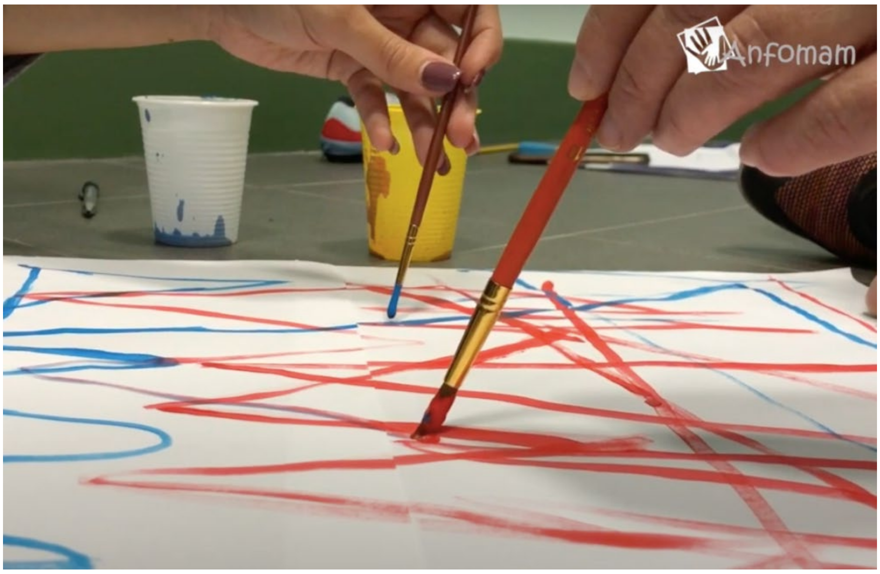
# POR QUÉ TRABAJAR LAS MATEMÁTICAS EN LA ESCUELA INFANTIL Y PRIMARIA

## VISIÓN DE LAS MATEMÁTICAS ENTRE PROFESORES EN FORMACIÓN INICIAL Y CONTINUA

**Equipo europeo ANFoMAM**




**Pamplona - Zaragoza 2021**

Este informe ha sido realizado en el ámbito del proyecto Erasmus + 2018
nº 2018-1-ES01-KA203-050986 ANFoMAM *Aprender de los niños para formar a los maestros en el área de Matemáticas*, cofinanciado por la Unión Europea.
El contenido del informe es responsabilidad exclusiva de los autores de las instituciones socias (relacionadas abajo) y ni la Comisión Europea, ni el Servicio Español para la Internacionalización de la Educación (SEPIE) son responsables del uso que pueda hacerse de la información aquí difundida.

Equipo europeo ANFoMAM
Coordinadora: Inmaculada Lizasoain
https://www.unavarra.es/anfomam

Ana Millán Gasca (responsable)
Paola Magrone
Federica Arlotti
Gaia C. M. Naponiello
Gilberto Scaramuzzo

Valentina Celi

José Ignacio Cogolludo (responsable)
Elena Gil Clemente
Chaime Marcuello Servós

Con la cooperación de:

Luigi Regoliosi (responsable)
Ana Mazzitelli
Maria Cristina Migliucci
Francesca Neri Macchiaverna
Emanuela Spagnoletti Zeuli

Inmaculada Lizasoain (responsable)
Raquel García Catalán
José Antonio Moler
María Jesús Campión
Alicia Peñalva
Jaione Abaurrea

Maquetación: Jaione Abaurrea Larrayoz

En la portada: Actividades del taller "Geometría, escritura, expresión" celebrado en el Departamento de Ciencias de la Educación de la Universidad Roma Tre, en noviembre y diciembre de 2018 (imagen fija de Fulvia Subania).

# Índice general

# Introducción

En el marco del proyecto ANFoMAM, se han diseñado siete cuestionarios (Qi) para explorar las creencias y actitudes hacia las matemáticas de maestros en formación inicial y continua en España, Francia e Italia: seis de ellos relacionados con las seis áreas de las matemáticas exploradas en los talleres diseñados en el proyecto y, otro, dedicado a los aspectos generales de las matemáticas y su enseñanza:

Q0.- Cuestionario general sobre las matemáticas
Q1.- Comprensión de algoritmos aritméticos
Q2.- Resolución y representación de problemas aritméticos
Q3.-Relación entre aritmética y geometría
Q4.- Cálculo mental y uso de la calculadora
Q5.- Historia de las matemáticas y de su enseñanza
Q6.- Construcciones geométricas y resolución de problemas geométricos

Cada cuestionario se ha entregado a varios grupos de profesores en formación inicial que estudian en las universidades asociadas al proyecto, Universidad de Bordeaux en Francia, Universidad Roma Tre en Italia, Universidad de Zaragoza y Universidad Pública de Navarra, en España, y también a varios grupos de profesores en servicio durante sus cursos de formación en la Asociación Tokalon, en Italia.

Los datos recogidos se analizarán para estudiar:

- La forma en que los participantes vivieron cada área de las matemáticas, y las matemáticas en general, durante las etapas de estudios escolares y universitarios
- Sus creencias acerca de la naturaleza de cada área de las matemáticas, y de las matemáticas en general, y de si deben o no ser trabajadas de alguna manera concreta en la escuela
- Sus actitudes hacia la enseñanza de cada área de las matemáticas y de las matemáticas en general.

Además del análisis de estas cuestiones, hay otros posibles usos de los cuestionarios. Por ejemplo, cualquier profesor que desee implementar alguno de los talleres diseñados en el proyecto (producto intelectual O2) puede estar interesado en dar a los participantes el cuestionario correspondiente, o general, con el fin de:

- Ayudar a futuros profesores o profesores en activo a:
  - Recordar y revivir de alguna manera sus experiencias anteriores en torno a esa área de las matemáticas.
  - Ser conscientes de sus propias creencias sobre esa área de las matemáticas y su enseñanza.
  - Reflexionar sobre su propia actitud hacia la enseñanza de las matemáticas como futuros o actuales profesores en la escuela.

- Obtener una visión general de las experiencias, creencias y actitudes de los participantes sobre los temas que se tratan en el taller. De esta manera, el análisis de las respuestas recogidas durante el proyecto, proporcionado en este documento, dará al profesor una idea de los perfiles de los participantes en el taller.

- Ser consciente, al final del taller, de cualquier cambio que haya ocurrido en las creencias y actitudes de los participantes.

Para este último objetivo, no es necesario volver a repartir el cuestionario al final del taller. El profesor puede seleccionar algunas de las preguntas del cuestionario inicial o, si lo prefiere, formular las siguientes preguntas alternativas para evaluar tanto la calidad de los talleres como los resultados:

  - ¿Qué le ha aportado este taller?
  - ¿Han cambiado en algo tus creencias acerca de la naturaleza de esta área de las matemáticas o de su enseñanza? Describe estos cambios
  - ¿Tienes alguna propuesta o sugerencia que pueda mejorar el taller?
  - Asigna un valor (de 1, decepcionante, a 5, excelente) a tu experiencia en el taller

No hace falta decir que cualquiera de los cuestionarios diseñados puede ser utilizado independientemente del taller correspondiente para llegar a conocer a un grupo de estudiantes en un momento dado.

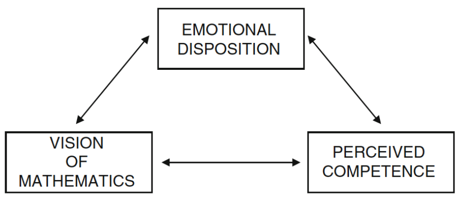
Inicialmente, habíamos planeado incluir un análisis del conocimiento sobre contenidos matemáticos y didácticos de los participantes, pero la reacción de algunos participantes a esto nos ha disuadido de hacerlo en todos los cuestionarios. Por ejemplo, en el cuestionario sobre la solución de problemas aritméticos, pensamos que la inclusión de algunos problemas particulares podría hacer que algunos de los participantes se sintieran intimidados. Estos sentimientos no les ayudarían a reflexionar sobre sus experiencias y creencias vividas. Tal y como se explica en la descripción de los talleres, un factor clave es la creación de un ambiente relajado, que pueda proporcionar una experiencia agradable a los participantes. Claramente, comenzar el taller con preguntas, que podrían ser vistas como una prueba de su conocimiento matemático, podría hacerlos sentir incómodos y, como tal, crear una atmósfera tensa.

# Marco teórico

En nuestro proyecto, cuando hablamos de **creencias**, seguimos la definición de Vause (2011). El autor (p. 22) define las creencias como una reserva de valores e ideas en la que los maestros se basan para actuar en situaciones y justificar sus acciones. Las creencias pueden ser *personales* (dependiendo en gran medida de la historia del tema; integradas con el tiempo, a través de diferentes experiencias educativas) o *compartidas* (vinculadas a ideas compartidas dentro de una institución). Estas creencias se distinguen entonces del conocimiento, que, según Vause (p. 26), es un conjunto de contenidos y habilidades relacionados con un campo que puede ser validado empíricamente. A pesar de esta distinción, existen sincretismos entre el conocimiento y las creencias en las prácticas del maestro, lo que lleva a Vause (pp. 27-28) a hablar de *conocimiento de trabajo*, que es una mezcla de creencias, conocimiento de la práctica y más conocimiento teórico.

También coincidimos con la definición de **actitudes** que establecen Zan y Di Martino (2014):

> When students describe their own relationship to mathematics, nearly all of them refer to one or more of these three dimensions: emotions, vision of mathematics and perceived competence[1]. These dimensions and their mutual relationships therefore characterize students' relationship with mathematics, suggesting a three-dimensional model for **attitude** (TMA) (Fig. 1):




**Students' Attitude in Mathematics Education, Fig. 1** The TMA model for attitude (Di Martino and Zan 2010)

> The multidimensionality highlighted in the model suggests the inadequacy of the positive/negative dichotomy for attitude, which referred only to the emotional dimension. In particular the model suggests considering an attitude as negative when at least one of the three dimensions is negative. In this way, it is possible to outline different profiles of negative attitude towards mathematics. Moreover, in the study a number of profiles characterized by failure and unease emerge. A recurrent element is a low perceived competence, perhaps reinforced by repeated school experience perceived as failures, often accompanied by an instrumental vision of mathematics.

En nuestros cuestionarios, muchos elementos se expresan como creencias (en el sentido de Vause, 2011). Para el análisis de los resultados recogidos, utilizamos las tres dimensiones definidas por Green (1971) para caracterizar las creencias: *estructura cuasi-lógica*, *centralidad psicológica* (el grado de convicción) y *estructura de cluster*.

Cada individuo organiza sus creencias con su propia lógica, lo que puede ser descrito como una estructura cuasi-lógica. Única para cada persona, esta dimensión refleja el pensamiento y la perspectiva de la persona

[1] Perception that we have of ourselves knowing that we are able to do, feel, express, be or become something.

en cuestión. Las creencias pueden contradecirse entre sí incluso si son de un mismo sujeto, mientras que el sistema de conocimientos no suele contener contradicciones.

La dimensión de la centralidad psicológica de las creencias implica que hay creencias que son más importantes para un individuo que otras. Podríamos decir que las más importantes son psicológicamente más centrales y que las otras son periféricas en el sistema de creencias del individuo. Por lo tanto, las creencias tienen su propia fuerza psicológica, es decir, se distinguen por el grado de convicción con el que son mantenidas por el individuo. El grado de convicción puede variar de una creencia a otra. Las creencias más centrales son las más fuertes. Generalmente se consideran 100% seguras, mientras que las periféricas se pueden reemplazar más fácilmente.

La última dimensión, la estructura cluster, se basa en el hecho de que las creencias están agrupadas. Como afirma Green (p. 41): "Nadie sostiene una creencia con total independencia de las demás. Las creencias siempre aparecen agrupadas en conjuntos o grupos". Esta estructura de grupos permite incluso que aparezcan creencias contradictorias dentro del sistema de creencias de un mismo individuo. Esta propiedad de agrupamiento puede ayudar a explicar algunas de las inconsistencias encontradas en un mismo individuo.

# Informe del cuestionario Q0: Cuestionario general sobre las matemáticas

**Índice**



## 1. Resumen

En el presente informe, se recoge el proceso de diseño que se siguió para el cuestionario general (anexo P0) sobre creencias y actitudes relativas a la naturaleza de las matemáticas y a su enseñanza en Educación Primaria, cuestionario que ha sido ya entregado tanto a profesores en activo como a estudiantes de los grados en maestro de las instituciones asociadas al proyecto ANFoMAM. El análisis de los datos recogidos proporciona varios perfiles de futuros y actuales profesores basados en la experiencia que tuvieron con las matemáticas durante su infancia. Como imaginábamos, las respuestas están relacionadas con la procedencia de los participantes, así como con su situación personal o profesional. Al terminar el informe, se proponen algunas modificaciones del cuestionario para el futuro (anexo Q0[2]), incluyendo alguna pregunta sobre la autopercepción de los participantes sobre su propia competencia matemática.

## 2. Diseño del cuestionario: punto de partida, fines y objetivos:

El cuestionario general fue diseñado por investigadores de todas las instituciones que participan en el proyecto durante nuestro primer encuentro internacional en Roma (septiembre 2018). Se pretendía que fuera un cuestionario que permitiera recabar información sobre las creencias y actitudes hacia las matemáticas de los profesores en formación inicial y continua que estudian en nuestras instituciones. El punto de partida fueron las ideas que compartimos en el Simposio *Más allá de la alfabetización numérica* del V Congreso Internacional de Ciencias de la Educación y Desarrollo (Santander, mayo 2017), donde intercambiamos diferentes experiencias realizadas para mejorar la formación de los profesores de matemáticas en Francia, Italia, Noruega y España (Celi & De Simone, 2018; Campión Arrastia et al, 2017; Lekaus et al., 2015).

Como profesores universitarios a cargo de los cursos de formación de maestros, habíamos constatado la mala experiencia que muchos de nuestros estudiantes habían tenido con las matemáticas durante sus años escolares (Gil Clemente, Millán Gasca, 2016). Al mismo tiempo, compartíamos la creencia de que sentimientos como la frustración y el rechazo aparecen asociados a menudo con una visión rígida de las matemáticas elementales, limitada a un aprendizaje memorístico de procedimientos y cálculos, que hace que los profesores pierdan la confianza en su capacidad para enseñar matemáticas con entusiasmo (Celi et al., 2020). A priori, esperábamos que el cuestionario distinguiera entre dos perfiles distintos: el que

[2] Cuestionario Q0: https://docs.google.com/forms/d/1_1R6gv-NPBL62YBhwLbUBaggZztvcl6KpeY-K6P6Jts/copy

acabamos de describir, por un lado, frente al de un profesor para el que las matemáticas aparecen como una materia atractiva y dinámica, una materia fuertemente relacionada con la experiencia humana. Esperábamos que, para los participantes con este segundo perfil, la enseñanza de las matemáticas en la escuela no tuviera un mero objetivo utilitario, sino también el propósito educativo de contribuir al crecimiento de los niños.

Sin embargo, no se trataba solo de obtener una visión general de la relación de nuestros estudiantes con las matemáticas. Queríamos también que, al rellenar el cuestionario (Anexo P0), los participantes tomaran conciencia de tres aspectos relacionados entre sí: sus "experiencias de vida" (Van Manen, 2016), sus creencias sobre la naturaleza de las matemáticas y sus creencias sobre los objetivos de la enseñanza de matemáticas en la escuela Primaria. Sin lugar a dudas, ser más conscientes de estos factores les ayudaría a adoptar el mejor enfoque posible para vivir nuevas experiencias en los talleres de matemáticas del proyecto. Por esta razón, evitamos incluir en este cuestionario problemas aritméticos o cualquier otra pregunta que pudiera hacer que los participantes se sintieran avergonzados por su falta de conocimiento matemático. Preferimos incluir preguntas que les lleven a escribir palabras relacionadas con su experiencia matemática (números 1 y 3) o preguntas en las que tengan que asignar un peso menor o mayor a algunos aspectos relacionados con la actividad matemática (número 2). Además, por medio de algunas preguntas de opción múltiple (números 4 y 5), pueden expresar quién o qué les había ayudado u obstaculizado en su aprendizaje de las matemáticas durante su infancia. La sexta pregunta (número 6) les proporciona una lista de creencias generales sobre la naturaleza de las matemáticas y la finalidad de aprenderlas desde una edad temprana en la escuela, con las que los participantes tienen que expresar su grado de acuerdo. Las dos últimas preguntas (números 7 y 8) se refieren a sus estudios matemáticos más recientes y a su estado profesional actual.

## 3. Recogida de datos

De cara al estudio diagnóstico, se pasó el cuestionario a los siguientes participantes:

- Dos grupos de estudiantes de segundo curso del Grado en Maestro de Educación Primaria de la Universidad Pública de Navarra (Upna), en España.
- Dos grupos de estudiantes de segundo curso del Grado en Maestro de Educación Primaria de la Universidad de Zaragoza (Unizar), en España.
- Dos grupos de estudiantes de cuarto curso del Grado en Maestro de Educación Primaria de la Universidad de Bordeaux (UB), en Francia.
- Un grupo de alumnos de la Universidad Roma Tre (URT), en Italia.
- Un grupo de profesores en activo que participaban en cursos de formación continua de la Asociación Tokalon (TOK) de Roma, en Italia.

La distribución de los participantes se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 1: Distribución de los participantes

| | Número de futuros profesores | Número de profesores en activo | Total de participantes | En activo/ futuros |
|---|---|---|---|---|
| Upna | 83 | 1 | 84 | 0 aprox. |
| Unizar | 87 | 4 | 91 | 0 aprox. |
| UB | 37 | 24 | 61 | 2/3 aprox. |
| URT-TOK | 44 | 86 | 130 | 2 aprox. |
| | 251 | 115 | 366 | |

El siguiente gráfico muestra las diferencias de ratio entre el número de futuros profesores y el número de profesores en activo que han completado el cuestionario, cuando tenemos en cuenta su procedencia.

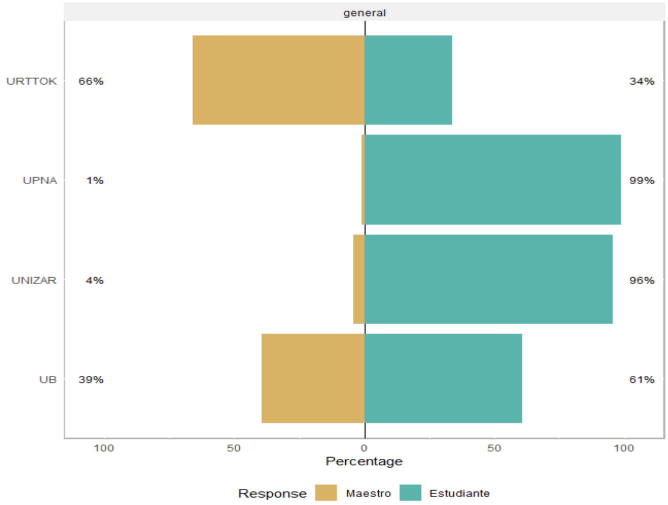


Figura 1

## 4. Análisis de datos

La parte principal de este cuestionario consta de seis preguntas:

1) Palabras que asocias con las matemáticas (respuesta abierta)
2) Pesos que asignas a 14 aspectos de las matemáticas en la escala Likert (de 1, peso más bajo, a 4, el más alto)
3) Los tres temas de matemáticas más difíciles para ti (respuesta abierta)
4) Personas o cosas que te hayan servido de ayuda para aprender matemáticas
5) Personas o cosas que hayan sido un obstáculo para ti en el aprendizaje de las matemáticas
6) Grado de acuerdo con las 12 declaraciones sobre matemáticas

Primero analizamos las respuestas a las preguntas 2 y 6:

**Pregunta 2:** Como se puede apreciar en la Figura 2, la experiencia matemática de los participantes se asocia principalmente con el *razonamiento,* la *atención* y la *perseverancia*, seguidos por la *experimentación* y la *construcción*, mientras que la *fantasía* y la *velocidad* ocupan las últimas posiciones del ranking. Si el análisis tiene en cuenta la institución a la que pertenecen los participantes, las principales diferencias entre ellos pueden verse en las respuestas que contienen las palabras *creatividad* y *diálogo*, que tienen un peso muy alto sólo para el grupo italiano (véase la Figura 3). Todas las demás universidades dan a la *creatividad* un peso muy bajo, pero especialmente en el caso del *diálogo*, la respuesta de la Upna contrasta fuertemente con la de Roma.

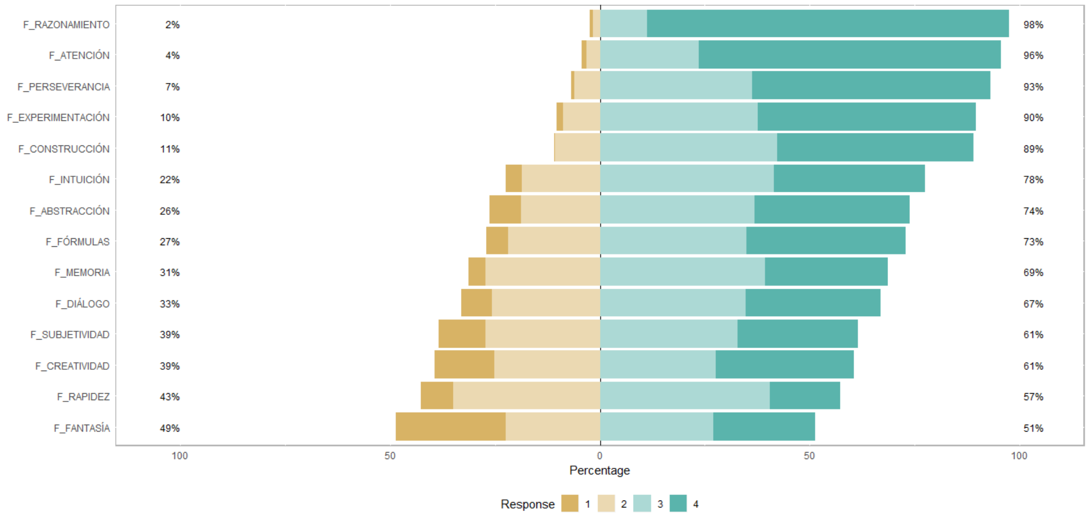



Figura 2

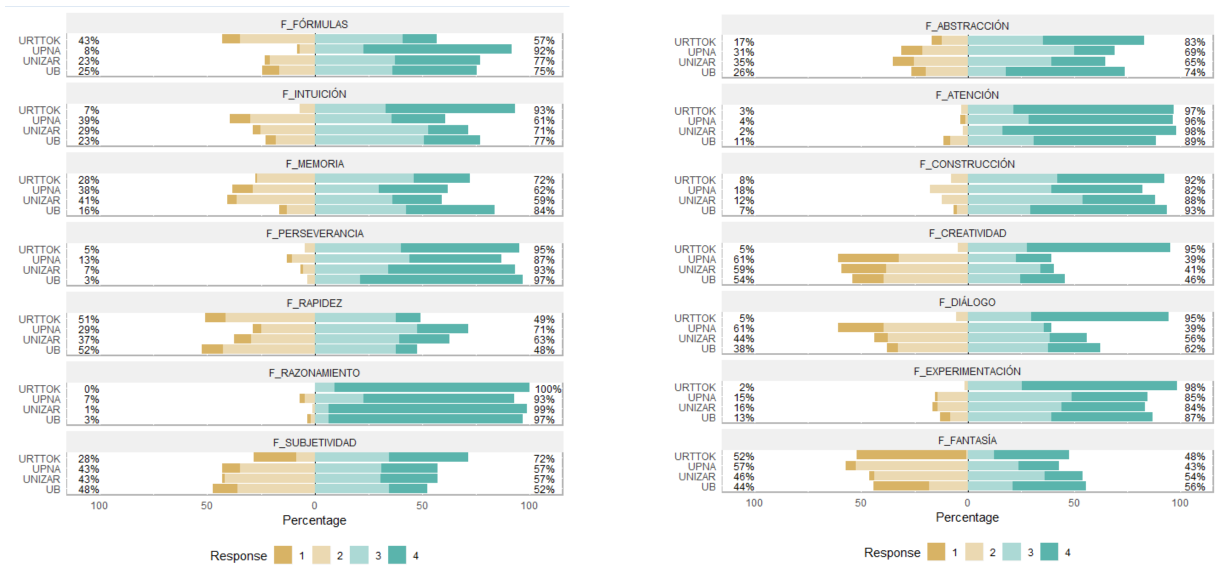



Figura 3

**Pregunta 6:** El mayor grado de acuerdo se da en torno a las creencias de que *la habilidad para las matemáticas puede mejorar con el tiempo* y de que *las matemáticas estructuran la mente*, aunque esta creencia tiene menos peso en la Upna. También hay un consenso general en pensar que *las matemáticas no siempre son la misma historia*. Si el análisis tiene en cuenta la procedencia de los participantes, las mayores discrepancias aparecen de nuevo en el grupo italiano, que considera que las *matemáticas son divertidas*, *no son hermosas* y *no son difíciles*, mientras que el resto de los participantes piensa lo contrario.

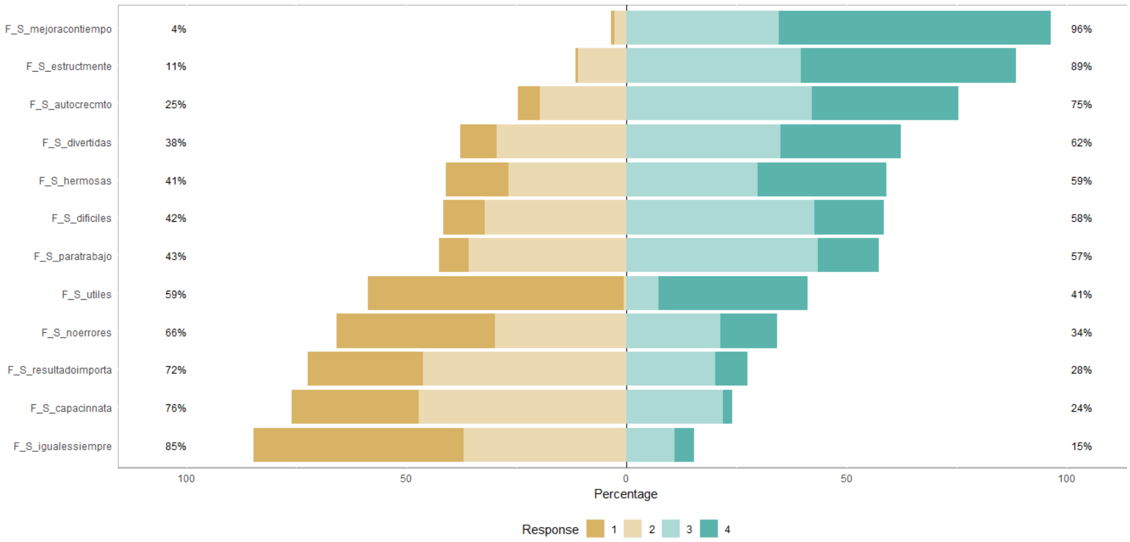



Figura 4

Leyenda:

| | |
|---|---|
| F_S_mejoracontiempo: la habilidad en matemáticas puede mejorar con el tiempo | F_S_paratrabajo: son esenciales para encontrar trabajo |
| F_S_estructmente: las matemáticas estructuran la mente | F_S_utiles: son útiles para la vida diaria |
| F_S_autocrecmto: contribuyen al crecimiento personal | F_S_noerrores: los errores deben ser evitados |
| F_S_divertidas: las matemáticas son divertidas | F_S_resultadoimporta: el resultado es lo que importa |
| F_S_hermosas: son hermosas | F_S_capacinnata: es necesario tener un don para ser bueno en matemáticas |
| F_S_dificiles: son difíciles | F_S_igualessiempre: son siempre la misma historia |

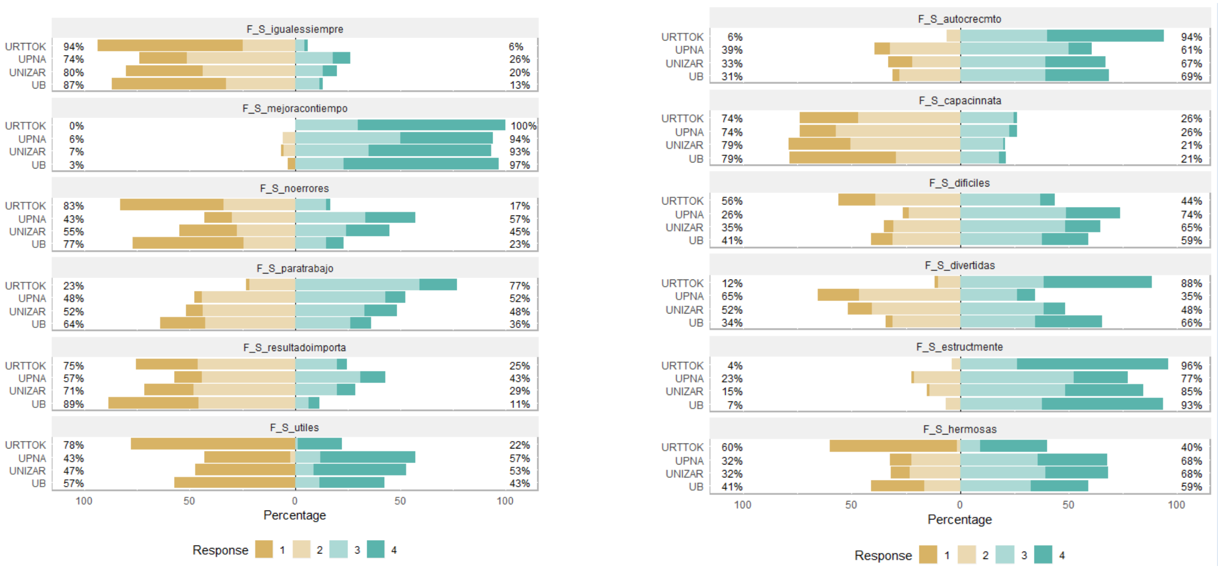



Figura 5

**Análisis de los grupos de variables**

Siguiendo la teoría de los Clusters de Green, buscamos conjuntos de variables que aparecen agrupadas en los datos mediante una técnica de análisis multivariante, denominada el análisis de las componentes principales.

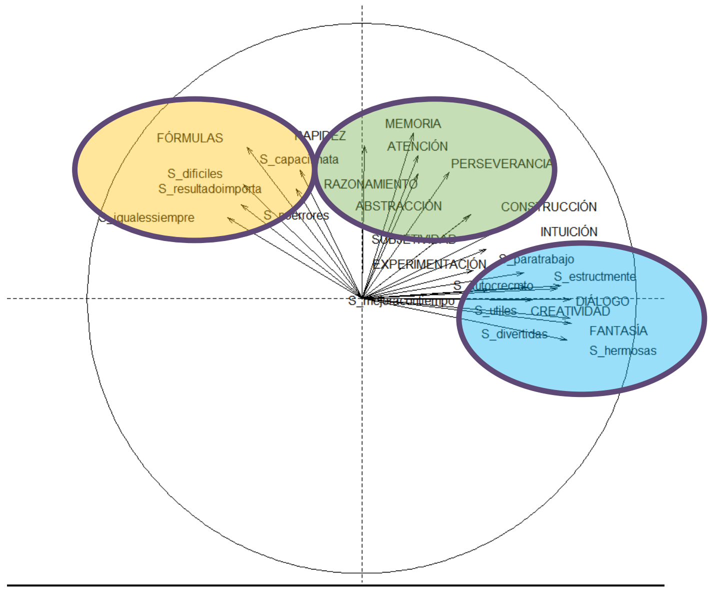



Figura 6

De esta forma, podemos distinguir tres grupos de variables:

**Grupo1)** El primer grupo está formado por variables relacionadas con una visión **técnica** y **estática** de las matemáticas: Afirmaciones como *las matemáticas son siempre la misma historia* o *el resultado es lo que importa* junto con palabras como *fórmulas* denotan que las matemáticas se entienden como algo estático, algo "dado" que no es susceptible de modificación. Las matemáticas se consideran *difíciles* y *una materia para la que es necesario tener un don*. Esto significa que las matemáticas no son vistas como algo natural y vinculado a la experiencia humana, sino más bien como una competencia técnica, una mera habilidad o *skill* (Peters, 1966), que no resulta fácil para algunos estudiantes, por lo que tienen que practicar para ganar en *velocidad* y precisión (*evitando cometer errores*).

La actitud hacia la enseñanza de las matemáticas que cabe esperar de los participantes que han dado un alto peso a este grupo de variables es:

- Tendencia a proporcionar a los alumnos tareas cerradas y procedimientos mecánicos que les permitan ganar en velocidad y precisión.
- A dar a los estudiantes actividades repetitivas para evitar que cometan errores.
- Comprobar simplemente los resultados de las tareas, más que evaluar los procesos seguidos por los alumnos
- Una mentalidad fija (Dweck, 2006) con respecto a sus alumnos, que les induce a pensar que la capacidad que tiene cada estudiante para las matemáticas está fijada de antemano.

**Grupo 2)** El segundo grupo está compuesto por variables relacionadas con una visión **dinámica** y **menos técnica** de las matemáticas. Palabras como *diálogo* y *creatividad* denotan que las matemáticas se entienden como algo sobre lo que los alumnos pueden discutir, algo que ellos mismos pueden "hacer" en lugar de algo que les es "dado" y que puede ayudar a que las personas se comuniquen entre sí. La referencia a la *fantasía* conecta las matemáticas con el mundo de los niños, mientras que las afirmaciones como *las matemáticas son divertidas* o *las matemáticas son hermosas* muestran que las matemáticas proporcionan disfrute al mismo tiempo que *contribuyen al crecimiento personal*. Los participantes con esta visión de las matemáticas también piensan que las matemáticas son *útiles en el día a día* y *esenciales para encontrar un trabajo*, lo que refuerza la visión de las matemáticas como algo relacionado con la vida personal (Orón Semper & Blasco, 2019) y no meramente técnico. La idea de que las matemáticas son *una habilidad que puede mejorar con el tiempo* nos permite pensar que las matemáticas son vistas como algo relacionado con la naturaleza humana, no como algo reservado a una minoría de personas con un don especial.

La actitud hacia la enseñanza de las matemáticas que se puede esperar de los participantes que han dado un alto peso a este grupo de variables es:

- Tendencia a ofrecer a los alumnos tareas abiertas que fomenten la creatividad
- A buscar actividades relacionadas con la vida cotidiana de los alumnos
- A buscar tareas que tengan sentido humano para los niños, dejando espacio para la fantasía y la imaginación
- Promover el intercambio de estrategias en el aula mediante el diálogo
- Una mentalidad incremental (Dweck, 2006) con respecto a sus alumnos, es decir, la convicción de que el rendimiento de sus alumnos con tareas matemáticas se puede mejorar

**Grupo 3)** El tercer grupo está compuesto por variables asociadas a palabras como *memoria*, *atención* y *perseverancia*, todas ellas referidas a aspectos del aprendizaje matemático que pueden mejorarse mediante el **trabajo** y el **esfuerzo**. Junto con este énfasis en el trabajo, también aparecen palabras como *abstracción* y *razonamiento*. La actitud hacia la enseñanza de matemáticas de los participantes que han dado un alto peso a estas variables es difícil de predecir. El hecho de que estas variables no estén correlacionadas con las variables pertenecientes a los otros dos grupos significa que los participantes que les han dado un peso alto podrían tener una visión dinámica y personal de las matemáticas o una estática y técnica.

i) Si las variables de este tercer grupo aparecen junto con las del primer grupo, se espera que correspondan a participantes con una visión técnica y estática de las matemáticas, que atribuyen la *dificultad* de la materia a su naturaleza *abstracta* y a la necesidad de *razonamiento* para realizar las tareas. Aunque estos participantes piensan es *necesario tener un don* para hacer matemáticas, los alumnos pueden superar las dificultades realizando tareas de entrenamiento, es decir, procedimientos mecánicos y repetitivos.

ii) Si este tercer grupo de variables aparece junto con las del segundo grupo, se espera que correspondan a participantes con una visión dinámica de las matemáticas, que piensan que aspectos como la *abstracción* y el *razonamiento* pueden promoverse proporcionando a los alumnos una gran variedad de tareas concretas. Si los alumnos trabajan, con *atención* y *perseverancia*, en una serie de diferentes representaciones concretas del mismo concepto matemático, conseguirán comprender el concepto abstracto.

**Análisis del perfil de los participantes de las distintas instituciones**

Si representamos a cada participante en nuestro estudio por medio del valor que él o ella ha asignado a las 26 variables que aparecen en las Figuras 2 y 4, es decir, como un punto en un espacio de dimensión 26, la técnica estadística del Discriminante representa la proyección de esos puntos sobre un plano determinado por dos ejes, LD1 y LD2, cada uno de los cuales se obtiene como una combinación lineal de las 26 variables consideradas en nuestro estudio. Entre todas las proyecciones posibles, el análisis busca la que coloque a los individuos de las diferentes instituciones lo más lejos posible, al mismo tiempo que deja a los individuos de la misma institución lo más cercanos posible. El gráfico 7 muestra el número de participantes de cada institución que pertenecen al grupo previsto tras esta proyección.

En concreto, el eje LD1, descrito en la figura 9 como una combinación lineal específica de todas las variables, separa a los participantes españoles (situados en el primer y cuarto cuadrante) de los italianos (principalmente en el segundo cuadrante), como se puede ver en la Figura 7. Además, el eje LD2, también descrito en la figura 9, separa a los participantes franceses (en los cuadrantes tercero y cuarto) de la mayoría de los participantes italianos. En la Figura 7 se observa que los estudiantes universitarios españoles se dividen entre el semiplano positivo (superior) y el negativo (inferior).

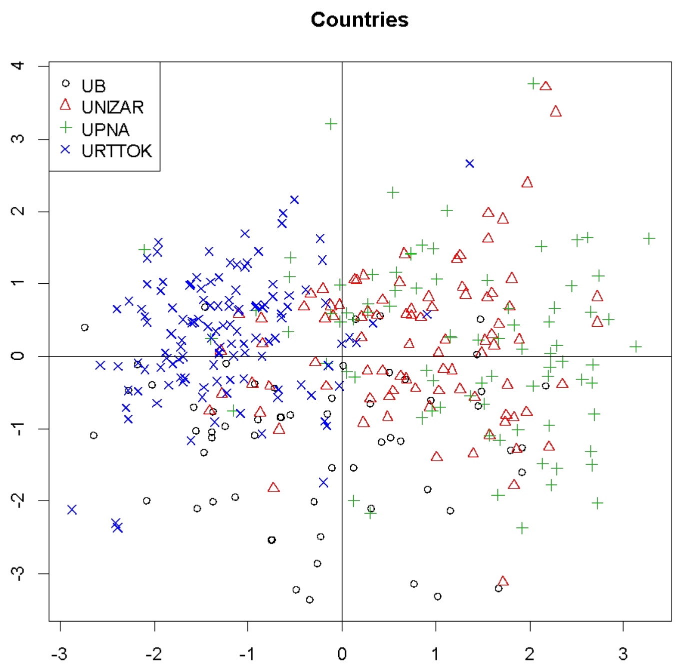
<table>
<tr><td></td><td>Atención - Creatividad - hermosas – útiles para encontrar trabajo<br>Intuición - Velocidad – necesario tener un don – evitar cometer errores<br>LD2 Positivo</td><td></td></tr>
<tr><td>LD1 Negativo<br><br>Fantasía<br><br>Diálogo<br><br>Necesario tener un don<br><br>Divertidas<br><br>Memoria<br><br>Estructuran la mente</td><td>
</td><td>LD1 Positivo<br><br>Velocidad<br><br>Atención<br><br>Construcción<br><br>Siempre la misma historia<br><br>Fórmulas<br><br>Evitar cometer errores</td></tr>
<tr><td></td><td>LD2 Negativo<br>Divertidas- Memoria - Perseverancia - Fantasía – estructuran la mente<br>Construcción - Abstracción</td><td></td></tr>
</table>

Figura 7

| grupo | Grupo UB | UNIZAR | UPNA | URTTOK |
|---|---|---|---|---|
| UB | 32 | 7 | 0 | 4 |
| UNIZAR | 11 | 56 | 20 | 3 |
| UPNA | 2 | 16 | 55 | 1 |
| URTTOK | 16 | 12 | 9 | 122 |

Figura 8

| | LD1 | LD2 | |
|---|---|---|---|
| EXP | 0.18446838 | 0.1154512065 | EXP: Experimentación |
| FAN | -0.66173517 | -0.4861270180 | FAN: Fantasía |
| CR | 0.01887751 | 0.7015117094 | CR: Creatividad |
| RZ | -0.17584850 | -0.1433206847 | RZ: Razonamiento |
| DG | -0.45664316 | 0.1945463710 | DG: Diálogo |
| INT | -0.08010382 | 0.2672226298 | INT: Intuición |
| MEM | -0.27182067 | -0.5029879218 | MEM: Memoria |
| ABS | 0.01170164 | -0.2076723301 | ABS: Abstracción |
| ATE | 0.30061440 | 0.7115421464 | ATE: Atención |
| RP | 0.33813858 | 0.2181119463 | RP: Velocidad |
| PER | -0.16349755 | -0.4947876642 | PER: Perseverancia |
| CONS | 0.21003362 | -0.2481014539 | CONS: Construcción |
| SUJ | 0.03286280 | 0.1750934522 | SUJ: Subjetividad |
| FOR | 0.18033813 | -0.0007551256 | FOR: Fórmulas |
| cap | -0.36467392 | 0.2266053515 | cap: es necesario tener un don para conseguir un buen rendimiento |
| mej | 0.09732893 | -0.0189619859 | mej: la capacidad en matemáticas puede mejorar con el tiempo |
| uti | 0.04126504 | 0.1093907104 | uti: útil para la vida diaria |
| trb | 0.08359742 | 0.4772304996 | trb: esencial para encontrar trabajo |
| her | -0.09411722 | 0.4986212727 | her: hermosas |
| res | 0.02131315 | 0.1034917194 | res: el resultado es lo que importa |
| dif | 0.04262010 | -0.1073154688 | dif: difíciles |
| div | -0.31081988 | -0.5952555457 | div: divertidas |
| ig | 0.27222073 | 0.0110757583 | ig: son siempre la misma historia |
| aut | 0.02148864 | 0.0134595290 | aut: contribuyen al crecimiento personal |
| noer | 0.17627339 | 0.2180931591 | noer: se debe evitar cometer errores |
| estr | -0.23063977 | -0.3697926939 | estr: estructuran la mente |

Figura 9

Observando las variables que aparecen con los coeficientes positivos más altos en el eje LD1, podemos decir que lo que distingue a los participantes españoles es que dan un alto peso a la *atención,* la *velocidad,* la *construcción* y a las *fórmulas*, al mismo tiempo que consideran que las matemáticas *son siempre la misma historia*. Estas características los separan de los participantes italianos, que dan un alto peso a las variables que aparecen con los coeficientes negativos de mayor peso en el eje LD1, en concreto, a la *fantasía* y el *diálogo*, así como a la *memoria*, aunque en menor medida, mientras creen que las matemáticas son *divertidas* y *estructuran la mente*. Al mismo tiempo, piensan que, para obtener un buen rendimiento en matemáticas, es *necesario tener "un don"* especial.

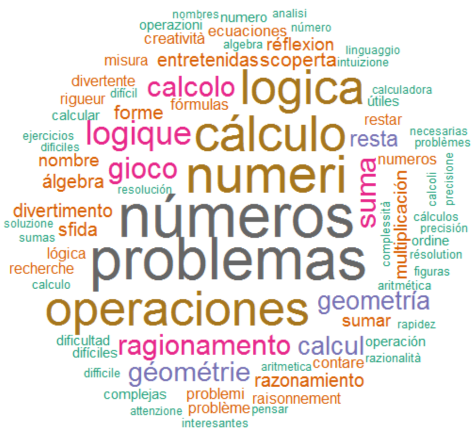
El análisis anterior muestra un perfil de los participantes de cada institución, sin más que tener en cuenta su posición en el diagrama (figura 7). Además, existen lo que se podrían considerar inconsistencias en los grupos, debidas a la superposición de las creencias individuales con las sociales (Green, 1971). Por ejemplo, el perfil de los participantes españoles corresponde claramente a una visión estática y técnica de las matemáticas (Grupo 1 del análisis de variables), junto con un énfasis en la *velocidad* y la *atención* (Grupo 3), que nos lleva a esperar la actitud descrita en el Grupo 3 (i) del análisis de las variables. Esto es coherente con el alto peso que han dado estos participantes a la *dificultad,* al *razonamiento* y a la *perseverancia* en las preguntas 2 y 6. Sin embargo, la referencia a la *construcción* puede ser considerada inconsistente, así como el alto peso dado a la *belleza* en la pregunta 6. Esta aparente inconsistencia nos lleva a suponer que estos participantes tendrían tendencia a proporcionar a sus alumnos actividades creativas que tal vez ellos no hubieran experimentado en su propia infancia.

En la misma línea, puede parecer extraño encontrar *es necesario tener un don* como parte de las creencias italianas, en contraste con otras características más típicas de una visión dinámica de las matemáticas como la *fantasía*, el *diálogo* y la *diversión* (todas ellas en el Grupo 2 del análisis de variables). Este hecho, junto con el peso que estos participantes han dado a aspectos como la *intuición*, la *creatividad*, la *capacidad*, el *poder mejorar con el paso del tiempo*, la *contribución al crecimiento personal*, la *estructuración de la mente* y el *ser esencial para encontrar un trabajo* en las preguntas 2 y 6, nos lleva a esperar que la actitud de estos participantes será la descrita en el Grupo 2 del análisis de las variables. Esta actitud se asocia con una mentalidad incremental, aunque el peso dado a la *necesidad de tener un don* es difícil de explicar. La mayoría de los participantes italianos se caracterizan también por las variables que tienen un valor positivo más alto en LD2, como la *creatividad*, la *atención,* la *hermosura* y el ser *esencial para encontrar un trabajo*.

En cambio, los participantes franceses dan un alto peso a las variables con coeficientes negativos en LD2, tales como *divertidas*, *memoria*, *perseverancia* y *fantasía*, junto con la *abstracción* y la *construcción* en menor medida. El perfil de los participantes franceses es una mezcla de una visión dinámica de las matemáticas con un énfasis en el trabajo en tareas relacionadas con la perseverancia y la memoria. Por lo tanto, se espera una actitud descrita en el Grupo 3 (ii) del análisis de variables para estos participantes. Es sorprendente que los participantes franceses den tan poco peso a la variable *esencial para encontrar trabajo*, dada la importancia que las instituciones educativas conceden a las matemáticas en el proceso de contratación de profesores en su país.

**Pregunta 1:** En cuanto a las palabras que las matemáticas sugieren a los participantes según su experiencia escolar, la Figura 10 muestra que la mayoría de ellos asocian las matemáticas con la *aritmética*, el *cálculo* y los *problemas.* El hecho de que las *operaciones* también aparezcan entre las palabras más repetidas refuerza la idea de que la mayoría de los participantes identifican las matemáticas con la aritmética. Esta idea se repite con la palabra *problemas*, que aparece principalmente en las respuestas españolas, cuyo currículo en Educación Primaria sólo incluye problemas de naturaleza aritmética, a veces contextualizados en situaciones de medida.

La palabra española *geometría* aparece con menos frecuencia que la palabra *aritmética*. Entre las respuestas italianas, *numeri* (números) y *logica* (lógica) son las más frecuentes, seguidas por *gioco* (juego), *calcolo* (cálculo) y *ragionamento* (razonamiento). La palabra *forma* aparece con menos frecuencia, así como *scoperta* (descubrimiento). Los participantes franceses asocian principalmente las matemáticas con *logique, géométrie* y *calcul.* Esto está relacionado con el plan de estudios francés, que da el mismo valor tanto a los contenidos aritméticos como a los geométricos.




| | palabra | frec |
|---|---|---|
| números | números | 43 |
| problemas | problemas | 42 |
| numeri | numeri | 37 |
| cálculo | cálculo | 35 |
| operaciones | operaciones | 34 |
| logica | logica | 33 |
| logique | logique | 21 |
| gioco | gioco | 18 |
| suma | suma | 17 |
| calcolo | calcolo | 17 |
| ragionamento | ragionamento | 17 |
| géométrie | géométrie | 16 |
| calcul | calcul | 15 |
| geometría | geometría | 14 |
| resta | resta | 11 |
| forme | forme | 10 |
| scoperta | scoperta | 10 |
| entretenidas | entretenidas | 9 |

Figura 10: Palabras elegidas por los participantes en la Pregunta 1

**Pregunta 3:** Los participantes italianos son los únicos que nombran algún tema correspondiente a la etapa de Primaria como uno de los más difíciles que han estudiado en matemáticas. En cambio, los españoles consideran que los temas más difíciles son las *integrales*, las *derivadas* y las *ecuaciones*, seguidos por las *funciones* y de la *trigonometría,* ninguno de ellos incluido en el currículo de Educación Primaria. En cuanto a los franceses, consideran el tema de las *fonctions* como el más difícil, seguido de las *matrices*, una palabra que no se distingue de la española. Los participantes italianos destacan temas como *integrali*, *trigonometria* y *funzioni*, pero añaden *problemi,* el único tema correspondiente a la escuela Primaria


| | palabra | frec |
|---|---|---|
| integrales | integrales | 55 |
| derivadas | derivadas | 48 |
| ecuaciones | ecuaciones | 39 |
| funciones | funciones | 34 |
| trigonometría | trigonometría | 32 |
| integrali | integrali | 32 |
| trigonometria | trigonometria | 29 |
| problemi | problemi | 28 |
| funzioni | funzioni | 27 |
| fonctions | fonctions | 26 |
| logaritmos | logaritmos | 25 |
| problemas | problemas | 25 |
| geometría | geometría | 23 |
| derivate | derivate | 20 |
| matrices | matrices | 19 |
| geometria | geometria | 19 |
| probabilidad | probabilidad | 18 |
| equazioni | equazioni | 18 |

Figura 11: temas elegidos en relación con la pregunta 3

**Pregunta 4:** Esta pregunta permite a los participantes marcar más de una opción. Las respuestas muestran que la figura del *profesor*, tanto en Primaria como en Secundaria, ha sido el factor más importante para ayudarles a aprender. Un *familiar* o un *compañero de clase* aparecen también entre los más citados, seguidos a cierta distancia por un *libro*, un *juego* o una *película*.


| | palabra | frec |
|---|---|---|
| profesor | profesor | 368 |
| insegnante | insegnante | 138 |
| primaria | primaria | 134 |
| scuola | scuola | 123 |
| enseñanza | enseñanza | 93 |
| obligatoria | obligatoria | 93 |
| secundaria | secundaria | 93 |
| educación | educación | 88 |
| professeur · | professeur · | 81 |
| particular | particular | 79 |
| bachillerato | bachillerato | 79 |
| grado | grado | 77 |
| secondaria | secondaria | 77 |
| familiar | familiar | 70 |
| compañero | compañero | 56 |
| libro | libro | 50 |
| elementare | elementare | 46 |
| universitario | universitario | 41 |

Figura 12: opciones elegidas en relación con la pregunta 4

**Pregunta 5:** Puede resultar sorprendente que, cuando en la pregunta 5 los participantes tienen que elegir algo o alguien que haya obstaculizado su aprendizaje de las matemáticas, la opción más nombrada sea el *profesor*, al igual que ocurría en la pregunta 4 con la persona que más les ha ayudado en el aprendizaje. La frecuencia con la que se nombra al *profesor* es menor en el caso de la pregunta 5 que en la pregunta 4.

Se concluye así que la experiencia de los estudiantes, tanto negativa como positiva, con las matemáticas está claramente vinculada a su profesor, o dicho de otra forma, la figura del profesor tiene un papel central en la enseñanza de las matemáticas. Por lo tanto, la enseñanza de las matemáticas no puede considerarse una mera cuestión de transmisión técnica de conocimientos que funciona o no funciona independientemente de lo que el profesor hace o piensa. Es evidente que la dimensión interpersonal del aprendizaje es un factor importante en la educación (Orón Semper & Blasco, 2019).

Cabe destacar también que rara vez un *libro* es considerado como un obstáculo.


| | palabra | frec |
|---|---|---|
| profesor | profesor | 173 |
| insegnante | insegnante | 108 |
| scuola | scuola | 105 |
| secundaria | secundaria | 89 |
| enseñanza | enseñanza | 88 |
| obligatoria | obligatoria | 88 |
| grado | grado | 77 |
| secondaria | secondaria | 77 |
| professeur· | professeur· | 54 |
| primaria | primaria | 52 |
| bachillerato | bachillerato | 48 |
| secondo | secondo | 42 |
| superiore | superiore | 42 |
| media | media | 35 |
| primo | primo | 35 |
| libro | libro | 32 |
| elementare | elementare | 27 |
| universitario | universitario | 26 |

Figura 13: temas elegidos en relación con la pregunta 5

### 5. Conclusiones: Observaciones, reflexiones y propuestas de mejora

Los datos recogidos nos dan una idea de las creencias y actitudes de los participantes con respecto a la naturaleza y a la enseñanza de las matemáticas en la Educación Primaria. Como era de esperar, las respuestas están relacionadas con el origen de los participantes, así como con su situación personal o profesional. En este sentido, es importante recordar que el ratio entre profesores en activo y futuros profesores es casi de 2:1 en Roma, aproximadamente de 2:3 en Burdeos y de 0:200 en las universidades españolas.

Las respuestas a la Pregunta 1 muestran que los participantes asocian principalmente las matemáticas a la aritmética, especialmente en España, donde las palabras relacionadas con otras áreas de las matemáticas aparecen en la tabla de frecuencias a cierta distancia de las que tienen que ver con la aritmética. Por el contrario, tanto en Italia como en Francia, palabras como la lógica y la geometría aparecen también asociadas con las matemáticas.

Un análisis combinado de las variables que aparecen en las Preguntas 2 y 6 agrupa las variables en tres grupos, que dibujan dos perfiles diferentes de participantes: los que tienen una visión estática y técnica de las matemáticas y los que presentan una visión dinámica y más personal de las matemáticas. Se espera que las actitudes de los participantes que han dado un alto valor a las variables del primer grupo sean muy diferentes a las de los participantes que han asignado un alto valor a las variables del segundo grupo. Si se añaden a la ecuación los pesos que se asignan a las variables del tercer grupo, podemos perfilar mejor las actitudes esperadas para la enseñanza de los diferentes grupos de participantes.

