan, gainera, pentsamendu itzulgarria landuko da. Pentsamendu itzulgarria pertsonek bi norabidetan arrazoitzeko duten gaitasuna da. Gauzak horrela, aurreko jardueretan ikasitako guztia aplikatu beharko dute. Eta, beraz, irakasleari orain arte landutakoa neurtzeko balio izango dio.

Esan bezala, bi motatako ariketak proposatuko ditu irakasleak:

- Erreferentzia-kopurua eta emaitzazko kopurua eman eta zatikia idaztea eskatu.
- Zatikia idatzi eta erreferentzia-kopurua emanda emaitzazko kopurua adieraztea eskatu.

Jarduera hauek aurrera eramateko, txaloak eta tamaina ezberdinetako orriak hartuko ditu erreferentzia moduan. Horrela, zatikien bi esanahi ezberdin landuz, zati osotasunaren eta neurri edo multzoen ideia. Dena den, esan beharra dago aurretik proposatu diren erreferentzia guztiekin (fitxak, ibilbideak…) egiten ahal direla beste esanahiak landuz. Jarraian, txaloekin eta orriekin nola egin azaltzen da:

- TXALOAK: Irakasleak erreferentzia-kopurua eta emaitzazko kopurua irudikatuko du eta ikasleei zatikia idatz dezaten eskatuko die. Jarraian, zenbait adibide proposatzen dira.
  - Irakasleak 20 txalo jarraian emango ditu. Gero, bakarrik 5. Ikasleek, beraz 5/20 zatikia idatzi beharko dute.
  - Gero, aurreko adibidearen berdinak diren beste aukera batzuk proposatuko zaizkie, baina zenbaki ezberdinekin. Adibide gehiago, eranskinetan txertatzen dira.

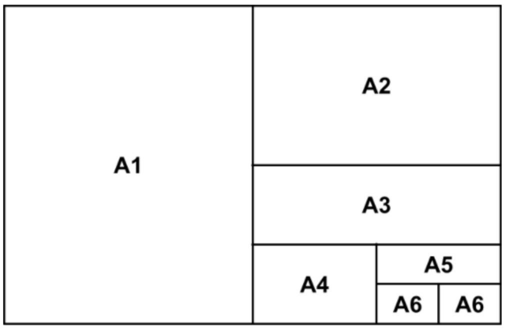
    Ariketa mota honekin, alderantzizko proportzionaltasuna eta baliokidetasuna ere lantzen dira. Izan ere, alde batetik, izendatzailea zenbat eta handiagoa izanik multzo bakoitzeko ematen diren txalo kopurua txikiagoa dela ikusten da. Eta bestetik, bi zatiki ezberdin kopuru bera adierazten dutela ikusten da. Aipatzekoa da, une honetan ikasleei horrelako erlazioetan ohartzea eskatuko zaien arren, oraindik ez zaiela baliokidetasun hitza aipatuko ezta bere esanahia azalduko ere.

- TXALOAK: Oraingoan, irakasleak zatikia idatziko du eta erreferentzia-kopurua irudikatuta, ikasleei emaitzazko kopurua adieraztea eskatuko die.

- Irakasleak 1/3 idatziko du arbelean eta ikasleei zatiki hori 3 txaloren bitartez adierazteko eskatuko die. Ikasleek beraz, lehenengo 3 txalo eman beharko dituzte, eta gero, 1 bakarrik. Ondoren, irakasleak 6 txaloren bitartez egiteko eskatuko die eta azkenik, 9 txaloren bitartez.
- Irakasleak 2/7 idatziko du arbelean eta ikasleei zatiki hori 7 txaloren bitartez adierazteko eskatuko die. Gero, 14 txaloren bitartez eta azkenik, 21 txaloren bitartez.
- Irakasleak 3/6 idatziko du arbelean eta ikasleei zatiki hori 6 txaloren bitartez adierazteko eskatuko die. Gero, 12 txaloren bitartez eta azkenik, 18 txaloren bitartez.

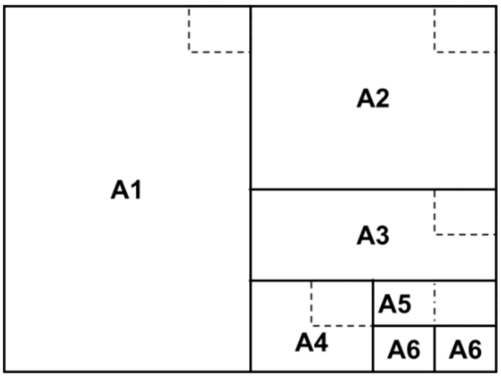
Kasu honetan, jarduera honen bitartez, ikasleek zatiki bera, kopuru ezberdinen bitartez adieraz daitekeela ulertuko dute ere.

- ORRIAK: Irakasleak erreferentzia-kopurua eta emaitzazko kopurua irudikatuko du eta ikasleei zatikia idatz dezaten eskatuko die. Ariketa honetarako, irakasleak neurri ezberdinetako orriak izango ditu prest: A1, A2, A3, A4, A5 eta A6 neurrikoak. Aipatzekoa da, arrazoiaren ideia landuko dela.



Irudia 14 Orrien tamainaren irudikapena

Orri tamainen arteko alderaketa egingo da. Adibidez A4 eta A6 alderatuz, A6a A4aren 1/4 da. Horrela, orri tamaina ezberdinak beraien artean konparatuz zatiki ezberdin asko landuko dira. Adibide gehiago eranskinetan txertatzen dira.



Irudia 15 Orrien tamainaren irudikapena A4 baten laurdenarekin alderatuz

Ariketa mota honekin, erreferentzia-kopuruaren arabera, zerbaiten zati bat zatiki ezberdinen bidez adieraz daitekeela ikusten da.

- ORRIAK: Oraingoan, irakasleak zatikia idatziko du eta erreferentzia-kopurua irudikatuta, ikasleei emaitzazko kopurua adieraztea eskatuko die.

  - Irakasleak 3/4 zatikia idatziko du arbelean eta ikasleei zatiki hori A1 tamainako folio baten bitartez adierazteko eskatuko die. Ikasleek beraz, orri hori lau zati berdinetan zatitu beharko dute, eta gero, horietako 3 hartu. Ondoren, irakasleak zatiki berdina A2, A3, A4, A5 eta A6 tamainako orrien bitartez adierazteko eskatuko die.

4.5.6. Kopuru baten zatikia

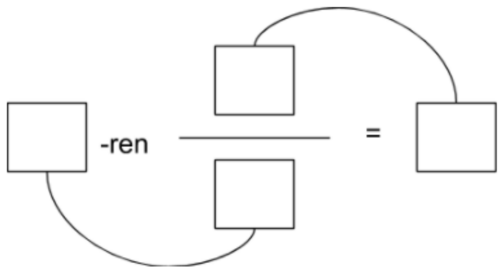
IZENBURUA:	KOPURU BATEN ZATIKIA
DENBORALIZAZIOA:	LAU SAIO: 55 MIN X 4 = 180 MIN
HELBURUA:	KOPURU BATEN ZATIKIA KALKULATZEN JAKITEA ETA ZATIKIEKIN SORTZEN AHAL DIREN ERLAZIOAK MENDERATZEA
MATERIALA:	FITXAK

Jarraian proposatzen den ariketa hau, guztietatik garrantzitsuena izango da. Izan ere, jarduera hauek menderatuz gero, aurretik landutako kontzeptu guztiak ulertu direla esan nahiko du, eta gainera, aurrerago landuko diren kontzeptuen oinarria izango da.

Hau da, alde batetik, azalduko diren erronkak ebazteko, ezinbestekoa izango da aurreko kontzeptu guztiak barneratuak izatea (bestela akatsak sortuko dira); eta bestetik, kontzeptu hau arrakastaz ulertuz gero, gainontzeko edukiak arazorik gabe eraikitzeko gai izango dira. Izan ere, ariketa honetan, zatikiarekin landu daitezkeen erlazio aukera guztiak landuko dira. Hala, hori izango da helburua: zatikiarekin sortzen ahal diren erlazio guztiak menderatzea, kopuru batez zatikia nola kalkulatzen den ikasiz.

Bestalde, kasu honetan, fitxen erreferentzia hartuko da jarduera azaltzeko. Baina, aurretik esan den bezala, oraingoan ere, gainontzeko erreferentzia guztiekin (orriak, ibilbideak, txaloak, marrazkiak…) ere landuko zen zatikiek esanahi guztiak indartzeko.

Ikasleek kopuru baten zatikia zer den ulertzeko, jarraian agertzen den eskeman oinarrituta lan egingo dute beti.



Irudia 16 Kopuru baten zatikia ulertzeko eskema

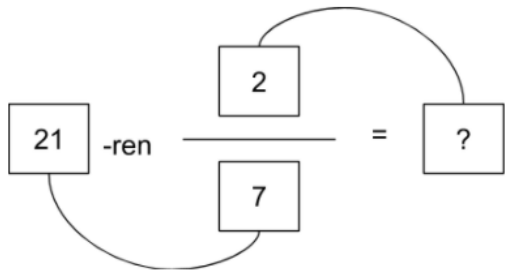
Ikasleek izendatzailea, beti, erreferentzia-kopuruarekin lotuta egongo dela ulertu behar dute. Eta, zenbakitzailea, berriz, emaitzazko kopuruarekin.

Irakasleak eskema marraztu eta haren esanahia ikasleei azaldu ondoren, lau ariketa mota ezberdin planteatzera pasako da. Ariketa mota horietako bakoitzean, eskemaren elementu baten inguruko informazioa faltako da. Gauzak horrela, eskemak azaltzen dituen erlazioak argi izanda, ikasleek berdinketa betetzeko falta den zenbakia zein den ondorioztatu beharko dute.

Ikasle bakoitzak bere mahaian, 50 fitxaz osatutako kutxatxo bat izango du (txitxirioak ere izan daitezke edo haiek etxetik ekarritako edozein gauza ere). Gauzak horrela, irakasleak, goian agertzen den eskema idatziko du arbelean. Haurrak, fitxen bitartez eskeman azaltzen dena adierazi beharko dute. Horretarako, irakasleak, mahaiaren beheko erdian izendatzailea adierazten duena irudikatu beharko dutela, eta mahaiaren goiko erdian, berriz, izendatzailea adierazten duena irudikatu beharko dutela argituko die ikasleei. Multzoak irudikatzeko, berriz, klariona baten laguntzaz laukitxoak margotuko dituzte mahaian, eta fitxak horien barruan sartuko dituzte.

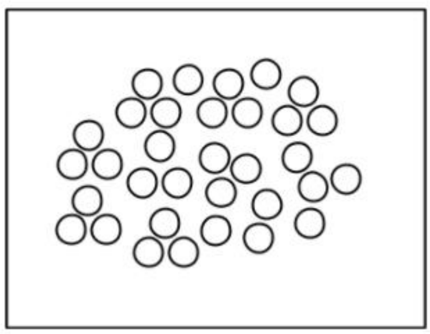
Jarraian, ariketa mota bakoitzeko adibide bat azaltzen da. Lehenengoa ebatzita azaltzen da, fase konkretuan lan egiteko modua ongi ulertzeko. Ondorengoen ebazpena ikusi nahi izanez gero, eranskinetan (Kopuru baten zatikia 1) pausoz pauso azaltzen dira. Gainera esan beharra dago, mota bakoitzeko lehenengo eredua, denon artean eta irakaslearen laguntzaz egingo eta ondoren, beste zenbait ariketa egingo dituztela. Hasieran denak elkarrekin eta pixkanaka taldeak murriztuz, banaka lan egiten bukatu arte.

1. Kasua: emaitzazko kopurua faltan egotea. Adibidez:



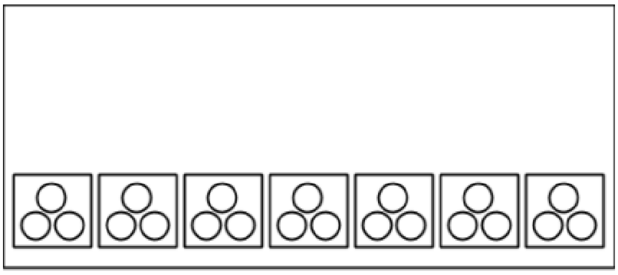
Irudia 17 Emaitzazko kopurua faltan egotearen adibidea

Kasu honetan, erreferentzia-kopuruari erreparatzea eta 21 fitxa hartzea izango zen lehenengo pausoa.



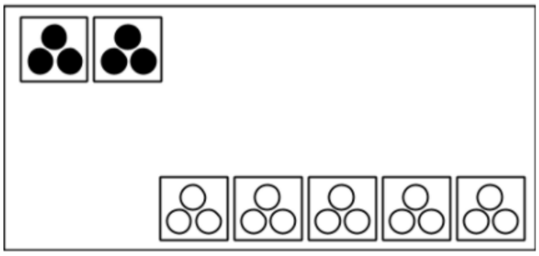
Irudia 18 Emaitzazko kopurua faltan egonda eman beharreko 1. pausoa

Gero, izendatzailea zer adierazten duen ikusi beharko zen eta erreferentzia-kopurua (21) zazpi multzotan banatuta dagoela ikusi. Hau da, ikasleek 21 fitxa horiekin 3 fitxaz osatutako 7 multzo egin beharko zituzten (21:7=3) eta mahaiaren beheko erdian kokatu. Multzoak, klarionaz marraztutako laukitxoen barruan egongo dira.



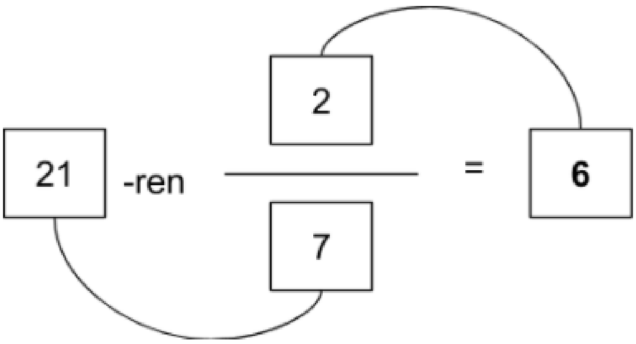
Irudia 19 Emaitzazko kopurua faltan egonda eman beharreko 2. pausoa

Azkenik, zenbakitzailea adierazten duenari begiratu eta egindako zazpi multzo horietatik bi aukeratu beharko zituzten ikasleek, mahaiaren goiko erdira eramanez. Hau da, aurretik ondorioztatu den moduan multzoak 3 fitxaz osatuak egon behar dute. Izendatzailea hartutako multzo kopurua adierazten duenez, fitxa kopuru hori bider 2 eginez gero, osotara mahaiaren goiko erdian egon beharko zuten fitxa kopurua lortuko da (2x3=6). Multzoak, klarionaz marraztutako laukitxoen barruan egongo dira.



Irudia 20 Emaitzazko kopurua faltan egonda eman beharreko 3. pausoa

Gauzak horrela, eskema osatu ahalko zuten. 3 fitxaz osatutako bi talde aukeratuz gero, emaitzazko kopurua 6 geldituko zen (2x3=6).



Irudia 21 Emaitzazko kopurua faltan egonda eman beharreko 4. pausoa

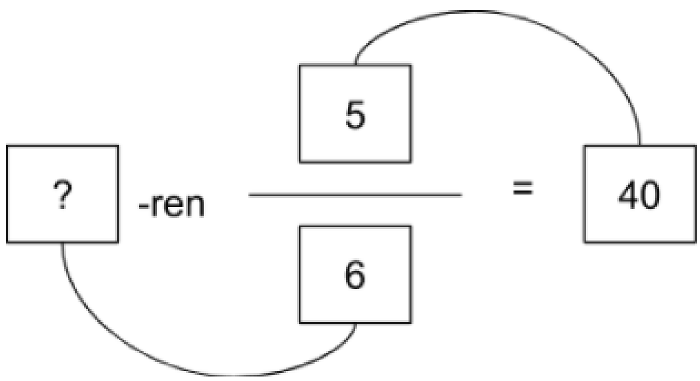
Horrelako ariketetan (kasu honetan, eta hurrengo hiruetan) ohikoa da, ikasleek bi akats egitea. Alde batetik, izendatzaileak eta zenbakitzaileak batuz lortzen den multzo kopurua egin behar direla uste izaten dute. Kasu honetan, 9 multzo egitera jo dezakete. Hau da, izendatzaileak adierazten dituen 7 multzoak mahaiaren beheko erdian jarri eta gero, zenbakitzaileak adierazten dituen 2 horiek irudikatzeko beste bi sortu, aurretik egin diren 7 horietatik bi hartu beharrean. Eta bestetik, izendatzailearen esanahia nahasten dute, eta 7 multzo sortu behar direla ulertu beharrean 7 fitxaz osatutako multzoak egitera jotzen dute.

Hortaz gain, esan beharra dago, lehenengo kasu hau, testu-liburuetan azaltzen den bakarra dela. Gainera, azaltzerakoan hurrengo formula aplikatzearekin aski dela esaten da:

(erreferentzia-kopurua / izendatzailea) × zenbakitzailea = emaitzazko kopurua

Ondoren, ikusiko da, kasu eta formula hau bakarrik erakustearekin ez dela aski, ikasleek ez dituztelako zatikiekin sortzen ahal diren erlazio guztiak menperatzen eta formula ez baita kasu guztietarako baliagarria fase konkretuan . Egia da, aritmetikoki lan egitean formula interpretatuz gero, kasu guztiak ebatz daitezkeela, hala ere, kasu honetan, helburua ez da formula ikastea baizik eta ulermena lortzea.

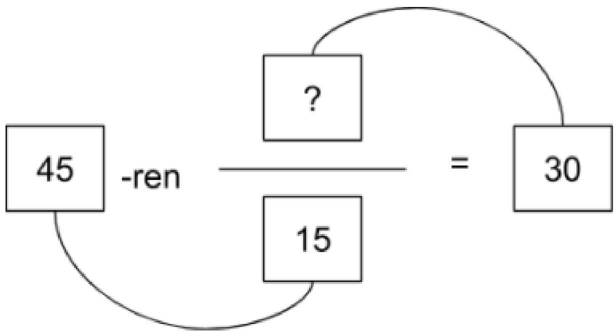
2. Erreferentzia-kopurua faltan egotea. Adibidez:



Irudia 22 Erreferentzia kopurua faltan egotearen adibidea

Aurretik aipatu den moduan, azaltzen den formularekin, kasu hau ezingo zen ebatzi. Izan ere, kasu honetan, (40x6):5 egin beharko zen eta lehenengo biderketaren emaitza 240 aterako zen. Manipulatiboki lan eginez gero, ezin da formula hau erabili, eskemak adierazten dituen erlazioetan ez baita inoiz 240 fitxa izatea lortuko.

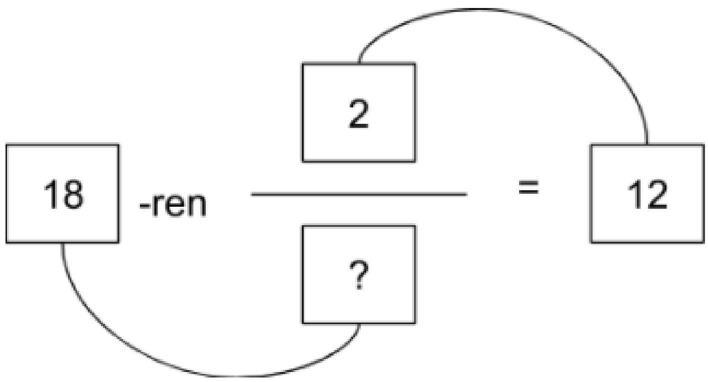
3. Zenbakitzailea faltan egotea. Adibidez:



Irudia 23 Zenbakitzailea faltan egotearen adibidea

Aurretik aipatu den moduan, azaltzen den formularekin, kasu hau ezingo zen ebatzi.

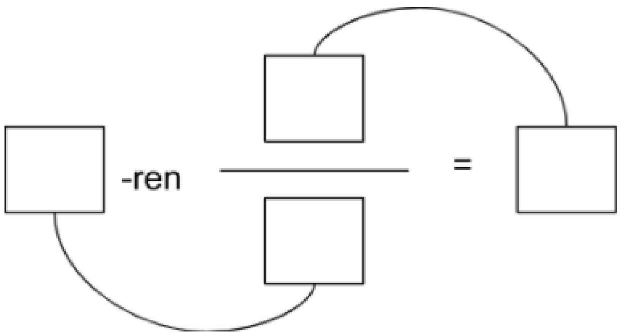
4. Izendatzailea faltan egotea. Adibidez:



Irudia 24 Izendatzailea faltan egotearen adibidea

Aurretik aipatu den moduan, testu liburuetan azaltzen den formularekin, kasu hau ezingo zen ebatzi.

Lau kasu hauek sakonki landu ondoren, eskema berdinean oinarrituz eta lan egiteko modu konkretuarekin jarraituz, beste jarduera mota bat proposatuko da. Oraingoan, eskemaren elementuak banan-banan idazten joango da irakaslea. Hala, irakasleak eskema osatzen joan ahala, ikasleek eskemak adierazten duena fitxen bitartez irudikatu beharko dute.



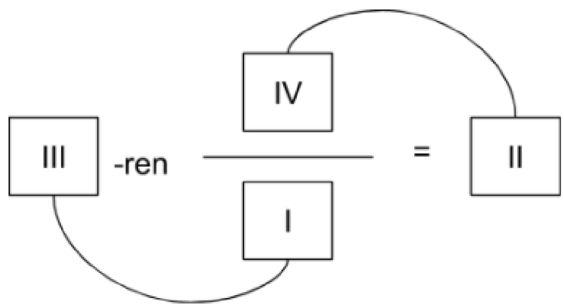
Irudia 25 Kopuru baten zatikiaren eskema

Jarduera mota honetan beste lau modalitate ezberdintzen dira eskeman betetzen den lehenengo elementuaren arabera. Hau da, lau aukera ezberdinduko dira: lehenengo izendatzailea idaztea, lehenengo zenbakitzailea idaztea, lehenengo erreferentzia-kopurua idaztea eta lehenengo emaitzazko kopurua idaztea. Eta, aukera horietako bakoitzean beste sei adibide landuko dira, eskema betetzen jarraitzeko aukeratu den ordenarekin zerikusia dutenak. Oso garrantzitsua da aukera guztiak ikustea eta horiekin lan egitea, ikasleek horietako bakoitzarekin erlazio ezberdinak egiten baitituzte.

Jarraian lehenengo aukeraren adibide bat azaltzen da, ikasleek egiten ahal dituzten ohiko akatsei erreparatuz. Aurreko ariketan egin den bezala, lehenengo aukeraren gainontzeko adibideak eta beste hiru aukeren adibide ebatziak zein guzti hauetan egiten diren akatsen analisia ikusi nahi izanez gero, eranskinetan (Kopuru baten zatikia 2) pausoz pauso azaltzen dira:

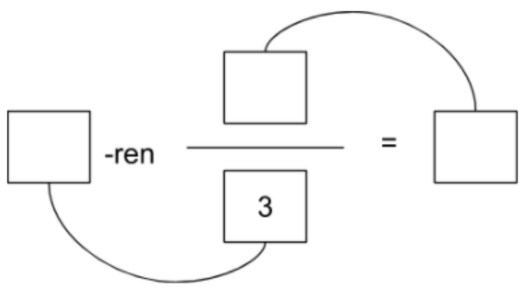
LEHENENGO IZENDATZAILEA IDAZTEA

- 1. AUKERA: Eskema betetzen joateko ordena: izendatzailea, emaitzazko kopurua, erreferentzia-kopurua eta zenbakitzailea.



Irudia 26 Kopuru baten zatikiaren eskema osatzeko aukera posiblea

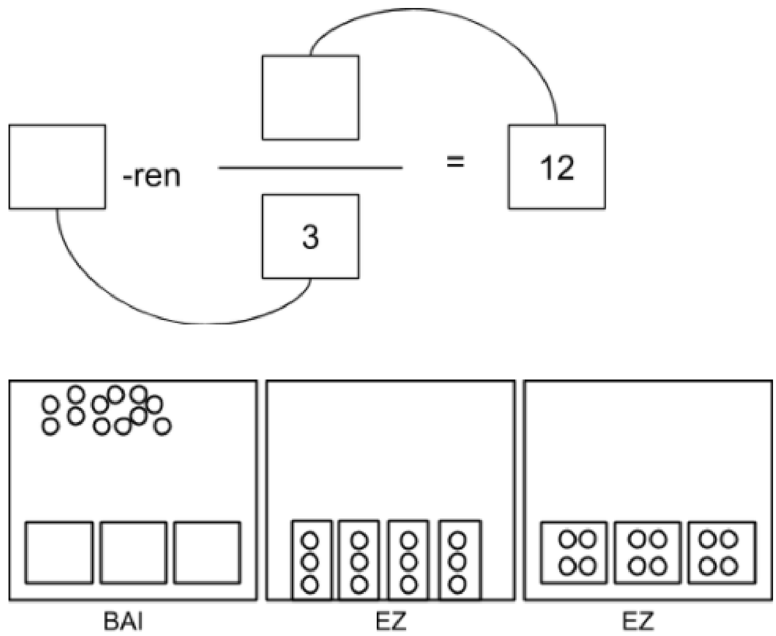
I. Irakaslea izendatzailea idazten hasiko da. Ikasleek, beraz, idatzitako multzo kopurua marraztu beharko dute mahaian (klariona batekin, multzo bakoitzeko laukitxo bat marraztuko dute mahaiaren beheko erdian). Ohikoa izaten da idatzitako multzo kopurua marraztu beharrean fitxa kopuru hori hartzea. Adibidez:



Irudia 27 Eskema osatzeko adibidea

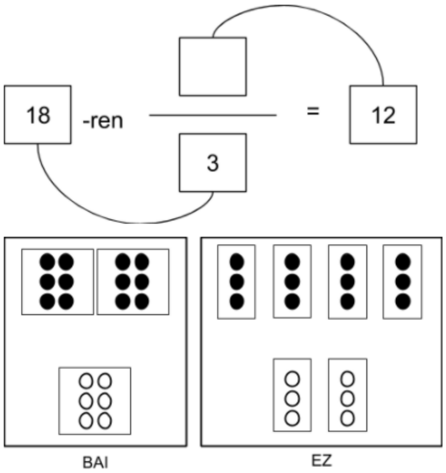
Irudia 28 27. irudian adierazitakoaren irudikapena

II. Bigarrenik, emaitzazko kopurua idatziko du. Ikasleek, beraz, idatzitako fitxa kopurua hartu eta mahaiaren goiko erdian kokatu beharko dituzte. Ohikoa izaten da, emaitzazko kopurua izendatzailearekin lotzea, eta bi akats egitea: emaitzazko kopurua adierazten duen fitxa kopuruarekin izendatzaileak adierazten duen kopurua duten multzoak osatzea edo emaitzazko kopurua adierazten duen fitxa kopuruarekin izendatzaileak adierazten duen multzo kopurua egitea. Gainera kasu honetan, erlazio okerra egiten dute zenbakitzailea erreferentzia-kopuruarekin lotzerakoan. Adibidez:



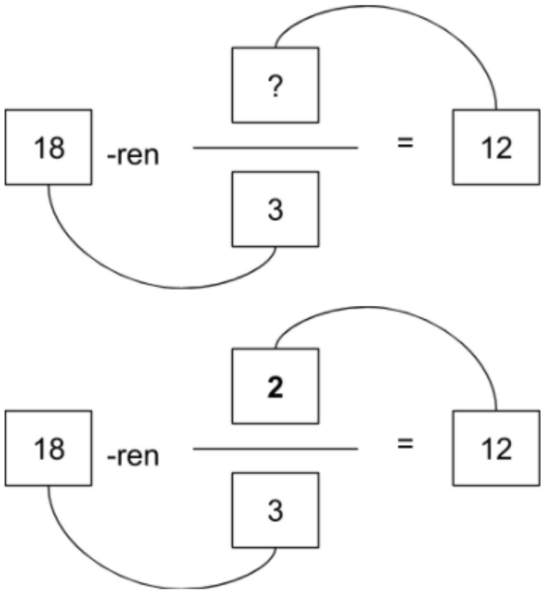
Irudia 29 Eskema osatzeko adibidea eta irudikapena

III. Hirugarrenik, erreferentzia-kopurua idatziko du irakasleak. Ikasleek, orduan, osotara dauden fitxa kopurua ezagutuko du. Beraz, multzo bakoitzeko zenbat fitxa dauden ondorioztatu ahalko du. Ohikoa da, izendatzaileak ematen duen informazioa nahastea eta, osotara dauden multzo kopurua adierazten duela ulertu beharrean, multzo bakoitzeko dauden fitxa kopurua adierazten duela ustea. Adibidez:



Irudia 30 Eskema osatzeko adibidea eta irudikapena

IV. Azkenik, irakasleak eskema osatzea eskatuko die ikasleei, puntu honetan proposatu den lehenengo ariketa motan egiten zuten modu berean. Adibidez:



Irudia 31 Eskema osatzeko adibidea

4.5.7. Zatiki baliokideak

IZENBURUA:	ZATIKI BALIOKIDEAK
DENBORALIZAZIOA:	SAIO BAT: 55 MIN

HELBURUA:	ZATIKI BALIOKIDEK ZER DIREN, ZER ESAN NAHI DUTEN ETA ZER EZAUGARRI DITUZTEN EZAGUTZEA, ULERTZEA ETA KALKULATZEN JAKITEA
MATERIALAK:	EGURREZKO LISTOIAK ETA ORRIAK

Kopuru baten zatikia landu ondoren, eta behin terminoen arteko erlazioak barneratuak daudela, zatiki baliokideak landuko dira. Helburua, zatiki baliokideak zer diren, zer esan nahi duten eta zer ezaugarri dituzten ezagutzea eta ulertzea izango da.

Bestalde, unitatearen metodologiarekin jarraituz, lehenik eta behin, zatiki baliokideak zer diren ikusten diren egoera ezberdinak planteatzen hasiko da irakaslea, baina, izena jarri gabe oraindik. Hau da, ikasleek zatiki baliokideak zer diren eta zer adierazten duten ulertzen ez duten arte, irakasleak ez die zatiki horiei izena jarriko. Modu honetan, ulertu denari jarriko dio izena.

Gauzak horrela, irakaslea erreferentzia ezberdinez baliatuz (egurrezko listoiak, orriak…) erreferentziazko kopuru bat irudikatu du. Eta, gero, ikasleei, erreferentziazko kopuru berdinean, bi zatiki ezberdin irudikatzeko eskatuko die. Zatiki horiek, elkarren artean baliokideak izango dira. Beraz, bi kasuetan, erreferentziazko kopuruan gauza bera irudikatu beharko dute. Modu horretan, biak gauza bera adierazten dutela ikusiko dute.

Jarraian, egurrezko listoien bitartez ibilbideak sortuz eta orrien bitartez nola egingo zen azaltzen da. Nahiz eta, beste erreferentzia batzuekin ere egingo zen esanahi ezberdinak lantzeko.

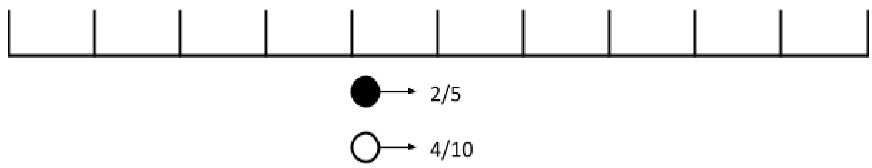
- IBILBIDEA
  Mahai batean, lurrean edo egur listoi baten bitartez ibilbide bat irudikatuko du irakasleak, zeinean bi irteera fitxa kokatuko dituen.

Irudia 32 Ibilbidearen irudikapena

Gero, arbelean zatiki bat idatziko du eta ikasleei, irudikatutako ibilbidean, lehenengo fitxa, zatikiak adierazten duen punturaino mugitzeko eskatuko die. Horretarako, irudimenezko marrak margotu (klariona batekin egingo du) eta horien bitartez zatitu beharko dute ibilbidea. Adibidez 2/5:

Irudia 33 1.fitxaren mugimendua ibilbidearen adibidean

Azkenik, beste zatiki bat idatziko du arbelean (aurretik idatzitako zatikiaren baliokidea izango da baina, ez du esango) eta bigarren fitxa mugitzeko eskatuko die. Horretarako, aurretik margotutako irudimenezko marrak ezabatu eta beste batzuk margotu beharko dituzte. Adibidez 4/10:



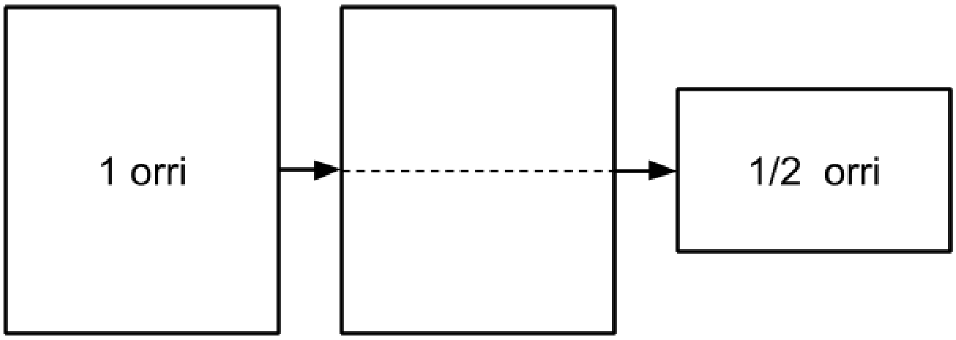
Irudia 34 2. fitxaren mugimendua ibilbidearen adibidean

Irudikatu den egoera honetan oinarrituz, zenbait galdera proposatuko zaizkie ikasleei, eztabaida sortuz. Helburua, izendatzaile eta zenbakitzaile ezberdinak dituzten zatikiak izanik ibilbide berdina adierazten dutela ondorioztatzera iristea izango da. Jarraian egin daitezken galderen eredu batzuk proposatzen dira:

- Zer gertatu da?
- Ibilbidearen zein zati aurreratu du fitxa bakoitzak?
- Zergatik aurreratu dute distantzia berdina?

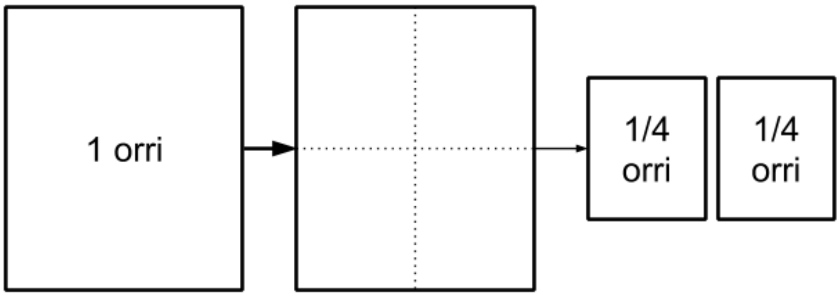
- ORRIAK

Irakasleak orri bat hartuko du eta ikasleei erditik zatitzeko eskatuko die. Ondoren, horietako zati bat erakutsiko die arbelean irudikatzen duen zatikia idatziz, kasu honetan 1/2. Gero, mahaiaren gainean utziko du orri zatia.



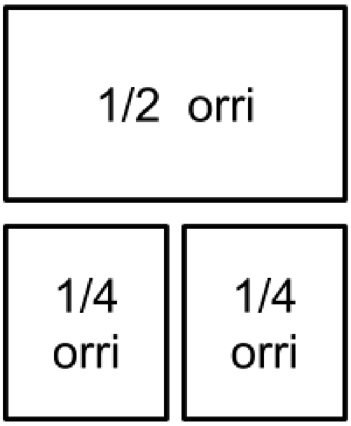
Irudia 35 Orrien adibidearen irudikapena: 1. pausoa

Ondoren, beste orri bat hartuko du eta ikasleei bi alditan erditik zatitzeko eskatuko die, hau da, laurdenetan zatituko dute. Gero, horietako bi zati erakutsiko die arbelean irudikatzen duten zatikia idatziz, kasu honetan 2/4.



Irudia 36 Orrien adibidearen irudikapena: 2. pausoa

Azkenik, orriaren bi laurden hauek aurretik zatitutako beste orri erdiaren gainean jarriko ditu irakasleak. Horrela, ikasleek orri zati berdina direla ikusi ahalko dute.



Irudia 37 Orrien adibidearen irudikapena: 3. pausoa

Irudikatu den egoera honetan oinarrituz, zenbait galdera proposatuko zaizkie ikasleei, aurreko egoeran proposatu diren antzekoak.

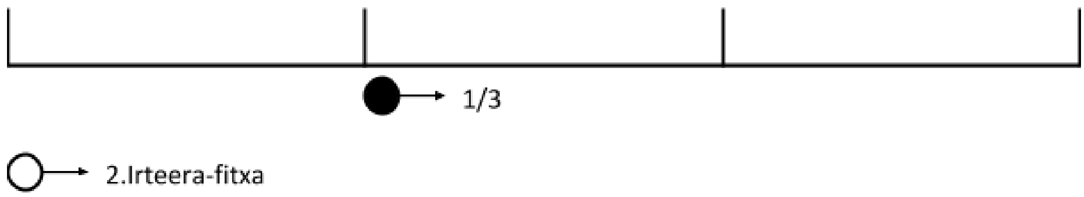
Behin zatiki baliokideak zer adierazten duten ikusi dutela, zer izen duten esango zaie. Hau da, irakasleak azalduko die haiek zati bera irudikatzen duten zatikiak deitzen dioten horri izen zehatz bat (zatiki baliokideak) dutela.

Bigarrenik, erreferentzia berberak erabiliz (ibilbideak eta orriak), beste aldaera bat proposatuko da. Oraingo honetan, irakasleak zatikietako bat proposatuko du, eta ikasleek beste bat. Modu honetan, irakasleak proposatzen duen zatikiaren baliokide bat pentsatzera bultzatuko ditugu ikasleak, bien artean sortzen diren erlazioen inguruan gogoetan egin beharko dutelarik. Adibidez:

- IBILBIDEA
  Mahai batean, lurrean edo egur listoi baten bitartez ibilbide bat irudikatu du irakasleak, zeinean bi irteera fitxa kokatuko dituen.

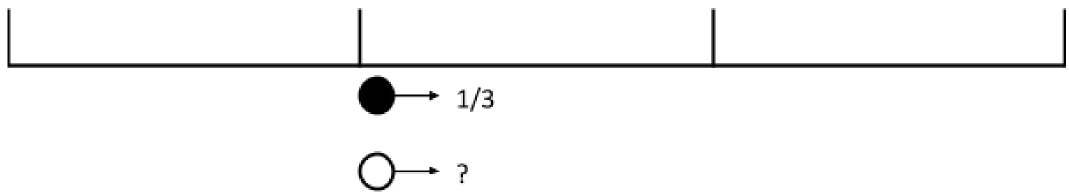
Irudia 38 Ibilbidearen irudikapena

Gero, arbelean zatiki bat idatziko du eta irudikatutako ibilbidean lehenengo fitxa mugituko du zatikiak adierazten duen punturaino. Horretarako, irudimenezko marrak margotu (klariona batekin egingo du) eta horien bitartez zatitu beharko du ibilbidea. Adibidez 1/3:



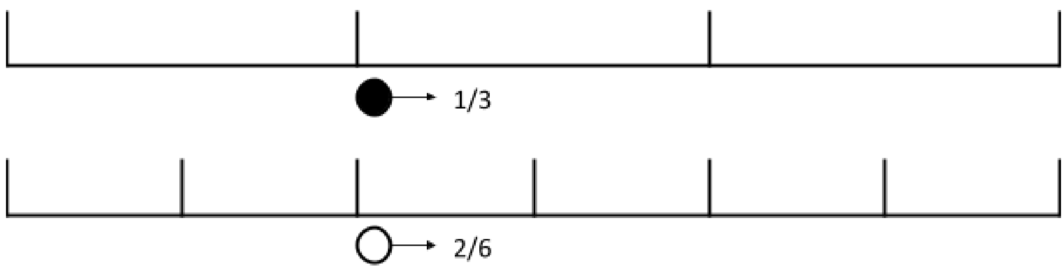
Irudia 39 1. fitxaren mugimendua ibilbidearen adibidean

Azkenik, ikasleei eskatuko die distantzia bera aurreratzeko beste zatiki bat proposatzea.



Irudia 40 2. fitxaren mugimendua ibilbidearen adibidean

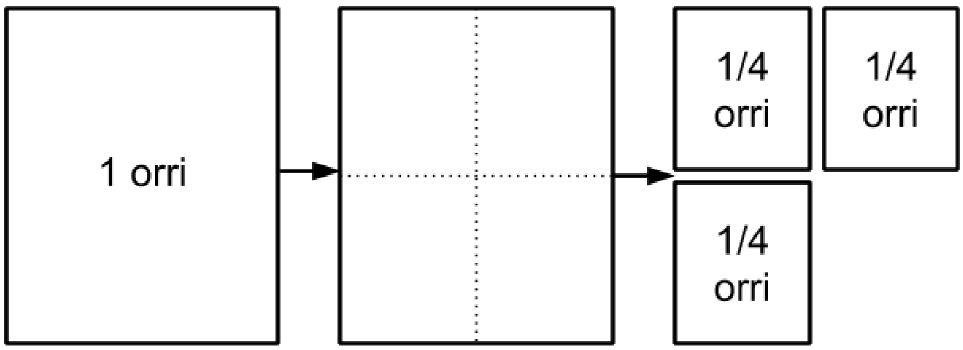
Adibidez:



Irudia 41 2. fitxaren erantzun posibleaeibilbidearen adibidean

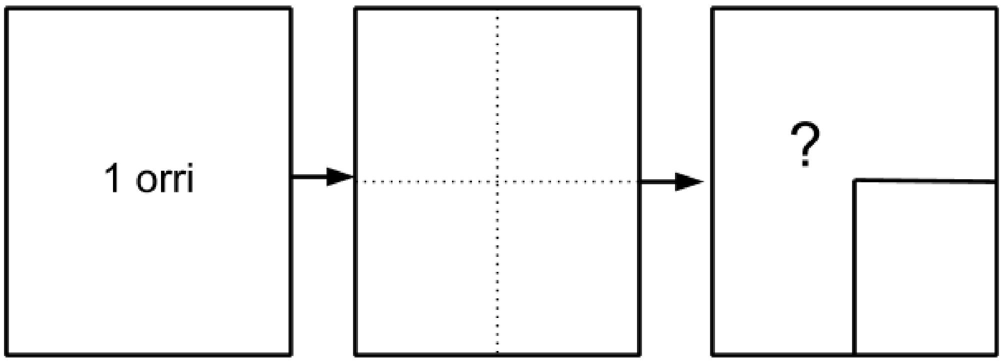
- ORRIAK

  Irakasleak orri bat hartu eta lau zati berdinetan zatituko du. Ikasleei horietako hiru zati erakutsiko die arbelean irudikatzen duen zatikia idatziz, kasu honetan 3/4. Gero, mahaiaren gainean utziko ditu orri zatiak.



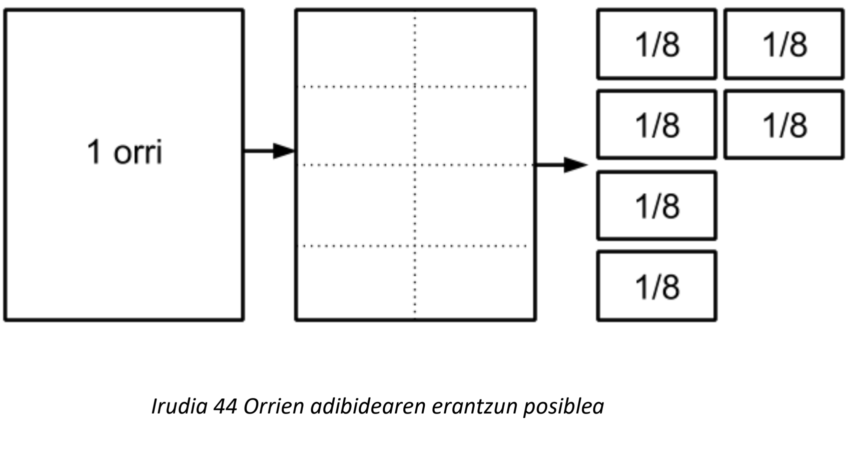
Irudia 42 Orrien adibidearen irudikapena

Gero, ikasleei eskatuko die paper zati bera lortzeko beste zatiki bat proposatzea (paper zati bera lortzeko orria zatitzeko beste modu bat proposatzea eskatuko die).

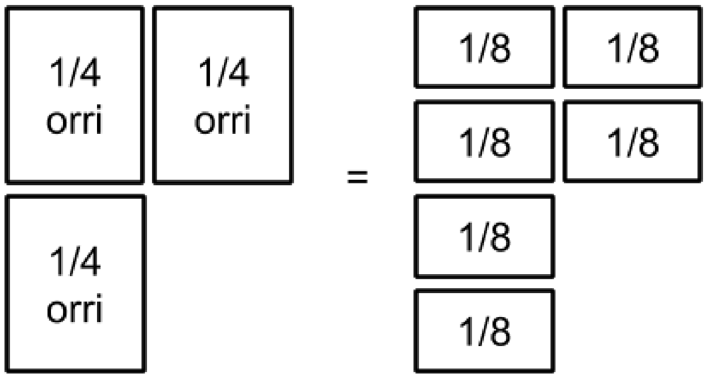


Irudia 43 Orrien adibidearen galderaren irudikapena

Adibidez:



Irudia 44 Orrien adibidearen erantzun posiblea



Irudia 45 Orrien adibidearen zatiki baliokideen irudikapena

Erreferentzia hauekin bukatzeko, hirugarren aldaera bat sartuko da. Oraingoan, irakasleak, irudikatutako ibilbidean zer distantzia aurreratu nahi duen edo zer paper zati lortu nahi duen irudikatuko du. Eta ikasleek, berriz, zati hori adierazteko bi zatiki ezberdin proposatu beharko dituzte. Hala, irudikatutako egoera adierazteko zatiki batean pentsatu beharko dute eta gero horren baliokidea den beste bat aurkitu. Horretarako, aurretik landutako kontzeptuak aplikatu beharko dituztelarik. Adibidez:

- IBILBIDEA

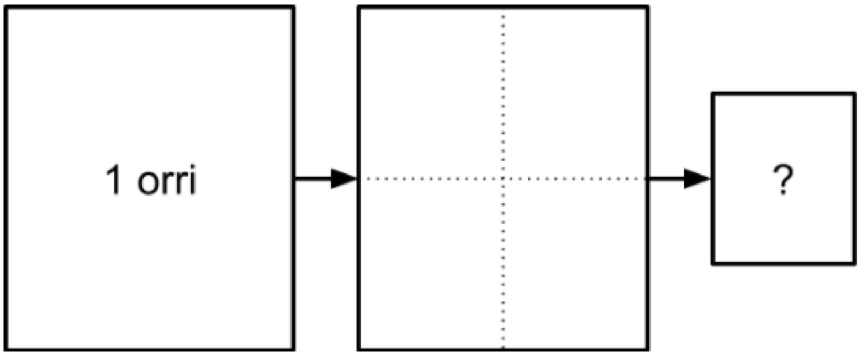
  Irakasleak jarraian agertzen den marrazkia egingo du arbelean. Gero, ibilbide zati hori adierazteko bi zatiki proposatzea eskatuko die ikasleei.

