

# Modelado de la atención en consulta externa en un hospital público: una herramienta de gestión\*

## Modeling in outpatient care in a public hospital: a management tool

## Modelagem no atendimento ambulatorial em um hospital público: uma ferramenta de gestão

Fecha de recepción: 14-08-13 Fecha de aceptación: 09-03-14  
doi:10.11144/Javeriana.RGYPS13-26.mace

Aurora Inés Gáfarro-Rojas\*\*  
Fermín Mallor-Giménez\*\*\*  
Cristina Azcárate-Camio\*\*\*\*

\* Este artículo de investigación hace parte de la tesis doctoral titulada *Aplicación de técnicas de optimización y simulación en la planificación de centros de atención primaria*. La financiación del doctorado se realizó como comisión de estudios 2002-2007. Un avance de este trabajo fue presentado en la XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática-(CIAEM) 2011, del 26 al 30 de junio de 2011, en Recife (Brasil).

\*\* Doctora en Estadística, Matemática e Informática. Profesor asistente, Departamento de Salud Pública, Escuela de Medicina, Facultad de Salud, Universidad Industrial de Santander (UIS). Correspondencia: Carrera 32 No. 29-31 (UIS), Bucaramanga, Santander, (Colombia). Correo electrónico: agafaror@uis.edu.co, auroragafaro@hotmail.com

\*\*\* Doctor en Estadística. Profesor titular, Departamento de Estadística e Investigación Operativa de la Universidad Pública de Navarra, España. Correspondencia: Universidad Pública de Navarra - Edificio Departamental de los Magnolios - 31006 Pamplona. Campus Arrosadía, Pamplona, (España). mallor@unavarra.es

\*\*\*\* Doctor en Estadística. Profesor titular, Departamento de Estadística e Investigación Operativa de la Universidad Pública de Navarra, España. Correspondencia: Universidad Pública de Navarra - Edificio Departamental de los Magnolios - 31006 Pamplona. Campus Arrosadía, Pamplona, (España). cazcarate@unavarra.es



### Resumen

*Problema:* aunque se dispone de herramientas que pueden apoyar la planificación de las actividades asistenciales, hasta el momento no existe una distribución de los servicios de atención en salud cuya estructura orgánica obtenga resultados óptimos, es decir, que garantice un flujo normal de pacientes sin generar colas excesiva, con tiempos de espera adecuados, disponibilidad apropiada de personal y directrices estratégicas de programas concretos, centrados en la concepción y organización de actividades de acuerdo con la demanda de la población atendida.

*Objetivo:* describir y aplicar una herramienta para modelar el proceso de llegadas de pacientes en un hospital colombiano, encaminado al mejoramiento de la gestión organizacional. *Método:* este estudio corresponde a una investigación operativa que aplica un modelo de simulación.

*Resultado:* se generó un modelo matemático útil en otros contextos similares para la generación de llegadas o análisis de la afluencia de pacientes.

**Palabras clave:** atención primaria; administración hospitalaria; modelos estadísticos; modelos matemáticos; servicios de admisión en hospital; simulación por computador

**Palabras clave descriptor:** sistemas de salud; políticas públicas; sector de atención de salud; salud pública; determinantes sociales de la salud

### Abstract

*Problem:* Although there are tools that can support the planning of assistance activities, to date there is no distribution of services health care whose organizational structure for optimal results, i.e to ensure a regular flow of patients without excessive generation of queues, with appropriate waiting times, availability of appropriate staff and strategic guidelines for specific programs, focusing on the design and organization of activities in accordance with the demand of the population served. *Objective:* To describe and implement a tool to model the arrival process of patients in a hospital in Colombia aimed at improving organizational management. *Method:* This study is an Operations Research applying a simulation model. *Result:* a mathematical model useful in similar contexts to generate arrivals or analysis of the influx of patients was generated.

**Keywords:** primary care, hospital administration, statistical models, mathematical models, admission to hospital services, computer simulation

**Keywords plus:** health system; public policies; health care sector; public health; social determinants of health

### Resumo

*Problema:* Apesar de existirem ferramentas que podem apoiar o planejamento de atividades de assistência, até à data, não há distribuição de serviços de cuidados de saúde, cuja estrutura organizacional para otimizar os resultados, ou seja, para garantir um fluxo regular de pacientes sem geração excessiva de filas, com tempos de espera adequados, disponibilidade de pessoal adequado e orientações estratégicas para programas específicos, com foco na concepção e organização de atividades de acordo com a demanda da população atendida. *Objetivo:* Descrever e implementar uma ferramenta para modelar o processo de chegada de pacientes em um hospital na Colômbia que visa melhorar a gestão organizacional. *Método:* Este estudo é uma pesquisa de Operações da aplicação de um modelo de simulação. *Resultado:* um modelo matemático útil em contextos similares para gerar chegadas ou análise do fluxo de pacientes foi gerada.

**Palavras chave:** atenção básica, administração hospitalar, modelos estatísticos, modelos matemáticos, a admissão aos serviços hospitalares, simulação por computador

**Palavras chave descritores:** sistemas de saúde; políticas públicas; setor de assistência à saúde; saúde pública; determinantes sociais da saúde

## Introducción

Día a día se presenta una mayor demanda de servicios sanitarios, pero no existe la capacidad de atención requerida, ni tampoco un proceso que garantice un flujo normal de pacientes sin generación excesiva de colas, ni por lo tanto tiempos mínimos de permanencia en el sistema, lo cual conlleva que haya inconformidad de los usuarios con el servicio. Por este hecho, surge la necesidad de visionar un servicio de salud de alta calidad, a bajo costo y con una gestión administrativa cuyo enfoque hacia la productividad y competitividad pueda incursionar y apoyarse en nuevas tecnologías, orientada a la toma de decisiones relacionadas con la planificación y previsión de recursos: físicos, económicos y de personal, entre otros.