Además, la técnica del análisis discriminante permite buscar las características que mejor separan a los participantes de las diferentes instituciones. El perfil de los participantes españoles se corresponde claramente con una visión estática y técnica de las matemáticas combinada con una confianza en el esfuerzo de los alumnos por mejorar su rendimiento en matemáticas. Esto concuerda con las respuestas dadas por los participantes españoles a la Pregunta 1, en la que tienden a asociar las matemáticas con tareas aritméticas, a menudo tareas cerradas con poco espacio para la creatividad y la experimentación.

La mayoría de los participantes italianos quedan descritos por las variables asociadas con una visión dinámica y más personal de las matemáticas, junto con una mentalidad incremental con respecto a sus alumnos. Esto concuerda con las respuestas dadas por el grupo italiano a la Pregunta 1, en la que asocian con las matemáticas términos como *gioco* (juego) o *scoperta* (descubrimiento). Cabe señalar que dos tercios de los participantes italianos son profesores en ejercicio que asisten a los cursos de actualización organizados por la Asociación Tokalon. Estos cursos pretenden transmitir la idea de que las matemáticas como una materia dinámica y agradable, estrechamente vinculada a la naturaleza humana.

Finalmente, el perfil de los participantes franceses es una mezcla de una visión dinámica de las matemáticas con un énfasis en las tareas relacionadas con la perseverancia y la memoria. Las respuestas que este grupo da a la Pregunta 1 muestran que la geometría aparece al mismo nivel que la aritmética en la colección de palabras que ellos asocian con las matemáticas.

Sin embargo, los perfiles descritos no son totalmente puros. Es sorprendente que los participantes españoles den un alto peso a la *construcción* y a la idea de que *las matemáticas son hermosas*, mientras que los italianos piensan que es *necesario tener un don* para ser bueno en matemáticas. De la misma manera, llama la atención que los participantes franceses den poco peso a la variable *esencial para encontrar un trabajo* cuando las matemáticas son muy valoradas por las instituciones educativas para trabajar como profesor en Francia.

Las respuestas a la Pregunta 3, en su mayoría temas correspondientes a la Educación Secundaria, no proporcionan ninguna información sobre las dificultades en la escuela Primaria (aparte del hecho de que el grupo italiano nombra los problemas como uno de los temas más difíciles que han estudiado en la escuela). Esta falta de información nos ha hecho pensar que esta cuestión podría ser ligeramente modificada, en la forma en que figura en el Anexo Q0.

Las respuestas a las Preguntas 4 y 5 muestran que la experiencia con las matemáticas no es algo meramente técnico. Especialmente en Educación Primaria, las relaciones interpersonales forman una parte fundamental de esta experiencia. En la escuela, los niños no sólo aprenden conceptos, viven eventos (Orón, 2019). Este hecho puede explicar por qué las experiencias de los participantes con las matemáticas aparecen fuertemente conectadas con la relación que tuvieron con su maestro. Eran los maestros quienes les ayudaban, pero también quienes, en algunos casos, obstaculizaban su aprendizaje.

# Informe del cuestionario Q1: Comprensión de los algoritmos aritméticos

**Índice**



## 1. Resumen

En el marco del proyecto Eramus + ANFoMAM, *Aprender de los niños para formar a los maestros en el área de matemáticas*, se ha diseñado un cuestionario sobre la comprensión de los algoritmos aritméticos en la escuela primaria. El objetivo es conocer la experiencia de los profesores en formación inicial y continua con los algoritmos aritméticos durante sus años escolares. El cuestionario estudiará también sus creencias sobre los objetivos que tiene enseñar los algoritmos aritméticos tradicionales en la escuela primaria y las dificultades que los niños suelen encontrar en ellos.

Tras haber probado el cuestionario (anexo P1) con participantes españoles, franceses e italianos, se aprecia una actitud mayoritariamente favorable hacia la enseñanza de los algoritmos aritméticos en la escuela primaria. Además, los resultados muestran una relación entre la propia experiencia de los participantes con los algoritmos en sus años escolares y el que, en su opinión, es el enfoque más adecuado a adoptar en su enseñanza primaria.

Finalmente, el análisis de los resultados obtenidos en la primera implementación del cuestionario nos ha llevado a modificarlo ligeramente de cara a futuras investigaciones (anexo Q1[3]).

## 2. Diseño del cuestionario: antecedentes y objetivos

La enseñanza de los algoritmos aritméticos ha ocupado horas y horas del tiempo escolar de los niños durante siglos. Este aprendizaje se ha considerado útil para afrontar el día a día, de cara a resolver problemas relacionados con el dinero o las medidas, tanto en el hogar como en el trabajo. De hecho, aunque los planes de estudio de matemáticas en educación primaria incluyen otras áreas como la geometría o la estadística básica, sería difícil de imaginar un alumno que terminara la escuela primaria sin haber aprendido los algoritmos de las cuatro operaciones aritméticas básicas.

Sin embargo, el aprendizaje de los algoritmos clásicos de las operaciones aritméticas se suele considerar el ejemplo paradigmático de una tarea rutinaria en matemáticas. Por otro lado, este aprendizaje está siendo cuestionado hoy en día, cuando todos llevamos una calculadora en nuestro bolsillo.

[3] Cuestionario Q1 : https://docs.google.com/forms/d/1mb8inVgazxPiKmOmmZligUUmrzf-wR4l1NZsR8m6INc/copy

No obstante, desde nuestro punto de vista, la enseñanza de los algoritmos aritméticos clásicos sigue constituyendo un elemento necesario en el currículo matemático de la escuela primaria (Millán Gasca, 2018). Los algoritmos aritméticos son el fruto de siglos de esfuerzos de la humanidad por obtener el resultado de determinadas operaciones cuantitativas con rapidez y precisión. Además, cada uno de ellos es una oportunidad para que los niños conozcan un proceso iterativo que siempre funciona, como es el caso de los procesos involucrados en los programas informáticos. Además, practicar algoritmos es una forma eficaz de profundizar en el sistema numérico decimal, así como una manera de familiarizarse con las propiedades de los números y su descomposición.

Estos son los motivos por los que, en el proyecto ANFoMAM, se diseñará un taller sobre Comprensión de algoritmos aritméticos. Incluirá algunas actividades para trabajar las cuatro operaciones básicas con soporte material y gráfico con el fin de facilitar la comprensión de los algoritmos y de las propiedades de los números al mismo tiempo. Además, nos proponemos animar a los niños a que tomen sus propias decisiones en cuanto a qué estrategia utilizar para realizar los algoritmos, para evitar que los vean como una mera tarea cerrada. Nuestro enfoque consiste en dedicar menos tiempo a memorizar los procedimientos de rutina y más tiempo a comprender las dinámicas subyacentes. Trataremos de centrarnos en "el porqué" más que en "el cómo".

Al igual que ocurre con el resto de los talleres, los investigadores de la Universidad Pública de Navarra han diseñado un cuestionario sobre la comprensión de los algoritmos aritméticos. Este cuestionario busca obtener información acerca de cuestiones relevantes para los profesores en formación inicial y continua en relación con la enseñanza y el aprendizaje de los algoritmos aritméticos, tales como:

- La experiencia de los participantes con los algoritmos aritméticos durante sus años escolares: las dificultades que encontraron, las estrategias que solían utilizar, etc.
- Las creencias de los participantes sobre los objetivos de la enseñanza de los algoritmos aritméticos tradicionales en la escuela primaria y sobre las dificultades que los niños tienen con ellos.
- Algunas consideraciones sobre la forma en que se deben trabajar los algoritmos aritméticos en la escuela.

A priori, esperábamos encontrar diferentes formas de trabajar los algoritmos aritméticos en la escuela, vinculadas a las creencias de los participantes sobre los objetivos en cuestión:

- Enseñar a los niños los algoritmos clásicos de forma mecánica, como procedimientos iterativos que siempre funcionan. El objetivo principal sería que los niños ganaran en eficiencia y velocidad lo antes posible.
- Considerar los algoritmos como una forma de que los niños comprendan mejor y pongan en práctica las propiedades de los números y sus descomposiciones, incluidas las relacionadas con la forma en que se expresan en el sistema numérico decimal.

## 3. Recogida de datos

La primera versión del cuestionario (Anexo P1) se puso a prueba con 185 participantes de la Université Bordeaux (UB), la Universidad Pública de Navarra (Upna), Università Roma Tre (URT) y ToKalon (TK):

Tabla 2: Distribución de los participantes

| | UB | UPNA | URT-TKL |
|---|---|---|---|
| Estudiantes universitarios | 22 | 60 | 67 |
| Profesores en formación continua | 16 | 4 | 12 |
| No sabe/No responde | | 4 | |

### 4. Elaboración y análisis de los datos

La parte central del cuestionario consta de seis preguntas (Anexo P1):

1) Grado de identificación con cinco afirmaciones sobre la experiencia de los participantes con los algoritmos (escala de Likert del 1, el más bajo, al 4, el más alto).
2) Pesos asignados a 5 objetivos de la enseñanza de los algoritmos aritméticos en educación primaria (escala de Likert del 1, el más bajo, al 4, el más alto).
3) Pesos asignados a cuatro afirmaciones sobre cómo conseguir que los estudiantes comprendan los algoritmos (escala de Likert del 1, el más bajo, al 4, el más alto).
4) Valores asignados a la conveniencia de usar los algoritmos aritméticos tradiconales para ciertas clases de operaciones aritméticas (escala de Likert del 1, el más bajo, al 4, el más alto).
5) Razones por las que los niños encuentran dificultades al aplicar los algoritmos aritméticos (respuesta de elección múltiple).
6) Grado de acuerdo con algunas cuestiones sobre enseñanza y práctica de los algoritmos aritméticos en educación primaria (escala de Likert del 1, el más bajo, al 4, el más alto).

Además, aparecen dos preguntas de contexto diseñadas con el fin de obtener información sobre la situación personal o profesional de los participantes.

**Pregunta 1**

Cuando se les pregunta sobre su experiencia personal con los algoritmos aritméticos, los participantes franceses asignan un grado de identificación más bajo que el resto con las afirmaciones *Siempre me han resultado aburridos y repetitivos* y *Nunca me ha interesado saber por qué están diseñados de la forma en que lo están.*

Los participantes de la Universidad Pública de Navarra son los que asignan el valor más alto de identificación con estas afirmaciones.

Por otro lado, los participantes italianos junto con los franceses se identifican claramente con la afirmación *Entiendo bastante bien la razón de cada paso que se da al aplicar un algoritmo aritmético* y, en particular, a los franceses *los algoritmos les resultan fáciles de aprender.* Todos los participantes, especialmente los franceses, aseguran que *recurrían a la calculadora para no tener que aplicar los algoritmos, en cuanto se les permitía.*

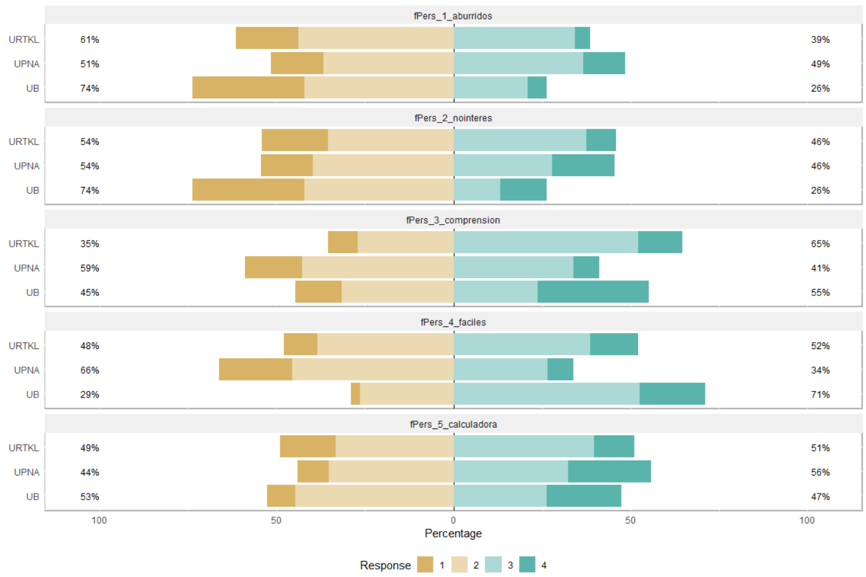


Figura 14

Leyenda

| | |
|---|---|
| fPers_1_aburridos | Siempre me han resultado aburridos y repetitivos |
| fPers_2_nointeres | Nunca me ha interesado saber por qué están diseñados de la forma en que lo están |
| fPers_3_comprension | Entiendo bastante bien la razón de cada paso |
| fPers_4_faciles | Me han resultado fáciles de aprender |
| fPers_5_calculadora | En cuanto se me permitía, recurría a la calculadora para no tener que aplicarlos |

## Pregunta 2

Se ve con claridad una actitud favorable de los participantes hacia la enseñanza de los algoritmos aritméticos en la escuela primaria. En cuanto a los objetivos de enseñar los algoritmos aritméticos, los participantes dan el valor más alto a *poder centrarse en la estrategia de resolución de un problema, al tener dominados los cálculos*, seguido de *ayudar a los niños a comprender mejor las propiedades de los números y las operaciones*, lo que amplía el foco más allá de considerar los algoritmos como una mera herramienta, hacia una comprensión moderna de la aritmética como el estudio no solo de los números sino de estos integrados en una rica estructura dotada de una serie de operaciones. Los objetivos más tradicionales de la enseñanza de los algoritmos, tales como *su utilidad para el futuro académico y profesional de los niños* o *que ofrecen al alumno la seguridad de que los cálculos son correctos* son también altamente valorados por todos los participantes, al mismo nivel que la razón más propia de nuestro tiempo de que *ayudan a los alumnos a comprender los procesos iterativos de la programación computacional.*

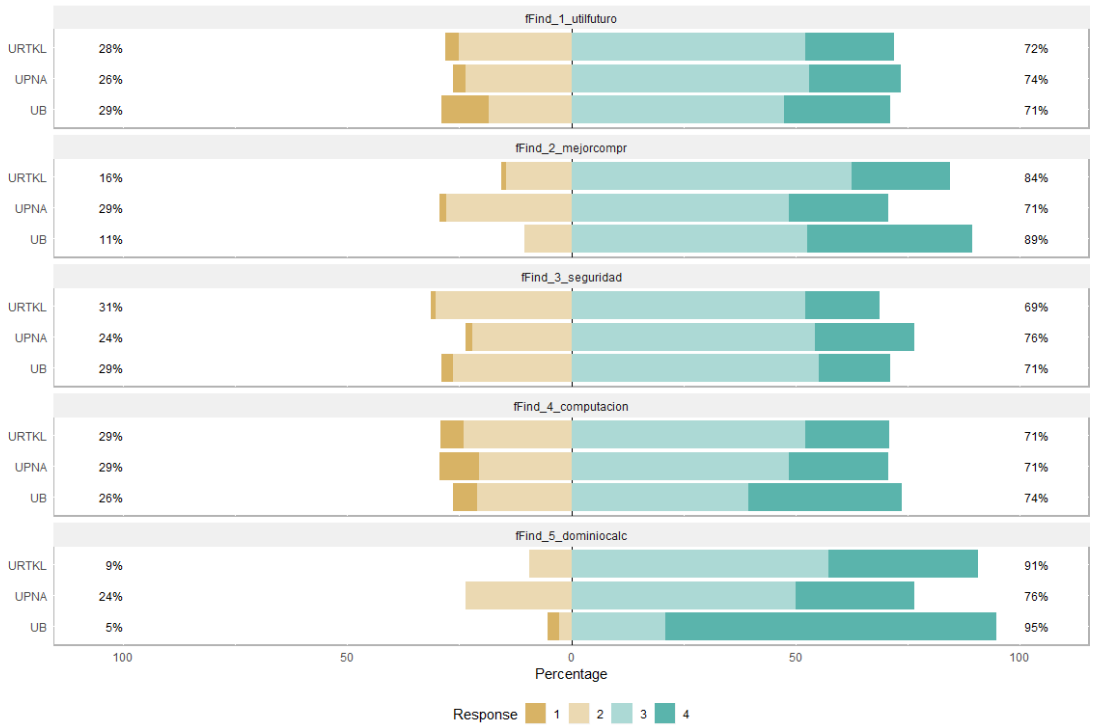



Figura 15

Leyenda

| | |
|---|---|
| fFind_1_utilfuturo | Útil para el futuro académico y profesional de los alumnos |
| fFind_2_mejorcompr | Ayuda a los niños a comprender mejor las propiedades de los números y de las operaciones aritméticas |
| fFind_3_seguridad | Ofrece al alumno la seguridad de que los cálculos que efectúa son correctos |
| fFind_4_computacion | Ayuda a que el alumno pueda comprender más adelante los procesos de iteración propios de la programación computacional |
| fFind_5_dominiocalc | El alumno podrá centrarse en la estrategia de resolución de un problema aritmético, al tener dominados los cálculos |

## Pregunta 3

De cara a que los estudiantes lleguen a comprender, no solo cómo, sino también por qué funcionan los pasos de los algoritmos, todos los aspectos y recursos han sido positivamente valorados por los participantes, especialmente el material manipulativo y el uso de gráficos, diagramas y esquemas apropiados. Los participantes de la Universidad Pública de Navarra dan menos valor que el resto a fomentar el uso de un vocabulario preciso para denominar las diferentes unidades involucradas.

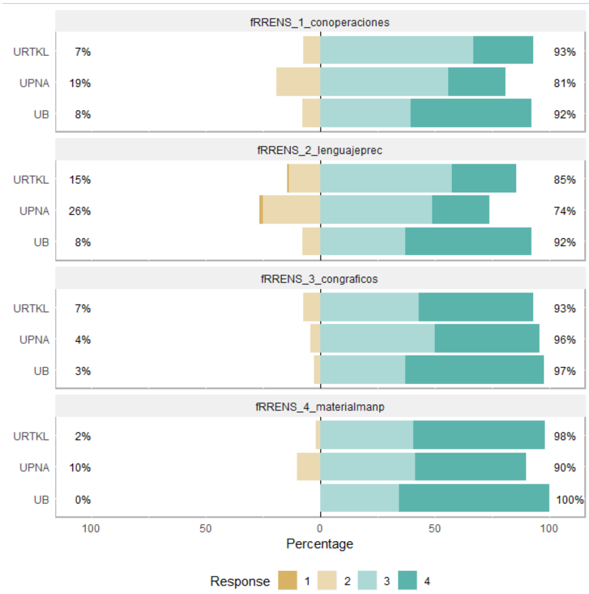



Figura 16

Leyenda

| | |
|---|---|
| fRRENS_1_conoperaciones | Combinar su enseñanza con la de las propiedades de los números y las operaciones aritméticas |
| fRRENS_2_lenguajeprec | Fomentar el uso de un vocabulario preciso para denominar las diferentes unidades involucradas |
| fRRENS_3_congraficos | Acompañar su enseñanza de gráficos, diagramas o esquemas adecuados |
| fRRENS_4_materialmanp | Acompañar su enseñanza de un material manipulativo adecuado |

## Pregunta 4

En esta pregunta, los participantes tenían que valorar la conveniencia de usar los algoritmos aritméticos tradicionales para realizar algunos tipos de operaciones aritméticas. Las respuestas reflejan claramente que el uso de los algoritmos se considera más necesario cuando la tarea involucra números con más cifras (el caso de 234 x 346). Sorprendentemente, algunos participantes, los de la Universidad Pública de

Navarra, consideran necesario usar los algoritmos en la primera tarea, una simple suma sin agrupamiento, que puede ser fácilmente realizada mediante cálculo mental.

Puede ser que los participantes hayan pensado que la alternativa al uso de algoritmos era la calculadora y, en consecuencia, habría sido más natural usar los algoritmos que ese dispositivo para una simple suma. Esto podría explicar también el hecho de que no todos los participantes consideren apropiado el uso de los algoritmos para la tercera y cuarta tareas.

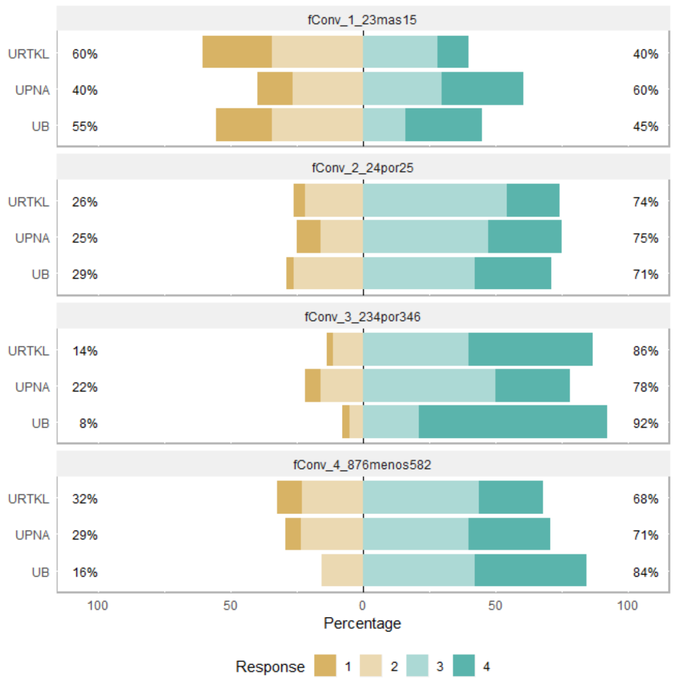



Figura 17

Leyenda

| | |
|---|---|
| fConv_1_23mas15 | Operación tipo 23+14 |
| fConv_2_24por25 | Operación tipo 24x25 |
| fConv_3_234por346 | Operación tipo 234x346 |
| fConv_4_876menos582 | Operación tipo 876-582 |

La ambigüedad de las respuestas nos ha llevado a modificar esta pregunta de la forma siguiente:

*Elige la forma más adecuada de realizar cada uno de los siguientes tipos de operaciones:*

*a) 23+15 cálculo mental- algoritmos clásicos – calculadora*
*b) 24x25 cálculo mental- algoritmos clásicos – calculadora*
*c) 234 x 346 cálculo mental- algoritmos clásicos – calculadora*
*d) 876 - 582 cálculo mental- algoritmos clásicos – calculadora*

**Pregunta 5**

En lo que se refiere a las razones por las que los niños encuentran dificultades cuando aplican los algoritmos aritméticos, el hecho de que *se han aprendido las normas de aplicación sin conocer su sentido* se considera como la más importante. Además, esta razón guarda una relación muy cercana con otras razones que los participantes consideran importantes. Por ejemplo, *los alumnos no son capaces de hacerse una imagen mental que les sirva de apoyo en el cálculo* o *no saben utilizar un diagrama, un gráfico o un material manipulativo* *que les sirva de apoyo*. Todas estas formas de enseñanza podrían también *haber ayudado a que los estudiantes no se sintieran bloqueados*.

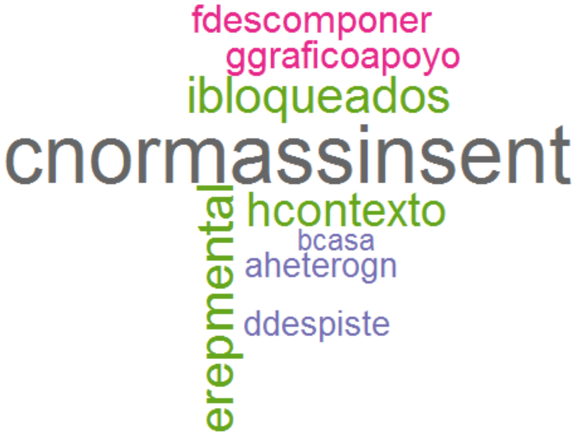



Figura 18

Leyenda

| | |
|---|---|
| Aheterogn | Cada ejemplo concreto difiere en algo de los demás |
| Bcasa | No practican lo suficiente en casa |
| cnormassinsent | Se han aprendido las normas de aplicación sin conocer su sentido |
| Ddespiste | Se despistan mientras los están aplicando |
| Erepmental | No son capaces de hacerse una imagen mental que les sirva de apoyo en el cálculo |
| Fdescomponer | No están acostumbrados a descomponer los números |
| Ggraficoapoyo | No saben utilizar un diagrama, un gráfico o un material manipulativo que les sirva de apoyo |
| Hcontexto | No encuentran sentido a aplicarlos para realizar operaciones sin una situación de contexto |
| Ibloqueados | Se sienten bloqueados por el miedo a cometer errores |

## Pregunta 6

Los participantes tenían que expresar en esta pregunta su grado de acuerdo con las siguientes afirmaciones sobre la enseñanza y la práctica de los algoritmos aritméticos en educación primaria.

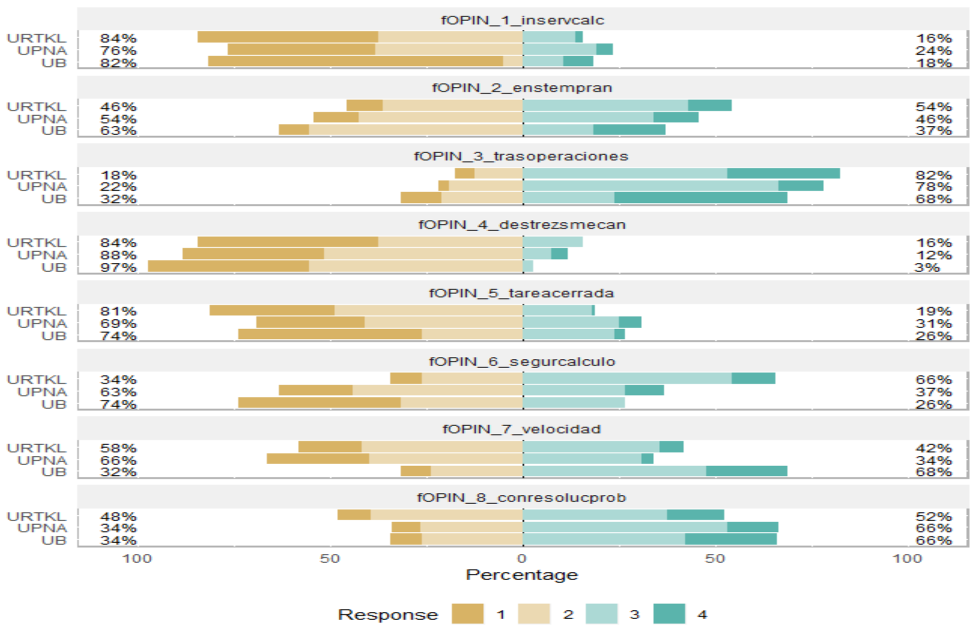



Figura 19

Leyenda

| | |
|---|---|
| fOPIN_1_inservcalc | Hoy en día no sirve para nada conocer los algoritmos aritméticos ya que se puede usar la calculadora |
| fOPIN_2_enstempran | Hay que procurar enseñarlos a la edad más temprana posible |
| fOPIN_3_trasoperaciones | Se deben enseñar después de que se haya comprendido el significado de las operaciones aritméticas |
| fOPIN_4_destrezsmecan | No conviene dedicar tiempo a que los niños comprendan a fondo los algoritmos aritméticos, ya que esto retrasa su adquisición de las destrezas mecánicas. |
| fOPIN_5_tareacerrada | Practicar algoritmos aritméticos es una tarea cerrada que no deja espacio a la iniciativa del alumno |
| fOPIN_6_segurcalculo | En educación primaria, se debe primar el aprendizaje de los algoritmos aritméticos, por encima de la resolución de problemas, para que los alumnos adquieran seguridad con los cálculos |
| fOPIN_7_velocidad | En la enseñanza de los algoritmos, el énfasis debe ponerse en que los niños adquieran velocidad al aplicarlos |
| fOPIN_8_conresolucprob | Si se desliga de la resolución de problemas, la práctica de los algoritmos aritméticos puede hacer que los alumnos pierdan el interés por las matemáticas |

Parece haber un fuerte consenso acerca de *la utilidad de aprender los algoritmos aritméticos a pesar del uso extendido de la calculadora*, pero solo si el aprendizaje busca conseguir *comprender a fondo las dinámicas involucradas* más que *una simple adquisición de tareas mecánicas.* En relación con esta forma de ver la enseñanza de los algoritmos, está la opinión de los participantes de que *esta clase de ejercicios es una tarea cerrada*. Solo los participantes franceses *ponen el énfasis en que los niños adquieran velocidad cuando aplican los algoritmos*, mientras los profesores en formación italianos *priman el aprendizaje de los algoritmos aritméticos, por encima de la resolución de problemas, para que los alumnos adquieran seguridad con los cálculos.*

Sin embargo, esta última afirmación del cuestionario recoge dos proposiciones, por lo que no queda claro si los participantes están de acuerdo con una, con otra o con ambas proposiciones.

Los participantes italianos asignan también un valor ligeramente más bajo que los demás a la afirmación de que*, si se desliga de los problemas aritméticos*, *la práctica de los algoritmos puede hacer que los alumnos pierdan el interés por las matemáticas.* Este hecho concuerda con el énfasis que ponen los participantes italianos en que *se enseñen los algoritmos a la edad más temprana posible*. El resto de los participantes no consideran conveniente esta práctica. Todos ellos están de acuerdo en *enseñar los algoritmos después de que se haya comprendido el significado de las operaciones aritméticas*. Es claro que tanto los maestros en formación continua como los estudiantes de los Grados en Maestro consideran que entender el significado de cada operación dará sentido a los cálculos, como ocurre cuando se realizan de forma contextualizada, vinculados a problemas aritméticos.

**Análisis de grupos de variables a partir de las respuestas a las Preguntas 1 y 6**

Siguiendo la teoría de los clusters de Green, buscamos grupos de variables que aparezcan juntas en los datos recogidos, siguiendo una técnica de análisis de datos multivariante llamada el análisis de componentes principales.

Mediante esta técnica, los datos se proyectarán sobre un plano generado por dos ejes, cada uno de los cuales será una adecuada combinación lineal de las variables que aparecen en las Preguntas 1 y 6:

1) La primera de las componentes principales (representada en el eje OX de la Figura 20) recoge las siguientes variables en el semieje positivo:
   - *Siempre me han resultado aburridos y repetitivos* (fPers_1)

- *Nunca me ha interesado saber por qué están diseñados de la forma en que lo están* (fPers_2)
- *En cuanto se me permitía, recurría a la calculadora para no tener que aplicarlos* (fPers_5)
- *Hoy en día no sirve para nada conocer los algoritmos aritméticos ya que se puede usar la calculadora* (fOPIN_1)
- *No conviene dedicar tiempo a que los niños comprendan a fondo los algoritmos aritméticos, ya que esto retrasa su adquisición de las destrezas mecánicas* (fOPIN_4)
- *Practicar algoritmos aritméticos es una tarea cerrada que no deja espacio a la iniciativa del alumno* (fOPIN_5)

2) Las variables recogidas en el semieje negativo OX reflejan creencias opuestas:

- *Entiendo bastante bien la razón de cada paso* (fPers_3)
- *Me han resultado fáciles de aprender* (fPers_4)

3) El semieje positive OY está definido por las variables de la Pregunta 6 que muestran los algoritmos como una destreza que debe ser aprendida y dominada a base de practicarla:

- *Hay que procurar enseñarlos a la edad más temprana posible* (fOPIN_2)
- *En educación primaria, se debe primar el aprendizaje de los algoritmos aritméticos, por encima de la resolución de problemas, para que los alumnos adquieran seguridad con los cálculos* (fOPIN_6)
- *En la enseñanza de los algoritmos, el énfasis debe ponerse en que los niños adquieran velocidad al aplicarlos* (fOPIN_7)

4) El semieje negativo OY está determinado por la afirmación siguiente:

- *Se deben enseñar después de que los niños hayan comprendido el significado de las operaciones aritméticas* (fOPIN_3)


Figura 20

Analizando las variables que determinan el semieje positive OX, queda claro que la experiencia personal de los participantes con los algoritmos durante sus años escolares está relacionada con las opiniones que expresan sobre la enseñanza y la práctica de los algoritmos aritméticos en educación primaria.

El análisis no muestra apenas diferencias entre participantes de las diferentes instituciones, que aparecen diseminados por todo el plano, excepto los de la Universidad de Burdeos (en rojo en la Figura 20), situados en su mayoría en el tercer cuadrante. Esto significa que *encuentran los algoritmos fáciles de aprender*, *entienden la razón de cada paso* y que, en su opinión, *los algoritmos deben ser enseñados una vez que se haya comprendido el significado de las operaciones aritméticas.*

Esta actitud es acorde con las otras respuestas dadas por estos participantes. Un posible punto de inconsistencia en sus respuestas podría ser su énfasis en que los niños adquieran velocidad al aplicar los algoritmos.

**Análisis del perfil de los participantes de las diferentes instituciones**

De cara a tener en cuenta la institución/país de los participantes en el análisis de las respuestas a las preguntas de 1 a 4, vamos a crear variables virtuales:

**1)** Una variable virtual, llamada *comprensión*, obtenida como el resultado de sumar los valores asignados a las variables de la Pregunta 1 que definen el semieje OX negativo de la Figura 20 y restar, después, los valores asignados a las variables que determinan el semieje positivo OX:

(+) *Entiendo bastante bien las razones de cada paso* (fPers_3)
(+) *Los encuentro fáciles de aprender* (fPers_4)
(+) *Siempre me han resultado aburridos y repetitivos* (fPers_1)

(-) *Nunca me ha interesado saber por qué están diseñados de la forma en que lo están* (fPers_2)
(-) *En cuanto se me permitía, recurría a la calculadora para no tener que aplicarlos* (fPers_5)

El siguiente diagrama muestra que esta variable toma un valor positivo tanto en el caso de los participantes franceses como en el de los italianos, mientras que toma un valor negativo en el caso de los participantes españoles.

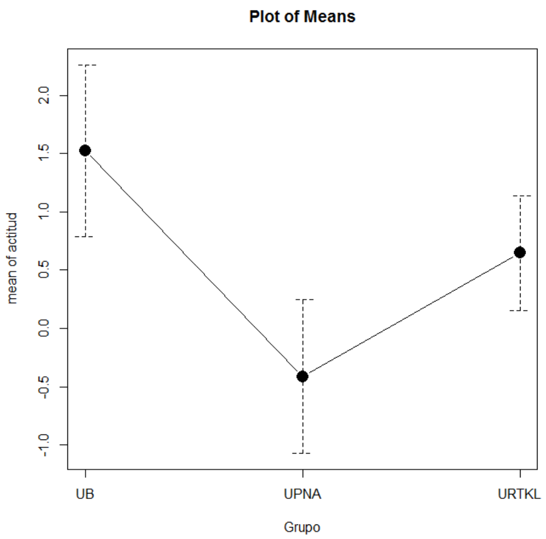



Figura 21

**2)** Otra variable virtual, *competencia*, obtenida como resultado de sumar todas las variables que definen el semieje positivo OX:

*(+) Siempre me han resultado aburridos y repetitivos* (fPers_1)

*(+) Nunca me ha interesado saber por qué están diseñados de la forma en que lo están* (fPers_2)
*(+) En cuanto se me permitía, recurría a la calculadora para no tener que aplicarlos* (fPers_5)

Observamos que los estudiantes de la Universidad Pública de Navarra quedan claramente definidos por esta variable, mientras que los franceses muestran un perfil marcadamente diferente. Esta variable no es la más adecuada para describir a los participantes italianos.

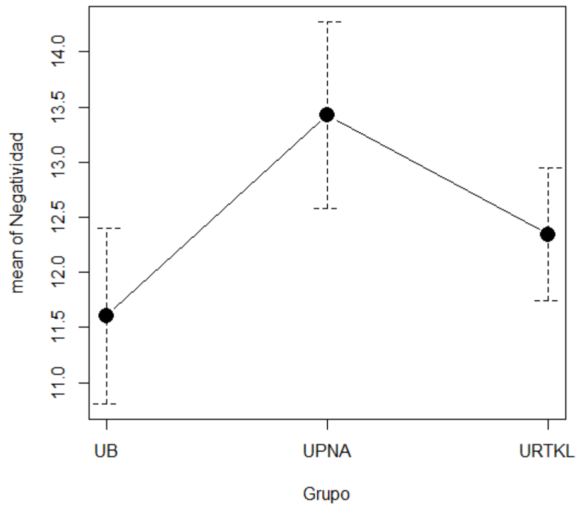



Figura 22

**5. Conclusiones: observaciones, reflexiones y propuestas de mejora**

A pesar de la accesibilidad que se tiene actualmente a las calculadoras en cualquier momento, parece haber un gran consenso entre los participantes sobre la utilidad de trabajar los algoritmos aritméticos en la escuela primaria, aunque con matices. Trabajar los algoritmos no se entiende como una tarea mecánica cerrada, sino como una búsqueda de que los niños entiendan las dinámicas subyacentes al mismo tiempo que van adquiriendo familiaridad con los números y sus propiedades.

El análisis de los resultados del cuestionario deja claro que los participantes consideran también importante el trabajo con los algoritmos aritméticos en educación primaria de cara a la adquisición de un sentimiento de seguridad con los cálculos a la hora de resolver problemas. Más aún, consideran los algoritmos como una oportunidad para que los niños se encuentren por primera vez con procesos iterativos, del mismo tipo que los que aparecen en la programación computacional.

A pesar de esta opinión general, los participantes reconocen que los niños suelen encontrar dificultades con los algoritmos, que ellos atribuyen a la forma en que éstos se suelen enseñar, como reglas sin sentido que no ayudan a los niños a hacerse imágenes mentales de las descomposiciones numéricas involucradas en el cálculo. La mayoría de los participantes creen que la práctica de los algoritmos desligada de los problemas aritméticos puede derivar en que los niños pierdan interés en las matemáticas.

Además, el análisis deja claro que la experiencia de los participantes con los algoritmos durante sus años escolares guarda relación con las opiniones que expresan sobre la enseñanza y la práctica de los algoritmos aritméticos en educación primaria. Por ejemplo, una experiencia aburrida con los algoritmos correlaciona con la opinión de que no es conveniente que los niños dediquen tiempo a comprenderlos en profundidad.

En lo que respecta a la procedencia de los participantes, parece haber un interés más alto en comprender la dinámica de los algoritmos en el caso de los profesores en formación franceses e italianos, que en el de los españoles. Esta visión de los algoritmos parece no coincidir con sus opiniones sobre la enseñanza del tema, a la edad más temprana posible en el caso de los participantes italianos y buscando velocidad en el caso de los franceses.

Los resultados obtenidos de la experiencia piloto con el cuestionario nos han llevado a modificar ligeramente algunas de las preguntas. En particular, hemos reformulado las preguntas 4 y 6, que ahora quedan como se puede ver en el Anexo Q1, de cara a permitirnos interpretar mejor las respuestas en futuras investigaciones.

Por otro lado, los resultados obtenidos nos han preparado el camino para diseñar un taller que proporcione a los actuales y futuros profesores nuevas experiencias con los algoritmos. Buscaremos formas dinámicas de trabajar esta área de la enseñanza de las matemáticas, que permitan que los participantes descubran las relaciones de los algoritmos con las ricas propiedades de los números y de sus operaciones. Al mismo tiempo, vincularemos la práctica de los algoritmos a la comprensión de las operaciones subyacentes, mediante el uso de materiales manipulativos y esquemas gráficos.

# Informe del cuestionario Q2: Resolución y representación de problemas aritméticos

**Índice**



**1. Resumen**

En el marco del proyecto ANFoMAM, aprender de los niños para formar a los maestros en el área de matemáticas, subvencionado por el programa Erasmus +, se ha diseñado un cuestionario a cerca de la resolución y representación de problemas aritméticos en educación primaria. El objetivo es conocer la experiencia que han tenido los profesores en formación inicial y continua con los problemas aritméticos durante sus años escolares. El cuestionario indaga también acerca de sus creencias sobre las metas de trabajar con los problemas aritméticos en la escuela primaria y las dificultades que los niños suelen tener con ellos.

La primera experiencia piloto del cuestionario (anexo P2) con participantes españoles, franceses e italianos, muestra claramente que la mayoría de ellos aprecian el valor de trabajar la resolución de problemas en la etapa de educación primaria para una gran cantidad de objetivos, aunque admiten que los niños suelen encontrar dificultades en esa tarea. El análisis de los datos recogidos proporciona varios perfiles de profesores en formación inicial y continua, basados en la forma que tienen de enfocar la enseñanza de los problemas aritméticos en clase, que correlaciona con las razones que encuentran para trabajar esta área de las matemáticas. Tras el análisis de los resultados obtenidos en la primera implementación del cuestionario, se proponen algunas modificaciones de cara a futuras implementaciones (anexo Q2[4]).

**2. Diseño del cuestionario: antecedentes y objetivos**

Los problemas son el corazón de las matemáticas (Millán Gasca, 2018). Las matemáticas han nacido, han crecido y han evolucionado alrededor de problemas que se han encontrado las diferentes civilizaciones a lo largo de la historia de la humanidad, o de problemas que simplemente han despertado la curiosidad de la gente. Aun así, los problemas son, a menudo, el principal motivo de desaliento en los niños y niñas cuando se enfrentan al aprendizaje de las matemáticas. La razón principal podría ser la forma en que los problemas se suelen abordar en la escuela, una circunstancia que no se limita a la enseñanza de las matemáticas.

Desde nuestro punto de vista, la forma de trabajar los problemas matemáticos refleja claramente una forma particular de entender la educación: si el resultado es lo único que se debe evaluar o, por el contrario, hay que tener en cuenta también el proceso de resolución en la evaluación; si el objetivo es

[4] Cuestionario Q2: https://docs.google.com/forms/d/1oqa-o1_fkJiskxhrXxmx3bpbSBikwrLngmuvak0n1wk/copy

entrenar a los alumnos en el desempeño de tareas mecánicas o, por el contrario, se ayuda a los alumnos a buscar sus propias estrategias para resolver las tareas, animándoles a que las compartan unos con otros; si el profesorado promueve en los alumnos confianza o si, en vez de eso, les hace sentirse limitados; etc. La forma de abordar la resolución de problemas podría ser empleada como paradigma para analizar diferentes formas de entender la educación en general.

En el proyecto ANFoMAM (Catalán et al., 2019), se diseñará un taller sobre la resolución y representación de problemas aritméticos, centrado en descubrir las relaciones implícitas que existen entre las magnitudes que aparecen en los problemas, tanto en forma de datos como de incógnitas. En Educación Primaria existen muchos tipos de problemas matemáticos además de los aritméticos, pero estos últimos son los más empleados en las aulas. Por esta razón, los investigadores de la Universidad Pública de Navarra vinculados al proyecto han diseñado un cuestionario, denominado Q2, sobre la resolución y representación de problemas aritméticos. El cuestionario pretende descubrir las creencias que tienen tanto estudiantes universitarios como profesores en formación continua sobre aspectos relacionados con la resolución de problemas aritméticos:

- La experiencia que han tenido los participantes durante su etapa escolar con problemas aritméticos: las dificultades que tenían, los tipos de problemas que más les gustaban, las estrategias que empleaban, etc.
- Las creencias que tienen los participantes sobre el objetivo de enseñar problemas aritméticos en Educación Primaria y sobre las dificultades de los alumnos en la resolución de los mismos.
- De qué forma se deberían trabajar los problemas en el aula y cómo se debería evaluar su resolución.

A priori esperábamos encontrar diferentes formas de trabajar los problemas aritméticos en la escuela, relacionadas con las creencias de los profesores sobre los objetivos de dicho trabajo:

- Aplicar los conocimientos matemáticos que se acaban de aprender en clase en diferentes situaciones, no necesariamente relacionadas con la vida cotidiana de los alumnos. La actitud que podría esperarse de las personas que piensan de esta forma es que trabajarán problemas estándar, problemas que pueden resolverse mediante procedimientos repetitivos que conducen al resultado correcto lo antes posible.
- Mostrar relaciones entre diferentes conceptos matemáticos. Se espera que los futuros docentes con estas creencias sobre los problemas aritméticos proporcionen a los niños diferentes situaciones matemáticas en las que estas relaciones aparezcan de forma natural. Este es el caso, por ejemplo, de los problemas aritméticos de medida, en los que se pueden ver claramente las relaciones entre aspectos geométricos y aritméticos.
- Ofrecer a los alumnos oportunidades de poner en marcha estrategias conocidas, o incluso de inventar estrategias nuevas, en situaciones distintas a las que se han encontrado previamente. Se espera que los participantes con estas creencias sobre la finalidad de trabajar los problemas, propongan a sus futuros alumnos problemas que supongan un verdadero reto para ellos.

En la versión inicial del cuestionario (Anexo P2) habíamos incluido, como preguntas, dos problemas aritméticos para ser resueltos, junto con dos preguntas más sobre qué estrategias habían adoptado los participantes en su resolución. Pero, tras la fase piloto de aplicación del cuestionario, vimos que proponer problemas a los participantes no era la mejor forma de crear un ambiente relajado que les ayudara a reflexionar sobre sus propias experiencias con las matemáticas.

Por esta razón, las primeras cuatro preguntas de la versión inicial del cuestionario fueron reemplazadas por las preguntas 1, 2, 3 y 4 de la versión más reciente del cuestionario (anexo Q2).

### 3. Recogida de datos

La primera versión del cuestionario (anexo P2) se entregó a un total de 97 participantes:

- Universidad de Zaragoza (27 estudiantes universitarios y 5 profesores en activo)
- Universidad Pública de Navarra (62 estudiantes universitarios y 3 profesores en activo)

La versión más reciente (anexo Q2) se entregó a 104 participantes, todos ellos procedentes de Roma (Universidad Roma Tre y ToKalon), la mayoría profesores en activo.

### 4. Elaboración y análisis de los datos

La parte principal de la versión más reciente del cuestionario consta de siete preguntas relacionadas con:

1) Estrategias que suelen emplear los niños para resolver problemas (opción múltiple)
2) Dificultades que encuentran los niños al resolver problemas aritméticos (opción múltiple)
3) Estrategias empleadas con mayor frecuencia por los participantes encuestados para resolver problemas (opción múltiple)
4) Dificultades que encuentran los participantes encuestados en la resolución de problemas aritméticos (opción múltiple)
5) Ponderaciones asignadas a las preferencias de los participantes con respecto a 8 tipos de problemas aritméticos en la enseñanza primaria en la escala Likert (de 1, peso más bajo, a 4, el más alto)
6) Ponderaciones asignadas a 7 objetivos para el trabajo de problemas aritméticos en Educación Primaria en la escala Likert (de 1, peso más bajo, a 4, el más alto)
7) Ponderaciones asignadas a 5 afirmaciones sobre la resolución de problemas aritméticos en Educación Primaria en la escala Likert (de 1, peso más bajo, a 4, el más alto)

A estas siete preguntas le siguen dos más diseñadas para obtener información sobre la situación personal o profesional de los participantes.

Nuestro análisis de los datos, comienza con las preguntas que aparecen tanto en la versión inicial como en la más reciente del cuestionario (preguntas 5, 6, 7 y 8).

### Pregunta 5

El 76% de los participantes no está de acuerdo con la afirmación *No me gusta resolver problemas*. En cuanto al tipo de problemas que prefieren resolver, al 79% le gusta resolver *problemas con varias operaciones*. Cabe destacar también que a la mayoría de participantes (71%) no le gusta resolver *problemas de combinatoria*. Esto puede estar relacionado con el hecho de que al 60% de los participantes no les gusta *resolver problemas aritméticos no estándar*, una categoría en la que se suele situar a los problemas de combinatoria.

Puede resultar sorprendente que los problemas sobre fracciones hayan sido muy bien valorados (66%), mientras que los problemas sobre proporcionalidad y porcentajes, muy similares a los de fracciones, solo hayan sido señalados por el 45% de los participantes (figura 23). Una posible explicación de este hecho podría ser que los problemas sobre proporcionalidad y porcentajes no suelen explicarse en relación con las fracciones, sino como si se tratara de algo distinto, lo que dificulta su comprensión.

En resumen, los datos parecen indicar que los participantes prefieren resolver problemas aritméticos estándar, aunque éstos requieran varias operaciones, antes que problemas en los que tienen que buscar sus propias estrategias de resolución, como es el caso de los problemas de combinatoria.

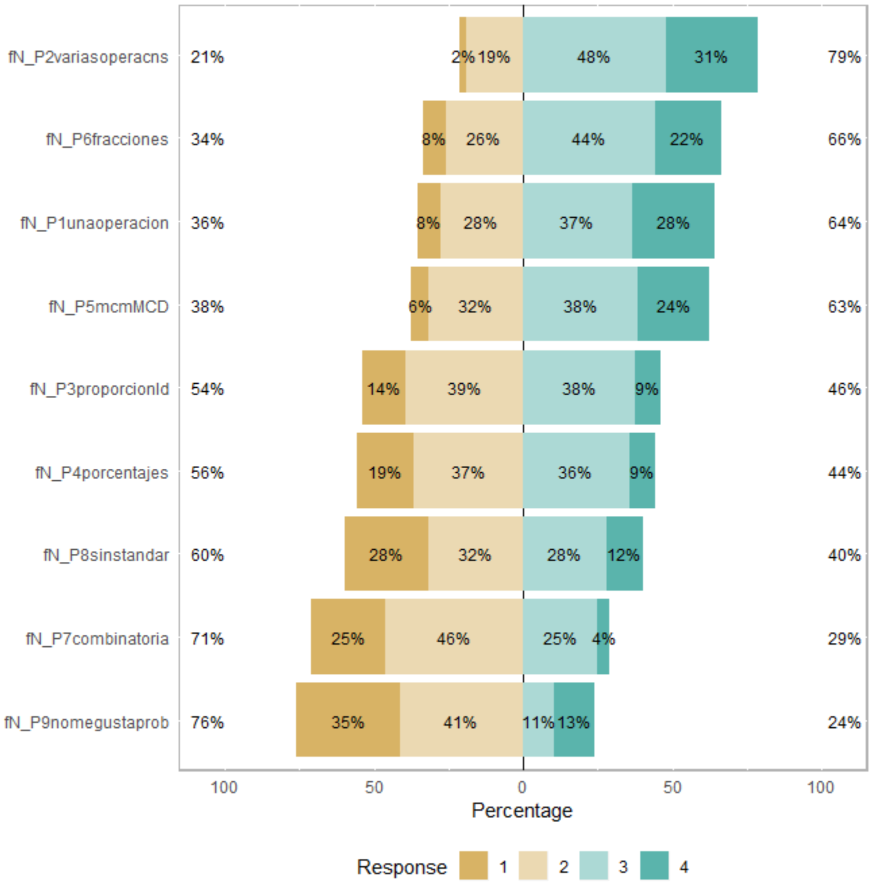



Figura 23

Leyenda

| | |
|---|---|
| fN_P1unaoperacion: Me gustan los problemas que se pueden resolver mediante una sola operación<br><br>fN_P2variasoperacns: Me gustan los problemas que requieren varias operaciones<br><br>fN_P3proporcionld: Me gustan los problemas de proporcionalidad directa e inversa<br><br>fN_P4porcentajes: Me gustan los problemas de porcentajes<br><br>fN_P5mcmMCD: Me gustan los problemas de máximo común divisor y mínimo común múltiplo | fN_P6fracciones: Me gustan los problemas de fracciones<br><br>fN_P8sinstandar: Me gustan los problemas que no se pueden clasificar como estándares<br><br>fN_P7combinatoria: Me gustan los problemas de combinatoria<br><br>fN_P9nomegustaprob: No me gusta resolver problemas |

### Pregunta 6

Respecto a los objetivos de trabajar la resolución de problemas aritméticos en Educación Primaria, no hay diferencias claras entre los participantes. Existe un fuerte acuerdo sobre el objetivo principal, que es, para la mayoría de ellos, que *los niños desarrollen confianza en sus propias capacidades*.

El hecho de que los problemas aritméticos se deben trabajar para *mostrar relaciones entre diferentes conceptos matemáticos* resulta ser también ampliamente aceptado, junto con los objetivos de *mostrar a los niños que las matemáticas les pueden ayudar en su vida cotidiana* y el de *permitir que puedan dialogar utilizando el lenguaje matemático y la argumentación.*

El grado de acuerdo va disminuyendo gradualmente en la gráfica hasta llegar al objetivo de enseñar problemas con el fin de *preparar a los niños para situaciones que se encontrarán en un futuro académico o profesional*, aunque incluso en este caso, el grado de acuerdo es superior al 85%.