Irudia 46 Ibilbideen adibidearen erronkaren irudikapena

  Erantzun aukerak: 2/3, 4/6, 6/9…

- ORRIAK

  Irakasleak, orri baten laurdena moztuko du. Gero, orri zati hori adierazteko bi zatiki proposatzea eskatuko die ikasleei.

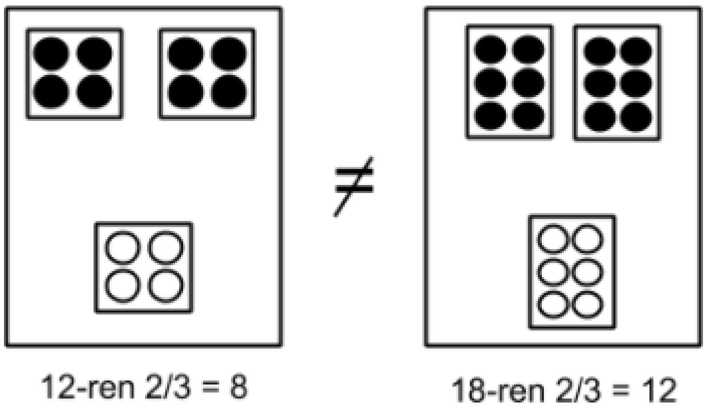


Irudia 47 Orrien adibidearen erronkaren irudikapena

Erantzun aukerak: 1/4, 2/8, 3/12…

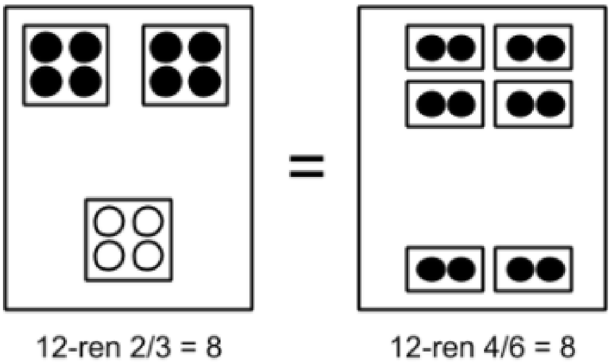
Aipatu beharra dago, dinamika bera unitatearen aurreko ataletan ikusitako baliabideak erabiliz errepikatu daitekeela (txaloak, saltoak…).

Behin hiru aldaera horiek landuta, ikasleek zatiki baliokideak eta zatiki berdinak ez dituztela nahasten ziurtatu behar da. Horretarako, irakasleak bi zatiki berdin idatziko ditu arbelean eta ikasleei zatiki baliokideak diren ala ez galdetuko die. Gero, tarte bat utziko die bi zatiki horiek manipulatiboki adierazteko eta erantzuna egiaztatzeko. Adibidez: 12-ren 2/3 eta 18-ren 2/3:



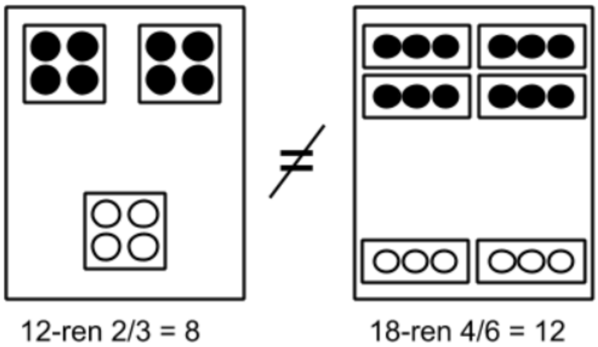
Irudia 48 Zatiki berdinak ez dira zatiki baliokideak: irudikapena

Ondoren, irakasleak bi zatiki baliokide idatziko ditu arbelean eta ikasleei zatiki baliokideak diren ala ez galdetuko die. Gero, tarte bat utziko die bi zatiki horiek manipulatiboki adierazteko eta erantzuna egiaztatzeko. Adibidez: 12-ren 2/3 eta 12-ren 4/6:



Irudia 49 Zatiki baliokideen adibidearen irudikapena

Garrantzitsua da ikasleek barneratzea zatikiak baliokideak direla erreferentziazko kantitate berari dagozkion ala ez kontuan hartuta. Horretarako, kontradibide bat jarriko du irakasleak. Adibidez: 12-ren 2/3 eta 18-ren 4/6.



Irudia 50 Zatiki baliokideak erreferentziazko kopuru bera izan behar dutelaren frogapenaren irudikapena

Puntu honetara iritsita, litekeena ikasleek bi ondorio atera izana da. Hala ez bada, irakasleak berak planteatuko du:

- Zatiki baliokide bat lortzeko, nahikoa izango da zatiki baten zenbakitzailea eta izendatzailea zenbaki berarekin biderkatzea edo zatitzea. Kasu honetan, hori zergatik betetzen den ikertzeko eskatuko zaie ikasleei. Hau da, erlazio hori zatiak x aldiz txikiagoak direlako, baina, aitzitik, x aldiz zati gehiago hartzen direlako betetzen dela ulertu behar dute. Adibidez: 2/3, 4/6 berdina da, zatiak bi aldiz txikiagoak direlako, eta zati bikoitza hartzen direlako. Horrekin, gainera, berriro errepasatuko dute izendatzailea zenbat eta handiagoa izanda, zatiak txikiagoak izango direla.
- Bi zatiki baliokideak diren egiaztatzeko, nahikoa izango da baten izendatzailea bestearen zenbakitzailearekin biderkatzea, eta alderantziz. Bi biderketen

emaitza berdina bada, zatikiak baliokideak izango dira. Bestela, ez. Kasu honetan, ikasleei esango diegu trikimailu ona dela, baina ez dugu ikertuko zergatik (adinerako zailegia da).

Atal honekin amaitzeko, interesgarria da benetako egoeretan aplikatzea. Adibidez, ikasleek gelan bideo bat ikusten ari diren une batean, irakasleak erdian geldituko du (edo zatiki batekin erlazionatzeko erraza den beste edozein unetan), eta galdetuko die:

- Bideo oso ikusi duzue?
- Bideoaren zein zati ikusi duzue? Denboraren barrari erreparatzen ahal diote.
- Nola adieraz daiteke zati hori?
- Modu bakarra al dago?

4.5.8. Zatikien konparaketa

IZENBURUA:	ZATIKIEN KONPARAKETA
DENBORALIZAZIOA:	BI SAIO : 55 MIN X 2 = 90 MIN
HELBURUA:	ERREFERENTZIAZKO KOPURUARI ERREPARATU GABE EDOZEIN ZATIKI ALDERATZEN JAKITEA.
MATERIALAK:	FITXAK

Zatiki baliokideak landu eta ulertu ondoren, zatikiak alderatuko dira. Aipatzekoa da zatikien konparazioa menderatzeko gakoa izendatzailea eta honek adierazten duena ulertzea dela. Izan ere, izendatzailea zatien, taldeen, orrien etab-en tamaina adierazten du.

Orain arte egin den bezala, ikasleak manipulatzen hasiko dira (fase konkretua), ondoren grafikoki irudikatuko dute (fase piktorikoa) eta, azkenik, aritmetikoki lan egingo dute (fase abstraktua). Puntu honen helburua, erreferentzia-kopuruari erreparatu gabe, zatikia handiagoa edo txikiagoa den jakitea izango da.

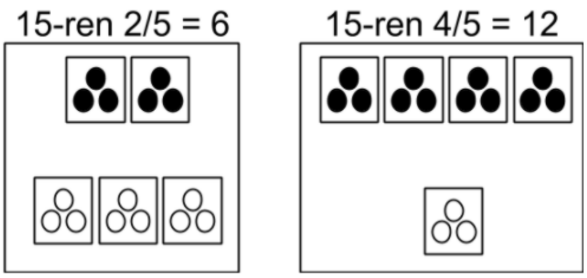
Jarduera honetan, fitxekin nola lan egingo zen azaltzen da. Dena den, zatikiaren esanahi guztiak lantzeko asmoz, proposamena aurrera eramaterakoan, aurretik erabili diren beste erreferentzia batzuekin ere errepikatuko zen dinamika.

Atal honetan 3 adar bereiziko dira:

- Izendatzaile bereko zatikiak alderatzea.
- Zenbakitzaile bereko zatikiak alderatzea.
- Izendatzaile eta zenbakitzaile desberdinen zatikiak alderatzea.

IZENDATZAILE BEREKO ZATIKIAK ALDERATZEA.

Irakasleak bi zatiki idatziko ditu arbelean eta ikasleei, beren ustez, zati handiagoa adierazten duen zatikia zein den galdetuko die. Gero, denbora utziko die beren erantzuna manipulazioz egiazta dezaten. Horretarako, ikasleek, bakoitzak dituen 50 fitxen kutxa erabil dezakete. Adibidez:



Irudia 51 Izendatzaile bereko zatikien alderaketaren adibidea

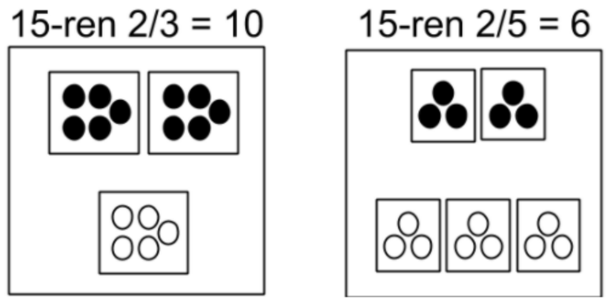
Gauza bera egingo dute hainbat adibiderekin, ondorio honetara iristen diren arte: izendatzaile berarekin, zenbakitzailea zenbat eta handiagoa izan, orduan eta zatiki handiagoa izango da. Izan ere, bi zatikien zatiak neurri berekoak dira, izendatzaileak adierazten duen bezala, eta batean bestean baino gehiago hartzen dira. Aipatu beharra dago, irakasleak ikasleak gidatuko dituela egingo dizkien galderen bitartez. Hala nola:

- Zein da zatikirik handiena?
- Nolakoak dira izendatzaileak? Eta zenbakitzaileak?
- Zer gertatzen zen aurreko adibidean?
- Erlaziorik ikusten duzue?

Ondorio horretara iritsi ondoren, irakasleak beste bi zatiki idatziko ditu arbelean, erreferentzia kopururik gabe. Gero, ikasleei, beren ustez, zati handiagoa adierazten duen zatikia zein den galdetuko die. Erlazioa ulertu badute, erantzun zuzena emango dute. Adibidez: 3/6 eta 5/6. Ikasleek ikusi behar dute erlazio hori mantendu egiten dela erreferentziazko kantitatea edozein dela ere. Hau da, biak izendatzaile berdina izanda, handiena, zenbakitzaile handiena duen zatikia izango da.

ZENBAKITZAILE BEREKO ZATIKIAK ALDERATZEA.

Irakasleak bi zatiki idatziko ditu arbelean eta ikasleei, beren ustez, zati handiagoa adierazten duen zatikia zein den galdetuko die. Gero, denbora utziko die beren erantzuna manipulazioz egiazta dezaten. Adibidez:



Irudia 52 Zenbakitzaile bereko zatikien alderaketaren adibidea

Gauza bera egingo dute adibide ezberdinekin, hurrengo ondoriora iritsi arte: zenbakitzaile berdinarekin, izendatzailea zenbat eta handiagoa izan, zatikia txikiagoa izango da. Izan ere, izendatzaile handiena duen zatiak zati gehiago eta, beraz, txikiagoak ditu, eta bietan zati kopuru bera hartzen da. Aurreko ereduan egin den modu berean, irakasleak ikasleak gidatuko ditu antzeko galderen bitartez.

Ondorio horretara iritsi ondoren, irakasleak beste bi zatiki idatziko ditu arbelean, erreferentzia kopururik gabe, eta, ikasleei, beren ustez, zati handiagoa adierazten duen zatikia zein den galdetuko die. Erlazioa ulertu badute, erantzun zuzena emango dute.

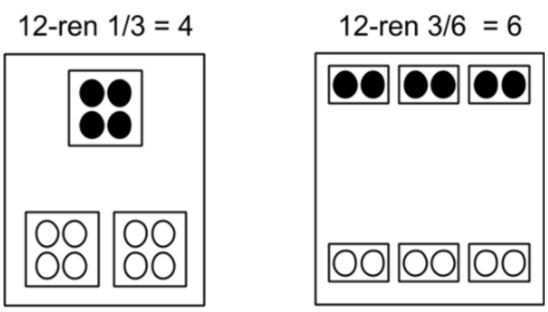
Adibidez: 3/6 eta 3/8. Ikasleek ikusi behar dute erlazio hori mantendu egiten dela erreferentziazko kantitatea edozein dela ere. Hau da, zenbakitzaile berdina izanda, handiena, izendatzaile txikiena duena izango da.

IZENDATZAILE ETA ZENBAKITZAILE DESBERDINEN ZATIKIAK ALDERATZEA.

Lehen aipatu den bezala, zatikiak alderatzeko gakoa izendatzailea eta honek adierazten duena ondo menderatzea da. Hala ere, azken kasu honetan, zenbakitzailearen, honek adierazten duenaren eta zatiki baliokideen inguruan domeinu ona izateak garrantzi bera izango du. Izan ere, erantzun zuzena aurkitzeko, bi modutan lan egin ahal izango dute: izendatzailea berdinduz edo zenbakitzailea berdinduz eta, horretarako, zatiki baliokideak bilatu beharko dituztela. Gainera, lan egiteko modua edozein dela ere, kontuan hartu behar da bi kasu planteatuko direla:

- Berdindu nahi diren terminoak (izendatzaileak edo zenbakitzaileak) elkarren artean multiploak izatea (hau da, batak bestea bere baitan izatea).
- Berdindu nahi diren terminoak (izendatzaileak edo zenbakitzaileak) elkarren artean multiploak ez izatea (hau da, batak bestea bere baitan ez edukitzea).

Izendatzaileak berdinduz hasiko dira lanean. Dinamika berarekin jarraituz, irakasleak bi zatiki berri idatziko ditu arbelean eta, ikasleei, beren ustez, zati handiagoa adierazten duen zatikia zein den galdetuko die. Gero, denbora utziko die beren erantzuna manipulazioz egiazta dezaten. Adibidez:



Irudia 53 Izendatzaile eta zenbakitzaile desberdineko zatikien alderaketaren adibdiea

Amaitzen dutenean, beste adibide bat jarriko die, baina oraingoan erreferentzia-kopururik gabe, eta berriz ere, galdetuko die ea jakingo ote luketen esaten zein den zati handiagoa adierazten duena eta zergatik. Adibidez: 2/5 eta 3/10.

Haien erantzunak entzun eta gidatuko ditu irakasleak, ondorio honetara iritsi arte: zatiki baliokideak bilatuz, bi zatikiek izendatzaile bera izatea lor daiteke, eta horrela konparatu. Izendatzaile bera lortzeko multiplo komunetako txikiena bilatu beharko dute.

Gauza bera egingo dute, izendatzaileak elkarren artean multiploak diren hainbat adibiderekin. Prozesua barneratu dutenean, zatikien izendatzaileak multiploak ez diren adibideak jartzen hasiko da irakaslea.

Bi aldaera horiek barneratuta egotea lortzen denean, galdera hau egingo zaie ikasleei: orain arte, zatiki baliokideak bilatu dituzue izendatzailea berdintzeko eta, horrela, zatikiak alderatu ahal izateko. Baina bururatzen al zaizue beste modurik? Lehen egin den bezala, irakasleak haien erantzunak entzungo ditu eta hurrengo ondoriora iritsi arte gidatuko ditu: jatorrizkoen zatiki baliokideak ere bila daitezke, zenbakitzailea berdintzeko.

Izendatzailea berdinduz egin den bezala, zatikien zenbakitzaileak multiploak diren adibideak proposatuz hasiko dira lanean. Prozesua barneratu dutenean, zatikien zenbakitzaileak multiploak ez diren adibideak jartzen hasiko da irakaslea.

Behin puntu honetaraino iritsita, zeinean zatikiak alderatzeko izendatzaileak eta zenbakitzaileak berdintzen ahal direla ikusi duten, ariketa desberdinak proposatuko zaizkie, eta beraiek aukeratuko dute zein termino berdindu nahi duten. Hau da, konparatu nahi diren zatikiak direnak direla, kasu guztietan, izendatzaileak edo zenbakitzaileak berdindu daitezkeela ulertu behar dute.

4.5.9. Unitatea baino handiagoak diren zatikiak – Zenbaki mistoak

IZENBURUA:	UNITATEA BAINO HANDIAGOAK DIREN ZATIKIAK – ZENBAKI MISTOAK
DENBORALIZAZIOA:	SAIO BAT: 55 MIN
HELBURUA:	UNITATEA BAINO HANDIAGOAK DIREN ZATIKIAK ZENTZUK DIREN EZAGUTZEA ETA HAIEN EZAUGARRIAK IDENTIFIKATZEA
MATERIALA:	EGURREZKO LISTOIAK

Jarduera honen bitartez ikasleek unitatea baino handiagoak diren zatikiak zentzuk diren ezagutzea eta haien ezaugarriak identifikatzea lortu nahi da. Horretarako, unitate guztian zehar erabili den metodologia aplikatuko delarik.

Ohikoa da azalpen hau erabiltzea unitatea baino handiagoak diren zatikiak eta zenbaki mistoak lantzeko:

- Zenbakitzailea izendatzailea baino handiagoa den zatiki bat aurkitzen duzuenean, unitatea baino handiagoak diren zatikiak deituko ditugu. Zatiki horiek bi modutan idatz daitezke, eta horretarako honako eragiketa hau egiten da:

$$\frac{a}{b} \rightarrow \begin{array}{l|l} a & b \\ \cline{2-2} d & c \end{array} \rightarrow c + \frac{d}{b}$$

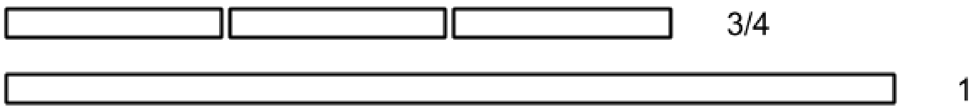
$$\frac{9}{4} \rightarrow \begin{array}{l|l} 9 & 4 \\ \cline{2-2} 1 & 2 \end{array} \rightarrow 2 + \frac{1}{4}$$

Irudia 54 Unitatea baino handiagoak diren zatikien formula

Baina, kasu honetan, ez da horretara jo nahi, ikasleek ez baitute erlazioa ikusten. Unitatea baino handiagoak diren zatikiak ulertzeko, manipulatiboki lan eginez eta eztabaida sortuz hasiko dira lanean. Oraindik ez da izendatzeko erabiltzen den terminoa ikasleekin erabiliko. Ulertzen dutenean azalduko zaie zer izen duten.

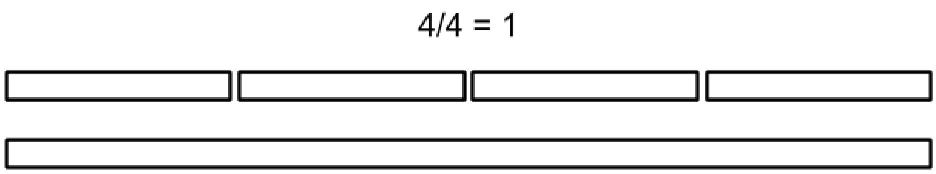
Oraingoan, hainbat neurritako zurezko listoiak erabiliko dira ariketa azaltzeko. Baina, zatikien esanahia lantzeko beste erreferentzia batzuekin ere errepikatuko da dinamika.

Hasteko, irakasleak bat hartuko du (luzeena) eta hori erreferentzia-kopurua izango dela esango die ikasleei. Gero, zatiki bat idatziko du arbelean, eta irudikatzeko eskatuko die. Adibidez: 3/4. Horretarako, lehen listoiaren gainean beste hiru listoi jarri beharko dituzte (horietako bakoitzak lehenengoaren herena neurtuko du).



Irudia 55 3/4 en irudikapena listoiekin

Erantzun zuzena ematen dutenean, beste zatiki bat idatziko du eta berriro eskatuko die irudikatzeko. Oraingoan, unitatearen berdina den zatiki bat idatziko du. Adibidez: 4/4. Halaber, arbelean idatzi duen zatiki hori idazteko beste modurik bururatzen zaien galdetuko die. Irakasleak egiten dituen galderen bitartez ikasleak gidatuko ditu 4/4 unitatearen berdina dela ikusi arte, hau da erreferentzia-kopuru osoa irudikatu beharko lukete.

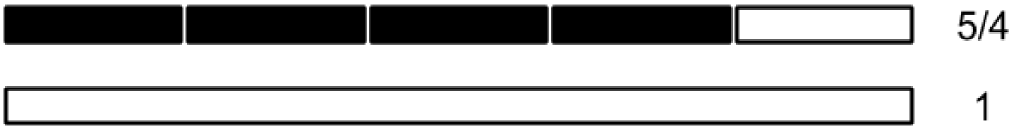


Irudia 56 4/4 en irudikapena listoiekin

Hori bera, adibide desberdinen bidez landu ondoren, unitatea baino handiagoak diren zatikiak sartuko ditu. Irakasleak zatiki berri bat idatziko du arbelean eta irudikatzeko eskatuko die ikasleei, adibidez: 5/4. Adibide hau proposatzeko, interesgarria da horrelako zatiki bat duen albiste bat (edo benetako edozein dokumentu) bilatzea.

Une honetan, zalantza ugari sortuko zaizkie ikasleei. Litekeena ezin dela irudikatu esatea da. Horregatik, komeni da albiste bat edo antzeko zerbait izatea. Horrela, irakasleak frogatu ahal izango du eguneroko bizitzan erabiltzen direla, eta, beraz, irudikatu ahal izango dela.

Irudikatu daitekeela ikusi dutenean, irudikapen ezberdinak proposatuko dituzte. Litekeena, zatikiaren itxuraz gidaturik, honako erantzun hau ematea da:

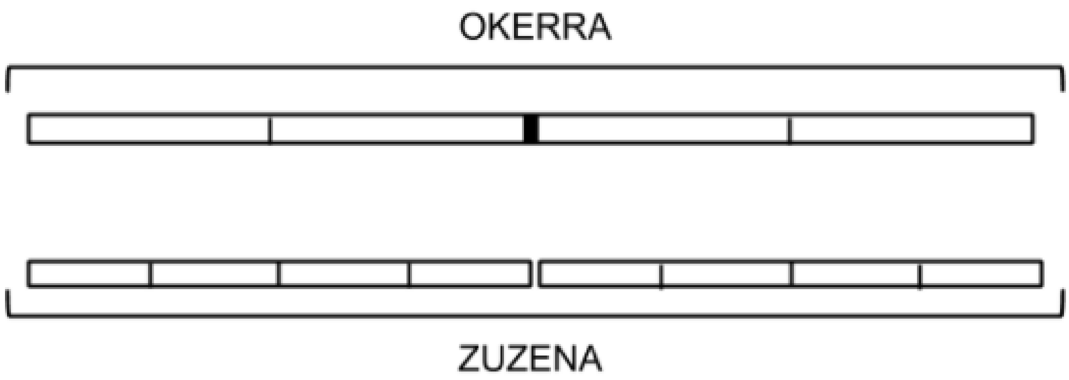


Irudia 57 Ikasleen ohiko akatsa 5/4 irudikatzean

Ohikoa izaten da, ikasleek zatikien terminoen esanahietan ez pentsatzea eta horrelako erantzunak ematea. Hau gertatuko balitz, irakasleak galderak egingo dizkie ikasleei, zatikien terminoak adierazten dutena berriz gogoratzeko. Lortzen duen heinean, lehenengoaren berdina den beste erreferentzia-kopuru bat hartzeko beharra sortu beharko du. Kasu honetan, lehenengoaren neurri bereko beste listoi bat. Horretarako, hainbat galdera egingo dizkie. Adibidez:

- Zer adierazten zuen izendatzaileak?
- 1/4ko zenbat listoi jarri dituzue lehen listoiaren gainean?
- Horiek al ziren 5/4 irudikatzeko jarri nahi zenituzten listoi guztiak?
- Zer egin dezakegu soberan duzuen hori jartzeko?
- Zer gertatuko litzateke lehenengoaren (erreferentzia-kopuruaren) berdina den beste listoi bat jarriz gero?

Behin, beste erreferentzia kopuru bat hartu behar dela ikusi dutela, beste aukera batzuk proposatuko dituzte. Puntu honetan, beste akats bat egin ohi dute. Erreferentziako bi kopuru elkartzean (kasu honetan, bi listoi elkartzean eta bata bestearen segidan jartzean), ikasleek kantitate bera balira bezala interpretatzen dute. Hau da, listoi bakoitza lau zati berdinetan banatu beharrean, elkartu egiten dituzte eta bien arteko lotura lau zatitan banatzen dute, hau da, bakoitza erditik. Beraz, begizta batean sartzen dira, eta beti beste listoi bat behar dute (edo beste erreferentzia-kantitate bat, lehenengoaren berdina).



Irudia 58 Unitatea baino handiagoa den zatikiaren irudikapena

Irudikapen zuzenerantz bideratzeko, hainbat galdera egingo dizkie irakasleak. Adibidez: zer esan nahi zuen izendatzaileak? Helburua termino bakoitzaren esanahia gogoratzea izango da.

Irudia 59 5/4 zatikiaren irudikapena listoiekin

Hori guztia kontuan hartuta, hainbat ariketa egingo dituzte ulertzen duten arte. Orduan horrelako zatikiei unitatea baino handiagoak diren zatikiak deitzen zaiela azalduko die irakasleak.

Ondoren, zenbaki mistoak sartuko ditu. Arbelean, unitatea baino handiagoa den zatiki bat idatziko du, gero irudikatuko du eta ikasleei hurrengoa galdetuko die: bururatzen al zaizue horrelako zatiki bat, hau da, unitatea baino handiagoa den zatiki bat zenbakiekin irudikatzeko beste modu bat? Adibidez: 5/4

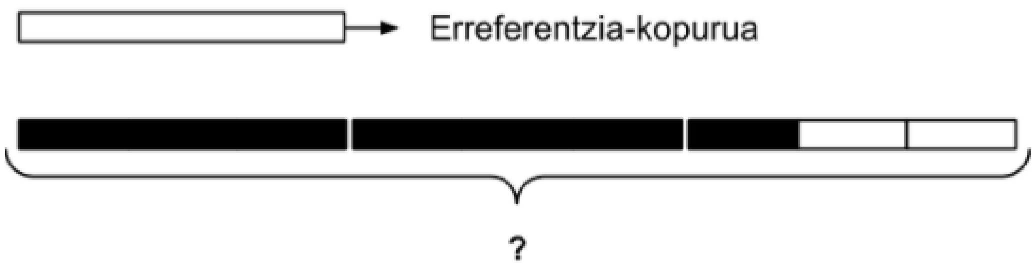
Irudia 60 5/4 zatikiaren irudikapena listoiekin

Haien erantzunak entzungo ditu eta, galderen bidez, zenbaki mistoetara eramango ditu (1 eta 1/4). Adibidez:

- Zertarako erabiltzen ditugu zatikiak?
- Adibide honetan listoi osoren bat al dago?

- Listoi oso bat baldin badago, zergatik idazten dugu zatiki baten bidez?

Hori bera hainbat adibideren bidez landuko da, erlazioa ikusten eta ulertzen duten arte. Orduan, alderantzizko prozesua egingo dute. Hau da, irakasleak unitatea baino handiagoa den zatiki bat irudikatuko du, eta ikasleek hori adierazteko zatiki bat proposatu beharko dute. Adibidez:



Irudia 61 Unitatea baino handiagoa den zatikiaren adibidea

Emaitza: 7/3 edo 2 eta 1/3.

Horrelako ariketak egiten dituztenean, beste akats bat egin dezakete. Gerta daiteke 7/9 idaztea 7/3 idatzi beharrean. Erantzun zuzenerantz bideratzeko, berriro ere galderak egingo dizkie. Adibidez:

- Zein zen erreferentzia-kopurua?
- Zatituta al dago izendatzaileak adierazten duen moduan?

Irakasleak, mota honetako zenbait ariketa proposatuko dizkie, kontzeptua barneratzen duten arte.

4.5.10. Eragiketak zatikiekin

IZENBURUA:	ERAGIKETAK ZATIKIEKIN
DENBORALIZAZIOA:	BI SAIO: 45 MIN X 2 = 90 MIN
HELBURUA:	ZATIKIEKIN BATUKETAK ETA KENKETAK NOLA EGIN JAKITEA
MATERIALA:	NEURRI EZBERDINEKO EGURREZKO LISTOIAK

Ikasleek aurreko puntu guztiak ulertu ondoren (terminoen esanahia, kantitate baten zatikia, zatiki baliokideak, zatikien konparazioa), eragiketak lantzen has daitezke (batuketak eta kenketak). Izan ere, eragiketak egitera iristen direnean, aurretik landutako kontzeptu guztiak menperatzen dituztela ziurtatu beharra dago. Eragiketak ebazteko, ikasitakoa erabili beharko baitute. Jarduera hauekin, beraz, zatikiekin batuketak eta kenketak nola egin behar diren jakitea lortu nahi da.

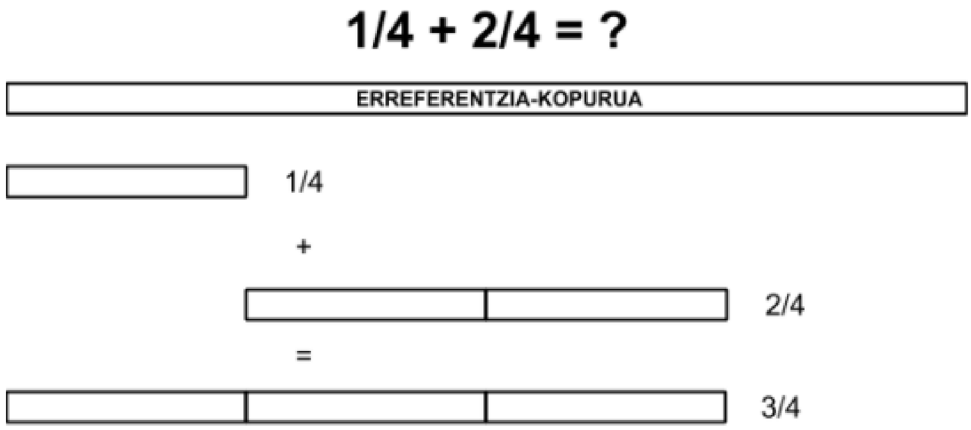
Orain arteko prozesu berari jarraituz, manipulazioa izango da lehen urratsa, ondoren adierazpen grafikoa eta aritmetikarekin amaituz. Era berean, nahiz eta ariketa egurrezko listoiak erabilita azalduko den, zatikien esanahi ezberdinak lantzeko asmoarekin beste erreferentzia batzuekin errepikatuko da dinamika.

Puntu honetan bi eragiketa mota bereiziko dira eta jarraian aurkezten den ordenan landuko dira: izendatzaile bereko batuketak zein kenketak eta izendatzaile desberdineko batuketak zein kenketak.

I. IZENDATZAILEA BEREKO BATUKETAK ETA KENKETAK

Izendatzaile bereko batuketak eta kenketak izendatzaile bereko zatikien alderaketa egitearen oso antzekoa da. Haurrek ulertu behar dute, izendatzaileak adierazten duen bezala, bi zatikiek adierazten duten zatiak tamaina berekoak direla. Baina, batuketetan eta kenketetan zati horiek elkartu edo banandu beharko dituzte emaitza bat lortzeko.

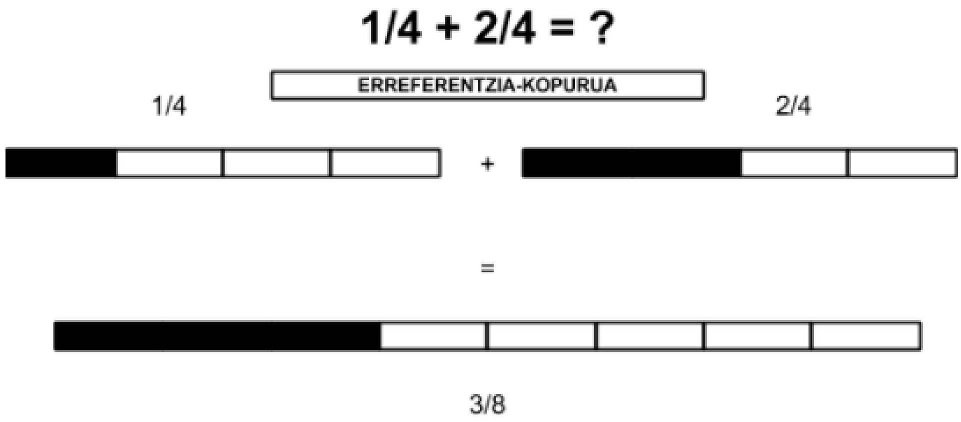
Lehen esan den bezala, modu manipulatiboan hasiko dira lanean. Irakasleak, beraz, bi zatikiren batura idatziko du arbelean, eta denbora emango die ikasleei listoien bitartez emaitza eman dezaten. Adibidez:



Irudia 62 Izendatzaile bereko zatikien arteko batuketaren adibidea

Ariketa bera zatiki desberdinekin errepikatuko dute, ulertu arte.

Ariketa mota honetako akatsik ohikoena ikasleek izendatzailea ere batzea da. Adibidez:

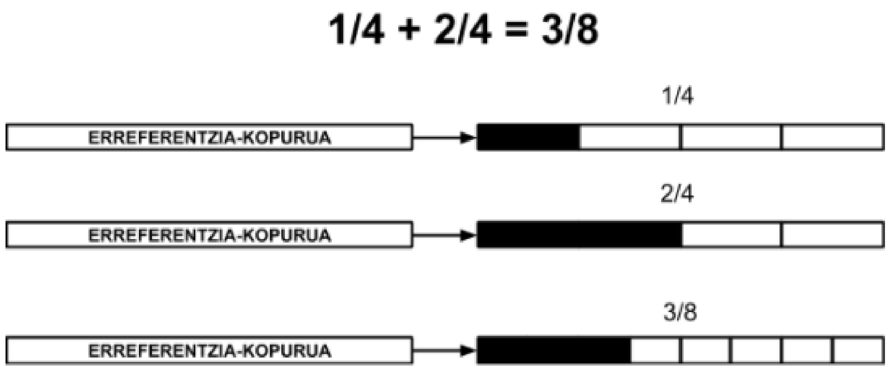


Irudia 63 Ikasleen ohiko akatsa zatikien batuketetan

Manipulatzen edo modu grafikoan irudikatzen ari direnean, eta aurreko irudian agertzen den bezalako erantzuna ematen dutenean, irakasleak erantzun zuzenerantz bideratzen saiatuko da, honako galdera hauen bidez:

- Zein da erreferentzia-kopurua batuketetan? Eta emaitzan?
- Zein tamainatakoak dira batuketen zatiak? Eta emaitzaren zatiak? Berdinak dira?

Aitzitik, akatsa modu aritmetikoan lan egiten ari direnean egiten bada, ikasleei egin dutena irudikatzeko eskatuko diegu, manipulatuz. Adibidez:



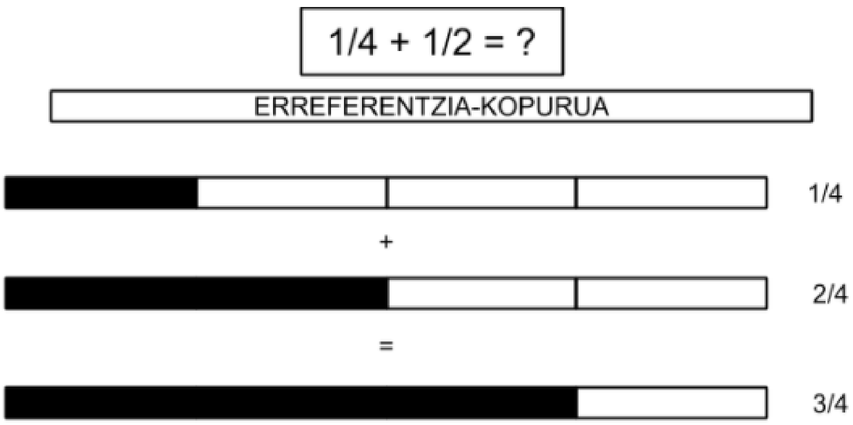
Irudia 64 Ikasleen ohiko akatsa zatikien batuketetan

Bi kasu horietako edozeinetan, bi zatikien zatiak berdinak direla ikustea izango da helburua, eta, beraz, emaitzarenak ere berdinak izan beharko direla.

II. IZENDATZAILE DESBERDINEKO BATUKETAK ETA KENKETAK

Izendatzaile desberdineko batuketak eta kenketak eta izendatzaile desberdineko zatikien alderaketa egitea oso antzekoa da. Haurrek ulertu behar dute zatiki horiek batu edo kendu ahal izateko izendatzaile bera izan behar dutela (multiplo komunetako txikiena kalkulatuz bilatzen dena, zatiak berdinak izan daitezen). Baina, batuketetan eta kenketetan zati horiek elkartu edo bananduko dituzte emaitza bat lortzeko. Kasu honetan, zatikien alderaketa egiterakoan ez bezala zenbakitzaile bera bilatzea ez du balio.

Lehen esan dudan bezala, modu manipulatiboan lan egiten hasiko dira. Irakasleak bi zatikiren batura idatziko du arbelean, eta denbora emango die listoien bitartez emaitza eman dezaten. Adibidez:



Irudia 65 Izendatzaile ezberdineko zatikien batuketaren adibidea

Ariketa bera zatiki desberdinekin errepikatuko dute, ulertu arte. Izendatzaileak elkarren artean multiploak ez diren adibideak ere sartuko ditu irakasleak.

Kasu honetan, izendatzaileak berdindu ondoren, aurreko puntuan azaldutako akats bera errepikatzen da.

4.6. Ebaluazioa

Hezkuntza-etaparen arabera, ebaluazioak esanahi desberdinak har ditzake, nahiz eta ebaluazioaren funtsa berbera izan: ikaslearengan informazio garrantzitsua bilatzea, irakaskuntza-ikaskuntza prozesua nola gertatzen ari den ulertzen lagunduko diguna, eta horren arabera dagozkion erabakiak hartzeko.

Neus Sanmartik (2007) bere liburuan azpimarratzen du ebaluazioa, beste ezeren gainetik, ikasteko baliagarria izan behar duela. Baina erabilgarria izateaz gain, helburu arautzailea ere izan behar du, hau da, ikaskuntza-prozesua bera arautzeko gai izan behar du. Ebaluazio formatiboa, ideia horrekin bat egiten du.

Black eta Wiliams-en (1998) hitzetan "Ebaluazio formatiboa irakasleek eta ikasleek ebaluatzeko egiten dituzten jarduera guztiei dagokie, zeinak irakaskuntza- eta ikaskuntza-jarduerak berrikusteko eta aldatzeko erabil daitekeen informazioa ematen duten".

Ikuspegi tradizional batetik, ebaluazio formatiboa ikasleen akatsak identifikatzera bideratutako ebaluazio gisa ulertu da. Hala, ebaluazio mota horren eginkizunak honako hauek ditu ardatz: Asmatutakoak indartzea eta erroreak bideratzea, ikaskuntza jakin bateko ariketa edo ataza gehiago eginez.

Ikuspegi horren ondorioz, askotan, ebaluazio formatiboa irakasleak zuzendu eta puntuatzen dituen proba edo azterketa konbentzionalekin erlazionatu da. Eskema ondorengoa izango litzateke:

1. Irakaslearen azalpena.
2. Jarduerak burutu.
3. Azterketa edo froga kalifikatzailea (0tik 10erako puntuazioa emanez)
4. Azterketa edo froga ez gainditzekotan, bigarren pausoan egindako jardueren antzeko gehiago egin.

Aldiz, ebaluazio formatibo kontzeptuari ikuspegi kognitibotik heltzen badiogu, ebaluazio horren ardatza proposatzen zaizkion zereginen aurrean ikasleak duen funtzionamendu kognitiboa ulertzea dela ikusiko dugu. Beraz, Neus Sanmartíren hitzetan, ikuspegi ebaluatzaile horren helburua ikasle batek zergatik kontzeptu bat ulertzen ez duen edo zergatik zeregin jakin bat egiten ez dakien jakitea da.

Ikuspegi horrek aditzera ematen digu prozeduretan interes handiagoa dagoela emaitzetan baino. Ikuspegi horretan, irakasleak ikasleari ematen dion feedbacka funtsezko zerbait bihurtzen da, zereginak iruzkin aberasgarriekin itzultzen direlako, baina baita ere ongi burututako zereginak azpimarratuz.

Gauzak horrela, nagusiki lortzen dena irakasleek errepikapenean oinarritzen ez diren eta ikasteko zailtasun jakin batean soilik zentratzen diren estrategiak diseinatu ahal izatea da, hau da, errepikapenean baino gehiago feedback-an eragiten da. Eta hori frogatuta geratzen da, hein handi batean, ikasle bati nota bakarreko proba bat itzultzen zaionean. Nota bakar horrekin egon daitekeen hobekuntza oso mugatua da. Proba edo ataza bat itzultzen denean, eta bertan ondo egindakoari eta hobetu daitekeenari buruzko iruzkin aberasgarriak agertzen direnean, berriz, ikasleak aldaketarako duen joera nabarmen handiagoa da. Santiago Moll (2018).

Laburbilduz, ebaluazio formatiboa irakaskuntza-ikaskuntza prozesuan zehar egiten den ebaluazio-modalitate bat da, zailtasunak antzematea du helburu, baina baita ikasleen aurrerapenak ere. Eta, hain zuzen ere, zailtasun eta aurrerapen horiei esker egokitzen du irakasleak bere prozesu didaktikoa ikasleen beharretara. Hortik dator helburu arautzailea.

Esan daiteke ebaluazio formatiboa aplikatzen dugula irakaskuntza-ikaskuntza prozesuaren zati integraltzat hartzen dugunean, ez bakarrik ibilbidean ikasleen jardunaren ebidentzia lortzea ahalbidetuko diguten hainbat une proposatzen direlako (irakasleek interpretatu eta baloratuko dutenak, haien ikuspegi adituaren arabera), baita ikasleak, hasieratik, prozesu horren jakitun, partaide eta erantzunkide direlako. Izan ere, ikaskuntza-helburuak ezagutzen dituzte, espero den ikaskuntza edo lorpen-adierazle bakoitzera nondik abiatzen diren identifikatzen dute; ikaskuntzaren aurrerapenei eta zailtasunei buruzko gogoeta egiten dute; eta zailtasunak nola konpondu planteatzen dute, amaitzean, helburua lortzeko jarraitu zuten prozesua berreraiki dezaketela. (Jorge Alberto Guerrero Hernández, 2019)

Beraz, ebaluazio formatiboa izango da proposamen honetan lortu nahi diren helburuak ebaluatzeko aukeratuko den metodoa.

Gauzak horrela, datuak biltzeko erabiliko den lehenengo tresna errubrika bat izango da. Errubrika ebaluazio-tresna bat da, eta, bertan, lorpen-irizpideak eta -mailak eskalen bidez ezartzen dira, ikasleek zeregin espezifikoetan edo egiten dituzten produktuetan duten gauzatze-kalitatea zehazteko.

Eranskinetan txertatzen den errubrika hau proposatzen diren lehenengo bost jardueren (zatikiak behar ditugu, zatikien terminoen esanahia, non aurki ditzakegu zatikiak eguneroko bizitzan, ulertu ditugun terminoei izena jarri eta terminoak erabili) helburuen lorpena zehazteko erabiliko da. Hau da, irakasleak ikasleek lehenengo bost jarduerak burutu eta gero lortutako ezagutza neurtu ahal izango du. Gainera espero nahi den maila eskuratu dutela ziurtatuko da. Bestela, aurretik aipatu den bezala, ez da eduki berriak lantzen jarraituko.

Aipatzekoa da, errubrika Google-k ematen duen tresnarekin sortua dela, eta beraz, online betetzeko aukera dagoela automatikoki emaitzen azterketa erraz eta azkar bat egiteko taula sortzen duelarik.

Honen ondoren, proposatzen diren ondorengo jarduera bakoitzeko, datuak biltzeko erronka ezberdinak proposatuko zaizkie ikasleei. Kopuru baten zatikia kalkulatzen dakitela eta zatikiekin sortzen ahal diren erlazioak menderatzen dituztela ziurtatzeko, Quizziz tresna erabiliko da. Quizizz modu ludiko eta dibertigarrian galdera pertsonalizatuak sortzeko aplikazio bat da, Kahooten antzekoa, non irakasleak galderak webgunean sortzen dituen eta ordenagailu edo gailu mugikor batetik erantzuteko galdetegiaren kodea eta web orria ematen dizkion ikasleei (link-a eranskinetan txertatzen da). Tresna honek ere, datuak aztertzeko lagungarria den dokumentua sortzen du automatikoki. Modu honetan, ikasleen garapena indibidualki eta kolektiboki azter daiteke. Hortaz gain, eranskinetan txertatzen den ariketa labur bat egiteko ere eskatuko zaie.

Zatiki baliokidek zer diren, zer esan nahi duten, zer ezaugarri dituzten ezagutzen dutela eta hauek kalkulatzen dakitela ikusteko ThatQuiz erabiliko da. ThatQuiz irakasleentzako eta ikasleentzako webgunea da. Ariketak sortzea eta emaitzak oso azkar ikustea errazten die irakasleei. Bereziki, matematika irakasteko tresna ona da. Sortutako galdetegiaren link-a eranskinetan txertatzen da. Horrekin batera, papera eta arkatzarekin egiteko beste ariketa bat ere txertatzen da. Edozein zatiki alderatzeko gai direla frogatzeko modu berean egingo da, eranskinetan txertatzen diren ThatQuiz eta hiru ariketa laburren bitartez.

Jarduerekin bukatzeko, “Google Formularios” erabiliko da ikasleei bi galdetegi egiteko eta horrela unitatea baino handiagoak diren zatikiak identifikatzen dituztela eta zatikiekin batuketak eta kenketak egiten dakitela ziurtatzeko (eranskinetan txertatzen dira biak).

