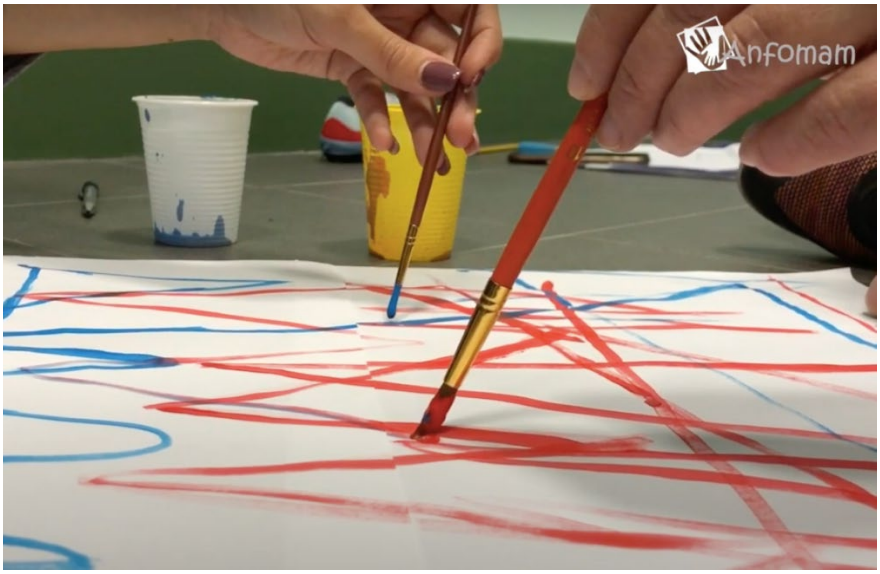
POURQUOI TRAVAILLER LES MATHÉMATIQUES À L'ÉCOLE PRIMAIRE

VISION DES MATHÉMATIQUES CHEZ LES ENSEIGNANTS EN FORMATION INITIALE ET CONTINUE

Équipe européenne ANFoMAM



Bordeaux 2021

Cofinancé par
l'Union européenne

Ce rapport a été réalisé dans le cadre du projet Erasmus+ 2018
N° 2018-1-ES01-KA203-050986 ANFoMAM Apprendre des élèves pour former des enseignants en mathématiques (https://www.unavarra.es/anfomam), cofinancé par l'Union européenne. Le contenu du rapport relève de la seule responsabilité des auteurs des institutions partenaires (citées ci-dessous). Ni la Commission européenne ni le Service espagnol pour l'internationalisation de l'éducation (SEPIE) ne sont responsables de l'usage qui pourrait être fait des informations diffusées dans le présent document.

Équipe européenne ANFoMAM
Coordinateur : Inmaculada Lizasoain
https://www.unavarra.es/anfomam

Ana Millán Gasca (responsable)
Paola Magrone
Federica Arlotti
Gaia C. M. Naponiello
Gilberto Scaramuzzo

Luigi Regoliosi (responsable)
Ana Mazzitelli
Maria Cristina Migliucci
Francesca Neri Macchiaverna
Emanuela Spagnoletti Zeuli

Valentina Celi

Inmaculada Lizasoain (responsable)
Raquel García Catalán
José Antonio Moler
María Jesús Campión
Alicia Peñalva
Jaione Abaurrea

José Ignacio Cogolludo (responsable)
Elena Gil Clemente
Chaime Marcuello Servós

Avec la collaboration des:

Mise en page : Jaione Abaurrea Larrayoz

En couverture : Activités lors de l'atelier "Geometria, scrittura, espressione" qui a eu lieu au Dipartimento di Scienze della Formazione de l'université Roma Tre, en novembre et décembre 2018 (photographie de Fulvia Subania).

Index général

Introduction

Dans le cadre du projet ANFoMAM, sept questionnaires (Qi) ont été conçus pour explorer les croyances et les attitudes d'enseignants en formation initiale et continue en Espagne, en France et en Italie, à propos des mathématiques : un questionnaire (Q0) est consacré aux aspects généraux des mathématiques et de leur enseignement tandis que les six autres ‘Q1 à Q6) sont liés aux six domaines mathématiques conçus dans le cadre du projet et explorés dans les ateliers :

Q0.- Questionnaire général sur les mathématiques
Q1.- Comprendre les algorithmes arithmétiques
Q2.- Résoudre et représenter des problèmes arithmétiques
Q3.-Relation entre l'arithmétique et la géométrie
Q4.- Calcul mental et utilisation de la calculatrice
Q5.- Histoire des mathématiques et de l'enseignement des mathématiques
Q6.- Constructions géométriques et résolution de problèmes géométriques

Chaque questionnaire a été soumis à plusieurs groupes de futurs enseignants dans les universités partenaires du projet, à savoir l'Université de Bordeaux en France, l'Université Roma Tre en Italie, l'Université de Saragosse et l'Université publique de Navarre en Espagne, ainsi qu'à plusieurs groupes d'enseignants en formation continue, pendant leurs cours de formation à l'Association Tokalon en Italie.

Les données recueillies ont été analysées en vue d'une étude ultérieure:

- La manière dont les participants ont vécu chaque domaine des mathématiques, et les mathématiques en général, au cours des étapes scolaires et universitaires de leurs études.
- Leurs croyances sur la nature de chaque domaine des mathématiques, et des mathématiques en général, et sur la nécessité ou non de les travailler de manière concrète à l'école.
- Leurs attitudes à l'égard de l'enseignement de chaque domaine des mathématiques et des mathématiques en général.

Outre l'analyse de ces questions, il existe d'autres utilisations possibles des questionnaires. Par exemple, tout enseignant souhaitant mettre en œuvre l'un des ateliers conçus dans le cadre du projet (produit intellectuel O2) peut avoir intérêt à soumettre aux participants le questionnaire correspondant, ou général, afin de:

- Aider les futurs enseignants ou les enseignants en exercice :
  - Se rappeler et revivre d'une certaine manière leurs expériences précédentes dans ce domaine des mathématiques.
  - Prendre conscience de leurs propres croyances sur ce domaine des mathématiques et son enseignement.
  - Réfléchir à leur propre attitude vis-à-vis de l'enseignement des mathématiques en tant que professeur des écoles, futur ou expérimenté.

- Obtenir une vue d'ensemble des expériences, des croyances et des attitudes des participants sur les sujets abordés dans l'atelier. Ainsi, l'analyse des réponses recueillies au cours du projet – et fournie dans ce document – donnera à l'enseignant une idée des profils des participants à l'atelier.

- Être conscient, à la fin de l'atelier, de tout changement produit sur les croyances et les attitudes des participants.

Pour ce dernier objectif, il n'est pas nécessaire de distribuer à nouveau le questionnaire à la fin de l'atelier. L'enseignant peut sélectionner certaines des questions du questionnaire initial ou, s'il le préfère, poser les questions alternatives suivantes pour évaluer à la fois la qualité des ateliers et les résultats :

- Que vous a-t-il apporté cet atelier ?
- Vos croyances sur la nature de ce domaine mathématique ou de son enseignement ont-elles changé ? Décrivez ces changements.
- Avez-vous des propositions ou des suggestions qui pourraient améliorer l'atelier ?
- Notez (de 1, décevant, à 5, excellent) votre expérience de l'atelier.

Tous les questionnaires conçus peuvent être utilisés indépendamment de l'atelier correspondant pour apprendre à connaître un groupe d'étudiants à tout moment.

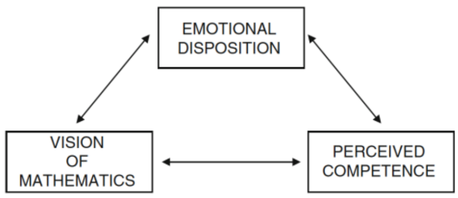
Initialement, nous avions prévu d'inclure une analyse des connaissances du contenu mathématique et didactique des participants, mais la réaction de certains participants à ce sujet nous a dissuadés de le faire dans tous les questionnaires. Par exemple, dans le questionnaire sur la résolution de problèmes arithmétiques (Q2), nous avons pensé que l'inclusion de certains problèmes particuliers pourrait intimider certains des participants. Ces sentiments ne les aideraient pas à réfléchir à leurs expériences vécues et à leurs croyances. Comme expliqué dans la description des ateliers, un facteur clé est la création d'une atmosphère détendue, qui peut offrir une expérience agréable aux participants. Il est clair que le fait de commencer l'atelier par des questions, qui pourraient être considérées comme un test de leurs connaissances mathématiques, pourrait les mettre mal à l'aise et, par conséquent, créer une atmosphère tendue.

Cadre théorique

Dans notre projet, lorsque nous parlons de *croyances*, nous nous trouvons en accord avec la définition de Vause (2011, p. 22) qui définit les croyances comme *un réservoir de valeurs et d'idées sur lesquelles les enseignants s'appuient pour agir en situation et justifier leurs actions*. *Personnelles* (dépendant fortement de l'histoire du sujet ; intégrées au fil du temps, à travers différentes expériences éducatives) ou *partagées* (liées à des idées partagées au sein d'une institution), les croyances se distinguent alors des connaissances qui sont, selon Vause (*ibidem*, p. 26), un *ensemble de savoirs relatifs à un domaine et validés empiriquement*. Malgré cette distinction, des syncrétismes existent entre connaissances et croyances dans les pratiques d'un enseignant, ce qui conduit Vause (*ibidem*, p. 27-28) à parler de *connaissances ouvragées*, à savoir *un mélange de croyances, de connaissances issues de la pratique et de connaissances davantage théoriques*.

Nous sommes en outre en accord avec la définition d'*attitude*, au sens de Zan et Di Martino (2014):

> When students describe their own relationship to mathematics, nearly all of them refer to one or more of these three dimensions: emotions, vision of mathematics and perceived competence[1]. These dimensions and their mutual relationships therefore characterize students' relationship with mathematics, suggesting a three-dimensional model for **attitude** (TMA) (Fig. 1):



Students' Attitude in Mathematics Education, Fig. 1 The TMA model for attitude (Di Martino and Zan 2010)

> The multidimensionality highlighted in the model suggests the inadequacy of the positive/negative dichotomy for attitude, which referred only to the emotional dimension. In particular the model suggests considering an attitude as negative when at least one of the three dimensions is negative. In this way, it is possible to outline different profiles of negative attitude towards mathematics. Moreover, in the study a number of profiles characterized by failure and unease emerge. A recurrent element is a low perceived competence, perhaps reinforced by repeated school experience perceived as failures, often accompanied by an instrumental vision of mathematics.

Dans nos questionnaires, nombreux items s'expriment sous la forme de croyances (au sens de Vause, 2011). C'est ainsi que, pour l'analyse des résultats recueillis, nous faisons appel aux trois dimensions définies par Green (1971) pour caractériser les croyances : *structure quasi-logique*, *centralité psychologique* (le dégré de convinction) et *structure en 'clusters'*.

Chaque individu organise ses croyances avec sa propre logique. Cela peut être décrit comme une *structure quasi-logique*. Unique pour chaque personne, cette dimension reflète la pensée et la valorisation de la personne en question. Les croyances peuvent être en contradiction entre elles même si elles sont detenues

[1] Perception que nous avons de nous-mêmes de savoir que nous sommes capables de faire, de ressentir, d'exprimer, d'être ou de devenir quelque chose.

par le même sujet, alors que le système des connaissances ne contient normalement pas des connaissances qui se contredisent.

La dimension de la *centralité psychologique* des croyances implique le fait qu'il existe des croyances qui sont plus importantes pour un individu que d'autres. On pourrait dire que les plus importantes sont psychologiquement plus centrales et que les autres sont périphériques dans le système de croyances de l'individu. Ainsi, les croyances ont leur propre force psychologique, c'est-à-dire elles se distinguent par le degré de conviction avec lequel elles sont detenues par l'individu. Le degré de conviction peut varier d'une croyance à l'autre. Les croyances les plus centrales sont celles qui sont les plus fortes. Elles sont généralement considérées comme sûres à 100%, alors que les périphériques peuvent être remplacés plus facilement.

La dernière dimension, la *structure en 'clusters'*, repose sur le fait que les croyances sont regroupées. Comme le dit Green (1971, p. 41) : « *Nobody holds a belief in total independence of all other beliefs. Beliefs always occur in sets or groups* ». Cette structure en grappes permet même aux individus d'avoir des croyances contradictoires au sein de leur propre système de croyances. La propriété de regroupement peut aider à expliquer certaines incohérences trouvées dans le système de croyances d'un individu.

Rapport du questionnaire Q0, questionnaire général sur les mathématique

Table des matières

1. Synthèse

Ce rapport présente la procédure suivie pour concevoir le questionnaire général (annexe P0) sur les croyances et attitudes relatives à la nature des mathématiques et à leur enseignement à l'école primaire, administré à la fois à des enseignants en exercice et à de futurs diplômés en enseignement des établissements associés au projet ANFoMAM. L'analyse des données collectées a permis de dresser différents profils fondés sur le vécu de ces professionnels (actuels et futurs) vis-à-vis des mathématiques. Comme nous le pensions, les réponses sont liées à l'origine des participants à l'enquête, ainsi qu'à leur situation personnelle et professionnelle. Nous proposerons à la fin de ce rapport des modifications qu'il conviendra d'apporter au questionnaire (annexe Q0[2]). Il serait notamment utile d'ajouter une question portant sur la perception des participants vis-à-vis de leurs propres compétences en mathématiques.

2. Conception du questionnaire : point de départ, buts et objectifs

Le questionnaire général (annexe P0) a été conçu à l'occasion de notre première rencontre internationale, à Rome, en septembre 2018, par des chercheurs issus des établissements participant au projet. Il visait à recueillir des informations sur les croyances et attitudes à l'égard des mathématiques des enseignants en formation initiale et continue étudiant dans nos établissements. Les idées avancées lors du colloque *Más allá de la alfabetización numérica (Au-delà de l'alphabétisation numérique)* du Ve Congrès international des sciences de l'éducation et du développement (Santander, mai 2017), à l'occasion duquel nous avons discuté de différentes expériences réalisées pour améliorer la formation des enseignants en mathématiques en France, en Italie, en Norvège et en Espagne, constituent le point de départ du présent rapport (Celi et De Simone, 2018 ; Campión Arrastia *et al.,* 2017 ; Lekaus *et al.,* 2015).

Dans le cadre de nos fonctions d'universitaires chargés de la formation des futurs enseignants, nous avions constaté que l'expérience vis-à-vis des mathématiques de bon nombre de nos étudiants et étudiantes pendant leur cursus scolaire était loin d'être optimale (Gil Clemente, Millán Gasca, 2016). Nous partagions également le sentiment que certaines émotions, telles que la frustration ou le rejet, semblaient liées à une conception stricte des mathématiques élémentaires limitée à un apprentissage par cœur de procédures et de calculs, qui aboutissait fréquemment à une perte de confiance du personnel enseignant en sa capacité à enseigner les mathématiques avec enthousiasme (Celi *et al.,* 2020). Nous

[2] QuestionnaireQ0:https://docs.google.com/forms/d/1k92bWqpHigYjHQ2RhoqrbByYwEGFTr9X-bbgdYOHzVk/copy

pensions, avant de démarrer, que le questionnaire ferait la distinction entre deux profils distincts : celui décrit ci-dessus, d'une part, et celui de l'enseignant pour qui les mathématiques semblent être une matière attrayante et dynamique étroitement corrélée à l'expérience humaine. Nous pensions que l'enseignement des mathématiques à l'école ne poursuivait pas un simple objectif utilitaire pour les participants correspondant à ce deuxième profil, mais avait également pour but de contribuer au développement des enfants.

Nous ne souhaitions pas seulement avoir une vue d'ensemble du rapport aux mathématiques de nos étudiants et étudiantes. Nous voulions également que les participants à l'enquête prennent conscience, en remplissant le questionnaire (annexe P0), de trois aspects étroitement corrélés : leurs « expériences de vie » (Van Manen, 2016), leur perception de la nature des mathématiques et leurs croyances vis-à-vis des objectifs de l'enseignement de cette matière à l'école primaire, pour les aider à adopter la meilleure stratégie possible pour vivre les expériences proposées dans les ateliers de mathématiques du projet. C'est la raison pour laquelle nous avons évité d'introduire dans le questionnaire des problèmes arithmétiques ou toute autre question pouvant faire naître un sentiment de honte lié au manque de connaissances mathématiques. Nous avons préféré introduire des questions invitant les participants à mettre par écrit des termes en lien avec leur expérience vis-à-vis des mathématiques (questions n^os^ 1 et 3) et d'autres les incitant à attribuer un poids plus ou moins important à certains aspects liés aux activités mathématiques (question n° 2). Les participants ont, par ailleurs, pu désigner, dans des questions à choix multiples (n° 4 et 5), les personnes ou objets ayant favorisé ou entravé leur apprentissage des mathématiques à l'école. La sixième question (n° 6), qui dressait une liste des croyances générales sur la nature des mathématiques et l'utilité de leur enseignement dès le plus jeune âge à l'école, invitait les participants à indiquer dans quelle mesure ils ou elles sont d'accord avec ces croyances. Enfin, les deux dernières questions (n^os^ 7 et 8) portaient sur les cours de mathématiques reçus plus récemment et la situation professionnelle actuelle des participants à l'enquête.

3. Collecte de données

Aux fins de l'étude diagnostique, nous avons soumis le questionnaire Q0 aux publics suivants :

- Deux groupes d'étudiants en deuxième année de diplôme d'enseignement primaire de l'Université publique de Navarre (Upna), en Espagne ;
- Deux groupes d'étudiants en deuxième année de diplôme d'enseignement primaire de l'Université de Saragosse (Unizar), en Espagne ;
- Deux groupes d'étudiants en Master MEEF de l'Université de Bordeaux (UB), en France ;
- Un groupe d'élèves de l'Université Roma Tre (URT), en Italie ;
- Un groupe d'enseignants en exercice participant à des cours de formation continue dispensés par l'association Tokalon (TOK) de Rome, en Italie.

Le tableau suivant présente la répartition des participants :

Tableau 1: Répartition des participants

	Nombre de futurs enseignants	Nombre de personnels enseignants en exercice	Nombre total de participants	Professionnels en exercice/futurs professionnels
Upna	83	1	84	Env. 0
Unizar	87	4	91	Env. 0
UB	37	24	61	Env. 2/3
URT-TOK	44	86	130	Env. 2
	251	115	366	

Le graphique suivant compare le nombre de futurs enseignants et le nombre de personnels enseignants en exercice ayant rempli le questionnaire, en tenant compte de leur lieu d'origine.

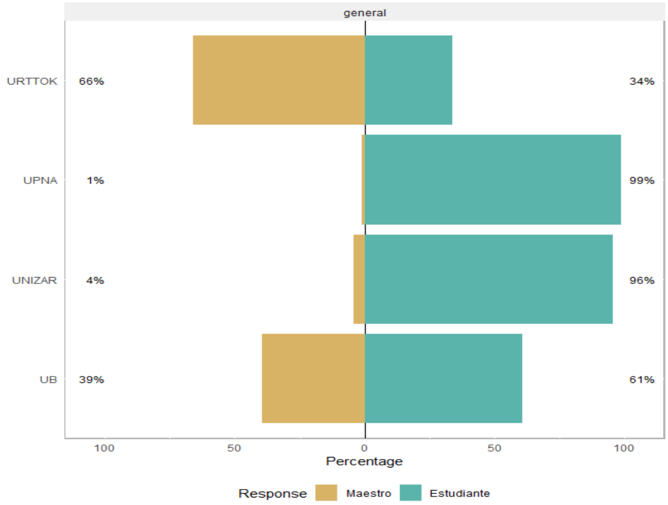


Figure 1

4. Analyse des données

La partie principale de ce questionnaire se compose de six questions :

1) Termes associés aux mathématiques (réponse libre)
2) Poids attribué à 14 notions liées aux mathématiques sur l'échelle de Likert (allant de 1, poids le plus faible, à 4, poids le plus élevé)
3) Les trois points mathématiques les plus problématiques (réponse libre)
4) Les personnes ou objets ayant favorisé l'apprentissage des mathématiques
5) Les personnes ou objets ayant entravé l'apprentissage des mathématiques
6) Degré d'accord avec 12 affirmations relatives aux mathématiques

Nous analyserons dans un premier temps les réponses aux questions 2 et 6 :

Question 2 : Comme le montre la figure 2, les participants associent principalement les mathématiques au *raisonnement,* à l'*attention* et à la *persévérance*, suivis de l'*expérimentation* et de la *construction,* tandis que l'*imagination* et la *rapidité* occupent les dernières places du classement. Si l'analyse tient compte de l'établissement d'origine des participants, ceux-ci se distinguent surtout par les réponses données à la question, et notamment par l'usage des termes *créativité* et *dialogue,* auxquels seul le groupe italien attribue un poids considérable (voir la figure 3). Toutes les autres universités attribuent un poids très faible à la *créativité,* et les réponses de l'Upna se distinguent nettement de celles de Rome concernant le *dialogue.*

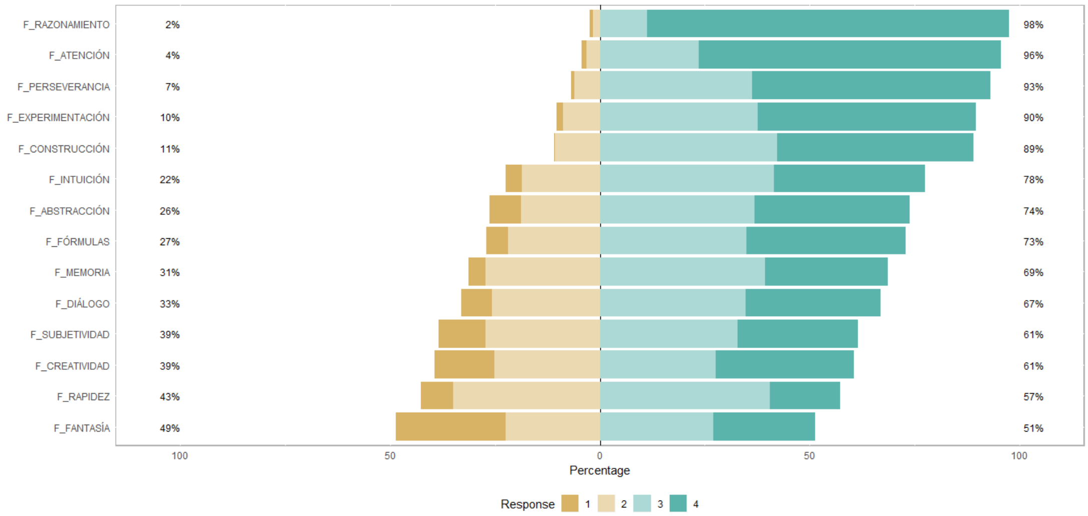


Figure 2

Légende

F_razonamiento: raisonnement F_atención: attention F_perseverancia: persévérance F_experimentación: expérimentation F_construcción: construction	F_intuición: intuition F_abstracción: abstraction F_fórmulas: formules F_memoria: mémoire F_diálogo: dialogue	F_subjetividad: subjectivité F_creatividad: créativité F_rapidez: vitesse F_fantasía: fantaisie

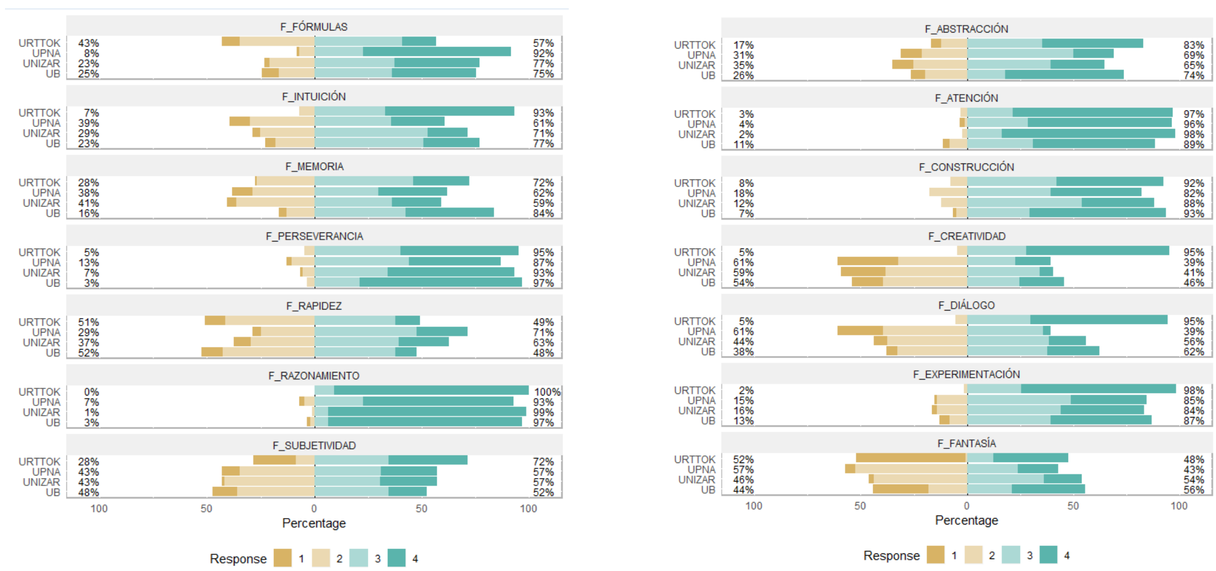


Figure 3

Question 6 : Les affirmations selon lesquelles *les compétences en mathématiques peuvent s'améliorer avec le temps* et *les mathématiques structurent la pensée* sont les plus partagées par les participants à l'enquête, bien que l'Upna accorde moins d'importance que les autres à la dernière. Il existe également un consensus selon lequel *les mathématiques, ce n'est pas toujours la même chose*. Si l'analyse tient compte de l'établissement d'origine des participants, c'est de nouveau le groupe italien qui présente le plus de divergences, puisqu'il considère que *les mathématiques sont amusantes, pas belles* et *faciles*, contrairement aux autres groupes.

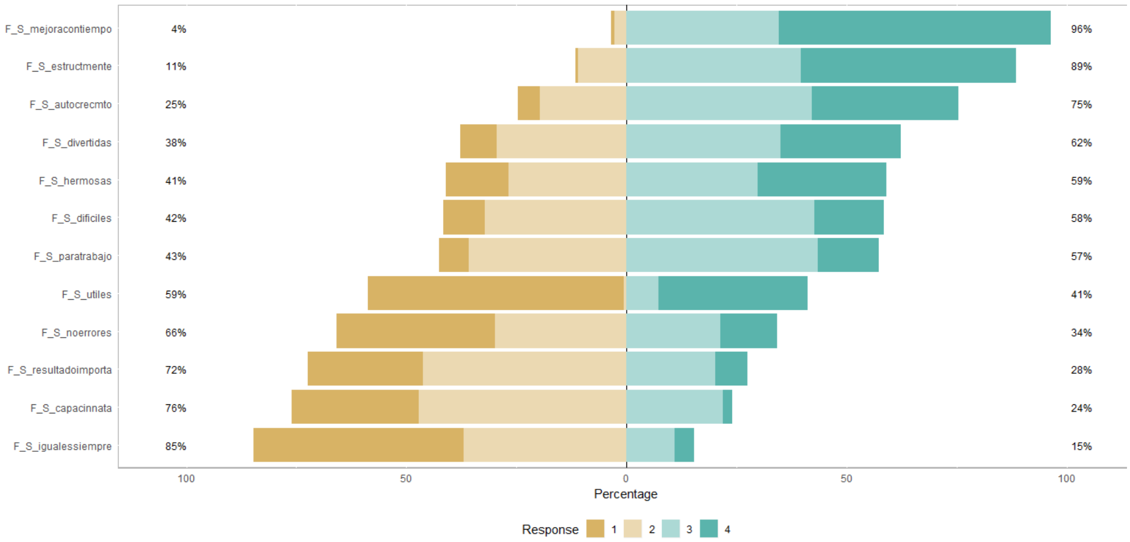


Figure 4

Légende :

F_S_mejoracontiempo : les compétences en mathématiques peuvent s'améliorer avec le temps F_S_estructmente : les mathématiques structurent la pensée F_S_autocrecmto : les mathématiques contribuent au développement d'une personne F_S_divertidas : les mathématiques sont amusantes F_S_hermosas : les mathématiques sont belles F_S_dificiles : les mathématiques, c'est difficile	F_S_paratrabajo : les mathématiques sont fondamentales pour trouver du travail F_S_utiles : les mathématiques sont utiles dans la vie de tous les jours F_S_noerrores : il faut éviter de faire des erreurs F_S_resultadoimporta : c'est le résultat qui compte F_S_capacinnata : il faut « avoir la bosse des mathématiques » F_S_igualessiempre : c'est toujours la même chose

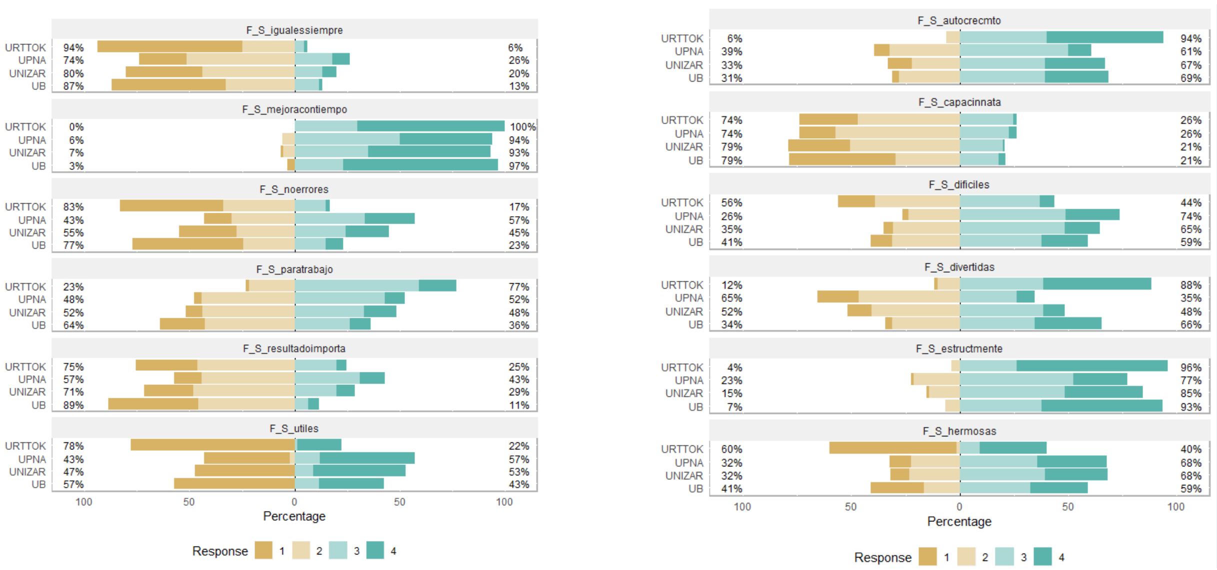


Figure 5

Analyse des groupes de variables

En suivant la théorie des clusters de Green, nous appliquons une technique d'analyse multivariée, appelée analyse des principales composantes, pour rechercher, dans les données, des groupes de variables.

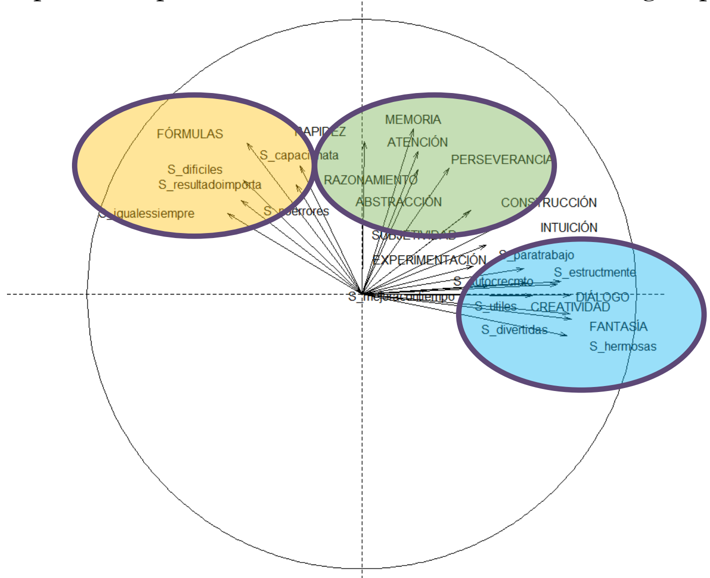


Figura 6

Cette analyse permet de distinguer trois groupes de variables:

Groupe 1) Le premier groupe est formé de variables liées à une conception **technique** et **statique** des mathématiques : les affirmations telles que *les mathématiques, c'est toujours la même chose* ou *c'est le résultat qui compte*, associées à des termes comme *formules*, montrent que les mathématiques sont perçues comme quelque chose de statique, de « donné », qu'il n'est pas possible de modifier. Elles sont jugées *difficiles,* et *il faut « avoir la bosse des mathématiques ».* Ainsi, cette matière n'est pas considérée comme quelque chose de naturel et de rattaché à l'expérience humaine, mais plutôt comme une aptitude technique, une simple capacité ou une *compétence* (Peters, 1966) difficile à acquérir pour certains, qui doivent s'entraîner pour gagner en *rapidité* et en précision (*en évitant de commettre des erreurs*).

L'attitude vis-à-vis de l'enseignement des mathématiques que l'on peut attendre des participants qui ont attribué un poids important à ce groupe de variables est la suivante :

- Tendance à donner aux élèves des exercices strictement délimités et des procédés mécaniques leur permettant de gagner en rapidité et en précision ;
- Tendance à donner des activités répétitives aux élèves pour éviter qu'ils ne commettent des erreurs ;
- Tendance à se contenter de vérifier les résultats des exercices plutôt que d'évaluer le raisonnement suivi ;
- État d'esprit fixe (Dweck, 2006) vis-à-vis des élèves, qui pousse leurs enseignants à penser que les capacités mathématiques de chaque élève sont préétablies.

Groupe 2) Le deuxième groupe est formé de variables liées à une conception **dynamique** et **moins technique** des mathématiques : l'utilisation de termes comme *dialogue* et *créativité* montre que les participants voient les mathématiques comme quelque chose dont les élèves peuvent discuter et qui peut favoriser la communication, quelque chose qu'ils peuvent « accomplir » et non comme quelque chose qui leur est « donné ». Le terme *imagination* associe les mathématiques au monde des enfants, tandis que les affirmations comme *les mathématiques sont amusantes* ou *les mathématiques sont belles* montrent que cette matière procure du plaisir tout en contribuant au développement d'une personne. Les participants qui partagent cette conception pensent également que les mathématiques sont *utiles dans la vie de tous les jours* et *fondamentales pour trouver du travail*, ce qui renforce la théorie selon laquelle les mathématiques auraient un lien avec la vie personnelle (Orón Semper et Blasco, 2019) et ne seraient pas un simple exercice technique. L'idée selon laquelle les mathématiques sont *une compétence qui peut s'améliorer avec le temps* nous permet de penser qu'elles sont perçues comme quelque chose en lien avec la nature humaine, et non comme quelque chose de réservé à une minorité de personnes ayant un don spécial.

L'attitude vis-à-vis de l'enseignement des mathématiques que l'on peut attendre des participants qui ont attribué un poids important à ce groupe de variables est la suivante :

- Tendance à proposer aux élèves des exercices ouverts qui favorisent la créativité ;
- Tendance à chercher des activités en lien avec la vie quotidienne des élèves ;
- Tendance à chercher des exercices ayant du sens pour les enfants et laissant la place à la fantaisie et à l'imagination ;
- Tendance à encourager l'échange de stratégies dans la salle de classe par le dialogue ;
- État d'esprit de croissance (Dweck, 2006) vis-à-vis des élèves : conviction selon laquelle les performances mathématiques des élèves peuvent s'améliorer.

Groupe 3) Le troisième groupe est composé de variables associées à des termes comme *mémoire*, *attention* et *persévérance*, qui renvoient à des aspects de l'apprentissage des mathématiques pouvant être améliorés grâce au **travail** et à l'**effort.** D'autres termes, tels qu'*abstraction* et *raisonnement*, sont également mentionnés. Il est difficile de prédire l'attitude des participants ayant attribué un poids important à ce groupe de variables vis-à-vis de l'enseignement des mathématiques. En effet, l'absence de corrélation entre ces variables et celles des deux autres groupes signifie que les participants leur ayant attribué un poids important sont tout aussi susceptibles d'avoir une conception dynamique et personnelle qu'une conception statique et technique des mathématiques.

i) Si les variables de ce troisième groupe apparaissent aux côtés de celles du premier groupe, on estime qu'elles correspondent à des participants ayant une conception technique et statique des mathématiques, qui attribuent la *difficulté* de la matière à sa *nature abstraite* et à la nécessité de *raisonner* pour résoudre les exercices. Si ces participants estiment qu'*il faut « avoir la bosse des mathématiques »* pour résoudre des problèmes, les élèves peuvent toutefois surmonter les difficultés en s'entraînant, c'est-à-dire en suivant des procédés mécaniques et répétitifs.
ii) Si ce troisième groupe de variables apparaît aux côtés de celles du deuxième groupe, l'on estime qu'il correspond à des participants qui ont une conception dynamique des mathématiques et qui pensent que les aspects comme l'*abstraction* et le *raisonnement* peuvent être favorisés en remettant aux élèves des exercices concrets très variés. Si les élèves travaillent et font preuve d'*attention* et de *persévérance* face à différentes représentations concrètes d'un même concept mathématique, ils réussiront à saisir le concept abstrait.

Analyse du profil des participants des différents établissements

Si nous représentons chaque participant à notre étude par la valeur qu'il ou elle a attribuée aux 26 variables représentées dans les figures 2 et 4, c'est-à-dire comme un point dans un espace de dimension 26, la technique statistique du discriminant représente la projection de ces points sur un plan déterminé par deux axes, LD1 et LD2, issus d'une combinaison linéaire des 26 variables examinées dans notre étude. Parmi toutes les projections possibles, l'analyse recherche celle qui place les individus des différents établissements le plus loin possible les uns des autres, tout en veillant à ce que les individus d'un même établissement soient le plus proche possible. La figure 7 montre le nombre de participants de chaque établissement appartenant au groupe prévu après cette projection.

Concrètement, l’axe LD1, décrit dans la figure 9 comme une combinaison linéaire spécifique de toutes les variables, distingue les participants espagnols (situés dans le premier et le quatrième quadrants) des participants italiens (principalement situés dans le deuxième quadrant), comme le montre la figure 7. L’axe LD2, également décrit dans la figure 9, distingue les participants français (situés dans les troisième et quatrième quadrants) de la majorité des participants italiens. Selon la figure 7, les étudiants espagnols sont répartis entre le demi-plan positif (supérieur) et le demi-plan négatif (inférieur).

<table>
<tr><td></td><td>Attention – Créativité – Beauté – Nécessité pour trouver du travail
Intuition – Rapidité – Bosse – Éviter de commettre des erreurs
LD2 Positif</td><td></td></tr>
<tr><td>LD1 Négatif

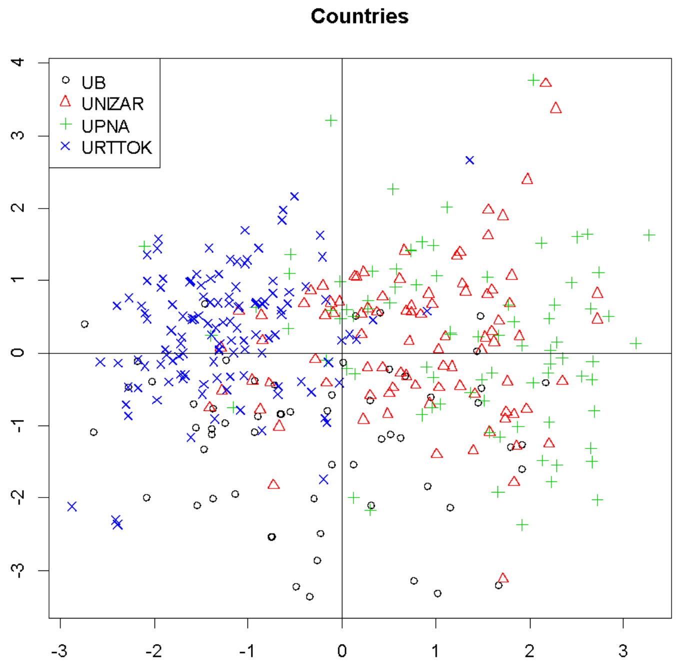
Imagination

Dialogue

Bosse

Amusant

Mémoire

Structurent la pensée</td><td>
</td><td>LD1 Positif

Rapidité

Attention

Construction

Toujours la même chose

Formules

Éviter de commettre des erreurs</td></tr>
<tr><td></td><td>LD2 Négatif
Amusant – Mémoire – Persévérance – Imagination – Structure la pensée
Construction – Abstraction</td><td></td></tr>
</table>

Figure 7

	Grupo			
grupo	UB	UNIZAR	UPNA	URTTOK
UB	32	7	0	4
UNIZAR	11	56	20	3
UPNA	2	16	55	1
URTTOK	16	12	9	122

Figure 8

	LD1	LD2
EXP	0.18446838	0.1154512065
FAN	-0.66173517	-0.4861270180
CR	0.01887751	0.7015117094
RZ	-0.17584850	-0.1433206847
DG	-0.45664316	0.1945463710
INT	-0.08010382	0.2672226298
MEM	-0.27182067	-0.5029879218
ABS	0.01170164	-0.2076723301
ATE	0.30061440	0.7115421464
RP	0.33813858	0.2181119463
PER	-0.16349755	-0.4947876642
CONS	0.21003362	-0.2481014539
SUJ	0.03286280	0.1750934522
FOR	0.18033813	-0.0007551256
cap	-0.36467392	0.2266053515
mej	0.09732893	-0.0189619859
uti	0.04126504	0.1093907104
trb	0.08359742	0.4772304996
her	-0.09411722	0.4986212727
res	0.02131315	0.1034917194
dif	0.04262010	-0.1073154688
div	-0.31081988	-0.5952555457
ig	0.27222073	0.0110757583
aut	0.02148864	0.0134595290
noer	0.17627339	0.2180931591
estr	-0.23063977	-0.3697926939

EXP : Expérimentation
FAN : Imagination
CR : Créativité
RZ : Raisonnement
DG : Dialogue
INT : Intuition
MEM : Mémoire
ABS : Abstraction
ATE : Attention
RP : Rapidité
PER : Persévérance
CONS : Construction
SUJ : Subjectivité
FOR : Formules
cap : il faut avoir la bosse des mathématiques pour obtenir de bons résultats
mej : les compétences en mathématiques peuvent s'améliorer avec le temps
uti : utile dans la vie de tous les jours
trb : fondamentales pour trouver du travail
her : beauté
res : c'est le résultat qui compte
dif : difficile
div : amusant
ig : toujours la même chose
aut : contribue au développement d'une personne
noer : il faut éviter de commettre des erreurs
estr : structurent la pensée

Figure 9

L'observation des variables situées au niveau des coefficients positifs les plus élevés de l'axe LD1 nous permet d'affirmer que les participants espagnols se distinguent des autres en attribuant un poids élevé à l'*attention*, à la *rapidité*, à la *construction* et aux *formules*, tout en considérant que *les mathématiques, c'est toujours la même chose*. Ces caractéristiques les différencient des Italiens, qui donnent plus de poids aux variables situées au niveau des coefficients négatifs les plus élevés sur l'axe LD1, c'est-à-dire l'*imagination*, le *dialogue* et, dans une moindre mesure, la *mémoire*, tout en estimant que *les mathématiques sont amusantes* et *structurent la pensée*. Ils estiment par ailleurs qu'il *faut « avoir la bosse des mathématiques »* pour obtenir de bons résultats.

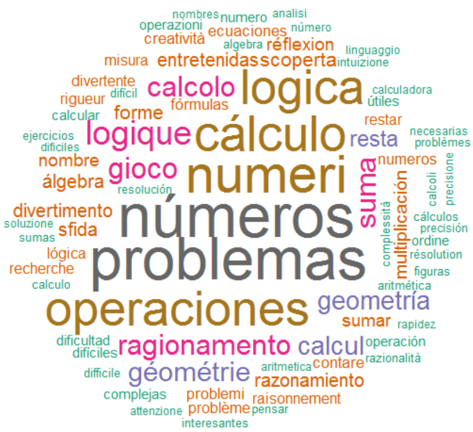
L'analyse ci-dessus permet d'établir le profil des participants de chaque établissement à partir de leur positionnement sur le diagramme (figure 7). Il existe en outre ce que l'on pourrait considérer comme des incohérences au sein même des groupes, dues à la superposition des croyances individuelles et sociales (Green, 1971). Par exemple, les participants espagnols ont clairement une conception statique et technique des mathématiques (groupe 1 de l'analyse des variables), tout en mettant l'accent sur la *rapidité* et l'*attention* (groupe 3), ce qui nous incite à anticiper l'attitude décrite dans le groupe 3 (i) de l'analyse des variables. Ceci est cohérent avec le poids élevé qu'ils allouent à la *difficulté*, au *raisonnement* et à la *persévérance* dans les questions 2 et 6. Toutefois, la mention du terme *construction* peut être considérée comme étant incohérente, de même que le poids élevé attribué à la *beauté* à la question 6. Cette observation nous conduit à supposer que ces personnes auraient tendance à fournir à leurs élèves des activités créatives qu'elles n'auraient pas elles-mêmes connues pendant leur scolarité.

Dans la même veine, il peut paraître étrange que les Italiens croient en la *nécessité d'avoir la bosse des mathématiques*, en opposition avec d'autres caractéristiques plus typiques d'une conception dynamique des mathématiques telles que l'*imagination*, le *dialogue* et le caractère *amusant* (qui relèvent toutes du groupe 2 de l'analyse des variables). Conjugué au poids alloué par les participants à certains aspects abordés dans les questions 2 et 6, comme l'*intuition*, la *créativité*, la *capacité*, le fait qu'il soit possible de *s'améliorer avec le temps*, la *contribution au développement d'une personne* et le fait que les mathématiques *structurent la pensée* et soient *fondamentales pour trouver du travail*, ce point nous pousse à attendre de ces participants l'attitude décrite dans le groupe 2 de l'analyse des variables. Celle-ci correspond à un état d'esprit de croissance, bien que le poids attribué à la *nécessité d'« avoir la bosse des mathématiques »* soit difficile à expliquer. La plupart des participants italiens se caractérisent également par des variables ayant une valeur positive plus élevée sur l'axe LD2, comme la *créativité*, l'*attention*, la *beauté* et le caractère *fondamental pour trouver du travail*.

En revanche, les participants français accordent un poids élevé aux variables dotées de coefficients négatifs sur l'axe LD2, telles que le côté *amusant*, la *mémoire*, la *persévérance* et l'*imagination*, et, dans une moindre mesure, l'*abstraction* et la *construction*. Ils semblent avoir une conception dynamique des mathématiques tout en mettant l'accent sur des exercices travaillant la persévérance et la mémoire. On s'attend donc à ce qu'ils adoptent l'attitude décrite dans le groupe 3 (ii) de l'analyse des variables. Il est surprenant que les Français attachent si peu d'importance à la variable *fondamental pour trouver du travail*, compte tenu de l'importance accordée aux mathématiques par les établissements scolaires français dans le processus de recrutement des enseignants et enseignantes du pays.

Question 1 : En ce qui concerne les termes qu'évoquent les mathématiques aux participants en fonction de leur expérience scolaire, la figure 10 montre que la plupart d'entre eux associent les mathématiques à l'*arithmétique,* au *calcul* et aux *problèmes*. Le fait que les *opérations* figurent également parmi les mots les plus répétés renforce l'idée selon laquelle la plupart des participants confondent mathématiques et arithmétique. Il en va de même pour le terme *problèmes*, qui apparaît principalement dans les réponses des Espagnols, dont le programme de mathématiques en primaire ne comprend que des problèmes de nature arithmétique, parfois placés dans un contexte de mesure.

Le terme *geometría (géométrie)* est moins souvent mentionné par les participants espagnols que le mot *aritmética (arithmétique)*. Les termes les plus fréquemment mentionnés par les Italiens sont *numeri (nombres)* et *logica (logique)*, suivis de *gioco (jeu), calcolo (calcul)* et *ragionamento (raisonnement)*. Le terme *forma* (*forme*) apparaît moins fréquemment, tout comme le mot *scoperta* (*découverte*). Les participants français, quant à eux, associent principalement les mathématiques aux termes *logique, géométrie* et *calcul,* ce qui cadre avec le plan d'études français, qui accorde la même importance aux contenus arithmétiques et géométriques.



	palabra	frec
números	números	43
problemas	problemas	42
numeri	numeri	37
cálculo	cálculo	35
operaciones	operaciones	34
logica	logica	33
logique	logique	21
gioco	gioco	18
suma	suma	17
calcolo	calcolo	17
ragionamento	ragionamento	17
géométrie	géométrie	16
calcul	calcul	15
geometría	geometría	14
resta	resta	11
forme	forme	10
scoperta	scoperta	10
entretenidas	entretenidas	9

Figure 10

Question 3 : Les participants italiens sont les seuls à avoir nommé une thématique enseignée à l'école primaire comme figurant parmi les plus difficiles qu'ils aient eu à étudier dans le cadre de l'enseignement des mathématiques. Les Espagnols, eux, considèrent que les thèmes les plus difficiles sont les *intégrales,* les *dérivés* et les *équations,* suivis des *fonctions* et de la *trigonométrie,* qui ne figurent pas dans le programme d'enseignement primaire. Enfin, les *fonctions* sont la thématique qui pose le plus de problèmes aux Français, suivies des *matrices*. Les Italiens mentionnent les *integrali (intégrales)*, la *trigonometria (trigonométrie)* et les *funzioni (fonctions)*, et ajoutent à la liste les *problemi (problèmes)*, le seul thème enseigné à l'école primaire (figure 11).

	palabra	freq
integrales	integrales	55
derivadas	derivadas	48
ecuaciones	ecuaciones	39
funciones	funciones	34
trigonometría	trigonometría	32
integrali	integrali	32
trigonometria	trigonometria	29
problemi	problemi	28
funzioni	funzioni	27
fonctions	fonctions	26
logaritmos	logaritmos	25
problemas	problemas	25
geometría	geometría	23
derivate	derivate	20
matrices	matrices	19
geometria	geometria	19
probabilidad	probabilidad	18
equazioni	equazioni	18

Figure 11

Question 4 : Les réponses à cette question à choix multiples montrent que la figure de l'*enseignant*, tant en primaire qu'en secondaire, a été le principal facteur ayant aidé les participants à apprendre. Les *membres de la famille* ou *ami·e·s* figurent également parmi les plus cités, suivis de loin par les *livres, jeux* et *films* (figure 12).

	palabra	freq
profesor	profesor	368
insegnante	insegnante	138
primaria	primaria	134
scuola	scuola	123
enseñanza	enseñanza	93
obligatoria	obligatoria	93
secundaria	secundaria	93
educación	educación	88
professeur·	professeur·	81
particular	particular	79
bachillerato	bachillerato	79
grado	grado	77
secondaria	secondaria	77
familiar	familiar	70
compañero	compañero	56
libro	libro	50
elementare	elementare	46
universitario	universitario	41

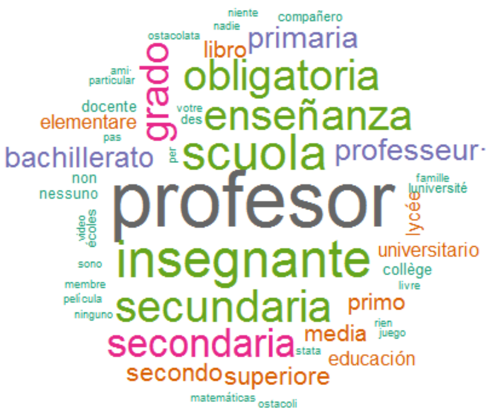
Figure 12

Question 5 : Il peut sembler étonnant que, lorsqu'invités à choisir la personne ou la chose qui a entravé leur apprentissage des mathématiques dans la question 5, les participants aient majoritairement répondu *le/la professeur·e*, tout comme à la question 4 relative à la personne ayant le plus favorisé leur apprentissage.