En consecuencia, este estudio se propuso responder las siguientes preguntas: ¿Cuál es el flujo de pacientes en las distintas áreas relacionadas con los servicios asistenciales de consulta externa. ¿Qué aspectos en la organización de la atención a los pacientes y la desburocratización de los procesos asistenciales podrían mejorar la eficiencia del trabajo de los médicos de familia?, y ¿los aspectos en el sistema de consulta externa general podrían mejorar la eficiencia del equipo de trabajo, disminuir las colas y el tiempo del paciente en el sistema?

Para resolver estas inquietudes el objetivo fue construir un modelo de simulación para la consulta externa general del Hospital San Juan de Dios de Pamplona, Colombia (HSJD) que permitiera plantear una propuesta de mejora para reducir las grandes colas, los tiempos de espera y mejorar la calidad en el servicio.

La simulación es “el proceso de diseñar un modelo de un sistema real y de conducir experimentos con este modelo, con el propósito

de entender el comportamiento del sistema o de evaluar varias estrategias (dentro de los límites impuestos por un criterio o un grupo de criterios) para la operación del sistema”. Por lo tanto, es una poderosa herramienta de análisis de sistemas que permite analizar y entender cómo funciona un sistema, evaluar el impacto de posibles alternativas y comparar diferentes configuraciones de funcionamiento, respondiendo a preguntas del tipo “¿qué pasaría si...?”. (1).

De esta manera, en el contexto sanitario, la simulación se utiliza para describir y reproducir el funcionamiento de un servicio, con el fin de evaluar su funcionamiento, identificar ineficiencias y analizar los resultados asociados al funcionamiento del sistema bajo diferentes posibles escenarios y diferentes procedimientos operativos. En la actualidad en el mercado existe un gran número de programas informáticos (simuladores de alto nivel) que facilitan la programación de un modelo de simulación con entornos gráficos en dos y en tres dimensiones y reproducen en realidad virtual el funcionamiento del sistema que se está simulando.

Desde el primer artículo que utilizó un modelo de simulación para estudiar el comportamiento de un hospital (2), esta herramienta ha sido utilizada para resolver una amplia gama de problemas en el contexto sanitario, como lo muestran estudios relacionados con el flujo pacientes, la capacidad de camas, la gestión de listas de espera, el diseño del centro de salud, de centros de urgencias, etc. En (3-5) se realizan revisiones bibliográficas de este tipo de aplicaciones.

Particularizando algunos casos que orientaron este estudio, en el 2005 se encuentra un modelo de simulación para analizar y evaluar las necesidades de las enfermeras en unidades de cuidados intensivos (6). En Nueva Zelanda, Henderson y Mason (7) simularon un



servicio que relaciona un intervalo de tiempo entre la recibida de la llamada y el tiempo que una ambulancia tarda en llegar primero a la escena. En los trabajos de Aharonson y Ashton (8,9) se estudia cómo encontrar las ubicaciones óptimas de ambulancias y de otras unidades de emergencia, con el objeto de minimizar el tiempo de respuesta a una llamada de urgencia.

Lange (10), por su parte, estudió la posibilidad de crear una nueva unidad en un centro hospitalario. El problema se simuló e implementó en el *software* Arena y estimó las necesidades de camas quirúrgicas y camas médicas. Lowery (11) modeló el número de salas de cirugía y la acomodación de los pacientes en espera de una operación. Existen numerosos estudios orientados a número de camas, tasas de ocupación y planificación de hospitales (12-18).

En los trabajos de Rossetti y Rohleder (19,20) se utiliza la simulación para establecer los horarios de atención del personal médico y evaluar alternativas en un centro de urgencia de un hospital; se programa el modelo de simulación en Arena y se investigan la efectividad de diferentes formas de citación.

Vissers (21) propone un modelo de la simulación para comparar diversos sistemas de la admisión en un hospital. Baridam (22), a su vez, construye un modelo de simulación para organizar el flujo de pacientes en un hospital, al igual que Centeno et ál. (23), quienes construyen un modelo para mejorar el flujo de las pacientes en la sala de partos del hospital Jackson Memorial. Un trabajo relacionado se puede encontrar en (24), en el que se analiza el proceso de admisión y salida de la unidad de cuidados intensivos.

Con respecto a las listas de espera, que son la principal causa de insatisfacción entre los usuarios de los servicios sanitarios, muchos

trabajos sobre organización de servicios sanitarios centran su estudio en ellas.

En el Hospital de Niños de Eastern (25) se realizó un modelo de simulación para estudiar los tiempos de espera en la sala de urgencias. A partir de los resultados del estudio, la administración del hospital construyó un centro para tratar pacientes con heridas menores e incrementó el número de horas médicas en la sala de emergencia. En (26) se construye un modelo de simulación en un simulador de alto nivel, como apoyo para la gestión de las listas de espera de cirugía en hospitales públicos. Los pacientes están clasificados por el tipo de intervención y por la urgencia de esta. En el trabajo de Klassen et ál. (27) se consideró el problema de cómo programar las citas de los pacientes para reducir al mínimo el tiempo de espera de los pacientes. Cayirly (28), por su parte, analizó el efecto de usar clasificaciones de pacientes en las citas médicas en los servicios ambulatorios. En (29) se presenta un programa de simulación para modelar listas de espera en cualquier centro de atención ambulatoria.

## **Materiales y métodos**

El tipo de estudio corresponde a una investigación operativa realizada en el Hospital San Juan de Dios de Pamplona, Colombia (HSJD). Este centro de atención primaria ofrece servicios médicos a una población con un nivel económico y cultural bajo y con alto nivel de pobreza y analfabetismo.

El HSJD, aunque no es un sistema grande, en el sentido de tener muchas infraestructuras, trabajadores, etc., tiene toda la complejidad que conlleva su estudio como problema de difícil decisión. Esta complejidad está determinada por aspectos como los tiempos aleatorios de llegada de los pacientes (demanda aleatoria); tiempos de servicio también

variables y dependientes de la tipología de los pacientes; consideración simultánea de muchas medidas de funcionamiento, de las cuales algunas son difíciles de calcular; y muchas posibles configuraciones para el sistema, lo que hace imposible evaluarlas todas para seleccionar “la mejor posible”.