Bukatzeko, ebaluazio diana baten bitartez ikasleek jarduerekiko adierazitako interesa ebaluatuko da. Diana baten marrazkia edo txantiloia zirkulu zentrokideak dira, eta, barrutik kanpora, sartutako item bakoitzaren betetze-maila edo egokitze-maila adierazten dute. Zirkulu zabalenaren inguruan itemen izenak izango ditugu, eta item bakoitzean dagokion zenbakia adieraziko dugu. Horrela, azkenean, puntuak batuz, ebaluazio-mapa deitzen dena lortuko dugu.

4.7. Evaluación

Dependiendo de la etapa educativa, la evaluación puede adoptar diferentes significados, aunque el fundamento de la evaluación es el mismo: buscar información relevante en el alumno o alumna que nos ayude a entender cómo se está produciendo el proceso de enseñanza-aprendizaje y a tomar las decisiones que correspondan en consecuencia.

Neus Sanmartí (2007) subraya en su libro que la evaluación debe ser, por encima de todo, útil para el aprendizaje. Pero además de ser útil, también debe tener un objetivo regulador, es decir, debe ser capaz de regular el propio proceso de aprendizaje. La evaluación formativa, comparte esta idea.

En palabras de Black y Wiliams (1998) "la evaluación formativa se refiere a todas las actividades de evaluación realizadas por el profesorado y el alumnado, que proporcionan información susceptible de ser utilizada para revisar y modificar las actividades de enseñanza y aprendizaje".

Desde una perspectiva tradicional, la evaluación formativa se ha entendido como una evaluación orientada a identificar los errores del alumnado. Así, la función de este tipo de evaluación se centra en reforzar los aciertos y reconducir los errores mediante la realización de más ejercicios o tareas de un determinado aprendizaje.

Como consecuencia de este enfoque, en muchas ocasiones, la evaluación formativa se ha relacionado con pruebas o estudios convencionales dirigidos y puntuados por el profesor o profesora. El esquema sería el siguiente

1. Explicación del profesor.
2. Realizar actividades.
3. Examen o prueba calificativa (otorgando una puntuación de 0 a 10)
4. En caso de no superar el examen o prueba, realizar actividades similares a las realizadas en el segundo paso.

En cambio, si abordamos el concepto de evaluación formativa desde el punto de vista cognitivo, veremos que el eje de dicha evaluación es entender el funcionamiento cognitivo del alumno ante las tareas que se le proponen. Por tanto, en palabras de Neus Sanmartí, el objetivo de este enfoque evaluador es saber por qué un alumno no entiende un concepto o no sabe hacer una determinada tarea.

Este enfoque nos da a entender que hay más interés en los procedimientos que en los resultados. En esta perspectiva, el feedback que el profesor da al alumno se convierte en algo fundamental, porque las tareas vuelven con comentarios enriquecedores, pero también subrayando las tareas bien realizadas.

Así las cosas, lo que se consigue principalmente es que el profesorado pueda diseñar estrategias que no se basen en la repetición y que se centren exclusivamente en una determinada dificultad de aprendizaje, es decir, se incide más en el feedback que en la repetición. Y eso queda demostrado, en buena parte, cuando a un alumno se le devuelve una prueba de una sola nota. La mejora que puede haber con esta única nota es muy limitada. Cuando vuelve una prueba o tarea en la que aparecen comentarios enriquecedores sobre lo bien hecho y mejorable, la tendencia del alumno al cambio es significativamente mayor. Santiago Moll (2018).

En síntesis, la evaluación formativa es una modalidad de evaluación que se realiza a lo largo del proceso de enseñanza-aprendizaje, cuyo objetivo es detectar las dificultades, pero también los avances del alumnado. Y precisamente gracias a estas dificultades y avances el profesor adapta su proceso didáctico a las necesidades del alumnado. De ahí el objetivo regulador.

Se puede decir que aplicamos la evaluación formativa cuando la concebimos como una parte integral del proceso de enseñanza-aprendizaje, no sólo porque se proponen una serie de momentos que nos permitan obtener la evidencia de la actuación del alumnado en el recorrido (que será interpretada y valorada por el profesorado, según su visión experta), sino porque el alumnado es desde el principio consciente, partícipe y corresponsable de dicho proceso. Porque conocen los objetivos de aprendizaje, identifican de dónde parten a cada uno de los aprendizajes o indicadores de logro esperados; reflexionan sobre los avances y las dificultades del aprendizaje; y plantean cómo resolver las dificultades, al finalizar, pueden reconstruir el proceso que siguieron para alcanzar el objetivo. (Jorge Alberto Guerrero Hernández, 2019)

Por tanto, la evaluación formativa será el método elegido para evaluar los objetivos perseguidos en esta propuesta.

Así las cosas, la primera herramienta que se utilizará para la recogida de datos será una rúbrica. La rúbrica es un instrumento de evaluación en el que los criterios y niveles de logro se establecen a través de escalas para determinar la calidad de ejecución de los alumnos en tareas específicas o en los productos que elaboran.

Esta rubrica que se inserta en los anexos se utilizará para determinar la consecución de los objetivos de las cinco primeras actividades que se proponen (necesitamos fracciones, el significado de los términos de las fracciones, donde podemos encontrar fracciones en la vida cotidiana, poner nombre a los términos que hemos entendido y utilizar términos). Es decir, el profesor podrá medir los conocimientos adquiridos tras las cinco primeras actividades realizadas por el alumnado. Además se asegurará que han alcanzado el nivel deseado. En caso contrario, tal y como se ha mencionado anteriormente, no se seguirá trabajando en nuevos contenidos.

Cabe destacar que la rúbrica ha sido creada con la herramienta que proporciona Google, por lo que existe la posibilidad de rellenarla online creando automáticamente una tabla para realizar un análisis sencillo y rápido de los resultados.

Después de esto, por cada una de las siguientes actividades que se proponen, se propondrán a los alumnos diferentes retos de recogida de datos. Para asegurarse de que saben calcular la fracción de una cantidad y dominan las relaciones que se pueden crear con las fracciones, se utilizará la herramienta Quizziz. Quizizz es una aplicación para crear preguntas personalizadas de forma lúdica y divertida, similar a Kahoot, en la que el profesor genera las preguntas en la web y facilita a los alumnos el código del cuestionario y la página web para responder desde un ordenador o dispositivo móvil (el link se inserta en los anexos). Esta herramienta también genera automáticamente un documento que ayuda a analizar los datos. De esta manera, se puede analizar individual y colectivamente el desarrollo del alumnado. Además, se les solicitará la realización de un breve ejercicio que se incluye en los anexos.

Para ver qué son las fracciones equivalentes, qué significan, qué características tienen y saber calcularlas se utilizará ThatQuiz. ThatQuiz es una web para profesores y alumnos. Facilita al profesorado la creación de ejercicios y la rápida visualización de los resultados. Especialmente, es una buena herramienta para enseñar matemáticas. El link del cuestionario generado se inserta en los anexos. Junto a ello, se incorpora otro ejercicio de papel y lápiz. Se hará de la misma manera para demostrar que son capaces de comparar cualquier fracción, es decir mediante ThatQuiz y tres ejercicios cortos que se insertan en los anexos.

Para finalizar con las actividades, se utilizará "Google Formularios" para realizar dos cuestionarios a los alumnos, con el fin de asegurar que identifican fracciones mayores a la unidad y saben realizar sumas y restas con las fracciones (ambas se incorporan a los anexos).

Finalmente, mediante una diana de evaluación se evaluará el interés manifestado por el alumnado por las actividades. El dibujo o plantilla de una diana son círculos concéntricos que indican, de dentro a fuera, el grado de cumplimiento o adaptación de cada ítem introducido. Alrededor del círculo más amplio tendremos los nombres de los ítems y en cada ítem indicaremos el número correspondiente. Así, al final, sumando puntos, obtendremos lo que se llama el mapa de evaluación.

ONDORIOAK

Zatikiak oso garrantzitsuak dira matematika aurreratua ikasteko, eta eguneroko bizitzan ere erabili ohi dira. Hala ere, ikasle askok zatikiekin borrokatzen jarraitzen dute, nahiz eta urteak eman dituzten hauek ikasten. Argitalpen honetan aurkeztutako gomendioek zatikien irakaskuntza indartzen lagunduko dutela eta zatikiak ulertzen dituzten eta problema aritmetikoak behar bezala konpontzen dituzten ikasleen kopurua handituko dala uste da.

Garrantzitsua da kontuan hartzea zatikiak gai zaila direla. Proposamen honetan jasotako gomendioak azaldu ondoren ere, ikasleek ez dute berehala ulertuko zer diren zatikiak. Hala ere, ideiaren aplikazio errepikatuekin eta hainbat adibiderekin, gomendio horiek ikaslearen ulermena hobetzen dutela uste da zatikiei dagokienez. Iradokizun horiek guztiak batera aplikatzeko diseinatuta daude, baina bakoitzak irabaziak izango ditu kontzeptuen ulermenean, baita bakarrik aplikatzen badira ere.

Gomendio horien guztien atzean dagoen funtsezko oinarria ikasleek zatikien ezagutza kontzeptual sakona behar dutela da, modu eraginkorrean ulertzeko eta ikasitakoa gogoratzeko. Ikasleek zatikien azaleko ezagutza dutenean, zatikien sinboloak berak ez du zentzurik, zatiki aritmetikoetan erabiltzen diren prozedurek arbitrarioak dirudite eta erraza da bata bestearekin nahastea. Kontzeptuen ulermena lantzean, irakasleek ikasleei lagundu diezaiekete ulertzen zatiki aritmetikoak prozedura esanguratsua direla, ausazko urratsak izan beharrean. Kontzeptuen ulermena lortzea zaila da, baina funtsezkoa da zatiki aritmetikoen ulermen sakon eta iraunkorra ziurtatzeko.

Bestalde, ikasleek zatikiekin dituzten zailtasunen zergatiaren galderaren erantzuna ikasturtez ikasturte zatikien lanketa errepikakorrean egon daiteke, haien esanahi posibleetako bat bakarrik nabarmenduz: osotasun baten zatiak. Hori dela eta, azaldutako jardueren bitartez zatikiek dituzten esanahi guztiak lantzen dira.

Hortaz gain, esan beharra dago, hezkuntza-prozesuan, gainditu beharreko erronkei aurre egin behar diela irakasleak, ikasleen irakaskuntza eta ikaskuntza modu esanguratsuan gara daitezen. Erronka horien artean, garrantzitsua da azpimarratzea irakasleak diziplina aldetik oso prestatuta egon behar duela, gaia sakon ezagutu behar duela eta modu eraginkorrean menderatu behar duela; horri esker, ikasleak seguru egongo baitira, ezagutza eskuratzeko bide egokiak izango dituztelako eta hezkuntzaren kalitatean eragina izango dutelako.

Irakasleek gaia maneiatzeko, irakasleak ikasleentzat modu erakargarrian partekatzea du erronka, lantzen ari den gaian interesatzea lortzeko, dela zatikietan, dela lanean ari den edozein pentsamendu matematikotan.

Garrantzitsua da baita ere, ikasleen ikasteko gaitasuna balioesten duten jarduerak proposatzea, horiek ahalik eta gehien aprobetxa daitezen, ikasleen ikasteko zailtasunak gaindi daitezen eta irakasleen irakaskuntza-estrategiak hobetu daitezen; era berean, ikasleen lorpenen eta oraindik eragiten dienaren etengabeko jarraipena egitearen garrantzia azpimarratu behar da.

Esku hartzeko proposamen honetan proposatzen den metodologiari esker, ikasle bakoitzak parte hartzeko modu indibidual eta kolektibo batean ikasi ahal izango du; bakoitza bere ikaskuntzaren protagonista izanik, irakurketaren bidez, idatzizko irudikapenen, irudikapen grafikoen, argudioen eta ariketa bakoitzaren sozializazioen bidez.

Gainera, ikasgelan material didaktikoarekin lan egiteak motibazioa sortzen du ikasleengan, eta aukera ematen die eskoletan duten interesa hobetzeko, denbora gehiago emateko gustatzen zaiena eta eragina duena ikasten, erakargarria dena ikasten, eta horrek ikaskuntza hobetzera eramaten ditu.

Itxaropenak kontuan hartuta, zatikiei eguneroko bizitzan esanahia eta zentzua ematea lortzea espero da, eta, aldi berean, jardueren, ariketen eta arazoen emaitzen sozializazioarekin bizikidetza sendotzea ere. Horrek ikaskuntzaren testuingurua modu egokian eraldatuko duelarik, ikasleek beren iritziak adieraziko dituztelako, galderak egiten dituztelako, zalantzak argitzen dituztelako eta ideiak eta ezagutzak zehazten dituztelako.

Proposamenaren jarduera bakoitza garatu ondoren, beraz, ikasleek zatikiekin sortzen ahal diren problemak ebazteko gaitasuna lortzea, oinarrizko kontzeptuak argi izatea eta planteatutako gaiak ikasiz ondo pasatzea espero da, zatikien gaia ikastea atsegin zutela esanez.

BIBLIOGRAFIA

- ¿Por qué la matemática es tan importante en la educación? (2015, 1 junio). universia.es. https://www.universia.net/es/actualidad/orientacion-academica/que-matematica-tan-importante-educacion-1126085.html
- Abrate, R., Pochulu, M. y Vargas, J. (2006). Errores y Dificultades en Matemática. Análisis de causas y sugerencias de trabajo. Buenos Aires: Universidad Nacional de Villa María. http://unvm.galeon.com/Libro1.pdf
- Amador Parra, L. (2016). *Estrategia Didáctica para la Enseñanza Aprendizaje de las Fracciones Implementando Herramientas Virtuales*. Universidad Nacional de Colombia. https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/55943/30232391.2016.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Arroyave Marín, B. A., Ciro Gallego, Y. A., & Ocampo Osorio, G. C. (2016, diciembre). *Aproximación para la comprensión de las fracciones en los grados transición, primero y segundo.* Universidad de los Andes. http://funes.uniandes.edu.co/11390/1/Arroyave2017Aproximaci%C3%B3n.pdf
- Behr, M. J., Lesh, R, Post, T y Silver, E (1983). Rational Number Concepts. En R. Lesh y M. Landau (eds.). Adquisition of Mathematical Concepts and Processes (pp, 91- 126). Nueva York, Estados Unidos. Academic Press.
- Behr, M., Harel, G., Post, T. & Lesh, R. (1992). Rational number, ratio and proportion. En D. A. Grouws (Ed.) Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (pp. 233-296). New York: MacMillan Publishing Company.
- Bezerra, F.; Magina, S., y Spinillo, A (2002). How to Promote Childrens Understanding of Fractions? An exploratory Study. Proceedings of the 26th International Conference for the Psychology of Mathematics Education (PME), 2,89-96, Noewich, Uk, July.

- Butto Zarzar, C. (2013). *El aprendizaje de fracciones en educación primaria: una propuesta de enseñanza en dos ambientes*. Horizontes Pedagógicos. https://horizontespedagogicos.ibero.edu.co/article/view/403/368
- Castañeda Caballos, C. C. (2016). *Diseño de una estrategia metodológica a partir del aprendizaje cooperativo que contribuya al fortalecimiento de las competencias en el desarrollo del pensamiento numérico de los estudiantes del grado sexto de la institución educativa el Pinal*. UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA. https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/56830
- Chaffe-Stengel, P & Noddings, N. (1982). Facilitating symbolic understandings of fractions. For the Learning of Mathematics, 3 (2), 42-48.
- CHAMORRO, C. (2003): Didáctica de las Matemáticas para Primaria, Madrid, Pearson.
- Clarke, D. M. & Sukenik, M. (2006). Assessing fraction understanding using task-based interviews. En J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká & N. Stehlíková (Eds.). Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 2 (pp. 337-344). Praga: PME.
- Cortina, J. L. (2014). *Investigar las fracciones: experiencias inspiradas en la metodología de los experimentos de diseño*. Universidad de los Andes. http://funes.uniandes.edu.co/13313/
- Cortina, J. L., Zúñiga, C., & Visnovska, J. (2013). *La equipartición como obstáculo didáctico en la enseñanza de las fracciones*. SCIELO. http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v25n2/v25n2a2.pdf
- D'Amore, B., Godino, J. D., & Pinilla, M. I. F. (2008). Competencias y matemática. Editorial Magisterio.
- Del Puerto, S., Minnaard, C. L., & Seminara, S. (2006). Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas. Revista Iberoamericana de educación, 38.
- Dos Santos, A. (2005). O conceito de fração em seus diferentes significados: Um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no encino fundamental. Tesis de Maestría. Sao Paulo, Brasil: Pontificia Universidad Católica de Sao Paulo.

- Drinks, T. (s. f.). *¿Cuándo aprenden los niños las fracciones?* Understood. Recuperado 2020, de https://www.understood.org/es-mx/learning-thinking-differences/child-learning-disabilities/math-issues/when-do-kids-learn-fractions
- Escolano Vizcarra, R., & Gairín Sallán, J. M. (2005, marzo). *Modelos de medida para la enseñanza del número racional en educación primaria*. Universidad de los Andes. http://funes.uniandes.edu.co/14550/1/Escolano2005Modelos.pdf
- Fazio, L., & Siegler, R. (2011). *Enseñanza de las fracciones*. Ministerio de Educación Perú. http://disde.minedu.gob.pe/bitstream/handle/MINEDU/5156/Ense%c3%b1anza%20de%20las%20fracciones.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Fernández-Carreira, C. (2013). Principales dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas. Pautas para maestros de Educación Primaria (Bachelor's thesis).
- Ferrado Palomares, I., Segura, C., & Pla-Castells, M. (2017, junio). *NUEVAS METODOLOGÍAS PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS: ANÁLISIS CRÍTICO*. ResearchGate. https://www.researchgate.net/publication/322342114_NUEVAS_METODOLOGIAS_PARA_LA_ENSENANZA_DE_LAS_MATEMATICAS_ANALISIS_CRITICO
- Fischbein, E., Deri, M., Nello, M. S., & Marino, M. S. (1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. Journal for Research in Mathematics Education, 16, 3-17.
- Gairín, J. M. (1998). Sistemas de representación de números racionales positivos. Un estudio con maestros en formación. Tesis de doctorado no publicada, Universidad de Zaragoza, España.
- Gairín, J. M. y Sancho, J. (2002). Números y algoritmos. Madrid: Síntesis.
- Gallardo, J., González, J. L., & Quispe, W. (2008, enero). *Interpretando la comprensión matemática en escenarios básicos de valoración. Un estudio sobre las interferencias en el uso de los significados de la fracción*. scielo.org.mx. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362008000300003

- García, R. L. et ál., 1996. Autoperfeccionamiento docente y creatividad, Ciudad de la Habana, Pueblo y Educación.

- Gobernua, N. (2014). 60/2014 FORU DEKRETUA, uztailaren 16koa, Nafarroako Foru Komunitatean Lehen Hezkuntzako curriculuma ezartzen duena». URL: http://www. navarra. es/home_eu/Actualidad/BON/Boletines/2014/174.
- Godino, J. (2004). Didáctica de las matemáticas para maestros. Proyecto Edumat-Maestros. http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/9_didactica_maestros.pdf
- Godino, J. D., & Batanero, C. (2004). Didáctica de las matemáticas para maestros.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Vicenç, F. (2003). Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros. Universidad de Granada.

- Gonzales del Olmo, D. (2015, 16 junio). *Errores comunes en el aprendizaje de las fracciones: Un estudio con alumnos de 12/13 años en Cantabria*. Universidad de Cantabria. https://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/6903/GonzalezdelOlmoDario.pdf?sequence=1
- González, D., (2015). Errores comunes en el aprendizaje de las fracciones: Un estudio con alumnos de 12/13 años en Cantabria.
- González-Forte, J. M., Fernández, C., & Llinares, S. (2019). El fenómeno natural number bias: un estudio sobre los razonamientos de los estudiantes en la multiplicación de números racionales. ua.es. https://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/100918/1/2019_Gonzalez-Forte_etal_Quadrante.pdf
- Goutard, Madeleine (1964). Catorce charlas sobre los números en color. Madrid. Cuisinaire de España.
- Hart K. (1980): From whole numbers to fractions and decimals. http://funes.uniandes.edu.co/5119/1/UicabMaterialesAlme2009.pdf

- *JUMP Math » ¿Cómo se enseñan las fracciones con JUMP Math?* (2020, 8 mayo). JUMP Math. https://jumpmath.es/es/como-se-ensenan-las-fracciones-con-jump-math/
- Kerslake D. (1986). Fractions: Children´s strategies and errors. Windsor: NFER-Nelson.
- Kieren, T. (1988). Personal Knowledge of rational numbers: Its intuitive and formal development. En J. Hiebert & M. J. Behr (Eds.) Number concepts and operations in the middle grades (pp. 162-181). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Kieren, T. (1993). Rational and fractional numbers: From quotient fields to recursive understanding. En T. P. Carpenter, E. Fennema & T. A. Romberg (Eds.) Rational numbers: An integration of research (pp. 49-84). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kieren, T. E. (1976). On the mathematical, cognitive and instructional foundations of rational numbers. In R. Lesh (Ed.), Number and measurement: Papers from a research workshop (pp. 101-144). Columbus, OH: ERIC/SMEAC.
- Lamon, S. J. (2001). Presenting and representing: from fractions to rational numbers. En A.A. Couco y F. R. Curcio (Eds.) The roles of representation on school mathematics (pp. 146-165). Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- León, G. (2011). Unidad didáctica: Fracciones. Trabajo Fin de Master. Granada: Universidad de Granada.
- Llinares Ciscar S., Sánchez García M.V. (1988): Fracciones. Madrid: Síntesis.
- *Los mejores recursos para trabajar las fracciones en primaria*. (2019, 25 marzo). Yo Soy Tu Profe. https://yosoytuprofe.20minutos.es/2019/03/25/los-mejores-recursos-para-trabajar-las-fracciones-en-primaria/
- Maia, L., Câmara, M. Câmara, P. (1991). Repensando a aprendizagem de frações: uma experiencia pedagógica. Recife-Brasil SPEC/PADCT/CAPES/ MEC.
- Martín, M. (2020, 26 junio). *Trabajando fracciones en primaria con materiales manipulativos*. Aprendiendo matemáticas.

https://aprendiendomatematicas.com/trabajando-fracciones-en-primaria-con-materiales-manipulativos/

- Martínez, C., & Lascano, M. (2001). *ACERCA DE DIFICULTADES PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LAS FRACCIONE*. Universidad de los Andes. http://funes.uniandes.edu.co/1127/
- Mata, L, y Porcel, E. (2006). Análisis de los errores cometidos en el algoritmo de la suma de fracciones por infresantes a la Facultas de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura (Fa.C.E.N.A).
- Mira, N. (2019, 12 noviembre). *El método matemático ABN inventado en España para aprender matemáticas que arrasa*. abc. https://www.abc.es/familia/educacion/abci-metodo-matematico-inventado-espana-para-aprender-matematicas-arrasa-201911082242_noticia.html?ref=https:%2F%2Fwww.google.com%2F
- Miró, Nuria (2012). EntusiasMAT hace reales las matemáticas. Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 80, pp. 85-90.
- Montero, J. M. (2011). El método de cálculo abierto basado en números (ABN) como alternativa de futuro respecto a los métodos tradicionales cerrados basados en cifras (CBC). Bordón, 63(4), 95-110.
- NAFARROAKO GOBERNUA. (2014, 15 septiembre). *NAFARROAKO FORU KOMUNITATEKO LEHEN HEZKUNTZAKO CURRICULUMA*. NAFARROAKO ALDIZKARI OFIZIALA. http://www.navarra.es/NR/rdonlyres/DC9FD764-A71A-4920-851D-24BB2C653B6F/0/F1410295_LehenHezkuntzako.pdf
- Nunes, T. y Bryant, P (1997). Crianças fazendo matemática. Artes Médicas, Porto Alegre. Brasil. Artes Médicas.
- Piaget, J. Inhelder, B y Szemiska, A (1960). The Child`s Conception of Geometry.New York, Estados Unidos: Harper & Torchbooks.
- Post, T., Cramer, K., Behr, M., Lesh, R. & Harel, G. (1993). Curriculum implications of research on the learning, teaching and assessing of rational number concepts. En T. P. Carpenter, E. Fennema & T. A. Romberg (Eds.), Rational numbers: An integration of research (pp. 327-361). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

- Prades, A. (2017, 12 abril). Barras de Singapur aplicadas a la suma de fracciones. Smartick. https://www.smartick.es/blog/matematicas/fracciones/barras-singapur-suma-de-fracciones/#comments
- Puig, L. y Cerdán, F. (1988). Problemas aritméticos escolares. Madrid: Síntesis.
- Quiroga, B. G., Coronado, A., & Quintana, L. M. (2011). Formación y desarrollo de competencias matemáticas: una perspectiva teórica en la didáctica de las matemáticas. Revista Educación y Pedagogía, (59), 159-175.
- Ríos García, Y. (2007). *Una ingeniería didáctica aplicada sobre fracciones*. redalyc.org. https://www.redalyc.org/pdf/737/73713207.pdf
- Salinas Orozco, D. (2013). *Estrategias didácticas para la enseñanza de las fracciones en el tercer ciclo de educación primaria*. UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL. http://digitalacademico.ajusco.upn.mx:8080/jspui/handle/123456789/12112
- Sánchez Díaz, M. (2016). *Introducir la fracción en el ámbito escolar a través de un material manipulativo como es el lego.* UNIVERSITAT JAUME I. http://repositori.uji.es/xmlui/bitstream/handle/10234/169200/TFG_2017_SanchezDiaz_Michael.pdf?sequence=1
- Socas, M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico.
- Socas, M. M. (2008). *Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. análisis desde el enfoque lógico semiótico*. Universidad de los Andes. http://funes.uniandes.edu.co/1247/1/Socas2008Dificultades_SEIEM_19.pdf
- Streefland, L. (1993). Fractions: A Realistic Approach. En T.P. Carpenter, E. Fennema, T.A. Romberg (eds), Rational Numbers. An Integration of Research. Nueva Yersey, Estados Unidos: University of Wisconsin Madison Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Uicab Ballote, G. R. (2009). Materiales tangibles. Su influencia en el proceso enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. uniandes.edu.co.

- Valdemoros, M. (2004). Lenguaje, fracciones y reparto. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa 7 (3), 235-256.
- Valdemoros, M. E., & Ruiz, E. F. (2008). *Reconocimiento de algunas dificultades en la práctica docente sobre la enseñanza de fracciones: estudio de caso*. Universidad de los Andes. http://funes.uniandes.edu.co/5015/
- Vamvakoussi, X., Van Dooren, W., & Verschaffel, L. (2012). Naturally biased? In search for reaction time evidence for a natural number bias in adults. The Journal of Mathematical Behavior, 31(3), 344-355.
- Vergnaud, G. (1983). Los niños, las matemáticas y la realidad: problemas de la enseñanza en la escuela primaria, México, Editorial Trillas.
- WhyPoint. (2016, 5 junio). *Aprende a sumar con ABN + Ejercicios resueltos* [Vídeo]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=MHFAQ_oGAOg&feature=emb_title

ERANSKINAK

1. Zatikiak behar ditugu: Fitxak.

a. Zenbaketarekin jarraitzen badute, horrelako galderak egin daitezke:
   i. Zergatik jarraitzen dugu berdin kontatzen azkeneko multzoa fitxa gutxiagoz osatuta baldin badago? Ez al da garrantzitsua multzo bakoitzean jartzen diren fitxa kopurua?
   ii. Multzo bakoitzean jartzen diren fitxa kopurua garrantzitsua dela ikusteko, 5 fitxako multzo oso bati puntuazio bat egokituko zaio (esaterako, 5 fitxako multzo bat = 3 puntu). Irakasleak 3 fitxako multzoa geldituko du eta ikasle bati 5 fitxako multzo oso bat emango dio. Gero, galdetuko du: txapelketa batean egongo bagina, bidezkoa izango zen biok puntuazio bera lortzea? Ez bada bidezkoa, 3 fitxako multzo bat erakustean zergatik jarraitu duzue kontatzen?
   iii. Fitxa kantitate ezberdinez osatutako multzoak modu berean ezin direla kontatu ulertzen dutenean, nola zenbatu eta nola adierazten ahal diren galdetuko zaie. Izan ere, 5 fitxako multzo osoak zenbaki osoen bidez adieraz daitezke, baina osorik ez dauden multzoak ez. Modu honetan, zatikiak erabiltzearen beharra sortzen da (beharretik sinbolora).

b. Zenbaketarekin jarraitzen ez badute, horrelako galderak egin daitezke:
   i. Zergatik ezin da modu berean kontatzen jarraitu?
   ii. Nola kontatu daiteke? Edo, nola adieraz daiteke orri zati bat? Modu honetan, zatikiak erabiltzearen beharra sortzen da (beharretik sinbolora).

c. Gerta daiteke ikasleek hamartarrekin erantzutea. Hori gertatuko balitz, multzoak hamartarrekin lotzeko zaila den modu batean egingo dira.

Behin zatikiak erabiltzeko beharra sortuta, neurri edo kantitate horiek adierazteko modua zein den azalduko zaie, hau da, zein sinbolo erabiliko den. Une honetan ez zaie oraindik terminoen izena aipatuko.

Irakaslea, multzo hori adierazteko modua, erreferentzia-kantitatearekin (5 fitxako multzo oso bat) alderatzea dela azalduko die. Ondoren, izendatzailea eta zenbakitzailea banatzen duen marra arbelean marrazten hasiko da (terminoen izenak esan gabe). Gero, marra horren azpian, multzo oso batean dauden fitxa kopurua idatziko dela azalduko du (kasu honetan, multzo oso batean 5 fitxa daude). Eta, marraren gainean, berriz, fitxa kopuru horretatik zenbat jarri diren (kasu honetan, 3). Beraz, zati hori adierazteko erabiliko den sinboloa 3/5 izango dela, eta esateko modua hiru bosten dela argituko du irakasleak. Aipatzekoa da, irakasleak garrantzi berezia emango diola fitxak berdinak izan behar dutela esateari.

d. Kontradibidea: Guzti hori azaldu ondoren, irakasleak kontradibide bat jarriko die ikasleei. Adibidez, fitxak laukidunak baldin baziren, hiruki forma duten fitxak ere sartuko ditu. Hala, forma ezberdina duten fitxak aurkituko dituzte haien arteko konparaketa ezinezkoa izanik. Gero, aurretik aipatu den dinamika bera jarraituko du. Modu honetan, ikasleak fitxak berdinak ez direnez zatikien bidez ezin direla adierazi ulertuko dute.

2. Zatikiak behar ditugu: Ibilbideak.

a. Zenbaketarekin jarraitzen badute, horrelako galderak egin daitezke:
   i. Zergatik jarraitzen dugu berdin kontatzen azkeneko ibilbidea laburragoa izan bada? Ez al da garrantzitsua ibilbide bakoitzean aurreratzen den distantzia?
   ii. Ibilbide bakoitzean aurreratzen den distantzia garrantzitsua dela ikusteko, pareta batetik kontrakora egiten den ibilbide oso bati puntuazio bat egokituko zaio (esaterako, ibilbide oso bat = 3 puntu). Irakaslea ibilbide osoaren laurdena egingo du eta ikasle

bati ibilbide osoa egitea eskatuko dio. Gero, galdetuko du: txapelketa batean egongo bagina, bidezkoa izango zen biok puntuazio bera lortzea? Ez bada bidezkoa, ez denean ibilbide osoa egin zergatik jarraitu duzue kontatzen?

iii. Distantzia ezberdineko ibilbideak modu berean ezin direla kontatu ulertzen dutenean, nola zenbatu eta nola adierazten ahal diren galdetuko zaie. Izan ere, ibilbide osoak zenbaki osoen bidez adieraz daitezke, baina osorik egiten ez diren ibilbideak ez. Modu honetan, zatikiak erabiltzearen beharra sortzen da (beharretik sinbolora).

b. Zenbaketarekin jarraitzen ez badute, horrelako galderak egin daitezke:
   i. Zergatik ezin da modu berean kontatzen jarraitu?
   ii. Nola kontatu daiteke? Edo, nola adieraz daiteke ibilbide zati bat? Modu honetan, zatikiak erabiltzearen beharra sortzen da (beharretik sinbolora).

c. Gerta daiteke ikasleek hamartarrekin erantzutea. Hori gertatuko balitz, ibilbidea hamartarrekin lotzeko zaila den modu batean egingo da.

Behin zatikiak erabiltzeko beharra sortuta, neurri edo kantitate horiek adierazteko modua zein den azalduko zaie, hau da, zein sinbolo erabiliko den. Une honetan ez zaie oraindik terminoen izena aipatuko.

Irakaslea, ibilbide zati hori adierazteko modua, erreferentzia-kantitatearekin (pareta batetik kontrakora egiten den ibilbidea) alderatzea dela azalduko die. Ondoren, izendatzailea eta zenbakitzailea banatzen duen marra arbelean marrazten hasiko da (terminoen izenak esan gabe). Gero, marra horren azpian, ibilbidea osoa egiteko eman ditugun pauso kopurua idatziko dela azalduko du (kasu honetan, 12). Eta, marraren gainean, berriz, pauso kopuru horretatik zenbat eman diren ibilbide laburragoa egin denean (kasu honetan, 3). Beraz, zati hori adierazteko erabiliko den sinboloa 3/12 izango dela, eta esateko modua hiru hamabiren dela argituko du irakasleak. Aipatzekoa da, irakasleak garrantzi berezia emango diola pausoak berdinak izan behar dutela esateari.

d. Kontradibidea: Guzti hori azaldu ondoren, irakasleak kontradibide bat jarriko die ikasleei. Adibidez, distantzia ezberdineko pausoak emango ditu. Gero, aurretik aipatu den dinamika bera jarraituko du. Modu honetan, ikasleak pausoak berdinak ez direnez zatikien bidez ezin direla adierazi ulertuko dute.

3. Zatikien terminoen esanahia: Orriak.

- ORRIAK
    - Irakasleak orri bat bi zati berdinetan zatituko du eta ikasleei horietako bat erakutsiko die. Ondoren, galderak egingo dizkie:
        - Gogoratzen zarete nola adierazten genuen horrelako zati bat?
        - Zer idazten genuen lehenengo? *Izendatzailea eta zenbakitzailea bereizten dituen marra.*
        - Marraren azpian zer idatzi beharko genuke? Zenbat zatitan zatitu da orria?
        - Zer baldintza bete behar zuten zati horiek? *Neurri berekoak izan behar dute.*
        - Marraren gainean zer idatzi beharko genuke? Zenbat zati erakutsi zaizkizue?
    - Irakasleak aurreko zatiak beste hiru zati berdinetan zatituko ditu. Orria, beraz, 6 zati berdinetan zatituta geldituko da. Eta, ikasleei horietako 4 erakutsiko dizkie. Ondoren, galderak egingo dizkie:
        - Nola adieraziko genuke beste egoera hau?
        - Marraren azpian zer idatzi beharko genuke? Zenbat zatitan zatitu da orria?
        - Zer baldintza bete behar zuten zati horiek? *Neurri berekoak izan behar dute.*
        - Marraren gainean zer idatzi beharko genuke? Zenbat zati erakutsi zaizkizue?

- Kontradibidea: Irakasleak beste orri bat hartuko du, 4 zati ezberdinetan moztuko du eta ikasleei horietako 2 erakutsiko dizkie. Ondoren, galderak egingo dizkie:
    - Nola adieraziko genuke beste egoera hau?
    - Marraren azpian zer idatzi beharko genuke? Zenbat zatitan zatitu da orria?
    - Zer baldintza bete behar zuten zati horiek? *Neurri berekoak izan behar dute.*
    - Adibide hau zatikiekin adieraz daiteke?

4. Zatikien terminoen esanahia: Jauziak.

- Puntu jakin batean mantenduz, irakasleak buelta oso bat emango du 4 jauziren bitartez. Jauzi bakoitzean distantzia bera biratuko du. Lau jauzi horiek buelta baten baliokideak direla esango die ikasleei. Gero, jauzi bakarra emango du. Ondoren, galderak egingo dizkie:
    - Nola adieraziko genuke beste egoera hau?
    - Marraren azpian zer idatzi beharko genuke? Zenbat jauzi eman behar dira buelta bat emateko?
    - Zer baldintza bete behar dute jauzi horiek? *Jauzi bakoitzarekin aurreratzen den distantzia berdina izan behar du.*
    - Marraren gainean zer idatzi beharko genuke? Zenbat jauzi eman dira?
- Puntu jakin batean mantenduz, irakasleak buelta oso bat emango du 2 jauziren bitartez. Jauzi bakoitzean distantzia bera biratuko du. Bi jauzi horiek buelta baten baliokideak direla esango die ikasleei. Gero, jauzi bakarra emango du. Ondoren, galderak egingo dizkie:
    - Nola adieraziko genuke beste egoera hau?
    - Marraren azpian zer idatzi beharko genuke? Zenbat jauzi eman behar dira buelta bat emateko?
    - Zer baldintza bete behar dute jauzi horiek? *Jauzi bakoitzarekin aurreratzen den distantzia berdina izan behar du.*

    - Marraren gainean zer idatzi beharko genuke? Zenbat jauzi eman dira?
- Kontradibidea: Puntu jakin batean mantenduz, irakasleak buelta oso bat emango du 3 jauziren bitartez. Kasu honetan, jauzi bakoitzean distantzia ezberdina biratuko du. Hiru jauzi horiek buelta baten baliokideak direla esango die ikasleei. Gero, jauzi bakarra emango du. Ondoren, galderak egingo dizkie:
    - Nola adieraziko genuke beste egoera hau?
    - Marraren azpian zer idatzi beharko genuke? Zenbat jauzi eman behar dira buelta bat emateko?
    - Zer baldintza bete behar dute jauzi horiek? *Jauzi bakoitzarekin aurreratzen den distantzia berdina izan behar du.*
    - Adibide hau zatikiekin adieraz daiteke?

5. Zatikien terminoen esanahia: Fitxak.

- Irakasleak, 12 fitxa berdin jarriko ditu mahaiaren gainean eta 6 multzo berdinetan banatuko ditu (2 fitxa multzo bakoitzeko). Gero, 5 talde bereiziko ditu. Ondoren, galderak egingo dizkie:
    - Nola adieraziko genuke beste egoera hau?
    - Marraren azpian zer idatzi beharko genuke? Zenbat multzotan banatu ditugu fitxak?
    - Zer baldintza bete behar dute multzo horiek? *Multzo bakoitzean fitxa kopuru bera egon behar du.*
    - Marraren gainean zer idatzi beharko genuke? Zenbat multzo bereizi dira?
- Irakasleak, aurreko 12 fitxa horiek 3 multzo berdinetan banatuko ditu (4 fitxa multzo bakoitzeko. Gero, 2 multzo bereiziko ditu. Ondoren, galderak egingo dizkie:
    - Nola adieraziko genuke beste egoera hau?

- Marraren azpian zer idatzi beharko genuke? Zenbat multzotan banatu ditugu fitxak?
- Zer baldintza bete behar dute multzo horiek? *Multzo bakoitzean fitxa kopuru bera egon behar du.*
- Marraren gainean zer idatzi beharko genuke? Zenbat multzo bereizi dira?

- Irakasleak, aurreko 12 fitxa horiek 5 multzo ezberdinetan banatuko ditu (4 fitxako 3 multzo, 2 fitxako multzo bat eta fitxa bakarreko beste bat). Gero, berdinak diren 3 multzoak bereiziko ditu. Ondoren, galderak egingo dizkie:
  - Nola adieraziko genuke beste egoera hau?
  - Marraren azpian zer idatzi beharko genuke? Zenbat multzotan banatu ditugu fitxak?
  - Zer baldintza bete behar dute multzo horiek? *Multzo bakoitzean fitxa kopuru bera egon behar du.*
  - Adibide hau zatikiekin adieraz daiteke?

6. Ulertu ditugun terminoei izena jarri: Txaloak 1.

- Irakasleak 8 txalo emango ditu ikasleak zenbatzen joaten diren heinean. 8 txalo horiek multzo bat osatzen dutela azalduko die. Gero 2 txalo bakarrik emango ditu. Ondoren, galderak egingo dizkie eta erantzuten joaten diren heinean, terminoen izenak esango ditu:
  - Nola adieraz daitezke 8 txaloetatik eman ditudan 2 txalo horiek zatiki baten bitartez?
  - Zer idazten genuen lehenengo? *Izendatzailea eta zenbakitzailea bereizten dituen marra.*
  - Zenbat txalo eman dira hasieran? *Hasieran ematen diren txalo kopuruari, hasieran ematen diren txalo multzo kopuruari edo hasieran hartzen diren fitxa kopuruari, hasieran hartzen diren fitxa multzo kopuruari (aurretik egin diren jarduerei erreferentzia*

eginez) edo hasieran hartzen den orri kopuruari edo marrazten diren irudi kopuruari … Erreferentzia-kopurua deitzen zaio.

- Marraren azpian zer idatzi beharko genuke? Zenbat txalo ditu multzo bakoitzak? *Marraren azpian idazten duzuen zenbaki horri izendatzaile deitzen zaio.*
- Zer baldintza bete behar zuten txalo horiek? *Txaloak berdinak izan behar dute.*
- Zenbat txalo eman dira ondoren? *Erreferentzia-kopurua eta gero ematen diren txalo kopuruari, txalo multzo kopuruari edo bereizten diren fitxa kopuruari, fitxa multzo kopuruari edo erakusten zaizuen orri zati kopuruari edo margotzen diren zati kopuruari … Emaitzazko kopurua deitzen zaio.*
- Marraren gainean zer idatzi beharko genuke? Multzo osoarekin alderatuz, zenbat txalo eman dira? *Marraren gainean idazten duzuen zenbaki horri zenbakitzaile deitzen zaio.*
- *Zatikia: 2/8*

7. Ulertu ditugun terminoei izena jarri: Txaloak 2.

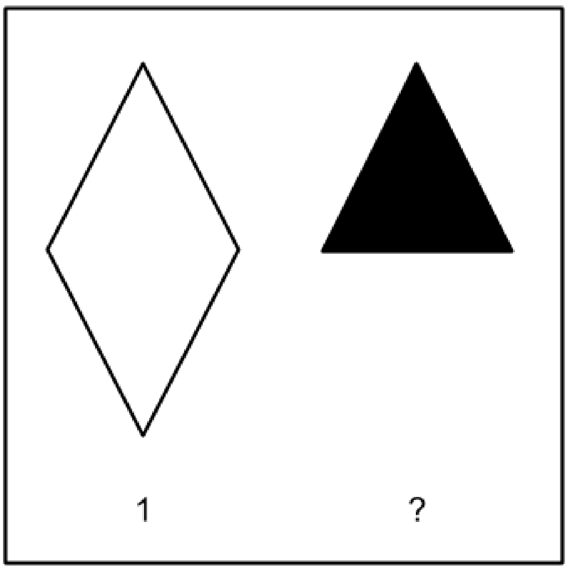
- Irakasleak, orain, txaloak multzoetan banatuko dituela azalduko die ikasleei. 8 txalo emango ditu 4 multzotan multzokatuz (2 txalo multzo bakoitzeko). Multzoak bereizteko eskuak gerrira eramango ditu. Gero 2 txalo bakarrik emango ditu. Ondoren, galderak egingo dizkie eta erantzuten joaten diren heinean, terminoen izenak esango ditu:
  - Nola adieraz daitezke 2 txalo horiek zatiki baten bitartez?
  - Zer idazten genuen lehenengo? *Izendatzailea eta zenbakitzailea bereizten dituen marra.*
  - Zenbat txalo multzo eman dira hasieran? *Hasieran ematen diren txalo kopuruari, hasieran ematen diren txalo multzo kopuruari edo hasieran hartzen diren fitxa kopuruari, hasieran hartzen diren fitxa multzo kopuruari (aurretik egin diren jarduerei erreferentzia*

eginez) edo hasieran hartzen den orri kopuruari edo marrazten diren irudi kopuruari … Erreferentzia-kopurua deitzen zaio.