Le/la *professeur·e* est toutefois moins souvent mentionné·e dans les réponses à la question 5 que dans celles à la question 4.

Nous concluons donc que l'expérience des étudiants vis-à-vis des mathématiques, qu'elle soit négative ou positive, est clairement liée à leurs enseignants. Autrement dit, la figure du professeur joue un rôle prépondérant dans l'enseignement des mathématiques. Celui-ci ne peut donc pas être considéré comme une simple question de transmission technique des connaissances qui fonctionne ou pas indépendamment de ce que fait ou dit l'enseignant. La dimension interpersonnelle de l'apprentissage joue très clairement un rôle central dans l'éducation (Orón Semper et Blasco, 2019).

Il convient de souligner également que les *livres* sont rarement considérés comme un obstacle.



	palabra	frec
profesor	profesor	173
insegnante	insegnante	108
scuola	scuola	105
secundaria	secundaria	89
enseñanza	enseñanza	88
obligatoria	obligatoria	88
grado	grado	77
secondaria	secondaria	77
professeur·	professeur·	54
primaria	primaria	52
bachillerato	bachillerato	48
secondo	secondo	42
superiore	superiore	42
media	media	35
primo	primo	35
libro	libro	32
elementare	elementare	27
universitario	universitario	26

Figure 13

5. Conclusions : observations, réflexions et axes d'amélioration

Les données recueillies nous donnent une idée des croyances et attitudes des participants vis-à-vis de la nature et de l'enseignement des mathématiques en primaire. Comme prévu, les réponses sont liées à l'origine des participants, ainsi qu'à leur situation personnelle et professionnelle. Il est important de rappeler ici que le rapport entre personnel enseignant en exercice et futurs enseignants est quasiment de 2 pour 1 à Rome, d'environ 2 pour 3 à Bordeaux et de 0 pour 200 dans les universités espagnoles.

Les réponses à la question 1 montrent que les personnes interrogées associent principalement les mathématiques à l'arithmétique, notamment en Espagne, où les termes portant sur d'autres domaines des mathématiques figurent à une certaine distance de ceux reliés à l'arithmétique dans le tableau des fréquences. Les participants italiens et français associent en revanche des termes comme « logique » et « géométrie » aux mathématiques.

Une analyse combinée classe les variables mentionnées aux questions 2 et 6 en trois groupes, qui nous permettent de dégager deux profils distincts : les participants ayant une conception statique et technique des mathématiques, et ceux défendant une conception plus dynamique et personnelle. Les attitudes des participants ayant attribué une valeur élevée aux variables du premier groupe et de ceux ayant attribué une valeur élevée aux variables du deuxième groupe devraient être très différentes. L'ajout des poids assignés aux variables du troisième groupe à l'équation nous permet de mieux comprendre les attitudes attendues des différents groupes de participants vis-à-vis de l'enseignement.

Le recours à la technique de l'analyse discriminante nous permet par ailleurs de rechercher des caractéristiques assurant une meilleure distinction des participants des différents établissements. Les Espagnols partagent clairement une vision statique et technique des mathématiques, associée à une confiance certaine dans les efforts déployés par les élèves pour améliorer leurs performances en la matière. Cela cadre avec leurs réponses à la question 1, où ils ont eu tendance à associer les mathématiques à des exercices d'arithmétique, souvent strictement délimités et laissant peu de place à la créativité et à l'expérimentation.

Les variables décrivent la plupart des participants italiens comme ayant une conception dynamique et personnelle des mathématiques et un état d'esprit de croissance vis-à-vis de leurs élèves. Ceci rejoint leurs réponses à la question 1, où ils ont associé des termes comme *gioco* (jeu) ou *scoperta* (découverte) aux mathématiques. Il convient de signaler que les deux tiers des participants italiens sont des enseignants en exercice qui suivent des cours d'actualisation des connaissances organisés par l'association Tokalon, qui ont vocation à transmettre l'idée que les mathématiques sont une matière dynamique et agréable, étroitement liée à la nature humaine.

Les participants français semblent quant à eux avoir une conception dynamique des mathématiques, tout en mettant l'accent sur des exercices travaillant la persévérance et la mémoire. Leurs réponses à la question 1 montrent qu'ils associent tout autant la géométrie que l'arithmétique aux mathématiques.

Il convient de noter que les profils décrits ne sont pas parfaitement délimités. Il est surprenant de voir que les participants espagnols attribuent un poids élevé à la *construction* et à l'idée que *les mathématiques sont belles*, alors que les Italiens pensent qu'il faut « *avoir la bosse des mathématiques* ». De la même façon, les Français attribuent un faible poids à la variable relative au caractère *fondamental pour trouver du travail*, alors même que les établissements scolaires français accordent une très grande importance aux mathématiques à l'embauche.

Les réponses données à la question 3, qui correspondent pour la plupart à des termes utilisés dans l'enseignement secondaire, ne fournissent aucune indication sur les difficultés à l'école primaire (à l'exception des problèmes, mentionnés parmi les thématiques les plus difficiles étudiées à l'école par le groupe italien). Ce déficit d'information nous conduit à penser que cette question pourrait être légèrement modifiée, de la façon décrite à l'annexe Q0.

Les réponses aux questions 4 et 5 montrent que l'expérience vis-à-vis des mathématiques ne se limite pas à leur seule nature technique. Les relations interpersonnelles jouent un rôle fondamental dans cette expérience, notamment en primaire. À l'école, les enfants ne se contentent pas d'apprendre des concepts, mais vivent également des expériences (Orón, 2019), ce qui peut expliquer le fort lien entre les expériences des participants et leurs rapports avec leurs enseignants, qui ont favorisé leur apprentissage mais ont également pu constituer un obstacle, dans certains cas.

Rapport du questionnaire Q1, questionnaire sur la compréhension des algorithmes arithmétiques

Table des matières

1. Synthèse

Un questionnaire relatif au niveau de compréhension des algorithmes arithmétiques à l'école primaire a été conçu dans le cadre du projet Erasmus + ANFoMAM, *Aprender de los niños para formar a los maestros en el área de matemáticas.* Il avait pour objectif d'en savoir plus sur l'expérience des algorithmes arithmétiques vécue pendant leur scolarité par les enseignants en formation initiale et continue. Ce questionnaire étudie également l'opinion exprimée par ces personnes quant à l'utilité qu'a l'enseignement des algorithmes arithmétiques traditionnels à l'école primaire et aux difficultés rencontrées par les élèves dans ce domaine.

L'envoi du questionnaire (annexe P1) à des participants espagnols, français et italiens a permis de constater qu'une majorité d'entre eux avaient une attitude favorable vis-à-vis de l'enseignement des algorithmes arithmétiques à l'école primaire. Les résultats montrent en outre l'existence d'un rapport entre l'expérience des algorithmes vécue par les participants pendant leur scolarité et la stratégie la plus adaptée, selon eux, pour enseigner ce sujet en primaire.

Enfin, l'analyse des résultats obtenus lors du premier envoi du questionnaire nous a conduits à le modifier légèrement en vue de recherches ultérieures (annexe Q1[3]).

2. Conception du questionnaire : contexte et objectifs

L'enseignement des algorithmes arithmétiques occupe une place prépondérante dans l'emploi du temps des enfants depuis des siècles. Cet apprentissage a été jugé utile pour faire face à la vie quotidienne et résoudre des problèmes liés à l'argent ou aux mesures, à la maison comme au travail. De fait, bien que les programmes pédagogiques relatifs à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire contiennent d'autres domaines comme la géométrie ou les statistiques de base, il est difficile d'imaginer qu'un élève puisse passer au niveau secondaire sans avoir assimilé les algorithmes des quatre opérations arithmétiques de base.

L'apprentissage des algorithmes classiques des opérations arithmétiques est toutefois généralement considéré comme le paradigme de l'exercice de mathématiques de routine. D'autre part, cet apprentissage

[3] QuestionnaireQ1: https://docs.google.com/forms/d/1jVrlrJDT9X38F-5koa-GLwl5NIt6REtgSfYHffeFnQs/copy

est aujourd'hui remis en cause, puisque nous nous promenons constamment avec une calculatrice dans la poche.

Selon nous, l'enseignement des algorithmes arithmétiques classiques demeure un élément incontournable du programme d'enseignement des mathématiques à l'école primaire (Millán Gasca, 2018). Les algorithmes arithmétiques sont le résultat de siècles d'efforts déployés pour obtenir le résultat précis et rapide d'opérations quantitatives données. Ils offrent tous aux enfants l'occasion de se familiariser avec des processus itératifs qui fonctionnent systématiquement, tels que ceux mis en œuvre par les programmes informatiques. En outre, l'utilisation des algorithmes constitue une façon efficace d'approfondir le système numérique décimal et de se familiariser avec les propriétés des nombres et leur décomposition.

Pour toutes ces raisons, un atelier consacré à la compréhension des algorithmes arithmétiques dans le cadre du projet ANFoMAM sera mis sur pied. Il prévoira des activités visant à travailler sur les quatre opérations de base à l'aide de supports matériels et graphiques, dans le but de faciliter la compréhension à la fois des algorithmes et des propriétés des nombres. Nous visons également à inciter les enfants à prendre leurs propres décisions quant aux stratégies à adopter pour mettre en œuvre les algorithmes, de façon à éviter qu'ils ne les considèrent comme une simple tâche fermée. Notre objectif consiste à consacrer moins de temps à la mémorisation des procédures de routine et plus de temps à la compréhension des dynamiques sous-jacentes. Nous tenterons de nous centrer sur le « pourquoi » plutôt que sur le « comment ».

Tout comme dans le cadre des autres ateliers, les chercheurs de l'Université publique de Navarre ont conçu un questionnaire sur la compréhension des algorithmes arithmétiques. Ce questionnaire vise à obtenir des informations sur des questions ayant une pertinence pour les enseignants en formation initiale et continue vis-à-vis de l'enseignement et de l'apprentissage des algorithmes arithmétiques, telles que :

- L'expérience des algorithmes arithmétiques vécue par les participants pendant leur scolarité : difficultés rencontrées, stratégies adoptées, etc. ;
- Les croyances des participants vis-à-vis des objectifs de l'enseignement des algorithmes arithmétiques traditionnels à l'école primaire et des difficultés rencontrées par les enfants dans ce domaine ;
- Certaines considérations sur la forme que doit prendre l'apprentissage relatif aux algorithmes arithmétiques à l'école.

Avant cette étude, nous pensions trouver différentes façons de travailler les algorithmes arithmétiques à l'école, liées aux croyances des participants sur les objectifs en question :

- Enseignement mécanique des algorithmes classiques, en tant que processus itératifs qui fonctionnent systématiquement. L'objectif principal serait ici d'améliorer au plus vite l'efficacité et la rapidité des élèves ;
- Conception selon laquelle les algorithmes serviraient à améliorer la compréhension et la mise en pratique par les enfants des propriétés des nombres et leurs décompositions, y compris celles liées à la forme sous laquelle ils sont exprimés dans le système numérique décimal.

3. Collecte de données

La première version du questionnaire (annexe P1) a été soumise à 185 participants de l'Université de Bordeaux (UB), de l'Université publique de Navarre (Upna), de l'Université Roma Tre (URT) et de ToKalon (TK) :

Tableau 2: Répartition des participants

	UB	UPNA	URT-TKL
Étudiants à l'université	22	60	67
Enseignants en formation continue	16	4	12
Ne sait pas/Pas de réponse		4	

4. Élaboration et analyse des données

La partie centrale du questionnaire comporte six questions (annexe P1) :

1) Degré d'identification avec cinq affirmations sur l'expérience des participants vis-à-vis des algorithmes (sur une échelle de Likert allant de 1, le plus faible, à 4, le plus élevé).
2) Poids attribués à cinq objectifs de l'enseignement des algorithmes arithmétiques à l'école primaire (sur une échelle de Likert allant de 1, le plus faible, à 4, le plus élevé).
3) Poids attribués à quatre affirmations sur la meilleure façon de garantir la compréhension des algorithmes par les élèves (sur une échelle de Likert allant de 1, le plus faible, à 4, le plus élevé).
4) Valeurs attribuées au bien-fondé de l'utilisation des algorithmes arithmétiques traditionnels pour certains types d'opérations arithmétiques (sur une échelle de Likert allant de 1, le plus faible, à 4, le plus élevé).
5) Raisons pour lesquelles les enfants ont du mal à appliquer les algorithmes arithmétiques (question à choix multiples).
6) Degré d'accord avec certaines questions relatives à l'enseignement et à la pratique des algorithmes arithmétiques à l'école primaire (sur une échelle de Likert allant de 1, le plus faible, à 4, le plus élevé).

S'ajoutent à cela deux questions contextuelles conçues pour obtenir des informations sur la situation personnelle ou professionnelle des participants.

Question 1

Lorsqu'interrogés sur leur expérience personnelle vis-à-vis des algorithmes arithmétiques, les participants français se sont moins identifiés aux affirmations *J'ai toujours trouvé les algorithmes ennuyeux et répétitifs* et *Je ne me suis jamais intéressé·e à la justification d'un algorithme* que les autres.

Les participants de l'Université publique de Navarre sont ceux qui se sont le plus identifiés à ces affirmations.

D'autre part, les participants italiens se sont clairement identifiés avec l'affirmation *Je peux très bien justifier chaque étape lors de l'application d'un algorithme,* de même que les participants français, qui ont également indiqué *trouver les algorithmes faciles à apprendre.* Tous les participants, et en particulier les Français, ont affirmé *utiliser la calculatrice pour ne pas avoir à utiliser les algorithmes, dès qu'ils en ont eu l'autorisation.*

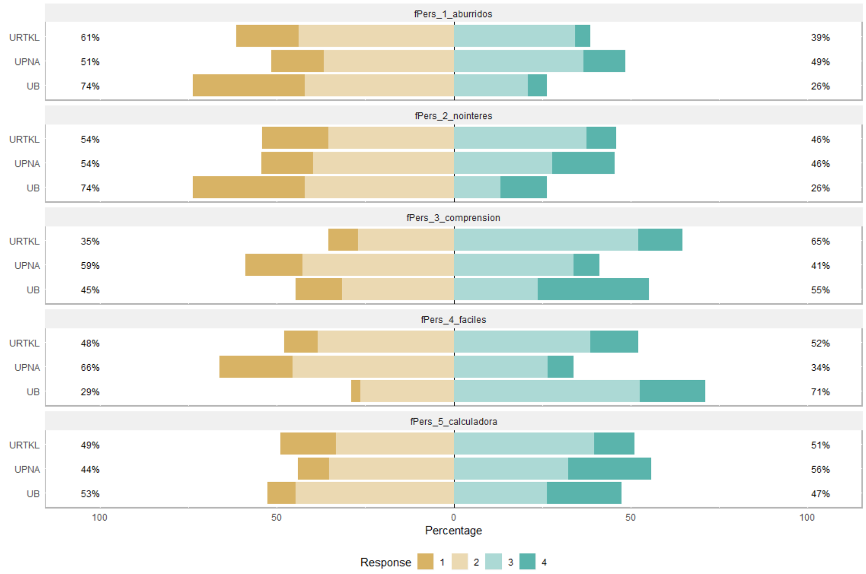


Figure 14

Légende

fPers_1_aburridos	J'ai toujours trouvé les algorithmes ennuyeux et répétitifs
fPers_2_nointeres	Je ne me suis jamais intéressé·e à la justification d'un algorithme
fPers_3_comprension	Je peux très bien justifier chaque étape lors de l'application d'un algorithme
fPers_4_faciles	J'ai trouvé les algorithmes faciles à apprendre
fPers_5_calculadora	Dès que j'en ai eu l'autorisation, j'ai utilisé la calculatrice pour ne pas avoir à utiliser les algorithmes

Question 2

Il ressort clairement du questionnaire que les participants adoptent une attitude favorable vis-à-vis de l'enseignement des algorithmes arithmétiques à l'école primaire. En ce qui concerne les objectifs de ce dernier, les participants accordent le plus d'importance au fait pour l'élève de pouvoir *se concentrer davantage sur la stratégie de résolution s'il maîtrise correctement les calculs,* suivi par le fait que *les algorithmes sont utiles pour mieux comprendre les propriétés des nombres et des opérations.* Le champ d'action est alors élargi : les algorithmes ne sont plus considérés comme un simple outil, et l'arithmétique, dans sa conception moderne, est considérée non plus comme la seule étude des nombres, mais comme l'étude de ces derniers intégrés dans une structure riche caractérisée par une série d'opérations. Les objectifs plus traditionnels de l'enseignement des algorithmes, tels que leur *utilité pour les études ultérieures et l'avenir professionnel des élèves* ou le fait qu'ils *permettent à l'élève de savoir que les calculs effectués sont corrects* sont également fortement cotés par l'ensemble des participants, au même niveau que la raison la plus adaptée à notre temps, à savoir qu'ils *constituent une aide pour comprendre les processus itératifs de la programmation lors des études ultérieures d'informatique.*

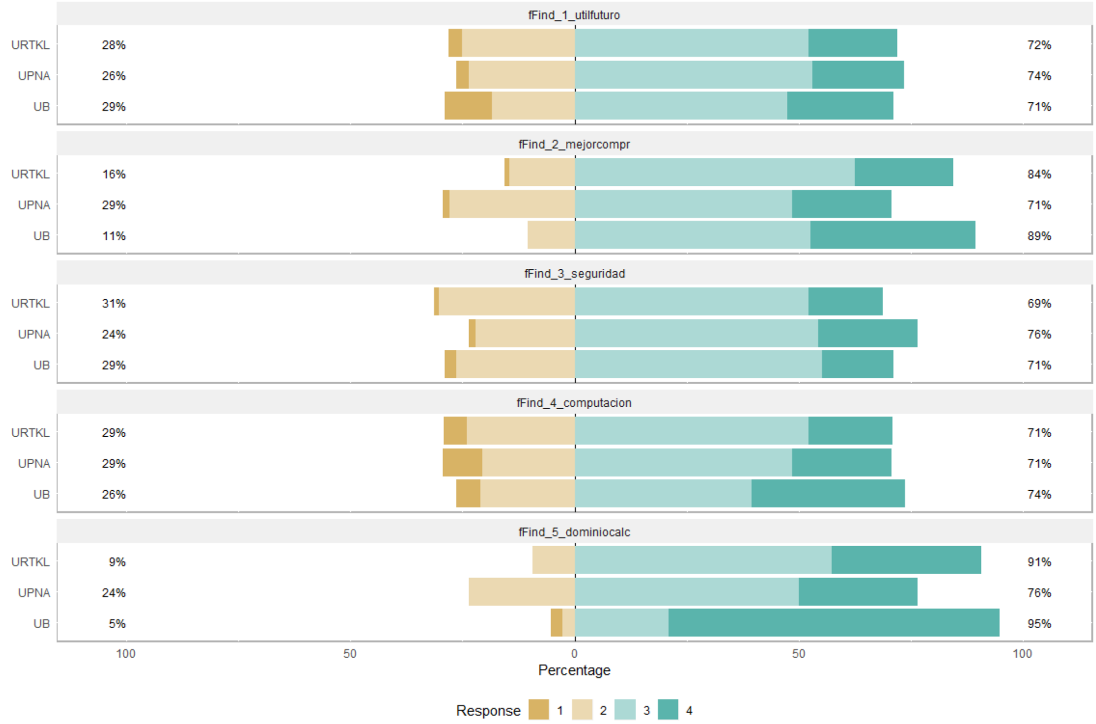


Figure 15

Légende

fFind_1_utilfuturo	Les algorithmes sont utiles pour les études ultérieures et l'avenir professionnel des élèves
fFind_2_mejorcompr	Les algorithmes sont utiles pour mieux comprendre les propriétés des nombres et des opérations
fFind_3_seguridad	Les algorithmes permettent à l'élève de savoir que les calculs effectués sont corrects
fFind_4_computacion	Les algorithmes constituent une aide pour comprendre les processus itératifs de la programmation lors des études ultérieures d'informatique
fFind_5_dominiocalc	Face à un problème arithmétique, si l'élève maîtrise correctement les calculs, il pourra se concentrer davantage sur la stratégie de résolution

Question 3

Les participants ont évalué positivement tous les aspects et ressources visant à s'assurer que les élèves comprennent non seulement comment, mais aussi pourquoi les étapes des algorithmes fonctionnent, en particulier la manipulation de matériel et le recours aux graphiques, diagrammes et schémas appropriés. Les participants de l'Université publique de Navarre accordent moins d'importance que les autres à la variable *encourager l'utilisation d'un langage précis pour nommer les différentes unités de numération impliquées*.

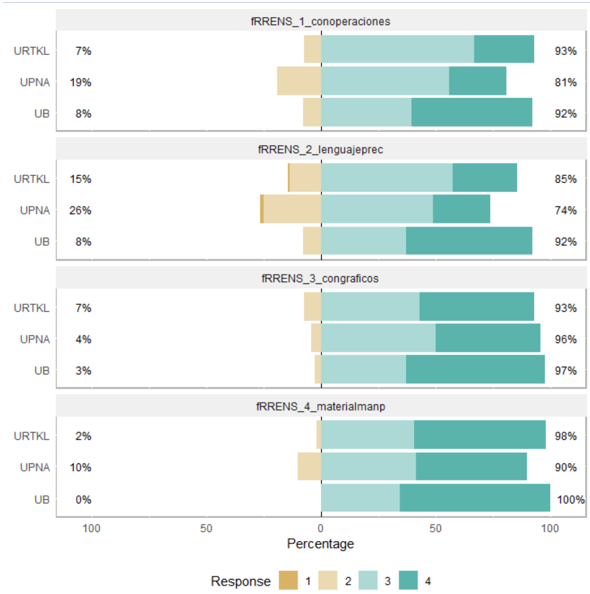


Figure 16

Légende

fRRENS_1_conoperaciones	Associer l'enseignement des algorithmes à celui des propriétés des nombres et des opérations
fRRENS_2_lenguajeprec	Encourager l'utilisation d'un langage précis pour nommer les différentes unités de numération impliquées
fRRENS_3_congraficos	Accompagner l'enseignement des algorithmes avec des schémas appropriés
fRRENS_4_materialmanp	Accompagner l'enseignement des algorithmes avec une manipulation de matériel approprié

Question 4

Dans cette question, les participants devaient évaluer la manière la plus appropriée d'utiliser les algorithmes arithmétiques traditionnels pour effectuer certains types d'opérations arithmétiques. Les réponses montrent clairement que l'utilisation des algorithmes est davantage considérée comme nécessaire lorsque l'exercice comprend des nombres composés de plusieurs chiffres (p. ex., 234 x 346). De façon surprenante, certains participants (ceux de l'Université publique de Navarre) estiment qu'il est nécessaire d'utiliser les algorithmes dans le premier exercice, une simple somme qui peut être facilement résolue par calcul mental.

Il est possible que les participants aient pensé que l'alternative était le recours à la calculatrice et qu'il était plus naturel d'utiliser les algorithmes que la machine pour résoudre une simple somme. Cela pourrait également expliquer le fait que tous les participants n'estiment pas approprié l'usage des algorithmes pour le troisième et le quatrième exercice.

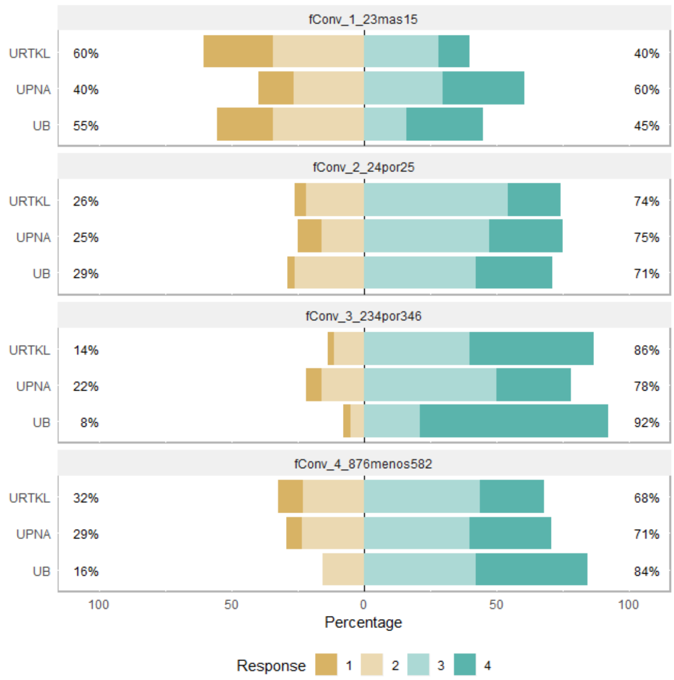


Figure 17

Légende

fConv_1_23mas15	Calcul du type 23 + 15
fConv_2_24por25	Calcul du type 24 x 25
fConv_3_234por346	Calcul du type 234 x 346
fConv_4_876menos582	Calcul du type 876 - 582

L'ambiguïté des réponses nous a conduits à modifier cette question de la façon suivante :

Choisissez la manière la plus appropriée d'effectuer chacun des types d'opérations suivants :

a) 23 + 15 calcul mental – algorithmes classiques – calculatrice
b) 24 x 25 calcul mental – algorithmes classiques – calculatrice
c) 234 x 346 calcul mental – algorithmes classiques – calculatrice
d) 876 - 582 calcul mental – algorithmes classiques – calculatrice

Question 5

En ce qui concerne les raisons pour lesquelles les élèves éprouvent des difficultés à se servir des algorithmes arithmétiques, la plupart des participants estiment que *les algorithmes ont été appris sans comprendre leur signification.* Cette raison est par ailleurs étroitement liée à d'autres raisons considérées importantes par les participants. Par exemple, *les élèves ne sont pas capables de se servir d'une représentation mentale comme aide aux calculs posés* ou *ne savent pas se servir de schémas ou manipuler du matériel comme aide pour effectuer des calculs posés.* Toutes ces formes d'enseignement auraient également pu *contribuer au fait que les élèves ne se sentent pas bloqués.*

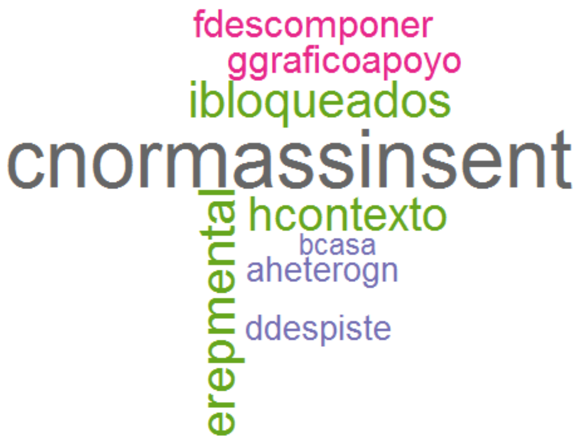


Figure 18

Légende

Aheterogn	Chaque calcul posé a ses particularités
Bcasa	Les élèves ne font pas suffisamment de calculs posés lorsqu'ils sont chez eux
cnormassinsent	Les algorithmes ont été appris sans comprendre leur signification
Ddespiste	Les élèves perdent souvent le fil de l'algorithme lorsqu'ils font des calculs posés
Erepmental	Les élèves ne sont pas capables de se servir d'une représentation mentale comme aide aux calculs posés
Fdescomponer	Les élèves n'ont pas l'habitude de décomposer les nombres
Ggraficoapoyo	Les élèves ne savent pas se servir de schémas ou manipuler du matériel comme aide pour effectuer des calculs posés
Hcontexto	Les élèves ne savent pas se servir des algorithmes pour effectuer des calculs hors de situation contextualisée
Ibloqueados	Les élèves sont bloqués par la peur de commettre des erreurs

Question 6

Dans cette question, les participants devaient indiquer dans quelle mesure ils étaient d'accord avec les affirmations suivantes sur l'enseignement et la pratique des algorithmes arithmétiques à l'école primaire.

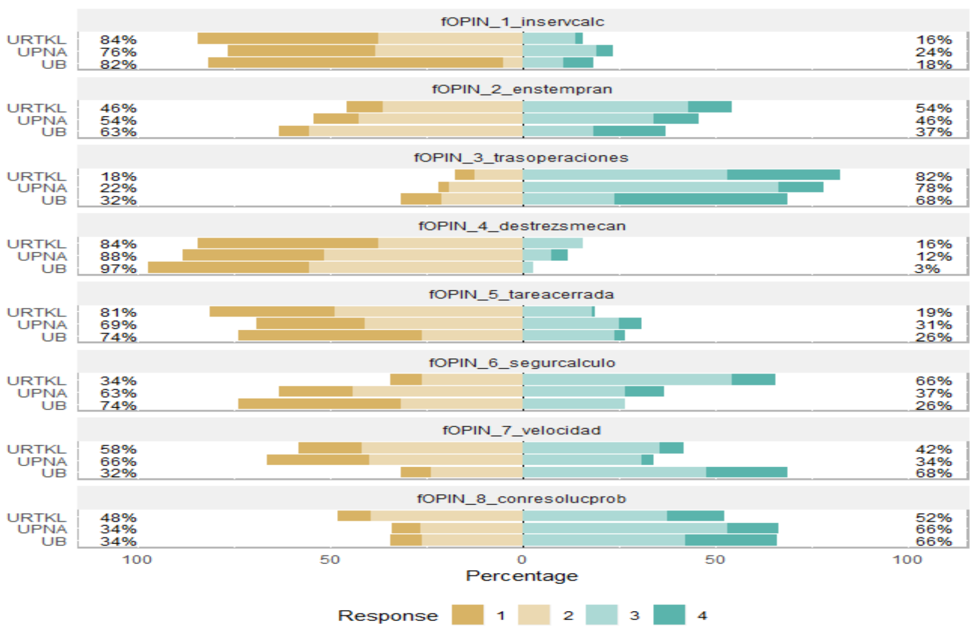


Figure 19

Légende

fOPIN_1_inservcalc	De nos jours, il est inutile de connaître les algorithmes car on peut utiliser la calculatrice.
fOPIN_2_enstempran	Il faudrait enseigner les algorithmes le plus tôt possible.
fOPIN_3_trasoperaciones	Il faut enseigner les algorithmes après que les élèves ont compris le sens des opérations.
fOPIN_4_destrezsmecan	Il est inutile d'espérer que les élèves aient bien compris les algorithmes car cela retarde l'acquisition de leurs compétences en calcul automatisé.
fOPIN_5_tareacerrada	La pratique des algorithmes est une tâche fermée qui ne laisse aucune place à l'initiative de l'élève.
fOPIN_6_segurcalculo	À l'école élémentaire, l'apprentissage des algorithmes devrait avoir la priorité sur la résolution des problèmes, pour que les élèves gagnent en confiance lorsqu'ils procèdent aux calculs.
fOPIN_7_velocidad	Lorsque l'on enseigne les algorithmes, l'accent devrait être mis sur le fait que les élèves gagnent en rapidité en calcul posé.
fOPIN_8_conresolucprob	Si l'enseignant·e dissocie la résolution de problèmes de la pratique des algorithmes, les élèves perdent leur intérêt pour les mathématiques.

Les participants semblent être d'accord pour dire qu'il est *utile d'apprendre les algorithmes arithmétiques malgré l'utilisation généralisée de la calculatrice*, mais uniquement si l'apprentissage cherche davantage à *comprendre de façon approfondie les dynamiques en jeu* qu'à *assurer la seule acquisition de gestes mécaniques*. En ce qui concerne cette façon de considérer l'enseignement des algorithmes, les participants estiment que *ce type d'exercice constitue une tâche fermée*. Seuls les participants français *insistent sur le fait que les enfants gagnent en rapidité lorsqu'ils appliquent les algorithmes*, tandis que les enseignants italiens en formation *privilégient l'apprentissage des algorithmes arithmétiques par rapport à la résolution de problèmes, pour que les élèves gagnent en confiance lorsqu'ils procèdent aux calculs*.

Cette dernière affirmation du questionnaire contient toutefois deux propositions. Il est donc difficile de déterminer si les participants sont d'accord avec l'une, l'autre ou les deux propositions.

Les participants italiens attribuent également une place légèrement moins importante que les autres à l'affirmation selon laquelle, *si l'enseignant·e dissocie la résolution de problèmes de la pratique des algorithmes, les élèves perdent leur intérêt pour les mathématiques*. Ce fait concorde avec l'accent placé par les participants italiens sur la nécessité d'*enseigner les algorithmes le plus tôt possible*. Les autres participants estiment cette pratique peu commode. Ils sont tous d'accord pour dire qu'*il faut enseigner les algorithmes après que les élèves ont compris le sens des opérations*. Il en ressort clairement que les enseignants en formation continue et les futurs diplômés en enseignement estiment que le fait de comprendre la signification de chaque opération donnera un sens aux calculs, comme c'est le cas lorsqu'ils sont réalisés en contexte et reliés à des problèmes arithmétiques.

Analyse des groupes de variables à partir des réponses aux questions 1 et 6

En suivant la théorie des clusters de Green, nous appliquons une technique d'analyse multivariée, appelée analyse des principales composantes, pour rechercher, dans les données, des groupes de variables.

Grâce à cette technique, les données seront projetées sur un plan composé de deux axes, qui formeront chacun une combinaison linéaire adéquate des variables apparaissant dans les questions 1 et 6 :

1) La première des composantes principales (représentée par l'axe OX dans la figure 20) rassemble les variables suivantes sur la moitié positive:
   - *J'ai toujours trouvé les algorithmes ennuyeux et répétitifs* (fPers_1)
   - *Je ne me suis jamais intéressé·e à la justification d'un algorithme* (fPers_2)
   - *Dès que j'en ai eu l'autorisation, j'ai utilisé la calculatrice pour ne pas avoir à utiliser les algorithmes* (fPers_5)
   - *De nos jours, il est inutile de connaître les algorithmes car on peut utiliser la calculatrice* (fOPIN_1)

- *Il est inutile d'espérer que les élèves aient bien compris les algorithmes car cela retarde l'acquisition de leurs compétences en calcul automatisé* (fOPIN_4)
- *La pratique des algorithmes est une tâche fermée qui ne laisse aucune place à l'initiative de l'élève* (fOPIN_5)

2) Les variables représentées sur la moitié négative de l'axe OX reflètent des croyances opposées :
- *Je peux très bien justifier chaque étape lors de l'application d'un algorithme* (fPers_3)
- *J'ai trouvé les algorithmes faciles à apprendre* (fPers_4)

3) La moitié positive de l'axe OY est définie par les variables de la question 6, qui dépeignent les algorithmes comme une compétence qui doit être acquise et maîtrisée grâce à la pratique :
- *Il faudrait enseigner les algorithmes le plus tôt possible* (fOPIN_2)
- *À l'école élémentaire, l'apprentissage des algorithmes devrait avoir la priorité sur la résolution des problèmes* (fOPIN_6)
- *Lorsque l'on enseigne les algorithmes, l'accent devrait être mis sur le fait que les élèves gagnent en rapidité en calcul posé* (fOPIN_7)

4) La moitié négative de l'axe OY est déterminée par l'affirmation suivante :
- *Il faut enseigner les algorithmes après que les élèves ont compris le sens des opérations* (fOPIN_3)

Figure 20

L'analyse des variables qui définissent la moitié positive de l'axe OX montre clairement que l'expérience des algorithmes vécue par les participants à l'école est liée aux opinions qu'ils expriment sur l'enseignement et la pratique des algorithmes arithmétiques en primaire.

Elle ne montre que peu de divergences entre les participants des différents établissements, qui semblent dispersés sur l'ensemble du schéma, à l'exception des étudiants de l'Université de Bordeaux (en rouge dans la figure 7), situés pour la plupart dans le troisième quadrant. Cela signifie qu'ils *trouvent les algorithmes faciles à apprendre,* qu'ils *peuvent très bien justifier chaque étape lors de l'application d'un algorithme* et que, selon eux, *il faut enseigner les algorithmes après que les élèves ont compris le sens des opérations.*

Cette attitude est conforme aux autres réponses données par ces participants. Le fait qu'ils affirment que les élèves gagnent en rapidité en appliquant les algorithmes constitue une possible incohérence dans leurs réponses.

Analyse du profil des participants des différents établissements

Afin de prendre en compte l'établissement/le pays des participants dans l'analyse des réponses apportées aux questions 1 à 4, nous allons créer des variables virtuelles :

1) Une variable virtuelle, intitulée *compréhension,* obtenue en effectuant la somme des valeurs attribuées aux variables de la question 1 qui définissent la moitié négative de l'axe OX dans la figure 20, puis en soustrayant les valeurs attribuées aux variables qui définissent la moitié positive de l'axe OX :

(+) *Je peux très bien justifier chaque étape lors de l'application d'un algorithme* (fPers_3)
(+) *J'ai trouvé les algorithmes faciles à apprendre* (fPers_4)
(+) *J'ai toujours trouvé les algorithmes ennuyeux et répétitifs* (fPers_1)

(-) *Je ne me suis jamais intéressé·e à la justification d'un algorithme* (fPers_2)
(-) *Dès que j'en ai eu l'autorisation, j'ai utilisé la calculatrice pour ne pas avoir à utiliser les algorithmes* (fPers_5)

Le schéma suivant montre que cette variable prend une valeur positive dans le cas des participants français et des participants italiens, mais prend une valeur négative dans le cas des participants espagnols.

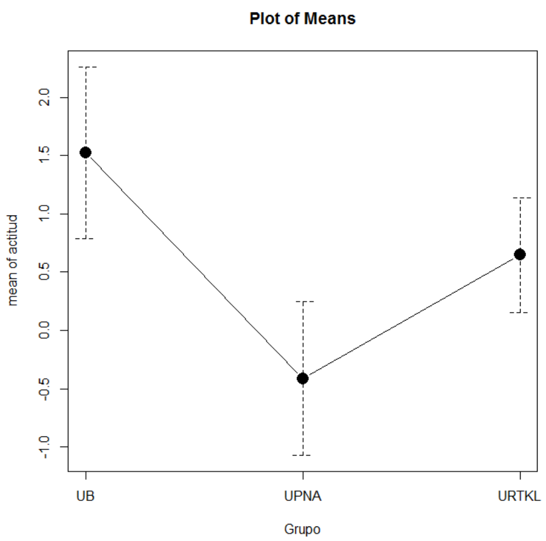


Figure 21

2) Une autre variable virtuelle, la *compétence,* obtenue en effectuant la somme de toutes les variables définissant la moitié positive de l'axe OX :

(+) *J'ai toujours trouvé les algorithmes ennuyeux et répétitifs* (fPers_1)
(+) *Je ne me suis jamais intéressé·e à la justification d'un algorithme* (fPers_2)
(+) *Dès que j'en ai eu l'autorisation, j'ai utilisé la calculatrice pour ne pas avoir à utiliser les algorithmes* (fPers_5)

Nous observons que les étudiants de l'Université publique de Navarre demeurent clairement définis par cette variable, tandis que les Français affichent un profil sensiblement différent. Cette variable n'est pas la plus adaptée pour décrire les participants italiens.

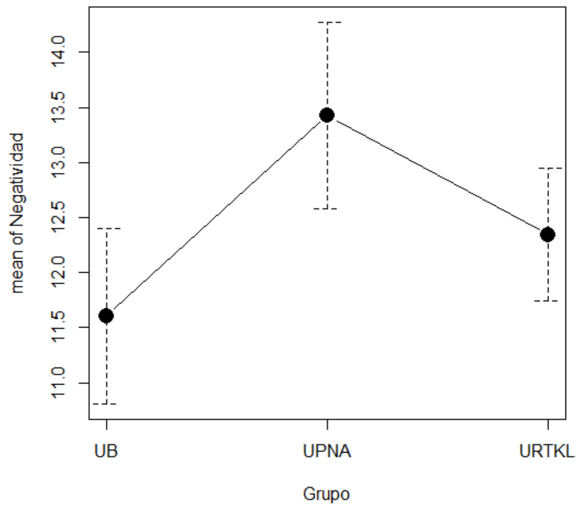


Figure 22

5. Conclusions : observations, réflexions et axes d'amélioration

Malgré l'accessibilité constante des calculatrices à l'heure actuelle, les participants semblent être d'accord concernant l'utilité de l'étude des algorithmes arithmétiques à l'école primaire, avec toutefois quelques nuances. L'étude des algorithmes n'est pas considérée comme une tâche mécanique fermée, mais plutôt comme la volonté de faire comprendre aux élèves les dynamiques sous-jacentes tout en les familiarisant avec les nombres et leurs priorités.

L'analyse des résultats du questionnaire indique clairement que les participants estiment également que l'étude des algorithmes arithmétiques est importante à l'école primaire pour donner aux élèves un sentiment de sécurité pour procéder à des calculs et résoudre des problèmes. Ils considèrent qui plus est les algorithmes comme l'opportunité de confronter les élèves pour la première fois à des processus itératifs, semblables à ceux caractérisant l'informatique.

Malgré cette opinion générale, les participants reconnaissent que les élèves rencontrent généralement des difficultés avec les algorithmes, qu'ils attribuent à la façon dont ils sont enseignés, c'est-à-dire comme des règles vides de sens qui n'aident pas les enfants à se faire une image mentale des décompositions numériques impliquées dans le calcul. La plupart des participants estiment que, dissociée des problèmes arithmétiques, la pratique des algorithmes pourrait entraîner une perte d'intérêt des élèves pour les mathématiques.

De plus, l'analyse montre clairement que l'expérience des algorithmes vécue par les participants à l'école est liée aux opinions qu'ils expriment sur l'enseignement et la pratique des algorithmes arithmétiques en primaire. Par exemple, un participant ayant eu une expérience ennuyeuse estimera qu'il n'est pas approprié pour les élèves de consacrer du temps à leur approfondissement.

En ce qui concerne l'origine des participants, les futurs professeurs français et italiens semblent davantage chercher à comprendre la dynamique des algorithmes que les Espagnols. Cette vision des algorithmes ne semble pas correspondre à leurs opinions sur l'enseignement de cette thématique, qui devrait survenir le plus tôt possible pour les Italiens et chercher à assurer la rapidité pour les Français.

Les résultats de l'expérience pilote nous ont poussés à modifier légèrement certaines des questions posées. Nous avons notamment reformulé les questions 4 et 6, dont la nouvelle version apparaît dans l'annexe Q1, afin de pouvoir mieux interpréter les réponses dans le cadre de recherches futures.

D'autre part, les résultats obtenus nous ont ouvert la voie à la conception d'un atelier fournissant aux enseignants actuels et futurs de nouvelles expériences avec les algorithmes. Nous chercherons des façons dynamiques de travailler ce domaine de l'enseignement des mathématiques, qui permettront aux participants de découvrir les liens entre les algorithmes et les nombreuses propriétés des nombres et des opérations arithmétiques. Parallèlement à cela, nous relierons la pratique des algorithmes à la compréhension des opérations sous-jacentes, en manipulant du matériel et des schémas et graphiques.

Rapport du questionnaire Q2, questionnaire sur la résolution et la représentation de problèmes arithmétiques

Table des matières

1. Synthèse

Un questionnaire relatif à la représentation et à la résolution des problèmes arithmétiques à l'école primaire a été conçu dans le cadre du projet ANFoMAM, *Aprender de los niños para formar a los maestros en el área de matemáticas,* financé par le programme Erasmus+, dans le but d'en savoir plus sur l'expérience personnelle des enseignants en formation initiale et continue avec les problèmes arithmétiques pendant leur scolarité. Dans ce questionnaire, les participants étaient également invités à donner leur avis sur les buts recherchés par la résolution des problèmes arithmétiques à l'école primaire et les difficultés généralement rencontrées par les élèves dans ce domaine.

La première expérience pilote du questionnaire (annexe P2), menée auprès de participants espagnols, français et italiens, montre clairement que la plupart d'entre eux estiment que l'étude de la résolution des problèmes à l'école primaire répond à de nombreux objectifs, tout en admettant que les élèves rencontrent fréquemment des difficultés dans ce domaine. L'examen des données recueillies fait ressortir différents profils d'enseignants en formation initiale et continue, qui se distinguent par leur mode d'enseignement des problèmes arithmétiques en classe, lui-même relié aux raisons qui justifient, selon eux, l'apprentissage de ce champ d'études. L'analyse des résultats obtenus lors du premier envoi du questionnaire nous a incités à apporter quelques modifications en vue de recherches ultérieures (annexe Q2[4]).

2. Conception du questionnaire: contexte et objectifs

Les problèmes sont au cœur même des mathématiques (Millán Gasca, 2018). Celles-ci ont vu le jour, se sont développées et ont évolué grâce aux problèmes rencontrés par les différentes civilisations au cours de l'histoire de l'humanité, ou à des problèmes qui ont simplement intrigué certaines personnes. Pourtant, les problèmes sont souvent la principale source de démotivation des enfants étudiant les mathématiques. Cela pourrait s'expliquer par la façon dont les problèmes sont abordés à l'école, une circonstance qui ne se limite pas à l'enseignement des mathématiques.

Selon nous, la façon de résoudre les problèmes mathématiques reflète clairement une certaine conception de l'éducation : le résultat est-il la seule chose à évaluer ou faut-il au contraire prendre en compte la procédure suivie pour résoudre le problème ? L'objectif est-il d'entraîner les élèves à exécuter des tâches

[4] Questionnaire Q2:
https://docs.google.com/forms/d/1vj2zgIFAzEOM7CuRA0t5_MMzRKzaxJiOXUYJWJwqmAE/copy

mécaniques ou de les aider à rechercher leurs propres stratégies pour résoudre ces exercices, en les incitant à les partager les uns avec les autres ? Les enseignants stimulent-ils la confiance en soi chez les élèves, ou les font-ils au contraire se sentir limités dans leurs capacités ? Etc. La façon d'aborder la résolution de problèmes pourrait servir de paradigme à l'analyse des différentes conceptions de l'éducation au sens général du terme.

Un atelier consacré à la représentation et à la résolution de problèmes arithmétiques sera organisé dans le cadre du projet ANFoMAM (Catalán *et al.,* 2019), dans le but de mettre en lumière les liens implicites qui existent entre les grandeurs apparaissant dans les problèmes, tant sous forme de données que d'inconnues. De nombre types de problèmes mathématiques peuvent être abordés à l'école primaire parallèlement aux problèmes arithmétiques, qui sont pourtant largement majoritaires en classe. C'est la raison pour laquelle les chercheurs de l'Université publique de Navarre associés au projet ont conçu ce questionnaire, intitulé Q2, consacré à la représentation et à la résolution de problèmes arithmétiques. Le questionnaire a vocation à mettre au jour les croyances affichées tant par les étudiants à l'université que par les enseignants en formation continue sur certains aspects liés à la résolution des problèmes arithmétiques :

- L'expérience des participants avec les problèmes arithmétiques pendant leur scolarité : difficultés rencontrées, types de problèmes qu'ils aimaient résoudre, stratégies employées, etc.
- Les croyances affichées par les participants sur l'objectif poursuivi par l'enseignement des problèmes arithmétiques à l'école primaire et sur les difficultés rencontrées par les élèves lors de leur résolution.
- La façon dont les problèmes devraient être abordés en classe et comment évaluer leur résolution.

Nous pensions au premier abord rencontrer différentes façons d'aborder les problèmes arithmétiques à l'école, liées aux croyances des enseignants vis-à-vis des objectifs de cet exercice :

- Appliquer à différentes situations, pas nécessairement liées à la vie quotidienne des élèves, les connaissances mathématiques fraîchement acquises. Nous pourrions anticiper que les personnes qui pensent ainsi soumettent des problèmes standards, qui peuvent être résolus à l'aide de procédures répétitives qui mènent au bon résultat le plus rapidement possible.
- Mettre en lumière les rapports entre différents concepts mathématiques. Les futurs professeurs partageant cette croyance sur les problèmes arithmétiques devraient présenter aux élèves différentes situations mathématiques dans lesquelles ces rapports apparaissent naturellement. C'est le cas, par exemple, des problèmes arithmétiques de mesure, qui montrent clairement les rapports existant entre les aspects géométriques et les aspects arithmétiques.
- Offrir aux élèves l'opportunité d'appliquer des stratégies connues, ou d'en inventer de nouvelles, à des situations inédites. Les participants ayant ces croyances sur l'objectif poursuivi par l'étude de ces problèmes devraient en théorie proposer à leurs futurs élèves des problèmes constituant un véritable défi.

Nous avions introduit dans la version initiale du questionnaire (Annexe P2) deux problèmes arithmétiques à résoudre, accompagnés de deux questions sur les stratégies adoptées pour les résoudre. Après la phase pilote d'application du questionnaire, nous nous sommes toutefois aperçus que le fait de soumettre des problèmes aux participants n'était pas la meilleure façon de créer une ambiance décontractée les aidant à réfléchir à leur propre expérience avec les mathématiques.

C'est la raison pour laquelle nous avons remplacé les quatre premières questions de la version initiale du questionnaire par les questions 1, 2, 3 et 4 de la version la plus récente (annexe Q2).

3. Collecte de données

La première version du questionnaire (annexe P2) a été soumise à 97 participants au total :

- Université de Saragosse (27 étudiants universitaires et 5 enseignants en exercice)
- Université publique de Navarre (62 étudiants universitaires et 3 enseignants en exercice)

La version la plus récente (annexe Q2) a été soumise à 104 participants, tous situés à Rome (Université Roma Tre et ToKalon), la plupart en exercice.

4. Élaboration et analyse des données

La partie principale de la version la plus récente du questionnaire compte sept questions portant sur :

1) Les stratégies adoptées par les enfants pour résoudre des problèmes (choix multiples)
2) Les difficultés rencontrées par les enfants lors de la résolution de problèmes arithmétiques (choix multiples)
3) Les stratégies les plus employées par les participants interrogés pour résoudre des problèmes (choix multiples)
4) Les difficultés rencontrées par les participants interrogés lors de la résolution de problèmes arithmétiques (choix multiples)
5) Les pondérations attribuées par les participants à leurs préférences concernant huit types de problèmes arithmétiques rencontrés en primaire sur l'échelle de Likert (allant de 1, poids le plus faible, à 4, poids le plus élevé)
6) Les pondérations attribuées par les participants à sept objectifs visés par la résolution de problèmes arithmétiques à l'école primaire sur l'échelle de Likert (allant de 1, poids le plus faible, à 4, poids le plus élevé)
7) Les pondérations attribuées par les participants à cinq affirmations sur la résolution de problèmes arithmétiques à l'école primaire sur l'échelle de Likert (allant de 1, poids le plus faible, à 4, poids le plus élevé)

Deux autres interrogations conçues pour obtenir des informations sur la situation personnelle ou professionnelle des participants succèdent à ces sept questions.

Notre analyse des données commence par les questions qui figurent à la fois dans la version initiale et dans la version la plus récente du questionnaire (questions 5, 6, 7 et 8).

Question 5

Au total, 76 % des participants ne sont pas d'accord avec l'affirmation suivante : *Je n'aime pas résoudre des problèmes*. À la question de savoir quel type de problèmes ils préféraient résoudre, 79 % ont répondu *les problèmes qui se résolvent en utilisant plusieurs opérations*. Il convient de noter également que la plupart des participants (soit 71 %) n'aime pas résoudre les *problèmes de calcul combinatoire*. Cela peut être lié au fait que 60 % d'entre eux n'aiment pas résoudre les *problèmes arithmétiques qui ne répondent à aucun type « standard »*, une catégorie qui englobe généralement les problèmes de calcul combinatoire.

Il peut paraître surprenant que les problèmes de fractions aient obtenu un score si positif (66 %), alors que les problèmes de proportionnalité et de pourcentages, très similaires aux problèmes de fractions, n'ont été mentionnés que par 45 % des participants (figure 23). Cela pourrait s'expliquer par le fait que les problèmes de proportionnalité et de pourcentages ne sont généralement pas expliqués en rapport avec les fractions, mais plutôt comme quelque chose de distinct, ce qui complique leur compréhension.