Por lo tanto, este problema puede modelarse como una red de colas, considerando como variables o categorías de estudio los elementos habituales en estos modelos: número de servidores (facturación, archivo y consultorios), distribuciones de los tiempos de servicios, disciplina de la cola, capacidad del sistema, patrón de llegadas, número de etapas del servicio, etc. Adicionalmente, para la construcción del modelo de simulación se necesita conocer: el patrón de llegadas, es decir, cómo llegan los pacientes al centro de salud, la probabilidad de cada una de las posibles trayectorias de los pacientes a través de la red y los tiempos de servicio en cada una de las estaciones. Por consiguiente, la fuente de información fue primaria y se obtuvo por observación de campo.

Los tiempos entre las llegadas de los pacientes al centro de salud en cada uno de sus servidores, se midieron mediante una guía de observación (planilla), donde se registraban los resultados obtenidos de los cronómetros, en minutos, durante nueve meses y cada uno de los días de la semana: de lunes a viernes. La toma de tiempos comenzaba a las 5 a.m. de la mañana y se extendía hasta las 9 a.m., hora en que cierran la atención de pacientes en la sección de facturación. En la sección de archivo se iniciaba a las 7:00 a.m. y se extendía hasta las 11:00 a.m., y en los consultorios el horario iba de 7:00 a.m. a 1:00 p.m. Posteriormente, se empleó un método para estimar un proceso no homogéneo para los datos de llegada que se aplica en la estimación de un proceso de llegadas para cada uno de los días de la semana registrados, como se muestra a continuación.

## Estimación del modelo de llegadas

La llegada de un determinado paciente al hospital es considerada, de modo abstracto, como un evento que ocurre en un determinado instante de tiempo  $t$ . De este modo, la sucesiva llegada de pacientes al hospital constituye una sucesión de eventos a lo largo del tiempo, la cual se produce sin ningún patrón determinístico prefijado. La herramienta probabilística utilizada para describir este tipo de situaciones son los procesos estocásticos puntuales.

Según lo expuesto anteriormente, el número de pacientes que llegan al centro de salud un determinado día antes de un tiempo  $t$  no es conocido a priori, por lo que se puede representar mediante una variable aleatoria que se denota  $N(t)$ . El conjunto de todas las variables aleatorias que se obtienen al considerar todos los posibles valores de tiempo  $t$  es lo que constituye el proceso estocástico puntual (o proceso de recuento)  $\{N(t), t0\}$ .

Entre los procesos puntuales, el de Poisson es sin duda el más importante por su utilidad como modelo teórico para representar numerosas situaciones reales, así como por permitir un tratamiento analítico relativamente sencillo. La siguiente definición de proceso de Poisson es una de las varias posibles alternativas existentes. Ha sido elegida por su fácil interpretación en términos prácticos, esto es, en el caso que nos ocupa del modelado de un proceso de llegadas.

**Definición (30): un proceso estocástico de llegadas  $\{N(t), t0\}$  es un proceso de Poisson si:**

1. Las llegadas se producen de una en una, esto es,  $P(N(t+h) - N(t) \geq 2) = o(h)$ .
2. El número de llegadas en un intervalo de tiempo  $(t, t+s]$ ,  $N(t+s) - N(t)$ , es



independiente del número de llegadas y de los tiempos de las llegadas hasta el instante de tiempo  $t$ ; es decir, es independiente del conjunto de variables  $\{N(u), 0 \leq u \leq t\}$ .

3. La distribución de  $N(t+s)-N(t)$  es independiente de  $t$  para todo  $t, s \geq 0$ .

Las propiedades 1 y 2 de la definición pueden entenderse en este caso como que los pacientes llegan al centro de salud de forma individual, sin ninguna información acerca de los pacientes que han llegado previamente (o bien, si tienen información, esta no modifica su decisión de acudir al centro de salud), además de no existir ningún plan que coordine las llegadas.

La condición 3 indica que la afluencia de pacientes se mantiene “constante” en términos estocásticos a lo largo del tiempo (propiedad de proceso estacionario). Esta condición es la que resulta más difícil de asumir para el modelo. Si se elimina esta condición de la definición anterior se obtiene la definición de un proceso de Poisson no homogéneo. Este se utiliza en modelos donde la tasa de llegada de “clientes” no permanece constante a lo largo del tiempo, sino que es una función dependiente del tiempo, esto es,  $\lambda(t)$ .

## Resultados

Se identificó el flujo de pacientes durante el ingreso a la sección de consulta externa general del HSD y se determinó que se pasa por tres despachos: oficina de facturación, archivo y sala de espera de los consultorios médicos.

En la oficina de facturación, los pacientes llegan sin cita de lunes a viernes, desde las 5 a.m.; dos personas atienden a los pacientes de 7 a 9 a.m. No se permite la cita telefónica. Las personas que carecen de los documentos correctos de pago son rechazadas y tienen

que volver al otro día. Mientras que la capacidad médica diaria no se ha completado, la recepcionista asigna a cada paciente uno de los dos médicos. De lo contrario, tienen que intentar otro día, comenzando de nuevo el proceso en la oficina de la factura.

El siguiente paso es la oficina de archivo, en la cual dos trabajadores administrativos tratan de encontrar la historia clínica de los pacientes de 7 a 11 a.m. Para algunos pacientes, la historia clínica se puede encontrar, pero en otros casos el trabajador tiene que registrar una nueva historia clínica del paciente y aumenta el tiempo de espera en el servicio. Algunos pacientes con problemas en sus documentos son rechazados en la oficina de archivo y salen del sistema. Después de archivo, los pacientes deben esperar su turno en la sala de espera de los consultorios y los médicos ven a los pacientes de 7 a 1 p.m.