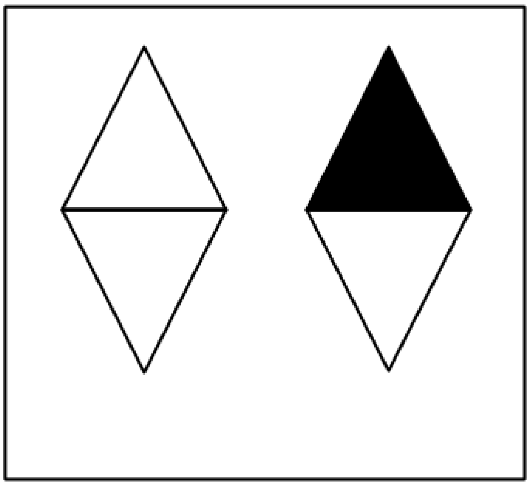
- Marraren azpian zer idatzi beharko genuke? Zenbat txalo multzo eman dira osotara? *Marraren azpian idazten duzuen zenbaki horri izendatzaile deitzen zaio.*
- Zer baldintza bete behar zuten txalo horiek? *Txaloak berdinak izan behar dute.*
- Zenbat txalo eman dira ondoren? *Erreferentzia-kopurua eta gero ematen diren txalo kopuruari, txalo multzo kopuruari edo bereizten diren fitxa kopuruari, fitxa multzo kopuruari edo erakusten zaizuen orri zati kopuruari edo margotzen diren zati kopuruari … Emaitzazko kopurua deitzen zaio.*
- Marraren gainean zer idatzi beharko genuke? Multzo guztiekin alderatuz, zenbat txalo multzo eman dira? *Marraren gainean idazten duzuen zenbaki horri zenbakitzaile deitzen zaio.*
- *Zatikia: 1/4*

8. Ulertu ditugun terminoei izena jarri: Marrazkiak 1.

- Irakasleak jarraian agertzen diren marrazkiak egingo ditu arbelean. Ondoren, galderak egingo dizkie eta erantzuten joaten diren heinean, terminoen izenak esango ditu:



- Nola adieraz daiteke 1 irudiaren zati hori (?) zatiki baten bitartez?
- Zer idazten genuen lehenengo? *Izendatzailea eta zenbakitzailea bereizten dituen marra.*
- Zenbat erronbo marraztu dira hasieran? *Hasieran ematen diren txalo kopuruari, hasieran ematen diren txalo multzo kopuruari edo hasieran hartzen diren fitxa kopuruari, hasieran hartzen diren fitxa multzo kopuruari (aurretik egin diren jarduerei erreferentzia eginez) edo hasieran hartzen den orri kopuruari edo marrazten diren irudi kopuruari… Erreferentzia-kopurua deitzen zaio.*
- Marraren azpian zer idatzi beharko genuke? Zenbat zatitan zatitu da irudia? *Kasu honetan, bi irudiak edo bi marrazkiak konparatu ahal izateko, 1 irudia zati berdinetan zatitu behar dela azalduko zaie ikasleei. Gainera, oso garrantzitsua da argitzea, zatitzeko marraztuko ditugun lerroak irudimenezkoak izango direla.*

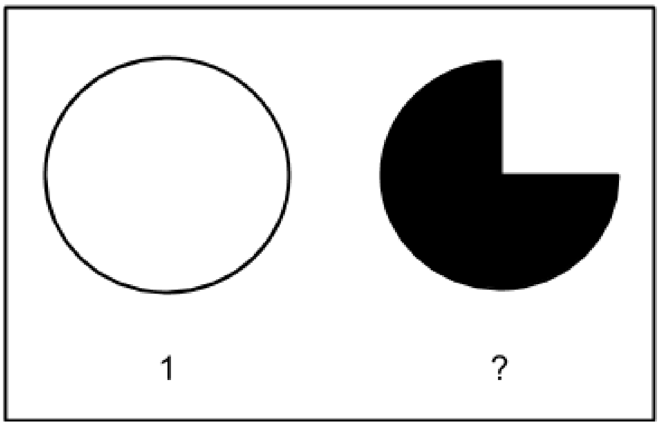


- *Marraren azpian idazten duzuen zenbaki horri izendatzaile deitzen zaio.*
- Zer baldintza bete behar zuten zati horiek? *Zatiak berdinak izan behar dute.*
- Zenbat zati margotu dira ondoren? *Erreferentzia-kopurua eta gero ematen diren txalo kopuruari, txalo multzo kopuruari edo bereizten diren fitxa kopuruari, fitxa multzo kopuruari edo erakusten zaizuen orri zati kopuruari edo margotzen diren zati kopuruari… Emaitzazko kopurua deitzen zaio.*

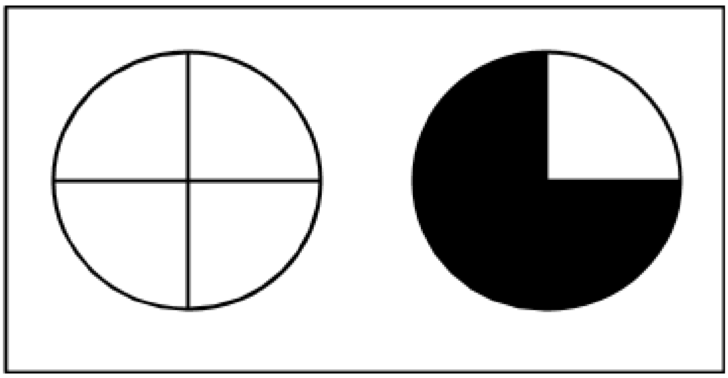
- Marraren gainean zer idatzi beharko genuke? Zenbat zati marraztu dira? *Marraren gainean idazten duzuen zenbaki horri zenbakitzaile deitzen zaio.*

9. Ulertu diren terminoei izena jarri: Marrazkiak 2

- Irakasleak jarraian agertzen diren marrazkiak egingo ditu arbelean. Ondoren, galderak egingo dizkie eta erantzuten joaten diren heinean, terminoen izenak esango ditu:



  - Nola adieraz daiteke 1 irudiaren zati hori (?) zatiki baten bitartez?
  - Zer idazten genuen lehenengo? *Izendatzailea eta zenbakitzailea bereizten dituen marra.*
  - Marraren azpian zer idatzi beharko genuke? Zenbat zatitan zatitu da irudia? *Kasu honetan, bi irudiak edo bi marrazkiak konparatu ahal izateko, 1 irudia zati berdinetan zatitu behar dela azalduko zaie ikasleei. Gainera, oso garrantzitsua da argitzea, zatitzeko marraztuko ditugun lerroak irudimenezkoak izango direla.*



- *Marraren azpian idazten duzuen zenbaki horri izendatzaile deitzen zaio.*
- Zer baldintza bete behar zuten zati horiek? *Zatiak berdinak izan behar dute.*
- Marraren gainean zer idatzi beharko genuke? Zenbat zati marraztu dira? *Marraren gainean idazten duzuen zenbaki horri zenbakitzaile deitzen zaio.*

10. Terminoak erabili: Txaloak

- Irakasleak 20 txalo emango ditu 10 multzotan banatuz (2 txalo multzo bakoitzeko). Gero, 6 txalo multzo emango ditu, hau da 12 txalo.
- Irakasleak 20 txalo emango ditu 5 multzotan banatuz (4 txalo multzo bakoitzeko). Gero, 3 txalo multzo emango ditu, hau da 12 txalo.
- Irakasleak 20 txalo emango ditu 2 multzotan banatuz (10 txalo multzo bakoitzeko). Gero, txalo multzo bat bakarrik emango du, hau da 10 txalo.

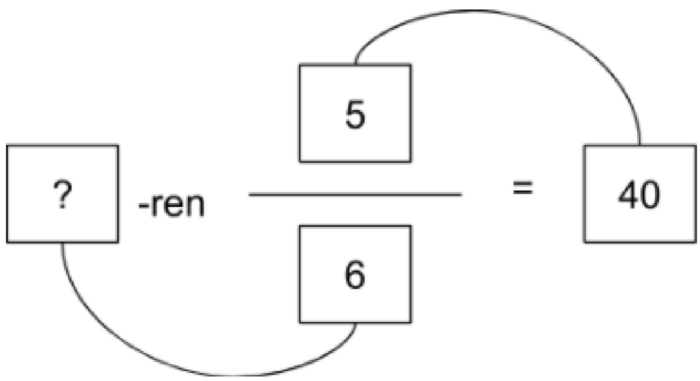
- TXALOAK: Oraingoan, irakasleak zatikia idatziko du eta erreferentzia-kopurua irudikatuta, ikasleei emaitzazko kopurua adieraztea eskatuko die.
  - Irakasleak 1/3 idatziko du arbelean eta ikasleei zatiki hori 3 txaloren bitartez adierazteko eskatuko die. Ikasleek beraz, lehenengo 3 txalo eman beharko dituzte, eta gero, 1 bakarrik. Ondoren, irakasleak 6 txaloren bitartez egiteko eskatuko die eta azkenik, 9 txaloren bitartez.
  - Irakasleak 2/7 idatziko du arbelean eta ikasleei zatiki hori 7 txaloren bitartez adierazteko eskatuko die. Gero, 14 txaloren bitartez eta azkenik, 21 txaloren bitartez.
  - Irakasleak 3/6 idatziko du arbelean eta ikasleei zatiki hori 6 txaloren bitartez adierazteko eskatuko die. Gero, 12 txaloren bitartez eta azkenik, 18 txaloren bitartez.

11. Terminoak erabili: orriak:

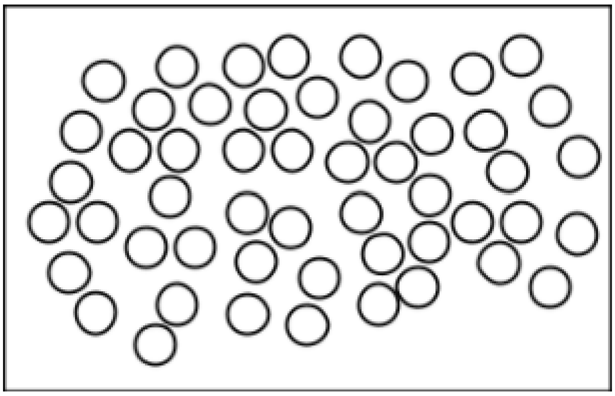
- Irakasleak orri arrunt (A4) bat erautsiko die. Gero, orri horren laurdena erakutsiko die. Ikasleek, beraz 1/4 zatikia idatzi beharko dute.
- Irakasleak A3 tamainako orri bat erakutsiko die. Gero, orri arrunt (A4) baten laurdena erakutsiko die.
- Irakasleak A2 tamainako orri bat erakutsiko die. Gero, orri arrunt (A4) baten laurdena erakutsiko die.
- Irakasleak A1 tamainako orri bat erakutsiko die. Gero, orri arrunt (A4) baten laurdena erakutsiko die.
- Irakasleak A5 tamainako orri bat erakutsiko die. Gero, orri arrunt (A4) baten laurdena erakutsiko die.
- Irakasleak A6 tamainako orri bat erakutsiko die. Gero, orri arrunt (A4) baten laurdena erakutsiko die.

12. Kopuru baten zatikia 1

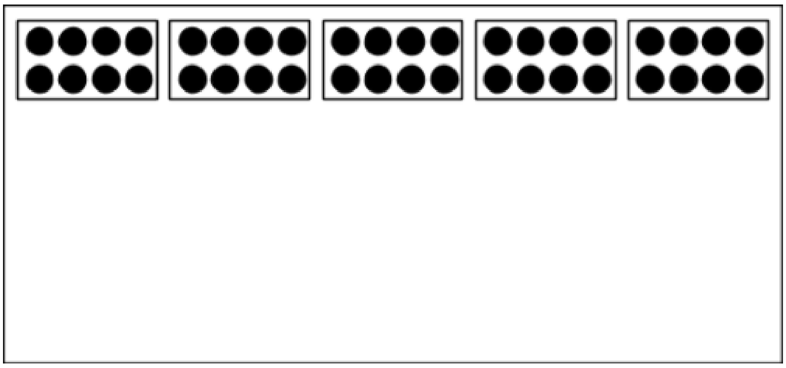
2. Erreferentzia-kopurua faltan egotea. Adibidez:



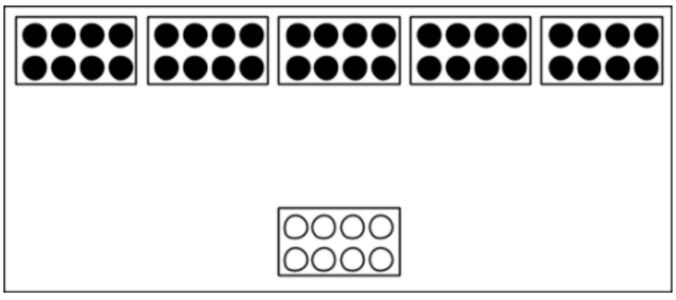
Lehenengo eredu hau, denon artean eta irakaslearen laguntzaz egingo dute. Kasu honetan, emaitzazko kopuruari erreparatzea eta 40 fitxa hartzea izango zen lehenengo pausoa.



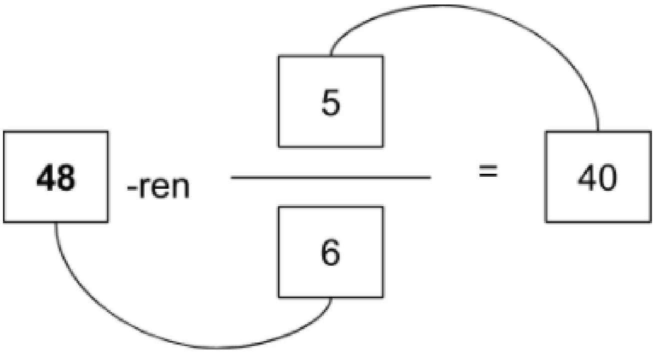
Gero, zenbakitzailea zer adierazten duen ikusi beharko zen eta emaitzazko kopurua (40) bost multzotan banatuta dagoela ikusi. Hau da, ikasleek 40 fitxa horiekin 8 fitxaz osatutako 5 multzo egin beharko zituzten (40:5=8) eta mahaiaren goiko erdian kokatu. Multzoak, klarionaz marraztutako laukitxoen barruan egongo dira.



Azkenik, izendatzailea adierazten duenari begiratu eta egindako 5 multzo horiek 6 multzo izateko falta diren multzoak sortu beharko zituzten ikasleek, mahaiaren meheko erdian kokatuz. Hau da, aurretik ondorioztatu den moduan multzoak 8 fitxaz osatuak egon behar dute. Zenbakitzailea osotara dauden multzo kopurua adierazten duenez, fitxa kopuru hori bider 6 eginez gero, osotara mahaian egon beharko zuten fitxa kopurua lortuko da (8x6=48). Multzoak, klarionaz marraztutako laukitxoen barruan egongo dira.



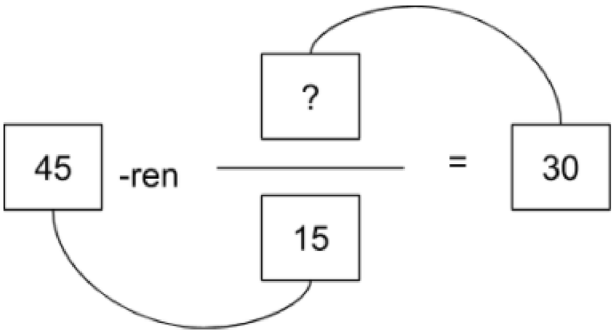
Gauzak horrela, eskema osatu ahalko zuten. Osotara 8 fitxako 6 multzo izanik, erreferentzia-kopurua 48 izango zen (8x6=48).



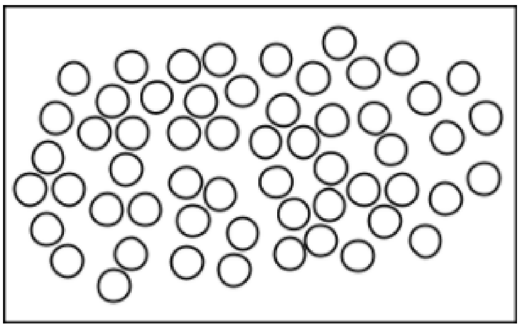
Irakaslearekin batera egindako adibide honen ondoren, beste zenbait ariketa egingo dituzte. Hasieran denak elkarrekin eta pixkanaka taldeak murriztuz, banaka lan egiten bukatu arte.

Aurretik aipatu den moduan, testu liburuetan azaltzen den formularekin, kasu hau ezingo zen ebatzi.

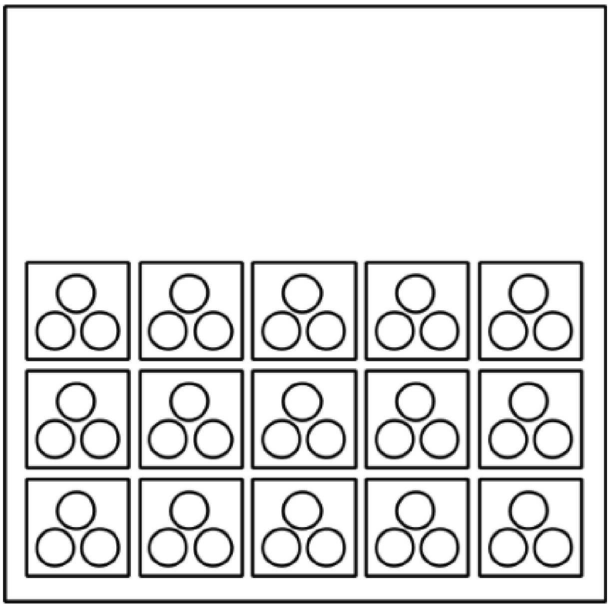
3. Zenbakitzailea faltan egotea. Adibidez:



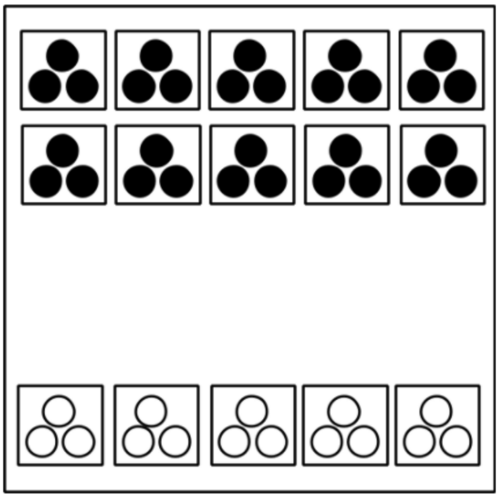
Lehenengo eredu hau, denon artean eta irakaslearen laguntzaz egingo dute. Kasu honetan, erreferentzia-kopuruari erreparatzea eta 45 fitxa hartzea izango zen lehenengo pausoa.



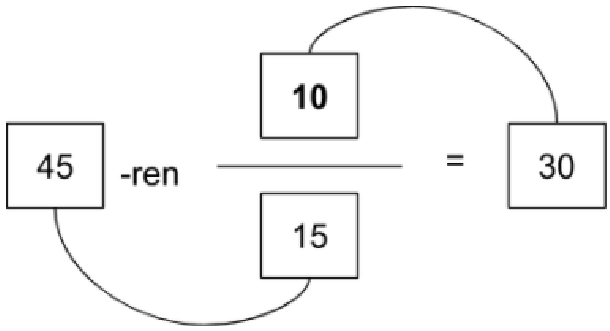
Gero, izendatzailea zer adierazten duen ikusi beharko zen eta erreferentzia-kopurua (45) 15 multzotan banatuta dagoela ikusi. Hau da, ikasleek 45 fitxa horiekin 3 fitxaz osatutako 15 multzo egin beharko zituzten (45:15=3) eta mahaiaren beheko erdian kokatu. Multzoak, klarionaz marraztutako laukitxoen barruan egongo dira.



Azkenik, emaitzazko kopuruari begiratu eta aurretik egindako multzoetatik hamar hartu beharko zituzten ikasleek, mahaiaren goiko erdian kokatuz. Hau da, aurretik ondorioztatu den moduan multzoak 3 fitxaz osatuak egon behar dute. Emaitzazko kopurua guztira dauden fitxa kopurutik zenbat hartu diren adierazten duenez, fitxa kopuru hori zati 3 eginez gero, osotara hartu beharko zuten fitxa kopurua lortuko da (30:3=10).Multzoak, klarionaz marraztutako laukitxoen barruan egongo dira.



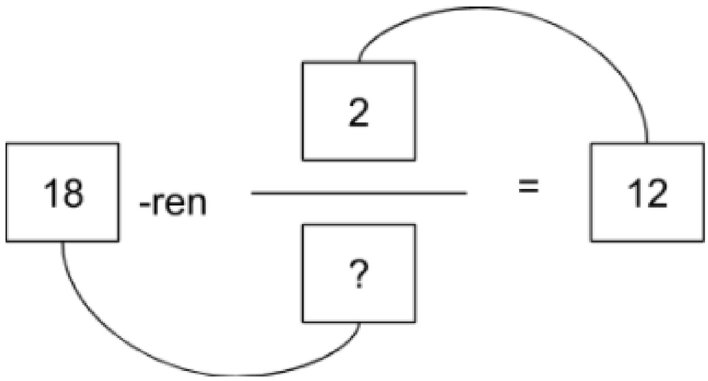
Gauzak horrela, eskema osatu ahalko zuten. Zenbakitzailean 10 multzo izanik.



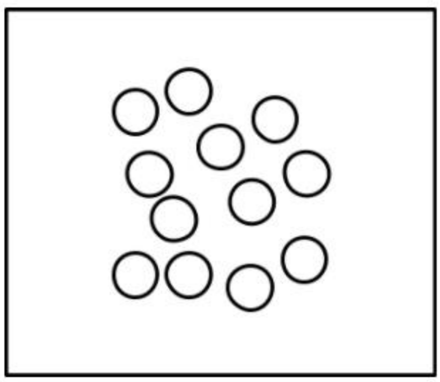
Irakaslearekin batera egindako adibide honen ondoren, beste zenbait ariketa egingo dituzte. Hasieran denak elkarrekin eta pixkanaka taldeak murriztuz, banaka lan egiten bukatu arte.

Aurretik aipatu den moduan, testu liburuetan azaltzen den formularekin, kasu hau ezingo zen ebatzi.

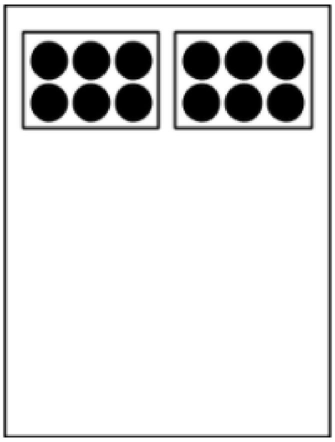
4. Izendatzailea faltan egotea. Adibidez:



Lehenengo eredu hau, denon artean eta irakaslearen laguntzaz egingo dute. Kasu honetan, emaitzazko kopuruari erreparatzea eta 12 fitxa hartzea izango zen lehenengo pausoa.

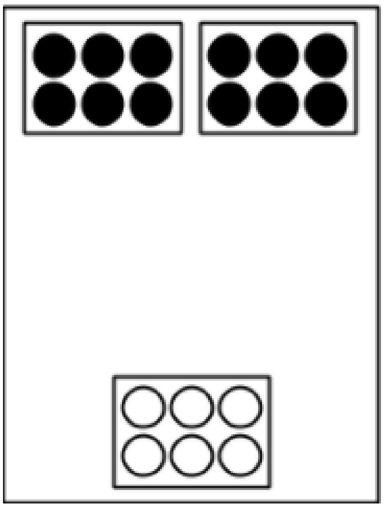


Gero, zenbakitzailea zer adierazten duen ikusi beharko zen eta emaitzazko kopurua (12) 2 multzotan banatuta dagoela ikusi. Hau da, ikasleek 12 fitxa horiekin 6 fitxaz osatutako 2 multzo egin beharko zituzten (12:2=6) eta mahaiaren goiko erdian kokatu. Multzoak, klarionaz marraztutako laukitxoen barruan egongo dira.



Azkenik, erreferentzia-kopuruari begiratu eta aurretik egindako multzo berdinak osatu beharko zituzten ikasleek, mahaian osotara 18 fitxa izan arte. Multzoak, banan-banan sortzea esango zaie. Hau da, aurretik ondorioztatu den moduan multzoak 6 fitxaz osatuak egon behar dute. Erreferentzia kopurua osotara dauden fitxa kopurua adierazten duenez, kopuru hori zati 6 eginez gero, osotara egon beharko zuten multzo kopurua lortuko da.

Gauzak horrela, eskema osatu ahalko zuten. Osotara 6 fitxaz osatutako 3 multzo izanik.



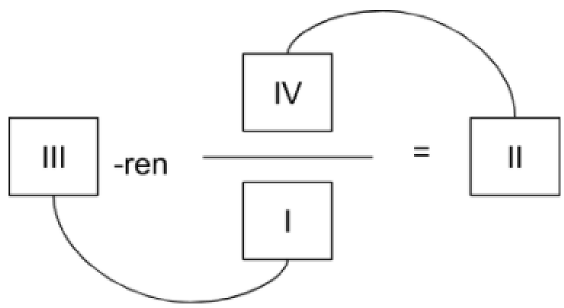
Irakaslearekin batera egindako adibide honen ondoren, beste zenbait ariketa egingo dituzte. Hasieran denak elkarrekin eta pixkanaka taldeak murriztuz, banaka lan egiten bukatu arte.

Aurretik aipatu den moduan, testu liburuetan azaltzen den formularekin, kasu hau ezingo zen ebatzi.

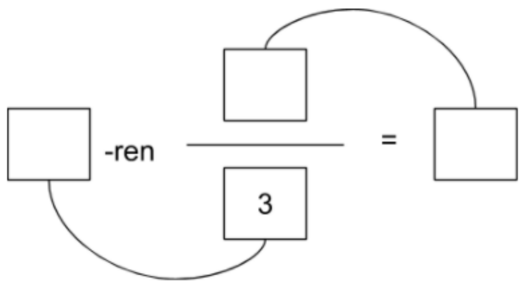
13. Kopuru baten zatikia 2

LEHENENGO IZENDATZAILEA IDAZTEA

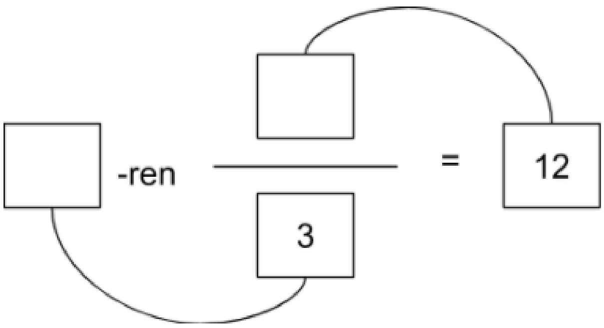
- 1. AUKERA: Eskema betetzen joateko ordea: izendatzailea, emaitzazko kopurua, erreferentzia-kopurua eta zenbakitzailea.

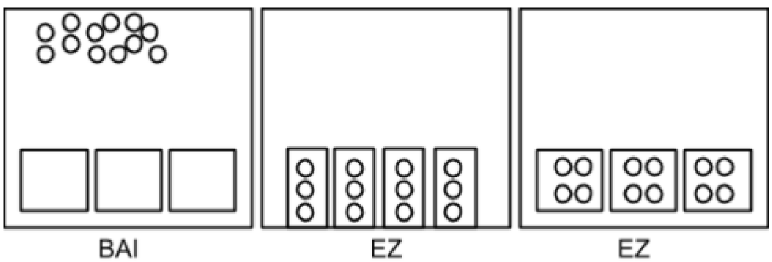


I. Irakaslea izendatzailea idazten hasiko da. Ikasleek, beraz, idatzitako multzo kopurua marraztu beharko dute mahaian (klariona batekin, multzo bakoitzeko laukitxo bat marraztuko dute mahaiaren beheko erdian). Ohikoa izaten da idatzitako multzo kopurua marraztu beharrean fitxa kopuru hori hartzea. Adibidez:

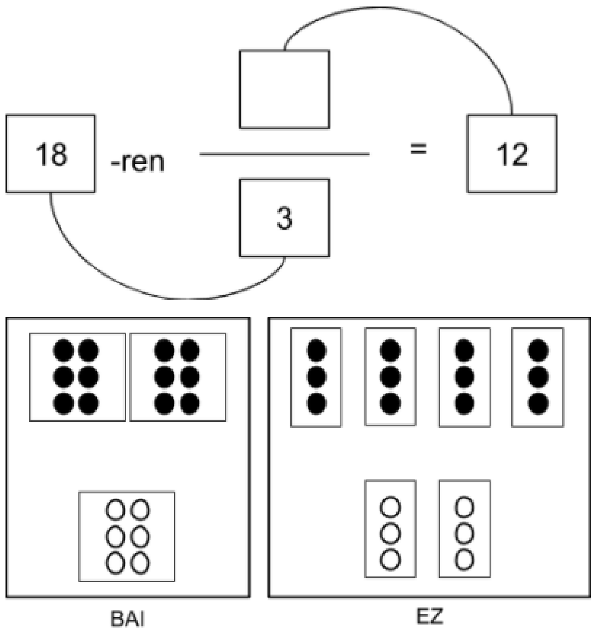


II. Bigarrenik, emaitzazko kopurua idatziko du. Ikasleek, beraz, idatzitako fitxa kopurua hartu eta mahaiaren goiko erdian kokatu beharko dituzte. Ohikoa izaten da, emaitzazko kopurua izendatzailearekin lotzea, eta bi akats egitea: emaitzazko kopurua adierazten duen fitxa kopuruarekin izendatzaileak adierazten duen kopurua duten multzoak osatzea edo emaitzazko kopurua adierazten duen fitxa kopuruarekin izendatzaileak adierazten duen multzo kopurua egitea. Gainera kasu honetan, erlazio okerra egiten dute zenbakitzailea erreferentzia-kopuruarekin lotzerakoan. Adibidez:

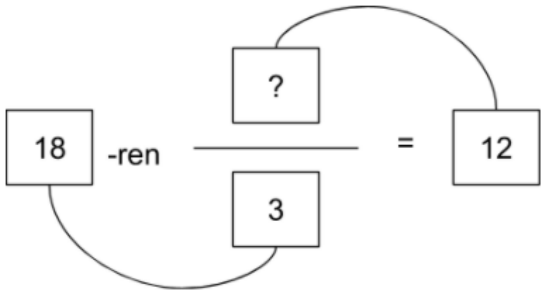


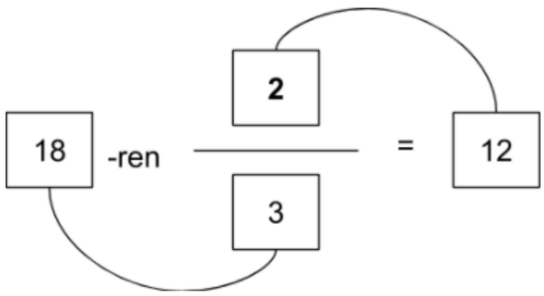


III. Hirugarrenik, erreferentzia-kopurua idatziko du irakasleak. Ikasleek, orduan, osotara dauden fitxa kopurua ezagutuko du. Beraz, multzo bakoitzeko zenbat fitxa dauden ondorioztatu ahalko du. Ohikoa da, izendatzaileak ematen duen informazioa nahastea eta, osotara dauden multzo kopurua adierazten duela ulertu beharrean, multzo bakoitzeko dauden fitxa kopurua adierazten duela ustea. Adibidez:

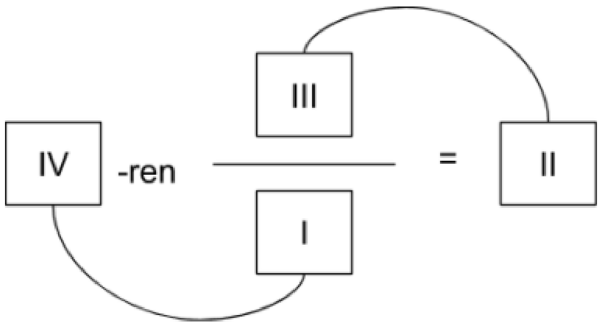


IV. Azkenik, irakasleak eskema osatzea eskatuko die ikasleei, puntu honetan proposatu den lehenengo ariketa motan egiten zuten modu berean. Adibidez:

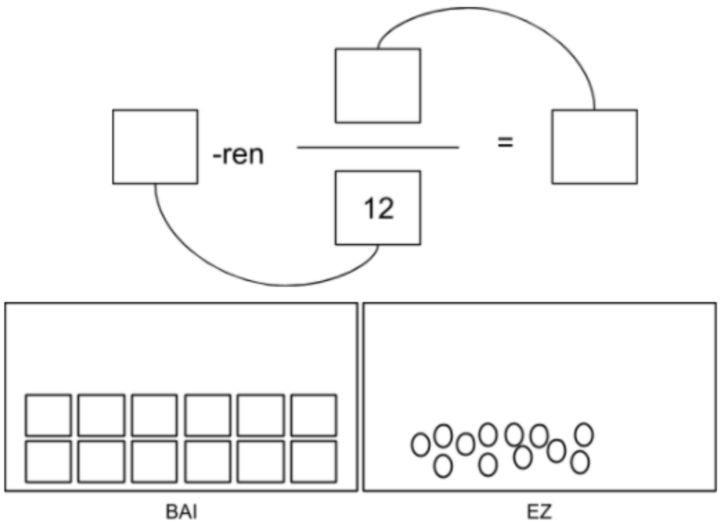




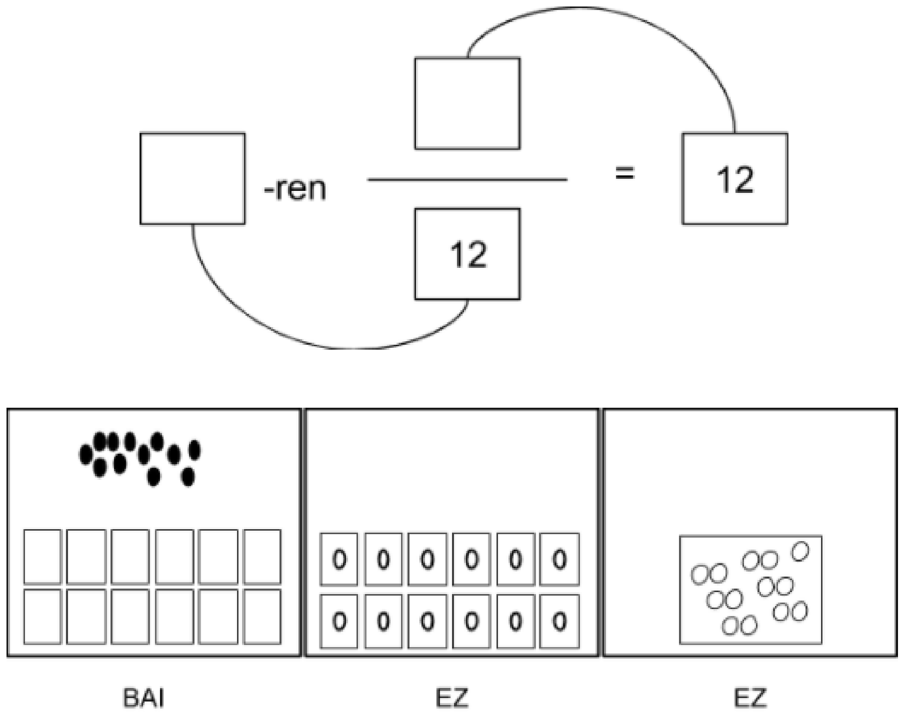
- 2. AUKERA: Eskema betetzen joateko ordea: izendatzailea, emaitzazko kopurua, zenbakitzailea eta erreferentzia-kopurua.



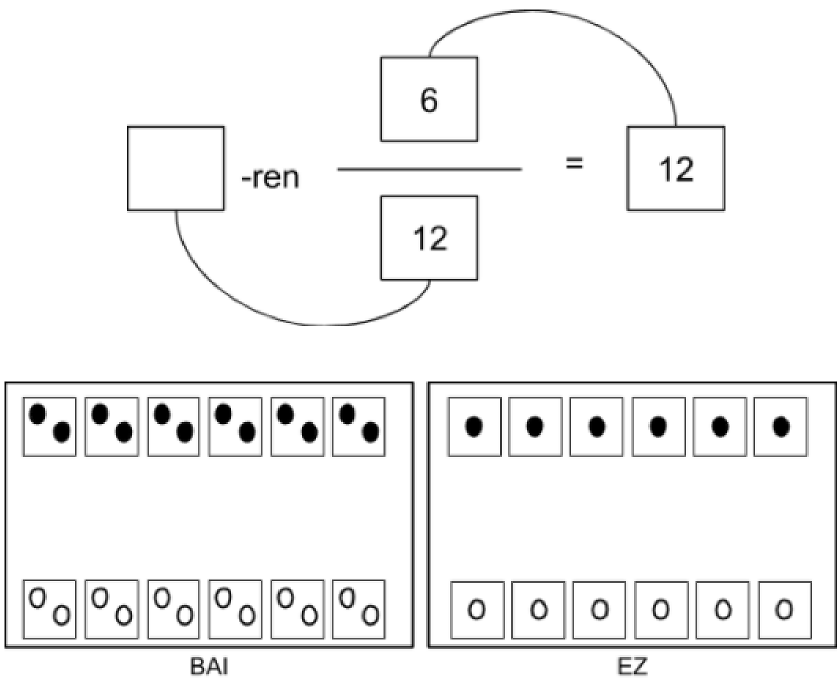
I. Irakaslea izendatzailea idazten hasiko da. Ikasleek, beraz, idatzitako multzo kopurua marraztu beharko dute mahaian (klariona batekin, multzo bakoitzeko laukitxo bat marraztuko dute mahaiaren beheko erdian). Ohikoa izaten da idatzitako multzo kopurua marraztu beharrean fitxa kopuru hori hartzea. Adibidez:



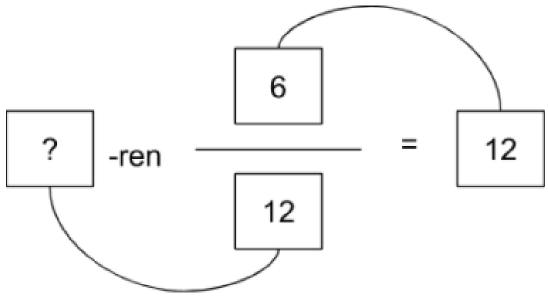
II. Bigarrenik, emaitzazko kopurua idatziko du. Ikasleek, beraz, idatzitako fitxa kopurua hartu eta mahaiaren goiko erdian kokatu beharko dituzte. Ohikoa izaten da, emaitzazko kopurua izendatzailearekin lotzea, eta bi akats egitea: emaitzazko kopurua adierazten duen fitxa kopuruarekin, izendatzaileak adierazten duen kopurua duten multzoak osatzea edo emaitzazko kopurua adierazten duen fitxa kopuruarekin, izendatzaileak adierazten duen multzo kopurua egitea. Gainera, erlazio okerra egiten dute izendatzailea emaitzazko kopuruarekin lotzean. Adibidez:

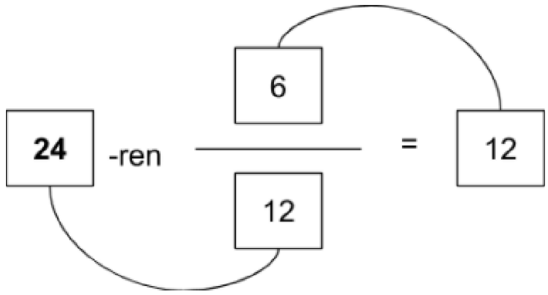


III. Hirugarrenik, zenbakitzailea idatziko du irakasleak. Ikasleek, orduan, emaitzazko kopurua zenbat multzotan egon behar duten ezagutuko dute. Beraz, multzo bakoitzeko zenbat fitxa dauden eta osotara zenbat fitxa dauden ondorioztatu ahalko du. Ohikoa da, emaitzazko kopuruaren esanahiarekin nahastea eta erreferentzia-kopurua bezala interpretatzea. Adibidez:

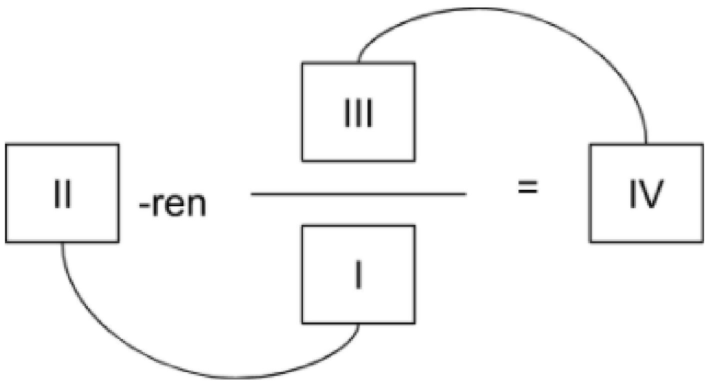


IV. Azkenik, irakasleak eskema osatzea eskatuko die ikasleei, puntu honetan proposatu den lehenengo ariketa motan egiten zuten modu berean. Adibidez:

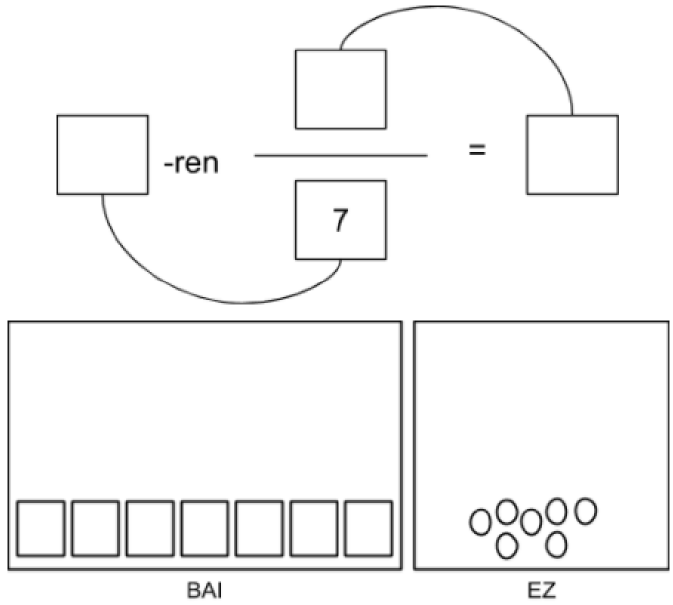




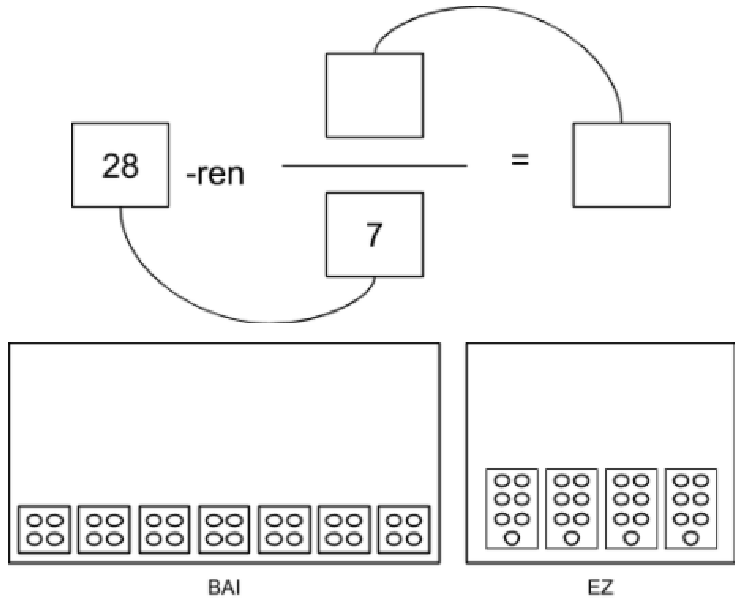
- 3. AUKERA: Eskema betetzen joateko ordea: izendatzailea, erreferentzia-kopurua, zenbakitzailea eta emaitzazko kopurua.



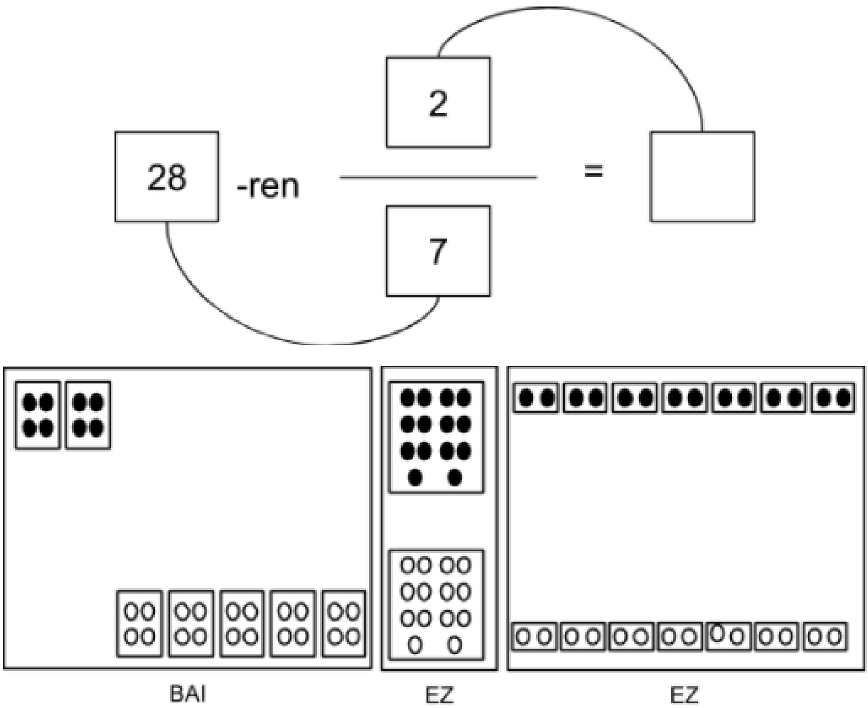
I. Irakaslea izendatzailea idazten hasiko da. Ikasleek, beraz, idatzitako multzo kopurua marraztu beharko dute mahaian (klariona batekin, multzo bakoitzeko laukitxo bat marraztuko dute mahaiaren beheko erdian). Ohikoa izaten da idatzitako multzo kopurua marraztu beharrean fitxa kopuru hori hartzea. Adibidez:



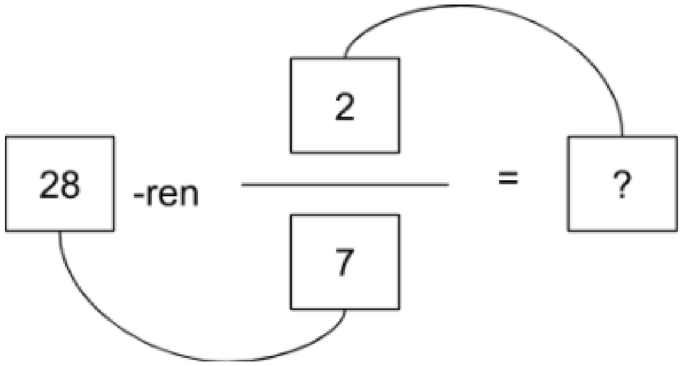
II. Bigarrenik, erreferentzia-kopurua idatziko du. Ikasleek, beraz, idatzitako fitxa kopurua hartu eta banan-banan multzoetan sartzen joango dira, multzo bakoitzean fitxa kopuru bera izatea lortu arte. Ohikoa izaten da, izendatzailearen esanahiarekin nahastea eta multzo kopurua adierazten duela ulertu beharrean, multzo bakoitzak izan behar dituen fitxa kopuruaren inguruko informazioa ematen duela ustea. Adibidez:

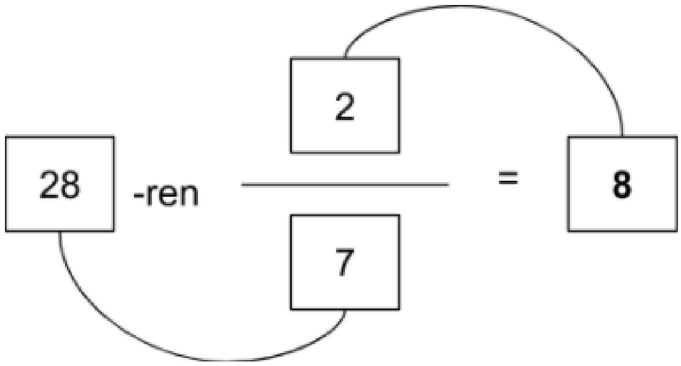


III. Hirugarrenik, izendatzailea idatziko du irakasleak. Ikasleek, orduan, osotara dauden multzoetatik zenbat hartu behar diren ezagutuko dute. Eta beraz, emaitzazko kopurua zenbat den ondorioztatu ahalko dute. Ohikoa izaten da, erreferentzia-kopurua zenbakitzailearekin lotzea, eta bi akats egitea: erreferentzia-kopurua adierazten duen fitxa kopuruarekin zenbakitzaileak adierazten duen kopurua duten multzoak osatzea edo erreferentzia-kopurua adierazten duen fitxa kopuruarekin zenbakitzaileak adierazten duen multzo kopurua egitea. Hortaz gain, zenbakitzaileak adierazten dituen multzo kopurua, izendatzaileak adierazten dituenaren parte direla ahazten dute askotan ere. Eta ondorioz, beharrezkoak diren baino multzo gehiago irudikatzen dituzte. Adibidez:

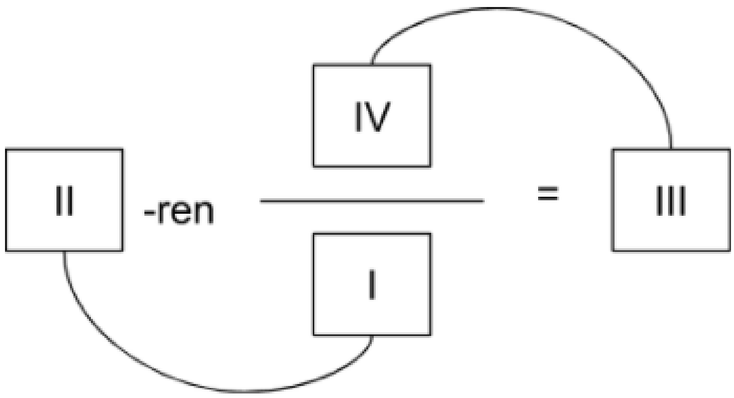


IV. Azkenik, irakasleak eskema osatzea eskatuko die ikasleei, puntu honetan proposatu den lehenengo ariketa motan egiten zuten modu berean. Adibidez:

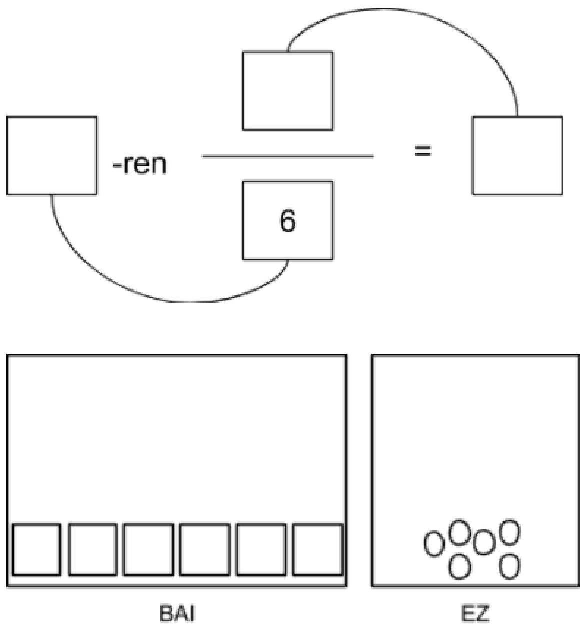




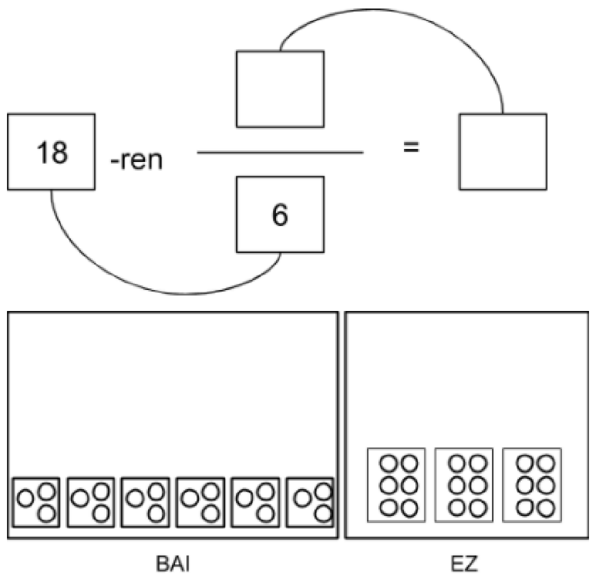
- 4. AUKERA: Eskema betetzen joateko ordea: izendatzailea, erreferentzia-kopurua, emaitzazko kopurua eta zenbakitzailea.