Pour résumer, les données semblent indiquer que les participants préfèrent les problèmes arithmétiques standards, bien que ceux-ci requièrent différentes opérations, aux problèmes dans le cadre desquels ils doivent chercher leurs propres stratégies de résolution, comme c'est le cas des problèmes de calcul combinatoire.

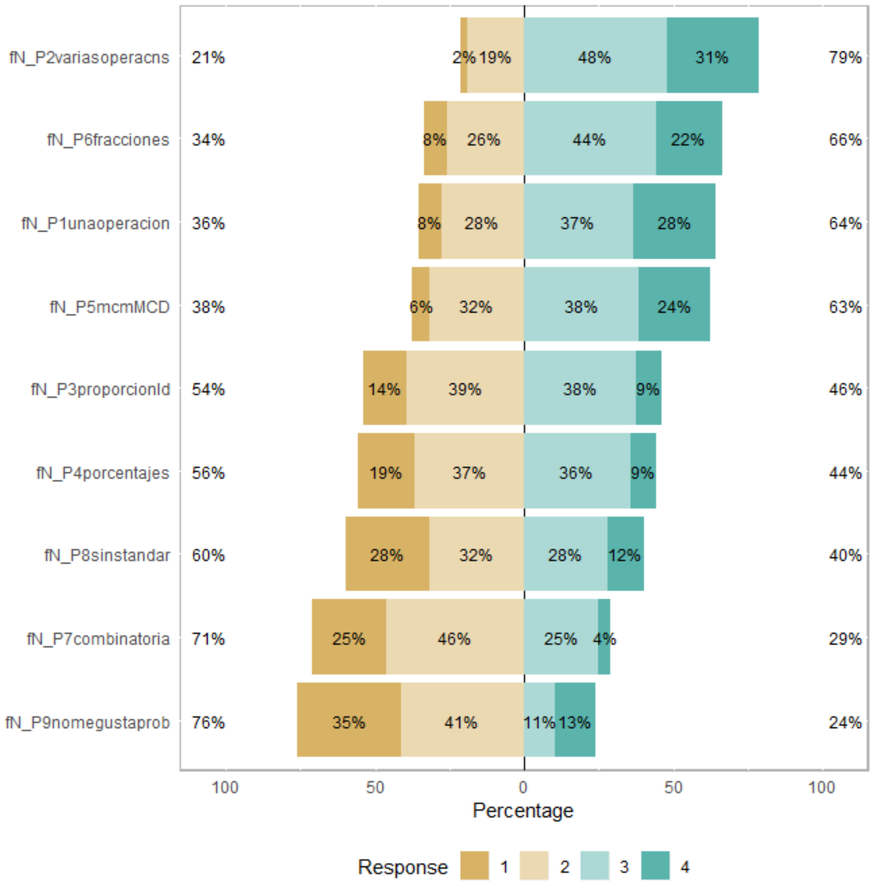


Figure 23

Légende

fN_P1unaoperacion : J'aime les problèmes relevant d'une seule opération. fN_P2variasoperacns : J'aime les problèmes qui se résolvent en utilisant plusieurs opérations. fN_P3proporcionld : J'aime les problèmes de proportionnalité directe et inverse. fN_P4porcentajes : J'aime les problèmes de pourcentage. fN_P5mcmMCD : J'aime les problèmes de PGCD et de ppcm.	fN_P6fracciones : J'aime les problèmes contenant des fractions. fN_P8sinstandar : J'aime les problèmes qui ne répondent à aucun type « standard ». fN_P7combinatoria : J'aime les problèmes de calcul combinatoire. fN_P9nomegustaprob : Je n'aime pas résoudre des problèmes.

Question 6

En ce qui concerne les objectifs poursuivis par le travail de résolution de problèmes arithmétiques à l'école primaire, les participants n'affichent pas de différences claires. Ils semblent être tous d'accord avec l'objectif principal qui est, pour la plupart d'entre eux, *d'aider les enfants à être confiants en leurs propres capacités*.

Le fait que les problèmes arithmétiques doivent être abordés pour *montrer la relation entre les différents concepts mathématiques* semble également largement accepté, de même que la nécessité de *montrer à l'enfant que les connaissances en arithmétique l'aident à mieux comprendre sa vie quotidienne* et qu'il peut *dialoguer en utilisant le langage mathématique et l'argumentation*.

Le degré d'accord diminue progressivement dans le graphique jusqu'à atteindre l'objectif consistant à *préparer les élèves aux situations qu'ils rencontreront dans les études futures ou dans le domaine professionnel,* même si plus de 85 % des personnes interrogées sont d'accord avec cette affirmation.

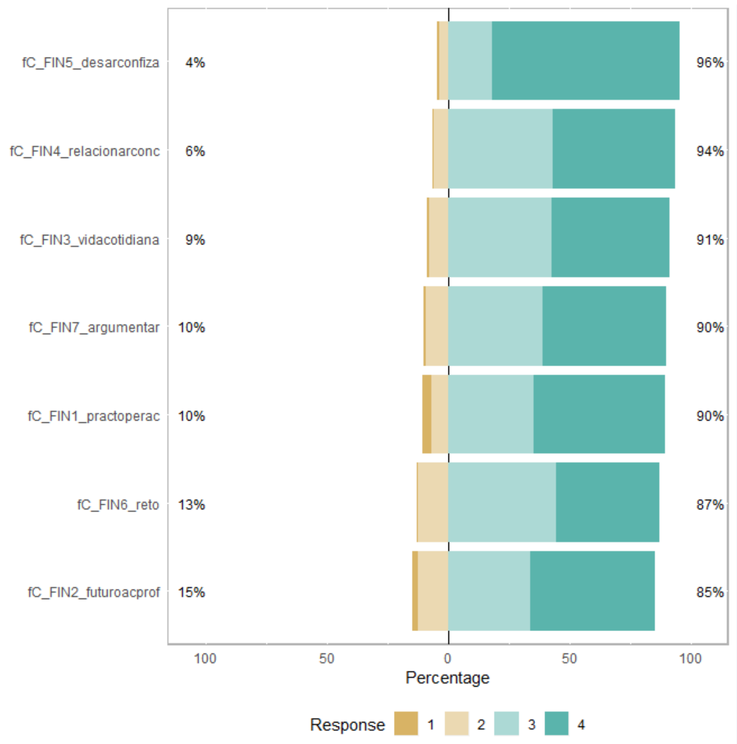


Figure 24

Légende

fC_FIN1_practoperac : l'élève effectue l'opération qu'il vient d'apprendre en classe fC_FIN2_futuroacprof : préparer les élèves aux situations qu'ils rencontreront dans les études futures ou dans le domaine professionnel fC_FIN3_vidacotidiana : montrer à l'enfant que les connaissances en arithmétique l'aident à mieux comprendre sa vie quotidienne fC_FIN4_relacionarconc : montrer la relation entre les différents concepts mathématiques sur lesquels on a travaillé en classe	fC_FIN5_desarconfiza : aider l'enfant à être confiant en ses propres capacités fC_FIN6_reto : faire face à un défi qui oblige l'élève à mettre en pratique ses connaissances et ses compétences en mathématiques fC_FIN7_argumentar : proposer des situations spécifiques grâce auxquelles les élèves peuvent dialoguer en utilisant le langage mathématique et l'argumentation

La prise en compte de l'établissement d'origine des participants fait ressortir de légères différences entre les établissements. Par exemple, les participants italiens semblent accorder plus d'importance que les Espagnols à l'objectif consistant à *proposer des situations spécifiques grâce auxquelles les élèves peuvent dialoguer en utilisant le langage mathématique et l'argumentation,* tandis que ces derniers accordent plus de poids au fait que les problèmes serviraient à *préparer les élèves aux situations qu'ils rencontreront dans les études futures ou dans le* *domaine professionnel.* Les participants de l'Université publique de Navarre accordent moins d'importance que les autres aux buts consistant à *montrer à l'enfant que les connaissances en arithmétique l'aident à mieux comprendre sa vie quotidienne* et à *montrer la relation entre les différents concepts mathématiques.* Ils octroient en revanche un poids élevé à l'objectif consistant à mettre les élèves *face à un défi les obligeant à mettre en pratique leurs connaissances et leurs compétences en mathématiques.*

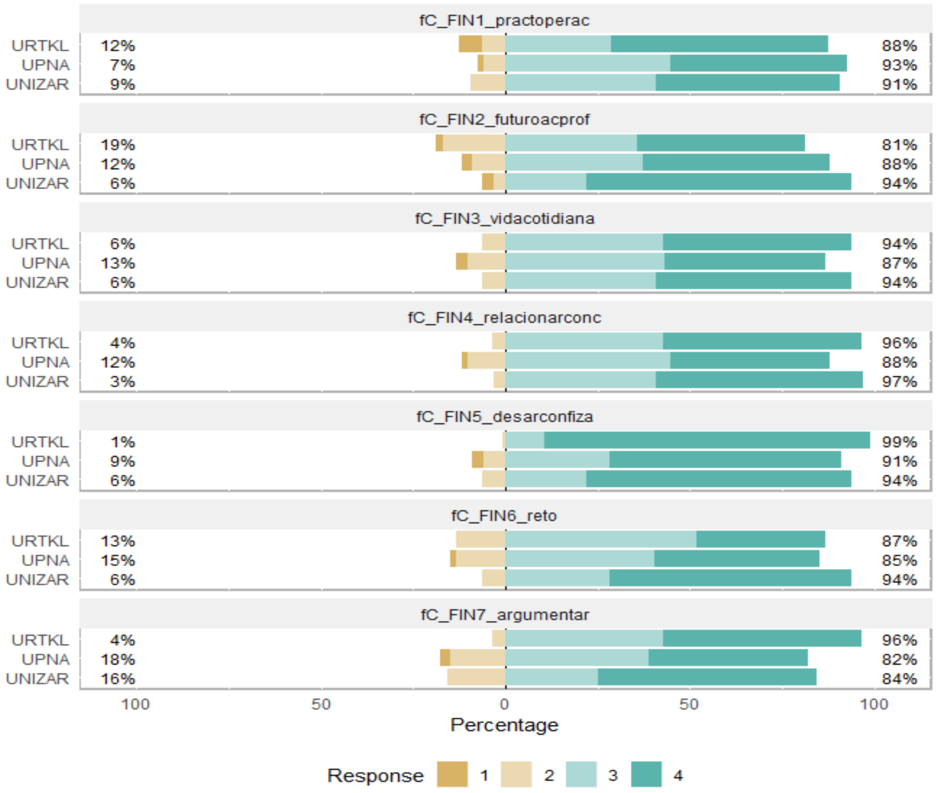


Figure 25

Légende

fC_FIN1_practoperac : l'élève effectue l'opération qu'il vient d'apprendre en classe	fC_FIN5_desarconfiza : aider l'enfant à être confiant en ses propres capacités
fC_FIN2_futuroacprof : préparer les élèves aux situations qu'ils rencontreront dans les études futures ou dans le domaine professionnel	fC_FIN6_reto : faire face à un défi qui oblige l'élève à mettre en pratique ses connaissances et ses compétences en mathématiques
fC_FIN3_vidacotidiana : montrer à l'enfant que les connaissances en arithmétique l'aident à mieux comprendre sa vie quotidienne	fC_FIN7_argumentar : proposer des situations spécifiques grâce auxquelles les élèves peuvent dialoguer en utilisant le langage mathématique et l'argumentation
fC_FIN4_relacionarconc : montrer la relation entre les différents concepts mathématiques sur lesquels on a travaillé en classe	

Question 7

La figure 26 montre que les affirmations suivantes sont les plus partagées par les participants : *il est possible d'aider les élèves à changer d'attitude face aux problèmes arithmétiques, au moyen d'une proposition pédagogique appropriée ; la bonne réponse n'est pas l'élément le plus important à évaluer lors de la résolution d'un problème arithmétique ;* et *il est* *presque impossible pour un élève de l'école primaire de concevoir sa propre stratégie pour résoudre un problème qui lui a été présenté pour la première fois.*

L'analyse selon le prisme de l'établissement d'origine montre que les plus grandes divergences entre les participants portent sur les *techniques opératoires privilégiées pour résoudre les problèmes afin que les élèves acquièrent confiance dans l'exécution de calculs.* Les Italiens semblent être tout à fait d'accord avec cette affirmation, contrairement aux Espagnols, et en particulier ceux de l'Université de Saragosse.

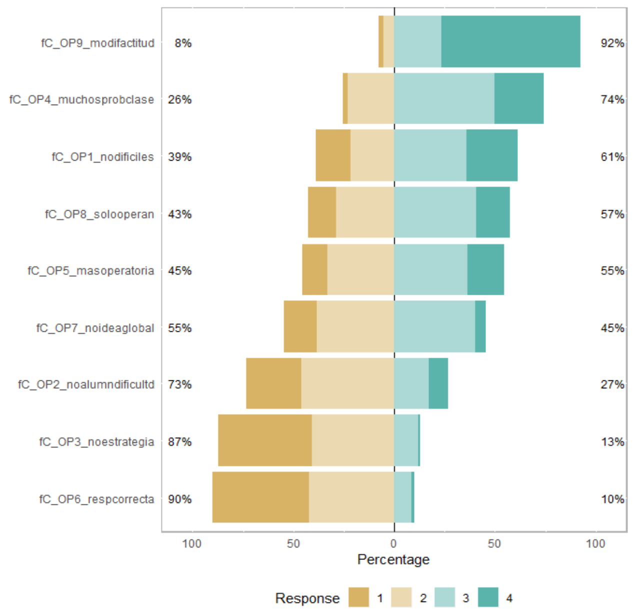


Figure 26

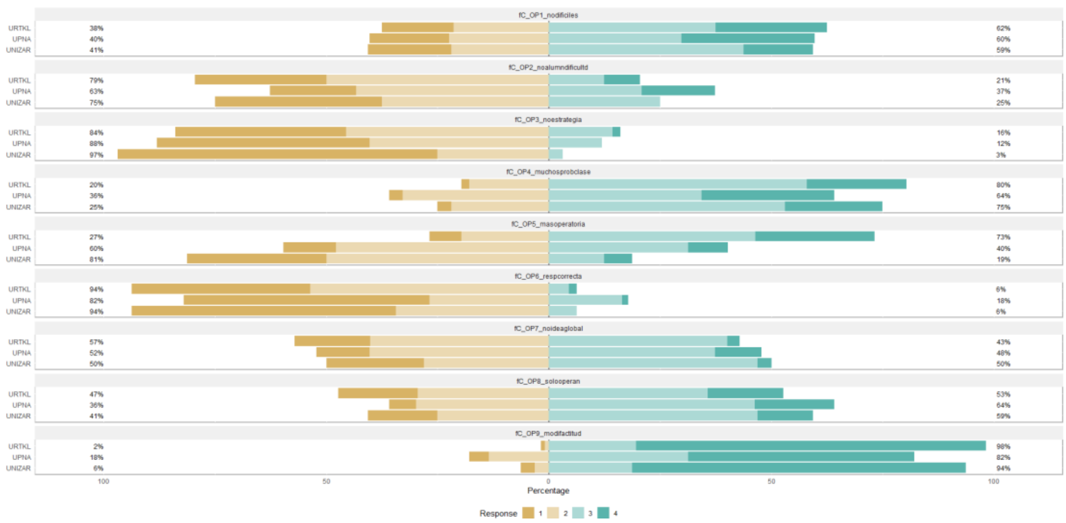


Figure 27

Légende

fC_OP1nodificiles : donner aux enfants des problèmes d'arithmétique qu'ils trouvent difficiles peut leur faire perdre tout intérêt pour les mathématiques fC_OP2noalumndifficultd : il n'est pas pertinent de proposer des problèmes arithmétiques aux élèves ayant des difficultés d'apprentissage pour qu'ils ne se sentent pas frustrés fC_OP3noestrategia : il est presque impossible pour un élève de l'école primaire de concevoir sa propre stratégie pour résoudre un problème qui lui a été présenté pour la première fois fC_OP4muchosprobclase : pour que les enfants apprennent à résoudre des problèmes, plus on en fait en classe, mieux c'est fC_OP5masoperatoria : dans l'enseignement primaire, l'apprentissage des techniques opératoires devrait avoir la priorité sur la résolution des problèmes, afin que les élèves acquièrent confiance dans l'exécution de calculs	fC_OP6respcorrecta : la bonne réponse n'est pas l'élément le plus important à évaluer lors de la résolution d'un problème arithmétique fC_OP7noideaglobal : en général, les enfants n'essaient pas d'avoir une idée globale de l'histoire présentée par l'énoncé fC_OP8solooperan : les élèves croient que seules les opérations sont permises et ne recourent pas à d'autres types de stratégies (simuler l'histoire, faire un croquis ou un dessin, etc.) fC_OP9modifactitud : il est possible d'aider les élèves à changer d'attitude face aux problèmes arithmétiques, au moyen d'une proposition pédagogique appropriée

Analyse des groupes de variables des questions 6 et 7

En suivant la théorie des clusters de Green, nous appliquons une technique d'analyse multivariée, appelée analyse des principales composantes, pour rechercher, dans les données, des groupes de variables.

Figure 28

Trois groupes de variables ressortent clairement de la figure 28:

Groupe 1 : Ce groupe (partie gauche de la figure 28) est formé des variables suivantes :

- *Il est presque impossible pour un élève de concevoir sa propre stratégie*
- *Il n'est pas pertinent de proposer des problèmes aux élèves ayant des difficultés d'apprentissage*
- *Les enfants n'essaient pas d'avoir une idée globale de l'histoire présentée par l'énoncé*
- *La bonne réponse est l'élément le plus important à évaluer lors de la résolution d'un problème arithmétique*

Les trois premières phrases peuvent être facilement associées à une **conception pessimiste** de la capacité des enfants à résoudre les problèmes arithmétiques. La troisième affirmation peut donner lieu à plusieurs interprétations. Les participants pourraient attribuer le fait que *les enfants n'essaient pas d'avoir une idée globale du problème* aux formes habituelles d'enseignement à l'école, qui ne cherchent pas à développer ces capacités. Associée aux deux premières phrases cependant, cette affirmation semble plutôt indiquer que les participants estiment cette compréhension très éloignée des possibilités des enfants. En ce qui concerne l'évaluation de la résolution des problèmes, ils préfèrent accorder plus d'importance au fait que *la bonne réponse a été trouvée*. Dans ce groupe n'apparaît aucune variable relative aux objectifs liés à la résolution des problèmes à l'école primaire.

L'attitude attendue de ces participants dans leur future carrière d'enseignant est la suivante :

- Soumettre à leurs élèves des problèmes arithmétiques standards pouvant être résolus sans grandes difficultés.
- Se contenter de leur demander de vérifier que le résultat qu'ils ont obtenu est correct ou incorrect, plutôt que les pousser à analyser différentes stratégies pour réaliser l'exercice.
- Entraîner leurs élèves à résoudre des problèmes de tous types en employant des stratégies prédéfinies, plutôt que les inciter à faire preuve de créativité.

Il est difficile pour ces enseignants d'aider leurs élèves à avoir confiance en leurs propres capacités à résoudre des problèmes, puisque le fait de se concentrer sur le résultat fait que ces derniers cherchent davantage à ne pas commettre d'erreurs qu'à explorer de nouvelles stratégies.

Groupe 2 : Plusieurs variables apparaissent dans le groupe (zone centrale de la figure 28) relatif à l'objectif consistant à *effectuer les opérations que les élèves viennent d'apprendre en classe*. Le dénominateur commun de toutes ces variables semble être l'association de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire avec la pratique des techniques opératoires, plutôt qu'avec la résolution de problèmes jugés « difficiles » :

- o *Dans l'enseignement primaire, l'apprentissage des techniques opératoires devrait avoir la priorité sur la résolution des problèmes, afin que les élèves acquièrent confiance dans l'exécution de calculs.*
- o *Donner aux enfants des problèmes d'arithmétique qu'ils trouvent difficiles peut leur faire perdre tout intérêt pour les mathématiques.*
- o *Les élèves croient que seules les opérations sont permises et ne recourent pas à d'autres types de stratégies.*
- o *Pour que les enfants apprennent à résoudre des problèmes, plus on en fait en classe, mieux c'est.*

Ces affirmations témoignent d'une conception de la résolution de problèmes comme une simple compétence à acquérir (Peters, 1967). Ces variables, de même que la croyance selon laquelle *plus on en fait en classe, mieux c'est*, nous conduisent à penser que les participants ayant attribué un poids plus important à ces variables adopteront l'attitude suivante en classe :

- o Ils donneront à leurs élèves des problèmes standardisés, qu'il sera possible de résoudre à l'aide de procédures répétitives.
- o Les problèmes arithmétiques leur serviront d'excuse pour pratiquer les opérations, au détriment de la compréhension.
- o Ils éviteront de proposer aux élèves des problèmes différents de ceux qu'ils auront déjà travaillés en classe.
- o Ils pratiqueront les problèmes sous une seule forme pour en résoudre le plus possible, sans chercher à réfléchir à d'autres stratégies de résolution ou à appliquer la stratégie utilisée à d'autres problèmes.

Groupe 3 : Les affirmations portant sur les objectifs de l'étude des problèmes arithmétiques qui ont obtenu le plus grand consensus figurent dans ce groupe (à droite de la figure 28). Il s'agit de toutes celles qui n'ont pas été mentionnées auparavant (à l'exception de celle consistant à *effectuer les opérations que les* *élèves viennent d'apprendre en classe),* ainsi que de l'affirmation selon laquelle *il est possible d'aider les élèves à changer d'attitude face aux problèmes arithmétiques, au moyen d'une proposition pédagogique appropriée.*

Ce groupe de variables témoigne d'une conception de la résolution des problèmes qui n'est pas uniquement reliée à l'acquisition de compétences. La résolution de problèmes est considérée comme l'**occasion** pour les enfants de développer un ensemble d'aptitudes (*comprendre la relation entre les différents concepts mathématiques et entre les mathématiques et la vie réelle ; employer le langage mathématique pour communiquer*) et certaines dispositions personnelles (*confiance en ses capacités, ouverture aux défis, transposition à la vie quotidienne des connaissances acquises à l'école, dialogue pour opposer différents points de vue et opinions).* Cette façon de voir les problèmes arithmétiques s'intègre dans une certaine compréhension de l'instruction des enfants, qui dépasse largement l'acquisition de certaines compétences techniques.

Il est facile d'imaginer que les enseignants ayant ces croyances auront une attitude de confiance vis-à-vis de leurs élèves (Celi *et al.,* 2019), ce qui les incitera à :

- Proposer à leurs élèves des exercices de mathématiques demandant un certain effort ;
- Imaginer des activités laissant place à la créativité ;
- Donner l'occasion aux élèves de repérer leurs propres erreurs et d'en tirer des leçons.

Cette attitude, associée à une réponse sensible et appropriée de l'enseignant aux erreurs des élèves, permettra à ces derniers de gagner en confiance et en énergie (Donaldson, 1987).

Analisi del profilo dei partecipanti delle diverse istituzioni

Per analizzare le risposte alle domande 6 e 7 tenendo conto delle differenze tra i tre gruppi di partecipanti (Roma, Pamplona e Saragozza), abbiamo creato tre variabili virtuali:

Analyse du profil des participants des différents établissements

Nous avons créé trois variables virtuelles afin d'analyser les réponses aux questions 6 et 7 en tenant compte des différences entre les trois groupes de participants (Rome, Pampelune et Saragosse) :

1) Une variable virtuelle intitulée *pessimisme* issue de la somme des quatre variables du groupe 1 :
   - *Il est presque impossible pour un élève de concevoir sa propre stratégie*
   - *Les enfants n'essaient pas d'avoir une idée globale de l'histoire présentée par l'énoncé*
   - *Il n'est pas pertinent de proposer des problèmes aux élèves ayant des difficultés d'apprentissage*
   - *La bonne réponse est l'élément le plus important à évaluer lors de la résolution d'un problème arithmétique*

   L'analyse ANOVA rejette le fait que les trois groupes de participants ont un comportement similaire face à cette variable, avec une valeur p d'environ 0,05. La Navarre et Saragosse en particulier présentent des différences majeures. La variable *pessimisme* est plus forte en Navarre, tandis qu'elle affiche une valeur plus proche de celle de Rome à Saragosse.

   Ainsi, les participants de l'Université publique de Navarre affichent un profil similaire à celui décrit dans le groupe 1, qui peut être jugé peu cohérent avec la valeur importante accordée par ces participants à l'objectif de mettre l'élève *face à un défi qui l'oblige à mettre en pratique ses connaissances et ses compétences en mathématiques* à la question 6.

2) Une variable virtuelle intitulée *compétence opératoire,* obtenue en additionnant les valeurs associées aux variables suivantes, qui relèvent toutes du groupe 2 :

- *Dans l'enseignement primaire, l'apprentissage des techniques opératoires devrait avoir la priorité sur la résolution des problèmes, afin que les élèves acquièrent confiance dans l'exécution de calculs.*
- *Pour que les enfants apprennent à résoudre des problèmes, plus on en fait en classe, mieux c'est.*
- *L'objectif des problèmes arithmétiques est que l'élève effectue l'opération qu'il vient d'apprendre en classe.*

La plus grande différence par rapport à cette variable s'observe entre les établissements espagnols et les établissements italiens, au sein desquels la variable *compétence opératoire* prend la valeur la plus élevée. En conclusion, le profil des participants italiens serait proche de celui décrit dans le groupe 2. Certaines incohérences pointent toutefois chez ces participants, qui mettent l'accent sur la compétence tout en accordant une valeur importante à l'objectif de *proposer des situations spécifiques grâce auxquelles les élèves peuvent dialoguer en utilisant le langage mathématique et l'argumentation* (question 6).

3) Une variable virtuelle intitulée *opportunité,* issue de la somme des valeurs de tous les objectifs du groupe 3 :

- *Préparer les élèves aux situations qu'ils rencontreront dans les études futures ou dans le domaine professionnel*
- *Montrer à l'enfant que les connaissances en arithmétique l'aident à mieux comprendre sa vie quotidienne*
- *Montrer la relation entre les différents concepts mathématiques sur lesquels on a travaillé en classe*
- *Aider l'enfant à être confiant en ses propres capacités*
- *Mettre l'élève face à un défi qui l'oblige à mettre en pratique ses connaissances et ses compétences en mathématiques*
- *Proposer des situations spécifiques grâce auxquelles les élèves peuvent dialoguer en utilisant le langage mathématique et l'argumentation*

L'analyse ANOVA ne rejette pas le fait que les trois groupes de participants affichent des différences quant à cette variable. Les principales différences opposent les participants de l'Université de Saragosse, pour lesquels la variable *opportunité* prend la valeur la plus élevée, et l'Université de Navarre.

Dans la partie suivante, nous analyserons les quatre premières questions du questionnaire, modifiées entre la version initiale et la version finale.

La première version du questionnaire (annexe P2)

La première version du questionnaire a été soumise à 97 participants :

- Université de Saragosse (27 étudiants universitaires et 5 enseignants en exercice)
- Université publique de Navarre (62 étudiants universitaires et 3 enseignants en exercice)

Question 1

Un problème arithmétique a été soumis aux participants :

David se rend de sa maison à l'école, puis chez ses grands-parents après les cours. Il a parcouru au total 525 mètres. Si la distance entre sa maison et l'école est quatre fois plus grande que la distance entre l'école et la maison de ses grands-parents, combien de mètres a-t-il parcourus pour se rendre de chez lui à l'école ?

Le questionnaire ne prévoyait qu'un espace pour écrire le résultat numérique, ce qui n'a pas permis aux participants d'expliquer le processus suivi pour résoudre le problème. Au total, 79 % des participants ont trouvé la bonne réponse.

Question 2

Les participants devaient expliquer ici la procédure suivie pour résoudre le problème posé à la question 1 (plusieurs réponses possibles). Le tableau suivant présente les réponses données.

Tableau 3 : Procédure suivie pour résoudre le problème posé à la question 1

RÉPONSES	
J'ai fait un dessin, un croquis ou un schéma	69%
Je me suis senti·e à l'aise pour résoudre le problème	60%
J'ai essayé de me faire une idée globale de la situation présentée dans l'énoncé	55%
J'ai essayé de trouver les opérations à effectuer pour trouver la solution à partir des données	46%
J'ai essayé de me souvenir d'un problème similaire que j'avais résolu auparavant	27%
Je me suis senti bloqué·e, sans savoir par où commencer	9%
Aucune des réponses ci-dessus	2%

La plupart des participants (69 %) a choisi de *faire un dessin, un croquis ou un schéma,* probablement compte tenu de la nature du problème, qui visait à mesurer une longueur. Un simple tracé de ligne droite facilite les choses dans ce cas. Il est possible que ce soit la raison pour laquelle 60 % des participants *se soient sentis à l'aise pour résoudre le problème*. La stratégie consistant à *essayer de se faire une idée globale de la situation présentée dans l'énoncé* pouvait être mise en œuvre précisément grâce à un dessin. C'est pourquoi ces deux stratégies pouvaient être utilisées simultanément.

Chacune des deux techniques les plus employées, à savoir *faire un dessin, un croquis ou un schéma* et *essayer de se faire une idée globale de la situation présentée dans l'énoncé*, aurait pu être associée à la stratégie visant à *essayer de trouver les opérations à effectuer pour trouver la solution à partir des données.* Grâce à l'analyse, nous avons pu nous rendre compte que l'intention derrière le choix de cette dernière réponse n'est pas facile à deviner. Celle-ci aurait pu être choisie comme une étape incontournable de la résolution du problème, combinée à quelques autres techniques ou utilisée comme première solution pour résoudre le problème.

Compte tenu du fait que cette question a été retirée du questionnaire, il n'est pas nécessaire de passer en revue les options. Il est toutefois certain que l'intention des participants ne ressort pas clairement des réponses données.

Question 3

Un deuxième problème arithmétique a été soumis aux participants dans cette question :

> *Si le prix d'un produit diminue de 50 %, puis réaugmente de 50 %, le prix final du produit est-il inférieur, égal ou supérieur au prix d'origine ?*

Plus de 65 % des participants ont donné la bonne réponse à cette question *(le prix final est inférieur au prix d'origine*). Il convient toutefois de souligner que près d'un tiers d'entre eux ont considéré que le prix final du produit était égal à son prix d'origine :

```
                  palabra frec
inferior         inferior   64
igual               igual   34
precio             precio   18
primero           primero    9
inferiore       inferiore    6
inicial           inicial    5
primer             primer    4
descuento       descuento    3
hace                 hace    3
segundo           segundo    3
serã¡                serã¡    3
â,¬                  â,¬    3
primo               primo    3
tercer             tercer    2
coste               coste    2
incrementamos incrementamos  2
nuevo               nuevo    2
prenda             prenda    2
```

Figure 29

Question 4

Dans cette question, les participants étaient interrogés sur la procédure suivie pour résoudre le problème de la question 3 et sur les difficultés rencontrées. Les réponses sont présentées dans le tableau suivant:

Tableau 4 : Procédure suivie pour résoudre le problème posé à la question 3

RÉPONSES	
J'ai résolu le problème en prenant un exemple concret	69%
Je suis sûr·e que j'ai trouvé la bonne réponse	51%
J'ai répondu en me fiant à mon intuition	23%
J'ai résolu le problème à l'aide d'un dessin, d'un croquis ou d'un schéma	10%
Je crois que je connais la bonne réponse, mais je ne sais pas le prouver	6%
Ceci n'est pas un problème arithmétique	4%
J'ai eu beaucoup de mal à résoudre ce problème	1%
Le manque de données rend impossible la résolution de ce problème	1%
Je crois que ce problème n'est pas adapté à l'enseignement en primaire	1%
Aucune des réponses ci-dessus	1%

Comme le montre le tableau, la plupart des participants se sont aidés d'un exemple particulier pour résoudre le problème, peut-être parce que celui-ci ne comportait aucune donnée autre que les pourcentages. Il est intéressant de noter que les participants se sont concentrés sur un cas en particulier et ont automatiquement généralisé leur réponse à la situation générale. La façon dont la question était formulée les a peut-être poussés à suivre le raisonnement suivant : « Si l'on me soumet un problème sans données chiffrées, il est probable que tous les exemples possibles donnent la même réponse puisqu'il serait impossible sinon de donner la bonne réponse. »

La dernière version du questionnaire (annexe Q2)

Cette version du questionnaire a été soumise à 104 participants, tous situés à Rome (Université Roma Tre et Tokalon), la plupart en exercice.

Questions 1 et 2

La première question traite des stratégies employées habituellement par les enfants pour résoudre les problèmes. Le tableau suivant présente les réponses données par les participants (plusieurs réponses possibles):

Tableau 5: Réponses sur les stratégies les plus courantes utilisées par les enfants

RÉPONSES	
Ils font un dessin, un croquis, un schéma	63%
Par tâtonnement	50%
Ils se servent de matériel	49%
Ils cherchent quelles opérations sont nécessaires pour trouver la solution à partir des données	42%
Ils cherchent dans le cahier ou dans le manuel un problème similaire	34%
Ils demandent immédiatement à l'enseignant ou à un camarade	31%
Ils trouvent la solution sans comprendre comment ils ont fait	10%
Ils sont coincés face à des problèmes et ne savent pas par où commencer	7%
Ils attendent une inspiration soudaine	2%

La deuxième question traite des difficultés rencontrées par les enfants lors de la résolution de problèmes arithmétiques. Les réponses sont présentées dans le tableau suivant (encore une fois, les participants pouvaient choisir plusieurs options):

Tableau 6 : Réponses des participants concernant les raisons pouvant expliquer les difficultés rencontrées par les enfants lors de la résolution de problèmes arithmétiques

RÉPONSES	
Ils sont habitués à résoudre des exercices mécaniquement et de façon répétitive	79%
Ils sont bloqués par la peur de se tromper	42%
Ils ne comprennent pas l'énoncé	39%
Ils sont perdus parce qu'il y a trop d'informations ou trop de conditions à prendre en compte	25%
Ils essaient de deviner quelles opérations sont nécessaires pour trouver la solution à partir des données	22%
Ils ne s'exercent pas suffisamment à la maison	16%

Il est utile d'analyser les différences entre les réponses données aux questions 1 et 2. Lorsque les participants réfléchissent aux stratégies fréquemment utilisées par les enfants (question 1), ils avancent rarement l'option *Ils sont coincés face à des problèmes et ne savent pas par où commencer*. Nous nous sommes rendu compte pendant l'analyse qu'il ne s'agissait pas en réalité d'une stratégie en soi, mais bien d'une façon de réagir face à un problème. En revanche, un grand nombre de participants a choisi la réponse *Ils sont bloqués* à la question portant sur les difficultés rencontrées par les enfants (question 2). De même, le facteur *Ils sont habitués à résoudre des exercices mécaniquement et de façon répétitive* est considéré, dans la question 2, comme la difficulté la plus souvent rencontrée. Il est intéressant de constater que les types de stratégies les plus mentionnés à la question 1 ne sont pas mécaniques du tout : *faire un dessin, un croquis, un schéma ; tâtonner ; utiliser du matériel,* etc.

Ces différences entre les réponses peuvent s'expliquer par le fait que, dans la question 1, les participants tiennent inconsciemment compte des stratégies les plus utilisées par les élèves pour résoudre des problèmes avec succès, alors qu'ils se concentrent davantage sur leurs échecs dans la question 2. Par exemple, *Ils cherchent quelles opérations sont nécessaires pour trouver la solution à partir des données* est une solution hautement prisée dans le cas des techniques employées fréquemment par les enfants, mais beaucoup moins lorsque les participants réfléchissent aux difficultés rencontrées par ces derniers.

Questions 3 et 4

La question 3 porte sur les stratégies que les participants ont employées au cours de leur scolarité pour résoudre les problèmes arithmétiques. Les réponses sont présentées dans le tableau suivant (encore une fois, les participants pouvaient choisir plusieurs options):

Tableau 7: Réponses portant sur les stratégies adoptées par les participants pour résoudre des problèmes

RÉPONSES	
Je faisais un dessin, un croquis ou un graphique	74%
Je devinais quelles opérations étaient nécessaires pour trouver la solution à partir des données	51%
Je cherchais dans le cahier ou dans le manuel un problème similaire	46%
Par tâtonnement	38%
J'utilisais du matériel	25%
J'étais coincé devant des problèmes et je ne savais pas par où commencer	8%
Je demandais immédiatement à l'enseignant ou à un camarade	7%
Je trouvais la solution sans pouvoir expliquer comment j'avais fait	6%
J'attendais une inspiration soudaine	2%

La question 4 renvoie aux difficultés rencontrées habituellement par les participants pendant leur scolarité lorsqu'ils devaient résoudre des problèmes arithmétiques:

Tableau 8: Réponses des participants concernant les raisons expliquant les difficultés rencontrées en matière de résolution de problèmes

RÉPONSES	
J'avais l'habitude de résoudre les exercices de façon mécanique et répétitive	39%
J'étais bloqué de peur de faire une erreur	29%
Je me perdais parce qu'il y avait trop d'informations ou trop de conditions à prendre en compte	27%
Je ne comprenais pas l'énoncé	22%
J'avais des camarades qui étaient meilleurs et plus rapides dans la résolution et cela me démotivait	20%
J'essayais de deviner quelles opérations étaient nécessaires pour trouver la solution à partir des données	15%
Chaque problème était différent des autres	15%
Je n'ai jamais eu de difficulté à résoudre des problèmes	14%
Je ne m'entraînais pas assez à la maison	12%
C'était de la faute aux enseignants	7%

En comparant les réponses données aux questions 3 et 4, nous observons les mêmes différences que celles constatées aux questions 1 et 2. Si le fait de *faire un dessin, un croquis ou un schéma* est considéré comme la stratégie la plus employée (une façon non mécanique de résoudre les problèmes), la difficulté la plus mentionnée par les participants concerne le fait qu'ils ont *l'habitude de résoudre les exercices de façon mécanique et répétitive*. Les deuxième et troisième réponses à la question 3 les plus mentionnées par les participants, à savoir *deviner quelles opérations étaient nécessaires pour trouver la solution à partir des données* ou *chercher dans le cahier* *ou dans le manuel un problème similaire,* peuvent être considérées comme des formes mécaniques de résoudre les problèmes.

De même, il ressort clairement de la comparaison des réponses aux questions 4 et 2 que les difficultés que les participants (enseignants italiens en exercice pour la plupart) constatent chez leurs élèves sont les mêmes que celles qu'ils ont eux-mêmes rencontrées à l'école. Toutefois, certaines options concernant les difficultés des élèves (question 2) sont davantage cotées que d'autres, tandis qu'elles sont toutes cotées de la même façon lorsqu'ils réfléchissent à leur propre vécu (question 4). Les réponses portant sur la difficulté à *comprendre l'énoncé,* étroitement liée à celle consistant à *se perdre parce qu'il y avait trop d'informations ou trop de conditions à prendre en compte,* sont cependant cotées de la même façon, que les participants pensent à leur propre vécu ou à leurs élèves.

Enfin, dans la question 4 figurent des réponses personnelles qui n'étaient pas proposées dans la question relative aux difficultés des élèves, par exemple : *j'avais des camarades qui étaient meilleurs et plus rapides dans la résolution et cela me démotivait.* Cette réponse, choisie par 20 % des participants, ne figurait pas parmi les options de la question 2 parce que le sentiment en question ne peut qu'être observé de façon introspective.

5. Conclusions: observations, réflexions et axes d'amélioration

L'analyse des résultats montre clairement que les participants apprécient le fait de travailler la résolution de problèmes à l'école primaire, à de nombreuses fins, tout en reconnaissant que les élèves rencontrent souvent des difficultés dans ce domaine. De la même façon, il existe un important consensus autour du fait qu'*il est possible d'aider les élèves à changer d'attitude face aux problèmes arithmétiques, au moyen d'une proposition pédagogique appropriée.* Les principales différences entre les participants ressortent lorsqu'ils doivent discuter de la bonne approche à adopter pour obtenir ce changement positif. D'une part, certains participants considèrent les problèmes arithmétiques comme une façon de pratiquer encore et toujours les techniques opératoires, que ce soit parce qu'ils pensent que cette pratique est plus importante que celle consistant à résoudre des problèmes ou parce qu'ils sont pessimistes quant à la capacité des enfants à trouver leurs propres stratégies pour les résoudre, pessimisme qui augmente lorsqu'ils pensent à des élèves affichant une difficulté d'apprentissage quelconque. D'autre part, certains participants estiment que l'enseignement de la résolution de problèmes constitue l'occasion rêvée de développer des dispositions personnelles, telles que la confiance en ses capacités, l'ouverture aux défis, la capacité à communiquer avec autrui ou encore une meilleure connaissance de soi et du monde.

Ce dernier groupe de participants considère que les enfants sont capables de mettre eux-mêmes en lumière les relations existant entre différents concepts mathématiques et de créer et partager leurs propres stratégies. Il convient également de mentionner le fait que tous les participants estiment qu'il est nécessaire d'évaluer les processus suivis par les élèves pour résoudre un problème, plutôt que de se borner à examiner les résultats obtenus.

Cette analyse nous a poussés à concevoir un atelier destiné aux étudiants en Master et enseignants en exercice, spécialement dédié à la résolution des problèmes arithmétiques. Cet atelier aura vocation à montrer aux participants de nouvelles façons d'aborder cet aspect de l'enseignement des mathématiques, qui constitue aujourd'hui un véritable défi. Nous éviterons à cette occasion de présenter des techniques mécaniques et procédures répétitives destinées à résoudre les problèmes. Au contraire, nous mettrons l'accent sur la découverte des rapports implicites existant dans tout problème arithmétique, en travaillant des façons de représenter ces relations, grâce à la manipulation de matériel et à l'utilisation de schémas et dessins.

En ce qui concerne le questionnaire lui-même, nous avons cherché à clarifier la question 5 dans la dernière version (annexe Q2) en lui apportant de légères modifications. De plus, les affirmations initiales des questions 1 et 3 ont été reformulées de façon à inclure les situations dans lesquelles les personnes se sentent paralysées face à un problème arithmétique.

Rapport du questionnaire Q3, questionnaire sur la relation entre l'arithmétique et la géométrie

Table des matières

1. Synthèse

Dans le cadre du projet ANFoMAM, *Aprender de los niños para formar a los maestros en el área de matemáticas,* un questionnaire portant sur les rapports entre géométrie et arithmétique ayant vocation à analyser les connaissances, croyances et attitudes des enseignants en formation initiale et continue vis-à-vis de cet aspect des mathématiques et de leur enseignement à l'école primaire a été conçu.

Le présent rapport analyse les réponses apportées au questionnaire (annexe Q3[5]) par un échantillon d'étudiants en Master visant à devenir professeurs des écoles (maternelle et primaire) lors d'une première expérience de recherche. D'un point de vue théorique, près de la moitié des personnes interrogées semblent reconnaître la pertinence de la géométrie par rapport à l'arithmétique. Nous avons également cherché à connaître l'importance qu'elles attachaient à la nécessité pour les élèves de connaître les techniques arithmétiques avant d'étudier les rapports géométriques ou à la pertinence de combiner les deux formes d'enseignement des mathématiques à ce stade.

Ces données théoriques sont complétées par les réponses données par les participants à des questions ou exercices les invitant à mettre en pratique ces deux types de techniques.

2. Conception du questionnaire: contexte et objectifs

Cette étude a pour objectif d'analyser la pertinence, du point de vue de l'enseignant, et notamment de l'enseignant en formation, de l'enseignement de l'arithmétique et de la géométrie à l'école maternelle et primaire. Nous avons notamment essayé d'analyser dans ce questionnaire le point de vue pratique des enseignants, de façon à ce que leurs réponses reflètent leur propre vision, forgée par leur expérience personnelle. Un ensemble de questions théoriques sur le rôle de la géométrie dans l'enseignement des mathématiques complète ces travaux.

---

[5] Questionnaire Q3: https://docs.google.com/forms/d/12xYBjpJJabNzAfs4js-UuNwuIzTTmwOTyLmiftY5-30/copy

Nous sommes partis du postulat que l'arithmétique occupe une place importante dans le programme de mathématiques en général, et notamment dans celui de l'école maternelle et primaire (Millán Gasca, 2012 ; Monari, 1998 ; Monari-Benedetti, 2011). Cette prédominance dans les objectifs soulève deux questions pertinentes pour le projet :

- La place prépondérante de l'arithmétique est due à une conviction prédominante au sein du système scolaire selon laquelle les méthodes fondées sur les nombres (comptage, calcul, opérations binaires, addition, soustraction, multiplication et division, regroupement) sont les plus appropriées pour introduire les mathématiques, ou les plus basiques et indispensables.
- L'enseignant est plus enclin ou se sent plus familiarisé avec les méthodes arithmétiques compte tenu de sa formation antérieure et de son expérience personnelle.

Les résultats de cette étude serviront à vérifier à quel point les convictions et la conception des méthodes arithmétiques et/ou géométriques sont susceptibles de changer à l'issue des sessions de formation prévues dans le cadre du projet.

3. Collecte de données

Afin de pouvoir identifier la raison de cette prédominance et le niveau d'affinité pratique de l'enseignant avec les méthodes arithmétiques et géométriques, nous effectuerons une étude qualitative/quantitative du questionnaire Q3 (voir annexe Q3). Ce questionnaire, élaboré dans le cadre du projet ANFoMAM, cofinancé par le programme Erasmus + de l'Union européenne, a obtenu 122 réponses d'étudiants en Master.

L'enquête, menée au cours du premier semestre de l'année universitaire 2018-2019, a été soumise en espagnol et en anglais, sur Google Forms. Les étudiants y ont répondu sur Android ou ordinateur de bureau et ont été invités à se munir d'un papier et d'un crayon pour réaliser des croquis le cas échéant, d'une règle graduée, d'un compas et d'une calculatrice pour pouvoir compléter le questionnaire. Les réponses écrites ont été récupérées à la fin du questionnaire, et sont disponibles pour consultation.

Dans le contexte de l'enseignement primaire, nous entendons par techniques ou méthodes géométriques les rudiments des mathématiques spécifiques à la géométrie : modèles et formes liés à la droite, au plan et à l'espace, leurs propriétés, leur décomposition, leurs mouvements et leurs représentations dans les objets de notre environnement. Nous faisons en quelque sorte la distinction entre ces techniques et les techniques ou méthodes arithmétiques, qui sont celles qui ont un rapport direct avec les nombres entiers, cardinaux ou ordinaux, rationnels ou irrationnels, leur représentation, les opérations et rapports entre eux, leur interprétation et leur application aux activités de notre quotidien. On pourrait bien entendu avancer que le comptage des côtés d'un polygone, de même que la mesure de ses côtés ou de son aire, relève des deux disciplines à la fois. Cela étant, nous souhaitons mettre en évidence comme technique ou méthode géométrique non pas ce qui est étranger au nombre, mais ce qui ne repose pas sur lui. Par exemple, nous considérons l'activité consistant à compter le nombre de côtés d'un polygone comme une technique arithmétique (tout comme l'activité consistant à compter des pommes ne relève pas de la biologie) ; en revanche, reconnaître des pentagones dans un ensemble de figures relèverait d'une technique géométrique, puisque nous n'avons pas besoin de savoir compter jusqu'à cinq pour reconnaître un pentagone. Ainsi, la reconnaissance des cinq côtés pourrait passer par un processus de subitisation ou par l'identification d'une expérience associée au chiffre cinq[6].

Le questionnaire demande à l'enseignant de résoudre certains problèmes, d'analyser des propriétés ou d'appliquer des notions mathématiques générales puis d'analyser, à partir de ses propres réponses, les méthodes utilisées pour les résoudre. Notre étude du questionnaire fera la distinction entre les techniques arithmétiques et géométriques utilisées dans le cadre des activités proposées.

4. Élaboration et analyse des données

De manière générale, nous pouvons observer les points suivants :

1) Bien qu'en théorie, les deux disciplines (arithmétique et géométrie) soient considérées comme formant la base de la formation mathématique à l'école maternelle et primaire, 66 % des personnes interrogées ont choisi un problème de type arithmétique pour représenter les connaissances à acquérir pour un élève de primaire, et 78 % d'entre elles reconnaissent être plus à l'aise lorsqu'elles sont confrontées à des chiffres que lorsqu'elles sont confrontées à des formes géométriques.
2) Ce point est confirmé par les réponses aux questions pratiques, où la tendance à privilégier et à recourir principalement à des méthodes arithmétiques (plutôt qu'à des méthodes géométriques) est de 3 pour 1.
3) L'utilisation des techniques et méthodes géométriques de base est plus imprécise, voire erronée, dans un grand nombre de cas (entre 20 et 25 % des cas). Ce pourcentage augmente dans le cas des problèmes légèrement plus compliqués.

Nous détaillons ci-après les réponses obtenues aux questions.

4.1. Problème (question 1.1 e 1.2)

a) Au total, 66 % des personnes interrogées reconnaissent avoir énoncé un problème de type arithmétique, contre 24 % reconnaissant avoir créé un énoncé de type géométrique. « Les deux » et « aucun des deux » forment le reste des réponses restantes, à parts égales.

b) Un grand nombre des problèmes considérés comme étant de nature purement géométrique sont classés de manière douteuse par les personnes interrogées, ces dernières mentionnant des techniques arithmétiques tout en utilisant une terminologie géométrique.

- *Combien de côtés possède ce triangle ?*
- *Calculer le nombre de côtés que possèdent certaines figures géométriques.* (3)
- *Dessiner deux figures possédant quatre côtés. (4)*
- *Nous savons que le côté d'un carré mesure 2 cm. Calculer le périmètre de ce carré.*

c) La précision des énoncés de problèmes à caractère géométrique est inférieure. Par exemple :

- *Différencier et classer les corps ronds, les prismes et les pyramides.*

[6] Par exemple, la musique de « Rencontre du troisième type » qui ne contient que cinq notes (ré, mi, do, do, sol).

- *Calculer la surface de différents polyèdres avec des matériaux réutilisables.* (Il est probable que, dans ce contexte, la personne fasse référence à des polygones plutôt qu'à des polyèdres, qui sont des objets tridimensionnels, et dont le calcul de l'aire n'est pas étudié en CM1)

d) Les seuls concepts purement géométriques utilisés renvoient à la classification des polygones (2) et au parallélisme (1). Aucune autre notion ou technique, comme la symétrie, les régions séparées par des droites ou des courbes, la décomposition d'une figure, les formes irrégulières (pièces qui s'emboîtent, caléidoscopes), les directions (pour décrire les mouvements ou déplacements), les tracés (utilisation de la règle, du compas), ne sont mentionnées.

4.2. Propriétés (question 2.1, 2.2, 2.3)

a) Parmi les personnes interrogées, 30 % n'ont pas été en mesure de trouver les quatre propriétés requises. Par ailleurs, 9 % des réponses données sont erronées, et 6 % imprécises.

b) Comme pour la question 1 (voir point 1.2), nous observons des incohérences entre la classification des propriétés comme des propriétés géométriques et la nature géométrique desdites propriétés. Par exemple :
   - *Le poids de chacune des trois figures est un multiple de 3.* (Technique arithmétique, puisque l'accent est mis sur la propriété des chiffres)
   - *Les dimensions sont des multiples de 3 et de 2.* (Utilisation ambiguë du concept de dimension et référence à la propriété des chiffres)
   - *Le poids des figures double de l'une à l'autre.*
   - *Elles mesurent toutes 10 de longueur.*

c) Comme pour la question 1 (voir point 1.3), on observe un usage plus imprécis, voire erroné, des concepts géométriques, dans 15 % des réponses. Par exemple:
   - *Même périmètre* (12). (Cette réponse est incorrecte)
   - *Il s'agit de la même figure, disposée différemment* (7)... *elles sont toutes similaires* (3). (Ces deux réponses sont imprécises ou incorrectes, en fonction de la définition donnée au terme « similaire »)
   - (*Même) distance au centre.*
   - *Elles possèdent des angles droits* (3). (Cette réponse est incorrecte)
   - *Il s'agit des (mêmes) figures, qui peuvent être extraites l'une de l'autre.* (Cette personne tente probablement de décrire le fait que les trois figures sont composées de deux trapèzes identiques)
   - *Apothèmes égaux.* (Puisqu'il ne s'agit pas de figures régulières, le concept d'apothème n'est pas adapté ici)
   - *Égaux deux à deux.* (3) (Concept imprécis ou incorrect)
   - *Si nous coupons la figure en deux, nous observons qu'il s'agit de la même figure, avec un effet miroir.* (Il s'agit probablement d'une description quelque peu imprécise de la notion de symétrie)

4.3. Concepts : segments et nombres rationnels (question 3.1-3.4)

a) 20 % des personnes interrogées n'utilisent aucune méthode mathématique (estimation visuelle), et 4 % d'entre elles ne savent pas dessiner ce qui leur est demandé. Parmi les autres, 75 % utilisent des méthodes arithmétiques (mesure, utilisation de nombres qui indiquent les mesures exactes, utilisation de nombres qui indiquent des mesures approximatives), et les autres utilisent des méthodes géométriques (utilisation d'une règle et d'un compas, sans utiliser de nombres).