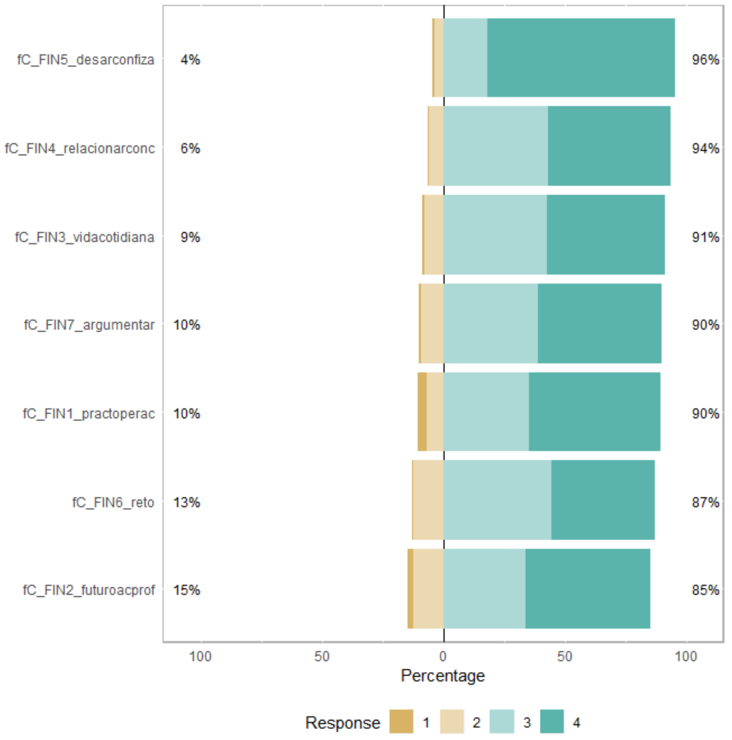



Figura 24

Leyenda

| | |
|---|---|
| fC_FIN1_practoperac: practicar la operación recién aprendida en clase<br><br>fC_FIN2_futuroacprof: preparar a los alumnos para el futuro académico y profesional<br><br>fC_FIN3_vidacotidiana: mostrar que los conocimientos aritméticos le ayudan a comprender mejor su vida cotidiana<br><br>fC_FIN4_relacionarconc: mostrar la relación entre diferentes conceptos matemáticos | fC_FIN5_desarconfiza: ayudar a que el niño desarrolle una actitud de confianza en sus propias capacidades<br><br>fC_FIN6_reto: Enfrentar al alumno a un reto práctico<br><br>fC_FIN7_argumentar: proponer situaciones en las que los niños puedan dialogar utilizando lenguaje matemático y la argumentación |

Si tenemos en cuenta la procedencia de los participantes, aparecen ligeras diferencias entre las instituciones. Por ejemplo, el objetivo de *proponer situaciones concretas para que los niños puedan dialogar utilizando el lenguaje matemático y la argumentación* aparece mejor valorado por los participantes italianos que por los españoles, mientras que estos últimos dan mayor peso a la finalidad de los problemas como *preparación para el futuro académico y profesional* de los alumnos. Los participantes de la Universidad Pública de Navarra dan menos peso que el resto a la meta de *mostrar a los niños que el conocimiento aritmético puede ayudarles en su vida cotidiana* y a la de *mostrar las relaciones que existen entre diferentes conceptos matemáticos*. En cambio, dan un alto peso al objetivo de *proponer retos a los alumnos que les animen a poner en práctica sus conocimientos y habilidades matemáticas*.

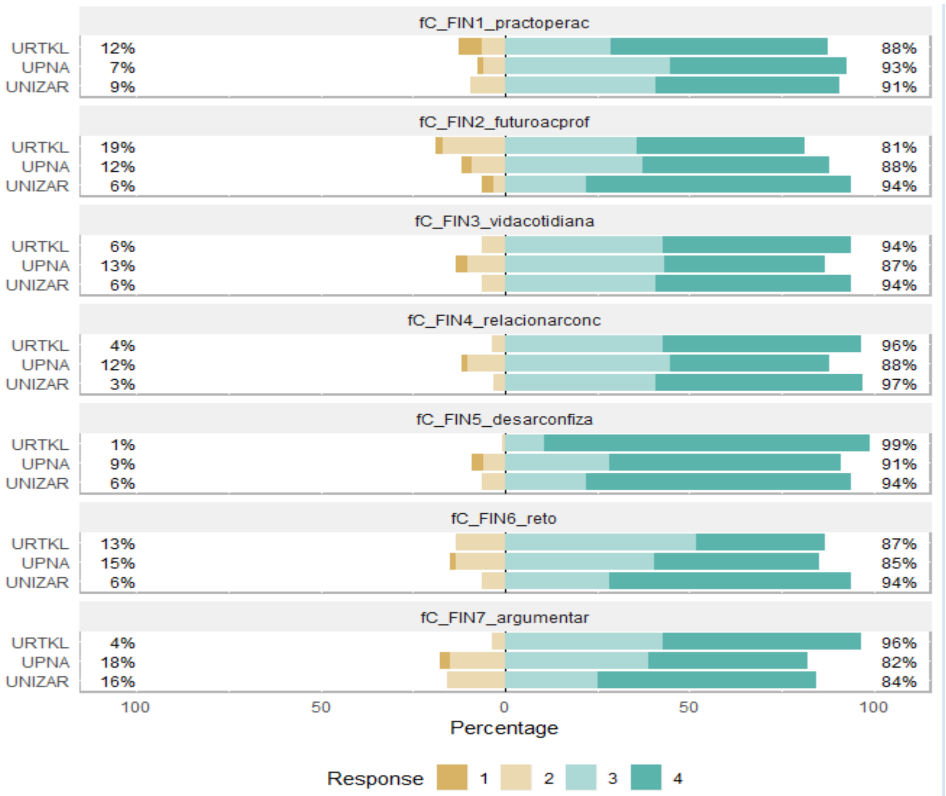



Figura 25

Leyenda

| | |
|---|---|
| fC_FIN1_practoperac: practicar la operación recién aprendida en clase<br><br>fC_FIN2_futuroacprof: preparar a los niños para su futuro académico y profesional<br><br>fC_FIN3_vidacotidiana: mostrar al niño que el conocimiento matemático puede ayudarle a comprender mejor su vida cotidiana<br><br>fC_FIN4_relacionarconc: mostrar la relación entre diferentes conceptos matemáticos | fC_FIN5_desarconfiza: ayudar a los niños a desarrollar una actitud de confianza<br><br>fC_FIN6_reto: Enfrentar al alumno a un reto<br><br>fC_FIN7_argumentar: proponer situaciones en las que los niños puedan dialogar utilizando lenguaje matemático y la argumentación |

**Pregunta 7**

La figura 26 muestra que el mayor grado de acuerdo aparece en torno a las siguientes afirmaciones: *la actitud de los alumnos hacia los problemas aritméticos puede cambiar positivamente mediante una propuesta de enseñanza adecuada; obtener el resultado correcto no es lo más importante en la evaluación; es casi imposible que un alumno de primaria diseñe una estrategia propia para resolver un problema nuevo para él.*

Si tenemos en cuenta la procedencia de los participantes, las mayores discrepancias aparecen en torno a la *preferencia de las técnicas operatorias sobre la resolución de problemas, con el fin de conseguir que los niños ganen seguridad en los cálculos.* Mientras que los participantes italianos muestran un alto grado de acuerdo con esta afirmación, los españoles están en desacuerdo con ella, especialmente los procedentes de la Universidad de Zaragoza.

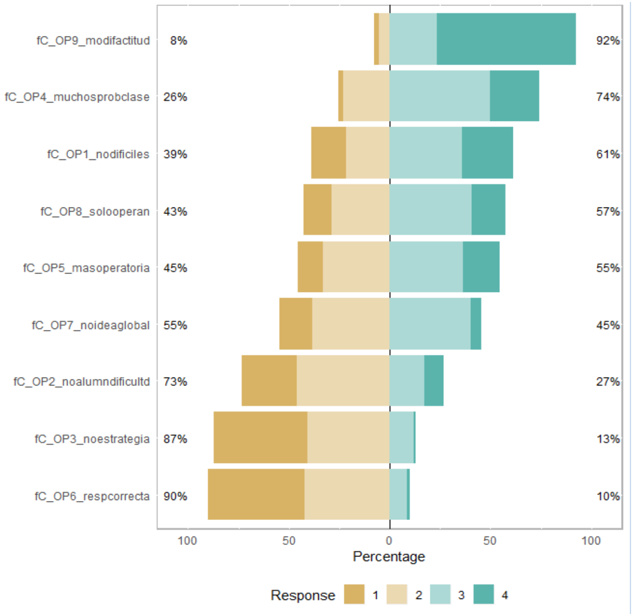



Figura 26

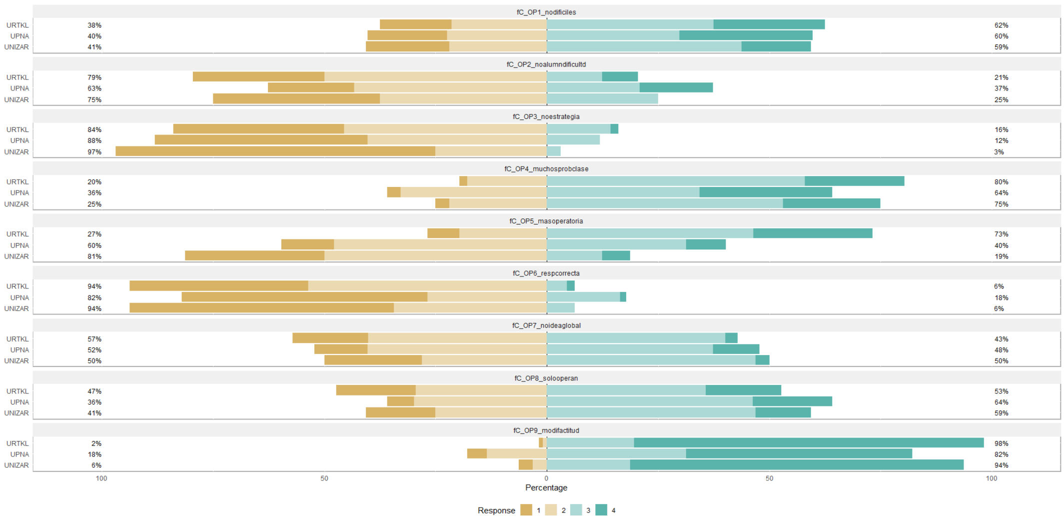


Figura 27

Leyenda

| | |
|---|---|
| fC_OP1nodificiles: Proponer a los niños problemas difíciles puede hacer que pierdan el interés por las matemáticas | fC_OP6respcorrecta: obtener la solución correcta no es lo más importante en la evaluación. |
| fC_OP2noalumndifficultd: no es conveniente proponer problemas a los alumnos con dificultades de aprendizaje. | fC_OP7noideaglobal: los niños no intentan hacerse una idea global de la situación del problema |
| fC_OP3noestrategia: es casi imposible que un niño diseñe su propia estrategia. | fC_OP8solooperan: los alumnos creen que solo está permitido realizar operaciones |
| fC_OP4muchosprobclase: cuantos más problemas se hagan en clase, mejor | fC_OP9modifactitud: la actitud de los alumnos puede cambiar mediante una adecuada propuesta de enseñanza |
| fC_OP5masoperatoria: Se deben primar las técnicas operatorias sobre la resolución de problemas. | |

**Análisis de los grupos de variables de las preguntas 6 y 7**

Siguiendo la teoría de los Clusters de Green, buscamos variables que aparezcan en los datos de forma agrupada, y lo hacemos mediante una técnica del análisis multivariante, llamada análisis de componentes principales.


Figura 28

En la figura 28 se pueden distinguir tres grupos de variables:

**Grupo 1:** Este grupo (en la parte izquierda de la figura 28) está formado por las siguientes variables:

- *Es casi imposible que un niño diseñe su propia estrategia*
- *No es conveniente proponer problemas a niños con dificultades del aprendizaje*
- *Los niños no intentan hacerse una idea global de la situación que presenta el problema*
- *Lo más importante a la hora de evaluar un problema aritmético es que se haya dado la respuesta correcta*

Las primeras tres frases se pueden asociar fácilmente a una **visión pesimista** sobre la capacidad de los niños para resolver problemas aritméticos. La tercera afirmación podría admitir distintas interpretaciones. Los participantes podrían estar atribuyendo el hecho de que *los niños no traten de hacerse una idea global del problema* a las formas habituales de enseñanza en la escuela, que no se orienta al desarrollo de estas habilidades, pero unida a las dos primeras frases, más parece que los participantes consideran que tal comprensión está lejos de las posibilidades de los niños. En cuanto a la evaluación de la resolución de un problema, se prefiere valorar que se *haya obtenido la respuesta correcta*. En este grupo, no aparecen variables referidas a los objetivos de trabajar la resolución de problemas en Educación Primaria.

La actitud que cabría esperar de estos participantes en su futuro como profesores sería:

- Plantear a sus alumnos problemas aritméticos estándar, que se puedan resolver sin gran dificultad.
- Limitarse a pedirles que comprueben si el resultado que han obtenido es correcto o incorrecto, en lugar de animarles a analizar diferentes estrategias para resolver la tarea.
- Entrenar a sus alumnos en resolver problemas de cada tipo empleando estrategias predefinidas, en vez de animarles a ser creativos.

Es difícil que estos profesores ayuden a sus alumnos a que confíen en sus propias capacidades para resolver problemas ya que centrarse en el resultado hace que los estudiantes estén más preocupados por no cometer errores que por explorar nuevas estrategias.

**Grupo 2:** En torno al eje de que el objetivo de resolver problemas es *practicar las operaciones que se acaban de aprender en clase,* aparecen en este grupo (en la zona central de la figura 28) algunas variables. El denominador común de todas ellas parece ser la asociación de las matemáticas en la escuela primaria al aprendizaje y práctica de técnicas operatorias, en lugar de a la resolución de problemas que podrían considerarse "difíciles":

- *En Educación Primaria, se debe primar el aprendizaje de técnicas operatorias, por encima de la resolución de problemas, con el fin de que los alumnos adquieran seguridad en los cálculos.*
- *Proponer a los niños problemas aritméticos que les resulten difíciles puede hacer que pierdan el interés por las matemáticas.*
- *Los alumnos creen que solo está permitido realizar operaciones y no recurren a otro tipo de estrategias.*
- *Para que los niños aprendan a resolver problemas, cuantos más se hagan en clase, mejor*

Estas afirmaciones muestran una visión de la resolución de problemas como una simple competencia que tiene que ser adquirida (Peters, 1967). Estas variables, junto con la creencia de que *cuantos más problemas se hagan en clase mejor,* nos lleva a pensar que los participantes que hayan dado un peso alto a estas variables adoptarán la siguiente actitud en la escuela:

- Darán a sus alumnos problemas estandarizados, que se pueden aprender a resolver mediante procedimientos repetitivos.
- Emplearán los problemas aritméticos como una excusa para practicar operaciones en lugar de centrarse en la comprensión.
- Evitaran proponer a los alumnos problemas diferentes de los que se hayan trabajado previamente en clase.
- Practicarán problemas de una sola forma, para hacer tantos como sea posible, sin detenerse a reflexionar sobre otras estrategias de resolución o sobre aplicaciones a otros problemas de la estrategia que se ha utilizado.

**Grupo 3:** En este grupo (en la parte derecha de la figura 28) aparecen las afirmaciones que han obtenido mayor consenso. Estas son, las que quedaban de los objetivos de trabajar problemas aritméticos (excepto la de *practicar las operaciones que se acaban de aprender en clase*), así como la afirmación de que *es posible que la actitud de los alumnos hacia los problemas aritméticos cambie positivamente mediante una propuesta de enseñanza adecuada.*

Este grupo de variables ofrece una visión de la resolución de problemas no únicamente ligada a la adquisición de competencias. La resolución de problemas se entiende como una **oportunidad** para que los niños desarrollen una serie de habilidades (*entender relaciones entre diferentes conceptos matemáticos y entre las matemáticas y la vida real; emplear el lenguaje matemático para comunicarse*) así como algunas disposiciones personales (*confianza en las capacidades propias de cada uno, actitud abierta para afrontar retos, saber cómo emplear en la vida el conocimiento que adquirimos en el colegio, dialogar con otras personas con el fin de contrastar distintos puntos de vista u opiniones*). Esta forma de ver los problemas aritméticos se inserta dentro de una forma de entender la educación de los niños, mucho más allá de la adquisición de algunas competencias técnicas.

Es fácil imaginar que los maestros con estas creencias tendrán una actitud de confianza hacia sus alumnos (Celi et al., 2019), lo que les llevará a:

- Proponer a sus alumnos tareas matemáticas que requieran cierto esfuerzo.
- Fomentar actividades que dejen espacio a la creatividad.
- Permitir que sus alumnos detecten sus propios errores y aprendan de ellos.

Esta actitud, junto con una respuesta sensible y apropiada por parte del profesor hacia los errores de los niños, ayudará a que los alumnos adquieran confianza y energía (Donaldson, 1987).

**Análisis del perfil de los participantes de diferentes instituciones.**

De cara a analizar las respuestas a las preguntas 6 y 7 teniendo en cuenta las diferencias entre los tres grupos de participantes (Roma, Pamplona y Zaragoza), creamos tres variables virtuales:

1) Una variable virtual denominada *pesimismo* como resultado de sumar las cuatro variables del Grupo 1:
    - *Es casi imposible que un niño diseñe su propia estrategia.*
    - *Los niños no tratan de hacerse una idea global del problema.*
    - *No es conveniente proponer problemas a los niños con dificultades en el aprendizaje.*
    - *Lo más importante al evaluar un problema aritmético es que se haya dado la respuesta correcta.*

    El análisis ANOVA rechaza el hecho de que los tres grupos de participantes tengan un comportamiento similar respecto a esta variable, con un p-valor cercano a 0,05. En particular, las principales diferencias aparecen entre Navarra y Zaragoza. Es en la primera donde la variable *pesimismo* toma el valor más alto, mientras que en la segunda, la variable toma un valor muy próximo al de Italia.

    Por lo tanto, los participantes de la Universidad Pública de Navarra mostrarían un perfil similar al descrito en el Grupo 1, que puede considerarse poco coherente con el alto valor que estos participantes conceden en la pregunta 6 al de trabajar los problemas para *enfrentarse a un reto que los anima a poner en práctica sus conocimientos y habilidades matemáticas.*

2) Una variable virtual denominada *competencia operatoria,* obtenida sumando los valores asociados a las siguientes variables, todas ellas del Grupo 2:

    - *En Educación Primaria se debe primar el aprendizaje de técnicas operatorias, por encima de la resolución de problemas, con el fin de que los alumnos adquieran seguridad en los cálculos.*
    - *Para que los niños aprendan a resolver problemas, cuantos más se hagan en clase, mejor.*
    - *El objetivo de proponer problemas aritméticos es practicar la operación que se acaban de aprender en clase.*

    La mayor diferencia respecto a esta variable se aprecia entre las instituciones españolas y las italianas, en las que la variable *competencia operatoria* toma el valor más alto.
    Como conclusión, el perfil de los participantes italianos estaría próximo al descrito en el Grupo 2. Sin embargo, aparecen algunas incoherencias en estos participantes, entre su énfasis por la competencia y el alto valor que habían dado al objetivo de trabajar los problemas para *presentar a los niños situaciones específicas en las que podían conversar utilizando el lenguaje matemático y la argumentación* (Pregunta 6).

3) Una variable virtual denominada *oportunidad* como resultado de sumar los valores que toman todos los objetivos que aparecen en el Grupo 3:

    - *Preparar a los alumnos para situaciones que se encontrarán en su futuro académico o profesional.*
    - *Mostrar al niño que los conocimientos aritméticos le ayudan a comprentder mejor su vida cotidiana.*
    - *Mostrar la relación entre diferentes conceptos matemáticas que se han trabajado en el aula.*
    - *Ayudar a que el niño desarrolle una actitud de confianza en sus propias capacidades.*
    - *Enfrentar al alumno a un reto que le obligue a poner en práctica sus conocimientos y habilidades matemáticas.*

- *Proponer situaciones concretas en las que los niños tengan puedan dialogar utilizando el lenguaje matemático y la argumentación.*

El análisis ANOVA no rechaza el hecho de que haya diferencias entre los tres grupos de participantes respecto a esta variable. En este caso, las mayores diferencias aparecen entre la universidad de Zaragoza, en la que la variable *oportunidad* toma el valor más alto, y la de Navarra.

A continuación, se analizan las cuatro primeras preguntas del cuestionario, que son distintas en la versión inicial que en la final.

**La primera versión del cuestionario (anexo P2)**

La primera versión del cuestionario se pasó a 97 participantes:
- Universidad de Zaragoza (27 estudiantes universitarios y 5 profesores en activo)
- Universidad Pública de Navarra (62 estudiantes universitarios y 3 profesores en activo)

***Pregunta 1***

Consistía en un problema aritmético que debían resolver los participantes:

*David ha ido de casa a la escuela y, después de clase ha ido a casa de sus abuelos. Ha recorrido 525 metros en total. Si la distancia de casa a la escuela es cuatro veces mayor que la distancia entre la escuela y la casa de sus abuelos, ¿cuántos metros ha andado de casa a la escuela?*

En el cuestionario sólo había espacio para escribir el resultado numérico, lo que no permitía a los participantes explicar el proceso de resolución que habían seguido para resolver el problema. El 79% de los participantes obtuvo la respuesta correcta.

***Pregunta 2***

En este momento los participantes debían explicar cómo habían resuelto el problema de la Pregunta 1. La siguiente tabla recoge las respuestas, que podían ser más de una por participante:

Tabla 3: Procedimiento seguido para resolver el problema de la Pregunta 1

| **RESPUESTAS** | |
|---|---|
| He realizado un dibujo, un esquema o un gráfico | 69% |
| Me he sentido cómodo resolviendo el problema | 60% |
| He intentado hacerme una idea global de la situación que se presentaba en el enunciado | 55% |
| He intentado averiguar cuáles eran las operaciones necesarias para obtener la solución a partir de los datos | 46% |
| He tratado de recordar algún problema similar que hubiera resuelto con anterioridad | 27% |
| Me he sentido bloqueado, sin saber por dónde empezar | 9% |
| Ninguna de las anteriores | 2% |

La mayoría de los participantes (69%) ha empleado la estrategia de *realizar un dibujo, un esquema o un gráfico,* probablemente debido a la naturaleza del problema, un problema sobre medida de longitud. Un simple dibujo de una línea recta facilita las cosas en este caso. Es posible que, por esa razón, el 60% de los participantes se hayan *sentido cómodos* resolviendo el problema. La estrategia de *hacerse una idea global de la* *situación que se presentaba en el enunciado* podría haberse llevado a cabo precisamente con la ayuda de un dibujo y, por esa razón, ambas estrategias podrían haberse utilizado simultáneamente.

Cualquiera de las dos técnicas más empleadas, tanto la de *realizar un dibujo, un esquema o un gráfico* como la de *hacerse una idea global de la situación que se presentaba en el enunciado,* podrían haberse combinado con la estrategia de *tratar de averiguar cuáles eran las operaciones necesarias para obtener la solución a partir de los datos.* En el análisis, nos hemos dado cuenta de que la intención de haber elegido esta última respuesta no es fácil de adivinar. Podría haberse elegido como un paso necesario para resolver un problema, combinado con algunas otras técnicas, o como la primera cosa que hacerse para resolver el problema.

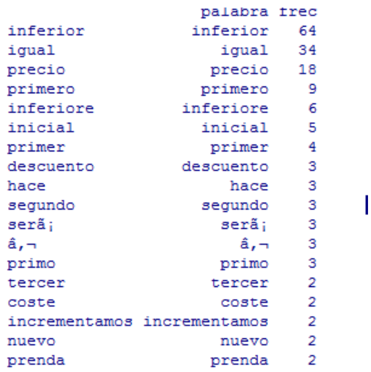
Debido a que, finalmente, esta pregunta se quitó del cuestionario, no es necesario revisar las opciones, pero es cierto que la intención de los participantes no se ve suficientemente clara a partir de las respuestas.

### *Pregunta 3*

Esta cuestión consistía en un segundo problema aritmético que debían resolver los participantes:

> *Si el precio de un producto decrece un 50% y, a continuación, este segundo precio se incrementa en un 50%, entonces, el tercer precio del producto es ¿menor, igual o mayor que el primer precio?*

Más del 65% de los participantes respondió de forma correcta (*el tercer precio es menor que el primero)*, pero hay que destacar que cerca de una tercera parte de los participantes consideró que el precio del producto se mantenía estable:



| | palabra | frec |
|---|---|---|
| inferior | inferior | 64 |
| igual | igual | 34 |
| precio | precio | 18 |
| primero | primero | 9 |
| inferiore | inferiore | 6 |
| inicial | inicial | 5 |
| primer | primer | 4 |
| descuento | descuento | 3 |
| hace | hace | 3 |
| segundo | segundo | 3 |
| serã¡ | serã¡ | 3 |
| â,¬ | â,¬ | 3 |
| primo | primo | 3 |
| tercer | tercer | 2 |
| coste | coste | 2 |
| incrementamos | incrementamos | 2 |
| nuevo | nuevo | 2 |
| prenda | prenda | 2 |

Figura 29

### *Pregunta 4*

En esta cuestión se preguntaba a los participantes sobre cómo habían resuelto el problema de la Pregunta 3 y sobre las dificultades que habían encontrado al hacerlo. Las respuestas se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 4: Procedimiento seguido para resolver el problema de la Pregunta 3

| **RESPUESTAS** | |
|---|---|
| He resuelto el problema pensando en un ejemplo concreto | 69% |
| Estoy seguro de que he encontrado la respuesta correcta | 51% |
| He contestado por pura intuición | 23% |

| | |
|---|---|
| He resuelto el problema mediante un dibujo, esquema o gráfico | 10% |
| Creo que conozco la respuesta correcta, aunque no sé cómo demostrarlo | 6% |
| Este no es un problema aritmético | 4% |
| Me ha resultado excesivamente difícil resolverlo | 1% |
| No es posible resolver el problema porque faltan datos | 1% |
| Creo que no es un problema apropiado para la etapa de Educación Primaria | 1% |
| Ninguna de las anteriores | 1% |

Como puede verse en la tabla, la mayoría de participantes se han basado en un caso particular para resolver el problema, quizás porque el problema no tenía más datos aparte de los porcentajes. Destaca el hecho de que los participantes que se han centrado en un caso particular, automáticamente han generalizado su respuesta a la situación general. Tal vez la forma en la que estaba redactada la pregunta les invitó a pensar así: "Si me preguntan por un problema sin datos numéricos, es probable que todos los ejemplos posibles den la misma respuesta porque, de lo contrario, podría ser imposible dar una respuesta correcta".

**La última versión del cuestionario (anexo Q2)**

Esta versión del cuestionario se pasó a 104 personas, todos ellos participantes italianos (de la Universidad Roma Tre y Tokalon), la mayoría de ellos profesores en activo.

### *Preguntas 1 y 2*

La primera pregunta trata de las estrategias que emplean habitualmente los niños en la resolución de problemas. Las respuestas, teniendo en cuenta que cada participante podía dar más de una, se recogen en la siguiente tabla.

Tabla 5: Respuestas sobre las estrategias que suelen emplear los niños y niñas

| **RESPUESTAS** | |
|---|---|
| Hacen un dibujo, esquema o gráfico | 63% |
| Van probando posibles opciones | 50% |
| Usan materiales concretos | 49% |
| Descubren qué operaciones son necesarias para encontrar la solución a partir de los datos | 42% |
| Buscan en el cuaderno o en el libro un problema similar ya resuelto | 34% |
| Preguntan enseguida a la maestra o a un compañero | 31% |
| Encuentran la solución sin entender cómo lo han hecho | 10% |
| Se quedan bloqueados ante los problemas y no saben por dónde empezar | 7% |
| Esperan una inspiración repentina | 2% |

La segunda pregunta trata sobre las dificultades que encuentran los niños a la hora de resolver problemas aritméticos. Las respuestas se recogen en la siguiente tabla. (De nuevo, cada participante podía elegir más de una opción):

Tabla 6: Respuestas de los participantes sobre las razones que pueden llevar a los niños y niñas a tener dificultades a la hora de resolver problemas aritméticos

| RESPUESTAS | |
|---|---|
| Están acostumbrados a resolver ejercicios de una manera mecánica y repetitiva | 79% |
| Se bloquean por el miedo a equivocarse | 42% |
| No comprenden el texto | 39% |
| Se pierden porque el problema tiene demasiada información o demasiadas condiciones a tener en cuenta | 25% |
| Intentan adivinar cuáles son las operaciones necesarias a partir de los datos | 22% |
| No practican lo suficiente en casa | 16% |

Vale la pena analizar las diferencias entre las respuestas que se dan a las preguntas 1 y 2. Cuando los participantes piensan en las estrategias que los niños usan frecuentemente, en la pregunta 1, la opción de que *se sienten bloqueados y sin saber cómo empezar* rara vez es considerada. Nos hemos dado cuenta durante el análisis de que en realidad esto no es una estrategia en sí sino más bien una forma de responder ante un problema. Cuando ellos reflexionan (en la pregunta 2) sobre las dificultades que encuentran los niños, la opción de *sentirse bloqueado* es elegida por un importante número de participantes. De igual forma, el factor de *estar acostumbrados a resolver ejercicios de una manera mecánica y repetitiva* es considerado en la pregunta 2 como la dificultad más importante. Es interesante que el tipo de estrategias que aparecen con más frecuencia en las respuestas a la pregunta 1 no son mecánicas en absoluto: *realizar un dibujo, esquema o gráfico; ir probando posibles opciones; emplear material concreto*, etc.

La razón de estas diferencias entre las respuestas puede ser que, en la Pregunta 1, los participantes están considerando, inconscientemente, las estrategias más utilizadas que llevan a los niños a resolver problemas con éxito, mientras que en la Pregunta 2, se centran en los casos de fracaso. Por ejemplo, *descubrir, a partir de los datos, qué operación realizar* es una opción altamente valorada en el caso de las técnicas empleadas con mayor frecuencia por lo niños, mientras que esta opción es menos valorada cuando los participantes piensan en las dificultades del alumnado.

### *Preguntas 3 y 4*

La pregunta 3 se refiere a las estrategias que los propios participantes empleaban en su etapa escolar para resolver problemas aritméticos. Las respuestas se recogen en la siguiente tabla. Al igual que en las preguntas anteriores, cada participante podía escoger más de una opción.

Tabla 7: Respuestas sobre las estrategias de los participantes para resolver problemas

| RESPUESTAS | |
|---|---|
| Hacía un dibujo, esquema o gráfico | 74% |
| Adivinaba qué operaciones eran necesarias para encontrar la solución a partir de los datos | 51% |
| Buscaba en el cuaderno o en el libro un problema similar ya resuelto | 46% |
| Probaba posibles opciones | 38% |
| Empleaba materiales concretos | 25% |
| Me quedaba bloqueado y no sabía por dónde empezar | 8% |

| | |
|---|---|
| Preguntaba al maestro o a un compañero cómo empezar | 7% |
| Encontraba la solución sin ser capaz de explicar cómo lo había hecho | 6% |
| Esperaba una inspiración repentina | 2% |

La pregunta 4 se refiere a las dificultades que se encontraban habitualmente los participantes cuando tenían que resolver problemas aritméticos en su etapa escolar:

Tabla 8: Respuestas de los participantes sobre las razones por las que encontraban dificultades en la resolución de problemas

| **RESPUESTAS** | |
|---|---|
| Estaba acostumbrado a resolver los ejercicios de una manera mecánica y repetitiva | 39% |
| Estaba bloqueado por el miedo a equivocarme | 29% |
| Me perdía porque en el problema había demasiada información o demasiadas condiciones a tener en cuenta | 27% |
| No entendía el texto | 22% |
| Tenía compañeros que eran mejores que yo y eso me desmoralizaba | 20% |
| Intentaba adivinar cuáles eran las operaciones necesarias a partir de los datos | 15% |
| Cada problema era distinto a los demás | 15% |
| Nunca he tenido dificultades en la resolución de problemas | 14% |
| No practicaba lo suficiente en casa | 12% |
| Era culpa de los docentes | 7% |

Al comparar las respuestas dadas a las preguntas 3 y 4, observamos el mismo tipo de diferencias que hemos visto entre las preguntas 1 y 2. Mientras que *realizar un dibujo, esquema o gráfico* es considerada como la técnica empleada con más frecuencia (una forma no mecánica de resolver problemas), la dificultad que ha recibido más respuestas es la de que *estaban acostumbrados a resolver los ejercicios de una manera mecánica.* Sin embargo, la segunda y tercer respuestas más valoradas a la pregunta 3, *averiguar qué operación hay que hacer a partir de los datos* o *buscar en el cuaderno o el libro un problema similar previamente resuelto,* pueden ser consideradas formas mecánicas de resolver los problemas.

Asimismo, si comparamos las respuestas a las preguntas 4 y 2, está claro que las dificultades que los participantes (la mayoría profesores italianos en activo) encuentran en sus alumnos son las mismas que tuvieron ellos en la escuela. Sin embargo, cuando se les pregunta acerca de los niños (Pregunta 2), algunas de las opciones reciben una puntuación muy alta con respecto al resto, mientras que cuando piensan en sí mismos (Pregunta 4), todas las opciones son valoradoras de forma similar. Aun así, las respuestas a cerca de las dificultades en *entender el texto del problema*, que está relacionada con *perderse porque el problema tiene demasiada información o demasiadas condiciones a tener en cuenta,* se valoran de forma similar tanto cuando los participantes piensan en ellos mismos como cuando piensan en sus alumnos.

Por último, en la Pregunta 4, aparecen respuestas personales que no era posible elegir cuando se preguntaba sobre las dificultades que encuentran los alumnos. Por ejemplo, *tenía compañeros que eran mejores que yo y eso me desmoralizaba.* Esta respuesta, elegida por el 20% de los participantes, no estaba incluida entre las opciones de la Pregunta 2 porque ese sentimiento en cuestión solo puede ser observado de forma introspectiva.

## 5. Conclusiones: observaciones, reflexiones y propuestas de mejora

El análisis de los resultados muestra claramente que los participantes aprecian el valor de trabajar la resolución de problemas en Educación Primaria para una gran variedad de objetivos y metas, aunque reconocen que los niños suelen encontrar dificultades en esa tarea. De la misma manera, hay un consenso significativo en torno a la afirmación de que *la actitud de los alumnos hacia los problemas aritméticos puede cambiar positivamente mediante una propuesta de enseñanza adecuada.* Las principales diferencias entre los participantes aparecen cuando tienen que hablar sobre qué enfoque es el adecuado para alcanzar ese cambio positivo. Por una parte, hay participantes que ven los problemas aritméticos como una manera de practicar más y más las técnicas operatorias, ya sea porque piensan que esta práctica es más importante en matemáticas que la de resolver problemas o porque son pesimistas hacia la capacidad que tienen los niños para descubrir estrategias propias para resolverlos, pesimismo que aumenta cuando piensan en niños con algún tipo de dificultad de aprendizaje. Por otra parte, hay otros participantes que consideran la enseñanza de la resolución de problemas como una oportunidad de desarrollar disposiciones personales, como ganar confianza, tener una actitud abierta a la hora de afrontar retos, adquirir una capacidad de comunicarse con otros, además de un mejor entendimiento tanto de sí mismos como del mundo en el que viven.

Este último grupo de participantes considera que los niños son capaces de descubrir por ellos mismos relaciones entre diferentes conceptos matemáticos y de crear y compartir sus propias estrategias. Es también digno de mención el hecho de que todos los participantes consideran necesario evaluar los procesos que los alumnos siguen al tratar de resolver un problema, en lugar de centrarse para su evaluación en los resultados finales que ellos obtienen.

Este análisis nos ha llevado a diseñar un taller para estudiantes de los grados en Maestro y profesores en activo, dedicado específicamente a la resolución de problemas aritméticos. Este taller se diseñará para mostrar a los participantes nuevas formas de abordar este aspecto de la enseñanza de las matemáticas, un verdadero reto para ellos. En el taller, evitaremos presentar técnicas mecánicas y procedimientos repetitivos para resolver problemas. Por el contrario, pondremos el énfasis en descubrir las relaciones implícitas que hay en todo problema aritmético, trabajando formas de representar estas relaciones, tanto con material manipulativo como mediante gráficos o dibujos.

En lo que se refiere al cuestionario en sí mismo, en la última versión (Anexo Q2), la Pregunta 5 ha sido ligeramente modificada de cara a ganar en claridad. Además, las frases iniciales de las preguntas 1 y 3 han sido reformuladas para que incluyan los casos en los que la gente se queda bloqueada cuando se enfrenta a un problema aritmético.

# Informe del cuestionario Q3: Aritmética y geometría integradas

**Índice**



## 1. Resumen

En el marco del proyecto ANFoMAM, *Aprender de los niños para formar a los maestros en el área de matemáticas*, se ha diseñado un cuestionario sobre Relación entre aritmética y geometría. El cuestionario pretende analizar los conocimientos, creencias y actitudes de los maestros en formación, tanto inicial como continua, acerca de este aspecto de las matemáticas y de su enseñanza en la etapa de Educación Primaria.

El presente informe analiza las respuestas aportadas por una muestra de estudiantes de los Grados en Maestro en Educación Infantil y Primaria en una primera experiencia de investigación con el cuestionario (anexo Q3[5]). Los resultados indican que, desde el punto de vista teórico, en torno a la mitad de los encuestados está de acuerdo con la relevancia de la geometría sobre la aritmética. Recogemos también sus respuestas sobre la importancia que conceden a la necesidad de que el alumnado conozca técnicas aritméticas antes de estudiar relaciones geométricas o a la conveniencia de combinar ambas formas de enseñanza de las matemáticas en esta etapa. Estos datos teóricos se ven complementados por los resultados que los participantes dan a las preguntas o ejercicios del cuestionario en las que tienen que poner en práctica ambos tipos de técnicas.

## 2. Diseño del cuestionario: antecedentes y objetivos

El objetivo de este estudio es analizar la relevancia de las disciplinas de aritmética y de geometría en la docencia de las matemáticas a nivel de Educación Infantil y Primaria desde el punto de vista del docente, especialmente del docente en formación. Especialmente, en este cuestionario se ha tratado de analizar el punto de vista práctico del docente para que las respuestas reflejen su propia visión, desde su experiencia personal. El trabajo se completa con una ronda de preguntas teóricas sobre el papel de la geometría en la docencia de las matemáticas.

Partimos de la realidad de que la aritmética tiene una prevalencia en los currícula de matemáticas en general, y en los de Educación Infantil y Primaria en particular (Millán Gasca 2012, Monari 1998, Monari-

---

[5] Cuestionario Q3 : https://docs.google.com/forms/d/1qsSOCPY69FKv9ASSvPO4XlSweqiUFiDgp80_I_V-ipM/copy

Benedetti 2011). Esta prevalencia en los objetivos nos hace plantearnos dos cuestiones relevantes para el proyecto:

- La prevalencia de la aritmética se debe a la convicción del sistema educativo de que sus métodos basados en el número (conteo, cálculo, concepto de operación binaria suma, resta, multiplicación y división, agrupamiento) son los más apropiados para la introducción de la matemática o los más básicos e imprescindibles.
- El docente tiene mayor inclinación o se siente más familiarizado con los métodos de la aritmética debido a su formación anterior y su experiencia personal.

Los resultados de este estudio servirán de base para comprobar hasta qué punto las convicciones y la visión de los métodos aritméticos y/o geométricos es susceptible de cambio como resultado de las sesiones formativas que se planean dentro del proyecto.

**3. Recogida de datos**

Para poder identificar el motivo de esta prevalencia y el grado de afinidad práctica del docente con los métodos de la aritmética y de la geometría, realizaremos un estudio cualitativo/cuantitativo del Cuestionario Q3 (ver Anexo Q3). Este cuestionario ha sido elaborado dentro del proyecto ANFoMAM cofinanciado por el programa Erasmus + de la Unión Europea y hemos obtenido 122 respuestas de estudiantes del grado de magisterio.

La encuesta se realizó durante el primer semestre del curso 2018/19. La encuesta está realizada en español y en inglés en formato Google Forms y se respondió en plataformas Android u ordenadores de mesa. Para poder completar el cuestionario se pedía tener a mano papel y lápiz para poder realizar dibujos si fuera necesario, una regla graduada, un compás y una calculadora. El material escrito fue recogido al terminar cada cuestionario y está disponible.

En este contexto de educación elemental entendemos por técnicas o métodos geométricos aquellos rudimentos de la matemática que son específicos de la geometría y se refieren a los modelos y formas en la recta, el plano y el espacio, sus propiedades, descomposición, sus movimientos y sus representaciones en los objetos reconocibles de nuestro entorno. De algún modo distinguimos estas técnicas de las técnicas o métodos aritméticos que son aquellas que tienen relación directa con el número entero, cardinal u ordinal, racional o irracional, su representación, operaciones y relaciones entre ellos y su interpretación y aplicación en actividades de nuestro entorno. Desde luego, cabe argumentar que el conteo de los lados de un polígono, la medida de estos o de su área se encuentra en territorio común. Siendo así, queremos resaltar como técnica o método geométrico no aquel que es ajeno al número, pero no descansa en él. Por ejemplo, la actividad contar el número de lados de un polígono la consideraremos como de técnica aritmética (como podríamos contar manzanas y no hablaríamos de una actividad de biología), mientras que reconocer los pentágonos en una serie de figuras será aquí considerada como técnica geométrica ya que no necesitamos saber contar hasta cinco para reconocer un pentágono. Así, podrían reconocerse los cinco lados por un proceso de subitización o por identificación con alguna experiencia asociada al cinco[6].

[6] Por ejemplo, la canción de "Encuentros en la Tercera Fase" que tiene cinco notas (Re-Mi_Do_do-Sol)

El cuestionario se centra en pedir que el docente resuelva ciertos problemas, analice propiedades o aplique conceptos de índole general en matemáticas y, a partir de sus propias respuestas, analice los métodos utilizados para resolverlos. En nuestro estudio del cuestionario distinguiremos entre las técnicas aritméticas y geométricas utilizadas para las actividades propuestas.

**4. Elaboración de datos y análisis**

Como resultado general podemos observar los siguientes puntos:

1) Aunque en teoría se considera que ambas disciplinas (aritmética y geometría) son básicas en la formación matemática en Educación Infantil y Primaria, el 66% de los encuestados eligen un problema de tipo aritmético como representativo de los conocimientos a adquirir por un estudiante de Primaria y un 78% se reconoce más cómodo trabajando con números que con formas geométricas.
2) Esto se ve avalado con las respuestas a las preguntas prácticas en las que la tendencia a la preferencia y uso primario de los métodos aritméticos sobre los geométricos se encuentra en una proporción de 3 a 1.
3) El uso de las técnicas y métodos geométricos básicos es más impreciso e incluso erróneo en un alto porcentaje (entre el 20% y el 25%). Este porcentaje se dispara para problemas algo más complicados.

A continuación, detallamos los resultados obtenidos por preguntas.

**4.1 Problema (ver preguntas 1.1. y 1.2.)**

a) El 66% de los encuestados reconoce haber enunciado un problema de tipo aritmético, mientras que el 24% reconoce que el enunciado es de tipo geométrico. El resto se divide a partes iguales entre ambos y ninguno.

b) Un gran número de los problemas considerados de carácter puramente geométrico están dudosamente clasificados por el encuestado dado que hacen referencia a técnicas aritméticas, aunque se utilice terminología geométrica. Por ejemplo:

• *Calcula cuántos lados tiene este triángulo.*
• *Calcular la cantidad de lados que tienen determinadas figuras geométricas. (3 respuestas)*
• *Dibuja 2 figuras que tengan cuatro lados. (4 respuestas)*
• *Si sabemos que el lado de un cuadrado mide 2cm ¿cuál será el perímetro de dicho cuadrado?*

c) La precisión en el enunciado de problemas de carácter geométrico es inferior. Por ejemplo:
• *Diferenciar y clasificar los cuerpos redondos, los prismas y las pirámides.*
• *Calcular el área de diferentes poliedros con materiales reutilizables.* (Es probable que en este contexto el encuestado se refiera a polígonos en lugar de poliedros que son objetos tridimensionales y cuya área no es objeto de estudio en 3º de Primaria).

d) Los únicos conceptos utilizados puramente geométricos son referentes a clasificación de polígonos (2 respuestas) y a paralelismo (1 respuesta). No hay referencia a otros conceptos o técnicas como simetrías, regiones separadas por rectas o curvas, descomposición de una figura en partes, formas irregulares (piezas que encajan en otras, caleidoscopios), direcciones (para describir movimientos o desplazamientos), trazos (uso de la regla, del compás).

**4.2. Propiedades (ver preguntas 2.1., 2.2. y 2.3.)**

a) El 30% de los encuestados no es capaz de encontrar las cuatro propiedades pedidas y de las respuestas dadas, el 9% son erróneas y el 6% son imprecisas.
b) Como en la pregunta 1 (ver 1.2.), se observa cierta discrepancia entre la clasificación como propiedad geométrica y la naturaleza geométrica de esta propiedad. Por ejemplo:

- *Todos pesan un múltiplo de 3.* (Técnica aritmética ya que se está haciendo hincapié en la propiedad de los números).
- *Las dimensiones son múltiplos de 3 y de 2.* (Uso ambiguo del concepto dimensión y referencia a la propiedad de los números)
- *El peso de las figuras es el doble sucesivamente.*
- *Sus alturas miden 10.*

c) Se observa un uso más impreciso e incluso erróneo de los conceptos geométricos, en total un 15% de las respuestas son de este tipo. Por ejemplo:

- *Mismo perímetro* (12 respuestas). (Esto es incorrecto).
- *Es la misma figura colocada diferente* (7 respuestas) ... *son semejantes* (3 respuestas). (Ambos son imprecisos o directamente incorrectos, dependiendo la definición de semejante).
- (*Misma) distancia al centro.*
- *Poseen ángulos rectos* (3 respuestas). (Esto es incorrecto).
- *(Mismas) figuras que se pueden extraer de cada una.* (Probablemente trata de describir el hecho de que las tres están compuestas de dos trapecios iguales).
- *Apotemas iguales.* (No siendo figuras regulares, el concepto de apotema no es adecuado).
- *Iguales dos a dos.* (3 respuestas) (Concepto impreciso o incorrecto).
- *Si partimos la figura por la mitad, observamos que se trata de la misma figura pero con un efecto espejo.* (Probablemente se trata de una descripción algo imprecisa de simetría).

**4.3. Conceptos: longitudes y números racionales (ver preguntas 3.1., 3.2., 3.3. y 3.4.)**

a) El 20% de los encuestados no utilizan ningún método matemático (por estimación visual).
El 4% no sabe realizar la construcción pedida. Del resto, el 75% utiliza métodos aritméticos (midiendo, utilizando números que indican las medidas exactas, utilizando números que indican medidas aproximadas). El resto utiliza métodos geométricos (usando regla y compás, sin utilizar números).

**4.4. Conceptos: superficies y números racionales (ver preguntas 4.1., 4.2., 4.3. y 4.4.)**

a) De manera similar a la pregunta 3, en torno al 75% de los encuestados que responden adecuadamente utiliza métodos que dependen de medir con la regla. Llamamos la atención sobre el hecho de que entre el 20% y el 21% de las respuestas son erróneas, todas ellas del tipo:

- [Para dibujar dos superficies tales que una mida el doble que la otra...] dibujo un cuadrado de 1cm x 1cm y otro de 2cm x 2cm.

**4.5. Conceptos: longitudes y números irracionales (ver preguntas 5.1., 5.2. y 5.3.)**

a) Este se trata de un problema geométrico algo más elaborado. Los datos de las respuestas anteriores 3 y 4 se agudizan dando como resultado que el 90% de las respuestas son erróneas y del resto todas ellas utilizan métodos aritméticos.

b) A pesar de esto, el 46% de los encuestados tienen la impresión de haber resuelto el problema correctamente y solo un 35% afirma no haber sabido hacerlo.

**4.6. Conceptos: áreas y longitudes (ver preguntas 6.1. y 6.2.)**

a) El 25% de los encuestados responde a esta pregunta de manera imprecisa o errónea. Del resto, el 15% reconoce haber utilizado técnicas geométricas que involucren visualizar la figura. El 66% utiliza la fórmula del área o números como ejemplo. El resto no reconoce haber usado ninguna de estas dos técnicas.

**4.7. Áreas y longitudes (ver preguntas 7.1. y 7.2.).**

a) Como en el caso de la pregunta 5, este se trata de un problema parecido al anterior, pero algo más elaborado que la pregunta 6. En este caso el 65% de las respuestas es erróneo. De las respuestas correctas, el 50% afirma haber utilizado la fórmula del área mientras que el otro 50% afirma haber usado otros razonamientos.
Las respuestas a las preguntas prácticas 3 a 7 pueden resumirse en el siguiente cuadro que recoge una valoración sobre aquellas respuestas que utilizan métodos aritméticos, aquellas que utilizan métodos geométricos (ver sección 3) y aquellas respuestas imprecisas o erróneas. Las preguntas 3, 4 y 6 corresponden a problemas geométricos básicos, mientras que las preguntas 5 y 7 corresponden a problemas geométricos algo más elaborados.

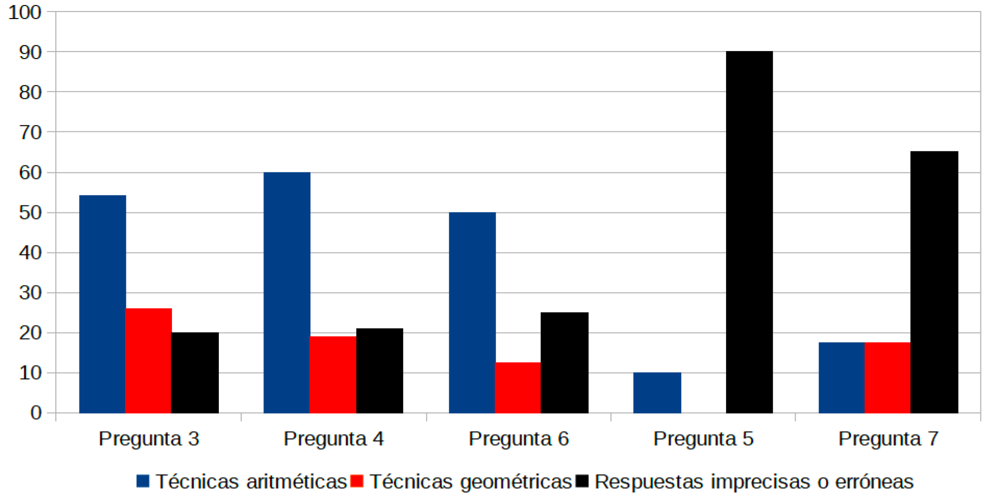



Figura 30

**4.8. Mapa del tesoro. Cuestión práctica (ver preguntas 8.1. y 8.2.)**

a) Esta se trata de una actividad en la que deben describir instrucciones para un desplazamiento de un punto a otro donde se aporta un diagrama cartesiano y coordenadas Norte, Sur, Este, Oeste.

En la pregunta se pedían instrucciones precisas para alguien que no puede ver el mapa. El 21% de los encuestados no responde adecuadamente a la pregunta, o bien porque sus indicaciones son erróneas o bien porque no son suficientemente precisas, por ejemplo:

- *Anda en línea diagonal 10 pasos* (2 respuestas). (Para alguien que no ve el mapa, diagonal no tiene sentido).
- *10 pasos derecha y 10 abajo* (22 respuestas). (No está claro qué es derecha y qué es abajo).

### 4.9. Enseñanza de las matemáticas (ver preguntas 9.1.a.- 9.4.b.)

a) El 52.4% de los encuestados está más de acuerdo con que las matemáticas deben asegurar que el niño comprende bien las relaciones geométricas de su entorno, para lo cual se pueden utilizar los números y sus relaciones. En cambio, el 47.6% de los encuestados opina que las matemáticas elementales deben asegurar que el niño sepa manejar bien los números y para ello se pueden utilizar representaciones visuales.

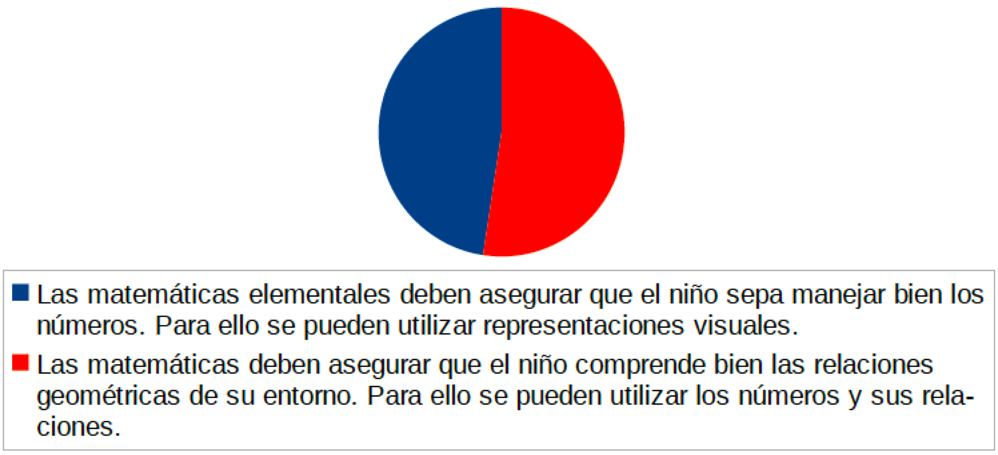



Figura 31

b) En cuanto a la docencia, la mayoría (el 54.4%) opina que es preferible asentar las técnicas aritméticas antes de estudiar relaciones geométricas.

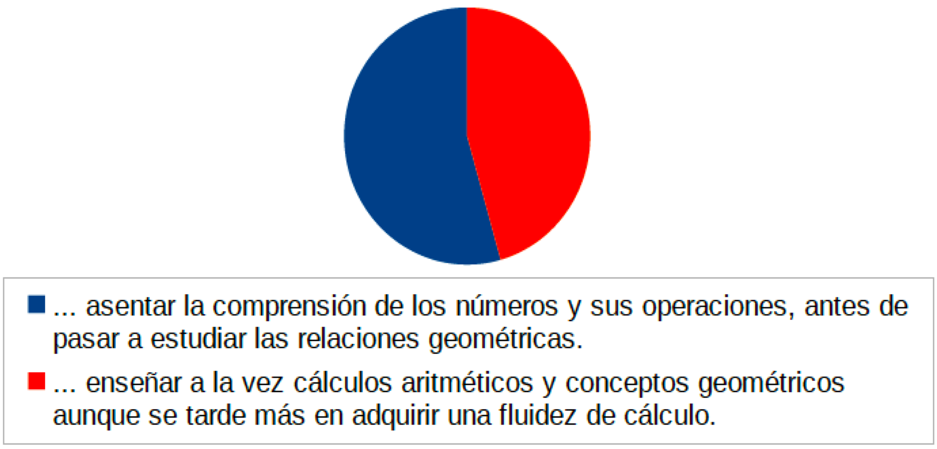



Figura 32

c) La gran mayoría (el 92.6%) opina que la matemática es comprendida de diversas maneras por los niños y por eso los distintos métodos (aritméticos y geométricos) ayudan en todas las edades. En cambio, el

7.4% opina que las representaciones visuales dificultan el paso a la abstracción y por ello es mejor prescindir de ellas progresivamente.

d) Una amplia mayoría de los encuestados (el 78.2%) se siente más cómodo trabajando con números que con formas geométricas (el 21.8%).