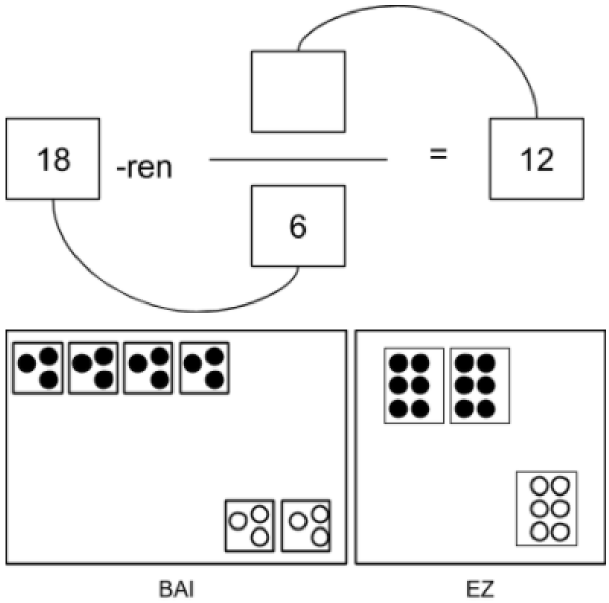
I. Irakaslea izendatzailea idazten hasiko da. Ikasleek, beraz, idatzitako multzo kopurua marraztu beharko dute mahaian (klariona batekin, multzo bakoitzeko laukitxo bat marraztuko dute mahaiaren beheko erdian). Ohikoa izaten da idatzitako multzo kopurua marraztu beharrean fitxa kopuru hori hartzea. Adibidez:



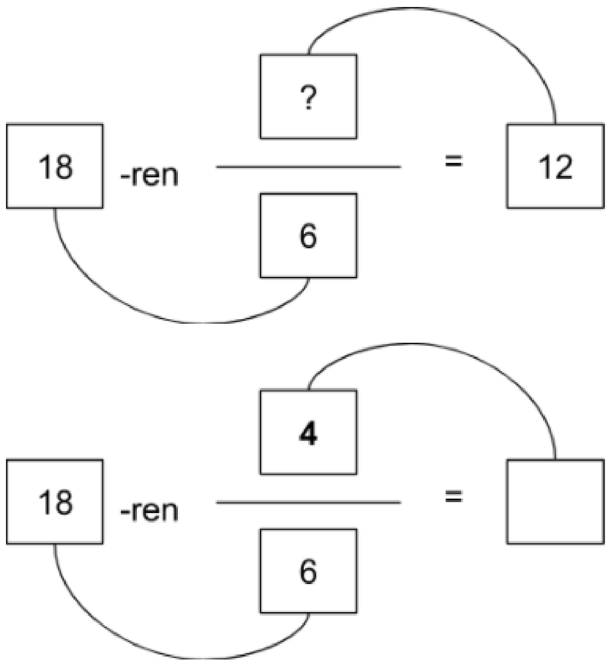
II. Bigarrenik, erreferentzia-kopurua idatziko du. Ikasleek, beraz, idatzitako fitxa kopurua hartu eta banan-banan multzoetan sartzen joango dira, multzo bakoitzean fitxa kopuru bera izatea lortu arte. Ohikoa izaten da, izendatzailearen esanahiarekin nahastea eta multzo kopurua adierazten duela ulertu beharrean, multzo bakoitzak izan behar dituen fitxa kopuruaren inguruko informazioa ematen duela ustea. Adibidez:



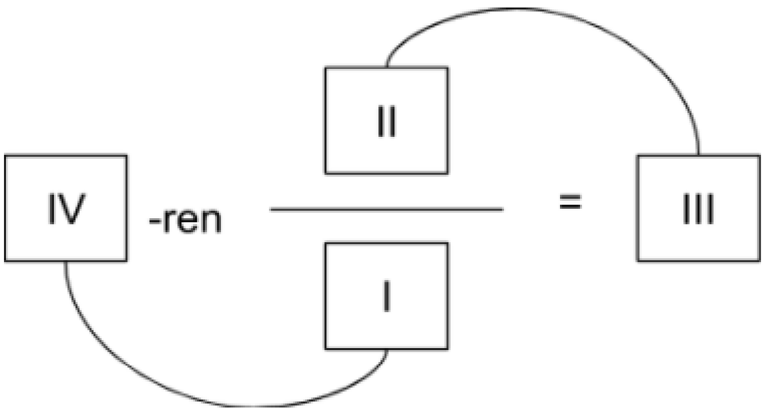
III. Hirugarrenik, emaitzazko kopurua idatziko du irakasleak. Ikasleek, orduan, osotara dauden fitxa kopurutik zenbat hartu behar diren ezagutuko dute. Eta beraz, zenbakitzailea zein den ondorioztatu ahalko dute. Ohikoa izaten da, izendatzailearen esanahiarekin nahastea eta multzo kopurua adierazten duela ulertu beharrean, multzo bakoitzak izan behar dituen fitxa kopuruaren inguruko informazioa ematen duela ustea. Adibidez:



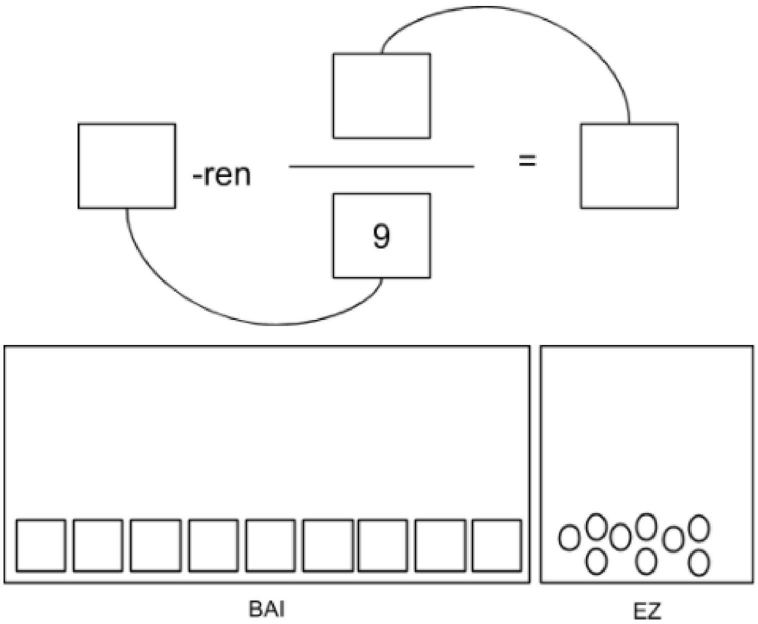
IV. Azkenik, irakasleak eskema osatzea eskatuko die ikasleei, puntu honetan proposatu den lehenengo ariketa motan egiten zuten modu berean. Adibidez:



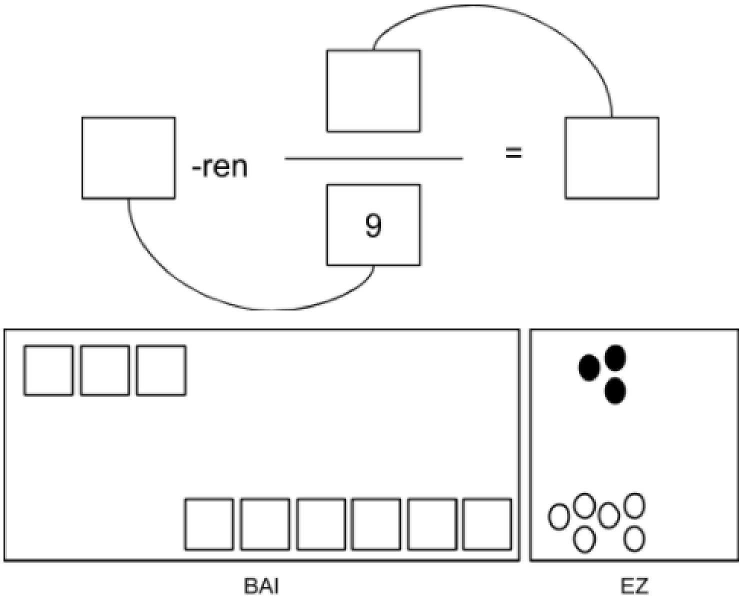
- 5. AUKERA: Eskema betetzen joateko ordea: izendatzailea, zenbakitzailea, emaitzazko kopurua eta erreferentzia-kopurua.



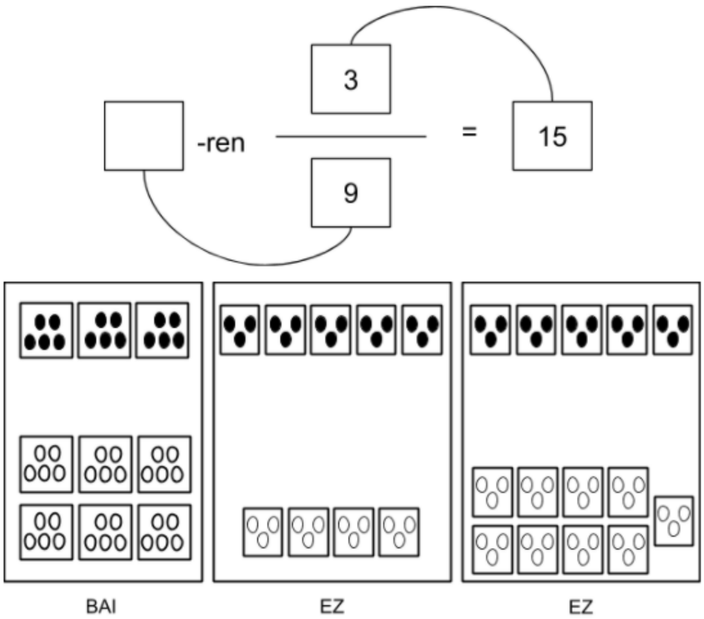
I. Irakaslea izendatzailea idazten hasiko da. Ikasleek, beraz, idatzitako multzo kopurua marraztu beharko dute mahaian (klariona batekin, multzo bakoitzeko laukitxo bat marraztuko dute mahaiaren beheko erdian). Ohikoa izaten da idatzitako multzo kopurua marraztu beharrean fitxa kopuru hori hartzea. Adibidez:



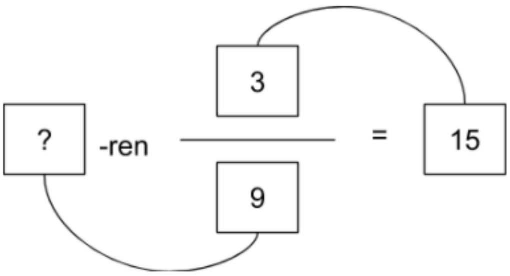
II. Bigarrenik, zenbakitzailea idatziko du. Ikasleek, beraz, idatzitako multzo kopurua aurretik marraztutako multzoetatik hartu eta mahaiaren goiko erdira eraman beharko dituzte. Ohikoa izaten da, izendatzailearen eta zenbakitzailearen esanahiarekin nahastea eta multzo kopurua adierazten duela ulertu beharrean, fitxa kopuruaren inguruko informazioa ematen duela ustea. Adibidez:

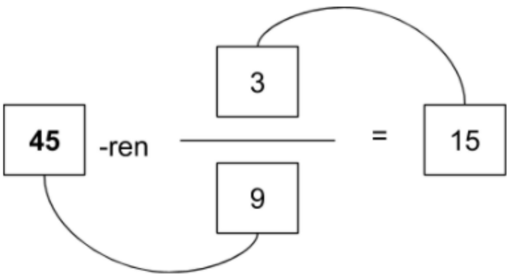


III. Hirugarrenik, emaitzazko kopurua idatziko du irakasleak. Ikasleek, orduan, osotara dauden fitxa kopurutik zenbat hartu behar diren ezagutuko dute. Eta beraz, multzo bakoitzean sartu behar diren fitxa kopurua zein den ondorioztatu dezakete. Ohikoa izaten da, zenbakitzailearen esanahiarekin nahastea eta hartu behar diren multzo kopurua adierazten duela ulertu beharrean, multzo bakoitzak izan behar dituen fitxa kopuruaren inguruko informazioa ematen duela ustea. Era berean, zenbakitzaileak adierazten dituen multzo kopurua, izendatzaileak adierazten dituen multzo kopuruaren parte direla ahaztu dezakete eta behar baino multzo gehiago irudikatu. Adibidez:

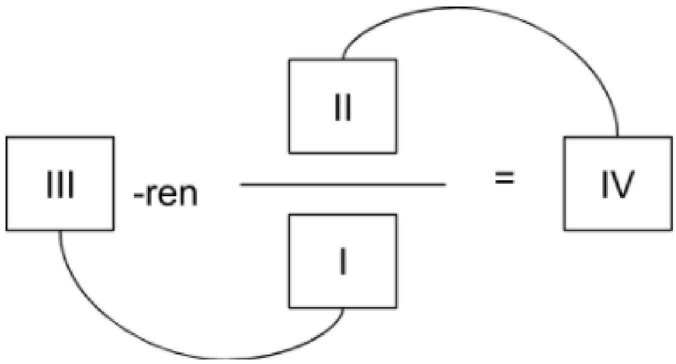


IV. Azkenik, irakasleak eskema osatzea eskatuko die ikasleei, puntu honetan proposatu den lehenengo ariketa motan egiten zuten modu berean. Adibidez:

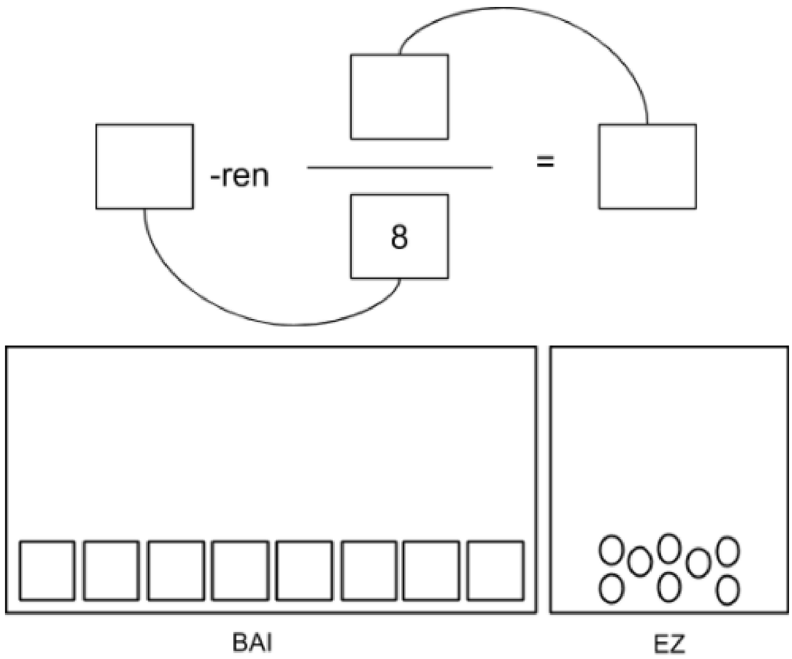




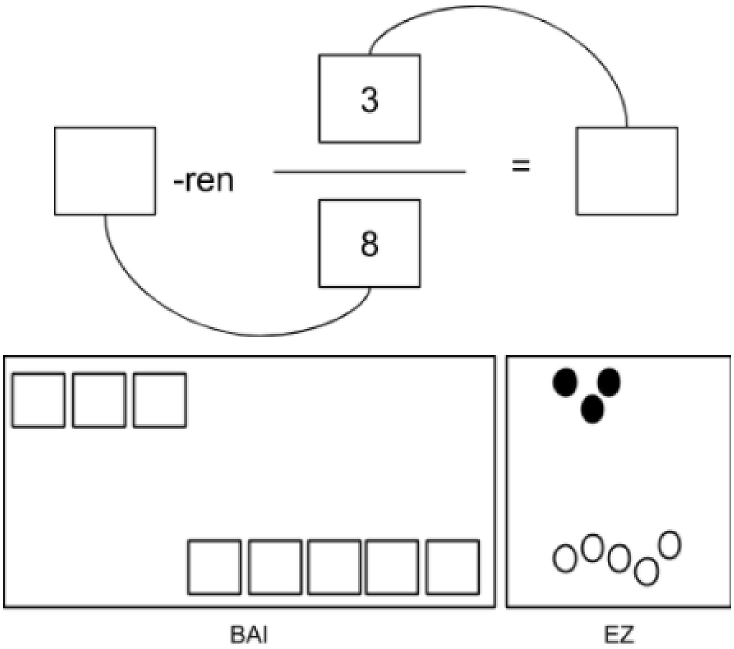
- 6. AUKERA: Eskema betetzen joateko ordea: izendatzailea, zenbakitzailea, erreferentzia-kopurua eta emaitzazko kopurua.



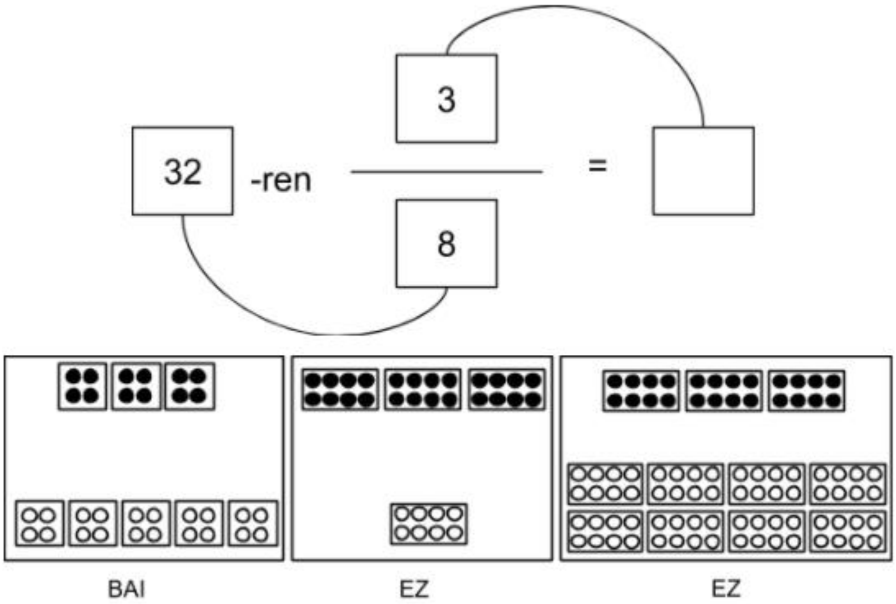
I. Irakaslea izendatzailea idazten hasiko da. Ikasleek, beraz, idatzitako multzo kopurua marraztu beharko dute mahaian (klariona batekin, multzo bakoitzeko laukitxo bat marraztuko dute mahaiaren beheko erdian). Ohikoa izaten da idatzitako multzo kopurua marraztu beharrean fitxa kopuru hori hartzea. Adibidez:



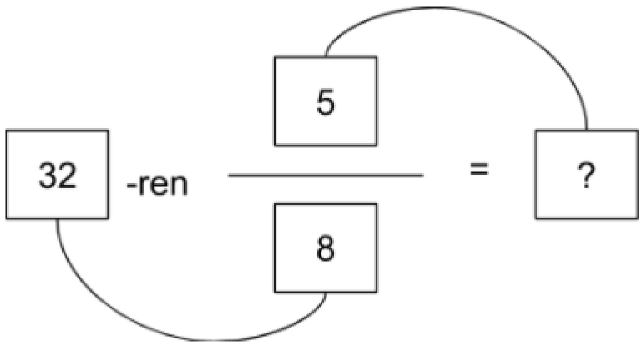
II. Bigarrenik, zenbakitzailea idatziko du. Ikasleek, beraz, idatzitako multzo kopurua aurretik marraztutako multzoetatik hartu eta mahaiaren goiko erdira eraman beharko dituzte. Ohikoa izaten da, izendatzailearen eta zenbakitzailearen esanahiarekin nahastea eta multzo kopurua adierazten duela ulertu beharrean, fitxa kopuruaren inguruko informazioa ematen duela ustea. Adibidez:

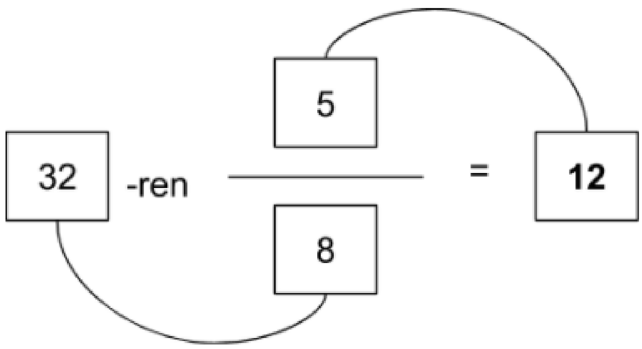


III. Hirugarrenik, erreferentzia-kopurua idatziko du irakasleak. Ikasleek, orduan, osotara dauden fitxa kopurua ezagutuko dute. Eta beraz, multzo bakoitzean sartu behar diren fitxa kopurua zein den ondorioztatu ahalko dute. Ohikoa izaten da, izendatzailearen esanahiarekin nahastea eta multzo kopurua adierazten duela ulertu beharrean, multzo bakoitzak izan behar dituen fitxa kopuruaren inguruko informazioa ematen duela ustea. Era berean, zenbakitzaileak adierazten dituen multzo kopurua, izendatzaileak adierazten dituen multzo kopuruaren parte direla ahaztu dezakete eta behar baino multzo gehiago irudikatu. Adibidez:



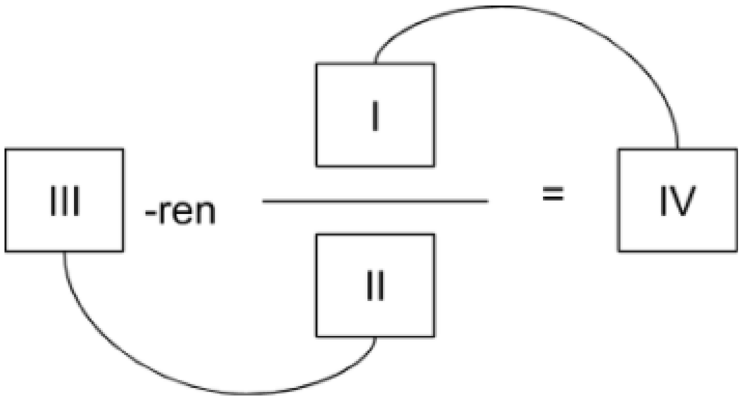
IV. Azkenik, irakasleak eskema osatzea eskatuko die ikasleei, puntu honetan proposatu den lehenengo ariketa motan egiten zuten modu berean. Adibidez:



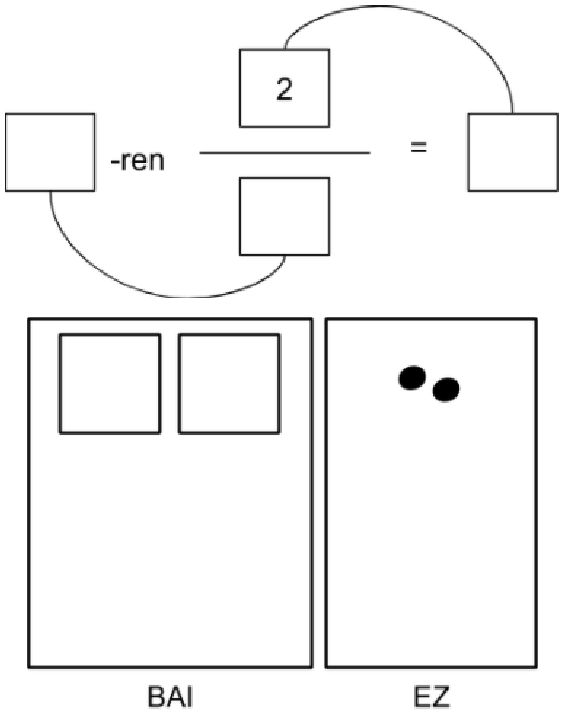


LEHENENGO ZENBAKITZAILEA IDAZTEA

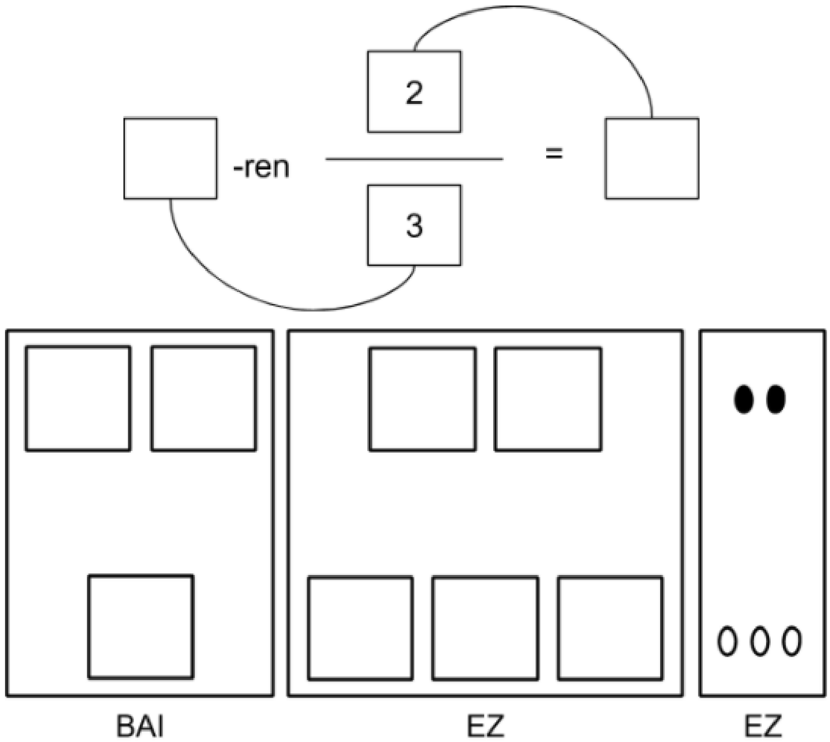
- 1. AUKERA: Eskema betetzen joateko ordea: zenbakitzailea, izendatzailea, erreferentzia-kopurua eta emaitzazko kopurua.



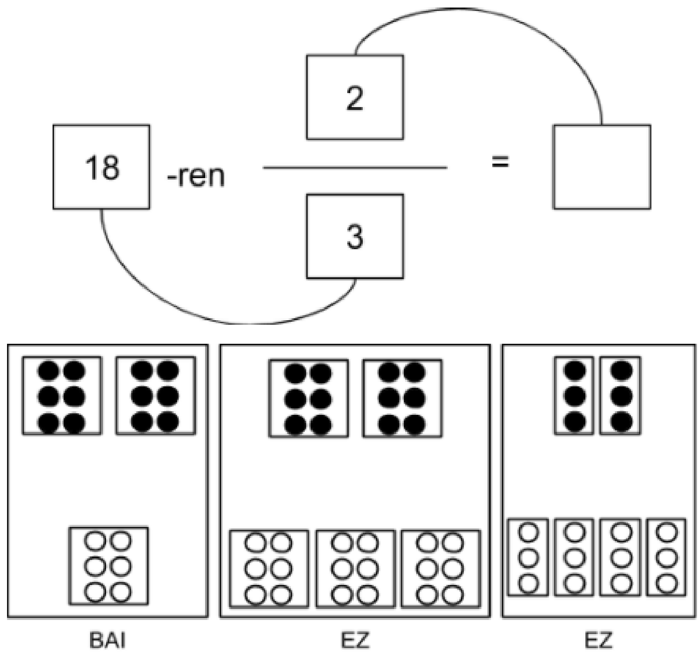
I. Irakaslea zenbakitzailea idazten hasiko da. Ikasleek, beraz, idatzitako multzo kopurua marraztu beharko dute mahaian (klariona batekin, multzo bakoitzeko laukitxo bat marraztuko dute mahaiaren goiko erdian). Ohikoa izaten da idatzitako multzo kopurua marraztu beharrean fitxa kopuru hori hartzea. Adibidez:



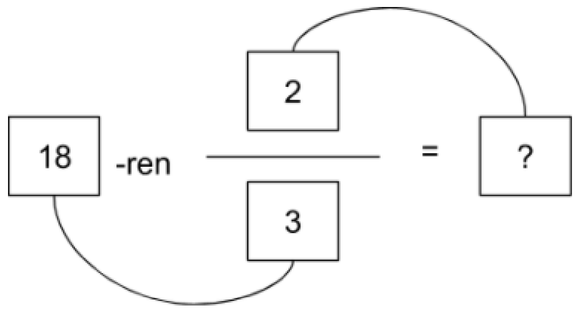
II. Bigarrenik, izendatzailea idatziko du. Ikasleek, beraz, zenbakitzaileak adierazten dituen multzo kopurua kontuan hartuta, multzoak marrazten joan beharko dira izendatzaileak adierazten duen kopurua lortu arte. Ohikoa izaten da, izendatzailearen esanahiarekin nahastea eta multzo kopurua adierazten duela ulertu beharrean, fitxa kopuruaren inguruko informazioa ematen duela ustea. Era berean, zenbakitzaileak adierazten dituen multzo kopurua, izendatzaileak adierazten dituen multzo kopuruaren parte direla ahaztu dezakete eta behar baino multzo gehiago irudikatu. Adibidez:

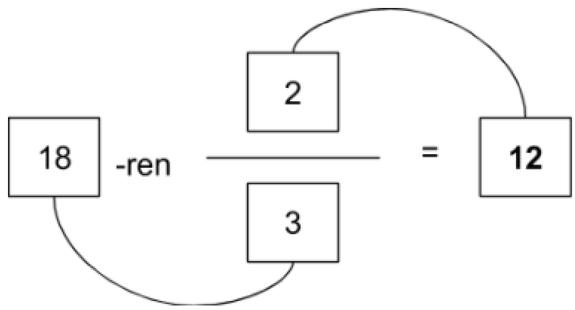


III. Hirugarrenik, erreferentiza-kopurua idatziko du irakasleak. Ikasleek, orduan, osotara dauden fitxa kopurua zenbat den ezagutuko dute. Eta beraz, multzo bakoitzean sartu behar diren fitxa kopurua ondorioztatu ahalko dute. Ohikoa izaten da, izendatzailearen esanahiarekin nahastea eta multzo kopurua adierazten duela ulertu beharrean, multzo bakoitzak izan behar dituen fitxa kopuruaren inguruko informazioa ematen duela ustea. Era berean, zenbakitzaileak adierazten dituen multzo kopurua, izendatzaileak adierazten dituen multzo kopuruaren parte direla ahaztu dezakete eta behar baino multzo gehiago irudikatu. Adibidez:

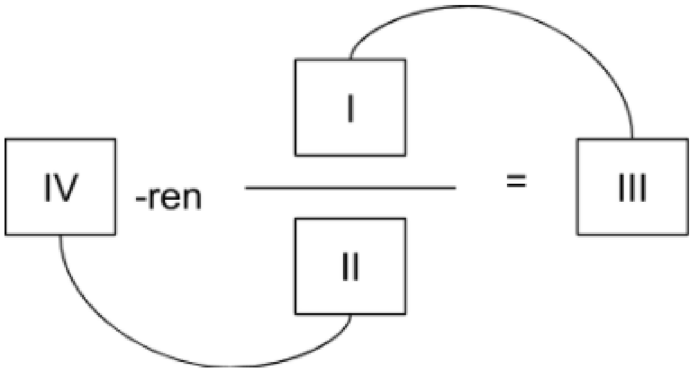


IV. Azkenik, irakasleak eskema osatzea eskatuko die ikasleei, puntu honetan proposatu den lehenengo ariketa motan egiten zuten modu berean. Adibidez:

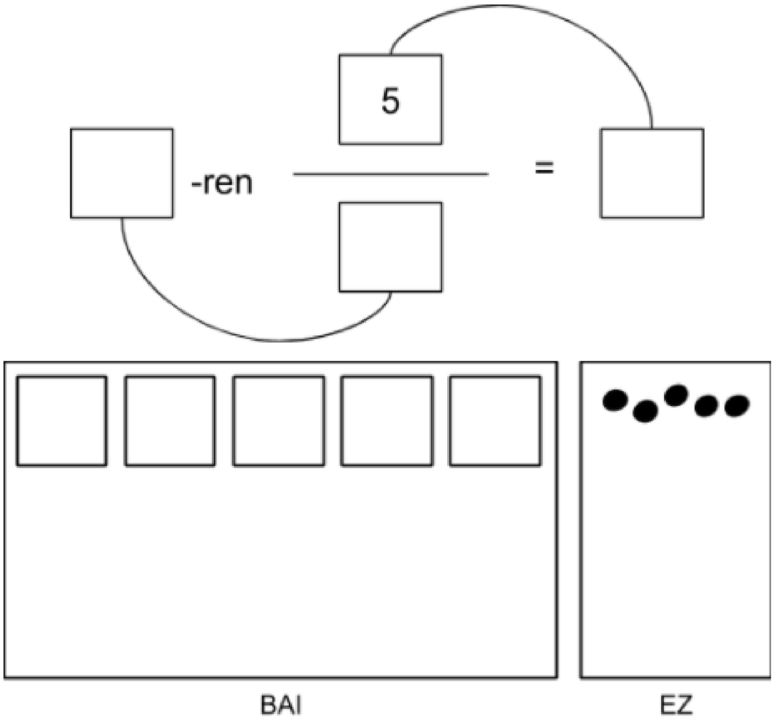




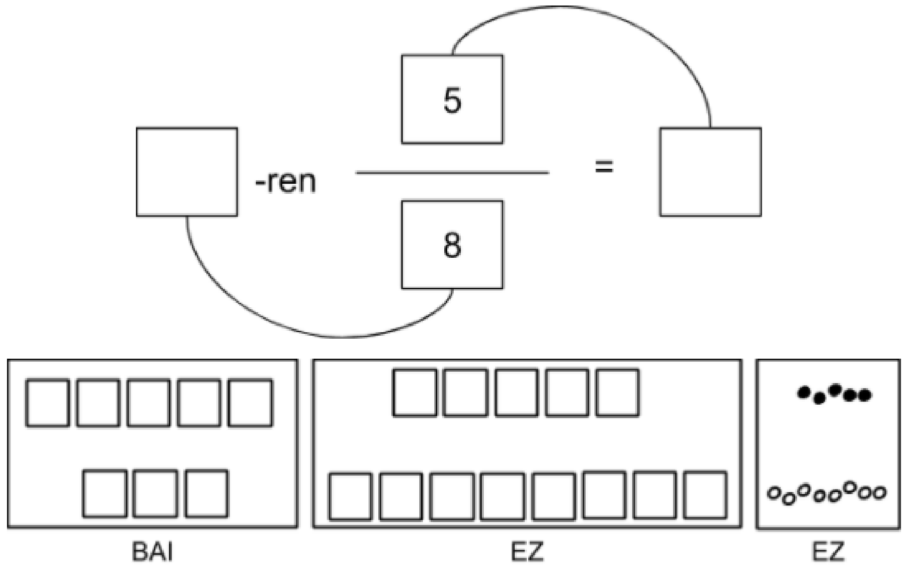
- 2. AUKERA: Eskema betetzen joateko ordea: zenbakitzailea, izendatzailea, emaitzazko kopurua eta erreferentzia-kopurua.



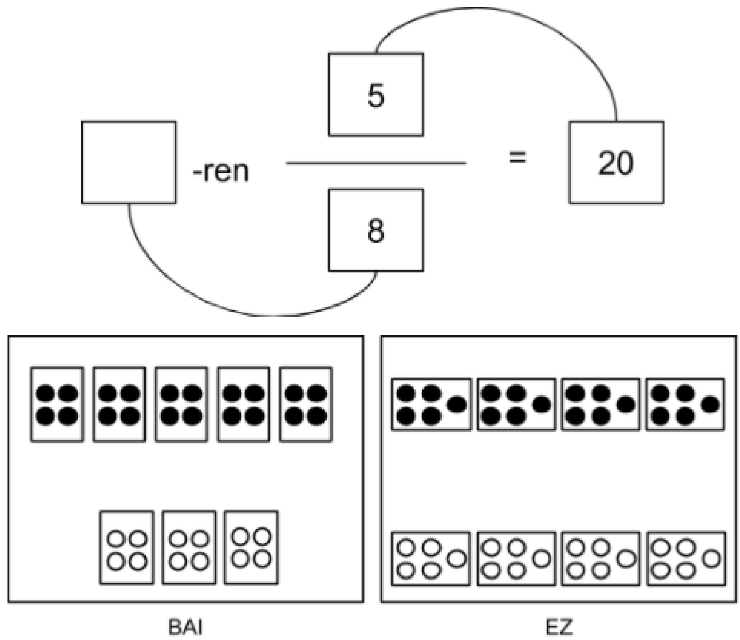
I. Irakaslea zenbakitzailea idazten hasiko da. Ikasleek, beraz, idatzitako multzo kopurua marraztu beharko dute mahaian (klariona batekin, multzo bakoitzeko laukitxo bat marraztuko dute mahaiaren goiko erdian). Ohikoa izaten da idatzitako multzo kopurua marraztu beharrean fitxa kopuru hori hartzea. Adibidez:



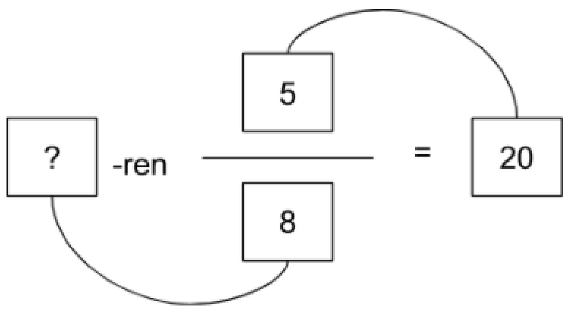
II. Bigarrenik, izendatzailea idatziko du. Ikasleek, beraz, zenbakitzaileak adierazten dituen multzo kopurua kontuan hartuta, multzoak marrazten joan beharko dira izendatzaileak adierazten duen kopurua lortu arte. Ohikoa izaten da, izendatzailearen esanahiarekin nahastea eta multzo kopurua adierazten duela ulertu beharrean, multzo bakoitzak izan behar dituen fitxa kopuruaren inguruko informazioa ematen duela ustea edo multzo kopurua marraztu beharrean fitxa kopuru hori hartzea. Era berean, zenbakitzaileak adierazten dituen multzo kopurua, izendatzaileak adierazten dituen multzo kopuruaren parte direla ahaztu dezakete eta behar baino multzo gehiago irudikatu. Adibidez:

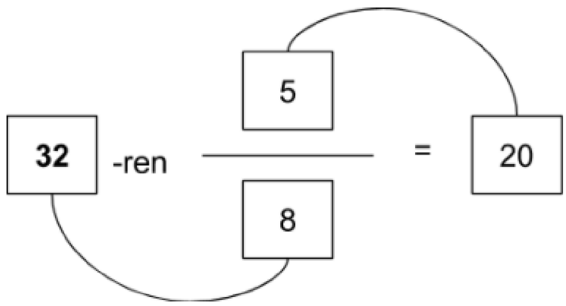


III. Hirugarrenik, emaitzazko kopurua idatziko du irakasleak. Ikasleek, orduan, osotara hartu behar diren fitxa kopurua zenbat den ezagutuko dute. Eta beraz, multzo bakoitzean sartu behar diren fitxa kopurua ondorioztatu ahalko dute. Ohikoa izaten da, zenbakitzailearen esanahiarekin nahastea eta multzo kopurua adierazten duela ulertu beharrean, multzo bakoitzak izan behar dituen fitxa kopuruaren inguruko informazioa ematen duela ustea. Adibidez:

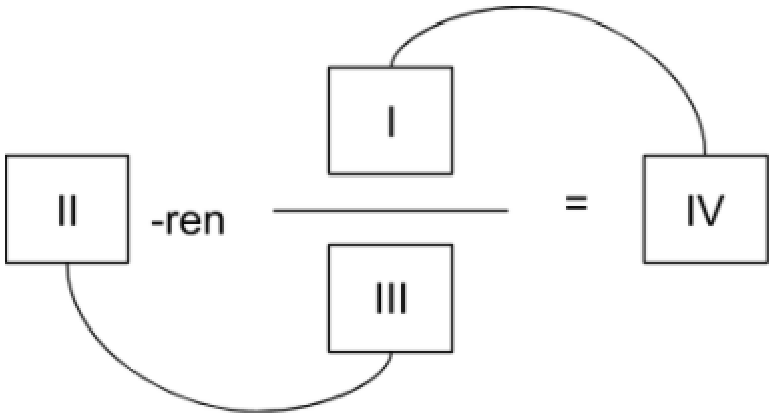


IV. Azkenik, irakasleak eskema osatzea eskatuko die ikasleei, puntu honetan proposatu den lehenengo ariketa motan egiten zuten modu berean. Adibidez:

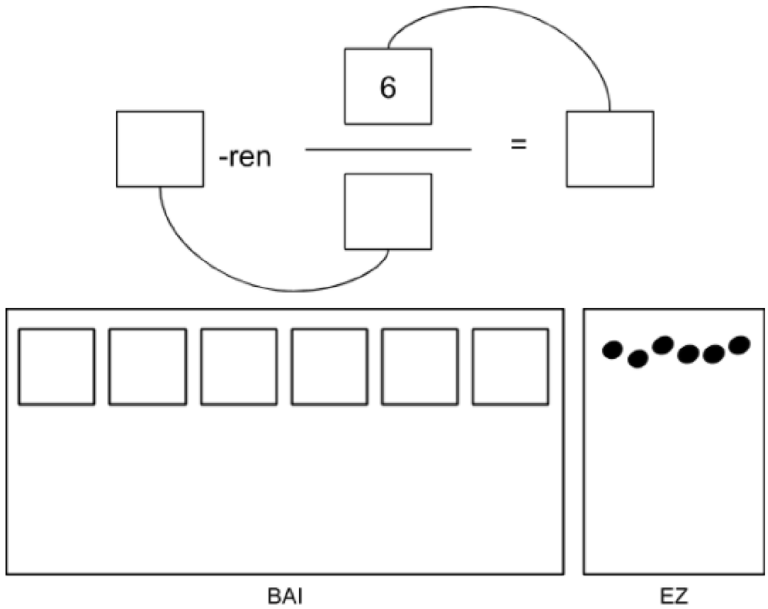




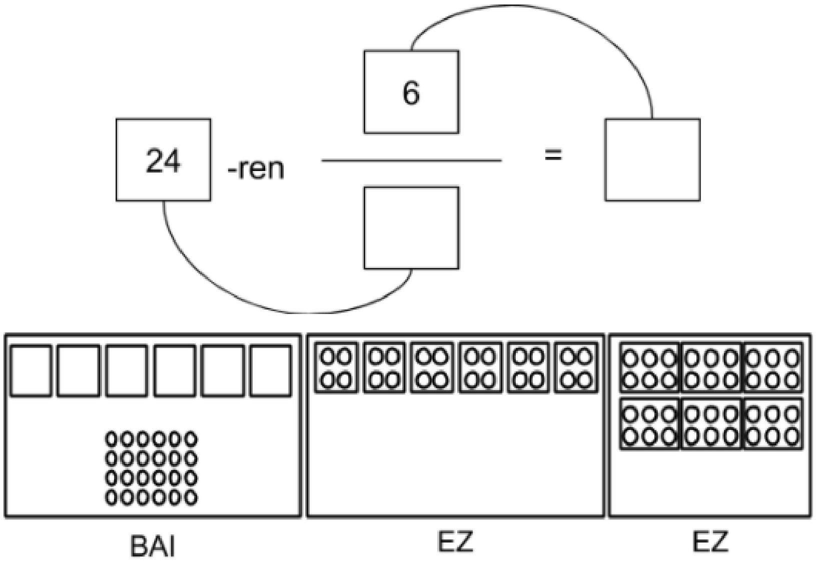
- 3. AUKERA: Eskema betetzen joateko ordea: zenbakitzailea, erreferentzia-kopurua, izendatzailea eta emaitzazko kopurua.