### Estimación del Proceso de Poisson no homogéneo para el proceso de llegadas

Para cada uno de los cinco días laborables de la semana se estimó un proceso de Poisson no homogéneo. El procedimiento para la estimación de la función *tasa de llegadas*  $\lambda(t)$  del proceso, a partir de los datos, sigue las siguientes etapas:

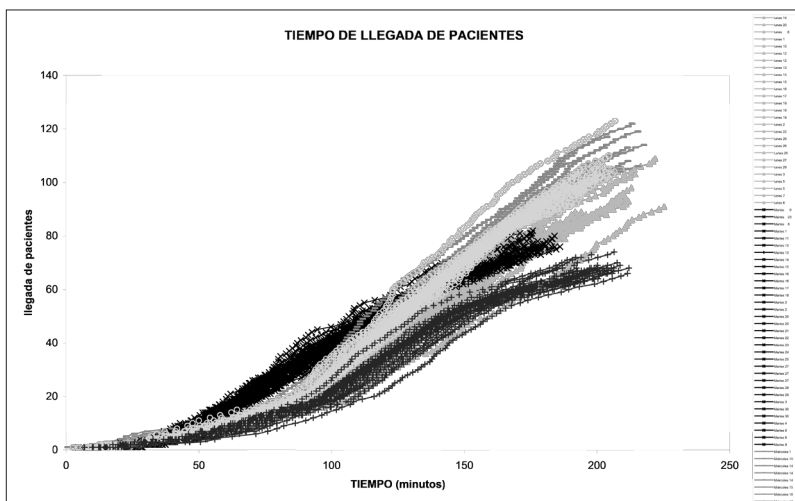
**Paso 1. Construcción de las funciones empíricas tasa acumulada de llegadas  $\hat{\Lambda}_i(t)$  para cada día registrado.** Utilizando los datos registrados de llegadas de pacientes se define la función  $\hat{\Lambda}_i(t)$  que acumula las llegadas en el día  $i$  respecto del tiempo.

$$\hat{\Lambda}_i(t) = \sum_{j=1}^{n_i} 1_{\{t_j \leq t\}}$$

donde

$t_j$  es tiempo de llegada del paciente  $j$  -ésimo el día  $i$ .

$n_i$  es el número de pacientes que acude el día  $i$ .



\*Llegada de pacientes a la oficina de facturación de 5 a 9 a.m., de lunes a viernes

FIGURA 1. TASA ACUMULADA DE LLEGADAS DE PACIENTES, DURANTE NUEVE MESES\*

Fuente: elaboración propia

Para ejemplificar la figura 1 muestra la función número acumulado de llegadas en relación con el tiempo, para cada uno de los días de la semana.

**Paso 2. Estimación de una función  $\hat{\Lambda}(t)$  para cada día de la semana.** Mediante agregación ponderada de las funciones  $\hat{\Lambda}_i(t)$  se obtiene una estimación de la función tasa de llegadas acumulada:

$$\hat{\Lambda}(t) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \hat{\Lambda}_i(t) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} 1_{\{t_j \leq t\}}$$

En la figura 2 se muestra la estimación de la función tasa de llegada acumulada para un día en estudio (jueves). En la expresión anterior  $m$  es el número de días, correspondientes al mismo día de la semana, cuyas funciones empíricas estimadas se agregan para obtener la función tasa de llegadas acumulada para ese día de la semana.

**Paso 3. Suavizado de  $\hat{\Lambda}(t)$ .** Mediante técnicas de regresión se busca una función suave, esto es, continua y con derivada continua, que se ajuste bien a la función empírica de

llegadas. Se representa esta nueva curva mediante  $\tilde{\Lambda}(t)$ .

Se considera una regresión de tipo polinomial. La estimación de los parámetros y análisis de la bondad de su ajuste se realiza utilizando el programa Matlab 6.5. El resultado gráfico se muestra en la figura 3 para uno de los días de estudio. Las ecuaciones obtenidas del análisis de regresión para todos los días fueron:

Para el lunes:

$$\tilde{\Lambda}(t) = -2,20 \times 10^{-7} t^4 + 7,69 \times 10^{-5} t^3 - 5,87 \times 10^{-3} t^2 + 0,302 t - 2,12$$

Para el martes:

$$\tilde{\Lambda}(t) = 1,38 \times 10^{-7} t^4 + 7,99 \times 10^{-5} t^3 - 1,43 \times 10^{-2} t^2 - 0,404 t + 2,64$$

Para el miércoles:

$$\tilde{\Lambda}(t) = 1,73 \times 10^{-7} t^4 + 4,51 \times 10^{-5} t^3 + 8,87 \times 10^{-4} t^2 - 0,106 t + 3,32$$

Para el jueves:

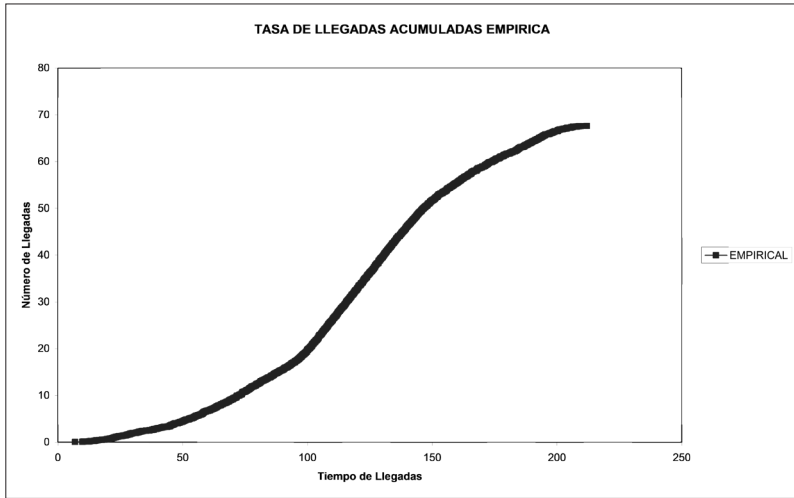
$$\tilde{\Lambda}(t) = -1,33 \times 10^{-7} t^4 + 3,20 \times 10^{-5} t^3 + 9,99 \times 10^{-4} t^2 - 0,104 t + 3,16$$

y

Para el viernes:

$$\tilde{\Lambda}(t) = -2,07 \times 10^{-7} t^4 + 6,00 \times 10^{-5} t^3 - 1,40 \times 10^{-3} t^2 + 1,72 \times 10^{-2} t + 1,67$$