Figura 33

**5. Conclusiones: observaciones, reflexiones y propuestas de mejora**

El análisis de los resultados muestra la importancia que los participantes otorgan al aprendizaje de técnicas geométricas, junto con las aritméticas, en la escuela. Por una parte, desde el punto de vista teórico, en torno a la mitad de los encuestados (52.4% frente al 47.6%) está de acuerdo con la relevancia de la geometría frente a los que consideran más relevante la aritmética. Análogamente, hay un reparto en cuanto a los métodos de docencia (54.4% frente al 45.6%) que opina que es preferible asentar las técnicas aritméticas antes de estudiar relaciones geométricas.

Hay casi unanimidad (el 92.6%) en la idea que la matemática es comprendida de diversas maneras por los niños y por eso los distintos métodos (aritméticos y geométricos) ayudan en todas las edades. A pesar de esto, una amplia mayoría de los encuestados (el 78.2%) se siente más cómodo trabajando con números que con formas geométricas (el 21.8%).

Estos datos teóricos se ven complementados por los resultados de las respuestas prácticas, según las cuales entre el 20% y el 25% de las respuestas a problemas geométricos básicos son imprecisas o incorrectas. De las restantes, en torno al 75% de las técnicas utilizadas para resolver dichos problemas son de tipo aritmético frente a un 25% que utiliza técnicas puramente geométricas. Cuando el problema es ligeramente más complicado las respuestas incorrectas son una gran mayoría que puede llegar hasta el 90% de las respuestas.

Los resultados obtenidos nos reafirman en la necesidad de diseñar un taller, destinado a la formación de maestros, en el que se trabaje la relación entre aritmética y geometría en la enseñanza de las matemáticas en educación primaria. Más que incidir en la importancia teórica de trabajar esta relación, se desarrollarán actividades prácticas, que aporten a los participantes recursos concretos que ellos mismos puedan trasladar fácilmente a un aula de educación primaria.

# Informe del cuestionario Q4: Cálculo mental y uso de la calculadora

**Índice**



## 1. Resumen

En el marco del proyecto Eramus + ANFoMAM, *Aprender de los niños para formar a los maestros en el área de matemáticas*, se ha diseñado un cuestionario sobre Cálculo mental y uso de la calculadora. Uno de sus objetivos es conocer las experiencias de los profesores en formación inicial y continua respecto al cálculo mental y al uso de la calculadora, además de sus opiniones acerca del interés de combinar estas dos formas de trabajar la aritmética en la escuela. Para el diseño del cuestionario (anexo Q4[7]), se han tenido en cuenta algunos estudios relevantes sobre la utilidad de la calculadora en la escuela primaria y sobre el momento en que ésta debería ser introducida. Tanto la visión clásica, que considera la calculadora como una mera herramienta que podría dificultar el aprendizaje de los algoritmos, como la visión moderna de la calculadora como fuente de ejercicios interesantes, han sido consideradas.

El análisis de las respuestas dadas al cuestionario muestra algunas diferencias entre los participantes de las distintas instituciones en cuanto a las metas de trabajar el cálculo mental en la escuela, así como en la forma en que debería combinarse dicho cálculo con el uso de la calculadora.

## 2. Diseño del cuestionario: antecedentes y objetivos

Para diseñar este cuestionario, nos basamos en varios documentos sobre cálculo en la escuela primaria (ver bibliografía), incluida la literatura francesa sobre educación matemática; también hemos recurrido a nuestras experiencias en formación inicial y continua de los profesores de la escuela.

Este cuestionario consta de siete preguntas, agrupadas en tres bloques:
- Tres preguntas sobre el cálculo mental;
- Tres preguntas sobre la calculadora;
- Una pregunta final, en la que se propone a los participantes que realicen tres tareas específicas de cálculo y se les pregunta qué medio utilizarían para realizar cada una de ellas: cálculo mental, cálculo escrito o calculadora.

En Celi (2017), proporcionamos los resultados de un trabajo que buscaba identificar los conocimientos y creencias (en el sentido de Vause, 2011) de los futuros maestros sobre la enseñanza y el aprendizaje del cálculo mental en la escuela primaria. En una primera fase del estudio, se pidió a los futuros profesores

[7] Cuestionario Q4: https://docs.google.com/forms/d/1v0ubu_5Gf27ilHg3M43f01BCU3l5iAkCOXic9_y3oT0/copy

entrevistados que completaran la siguiente frase: “Para mí, el cálculo mental es ... ”. Los términos que aparecen en la **pregunta 1** del cuestionario que aquí presentamos se derivan del análisis de las frases recopiladas entonces. En el análisis posterior, nos pareció interesante cruzar los resultados de algunos elementos, ya sea por ser análogos o por ser opuestos:

- estrategia, iniciativa, razonamiento;
- automatismo y velocidad;
- automatismo y formación;
- razonamiento y automatismo;
- disgusto y jugar.

La enseñanza del cálculo mental, que ha aparecido durante varias décadas en los programas de matemáticas de la escuela primaria francesa, ha perseguido, a lo largo del tiempo, diferentes objetivos. Hasta la década de 1970, se favorecieron la **memorización** y la **rapidez**, considerando el cálculo mental como **educativo** y **necesario en la vida diaria**. Más tarde, la frase "cálculo mental" incorporó otros tipos de cálculo: Cálculo razonado, cálculo memorizado, cálculo oral y/o escrito, con un tiempo limitado o no. Es así como se entiende el cálculo mental hoy en día. Además, su papel ha cambiado, lo que puede ser debido tanto a la evolución en la forma de entender la enseñanza de las matemáticas como al progreso tecnológico. El cálculo mental ha cobrado importancia de cara a **explorar los números**, **las operaciones y sus propiedades**, además de **promover el razonamiento** (Butlen, 2007). Por lo tanto, ha adquirido un papel importante en relación con otros tipos de cálculo, incluido el cálculo escrito en columnas. El cálculo mental es necesario para fortalecer el aprendizaje de las técnicas operatorias y, para algunos autores, debe ocupar un lugar privilegiado sobre el cálculo escrito en columnas (CNESCO, 2015).

Aprender cálculo mental también puede ser útil para encontrar diversas formas de realizar un mismo cómputo; para controlar un resultado hecho de manera diferente (en columnas o usando una calculadora); para evaluar un orden de magnitud (Assude, 2007; Charnay, 1993-1994). También encuentra su importancia en relación con la resolución de problemas. Estos aspectos, junto con la visión más reciente del cálculo mental, se han tenido en cuenta en el diseño de las tres primeras preguntas de este cuestionario debido al hecho de que están presentes tanto en la cultura escolar francesa como en la española[8], en relación con la escuela primaria.

Nos parecía importante, además, considerar otros elementos en el cuestionario sobre el cálculo mental, a saber,

- Comportamiento de los estudiantes: aplicar "de cabeza" las técnicas de cálculo establecidas; utilizar los dedos para hallar el resultado de un cálculo aditivo, etc.
- Creencias del maestro: usar los dedos para realizar cálculos aditivos no es bueno; el aprendizaje de las tablas de adición y multiplicación se facilita mediante su repetición verbal ritual en orden creciente (predominio del cálculo memorizado sobre el cálculo escrito).

Como la calculadora se ha convertido en un objeto de consumo común, surge la pregunta de si, en el aprendizaje de la escuela primaria, su uso puede ser complementario al del cálculo mental y el cálculo escrito.

### ¿Cuál puede ser la utilidad de la calculadora en las aulas de primaria?

Los currículos escolares italianos, franceses y españoles se refieren a esta herramienta, aunque lo hacen de diferentes formas. Los programas italianos simplemente mencionan la calculadora como una

[8] Siendo similares los contenidos matemáticos en los textos de las diferentes regiones españolas, utilizamos aquí los textos oficiales de los programas escolares actualmente existentes en Navarra.

alternativa al cálculo mental, mientras que los currículos español y francés la consideran también como una herramienta que sirve para explorar los números y sus propiedades.

El currículo italiano menciona la calculadora para tareas como la de hacer cálculos (con números grandes); comprobar el resultado de un cálculo que ya se ha hecho por otros medios; resolver problemas en los que el estudiante deba centrarse más en el procedimiento que en los cálculos, o en los que se requiera hacer una gran cantidad de cuentas. Sin embargo, en los programas de España y Francia, podemos encontrar gran cantidad de detalles que nos han llevado a no limitarnos, en la pregunta 4, a las tareas mencionadas en el currículo italiano, sino a tener en cuenta también otras actividades en las que la calculadora se puede combinar de forma efectiva con el cálculo mental, bien sea para explorar números o bien para proporcionar problemas aritméticos con los que trabajar (MEN, 2003). Esto ayudará a identificar si las personas que responden al cuestionario tienen una visión más o menos clásica del uso de este instrumento.

En Brouillard (1994), el autor relata un estudio sobre las creencias de un grupo de profesores de escuela franceses acerca del uso de la calculadora. Aunque en el momento en que se realizó el estudio, la calculadora era ya una herramienta socialmente integrada, los resultados del trabajo muestran un uso bastante puntual de la misma. Casi tres cuartas partes de los encuestados piensan que la calculadora debería usarse en la escuela, pero la mayoría opina que no debería ser utilizada hasta los 8-9 años.

¿En qué momento del proceso de aprendizaje debería permitirse el uso de la calculadora: después de la introducción de los algoritmos, mientras se están aprendiendo, o después de que se haya alcanzado su dominio? ¿O debería el uso de la calculadora ser independiente del aprendizaje (o incluso del dominio) de las técnicas operatorias?

Seleccionamos e incluimos estas preguntas en nuestro cuestionario (**pregunta 5**): las dos primeras afirmaciones indicarían una opinión menos favorable que las dos últimas al uso de la calculadora en la escuela.

Por otro lado, existen una serie de creencias en torno a que los niños usen la calculadora (en la escuela o fuera de ella), en su mayoría desfavorables a este uso: se tienen en cuenta en la **pregunta 6**. Para redactar esta pregunta, además de la Encuesta de Niebla (ibidem, 1994), utilizamos la obra de Schaub (2009) donde el autor cuestiona la utilidad de la calculadora en la escuela primaria así como los argumentos que estarían o no a favor de esta introducción. Se pregunta también sobre el momento más apropiado para su introducción en la escuela.

Los distintos puntos que han sido incluidos en las **seis primeras preguntas** de este cuestionario se desarrollaron teniendo en cuenta también el trabajo de Assude (2007), que estudia el tipo de cambios y resistencias inducidos por la integración de este instrumento en la escuela primaria.

Nos parece interesante analizar de forma combinada las respuestas a algunos ítems de las **tres primeras preguntas**. En particular, podría ser fructífero relacionar las palabras "iniciativa", "razonamiento" y "estrategia" (**pregunta 1**) con los posibles fines de trabajar el cálculo mental en la escuela primaria, como "desarrollar habilidades de razonamiento y argumentación", "construir y fortalecer el conocimiento sobre las propiedades de los números y las operaciones", "identificar las diversas formas posibles de realizar el mismo cálculo" (**pregunta 2**) y con algunas afirmaciones de la **pregunta 3**, como "cuando se ofrece a los estudiantes una actividad compleja de cálculo mental, debe priorizarse el procedimiento sobre la velocidad de ejecución". La relación que aparezca entre los distintos items podría ayudarnos a determinar hasta qué punto la visión actual del cálculo mental es (o no) opuesta a la visión clásica del mismo.

Con respecto a las **preguntas 4 a 6**, con el fin de resaltar una visión favorable al uso de la calculadora en la escuela primaria y a su complementariedad con el cálculo mental, nos parece interesante analizar de forma combinada algunos elementos, en particular: la calculadora es útil para "explorar números" y es "fuente de problemas" (**pregunta 4**); se puede permitir utilizarla a los niños durante el aprendizaje de técnicas operatorias o sin necesariamente haberlas aprendido (**pregunta 5**); "la calculadora se puede utilizar para proporcionar a los estudiantes situaciones de aprendizaje interesantes" (**pregunta 6**).

La **pregunta 7** se centra en el conocimiento matemático y tiene como objetivo analizar cómo los encuestados (estudiantes o profesores) utilizan su conocimiento de números y operaciones para llevar a cabo cálculos con números naturales: ¿mediante cálculo mental, usando algoritmos (en columnas) o usando la calculadora?

Realizamos a continuación un análisis matemático, hecho a priori, de las tareas propuestas en la **pregunta 7**, con el fin de resaltar la rica variedad de posibilidades que ofrecen de cara a utilizar el cálculo mental. Cabe señalar que aquí el uso de la calculadora se entiende como una alternativa a las otras formas de cálculo propuestas (en una visión clásica de la calculadora como herramienta para realizar cálculos, en sustitución del cálculo mental).

*Adición de tres términos:* 657 + 95 + 48 La presencia de tres términos, uno de los cuales es de tres dígitos, podría conducir al uso del cálculo en columna o a la calculadora. Sin embargo, si se realizan descomposiciones adecuadas, el resultado se puede encontrar mediante cálculo mental (pensado y memorizado), es decir:
(650 + 5 + 2) + 95 + 48 = 650 + (95 + 5) + (48 + 2) = 650 + 100 + 50 = (650 + 50) + 100 = 800

*Sustracción de dos números:* 3456 – 897 Mediante el uso de la propiedad de la diferencia constante, podría llevarse a cabo la siguiente transformación:
(3456 + 3) – (897 + 3) = 3459 – 900; ahora se trata de restar 9 centenas de 34 centenas, que son 2500, que, sumados a 59 unidades, dan 2559.

*Multiplicación de dos números:* 12 x 19
Aquí es posible seguir dos procedimientos de cálculo mental:

1) 12 x (20 – 1) = 240 – 12 = (240 – 2) – (12 – 2) = 238 – 10 = 228.
2) (10 + 2) x 19 = 190 + 38 = 190 + 10 + 28 = 228.

*División Euclídea:* 10008 : 9
10008 es igual a 10000 + 8 = 9999 + 9. Ahora, 9999 : 9 = 1111 y 9 : 9 = 1, de donde 10008 : 9 =1111 +1 = 1112.

Es cierto que las respuestas que se dan no nos permiten saber qué procedimiento utilizarían los encuestados en el caso de que eligieran el cálculo mental. Nos parece aquí más interesante ver cuál sería el medio que espontáneamente elegiría el encuestado.

## 3. Recogida de datos

El cuestionario Q4 sobre cálculo mental y calculadora fue entregado a participantes de las universidades de Burdeos (UB), Pamplona (UPNA), Roma (UR) y de la Asociación ToKalon (TOK o TKL).

En la Universidad de Burdeos, se ofreció en modo *online* (se envió por correo electrónico el enlace para acceder al cuestionario) a los estudiantes del MeEF Master, primer año, así como a algunos profesores y formadores. En la UPNA, el cuestionario se ofreció a los alumnos del Grado en Maestro en Educación Primaria, antes de que hubieran cursado las asignaturas de matemáticas. En la Universidad de Roma, el cuestionario se ofreció a los estudiantes del 'Dipartimento di Scienze della Formazione', profesores de educación continua, como parte de las iniciativas promovidas por la asociación ToKalon. Se les dio un tiempo limitado para responderlo, justo antes de que asistieran a una conferencia sobre cálculo en la escuela primaria (impartida por Valentina Celi).

## 4. Elaboración y análisis de datos

Para realizar el análisis, las preguntas se han agrupado, de acuerdo con la naturaleza de las respuestas, como se indica a continuación. En cada grupo, se seguirá también un tipo de análisis distinto:

1. Grupo 1 T[9], **pregunta 1**: valor asignado a distintos términos en relación con el cálculo mental (Escala likert de 1 a 4)
2. Grupo 2 CM[10], **pregunta 3**: grado de acuerdo con algunas afirmaciones sobre cálculo mental (Escala likert de 1 a 4).
3. Grupo 3 CA, **pregunta 6**: grado de acuerdo con algunas afirmaciones sobre el uso de la calculadora (Escala likert de 1 a 4).
4. Grupo 4, **Preguntas 2, 4 y 5**: Preguntas de opción múltiple sobre el aprendizaje del cálculo mental en la escuela primaria, la utilidad de la calculadora en la escuela primaria y sobre el momento del aprendizaje en que se podría permitir su uso.
5. Grupo 5, **pregunta 7**: la elección de un método para algunos cálculos concretos; solo una opción es posible en cada caso.

### Grupo 1 T, pregunta 1

En el primer análisis de las respuestas (figura 34), que no tiene en cuenta la procedencia de los participantes, las palabras que más se asocian con el cálculo mental son "atención" y "utilidad". Con porcentajes muy altos, encontramos también los otros términos a excepción de "iniciativa", que solo el 62% de los participantes asocia a este tipo de cálculo; y el término "repulsión", señalado solo por el 29% de los participantes.

En un segundo análisis, en el que los participantes se han agrupado según su procedencia (figura 35), la mayor discrepancia entre instituciones aparece con respecto al término "repulsión" ya que, en el grupo UPNA, una cuarta parte de los encuestados asocia esta palabra al cálculo mental. Aparecen también diferencias en los términos de "utilidad", más valorado por el grupo UPNA, y "automatismo", valorado sobre todo por el grupo UB.

Con respecto al término *entraînement*, la discrepancia entre el grupo UPNA y los demás se debe probablemente a la forma en que el término se ha traducido al español, a saber, como "adiestramiento", que parece adquirir una connotación más negativa (que implica obediencia ciega) que las traducciones al italiano (*allenamento*) y francés (*entraînement*).

---

9 Hay algunos términos que solo se han incluido en alguna versión del cuestionario. Los términos que se indican con la letra T están incluidos en todas las versiones.

10 Algunas afirmaciones no están formuladas de la misma manera en todas las versiones del cuestionario. En un primer análisis de las respuestas, hecho sin tener en cuenta la procedencia de los participantes, consideramos solo aquellas expresiones que aparecían en todas las versiones. Sin embargo, en un segundo análisis en el que se tuvo en cuenta el origen de los participantes consideramos todas las formulaciones distintas de cada afirmación.

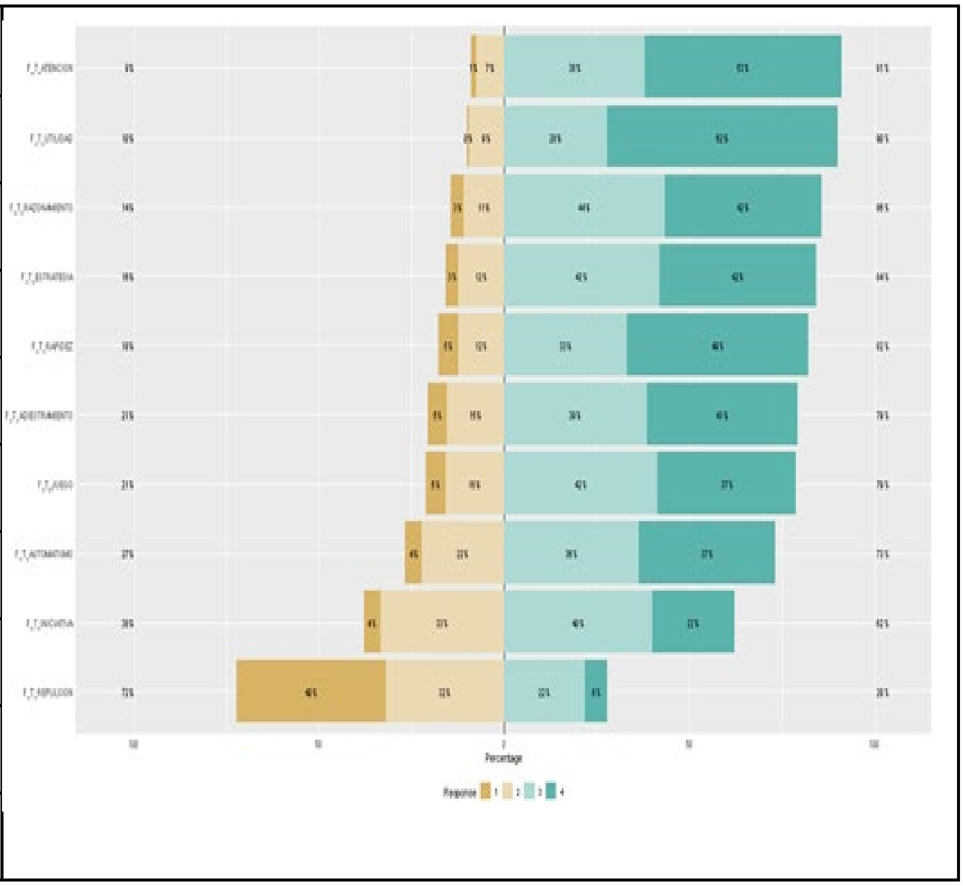
| | |
|---|---|
| Atención<br>Utilidad<br>Razonamiento<br>Estrategia<br>Velocidad<br>Entrenamiento<br>Juego<br>Automatismo<br>Iniciativa<br>Repulsión |  |

Figura 34: Gráfico del primer análisis de las respuestas dadas a la Pregunta 1

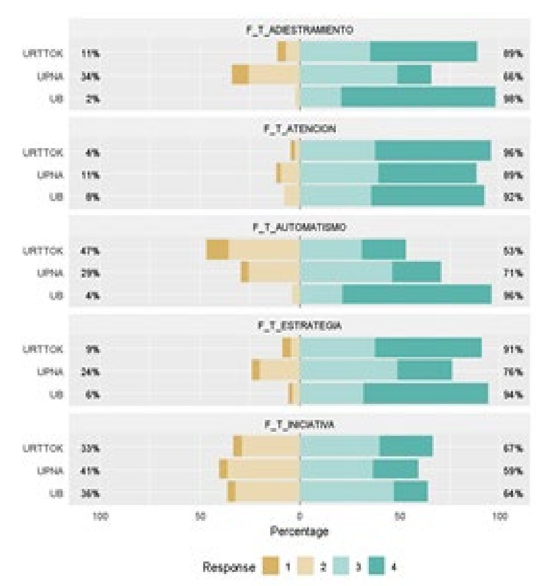
| | |
|---|---|
|  |  |
| **De arriba abajo: Juego - Velocidad - Razonamiento – Repulsión – Utilidad** | **De arriba abajo: Adiestramiento - Atención – Automatismo – Estrategia – Iniciativa** |

Figura 35. Respuestas a la Pregunta 1 (agrupados según su procedencia)

Analizamos ahora de forma combinada las valoraciones sobre algunos términos, ya sea por analogía o por oposición entre ellos:

**- Estrategia, iniciativa, razonamiento**

```
                   F_T_ESTRATEGIA
F_T_RAZONAMIENTO     1    2    3    4 Total Count
               1 28.6 28.6 14.3 28.6 100.1     7
               2  4.5 45.5 36.4 13.6 100.0    22
               3  2.2 11.2 55.1 31.5 100.0    89
               4  2.3  3.5 32.6 61.6 100.0    86
           Total 3.4 12.3 42.2 42.2 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 61.977, df = 9, p-value = 5.566e-10
```

**Eje vertical: Razonamiento. Eje horizontal : Estrategia**

```
                   F_T_INICIATIVA
F_T_RAZONAMIENTO     1    2    3    4 Total Count
               1 28.6 42.9 28.6  0.0 100.1     7
               2  9.1 68.2 13.6  9.1 100.0    22
               3  3.4 37.1 48.3 11.2 100.0    89
               4  2.3 19.8 39.5 38.4 100.0    86
           Total 4.4 33.3 40.2 22.1 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 48.636, df = 9, p-value = 0.0000001942
```

**Eje vertical: Razonamiento. Eje horizontal: Iniciativa**

```
                 F_T_INICIATIVA
F_T_ESTRATEGIA     1    2    3    4 Total Count
             1 14.3 42.9 28.6 14.3 100.1     7
             2  8.0 68.0 16.0  8.0 100.0    25
             3  3.5 29.1 47.7 19.8 100.1    86
             4  3.5 26.7 40.7 29.1 100.0    86
         Total 4.4 33.3 40.2 22.1 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 23.033, df = 9, p-value = 0.006122
```

**Eje vertical: Estrategia. Eje horizontal: Iniciativa**

Figura 36: Relación entre las respuestas referidas a: “estrategia”, “iniciativa” y “razonamiento”

Las tablas de doble entrada muestran la relación entre variables, tomadas de dos en dos. Si el valor p es inferior a 0,05, significa que hay correlación entre la valoración que los participantes dan a estas dos variables.

El eje vertical muestra los valores (de 1 a 4) dados a la primera variable, mientras que el eje horizontal representa los valores (de 1 a 4) dados a la segunda variable.

La tabla, por lo tanto, representa en qué porcentaje los participantes han respondido a las variables en cuestión. Así, por ejemplo, el 28,6% de los que asignaron 1 al término "razonamiento", también asignaron 1 al de "estrategia". Este porcentaje se compara con el de la última línea, que indica que el 3,4% del total de los participantes asignó el valor 1 al término “estrategia”. Esta discrepancia entre el comportamiento de los participantes en general y el de aquellos que asignaron el valor 1 a razonamiento muestra una cierta tendencia a asignar un valor bajo a "estrategia" entre aquellos que dieron el valor más bajo posible a "razonamiento". Vale la pena mencionar que el 61,6% de los quienes asignan un valor 4 a "razonamiento", también asignan un valor 3 al término "estrategia". Comparando este porcentaje con el 42,2% del total de participantes que asignó un valor de 4 a "estrategia", llegamos a la conclusión de que existe cierta tendencia a valorar altamente “estrategia" por parte de quienes asignan un alto valor a "razonamiento". En conclusión, existe cierta correlación entre los términos "razonamiento" y "estrategia": cuanto más se valora el "razonamiento", más se valora la "estrategia".

En las tres tablas, la correlación entre las parejas de variables consideradas es evidente, como puede verse en la figura 36.

Es importante señalar que la mayoría de los participantes asignan un alto valor al término “razonamiento”, lo que significa que sólo 29 personas no lo hacen así. Está claro que las personas que asignan un valor bajo a "razonamiento" tienden a hacer lo mismo con "iniciativa" y esta relación es aún más clara entre los términos “razonamiento” y "estrategia". Si consideramos la pareja "estrategia" e "iniciativa", aquellos que asignan un valor bajo a "estrategia" también lo hacen con "iniciativa". Sin embargo, aquellos que asignan un alto valor a "estrategia" no necesariamente asignan a "iniciativa" un valor más alto ni más bajo que el conjunto de los participantes en general.

- **Rapidez y automatismo**

```
Row percentages:
                   F_T_RAPIDEZ
F_T_AUTOMATISMO     1    2    3    4 Total Count
              1 22.2 22.2 44.4 11.1  99.9     9
              2  8.9 22.2 35.6 33.3 100.0    45
              3  4.1 16.2 36.5 43.2 100.0    74
              4  2.7  1.3 28.0 68.0 100.0    75
          Total  5.4 12.3 33.5 48.8 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 31.774, df = 9, p-value = 0.0002178
```

**Eje vertical: Automatismo. Eje horizontal: velocidad**

Figura 37: Relación entre las respuestas referidas a “rapidez” y “automatismo”

Hay una cierta correlación entre estos dos términos. La tabla muestra que aquellos que asignan un valor bajo a "automatismo" hacen lo mismo con "rapidez". Por el contrario, aquellos que asignan un valor alto a “automatismo” tienden a hacer lo mismo con "rapidez", de forma más agudizada que el conjunto de los participantes en general.

**- Automatismo y adiestramiento**

```
                   F_T_ADIESTRAMIENTO
F_T_AUTOMATISMO     1    2    3    4 Total Count
              1  0.0 22.2 55.6 22.2   100     9
              2 13.3 22.2 37.8 26.7   100    45
              3  5.4 17.6 45.9 31.1   100    74
              4  1.3  8.0 30.7 60.0   100    75
          Total  5.4 15.3 38.9 40.4 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 27.028, df = 9, p-value = 0.001384
```

**Eje vertical: Automatismo. Eje horizontal: Adiestramiento**

Figura 38: Relación entre las respuestas referidas a “automatismo” y “adiestramiento”

La dependencia entre las variables de esta tabla no se refleja con tanta claridad como entre las variables de las tablas anteriores: aquellos participantes que asignan un valor alto a "automatismo" también asignan un valor alto a "adiestramiento"; aquellos que asignan un valor bajo a "automatismo" también asignan un valor bajo a "adiestramiento". Sin embargo, aquellos que asignan un valor bajo a "automatismo" tienden a asignar un valor alto a "adiestramiento".

**- Razonamiento y automatismo**

```
Row percentages:
               F_T_RAZONAMIENTO
F_T_AUTOMATISMO   1    2    3    4 Total Count
              1 0.0 11.1 22.2 66.7 100.0     9
              2 4.4 20.0 51.1 24.4  99.9    45
              3 2.7  8.1 45.9 43.2  99.9    74
              4 4.0  8.0 40.0 48.0 100.0    75
          Total 3.4 10.8 43.8 41.9 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 12.298, df = 9, p-value = 0.197
```

**Eje vertical: Automatismo. Eje horizontal: Razonamiento**

Figura 39: Relación entre las respuestas referidas a "razonamiento" y "automatismo"

En esta tabla, se aprecia una independencia entre los dos términos, es decir, el valor asignado a "automatismo" no da información sobre qué valor podría asignarse a "razonamiento". En general, independientemente del valor asignado a "automatismo", los participantes asignan un alto valor a "razonamiento".

**- Repulsión y juego**

```
             F_T_JUEGO
F_T_REPULSION    1    2    3    4 Total Count
            1  0.0  4.9 46.3 48.8 100.0    82
            2  6.2 18.5 36.9 38.5 100.1    65
            3  8.9 20.0 48.9 22.2 100.0    45
            4 25.0 58.3  8.3  8.3  99.9    12
        Total  5.4 15.7 41.7 37.3 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 47.859, df = 9, p-value = 0.0000002714
```

**Eje vertical: Repulsión. Eje horizontal: Juego**

Figura 40: Relación entre las respuestas referidas a "repulsión" y "juego"

Hay una dependencia obvia entre estos dos términos. De hecho, aquellos que asignan un valor bajo al término "repulsión" tienden a asignar un valor alto al término "juego", mientras que aquellos que asignan un valor alto al término "repulsión" tienden a asignar un valor bajo al término "juego".

## Grupo 2 CM, pregunta 3

Hay un fuerte consenso (92%) en contra de la prohibición del uso de los dedos en los cálculos aditivos. Por otro lado, el grado de acuerdo con el resto de afirmaciones es de alrededor del 50%, lo que indica que existen diferencias de opinión con respecto a las cuestiones tratadas.

| |
|---|
| La falta de dominio del cálculo mental dificulta gravemente el aprendizaje de las técnicas operatorias |
| Los alumnos tienden a colocar los números en columna en su "cabeza" |
| La construcción y el aprendizaje de las tablas de sumar y multiplicar se facilitan con su repetición ritual en orden ascendente |
| Se debe dar al cálculo mental un lugar privilegiado en la escuela frente al cálculo en columnas |
| Se debe dar prioridad al procedimiento sobre la velocidad |
| Para el cálculo mental, no se debe utilizar ningún soporte escrito |
| Se debe prohibir el uso de los dedos |

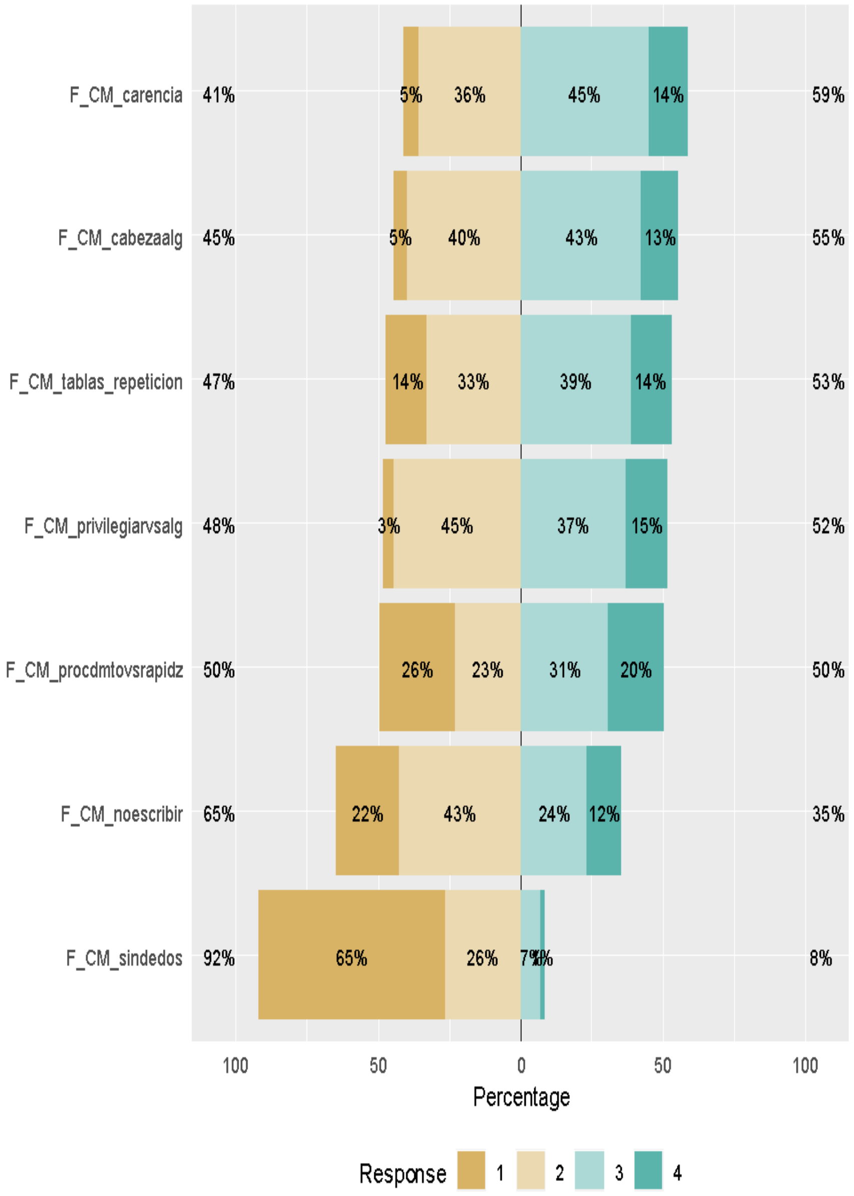



Figura 41: Gráfico conjunto de las respuestas a la Pregunta 3

En el análisis grupal, hay divergencia en las respuestas que se refieren a que la falta de dominio del cálculo mental dificulta el aprendizaje de las operaciones aritméticas. Mientras que existen marcadas diferencias de opinión con respecto a esta afirmación tanto en la UPNA como en URTKL, el 70% de los participantes de la UB están de acuerdo con dicha afirmación.

Existen también diferentes puntos de vista sobre el hecho de que, a la hora de enfrentarse a un cálculo aritmético, el procedimiento debería tener prioridad sobre la rapidez: mientras los participantes de la UB dan prioridad al procedimiento (81%), los de la UPNA la dan a la velocidad; en el caso de los participantes de URTKL, las opiniones aparecen mezcladas, aunque la predilección por el procedimiento es más baja que en la UB (60%).

Los grupos de UPNA y UB están respectivamente a favor (62%) y en contra (62%) de la repetición verbal de las tablas de adición y multiplicación en orden ascendente. De nuevo existen diferencias de opinión entre los participantes de URTKL.

| |
|---|
| Los alumnos tienden a colocar los números en columna en su "cabeza" |
| La falta de dominio del cálculo mental dificulta gravemente el aprendizaje de las técnicas operatorias |
| Para el cálculo mental, no se debe utilizar ningún soporte escrito |
| Se debe dar al cálculo mental un lugar privilegiado en la escuela frente al cálculo en columnas |
| Se debe dar prioridad al procedimiento sobre la velocidad |
| Se debe prohibir el uso de los dedos |
| La construcción y el aprendizaje de las tablas de sumar y multiplicar se facilitan con su repetición ritual en orden ascendente |

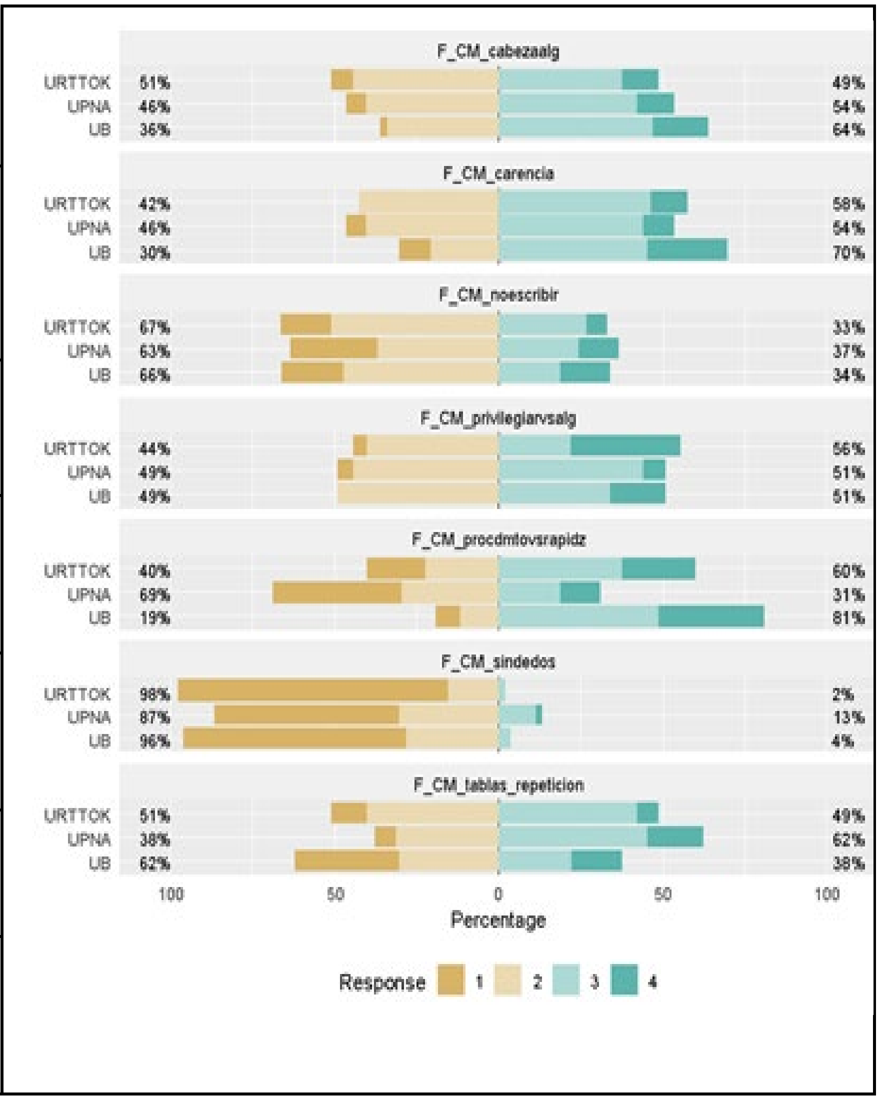



Figura 42: Respuestas a la Pregunta 3 por universidades

**Grupo 3 CA, pregunta 6**

Con respecto al uso de la calculadora, existe una tendencia a estar de acuerdo con las afirmaciones de la pregunta 6, con la excepción de que "la calculadora impide pensar", en la que el grado de acuerdo es solo del 44%. También existen diferencias de opinión (con un 50% de acuerdo) sobre la afirmación de que "la calculadora daña severamente el cálculo mental". Además, existen diferentes grados de acuerdo con la afirmación de que una alta dependencia de la calculadora indica un conocimiento matemático deficiente.

El acuerdo con las otras afirmaciones en torno a la calculadora es importante, llegando a alcanzar porcentajes entre el 68% y el 81% en las cinco primeras afirmaciones. Esto quiere decir que la calculadora se asocia con "su uso en casa más que en la escuela", así como que se considera "una fuente de ejercicios interesantes". Al mismo tiempo, existe un fuerte consenso sobre las afirmaciones de que "el uso frecuente de la calculadora indica una falta de recursos" y el de que "la calculadora no enseña a los niños a calcular".

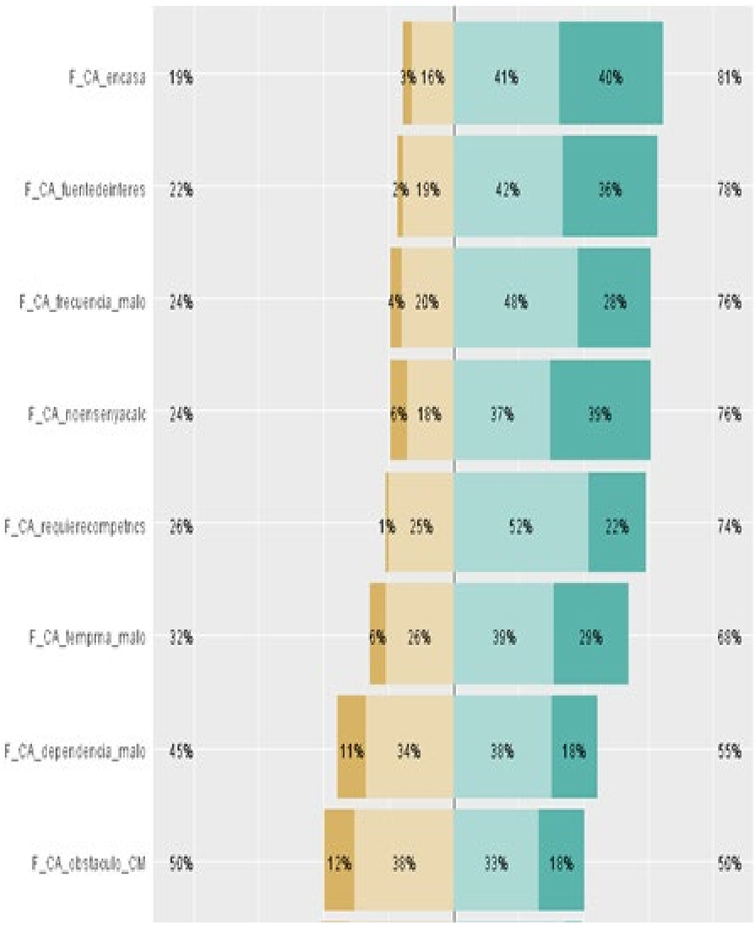
| **Sobre la calculadora** | |
|---|---|
| Se usa más a menudo en casa que en la escuela |  |
| Se puede usar para proponer situaciones de aprendizaje interesantes | |
| Su uso frecuente empeora las habilidades matemáticas básicas | |
| No enseñará a los alumnos a calcular | |
| Se necesita tener gran cantidad de competencias numéricas para usarla | |
| Su introducción demasiado temprana dificulta el desarrollo de habilidades matem. | |
| La excesiva dependencia es un signo de carencia matemática | |
| Impide pensar | |

Figura 43: Gráfico conjunto de las respuestas a la Pregunta 6

Cuando el análisis se realiza teniendo en cuenta el origen de los participantes, las mayores divergencias entre los grupos aparecen en torno a la creencia de que un uso abusivo de la calculadora es indicativo de una falta de conocimiento matemático. El grupo de URTKL está en desacuerdo con esta afirmación, mientras que los otros grupos están de acuerdo con ella (60%). Algo similar ocurre con la afirmación de que "las competencias matemáticas son dañadas por un uso frecuente de la calculadora". Por otro lado, el grupo UPNA es el que más de acuerdo está con las afirmaciones "la calculadora impide pensar" y "la calculadora daña severamente el cálculo mental".

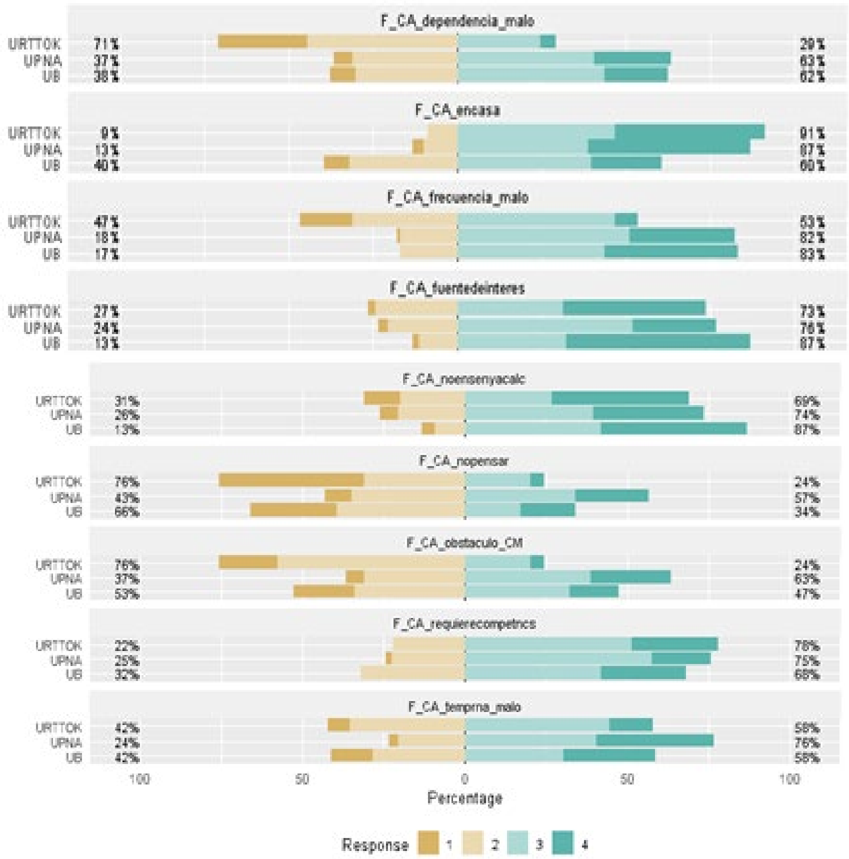
<table>
<tr><th>Sobre la calculadora</th><th></th></tr>
<tr><td>La excesiva dependencia es un signo de carencia matemática</td><td rowspan="9">
</td></tr>
<tr><td>Se usa más a menudo en casa que en la escuela</td></tr>
<tr><td>Su uso frecuente empeora las habilidades matemáticas</td></tr>
<tr><td>Se puede usar para proponer situaciones de aprendizaje interesantes</td></tr>
<tr><td>No enseñará a los alumnos a calcular</td></tr>
<tr><td>Impide pensar</td></tr>
<tr><td>Dificulta el cálculo mental</td></tr>
<tr><td>Se necesita tener gran cantidad de competencias numéricas para usarla</td></tr>
<tr><td>Su introducción demasiado temprana dificulta el desarrollo de habilidades matem</td></tr>
</table>

Figura 44: Respuestas a la pregunta 6 por universidades

**Grupo 4, preguntas 2, 4 y 5**

**Pregunta 2.** ¿Por qué aprender cálculo mental en la escuela primaria?

Alrededor del 65 % de los participantes eligen las opciones c, d, g, y b, es decir, el cálculo mental "construye y fortalece el conocimiento", sirve para "identificar diferentes formas de realizar un mismo cálculo", "ayuda en la resolución de problemas" y "desarrolla el razonamiento y la argumentación".

Cuando el análisis se hace teniendo en cuenta el origen de los participantes, se obtienen resultados similares a los anteriores con la excepción del grupo de UB, que presenta un grado diferente de acuerdo a los beneficios del cálculo mental para "evaluar el orden de magnitud de un resultado".

Tabla 9: Respuestas de los participantes a la pregunta 2

| Globalmente (204) | | UB (53) | | UPNA (106) | | URTKL (45) | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| palabra | frec | palabra | frec | palabra | frec | palabra | frec |
| construiryreforzar | 142 | construiryreforzar | 41 | construiryreforzar | 71 | razonamiento | 32 |
| identificarymaneras | 130 | calculoyaprox | 38 | resolproblemas | 71 | construiryreforzar | 30 |
| resolproblemas | 124 | memorizar | 33 | identificarymaneras | 68 | identificarymaneras | 29 |
| razonamiento | 123 | identificarymaneras | 33 | razonamiento | 63 | resolproblemas | 23 |
| memorizar | 106 | resolproblemas | 30 | memorizar | 59 | memorizar | 14 |
| calculoyaprox | 56 | razonamiento | 28 | entenderynociones | 32 | calculoyaprox | 6 |
| entenderynociones | 32 | controlycalculadora | 15 | calculoyaprox | 12 | controlycalculadora | 4 |
| controlycalculadora | 31 | | | controlycalculadora | 12 | | |

**Pregunta 4. ¿Por qué crees que la calculadora es útil en la escuela primaria?**
Las opciones elegidas con mayor frecuencia son que "la calculadora es una herramienta para comprobar el resultado" y para "resolver problemas en los que aparece una gran cantidad de magnitudes". Los tres grupos de participantes aparecen alineados con la primera columna (tabla de abajo), que muestra las respuestas de los participantes como un solo conjunto, aunque el grupo de URTKL da mayor importancia al término explorar.

Tabla 10: Respuestas de los participantes a la pregunta 4

| Globalmente (204) | | UB (53) | | UPNA (106) | | URTKL (45) | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| palabra | frec | palabra | frec | palabra | frec | palabra | frec |
| verificar | 130 | verificar | 48 | verificar | 71 | verificar | 29 |
| grandesoperaciones | 116 | grandesoperaciones | 40 | grandesoperaciones | 70 | explorar | 24 |
| calcular | 66 | resolverprob | 28 | calcular | 45 | grandesoperaciones | 16 |
| resolverprob | 66 | despreocupar | 21 | explorar | 36 | despreocupar | 15 |
| explorar | 62 | | | aprfuncionesupna | 36 | resolverprob | 11 |
| despreocupar | 45 | | | resolverprob | 35 | fuente | 10 |
| aprfuncionesupna | 36 | | | | | | |
| reducirmemorizcn | 32 | | | | | | |

**Pregunta 5. Supongamos que a los alumnos se les permite usar la calculadora. Se les puede permitir…**

En todos los grupos, la opción más frecuentemente elegida es la de "utilizar la calculadora después de haber aprendido los algoritmos (en fase de iniciación)". La segunda más votada es "en combinación con el aprendizaje de técnicas operatorias". La tercera opción en el ranking, "una vez dominadas las técnicas operatorias", ha sido elegida con menor frecuencia, mientras que "sin conocer necesariamente los algoritmos" es la menos votada en todas las instituciones excepto en UB.

Tabla 11: Respuestas de los participantes a la pregunta 5

| Globalmente (204) | | UB (53) | | UPNA (106) | | URTKL (45) | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| palabra | frec | palabra | frec | palabra | frec | palabra | frec |
| despues | 90 | despues | 22 | despues | 42 | despues | 26 |
| mientras | 71 | mientras | 18 | mientras | 39 | mientras | 14 |
| trasfaseinicial | 33 | sinconocer | 8 | trasfaseinicial | 24 | trasfaseinicial | 4 |
| sinconocer | 10 | rasfaseinicial | 5 | sinconocer | 1 | sinconocer | 1 |

**Grupo 5. Pregunta 7**

Para calcular la división propuesta, la opción preferida por todos los grupos es la de la calculadora. En el caso de la resta, se prefiere en todos los grupos la opción del algoritmo. En el caso de la suma, se prefiere la opción del cálculo mental. Esto mismo ocurre con la multiplicación, excepto en el caso de UPNA, que tiende a preferir la calculadora sobre el cálculo mental (una tendencia general presente en la UPNA, que contrasta fuertemente con el grupo de UB, más a favor del cálculo mental).

Tabla 12: Respuestas de los participantes a la pregunta 7

SUMA: 657+95+48

| Globalmente | | UB | | UPNA | | URTKL | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| palabra | frec | | | | | palabra | frec |
| calculomental | 64 | calculomental | 51 | calculomental | 25 | calculomental | 21 |
| algrtm | 57 | algrtm | 40 | algrtm | 24 | algrtm | 21 |
| calculadora | 21 | calculadora | 20 | calculadora | 4 | calculadora | 3 |

RESTA: 3456-897

| Globalmente | | UB | | UPNA | | URTKL | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| palabra | frec | | | | | palabra | frec |
| algrtm | 77 | algrtm | 31 | algrtm | 20 | algrtm | 26 |
| calculadora | 34 | calculomental | 14 | calculadora | 14 | calculadora | 12 |
| calculomental | 32 | calculadora | 8 | calculomental | 11 | calculomental | 7 |

MULTIPLICACIÓN:12*19

| Globalmente | | UB | | UPNA | | URTKL | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| palabra | frec | | | | | palabra | frec |
| calculomental | 72 | calculomental | 39 | calculadora | 17 | calculomental | 22 |
| algrtm | 37 | algrtm | 8 | algrtm | 16 | algrtm | 13 |
| calculadora | 33 | calculadora | 6 | calculomental | 11 | calculadora | 10 |

DIVISIÓN: 10008/9

| Globalmente | | UB | | UPNA | | URTKL | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| palabra | frec | | | | | palabra | frec |
| calculadora | 79 | calculadora | 29 | calculadora | 28 | calculadora | 22 |
| algrtm | 40 | algrtm | 16 | algrtm | 13 | calculomental | 12 |
| calculomental | 23 | calculomental | 8 | calculomental | 3 | algrtm | 11 |

**Análisis complementarios**

Vamos a realizar un análisis complementario de las respuestas combinando términos y afirmaciones de las tres primeras preguntas. En particular, combinamos los términos "iniciativa", "razonamiento" y "estrategia" (**pregunta 1**) con algunas de las metas del cálculo mental en la **pregunta 2** ("desarrollar habilidades de razonamiento y argumentación", "construir y fortalecer conocimientos sobre las propiedades de los números y las operaciones" e "identificar las diversas formas posibles de realizar el mismo cálculo") y la afirmación de que "cuando se ofrece a los estudiantes una actividad compleja de cálculo mental , se debe priorizar el procedimiento sobre la velocidad de ejecución" (**pregunta 3**).

```
                fconstruirYreforzar
F_T_INICIATIVA     0     1 Total Count
             1 22.2 77.8   100     9
             2 36.8 63.2   100    68
             3 20.7 79.3   100    82
             4 40.0 60.0   100    45
         Total 30.4 69.6 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 7.1702, df = 3, p-value = 0.06667
```

Iniciativa & Para construir y reforzar el conocimiento de las propiedades de los números y de las operaciones

```
                fidentificarYmanera
F_T_INICIATIVA     0     1 Total Count
             1 44.4 55.6   100     9
             2 48.5 51.5   100    68
             3 32.9 67.1   100    82
             4 22.2 77.8   100    45
         Total 36.3 63.7 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 8.9194, df = 3, p-value = 0.03038
```

Iniciativa & Identificar diferentes formas de realizar un mismo cómputo

```
                fdesarr_raznto
F_T_INICIATIVA     0     1 Total Count
             1 55.6 44.4   100     9
             2 41.2 58.8   100    68
             3 45.1 54.9   100    82
             4 24.4 75.6   100    45
         Total 39.7 60.3 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 6.3885, df = 3, p-value = 0.09416
```

Iniciativa & Para desarrollar habilidades de razonamiento y argumentación

```
                F_CM_procdmtovsrapidz
F_T_INICIATIVA    1    2    3    4 Total Count
             1 33.3 22.2 22.2 22.2  99.9     9
             2 39.7 20.6 29.4 10.3 100.0    68
             3 17.1 26.8 36.6 19.5 100.0    82
             4 22.2 20.0 24.4 33.3  99.9    45
         Total 26.5 23.0 30.9 19.6 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 17.672, df = 9, p-value = 0.03918
```

Iniciativa & A la hora de realizar una tarea de cálculo, se debe dar prioridad al procedimiento frente a la velocidad

Figura 45: Relación entre iniciativa y algunas afirmaciones sobre el cálculo mental (preguntas 2 y 3)

En las tablas, se refleja la independencia entre "iniciativa" y dos objetivos del cálculo mental: "construir y fortalecer propiedades de los números y de las operaciones" y "desarrollar habilidades de razonamiento y argumentación", porque la elección de estos últimos no depende del valor asignado a "iniciativa".