4.4. Concepts : surfaces et nombres rationnels (question 4.1-4.4)

a) Tout comme pour la question 3, près de 75 % des personnes interrogées qui répondent correctement ont recours à des méthodes supposant de faire des mesures avec la règle. Nous attirons l'attention sur le fait que 20-21 % des réponses sont erronées, et que celles-ci répondent toutes à un même type d'erreur :

- [Pour dessiner deux surfaces dont l'aire de l'une est deux fois plus grande que l'aire de l'autre....] je dessine un carré de 1 cm × 1 cm et un autre de 2 cm × 2 cm.

4.5. Concepts : segments et nombres irrationnels (question 5.1-5.3)

a) Il s'agit ici d'un problème géométrique légèrement plus élaboré. Les données correspondant aux réponses antérieures (3 et 4) sont exacerbées : 90 % des réponses sont erronées, et toutes les autres utilisent des méthodes arithmétiques.
b) Malgré cela, 46 % des personnes interrogées estiment avoir résolu le problème correctement, et 35 % d'entre elles seulement affirment ne pas avoir su répondre.

4.6. Concepts : aires et longueurs (question 6.1 e 6.2)

a) 25 % des personnes interrogées ont répondu de manière imprécise ou erronée à cette question. Parmi les 75 % restantes, 15 % reconnaissent avoir utilisé des techniques géométriques supposant de visualiser la figure concernée. 66 % d'entre elles ont utilisé la formule relative au calcul de l'aire ou des nombres comme exemples. Les autres n'ont pas reconnu avoir utilisé l'une ou l'autre de ces deux techniques.

4.7. Aires et longueurs (question 7.1 e 7.2)

a) Comme pour la question 5, il s'agit d'un problème similaire au précédent (question 6), mais légèrement plus élaboré. 65 % des réponses données étaient erronées. La moitié des réponses correctes (50 %) ont affirmé avoir utilisé la formule de calcul de l'aire, tandis que l'autre moitié a affirmé avoir eu recours à d'autres raisonnements.

Les réponses aux questions pratiques 3 à 7 peuvent être résumées dans le graphique suivant, qui présente une évaluation des réponses utilisant des méthodes arithmétiques, de celles utilisant des méthodes géométriques (voir la section 3) et de celles s'avérant imprécises ou erronées. Les questions 3, 4 et 6 correspondent à des problèmes géométriques de base, tandis que les questions 5 et 7 correspondent à des problèmes géométriques plus élaborés.

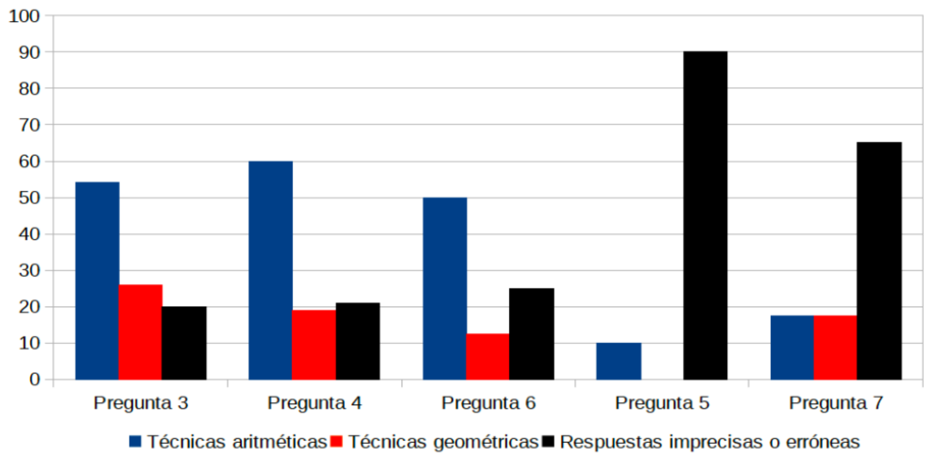


Figure 30

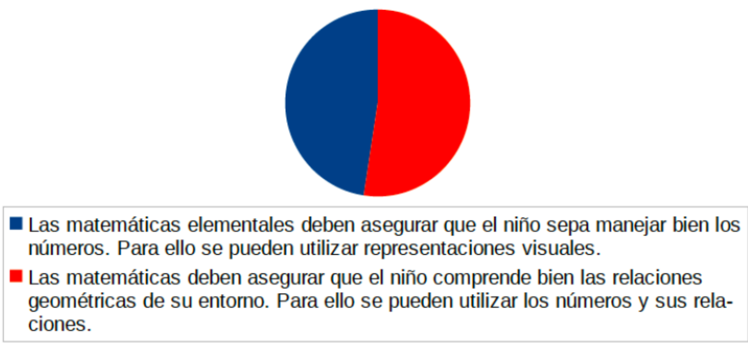
4.8. Plan du trésor. Question pratique (question 8.1 e 8.2)

a) Dans cette activité, les personnes interrogées devaient rédiger des instructions précises pour passer d'un point A à un point B sur une carte contenant un diagramme cartésien et des coordonnées nord, sud, est et ouest.
Des instructions précises étaient requises, destinées à quelqu'un ne pouvant voir le plan. 21 % des personnes interrogées n'ont pas répondu correctement à la question, soit parce que leurs indications étaient erronées, soit parce qu'elles n'étaient pas suffisamment précises. Par exemple:

- *Fais 10 pas en diagonale* (2). (La diagonale ne peut avoir de sens pour quelqu'un qui ne voit pas le plan)
- *10 pas vers la droite et 10 pas vers le bas* (22). (Les concepts « droite » et « bas » ne sont pas clairs)

4.9. Enseignement des mathématiques (question 9.1.a- 9.4.b)

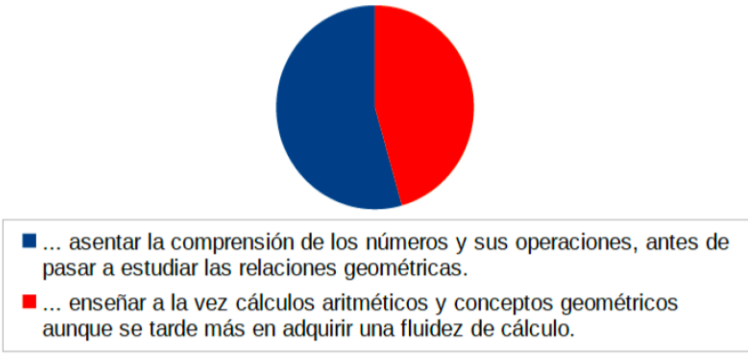
a) 52,4 % des personnes interrogées sont plutôt d'accord avec le fait que les mathématiques doivent permettre à l'enfant de bien comprendre les relations géométriques de son environnement, et que les nombres et leurs relations peuvent être utilisés à cette fin. En revanche, 47,6 % d'entre elles estiment que les mathématiques à l'école élémentaire devraient permettre à l'enfant de savoir comment bien gérer les nombres, et que des représentations visuelles peuvent être utilisées à cette fin.



Légende. Bleu : Les mathématiques élémentaires doivent permettre à l'enfant de bien comprendre les nombres, pour lesquels des représentations visuelles peuvent être utilisées. Rouge : Les mathématiques doivent permettre à l'enfant de bien comprendre les relations géométriques dans son environnement, pour lesquelles les nombres et leurs relations peuvent être utilisés.

Figure 31

b) En ce qui concerne l'enseignement, la plupart (54,4 %) des personnes interrogées jugent préférable de travailler les techniques arithmétiques avant de passer à l'étude des relations géométriques.

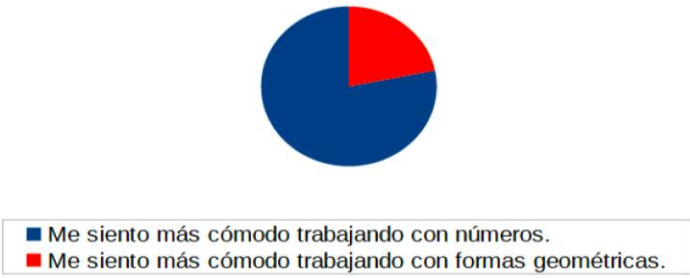


Légende. Bleu : établir les techniques arithmétiques avant d'étudier les relations géométriques. Rouge : enseigner les concepts arithmétiques et géométriques, même s'il faut plus de temps pour acquérir la maîtrise du calcul.

Figure 32

c) La grande majorité d'entre elles (92,6 %) pensent que les enfants adoptent différentes approches pour comprendre les mathématiques, c'est pourquoi les différentes méthodes (arithmétiques et géométriques) sont une aide, quel que soit l'âge de l'apprenant. 7,4 % d'entre elles pensent au contraire que les représentations visuelles rendent difficile le passage à l'abstraction et qu'il est donc préférable de s'en passer progressivement.

d) Une grande majorité des personnes interrogées (78,2 %) se sentent plus à l'aise en travaillant avec les nombres, contre 21,8 % des personnes se sentant plus à l'aise avec les figures géométriques.



Légende. Bleu : Je me sens plus à l'aise en travaillant avec des chiffres. Rouge : Je me sens plus à l'aise en travaillant avec des formes géométriques.

Figure 33

5. Conclusions : observations, réflexions et axes d'amélioration

L'analyse des résultats montre l'importance accordée par les participants à l'apprentissage, à l'école, des techniques géométriques parallèlement à l'arithmétique. D'une part, d'un point de vue théorique, près de la moitié des personnes interrogées (52,4 %) accordent une grande pertinence à la géométrie, contre 47,6 % d'entre elles qui estiment l'arithmétique plus pertinente. De même, les participants à l'enquête sont divisés quant aux méthodes d'enseignement : 54,4 % d'entre eux estiment qu'il est préférable de maîtriser les techniques arithmétiques avant d'étudier les relations géométriques, contre 45,6 % qui pensent le contraire.

Les participants pensent presque à l'unanimité (92,6 %) que les enfants adoptent différentes approches pour comprendre les mathématiques, c'est pourquoi les différentes méthodes (arithmétiques et géométriques) sont une aide, quel que soit l'âge de l'apprenant.

Malgré cela, une grande majorité d'entre eux (78,2 %) se sentent plus à l'aise en travaillant avec les nombres, contre 21,8 % des personnes se sentant plus à l'aise avec les figures géométriques.

Ces données théoriques sont confirmées par les résultats des réponses pratiques, puisque 20 à 25 % des réponses aux problèmes géométriques de base sont imprécises ou incorrectes. De même, près de 75 % des réponses correctes utilisent des techniques arithmétiques pour résoudre les problèmes posés, contre 25 % ayant recours à des techniques purement géométriques.

Lorsque le problème est légèrement plus compliqué, une grande majorité des réponses données sont incorrectes (jusqu'à 90 % des réponses dans certains cas).

Les résultats obtenus nous rappellent la nécessité de concevoir un atelier destiné à former les enseignants sur la relation entre arithmétique et géométrie dans l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. Plutôt que de souligner l'importance théorique de travailler sur cette relation, cet atelier mettra l'accent sur des activités pratiques donnant aux participants des ressources concrètes qu'ils pourront facilement transposer dans leur salle de classe.

Rapport du questionnaire Q4, questionnaire sur le calcul mental et l'utilisation de la calculatrice

Table des matières

1. Synthèse

Dans le cadre du programme « Eramus+ ANFoMAM, Learning from children to improve primary teachers' specific training in mathematics », un questionnaire portant sur le calcul mental et l'utilisation de la calculatrice a été conçu. L'un des objectifs de la conception et de la mise en œuvre du questionnaire est d'explorer les relations entre les expériences des enseignants en formation initiale et en cours d'emploi concernant le calcul mental et la calculatrice, et leurs convictions quant à l'opportunité de combiner ces deux types de calcul à l'école élémentaire. Pour la conception du questionnaire (annexe Q4[7]), certaines études pertinentes sur l'utilité de la calculatrice à l'école primaire et sur le moment le plus propice à son introduction ont été prises en compte. Tant la vision classique, qui considère la calculatrice comme un simple outil pouvant entraver l'apprentissage des algorithmes, que la vision moderne de la calculatrice comme source d'exercices intéressants sont prises en compte.

L'analyse des réponses au questionnaire montre des différences entre les participants des différentes institutions quant aux objectifs du travail sur le calcul mental à l'école et à la manière dont il doit être combiné avec l'utilisation de la calculatrice.

2. Conception du questionnaire : contexte et objectifs

Pour construire ce questionnaire (questions 1 à 6), nous nous sommes appuyés sur divers documents portant sur le calcul à l'école primaire (cf. bibliographie), issus notamment de la littérature francophone en éducation mathématique ; nous avons aussi puisé dans nos expériences dans la formation initiale et continue des professeurs des écoles.

Ce questionnaire comporte sept questions et est composé de trois parties :
- trois questions portent sur le calcul mental ;
- trois questions portent sur la calculatrice ;
- une dernière question porte sur des calculs dont on demande d'indiquer le moyen pour les effectuer parmi les trois proposés (calcul mental, calcul posé ou calculatrice).

---

[7] Questionnaire Q4:
https://docs.google.com/forms/d/1NgzCPVdBw4bQHKB0J2TAhoddBydzrEwuEGBYGjHNsrI/copy

Dans (Celi, 2017), nous fournissons les résultats d'une enquête visant à identifier les connaissances et les croyances (au sens de Vause, 2011) de futurs enseignants à propos de l'enseignement et de l'apprentissage du calcul mental à l'école primaire. Dans la première étape de l'enquête, les futurs enseignants interrogés ont été invités à compléter la phrase suivante : « Pour moi, le calcul mental est … ». Les items de la **question 1** sont issus de l'analyse des phrases recueillies. Ici, nous trouvons intéressant de croiser les résultats de quelques items, par analogie ou par contraste :

- stratégie, initiative, raisonnement ;
- automatisme et rapidité ;
- automatisme et entraînement ;
- raisonnement et automatisme ;
- écœurement et jeu.

Introduit depuis plusieurs décennies dans les programmes de mathématiques de l'école primaire française, l'enseignement du calcul mental a poursuivi, au fil du temps, différents objectifs. Jusqu'aux années 1970, la **mémorisation** et la **rapidité** étaient favorisées, considérant le calcul mental comme **éducatif** et **nécessaire dans la vie quotidienne**. Plus tard, et encore aujourd'hui, la locution "calcul mental" incorpore de nombreux aspects du calcul et son rôle a changé, probablement en raison de l'évolution dans la manière de concevoir l'enseignement des mathématiques et du progrès technologique : calcul raisonné, calcul mémorisé, **oral et/ou écrit**, en temps limité ou non. Le calcul mental devient alors important pour **explorer les nombres**, **les opérations et leurs propriétés** et pour **promouvoir le raisonnement (**Butlen, 2007). Il acquiert ainsi un rôle important en relation avec d'autres types de calcul, notamment le calcul posé (en colonne). Il est nécessaire pour renforcer l'apprentissage des techniques opératoires et, pour certains, il devrait occuper une place privilégiée par rapport au calcul écrit en colonne (CNESCO, 2015).

L'apprentissage du calcul mental peut aussi être utile pour identifier les diverses manières d'effectuer un même calcul, pour contrôler un résultat fait autrement (posé en colonne ou à l'aide d'une calculatrice), pour évaluer un ordre de grandeur (Assude, 2007 ; Charnay, 1993-1994). Il trouve aussi son importance en relation avec la résolution de problèmes. Ces aspects, en liaison avec la vision plus récente du calcul mental, ont été pris en compte dans les items des trois premières questions de ce questionnaire car ils sont présents aussi bien dans la culture scolaire française que celle espagnole[8], relativement à l'école primaire.

Mais d'autres éléments nous sont apparus comme importants à prendre en compte dans le questionnaire sur le calcul mental, à savoir

- des conduites d'élèves : se servir "de tête" des techniques de calcul posé ; se servir des doigts pour fournir le résultat d'un calcul additif ;
- des croyances d'enseignants : le recours aux doigts pour réaliser des calcul additif n'est pas bien ; l'apprentissage des tables d'addition et de multiplication est favorisé par leur répétition verbale rituelle, dans l'ordre croissant (prédominance du calcul mémorisé sur le calcul réfléchi).

La calculatrice étant désormais devenue un objet de consommation courante, la question se pose de savoir si, dans les apprentissages de l'école primaire, son usage peut être pensé dans sa complémentarité avec le calcul mental et le calcul posé.

Quelle peut être l'utilité de la calculatrice dans des classes de l'école primaire?

[8] Les contenus mathématiques étant proches dans les textes des différentes régions espagnoles, nous exploitons ici les textes officiels des programmes scolaires actuellement en vigueur à l'école primaire en Navarre.

Les programmes scolaires italiens, français et espagnols évoquent cet outil. Mais, si les programmes italiens l'évoquent simplement comme alternative aux calculs mental et posé, dans les programmes des deux autres pays, plusieurs détails nous permettent d'y reconnaître une vision possible de la calculatrice : c'est un outil pour calculer (avec des nombres plus ou moins importants), pour vérifier le résultat d'un calcul fait autrement, pour résoudre des problèmes où l'élève se concentre davantage sur la procédure que sur les calculs ou bien qui demandent beaucoup de calculs. À côté de ces aspects, dans la **question 4**, nous avons toutefois pris en compte des aspects où la calculatrice est aussi vue comme un outil qui s'articule convenablement avec le calcul mental : elle sert pour explorer les nombres et est source de problèmes (MEN, 2003). Cela permettra d'identifier si les personnes répondant au questionnaire ont une vision plus ou moins classique de l'usage de cet instrument.

Dans Bruillard (1994), l'auteur relate d'une enquête menée auprès de professeurs des écoles. Outil socialement intégré, à l'époque de l'enquête, l'usage de la calculatrice résulte plutôt occasionnel. Près des trois quarts des interviewés pensent qu'il faut utiliser la calculatrice à l'école mais la majorité pense qu'il ne faut pas le faire avant l'âge de 8-9 ans.

Au cours des apprentissages, quand la calculatrice peut-elle être autorisée ? Après l'initiation aux algorithmes ? Durant ?[9] Après leur maîtrise ? Ou bien, la connaissance (voire la maîtrise) des techniques de calcul et l'usage de la calculatrice demeurent-ils indépendants ?

Nous avons retenu et inclus ces questions dans notre questionnaire (**question 5**) : les deux premières questions nous informent ainsi sur une vision moins favorable que les deux autres questions à l'usage de la calculatrice à l'école.

Un certain nombre de croyances existent à propos de l'usage de la calculatrice par les enfants (à l'école ou en dehors de l'école), celles-ci étant surtout défavorables à cet usage : elles sont prises en compte dans la question 6. Pour compiler cette question, outre l'enquête de Bruillard (*ibidem*, 1994), nous nous sommes servis du travail de Schaub (2009) où l'auteur s'interroge sur l'utilité de la calculatrice à l'école primaire et sur le moment le plus propice à son introduction ainsi que sur les arguments qui seraient en faveur ou non de cette introduction à l'école primaire.

Les divers items retenus dans les **six premières questions** de ce questionnaire ont aussi été élaborés à l'appui du travail de Assude (2007) qui étudie le type de changements et de résistances induits par l'intégration de cet instrument à l'école primaire.

Relativement aux **trois premières questions**, il nous semble *a priori* intéressant de croiser certains items. Notamment, cela pourrait être fructueux de mettre en relations les mots « initiative », « raisonnement » et « stratégie » (**question 1**) avec les phrases « pour développer des facultés de raisonnement et d'argumentation », « pour construire et renforcer les connaissances relatives aux propriétés des nombres et des opérations », « pour identifier les diverses façons possibles d'effectuer un même calcul » (**question 2**) et « en proposant aux élèves une activité de calcul mental complexe, on privilégiera la procédure plutôt que la rapidité d'exécution ». Cette mise en relation pourrait nous permettre de mettre en exergue (ou pas) la vision actuelle du calcul mental, en opposition à la vision classique de celui-ci.

Relativement aux **questions 4 à 6**, afin de mettre en exergue une vision favorable à l'usage de la calculatrice à l'école primaire et à un usage pensé dans sa complémentarité avec le calcul mental, ils nous semble *a priori* intéressant de croiser quelques items, notamment : la calculatrice est utile pour « explorer les nombres » et est « source de problèmes » (**question 4**) ; on peut l'autoriser conjointement à l'apprentissage des techniques opératoires ou sans nécessairement les connaître (**question 5**) ; « on peut

---

[9] Dans l'enquête en question, 54% des interviewés pensent qu'il ne le faut pas !

se servir de la calculatrice pour proposer aux élèves des situations d'apprentissage intéressantes » (**question 6g**).

La **question 7** porte sur des connaissances mathématiques et vise à analyser la manière dont les personnes interrogées (étudiants ou enseignants) exploitent leurs connaissances sur les nombres et sur les opérations pour traiter des calculs sur les nombres entiers naturels et comment ils traitent ces calculs : par du calcul mental ? à l'aide d'algorithmes (calcul posé en colonne) ? ou s'aident-ils de la calculatrice ?

Nous menons ci-après une analyse mathématique *a priori* des tâches proposées, cela dans le but de mettre en évidence leur richesse lorsque l'on recourt au calcul mental. Signalons qu'ici le recours à la calculatrice serait vu comme une alternative aux autres calculs proposé (dans une vision donc classique d'outil pour effectuer des calculs, en opposition au calcul mental).

Addition de trois termes : 657 + 95 + 48
La présence de trois termes, dont un à trois chiffres, pourrait induire à utiliser le calcul en colonne ou la calculatrice. On peut toutefois, par de décompositions convenablement choisies, trouver le résultat par calcul mental (réfléchi et mémorisé), soit :
(650 + 5 + 2) + 95 + 48 = 650 + (95 + 5) + (48 + 2) = 650 + 100 + 50 = (650 + 50) + 100 = 800.

Soustractions de deux nombres : 3456 – 897
Par le recours à la propriété de l'écart constant, on pourrait procéder à la transformation suivante :
(3456 + 3) – (897 + 3) = 3459 – 900; il s'agit maintenant de soustraire 9 centaines à 34 centaines, d'où 25 centaines qui, ajoutées à 59 unités, donnent 2559.

Multiplication de deux nombres : 12 x 19
Ici, deux procédures de calcul mental sont possibles:

1) 12 x (20 – 1) = 240 – 12 = (240 – 2) – (12 – 2) = 238 – 10 = 228.

2) (10 + 2) x 19 = 190 + 38 = 190 + 10 + 28 = 228.

Division euclidienne : 10008 : 9
10008 est égal à 10000 + 8 = 9999 + 9. Or, 9999 : 9 = 1111 et 9 : 9 = 1 dont 10008 : 9 = 1111 + 1 = 1112.

Il est vrai que les réponses ne permettent pas de savoir quelle procédure serait utilisée en cas du choix du calcul mental mais il nous semble ici plus intéressant de voir quel serait de façon spontanée le moyen privilégié par l'interviewé.

3. Recueil des données

Le questionnaire sur le calcul mental et la calculatrice a été proposé dans les universités de Bordeaux (UB), de Pampelune (UPNA), de Rome (UR) et par l'association Tokalon (TOK ou TKL).

Dans l'université de Bordeaux, il a été proposé à distance (envoi par mail du lien permettant d'accéder au questionnaire) : il a été envoyé à des étudiants du Master MEEF, première année, ainsi qu'à quelques enseignants et formateurs. Dans l'université de Pampelune, le questionnaire a été proposé aux étudiants de 'grado de maestro en educación primaria', juste avant un cours de mathématiques. Dans l'université de Rome, il a été proposé à des étudiants du 'Dipartimento di Scienze della Formazione', en temps limité, avant un cours magistral sur le calcul à l'école primaire (tenu par Valentina Celi) ; à des enseignants en formation continue, dans le cadre des initiatives promues par l'association Tokalon.

4. Traitement et analyse des données

Dans ce questionnaire, en relation avec le type d'analyse des données recueillies, les questions peuvent être groupées selon la nature de la réponse associée. Notamment,

1. Groupe 1 T[10], **question 1** : degré d'association des mots à "Calcul mental" (échelle de Likert de 1 à 4)
2. Groupe 2 CM[11], **question 3** : degré d'accord avec des phrases sur le calcul mental (échelle de Likert de 1 à 4).
3. Groupe 3 CA, **question 6** : degré d'accord avec des phrases sur l'utilisation de la calculatrice (échelle de Likert de 1 à 4).
4. Groupe 4, **questions 2, 4 et 5** : questions à choix multiple sur l'apprentissage du calcul mental à l'école primaire, sur l'utilité de la calculatrice à l'école élémentaire et, à quel moment des apprentissages, on pourrait permettre son utilisation.
5. Groupe 5, **question 7** : comment effectuer un calcul, une seule case peut être cochée.

Groupe 1 T, question 1

Dans l'analyse générale, tous groupes confondus, les mots les plus associés au calcul mental sont « attention » et « utilité ». Avec des pourcentages très élevés nous trouvons aussi les autres mots, exclusion faite pour « initiative », mot associé à ce type de calcul que pour 62% ; et « écœurement », associé seulement à 29%.

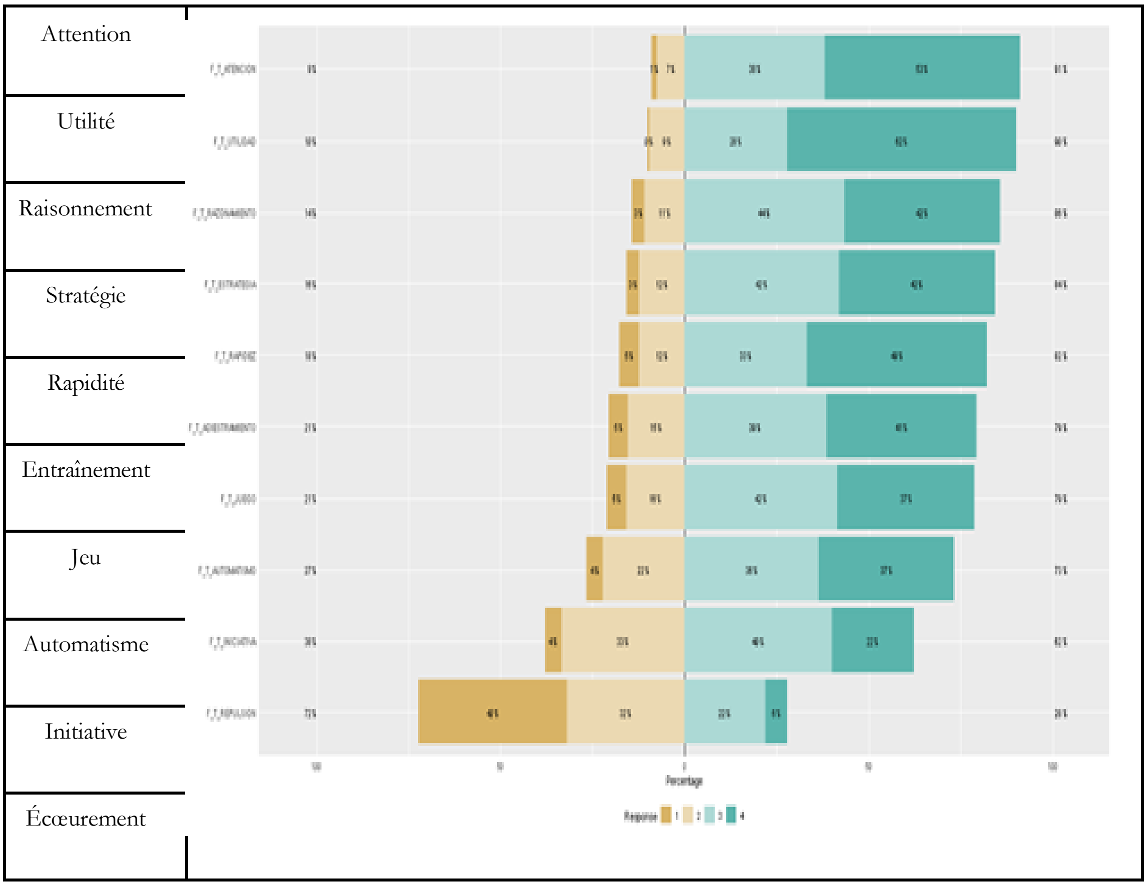


Figure 34: Graphique de l'analyse générale des réponses à la question 1

[10] Il y a certains mots qui ne sont pas communs à tous, ceux qui précèdent la lettre T sont communs à tous les questionnaires.

[11] Certaines expressions ne sont pas communes à tous les questionnaires. Nous analysons de manière globale uniquement celles qui sont communes à tous les questionnaires et, dans l'analyse par groupes, nous les prenons toutes en considération.

Dans l'analyse par groupes, le plus grand écart se trouve avec le mot « écœurement » puisque, dans le groupe UPNA, il y a un quart des interrogés qui sont d'accord avec ce mot. Il y a un écart entre les groupes aussi avec les mots « utilité » qui est choisi davantage par le groupe UPNA. Avec le mot « automatisme » s'identifie surtout le groupe UB.

Avec le mot « entraînement », le désaccord qui se manifeste entre le groupe UPNA et les autres est sans doute dû à la manière dont ce terme a été traduit en espagnol, à savoir « adestramiento », qui semble acquérir une connotation plus négative que les traductions italienne (« allenamento ») et française (« entraînement »).

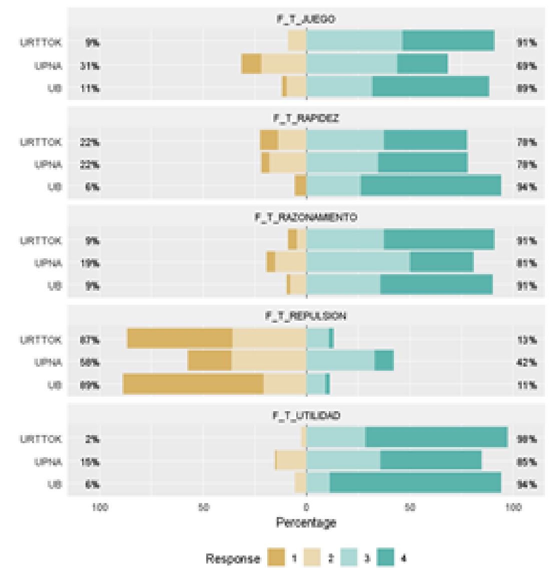
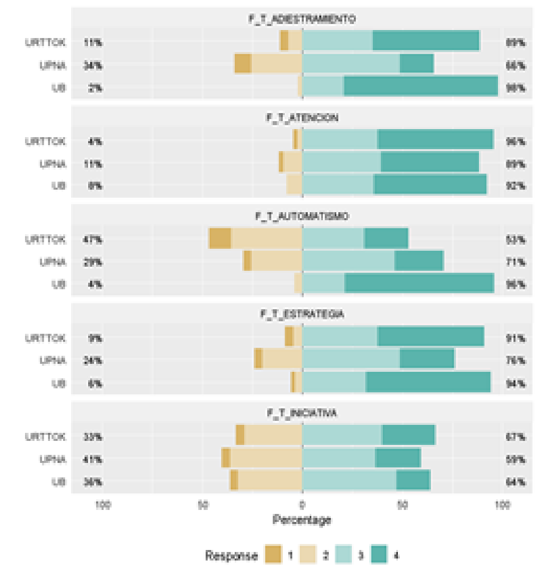
	
De haut en bas : Jeu- Rapidité – Raisonnement – Écœurement – Utilité	De haut en bas : Entraînement - Attention – Automatisme – Stratégie – Initiative

Figure 35. Graphique de l'analyse par groupes des réponses à la question 1

Ici, il nous semble intéressant de croiser les résultats de quelques items, par analogie ou par contraste:

- Stratégie, initiative, raisonnement

```
                    F_T_ESTRATEGIA
F_T_RAZONAMIENTO     1    2    3    4 Total Count
               1 28.6 28.6 14.3 28.6 100.1     7
               2  4.5 45.5 36.4 13.6 100.0    22
               3  2.2 11.2 55.1 31.5 100.0    89
               4  2.3  3.5 32.6 61.6 100.0    86
           Total  3.4 12.3 42.2 42.2 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 61.977, df = 9, p-value = 5.566e-10
```

Axe vertical: Raisonnement. Axe horizontal: Stratégie

```
                    F_T_INICIATIVA
F_T_RAZONAMIENTO     1    2    3    4 Total Count
               1 28.6 42.9 28.6  0.0 100.1     7
               2  9.1 68.2 13.6  9.1 100.0    22
               3  3.4 37.1 48.3 11.2 100.0    89
               4  2.3 19.8 39.5 38.4 100.0    86
           Total  4.4 33.3 40.2 22.1 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 48.636, df = 9, p-value = 0.0000001942
```

Axe vertical: Raisonnement. Axe horizontal: Initiative

```
Row percentages:
                F_T_INICIATIVA
F_T_ESTRATEGIA    1    2    3    4 Total Count
             1 14.3 42.9 28.6 14.3 100.1     7
             2  8.0 68.0 16.0  8.0 100.0    25
             3  3.5 29.1 47.7 19.8 100.1    86
             4  3.5 26.7 40.7 29.1 100.0    86
         Total 4.4 33.3 40.2 22.1 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 23.033, df = 9, p-value = 0.006122
```

Axe vertical: Stratégie. Axe horizontal: Initiative	

Figure 36: Relation entre les réponses se référant à “stratégie”, “initiative” et “raisonnement”

Les tableaux à double entrée ci-dessus concernent les variables, prises deux à deux. Si la valeur p est inférieure à 0,05, cela signifie que les deux variables sont dépendantes, c'est-à-dire qu'il y a une relation entre la sélection que les interrogés font sur les deux variables.

Les lignes indiquent la proportion d'individus dans chaque catégorie indiquée par la première colonne qui ont choisi chaque catégorie de la variable de la colonne, par exemple : 28,6 % des personnes qui ont noté 1 en "raisonnement" ont noté 1 en "stratégie". Cette valeur est comparée à la dernière ligne qui indique 3,4 % du nombre total d'individus qui ont marqué 1 dans "stratégie". Cette divergence indique qu'il y a une tendance à ne pas être d'accord sur la "stratégie" si on n'est pas d'accord sur le "raisonnement". À noter également que 61,6 % de ceux qui ont mis la note 4 en "raisonnement", ont mis la note 4 en "stratégie", alors que seulement 42,2 % du total ont mis la note 4 en "stratégie", nous concluons donc qu'il y a une tendance à être d'accord avec la "stratégie" si on est d'accord avec le "raisonnement". En conclusion, il y a une relation entre "raisonnement" et "stratégie", plus on valorise le "raisonnement", plus on valorise la "stratégie".

Dans les trois tableaux, la dépendance entre les variables est évidente.

Il est important de noter que la plupart des interrogés sont d'accord avec le "raisonnement", de sorte que les désaccords ne concernent que 29 personnes. Il est clair que ceux qui ne sont pas d'accord avec le "raisonnement" ont tendance à être en désaccord avec "initiative" et cette coïncidence est encore plus grande avec la "stratégie". Entre "stratégie" et "initiative", ceux qui sont contre la "stratégie" sont aussi contre l'"initiative". Cependant, les partisans de la "stratégie" ne se comportent pas plus en faveur ou contre la « iniciativa » que dans le profil général.

- **Automatisme et rapidité**

```
Row percentages:
                 F_T_RAPIDEZ
F_T_AUTOMATISMO    1    2    3    4 Total Count
              1 22.2 22.2 44.4 11.1  99.9     9
              2  8.9 22.2 35.6 33.3 100.0    45
              3  4.1 16.2 36.5 43.2 100.0    74
              4  2.7  1.3 28.0 68.0 100.0    75
          Total 5.4 12.3 33.5 48.8 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 31.774, df = 9, p-value = 0.0002178
```

Axe vertical: Automatisme. Axe horizontal: Rapidité

Figure 37: Relation entre les réponses se référant à “rapidité” et “automatisme”

Il y a une dépendance entre les items. Le tableau nous indique que ceux qui ne sont pas d'accord avec "automatisme" sont également en désaccord avec "rapidité", et inversement, lorsque ils sont d'accord avec "automatisme", il y a également un pourcentage plus élevé que prévu d'accord avec la "rapidité".

- Automatisme et entraînement

```
                 F_T_ADIESTRAMIENTO
F_T_AUTOMATISMO    1    2    3    4 Total Count
              1  0.0 22.2 55.6 22.2   100     9
              2 13.3 22.2 37.8 26.7   100    45
              3  5.4 17.6 45.9 31.1   100    74
              4  1.3  8.0 30.7 60.0   100    75
          Total  5.4 15.3 38.9 40.4 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 27.028, df = 9, p-value = 0.001384
```

Axe vertical: Automatisme. Axe horizontal: Entraînement

Figure 38: Relation entre les réponses se référant à “automatisme” et “entraînement”

Dans ce cas, on observe une dépendance, mais elle n'est pas aussi claire que dans le cas précédent : ceux qui sont très favorables à "automatisme" sont également très favorables à "formation" ; ceux qui sont en désaccord avec "automatisme", sont également en désaccord avec "formation". Cependant, ceux qui sont très en désaccord avec "automatisme" ont tendance à être d'accord avec "formation".

- Raisonnement et automatisme

```
Row percentages:
               F_T_RAZONAMIENTO
F_T_AUTOMATISMO   1    2    3    4 Total Count
              1 0.0 11.1 22.2 66.7 100.0     9
              2 4.4 20.0 51.1 24.4  99.9    45
              3 2.7  8.1 45.9 43.2  99.9    74
              4 4.0  8.0 40.0 48.0 100.0    75
          Total 3.4 10.8 43.8 41.9 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 12.298, df = 9, p-value = 0.197
```

Axe vertical: Automatisme. Axe horizontal: Raisonnement

Figure 39: Relation entre les réponses se référant à “automatisme” et “raisonnement”

Dans ce tableau, il y a une indépendance entre les deux mots, c'est-à-dire qu'être pour ou contre "automatisme" ne donne pas d'information sur le fait que la personne aura tendance à être plus ou moins favorable au "raisonnement". En général, quelle que soit la position sur "automatisme", l’interrogé est toujours favorable à "raisonnement".

- Écœurement et jeu

```
              F_T_JUEGO
F_T_REPULSION    1    2    3    4 Total Count
            1  0.0  4.9 46.3 48.8 100.0    82
            2  6.2 18.5 36.9 38.5 100.1    65
            3  8.9 20.0 48.9 22.2 100.0    45
            4 25.0 58.3  8.3  8.3  99.9    12
        Total  5.4 15.7 41.7 37.3 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 47.859, df = 9, p-value = 0.0000002714
```

Axe vertical: écœurement. Axe horizontal: Jeu

Figure 40: Relation entre les réponses se référant à “écœurement” et “jeu”

Il existe une dépendance évidente entre les deux items. En effet, ceux qui sont fortement en désaccord avec le terme "écœurement" ont tendance à être fortement en accord avec le terme "jeu", tandis que ceux qui sont fortement en accord avec le terme "écœurement" ont tendance à être fortement en désaccord avec le terme "jeu".

Groupe 2 CM, question 3

Le désaccord majoritaire sur l'interdiction de l'utilisation des doigts dans les calculs additifs est bien évident (92%) et il y a également un rejet, bien que moins marqué (65%), de la non-utilisation d'un support écrit.
En revanche, le degré d'accord pour les autres items est autour de 50% : cela indique que les sujets ici touchés sont très discutées et avec une certaine controverse.

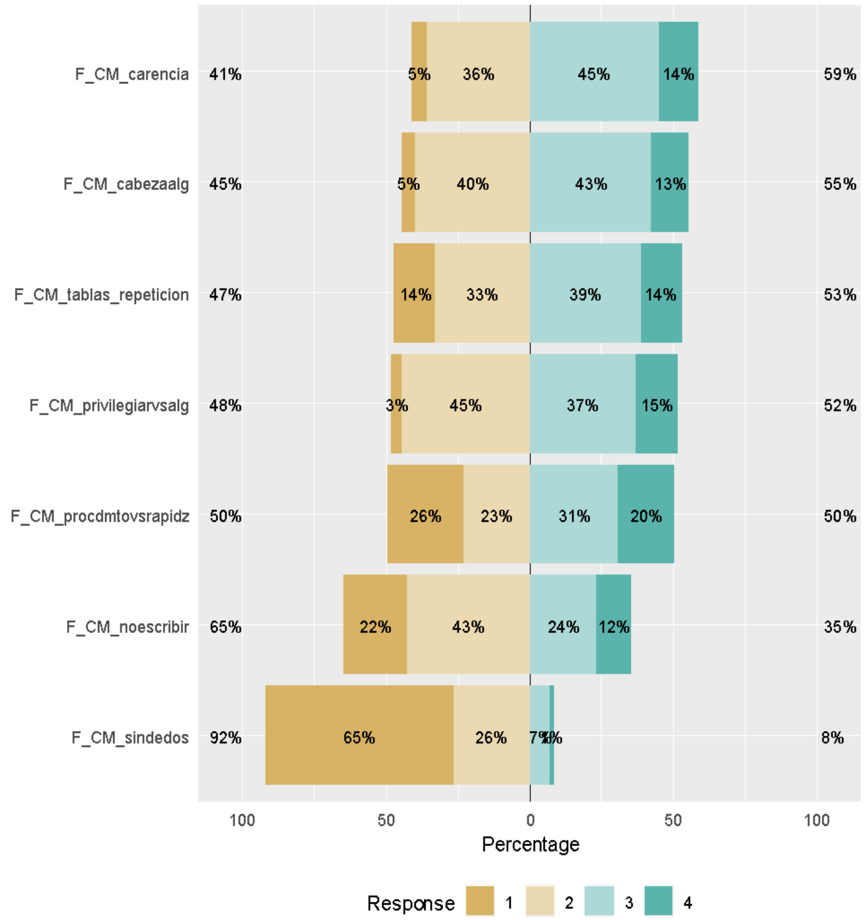
A propos del calcul mental	
L'absence de maîtrise du calcul mental rend difficile l'apprentissage des algori. arithmétiques	
Les élèves ont tendance à faire des calculs mentaux en mettant les nombres en colonnes dans leur tête	
La construction et la mémorisation des tables d'addition et de multiplication sont facilitées par leur répétition verbale rituelle, dans l'ordre croissant	
A l'école élémentaire, le calcul mental doit occuper une place privilégiée par rapport au calcul en colonnes	
L'accent doit être mis sur la procédure plutôt que sur la rapidité	
Il ne faut pas fournir de support écrit	
Dès le début de l'école élémentaire, l'utilisation des doigts devrait être interdite	

Figure 41: Analyse générale des réponses à réponses à la question 3

Dans l'analyse par groupes, il y a une divergence de réponses à propos du manque de maîtrise du calcul mental qui rendrait difficile l'apprentissage des opérations : si pour les groupes UPNA et URTKL le sujet est controversé, le groupe UB (70%) est majoritairement d'accord sur la véridicité de la phrase en question.

Il y a également une divergence dans la priorité donnée à la procédure plutôt qu'à la rapidité dans la réalisation d'un calcul : le groupe UB privilégie la procédure (81%), contrairement au groupe UPNA qui en est défavorable ; pour le groupe URTKL, la question est controversée car les pourcentages montrent une plus faible prédilection pour la procédure.

Les groupes UPNA et UB sont respectivement favorables et défavorables à la répétition rituelle verbale des tables d'addition et de multiplication, dans l'ordre croissant (62%) ; pour le groupe URTKL la question est en revanche controversée (environ 50%).

A propos del calcul mental
Les élèves ont tendance à faire des calculs mentaux en mettant les nombres en colonnes dans leur tête
L'absence de maîtrise du calcul mental rend difficile l'apprentissage des algori. arithmétiques
Il ne faut pas fournir de support écrit
A l'école élémentaire, le calcul mental doit occuper une place privilégiée par rapport au calcul en colonnes
L'accent doit être mis sur la procédure plutôt que sur la rapidité
Dès le début de l'école élémentaire, l'utilisation des doigts devrait être interdite
La construction et la mémorisation des tables d'addition et de multiplication sont facilitées par leur répétition verbale rituelle, dans l'ordre croissant

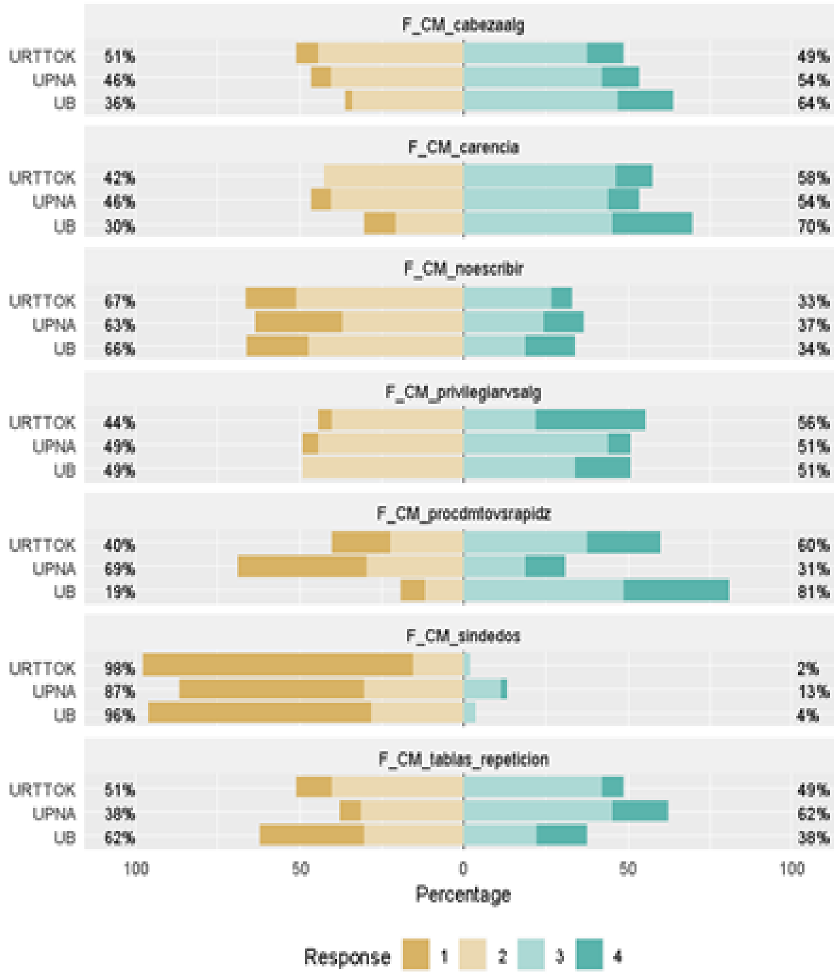


Figure 42: Analyse par groupes des réponses à réponses à la question 3

Groupe 3 CA, question 6

Dans l'utilisation de la calculatrice, il y a une tendance à l'accord dans les phrases proposées, sauf sur le fait que la calculatrice empêche de réfléchir, où il y a un accord de seulement 44% ; il y a aussi un accord global de seulement 50% sur le fait que la calculatrice est un obstacle majeur pour le calcul mental, question qui est donc controversée. Presque controversée est la réponse au fait qu'une grande dépendance de la calculatrice est un révélateur de carences sur le plan des connaissances mathématiques.

Dans le reste des phrases, il y a un accord majoritaire, atteignant entre 68% et 81% dans les cinq premières, qui l'associe à son utilisation à la maison plus qu'à l'école et aussi comme source de situations d'apprentissage intéressantes, bien qu'il y ait aussi un accord sur le fait que son utilisation fréquente est mauvaise et qu'elle n'enseigne pas à calculer.

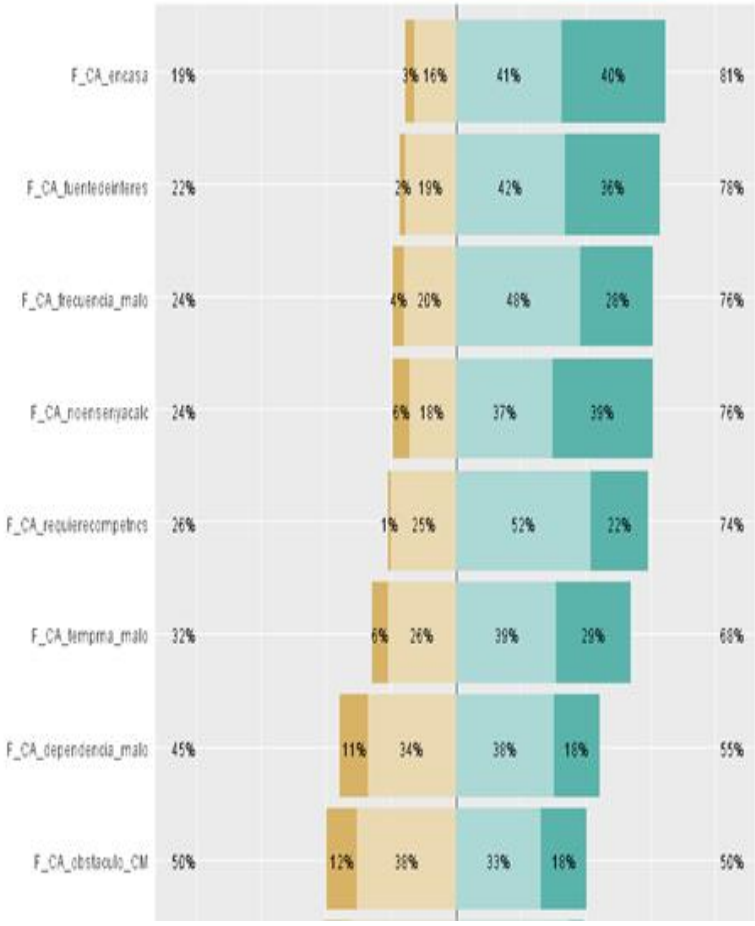
<table>
<tr><th>A propos de la calculatrice</th><th></th></tr>
<tr><td>C’est plus souvent utilisée à la maison qu'à l'école</td><td rowspan="8">
</td></tr>
<tr><td>Elle peut être utilisée pour offrir aux élèves des situations d'apprentissage intéressantes</td></tr>
<tr><td>Les compétences mathématiques de base se détériorent si elle est utilisée sans discernement</td></tr>
<tr><td>Si l'élève ne sait pas calculer, elle ne lui apprendra pas à le faire</td></tr>
<tr><td>Une variété de compétences numériques est nécessaire pour utiliser-la efficacement</td></tr>
<tr><td>Introduire-la trop tôt nuit au développement des compétences mathématiques</td></tr>
<tr><td>Une dépendance excessive à l'égard de elle est un signe de connaissances mathématiques déficientes</td></tr>
<tr><td>Elle empêche l'élève de réfléchir</td></tr>
</table>

Figure 43: Analyse générale des réponses à la question 6

Dans l'analyse par groupes, la plus grande divergence entre les groupes se trouve dans la question "la dépendance à la calculatrice est un signe de manque de connaissances mathématiques", où le groupe URTKL est contre et les deux autres sont d'accord à environ 60% ; dans la même ligne, mais moins prononcée, la phrase indiquant que "les compétences mathématiques se dégradent si les calculatrices sont utilisées trop fréquemment". D'autre part, le groupe UPNA est le seul à être en accord avec les expressions "la calculatrice empêche de réfléchir" et "la calculatrice est un obstacle au calcul mental".