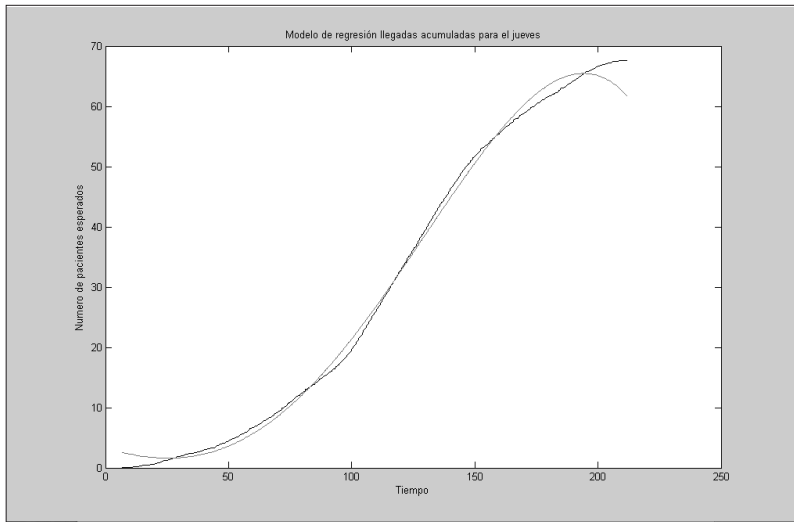




\*\*Llegada de pacientes a la oficina de facturación de 5 a 9 a.m., los días jueves.

**FIGURA 2. ESTIMACIÓN DE LA FUNCIÓN TASA DE LLEGADAS ACUMULADA PARA UN DÍA DE LA SEMANA\*\***

Fuente: elaboración propia



\*\*\*Ajuste en Matlab de llegada de pacientes a la oficina de facturación de 5 a 9 a.m. los días jueves.

**FIGURA 3. AJUSTE A LA FUNCIÓN EMPÍRICA DE LLEGADAS DE PACIENTES PARA UN DÍA DE LA SEMANA\*\*\***

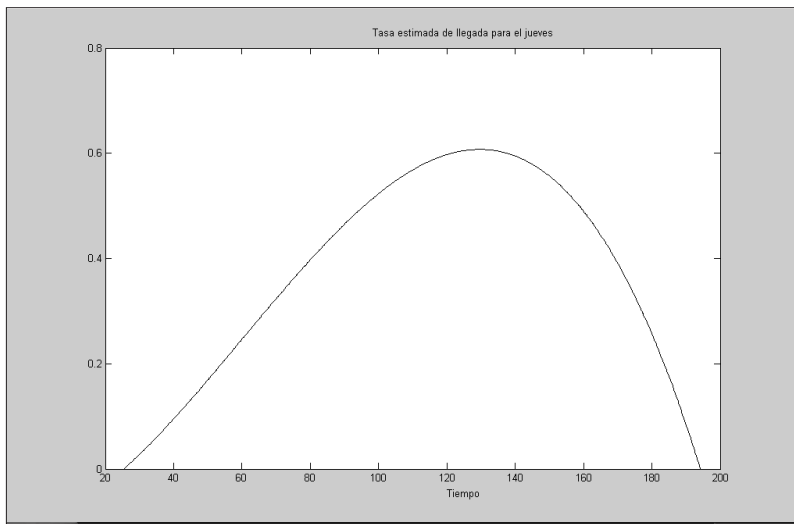
Fuente: elaboración propia

**Paso 4. Estimación de la función tasa de llegadas  $\lambda(t)$ .** Mediante derivación de la función  $\tilde{\Lambda}(t)$  se obtiene una estimación de la función tasa de llegadas.

$$\tilde{\lambda}(t) = \frac{d\tilde{\Lambda}(t)}{dt}$$

Por lo tanto, la estimación de la función tasa de llegadas  $\lambda(t)$  para cada uno de los días de la semana, se obtuvo derivando la función  $\tilde{\Lambda}(t)$ , tal y como se muestra uno de los días de estudio en la figura 4 y como se observa en las siguientes funciones:





\*\*\*Tasa de llegada de pacientes a la oficina de facturación de 5 a 9 a.m., los días jueves.

**FIGURA 4. ESTIMACIÓN DE LA TASA DE LLEGADAS DE PACIENTES PARA UN DÍA DE LA SEMANA\*\*\*\***

**Fuente:** elaboración propia

Estimación de la tasa de llegadas de pacientes para los días lunes:

$$\tilde{\lambda}(t) = -8,80 \cdot 10^{-7}t^3 + 2,31 \cdot 10^{-4}t^2 - 1,17 \cdot 10^{-2}t + 0,302$$

Estimación de la tasa de llegadas de pacientes para los días martes:

$$\tilde{\lambda}(t) = 5,52 \cdot 10^{-7}t^3 - 2,40 \cdot 10^{-4}t^2 + 2,87 \cdot 10^{-2}t - 0,403$$

Estimación de la tasa de llegadas de pacientes para los días miércoles:

$$\tilde{\lambda}(t) = -6,93 \cdot 10^{-7}t^3 + 1,35 \cdot 10^{-4}t^2 + 1,77 \cdot 10^{-2}t - 0,106$$

Estimación de la tasa de llegadas de pacientes para los días jueves:

$$\tilde{\lambda}(t) = -5,34 \cdot 10^{-7}t^3 + 9,61 \cdot 10^{-5}t^2 + 2,00 \cdot 10^{-3}t - 0,104$$

Estimación de la tasa de llegadas de pacientes para los días viernes:

$$\tilde{\lambda}(t) = -8,27 \cdot 10^{-7}t^3 + 1,80 \cdot 10^{-4}t^2 - 2,80 \cdot 10^{-3}t + 0,107$$

software de simulación Arena, se aproximó la función de tasa de llegadas mediante funciones constantes a trozos.