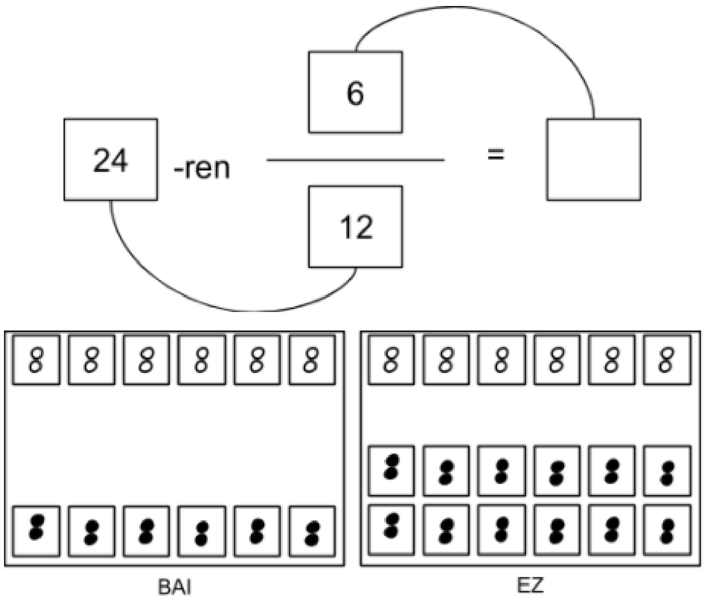
I. Irakaslea zenbakitzailea idazten hasiko da. Ikasleek, beraz, idatzitako multzo kopurua marraztu beharko dute mahaian (klariona batekin, multzo bakoitzeko laukitxo bat marraztuko dute mahaiaren goiko erdian). Ohikoa izaten da idatzitako multzo kopurua marraztu beharrean fitxa kopuru hori hartzea. Adibidez:



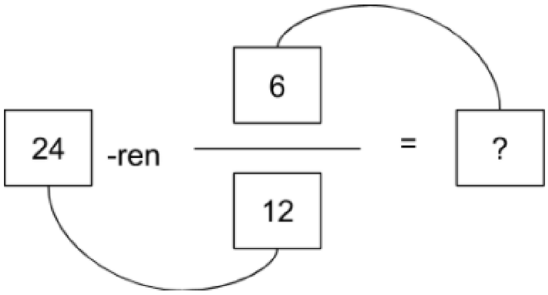
II. Bigarrenik, erreferentzia-kopurua idatziko du. Ikasleek, beraz, osotara dauden fitxa kopurua ezagutuko dute eta mahaiaren beheko erdian kokatu beharko dituzte. Ohikoa izaten da, zenbakitzailearen esanahiarekin nahastea eta multzo kopurua adierazten duela ulertu beharrean, multzo bakoitzak izan behar dituen fitxa kopuruaren inguruko informazioa ematen duela ustea. Gainera kasu honetan, erlazio okerra egiten dute zenbakitzailea erreferentzia-kopuruarekin lotzerakoan. Era berean, zenbakitzaileak adierazten dituen multzo kopurua, izendatzaileak adierazten dituen multzo kopuruaren parte direla ahaztu dezakete eta behar baino multzo gehiago irudikatu. Adibidez:

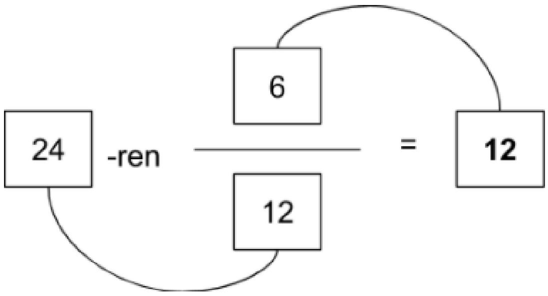


III. Hirugarrenik, izendatzailea idatziko du. Ikasleek, beraz, osotara dauden multzo kopurua ezagutuko du. Beraz, multzo bakoitzeko sartu behar diren fitxa kopurua ondorioztatu dezakete. Ohikoa izaten da zenbakitzaileak adierazten dituen multzo kopurua, izendatzaileak adierazten dituen multzo kopuruaren parte direla ahaztea eta behar baino multzo gehiago irudikatzea. Adibidez:

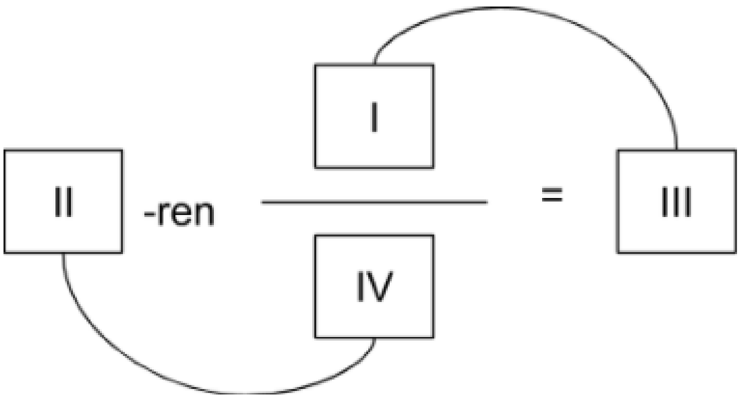


IV. Azkenik, irakasleak eskema osatzea eskatuko die ikasleei, puntu honetan proposatu den lehenengo ariketa motan egiten zuten modu berean. Adibidez:

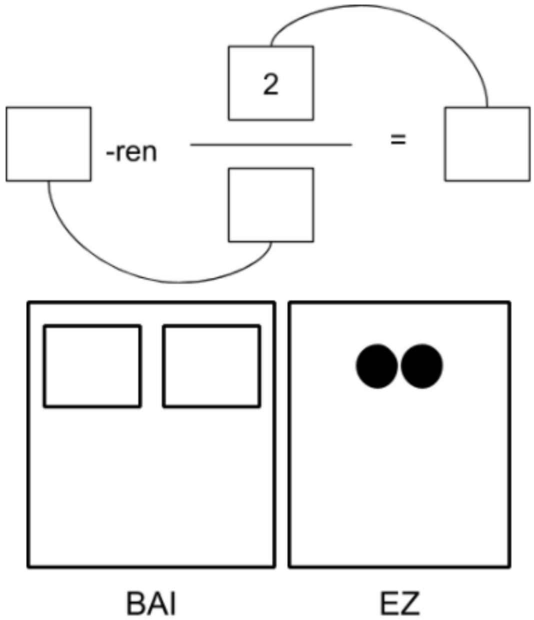




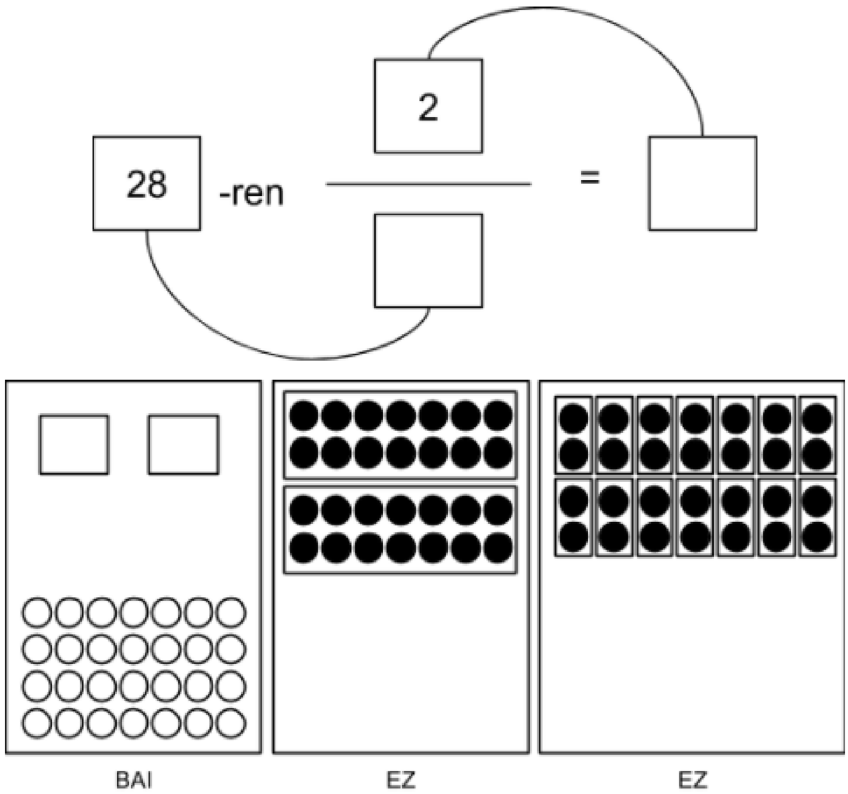
- 4. AUKERA: Eskema betetzen joateko ordea: zenbakitzailea, erreferentzia-kopurua, emaitzazko kopurua eta izendatzailea.



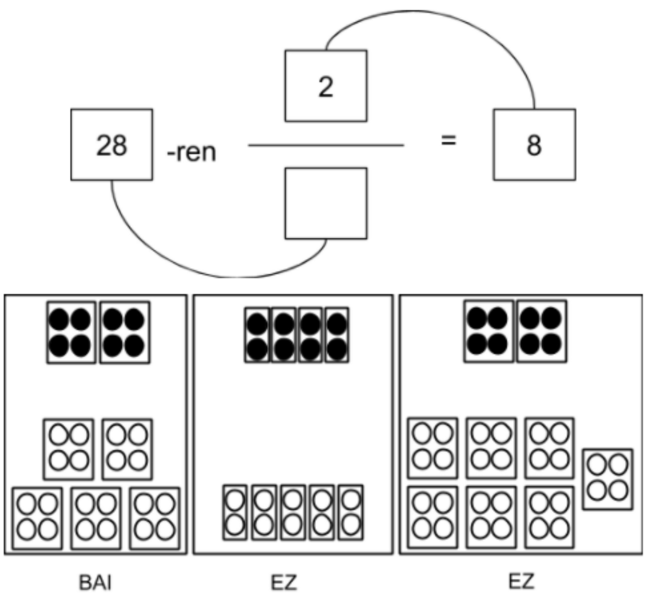
I. Irakaslea zenbakitzailea idazten hasiko da. Ikasleek, beraz, idatzitako multzo kopurua marraztu beharko dute mahaian (klariona batekin, multzo bakoitzeko laukitxo bat marraztuko dute mahaiaren goiko erdian). Ohikoa izaten da idatzitako multzo kopurua marraztu beharrean fitxa kopuru hori hartzea. Adibidez:



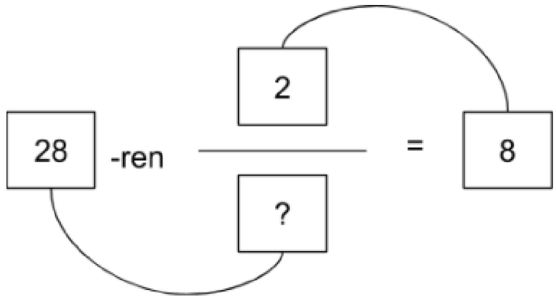
II. Bigarrenik, erreferentzia-kopurua idatziko du. Ikasleek, beraz, osotara dauden fitxa kopurua ezagutuko dute eta mahaiaren beheko erdian kokatu beharko dituzte. Ohikoa izaten da, zenbakitzailearen esanahiarekin nahastea eta multzo kopurua adierazten duela ulertu beharrean, multzo bakoitzak izan behar dituen fitxa kopuruaren inguruko informazioa ematen duela ustea. Gainera kasu honetan, erlazio okerra egiten dute zenbakitzailea erreferentzia-kopuruarekin lotzerakoan. Era berean, zenbakitzaileak adierazten dituen multzo kopurua, izendatzaileak adierazten dituen multzo kopuruaren parte direla ahaztu dezakete eta behar baino multzo gehiago irudikatu. Adibidez:

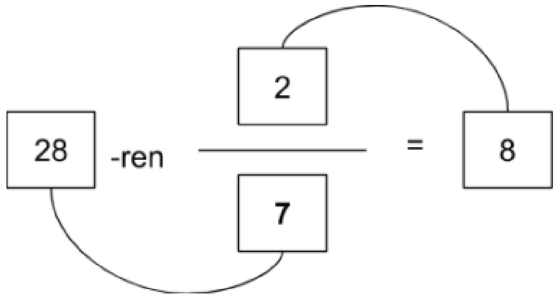


III. Hirugarrenik, emaitzazko kopurua idatziko du irakasleak. Ikasleek, orduan, osotara dauden fitxa kopurutik zenbat hartu behar diren ezagutuko dute. Eta beraz, multzoak zenbat fitxaz osatuta ondorioztatu ahalko dute. Ohikoa izaten da, zenbakitzailearen esanahiarekin nahastea eta multzo kopurua adierazten duela ulertu beharrean, multzo bakoitzak izan behar dituen fitxa kopuruaren inguruko informazioa ematen duela ustea. Adibidez:

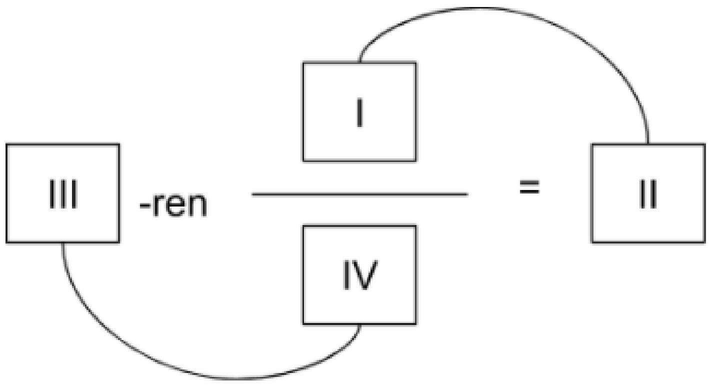


IV. Azkenik, irakasleak eskema osatzea eskatuko die ikasleei, puntu honetan proposatu den lehenengo ariketa motan egiten zuten modu berean. Adibidez:

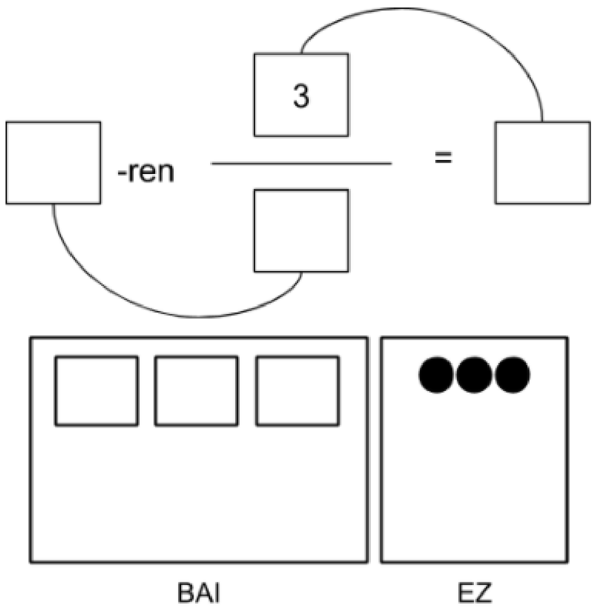




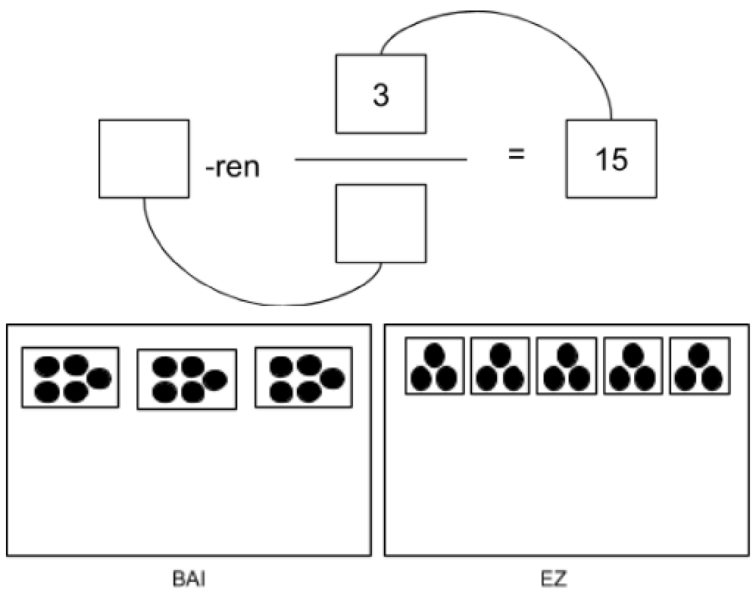
- 5. AUKERA: Eskema betetzen joateko ordea: zenbakitzailea, emaitzazko kopurua, izendatzailea eta erreferentzia-kopurua.



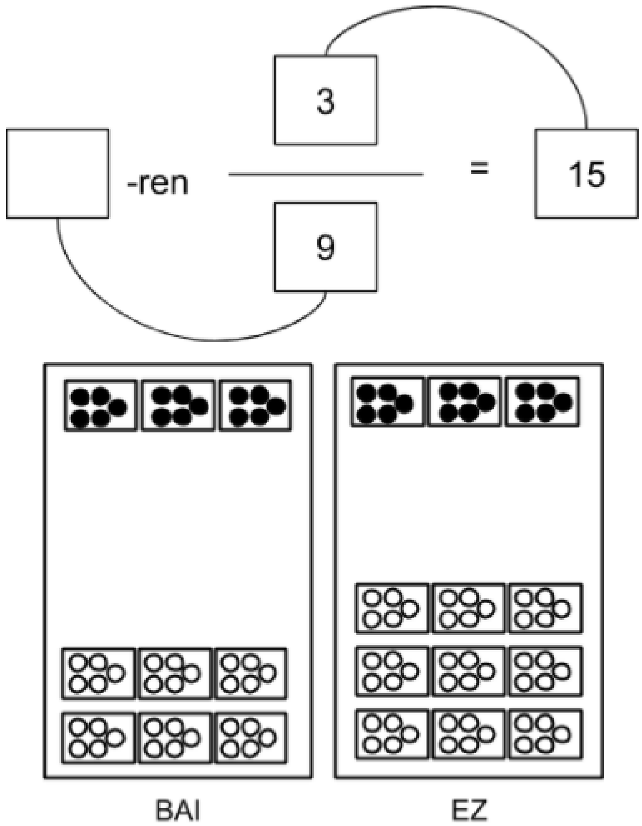
I. Irakaslea zenbakitzailea idazten hasiko da. Ikasleek, beraz, idatzitako multzo kopurua marraztu beharko dute mahaian (klariona batekin, multzo bakoitzeko laukitxo bat marraztuko dute mahaiaren goiko erdian). Ohikoa izaten da idatzitako multzo kopurua marraztu beharrean fitxa kopuru hori hartzea. Adibidez:



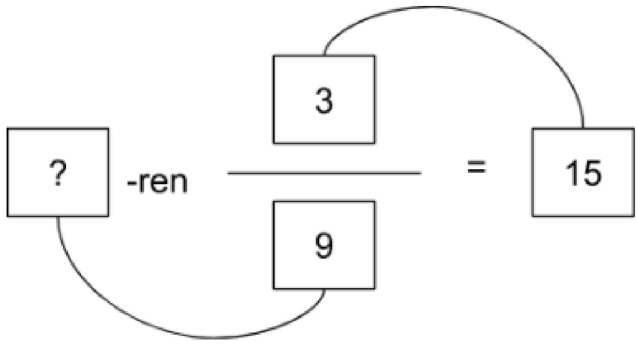
II. Bigarrenik, emaitzazko kopurua idatziko du. Ikasleek, beraz, idatzitako fitxa kopurua hartu eta banan-banan multzoetan sartzen joango dira, multzo bakoitzean fitxa kopuru bera izatea lortu arte. Ohikoa izaten da, zenbakitzailearen esanahiarekin nahastea eta multzo kopurua adierazten duela ulertu beharrean, multzo bakoitzak izan behar dituen fitxa kopuruaren inguruko informazioa ematen duela ustea. Adibidez:

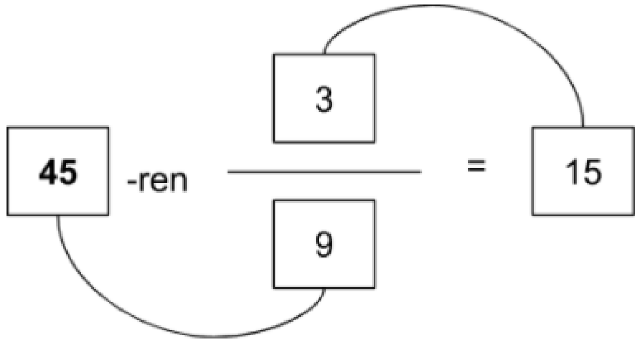


III. Hirugarrenik, izendatzailea idatziko du irakasleak. Ikasleek, orduan, osotara dauden multzo kopurua ezagutuko dute. Eta beraz, zenbakitzaileak adierazten dituen multzo kopurua kontuan hartuta, multzoak irudikatzen joan beharko dira izendatzaileak adierazten duen kopurua lortu arte. Ohikoa izaten da, zenbakitzaileak adierazten dituen multzo kopurua, izendatzaileak adierazten dituen multzo kopuruaren parte direla ahaztea eta behar baino multzo gehiago irudikatzea. Adibidez:

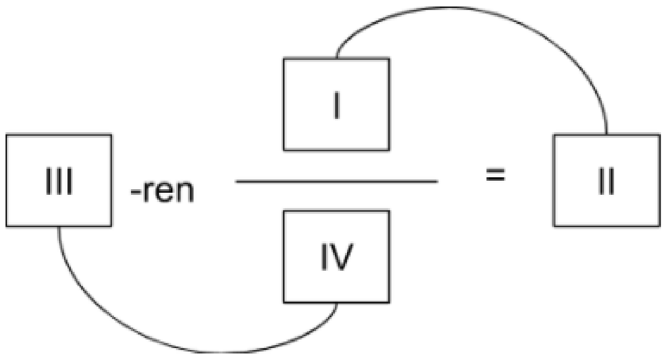


IV. Azkenik, irakasleak eskema osatzea eskatuko die ikasleei, puntu honetan proposatu den lehenengo ariketa motan egiten zuten modu berean. Adibidez:

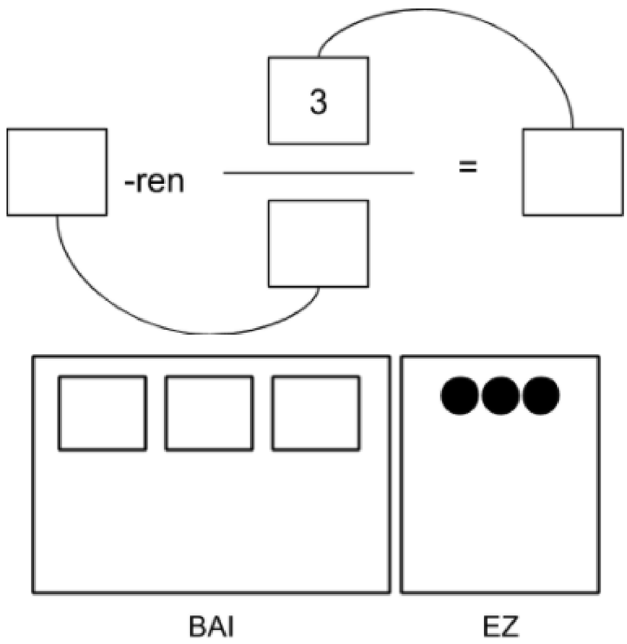




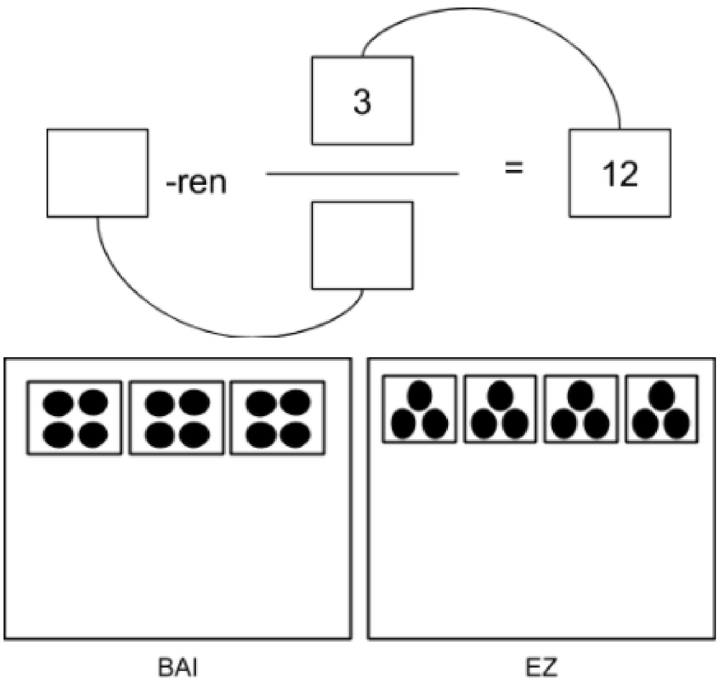
- 6. AUKERA: Eskema betetzen joateko ordena: zenbakitzailea, emaitzazko kopurua, erreferentzia-kopurua eta zenbakitzailea.



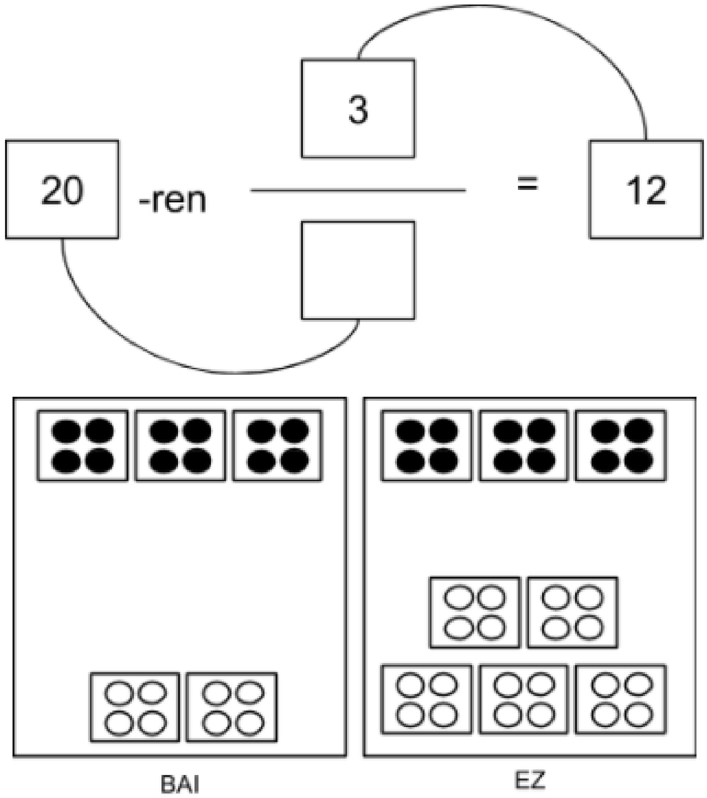
I. Irakaslea zenbakitzailea idazten hasiko da. Ikasleek, beraz, idatzitako multzo kopurua marraztu beharko dute mahaian (klariona batekin, multzo bakoitzeko laukitxo bat marraztuko dute mahaiaren goiko erdian). Ohikoa izaten da idatzitako multzo kopurua marraztu beharrean fitxa kopuru hori hartzea. Adibidez:



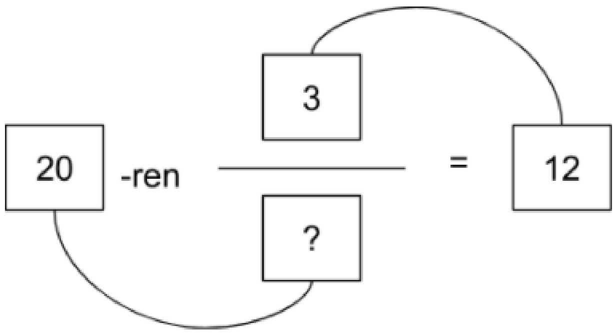
II. Bigarrenik, emaitzazko kopurua idatziko du. Ikasleek, beraz, idatzitako fitxa kopurua hartu eta banan-banan multzoetan sartzen joango dira, multzo bakoitzean fitxa kopuru bera izatea lortu arte. Ohikoa izaten da, zenbakitzailearen esanahiarekin nahastea eta multzo kopurua adierazten duela ulertu beharrean, multzo bakoitzak izan behar dituen fitxa kopuruaren inguruko informazioa ematen duela ustea. Adibidez:

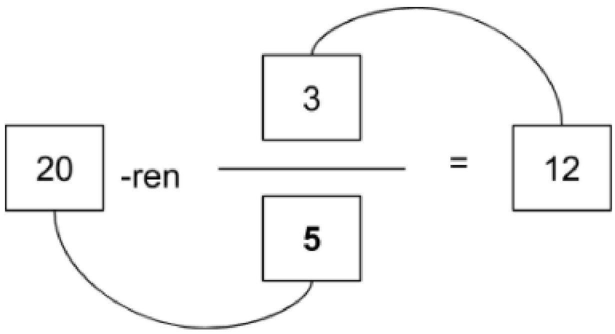


III. Hirugarrenik, erreferentzia-kopurua idatziko du irakasleak. Ikasleek, orduan, osotara dauden fitxa kopurua ezagutuko dute. Eta beraz, zenbakitzailea zein den ondorioztatu ahalko dute. Aurretik egindako multzo berdinak irudikatzen joan beharko dira, osotara 20 fitxa izan arte. Ohikoa izaten da, zenbakitzaileak adierazten dituen multzo kopurua, izendatzaileak adierazten dituen multzo kopuruaren parte direla ahaztea eta behar baino multzo gehiago irudikatzea. Adibidez:



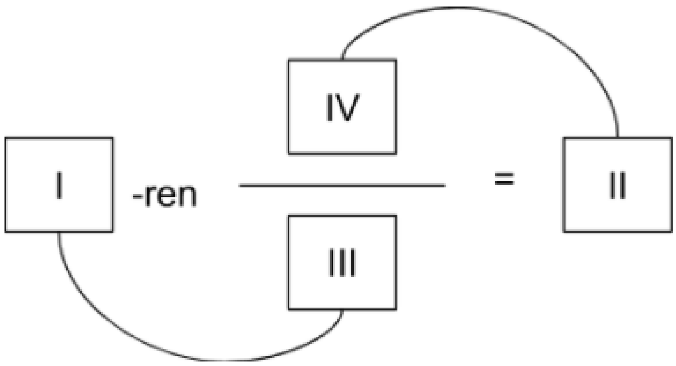
IV. Azkenik, irakasleak eskema osatzea eskatuko die ikasleei, puntu honetan proposatu den lehenengo ariketa motan egiten zuten modu berean. Adibidez:



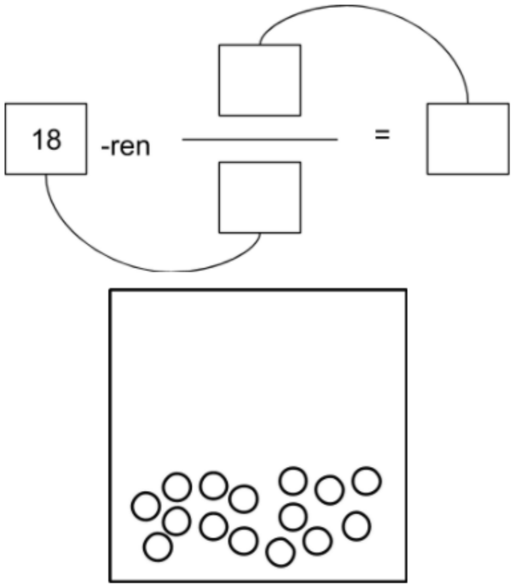


LEHENENGO ERREFERENTZIA-KOPURUA IDAZTEA

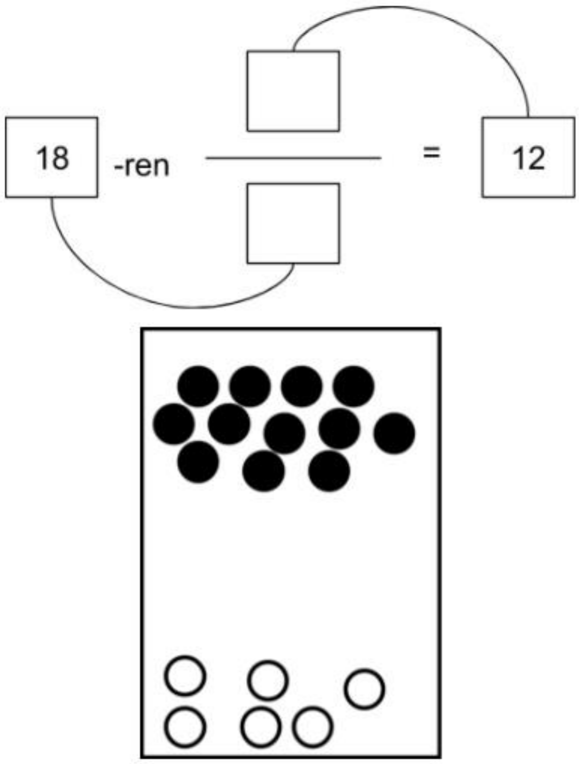
- 1. AUKERA: Eskema betetzen joateko ordena: erreferentzia-kopurua, emaitzazko kopurua, izendatzailea eta zenbakitzailea.



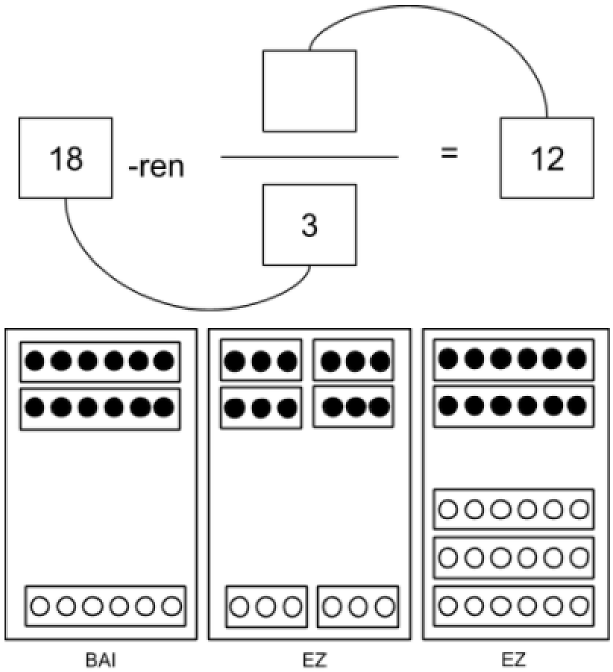
I. Irakaslea erreferentzia-kopurua idazten hasiko da. Ikasleek, beraz, idatzitako fitxa kopurua hartu beharko dute eta mahaiaren beheko erdian kokatu. Adibidez:



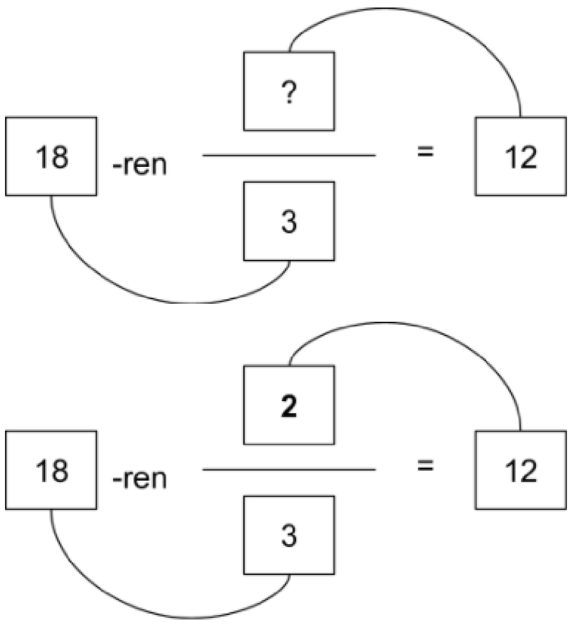
II. Bigarrenik, emaitzazko kopurua idatziko du. Ikasleek, beraz, idatzitako fitxa kopurua banan-banan aurretik hartutako kopurutik hartu eta mahaiaren goiko erdira eraman beharko dituzte. Adibidez:



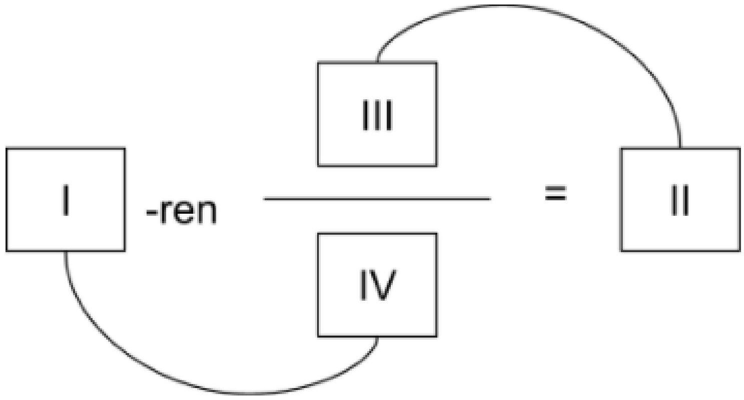
III. Hirugarrenik, izendatzailea idatziko du irakasleak. Ikasleek, orduan, osotara dauden fitxa kopurua zenbat multzotan banatu behar diren ezagutuko dute. Ohikoa izaten da, izendatzailearen esanahiarekin nahastea eta multzo kopurua adierazten duela ulertu beharrean, multzo bakoitzak izan behar dituen fitxa kopuruaren inguruko informazioa ematen duela ustea. Era berean, zenbakitzaileak adierazten dituen multzo kopurua, izendatzaileak adierazten dituen multzo kopuruaren parte direla ahaztu dezakete eta behar baino multzo gehiago irudikatu. Adibidez:



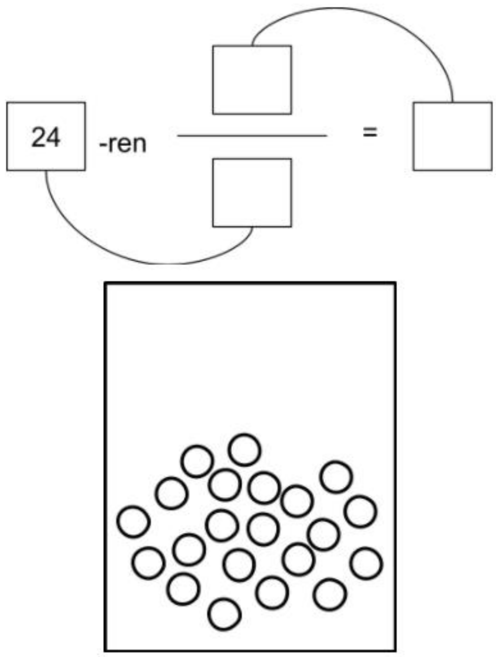
IV. Azkenik, irakasleak eskema osatzea eskatuko die ikasleei, puntu honetan proposatu den lehenengo ariketa motan egiten zuten modu berean. Adibidez:



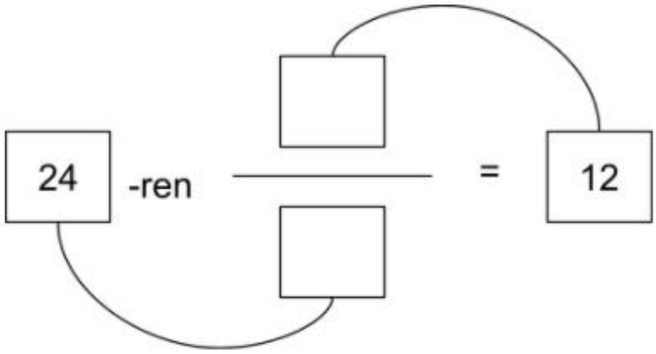
- 2. AUKERA: Eskema betetzen joateko ordena: erreferentzia-kopurua, emaitzazko kopurua, zenbakitzailea eta izendatzailea.

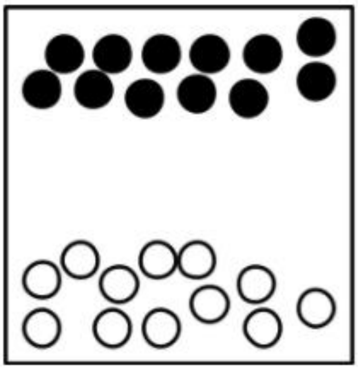


I. Irakaslea erreferentzia-kopurua idazten hasiko da. Ikasleek, beraz, idatzitako fitxa kopurua hartu beharko dute eta mahaiaren beheko erdian kokatu. Adibidez:

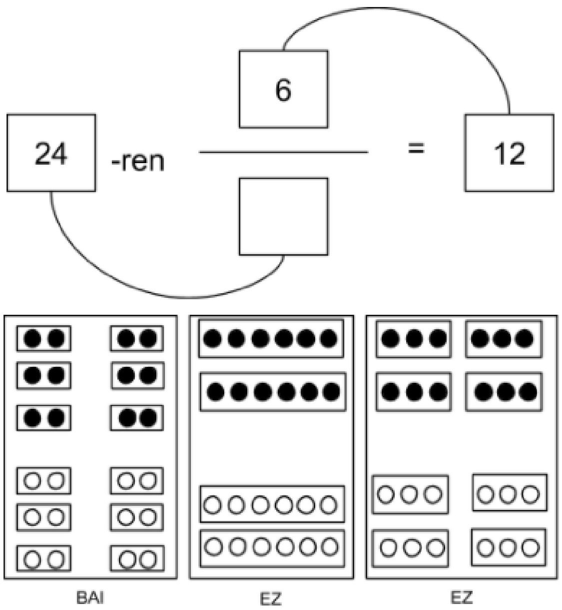


II. Bigarrenik, emaitzazko kopurua idatziko du. Ikasleek, beraz, idatzitako fitxa kopurua banan-banan aurretik hartutako kopurutik hartu eta mahaiaren goiko erdira eraman beharko dituzte. Adibidez:

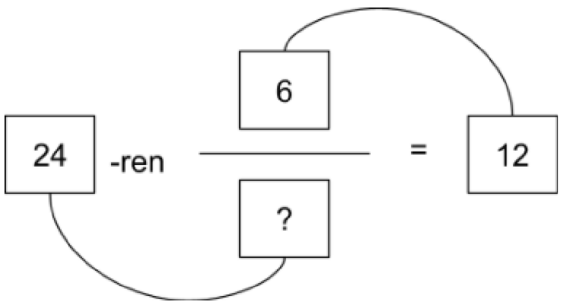


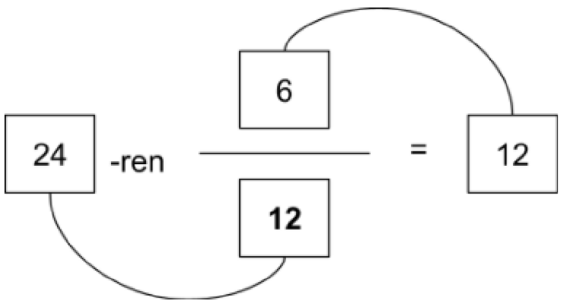


III. Hirugarrenik, zenbakitzailea idatziko du irakasleak. Ikasleek, orduan, osotara dauden fitxa kopurutik hartu behar diren horiek zenbat multzotan banatu behar diren ezagutuko dute. Ohikoa izaten da, zenbakitzailearen esanahiarekin nahastea eta multzo kopurua adierazten duela ulertu beharrean, multzo bakoitzak izan behar dituen fitxa kopuruaren inguruko informazioa ematen duela ustea. Era berean, zenbakitzaileak adierazten dituen multzo kopurua, izendatzaileak adierazten dituen multzo kopuruaren parte direla ahaztu dezakete eta behar baino multzo gehiago irudikatu. Adibidez:

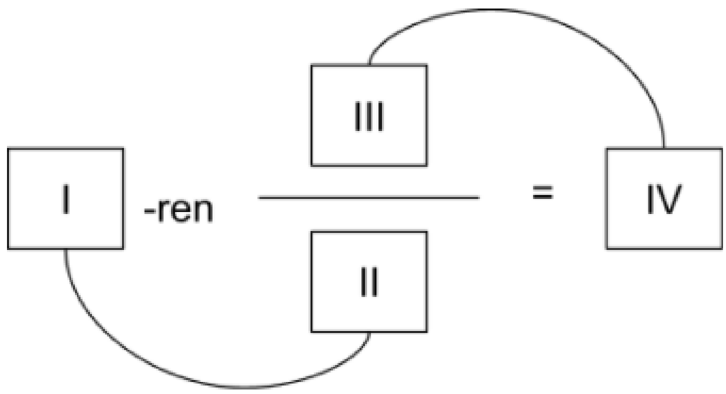


IV. Azkenik, irakasleak eskema osatzea eskatuko die ikasleei, puntu honetan proposatu den lehenengo ariketa motan egiten zuten modu berean. Adibidez:

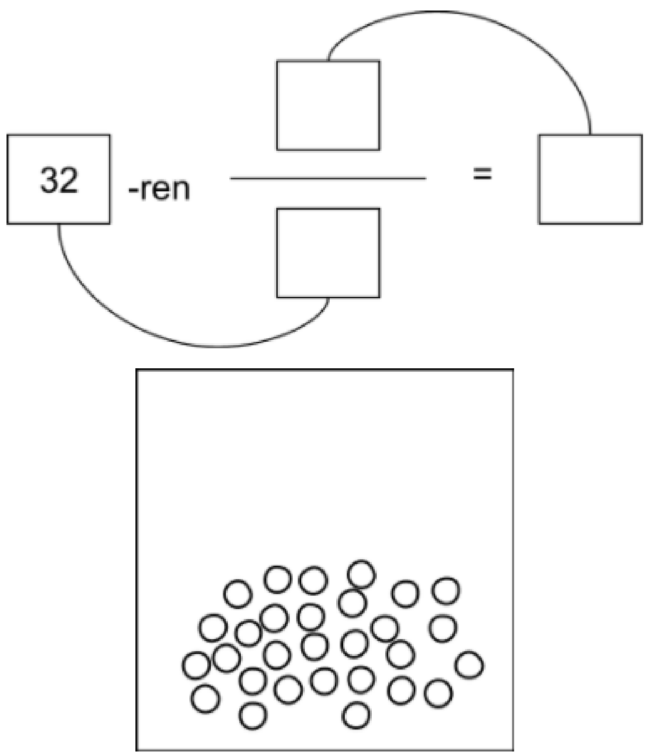




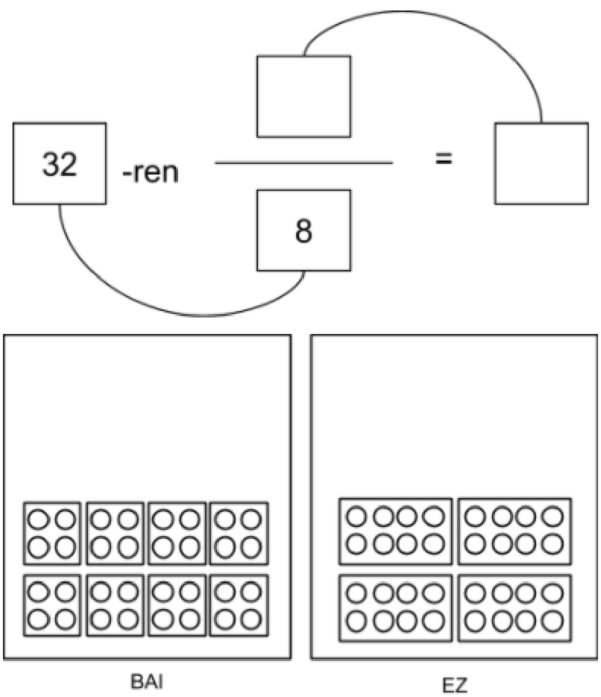
- 3. AUKERA: Eskema betetzen joateko ordena: izendatzailea, emaitzazko kopurua, zenbakitzailea eta erreferentzia-kopurua.