Aparece una ligera dependencia entre el término "rapidez" y los enunciados "identificar las diversas formas posibles de realizar el mismo cálculo" y "priorizar el procedimiento sobre la velocidad" con "rapidez".

```
                fconstruirYreforzar
F_T_RAZONAMIENTO     0     1 Total Count
               1 71.4 28.6   100     7
               2 36.4 63.6   100    22
               3 28.1 71.9   100    89
               4 27.9 72.1   100    86
           Total 30.4 69.6 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 6.417, df = 3, p-value = 0.093
```

```
                fdesarr_raznto
F_T_RAZONAMIENTO     0     1 Total Count
               1 42.9 57.1   100     7
               2 63.6 36.4   100    22
               3 39.3 60.7   100    89
               4 33.7 66.3   100    86
           Total 39.7 60.3 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 6.5837, df = 3, p-value = 0.08642
```

Razonamiento & Para construir y reforzar el conocimiento de las propiedades de los números y de las operaciones

Razonamiento & Para desarrollar habilidades de razonamiento y argumentación

```
                fidentificarYmanera
F_T_RAZONAMIENTO     0     1 Total Count
               1 71.4 28.6   100     7
               2 31.8 68.2   100    22
               3 38.2 61.8   100    89
               4 32.6 67.4   100    86
           Total 36.3 63.7 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 4.5882, df = 3, p-value = 0.2046
```

```
                F_CM_procdmtovsrapidz
F_T_RAZONAMIENTO    1    2    3    4 Total Count
               1 42.9 28.6 28.6  0.0 100.1     7
               2 45.5 27.3 13.6 13.6 100.0    22
               3 28.1 27.0 33.7 11.2 100.0    89
               4 18.6 17.4 32.6 31.4 100.0    86
           Total 26.5 23.0 30.9 19.6 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 21.32, df = 9, p-value = 0.0113
```

Razonamiento & Identificar diferentes formas de realizar un mismo cómputo

Razonamiento & A la hora de realizar una tarea de cálculo, se debe dar prioridad al procedimiento frente a la velocidad

Figura 46: Relación entre el término razonamiento y algunos enunciados (preguntas 2 y 3)

Hay independencia entre el término "razonamiento" y las tres metas del cálculo mental (“construir y reforzar el conocimiento de las propiedades de los números y las operaciones”; “desarrollar habilidades de razonamiento y argumentación” e “identificar diferentes formas de llevar a cabo un mismo cálculo”), aunque los pocos participantes que dan un valor bajo a “razonamiento” tienden a no elegir “desarrollar habilidades de razonamiento y argumentación” como meta del cálculo mental. Además, cuanto más se valora el razonamiento, más se elige “priorizar el procedimiento sobre la velocidad”.

El valor asignado a “estrategia” es independiente de si se ha elegido alguna de las opciones “construir y reforzar el conocimiento de las propiedades de los números y de las operaciones” o “procedimiento sobre velocidad”. Sin embargo, quienes asignan un valor bajo a estrategia tienden a no elegir como metas del cálculo mental “desarrollar habilidades de razonamiento y argumentación” e “identificar las diferentes formas de llevar a cabo un mismo cálculo”.

```
                fconstruirYreforzar
F_T_ESTRATEGIA     0     1 Total Count
             1 42.9 57.1   100     7
             2 36.0 64.0   100    25
             3 36.0 64.0   100    86
             4 22.1 77.9   100    86
         Total 30.4 69.6 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 4.9854, df = 3, p-value = 0.1729
```

Estrategia & Para construir y reforzar el conocimiento de las propiedades de los números y de las operaciones

```
                fdesarr_raznto
F_T_ESTRATEGIA     0     1 Total Count
             1 57.1 42.9   100     7
             2 68.0 32.0   100    25
             3 32.6 67.4   100    86
             4 37.2 62.8   100    86
         Total 39.7 60.3 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 11.308, df = 3, p-value = 0.01017
```

Estrategia & Para desarrollar habilidades de razonamiento y argumentación

```
                fidentificarYmanera
F_T_ESTRATEGIA     0     1 Total Count
             1 71.4 28.6   100     7
             2 48.0 52.0   100    25
             3 38.4 61.6   100    86
             4 27.9 72.1   100    86
         Total 36.3 63.7 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 7.9977, df = 3, p-value = 0.04606
```

Estrategia & Identificar diferentes formas de realizar un mismo cómputo

```
                 F_CM_procdmtovsrapidz
F_T_ESTRATEGIA     1    2    3    4 Total Count
             1 42.9 28.6 28.6  0.0 100.1     7
             2 44.0 24.0 12.0 20.0 100.0    25
             3 25.6 27.9 30.2 16.3 100.0    86
             4 20.9 17.4 37.2 24.4  99.9    86
         Total 26.5 23.0 30.9 19.6 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 13.693, df = 9, p-value = 0.1337
```

Estrategia & A la hora de realizar una tarea de cálculo, se debe dar prioridad al procedimiento frente a la velocidad

Figura 47: Relación entre el término estrategia y algunos enunciados (preguntas 2 y 3)

La figura 48 agrupa a los participantes de acuerdo con sus respuestas. El círculo rojo (arriba a la derecha en la figura) agrupa a los participantes que asignan un valor bajo (1-2) a razonamiento/estrategia/iniciativa/procedimiento, y el círculo marrón claro (arriba a la izquierda) agrupa a los participantes que asignan un valor alto (4) a estos términos. Los participantes que eligen algunas metas específicas del cálculo mental ("construir y reforzar el conocimiento de las propiedades de los números y de las operaciones"; "identificar diferentes formas de realizar el mismo cálculo"; "desarrollar habilidades de razonamiento y argumentación") y están de acuerdo, además, con "priorizar el procedimiento sobre la velocidad" figuran, en grupo, en el círculo amarillo (en el centro de la figura), mientras que los participantes que no eligen estas opciones figuran en los círculos azules (sin agrupar, cerca del círculo rojo).

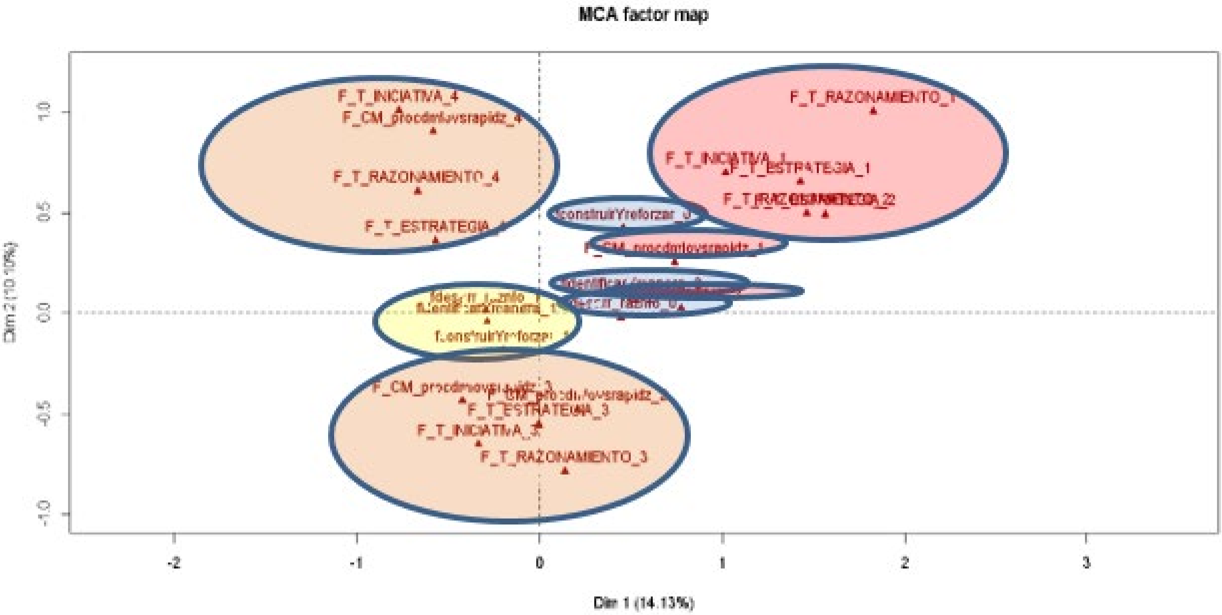



Figura 48: Análisis de correspondencia múltiple de las respuestas.

Con respecto a las preguntas 4-6, de cara a analizar la relación entre las perspectivas favorables al uso de la calculadora en la escuela y otros puntos de vista que promueven un uso combinado de la calculadora y el cálculo mental, estudiamos de forma combinada las respuestas que se han dado a algunas afirmaciones: la calculadora es útil para "explorar números" y es una "fuente de ejercicios" (pregunta 4); "puede permitirse usar la calculadora cuando los niños están aprendiendo las técnicas operatorias o sin haberlas aprendido aún" (pregunta 5); "la calculadora puede ser usada para proporcionar a los niños ejercicios interesantes" (afirmación 6g).

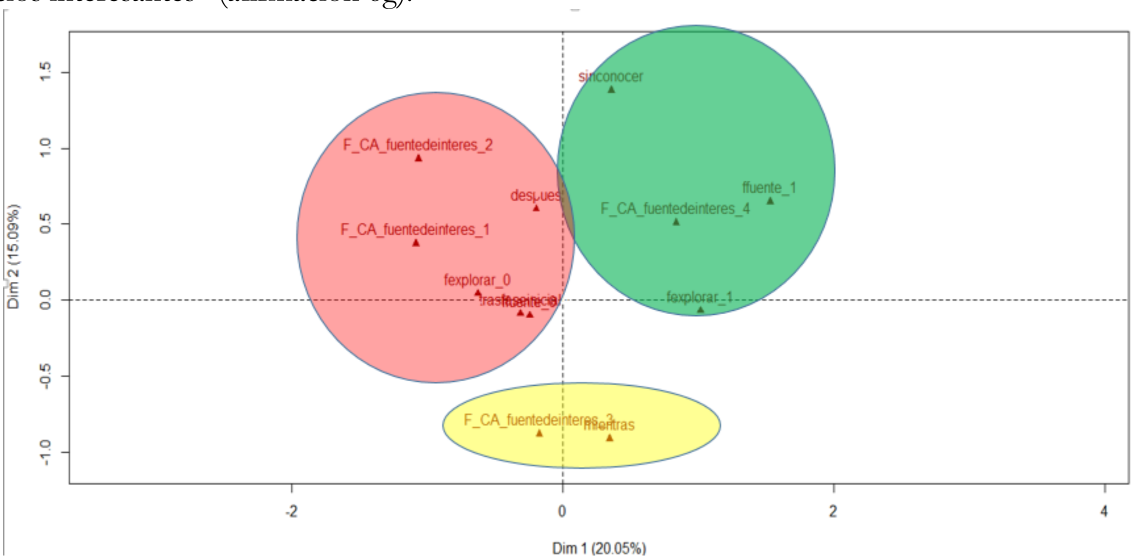



Figura 49: Análisis de correspondencia múltiple (preguntas 4, 5 y 6)

Hay tres grupos de participantes: los que consideran que la calculadora es "una fuente de ejercicios" tienden a estar de acuerdo con "usarla sin haber aprendido los algoritmos" y con el uso de la calculadora "para explorar los números". Un segundo grupo no considera la calculadora como "fuente de ejercicios" y, al mismo tiempo, piensa que debería utilizarse una vez que los algoritmos han sido dominados. Un tercer grupo ve la calculadora como "una fuente de ejercicios", pero tiende a pensar que debería utilizarse mientras se están aprendiendo los algoritmos.

Realizamos un nuevo análisis combinando los ítems por parejas (preguntas 4, 5 y 6):

```
                    ffuente
F_CA_fuentedeinteres     0    1 Total Count
                   1 100.0  0.0   100     5
                   2  92.3  7.7   100    39
                   3  90.7  9.3   100    86
                   4  77.0 23.0   100    74
               Total  86.3 13.7 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 8.7591, df = 3, p-value = 0.03267
```

calculadora puede ser usada para proporcionar situaciones interesantes & como fuente de ejercicios

```
                    fexplorar
F_CA_fuentedeinteres    0    1 Total Count
                   1 80.0 20.0   100     5
                   2 89.7 10.3   100    39
                   3 65.1 34.9   100    86
                   4 41.9 58.1   100    74
               Total 61.8 38.2 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 26.416, df = 3, p-value = 0.000007805
```

calculadora puede ser usada para proporcionar situaciones interesantes & para explorar propiedades de los números

```
        fexplorar
ffuente    0    1 Total Count
      0 67.6 32.4   100   176
      1 25.0 75.0   100    28
  Total 61.8 38.2 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 18.575, df = 1, p-value = 0.00001633
```

como fuente de ejercicios & para explorar propiedades de números

```
                     cal_cuando
F_CA_fuentedeinteres despues mientras sinconocer trasfaseinicial Total Count
                   1    60.0     20.0        0.0            20.0 100.0     5
                   2    56.4     20.5        5.1            17.9  99.9    39
                   3    37.2     43.0        2.3            17.4  99.9    86
                   4    44.6     33.8        8.1            13.5 100.0    74
               Total    44.1     34.8        4.9            16.2 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 10.347, df = 9, p-value = 0.3232
```

calculadora para proporcionar situaciones de aprendizaje interesantes & momento más apropiado para introducir la calculadora en la escuela

Figura 50: Relaciones entre ciertas variables referidas al uso de la calculadora.

Hay independencia entre "ver la calculadora como una fuente de ejercicios" y en qué momento (antes, al mismo tiempo o después de aprender los algoritmos) es conveniente usar la calculadora en la escuela. Además, como era de esperar, quienes consideran la calculadora como "una fuente de ejercicios" tienden también a verla como una herramienta "para explorar números".

```
                                    F_T_ESTRATEGIA[Grupo == "UB"]
F_T_RAZONAMIENTO[Grupo == "UB"]   1    2    3     4 Total Coun
                                1 0.0  0.0  0.0 100.0 100.0
                                2 0.0 25.0 50.0  25.0 100.0
                                3 0.0  0.0 57.9  42.1 100.0    1
                                4 3.4  3.4 13.8  79.3  99.9    2
                            Total 1.9 3.8 32.1 62.3 100.0

        Pearson's  Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 17.773, df = 9, p-value = 0.0379
```

```
                                   F_T_INICIATIVA[Grupo == "UB"]
F_T_RAZONAMIENTO[Grupo == "UB"]   1    2    3    4 Total Cou
                                1 0.0  0.0 100.0  0.0   100
                                2 0.0 50.0  25.0 25.0   100
                                3 5.3 36.8  47.4 10.5   100
                                4 3.4 27.6  48.3 20.7   100
                            Total 3.8 32.1 47.2 17.0 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 3.3853, df = 9, p-value = 0.947
```

```
                                F_T_RAPIDEZ[Grupo == "UB"
F_T_AUTOMATISMO[Grupo == "UB"]   1   2    3    4 Total
                               1 NaN NaN  NaN  NaN   NaN
                               2 0.0   0 50.0 50.0   100
                               3 9.1   0 36.4 54.5   100
                               4 5.1   0 23.1 71.8   100
                           Total 5.8 0 26.9 67.3 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = NaN, df = 9, p-value = NA
```

```
                                 F_T_ADIESTRAMIENTO[Grupo ==
F_T_AUTOMATISMO[Grupo == "UB"]   1   2    3    4 Total Co
                               1 NaN NaN  NaN  NaN   NaN
                               2   0 0.0 50.0 50.0   100
                               3   0 9.1 27.3 63.6   100
                               4   0 0.0 17.9 82.1   100
                           Total 0 1.9 21.2 76.9 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = NaN, df = 9, p-value = NA
```

```
                                fconstruirYreforzar[Grupo =
F_T_INICIATIVA[Grupo == "UB"]    0     1 Total Count
                              1  0.0 100.0   100     2
                              2 23.5  76.5   100    17
                              3 20.0  80.0   100    25
                              4 33.3  66.7   100     9
                          Total 22.6 77.4 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 1.28, df = 3, p-value = 0.7339
```

```
                              F_T_JUEGO[Grupo == "UB"]
F_T_REPULSION[Grupo == "UB"]   1     2    3    4 Total Cou
                             1  0   5.6 30.6 63.9 100.1
                             2  0   9.1 36.4 54.5 100.0
                             3 20  20.0 40.0 20.0 100.0
                             4  0 100.0  0.0  0.0 100.0
                         Total 1.9 9.4 32.1 56.6 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 22.064, df = 9, p-value = 0.008677
```

```
                                F_T_RAZONAMIENTO[Grupo == "UB"]
F_T_AUTOMATISMO[Grupo == "UB"]   1   2     3    4 Total Count
                               1 NaN NaN   NaN  NaN   NaN     0
                               2 0.0 0.0 100.0  0.0   100     2
                               3 0.0 9.1  27.3 63.6   100    11
                               4 2.6 7.7  35.9 53.8   100    39
                           Total 1.9 7.7 36.5 53.8 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = NaN, df = 9, p-value = NA
```

```
                              fdesarr_raznto[Grupo == "UB"]
F_T_INICIATIVA[Grupo == "UB"]    0    1 Total Count
                              1 50.0 50.0   100     2
                              2 47.1 52.9   100    17
                              3 52.0 48.0   100    25
                              4 33.3 66.7   100     9
                          Total 47.2 52.8 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 0.932, df = 3, p-value = 0.8177
```

```
                               fidentificarYmanera[Grupo == "UB"]
F_T_INICIATIVA[Grupo == "UB"]     0    1 Total Count
                              1 100.0  0.0   100     2
                              2  52.9 47.1   100    17
                              3  28.0 72.0   100    25
                              4  22.2 77.8   100     9
                          Total 37.7 62.3 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 6.9032, df = 3, p-value = 0.07505
```

```
                                F_CM_procdmtovsrapidz[Grupo =
F_T_INICIATIVA[Grupo == "UB"]    1    2    3    4 Total C
                              1  0.0  0.0 50.0 50.0   100
                              2  5.9  5.9 64.7 23.5   100
                              3 12.0 16.0 52.0 20.0   100
                              4  0.0 11.1 11.1 77.8   100

Total 7.5 11.3 49.1 32.1 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 13.823, df = 9, p-value = 0.1288
```

```
                                 fconstruirYreforzar[Grupo == "UB"
F_T_RAZONAMIENTO[Grupo == "UB"]    0     1 Total Count
                                1  0.0 100.0   100     1
                                2 25.0  75.0   100     4
                                3 21.1  78.9   100    19
                                4 24.1  75.9   100    29
                            Total 22.6 77.4 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 0.36985, df = 3, p-value = 0.9464
```

```
                                 fdesarr_raznto[Grupo == "UB"]
F_T_RAZONAMIENTO[Grupo == "UB"]     0    1 Total Count
                                1 100.0  0.0   100     1
                                2  75.0 25.0   100     4
                                3  42.1 57.9   100    19
                                4  44.8 55.2   100    29
                            Total 47.2 52.8 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 2.6226, df = 3, p-value = 0.4535
```

```
                                 fidentificarYmanera[Grupo == "UB"
F_T_RAZONAMIENTO[Grupo == "UB"]     0     1 Total Count
                                1 100.0   0.0   100     1
                                2   0.0 100.0   100     4
                                3  36.8  63.2   100    19
                                4  41.4  58.6   100    29
                            Total 37.7 62.3 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 4.2445, df = 3, p-value = 0.2362
```

```
                                  F_CM_procdmtovsrapidz[Grupo =
F_T_RAZONAMIENTO[Grupo == "UB"]    1    2    3    4 Total C
                                1  0.0  0.0 100.0  0.0 100.0
                                2  0.0  0.0  25.0 75.0 100.0
                                3 10.5 10.5  68.4 10.5  99.9
                                4  6.9 13.8  37.9 41.4 100.0
                            Total 7.5 11.3 49.1 32.1 100

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 10.687, df = 9, p-value = 0.2978
```

```
            fconstruirYreforzar[Grupo == "UB"]
F_T_ESTRATEGIA[Grupo == "UB"]     0     1 Total Count
                          1  0.0 100.0   100     1
                          2 50.0  50.0   100     2
                          3 35.3  64.7   100    17
                          4 15.2  84.8   100    33
                      Total 22.6 77.4 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 3.7581, df = 3, p-value = 0.2888
```

```
              fdesarr_raznto[Grupo == "UB"]
F_T_ESTRATEGIA[Grupo == "UB"]     0     1 Total Co
                          1 100.0   0.0   100
                          2 100.0   0.0   100
                          3  35.3  64.7   100
                          4  48.5  51.5   100
                      Total  47.2  52.8 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 4.345, df = 3, p-value = 0.2265
```

```
                     fidentificarmanera[Grupo == "UB"]
F_T_ESTRATEGIA[Grupo == "UB"]     0    1 Total Count
                          1 100.0  0.0   100     1
                          2  50.0 50.0   100     2
                          3  41.2 58.8   100    17
                          4  33.3 66.7   100    33
                      Total  37.7 62.3 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 2.1359, df = 3, p-value = 0.5447
```

```
                           F_CM_procdmtovsrapidz[Grupo ==
F_T_ESTRATEGIA[Grupo == "UB"]    1     2    3     4 Total Co
                          1  0.0 100.0  0.0   0.0 100.0
                          2  0.0   0.0  0.0 100.0 100.0
                          3 11.8  11.8 47.1  29.4 100.1
                          4  6.1   9.1 54.5  30.3 100.0
                      Total  7.5  11.3 49.1  32.1 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 13, df = 9, p-value = 0.1626
```

Figura 51: Relaciones entre algunas respuestas de los participantes de UB referidas al uso de la calculadora.

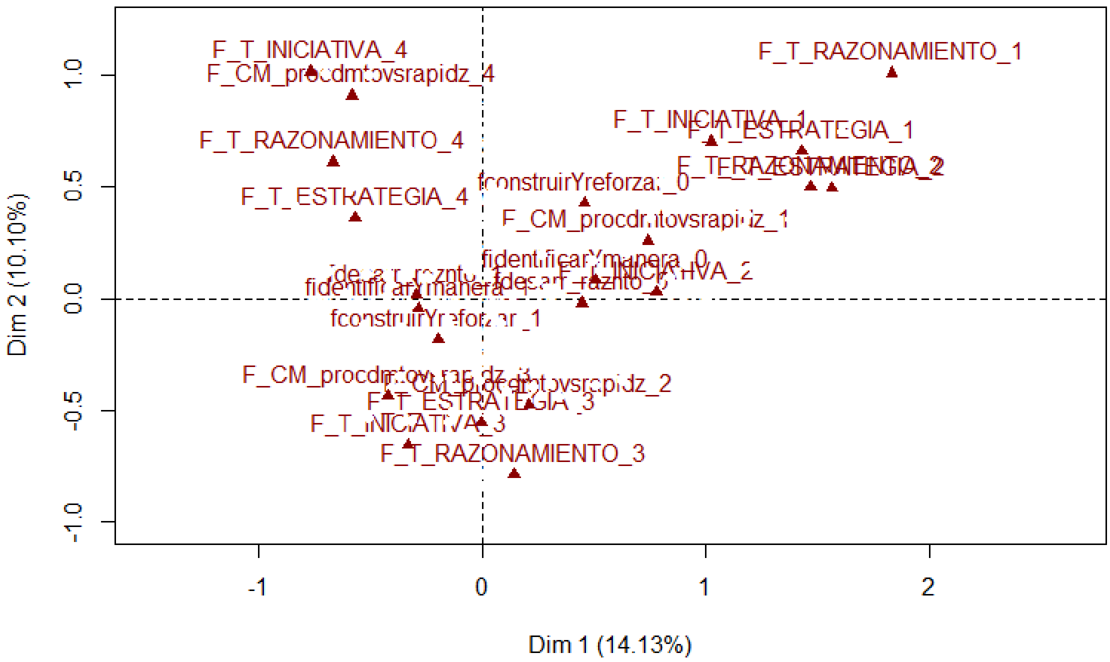


Figura 52: Relaciones entre algunas respuestas de los participantes de UB referidas al uso de la calculadora.

Si centramos el análisis en los participantes UB, observamos que cuanto más se valora el “razonamiento”, más se valora la “estrategia”. Eso mismo ocurre con los términos “automatismo” y “entrenamiento”. Por otro lado, cuanto más se valora “disgusto”, menos se valora el “juego”. Hay independencia entre los otros pares de términos estudiados.

## 5. Conclusiones: observaciones, reflexiones y propuestas de mejora

La visión clásica del cálculo mental, centrada en la velocidad y la memorización, parece haberse reflejado en las respuestas de algunos participantes. Esto es especialmente destacable en el caso de los participantes españoles, que son más favorables a la velocidad que al procedimiento en cálculo mental y que están de acuerdo con la repetición ritual de las tablas de la suma y la multiplicación en orden ascendente. Estos participantes muestran también un significativo “disgusto” hacia el cálculo mental.

Una visión más moderna del cálculo mental se refleja en un conjunto de variables fuertemente correlacionadas: los términos razonamiento, estrategia e iniciativa, y la creencia de que el procedimiento debería ser priorizado sobre la velocidad cuando el alumnado trabaja en cálculo mental. Tanto los participantes franceses como los italianos muestran esta mentalidad, aunque hay diferencias entre ellos. Las respuestas de UB reflejan esta forma de pensar junto con una preferencia por la velocidad y el automatismo, mientras que los profesores en formación italianos muestran esta visión moderna del cálculo mental junto con la idea del cálculo mental como juego.

Estas visiones del cálculo mental son coherentes con las preferencias expresadas por los participantes en cuanto a la forma de realizar ciertos cómputos. Los participantes españoles tienden a preferir la calculadora sobre el cálculo mental, mientras que los otros grupos muestran por éste último.

Mientras que todos los participantes consideran útil el cálculo mental, hay diferentes perspectivas sobre los objetivos de enseñarlo en la escuela primaria. Los participantes españoles consideran el cálculo mental como una ayuda para resolver problemas, aunque también tienen en cuenta objetivos de su enseñanza más modernos, como conocer mejor las propiedades de los números y las operaciones o desarrollar habilidades de razonamiento y argumentación. Por su parte, los participantes franceses dan importancia a los beneficios del cálculo mental para evaluar el orden de magnitud de un resultado, mientras que las respuestas de los participantes italianos contemplan una mayor variedad de objetivos del cálculo mental. A pesar de estas diferencias entre los participantes, aparece un fuerte consenso contra la prohibición de usar los dedos o un medio escrito en los cálculos, lo que refleja una visión moderna de la enseñanza del cálculo mental.

En cuanto al uso de la calculadora en la escuela primaria, el currículo italiano se limita a mencionar la calculadora como una alternativa al cálculo mental, lo que refleja una visión clásica de su uso. Sin embargo, los currículos español y francés consideran que la calculadora es también una herramienta para explorar los números y sus propiedades, lo que refleja una visión más moderna del uso de la calculadora que posibilita su combinación con el cálculo mental.

Analizando las respuestas dadas al cuestionario, la visión más frecuente es la de considerar la calculadora como una herramienta para comprobar el resultado de un cálculo y para resolver problemas con una gran cantidad de magnitudes. Mucho menos común es la visión de la calculadora como fuente de ejercicios y problemas matemáticos o como un apoyo para explorar los números.

Hay un fuerte consenso sobre la creencia de que los niños usan más la calculadora en casa que en la escuela. Más aún, la mayoría de los participantes piensa que la calculadora no enseñará a los niños a calcular. Con la excepción de los participantes italianos, se piensa que una excesiva dependencia de la calculadora indica una falta de conocimiento matemático y obstaculiza tanto el pensamiento como la adquisición de habilidades matemáticas. Las diferencias acerca del uso de la calculadora en los currículos arriba mencionados no parecen reflejarse en las creencias de los participantes.

En cuanto al momento más apropiado para introducir la calculadora en la escuela, hay tres puntos de vista distintos. En primer lugar, están aquellos que ven la calculadora como una fuente de ejercicios y tienden a entenderla como una ayuda para explorar números sin haber aprendido aún los algoritmos. Un segundo grupo ve la calculadora como una fuente de ejercicios, pero tiende a pensar que debería ser usada al mismo tiempo que se están aprendiendo los algoritmos. Por último, hay un tercer grupo que no considera la calculadora como fuente de ejercicios y piensa que no debería usarse hasta que los algoritmos hayan sido dominados. Esto podría significar que, mientras que algunos participantes pueden imaginar un uso más creativo de la calculadora en la escuela, otros consideran que la calculadora es usada de forma pasiva, para evitar pensar o aplicar los algoritmos.

Este análisis nos ha llevado a diseñar un taller entero dedicado al cálculo mental y al uso de la calculadora. Las actividades permitirán a los participantes descubrir cómo utilizar ambos recursos en la escuela primaria para explorar los números y sus propiedades. Más aún, se trabajará en cómo proponer a los niños actividades creativas que permitan usar la calculadora en combinación con tareas de cálculo mental.

# Informe del cuestionario Q5: Historia de las matemáticas y de su enseñanza

**Índice**



**1. Resumen**

En el presente informe, se recoge el proceso de diseño que se siguió para el cuestionario (anexo P5) sobre Historia de las matemáticas y de su enseñanza, que ha sido ya entregado tanto a profesores en activo como a estudiantes de los grados en maestro de las instituciones asociadas al proyecto ANFoMAM. El análisis de los datos recogidos muestra diferencias claras entre los participantes de las instituciones españolas y los de las italianas, tanto en conocimientos sobre Historia de las matemáticas como en sus creencias sobre la naturaleza de la propia disciplina matemática. Al terminar el informe, se proponen algunas modificaciones del cuestionario para el futuro (anexo Q5[11]).

**2. Diseño del cuestionario: antecedentes y objetivos**

Las matemáticas se han convertido en la escuela en una materia puramente técnica: sus contenidos se exponen como un conjunto de procedimientos automáticos (escribir y leer números en cifras, realizar operaciones en vertical, etc.); su lenguaje se reduce a algunos términos técnicos que sirven esencialmente para clasificar, no para facilitar el pensamiento abstracto-cuantitativo típico de las matemáticas. Incluso se aprende a resolver problemas de una forma procedimental, usando métodos que siempre nos permiten obtener la solución correcta, sin pararnos a analizar demasiado por qué esos métodos siempre "funcionan" o para qué necesitamos aprenderlos, sin despertar el "deseo" de reaccionar al desafío que plantean.

Los aspectos mencionados se identifican o se justifican con la exigencia de "rigor", y se descuida completamente el significado, es decir, el anclaje de conceptos y relaciones matemáticas en la percepción, el movimiento, las intenciones y las acciones humanas (humanizar las matemáticas). Además, enseñar las matemáticas de modo técnico conlleva estar transmitiendo la idea de que las matemáticas forman un cuerpo de conocimientos cerrado, ya terminado, existente de por sí y sin origen y evolución, que nosotros solo tenemos que aprender y aplicar en distintos ejercicios y problemas. Hacer presente en la enseñanza

---

[11] Cuestionario Q5 : https://docs.google.com/forms/d/17Ye2RpoEMKTrEejMtjzYpt50fgtRZsxPtphmW1wj7ko/copy

que las matemáticas han ido evolucionando a lo largo de la historia, que no han sido siempre como las conocemos ahora, es una excelente forma de dotar de significado con un anclaje humano tanto la materia como su enseñanza. Las matemáticas adquirirán mayor significado para los niños cuanto más claramente mostremos su relación con las inquietudes que ha tenido la humanidad a lo largo de la historia.

En el proyecto ANFoMAM se diseñará un taller sobre Historia de las matemáticas y de su enseñanza destinado a profesores en formación tanto inicial como continua. Como paso previo a la realización de las actividades, se podrá invitar a los participantes a rellenar un cuestionario que les permita reflexionar sobre sus convicciones y conocimientos acerca de la evolución de las matemáticas a través de la historia, así como sobre la importancia de hacer presente la historia de las matemáticas en el proceso de enseñanza.

A priori esperamos encontrar diferentes perfiles de participantes:

- Estudiantes de grado y profesores en activo que vean las matemáticas como un cuerpo cerrado y acabado, que el profesor transmite de la misma forma en que lo recibió, sin que haya mucho lugar para la personalización de la enseñanza. Para estos participantes, la Historia de las matemáticas será, en todo caso, una competencia más que habrá que conocer, un mero relato de personajes y descubrimientos exitosos.

- Participantes con una idea dinámica de las matemáticas, que ven la disciplina como una materia que ha ido evolucionando a lo largo de la historia, vinculada a las formas de entender la vida y a las inquietudes de las distintas civilizaciones. Esta visión podría ir unida a un conocimiento mayor de la Historia de las matemáticas y propiciaría también una forma de enseñar las matemáticas más activa, que involucrara a los alumnos en las actividades para que fueran ellos mismos quienes realizaran, con la ayuda del profesor, sus propios "descubrimientos matemáticos".

**3. Recogida de datos**

El cuestionario se ha entregado a los siguientes participantes:

- 38 estudiantes de los Grados en Maestro (Infantil y Primaria) de la Universidad Pública de Navarra.
- 21 estudiantes de la titulación en Scienze della Formazione Primaria la Universitá Roma Tre, matriculados entre el tercer y quinto curso, que cursaban la asignatura de "Matematica e didattica della matemática". Estos alumnos siguen un curso en los que la historia de las matemáticas está presente, así como la historia de la enseñanza matemática elemental y en particular infantil.
- 19 profesores italianos de enseñanza infantil o primaria, que han entrado en contacto con el proyecto a través de la página web y los canales sociales de la Asociación ToKalon.

**4. Análisis de los datos**

Los datos han sido analizados de la forma siguiente:

1. Para todas las preguntas en las que se requería indicar dos o tres palabras, se han hecho las siguientes simplificaciones:

- Palabras presentes en plural y en singular: se ha elegido una de las dos formas (por ejemplo, en lugar de distinguir *calcolo* y *calcoli*, se han unificado bajo la forma *calcolo* o *cálculo* en castellano).

- Palabras presentes como sustantivo o como verbo: se ha elegido una de las dos formas (por ejemplo, las palabras *conteggio* y *contare* se han unificado bajo la forma *contare*, o *contar* en castellano).

- Palabras presentes como sustantivo o como adjetivo: se ha elegido una de las dos formas (por ejemplo, en el caso de *creativo* e *creatività*, se ha elegido *creatività,* o *creatividad* en castellano*).*

- Algunos grupos de palabras que se referían a un concepto reconocible único han sido unificados bajo una única forma, con preferencia por la más citada (por ejemplo, para *trigonometria, seno e coseno* y *funzioni goniometriche,* se ha elegido la palabra *trigonometria*).

2. Los números de 1 a 4 reflejan las siguientes expresiones cualitativas:
   1 = nada en absoluto; 2 = poco; 3 = bastante; 4 = mucho

3. El análisis reagrupa los datos separando los cuestionarios procedentes de Italia (distinguiendo a su vez entre alumnos y docentes) de los procedentes de España, que se comparan con los anteriores.

4. En algunos casos los gráficos de datos de Italia reagrupan a estudiantes y docentes; en otros, se ha preferido desglosarlos.

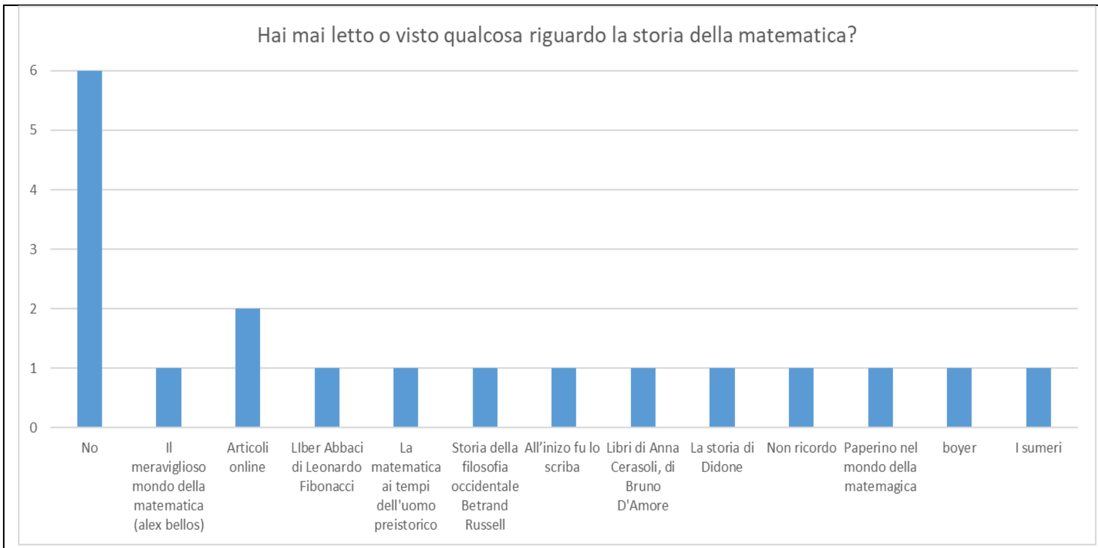
5. Se han elaborado los datos en forma gráfica, y seguidamente se ha realizado un análisis cualitativo, que ha incluido una reunión de los investigadores para discutir colectivamente las distintas perspectivas.

Analizamos las respuestas obtenidas para cada una de las preguntas:

### 4.1. Pregunta 1: Libro de Historia de las Matemáticas

*¿Has leído o visto alguna vez algo sobre Historia de las Matemáticas? En caso afirmativo, elige un título y escríbelo*

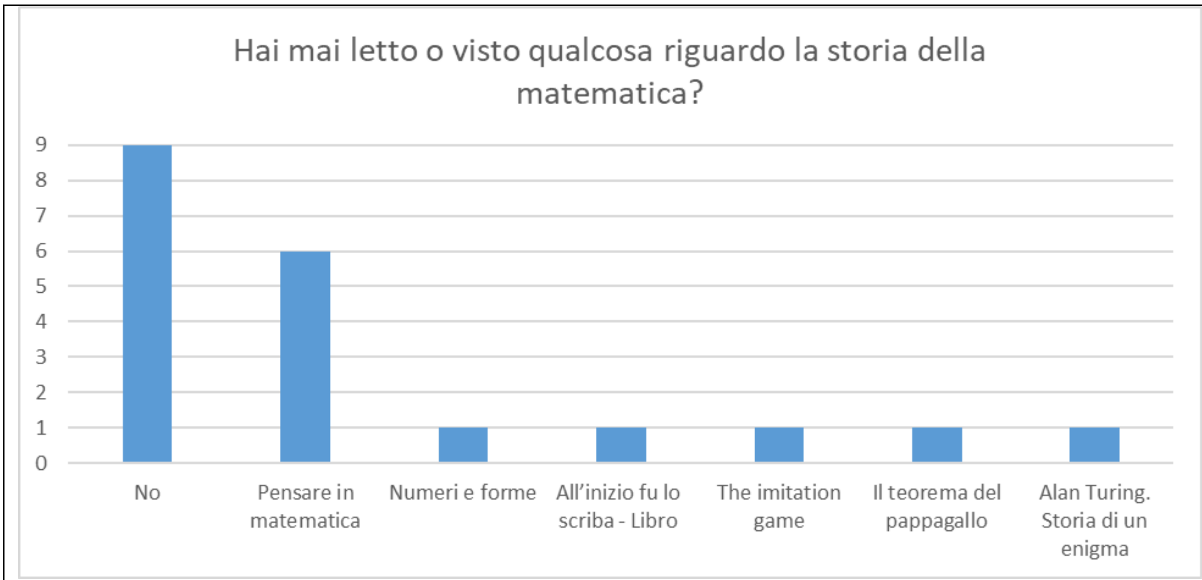
En el caso de los docentes italianos, un 32% de los participantes afirman no haber leído nunca nada relacionado con la Historia de las Matemáticas. Junto con este dato, los libros mencionados por el resto de los docentes se recogen en el siguiente gráfico. Algunos de ellos son libros destinados a un público juvenil, como los de Anna Cerasoli o Alex Bellos. Otros, son tratados más sistemáticos, como el libro de Historia de las matemáticas de Carl B. Boyer o el de Historia de la filosofía de Bertrand Russell.




¿Has leído o visto algo sobre Historia de las matemáticas?

Figura 53: Libros leídos por los docentes italianos

En el caso de los estudiantes italianos, el porcentaje de participantes que afirmaron no haber tenido contacto con la Historia de las matemáticas fue de un 43%, algo más alto que en el caso de los docentes. Entre los libros mencionados aparecen varios de la investigadora Ana María Millán Gasca, *Pensare in matematica, Numeri e forme* y *All'inizio fu lo scriba,* junto con novelas relacionadas de alguna forma con las matemáticas.




¿Has leído o visto algo sobre Historia de las matemáticas?

Figura 54: Libros leídos por los estudiantes universitarios italianos

La Figura 55 recoge el marcado contraste entre las respuestas dadas por los estudiantes españoles y los italianos a esta pregunta. Solo uno de los estudiantes ha leído un libro relacionado con la Historia de las Matemáticas, Mr. Cuadrado, de la autora italiana Anna Cerasoli.

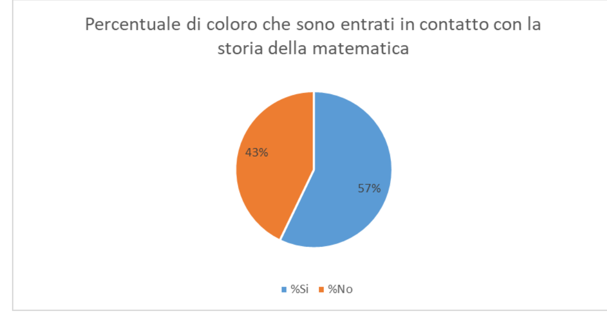
| | |
|---|---|
|  |  |
| Porcentaje de estudiantes italianos que han entrado en contacto con la historia de las matemáticas (57%) | Porcentaje de estudiantes españoles que han entrado en contacto con la historia de las matemáticas (2.6 %) |

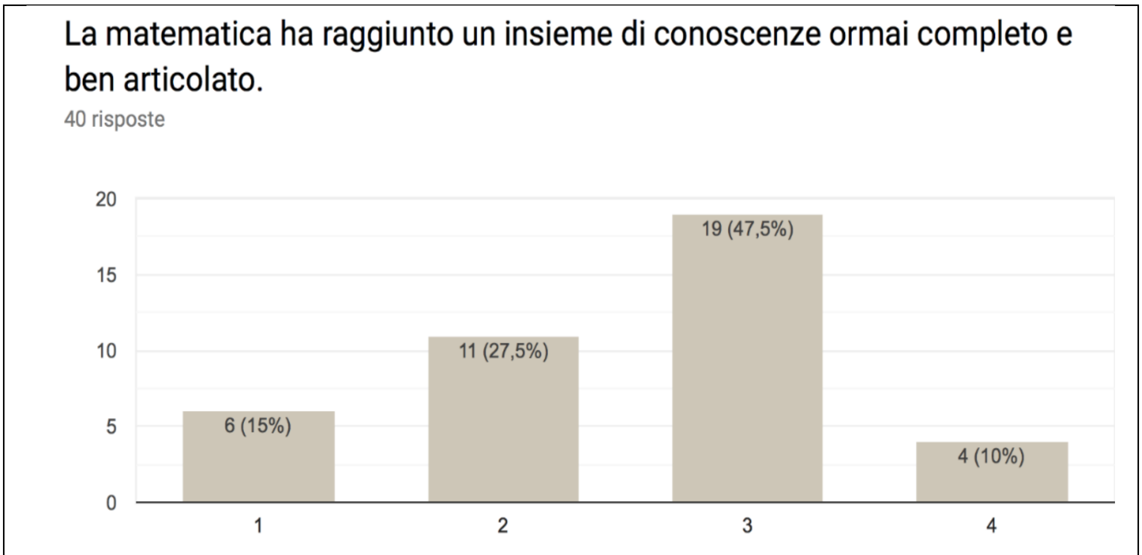
Figura 55: Respuestas a Pregunta 1 (estudiantes italianos vs. estudiantes españoles)

### 4.2. Pregunta 2:

*Indica con un valor entre 1 y 4 tu grado de acuerdo con la siguiente frase:*

*Las matemáticas han llegado a ser un conjunto completo y bien articulado de conocimientos*

Como se puede ver en los gráficos siguientes, una gran mayoría de los participantes españoles (84,2%) han asignado un alto o muy alto grado de acuerdo a esta afirmación, mientras que, en el caso de los participantes italianos, este porcentaje se reduce a un 57,5%. Relacionando estas respuestas con las recogidas en la pregunta 1, se puede afirmar que existe una relación estrecha entre la falta de conocimientos sobre la Historia de las matemáticas y una concepción más rígida de la disciplina matemática.




Las matemáticas han llegado a ser un conjunto completo y bien articulado de conocimientos

Figura 56: Respuestas de docentes y estudiantes italianos a Pregunta 2

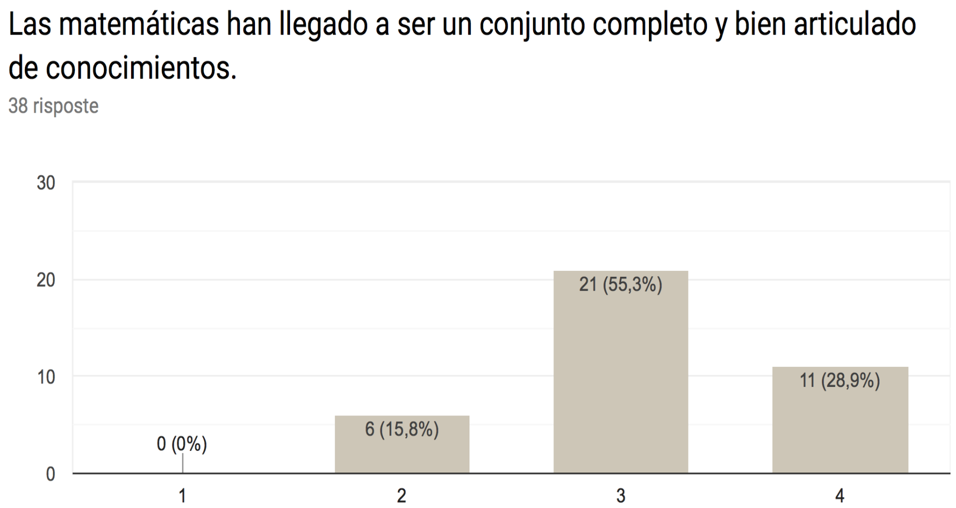



Figura 57: Respuestas de los estudiantes españoles a Pregunta 2

### 4.3. Pregunta 3: A partir de la Historia…

*¿Crees que es interesante transmitir contenidos matemáticos a los alumnos a partir de la historia y la narración?*

A pesar de lo obvia que parecía la repuesta al estudiar los datos proporcionados por los participantes italianos (97,5% contestaron afirmativamente), para los españoles la respuesta no está tan clara. Hay un 23,7% de los estudiantes universitarios españoles que no considera interesante transmitir contenidos matemáticos a los alumnos a partir de la historia y la narración.

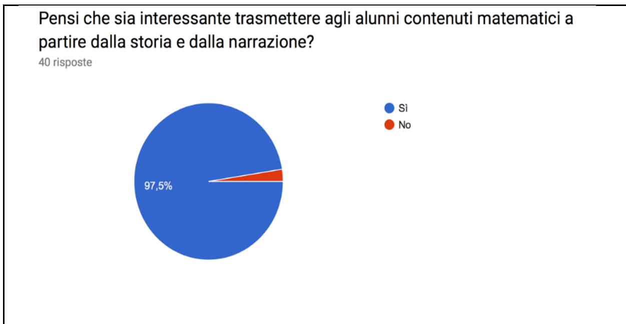
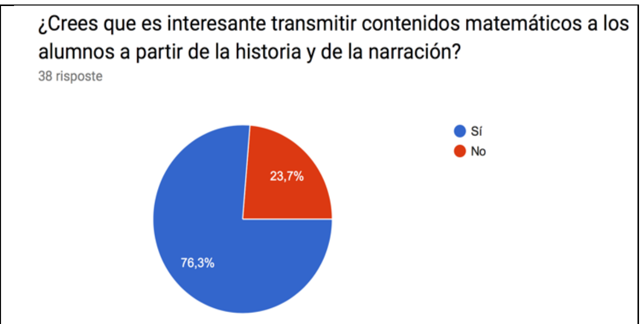
<table>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td colspan="2">¿Crees que es interesante transmitir contenidos matemáticos a los alumnos a partir de la historia y la narración?</td></tr>
<tr><td>Respuestas afirmativas de los participantes italianos a la Pregunta 3 (97.5%)</td><td>Respuestas afirmativas de los participantes españoles a la Pregunta 3 (76.3%)</td></tr>
</table>

Figura 58: Respuestas a Pregunta 3 de los participantes italianos vs. los participantes españoles

### 4.4. Pregunta 4: Sistemas de numeración distintos del nuestro

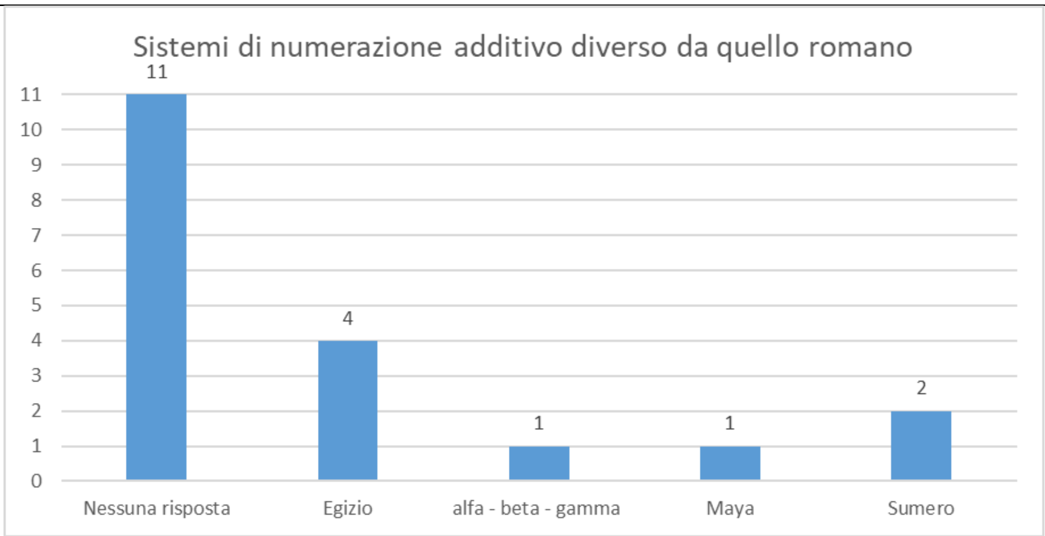
*¿Existen sistemas de numeración distintos de nuestro sistema decimal y posicional?*

La unanimidad que existe en las respuestas, tanto entre los participantes italianos (97,5%) como entre los españoles (97,4 %) nos hace reconsiderar que esta pregunta siga poniéndose en el cuestionario, al menos de la forma en que está redactada.

### 4.5. Pregunta 5:

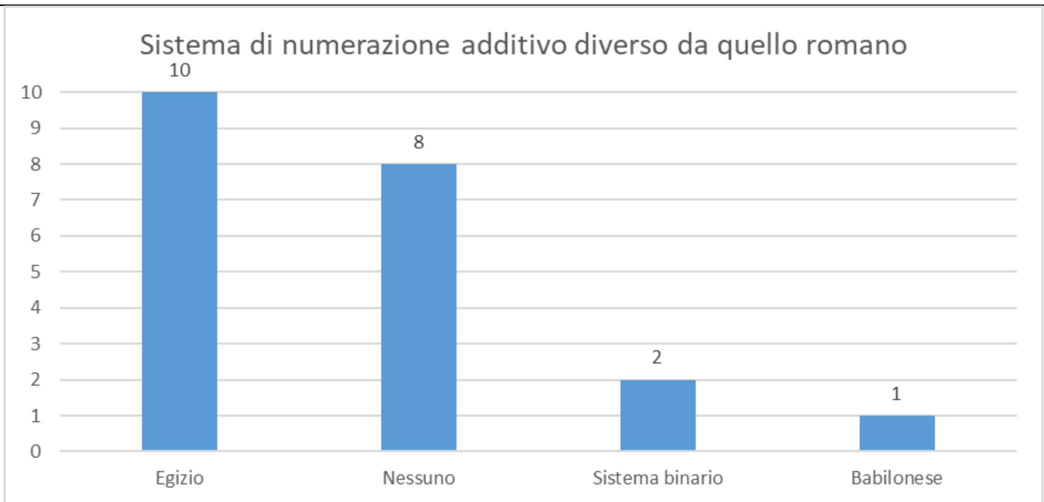
*Menciona un ejemplo de un sistema de numeración aditivo que no sea el romano, si lo conoces*

Llama la atención que un alto porcentaje de los docentes, un 58%, no conoce ningún sistema de numeración aditivo distinto del romano. Los participantes que nombran alguno se refieren en su mayoría al sistema egipcio, aunque también el sistema maya y el sumerio aparecen citados. En el caso de los estudiantes universitarios italianos, los ejemplos se repiten, aunque en este caso, existe casi un 40% de participantes que no conocen un sistema aditivo distinto del romano. Este porcentaje es mayor si analizamos las respuestas de los participantes españoles, en las que encontramos un 80% de participantes que afirma no conocer un sistema aditivo distinto del romano. Además, los sistemas que nombran estos estudiantes, salvo el egipcio, no son aditivos.