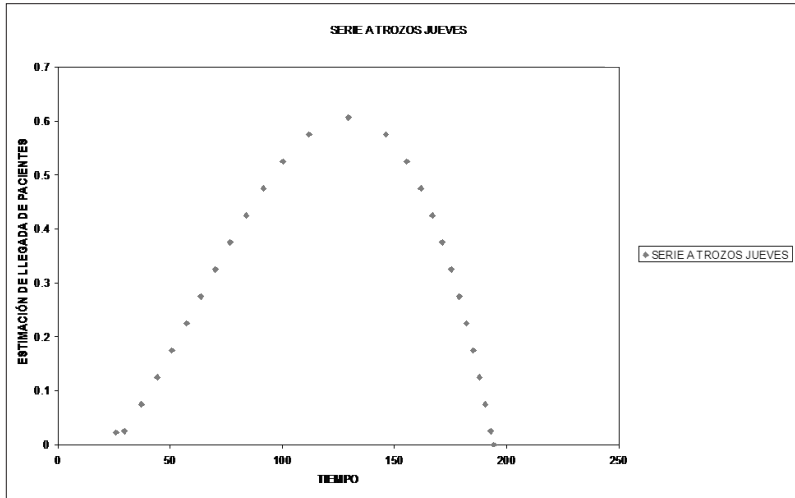
La idea general del procedimiento es obtener una secuencia de tiempos  $t_i$  como antiimágenes de la función tasa de llegadas en valores de esta que recorren todo su rango de variación de un modo uniforme. Cada segmento constante de la función a trozos se asociará a uno de estos  $t_i$  extendiéndose en un entorno suyo y tomando como valor el valor de  $\tilde{\lambda}(t_i)$ . El procedimiento, expresado en términos matemáticos, es el siguiente:

Sea  $t_0 = \min\{t \geq 0 / \tilde{\lambda}(t) \geq 0\}$ ,  $t_{\max} = \arg \max\{\tilde{\lambda}(t)\}$  y  $\Delta$  un valor constante “pequeño”. Se inicia el proceso haciendo  $i=0$ , esto es, con  $t_0$ . Mientras se cumpla que  $\tilde{\lambda}(t_i) + \Delta < \tilde{\lambda}(t_{\max})$ , se calcula el siguiente  $t_i$  del siguiente modo:  $t_{i+1} = \tilde{\lambda}^{-1}(\tilde{\lambda}(t_i) + \Delta)$ .

Sea  $k$  el índice correspondiente al último  $t_i$  calculado. Se hace  $t_{k+1} = t_{\max}$ , con la serie de tiempos  $t_i$  recorriendo la función

114 Para facilitar la implementación del modelo estocástico del proceso de llegadas en el





\*\*\*\*\*Tasa de llegada de pacientes a la oficina de facturación de 5 a 9 a.m., los días jueves. Para ingresar al simulador.

FIGURA 5. ESTIMACIÓN DE LA FUNCIÓN CONSTANTE A TROZOS PARA EL DÍA DE LA SEMANA\*\*\*\*\*

Fuente: elaboración propia

$\lambda(t)$  en su tramo decreciente, esto es,  $j=k+1$  y  $t_{j+1} = \lambda^{-1}(\lambda(t_j) - \Delta)$  mientras  $\lambda(t_j) - \Delta \geq 0$  y  $t_{j+1} \leq 240$ .

Sea  $k^*$  el índice correspondiente al último  $t_j$  calculado. A la serie de tiempos se le añade un último término, verificando  $t_{k^*+1} > t_{k^*}$  y  $t_{k^*+1} = \min\{240, \lambda^{-1}(0)\}$  (si no existe la antiimagen de cero para valores de  $t$  por encima de  $t_{k^*}$  entonces se considera  $\lambda^{-1}(0) = \infty$ ).

A partir de la secuencia de valores de tiempo  $t_i$ ;  $i = 0, \dots, k^*+1$  se define la función constante a trozos  $\lambda_c(t)$  del siguiente modo:

$$\lambda_c(t) = \begin{cases} 0 & \forall t \in (0, t_0) \\ \lambda(t_0) & \forall t \in \left(t_0, \frac{t_0 + t_1}{2}\right) \\ \lambda(t_i) & \forall t \in \left(\frac{t_{i-1} + t_i}{2}, \frac{t_i + t_{i+1}}{2}\right) \quad i = 1, \dots, k^* \\ \lambda(t_{k^*+1}) & \forall t \in \left(\frac{t_{k^*} + t_{k^*+1}}{2}, t_{k^*+1}\right) \\ 0 & \forall t \geq t_{k^*+1} \end{cases}$$

Las series de tiempos *obtenidos* con la función constante a trozos para uno de los días de la semana se muestra en la figura 5.

### Influencias estacionales en el proceso de llegadas

Estimado el modelo de Poisson no homogéneo para cada día de la semana, se considera el hecho de que los diferentes días de la semana pueden presentar distinto comportamiento debido a factores externos que se repiten con regularidad y están asociados a un día de la semana. Por ejemplo, la presencia de mercado en la ciudad atrae a población rural que aprovecha para realizar consulta al médico (esto ocurre los viernes). Por lo tanto, se comprueba la igualdad de los distintos patrones de llegadas mediante un contraste de la igualdad de medias.

Se realiza el análisis de varianza para la igualdad de las cinco medias. Se considera  $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5$ , las medias para los días lunes, martes, miércoles, jueves y viernes, respectivamente. Un análisis previo de los datos muestra que no se rechaza la hipótesis de normalidad para los datos de las cinco muestras. Además, por el modo en que se han tomado los datos, las muestras

son independientes. El requisito de homocedasticidad se comprueba mediante el test de Levene para la homogeneidad de varianzas. El  $p$ -valor = 0,015 obtenido no es concluyente, aunque sí que es suficientemente pequeño para preocuparnos por el efecto del no cumplimiento de este requisito en el análisis de la varianza. Sin embargo, los tamaños muestrales  $n$  son bastante parecidos por lo que podemos esperar efectos “mínimos” y aceptar los resultados proporcionados por el análisis, que por otro lado son claramente concluyentes para rechazar la igualdad de medias (como no podía ser de otro modo).