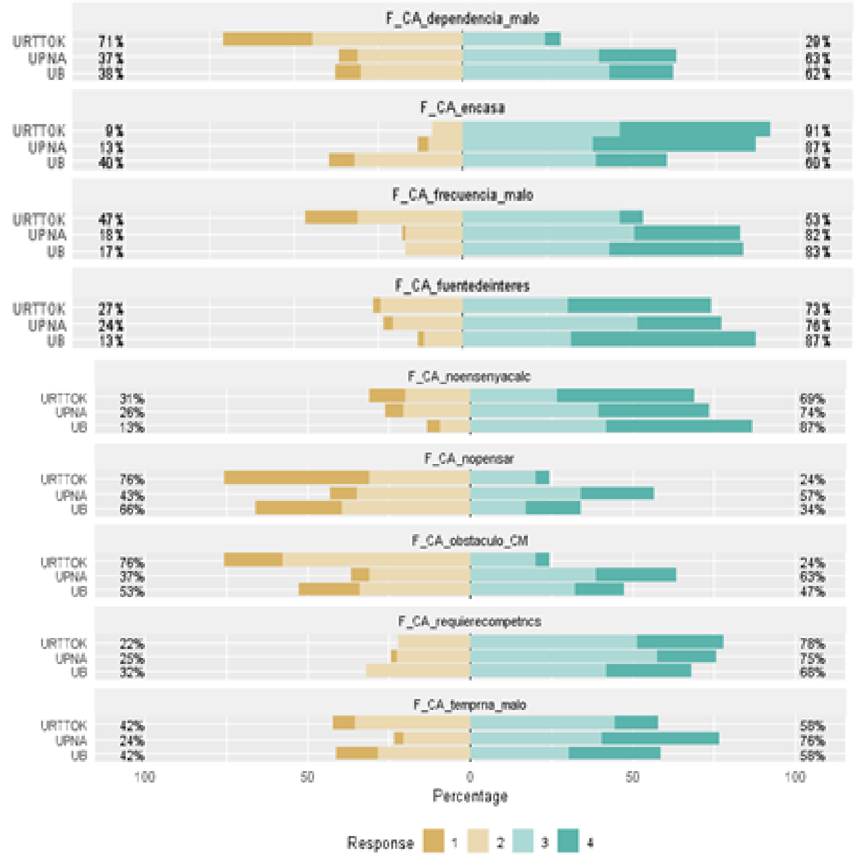
A propos de la calculatrice	
Une dépendance excessive à l'égard de elle est un signe de connaissances mathématiques déficientes	
Elle est plus souvent utilisée à la maison qu'à l'école	
Les compétences mathématiques de base se détériorent si elle est utilisée sans discernement	
Elle peut être utilisée pour offrir aux élèves des situations d'apprentissage intéressantes	
Si l'élève ne sait pas calculer, elle ne lui apprendra pas à le faire	
Elle empêche l'élève de réfléchir	
Son utilisation est un obstacle important au calcul mental	
Une variété de compétences numériques est nécessaire pour utiliser-la efficacement	
Introduire-la trop tôt nuit au développement des compétences mathématiques	

Figure 44: Analyse par groupes des réponses à la question 6

Groupe 4, questions 2, 4 et 5

Question 2. Pourquoi apprendre le calcul mental à l'école primaire ?

Sur les 204 réponses à la question, environ 65% choisissent les options C, D, G et B, c'est-à-dire que le calcul mental construit et renforce les connaissances, identifie différentes façons d'effectuer le même calcul et aide à la résolution des problèmes et à développer le raisonnement et l'argumentation.

Par groupes, elle coïncide avec la sélection générale, sauf dans l'UB, où les avantages pour le calcul et l'approximation se distinguent.

Tableau 9: Réponses à la question 2

Globalement (204)		UB (53)		UPNA (106)		URTKL (45)	
palabra	frec	palabra	frec	palabra	frec	palabra	frec
construiryreforzar	142	construiryreforzar	41	construiryreforzar	71	razonamiento	32
identificarymaneras	130	calculoyaprox	38	resolproblemas	71	construiryreforzar	30
resolproblemas	124	memorizar	33	identificarymaneras	68	identificarymaneras	29
razonamiento	123	identificarymaneras	33	razonamiento	63	resolproblemas	23
memorizar	106	resolproblemas	30	memorizar	59	memorizar	14
calculoyaprox	56	razonamiento	28	entenderynociones	32	calculoyaprox	6
entenderynociones	32	controlycalculadora	15	calculoyaprox	12	controlycalculadora	4
controlycalculadora	31			controlycalculadora	12		

LÉGENDE	
Construir y reforzar	Construire et renforcer la connaissance des propriétés des nombres et des opérations
Identificar maneras	Identifier différentes manières d'effectuer un même calcul
Resolproblemas	Pour aider à la résolution de problèmes
Razonamiento	Pour développer les capacités de raisonnement et d'argumentation
Memorizar	Pour développer les capacités de mémorisation
Calculo aproximaciones	Évaluer l'ordre de grandeur d'un résultat
Entender nociones	Comprendre les concepts arithmétiques
Control calculadora	Vérifier le résultat affiché par une calculatrice

Question 4. Selon vous, quelle est l'utilité de la calculatrice à l'école élémentaire ?

Il est surtout choisi comme un outil pour vérifier le résultat et pour résoudre des problèmes qui nécessitent de nombreuses opérations. Les trois groupes sont alignés sur les réponses générales, bien que le groupe URTKL intègre le mot « explorer ».

Tableau 10: Réponses à la question 4

Globalement(204)		UB (53)		UPNA (106)		URTKL (45)	
palabra	frec	palabra	frec	palabra	frec	palabra	frec
verificar	130	verificar	48	verificar	71	verificar	29
grandesoperaciones	116	grandesoperaciones	40	grandesoperaciones	70	explorar	24
calcular	66	resolverprob	28	calcular	45	grandesoperaciones	16
resolverprob	66	despreocupar	21	explorar	36	despreocupar	15
explorar	62			aprfuncionesupna	36	resolverprob	11
despreocupar	45			resolverprob	35	fuente	10
aprfuncionesupna	36						
reducirmemorizcn	32						

LÉGENDE	
Verificar	C'est un outil pour vérifier le résultat d'un calcul
Grandes operaciones	C'est un outil pour effectuer des calculs avec de grands nombres ou avec beaucoup de nombres, autrement difficiles à effectuer par des calculs mentaux ou posés
Calcular	C'est un outil de calcul
Resolver problemas	Il s'agit d'un outil pour résoudre des problèmes qui nécessitent beaucoup d'essais
Explorar	C'est un support pour explorer les nombres
Despreocupar	C'est un outil qui permet aux étudiants de résoudre un problème sans se soucier des erreurs possibles dans le processus de calcul
Fuente	C'est une source de problèmes et d'exercices
Reducir memorización	C'est un outil pour réduire la mémorisation

Question 5. On admet que les élèves soient autorisés à se servir de la calculatrice. On peut leur permettre de l'utiliser …

Nous constatons que, dans tous les groupes, la plupart préfère utiliser la calculatrice après avoir appris les algorithmes. L'option « conjointement à l'apprentissage des techniques opératoires » est néanmoins une question controversée et les deux autres options sont beaucoup plus minoritaires, même si l'option « après la maîtrise des techniques opératoires » n'est pas négligeable.

Tableau 11: Réponses à la question 5

Globalement (204)	UB (53)	UPNA (106)	URTKL (45)
palabra frec despues 90 mientras 71 trasfaseinicial 33 sinconocer 10	palabra frec despues 22 mientras 18 sinconocer 8 rasfaseinicial 5	palabra frec despues 42 mientras 39 trasfaseinicial 24 sinconocer 1	palabra frec despues 26 mientras 14 trasfaseinicial 4 sinconocer 1

LÉGENDE	
Después	Aprés
Mientras	Pendant
Tras fase inicial	Aprés la pase initiale
Sin conocer	Sans savoir

Groupe5. Question 7

Pour calculer la division, tous les groupes préfèrent la calculatrice. Pour calculer la soustraction, l'algorithme est privilégié. Pour calculer l'addition et la multiplication, le calcul mental est préféré. Il est remarquable que la calculatrice occupe une place prépondérante chez les étudiants de l'UPNA, contrairement à ceux de l'UB pour qui on la trouve à la dernière place, sauf pour le calcul de la division.

Tableau 12: Réponses à la question 7

Addition: 657+95+48

Globalement	UB	UPNA	URTKL
palabra frec calculomental 64 algrtm 57 calculadora 21	calculomental 51 algrtm 40 calculadora 20	calculomental 25 algrtm 24 calculadora 4	palabra frec calculomental 21 algrtm 21 calculadora 3

Soustraction: 3456-897

Globalement	UB	UPNA	URTKL
palabra frec algrtm 77 calculadora 34 calculomental 32	algrtm 31 calculomental 14 calculadora 8	algrtm 20 calculadora 14 calculomental 11	palabra frec algrtm 26 calculadora 12 calculomental 7

Multiplication:12*19

Globalement	UB	UPNA	URTKL
palabra frec calculomental 72 algrtm 37 calculadora 33	calculomental 39 algrtm 8 calculadora 6	calculadora 17 algrtm 16 calculomental 11	palabra frec calculomental 22 algrtm 13 calculadora 10

Division: 10008/9

Globalement	UB	UPNA	URTKL
palabra frec calculadora 79 algrtm 40 calculomental 23	calculadora 29 algrtm 16 calculomental 8	calculadora 28 algrtm 13 calculomental 3	palabra frec calculadora 22 calculomental 12 algrtm 11

LÉGENDE	
Calculadora	Calculatrice
Algoritmos	Algorithmes
Cálculo mental	Calcule mental

Compléments

Relativement aux trois premières questions, nous avons croisé certains items. Notamment, nous avons mis en relations les mots « initiative », « raisonnement » et « stratégie » (question 1) avec les phrases « pour développer des facultés de raisonnement et d'argumentation », « pour construire et renforcer les connaissances relatives aux propriétés des nombres et des opérations », « pour identifier les diverses façons possibles d'effectuer un même calcul » (question 2) et « en proposant aux élèves une activité de calcul mental complexe, on privilégiera la procédure plutôt que la rapidité d'exécution ».

```
               fconstruirYreforzar
F_T_INICIATIVA    0    1 Total Count
             1 22.2 77.8   100     9
             2 36.8 63.2   100    68
             3 20.7 79.3   100    82
             4 40.0 60.0   100    45
         Total 30.4 69.6 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 7.1702, df = 3, p-value = 0.06667
```

Construire et renforcer la connaissance des propriétés des nombres et des opérations

```
               fidentificarYmanera
F_T_INICIATIVA    0    1 Total Count
             1 44.4 55.6   100     9
             2 48.5 51.5   100    68
             3 32.9 67.1   100    82
             4 22.2 77.8   100    45
         Total 36.3 63.7 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 8.9194, df = 3, p-value = 0.03038
```

Identifier différentes manières d'effectuer un même calcul

```
               fdesarr_raznto
F_T_INICIATIVA    0    1 Total Count
             1 55.6 44.4   100     9
             2 41.2 58.8   100    68
             3 45.1 54.9   100    82
             4 24.4 75.6   100    45
         Total 39.7 60.3 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 6.3885, df = 3, p-value = 0.09416
```

Pour développer les capacités de raisonnement et d'argumentation

```
               F_CM_procdmtovsrapidz
F_T_INICIATIVA    1    2    3    4 Total Count
             1 33.3 22.2 22.2 22.2  99.9     9
             2 39.7 20.6 29.4 10.3 100.0    68
             3 17.1 26.8 36.6 19.5 100.0    82
             4 22.2 20.0 24.4 33.3  99.9    45
         Total 26.5 23.0 30.9 19.6 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 17.672, df = 9, p-value = 0.03918
```

L'accent doit être mis sur la procédure plutôt que sur la rapidité

Figure 45: Relation entre initiative et quelques phrases (Questions 2 et 3)

Il y a indépendance entre l'accord avec « initiative » et le choix des expressions "construire et renforcer les propriétés" et "développer le raisonnement" de sorte que, quel que soit l'accord avec « initiative », il n'y a pas de choix plus ou moins important de cette expression.

Il existe également une certaine dépendance (bien que très juste) avec "pour identifier les diverses façons possibles d'effectuer un même calcul" et « privilégier la procédure » avec « rapidité ».

```
                 fconstruirYreforzar
F_T_RAZONAMIENTO    0    1 Total Count
               1 71.4 28.6   100     7
               2 36.4 63.6   100    22
               3 28.1 71.9   100    89
               4 27.9 72.1   100    86
           Total 30.4 69.6 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 6.417, df = 3, p-value = 0.093
```

```
                 fdesarr_raznto
F_T_RAZONAMIENTO    0    1 Total Count
               1 42.9 57.1   100     7
               2 63.6 36.4   100    22
               3 39.3 60.7   100    89
               4 33.7 66.3   100    86
           Total 39.7 60.3 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 6.5837, df = 3, p-value = 0.08642
```

Construire et renforcer la connaissance des propriétés des nombres et des opérations	Pour développer les capacités de raisonnement et d'argumentation

```
                  fidentificarYmanera
F_T_RAZONAMIENTO     0    1 Total Count
                1 71.4 28.6   100     7
                2 31.8 68.2   100    22
                3 38.2 61.8   100    89
                4 32.6 67.4   100    86
            Total 36.3 63.7 100.0

         Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 4.5882, df = 3, p-value = 0.2046
```

```
                     F_CM_procdmtovsrapidz
F_T_RAZONAMIENTO     1    2    3    4 Total Count
                1 42.9 28.6 28.6  0.0 100.1     7
                2 45.5 27.3 13.6 13.6 100.0    22
                3 28.1 27.0 33.7 11.2 100.0    89
                4 18.6 17.4 32.6 31.4 100.0    86
            Total 26.5 23.0 30.9 19.6 100.0

         Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 21.32, df = 9, p-value = 0.0113
```

Identifier différentes manières d'effectuer un même calcul	L'accent doit être mis sur la procédure plutôt que sur la rapidité

Figure 46: Relation entre raisonnement et quelques phrases (Questions 2 et 3)

Entre le « raisonnement » et les trois options sur le calcul mental, il y a une indépendance, bien qu'il soit vrai que les quelques personnes qui sont contre le « raisonnement » ont tendance à ne pas mettre "développer le raisonnement". D'autre part, plus on est d'accord avec le « raisonnement », plus on est d'accord pour préférer la « procédure » à la « rapidité ».

Être pour ou contre la « stratégie » est indépendant du choix de l'option de construction et de renforcement et de la préférence accordée à la « procédure » plutôt qu'à la « rapidité ». Mais être contre la « stratégie » conduit à choisir moins souvent de favoriser le développement du raisonnement et l'expression "pour identifier les diverses façons possibles d'effectuer un même calcul".

```
               fconstruirYreforzar
F_T_ESTRATEGIA    0    1 Total Count
             1 42.9 57.1   100     7
             2 36.0 64.0   100    25
             3 36.0 64.0   100    86
             4 22.1 77.9   100    86
         Total 30.4 69.6 100.0

         Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 4.9854, df = 3, p-value = 0.1729
```

```
                  fdesarr_raznto
F_T_ESTRATEGIA    0    1 Total Count
             1 57.1 42.9   100     7
             2 68.0 32.0   100    25
             3 32.6 67.4   100    86
             4 37.2 62.8   100    86
         Total 39.7 60.3 100.0

         Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 11.308, df = 3, p-value = 0.01017
```

Stratégie & Construire et renforcer la connaissance des propriétés des nombres et des opérations	Stratégie & Pour développer les capacités de raisonnement et d'argumentation

```
               fidentificarYmanera
F_T_ESTRATEGIA    0    1 Total Count
             1 71.4 28.6   100     7
             2 48.0 52.0   100    25
             3 38.4 61.6   100    86
             4 27.9 72.1   100    86
         Total 36.3 63.7 100.0

         Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 7.9977, df = 3, p-value = 0.04606
```

```
                  F_CM_procdmtovsrapidz
F_T_ESTRATEGIA    1    2    3    4 Total Count
             1 42.9 28.6 28.6  0.0 100.1     7
             2 44.0 24.0 12.0 20.0 100.0    25
             3 25.6 27.9 30.2 16.3 100.0    86
             4 20.9 17.4 37.2 24.4  99.9    86
         Total 26.5 23.0 30.9 19.6 100.0

         Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 13.693, df = 9, p-value = 0.1337
```

Stratégie & Identifier différentes manières d'effectuer un même calcul	Stratégie & L'accent doit être mis sur la procédure plutôt que sur la rapidité

Figure 47: Relation entre stratégie et quelques phrases (Questions 2 et 3)

Le figure 48 suivant regroupe les réponses. Nous voyons que ceux qui sont très opposés au raisonnement/à la stratégie/à l'initiative/à la procédure (valeurs 1-2) sont regroupés (cercle rouge), et ceux qui sont très favorables (valeur 4) sont également regroupés (cercle beige). Ceux qui ne choisissent pas les phrases (cercles bleus) sont près du cercle rouge, mais ceux qui choisissent les phrases (cercle jaune) sont placés dans les cercles avec des valeurs favorables.

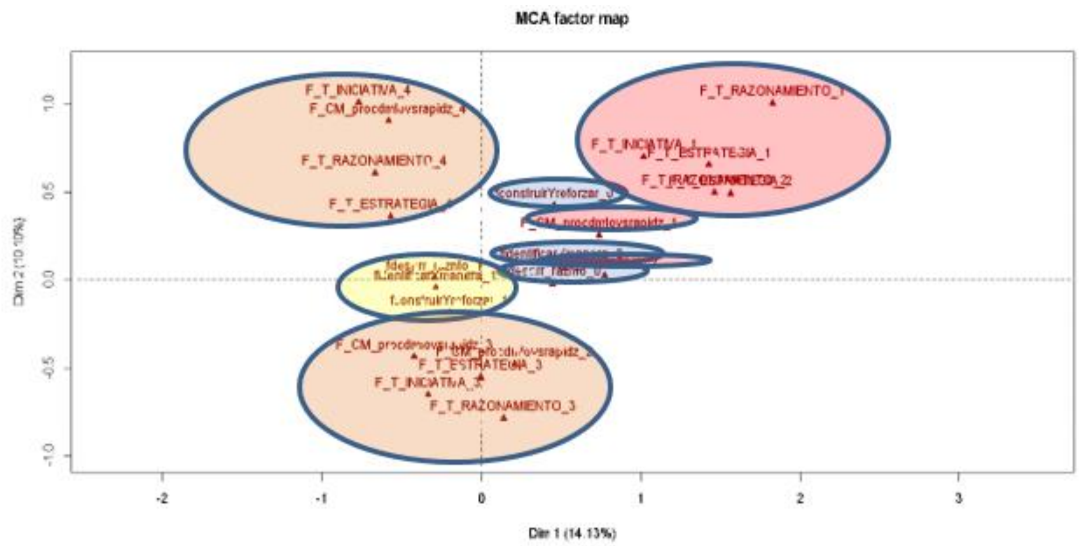


Figure 48: Analyse des correspondances multiples des réponses

Relativement aux questions 4 à 6, afin de mettre en exergue une vision favorable à l'usage de la calculatrice à l'école primaire et à un usage pensé dans sa complémentarité avec le calcul mental, nous avons croisé quelques items, notamment : la calculatrice est utile pour « explorer les nombres » et est « source de problèmes » (question 4) ; on peut l'autoriser conjointement à l'apprentissage des techniques opératoires ou sans nécessairement les connaître (question 5) ; « on peut se servir de la calculatrice pour proposer aux élèves des situations d'apprentissage intéressantes » (question 6g).

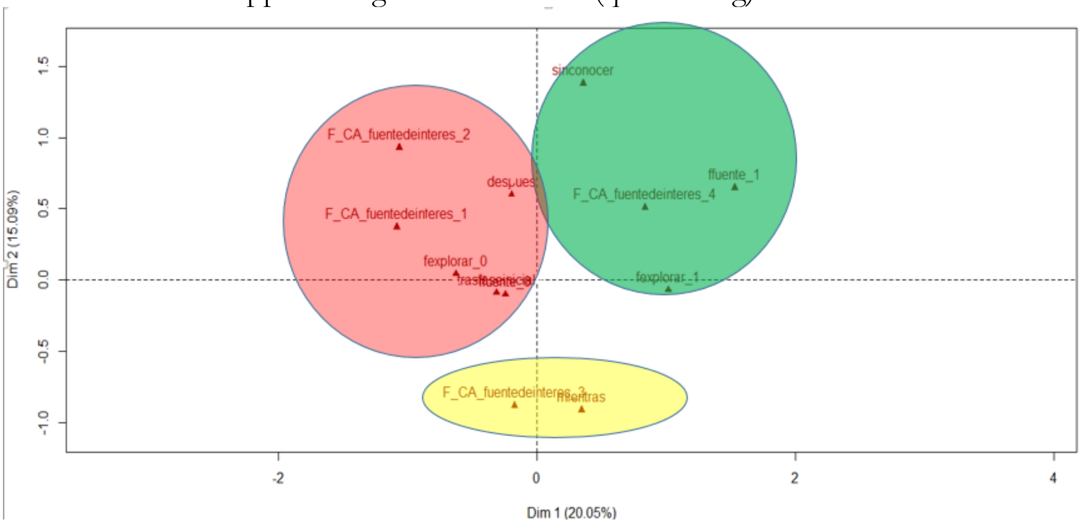


Figure 49: Analyse des correspondances multiples des réponses (questions 4, 5 et 6)

Nous voyons qu'il y a trois groupes : ceux qui considèrent que c'est « une source de problèmes » ont aussi tendance à penser qu'elle devrait être utilisée sans connaître les algorithmes et choisissent aussi « explorer les nombres ». Le groupe opposé s'oppose à ce qu'elle soit une « source de problèmes » et pense qu'elle devrait être utilisée après avoir appris les algorithmes. Enfin, un troisième groupe est assez d'accord pour dire que c'est une « source de problèmes » mais il considère surtout qu'elle devrait être utilisée pendant l'apprentissage des algorithmes.

Nous faisons les analyses en prenant les itels deux à deux pour voir ce qui se passe:

```
                    ffuente
F_CA_fuentedeinteres      0    1 Total Count
                  1 100.0  0.0   100     5
                  2  92.3  7.7   100    39
                  3  90.7  9.3   100    86
                  4  77.0 23.0   100    74
              Total  86.3 13.7 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 8.7591, df = 3, p-value = 0.03267
```

La calculatrice peut être utilisée pour offrir aux élèves des situations d'apprentissage intéressantes & une source de problèmes et d'exercices

```
                    fexplorar
F_CA_fuentedeinteres    0    1 Total Count
                  1 80.0 20.0   100     5
                  2 89.7 10.3   100    39
                  3 65.1 34.9   100    86
                  4 41.9 58.1   100    74
              Total 61.8 38.2 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 26.416, df = 3, p-value = 0.000007805
```

La calculatrice peut être utilisée pour offrir aux élèves des situations d'apprentissage intéressantes & c'est un support pour explorer les nombres

```
        fexplorar
ffuente     0    1 Total Count
      0 67.6 32.4   100   176
      1 25.0 75.0   100    28
  Total 61.8 38.2 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 18.575, df = 1, p-value = 0.00001633
```

La calculatrice est une source de problèmes et d'exercices & c'est un support pour explorer les nombres

```
                    cal_cuando
F_CA_fuentedeinteres despues mientras sinconocer trasfaseinicial Total Count
                  1     60.0     20.0        0.0            20.0 100.0     5
                  2     56.4     20.5        5.1            17.9  99.9    39
                  3     37.2     43.0        2.3            17.4  99.9    86
                  4     44.6     33.8        8.1            13.5 100.0    74
              Total     44.1     34.8        4.9            16.2 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 10.347, df = 9, p-value = 0.3232
```

La calculatrice peut être utilisée pour offrir aux élèves des situations d'apprentissage intéressantes & quand utiliser la calculatrice à l'école

Figure 50: Relation entre certaines réponses des participants de l'UB concernant l'utilisation de la calculatrice

Il y a une indépendance claire entre le fait d'accepter ou non qu'elle soit une « source de problèmes » et le fait de choisir quand l'utiliser. Cependant, comme on pouvait s'y attendre, ceux qui choisissent l'option « source de problèmes » acceptent de sélectionner plus de fois qu'il s'agit d'un outil pour « explorer les nombres ». Il est également clair que ceux qui choisissent la calculatrice comme « source de problèmes » choisissent aussi « pour explorer les nombres » et viceversa.

Nous ne reprenons l'analyse qu'avec les données recueillies dans le groupe UB.

```
                           F_T_ESTRATEGIA[Grupo == "UB"]
F_T_RAZONAMIENTO[Grupo == "UB"]   1    2    3      4 Total Coun
                                1 0.0  0.0  0.0 100.0 100.0
                                2 0.0 25.0 50.0  25.0 100.0
                                3 0.0  0.0 57.9  42.1 100.0
                                4 3.4  3.4 13.8  79.3  99.9
                            Total 1.9 3.8 32.1 62.3 100.0

        Pearson's  Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 17.773, df = 9, p-value = 0.0379
```

```
                              F_T_INICIATIVA[Grupo == "UB"]
F_T_RAZONAMIENTO[Grupo == "UB"]   1    2     3    4 Total Cou
                                1 0.0  0.0 100.0  0.0  100
                                2 0.0 50.0  25.0 25.0  100
                                3 5.3 36.8  47.4 10.5  100
                                4 3.4 27.6  48.3 20.7  100
                            Total 3.8 32.1 47.2 17.0 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 3.3853, df = 9, p-value = 0.947
```

```
                             F_T_RAPIDEZ[Grupo == "UB"
F_T_AUTOMATISMO[Grupo == "UB"]   1   2    3    4 Total
                               1 NaN NaN  NaN  NaN   NaN
                               2 0.0   0 50.0 50.0   100
                               3 9.1   0 36.4 54.5   100
                               4 5.1   0 23.1 71.8   100
                           Total 5.8 0 26.9 67.3 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = NaN, df = 9, p-value = NA
```

```
                              F_T_ADIESTRAMIENTO[Grupo ==
F_T_AUTOMATISMO[Grupo == "UB"]   1   2    3    4 Total Co
                               1 NaN NaN  NaN  NaN   NaN
                               2   0 0.0 50.0 50.0   100
                               3   0 9.1 27.3 63.6   100
                               4   0 0.0 17.9 82.1   100
                           Total 0 1.9 21.2 76.9 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = NaN, df = 9, p-value = NA
```

```
                             fconstruirYreforzar[Grupo =
F_T_INICIATIVA[Grupo == "UB"]     0     1 Total Count
                              1  0.0 100.0   100     2
                              2 23.5  76.5   100    17
                              3 20.0  80.0   100    25
                              4 33.3  66.7   100     9
                          Total 22.6 77.4 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 1.28, df = 3, p-value = 0.7339
```

```
                           F_T_JUEGO[Grupo == "UB"]
F_T_REPULSION[Grupo == "UB"]  1     2    3    4 Total Cou
                            1  0   5.6 30.6 63.9 100.1
                            2  0   9.1 36.4 54.5 100.0
                            3 20  20.0 40.0 20.0 100.0
                            4  0 100.0  0.0  0.0 100.0
                        Total 1.9 9.4 32.1 56.6 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 22.064, df = 9, p-value = 0.008677
```

```
                              F_T_RAZONAMIENTO[Grupo == "UB"]
F_T_AUTOMATISMO[Grupo == "UB"]   1   2     3    4 Total Count
                               1 NaN NaN   NaN  NaN   NaN     0
                               2 0.0 0.0 100.0  0.0   100     2
                               3 0.0 9.1  27.3 63.6   100    11
                               4 2.6 7.7  35.9 53.8   100    39
                           Total 1.9 7.7 36.5 53.8 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = NaN, df = 9, p-value = NA
```

```
                             fdesarr_raznto[Grupo == "UB"]
F_T_INICIATIVA[Grupo == "UB"]    0    1 Total Count
                              1 50.0 50.0   100     2
                              2 47.1 52.9   100    17
                              3 52.0 48.0   100    25
                              4 33.3 66.7   100     9
                          Total 47.2 52.8 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 0.932, df = 3, p-value = 0.8177
```

```
                             fidentificarYmanera[Grupo == "UB"]
F_T_INICIATIVA[Grupo == "UB"]     0    1 Total Count
                              1 100.0  0.0   100     2
                              2  52.9 47.1   100    17
                              3  28.0 72.0   100    25
                              4  22.2 77.8   100     9
                          Total 37.7 62.3 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 6.9032, df = 3, p-value = 0.07505
```

```
                              F_CM_procdmtovsrapidz[Grupo =
F_T_INICIATIVA[Grupo == "UB"]    1    2    3    4 Total C
                              1  0.0  0.0 50.0 50.0   100
                              2  5.9  5.9 64.7 23.5   100
                              3 12.0 16.0 52.0 20.0   100
                              4  0.0 11.1 11.1 77.8   100

Total 7.5 11.3 49.1 32.1 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 13.823, df = 9, p-value = 0.1288
```

```
                               fconstruirYreforzar[Grupo == "UB"
F_T_RAZONAMIENTO[Grupo == "UB"]    0     1 Total Count
                                1  0.0 100.0   100     1
                                2 25.0  75.0   100     4
                                3 21.1  78.9   100    19
                                4 24.1  75.9   100    29
                            Total 22.6 77.4 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 0.36985, df = 3, p-value = 0.9464
```

```
                               fdesarr_raznto[Grupo == "UB"]
F_T_RAZONAMIENTO[Grupo == "UB"]     0    1 Total Count
                                1 100.0  0.0   100     1
                                2  75.0 25.0   100     4
                                3  42.1 57.9   100    19
                                4  44.8 55.2   100    29
                            Total 47.2 52.8 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 2.6226, df = 3, p-value = 0.4535
```

```
                           fidentificarYmanera[Grupo == "UB"
F_T_RAZONAMIENTO[Grupo == "UB"]     0     1 Total Count
                              1 100.0   0.0   100     1
                              2   0.0 100.0   100     4
                              3  36.8  63.2   100    19
                              4  41.4  58.6   100    29
                                Total 37.7 62.3 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 4.2445, df = 3, p-value = 0.2362
```

```
                               F_CM_procdmtovsrapidz[Grupo =
F_T_RAZONAMIENTO[Grupo == "UB"]    1    2     3    4 Total C
                              1  0.0  0.0 100.0  0.0 100.0
                              2  0.0  0.0  25.0 75.0 100.0
                              3 10.5 10.5  68.4 10.5  99.9
                              4  6.9 13.8  37.9 41.4 100.0
                                Total 7.5 11.3 49.1 32.1 100

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 10.687, df = 9, p-value = 0.2978
```

```
          fconstruirYreforzar[Grupo == "UB"]
F_T_ESTRATEGIA[Grupo == "UB"]    0     1 Total Count
                            1  0.0 100.0   100     1
                            2 50.0  50.0   100     2
                            3 35.3  64.7   100    17
                            4 15.2  84.8   100    33
                        Total 22.6  77.4 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 3.7581, df = 3, p-value = 0.2888
```

```
                 fdesarr_raznto[Grupo == "UB"]
F_T_ESTRATEGIA[Grupo == "UB"]     0     1 Total Co
                            1 100.0   0.0   100
                            2 100.0   0.0   100
                            3  35.3  64.7   100
                            4  48.5  51.5   100
                        Total  47.2  52.8 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 4.345, df = 3, p-value = 0.2265
```

```
                        fidentificarYmanera[Grupo == "UB"]
F_T_ESTRATEGIA[Grupo == "UB"]     0    1 Total Count
                            1 100.0  0.0   100     1
                            2  50.0 50.0   100     2
                            3  41.2 58.8   100    17
                            4  33.3 66.7   100    33
                        Total 37.7 62.3 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 2.1359, df = 3, p-value = 0.5447
```

```
                              F_CM_procdmtovsrapidz[Grupo ==
F_T_ESTRATEGIA[Grupo == "UB"]    1     2    3     4 Total Co
                            1  0.0 100.0  0.0   0.0 100.0
                            2  0.0   0.0  0.0 100.0 100.0
                            3 11.8  11.8 47.1  29.4 100.1
                            4  6.1   9.1 54.5  30.3 100.0
                        Total  7.5  11.3 49.1  32.1 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 13, df = 9, p-value = 0.1626
```

Figure 51: Relation entre certaines réponses des participants de l'UB concernant l'utilisation de la calculatrice

Globalement, dans l'UB, on peut dire que plus de « raisonnement », plus de « stratégie » ; plus d'« automatisme », plus de « formation » ; plus de « écœurement » moins de « jeu ». Dans les autres cas, il y a indépendance.

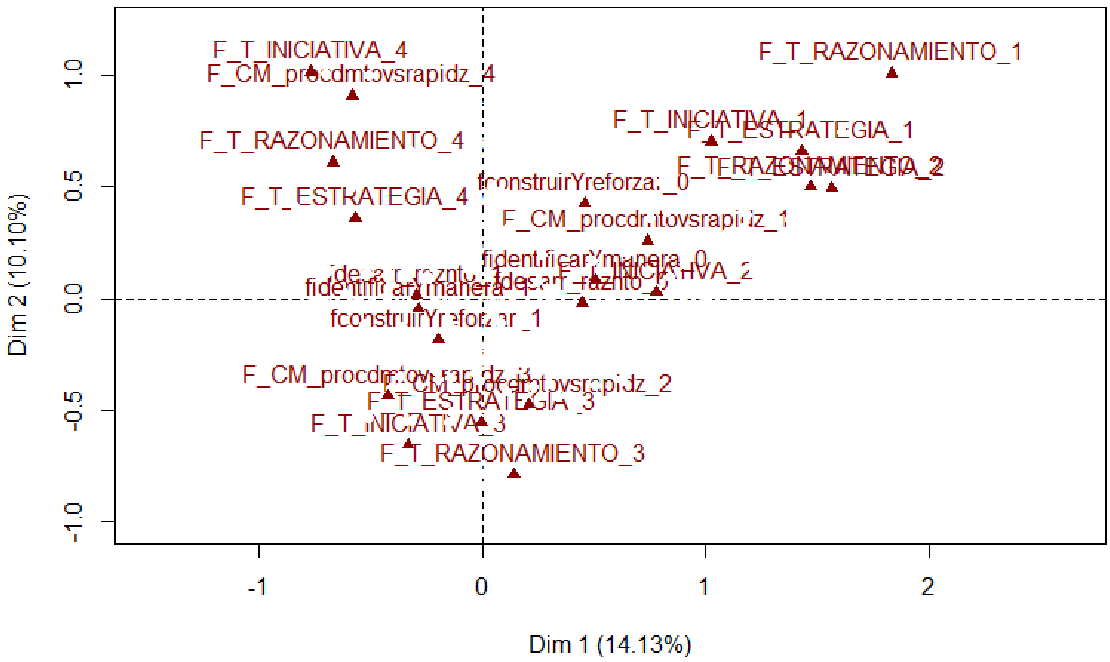


Figure 52: Relation entre certaines réponses des participants de l'UB concernant l'utilisation de la calculatrice

5. Conclusions : observations, réflexions et propositions d'amélioration

La vision classique du calcul mental, qui met l'accent sur la rapidité et la mémorisation, semble se refléter dans les réponses de certains participants. C'est notamment le cas des participants espagnols, qui privilégient la rapidité plutôt que la procédure dans le travail de calcul mental à l'école et qui approuvent également la répétition verbale rituelle des tables d'addition et de multiplication dans un ordre croissant. Ces participants montrent également un « écœurement » marqué pour le calcul mental.

Une vision plus moderne du calcul mental se traduit par un ensemble de variables fortement corrélées, à savoir les termes « raisonnement », « stratégie » et « initiative », ainsi que la conviction que la procédure doit être privilégiée par rapport à la rapidité lorsque les enfants travaillent en calcul mental. Les participants français et italiens font preuve de cet état d'esprit, mais il existe des différences entre eux. Les réponses françaises reflètent cet état d'esprit ainsi qu'une préférence pour la rapidité et l'automatisme, tandis que les enseignants en formation initiale et continue italiens montrent cette vision moderne du calcul mental en conjonction avec la notion de calcul mental comme jeu.

Ces visions du calcul mental sont cohérentes avec les préférences que les participants expriment lorsque certaines opérations doivent être effectuées. Les participants espagnols ont tendance à préférer la calculatrice au calcul mental, tandis que les autres groupes indiquent une préférence pour le calcul mental. Si tous les participants considèrent le calcul mental comme utile, ils ont des perspectives différentes quant aux objectifs de son enseignement à l'école primaire. Les participants espagnols considèrent le calcul mental comme une aide à la résolution de problèmes, bien qu'ils envisagent également certains objectifs modernes du calcul mental, tels qu'une meilleure connaissance des propriétés des nombres et des opérations ou le développement de capacités de raisonnement et d'argumentation. Pour leur part, les participants français accordent de l'importance aux avantages du calcul mental pour évaluer l'ordre de grandeur d'un résultat, tandis que les réponses des participants italiens concernant les objectifs du calcul mental sont plus variées.

Malgré ces différences entre les participants, il existe un fort consensus contre l'interdiction de l'utilisation des doigts et aussi l'utilisation d'un support écrit dans les calculs, ce qui reflète une vision moderne de l'enseignement du calcul mental.

En ce qui concerne l'utilisation de la calculatrice à l'école primaire, le programme italien mentionne simplement la calculatrice comme une alternative au calcul mental, ce qui reflète une vision classique de son utilisation. Les programmes espagnol et français, en revanche, considèrent également la calculatrice comme un outil permettant d'explorer les nombres et leurs propriétés, ce qui reflète une perspective plus moderne qui envisage l'utilisation de la calculatrice en combinaison avec le calcul mental.

En analysant les réponses données par les participants au questionnaire, la vision qui revient le plus souvent est celle qui voit la calculatrice comme un outil pour vérifier le résultat et résoudre des problèmes dans lesquels une grande quantité de quantités est impliquée. Une vision de la calculatrice comme une source de problèmes et d'exercices mathématiques ou comme un support pour explorer les nombres est beaucoup moins courante.

Il y a un fort consensus sur la croyance que les enfants utilisent la calculatrice à la maison plutôt qu'à l'école. En outre, la plupart des personnes interrogées pensent que la calculatrice n'apprend pas aux enfants à calculer. À l'exception des participants italiens, les autres pensent également qu'une dépendance excessive à l'égard de la calculatrice indique un manque de connaissances mathématiques et entrave à la fois la réflexion et l'acquisition de compétences mathématiques. Les différences de programmes scolaires mentionnées ci-dessus concernant l'utilisation de la calculatrice à l'école ne semblent pas se refléter dans les croyances des participants.

En ce qui concerne le moment où la calculatrice devrait être introduite, il existe trois points de vue distincts. Tout d'abord, il y a ceux qui considèrent la calculatrice comme une source d'exercices et qui ont tendance à accepter qu'elle soit utilisée comme une aide pour explorer les nombres sans avoir nécessairement appris les algorithmes. Un deuxième groupe considère la calculatrice comme une source d'exercices, mais a tendance à penser qu'elle devrait être utilisée pendant l'apprentissage des algorithmes. Enfin, un troisième groupe ne considère pas la calculatrice comme une source d'exercices et pense donc qu'elle ne devrait être utilisée qu'une fois les algorithmes maîtrisés. Cela pourrait signifier que, si certains participants peuvent imaginer une utilisation plus créative de la calculatrice à l'école, d'autres considèrent la calculatrice comme un objet utilisé de manière *paresseuse*, pour éviter de penser ou d'exécuter les algorithmes.

Cette analyse nous a conduit à concevoir un atelier unique consacré au calcul mental et à l'utilisation de la calculatrice. Les activités devraient permettre aux participants de découvrir comment utiliser ces deux types de calcul à l'école élémentaire afin d'explorer les nombres, les opérations et leurs propriétés. De plus, cet atelier devrait leur permettre de mieux réfléchir sur la manière d'engager les enfants dans des activités créatives qui permettent l'utilisation de la calculatrice en combinaison avec des tâches de calcul mental.

Rapport du questionnaire Q5, questionnaire sur l'histoire des mathématiques et de l'enseignement des mathématiques

Table des matières

1. Synthèse

Ce rapport présente la procédure suivie pour concevoir le questionnaire sur l'histoire des mathématiques et de l'enseignement des mathématiques, administré à la fois à des enseignants en exercice et à de futurs diplômés en enseignement des établissements associés au projet ANFoMAM. L'analyse des données recueillies montre l'existence de différences nettes entre les participants issus des établissements espagnols et ceux issus des établissements italiens, que ce soit en matière de connaissances sur l'histoire des mathématiques ou de croyances relatives à la nature même de la discipline. Nous proposons à la fin de ce rapport quelques modifications à apporter au questionnaire (annexe Q5[12]).

2. Conception du questionnaire : contexte et objectifs

Les mathématiques sont aujourd'hui enseignées à l'école comme une matière purement technique : elles sont présentées comme un ensemble de procédures automatiques (écrire et lire des nombres en chiffres, effectuer des opérations verticales, etc.) ; la terminologie se réduit à quelques termes techniques qui servent essentiellement à classer et non à faciliter la pensée abstracto-quantitative typique des mathématiques. Nous apprenons en outre à résoudre des problèmes de manière procédurale, en utilisant des méthodes qui nous permettent d'obtenir systématiquement la bonne réponse, sans prendre le temps de trop analyser pourquoi ces méthodes « fonctionnent » à chaque fois ou pourquoi nous devons les apprendre, sans éveiller le « désir » de réagir au défi qu'elles représentent.

Les aspects mentionnés sont définis ou justifiés par une exigence de « rigueur ». La signification, c'est-à-dire l'ancrage des concepts et relations mathématiques dans la perception, le mouvement, les intentions et les actions humaines (humaniser les mathématiques), est totalement négligée. Par ailleurs, enseigner les mathématiques de façon technique implique de transmettre l'idée selon laquelle elles forment un ensemble de connaissances fermé, déjà fini, qui existe en tant que tel sans passé et sans futur, que nous devons nous contenter d'apprendre et d'appliquer en résolvant différents exercices et problèmes. Montrer

[12] Questionnaire Q5: https://docs.google.com/forms/d/1zAmJmqIEi27gC9GBBSa86GZf6xwPeGnOIz37CUP4q24/copy

aux élèves que les mathématiques ont évolué au fil de l'histoire, qu'elles n'ont pas toujours été comme nous les connaissons aujourd'hui, est une excellente façon de donner un sens en tant qu'ancrage humain tant à la matière qu'à son enseignement. Plus nous mettrons clairement en valeur les liens existants entre les mathématiques et les préoccupations de l'humanité au fil de l'histoire, plus elles auront de sens pour les enfants.

Un atelier consacré à l'histoire des mathématiques et de l'enseignement des mathématiques et destiné aux enseignants en formation initiale et continue sera mis sur pied dans le cadre du projet ANFoMAM. Avant toute activité, nous pourrons inviter les participants à remplir un questionnaire leur permettant de réfléchir à leurs convictions et connaissances relatives à l'évolution des mathématiques au fil de l'histoire, ainsi qu'à l'importance de porter à la connaissance des élèves l'histoire des mathématiques.

Nous nous attendons à trouver différents profils de participants:

- Des étudiants en formation initiale et des enseignants en exercice qui voient les mathématiques comme un ensemble clos et limité, transmis tel quel de génération en génération d'enseignant, sans grande place pour la personnalisation de l'enseignement. Pour ces participants, l'histoire des mathématiques sera, dans tous les cas, une compétence de plus qu'il faut acquérir, un simple récit composé de personnages et de découvertes.

- Des participants ayant une conception dynamique des mathématiques, qui voient la discipline comme une matière qui a évolué au fil du temps et qui est liée à des philosophies de vie et aux préoccupations des différentes civilisations. Cette vision pourrait être associée à des connaissances plus approfondies de l'histoire des mathématiques et favoriser un enseignement plus dynamique, dans le cadre duquel les élèves sont invités à faire leurs propres « découvertes mathématiques » avec l'aide de l'enseignant.

3. Collecte de données

Le questionnaire a été soumis aux participants suivants :

- 38 étudiants en Master visant à devenir professeurs des écoles (maternelle et primaire) de l'Université publique de Navarre ;
- 21 étudiants en Scienze della Formazione Primaria (Sciences de l'éducation primaire) de l'Université Roma Tre, inscrits en troisième, quatrième ou cinquième année et suivant le cours « Matematica e didattica della matematica » (Mathématiques et didactique des mathématiques). Ces étudiants suivent un cours dans lequel l'histoire des mathématiques est enseignée, de même que l'histoire de l'enseignement des mathématiques au niveau de l'école élémentaire et en particulier maternelle.
- 19 professeurs des écoles maternelles ou primaires italiens, entrés en contact avec le projet par le biais du site web et des réseaux sociaux de l'association ToKalon.

4. Analyse des données

1. Les simplifications suivantes ont été apportées à toutes les questions requérant des participants qu'ils indiquent deux ou trois termes :
   – Termes existant au pluriel et au singulier : nous avons choisi l'une des deux formes (par exemple, plutôt que de faire la distinction entre *calcolo* et *calcoli,* nous avons décidé d'unifier sous la forme *calcolo,* ou *calcul* en français).

   – Termes existant sous forme de substantif et de verbe : nous avons choisi l'une des deux formes (par exemple, les mots *conteggio* et *contare* ont été unifiés sous la forme *contare*, ou *compter* en français).

   – Termes existant sous forme de substantif et d'adjectif : nous avons choisi l'une des deux formes (par exemple, les mots *creativo* et *creatività* ont été unifiés sous la forme *creatività,* ou *créativité* en français).

   – Certains groupes de termes qui renvoyaient à une notion unique reconnaissable ont été harmonisés sous une forme unique, en privilégiant la plus citée (par exemple, pour *trigonometria, seno et coseno* et *funzioni goniometriche,* nous avons choisi le terme *trigonometria,* ou *trigonométrie* en français).

2. Les chiffres 1 à 4 reflètent les expressions qualitatives suivantes :
   1 = pas du tout ; 2 = peu ; 3 = assez ; 4 = tout à fait

3. L'analyse regroupe les données en séparant les questionnaires venant d'Italie (eux-mêmes divisés entre étudiants et enseignants en exercice) de ceux venant d'Espagne, comparés aux premiers.

4. Dans certains cas, les graphiques de données relatifs aux participants italiens regroupent les étudiants et enseignants en exercice ; dans d'autres, nous avons préféré les distinguer.

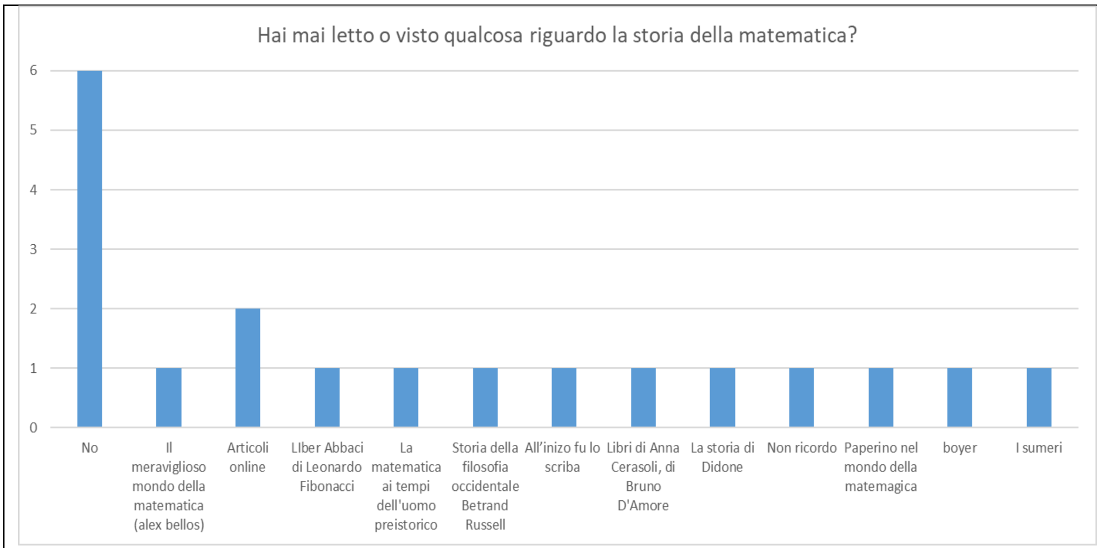
5. Les données ont été reproduites sous forme graphique, à la suite de quoi une analyse qualitative a été effectuée à l'occasion d'une réunion des enquêteurs pour discuter des différentes perspectives.

Nous analysons ici les réponses obtenues à chacune des questions :

4.1. Question 1 : Connaissances d'histoire des mathématiques

Avez-vous déjà lu ou vu à propos de l'histoire des mathématiques ? Si oui, indiquez ci-après un titre (d'un article, d'un ouvrage, d'une vidéo, d'un film).

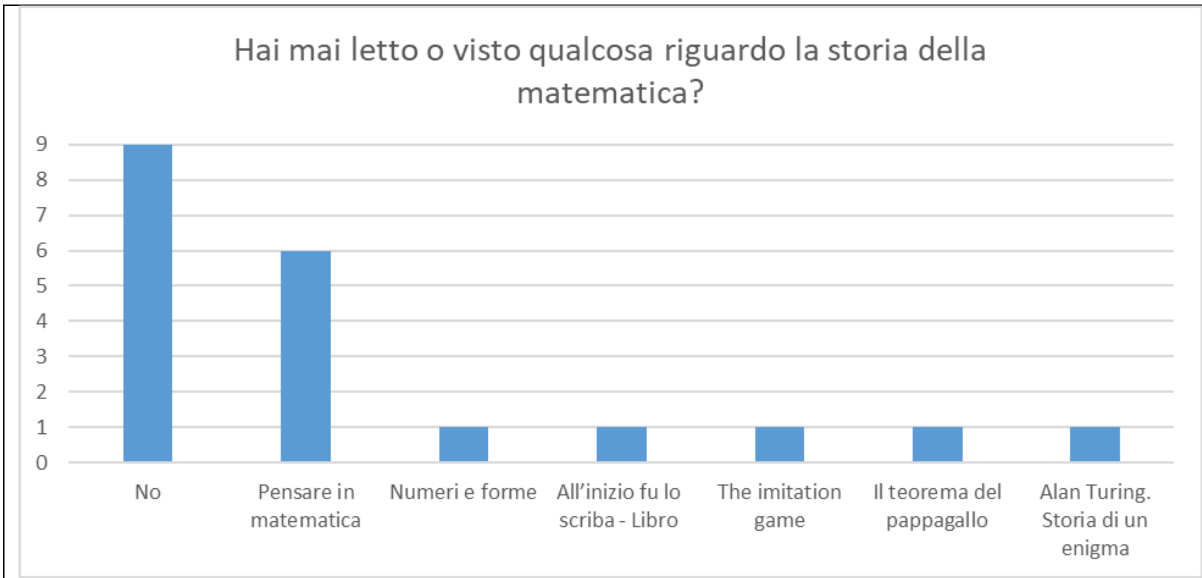
Dans le cas des enseignants italiens, 32 % des participants affirment n'avoir jamais lu quoi que ce soit à propos de l'histoire des mathématiques. Cette donnée, de même que les ouvrages mentionnés par les autres enseignants, est illustrée dans le graphique ci-dessous. Certains d'entre eux sont des livres destinés à la jeunesse, tels que celui d'Anna Cerasoli ou celui d'Alex Bellos. D'autres, comme l'Histoire des mathématiques de Carl B. Boyer ou l'Histoire de la philosophie de Bertrand Russell, sont des traités plus systématiques.



Avez-vous déjà lu ou vu à propos de l'histoire des mathématiques ?