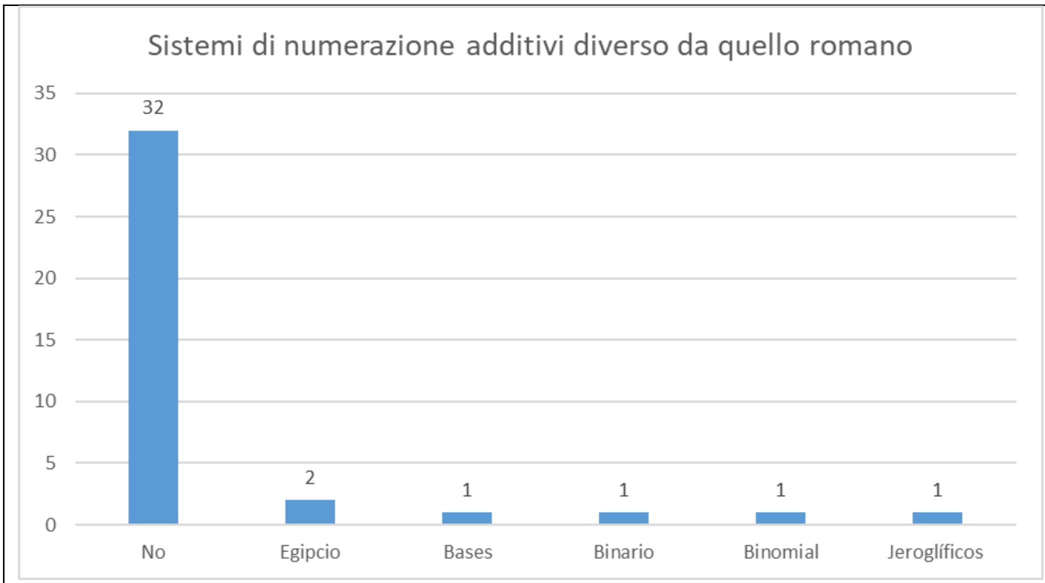

Sistemas de numeración aditivos distintos del romano

Figura 59: Respuestas a Pregunta 5 de los docentes italianos




Sistemas de numeración aditivos distintos del romano

Figura 60: Respuestas a Pregunta 5 de los estudiantes italianos

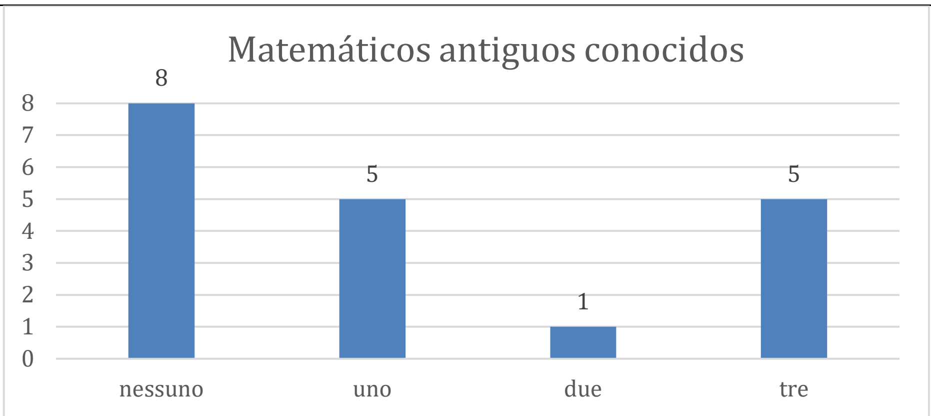



Sistemas de numeración aditivos distintos del romano

Figura 61: Respuestas de estudiantes españoles a la pregunta 5

**4.6. Pregunta 6:** *Todos conocemos matemáticos griegos famosos, Pitágoras, Euclides, Arquímedes y Tales. ¿Conoces algún otro matemático antiguo? Si es así, escribe de quién se trata*:

Puesto que cada participante podía escribir tres nombres, el total de matemáticos que podían haber aparecido era alto. Sin embargo, varios participantes dejaron la respuesta en blanco o indicaron menos de tres nombres de matemáticos. Por ello, hemos decidido realizar un histograma para mostrar el número de participantes que ha dado uno u otro número de respuestas.




ninguno – uno – dos – tres

Figura 62: número de nombres dados por los docentes italianos como respuesta a la pregunta 6

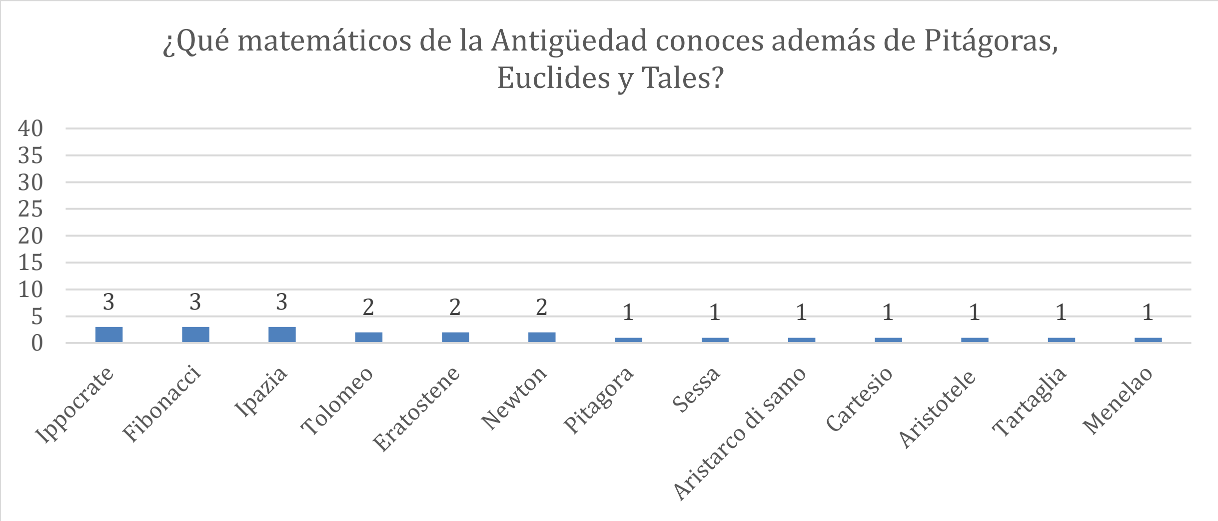



Figura 63: Respuestas a Pregunta 6 de los docentes italianos

Llama la atención que 8 de los 19 maestros en activo no hayan sabido indicar el nombre de un matemático antiguo que no sea Pitágoras, Euclides, Arquímedes o Tales.

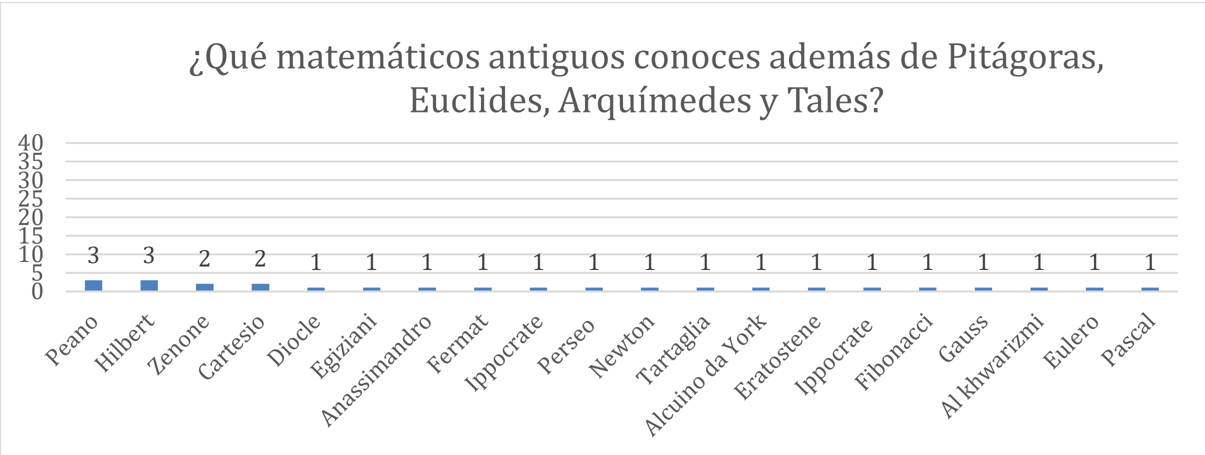
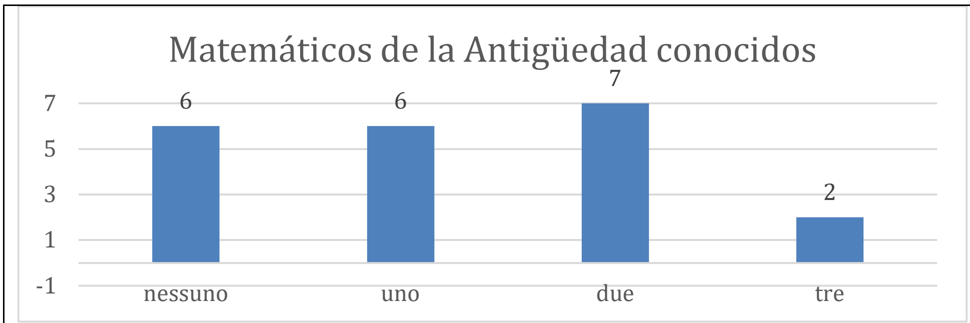



Figura 64: Respuestas a Pregunta 6 de los estudiantes italianos




ninguno – uno – dos – tres

Figura 65: Respuestas a la Pregunta 6 de los estudiantes italianos

Casi un tercio de los 21 estudiantes italianos no ha sabido indicar el nombre de ningún matemático antiguo distinto de los que se les proporcionaban. Y de los nombres que han dado, como se ve en la figura 64, algunos son repetidos y otros no son antiguos.

En el cuestionario en castellano, no se especificaba que los matemáticos fueran distintos de Pitágoras, Euclides, Tales o Arquímedes. Por esa razón, todos los participantes españoles dieron al menos dos nombres. Pitágoras y Tales fueron los más mencionados, junto con otros "intrusos" que no vivieron en la Antigüedad.

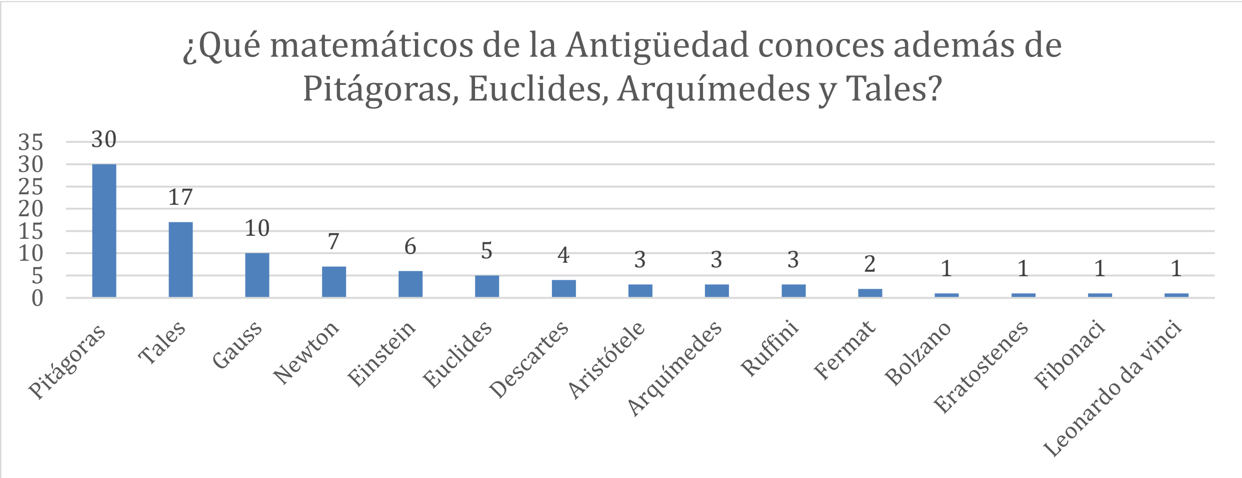



Figura 66: Respuestas a Pregunta 6 de los estudiantes españoles

**4.7. Pregunta 7:** *¿Conoces matemáticos no italianos que hayan vivido después de la Edad Media? En caso afirmativo, escríbelos a continuación*

Casi la mitad de los docentes no han sabido indicar el nombre de un solo matemático no italiano que haya vivido después de la Edad Media.

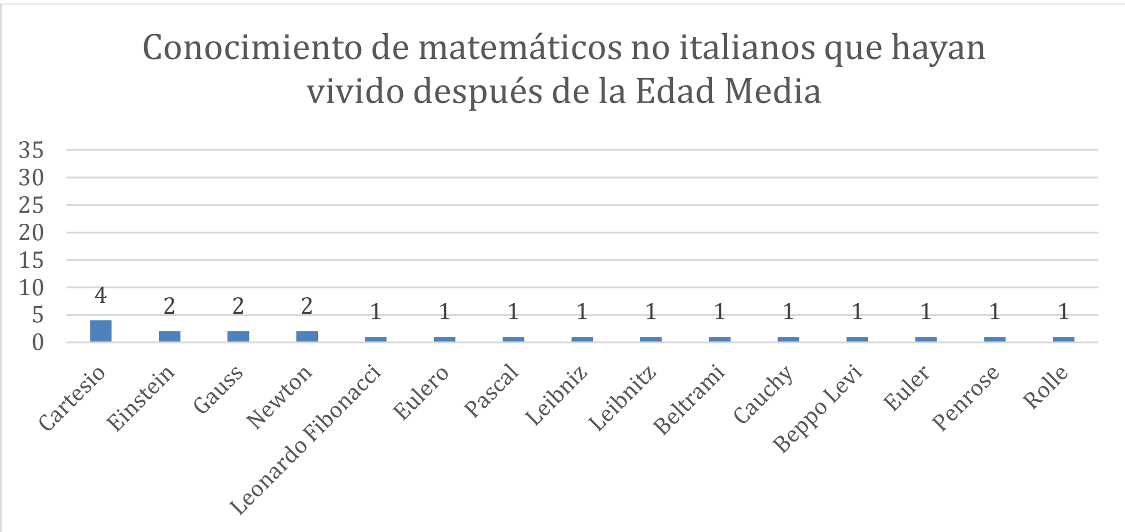
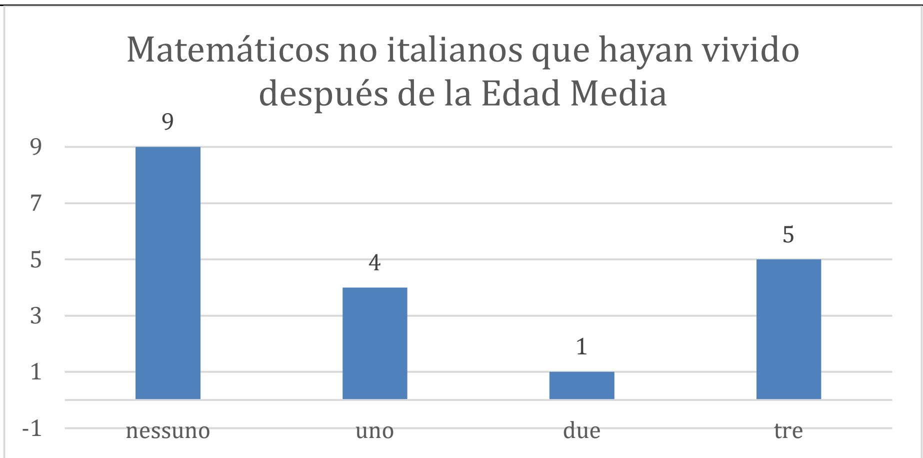



Figura 67: Respuestas a Pregunta 7 de los docentes italianos




ninguno - uno - dos – tres

Figura 68: Respuestas a Pregunta 7 de los docentes italianos

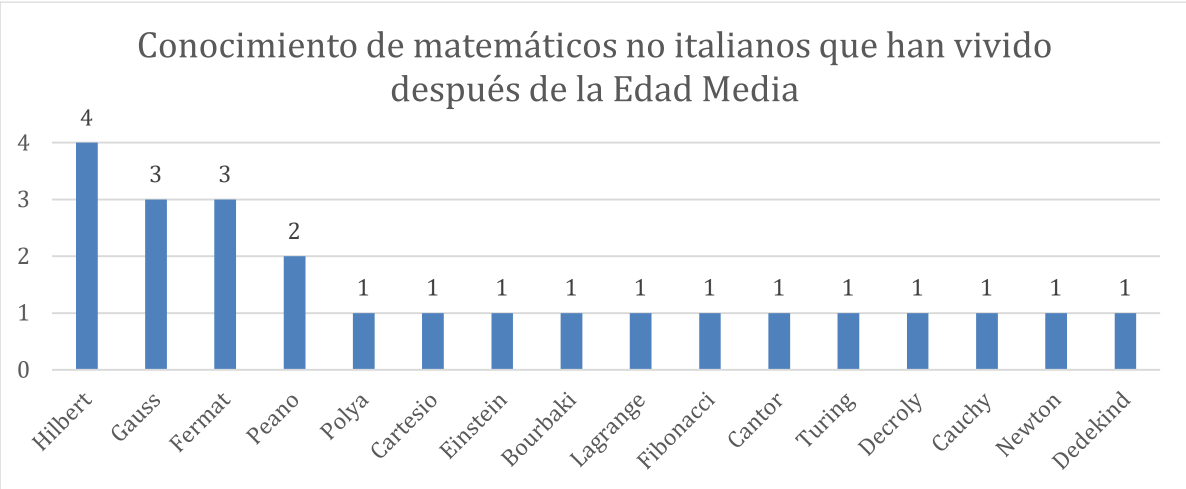
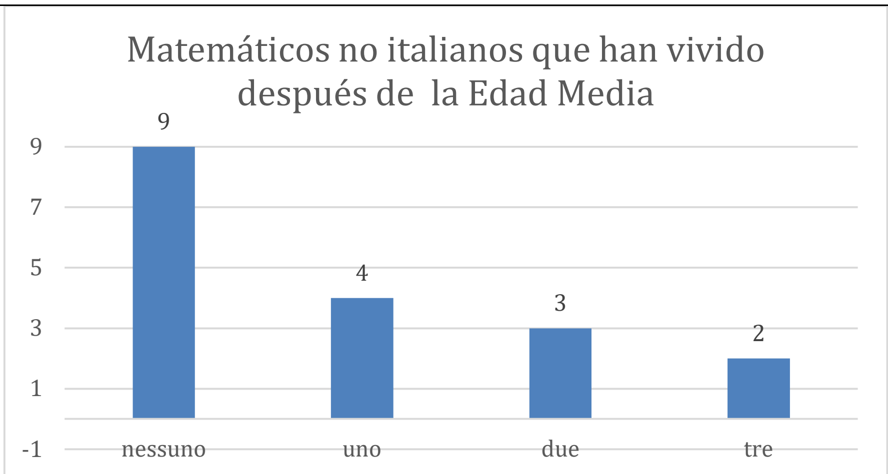



Figura 69: Respuestas a Pregunta 7 de los estudiantes italianos




Ninguno - uno - dos - tres

Figura 70: Respuesta de los estudiantes italianos a la Pregunta 7

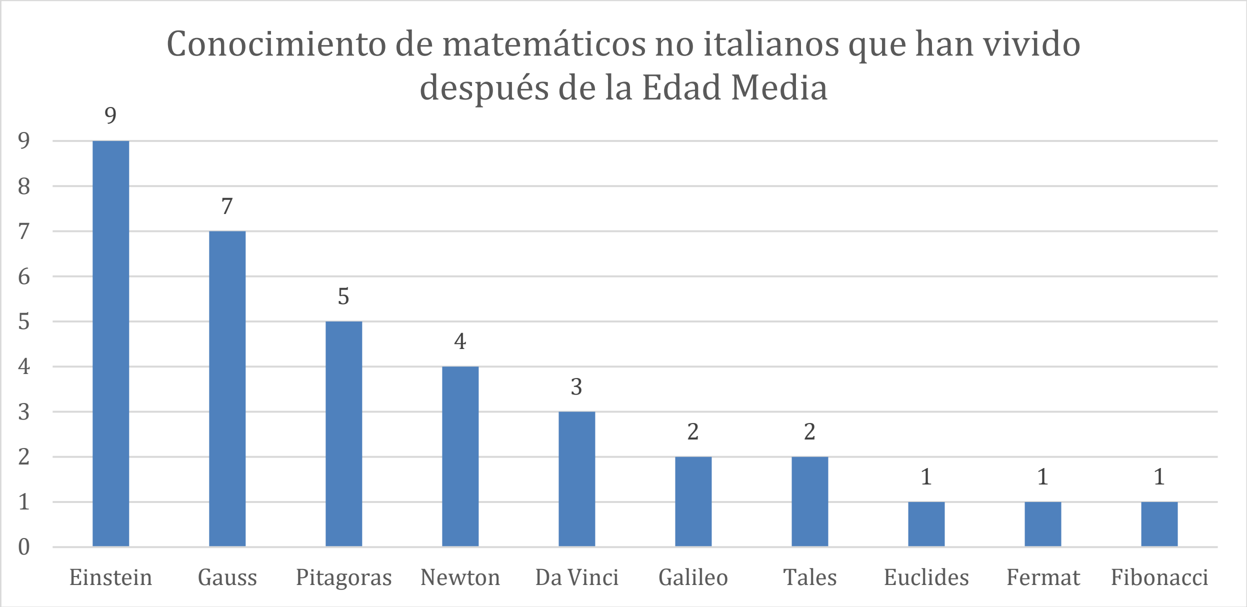



Figura 71: Respuestas a Pregunta 7 de los estudiantes españoles

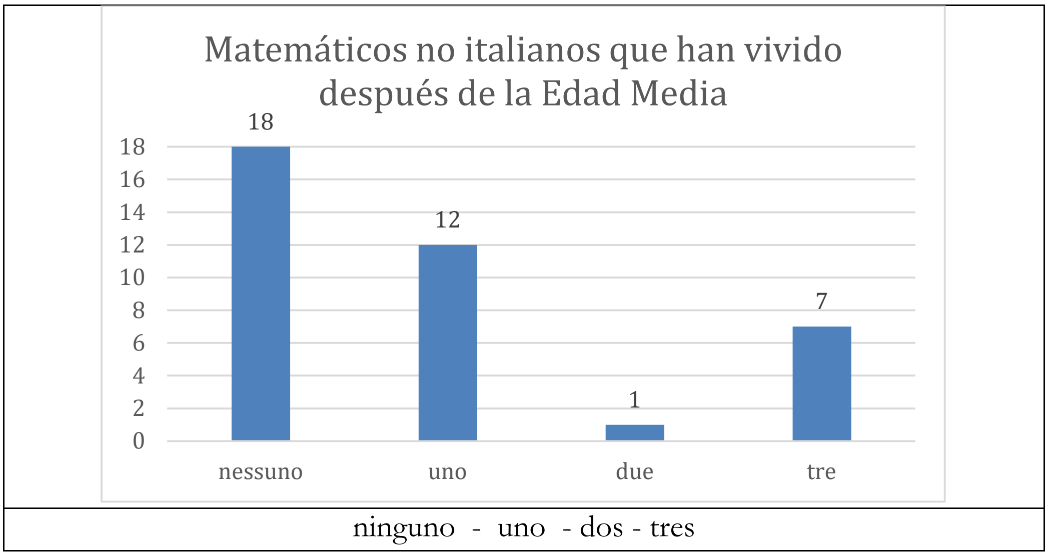
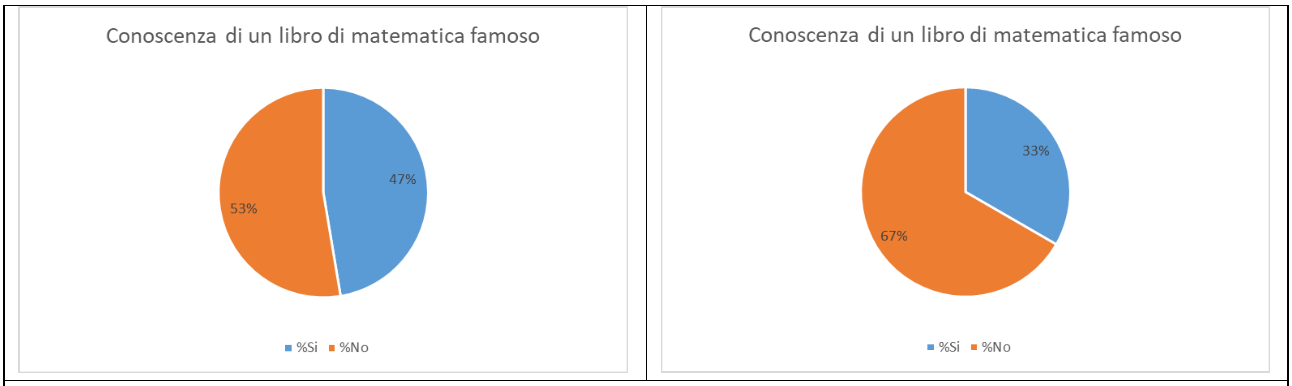



Figura 72: Respuestas a Pregunta 7 de los estudiantes españoles

### 4.8. Pregunta 8: *Si conoces algún libro de matemáticas famoso, escríbelo aquí*

Solo el 47% de los docentes afirma conocer algún libro de matemáticas famoso. Algunos de los libros mencionados coinciden con los que habían citado en la Pregunta 1 como libros de Historia de las Matemáticas, como los De Anna Cerasoli o Bruno D'Amore. Curiosamente, citan en este apartado el libro de Chiara Valerio, *Historia humana de las matemáticas*, el libro de *Didáctica de las Matemáticas*, de Emma Castelnuovo, el famoso libro de Fibonacci, *Liber Abbaci* y un clásico sobre resolución de problemas, *How to solve it*, de G. Polya.

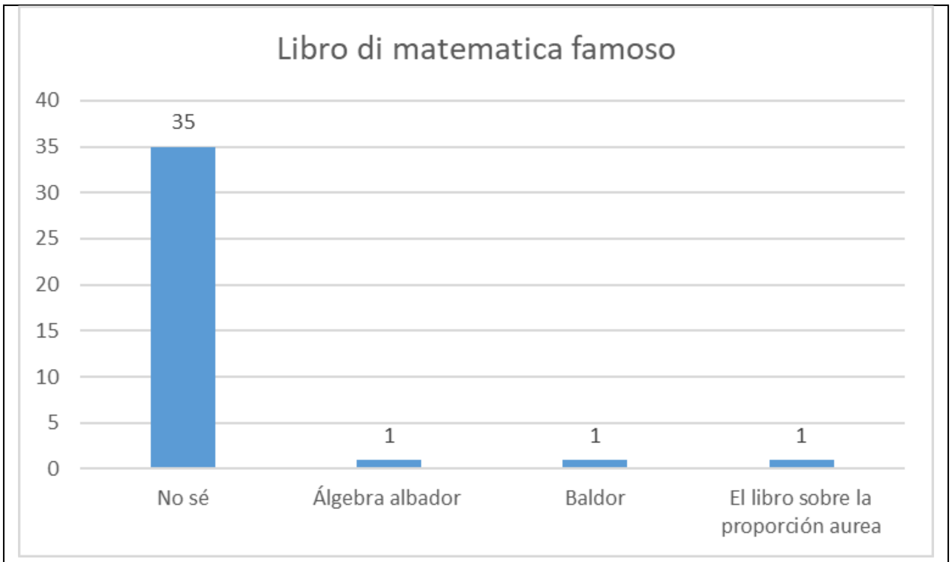
El porcentaje de quienes afirman conocer algún libro famoso de matemáticas baja hasta el 33% si nos fijamos en los estudiantes italianos, quienes mencionan los *Elementos,* además de otros libros mucho más ligeros como *El mago de los números* o *El teorema del papagallo*. El libro *Pensare in matematica*, de Giorgio Israel y Ana Millán Gasca, vuelve a aparecer en esta lista.




Acquaintance with a famous mathematics book

Figura 73: Respuestas a Pregunta 8 de los docentes italianos vs estudiantes italianos

En el caso de los estudiantes españoles, el desconocimiento es más que llamativo, como se muestra en la Figura 74. No se conoce ningún libro de matemáticas famoso a excepción de los tres títulos mencionados (seguramente el nombre "Álgebra albador" se refiere al mismo libro que Baldor), mientras que, en la muestra italiana, casi la mitad de los docentes y un tercio de los estudiantes habían sido capaces de mencionar algún libro famoso de matemáticas.




Conocimiento de algún libro de matemáticas famoso

Figura 74: Respuestas a Pregunta 8 de los estudiantes españoles

**4.9. Pregunta 9:** *En matemáticas en la escuela, el libro de texto es: (máximo dos respuestas)*

- *Un punto de partida*
- *Todo lo que necesitas*
- *Un apoyo*
- *Una carga*

| | No. answers |
|---|---|
| A starting point | 10 |
| A guide | 4 |
| A starting point and a guide | 2 |
| A burden | 4 |

Repuestas de los docentes italianos a la Pregunta 9

| | No. answers |
|---|---|
| A starting point | 5 |
| A guide | 12 |
| A starting point and a guide | 2 |
| A burden | 2 |

Respuestas de los estudiantes italianos a la Pregunta 9

| | No. answers |
|---|---|
| A starting point | 2 |
| A guide | 17 |
| A starting point and a guide | 13 |
| A burden | 1 |
| All you need | 2 |
| All you need and a guide | 1 |
| All you need and a burden | 2 |

Respuestas de los estudiantes españoles a la Pregunta 9

Figura 75: Respuestas a Pregunta 9

Llama la atención la diferencia entre las respuestas de los docentes italianos y las de los estudiantes del mismo país. Mientras que los primeros consideran (en su mayoría) el libro como un punto de partida, los segundos lo califican más de guía para la docencia de matemáticas en la escuela. Esto último es lo que ocurre también con los participantes españoles, aunque una tercera parte de los participantes añade, a la idea de guía, la de punto de partida.

**5. Conclusiones: observaciones, reflexiones y propuestas de mejora**

Al analizar las respuestas dadas al cuestionario, se aprecia una clara diferencia entre los participantes españoles y lo italianos. Estos últimos muestran un mayor aprecio por el uso de la historia de las matemáticas y la narración para la transmisión de contenidos matemáticos, que se traduce en que algunos de ellos han llegado a leer algún libro de matemáticas y conocen un poco mejor la historia de las matemáticas y de sus protagonistas.

En el caso de los participantes españoles, es menos valorado el uso de la historia de las matemáticas y la narración en la enseñanza, seguramente porque no se haya hecho uso de estos recursos en su formación. Esta podría ser también la causa de que los estudiantes españoles muestren una visión más rígida de las matemáticas, como un cuerpo de conocimientos completo y bien articulados, lo que no es compartido tan mayoritariamente por los participantes italianos.

El análisis de resultados nos lleva a considerar importante el diseño de un taller sobre Historia de las matemáticas y su enseñanza dentro de nuestro proyecto que, más que aportar contenidos concretos sobre esta materia, ayude a que los futuros profesores adquieran una visión dinámica de las matemáticas, que puedan transmitir en las escuelas.

Proponemos también algunos cambios en la redacción del propio cuestionario. En este sentido, aunque la pregunta 3 sobre el *interés de transmitir contenidos matemáticos a los alumnos a partir de la historia y la narración*, resulta ser de respuesta obvia para los participantes italianos, el hecho de que casi una cuarta parte de los españoles no considere interesante este planteamiento, hace que mantengamos la pregunta tal y como está redactada.

La que sí encuentra una respuesta unánime es la pregunta 4, sobre si existen o no *sistemas de numeración distintos de nuestro sistema decimal y posicional*. La respuesta resulta obvia para todos los participantes debido a que este tema se trabaja en los programas de educación de maestros tanto en Italia como en España. Por ello, en la nueva versión del cuestionario, se propone sustituirla por la que se recoge en el Anexo Q5, redactada como sigue:

*4. Sistemas de numeración distintos del nuestro:*
*Escribe un ejemplo de sistema de numeración posicional que no sea decimal, si lo conoces*

Por otro lado, la pregunta 6 estaba redactada de distinta forma que en el caso italiano en el cuestionario pasado a los participantes españoles. Se propone la redacción siguiente para todos ellos:

*Todos conocemos matemáticos griegos famosos, Pitágoras, Euclides, Arquímedes y Tales. ¿Conoces algún otro matemático antiguo? Si es así, escribe de quién se trata.*

# Informe del cuestionario Q6: Geometría

**Índice**



## 1. Resumen

En el presente informe, se recoge el proceso de diseño que siguió el cuestionario sobre Geometría, que ha sido ya entregado tanto a profesores en activo como a estudiantes de los grados en maestro de las instituciones asociadas al proyecto ANFoMAM. El análisis de los datos recogidos muestra diferencias claras entre los participantes de las instituciones españolas y los de las italianas, principalmente en la concepción que tienen sobre la naturaleza de la geometría, mucho más ligada a aspectos técnicos en el caso español y más vinculada a la actividad humana, en el caso italiano (anexo Q6[12]).

## 2. Diseño del cuestionario: antecedentes y objetivos

En muchos casos, las matemáticas escolares se han reducido a la aritmética. Aunque en todos los currícula que conocemos aparecen distintos bloques temáticos dedicados a aspectos como la geometría o el tratamiento de la información, las dificultades que muchos niños tienen con los algoritmos y los problemas aritméticos hacen que temas como la Geometría pasen a un segundo plano de la enseñanza matemática en la etapa de Educación Primaria. Los bloques de geometría a menudo se reducen a temas superficiales, como el reconocimiento o la clasificación de figuras, o el cálculo de medidas a través de fórmulas. A esto se une el desconocimiento de la disciplina por parte de los maestros y de la sociedad en general, para quienes las matemáticas se reducen a una serie de procedimientos operatorios que hacen posible realizar una serie de cálculos, bien sea con cantidades discretas, con dinero expresado en moneda o con medidas de magnitudes.

En el proyecto ANFoMAM se diseñará un taller sobre Geometría destinado a profesores en formación tanto inicial como continua. Se trabajará sobre el valor de los conceptos primordiales, que se refieren a conexión, orden, congruencia, comparación, construcción, descomposición. Estos conceptos expresan una visión abstracto-cuantitativa del mundo que nos rodea (en contraste con una visión sintética-cualitativa). La geometría permite diseñar actividades en torno a problemas que se asemejan a los de la investigación matemática, en contraste con los problemas de aritmética tradicionales, que tienden a ser simulaciones de vida cotidiana (y derivan de la formación primaria para los oficios). La geometría es

[12] Cuestionario Q6: https://docs.google.com/forms/d/1oRQY9uQgfo4Y72o0zjX8b25BJ6aCGAcPW6m8dtdRNN8/copy

crucial para transmitir a los profesores el papel formativo de las matemáticas, como disciplina que ayuda a comprender el mundo y a nosotros mismos y a desarrollar el pensamiento conceptual y la imaginación. Como paso previo a la realización de las actividades, se podrá invitar a los participantes a rellenar un cuestionario que les permita reflexionar sobre sus creencias y conocimientos sobre la geometría, así como sobre la forma de trabajar esta parte de las matemáticas en la escuela.

A priori esperamos encontrar diferentes perfiles de participantes:

- Estudiantes de grado y profesores en activo que vean las matemáticas como una disciplina ya construida y terminada. Para estos participantes, la enseñanza de la geometría consistiría en transmitir una serie de conceptos previamente determinados, por lo que es de esperar que, cuando se encuentren en las aulas escolares, realicen principalmente actividades de reconocimiento y clasificación de figuras geométricas. De igual forma, trabajarán las cuestiones de medida de longitud y de área de una forma mecánica, proporcionando a los alumnos métodos o fórmulas para el cálculo de áreas o los cambios de unidades.

- Participantes con una idea dinámica de las matemáticas, para quienes la enseñanza de la geometría será una oportunidad de dar a conocer la forma en que la disciplina se ha ido desarrollando, como un modo de representar el espacio real en el que nos movemos y de dar respuesta a problemas a los que se han enfrentado distintas civilizaciones a lo largo de la historia de la humanidad. Esta visión llevaría consigo una forma más activa de trabajar la geometría en el aula, en la que los alumnos pudieran realizar actividades de construcción y de descubrimiento matemático mediante la experimentación y la observación.

**3. Recogida de datos**

El cuestionario se ha entregado a los siguientes participantes:

- Estudiantes de los Grados en Maestro de la Universidad Pública de Navarra (38)
- Estudiantes del laboratorio de Matemáticas y Didáctica de la Matemática canal B, (Geometría, Escritura, Expresión) de la URT, donde habían desarrollado una reflexión sobre la geometría elemental y sobre su enseñanza (32)
- Estudiantes del curso de Matemáticas y Didáctica de las matemáticas, que habían reflexionado previamente sobre el trabajo de la geometría con niños (16)
- Estudiantes del Grado en Maestro de la Universidad de Zaragoza (89)
- Docentes participantes en las actividades de Tokalon Matematica (43)

**4. Análisis de los datos**

Los requisitos previos para el procesamiento de todos los datos recogidos son:

1. Para todas las preguntas en las que se requería indicar dos o tres palabras, se han hecho las siguientes simplificaciones:

– Palabras presentes en plural y en singular: se ha elegido una de las dos formas (por ejemplo, en lugar de distinguir *calcolo* y *calcoli*, se han unificado bajo la forma *calcolo* o *cálculo* en castellano).

– Palabras presentes como sustantivo o como verbo: se ha elegido una de las dos formas (por ejemplo, las palabras *conteggio* y *contare* se han unificado bajo la forma *contare*, o *contar* en castellano).

– Palabras presentes como sustantivo o como adjetivo: se ha elegido una de las dos formas (por ejemplo, en el caso de *creativo* e *creatività*, se ha elegido *creatività,* o *creatividad* en castellano*).*

– Algunos grupos de palabras que se referían a un concepto reconocible único han sido unificados bajo una única forma, con preferencia por la más citada (por ejemplo, para *trigonometria, seno e coseno* y *funzioni goniometriche,* se ha elegido la palabra *trigonometria*).

2. Los números de 1 a 4 reflejan las siguientes expresiones cualitativas:
   1 = nada en absoluto; 2 = poco; 3 = bastante; 4 = mucho

3. El análisis reagrupa los datos separando los cuestionarios procedentes de Italia (distinguiendo a su vez entre alumnos y docentes) de los procedentes de España, que se comparan con los anteriores.

4. En algunos casos los gráficos de datos de Italia reagrupan a estudiantes y docentes; en otros, se ha preferido desglosarlos.

5. Se han elaborado los datos en forma gráfica, y seguidamente se ha realizado un análisis cualitativo, que ha incluido una reunión de los investigadores para discutir colectivamente las distintas perspectivas.

Analizamos las respuestas obtenidas para cada una de las preguntas:

**4.1. Pregunta 1:**
*Cuando piensas en la Geometría, ¿cuáles son las tres palabras que te vienen a la mente?*

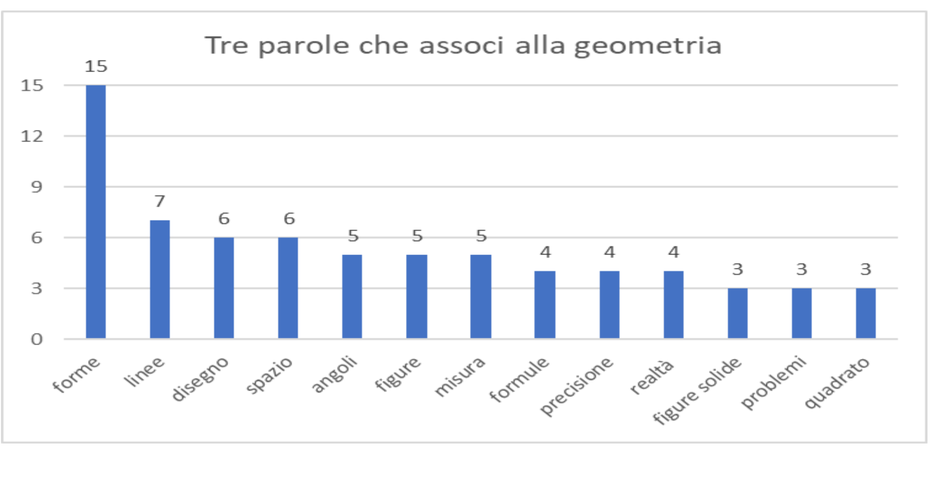
Entre los docentes italianos, estas son las palabras que aparecen solo una vez:

*Armonía, arte, círculo, colores, concreto, entornos, descubrimiento, desafío, egipcios, entidades geométricas, evolución, fascinante, figuras geométricas, figuras planas, instrumentos, jardín con fuente, juego con polígonos, rascacielos, huellas, lápiz, línea recta, mapas, mundo en el que vivimos, objetos, observación, pavimentos, percepción, perfección, mapa, plano cartesiano, Pitágoras, polígonos, razonamiento, reglas, relación, simetría, tierra*

Estas, las que aparecen dos veces:

*Abstracción, centímetros, construcción, creatividad, dificultad, edificios, intuición, punto, teoremas, triángulos*

Las palabras que aparecen más veces se recogen en el siguiente gráfico, junto con el número de veces que aparece cada una de ellas:



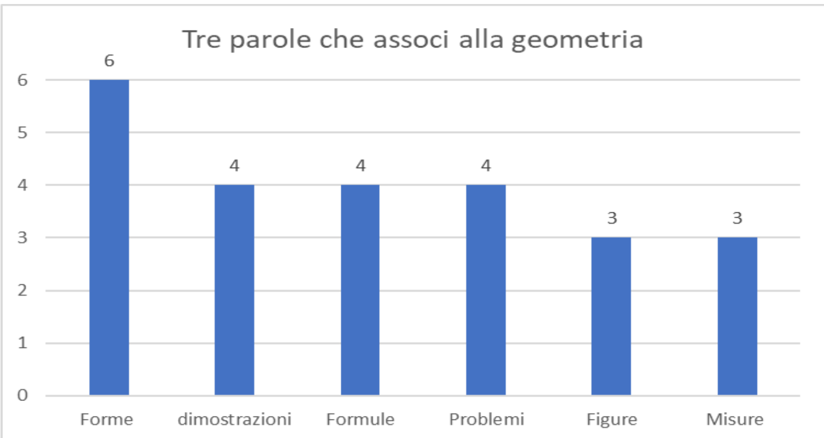

| |
|---|
| *Formas, líneas, diseño, espacio, ángulos, figuras, medida, fórmulas, precisión, realidad, figuras sólidas, problemas, cuadrado* |

Figura 76: Respuestas a la Pregunta 1 de los docentes italianos

En el caso de los estudiantes italianos, las palabras que aparecen solo una vez son las siguientes:

> *Aburrido, ángulos, áreas, complejidad, continuidad, corolario, difícil, diseño, fascinante, imaginación, interesante, intuición, misteriosa, naturaleza, plano cartesiano, representación, símil, solución, teorema, Teorema de Pitágoras, vida cotidiana*

Solo ha habido una palabra que ha aparecido dos veces: *Segmentos*. Las palabras que han aparecido más de dos veces, junto con el número de veces que ha aparecido cada una de ellas, se recogen en la siguiente gráfica




| Tres palabras asociadas con la geometría |
|---|
| *Formas, demostraciones, fórmulas, problemas, figuras, medidas* |

Figura 77: Respuestas a Pregunta 1 de los estudiantes italianos

Entre los estudiantes españoles, las palabras que aparecen una sola vez en la Pregunta 1 son:

> *Aburrida, armonía, arquitectura, cálculo de área, círculo, concentración, construcciones, cubos, ecuaciones, ejercicios más mecánicos*[13] *, figuras tridimensionales, Geogebra, habilidad, habilidad mental, interesante, longitud, manipulativo, no es tan simple como parece, orientation y perspectiva espacial, poliedros, precisión, profundidad, propiedades, proyecciones/perspectivas, radio, relaciones entre figuras, representación, segmento, simetría, transportador de ángulos*

Las que aparecen dos veces son las siguientes:

*Abstracción, áreas, cuadrado, escuadra, lados, números, perspectiva, Pitágoras, policubos, prismas, rectas*

Las que aparecen más veces se recogen en el siguiente gráfico:

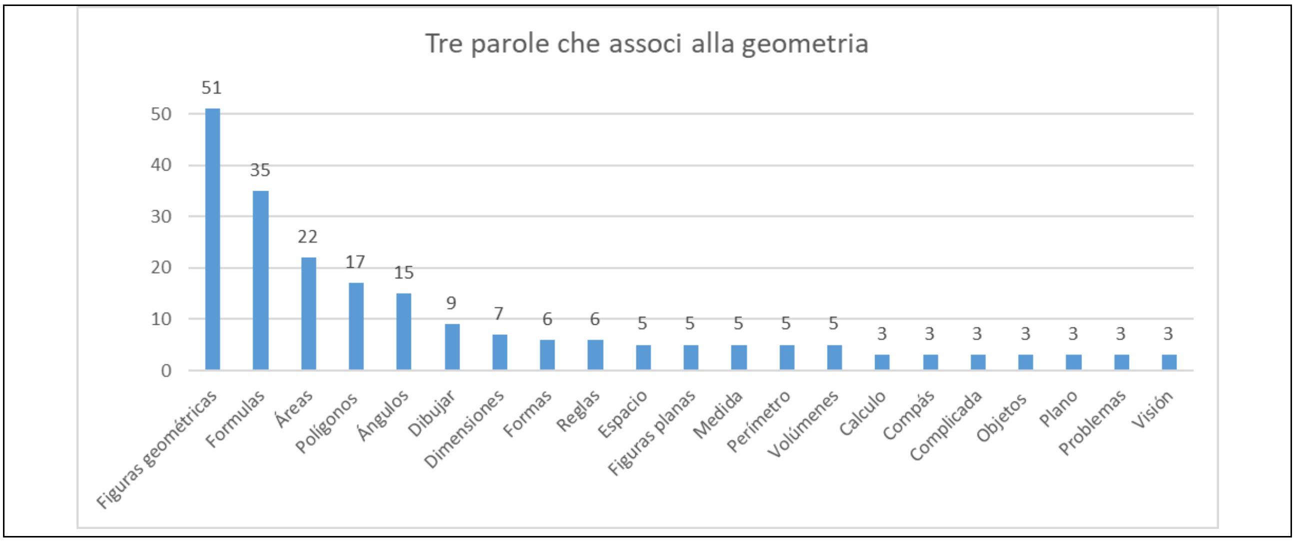



Figura 78: Palabras que aparecen más de dos veces entre los participantes españoles (Pregunta 1)

Establecemos algunas comparaciones entre las respuestas dadas en los cuestionarios italiano y español tras un análisis cualitativo de estos datos. Salta a la vista que el aspecto humano vinculado a las matemáticas, resaltado, aunque parcialmente, por los cuestionarios italianos, está casi totalmente ausente en los españoles.

### 4.2. Pregunta 2:

*Entre aritmética y geometría, ¿qué prefieres?*

En este caso, queríamos crear tres gráficos: uno para los participantes italianos en general, otro solo para maestros italianos y un tercero solo para estudiantes italianos. Es interesante ver cómo el resultado del primer gráfico no deja adivinar lo que aparece en los otros dos.
En el caso de los estudiantes italianos, la respuesta es mayoritariamente aritmética, en mayor proporción aún (75%) que en el caso de los estudiantes españoles (60,7%).

---

13 (experiencia personal, construcción de una imagen estereotipada)

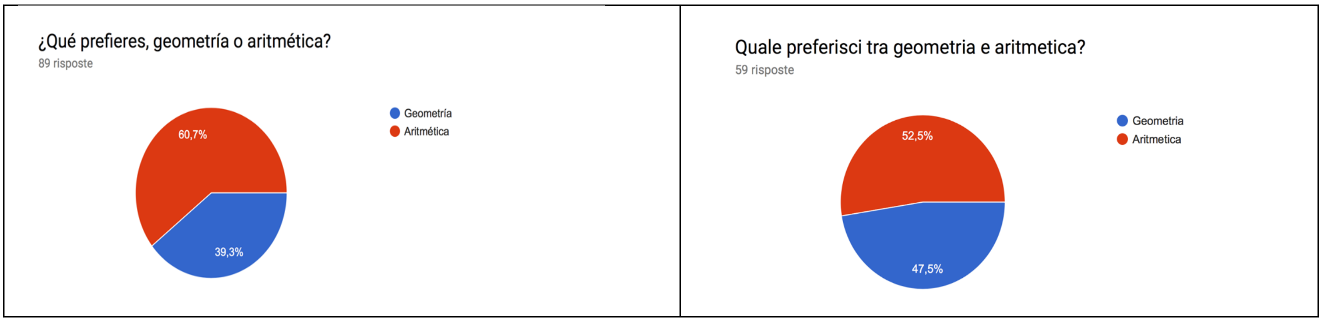



Figura 79: Respuestas a la Pregunta 2 de los participantes españoles frente a los italianos en general

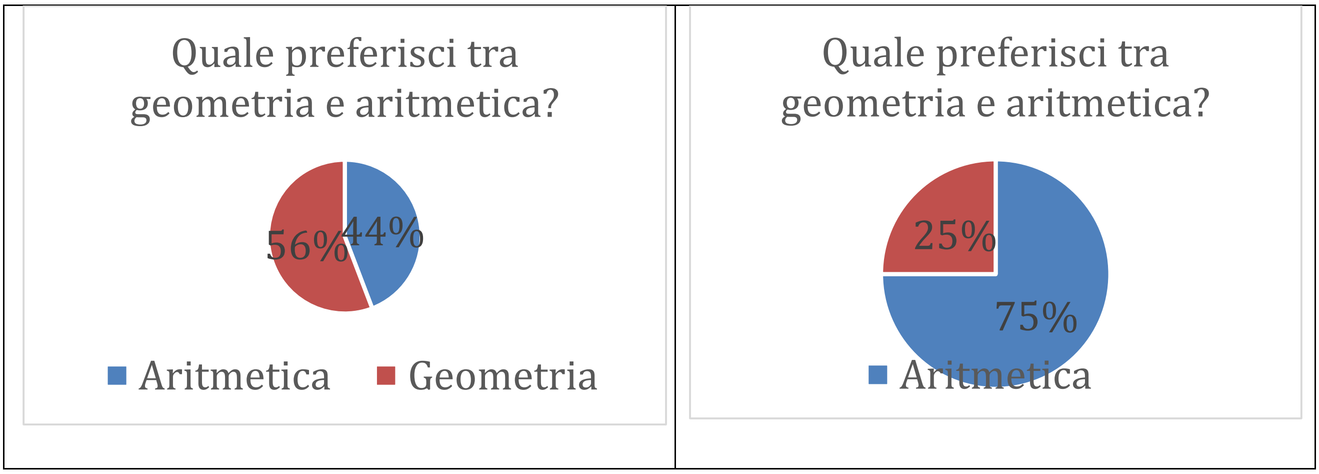



Figura 80: Respuestas a la Pregunta 2 de los profesores italianos frente a las de los estudiantes italianos

**4.3. Pregunta 3:**

*¿Por qué geometría empezamos? ¿Presentamos antes la geometría sólida o la plana?*

En este caso, no hay diferencias entre los datos analizados por separado (docentes por un lado y estudiantes por otro) y los datos conjuntos de los participantes italianos. Además, como se ve, prácticamente la mitad de los participantes piensa de un modo y la otra mitad del modo contrario. Es llamativo el contraste entre estas respuestas y las de los estudiantes españoles, quienes mayoritariamente eligen empezar por la geometría plana.


Figura 81: Respuestas a la Pregunta 3 de los participantes Italianos frente a los españoles

**Pregunta 4:** *Indica con un valor entre 1 y 4 lo importante que consideras las siguientes actividades en Geometría*

En el caso de los participantes italianos, como se ve en los siguientes gráficos, las actividades mejor valoradas, con un valor 4 en el 80% de la muestra, han sido: *trabajar con las manos, dibujar, observar* y *comparar*, mientras que las que han resultado peor valoradas han sido *memorizar* y *conocer las fórmulas*, a las que solo un 23,7% y un 27,1% respectivamente de los participantes les atribuyó el valor 4.

Presentamos el gráfico de cada término en el caso italiano en primer lugar y, después, en el caso español, en el que sorprende que la puntuación de 4 solamente ha llegado a superar el 50% de los casos en *trabajar con las manos* y *comparar*.