El contraste de igualdad de medias por pares arrojó el siguiente resultado. Se puede comprobar que se aceptaría claramente la igualdad en el número medio de llegadas en los miércoles y viernes y también, aunque con un menor grado de confianza, la igualdad de medias entre martes y jueves.

Posteriormente, se revisó si era posible establecer conjuntos homogéneos de medias. Se hizo mediante una prueba post hoc. La misma agrupación se obtiene al utilizar el método de Scheffé para crear grupos de poblaciones con medias iguales. Los resultados condujeron, inicialmente, a agrupar la afluencia de pacientes en tres tipos: *tipo 1*: lunes. En estos días la afluencia puede considerarse media, en comparación con los otros días de la semana; *tipo 2*: martes y jueves. En estos días la afluencia puede considerarse de las más bajas de la semana; *tipo 3*: miércoles y viernes. En estos días la afluencia puede considerarse las más alta de la semana.

En un análisis gráfico de los patrones de llegada, donde se representan de forma conjunta todas las funciones tasa acumulada de llegadas para todos los días registrados y diferenciadas por su color según el día de la semana a que se corresponden, se observó

que las trayectorias de los miércoles y de los viernes se superponen. Las trayectorias del lunes permanecían diferenciadas en una posición central. Se comprobó cómo los jueves y los martes tienen similares niveles de finalización (no se ha rechazado su igualdad de medias), pero se observó que sus trayectorias permanecen diferenciadas: los martes la afluencia de pacientes es más intensa que los jueves en el primer tramo horario. Un test de igualdad de los tiempos medianos (el tiempo en el que ha llegado el 50% de los pacientes del día) muestra diferencias en ambos días. Por otro lado, los días miércoles y los viernes son efectivamente parecidos. En conclusión, se estima un único modelo para los miércoles y los viernes, mientras que se mantiene uno propio para los otros tres días de la semana: lunes, martes y jueves.

Finalmente, se realiza nuevamente el procedimiento de estimación de la tasa de llegadas para los días miércoles y viernes, conjuntamente, y se estima la función constante a trozos para estos; es decir, la función estimación de las llegadas estaría lista para ser ingresada al *software* de simulación. Pero surge una pregunta: ¿Cómo se describe la tendencia de llegadas?

### Análisis de la estabilidad de los patrones de llegadas

En Colombia se presenta aproximadamente el mismo clima a través de todo el año; no hay estaciones (invierno, primavera, verano, otoño), razón por la cual es menos probable encontrar meses con mayor o menor flujo de pacientes con patologías específicas de temporada. Esta ausencia de componente estacional en el clima se traslada a una ausencia de componente estacional en la demanda de servicios sanitarios por parte de la población. Este hecho se confirma mediante un estudio de la evolución del número de llegadas de pacientes a lo largo del año.



Las técnicas estadísticas empleadas son los gráficos de control para variables, habitualmente utilizadas en el control de calidad. Se considera que en cada instante de tiempo (día), se tiene una muestra de tamaño uno (el número de llegadas registradas ese día). Se utilizan los gráficos  $\bar{X} - R$ , en donde el rango se estima mediante el procedimiento de medias móviles de rango 2.

Al comparar la evolución del número de llegadas para cada día de la semana, no se aprecian tendencias a lo largo del tiempo y sí la semejanza ya analizada en las secciones anteriores entre los días miércoles y viernes y los martes y jueves (está en menor medida). Al observar el conjunto que contiene la serie de todos los datos, se observa una componente cíclica que responde al patrón semanal, pero no se observa ninguna tendencia ni en la media (en este caso observaciones individuales) ni en la dispersión.

Con la evolución del número de llegadas con los datos agrupados según el día de la semana se confirma el distinto comportamiento entre días de la semana, pero dentro de cada uno de los grupos se aprecia un comportamiento estable, manteniéndose cada serie dentro de sus límites de control. También se aprecia la diferencia en el comportamiento de la dispersión entre los distintos días de la semana (ya vislumbrada mediante el resultado del test de Levene).

Estos análisis confirman en el hospital la ausencia de componente estacional y de tendencias, por lo que para el modelo de simulación se mantiene un patrón de llegadas para cada día de la semana, destacando la agrupación miércoles-viernes (constante a lo largo del tiempo). Por lo tanto, se requieren estrategias para colas en esos días particulares. En este sentido, son útiles los trabajos de (27) y (28).

## Discusión y conclusiones

Como se ha desarrollado en otros estudios de tiempos de espera (25,26,29), esta propuesta permitió representar las colas y los tiempos de espera en la consulta externa general, así como evaluar el servicio mediante las salidas que ofrece la simulación al gestor del centro de atención primaria para la toma de decisiones. De esta manera, se contribuyó a que se garantice la calidad y la oportuna atención, como lo reglamenta el Sistema Obligatorio de Garantía de Calidad en Colombia (31).

En conclusión, la estadística y la probabilidad proporcionan un conjunto de herramientas útiles para el análisis de problemas de diferentes campos, permitiendo explorar los efectos de distintas políticas y proporcionando medios para la toma de decisiones. Una metodología como la aplicada es usada en otras áreas, pero en el campo de la salud es novedosa.

La complejidad de muchos de los problemas actuales en el campo de las ciencias de la salud hace necesario que este tipo de estudios tenga un fuerte carácter interdisciplinario, participando activamente en su desarrollo tanto profesionales del mundo sanitario como profesionales de los métodos cuantitativos. Una muestra de ello es la metodología que se presenta.

Los investigadores de la estadística pretenden continuar proponiendo y aplicando metodologías y herramientas para participar en la resolución de los nuevos retos a los que se enfrenta la medicina y los servicios sanitarios en el siglo XXI. Por último, se puede señalar que la estadística proporciona un instrumento científico para la toma de decisiones.