Figure 53: Ouvrages lus par les enseignants italiens

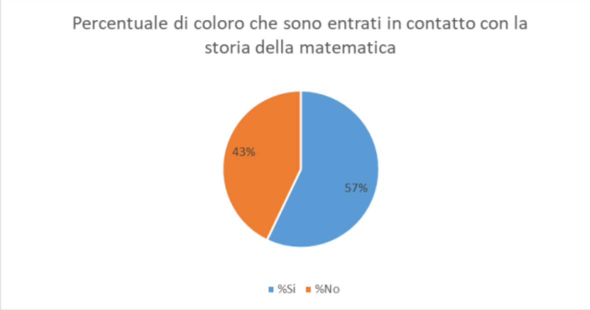
Dans le cas des étudiants italiens, le pourcentage de participants qui ont affirmé n'avoir eu aucun contact avec l'histoire des mathématiques s'élève à 43 %, un nombre légèrement plus élevé que chez les enseignants en exercice. Parmi les ouvrages mentionnés figurent plusieurs œuvres de la chercheuse Ana María Millán Gasca, *Pensare in matematica, Numeri e forme* et *All'inizio fu lo scriba,* ainsi que des romans liés d'une façon ou d'une autre aux mathématiques.



Avez-vous déjà lu ou vu à propos de l'histoire des mathématiques ?

Figure 54: Ouvrages lus par les étudiants universitaires italiens

La figure 55 illustre le contraste marqué entre les réponses données par les étudiants espagnols et les étudiants italiens à cette question. Seul un des étudiants a lu un ouvrage en lien avec l'histoire des mathématiques, Mister Quadrato, de l'autrice italienne Anna Cerasoli.



Pourcentage d'étudiants italiens initiés à l'histoire des mathématiques (57 %)	Pourcentage d'étudiants espagnols initiés à l'histoire des mathématiques (2,6 %)

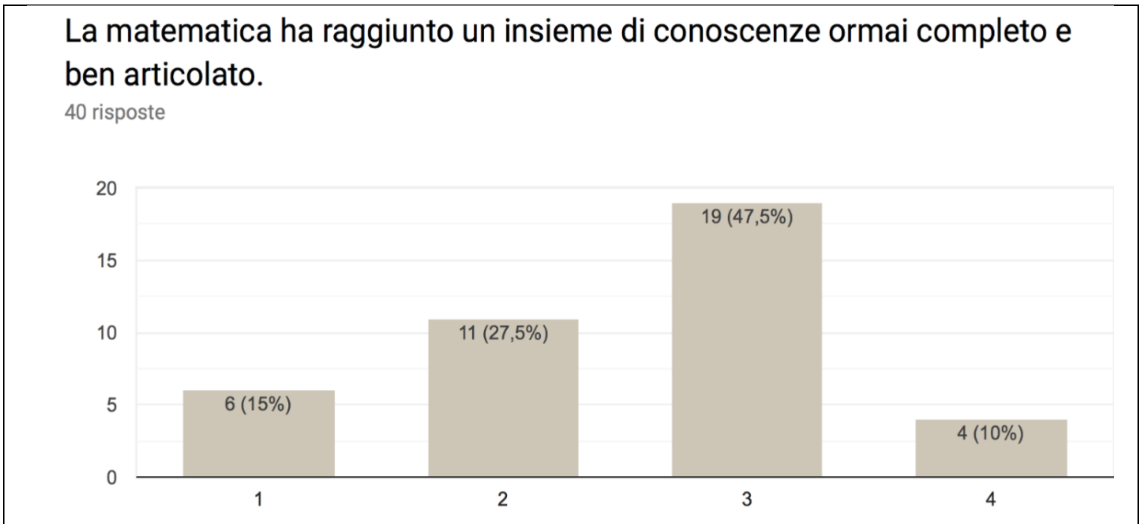
Figure 55: Réponses à la question 1 (étudiants italiens vs étudiants espagnols)

4.2. Question 2 :

Attribuez une valeur entre 1 et 4 à la phrase suivante :

Les mathématiques ont atteint un ensemble de connaissances désormais complet et bien structuré.

Comme le montrent les graphiques suivants, une grande majorité des participants espagnols (84,2 %) se sont dit d'accord ou tout à fait d'accord avec cette affirmation, contre 57,5 % seulement des Italiens. En associant cette réponse à celles obtenues à la question 1, nous pouvons affirmer qu'il existe un lien étroit entre le manque de connaissances sur l'histoire des mathématiques et une conception plus rigide de la discipline.



Les mathématiques ont atteint un ensemble de connaissances désormais complet et bien structuré

Figure 56: Réponses des étudiants et enseignants en exercice italiens à la question 2

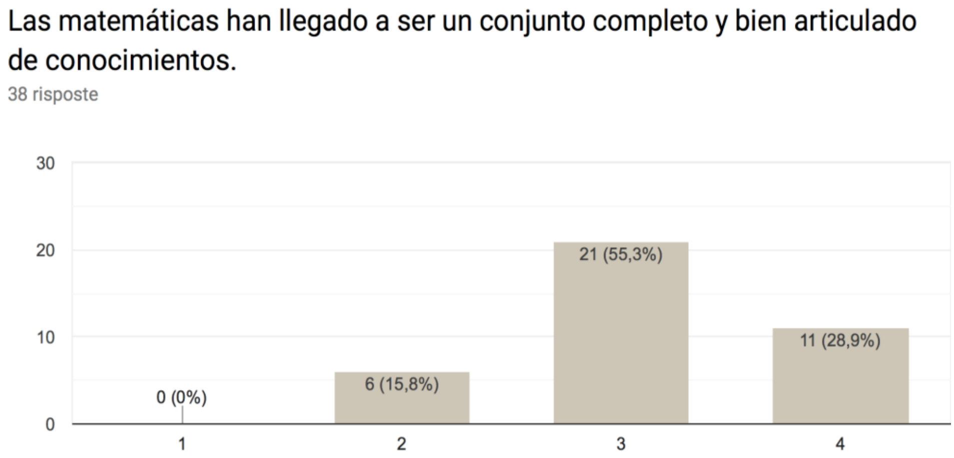


Figure 57: Réponses des étudiants espagnols à la question 2

4.3. Question 3 : En partant de l'histoire

Pensez-vous qu'il est intéressant de transmettre aux élèves des contenus mathématiques en partant de l'histoire ?

Aussi évidente qu'ait pu paraître la réponse au vu des réponses données par les participants italiens (97,5 % ont répondu par l'affirmative), la réponse n'est pas aussi claire pour les Espagnols. Près de 23,7 % des étudiants espagnols estiment qu'il n'est pas intéressant de transmettre les contenus mathématiques aux élèves en partant de l'histoire et du récit.

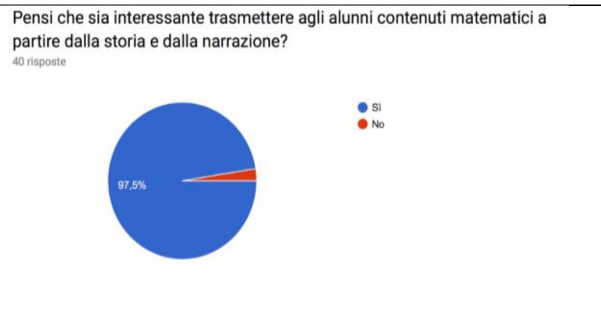
<table>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td colspan="2">Pensez-vous qu'il est intéressant de transmettre aux élèves des contenus mathématiques en partant de l'histoire ?</td></tr>
<tr><td>Réponses affirmatives des participants italiens à la question 3 (97,5 %)</td><td>Réponses affirmatives des participants espagnols à la question 3 (76,3 %)</td></tr>
</table>

Figure 58: Réponses des participants italiens et espagnols à la question 3

4.4. Question 4 : Des systèmes de numération différents du nôtre

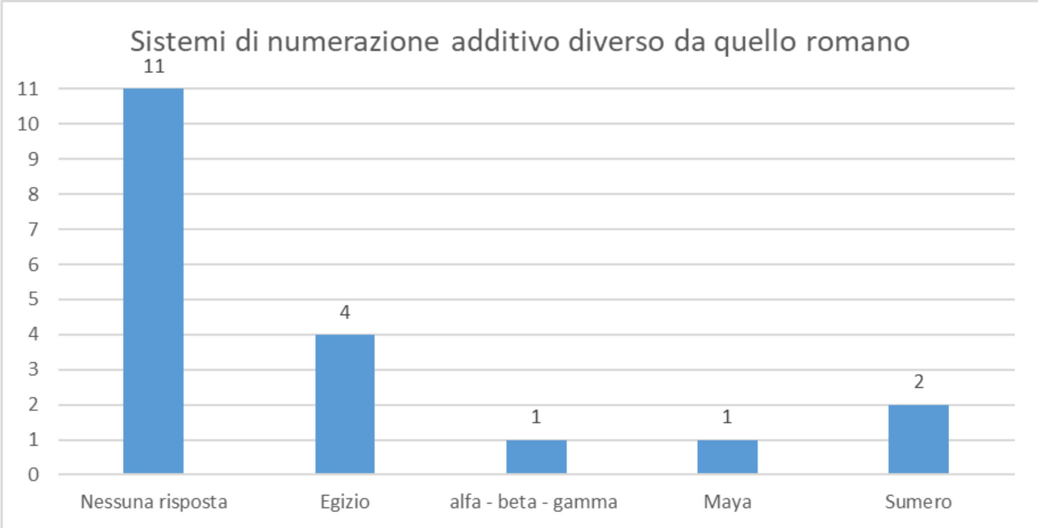
Existe-t-il des systèmes de numération qui diffèrent de notre système décimal et positionnel ?

L'unanimité caractérisant les réponses, que ce soit chez les participants italiens (97,5 %) ou espagnols (97,4 %), nous pousse à nous interroger sur la nécessité de maintenir cette question dans le questionnaire, tout au moins sous cette forme.

4.5. Question 5 :

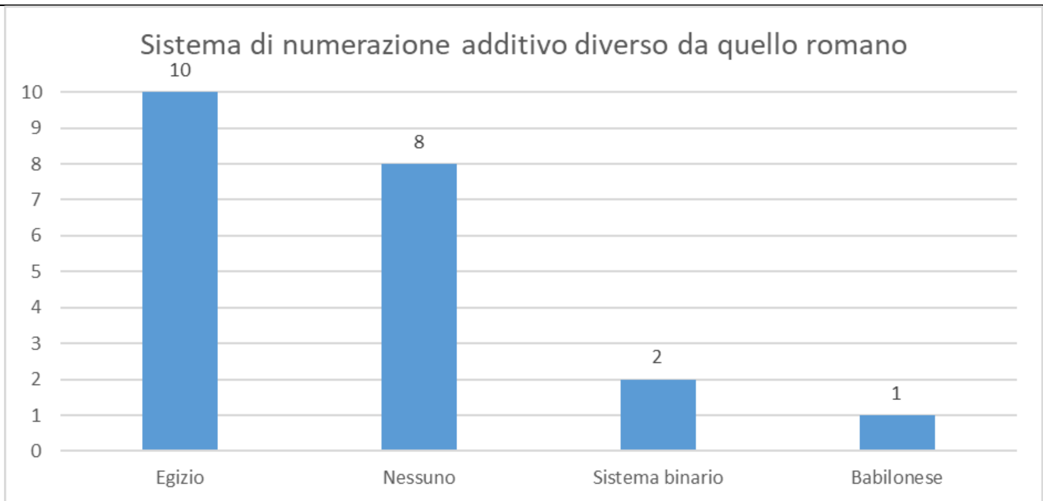
Si vous le connaissez, indiquez un exemple de système de numération additif, autre que le système romain.

Il est intéressant de noter qu'un pourcentage élevé d'enseignants, soit 58 % d'entre eux, ne connaît aucun système de numération additif autre que le système romain. La plupart des participants qui en nomment un mentionnent le système égyptien, et, dans une moindre mesure, les systèmes maya et sumérien. Les exemples cités par les étudiants universitaires italiens sont les mêmes, mais le pourcentage de participants qui ne connaissent pas d'autre système additif que le système romain s'élève ici à environ 40 %. Ce pourcentage est plus élevé chez les participants espagnols : 80 % d'entre eux affirment en effet ne pas connaître de système additif autre que le système romain. De plus, les systèmes auxquels ils font référence ne sont pas additifs, à l'exception du système égyptien.



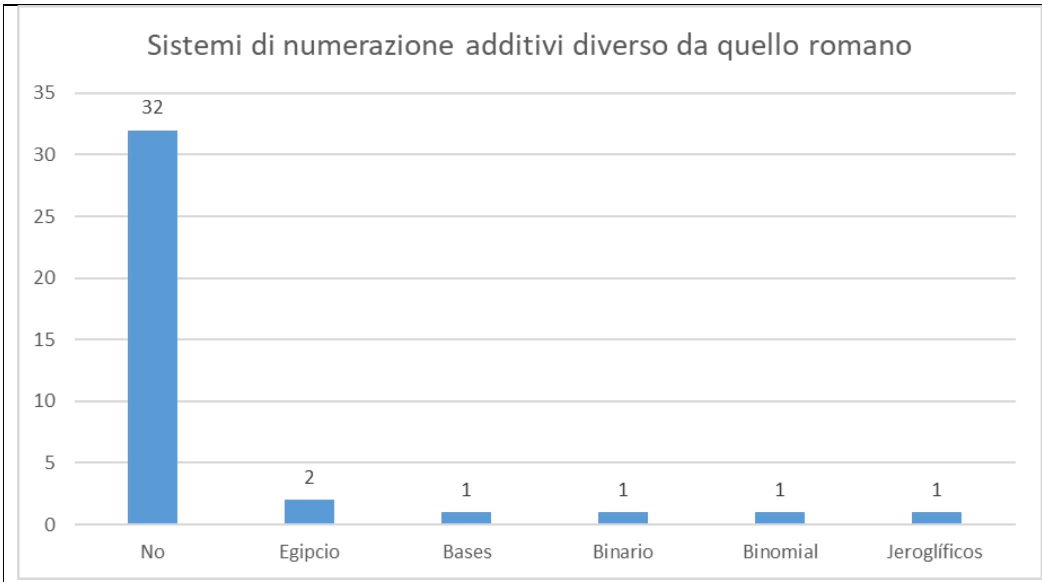
Systèmes de numération additifs différents du système romain

Figure 59: Réponses des enseignants italiens en exercice à la question 5



Systèmes de numération additifs différents du système romain

Figure 60: Réponses des étudiants italiens à la question 5

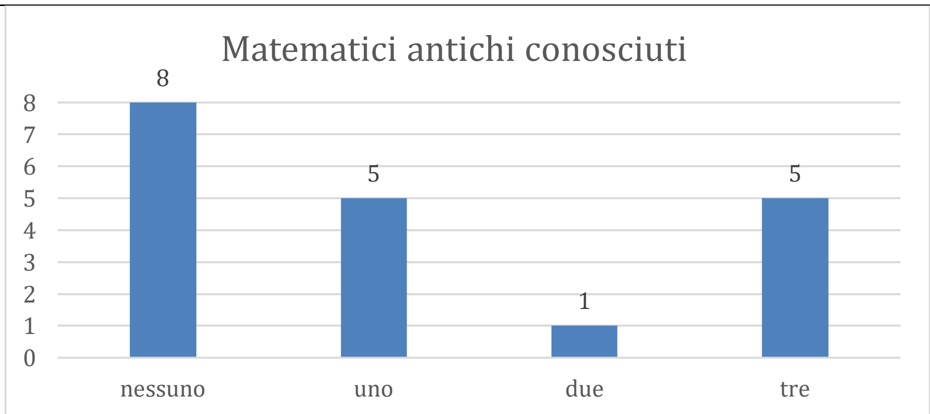


Systèmes de numération additifs différents du système romain

Figure 61: Réponses des étudiants espagnols à la question 5

4.6. Question 6 : *On connaît tous les célèbres mathématiciens grecs Pythagore, Euclide, Archimède et Thalès. Connaissez-vous d'autres anciens mathématiciens ? Si oui, écrivez leurs noms ci-dessous :*

Puisque chaque participant pouvait écrire jusqu'à trois noms, le nombre total de mathématiciens pouvant être cités était élevé. Toutefois, plusieurs participants ont omis de répondre à la question ou donné moins de trois noms. Nous avons par conséquent décidé de réaliser un histogramme pour illustrer le nombre de participants ayant donné zéro, une ou plusieurs réponses.



aucun – un – deux – trois

Figure 62: de noms donnés par les enseignants italiens en exercice en réponse à la question 6

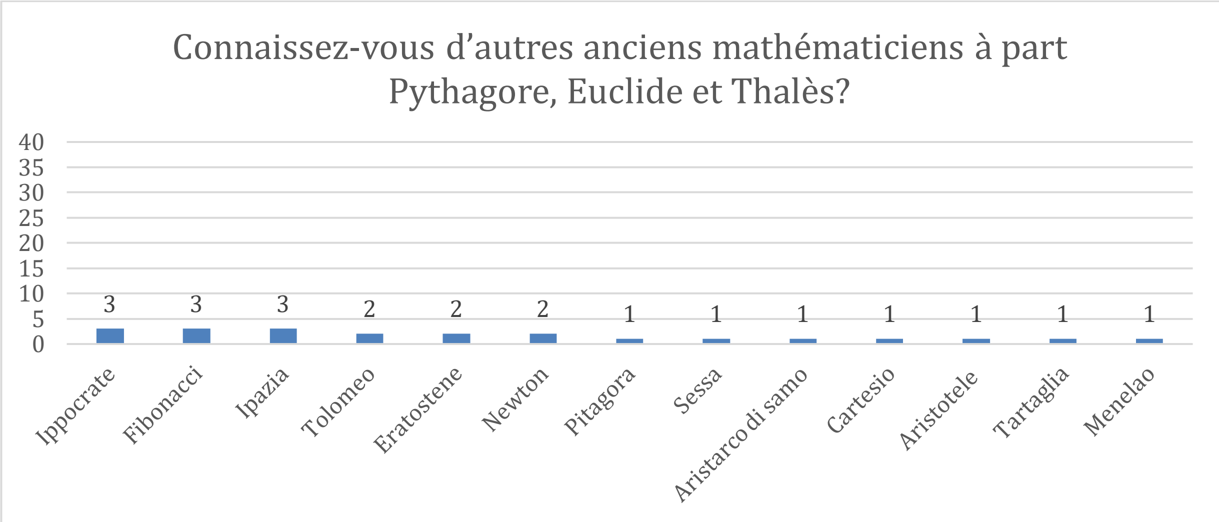


Figure 63: Réponses des enseignants italiens en exercice à la question 6

Il est intéressant de noter que huit enseignants en exercice sur 19 n'ont pas su nommer un mathématicien de l'Antiquité autre que Pythagore, Euclide, Archimède ou Thalès.

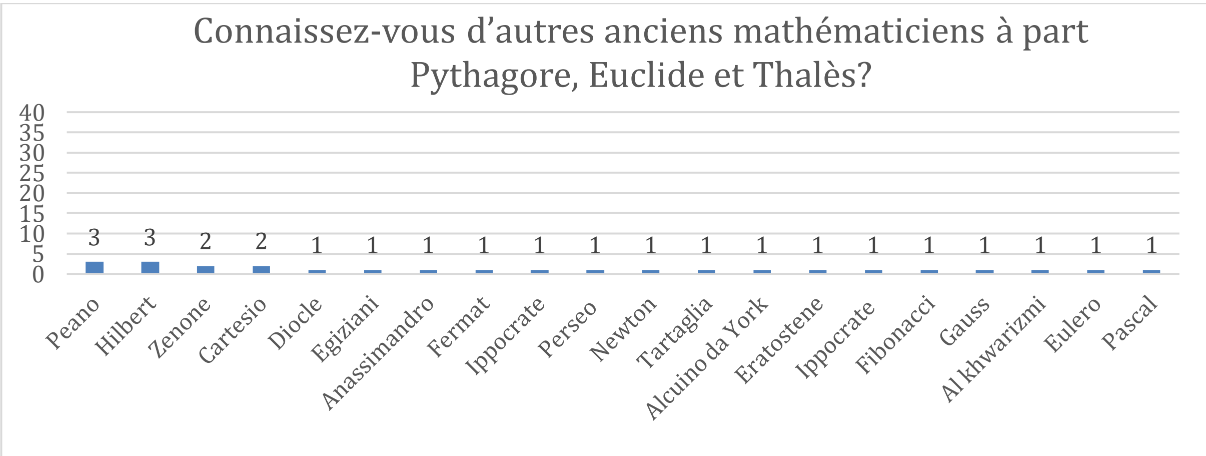


Figure 64: Réponses des étudiants italiens à la question 6

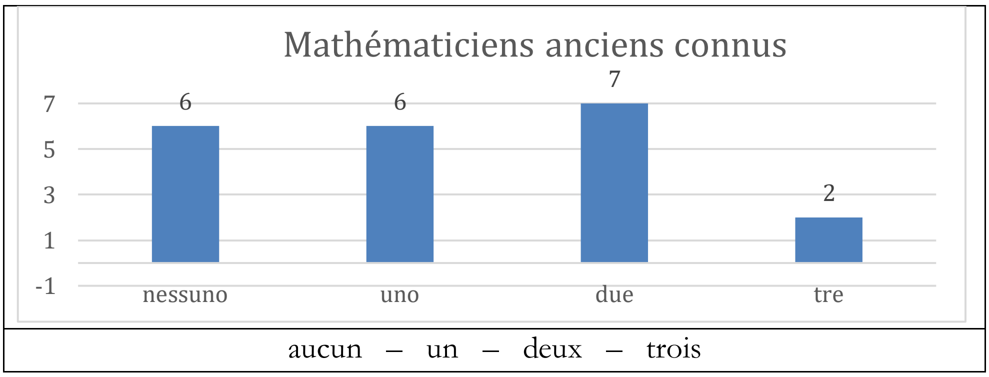


Figure 65: Réponses des étudiants italiens à la question 6

Près d'un tiers des 21 étudiants italiens n'a pas su donner le nom d'un mathématicien de l'Antiquité autre que ceux qui leur étaient donnés. Par ailleurs, parmi ceux qu'ils ont donnés, certains sont répétés, et d'autres n'ont pas vécu pendant l'Antiquité, comme le montre la figure 64.

Le questionnaire en espagnol ne précisait pas les noms des mathématiciens Pythagore, Euclide, Thalès et Archimède. C'est pourquoi tous les participants espagnols ont au moins donné deux noms, principalement Pythagore et Thalès, mais également des « intrus » qui n'ont pas vécu dans l'Antiquité.

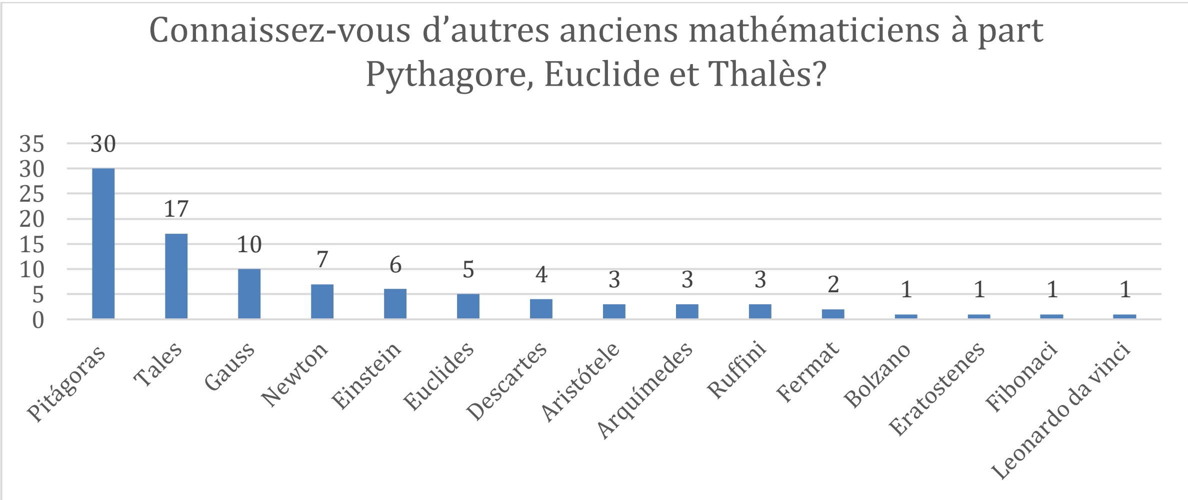


Figure 66: Réponses des étudiants espagnols à la question 6

4.7. Question 7 : *Connaissez-vous des mathématiciens non italiens ayant vécu après le Moyen-Âge ? Si oui, écrivez leurs noms ci-dessous.*

Près de la moitié des enseignants en exercice n'ont pas su donner le nom d'un seul mathématicien non italien ayant vécu après le Moyen-Âge.

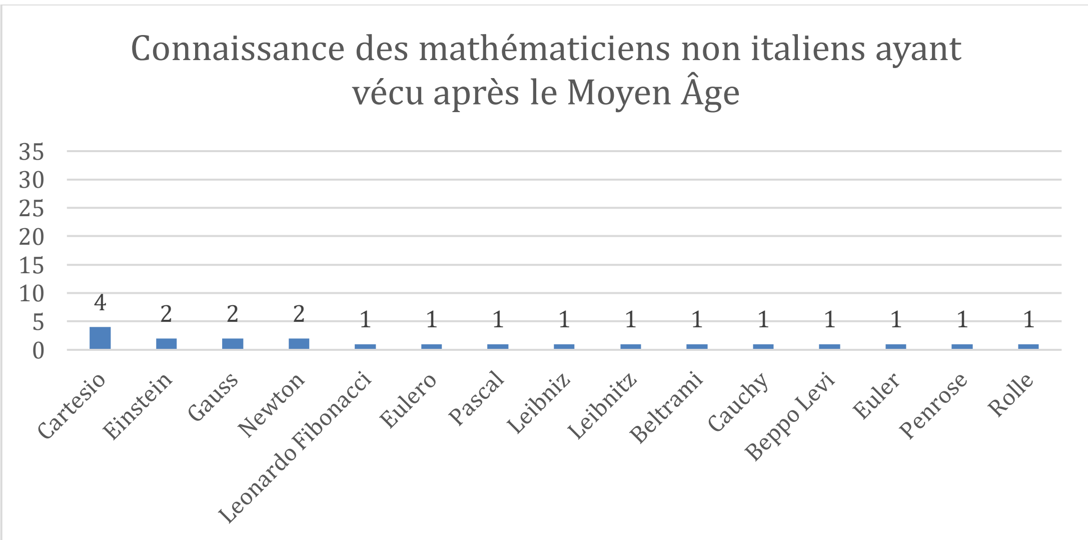


Figure 67: Réponses des enseignants italiens en exercice à la question 7

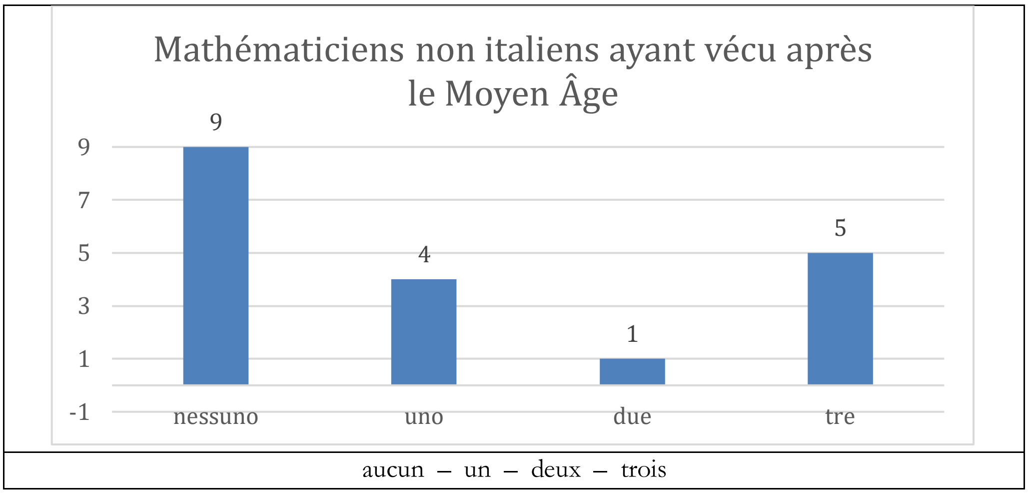


Figure 68: Réponses des enseignants italiens en exercice à la question 7

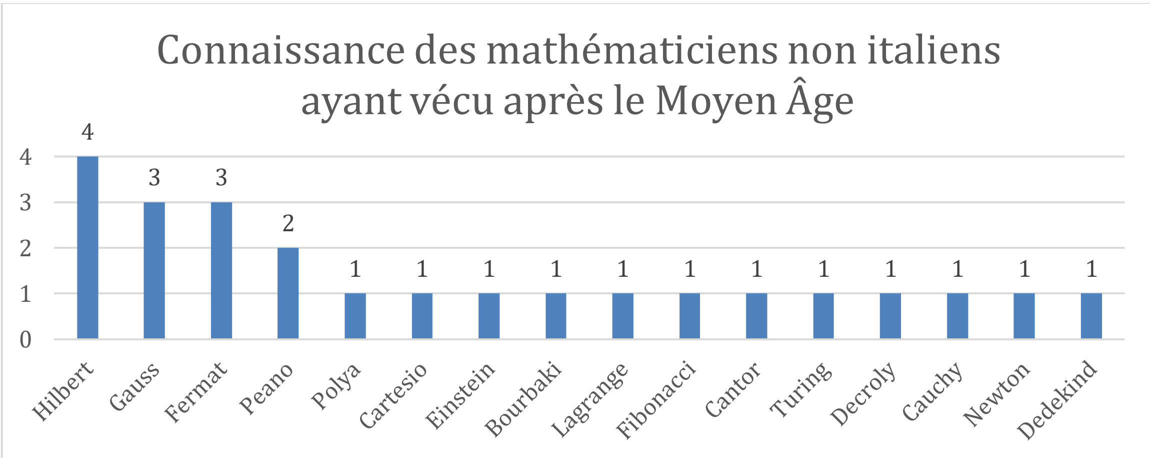


Figure 69: Réponses des étudiants italiens à la question 7

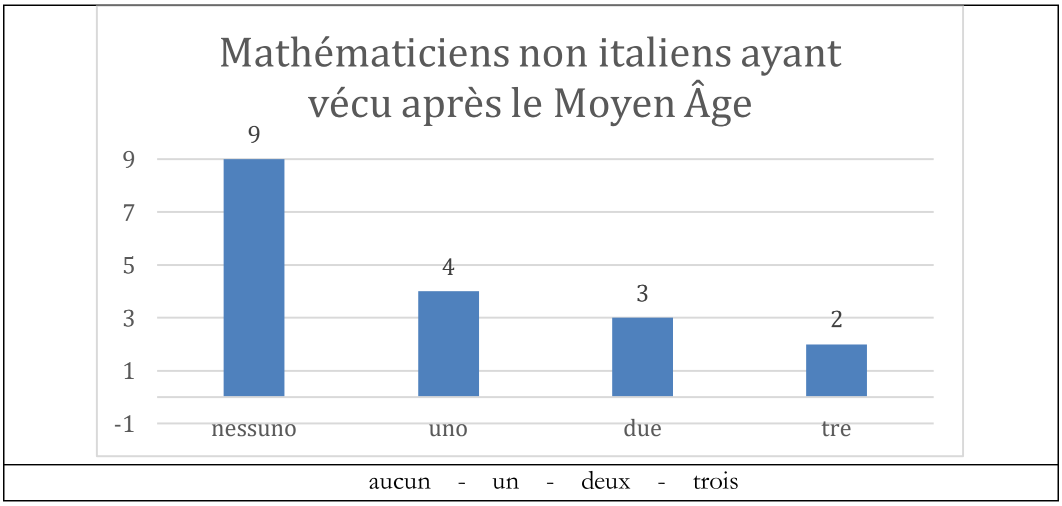


Figure 70: Réponses des étudiants italiens à la question 7

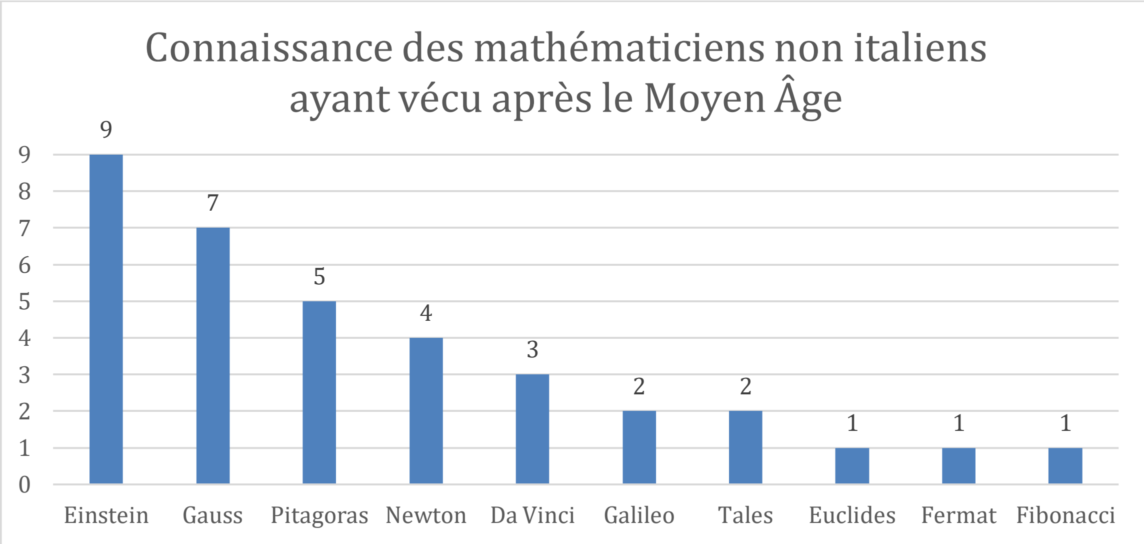


Figure 71: Réponses des étudiants espagnols à la question 7

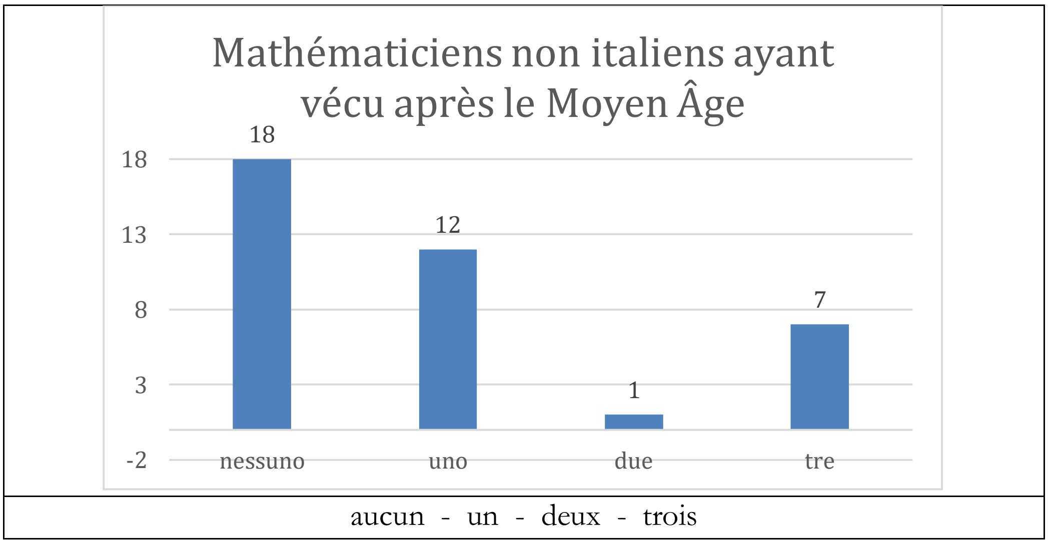
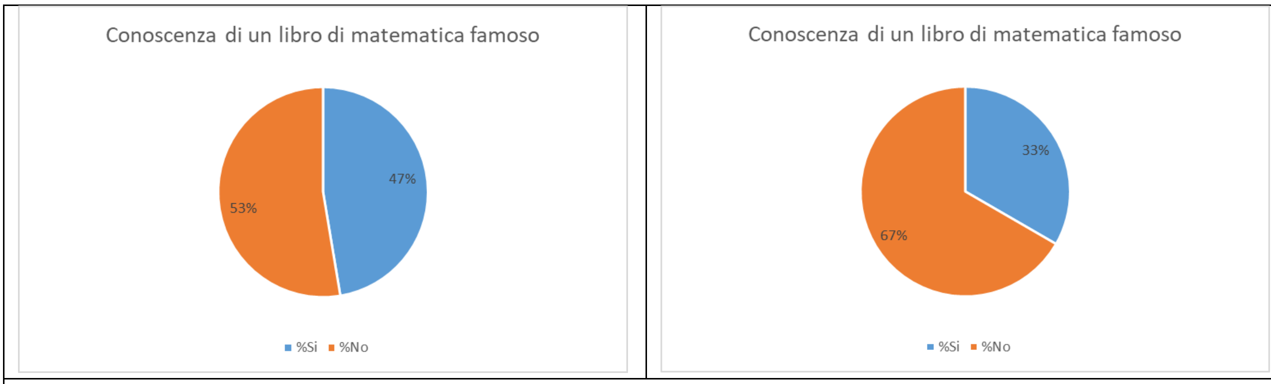


Figure 72: Réponses des étudiants espagnols à la question 7

4.8. Question 8 : *Connaissez-vous le titre d'un ouvrage célèbre de mathématiques ? Si oui, écrivez-le ci-dessous.*

Seuls 47 % des enseignants en exercice affirment connaître un ouvrage célèbre de mathématiques. Certains des ouvrages mentionnés correspondent à ceux qu'ils avaient cités à la question 1 sur les livres d'histoire des mathématiques, tels que ceux d'Anna Cerasoli ou ceux de Bruno D'Amore. Curieusement, ils citent ici l'ouvrage de Chiara Valerio, *Histoire humaine des mathématiques,* l'ouvrage *Didactique des mathématiques* d'Emma Castelnuovo, l'ouvrage célèbre de Fibonacci, *Liber Abaci,* et un classique sur la résolution de problèmes, *Comment poser et résoudre un problème,* de G. Polya.

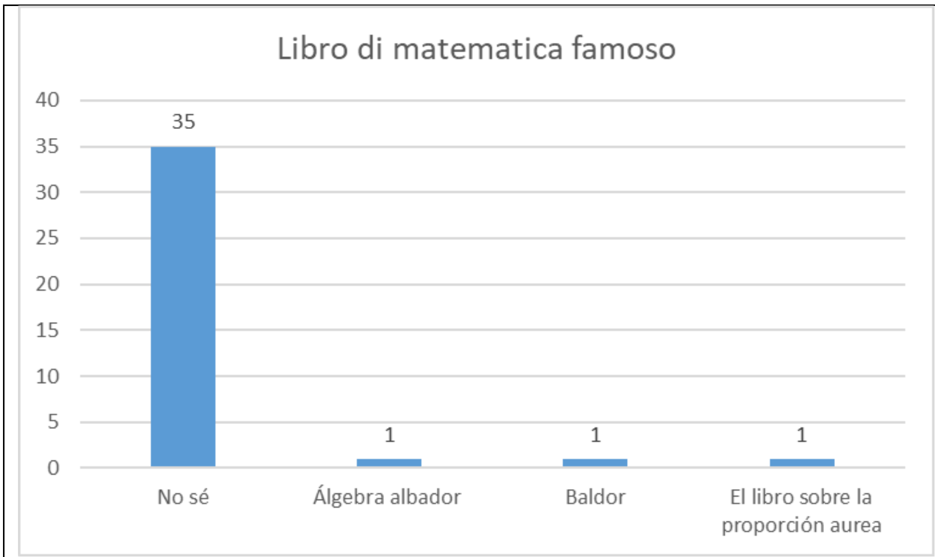
Le pourcentage de personnes affirmant connaître un ouvrage célèbre de mathématiques passe à 33 % seulement chez les étudiants italiens, qui mentionnent les *Éléments* et d'autres ouvrages beaucoup plus légers tels que *El mago de los números* ou *Le théorème du perroquet*. L'ouvrage *Pensare in matematica* de Giorgio Israel et Ana Millán Gasca figure également sur cette liste.



Connaissance d'un ouvrage célèbre de mathématiques

Figure 73: Réponses des étudiants et enseignants en exercice italiens à la question 8

Dans le cas des étudiants espagnols, le manque de connaissance est plus que frappant, comme le montre la figure 74. Ces participants ne connaissent aucun ouvrage célèbre de mathématiques, à l'exception des trois titres mentionnés (le titre « Álgebra albador » renvoie sans doute au même ouvrage que Baldor), alors que près de la moitié des enseignants en exercice et un tiers des étudiants de l'échantillon italien ont su citer un ouvrage célèbre.



Connaissance d'un ouvrage célèbre de mathématiques

Figure 74: Réponses des étudiants espagnols à la question 8

4.9. Question 9 : *Le manuel de mathématiques à l'école est : (au plus deux choix)*

- *Une idée*
- *Tout ce dont vous avez besoin*
- *Un guide*
- *Un poids*

	Nb réponses
Une idée	10
Un guide	4
Une idée et un guide	2
Un poids	4

Réponses des enseignants italiens en exercice à la question 9

	Nb réponses
Une idée	5
Un guide	12
Une idée et un guide	2
Un poids	2

Réponses des étudiants italiens à la question 9

	Nb réponses
Une idée	2
Un guide	17
Une idée et un guide	13
Un poids	1
Tout ce dont vous avez besoin	2
Tout ce dont vous avez besoin et un guide	1
Tout ce dont vous avez besoin et un poids	2

Réponses des étudiants espagnols à la question 9

Figure 75: Réponses à la question 9

La différence entre les réponses des enseignants en exercice et celles des étudiants italiens est frappante. Si les premiers considèrent, pour la plupart, le manuel scolaire comme un point de départ, les seconds le qualifient plutôt de guide d'enseignement des mathématiques à l'école. C'est également ce que pensent les participants espagnols, même si un grand nombre d'entre eux ajoutent à l'idée de guide celle de point de départ.

5. Conclusions : observations, réflexions et axes d'amélioration

L'analyse des réponses données au questionnaire permet de noter une différence nette entre les participants espagnols et les participants italiens. Ces derniers semblent apprécier davantage le rôle joué par l'histoire des mathématiques et par le récit dans la transmission de contenus mathématiques, ce qui en a conduit à lire un ouvrage de mathématiques et à se renseigner davantage sur l'histoire des mathématiques et ses protagonistes.

Les participants espagnols accordent quant à eux moins d'importance à l'utilisation de l'histoire des mathématiques et du récit dans l'enseignement, probablement parce qu'ils n'avaient pas accès à ces ressources pendant leur propre formation. Cela pourrait également expliquer pourquoi les étudiants espagnols affichent une conception plus rigide des mathématiques, qu'ils estiment être un corpus complet de connaissances soigneusement définies, ce que ne partagent pas de façon aussi majoritaire les participants italiens.

L'analyse des résultats nous pousse à juger importante la mise en place d'un atelier sur l'histoire des mathématiques et de l'enseignement des mathématiques dans le cadre de notre projet, qui ne se contenterait pas d'apporter des contenus concrets sur cette matière, mais aiderait également les futurs enseignants à acquérir une vision dynamique des mathématiques et à la transmettre dans la salle de classe.

Nous proposons également certaines modifications à apporter au questionnaire. En ce sens, bien que la réponse à la question 3 portant sur l'*intérêt de transmettre aux élèves des contenus mathématiques en partant de l'histoire* semble évidente aux participants italiens, le fait que près d'un quart des Espagnols n'accorde pas d'importance à cet aspect nous pousse à maintenir la question telle quelle.

La question 4 sur l'existence ou non de *systèmes de numération positionnelle et décimale différents du nôtre*, en revanche, a reçu une réponse unanime. La réponse semble évidente à tous les participants, puisque ce thème est étudié dans les programmes d'éducation des enseignants en Italie comme en Espagne. C'est pourquoi la question figurant à l'annexe Q5 et reproduite ci-dessous est proposée dans la nouvelle version du questionnaire :

4. Systèmes de numération différents du nôtre :
Donnez un exemple de système de numération positionnelle non décimale si vous le connaissez.

D'autre part, la question 6 était rédigée différemment dans le questionnaire soumis aux Italiens et dans celui soumis aux Espagnols. Nous proposons par conséquent une version commune :

On connaît tous les célèbres mathématiciens grecs Pythagore, Euclide, Archimède et Thalès. Connaissez-vous d'autres mathématiciens de l'Antiquité ? Si oui, écrivez leurs noms ci-dessous.

Rapport du questionnaire Q6, questionnaire sur les constructions géométriques et la résolution de problèmes

Table des matières

1. Synthèse

Ce rapport présente la procédure suivie pour concevoir le questionnaire sur la géométrie, administré à la fois à des enseignants en exercice et à de futurs diplômés en enseignement des établissements associés au projet ANFoMAM. L'analyse des données recueillies met en lumière des différences nettes entre les participants des établissements espagnols et ceux des établissements italiens, concernant notamment leur conception de la nature de la géométrie, plutôt reliée à des aspects techniques pour les premiers et à l'activité humaine pour les seconds (annexe Q6[13]).

2. Conception du questionnaire : contexte et objectifs

Dans de nombreux cas, les mathématiques enseignées à l'école se réduisent à la seule arithmétique. Si tous les programmes scolaires que nous connaissons comportent des blocs thématiques distincts consacrés à d'autres aspects tels que la géométrie ou le traitement de l'information, les difficultés que rencontrent de nombreux élèves face aux algorithmes ou aux problèmes arithmétiques font que certaines thématiques comme la géométrie passent au second plan de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. Les blocs consacrés à la géométrie se limitent souvent à des thèmes superficiels, comme la reconnaissance ou la classification des figures, ou encore le calcul de mesures à l'aide de formules. S'ajoute à cela la méconnaissance de la discipline de la part des enseignants et de la société en général, pour qui les mathématiques se réduisent à une série de procédures opératoires qui permettent d'effectuer une série de calculs, que ce soit avec des quantités discrètes, de l'argent exprimé en monnaie ou des mesures d'ordres de grandeur.

Un atelier consacré à la géométrie destiné aux enseignants en formation initiale et continue sera mis sur pied dans le cadre du projet ANFoMAM. Les participants travailleront sur la valeur des concepts fondamentaux, qui renvoient à la connexion, à l'ordre, à la congruence, à la comparaison, à la construction

---

13 Questionnaire Q6:
https://docs.google.com/forms/d/18hPVlROiKc2ojo3eAinvWWnzqRveOU-QVbfnYeEm-Zo/copy

et à la décomposition. Ces concepts expriment une vision abstracto-quantitative du monde qui nous entoure (par opposition à une vision synthético-qualitative). La géométrie permet de concevoir des activités autour de problèmes similaires à ceux de la recherche mathématique, contrairement aux problèmes arithmétiques traditionnels, qui simulent généralement la vie quotidienne (et découlent de la formation professionnelle primaire). La géométrie est essentielle pour transmettre aux enseignants le rôle formatif des mathématiques, en tant que discipline qui aide à comprendre le monde et à nous comprendre nous-mêmes, ainsi qu'à développer la pensée conceptuelle et l'imagination. Les participants pourront être invités, avant de passer aux activités, à remplir un questionnaire leur permettant de réfléchir à leurs croyances et connaissances en géométrie, ainsi qu'à la façon d'aborder cet aspect des mathématiques en classe.

Nous nous attendons à trouver différents profils de participants:

- Étudiants en Master et enseignants en exercice qui voient les mathématiques comme une discipline déjà construite et terminée. Pour ces participants, l'enseignement de la géométrie supposerait de transmettre une série de concepts préalablement déterminés. Il faut donc s'attendre à ce qu'ils réalisent principalement, une fois dans la salle de classe, des activités de reconnaissance et de classification de figures géométriques. De même, ils travailleront les questions de mesure de la longueur et de l'aire de façon mécanique, transmettant ainsi aux élèves des méthodes ou des formules de calcul des aires ou des changements d'unités.

- Participants ayant une conception dynamique des mathématiques, pour qui l'enseignement de la géométrie représente l'occasion de faire connaître aux élèves la façon dont la discipline s'est développée, comme une manière de représenter l'espace réel dans lequel nous évoluons et de résoudre des problèmes auxquels se sont confrontées différentes civilisations à travers les siècles. Cette vision s'accompagnerait d'une méthode de travail de la géométrie plus active en classe, dans le cadre de laquelle les élèves pourraient réaliser des activités de construction et de découverte mathématiques par l'expérimentation et l'observation.

3. Collecte de données

Le questionnaire a été soumis aux participants suivants :

- Étudiants en Master visant à devenir professeurs des écoles de l'Université publique de Navarre (38) ;
- Étudiants du laboratoire de mathématiques et de didactique des mathématiques canal B (géométrie, écriture, expression) de l'URT ayant mené une réflexion sur la géométrie élémentaire et son enseignement (32) ;
- Étudiants en mathématiques et didactique des mathématiques ayant réfléchi à la façon de travailler la géométrie avec les enfants (16) ;
- Étudiants en Master visant à devenir professeurs des écoles de l'Université de Saragosse (89) ;
- Enseignants en exercice participant aux activités de Tokalon Matematica (43).

4. Analyse des données

Les conditions préalables au traitement des données recueillies sont les suivantes :

1. Les simplifications suivantes ont été apportées à toutes les questions requérant des participants qu'ils indiquent deux ou trois termes :
   - Termes existant au pluriel et au singulier : nous avons choisi l'une des deux formes (par exemple, plutôt que de faire la distinction entre *calcolo* et *calcoli,* nous avons décidé d'unifier sous la forme *calcolo,* ou *calcul* en français).

   - Termes existant sous forme de substantif et de verbe : nous avons choisi l'une des deux formes (par exemple, les mots *conteggio* et *contare* ont été unifiés sous la forme *contare*, ou *compter* en français).

   - Termes existant sous forme de substantif et d'adjectif : nous avons choisi l'une des deux formes (par exemple, les mots *creativo* et *creatività* ont été unifiés sous la forme *creatività,* ou *créativité* en français).

   - Certains groupes de termes qui renvoyaient à une notion unique reconnaissable ont été harmonisés sous une forme unique, en privilégiant la plus citée (par exemple, pour *trigonometria, seno et coseno* et *funzioni goniometriche,* nous avons choisi le terme *trigonometria,* ou *trigonométrie* en français).

2. Les chiffres 1 à 4 reflètent les expressions qualitatives suivantes :
   1 = pas du tout ; 2 = peu ; 3 = assez ; 4 = tout à fait

3. L'analyse regroupe les données en séparant les questionnaires venant d'Italie (eux-mêmes divisés entre étudiants et enseignants en exercice) de ceux venant d'Espagne, comparés aux premiers.

4. Dans certains cas, les graphiques de données relatifs aux participants italiens regroupent les étudiants et enseignants en exercice ; dans d'autres, nous avons préféré les distinguer.

5. Les données ont été reproduites sous forme graphique, à la suite de quoi une analyse qualitative a été effectuée à l'occasion d'une réunion des enquêteurs pour discuter des différentes perspectives.

Nous analysons ici les réponses obtenues à chacune des questions:

4.1. Question 1 :

Quels mots te viennent à l'esprit en pensant à la géométrie ?