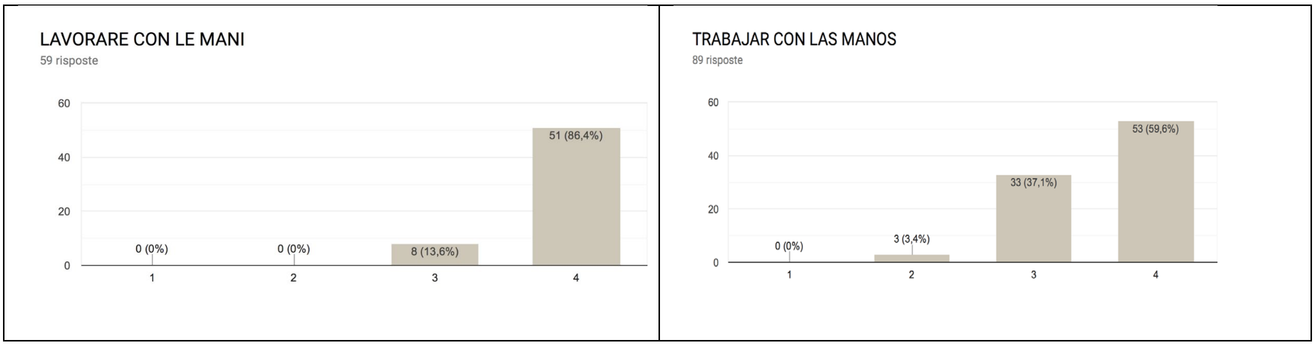



Figura 82: Respuestas a la Pregunta 4a de los participantes italianos y de los participantes españoles

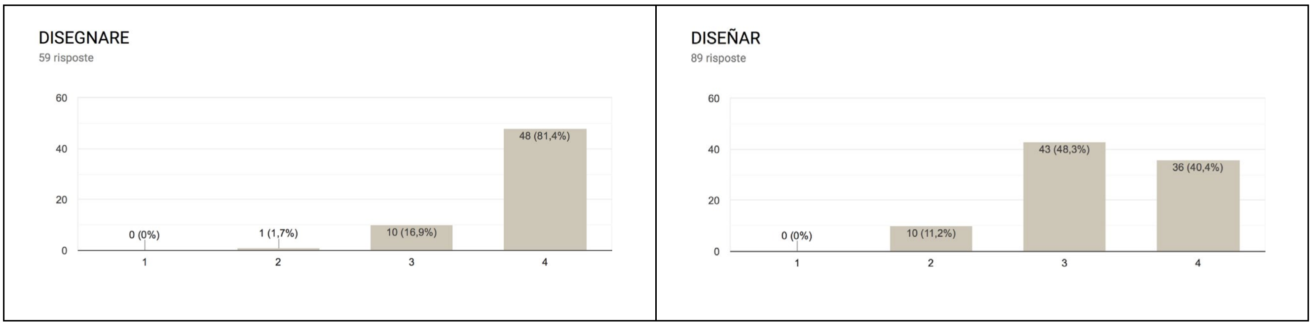



Figura 83: Respuestas a la Pregunta 4b de los participantes italianos y de los participantes españoles

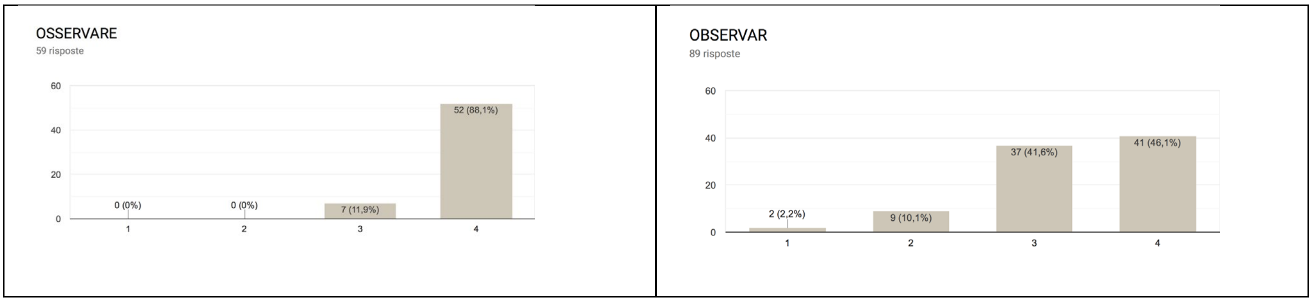



Figura 84: Respuestas a la Pregunta 4c de los participantes italianos y de los participantes españoles

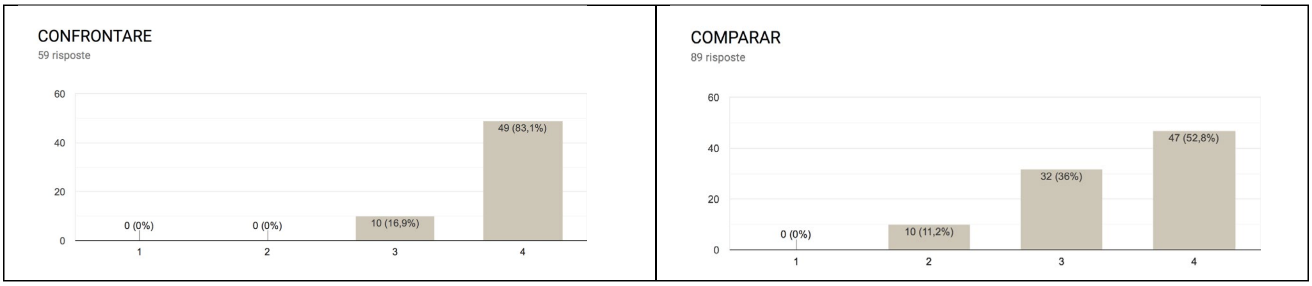



Figura 85: Respuestas a la Pregunta 4d de los participantes italianos y de los participantes españoles

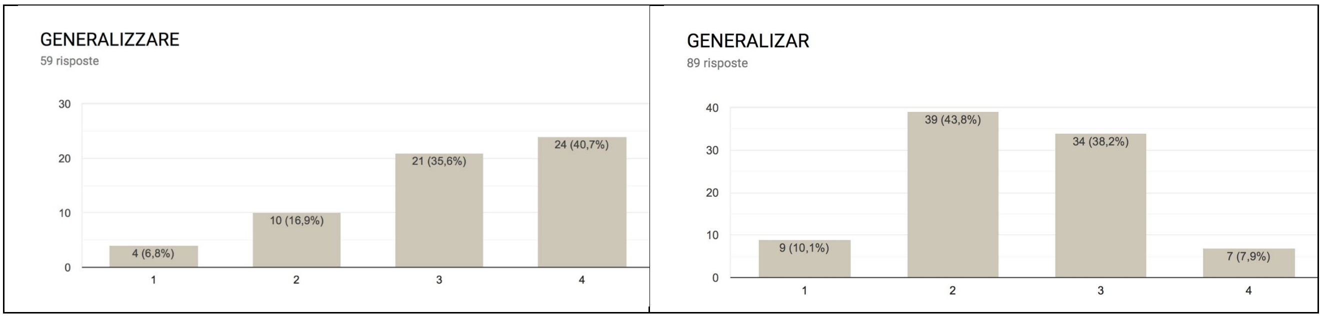



Figura 86: Respuestas a la Pregunta 4e de los participantes italianos y de los participantes españoles

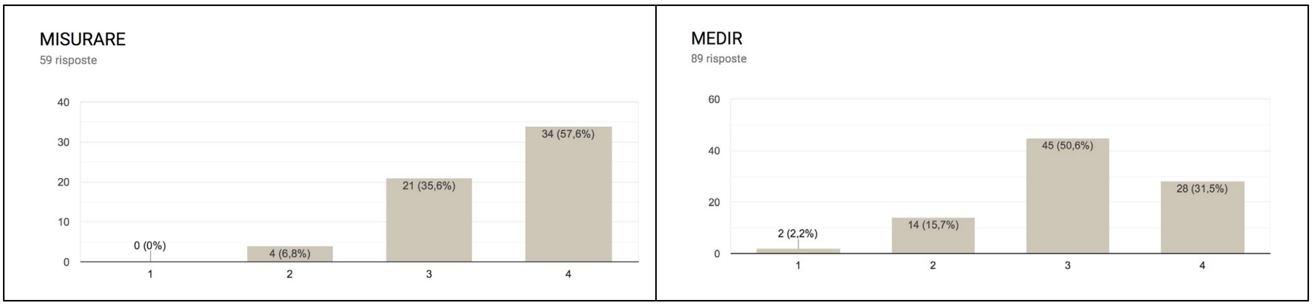



Figura 87: Respuestas a la Pregunta 4f de los participantes italianos y de los participantes españoles

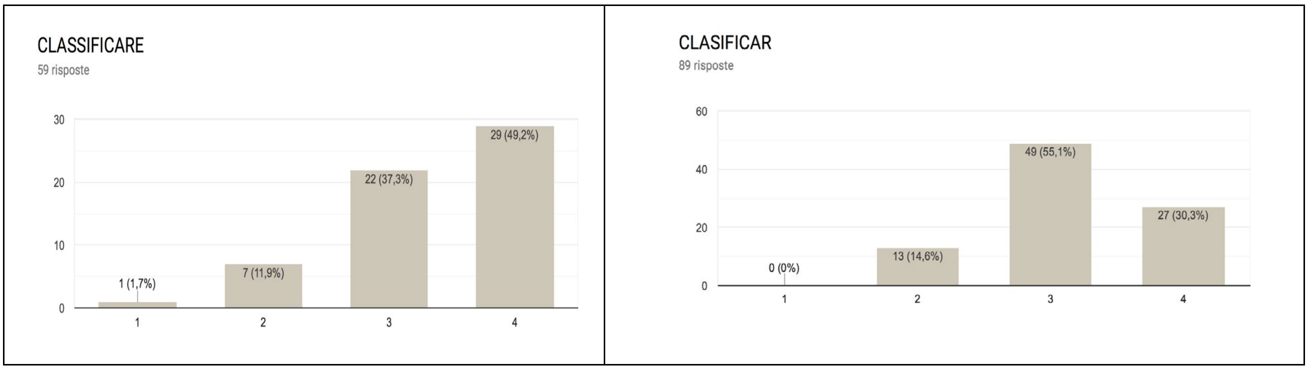



Figura 88: Respuestas a la Pregunta 4g de los participantes italianos y de los participantes españoles

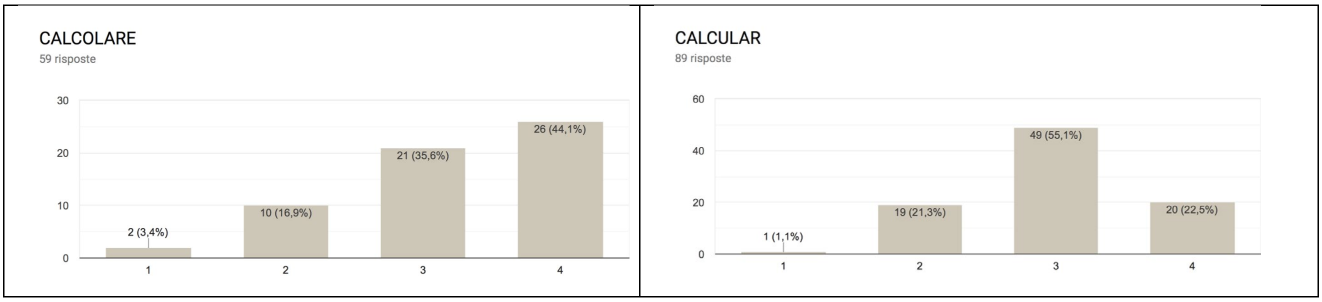



Figura 89: Respuestas a la Pregunta 4h de los participantes italianos y de los participantes españoles

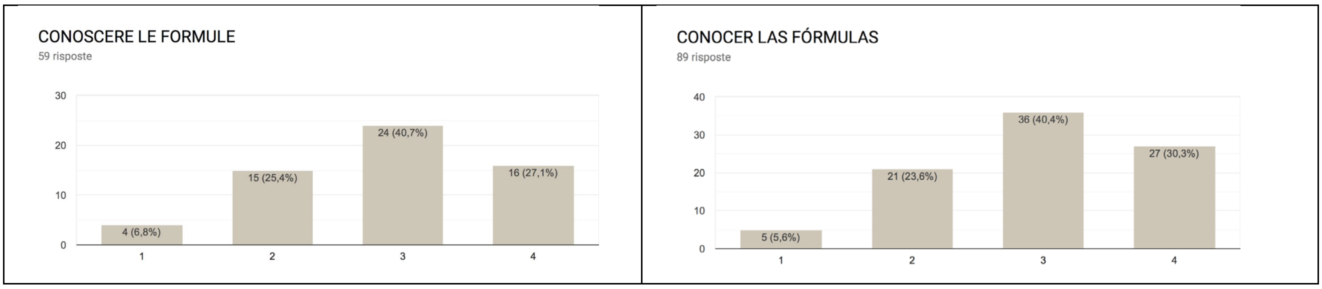



Figura 90: Respuestas a la Pregunta 4i de los participantes italianos y de los participantes españoles

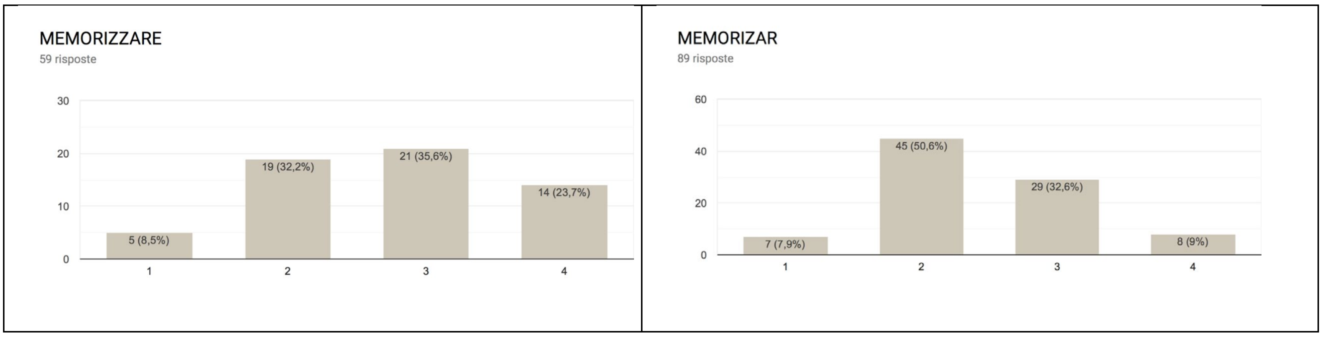



Figura 91: Respuestas a la Pregunta 4j de los participantes italianos y de los participantes españoles

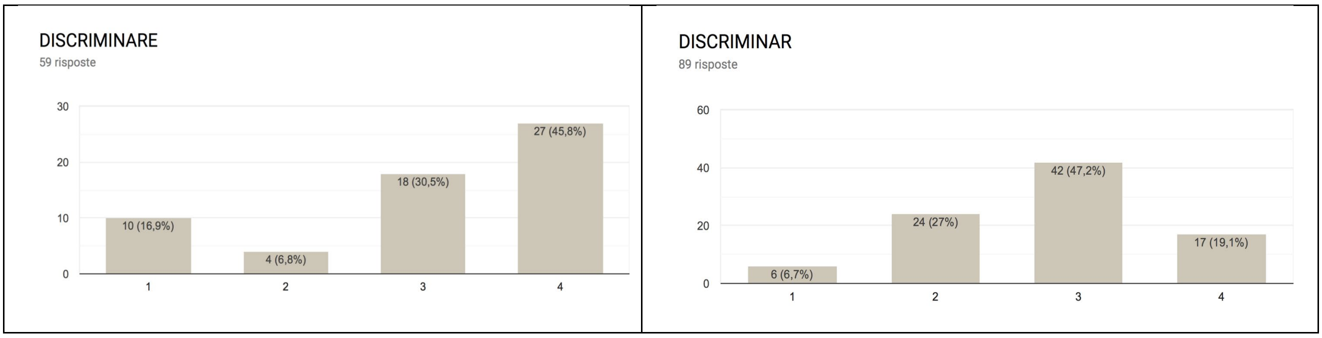



Figura 92: Respuestas a la Pregunta 4k de los participantes italianos y de los participantes españoles

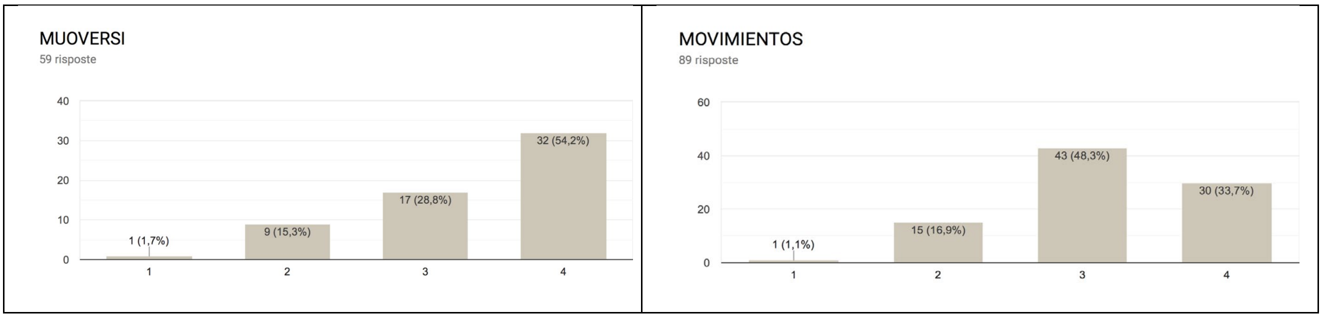



Figura 93: Respuestas a la Pregunta 4l de los participantes italianos y de los participantes españoles

**Pregunta 5:**
*Indica con un número del 1 al 4 lo importantes que consideras los siguientes temas en Geometría.*

Recogemos, tema por tema, la opinión de los participantes italianos, docentes y estudiantes juntos, en primer lugar y, después, la de los participantes españoles.

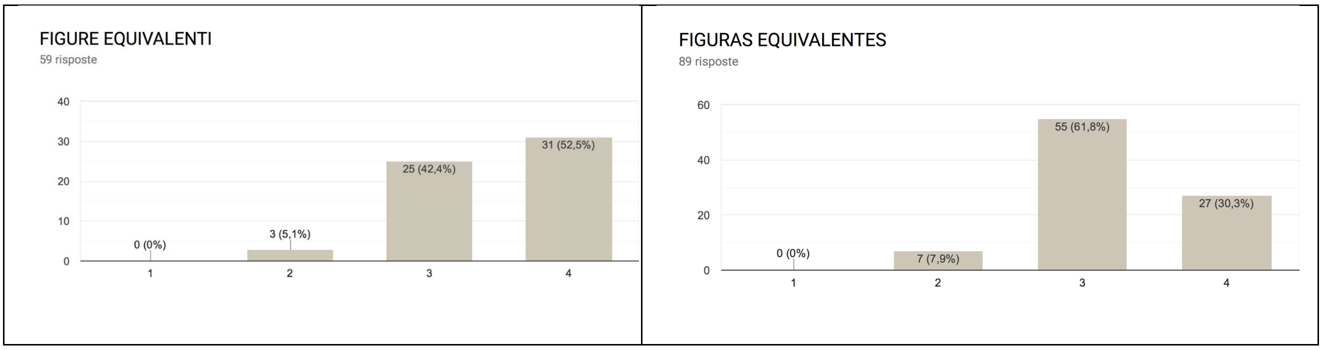



Figura 94: Respuestas a la Pregunta 5a de los participantes italianos y de los participantes españoles

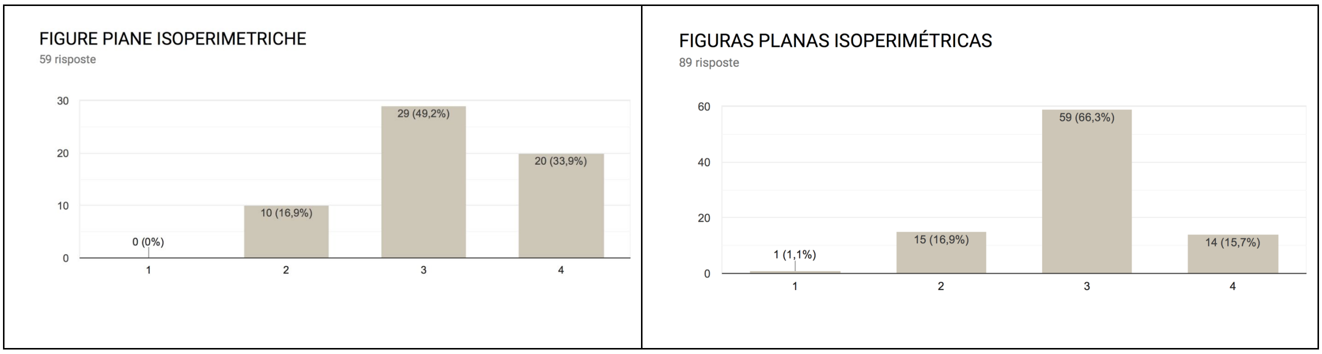



Figura 95: Respuestas a la Pregunta 5b de los participantes italianos y de los participantes españoles

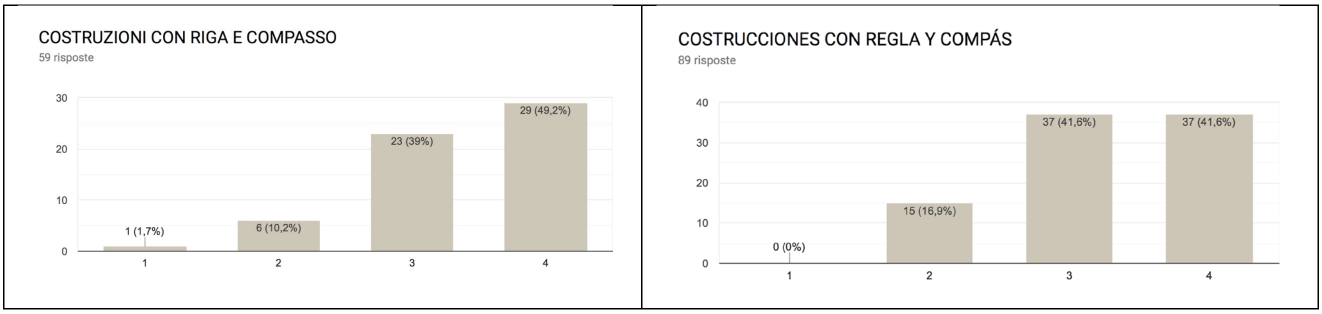



Figura 96: Respuestas a la Pregunta 5c de los participantes italianos y de los participantes españoles

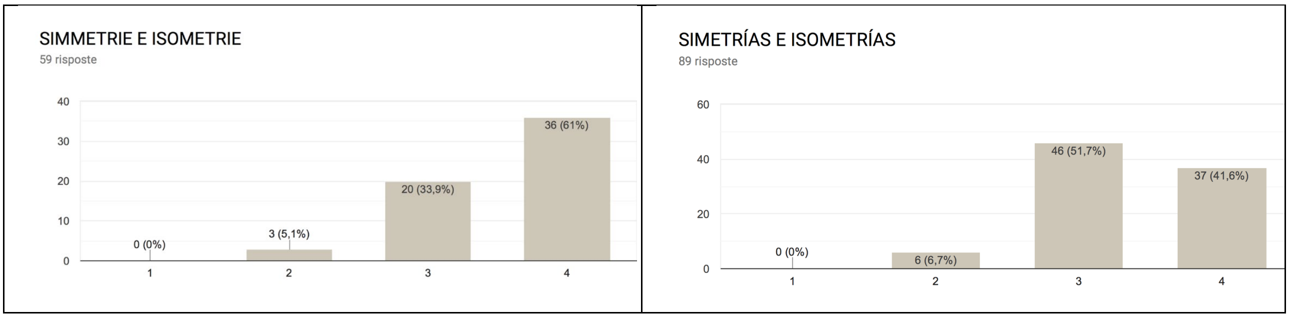



Figura 97: Respuestas a la Pregunta 5d de los participantes italianos y de los participantes españoles

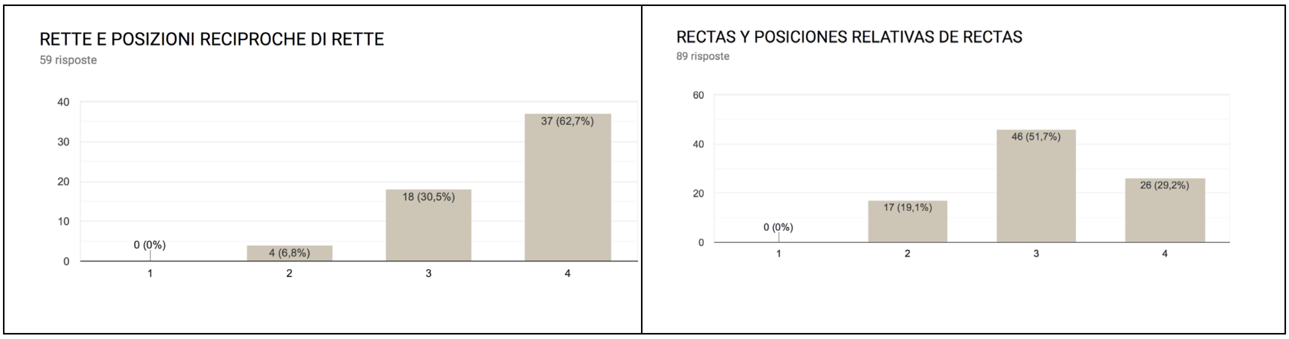



Figura 98: Respuestas a la Pregunta 5e de los participantes italianos y de los participantes españoles

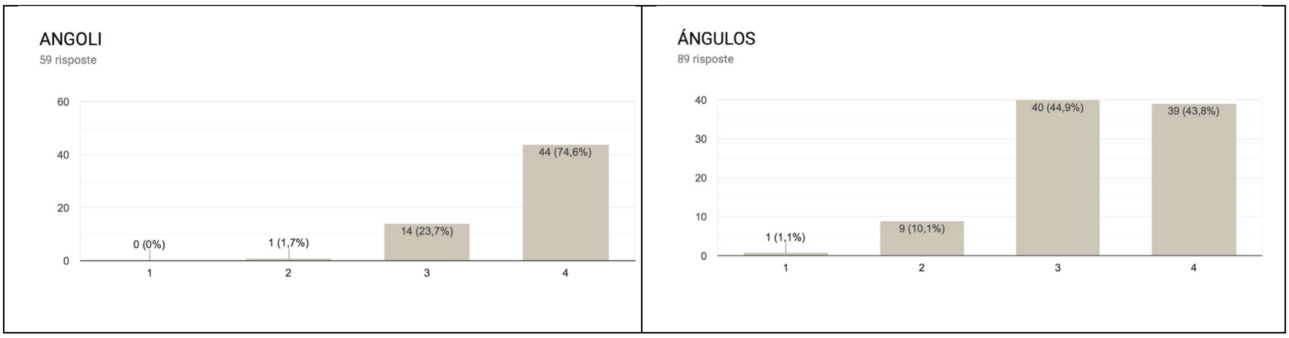



Figura 99: Respuestas a la Pregunta 5f de los participantes italianos y de los participantes españoles

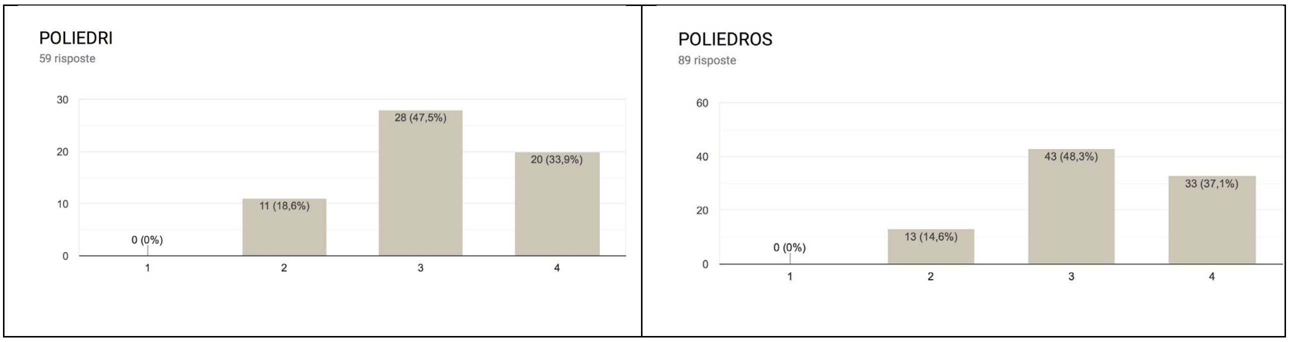



Figura 100: Respuestas a la Pregunta 5g de los participantes italianos y de los participantes españoles

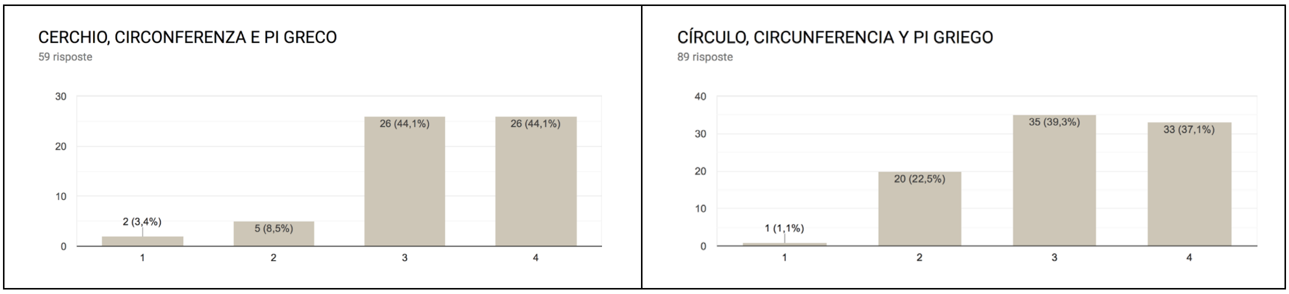



Figura 101: Respuestas a la Pregunta 5h de los participantes italianos y de los participantes españoles

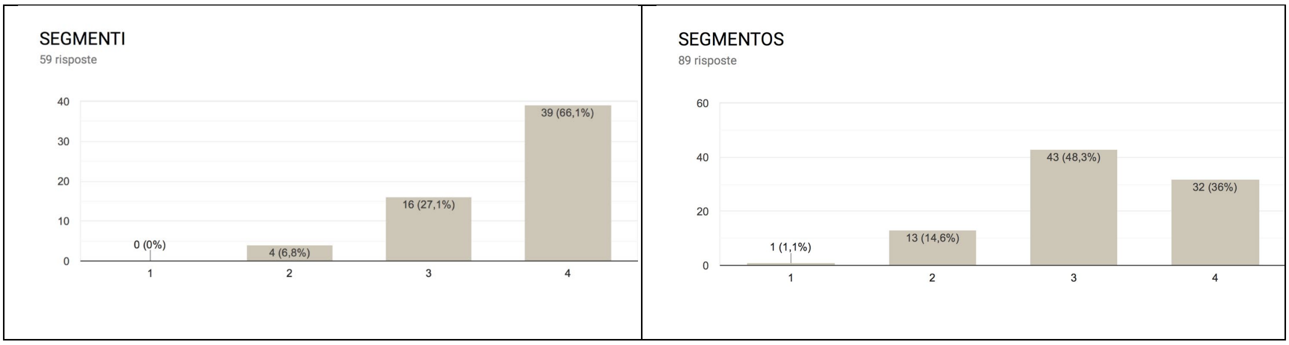



Figura 102: Respuestas a la Pregunta 5i de los participantes italianos y de los participantes españoles

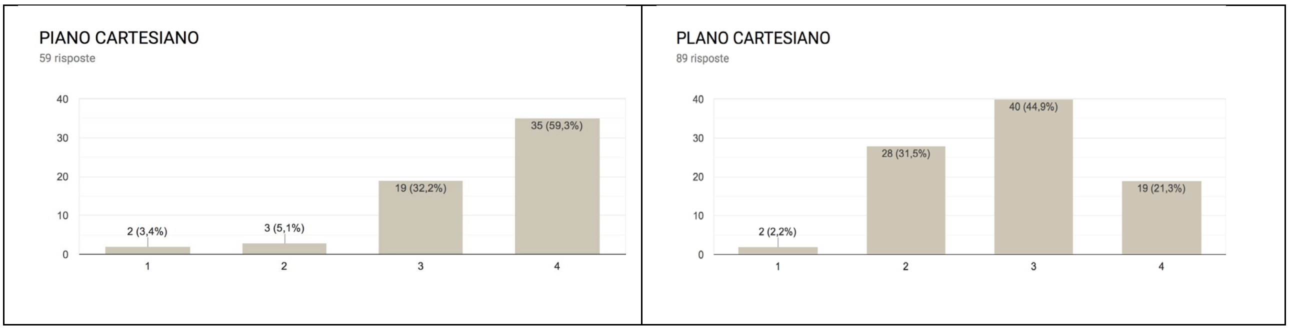



Figura 103: Respuestas a la Pregunta 5j de los participantes italianos y de los participantes españoles

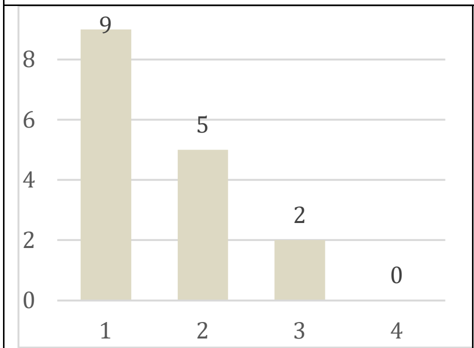
Los temas más considerados, con un valor de 4 atribuido por más del 60% de la muestra italiana, fueron: *simetrías e isometrías, líneas rectas y posiciones recíprocas de líneas rectas, ángulos y segmentos*.

Los únicos temas que coincidieron entre los participantes españoles con más del 40% (pero menos del 50%) fueron: *construcciones con regla y compás, ángulos, simetrías e isometrías*. Los *segmentos* (36%) en comparación con el caso italiano (66%), las *líneas rectas* y las *posiciones rectas recíprocas* (incluso el 29% frente al 63% de Italia) no fueron muy valoradas.

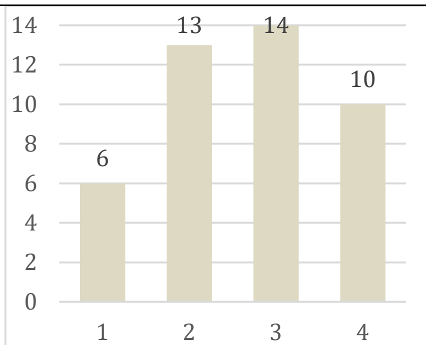
**4.6. Pregunta 6:** *Expresa con un número del 1 al 4 tu grado de acuerdo con las siguientes afirmaciones:*
*a) En el caso de los niños pequeños, se debe insistir en la distinción entre cuadrado, triángulo y círculo.*
*b) Es posible enseñar en una clase elemental un concepto como el de recta tangente a una curva*

En cuanto a la primera de las dos afirmaciones, es interesante observar los datos correspondientes a maestros y estudiantes italianos de forma separada. Se ve, por ejemplo, que los estudiantes tienen una comprensión clara de la irrelevancia didáctica de la distinción entre cuadrado, triángulo y círculo, mientras que los maestros parecen mucho más confundidos al respecto. En el caso español, casi un 90% de los participantes están de acuerdo (grado 3 ó 4) con esta afirmación. En cuanto a la segunda afirmación, más de un 56% de los participantes españoles muestra su acuerdo, muy parecido a lo que ocurre en el caso italiano, donde tampoco hay diferencias entre las respuestas dadas por los docentes y por los estudiantes.

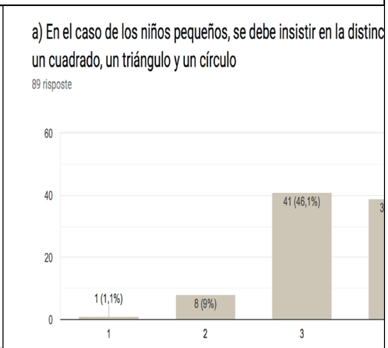
Con los niños pequeños, es necesario esforzarse en la distinción entre el cuadrado, el triángulo y el círculo




Estudiantes italianos

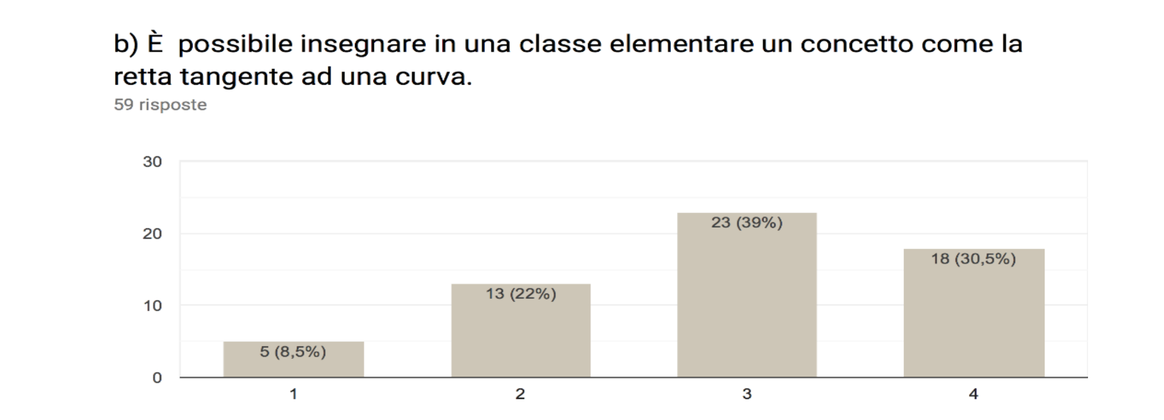



Profesores italianos




Participantes españoles

Figura 104: Respuestas a Pregunta 6a de los participantes italianos y españoles




¿Es posible enseñar en una clase de primaria un concepto como el de recta tangente?

Figura 105: Respuestas dadas a la Pregunta 6 b) por los participantes italianos

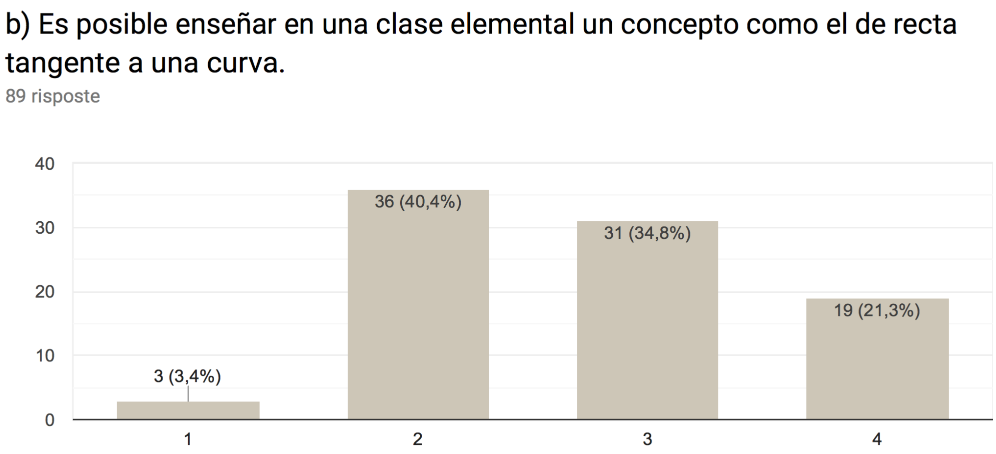
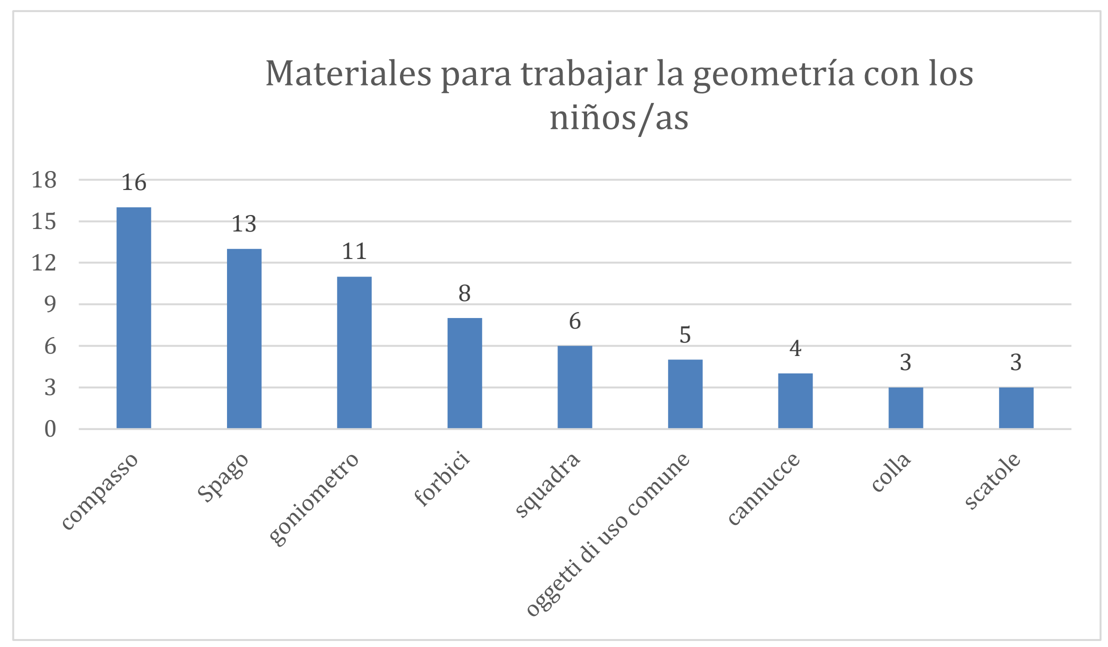



Figura 106: Respuestas dadas a la Pregunta 6 b) por los participantes españoles

**4.7 Pregunta 7:** *Papel, bolígrafo, lápiz, regla son esenciales para hacer geometría con niños. Indica al menos otros dos materiales útiles para el mismo propósito.*

En este caso, en cuanto a las palabras de geometría, preferimos considerar por separado las respuestas dadas por los profesores y las dadas por los estudiantes. El 42% de los docentes italianos nombran solo dos objetos, frente a los que nombran tres de ellos (58%). En el siguiente gráfico se recogen los materiales que aparecen más de dos veces, junto con el número de veces que son nombrados por los participantes italianos*:*




compás - cuerda – transportador– tijeras – escuadra - objetos de uso común – pajitas de refresco – pegamento - cajas

Figura 107: Respuestas a la Pregunta 8 de los docentes italianos

Las palabras que fueron nombradas solo una vez son:

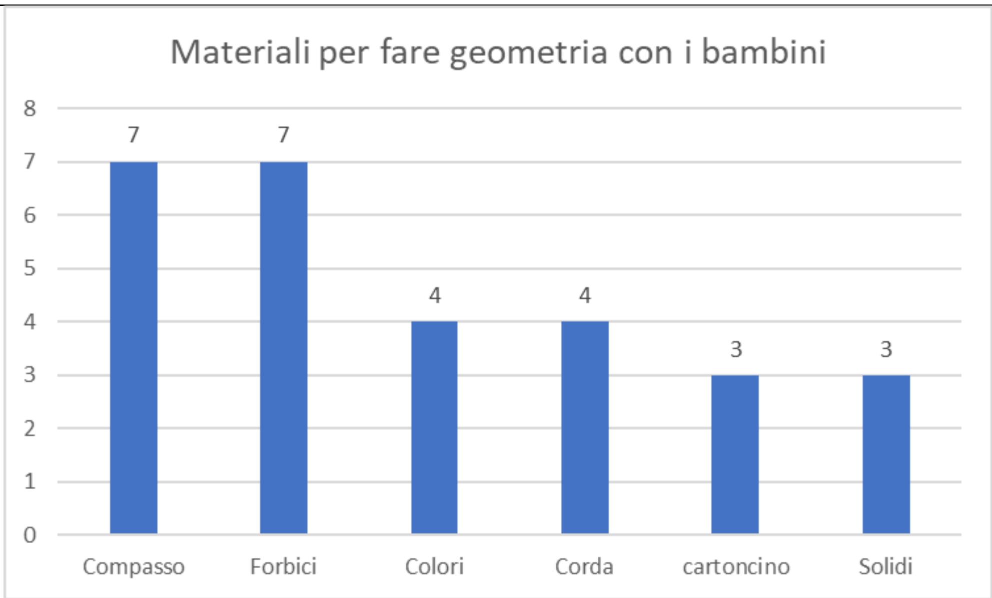
> *bloques lógicos, clavos, piezas de lego, arcilla, cubos de madera, encuadernadores de latón, alambres, hoja de papel, formas geométricas, cuerdas y otros objetos de gimnasio, tablero geométrico, tizas, materiales para teselación, cinta adhesiva, suelo, sólidos, palillos de dientes.*

Las palabras que han sido nombradas dos veces son: *cartulina, cuerpo, goma elástica, libro, manos, origami, cuaderno, Tangram*

El 63% de los estudiantes italianos nombran tres objetos, mientras que el 37% solo nombra dos. Los objetos que aparecen nombrados solo una vez son: *barras, papel de seda, plano de una ciudad, elementos de la vida cotidiana, encuadernadores, cualquier objeto geométrico, reglas, cuentos o historias sobre geometría.*

Los que aparecen dos veces son: *formas geométricas y transportador de ángulos.*

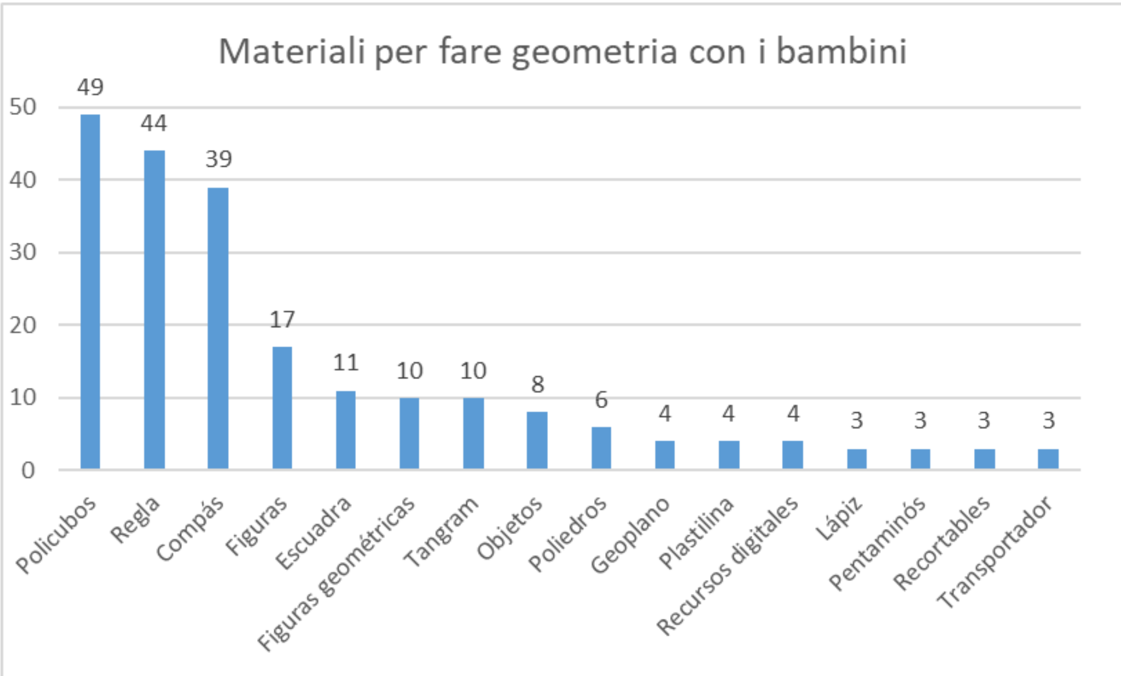
Y los que aparecen más veces entre los estudiantes italianos se recogen en la siguiente tabla: *compás, tijeras, colores, cuerda, cartulina, sólidos.*




| Materiales para trabajar la geometría con los niños/as |
| --- |
| Compás - tijeras - colores – cuerda - cartulina – sólidos |

Figura 108: Respuestas a la Pregunta 8 de los estudiantes italianos

En el caso de los estudiantes españoles, los objetos que aparecen nombrados más de dos veces se muestran en la siguiente tabla:




Materiales para trabajar la geometría con los niños/as

Figura 109: Respuestas a la Pregunta 8 de los participantes españoles

Los materiales que han sido nombrados una sola vez son:

*Arcilla, bloques de plástico (refiriéndose seguramente a bloques lógicos), cajas, calculadora, policubos, entorno visual, fichas de refuerzo, folios, hojas cuadriculadas, láminas de distintos materiales móviles y modificables, lápiz, líneas y ángulos, material manipulativo, materiales con formas, materiales de dibujo, moldes y plastilina, organicubos, palillos, pentaminós, piezas, pinturas para diferenciar las partes, plantillas de papel con dibujos, prismas de madera, puzzles, regletas, tablero de cálculo, tamaños diferentes, tetris, texturas diferentes, trama isométrica, varillas plegables, videos interactivos.*

Y los que han sido nombrados dos veces son:

*Cubos, cuerda, cuerpos geométricos, juegos, materiales manipulativos, pizarra y transportador de ángulos.*

## 5. Conclusiones: observaciones, reflexiones y propuestas de mejora

De un análisis cualitativo de las respuestas, podemos decir que las matemáticas en general y la geometría en particular, para algunos maestros y estudiantes, entran en relación con sus propias experiencias de vida, evocando una memoria "positiva" del pasado. Para otros, en cambio, representan una oportunidad perdida de encontrarse con esta materia.

En particular, de las respuestas relacionadas con la primera pregunta, se desprende que los términos que suponen una mayor relación personal con la geometría (fascinante, desafío, descubrimiento, difícil, aburrido) aparecen nombrados solo una vez, lo que sugiere que la experiencia con las matemáticas de cada persona es singular.

El aspecto humano vinculado a las matemáticas, resaltado, aunque parcialmente, por los participantes italianos, está casi totalmente ausente en los españoles (ver en particular las respuestas a la pregunta no. 1 y 4). Actividades como trabajar con las manos, dibujar y moverse, a las que los estudiantes y profesores italianos de la muestra examinada dan especial relevancia, no se valoran así en el caso español. Es curioso, sin embargo, que la valoración de aspectos como la memorización y la discriminación, es mayor entre los participantes italianos que entre los españoles.

El análisis de los resultados muestra la necesidad de que los maestros ofrezcan una visión más humana de las matemáticas, más allá del conocimiento de definiciones y procedimientos. Por ejemplo, en la pregunta 4, los participantes señalan las fórmulas y la memorización como aspectos importantes en las actividades relacionadas con la geometría, lo que mostraría una visión estática e instructiva de la disciplina. Sin embargo, el peso atribuido al movimiento en la pregunta no. 4, muy bien valorado por los participantes italianos, representa una apertura a otra forma de abordar las matemáticas.

Los resultados del análisis realizado nos urgen a diseñar un taller de matemáticas para maestros en formación inicial y continua que aporte una visión de la geometría dinámica y humana, con actividades en las que tengan cabida la observación, la experimentación y la construcción.

# Conclusiones

Como hemos comprobado al realizar el análisis de los datos recogidos en los cuestionarios, la experiencia de los participantes con las matemáticas en su etapa escolar se encuentra en estrecha relación con sus creencias sobre la naturaleza de las matemáticas y sobre cómo podría ser trabajada esta materia en la escuela.

Del estudio se concluye que, cuando los futuros o actuales maestros han recibido las matemáticas como un cuerpo rígido de conceptos y procedimientos ya totalmente elaborado, se sienten incapaces de modificarlo, de adaptarlo a los alumnos en la escuela y, muchas veces, de hacerlo comprender. Esta visión de las matemáticas se encuentra en gran parte de los estudiantes universitarios españoles, quienes asocian las matemáticas principalmente a las tareas y problemas aritméticos. Aunque valoran la necesidad de enseñar geometría en la escuela, no se encuentran muy cómodos trabajando con técnicas geométricas, seguramente porque su formación se ha reducido a la clasificación de figuras planas y al empleo de fórmulas para el cálculo de áreas y volúmenes.

En estas condiciones, resulta natural que estos participantes no den excesivo valor al uso de la historia de las matemáticas y de la narración en la enseñanza, ya que han conocido en la escuela unas matemáticas totalmente desligadas del contexto humano en el que aparecieron, así como de la evolución que han sufrido a lo largo de la historia. Esta podría ser también la causa de que los estudiantes españoles muestren una visión más rígida de las matemáticas que la del resto de los participantes, una visión que considera, además, que la finalidad principal del aprendizaje de las matemáticas es su utilidad, tanto para el futuro académico como profesional del alumnado.

Un perfil distinto se puede encontrar en los participantes italianos. En este caso, la proporción de profesores en ejercicio es mayor que en el de los participantes españoles y franceses. Son, además, profesores que participan habitualmente en los cursos de formación continua ofrecidos por la asociación ToKalon, en los que se transmite una visión más dinámica de las matemáticas. Esta visión da un gran protagonismo a la geometría, una geometría en la que se valoran especialmente actividades como trabajar con las manos, dibujar o moverse. Los participantes italianos poseen ciertos conocimientos de la historia de la disciplina, lo que les permite relacionar los contenidos matemáticos con su proceso de aparición y evolución histórica, incluyendo la forma en que el desarrollo de la disciplina se vincula a las actividades humanas de las diferentes civilizaciones. Apuestan por actividades que permitan la indagación y el descubrimiento, incluso cuando piensan en el uso de la calculadora en la escuela, aunque valoran también aspectos del aprendizaje como la memorización o la introducción temprana de los algoritmos en la escuela.

Finalmente, el perfil de los participantes franceses es una mezcla de una visión dinámica de las matemáticas con un énfasis en las tareas relacionadas con la perseverancia y la memoria. Cuando hablan de geometría, incluyen aspectos como la lógica deductiva y, cuando se refieren a los algoritmos de las operaciones elementales, dan importancia al esfuerzo y a la repetición para aprenderlos, junto con la práctica del cálculo mental. En este caso, más que la rapidez en el cálculo que esta práctica pueda proporcionar, los participantes consideran importante la formación que aporta el procedimiento en sí, de cara a las tareas de cálculo y estimación.