## Referencias bibliográficas

1. Shannon RE. Systems simulation: the art and science. Proceedings of the 1998 winter simulation conference. Washington DC: Prentice-Hall; 1998.
2. Fetter RB, Thompson JD. The simulation of hospital systems. *Operations Research*. 1965; 13 (5): 689-711.
3. Azcárate Camio C, Eraso Goicoechea ML, Gáforo Rojas AI. La investigación operativa en las ciencias de la salud: ¿Reconocemos estas técnicas en la literatura actual? *Anales Sis San Navarra*. 2006 Dic; 29 (3): 387-97.
4. Jun JB, Jacobson SH, Swisher JR. Application of discrete-event simulation in health care clinics: A survey. *Journal of the Operational Research Society*. 1999 Feb; 50 (2): 109-23.
5. Cheang B, Li H, Lim A, Rodríguez B. Nurse rostering problems, a bibliographic survey. *European Journal of Operational Research*. 2003 Dic 16; 151 (3): 447-60.
6. Griffiths JD, Price-Lloyd N, Smithies M, Williams JE. Modelling the requirements for supplementary nurses in an intensive care unit. *Journal of the Operational Research Society*. 2005 Feb; 56 (2): 126-33.
7. Henderson SG, Mason AJ. Estimating ambulance requirements in Auckland, New Zealand. Proceedings of the 1999 Winter Simulation Conference. 1999 Dic 5-8; 2: 1670-4.
8. Aharonson-Daniel L, Paul RJ, Hedley AJ. Management of queues in outpatient departments: the use of computer simulation. *Journal of Management in Medicine*. 1996; 10 (6): 50-8.
9. Ashton R, Hague L, Brandreth M, Worthington D, Cropper S. A simulation-based study of a NHS Walk-in Centre. *Journal of the Operational Research Society*. 2005 Feb; 56 (2): 153-61.
10. Lange VE. The benefits of simulation modeling in medical planning and medical design. Proceedings of the 1999 Winter Simulation Conference. 1999 Dic 5-8; 2: 1564-7.
11. Lowery JC, Davis JA. Determination of operating room requirements using simulation. Proceedings of the 1999 Winter Simulation Conference. 1999 Dic 5-8; 2: 1568-72.
12. Cochran JK, Bharti A. Stochastic bed balancing of an obstetrics hospital. *Health Care Management Science*. 2006 Feb; 9 (1): 31-45.
13. Ridge JC, Jones SK, Nielsen MS, Shahani AK. Capacity planning for intensive care units. *European Journal of Operational Research*. 1998 Mar; 105 (2): 346-55.
14. Harper PR, Shahani AK. Modelling for the planning and management of bed capacities in hospitals. *Journal of the Operational Research Society*. 2002 Ene; 53 (1): 19-24.
15. Altinel IK, Ulas E. Simulation modelling for emergency bed requirement planning. *Annals of Operations Research*. 1996 Dic; 67 (1): 183-210.
16. Utley M, Gallivan S, Davis K. Estimating bed requirements for an intermediate care facility. *European Journal of Operational Research*. 2003 Oct; 150 (1): 92-100.
17. Vasilakis C, El-Darzi E. A simulation study of the winter bed crisis. *Health Care Management Science*. 2001 Feb; 4 (1): 31-6.
18. Cahill W, Render M. Dynamic simulation modeling of icu bed availability. Proceedings of the 1999 Winter Simulation Conference. 1999 Dic 5-8; 2: 1573-6.
19. Farrington PA, Nembhard HB, Sturrock DT, Evans GW, Rossetti MD, Trzcinski GF et ál. Emergency department simulation and determination of optimal attending physician staffing schedules. Proceedings of the 1999 Winter Simulation Conference. 1999 Dic 5-8; 2: 1532-40.
20. Rohleder TR, Klassen KJ. Rolling Horizon Appointment Scheduling: A Simulation Study. *Health Care Management Science*. 2002 Ago; 5 (3): 201-9.
21. Vissers J, Adan I, Dellaert N. Developing a platform for comparison of hospital admission systems: an illustration. *European Journal of Operational Research*. 2007 Ago 1; 180 (3): 1290-301.
22. Baridam DM, Uwaga UN. Structural and resource determinants of pharmaceutical management information flow in health service organizations. *Vikalpa (India)*. 1996 Ene-Mar; 21 (1): 33-9.
23. Centeno MA, Lee MA, López E, Fernández HR, Carrillo M, Ogazón T. A simulation study of the labor and delivery rooms at JMH. Proceedings of the 2001 Winter Simulation Conference. 2001 Dic 9-12; 2: 1392-400.
24. Kim S-C, Horowitz I, Young KK, Buckley TA. Analysis of capacity management of the intensive care unit in a hospital. *European Journal of Operational Research*. 1999 May 16; 115 (1): 36-46.
25. Blake JT, Carter MW, Richardson S. An analysis of emergency room wait time issues via computer simulation. *Information Systems and Operational Research*. 1996; 34 (4): 263-73.
26. Everett JE. A decision support simulation model for the management of an elective surgery waiting system. *Health Care Management Science*. 2002 Abr; 5 (2): 89-95.
27. Klassen KJ, Rohleder TR. Scheduling outpatient appointments in a dynamic environment. *Journal of Operations Management*. 1996 Jun; 14 (2): 83-101.
28. Cayirly T, Veral E, Rosen H. Designing appointment scheduling systems for ambulatory care services. *Health Care Management Science*. 2006 Feb; 9 (1): 47-58.
29. Crofts P, Barlow J, Edwards R. A CliniqueQueue solution. *OR Insight*. 1997 Ene; 10 (4): 22-7.
30. Wolff R. Stochastic Modeling and the theory of queues. Berkeley CA, Estados Unidos de América. Prentice-Hall; 1989.
31. Ministerio de la Protección Social. Decreto 1011 de 2006, por el cual se establece el Sistema Obligatorio de Garantía de Calidad de la Atención de Salud del Sistema General de Seguridad Social en Salud.