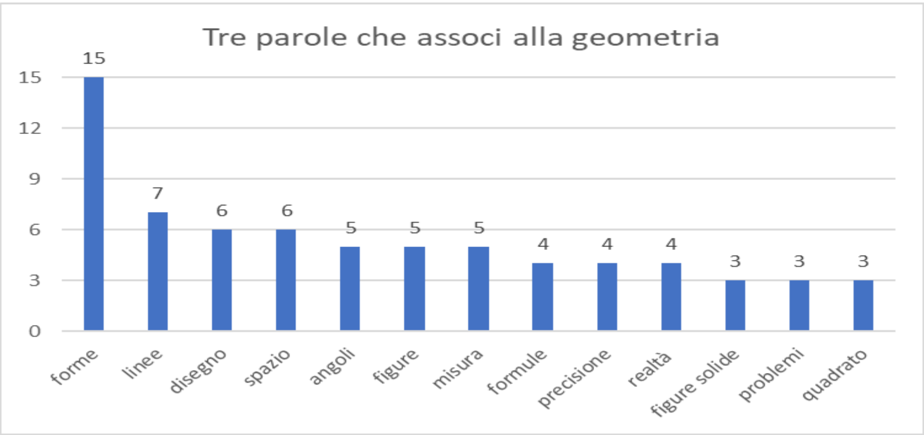
Chez les enseignants italiens, les termes suivants ne sont cités qu'une fois:

Art, carte, cartes, cercle, concret, couleurs, crayon, découverte, défi, Égyptiens, empreintes, entités géométriques, environnements, évolution, fascinant, figures géométriques, figures planes, gratte-ciel, harmonie, instruments, jardin de fontaines, jeu de polygones, ligne droite, le monde dans lequel nous vivons, objets, observation, perception, perfection, plan cartésien, polygones, Pythagore, raisonnement, règles, relation, symétrie, terre, trottoirs

Les termes ci-après apparaissent deux fois :

Abstraction, bâtiments, centimètres, construction, créativité, difficulté, intuition, point, théorèmes, triangles

Les termes mentionnés plus de deux fois sont repris dans le graphique suivant, de même que le nombre de fois où ils ont été cités:



Formes, lignes, conception, espace, angles, figures, mesure, formules, précision, réalité, figures solides, problèmes, carré

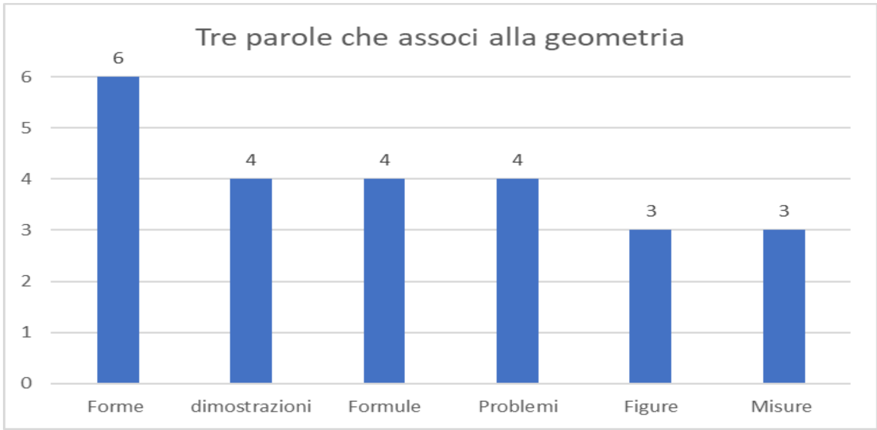
Figure 76: Réponses des enseignants italiens en exercice à la question 1

Dans le cas des étudiants italiens, les mots qui n'apparaissent qu'une seule fois sont les suivants:

Angles, aires, comparaison, complexité, conception, continuité, corollaire, difficile, ennuyeux, fascinant, imagination, intéressant, intuition, mystérieux, nature, plan cartésien, représentation, solution, théorème, théorème de Pythagore, vie quotidienne

Seul un terme a été mentionné deux fois : *Segments*

Les termes mentionnés plus de deux fois sont repris dans le graphique suivant, de même que le nombre de fois où ils ont été cités:



Trois mots associés à la géométrie
Formes, démonstrations, formules, problèmes, figures, mesures

Figure 77: Réponses des étudiants italiens à la question 1

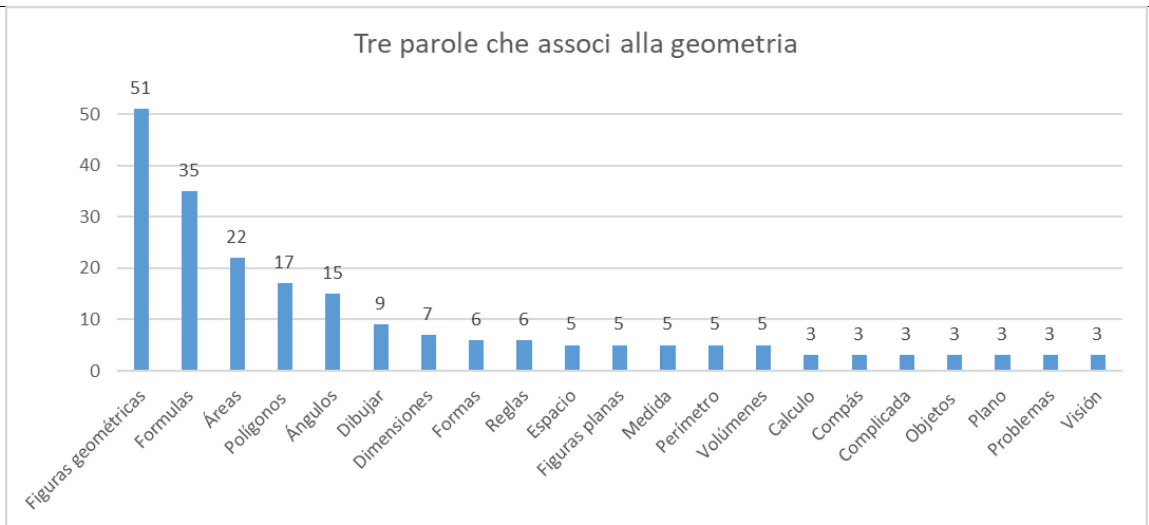
Les étudiants espagnols n'ont quant à eux cité les mots suivants qu'une seule fois en réponse à la question 1 :

> *Architecture, calcul de l'aire, capacité, capacité mentale, cercle, concentration, constructions, cubes, ennuyeux, équations, exercices plus mécaniques*[14]*, figures tridimensionnelles, Geogebra, harmonie, intéressant, longueur, manipulateur, orientation et perspective dans l'espace, pas aussi simple que ça en a l'air, polyèdres, précision, profondeur, projections/perspectives, propriétés, radio, rapporteur, rapports entre les figures, représentation, segment, symétrie*

Les termes suivants ont été mentionnés à deux reprises :

> *Abstraction, aires, carré, côtés, droites, équerre, nombres, perspective, Pythagore, polycubes, prismes*

Ceux qui sont cités plus de deux fois figurent dans le graphique suivant:



14 (expérience personnelle, construction d'une image stéréotypée)

Légende

Terme en espagnol	Traduction	Terme en espagnol	Traduction
Figuras geométricas	figures géométriques	Medidas	Mesures
Fórmulas	Formules	Perimetro	Périmètre
Áreas	Aires	Volúmenes	Volumes
Polígonos	Poygones	Cálculo	Calcul
Ángulos	Angles	Compás	Compas
Dibujar	Dissiner	Complicada	Compliqué
Dimensiones	Dimensions	Objetos	Objets
Formas	Formes	Plano	Plane
Reglas	Règles	Problemas	Problèmes
Espacio	Espace	Visión	Voir
Figuras planas	Figures planes		

Figure 78: Termes cités plus de deux fois par les participants espagnols (question 1)

Nous avons effectué quelques comparaisons entre les réponses données par les Italiens et par les Espagnols après analyse qualitative de ces données. Il ressort clairement que l'aspect humain associé aux mathématiques mis en évidence, quoique partiellement, par les questionnaires des Italiens, est quasi absent des questionnaires soumis aux étudiants espagnols.

4.2. Question 2 :

Géométrie ou arithmétique ? Que préfères-tu ?

Nous souhaitions ici créer trois graphiques : un premier portant sur l'ensemble des participants italiens, un deuxième consacré aux enseignants italiens en exercice et un troisième aux étudiants italiens. Il est intéressant de constater que le résultat du premier graphique ne permet pas de prévoir ce qui apparaît dans les deux autres.

La plupart des étudiants italiens ont répondu « arithmétique », plus encore que les étudiants espagnols (75 % contre 60,7 %, respectivement). For the Italian students the answer is principally *arithmetic*, in an even greater proportion (75%) than with the Spanish students (60.7%).

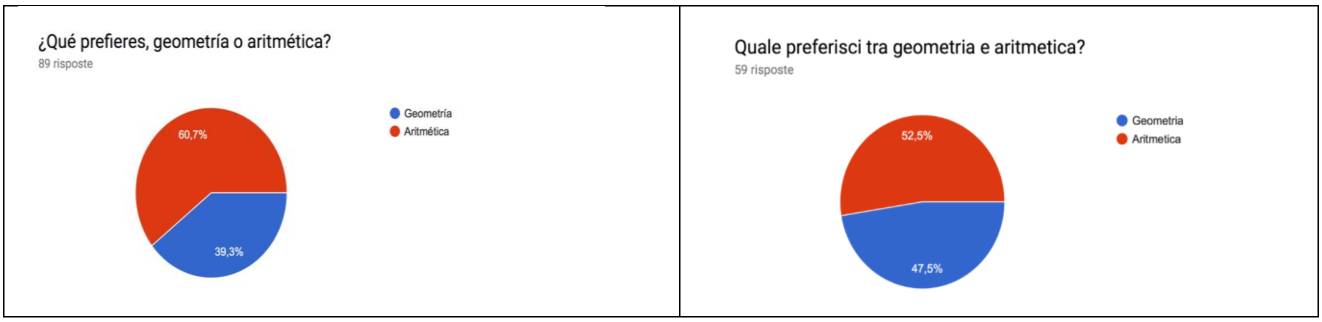


Figure 79: Réponses des participants espagnols et italiens (tous participants confondus) à la question 2

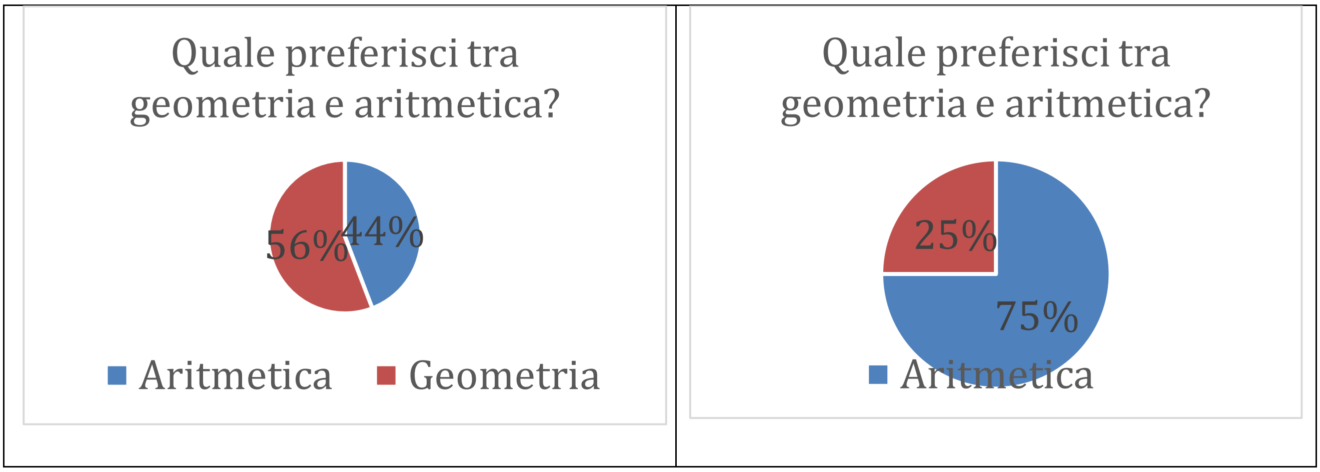


Figure 80: Réponses des enseignants italiens en exercice et des étudiants italiens à la question 2

4.3. Question 3 :

Par quelle géométrie démarrer ? D'abord les solides ou les figures planes ?

Dans ce cas de figure, il n'existe pas de différence entre les données analysées séparément (enseignants d'une part et étudiants d'autre part) et les données relatives à l'ensemble des participants italiens. De plus, comme le montrent les graphiques, près de la moitié des participants pense d'une façon et l'autre moitié pense son contraire. Le contraste entre ces réponses et celles des étudiants espagnols, qui choisissent en grande majorité de commencer par la géométrie plane, est saisissant.

Figure 81: Réponses des participants italiens et espagnols à la question 3

Question 4 :

Attribuez une valeur entre 1 et 4 aux activités géométriques suivantes.

Dans le cas des participants italiens, comme le montrent les graphiques suivants, les activités les mieux notées – note de 4 pour 80 % de l'échantillon – sont les suivantes : *travailler avec les mains, dessiner, observer* et *comparer*. Les activités les moins bien cotées sont : *mémoriser* et *connaître des formules,* auxquelles seuls 23,7 % et 27,1 % des participants respectivement ont attribué une note de 4.

Nous présentons dans un premier temps le graphique correspondant aux notes attribuées à chaque activité par les Italiens, puis celui correspondant aux notes attribuées par les Espagnols, pour qui, de façon surprenante, seules les activités *travailler avec les mains* et *comparer* ont obtenu une note de 4 dans 50 % des cas.

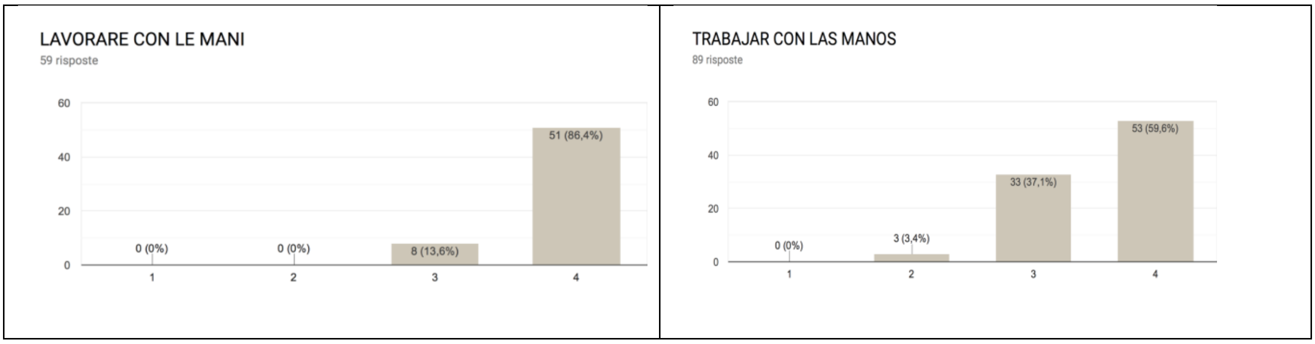


Figure 82: Réponses des participants italiens et espagnols à la question 4a

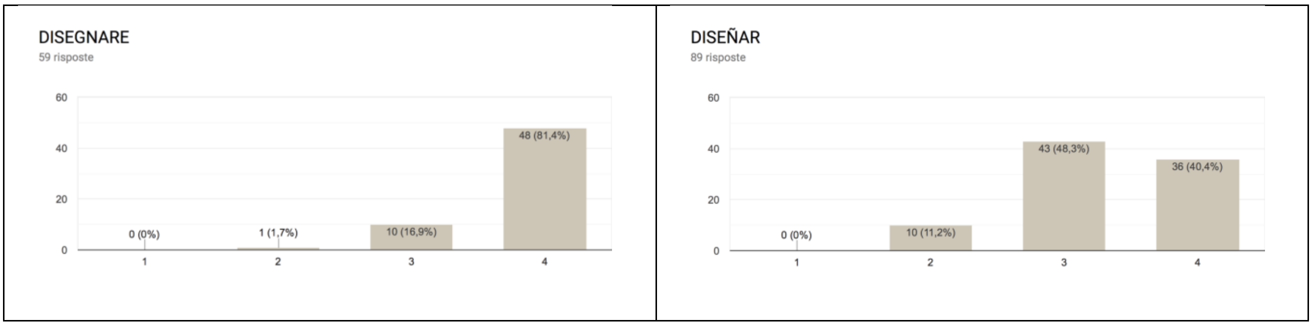


Figure 83: Réponses des participants italiens et espagnols à la question 4b

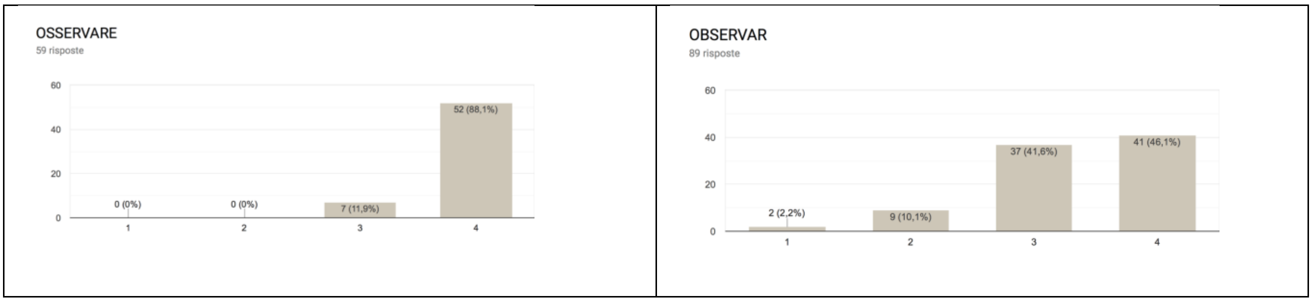


Figure 84: Réponses des participants italiens et espagnols à la question 4c

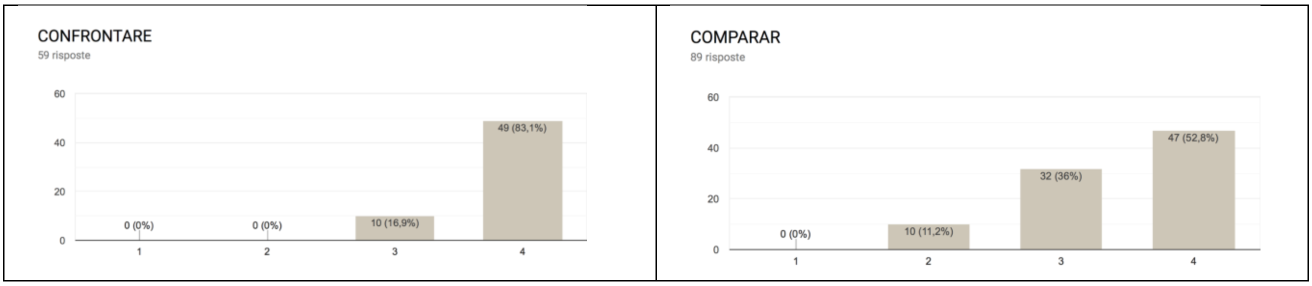


Figure 85: Réponses des participants italiens et espagnols à la question 4d

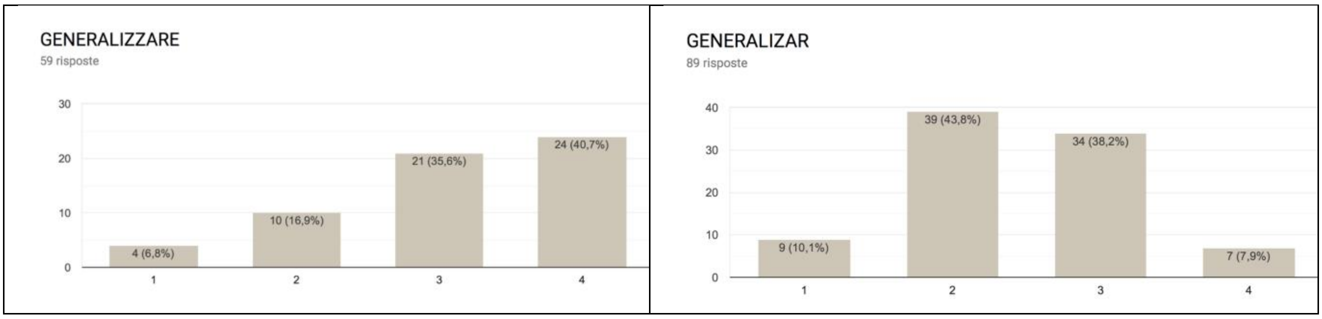


Figure 86: Réponses des participants italiens et espagnols à la question 4e

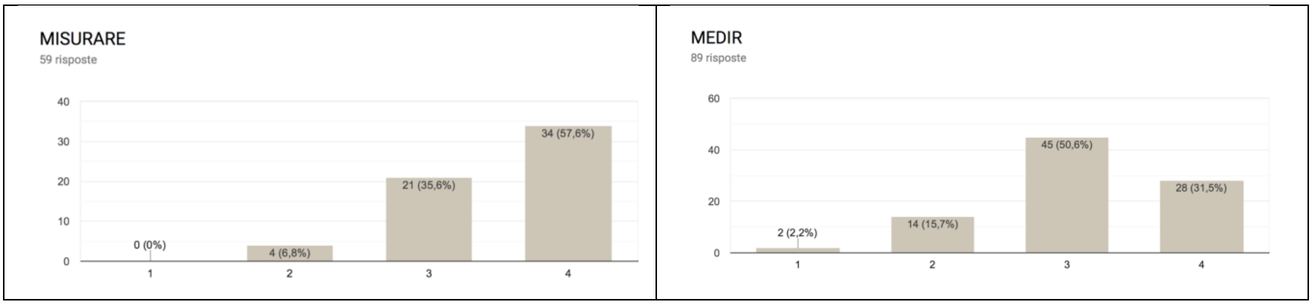


Figure 87: Réponses des participants italiens et espagnols à la question 4f

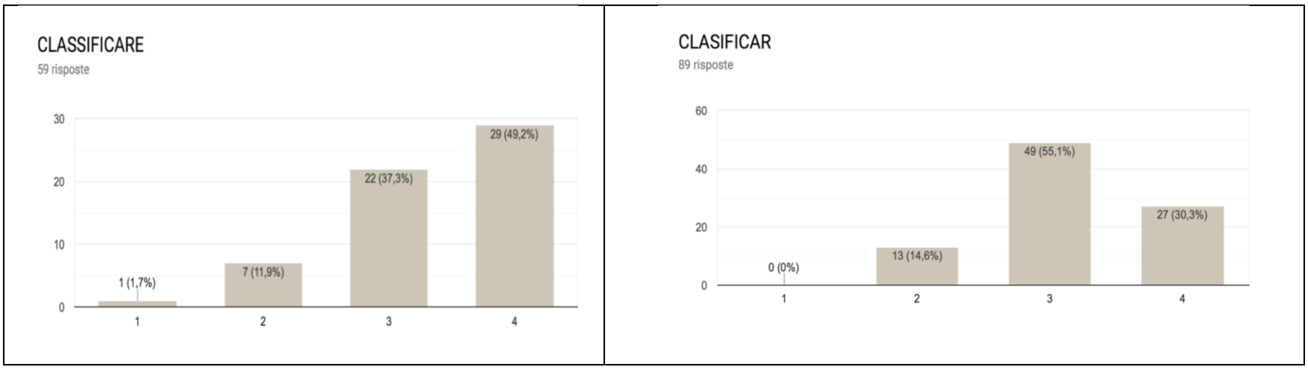


Figure 88: Réponses des participants italiens et espagnols à la question 4g

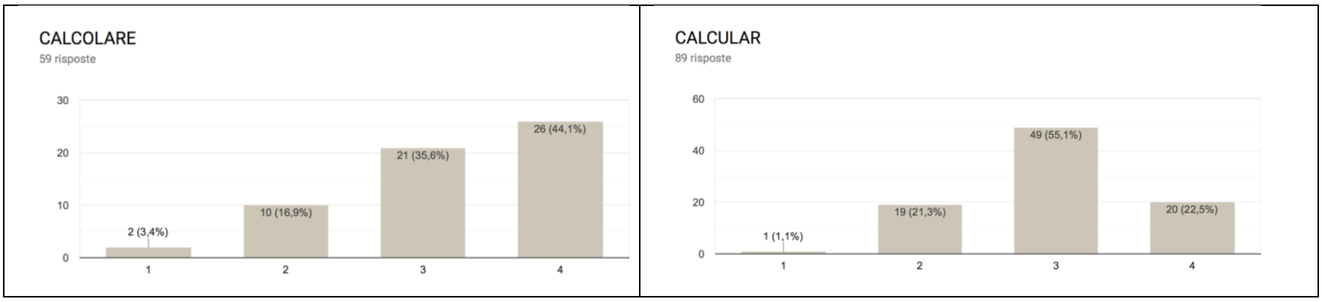


Figure 89: Réponses des participants italiens et espagnols à la question 4h

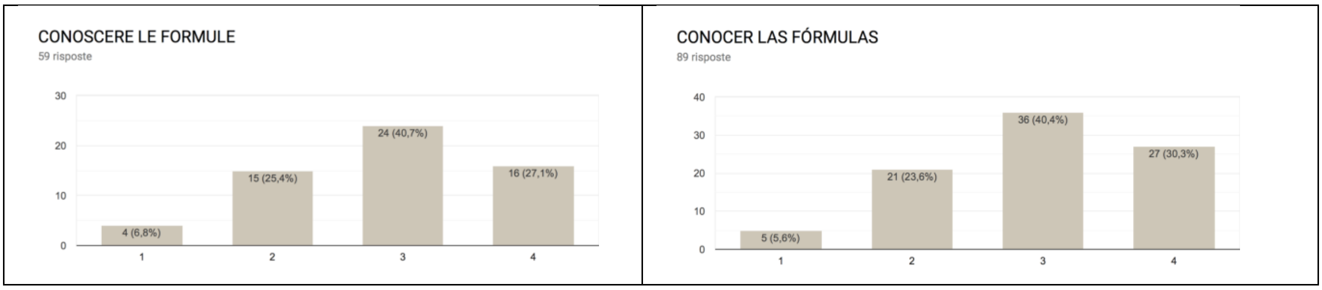


Figure 90: Réponses des participants italiens et espagnols à la question 4i

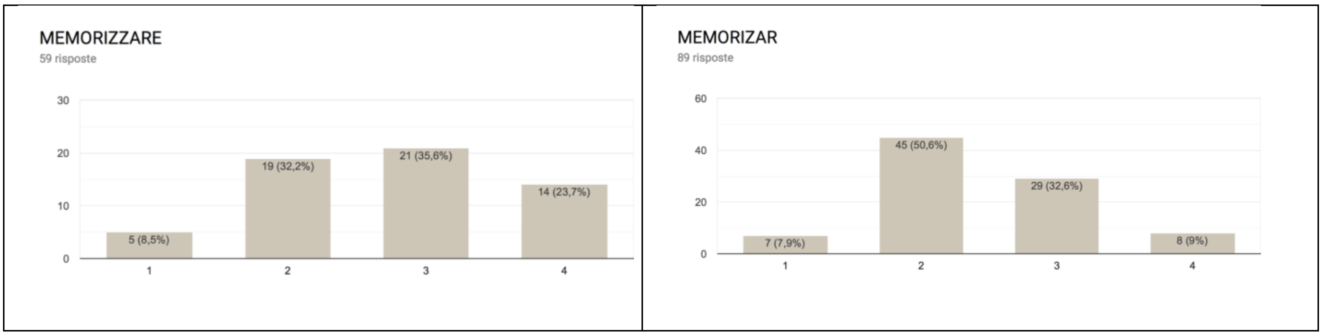


Figure 91: Réponses des participants italiens et espagnols à la question 4j

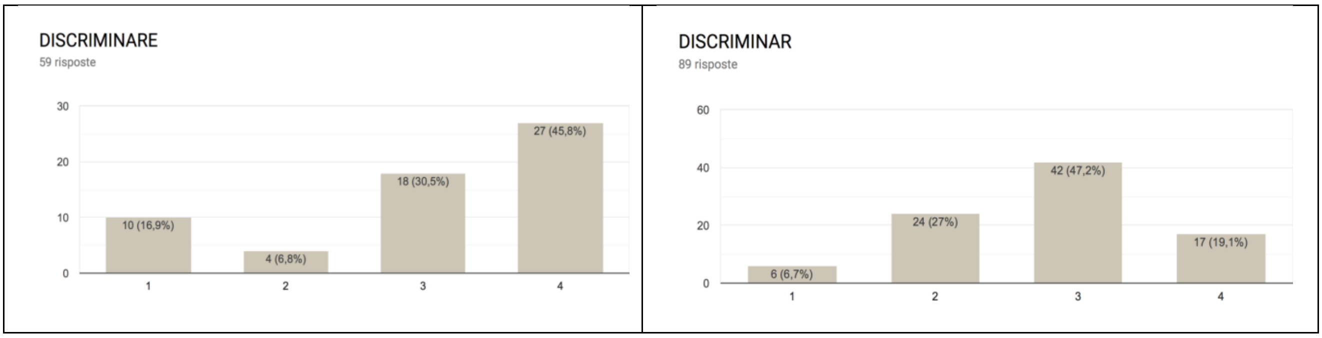


Figure 92: Réponses des participants italiens et espagnols à la question 4k

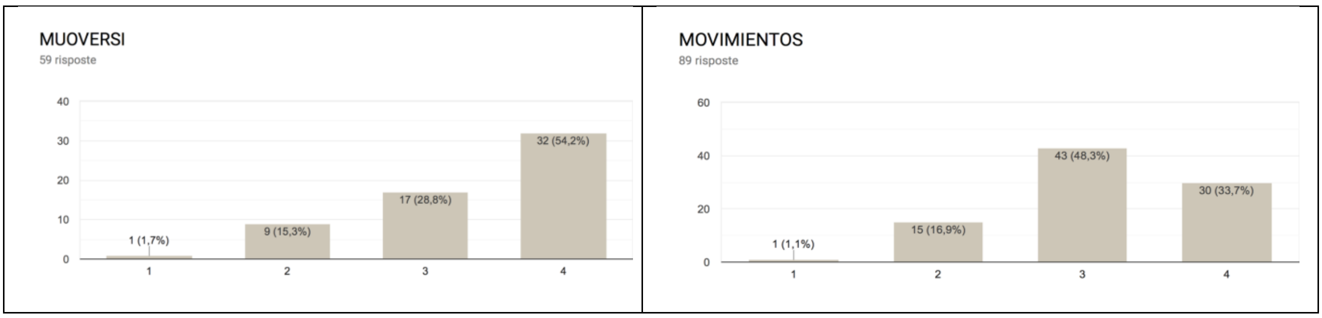


Figure 93: Réponses des participants italiens et espagnols à la question 4l

Question 5 :

Attribuez une valeur entre 1 et 4 aux sujets suivants.

Nous recueillons, thème par thème, l'opinion des participants italiens (enseignants et étudiants confondus), puis celle des participants espagnols.

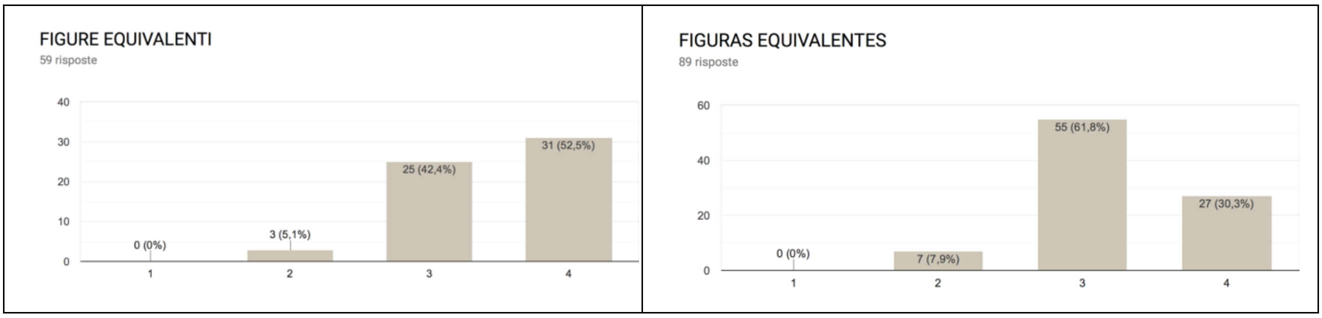


Figure 94: Réponses des participants italiens et espagnols à la question 5a

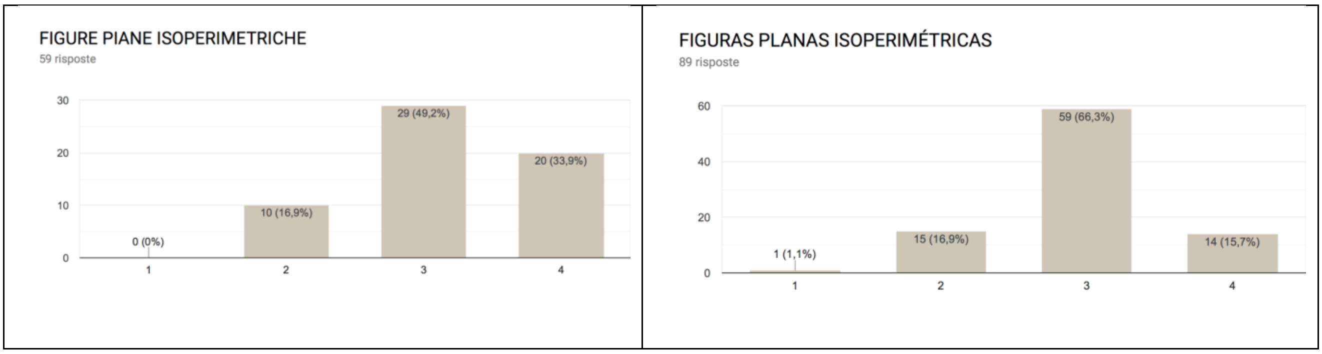


Figure 95: Réponses des participants italiens et espagnols à la question 5b

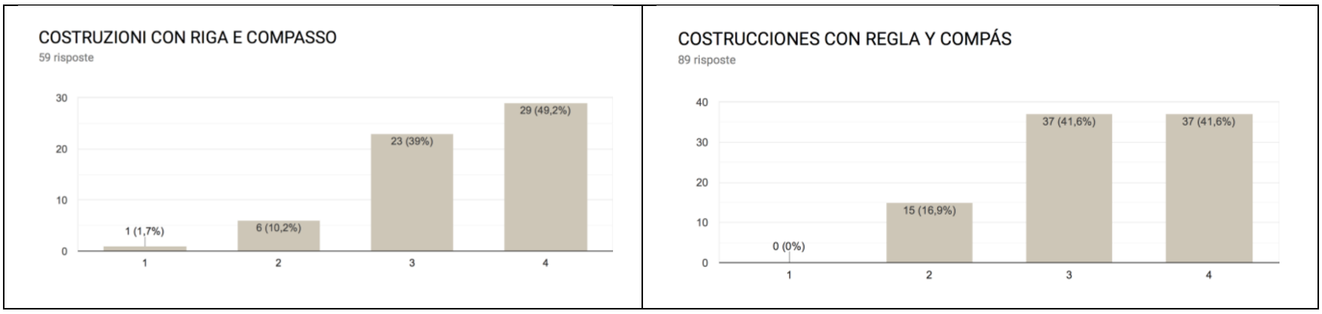


Figure 96: Réponses des participants italiens et espagnols à la question 5c

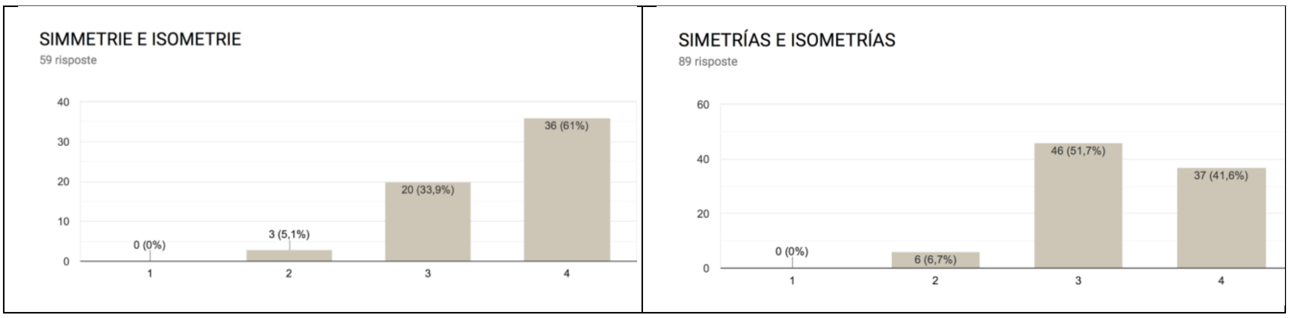


Figure 97: Réponses des participants italiens et espagnols à la question 5d

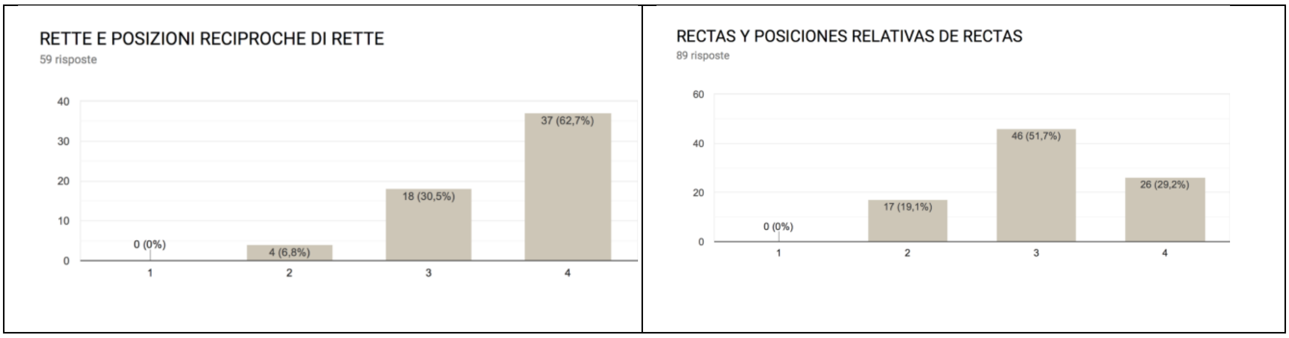


Figure 98: Réponses des participants italiens et espagnols à la question 5e

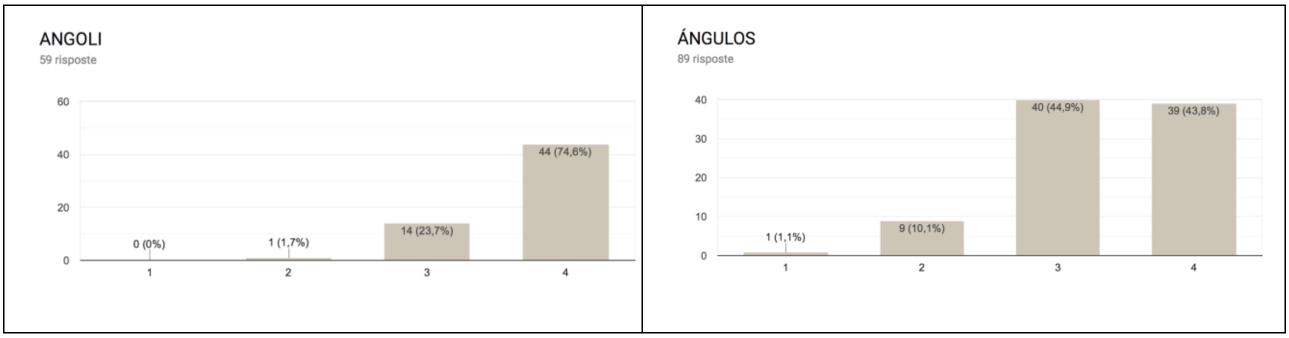


Figure 99: Réponses des participants italiens et espagnols à la question 5f

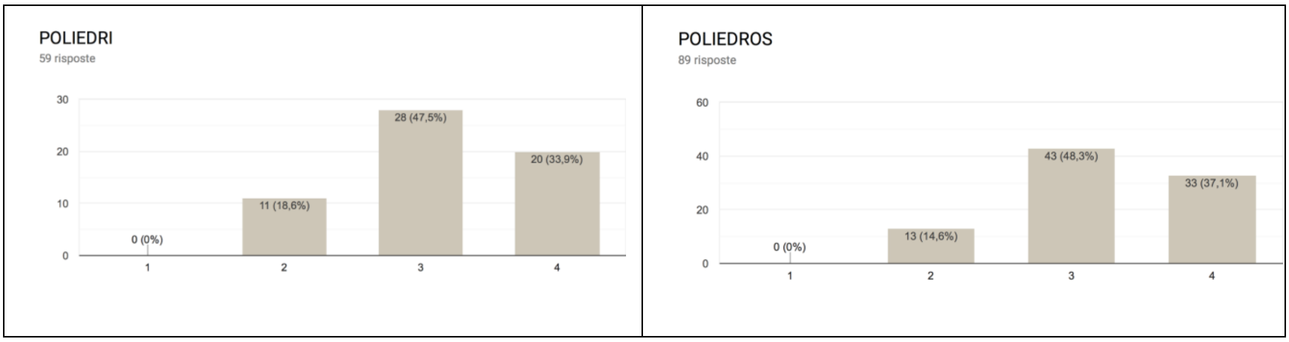


Figure 100: Réponses des participants italiens et espagnols à la question 5g

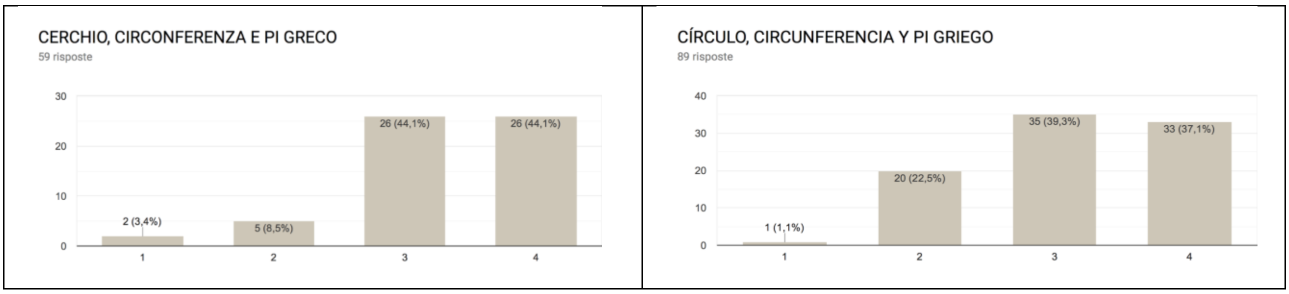


Figure 101: Réponses des participants italiens et espagnols à la question 5h

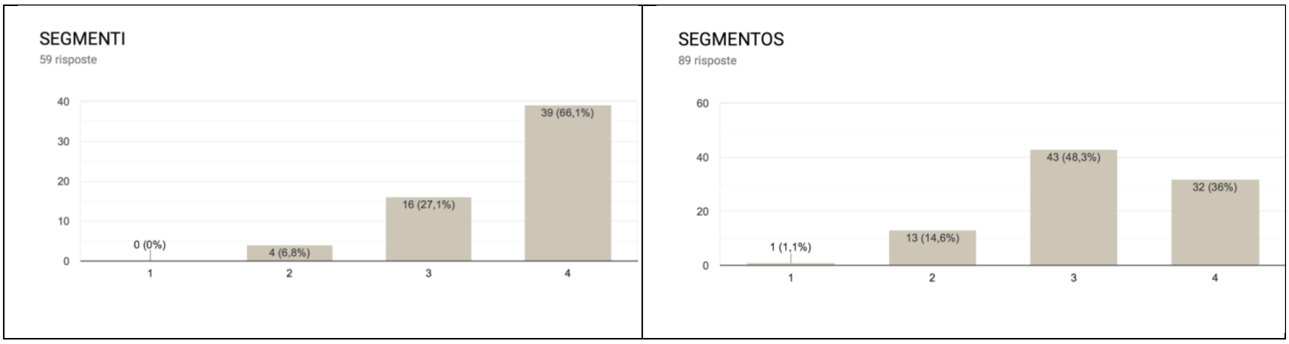


Figure 102: Réponses des participants italiens et espagnols à la question 5i

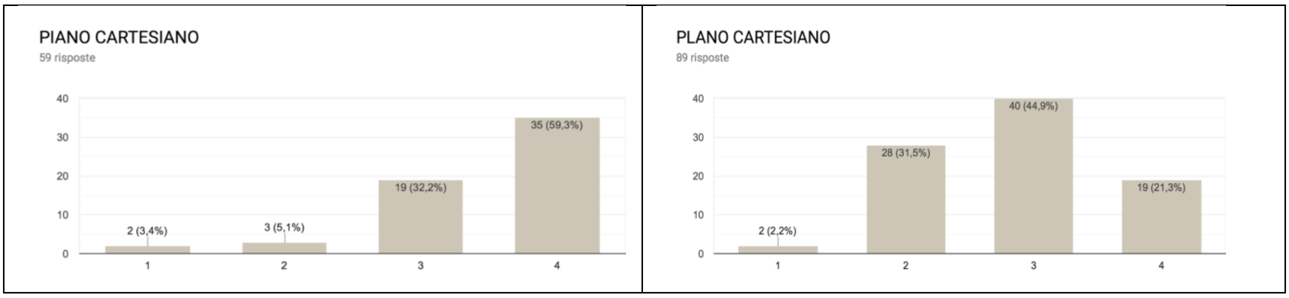


Figure 103: Réponses des participants italiens et espagnols à la question 5j

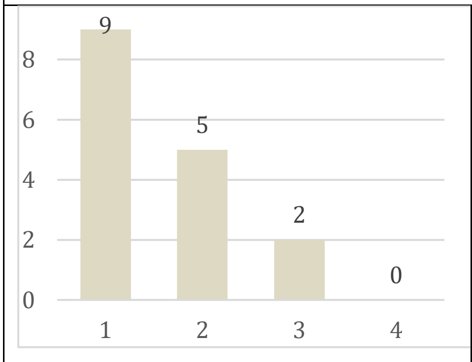
Les thèmes les plus valorisés, avec une valeur de 4 attribuée par plus de 60 % de l'échantillon italien, sont les suivants : *symétries et isométries, droites et positions réciproques de droites, angles* et *segments*.

Les seuls thèmes coïncidant avec ceux choisis par les participants espagnols avec un pourcentage supérieur à 40 % (mais inférieur à 50 %) sont : *constructions à la règle et au compas, angles* et *symétries et isométries*. Les *segments* (36 %, contre 66 % pour les Italiens) et les *droites et positions réciproques de droites* (29 %, contre 63 % des Italiens) sont peu appréciés des Espagnols.

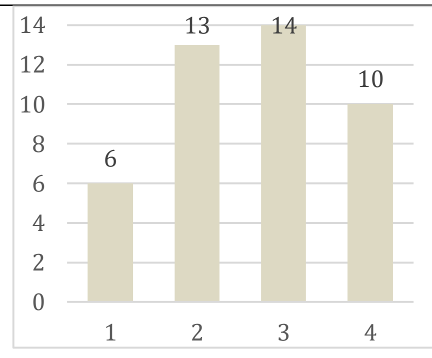
4.6. Question 6 : *Attribuez une valeur entre 1 et 4 aux phrases suivantes :*
a) Avec les enfants d'école maternelle, il faut s'attarder sur la distinction entre carré, triangle et disque.
b) On peut enseigner à l'école élémentaire des concepts tel que la tangente à une courbe.

En ce qui concerne la première affirmation, il est intéressant d'observer séparément les données des enseignants en exercice et celles des étudiants italiens. L'on constate par exemple que les étudiants comprennent bien l'absence de pertinence didactique de la distinction entre carré, triangle et disque, alors que l'opinion des enseignants en exercice semble beaucoup moins tranchée. Chez les Espagnols, près de 90 % des participants sont d'accord (valeur de 3 ou 4) avec cette affirmation. En ce qui concerne la seconde affirmation, plus de 56 % des participants espagnols sont d'accord, à l'instar des Italiens, qui affichent toutefois des différences entre les enseignants et les étudiants.

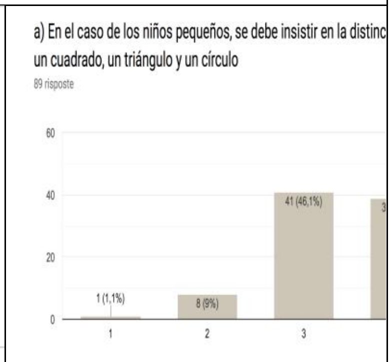
Avec les enfants d'école maternelle, il faut s'attarder sur la distinction entre carré, triangle et disque



Étudiants italiens

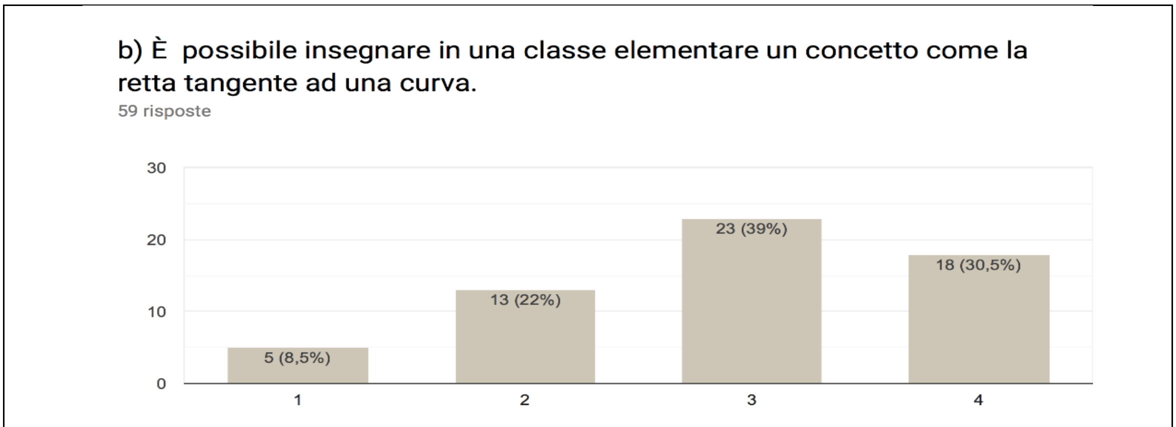


Enseignants italiens en exercice



Participants espagnols

Figure 104: Réponses des participants italiens et espagnols à la question 6ª



On peut enseigner à l'école élémentaire des concepts tel que la tangente à une courbe.