Parece razonable pensar que estas diferencias de perfiles entre los participantes sean debidas a los distintos estilos de formación recibidos. Sin embargo, a pesar de sus distintas experiencias como alumnos, el análisis de las respuestas de los participantes hace evidente el deseo común de todos ellos de encontrar nuevas formas de trabajar las matemáticas en la escuela. Manifiestan, por ejemplo, la conveniencia de que los niños comprendan las dinámicas subyacentes a los algoritmos, y de que adquieran familiaridad con los números y sus propiedades, al mismo tiempo que entienden los problemas aritméticos como una oportunidad para que los alumnos adquieran confianza en sus propias capacidades y aprendan a dialogar utilizando el lenguaje matemático y la argumentación. Apuestan por formas de enseñanza que den sentido a la materia, que aúnen distintas áreas de las matemáticas y que vinculen, además, los aspectos técnicos con los más humanos y personales de la disciplina.

Al mismo tiempo, el análisis de las respuestas a los cuestionarios confirma la carencia de conocimientos y recursos de gran parte de los participantes para hacer efectiva esta forma de enseñanza en las aulas. Pensamos por ello que los temas elegidos para el diseño de talleres en el proyecto ANFoMAM son pertinentes y necesarios, así como los objetivos que se persiguen con ello. Concretamente:

- Promover una visión de los algoritmos aritméticos centrada en la comprensión de las operaciones y de las estructuras numéricas.
- Trabajar técnicas de resolución de problemas aritméticos centradas en la comprensión y representación de las situaciones en las que se generan.
- Proponer actividades donde se ponga de manifiesto la imbricación de la aritmética y la geometría, tanto en su naturaleza como en las formas de enseñanza en la escuela.
- Diseñar actividades para trabajar el cálculo mental junto con un adecuado uso de la calculadora.
- Promover una visión dinámica de las matemáticas a través del conocimiento de su evolución histórica.
- Trabajar los aspectos de la geometría más cercanos a la actividad humana, como la observación, la construcción o el movimiento.

Al mismo tiempo, constatamos la necesidad de definir y concretar el “formato taller” en el que se desarrollarán las actividades que nos proponemos diseñar. Este formato deberá hacer posible que los participantes vivan nuevas experiencias con las matemáticas. No se trata solo de que adquieran una nueva visión de la naturaleza de la disciplina, de que profundicen en distintos aspectos de la materia o de que conozcan recursos para su enseñanza. Nuestro objetivo, mucho más ambicioso, es que los participantes en el taller logren relacionarse de una forma nueva con la asignatura, que les dé confianza en su ejercicio de la profesión y que les permita a su vez confiar en que los niños podrán crecer y desarrollarse como personas utilizando las matemáticas. Estos son nuestros retos a la hora de abordar el diseño y la puesta en práctica de los talleres de matemáticas ANFoMAM.

# Referencias

Assude T. (2007). Changements et résistances à propos de l'intégration des nouvelles technologies dans l'enseignement mathématique au primaire. Informations, Savoirs, Décisions et Médiations, 29, isdm.univ-tln.fr/articles /num_encours.htm

Butlen D. (2007). *Le calcul mental entre sens et technique*, Besançon : Presses universitaires de Franche-Comté.

Bruillard E. (1994). Quelques obstacles à l'usage des calculettes à l'école : une analyse, *Grand N*, 53, pp. 67-78.

Campión Arrastia, M. J., García Catalán, R., Lizasoain, I. Experto Universitario en Matemáticas: Una experiencia de formación del profesorado, in the Simposium Más allá de la alfabetización numérica: Una matemática formativa para la educación primaria. Avances en Ciencias de la Educación y del Desarrollo (Santander, 2017) ISBN 978-84-09-02097-3, 2017, pp. 642-647.

Catalán, R. G., Celi, V., Cogolludo, J. I., Gil Clemente, E., Lizasoain, I., Millán Gasca, A., Regoliosi, L., Learning from children to improve primary school teachers' math-specific education, in Dagmar Szarková, Daniela Richtáriková, Peter Letavaj (eds.), *Proceedings, 18th Conference on Applied Mathematics Aplimat 2019,* Bratislava, Slovak University of Technology in Bratislava, Publishing house Spektrum SPEKTRUM STU, 2019, pp. 190-193.

Celi V. (2017). Intending teachers' beliefs and knowledges on mental computation in French primary school: which perspectives for the learning? which needs for the teaching?, dans le Simposium Más allá de la alfabetización numérica: una matemática formativa para la Educación Primaria, 5° Congreso Internacional Educational Sciences and Development - Santander, 25-27 mai 2017.

Celi, V., De Simone, M. (2018). Le rôle des croyances dans les pratiques d'une professeure des 'ecoles à propos du calcul mental, 45e Colloque de la COPIRELEM, Blois, 12-14 juin 2018.

Celi, V., Cogolludo, J. I., García Catalán, R., Gil Clemente, E., Lizasoain, I., Millán Gasca, A., Regoliosi, L.(2020), Mathematics workshops: changing the perceptions of both in-service and prospective teachers with regard to mathematics *ICME Shangai*, 2020.

Celi, V., Cogolludo, J. I., Gil Clemente, E., Lizasoain, I., Millán Gasca, A., Moler, J. A., & Regoliosi, L. (2019). Addressing the issue of trust in elementary teachers' maths-specific education: Anfomam project. In Jarmila Novotná e Hana Moraová (Ed.), *Opportunities in Learning and Teaching Elementary Mathematics, Proceedings, International Symposium Elementary Mathematics Teaching, Prague, August 18-22, 2019 (*pp. 113–121). Prague, Czech Republic: Charles University Faculty of Education, 2019, ISBN 978-80-7603-069-5.

Charnay, R. (1993-1994). Une calculatrice pour tous dès l'école primaire … ou quelles compétences en calcul aujourd'hui ? *Grand N*, 53, pp. 59-61.

Charnay, R. (2004). Des calculatrices à l'école primaire ? Oui ? Non ? Pourquoi ? Comment ?, *Grand N*, 74, pp. 67-75.

Cnesco (2015). *Conférence de consensus "Nombres et opérations : premiers apprentissages à l'école primaire »*, Recommandations du jury.
http://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2015/11/Recommandations-du-jury.pdf

Esta conferencia tiene como objetivo vincular las preocupaciones y cuestiones de los profesionales y el público en general con las producciones científicas sobre el aprendizaje y los números y cálculos de enseñanza, por un lado. Las recomendaciones fueron redactadas por un jurado al final de la conferencia.

Donaldson, M. (1987). *Children's minds*, Glasgow, Fontana Press.

Dweck, C. S. (2006). *Mindset: The new psychology of success*. New York: Random House.

Gil Clemente, E., Millán Gasca, A. (2016). Integrating history of mathematics with foundational contents in the education of prospective elementary teachers, in L. Radford, F. Furinghetti, T. Hausberger (eds.), *Proceedings of the 2016 ICME Satellite Meeting of the International Study Group on the Relations Between the History and Pedagogy of Mathematics*, Montpellier, IREM de Montpellier, pp. 427-440.

Green T. F. (1971). *The activities of teaching*. New York: McGraw-Hill.

Guillermard R. (1995-1996). La calculatrice, quel usage « pertinent » ?, *Grand N*, 57, pp. 55-57.

Lekaus, S. (2015) Dialogues as an instrument in mathematical reasoning, in Proceedings CIAEM 67 (Aosta, Italy, July 20-24 2015) Teaching and learning mathematics. Resources and obstacles, C. Sabena, B. Di Paola eds., Quaderni di ricerca in didattica della matematica, 25, supplemento no. 2, 2015, pp. 399-404.

Lundie, D. (2016) -Authority, autonomy and automation: The irreducibility of pedagogy to information transactions. Studies in Philosophy and Education 35(3): 279-291

Margolinas, C., What mathematical knowledge does the teacher need? *La matematica e la sua didattica*, 21 (1), 2007, pp. 21-28.

MEN (2003). *Le calcul mental à l'école primaire, Documents d'accompagnement des programmes, Mathématiques, école primaire*, Scérén, CNDP, pp. 32-49.
El propósito de este texto es aclarar el lugar y el papel del cálculo mental en el aprendizaje del cálculo en la escuela primaria y proporcionar orientación sobre su enseñanza.

MEN (2003). *Utiliser la calculatrice en classe, Documents d'accompagnement des programmes, Mathématiques, école primaire*, Scérén, CNDP, pp. 55-65.
El propósito de este documento es proporcionar algunas pistas para el uso de la calculadora en la escuela primaria.

Millán Gasca, A. M. (2016) *Numeri e forme. Didattica della matematica con i bambini*. Bologne: Zanichelli.

Orón Semper, J. V. (2019) Neuropsicología de las emociones: Un estudio actualizado y transversal. Biblioteca universitaria. Editorial Pirámide

Orón Semper, J. V., Blasco, M. Revealing the hidden curriculum in higher education. Studies in Philosophy and Education, 37 (5), 2019, pp. 481-498.

Peters, R. S. (1966). *Ethics and education*. New York: Routledge

Peters, R. S. (1967). What is an educational process. In R. S. Peters (Ed.), *The concept of education* (pp. 1–23). London: Routledge & Kegan Pau.

Peters, R. S. (1970). Education and the educated man - Some further reflections. *Journal of Philosophy of Education* 4 (1) 5-20

Schaub, B. (2009). Utilisation de la calculatrice dans l'enseignement des mathématiques du primaire, *Bulletin de la Société de Enseignants Neuchâtelois des Sciences*, 38.

Van Manen, M. (2016). *Researching lived experience*. New York: Routledge.

Vause I. (2011). *Des pratiques aux connaissances pédagogiques des enseignants : les sources et les modes de construction de la connaissance ouvragée*. Thèse de doctorat en éducation, Université catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve.

# Anexo P0: Cuestionario sobre matemáticas en general (fase piloto)

Según tu experiencia
1.- Asocia tres palabras a las matemáticas
1)
2)
3)

2.- Indica con un valor del 1 al 4 el peso que atribuyes en la actividad matemática a los siguientes conceptos:

- Experimentación
- Fantasía
- Creatividad
- Razonamiento
- Diálogo
- Intuición
- Memoria
- Abstracción
- Atención
- Rapidez
- Perseverancia
- Construcción
- Subjetividad
- Fórmulas

3.- Enuncia los tres temas de matemáticas más difíciles que hayas estudiado
1)
2)
3)
4.- Ayuda para aprender matemáticas
¿Quién/qué te ha ayudado a aprender matemáticas?

- Un profesor de Educación Primaria
- Un profesor de la Enseñanza Secundaria Obligatoria
- Un profesor de Bachillerato
- Un profesor universitario
- Un profesor particular
- Un familiar
- Un libro
- Un juego
- Un compañero/a
- Un video o una película
- Otra

5.- Obstáculos para aprender matemáticas
¿Quién/qué ha supuesto un obstáculo para ti en el aprendizaje de las matemáticas?

- Un profesor de Educación Primaria
- Un profesor de la Enseñanza Secundaria Obligatoria
- Un profesor de Bachillerato
- Un profesor universitario

- Un profesor particular
- Un familiar
- Un libro
- Un juego
- Un compañero/a
- Un video o una película
- Otra

6.- Indica con un valor de 1 a 4 tu grado de acuerdo con las siguientes frases:
(1= nada 2= poco, 3= bastante, 4= mucho)

a) Para obtener un buen rendimiento en matemáticas es necesario "tener un don".
b) La habilidad de una persona en matemáticas puede mejorar con el paso del tiempo
c) Las matemáticas son útiles en la vida cotidiana
d) Las matemáticas son fundamentales para encontrar trabajo
e) Las matemáticas son hermosas
f) En matemáticas, el resultado es lo que cuenta
g) Las matemáticas son difíciles
h) Las matemáticas son divertidas
i) Las matemáticas son "siempre la misma historia"
j) Las matemáticas contribuyen al crecimiento de la persona.
k) En matemáticas se debe evitar cometer errores
l) Las matemáticas estructuran la mente

7.- Señala el tipo de estudios en los que cursaste una asignatura de matemáticas por última vez

- Secundaria Obligatoria
- Bachillerato de Ciencias
- Bachillerato de Ciencias Sociales y Humanidades
- Formación Profesional
- Estudios universitarios distintos al de formación de maestros
- Otros

8.- Cuál de las siguientes frases describe mejor tu situación actual:

- Estoy trabajando como maestro
- He trabajado como maestro, aunque ahora no lo estoy haciendo
- No he trabajado nunca como maestro, aunque me gustaría hacerlo en un futuro.
- No tengo pensado trabajar como maestro
- Ninguna de las anteriores

# Anexo Q0: Cuestionario sobre matemáticas en general (versión final)

https://docs.google.com/forms/d/1_1R6gv-NPBL62YBhwLbUBaggZztvcl6KpeY-K6P6Jts/copy

Según tu experiencia
1.- Asocia tres palabras a las matemáticas
1)
2)
3)

2.- Indica con un valor del 1 al 4 el peso que atribuyes en la actividad matemática a los siguientes conceptos:

- Experimentación
- Fantasía
- Creatividad
- Razonamiento
- Diálogo
- Intuición
- Memoria
- Abstracción
- Atención
- Rapidez
- Perseverancia
- Construcción
- Subjetividad
- Fórmulas

3.- Según tu experiencia, asigna un valor del 1 a 4 a la dificultad que encuentras a las siguientes actividades matemáticas:
(1= muy fácil, 2= asequible, 3= difícil, 4= muy difícil)

a) Aplicación de los algoritmos de las operaciones básicas
b) Resolución de problemas aritméticos
c) Cálculo mental
d) Medida y cambio de unidades
e) Resolución de problemas geométricos
f) Razonamiento deductivo

4.- Ayuda para aprender matemáticas
¿Quién/qué te ha ayudado a aprender matemáticas?

- Un profesor de Educación Primaria
- Un profesor de la Enseñanza Secundaria Obligatoria
- Un profesor de Bachillerato
- Un profesor universitario
- Un profesor particular
- Un familiar
- Un libro

- Un juego
- Un compañero/a
- Un video o una película
- Otra

5.- Obstáculos para aprender matemáticas
¿Quién/qué ha supuesto un obstáculo para ti en el aprendizaje de las matemáticas?

- Un profesor de Educación Primaria
- Un profesor de la Enseñanza Secundaria Obligatoria
- Un profesor de Bachillerato
- Un profesor universitario
- Un profesor particular
- Un familiar
- Un libro
- Un juego
- Un compañero/a
- Un video o una película
- Otra

6.- Indica con un valor de 1 a 4 tu grado de acuerdo con las siguientes frases:
(1= nada 2= poco, 3= bastante, 4= mucho)

a) Para obtener un buen rendimiento en matemáticas es necesario "tener un don".
b) La habilidad de una persona en matemáticas puede mejorar con el paso del tiempo
c) Las matemáticas son útiles en la vida cotidiana
d) Las matemáticas son fundamentales para encontrar trabajo
e) Las matemáticas son hermosas
f) En matemáticas, el resultado es lo que cuenta
g) Las matemáticas son difíciles
h) Las matemáticas son divertidas
i) Las matemáticas son "siempre la misma historia"
j) Las matemáticas contribuyen al crecimiento de la persona.
k) En matemáticas se debe evitar cometer errores
l) Las matemáticas estructuran la mente

7.- Señala el tipo de estudios en los que cursaste una asignatura de matemáticas por última vez

- Secundaria Obligatoria
- Bachillerato de Ciencias
- Bachillerato de Ciencias Sociales y Humanidades
- Formación Profesional
- Estudios universitarios distintos al de formación de maestros
- Otros

8.- Cuál de las siguientes frases describe mejor tu situación actual:

- Estoy trabajando como maestro
- He trabajado como maestro, aunque ahora no lo estoy haciendo
- No he trabajado nunca como maestro, aunque me gustaría hacerlo en un futuro.
- No tengo pensado trabajar como maestro
- Ninguna de las anteriores

# Anexo P1: Texto piloto del cuestionario sobre comprensión de los algoritmos aritméticos

1- Atribuye un valor del 1 al 4 al grado en que te sientes identificado con las siguientes frases sobre tu experiencia con los algoritmos aritméticos:
(1= nada identificado, 4= totalmente identificado)

a) Siempre me han resultado aburridos y repetitivos
b) Nunca me ha interesado saber por qué están diseñados de la forma en que lo están
c) Entiendo bastante bien la razón de cada paso que se da al aplicar un algoritmo aritmético
d) Me han resultado fáciles de aprender
e) En cuanto se me permitía, recurría a la calculadora para no tener que aplicarlos

2- Asigna un valor entre 1 y 4 a tu grado de acuerdo con las siguientes afirmaciones sobre la finalidad de enseñar los algoritmos aritméticos en educación primaria
(1= nada de acuerdo, 4= totalmente de acuerdo)

a) Es útil para el futuro académico y profesional de los alumnos
b) Ayuda a los niños a comprender mejor las propiedades de los números y de las operaciones aritméticas
c) Ofrece al alumno la seguridad de que los cálculos que efectúa son correctos
d) Ayuda a que el alumno pueda comprender más adelante los procesos de iteración propios de la programación computacional
e) Ante un problema aritmético, el alumno podrá centrarse en la estrategia de resolución, al tener dominados los cálculos

3- Qué grado de importancia atribuyes a los siguientes aspectos de la enseñanza de los algoritmos aritméticos de cara a conseguir que los alumnos comprendan bien sus pasos (1= nada importante, 4= muy importante)

a) Combinar su enseñanza con la de las propiedades de los números y las operaciones aritméticas
b) Fomentar el uso de un vocabulario preciso para denominar las diferentes unidades involucradas
c) Acompañar su enseñanza de gráficos, diagramas o esquemas adecuados
d) Acompañar su enseñanza de un material manipulativo adecuado

4- Asigna un valor del 1 al 4 al grado en el que conviene recurrir a los algoritmos aritméticos tradicionales para efectuar los siguientes tipos de operaciones
(1= nada adecuado, 4= muy adecuado)

- Operaciones del tipo 23+15
- Operaciones del tipo 24x25
- Operaciones del tipo 234 x 346
- Operaciones del tipo 876 - 582

5- Señala las razones (pueden ser más de una) por las que piensas que los niños suelen encontrar dificultades al aplicar los algoritmos aritméticos

- Cada ejemplo concreto difiere en algo de los demás
- No practican lo suficiente en casa
- Se han aprendido las normas de aplicación sin conocer su sentido
- Se despistan mientras los están aplicando
- No son capaces de hacerse una imagen mental que les sirva de apoyo en el cálculo
- No están acostumbrados a descomponer los números

- No saben utilizar un diagrama, un gráfico o un material manipulative que les sirva de apoyo
- No encuentran sentido a aplicarlos para realizar operaciones sin una situación de contexto
- Se sienten bloqueados por el miedo a cometer errores
- Ninguna de las anteriores

6- Asigna un valor del 1 al 4 a tu grado de acuerdo con las siguientes afirmaciones sobre la enseñanza y la práctica de los algoritmos aritméticos en educación primaria:
(1= nada de acuerdo, 4= totalmente de acuerdo)

a) Hoy en día no sirve para nada conocer los algoritmos aritméticos ya que se puede usar la calculadora
b) Hay que procurar enseñarlos a la edad más temprana posible
c) Se deben enseñar después de que se haya comprendido el significado de las operaciones aritméticas
d) No conviene dedicar tiempo a que los niños comprendan a fondo los algoritmos aritméticos, ya que esto retrasa su adquisición de las destrezas mecánicas.
e) Practicar algoritmos aritméticos es una tarea cerrada que no deja espacio a la iniciativa del alumno
f) En educación primaria, se debe primar el aprendizaje de los algoritmos aritméticos, por encima de la resolución de problemas, para que los alumnos adquieran seguridad con los cálculos
g) En la enseñanza de los algoritmos, el énfasis debe ponerse en que los niños adquieran velocidad al aplicarlos
h) Si se desliga de la resolución de problemas, la práctica de los algoritmos aritméticos puede hacer que los alumnos pierdan el interés por las matemáticas

# Anexo Q1: Texto del cuestionario sobre comprensión de los algoritmos aritméticos (versión final)

https://docs.google.com/forms/d/1mb8inVgazxPiKmOmmZligUUmrzf-wR4l1NZsR8m6INc/copy

1- Atribuye un valor del 1 al 4 al grado en que te sientes identificado con las siguientes frases sobre tu experiencia con los algoritmos aritméticos:
(1= nada identificado, 4= totalmente identificado)
a. Siempre me han resultado aburridos y repetitivos
b. Nunca me ha interesado saber por qué están diseñados de la forma en que lo están
c. Entiendo bastante bien la razón de cada paso que se da al aplicar un algoritmo aritmético
d. Me han resultado fáciles de aprender
e. En cuanto se me permitía, recurría a la calculadora para no tener que aplicarlos

2- Asigna un valor entre 1 y 4 a tu grado de acuerdo con las siguientes afirmaciones sobre la finalidad de enseñar los algoritmos aritméticos en educación primaria
(1= nada de acuerdo, 4= totalmente de acuerdo)
a. Es útil para el futuro académico y profesional de los alumnos
b. Ayuda a los niños a comprender mejor las propiedades de los números y de las operaciones aritméticas
c. Ofrece al alumno la seguridad de que los cálculos que efectúa son correctos
d. Ayuda a que el alumno pueda comprender más adelante los procesos de iteración propios de la programación computacional
e. Ante un problema aritmético, el alumno podrá centrarse en la estrategia de resolución, al tener dominados los cálculos

3- Qué grado de importancia atribuyes a los siguientes aspectos de la enseñanza de los algoritmos aritméticos de cara a conseguir que los alumnos comprendan bien sus pasos (1= nada importante, 4= muy importante)

a. Combinar su enseñanza con la de las propiedades de los números y las operaciones aritméticas
b. Fomentar el uso de un vocabulario preciso para denominar las diferentes unidades involucradas
c. Acompañar su enseñanza de gráficos, diagramas o esquemas adecuados
d. Acompañar su enseñanza de un material manipulativo adecuado

4- Elige la forma más adecuada de realizar cada uno de los siguientes tipos de operaciones:

a. 23+15 cálculo mental- algoritmos clásicos – calculadora
b. 24x25 cálculo mental- algoritmos clásicos – calculadora
c. 234 x 346 cálculo mental- algoritmos clásicos – calculadora
d. 876 - 582 cálculo mental- algoritmos clásicos – calculadora

5- Señala las razones (pueden ser más de una) por las que piensas que los niños suelen encontrar dificultades al aplicar los algoritmos aritméticos

- Cada ejemplo concreto difiere en algo de los demás
- No practican lo suficiente en casa
- Se han aprendido las normas de aplicación sin conocer su sentido
- Se despistan mientras los están aplicando
- No son capaces de hacerse una imagen mental que les sirva de apoyo en el cálculo
- No están acostumbrados a descomponer los números
- No saben utilizar un diagrama, un gráfico o un material manipulativo que les sirva de apoyo
- No encuentran sentido a aplicarlos para realizar operaciones sin una situación de contexto

- Se sienten bloqueados por el miedo a cometer errores
- Ninguna de las anteriores

6- Asigna un valor del 1 al 4 a tu grado de acuerdo con las siguientes afirmaciones sobre la enseñanza y la práctica de los algoritmos aritméticos en educación primaria:
(1= nada de acuerdo, 4= totalmente de acuerdo)

a. Hoy en día no sirve para nada conocer los algoritmos aritméticos ya que se puede usar la calculadora
b. Hay que procurar enseñarlos a la edad más temprana posible
c. Se deben enseñar después de que se haya comprendido el significado de las operaciones aritméticas
d. No conviene dedicar tiempo a que los niños comprendan a fondo los algoritmos aritméticos, ya que esto retrasa su adquisición de las destrezas mecánicas.
e. Practicar algoritmos aritméticos es una tarea cerrada que no deja espacio a la iniciativa del alumno
f. En educación primaria, se debe primar el aprendizaje de los algoritmos aritméticos, por encima de la resolución de problemas
g. En la enseñanza de los algoritmos, el énfasis debe ponerse en que los niños adquieran velocidad al aplicarlos
h. Si se desliga de la resolución de problemas, la práctica de los algoritmos aritméticos puede hacer que los alumnos pierdan el interés por las matemáticas

7. Señala los estudios en los que estudiaste por última vez una asignatura de matemáticas

- Educación secundaria obligatoria
- Bachillerato de ciencias
- Bachillerato de letras
- Estudios profesionales
- Estudios universitarios distintos del grado de maestro
- Otros

8. Cuál de las siguientes frases describe mejor tu situación actual

- Estoy trabajando de profesor de primaria
- He trabajado como profesor, aunque actualmente no lo estoy haciendo
- Nunca he trabajado de profesor, aunque tengo intención de hacerlo
- No tengo planeado trabajar de profesor

# Anexo P2: Texto piloto del cuestionario sobre resolución de problemas

1. Trata de resolver el sigueinte problema y escribe tu respuesta o un comentario antes de continuar:

> *David ha ido de casa a la escuela y, después de la clase ha venido a la casa de sus abuelos. Ha recorrido 525 metros en total. Si la distancia de casa a la escuela es cuatro veces más larga que la distancia de la escuela a casa de sus abuelos, ¿cuántos metros ha andado de casa a la escuela?*

Al terminar el problema, responde la sigueinte pregunta:

2. Encuentra las afirmaciones (puede ser más de una) que mejor te identifiquen después de responder a la pregunta anterior:
   a) Me he sentido cómodo resolviendo el problema
   b) Me he quedado bloqueado, sin saber por dónde empezar
   c) He intentado recordar algún otro problema similar que hubiera resuelto con anterioridad
   d) He intentado hacerme una idea global de la situación que se presentaba en el enunciado
   e) He intentado averiguar cuáles eran las operaciones necesarias para encontrar la solución a partir de los datos
   f) He realizado un esquema, gráfico o dibujo de la situación que se proponía en el enunciado
   g) Ninguna de las anteriores

3. Trata de resolver el siguiente problema y escribe tu respuesta o un comentario antes de continuar:

> *Si el precio de un producto decrece un 50% y, a continuación, este segundo precio incrementa un 50%, entonces, el tercer precio es: ¿menor, igual o mayor que el primer precio?*

Al terminar el problema, responde la sigueinte pregunta:

4. Encuentra las afirmaciones (puede ser más de una) que mejor te identifiquen después de responder a la pregunta anterior:
   a) No se puede resolver el problema porque faltan datos
   b) Este no es un problema aritmético
   c) Estoy seguro de que he encontrado la respuesta correcta
   d) Creo que conozco la respuesta, aunque no sé demostrar por qué es correcta
   e) Lo he resuelto pensando en un ejemplo concreto
   f) Lo he resuelto mediante un dibujo, esquema o gráfico
   g) Me ha resultado excesivamente difícil resolverlo
   h) Creo que no es un problema apropiado para la etapa de educación primaria
   i) He contestado por pura intuición
   j) Ninguna de las anteriores

5. Asigna un valor entre 1 y 4 a tu grado de acuerdo con las siguientes afirmaciones sobre tus preferencias en cuanto a los distintos tipos de problemas.
(1=nada; 2=poco; 3=bastante; 4=mucho)

   a) Me gustan los problemas que se resuelven con una sola operación

b) Me gustan los problemas que requieren el uso de distintas operaciones
c) Me gustan los problemas de proporcionalidad directa o inversa
d) Me gustan los problemas de porcentajes
e) Me gustan los problemas de máximo común divisor y mínimo común múltiplo
f) Me gustan los problemas de fracciones
g) Me gustan los problemas de combinatoria
h) Me gustan los problemas que no responden a ningún tipo "standard"
i) No me gusta resolver problemas

6. Asigna un valor entre 1 y 4 a tu grado de acuerdo con las siguientes finalidades que se persiguen al proponer problemas aritméticos a los niños en Educación Primaria.
(1=nada; 2=poco; 3=bastante; 4=mucho)

a) Que el alumno practique la operación que acaba de aprender en clase
b) Preparar a los alumnos para situaciones que se encontrarán en un futuro académico o profesional
c) Mostrar al niño que los conocimientos aritméticos le ayudan a comprender mejor su vida cotidiana´
d) Mostrar la relación entre diferentes conceptos matemáticos que se han trabajado en el aula
e) Desarrollar en el niño una actitud de confianza en sus propias capacidades
f) Enfrentar al alumno a un reto que le obligue a poner en práctica sus conocimientos y capacidades matemáticas
g) Proponer situaciones concretas en las que los niños puedan dialogar utilizando el lenguaje matemático y la argumentación.

7. Asigna un valor entre 1 y 4 a tu grado de acuerdo con las siguientes afirmaciones sobre la resolución de problemas aritméticos en Educación Primaria.
(1=nada; 2=poco; 3=bastante; 4=mucho)

a) Proponer a los niños problemas aritméticos que les resulten difíciles puede hacer que pierdan el interés por las matemáticas
b) No es conveniente proponer problemas aritméticos a los alumnos con dificultades de aprendizaje para que no se sientan frustrados
c) Es casi imposible que un niño de primaria sea capaz de diseñar una estrategia propia para resolver un problema que se le presenta por primera vez
d) Para que los niños aprendan a resolver problemas, cuantos más se hagan en clase, mejor
e) En Educación Primaria, se debe primar el aprendizaje de las técnicas operatorias, por encima de la resolución de problemas, con el fin de que los alumnos adquieran seguridad en los cálculos
f) Lo más importante al evaluar un problema aritmético es que se haya dado la respuesta correcta
g) En general, los niños no intentan hacerse una idea global de la situación que presenta el problema
h) Los alumnos creen que solo está permitido realizar operaciones y no recurren a otro tipo de estrategias (imaginar la escena, hacer un esquema o dibujo, etc.)
i) Es posible modificar la actitud de los alumnos había los problemas aritméticos mediante una adecuada propuesta de enseñanza

8. Señala los estudios en los que estudiaste por última vez una asignatura de matemáticas

- Educación secundaria obligatoria
- Bachillerato de ciencias
- Bachillerato de letras

- Estudios profesionales
- Estudios universitarios distintos del grado de maestro
- Otros

9. Cuál de las siguientes frases describe mejor tu situación actual

- Estoy trabajando de profesor de primaria
- He trabajado como profesor, aunque actualmente no lo estoy haciendo
- Nunca he trabajado de profesor, aunque tengo intención de hacerlo
- No tengo planeado trabajar de profesor

# Anexo Q2: Texto del cuestionario sobre resolución de problemas (versión final)

https://docs.google.com/forms/d/1oqa-o1_fkJiskxhrXxmx3bpbSBikwrLngmuvak0n1wk/copy

1. Las estrategias de los niños
¿Cuáles son las estrategias más usadas por los niños para resolver problemas?

- Esperan una inspiración repentina
- Usan materiales concretos
- Hacen un dibujo, esquema o gráfico.
- Descubren qué operaciones son necesarias para encontrar la solución a partir de los datos
- Van probando
- Se quedan bloqueados ante los problemas y no saben por dónde empezar
- Encuentran la solución sin entender cómo lo han hecho
- Buscan en el cuaderno o en el libro un problema similar ya resuelto
- Preguntan enseguida a la maestra o a un compañero
- Otras

2. Las dificultades de los niños
¿Por qué los niños encuentran dificultades en la resolución de los problemas?

- Están acostumbrados a resolver ejercicios de modo mecánico y repetitivo
- Cada problema es distinto de los demás
- No practican lo suficiente en casa
- Están bloqueados por el miedo a equivocarse
- Intentan adivinar cuáles son las operaciones necesarias para encontrar la solución a partir de los datos
- No comprenden el texto
- Se pierden porque hay demasiada información o demasiadas condiciones a tener en cuenta
- Es culpa de los docentes
- Es culpa de los aparatos digitales
- Otros

3. Tus estrategias preferidas
¿Cuáles son las estrategias que utilizabas para resolver los problemas

- Esperaba una inspiración repentina
- Usaba materiales concretos
- Hacía un dibujo, esquema o gráfico.
- Adivinaba qué operaciones eran necesarias para encontrar la solución a partir de los datos
- Iba probando
- Me quedaba bloqueado delante de los problemas y no sabía por dónde empezar
- Encontraba la solución sin ser capaz de explicar cómo lo había hecho
- Buscaba en el cuaderno o en el libro un problema similar ya resuelto
- Le preguntaba enseguida a la maestra o a un compañero
- Intentaba formalizar el problema algebraicamente
- Lo reducía a un caso más simple (disminuyendo el número de condiciones o las cantidades involucradas

4. Tus dificultades principales
Cuando has encontrado dificultades en la resolución de problemas, ¿cuál ha sido el motivo?

- Estaba acostumbrado a resolver ejercicios de modo mecánico y repetitivo
- Cada problema era distinto de los demás
- No practicaba lo suficiente en casa
- Estaba bloqueado por el miedo a equivocarse
- Intentaba adivinar cuáles eran las operaciones necesarias para encontrar la solución a partir de los datos
- No entendía el texto
- Me perdía porque había demasiada información o demasiadas condiciones a tener en cuenta
- Era culpa de los docentes
- Tenía compañeros que eran mejores y más rápidos en la resolución y me desmoralizaba
- Nunca he tenido dificultades en la resolución de problemas´
- Otros

5. Asigna un valor entre 1 y 4 a tu grado de acuerdo con las siguientes afirmaciones sobre tus preferencias en cuanto a los distintos tipos de problemas.
(1=nada; 2=poco; 3=bastante; 4=mucho)

a) Me gustan los problemas que se resuelven con una sola operación
b) Me gustan los problemas que requieren el uso de distintas operaciones
c) Me gustan los problemas de proporcionalidad directa o inversa
d) Me gustan los problemas de porcentajes
e) Me gustan los problemas de máximo común divisor y mínimo común múltiplo
f) Me gustan los problemas de fracciones
g) Me gustan los problemas de combinatoria
h) Me gustan los problemas que no responden a ningún tipo “standard”
i) No me gusta resolver problemas

6. Asigna un valor entre 1 y 4 a tu grado de acuerdo con las siguientes finalidades que se persiguen al proponer problemas aritméticos a los niños en Educación Primaria.
(1=nada; 2=poco; 3=bastante; 4=mucho)

a) Que el alumno practique la operación que acaba de aprender en clase
b) Preparar a los alumnos para situaciones que se encontrarán en un futuro académico o profesional
c) Mostrar al niño que los conocimientos aritméticos le ayudan a comprender mejor su vida cotidiana´
d) Mostrar la relación entre diferentes conceptos matemáticos que se han trabajado en el aula
e) Desarrollar en el niño una actitud de confianza en sus propias capacidades
f) Enfrentar al alumno a un reto que le obligue a poner en práctica sus conocimientos y capacidades matemáticas
g) Proponer situaciones concretas en las que los niños puedan dialogar utilizando el lenguaje matemático y la argumentación.

7. Asigna un valor entre 1 y 4 a tu grado de acuerdo con las siguientes afirmaciones sobre la resolución de problemas aritméticos en Educación Primaria.
(1=nada; 2=poco; 3=bastante; 4=mucho)

a) Proponer a los niños problemas aritméticos que les resulten difíciles puede hacer que pierdan el interés por las matemáticas

b) No es conveniente proponer problemas aritméticos a los alumnos con dificultades de aprendizaje para que no se sientan frustrados
c) Es casi imposible que un niño de primaria sea capaz de diseñar una estrategia propia para resolver un problema que se le presenta por primera vez
d) Para que los niños aprendan a resolver problemas, cuantos más se hagan en clase, mejor
e) En Educación Primaria, se debe primar el aprendizaje de las técnicas operatorias, por encima de la resolución de problemas, con el fin de que los alumnos adquieran seguridad en los cálculos
f) Lo más importante al evaluar un problema aritmético es que se haya dado la respuesta correcta
g) En general, los niños no intentan hacerse una idea global de la situación que presenta el problema
h) Los alumnos creen que solo está permitido realizar operaciones y no recurren a otro tipo de estrategias (imaginar la escena, hacer un esquema o dibujo, etc.)
i) Es posible modificar la actitud de los alumnos había los problemas aritméticos mediante una adecuada propuesta de enseñanza

8. Señala los estudios en los que estudiaste por última vez una asignatura de matemáticas

- Educación secundaria obligatoria
- Bachillerato de ciencias
- Bachillerato de letras
- Estudios profesionales
- Estudios universitarios distintos del grado de maestro
- Otros

9. Cuál de las siguientes frases describe mejor tu situación actual

- Estoy trabajando de profesor de primaria
- He trabajado como profesor, aunque actualmente no lo estoy haciendo
- Nunca he trabajado de profesor, aunque tengo intención de hacerlo
- No tengo planeado trabajar de profesor

# Anexo Q3: Texto del cuestionario sobre Aritmética y Geometría Integradas

https://docs.google.com/forms/d/1qsSOCPY69FKv9ASSvPO4XlSweqiUFiDgp80_I_V-ipM/copy

**1. Problema.**

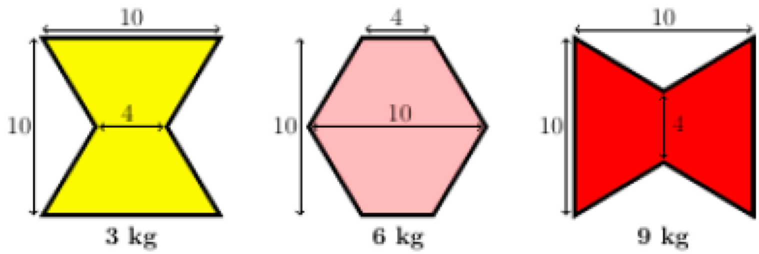
1.1. Enuncia un problema matemático que quisieras que un niño de ocho años pudiera resolver al acabar el curso cuando seas maestro o maestra.

Sobre esta respuesta se pide que el encuestado analice si:

1.2. El problema que has elegido pertenece al campo de...
...la aritmética
...la geometría
...ambas
...ninguna de las dos

**2. Propiedades.**

2.1. Escribe cuatro propiedades que tengan en común estas tres planchas coloreadas.




Sobre esta respuesta se pide que el encuestado analice:

2.2. ¿Cuántas propiedades has escrito?
Ninguna, una, dos, tres o cuatro.
2.3. Las propiedades que has encontrado tienen que ver…
...solo con propiedades numéricas
...solo con propiedades geométricas
...con propiedades numéricas y geométricas
...con otro tipo de propiedades

**3. Conceptos: longitudes y números racionales.**

(Cómo visualizar números racionales con ayuda de longitudes)

3.1. Dibuja en la hoja de respuestas dos longitudes tales que una mida el doble que la otra.
3.2. Dibuja en la hoja de respuestas dos longitudes tales que una mida un tercio que la otra.
3.3. Dibuja en la hoja de respuestas dos longitudes tales que una mida 4/3 que la otra.

Sobre estas respuestas se pide que el encuestado analice:

3.4. Describe cómo has tratado de resolver los problemas anteriores:
...usando regla y compás, sin utilizar números
...estimando visualmente las longitudes sin utilizar números
...utilizando números que indican las medidas exactas
...utilizando números que indican medidas aproximadas
...no he sabido

**4. Conceptos: superficies y números racionales.**
(Cómo visualizar números racionales con ayuda de superficies)

4.1. Dibuja en la hoja de respuestas dos superficies tales que una mida el doble que la otra.
4.2. Dibuja en la hoja de respuestas dos superficies tales que una mida un tercio que la otra.
4.3. Dibuja en la hoja de respuestas dos superficies tales que una mida 5/4 que la otra.

Sobre estas respuestas se pide que el encuestado analice:

4.4. Describe cómo has tratado de resolver los problemas anteriores:
...estimando visualmente (sin números)
...usando números que indican medidas exactas
...usando números que indican medidas aproximadas
...no he sabido

**5. Conceptos: longitudes y números irracionales.**
(Cómo visualizar números irracionales con ayuda de longitudes)

5.1. Dibuja en la hoja de respuestas dos longitudes tales que una mida raíz de dos veces la otra.

Sobre esta respuesta se pide que el encuestado analice:

5.2. ¿Has resuelto el problema anterior?
Si, no, o bien no estoy seguro.
5.3. Describe cómo has tratado de resolver los problemas anteriores:
...usando el compás (sin números)
...estimando visualmente (sin números)
...usando números que indican medidas exactas
...usando números que indican medidas aproximadas

**6. Conceptos: áreas y longitudes.**

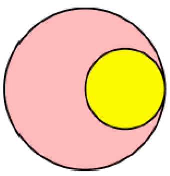
6.1. Si todos los lados de un cuadrado se triplican, su área…
...se multiplica por 3
...se multiplica por 6
...se multiplica por 9
...no estoy seguro

Sobre esta respuesta se pide que el encuestado analice:

6.2. Describe cómo has tratado de resolver el problema anterior:
...dibujando los dos cuadrados y usando la fórmula del área con las medidas de los lados.
...dibujando los dos cuadrados y usando la fórmula del área sin las medidas de los lados.
...dibujando los dos cuadrados y razonando sobre la figura.
...de ninguna de las maneras anteriores.

**7. Áreas y longitudes.**

7.1. ¿Qué relación hay entre el área del círculo amarillo respecto del grande?



...es la mitad
...es la tercera parte
...no estoy seguro

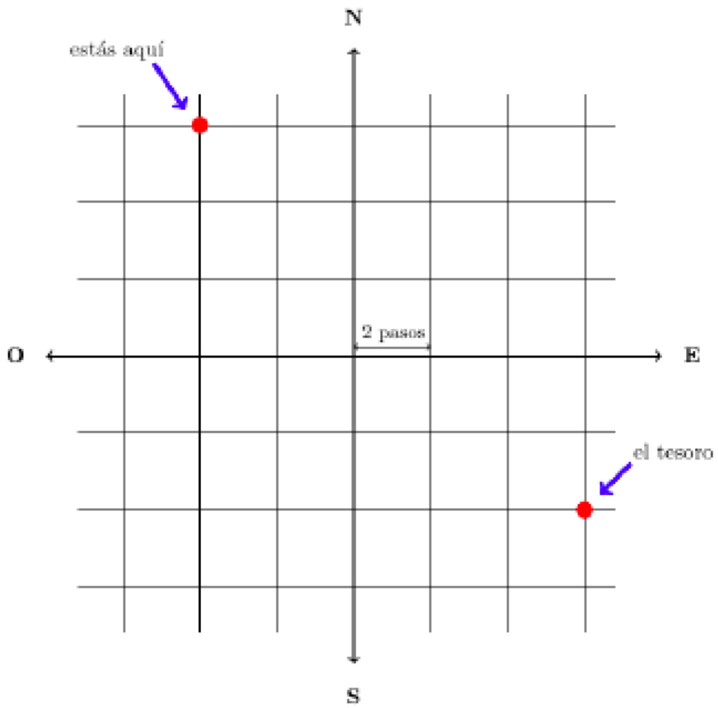
Sobre esta respuesta se pide que el encuestado analice:

7.2. Describe cómo has tratado de resolver el problema anterior:

...razonando solo sobre la figura.
...razonando sobre la figura y utilizando la fórmula del área con la medida de los radios.
...razonando sobre la figura y utilizando la fórmula del área sin la medida de los radios.
...de ninguna de las maneras anteriores.

**8. Mapa del tesoro. Cuestión práctica.**

8.1. Escribe instrucciones precisas para encontrar el tesoro escondido para alguien que no puede ver el mapa.




Sobre esta respuesta se pide que el encuestado analice:

8.2. Describe cómo has tratado de resolver el problema anterior:
...utilizando las referencias N, S, E, O.
...utilizando coordenadas cartesianas.
...utilizando referencias corporales (derecha, izquierda).
...de ninguna de las formas anteriores.

**9. Enseñanza de las matemáticas**

(De cada par de afirmaciones elige con la que estés más de acuerdo)

9.1.a. Las matemáticas elementales deben asegurar que el niño sepa manejar bien los números. Para ello se pueden utilizar representaciones visuales.

9.1.b. Las matemáticas deben asegurar que el niño comprende bien las relaciones geométricas de su entorno. Para ello se pueden utilizar los números y sus relaciones.

9.2.a. Para enseñar matemáticas elementales, es bueno enseñar a la vez cálculos aritméticos y conceptos geométricos, aunque se tarde más en adquirir una fluidez de cálculo.

9.2.b. Para enseñar matemáticas elementales, es bueno asentar la comprensión de los números y sus operaciones, antes de pasar a estudiar las relaciones geométricas.

9.3.a. Los niños entienden las matemáticas de distintas formas: usando números, usando representaciones geométricas... Debemos facilitar a cada uno esa aproximación en todas las edades.

9.3.b. El uso de representaciones visuales y geométricas dificulta el paso a la abstracción y por ello es mejor prescindir de ellas progresivamente.

9.4.a. Me siento más cómodo trabajando con números.

9.4.b. Me siento más cómodo trabajando con formas geométricas.

**10. Cuestión sobre perfil personal.**

10.1. Señala el tipo de estudios en los que cursaste una asignatura de matemáticas por última vez:

...Secundaria obligatoria
...Bachillerato de Ciencias
...Bachillerato de Humanidades y Ciencias Sociales
...Formación Profesional
...Estudios universitarios distintos al de formación de maestro
...Otros

10.2. Cuál de las siguientes frases describe mejor tu situación actual:

...estoy trabajando como maestro
...he trabajado como maestro, aunque ahora no lo estoy haciendo
...no he trabajado nunca como maestro, aunque me gustaría hacerlo en un futuro
...no tengo pensado trabajar como maestro
...ninguna de las anteriores

# Anexo Q4: Texto del cuestionario sobre el cálculo mental y uso de la calculadora

https://docs.google.com/forms/d/1v0ubu_5Gf27ilHg3M43f01BCU3l5iAkCOXic9_y3oT0/copy

1. A propósito de la actividad de cálculo mental, asigna un valor entre 1 y 4 a los siguientes conceptos
(1. nada de acuerdo - 4. totalmente de acuerdo)
Repulsión
Iniciativa
Razonamiento
Rapidez
Juego
Entrenamiento
Estrategia
Automatismo
Utilidad
Atención

2. En tu opinión, ¿por qué aprender cálculo mental en la escuela primaria?
(es posible marcar más de una casilla)

- Para desarrollar habilidades de memorización
- Para desarrollar habilidades de razonamiento y argumentación
- Para construir y reforzar los conocimientos sobre las propiedades de los números y las operaciones
- Para identificar las distintas formas posibles de realizar un mismo cálculo
- Para comprobar el resultado indicado por una calculadora
- Para valorar el orden de magnitud de un resultado
- Para aportar una ayuda en la resolución de problemas

3. Atribuye un valor de 1 a 4 a las siguientes frases
(1. nada de acuerdo - 4. totalmente de acuerdo)
a) Para hacer un cálculo mental, no se debe utilizar ningún soporte escrito.
b) Para hacer un cálculo mental, los alumnos tienden a colocar los números en columna en su "cabeza".
c) Cuando se propone a los estudiantes una actividad de cálculo mental, se debe dar prioridad al procedimiento y no a la rapidez de ejecución del cálculo.
d) En la escuela primaria, el cálculo mental debe ocupar un lugar privilegiado con respecto al cálculo en columna (algoritmos tradicionales).
e) Desde el comienzo de la escuela elemental, para hallar el resultado de un cálculo aditivo, se debe prohibir el uso de los dedos.
f) La falta de dominio del cálculo mental dificulta gravemente el aprendizaje de las técnicas operatorias.
g) La construcción y memorización de las tablas de sumar y de multiplicar se facilitan con su repetición verbal ritual, en orden ascendente.

4. En tu opinión, ¿cuál es la utilidad de la calculadora en la escuela primaria?
(es posible marcar más de una casilla)

- Un instrumento para calcular
- Un instrumento para comprobar el resultado de un cálculo
- Un instrumento para explorar los números

- Una fuente de problemas y ejercicios
- Un instrumento para reducir la memorización
- Un instrumento para realizar cálculos con números grandes o con muchos números, difíciles de seguir mentalmente o por columnas
- Un instrumento para resolver problemas que requieren muchas pruebas
- Un instrumento para que los alumnos resuelvan un problema sin preocuparse por los cálculos a realizar.

5. Se supone que los alumnos están autorizados a usar la calculadora. Podemos permitir que la usen.... (solo se puede marcar una casilla)
- ... una vez dominados los algoritmos de las operaciones
- ... después del aprendizaje (en fase de iniciación) de los algoritmos de las operaciones
- ... en combinación con el aprendizaje de los algoritmos de las operaciones
- ... sin conocer necesariamente los algoritmos de las operaciones

6. Asigna un valor del 1 al 4 a las frases siguientes
(1. nada de acuerdo - 4. totalmente de acuerdo):

a) La calculadora se utiliza más a menudo en casa que en la escuela.
b) La introducción demasiado temprana de la calculadora dificulta el desarrollo de las habilidades matemáticas de los alumnos
c) Las habilidades matemáticas básicas empeoran si las calculadoras se utilizan con demasiada frecuencia.
d) La calculadora impide al alumno pensar.
e) La excesiva dependencia de la calculadora es un signo de carencia de conocimientos matemáticos.
f) Si el alumno no sabe calcular, la calculadora no le enseñará a hacerlo.
g) La calculadora puede utilizarse para proponer a los alumnos situaciones de aprendizaje interesantes.
h) Para utilizar eficazmente las calculadoras, son necesarias diversas competencias sobre los números.
i) El uso de la calculadora constituye un obstáculo importante para el cálculo mental.

7. ¿Cómo efectuarías los siguientes cálculos?
(Solo se puede elegir una opción en cada caso)

Mediante cálculo mental

Utilizando algoritmos

Con la calculadora

- 657 + 95 + 48
- 3456 - 897
- 12 x 19
- 10008 : 9

# Anexo P5: Texto piloto del cuestionario sobre Historia de las matemáticas y de su enseñanza

1. Libro de Historia de las Matemáticas

¿Has leído alguna vez algo sobre Historia de las Matemáticas? En caso afirmativo, elige un título y escríbelo.

2. Indica con un valor entre 1 y 4 tu grado de acuerdo con la siguiente frase:

Las matemáticas han llegado a ser un conjunto completo y bien articulado de conocimientos

3. A partir de la Historia…
   ¿Crees que es interesante transmitir contenidos matemáticos a los alumnos a partir de la historia y la narración?

4. Sistemas de numeración distintos del nuestro:
   ¿Existen sistemas de numeración distintos de nuestro sistema decimal y posicional?

5. Menciona un ejemplo de un sistema de numeración aditivo que no sea el romano, si lo conoces.

6. Todos conocemos matemáticos griegos famosos, Pitágoras, Euclides, Arquímedes y Tales. ¿Conoces algún otro matemático antiguo? Si es así, escribe de quién se trata.

7. ¿Conoces matemáticos no italianos que hayan vivido después de la Edad Media? En caso afirmativo, escríbelos a continuación.

8. Si conoces algún libro de matemáticas famoso, escríbelo aquí.

9. En matemáticas en la escuela, el libro de texto es: (máximo dos respuestas)
   - Un punto de partida
   - Todo lo que necesitas
   - Una guía
   - Una carga

# Anexo Q5: Texto del cuestionario sobre Historia de las matemáticas y de su enseñanza (versión final)

https://docs.google.com/forms/d/17Ye2RpoEMKTrEejMtjzYpt50fgtRZsxPtphmW1wj7ko/copy

1. Libro de Historia de las Matemáticas:

¿Has leído alguna vez algo sobre Historia de las Matemáticas? En caso afirmativo, elige un título y escríbelo:

2. Indica con un valor entre 1 y 4 tu grado de acuerdo con la siguiente frase:

Las matemáticas han llegado a ser un conjunto completo y bien articulado de conocimientos

3. A partir de la Historia…
    - ¿Crees que es interesante transmitir contenidos matemáticos a los alumnos a partir de la historia y la narración?

4. Sistemas de numeración distintos del nuestro:
   Escribe un ejemplo de sistema de numeración posicional que no sea decimal, si lo conoces.

5. Menciona un ejemplo de un sistema de numeración aditivo que no sea el romano, si lo conoces.

6. Todos conocemos matemáticos griegos famosos, Pitágoras, Euclides, Arquímedes y Tales. ¿Conoces algún otro matemático antiguo? Si es así, escribe de quién se trata.

7. ¿Conoces matemáticos no italianos que hayan vivido después de la Edad Media? En caso afirmativo, escríbelos a continuación.

8. Si conoces algún libro de matemáticas famoso, escríbelo aquí:

9. En matemáticas en la escuela, el libro de texto es: (dos respuestas como máximo)
    - Un punto de partida
    - Todo lo que necesitas
    - Una guía
    - Una carga

# Anexo Q6: Texto del cuestionario sobre Geometría

https://docs.google.com/forms/d/1oRQY9uQgfo4Y72o0zjX8b25BJ6aCGAcPW6m8dtdRNN8/copy

1. Cuando piensas en la Geometría, ¿cuáles son las tres palabras que te vienen a la mente?

2. Entre Aritmética y Geometría, ¿qué prefieres?

3. ¿Por qué geometría empezamos? ¿Presentamos antes la geometría sólida o la plana?

4. Indica con un valor entre 1 y 4 lo importante que consideras las siguientes actividades en Geometría:
   - Trabajar con las manos
   - Diseñar
   - Observar
   - Comparar
   - Generalizar
   - Medir
   - Clasificar
   - Calcular
   - Conocer las fórmulas
   - Memorizar
   - Discriminar
   - Movimientos

5. Indica con un número del 1 al 4 lo importantes que consideras los siguientes temas en Geometría.

   - Figuras equivalentes
   - Figuras planas isoperimétricas
   - Construcciones con regla y compás
   - Simetrías e isometrías
   - Rectas y posiciones relativas de rectas
   - Ángulos
   - Poliedros
   - Círculo, circunferencia y Pi griego
   - Segmentos
   - Plano cartesiano

6. Expresa con un número del 1 al 4 tu grado de acuerdo con las siguientes afirmaciones:
a) Con los niños pequeños, es necesario detenerse en la distinción entre cuadrado, triángulo y círculo.
b) Es posible enseñar en una clase elemental un concepto como el de recta tangente a una curva.

7. Papel, bolígrafo, lápiz, regla o regleta son esenciales para hacer geometría con niños. Indica al menos otros dos materiales útiles para el mismo propósito.