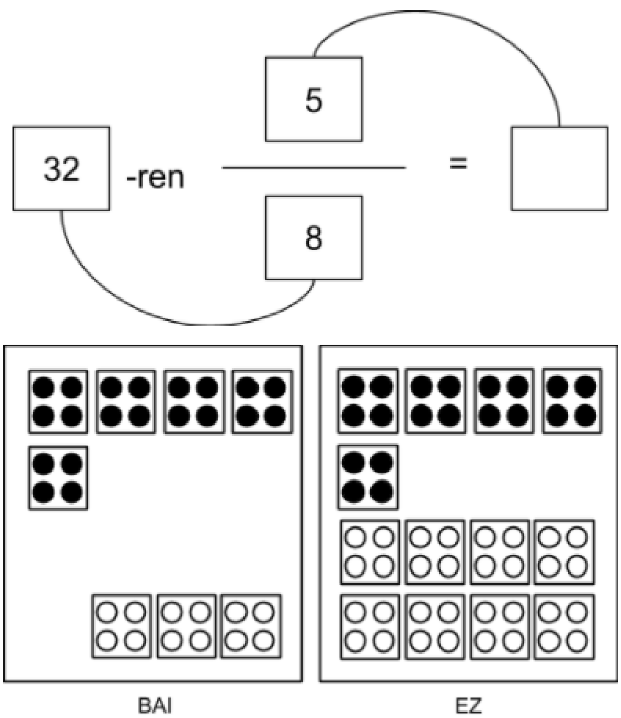
I. Irakaslea erreferentzia-kopurua idazten hasiko da. Ikasleek, beraz, idatzitako fitxa kopurua hartu beharko dute eta mahaiaren beheko erdian kokatu. Adibidez:



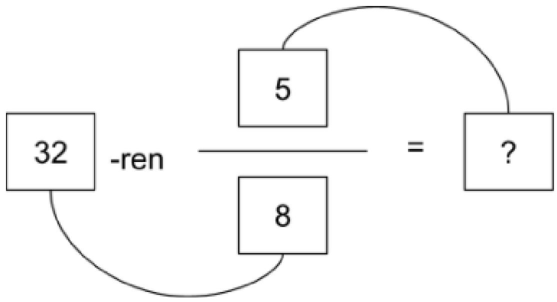
II. Bigarrenik, izendatzailea idatziko du. Ikasleek, beraz, aurretik hartutako fitxa kopurua zenbat multzotan banatu behar diren ezagutuko dute. Ohikoa izaten da, izendatzailearen esanahiarekin nahastea eta multzo kopurua adierazten duela ulertu beharrean, multzo bakoitzak izan behar dituen fitxa kopuruaren inguruko informazioa ematen duela ustea. Adibidez:

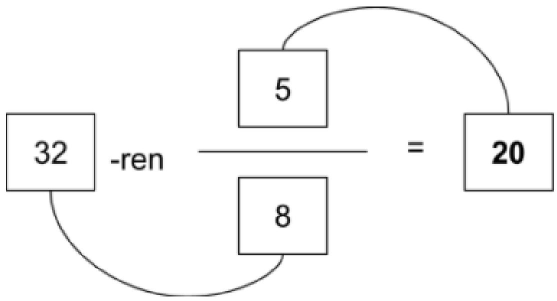


III. Hirugarrenik, zenbakitzailea idatziko du irakasleak. Ikasleek, orduan, osotara dauden multzo kopurutik zenbakitzaileak adierazten duen kopurua mahaiaren goiko erdira eraman beharko dituzte. Ohikoa izaten da, zenbakitzaileak adierazten dituen multzo kopurua, izendatzaileak adierazten dituen multzo kopuruaren parte direla ahaztea eta behar baino multzo gehiago irudikatzea. Adibidez:

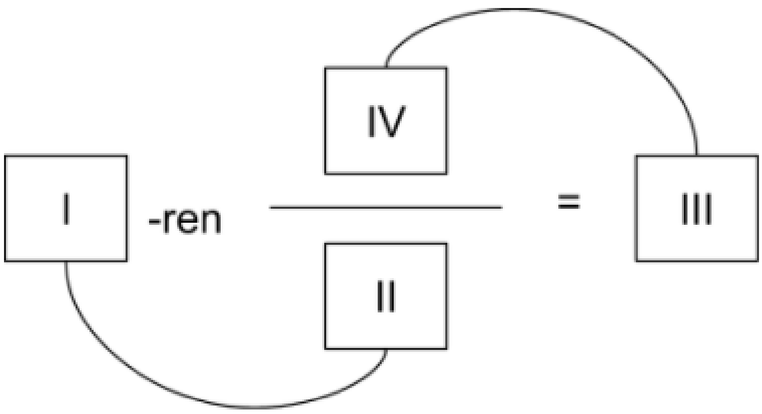


IV. Azkenik, irakasleak eskema osatzea eskatuko die ikasleei, puntu honetan proposatu den lehenengo ariketa motan egiten zuten modu berean. Adibidez:

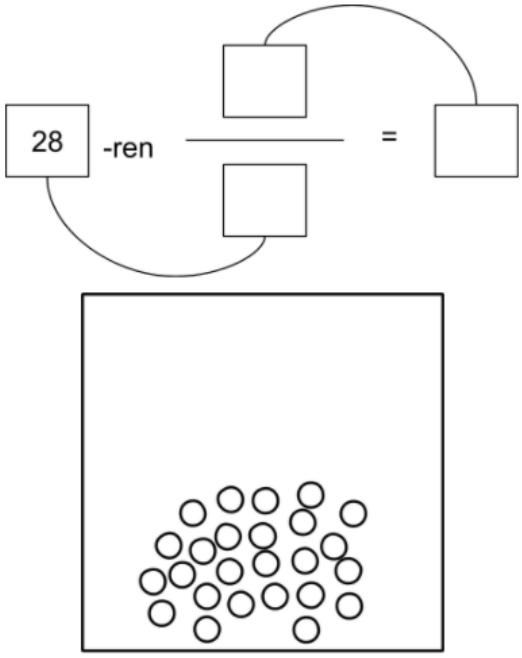




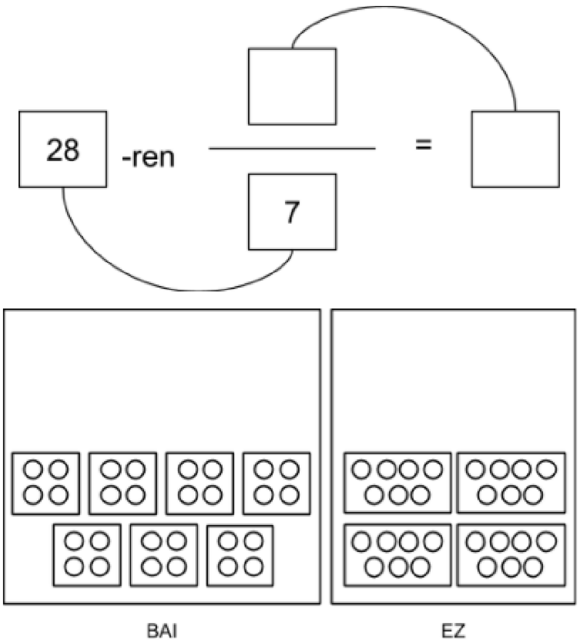
- 4. AUKERA: Eskema betetzen joateko ordena: izendatzailea, emaitzazko kopurua, zenbakitzailea eta erreferentzia-kopurua.



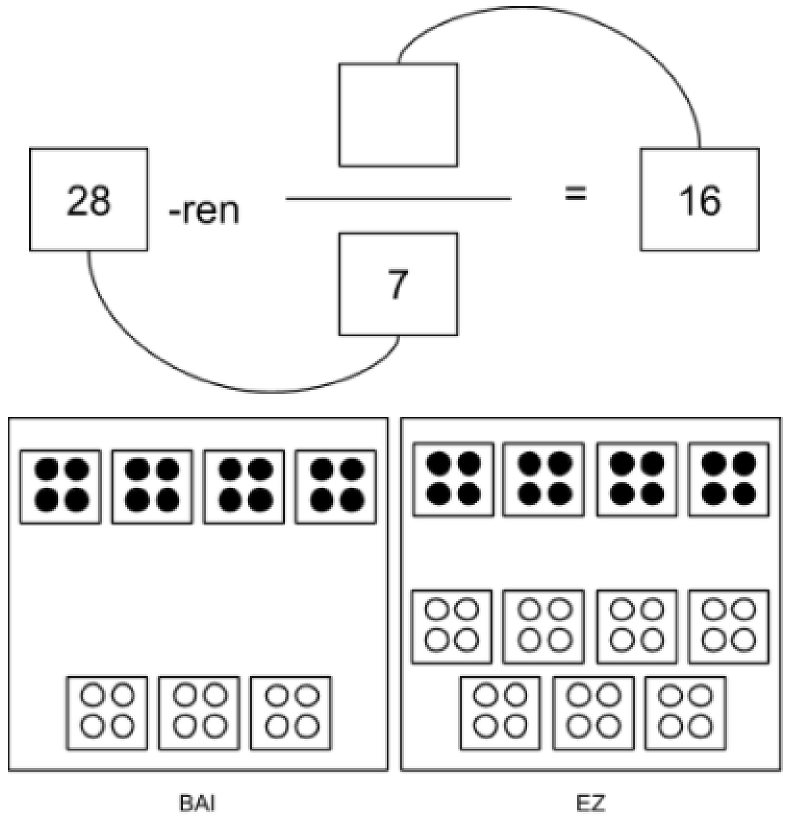
I. Irakaslea erreferentzia-kopurua idazten hasiko da. Ikasleek, beraz, idatzitako fitxa kopurua hartu beharko dute eta mahaiaren beheko erdian kokatu. Adibidez:



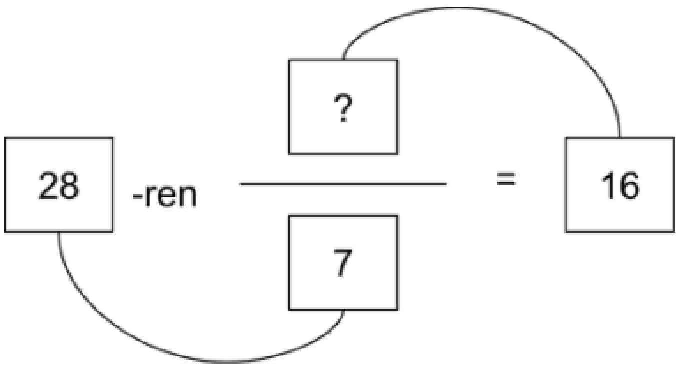
II. Bigarrenik, izendatzailea idatziko du. Ikasleek, beraz, aurretik hartutako fitxa kopurua zenbat multzotan banatu behar diren ezagutuko dute. Ohikoa izaten da, izendatzailearen esanahiarekin nahastea eta multzo kopurua adierazten duela ulertu beharrean, multzo bakoitzak izan behar dituen fitxa kopuruaren inguruko informazioa ematen duela ustea. Adibidez:

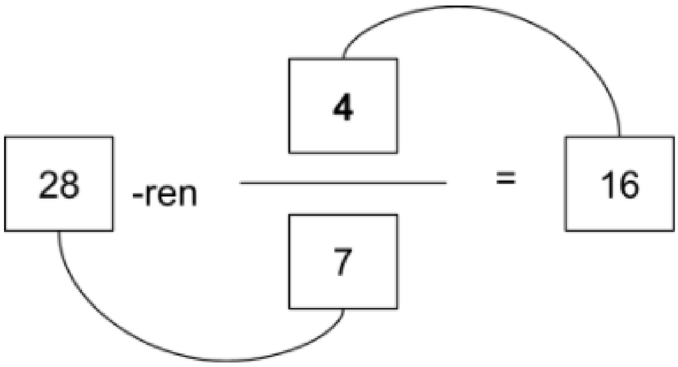


III. Hirugarrenik, emaitzazko kopurua idatziko du irakasleak. Ikasleek, orduan, osotara dauden fitxa kopurutik zenbat hartu behar diren ezagutuko dute. Aurretik egindako multzoetatik banaka hartzen joan beharko dira eta goiko erdira eraman. Mahaiaren goiko erdian emaitzazko kopurua adierazten duen fitxa kopurua izatea lortu behar dute. Ohikoa izaten da, emaitzazko kopurua, erreferentzia-kopuruaren parte dela ahaztea eta behar baino multzo gehiago irudikatzea. Adibidez:

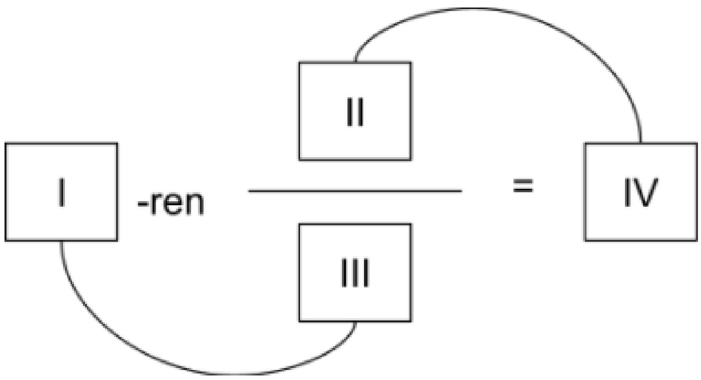


IV. Azkenik, irakasleak eskema osatzea eskatuko die ikasleei, puntu honetan proposatu den lehenengo ariketa motan egiten zuten modu berean. Adibidez:

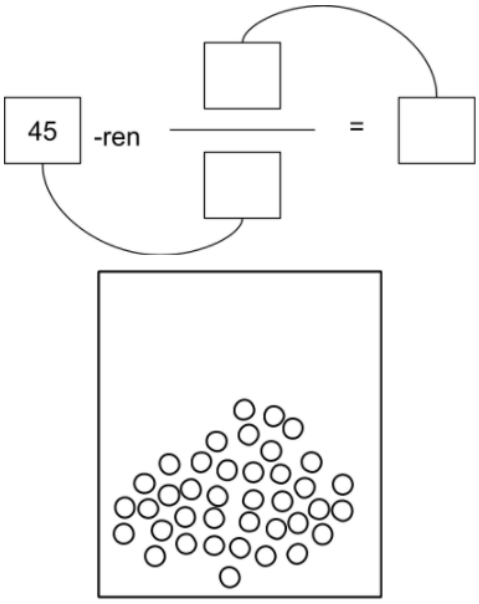




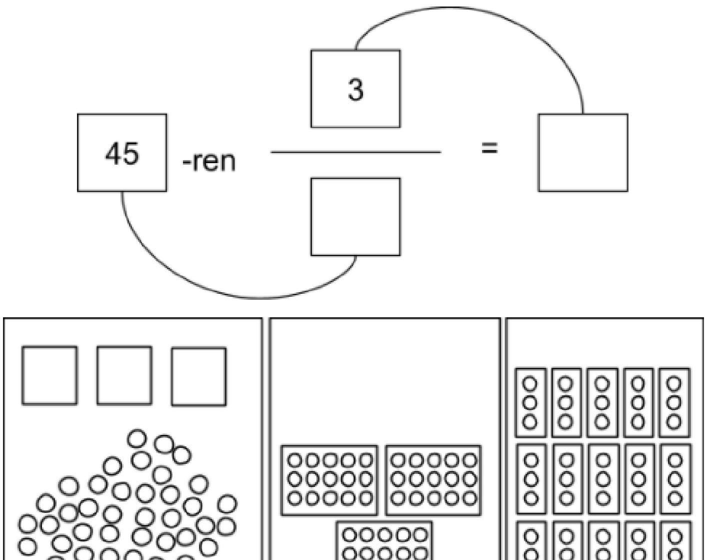
- 5. AUKERA: Eskema betetzen joateko ordena: erreferentzia-kopurua, zenbakitzailea, izendatzailea eta emaitzazko kopurua.



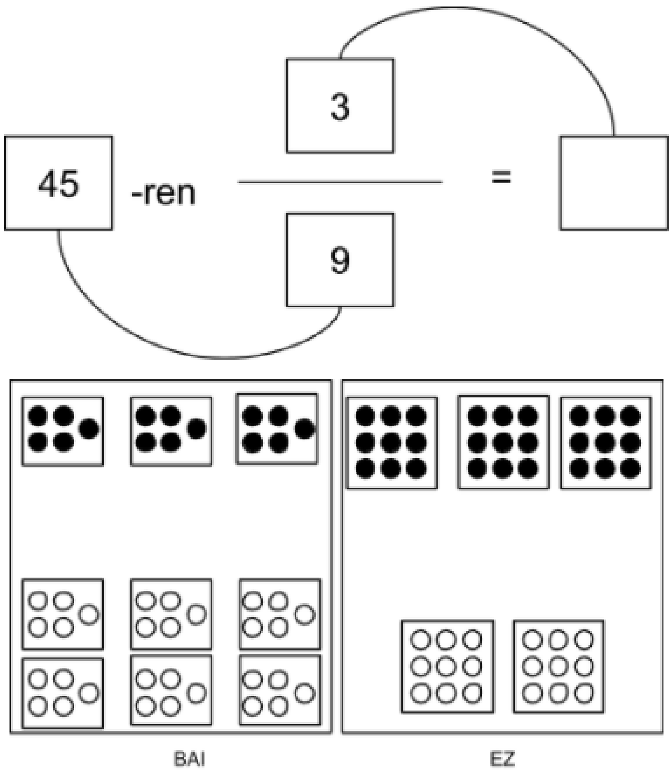
I. Irakaslea erreferentzia-kopurua idazten hasiko da. Ikasleek, beraz, idatzitako fitxa kopurua hartu beharko dute eta mahaiaren beheko erdian kokatu. Adibidez:



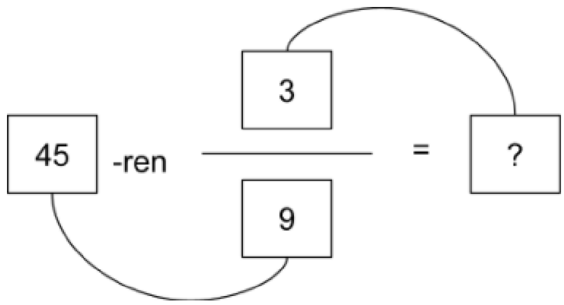
II. Bigarrenik, zenbakitzailea idatziko du. Ikasleek, beraz, idatzitako multzo kopurua marraztu beharko dute mahaian (klariona batekin, multzo bakoitzeko laukitxo bat marraztuko dute mahaiaren goiko erdian). Ohiko izaten da erlazio okerra egitea eta erreferentzia-kopurua zenbakitzailearekin lotzea. Horregatik, askotan, erreferentzia-kopurua zenbakitzaileak adierazten duen multzo kopuruan banatzen dute; edo, erreferentzia-kopurua multzotan banatzen dute horietako bakoitzean zenbakitzaileak adierazten duen fitxa kopurua sartzen dutelarik. Adibidez:

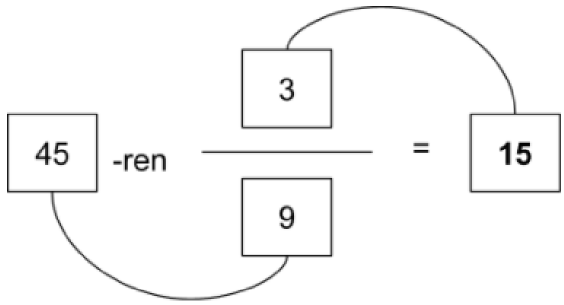


III. Hirugarrenik, izendatzailea idatziko du irakasleak. Ikasleek, orduan, osotara dauden fitxa kopurua zenbat multzotan banatu behar diren ezagutuko dute. Erreferentzia-kopurua adierazten duen fitxa kopuru hori, banan-banan izendatzaileak adierazten duen multzo kopuruan sartzen joango dira, multzo guztietan fitxa kopuru bera izatea lortu arte. Ohikoa izaten da, izendatzailearen esanahiarekin nahastea eta multzo kopurua adierazten duela ulertu beharrean, multzo bakoitzak izan behar dituen fitxa kopuruaren inguruko informazioa ematen duela ustea. Adibidez:

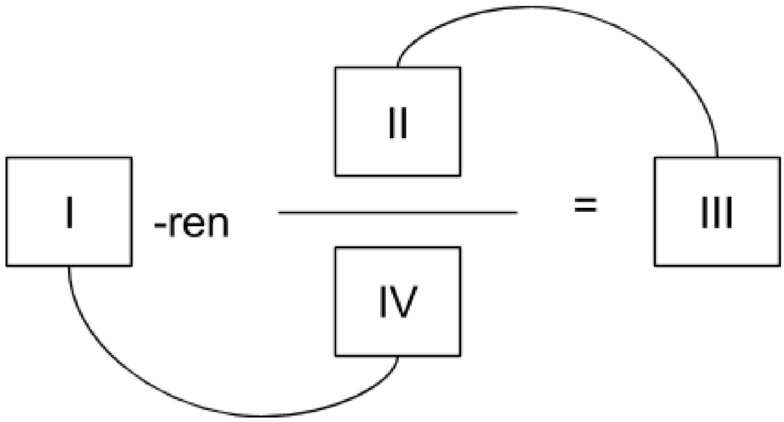


IV. Azkenik, irakasleak eskema osatzea eskatuko die ikasleei, puntu honetan proposatu den lehenengo ariketa motan egiten zuten modu berean. Adibidez:

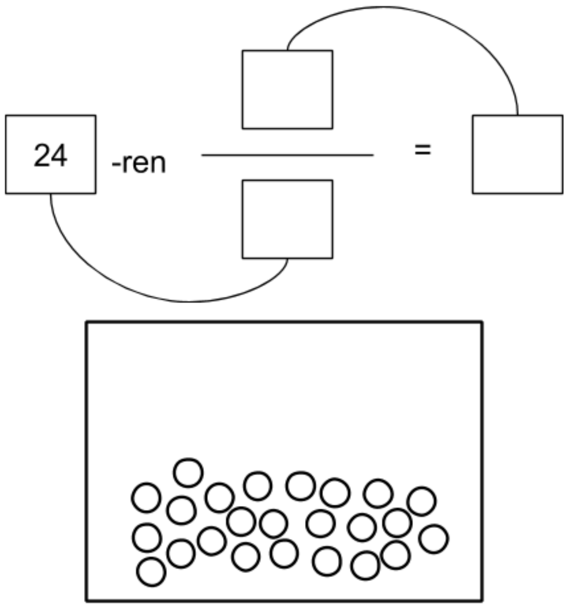




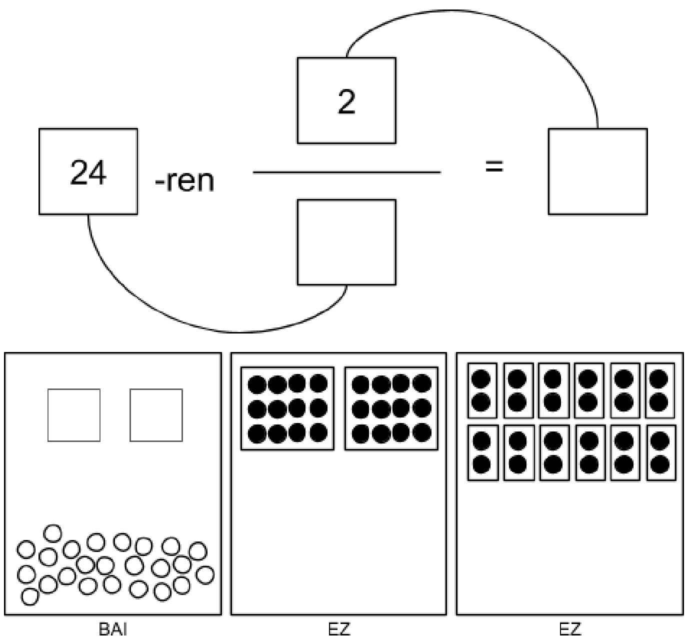
- 6. AUKERA: Eskema betetzen joateko ordena: erreferentzia-kopurua, zenbakitzailea, izendatzailea eta emaitzazko kopurua.



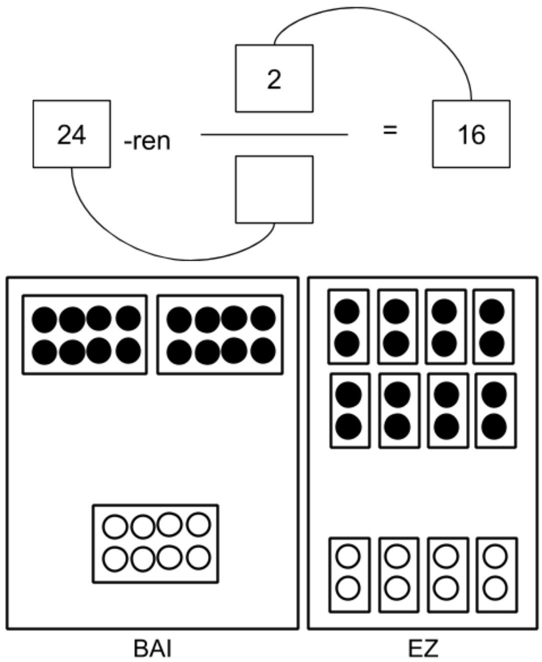
I. Irakaslea erreferentzia-kopurua idazten hasiko da. Ikasleek, beraz, idatzitako fitxa kopurua hartu beharko dute eta mahaiaren beheko erdian kokatu. Adibidez:



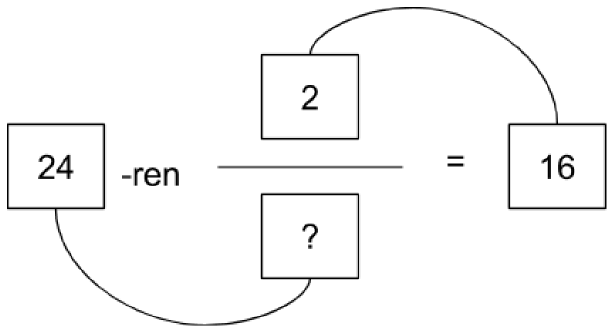
II. Bigarrenik, zenbakitzailea idatziko du. Ikasleek, beraz, idatzitako multzo kopurua marraztu beharko dute mahaian (klariona batekin, multzo bakoitzeko laukitxo bat marraztuko dute mahaiaren goiko erdian). Ohiko izaten da erlazio okerra egitea eta erreferentzia-kopurua zenbakitzailearekin lotzea. Horregatik, askotan, erreferentzia-kopurua zenbakitzaileak adierazten duen multzo kopuruan banatzen dute; edo, erreferentzia-kopurua multzotan banatzen dute horietako bakoitzean zenbakitzaileak adierazten duen fitxa kopurua sartzen dutelarik. Adibidez:

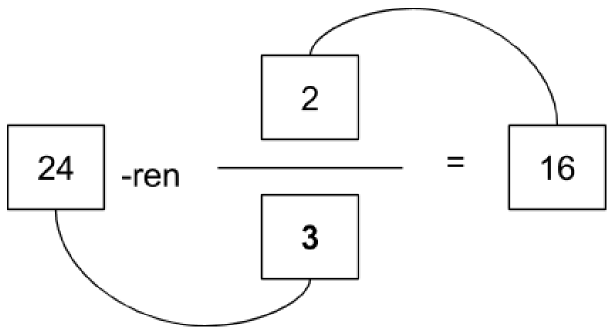


III. Hirugarrenik, emaitzazko kopurua idatziko du irakasleak. Ikasleek, orduan, osotara dauden fitxa kopurutik zenbat hartu behar diren ezagutuko dute. Emaitzazko kopurua adierazten duen fitxa kopuru hori, banan-banan zenbakitzaileak adierazten duen multzo kopuruan sartzen joango dira, multzo guztietan fitxa kopuru bera izatea lortu arte. Ohikoa izaten da, zenbakitzailearen esanahiarekin nahastea eta multzo kopurua adierazten duela ulertu beharrean, multzo bakoitzak izan behar dituen fitxa kopuruaren inguruko informazioa ematen duela ustea. Adibidez:



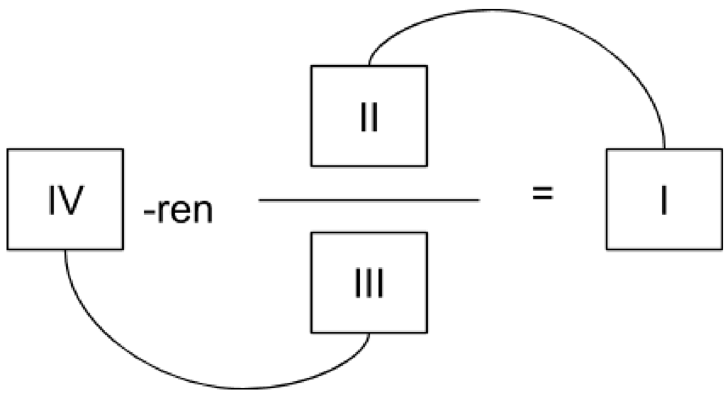
IV. Azkenik, irakasleak eskema osatzea eskatuko die ikasleei, puntu honetan proposatu den lehenengo ariketa motan egiten zuten modu berean. Adibidez:



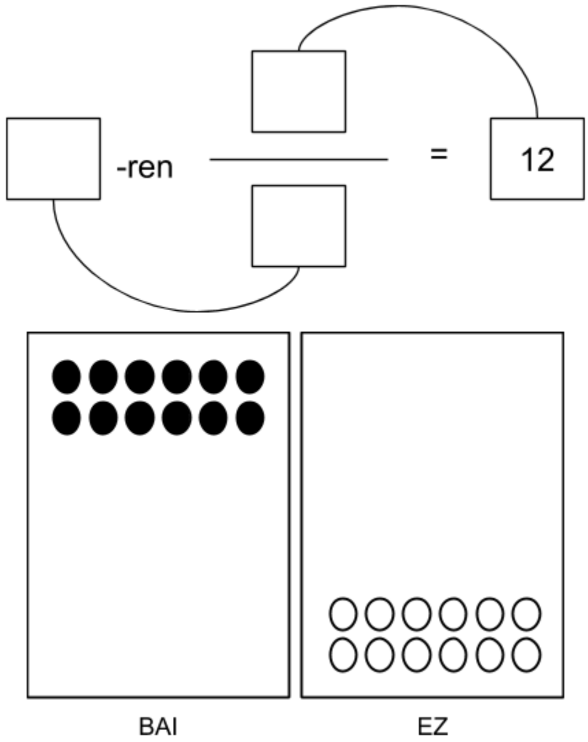


LEHENENGO ERREFERENTZIA-KOPURUA IDAZTEA

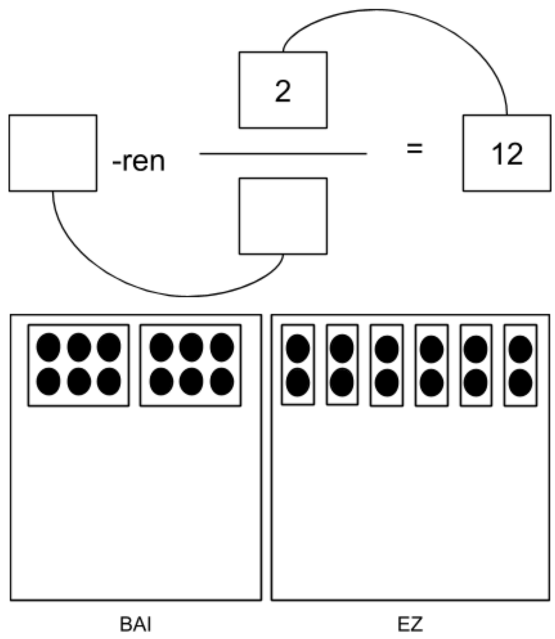
- 1. AUKERA: Eskema betetzen joateko ordena: emaitzazko kopurua, zenbakitzailea, izendatzailea eta erreferentzia-kopurua.



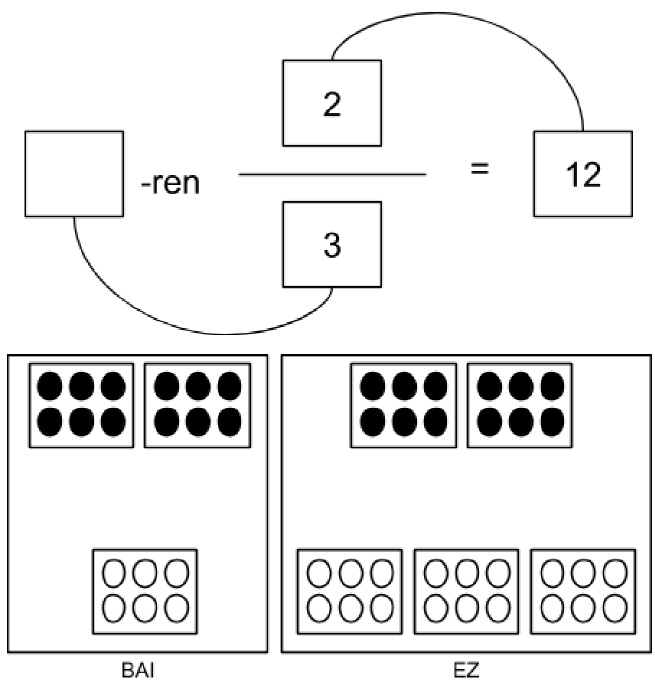
I. Irakaslea emaitzazko kopurua idazten hasiko da. Ikasleek, beraz, idatzitako fitxa kopurua hartu beharko dute eta mahaiaren goiko erdian kokatu. Adibidez:



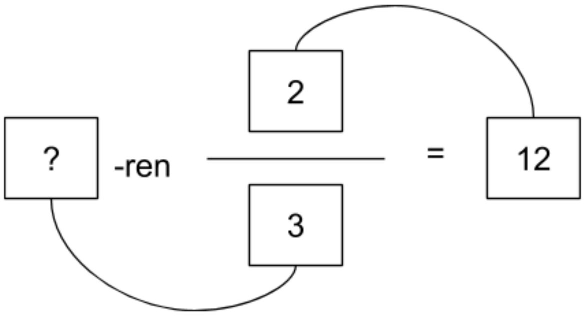
II. Bigarrenik, zenbakitzailea idatziko du. Ikasleek, beraz, emaitzazko kopurua zenbat multzotan banatu behar den ezagutuko dute. Ikasleek emaitzazko kopurua adierazten duen fitxak banan banan hartu eta zenbakitzaileak adierazten duen multzo kopuruan banatu beharko dute (multzo bakoitzean fitxa kopuru bera izatea lortu arte). idatzitako multzo kopurua marraztu beharko dute mahaian (klariona batekin, multzo bakoitzeko laukitxo bat marraztuko dute mahaiaren goiko erdian). Ohikoa izaten da, zenbakitzailearen esanahiarekin nahastea eta multzo kopurua adierazten duela ulertu beharrean, multzo bakoitzak izan behar dituen fitxa kopuruaren inguruko informazioa ematen duela ustea.

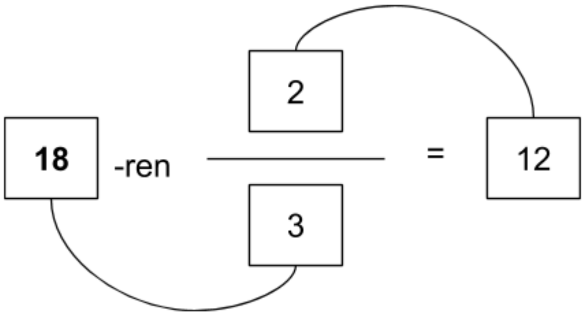


III. Hirugarrenik, emaitzazko kopurua idatziko du irakasleak. Ikasleek beraz, osotara dauden multzo kopurua ezagutuko dute. Haurrek aurretik irudikatutako multzo berdinak egiten joan beharko dira mahaiaren beheko erdian, osotara izendatzaileak adierazten duen multzo kopurua izatea lortu arte. Ohikoa izaten da, zenbakitzaileak adierazten dituen multzo kopurua, izendatzaileak adierazten dituen multzo kopuruaren parte direla ahaztea eta behar baino multzo gehiago irudikatzea. Adibidez:

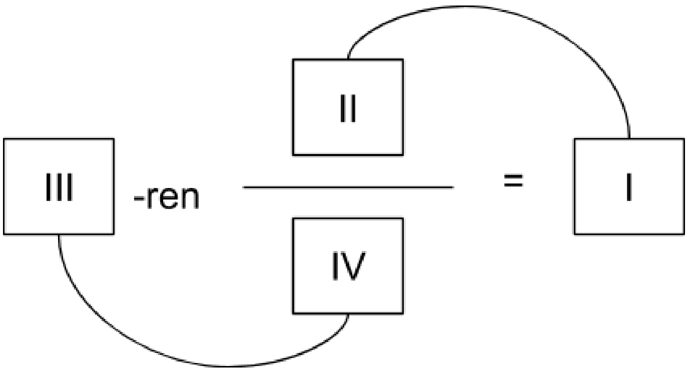


IV. Azkenik, irakasleak eskema osatzea eskatuko die ikasleei, puntu honetan proposatu den lehenengo ariketa motan egiten zuten modu berean. Adibidez:

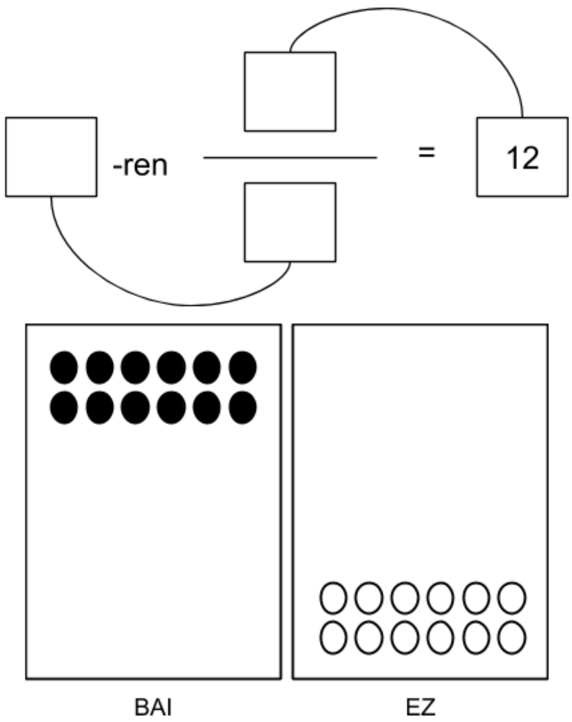




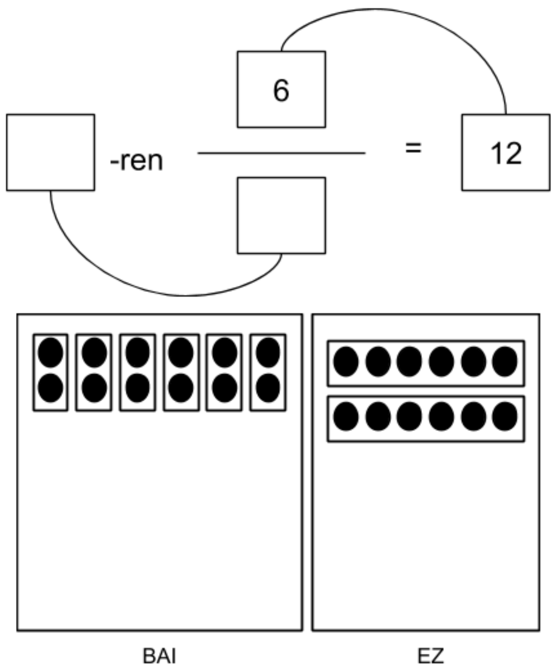
- 2. AUKERA: Eskema betetzen joateko ordena: emaitzazko kopurua, zenbakitzailea, erreferentzia-kopurua eta izendatzailea.



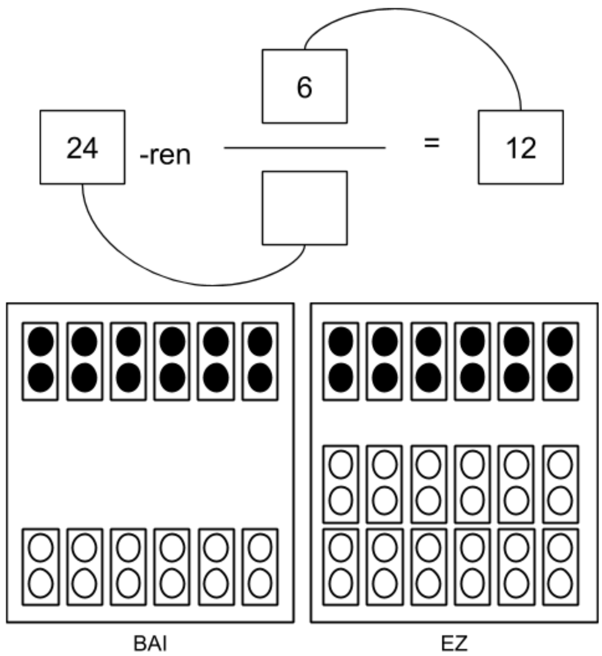
I. Irakaslea emaitzazko kopurua idazten hasiko da. Ikasleek, beraz, idatzitako fitxa kopurua hartu beharko dute eta mahaiaren goiko erdian kokatu. Adibidez:



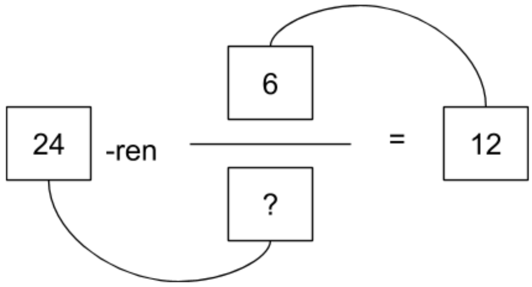
II. Bigarrenik, zenbakitzailea idatziko du. Ikasleek, beraz, emaitzazko kopurua zenbat multzotan banatu behar den ezagutuko dute. Ikasleek emaitzazko kopurua adierazten duen fitxak banan banan hartu eta zenbakitzaileak adierazten duen multzo kopuruan banatu beharko dute (multzo bakoitzean fitxa kopuru bera izatea lortu arte). idatzitako multzo kopurua marraztu beharko dute mahaian (klariona batekin, multzo bakoitzeko laukitxo bat marraztuko dute mahaiaren goiko erdian). Ohikoa izaten da, zenbakitzailearen esanahiarekin nahastea eta multzo kopurua adierazten duela ulertu beharrean, multzo bakoitzak izan behar dituen fitxa kopuruaren inguruko informazioa ematen duela ustea.

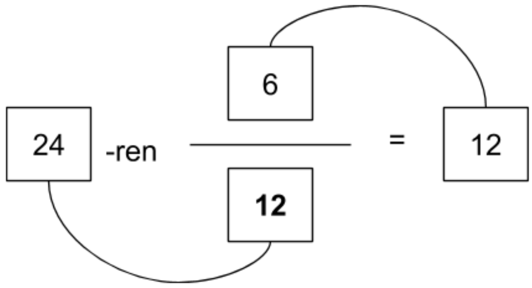


III. Hirugarrenik, erreferentzia-kopurua idatziko du irakasleak. Ikasleek, orduan, osotara dauden fitxa kopurua ezagutuko dute. Haurrek, aurretik egindako multzo berdinak irudikatzen joan beharko dira, osotara erreferentzia-kopurua adierazten duen fitxa kopurua izatea lortu arte. Ohikoa izaten da, emaitzazko kopurua, erreferentzia-kopuruaren parte dela ahaztea eta behar baino multzo gehiago irudikatzea. Adibidez:

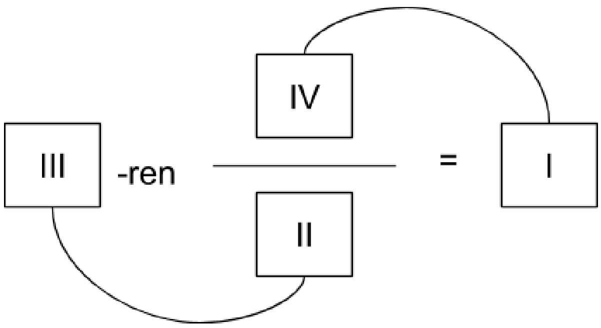


IV. Azkenik, irakasleak eskema osatzea eskatuko die ikasleei, puntu honetan proposatu den lehenengo ariketa motan egiten zuten modu berean. Adibidez:

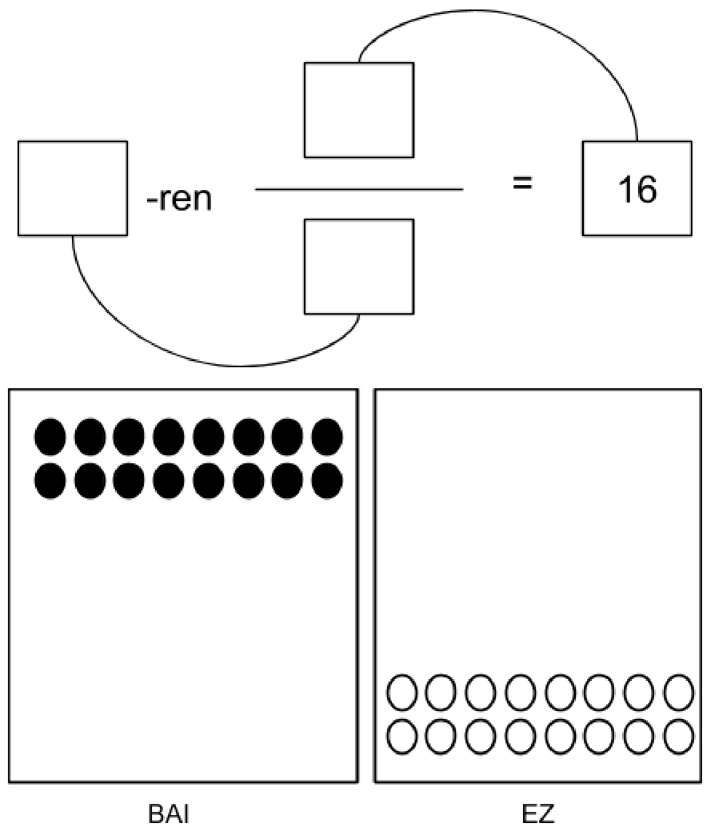




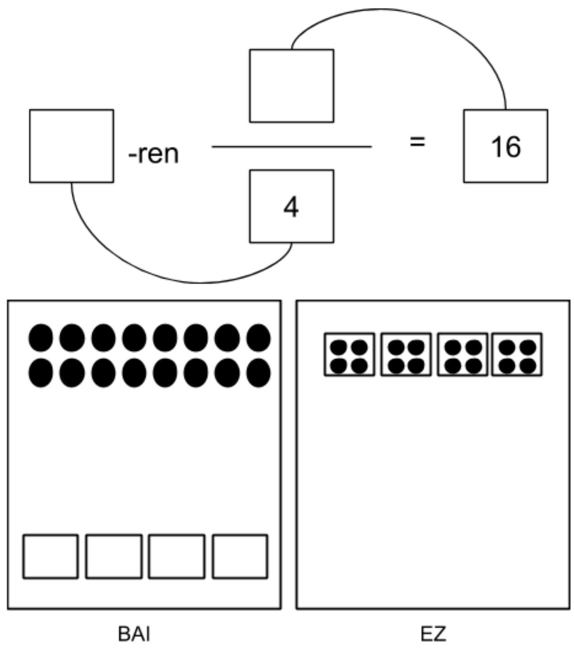
- 1. AUKERA: Eskema betetzen joateko ordena: emaitzazko kopurua, izendatzailea, erreferentzia-kopurua eta zenbakitzailea.



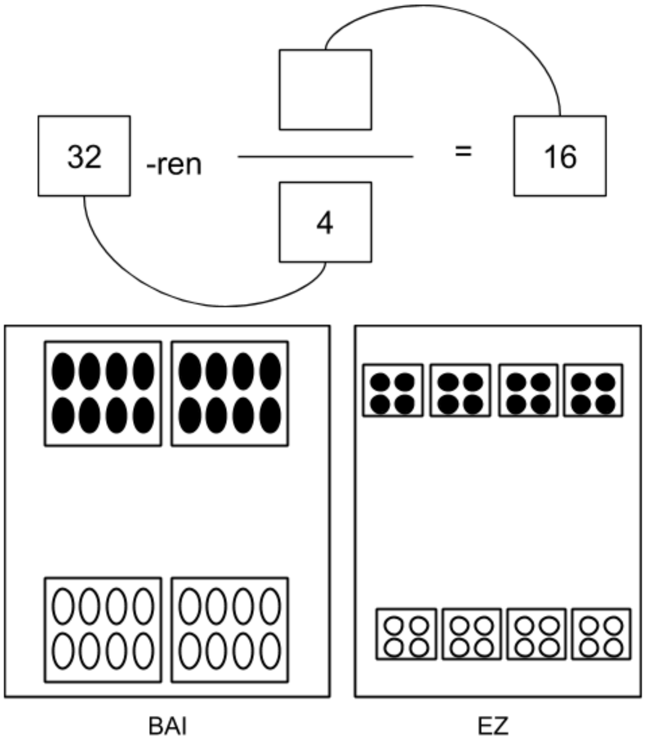
I. Irakaslea emaitzazko kopurua idazten hasiko da. Ikasleek, beraz, idatzitako fitxa kopurua hartu beharko dute eta mahaiaren goiko erdian kokatu. Adibidez:



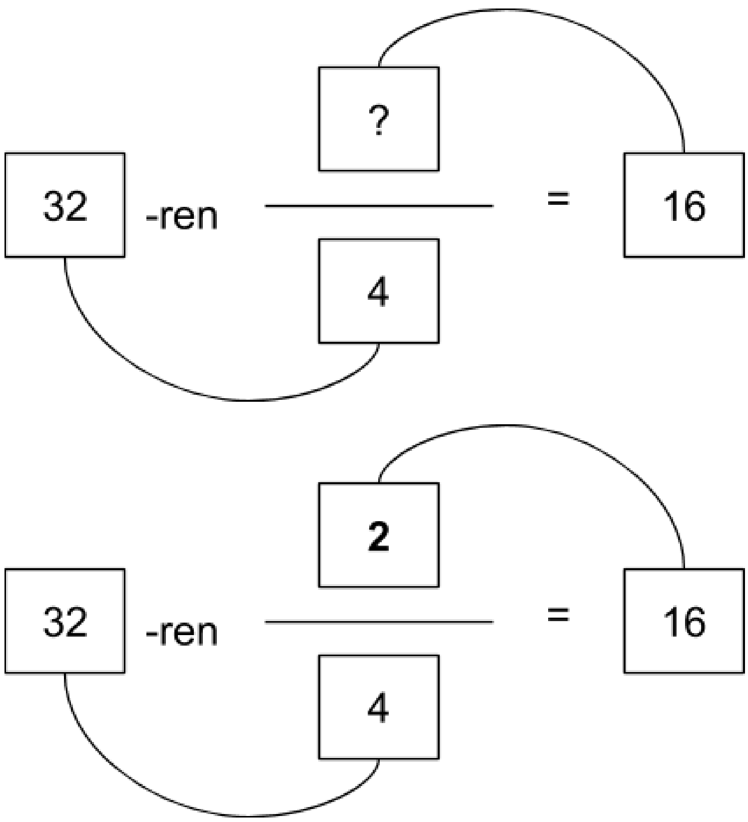
II. Bigarrenik, izendatzailea idatziko du. Ikasleek, beraz, osotara dauden multzo kopurua ezagutuko dute. Haurrek, klariona batekin, multzo bakoitzeko laukitxo bat marraztuko dute mahaiaren beheko erdian. Ohiko izaten da erlazio okerra egitea eta emaitzazko kopurua izendatzailearekin lotzea. Horregatik, askotan, emaitzazko kopurua izendatzaileak adierazten duen multzo kopuruan banatzen dute. Adibidez:



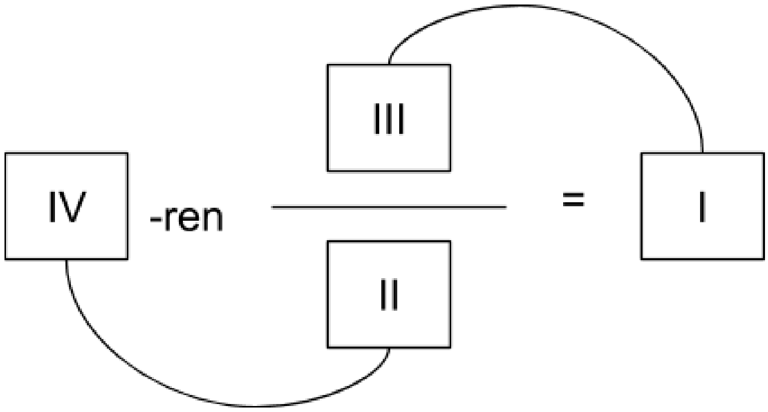
III. Hirugarrenik, erreferentzia-kopurua idatziko du irakasleak. Ikasleek, orduan, osotara dauden fitxa kopurua ezagutuko dute. Erreferentiza-kopurua adierazten duen fitxa kopuru hori, banan-banan izendatzaileak adierazten duen multzo kopuruan sartzen joango dira, multzo guztietan fitxa kopuru bera izatea lortu arte. Ohikoa izaten da, zenbakitzailearen esanahiarekin nahastea eta multzo kopurua adierazten duela ulertu beharrean, multzo bakoitzak izan behar dituen fitxa kopuruaren inguruko informazioa ematen duela ustea. Adibidez:



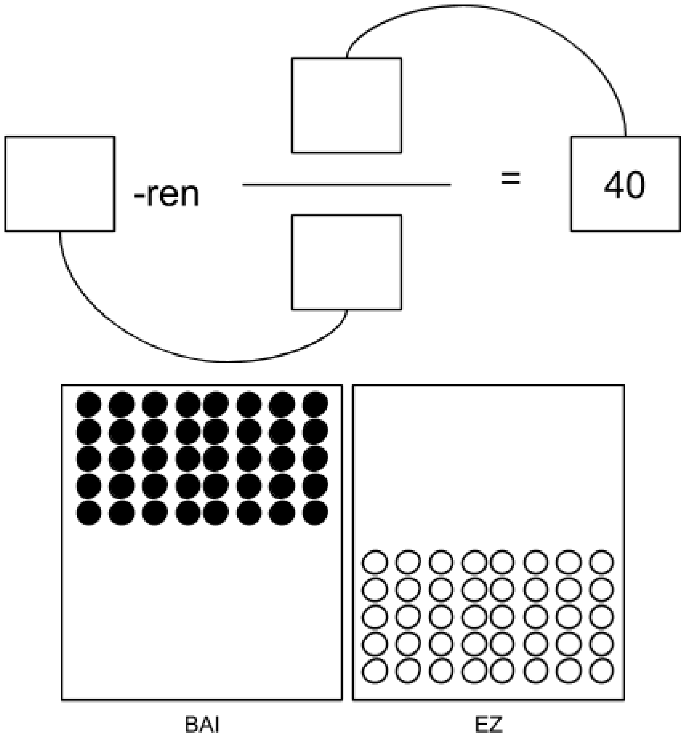
IV. Azkenik, irakasleak eskema osatzea eskatuko die ikasleei, puntu honetan proposatu den lehenengo ariketa motan egiten zuten modu berean. Adibidez:



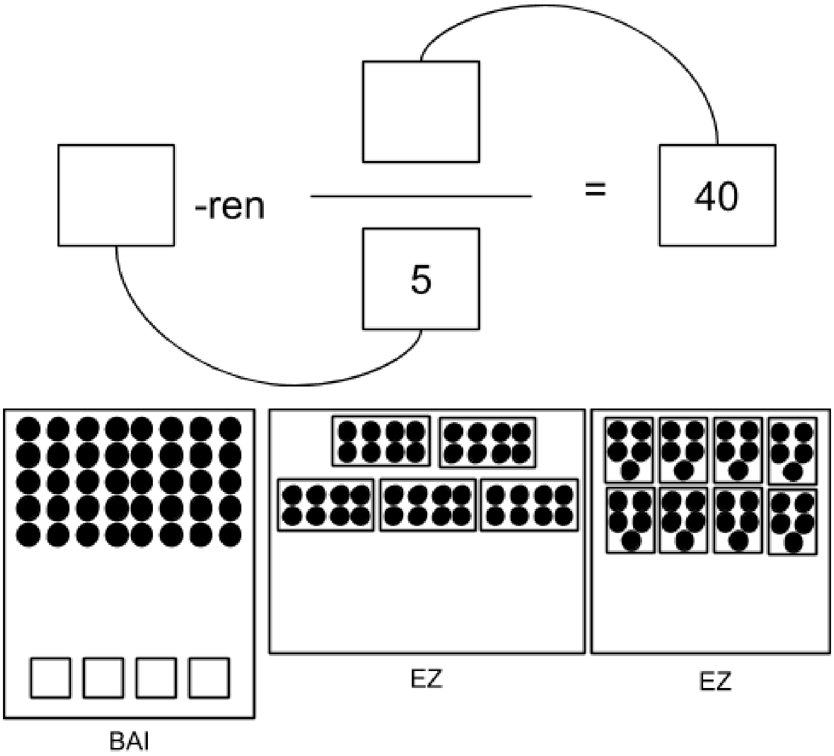
- 1. AUKERA: Eskema betetzen joateko ordena: emaitzazko kopurua, izendatzailea, zenbakitzailea eta erreferentzia-kopurua.



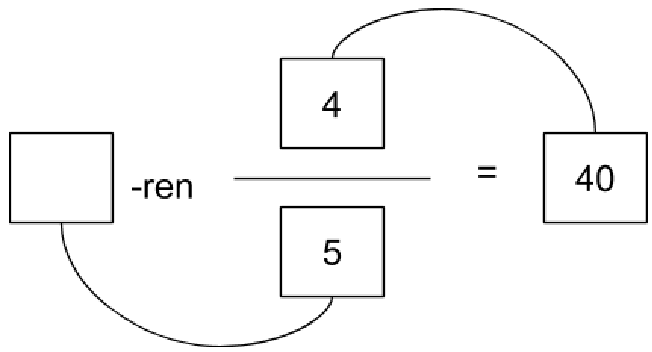
I. Irakaslea emaitzazko kopurua idazten hasiko da. Ikasleek, beraz, idatzitako fitxa kopurua hartu beharko dute eta mahaiaren goiko erdian kokatu. Adibidez:

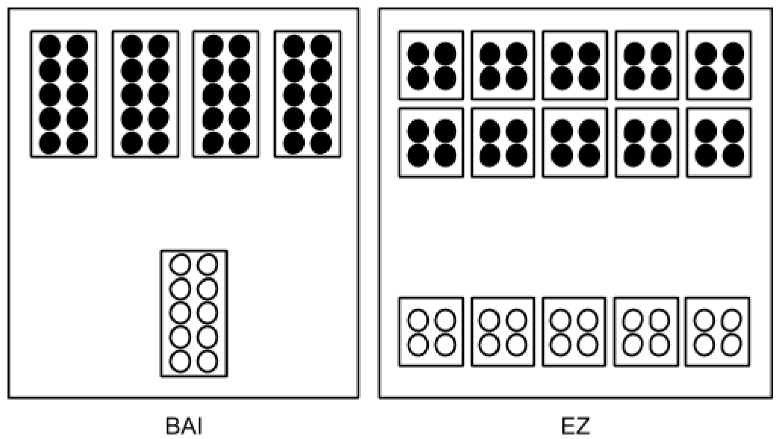


II. Bigarrenik, izendatzailea idatziko du. Ikasleek, beraz, osotara dauden multzo kopurua ezagutuko dute. Haurrek, klariona batekin, multzo bakoitzeko laukitxo bat marraztuko dute mahaiaren beheko erdian. Ohiko izaten da erlazio okerra egitea eta emaitzazko kopurua izendatzailearekin lotzea. Horregatik, askotan, emaitzazko kopurua izendatzaileak adierazten duen multzo kopuruan banatzen dute; edo emaitzazko kopurua multzotan banatzen dute horietako bakoitzean izendatzaileak adierazten duen fitxa kopurua sartuz. Adibidez:

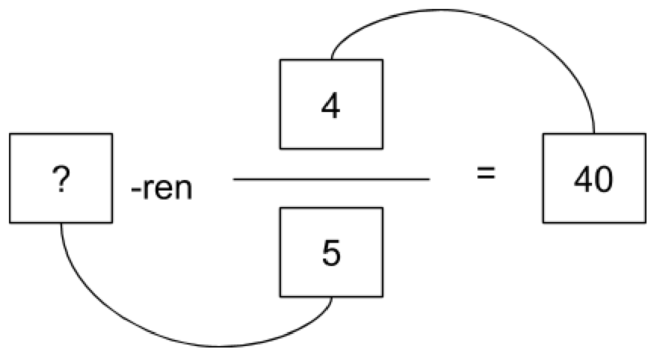


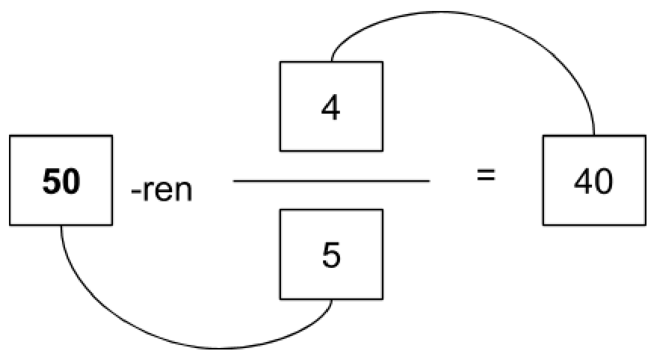
III. Hirugarrenik, izendatzailea idatziko du irakasleak. Ikasleek, orduan, osotara dauden fitxa kopurutik hartu behar diren horiek zenbat multzotan banatu behar diren ezagutuko dute. Emaitzazko kopurua adierazten duen fitxa kopuru hori, banan-banan zenbakitzaileak adierazten duen multzo kopuruan sartzen joango dira, multzo guztietan fitxa kopuru bera izatea lortu arte. Ohikoa izaten da, zenbakitzailearen esanahiarekin nahastea eta multzo kopurua adierazten duela ulertu beharrean, multzo bakoitzak izan behar dituen fitxa kopuruaren inguruko informazioa ematen duela ustea. Adibidez:



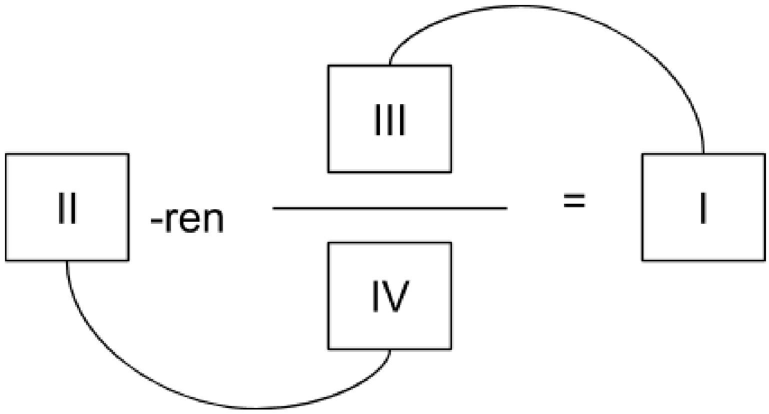


IV. Azkenik, irakasleak eskema osatzea eskatuko die ikasleei, puntu honetan proposatu den lehenengo ariketa motan egiten zuten modu berean. Adibidez:

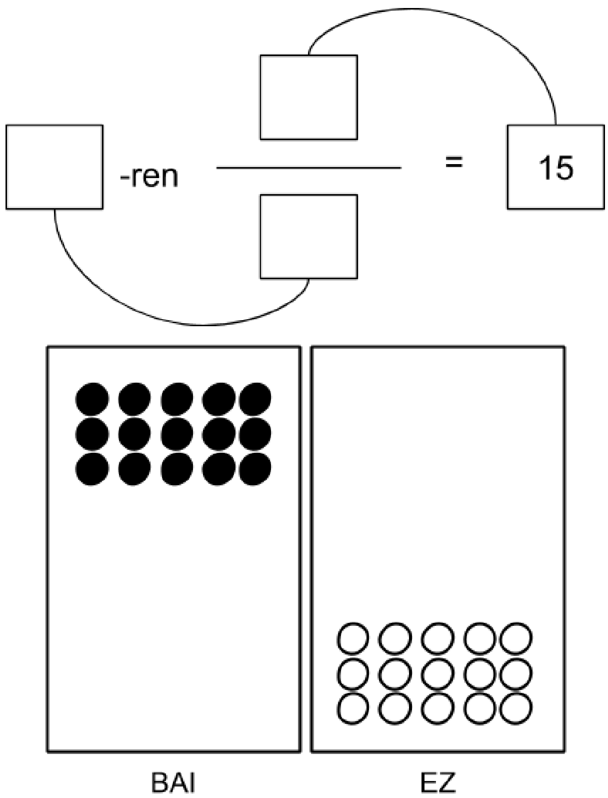




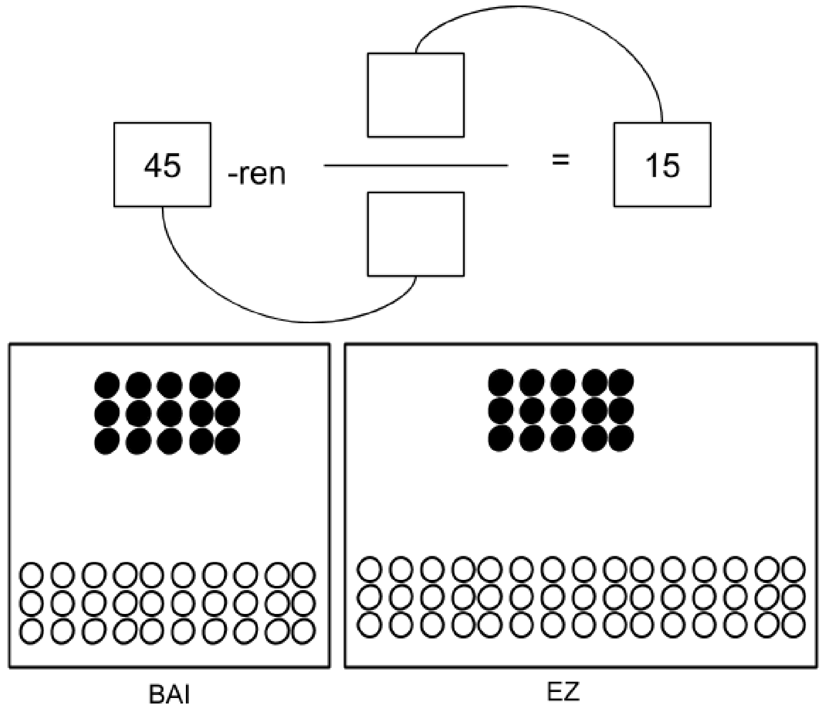
- 5. AUKERA: Eskema betetzen joateko ordena: emaitzazko kopurua, erreferentzia-kopurua, zenbakitzailea eta izendatzailea.



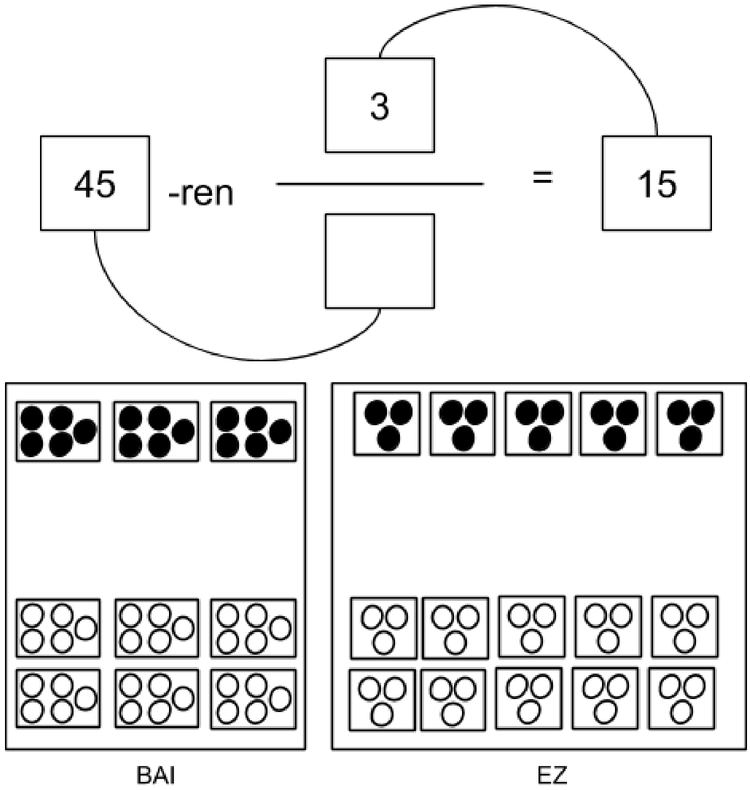
I. Irakaslea emaitzazko kopurua idazten hasiko da. Ikasleek, beraz, idatzitako fitxa kopurua hartu beharko dute eta mahaiaren goiko erdian kokatu. Adibidez:



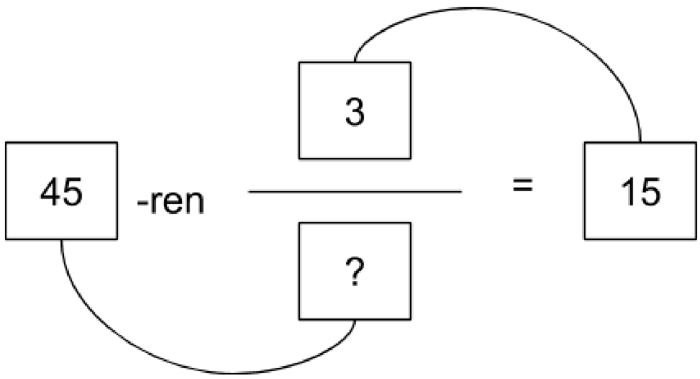
II. Bigarrenik, erreferentzia-kopurua idatziko du irakasleak. Ikasleek, orduan, osotara dauden fitxa kopurua ezagutuko dute. Haurrak beraz, fitxak hartzen eta mahaiaren beheko erdian kokatzen joan beharko dira, mahaian osotara erreferentzia kopurua adierazten duen fitxa kopurua izatea lortu arte. Ohikoa izaten da, emaitzazko kopurua, erreferentzia-kopuruaren parte dela ahaztea eta behar baino fitxa gehiago hartzea.

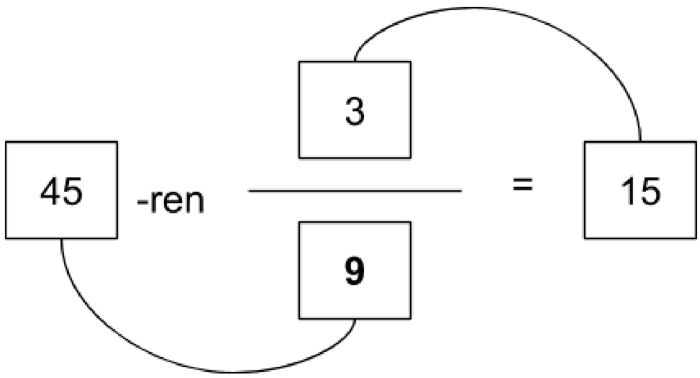


III. Hirugarrenik, zenbakitzailea idatziko du. Ikasleek, beraz, emaitzazko kopurua zenbat multzotan banatu behar den ezagutuko dute. Ikasleek emaitzazko kopurua adierazten duen fitxak banan banan hartu eta zenbakitzaileak adierazten duen multzo kopuruan banatu beharko dute (multzo bakoitzean fitxa kopuru bera izatea lortu arte). Ohikoa izaten da, zenbakitzailearen esanahiarekin nahastea eta multzo kopurua adierazten duela ulertu beharrean, multzo bakoitzak izan behar dituen fitxa kopuruaren inguruko informazioa ematen duela ustea.

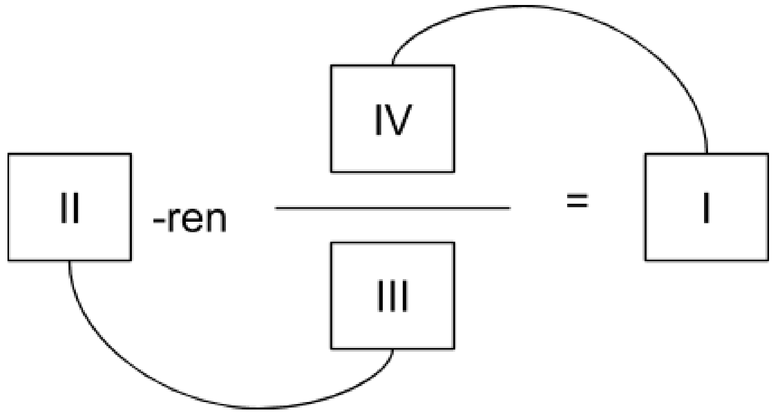


IV. Azkenik, irakasleak eskema osatzea eskatuko die ikasleei, puntu honetan proposatu den lehenengo ariketa motan egiten zuten modu berean. Adibidez:

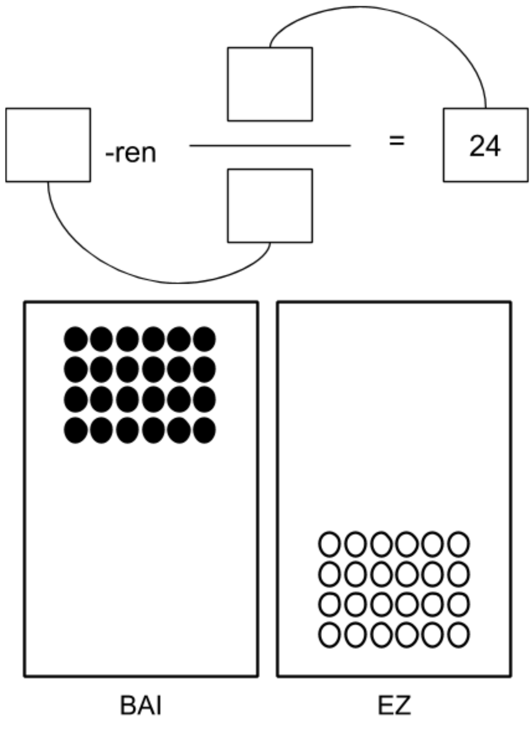




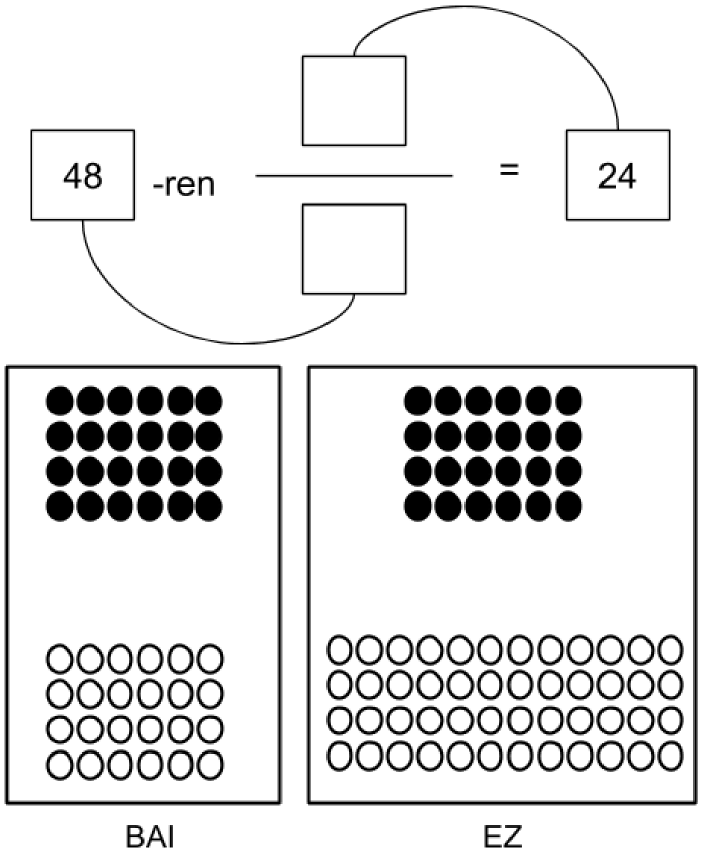
- 6. AUKERA: Eskema betetzen joateko ordena: emaitzazko kopurua, erreferentzia-kopurua, zenbakitzailea eta izendatzailea.



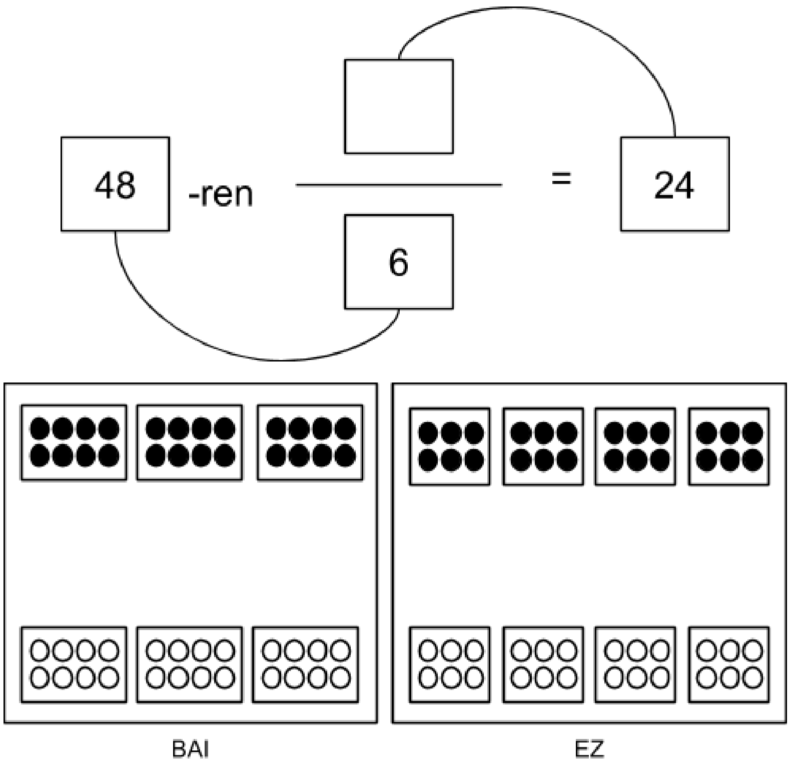
I. Irakaslea emaitzazko kopurua idazten hasiko da. Ikasleek, beraz, idatzitako fitxa kopurua hartu beharko dute eta mahaiaren goiko erdian kokatu. Adibidez:



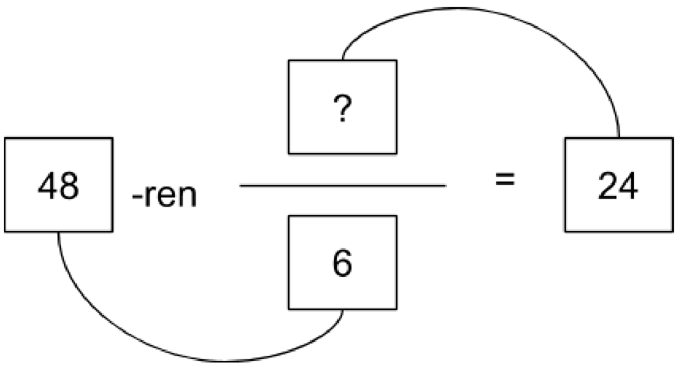
II. Bigarrenik, erreferentzia-kopurua idatziko du irakasleak. Ikasleek, orduan, osotara dauden fitxa kopurua ezagutuko dute. Haurrak beraz, fitxak hartzen eta mahaiaren beheko erdian kokatzen joan beharko dira, mahaian osotara erreferentzia kopurua adierazten duen fitxa kopurua izatea lortu arte. Ohikoa izaten da, emaitzazko kopurua, erreferentzia-kopuruaren parte dela ahaztea eta behar baino fitxa gehiago hartzea.

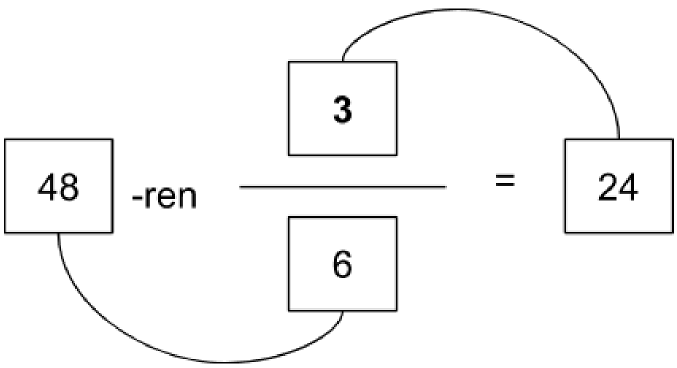


III. Hirugarrenik, izendatzailea idatziko du. Ikasleek, beraz, erreferentzia-kopurua zenbat multzotan banatu behar den ezagutuko dute. Ikasleek erreferentzia-kopurua adierazten duen fitxak banan banan hartu eta izendatzaileak adierazten duen multzo kopuruan banatu beharko dute (multzo bakoitzean fitxa kopuru bera izatea lortu arte). Ohikoa izaten da, izendatzailearen esanahiarekin nahastea eta multzo kopurua adierazten duela ulertu beharrean, multzo bakoitzak izan behar dituen fitxa kopuruaren inguruko informazioa ematen duela ustea. Adibidez:



IV. Azkenik, irakasleak eskema osatzea eskatuko die ikasleei, puntu honetan proposatu den lehenengo ariketa motan egiten zuten modu berean. Adibidez:





13. Errubrika

Link-a:
https://docs.google.com/spreadsheets/d/1IC7EPzKuGgO0G7UFZeptOy6dTZKNGPoEbd1k3Aod1Nc/edit?usp=sharing

	BIKAIN	AURRERATUA	ESKURATUA	ESKURATZEKO BIDEAN	PISUA
	4	3	2	1	
IZENDATZAILEA ULERTZEA	Jarduerak modu konkretuan, piktorikoan eta abstraktuan egiteko gai da, eta hiru faseetan egindako prozesua hitzez adierazten du.	Jarduerak modu konkretuan, piktorikoan eta abstraktuan egiteko gai da, eta bat edo bi faseetan egindako prozesua hitzez adierazten du.	Jarduerak modu konkretuan, piktorikoan eta abstraktuan egiteko gai da baina, fase horietako bakoitzean egindako prozesua hitzez adieraztea kostatzen zaio.	Jarduerak, gutxienez modu batean, egitea kostatzen zaio (konkretua, piktorikoa eta abstraktua).	25%
ZENBAKITZAILEA ULERTZEA	Jarduerak modu konkretuan, piktorikoan eta abstraktuan egiteko gai da, eta hiru faseetan egindako prozesua hitzez adierazten du.	Jarduerak modu konkretuan, piktorikoan eta abstraktuan egiteko gai da, eta bat edo bi faseetan egindako prozesua hitzez adierazten du.	Jarduerak modu konkretuan, piktorikoan eta abstraktuan egiteko gai da baina, fase horietako bakoitzean egindako prozesua hitzez adieraztea kostatzen zaio.	Jarduerak, gutxienez modu batean, egitea kostatzen zaio (konkretua, piktorikoa eta abstraktua).	25%

ERREFERENTZIA EGOERA EMANDA ZATIKIA IDAZTEA	Jarduerak modu konkretuan, piktorikoan eta abstraktuan egiteko gai da, eta hiru faseetan egindako prozesua hitzez adierazten du.	Jarduerak modu konkretuan, piktorikoan eta abstraktuan egiteko gai da, eta bat edo bi faseetan egindako prozesua hitzez adierazten du.	Jarduerak modu konkretuan, piktorikoan eta abstraktuan egiteko gai da baina, fase horietako bakoitzean egindako prozesua hitzez adieraztea kostatzen zaio.	Jarduerak, gutxienez modu batean, egitea kostatzen zaio (konkretua, piktorikoa eta abstraktua).	25%
ZATIKIA IDATZITA EMANDA EGOERA IRUDIKATZEA	Jarduerak modu konkretuan, piktorikoan eta abstraktuan egiteko gai da, eta hiru faseetan egindako prozesua hitzez adierazten du.	Jarduerak modu konkretuan, piktorikoan eta abstraktuan egiteko gai da, eta bat edo bi faseetan egindako prozesua hitzez adierazten du.	Jarduerak modu konkretuan, piktorikoan eta abstraktuan egiteko gai da baina, fase horietako bakoitzean egindako prozesua hitzez adieraztea kostatzen zaio.	Jarduerak, gutxienez modu batean, egitea kostatzen zaio (konkretua, piktorikoa eta abstraktua).	25%

14. Quizziz: Kopuru baten zatikia

Link-a: https://quizizz.com/admin/quiz/5fe30d35c9b4b0001b96add0

15. Ebaluatzeko: Kopuru baten zatikia

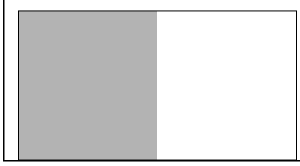
Bete itzazu hutsuneak eta osatu marrazkiak:
$\frac{\boxed{2}}{\boxed{5}}$ de $\boxed{20}$ = $\boxed{}$
$\frac{\boxed{3}}{\boxed{4}}$ de $\boxed{}$ = $\boxed{15}$
$\frac{\boxed{}}{\boxed{5}}$ de $\boxed{15}$ = $\boxed{12}$
$\frac{\boxed{}}{\boxed{2}}$ de $\boxed{10}$ = $\boxed{4}$

16. ThatQuiz: Zatiki baliokideak

Web-orria: https://www.thatquiz.org/es/

Kodea: EDKEI1DT

17. Ebaluatzeko: Zatiki baliokideak

Adierazi hiru zatiki ezberdinen bitartez koloreztatutako laukizuzenaren zatia:
 _____ _____ _____

Orain osa itzazu zatikiak marrazkiari erreparatuz:

$\frac{\_\_\_}{8}$ $\frac{\_\_\_}{4}$ $\frac{12}{\_\_\_}$

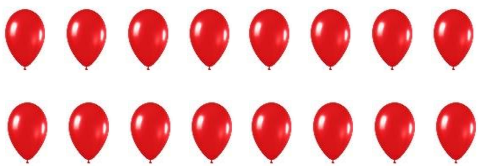
18. ThatQuiz: Zatikien alderaketa

Web-orria: https://www.thatquiz.org/es/

Kodea: BJDVFW8Q

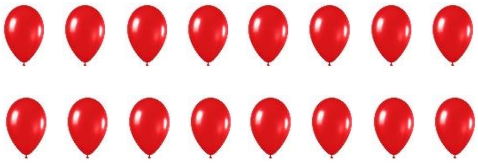
19. Ebaluatzeko: Zatikien alderaketa

1. Irudikatu bi zatiki hauek, borobildu handiena eta osatu esaldia:



3/4

______________________ bera duten bi zatiren artean, handiena ______________________-rik ____________________ duena izango da.



3/8

2. **Irudikatu bi zatiki hauek, borobildu handiena eta azaldu zergatik esaldi labur baten bitartez:**

3/4 **3/8**

3. **Ordena itzazu zatiki hauek handienetik txikienera:**

3/7 3/5 3/6 3/9	
5/8 2/8 7/8 6/8	

20. Google formularios

Unitatea baino handiagoak diren zatikiak:

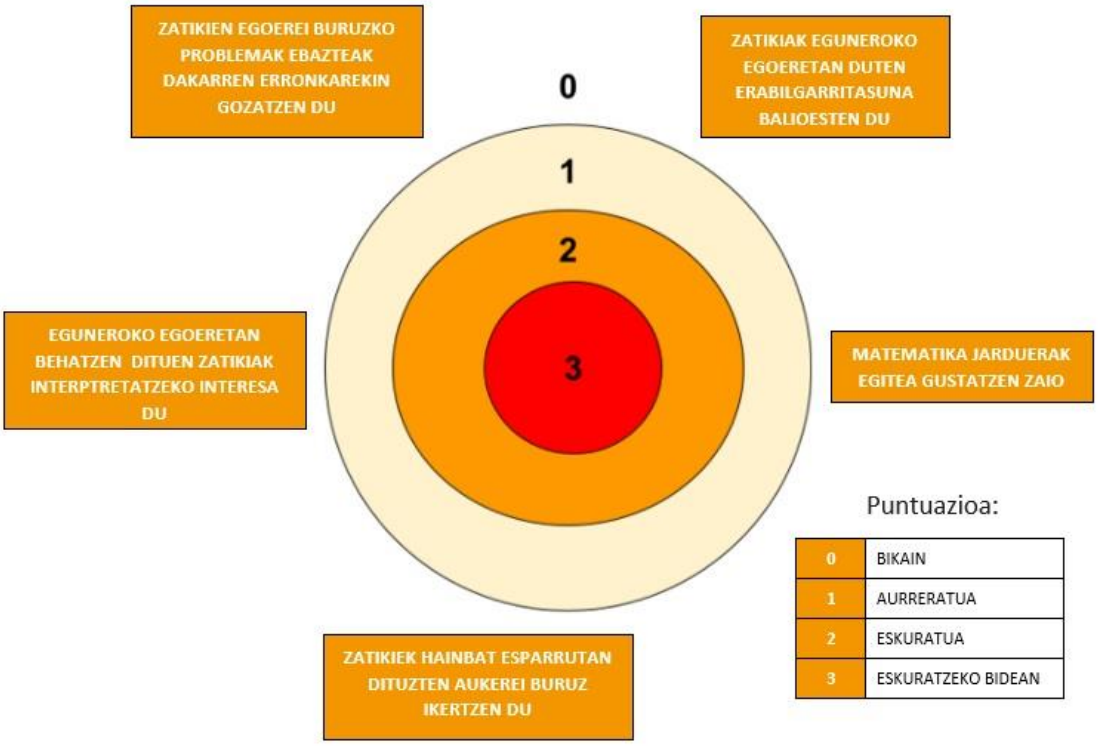
- Ikasleak:
  https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSch8IK_5PjdCrxz_l9C_r6MhDR2PO4gVv6-JEg5zjr_NITT8g/viewform?usp=sf_link
- Irakaslea:
  https://docs.google.com/forms/d/1qjLsQEKCv6iRW09p6n6nJpd0xnNenAa10a7B6KiuG7A/edit?usp=sharing

Eragiketak zatikiekin:

- Ikasleak:
  https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLScAtHGBmseCygG0MHEXO8n89ZanXG5QpR51Ufa8J4ldf3IZRA/viewform?usp=sf_link

- Irakaslea:
  https://docs.google.com/forms/d/10ASe4Oj_6LEruvxb5c-LpzLR3BQRc67Zhyb_UGxgBZM/edit?usp=sharing

21. Amaierako ebaluazioa


ZATIKIEN EGOEREI BURUZKO PROBLEMAK EBAZTEAK DAKARREN ERRONKAREKIN GOZATZEN DU
ZATIKIAK EGUNEROKO EGOERETAN DUTEN ERABILGARRITASUNA BALIOESTEN DU
0
1
2
3
EGUNEROKO EGOERETAN BEHATZEN DITUEN ZATIKIAK INTERPTRETATZEKO INTERESA DU
MATEMATIKA JARDUERAK EGITEA GUSTATZEN ZAIO
Puntuazioa:
0 BIKAIN
1 AURRERATUA
2 ESKURATUA
3 ESKURATZEKO BIDEAN
ZATIKIEK HAINBAT ESPARRUTAN DITUZTEN AUKEREI BURUZ IKERTZEN DU