Figure 105: Réponses des participants italiens à la question 6b

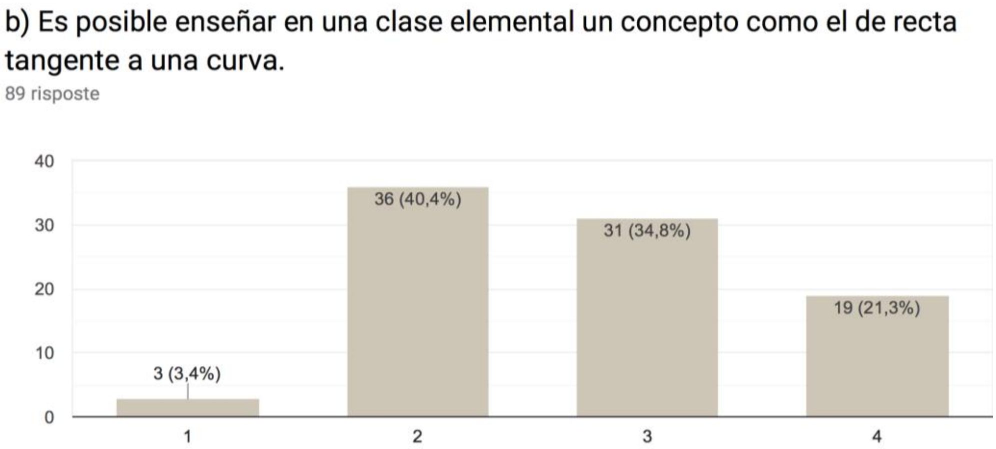
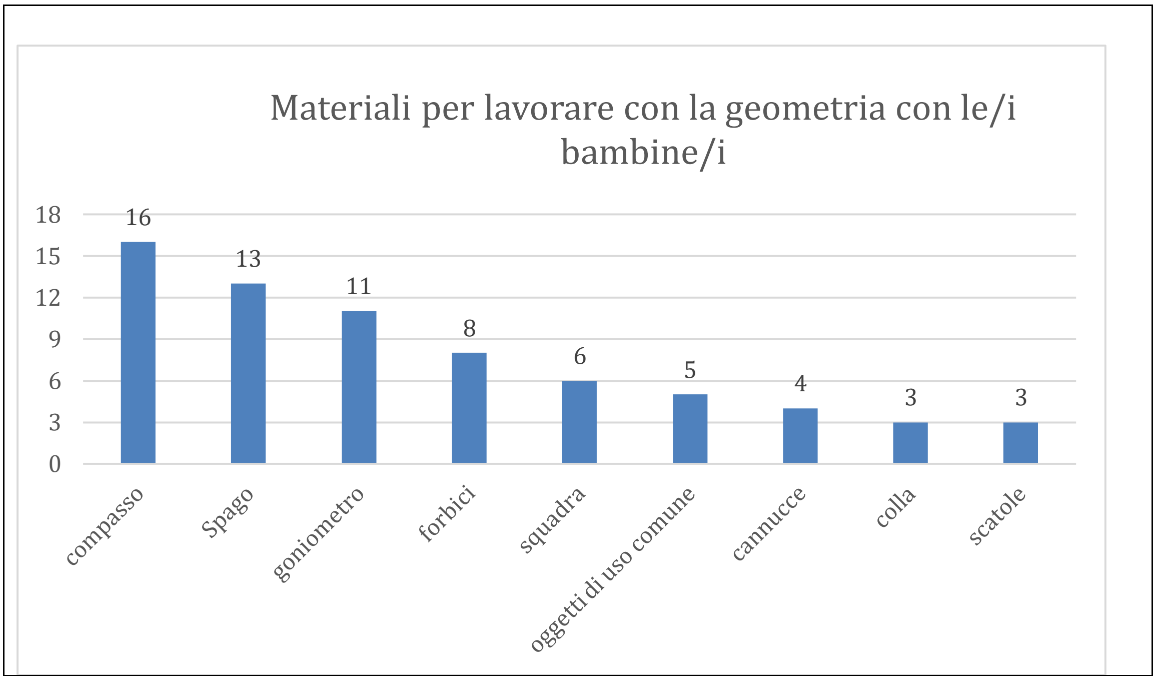


Figure 106: Réponses des participants espagnols à la question 6b

4.7 Question 7 :

Papier, stylo, crayon, règle non graduée ou règle graduée sont des outils essentiels pour faire de la géométrie avec des enfants. Indiquez au moins deux autres outils qui seraient aussi nécessaires.

Nous avons préféré ici séparer les réponses données par les enseignants et celles données par les étudiants. Parmi les enseignants italiens, 42 % ne nomment que deux objets et 58 % en nomment trois. Le graphique suivant présente les objets mentionnés plus de deux fois ainsi que le nombre de fois où ils ont été nommés par les participants italiens:



compas – ficelle – rapporteur – ciseaux – équerre – objets d'usage courant – paille – colle – boîtes

Figure 107: Réponses des enseignants italiens en exercice à la question 8

Les termes qui n'ont été mentionnés qu'une fois sont les suivants :

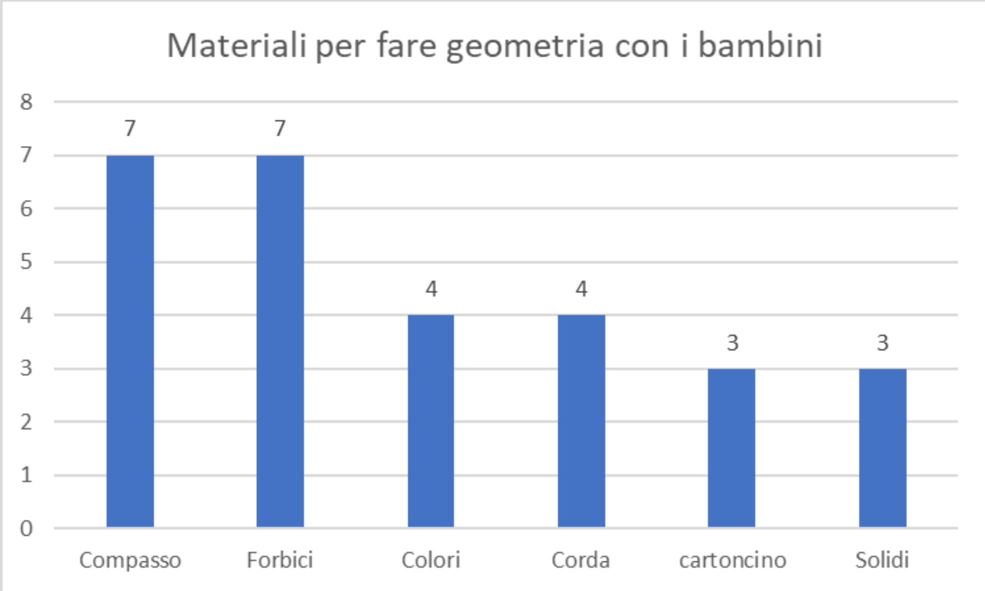
> *Blocs logiques, clous, pièces de Lego, argile, cubes en bois, reliures en laiton, fils de fer, feuilles de papier, formes géométriques, cordes et autres objets de gymnastique, tableau géométrique, craie, matériel de tessellation, ruban adhésif, terre, solides, cure-dents*

Les mots *carton, corps, ruban élastique, livre, mains, origami, cahier, Tangram* ont quant à eux été cités deux fois.

Parmi les étudiants italiens, 63 % ont nommé trois objets et 37 % n'en ont nommés que deux. Les objets nommés qu'une seule fois sont les suivants : *tiges, papier de soie, plan de ville, éléments de la vie quotidienne, relieurs, tout objet géométrique, règles, contes ou histoires sur la géométrie.*

Seuls les *formes géométriques* et le *rapporteur* ont été cités deux fois.

Les termes mentionnés à plus de deux reprises par les étudiants italiens figurent dans le graphique suivant : *compas, ciseaux, couleurs, ficelle, carton, solides.*

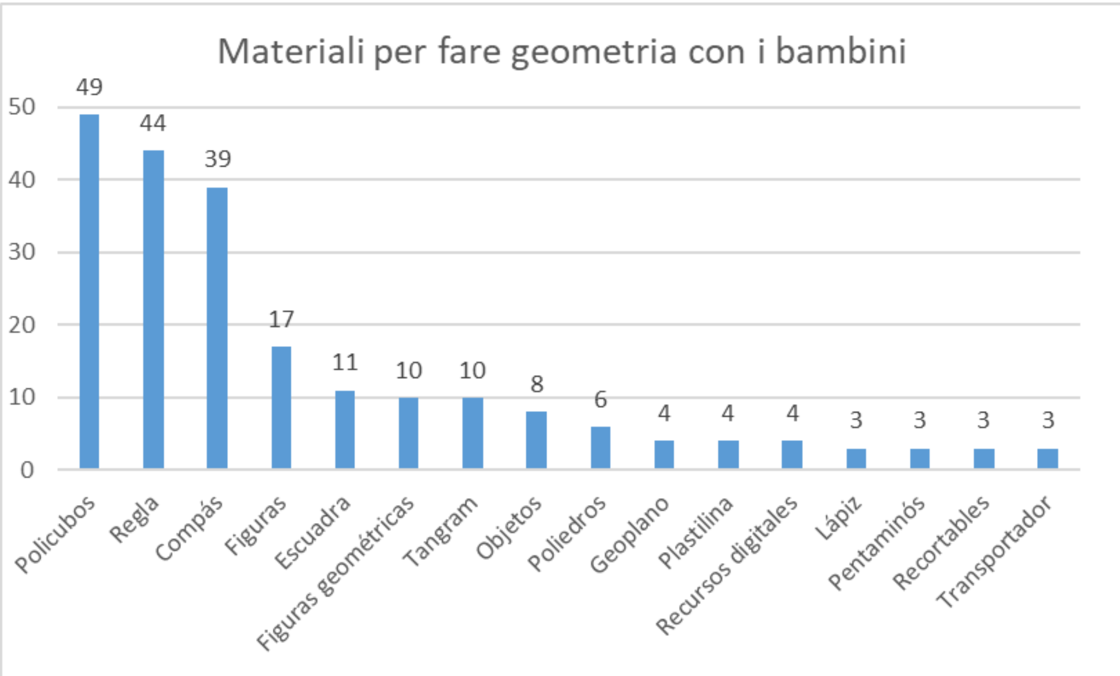


Outils permettant de travailler la géométrie avec les enfants

Compas – ciseaux – couleurs – ficelle – carton – solides

Figure 108: Réponses des étudiants italiens à la question 8

Les objets cités plus de deux fois par les étudiants espagnols figurent dans le graphique suivant:



Outils permettant de travailler la géométrie avec les enfants

Figure 109: Réponses des participants espagnols à la question 8

Légende

Terme en espagnol	Traduction	Terme en espagnol	Traduction
Policubos	Poycubes	Poliedros	Polyèdres
Regla	Régner	Geoplano	Géoplane
Compás	Compas	Plastilina	Argile
Figuras	Figures	Recursos digitales	Ressources digitals
Escuadras	carrés	Lápiz	Crayon
Figuras geométricas	Figures géométriques	Pentaminos	Pentaminos
Tangram	Tangram	Recortables	Découpages
Objetos	Objects	Transportador	Transporteur

Les outils mentionnés une seule fois sont les suivants :

> *Argile, blocs en plastique (font probablement référence aux blocs logiques), boîtes, calculatrice, polycubes, environnement visuel, fiches de révision, feuilles de papier, feuilles quadrillées, feuilles de différents matériaux mobiles et modifiables, crayon, lignes et angles, matériaux de manipulation, matériaux de différentes formes, matériel de dessin, moules et pâte à modeler, tubes organiques, bâtons, jeu Pentaminos, pièces, peintures pour différencier les pièces, patrons en papier avec dessins, prismes en bois, puzzles, règle, tableau de calcul, différentes tailles, Tetris, différentes textures, grille isométrique, baguettes pliantes, vidéos interactives*

Les termes suivants ont quant à eux été cités deux fois :

> *Cubes, ficelle, corps géométriques, jeux, matériel de manipulation, tableau noir et rapporteur.*

5. Conclusions : observations, réflexions et axes d'amélioration

Nous pouvons conclure de l'analyse qualitative des réponses que les mathématiques en général, et la géométrie en particulier, sont liées, pour certains enseignants et étudiants, à leurs propres expériences de vie, et évoquent ainsi un souvenir « positif » du passé. Pour d'autres, en revanche, elles représentent une occasion ratée de véritablement se confronter à cette matière.

Il ressort notamment des réponses à la première question que les termes supposant un rapport plus personnel avec la géométrie (fascinant, défi, découverte, difficile, ennuyeux) ne sont mentionnés qu'une fois, ce qui suggère que l'expérience de chaque personne vis-à-vis des mathématiques est unique.

L'aspect humain lié aux mathématiques mis en évidence, quoique partiellement, par les participants italiens, est quasiment inexistant chez les Espagnols (voir notamment les réponses aux questions 1 et 4). Les activités telles que le travail avec les mains, le dessin et le mouvement, auxquelles les étudiants et enseignants italiens de l'échantillon étudié donnent une importance particulière, ne sont pas spécialement valorisées par les participants espagnols. Il est cependant curieux de constater que les participants italiens accordent plus d'importance que les participants espagnols à certains aspects comme la mémorisation et la discrimination.

L'analyse des résultats montre la nécessité pour les enseignants d'offrir une conception plus humaine des mathématiques, allant au-delà des seules connaissances de définitions et procédures. Par exemple, les participants signalent, en réponse à la question 4, l'importance des formules et de la mémorisation dans les activités liées à la géométrie, ce qui fait penser à une vision statique et instructive de la discipline. Le poids important attribué par les participants italiens au mouvement, toujours dans la question 4, témoigne toutefois d'une ouverture à d'autres façons d'aborder les mathématiques.

Les résultats de l'analyse nous incitent à concevoir un atelier de mathématiques destiné aux enseignants en formation initiale et continue, qui leur apporte une conception dynamique et humaine de la géométrie, se traduisant par des activités faisant appel à l'observation, à l'expérimentation et à la construction.

Conclusions

Comme nous l'avons vu dans l'analyse des données recueillies en réponse aux questionnaires, l'expérience des participants en matière de mathématiques à l'école est étroitement liée à leurs croyances sur la nature des mathématiques et sur la manière dont elles pourraient être enseignées à l'école.

L'étude conclut que lorsque les professeur des écoles, futurs ou expérimentés, ont appris les mathématiques comme un ensemble rigide de concepts et de procédures prêts à l'emploi, ils se sentent incapables de les modifier, de les adapter pour des élèves de l'école primaire et, bien souvent, de les aider à les comprendre. Cette vision des mathématiques se retrouve chez une grande partie des étudiants universitaires espagnols, qui associent les mathématiques principalement à des tâches et des problèmes arithmétiques. Bien qu'ils apprécient la nécessité d'enseigner la géométrie à l'école, ils ne sont pas très à l'aise pour travailler avec des techniques géométriques, probablement parce que leur formation s'est réduite à la classification de figures planes et à l'utilisation de formules de calcul d'aires et de volumes.

Dans ces conditions, il est naturel que ces participants n'accordent pas trop de valeur à l'utilisation de l'histoire des mathématiques et du récit dans l'enseignement, puisqu'ils ont connu à l'école des mathématiques totalement détachées du contexte humain dans lequel elles sont apparues, ainsi que de l'évolution qu'elles ont connue au cours de l'histoire. Cela pourrait également être la raison pour laquelle les étudiants espagnols ont une vision plus rigide des mathématiques que le reste des participants, une vision qui considère également que le principal objectif de l'apprentissage des mathématiques est leur utilité, tant pour l'avenir académique que professionnel des étudiants.

On trouve un profil différent chez les participants italiens. Dans ce cas, la proportion d'enseignants en exercice est plus élevée que dans le cas des participants espagnols et français. Ce sont d'ailleurs des enseignants qui participent régulièrement aux stages de formation continue proposés par l'association ToKalon, dans lesquelles une vision plus dynamique des mathématiques est proposée. Cette vision accorde une grande importance à la géométrie, une géométrie dans laquelle les activités telles que le travail avec les mains, le dessin ou le déplacement sont particulièrement valorisées. Les participants italiens ont une certaine connaissance de l'histoire de la discipline, ce qui leur permet de relier le contenu mathématique au processus de son émergence et de son évolution historique, y compris la manière dont le développement de la discipline est lié aux activités humaines dans différentes civilisations. Ils sont attachés aux activités qui permettent la recherche et la découverte, même lorsqu'ils pensent à l'utilisation de la calculatrice à l'école, bien qu'ils valorisent également des aspects de l'apprentissage tels que la mémorisation ou l'introduction précoce des algorithmes à l'école.

Enfin, le profil des participants français est un mélange d'une vision dynamique des mathématiques avec un accent sur les tâches liées à la persévérance et à la mémoire. Lorsqu'ils parlent de géométrie, ils incluent des aspects tels que la logique déductive et, lorsqu'ils font référence aux algorithmes des opérations élémentaires, ils attachent de l'importance à l'effort et à la répétition pour les apprendre, ainsi qu'à la pratique du calcul mental. Dans ce cas, plus que la rapidité de calcul que cette pratique peut apporter, les participants considèrent que l'entraînement fourni par la procédure elle-même est important pour les tâches de calcul et d'estimation.

Il semble raisonnable de penser que ces différences dans les profils des participants sont dues aux différents styles de formation qu'ils ont reçus. Cependant, malgré leurs expériences différentes en tant qu'élèves, l'analyse des réponses des participants révèle un désir commun à tous de trouver de nouvelles façons de travailler avec les mathématiques à l'école. Ils expriment, par exemple, le souhait que les enfants comprennent la dynamique sous-jacente aux algorithmes et se familiarisent avec les nombres et leurs propriétés, tout en considérant les problèmes arithmétiques comme une occasion pour les élèves d'apprendre à avoir confiance en leurs propres capacités et d'apprendreà dialoguer en utilisant le langage mathématique et l'argumentation. Ils sont attachés à des formes d'enseignement qui donnent un sens à la discipline, qui rassemblent différents domaines des mathématiques et qui relient également les aspects techniques aux aspects plus humains et personnels de la discipline.

En même temps, l'analyse des réponses aux questionnaires confirme le manque de connaissances et de ressources de la plupart des participants pour rendre cette forme d'enseignement efficace en classe. Nous pensons donc que les thèmes choisis pour la conception des ateliers du projet ANFoMAM sont pertinents et nécessaires, tout comme les objectifs poursuivis. Plus précisément:

- Promouvoir une vision des algorithmes arithmétiques axée sur la compréhension des opérations et des structures numériques.
- Travailler sur les techniques de résolution de problèmes arithmétiques en mettant l'accent sur la compréhension et la représentation des situations dans lesquelles ils sont générés.
- Proposer des activités qui mettent en évidence l'imbrication de l'arithmétique et de la géométrie, tant dans leur nature que dans la manière dont elles sont enseignées à l'école.
- Concevoir des activités pour travailler le calcul mental et l'utilisation appropriée de la calculatrice.
- Promouvoir une vision dynamique des mathématiques par la connaissance de leur évolution historique.
- Travaillez sur les aspects de la géométrie qui sont les plus proches de l'activité humaine, comme l'observation, la construction et le mouvement.

En même temps, nous notons la nécessité de définir et de préciser le "format d'atelier" dans lequel se dérouleront les activités que nous proposons de concevoir. Ce format devrait permettre aux participants de vivre de nouvelles expériences avec les mathématiques. Il ne s'agit pas seulement d'acquérir une nouvelle vision de la nature de la discipline, d'approfondir différents aspects du sujet ou de connaître les ressources pour l'enseigner. Notre objectif, beaucoup plus ambitieux, est que les participants à l'atelier soient en mesure d'aborder le sujet d'une manière nouvelle, pour qu'ils aient confiance en leur propre pratique professionnelle et qu'ils puissent croire que les enfants peuvent grandir et se développer en tant que personnes aussi grâce aux mathématiques. Tels sont les défis que nous avons voulu relever pour concevoir et mettre en œuvre les ateliers de mathématiques ANFoMAM.

Références

Assude T. (2007). Changements et résistances à propos de l'intégration des nouvelles technologies dans l'enseignement mathématique au primaire. Informations, Savoirs, Décisions et Médiations, 29, isdm.univ-tln.fr/articles /num_encours.htm

Butlen D. (2007). *Le calcul mental entre sens et technique*, Besançon : Presses universitaires de Franche-Comté.

Bruillard E. (1994). Quelques obstacles à l'usage des calculettes à l'école : une analyse, *Grand N*, 53, pp. 67-78.

Campión Arrastia, M. J., García Catalán, R., Lizasoain, I. Experto Universitario en Matemáticas: Una experiencia de formación del profesorado, in the Simposium Más allá de la alfabetización numérica: Una matemática formativa para la educación primaria. Avances en Ciencias de la Educación y del Desarrollo (Santander, 2017) ISBN 978-84-09-02097-3, 2017, pp. 642-647.

Catalán, R. G., Celi, V., Cogolludo, J. I., Gil Clemente, E., Lizasoain, I., Millán Gasca, A., Regoliosi, L., Learning from children to improve primary school teachers' math-specific education, in Dagmar Szarková, Daniela Richtáriková, Peter Letavaj (eds.), *Proceedings, 18th Conference on Applied Mathematics Aplimat 2019,* Bratislava, Slovak University of Technology in Bratislava, Publishing house Spektrum SPEKTRUM STU, 2019, pp. 190-193.

Celi V. (2017). Intending teachers' beliefs and knowledges on mental computation in French primary school: which perspectives for the learning? which needs for the teaching?, dans le Simposium Más allá de la alfabetización numérica: una matemática formativa para la Educación Primaria, 5° Congreso Internacional Educational Sciences and Development - Santander, 25-27 mai 2017.

Celi, V., De Simone, M. (2018). Le rôle des croyances dans les pratiques d'une professeure des 'ecoles à propos du calcul mental, 45e Colloque de la COPIRELEM, Blois, 12-14 juin 2018.

Celi, V., Cogolludo, J. I., García Catalán, R., Gil Clemente, E., Lizasoain, I., Millán Gasca, A., Regoliosi, L.(2020), Mathematics workshops: changing the perceptions of both in-service and prospective teachers with regard to mathematics *ICME Shangai*, 2020.

Celi, V., Cogolludo, J. I., Gil Clemente, E., Lizasoain, I., Millán Gasca, A., Moler, J. A., & Regoliosi, L. (2019). Addressing the issue of trust in elementary teachers' maths-specific education: Anfomam project. In Jarmila Novotná e Hana Moraová (Ed.), *Opportunities in Learning and Teaching Elementary Mathematics, Proceedings, International Symposium Elementary Mathematics Teaching, Prague, August 18-22, 2019 (*pp. 113–121). Prague, Czech Republic: Charles University Faculty of Education, 2019, ISBN 978-80-7603-069-5.

Charnay, R. (1993-1994). Une calculatrice pour tous dès l'école primaire … ou quelles compétences en calcul aujourd'hui ? *Grand N*, 53, pp. 59-61.

Charnay, R. (2004). Des calculatrices à l'école primaire ? Oui ? Non ? Pourquoi ? Comment ?, *Grand N*, 74, pp. 67-75.

Cnesco (2015). *Conférence de consensus "Nombres et opérations : premiers apprentissages à l'école primaire »*, Recommandations du jury.
http://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2015/11/Recommandations-du-jury.pdf

Esta conferencia tiene como objetivo vincular las preocupaciones y cuestiones de los profesionales y el público en general con las producciones científicas sobre el aprendizaje y los números y cálculos de enseñanza, por un lado. Las recomendaciones fueron redactadas por un jurado al final de la conferencia.

Donaldson, M. (1987). *Children's minds*, Glasgow, Fontana Press.

Dweck, C. S. (2006). *Mindset: The new psychology of success*. New York: Random House.

Gil Clemente, E., Millán Gasca, A. (2016). Integrating history of mathematics with foundational contents in the education of prospective elementary teachers, in L. Radford, F. Furinghetti, T. Hausberger (eds.), *Proceedings of the 2016 ICME Satellite Meeting of the International Study Group on the Relations Between the History and Pedagogy of Mathematics*, Montpellier, IREM de Montpellier, pp. 427-440.

Green T. F. (1971). *The activities of teaching*. New York: McGraw-Hill.

Guillermard R. (1995-1996). La calculatrice, quel usage « pertinent » ?, *Grand N*, 57, pp. 55-57.

Lekaus, S. (2015) Dialogues as an instrument in mathematical reasoning, in Proceedings CIAEM 67 (Aosta, Italy, July 20-24 2015) Teaching and learning mathematics. Resources and obstacles, C. Sabena, B. Di Paola eds., Quaderni di ricerca in didattica della matematica, 25, supplemento no. 2, 2015, pp. 399-404.

Lundie, D. (2016) -Authority, autonomy and automation: The irreducibility of pedagogy to information transactions. Studies in Philosophy and Education 35(3): 279-291

Margolinas, C., What mathematical knowledge does the teacher need? *La matematica e la sua didattica*, 21 (1), 2007, pp. 21-28.

MEN (2003). *Le calcul mental à l'école primaire, Documents d'accompagnement des programmes, Mathématiques, école primaire*, Scérén, CNDP, pp. 32-49.
El propósito de este texto es aclarar el lugar y el papel del cálculo mental en el aprendizaje del cálculo en la escuela primaria y proporcionar orientación sobre su enseñanza.

MEN (2003). *Utiliser la calculatrice en classe, Documents d'accompagnement des programmes, Mathématiques, école primaire*, Scérén, CNDP, pp. 55-65.
El propósito de este documento es proporcionar algunas pistas para el uso de la calculadora en la escuela primaria.

Millán Gasca, A. M. (2016) *Numeri e forme. Didattica della matematica con i bambini.* Bologne: Zanichelli.

Orón Semper, J. V. (2019) Neuropsicología de las emociones: Un estudio actualizado y transversal. Biblioteca universitaria. Editorial Pirámide

Orón Semper, J. V., Blasco, M. Revealing the hidden curriculum in higher education. Studies in Philosophy and Education, 37 (5), 2019, pp. 481-498.

Peters, R. S. (1966). *Ethics and education*. New York: Routledge

Peters, R. S. (1967). What is an educational process. In R. S. Peters (Ed.), *The concept of education* (pp. 1–23). London: Routledge & Kegan Pau.

Peters, R. S. (1970). Education and the educated man - Some further reflections. *Journal of Philosophy of Education* 4 (1) 5-20

Schaub, B. (2009). Utilisation de la calculatrice dans l'enseignement des mathématiques du primaire, *Bulletin de la Société de Enseignants Neuchâtelois des Sciences*, 38.

Van Manen, M. (2016). *Researching lived experience*. New York: Routledge.

Vause I. (2011). *Des pratiques aux connaissances pédagogiques des enseignants : les sources et les modes de construction de la connaissance ouvragée*. Thèse de doctorat en éducation, Université catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve.

Annexe P0: Questionnaire général sur les mathématiques (phase pilote)

1. Écrivez trois mots que vous associez aux mathématiques.
1)
2)
3)

2.- Attribuez une valeur entre 1 et 4 aux concepts suivants
1 : pas du tout d'accord
4 : tout à fait d'accord

- Expérimentation
- Imagination
- Créativité
- Raisonnement
- Dialogue
- Intuition
- Mémoire
- Abstraction
- Attention
- Rapidité
- Persévérance
- Construction
- Subjectivité
- Formules

3.- Citez les trois sujets mathématiques les plus difficiles que vous avez étudiés :
1)
2)
3)

4.- Aide pour apprendre les mathématiques
Qui/Quoi vous a aidé pour apprendre les mathématiques ? (Il est possible de cocher plusieurs cases).

- Un·e professeur·e des écoles
- Un·e professeur·e de collège
- Un·e professeur·e de lycée
- Un·e professeur·e à l'université
- Un·e enseignant·e de cours particuliers
- Un membre de votre famille
- Un·e ami·e
- Un livre
- Un jeu
- Une vidéo/Un film

5.- Obstacle pour apprendre les mathématiques

Qui/Quoi vous a été un obstacle pour apprendre les mathématiques ? (Il est possible de cocher plusieurs cases).

- Un·e professeur·e des écoles
- Un·e professeur·e de collège
- Un·e professeur·e de lycée
- Un·e professeur·e à l'université
- Un·e enseignant·e de cours particuliers
- Un membre de votre famille
- Un·e ami·e
- Un livre
- Un jeu
- Une vidéo/Un film

6. Attribuez une valeur de 1 à 4 aux phrases suivantes :

1 : pas du tout d'accord

4 : tout à fait d'accord

a. Pour être bon en mathématiques, il faut “avoir la bosse des mathématiques” .
b. Les connaissances mathématiques d'une personne peuvent s'améliorer avec le temps.
c. Les mathématiques sont utiles dans la vie de tous les jours.
d. Les mathématiques sont fondamentales pour trouver du travail.
e. Les mathématiques sont belles.
f. En mathématiques, c'est le résultat qui compte.
g. Les mathématiques sont difficiles.
h. Les mathématiques sont amusantes
i. Les mathématiques c'est “toujours pareil”.
j. Les mathématiques contribuent au développement d'une personne.
k. En mathématiques, il faut éviter de commettre des erreurs.
l. Les mathématiques structurent la pensée

7.- Avant d'entreprendre des études pour devenir professeur·e des écoles, quand et où avez-vous suivi un cours de mathématiques pour la dernière fois ?

8.- Qui suis-je ?

- Étudiant·e 1e année du MEEF
- Étudiant·e 2e année du MEEF (admis·e au CRPE)
- Étudiant·e 2e année du MEEF (non admis·e au CRPE)
- Professeur·e des écoles
- Formateur·rice (Universitaire, IEN, CP, PEMF, ...)

Annexe Q0: Questionnaire général sur les mathématiques (version finale)

https://docs.google.com/forms/d/1k92bWqpHigYjHQ2RhoqrbByYwEGFTr9X-bbgdYOHzVk/copy

1. Écrivez trois mots que vous associez aux mathématiques.
1)
2)
3)

2.- Attribuez une valeur entre 1 et 4 aux concepts suivants
1 : pas du tout d'accord
4 : tout à fait d'accord

- Expérimentation
- Imagination
- Créativité
- Raisonnement
- Dialogue
- Intuition
- Mémoire
- Abstraction
- Attention
- Rapidité
- Persévérance
- Construction
- Subjectivité.
- Formules

3.- Selon votre expérience, attribuez une valeur entre 1 et 4 à la difficulté que vous rencontrez dans les types d'activités mathématiques suivants :
1 : très facile
4 : très difficile

a. Application des algorithmes des opérations de base
b. Résolution de problèmes arithmétiques
c. Calcul mental
d. Mesurer et changer les unités
e. Résolution de problèmes géométriques
f. Raisonnement déductif

4.- Aide pour apprendre les mathématiques
Qui/Quoi vous a aidé pour apprendre les mathématiques ?

- Un·e professeur·e des écoles
- Un·e professeur·e de collège
- Un·e professeur·e de lycée
- Un·e professeur·e à l'université
- Un·e enseignant·e de cours particuliers

- Un membre de votre famille
- Un·e ami·e
- Un livre
- Un jeu
- Une vidéo/Un film
- Otra

5.- Obstacle pour apprendre les mathématiques
Qui/Quoi vous a été un obstacle pour apprendre les mathématiques ?

- Un·e professeur·e des écoles
- Un·e professeur·e de collège
- Un·e professeur·e de lycée
- Un·e professeur·e à l'université
- Un·e enseignant·e de cours particuliers
- Un membre de votre famille
- Un·e ami·e
- Un livre
- Un jeu
- Une vidéo/Un film

6. Attribuez une valeur de 1 à 4 aux phrases suivantes :
1 : pas du tout d'accord
4 : tout à fait d'accord

a. Pour être bon en mathématiques, il faut "avoir la bosse des mathématiques" .
b. Les connaissances mathématiques d'une personne peuvent s'améliorer avec le temps.
c. Les mathématiques sont utiles dans la vie de tous les jours.
d. Les mathématiques sont fondamentales pour trouver du travail.
e. Les mathématiques sont belles.
f. En mathématiques, c'est le résultat qui compte.
g. Les mathématiques sont difficiles.
h. Les mathématiques sont amusantes
i. Les mathématiques c'est "toujours pareil".
j. Les mathématiques contribuent au développement d'une personne.
k. En mathématiques, il faut éviter de commettre des erreurs.
l. Les mathématiques structurent la pensée

7.- Avant d'entreprendre des études pour devenir professeur·e des écoles, quand et où avez-vous suivi un cours de mathématiques pour la dernière fois ?

8.- Qui suis-je ?
- Étudiant·e 1e année du MEEF
- Étudiant·e 2e année du MEEF (admis·e au CRPE)
- Étudiant·e 2e année du MEEF (non admis·e au CRPE)
- Professeur·e des écoles
- Formateur·rice (Universitaire, IEN, CP, PEMF, ...)

Annexe P1: Questionnaire sur la compréhension des algorithmes arithmétiques (phase pilot)

1. Relativement à votre expérience avec les algorithmes des quatre opérations, attribuez une valeur de 1 à 4 aux phrases suivantes.
(1 : pas du tout d'accord; 4 : tout à fait d'accord)

a) J'ai toujours trouvé les algorithmes ennuyeux et répétitifs.
b) Je ne me suis jamais intéressé·e à la justification d'un algorithme.
c) Je peux très bien justifier chaque étape lors de l'application d'un algorithme.
d) J'ai trouvé les algorithmes faciles à apprendre.
e) Dès que j'en ai eu l'autorisation, j'ai utilisé la calculatrice pour ne pas avoir à utiliser les algorithmes.

2- À propos de l'enseignement des algorithmes des quatre opérations à l'école élémentaire, attribuez une valeur entre 1 et 4 aux phrases suivantes.
(1 : pas du tout d'accord; 4 : tout à fait d'accord)

a) Les algorithmes sont utiles pour les études ultérieures et l'avenir professionnel des élèves.
b) Les algorithmes sont utiles pour mieux comprendre les propriétés des nombres et des opérations.
c) Les algorithmes permettent à l'élève de savoir que les calculs effectués sont corrects.
d) Les algorithmes constituent une aide pour comprendre les processus itératifs de la programmation lors des études ultérieures d'informatique.
e) Face à un problème arithmétique, si l'élève maîtrise correctement les calculs, il pourra se concentrer davantage sur la stratégie de résolution.

3. À propos de l'enseignement des algorithmes des quatre opérations, quelle importance attachez-vous aux aspects suivants afin de vous assurer que les élèves comprennent bien leurs fonctionnements ?
(1: pas du tout important; 4 : très important)

a) Associer l'enseignement des algorithmes à celui des propriétés des nombres et des opérations.
b) Encourager l'utilisation d'un langage précis pour nommer les différentes unités de numération impliquées.
c) Accompagner l'enseignement des algorithmes avec des schémas appropriés..
d) Accompagner l'enseignement des algorithmes avec une manipulation de matériel approprié.

4- Attribuez une valeur de 1 à 4 à la mesure dans laquelle il est approprié d'utiliser des algorithmes arithmétiques traditionnels pour effectuer les types d'opérations suivants
(1= pas du tout adapté, 4= très adapté)

- Opérations du type 23+15
- Opérations du type 24x25
- Opérations du type 234 x 346
- Opérations du type 876 - 582

5. Selon vous, pourquoi les élèves éprouvent souvent des difficultés à se servir des algorithmes des quatre opérations ? (Il est possible de cocher plusieurs cases).

- Chaque calcul posé a ses particularités
- Les élèves ne font pas suffisamment de calculs posés lorsqu'ils sont chez eux

- Les algorithmes ont été appris sans comprendre leur signification
- Les élèves perdent souvent le fil de l'algorithme lorsqu'ils font des calculs posés
- Les élèves ne sont pas capables de se servir d'une représentation mentale comme aide aux calculs posés
- Les élèves n'ont pas l'habitude de décomposer les nombres
- Les élèves ne savent pas se servir de schémas ou manipuler du matériel comme aide pour effectuer des calculs posés
- Les élèvesne savent pas se servir des algorithmes pour effectuer des calculs hors de situation contextualisée
- Les élèves sont bloqués par la peur de faire des erreurs
- Aucun des cas précédents

6- À propos de l'usage des algorithmes des quatre opérations à l'école élémentaire, attribuer une valeur de 1 à 4 aux phrases suivantes :

1 : pas du tout d'accord
4 : tout à fait d'accord

a) De nos jours, il est inutile de connaître les algorithmes car on peut utiliser la calculatrice.
b) Il faudrait enseigner les algorithmes le plus tôt possible.
c) Il faut enseigner les algorithmes après que les élèves aient compris le sens des opérations.
d) Il est inutile d'espérer que les élèves aient bien compris les algorithmes car cela retarde l'acquisition de leurs compétences en calcul automatisé.
e) La pratique des algorithmes est une tâche fermée qui ne laisse aucune place à l'initiative de l'élève.
f) À l'école élémentaire, l'apprentissage des algorithmes devrait avoir la priorité sur la résolution des problèmes, pour que les élèves gagnent en confiance lorsqu'ils procèdent aux calculs. .
g) Lorsque l'on enseigne les algorithmes, l'accent devrait être mis sur le fait que les élèves gagnent en rapidité en calcul posé.
h) Si l'enseignant·e dissocie la résolution de problèmes de la pratique des algorithmes, les élèves perdent leur intérêt pour les mathématiques.

Annexe Q1: Questionnaire sur la compréhension des algorithmes arithmétiques (version finale)

https://docs.google.com/forms/d/1jVrlrJDT9X38F-5koa-GLwl5NIt6REtgSfYHffeFnQs/copy

1. Relativement à votre expérience avec les algorithmes des quatre opérations, attribuez une valeur de 1 à 4 aux phrases suivantes.
(1 : pas du tout d'accord; 4 : tout à fait d'accord)

f) J'ai toujours trouvé les algorithmes ennuyeux et répétitifs.
g) Je ne me suis jamais intéressé·e à la justification d'un algorithme.
h) Je peux très bien justifier chaque étape lors de l'application d'un algorithme.
i) J'ai trouvé les algorithmes faciles à apprendre.
j) Dès que j'en ai eu l'autorisation, j'ai utilisé la calculatrice pour ne pas avoir à utiliser les algorithmes.

2- À propos de l'enseignement des algorithmes des quatre opérations à l'école élémentaire, attribuez une valeur entre 1 et 4 aux phrases suivantes.
(1 : pas du tout d'accord; 4 : tout à fait d'accord)

f) Les algorithmes sont utiles pour les études ultérieures et l'avenir professionnel des élèves.
g) Les algorithmes sont utiles pour mieux comprendre les propriétés des nombres et des opérations.
h) Les algorithmes permettent à l'élève de savoir que les calculs effectués sont corrects.
i) Les algorithmes constituent une aide pour comprendre les processus itératifs de la programmation lors des études ultérieures d'informatique.
j) Face à un problème arithmétique, si l'élève maîtrise correctement les calculs, il pourra se concentrer davantage sur la stratégie de résolution.

3. À propos de l'enseignement des algorithmes des quatre opérations, quelle importance attachez-vous aux aspects suivants afin de vous assurer que les élèves comprennent bien leurs fonctionnements ?
(1: pas du tout important; 4 : très important)

a) Associer l'enseignement des algorithmes à celui des propriétés des nombres et des opérations.
b) Encourager l'utilisation d'un langage précis pour nommer les différentes unités de numération impliquées.
c) Accompagner l'enseignement des algorithmes avec des schémas appropriés..
d) Accompagner l'enseignement des algorithmes avec une manipulation de matériel approprié.

4. Choisissez la manière la plus appropriée d'effectuer chacun des types d'opérations suivants :

a) 23+15 calcul mental- algorithmes classiques – calculatrice
b) 24x25 calcul mental- algorithmes classiques – calculatrice
c) 234 x 346 calcul mental- algorithmes classiques – calculatrice
d) 876 - 582 calcul mental- algorithmes classiques – calculatrice

5. Selon vous, pourquoi les élèves éprouvent souvent des difficultés à se servir des algorithmes des quatre opérations ? (Il est possible de cocher plusieurs cases).

- Chaque calcul posé a ses particularités
- Les élèves ne font pas suffisamment de calculs posés lorsqu'ils sont chez eux
- Les algorithmes ont été appris sans comprendre leur signification
- Les élèves perdent souvent le fil de l'algorithme lorsqu'ils font des calculs posés

- Les élèves ne sont pas capables de se servir d'une représentation mentale comme aide aux calculs posés
- Les élèves n'ont pas l'habitude de décomposer les nombres
- Les élèves ne savent pas se servir de schémas ou manipuler du matériel comme aide pour effectuer des calculs posés
- Les élèvesne savent pas se servir des algorithmes pour effectuer des calculs hors de situation contextualisée
- Les élèves sont bloqués par la peur de faire des erreurs
- Aucun des cas précédents

6- À propos de l'usage des algorithmes des quatre opérations à l'école élémentaire, attribuer une valeur de 1 à 4 aux phrases suivantes :

(1 : pas du tout d'accord; 4 : tout à fait d'accord)

i) De nos jours, il est inutile de connaître les algorithmes car on peut utiliser la calculatrice.
j) Il faudrait enseigner les algorithmes le plus tôt possible.
k) Il faut enseigner les algorithmes après que les élèves aient compris le sens des opérations.
l) Il est inutile d'espérer que les élèves aient bien compris les algorithmes car cela retarde l'acquisition de leurs compétences en calcul automatisé.
m) La pratique des algorithmes est une tâche fermée qui ne laisse aucune place à l'initiative de l'élève.
n) À l'école élémentaire, l'apprentissage des algorithmes devrait avoir la priorité sur la résolution des problèmes.
o) Lorsque l'on enseigne les algorithmes, l'accent devrait être mis sur le fait que les élèves gagnent en rapidité en calcul posé.
p) Si l'enseignant·e dissocie la résolution de problèmes de la pratique des algorithmes, les élèves perdent leur intérêt pour les mathématiques.

7.- Avant d'entreprendre des études pour devenir professeur·e des écoles, quand et où avez-vous suivi un cours de mathématiques pour la dernière fois ?

8.- Qui suis-je ?

- Étudiant·e 1e année du MEEF
- Étudiant·e 2e année du MEEF (admis·e au CRPE)
- Étudiant·e 2e année du MEEF (non admis·e au CRPE)
- Professeur·e des écoles
- Formateur·rice (Universitaire, IEN, CP, PEMF, ...)

Annexe P2: Questionnaire relatif à la représentation et à la résolution des problèmes arithmétiques (phase pilot)

1. Essayez de résoudre le problème suivant et écrivez votre réponse ou un commentaire avant de continuer :

David se rend de sa maison à l'école, puis chez ses grands-parents après les cours. Il a parcouru au total 525 mètres. Si la distance entre sa maison et l'école est quatre fois plus grande que la distance entre l'école et la maison de ses grands-parents, combien de mètres a-t-il parcourus pour se rendre de chez lui à l'école ?

A la fin du problème, répondez à la question suivante :

2. Trouvez les affirmations (il peut y en avoir plusieurs) qui vous identifient le mieux après avoir répondu à la question précédente :

a) Je me suis senti·e à l'aise pour résoudre le problème.
b) Je me suis senti bloqué·e, sans savoir par où commencer.
c) J'ai essayé de me souvenir d'un problème similaire que j'avais résolu auparavant.
d) J'ai essayé de me faire une idée globale de la situation présentée dans l'énoncé.
e) J'ai essayé de trouver les opérations à effectuer pour trouver la solution à partir des données.
f) J'ai fait un dessin, un croquis ou un schéma.
g) Aucune des réponses ci-dessus.

3. Essayez de résoudre le problème suivant et écrivez votre réponse ou un commentaire avant de continuer :

Si le prix d'un produit diminue de 50 %, puis réaugmente de 50 %, le prix final du produit est-il inférieur, égal ou supérieur au prix d'origine ?

A la fin du problème, répondez à la question suivante :

4. Trouvez les affirmations (il peut y en avoir plusieurs) qui vous identifient le mieux après avoir répondu à la question précédente :
a) Le manque de données rend impossible la résolution de ce problème.
b) Ceci n'est pas un problème arithmétique.
c) Je suis sûr·e que j'ai trouvé la bonne réponse.
d) Je crois que je connais la bonne réponse, mais je ne sais pas le prouver.
e) J'ai résolu le problème en prenant un exemple concret.
f) J'ai résolu le problème à l'aide d'un dessin, d'un croquis ou d'un schéma.
g) J'ai eu beaucoup de mal à résoudre ce problème.
h) Je crois que ce problème n'est pas adapté à l'enseignement en primaire.
i) J'ai répondu en me fiant à mon intuition.
j) Aucune des réponses ci-dessus.

5. Attribuez une valeur comprise entre 1 et 4 pour indiquer à quel point vous aimez ou n'aimez pas les types de problèmes suivants.
(1= Je n'aime rien; 4= J'adore)

a) Les problèmes relevant d'une seule opération.

b) Les problèmes qui se résolvent en utilisant plusieurs opérations.
c) Les problèmes de proportionnalité directe et inverse.
d) Les problèmes de pourcentage.
e) Les problèmes de PGCD et de ppcm.
f) Les problèmes avec les fractions.
g) Les problèmes de calcul combinatoire.
h) Les problèmes qui ne répondent à aucun type "standard".
i) Les problèmes d'arithmétique en général.

6. Attribuez une valeur de 1 à 4 aux phrases suivantes, à propos d'objectifs visés en proposant des problèmes arithmétiques à des élèves de l'école élementaire.
(1= pas du tout d'accord; 4= tout à fait d'accord)

a) L'élève effectue l'opération qu'il vient d'apprendre en classe.
b) Préparer les élèves aux situations qu'ils rencontreront dans dans les études futures ou dans le domaine professionnel.
c) Montrez à l'enfant que les connaissances en arithmétique l'aident à mieux comprendre sa vie quotidienne.
d) Montrer la relation entre les différents concepts mathématiques sur lesquels on a travaillé en classe.
e) Aider l'enfant à être confiant en ses propres capacités.
f) Faire face à un défi qui oblige l'élève à mettre en pratique ses connaissances et ses compétences en mathématiques.
g) Proposer des situations spécifiques grâce auxquelles les élèves peuvent dialoguer en utilisant le langage mathématique et l'argumentation.

7. Attribuez une valeur de 1 à 4 aux phrases suivantes, à propos de la résolution de problèmes arithmétiques à l'école primaire.
(1= pas du tout d'accord; 4= tout à fait d'accord)

a) Donner aux enfants des problèmes d'arithmétique qu'ils trouvent difficiles peut leur faire perdre tout intérêt pour les mathématiques.
b) Il n'est pas pertinent de proposer des problèmes arithmétiques aux élèves ayant des difficultés d'apprentissage pour qu'ils ne se sentent pas frustrés.
c) Il est presque impossible pour un élève de l'école primaire de concevoir sa propre stratégie pour résoudre un problème qui lui a été présenté pour la première fois.
d) Pour que les enfants apprennent à résoudre des problèmes, plus on en fait en classe, mieux c'est.
e) Dans l'enseignement primaire, l'apprentissage des techniques opératoires devrait avoir la priorité sur la résolution des problèmes, afin que les élèves acquièrent confiance dans l'exécution de calculs.
f) La bonne réponse est l'élément plus important à évaluer lors de la résolution d'un problème arithmétique.
g) En général, les enfants n'essaient pas d'avoir une idée globale de l'histoire présentée par l'énoncé.
h) Les élèves croient que seules les opérations sont permises et ne recourent pas à d'autres types de stratégies (simuler l'histoire, faire un croquis ou un dessin, etc.).
i) Il est possible aider les élèves à changer d'attitude face aux problèmes arithmétiques, au moyen d'une proposition pédagogique appropriée.

8.- Avant d'entreprendre des études pour devenir professeur·e des écoles, quand et où avez-vous suivi un cours de mathématiques pour la dernière fois ?

9.- Qui suis-je ?

- Étudiant·e 1e année du MEEF
- Étudiant·e 2e année du MEEF (admis·e au CRPE)
- Étudiant·e 2e année du MEEF (non admis·e au CRPE)
- Professeur·e des écoles
- Formateur·rice (Universitaire, IEN, CP, PEMF, ...)

Annexe Q2: Questionnaire relatif à la représentation et à la résolution des problèmes arithmétiques (version finale)

https://docs.google.com/forms/d/1vj2zgIFAzEOM7CuRA0t5_MMzRKzaxJiOXUYJWJwqmAE/copy

1. Les stratégies des élèves
Quelles sont les stratégies de résolution de problèmes les plus courantes utilisées par les élèves ?

- Ils attendent une inspiration soudaine.
- Ils se servent de matériel.
- Ils font un dessin, un croquis, un schéma.
- Ils cherchent quelles opérations sont nécessaires pour trouver la solution à partir des données.
- Par tâtonnement.
- Ils sont coincés face à des problèmes et ne savent pas par où commencer.
- Ils trouvent la solution sans comprendre comment ils ont fait.
- Ils cherchent dans le cahier ou dans le manuel un problème similaire.
- Ils demandent immédiatement à l'enseignant ou à un camarade.
- Autre

2. Les difficultés des élèves
Il est possible de cocher plusieurs cases.
Pourquoi les élèves ont-ils de la difficulté à résoudre des problèmes ?

- Ils sont habitués à résoudre des exercices mécaniquement et de façon répétitive.
- Chaque problème est différent des autres.
- Ils ne s'exercent pas suffisamment à la maison.
- Ils sont bloqués par la peur de se tromper.
- Ils essaient de deviner quelles opérations sont nécessaires pour trouver la solution à partir des données.
- Ils ne comprennent pas l'énoncé.
- Ils sont perdus parce qu'il y a trop d'informations ou trop de conditions à prendre en compte.
- C'est de la faute aux enseignants.
- C'est de la faute aux appareils digitaux.
- Autre.

3. Vos stratégies préférées.
Faites semblant d'être un élève. Il est possible de cocher plusieurs cases.
Quelles sont les stratégies que vous utiliseriez pour résoudre des problèmes ?

- J'attendais une inspiration soudaine.
- J'utilisais du matériel.
- Je faisais un dessin, un croquis ou un graphique.
- Je devinais quelles opérations étaient nécessaires pour trouver la solution à partir des données.
- Par tâtonnement.
- J'étais coincé devant des problèmes et je ne savais pas par où commencer.
- Je trouvais la solution sans pouvoir expliquer comment j'avais fait.
- Je cherchais dans le cahier ou dans le manuel un problème similaire.
- Je demandais immédiatement à l'enseignant ou à un camarade.

4. Vos difficultés principales.

Faites semblant d'être un élève. Il est possible de cocher plusieurs cases.

Lorsque vous avez rencontré des difficultés à résoudre des problèmes, quelle en était la raison ?

- J'avais l'habitude de résoudre les exercices de façon mécanique et répétitive.
- Chaque problème était différent des autres.
- Je ne m'entraînais pas assez à la maison.
- J'étais bloqué de peur de faire une erreur.
- J'essayais de deviner quelles opérations étaient nécessaires pour trouver la solution à partir des données.
- Je ne comprenais pas l'énoncé.
- Je me perdais parce qu'il y avait trop d'informations ou trop de conditions à prendre en compte.
- C'était de la faute aux enseignants.
- J'avais des camarades qui étaient meilleurs et plus rapides dans la résolution et cela me démotivait.
- Je n'ai jamais eu de difficulté à résoudre des problèmes.
- Autre

5. Attribuez une valeur comprise entre 1 et 4 pour indiquer à quel point vous aimez ou n'aimez pas les types de problèmes suivants.
(1= Je n'aime rien; 4= J'adore)

j) Les problèmes relevant d'une seule opération.
k) Les problèmes qui se résolvent en utilisant plusieurs opérations.
l) Les problèmes de proportionnalité directe et inverse.
m) Les problèmes de pourcentage.
n) Les problèmes de PGCD et de ppcm.
o) Les problèmes avec les fractions.
p) Les problèmes de calcul combinatoire.
q) Les problèmes qui ne répondent à aucun type "standard".
r) Les problèmes d'arithmétique en général.

6. Attribuez une valeur de 1 à 4 aux phrases suivantes, à propos d'objectifs visés en proposant des problèmes arithmétiques à des élèves de l'école élementaire.
(1= pas du tout d'accord; 4= tout à fait d'accord)

h) L'élève effectue l'opération qu'il vient d'apprendre en classe.
i) Préparer les élèves aux situations qu'ils rencontreront dans dans les études futures ou dans le domaine professionnel.
j) Montrez à l'enfant que les connaissances en arithmétique l'aident à mieux comprendre sa vie quotidienne.
k) Montrer la relation entre les différents concepts mathématiques sur lesquels on a travaillé en classe.
l) Aider l'enfant à être confiant en ses propres capacités.
m) Faire face à un défi qui oblige l'élève à mettre en pratique ses connaissances et ses compétences en mathématiques.
n) Proposer des situations spécifiques grâce auxquelles les élèves peuvent dialoguer en utilisant le langage mathématique et l'argumentation.

7. Attribuez une valeur de 1 à 4 aux phrases suivantes, à propos de la résolution de problèmes arithmétiques à l'école primaire.
(1= pas du tout d'accord; 4= tout à fait d'accord)

j) Donner aux enfants des problèmes d'arithmétique qu'ils trouvent difficiles peut leur faire perdre tout intérêt pour les mathématiques.
k) Il n'est pas pertinent de proposer des problèmes arithmétiques aux élèves ayant des difficultés d'apprentissage pour qu'ils ne se sentent pas frustrés.
l) Il est presque impossible pour un élève de l'école primaire de concevoir sa propre stratégie pour résoudre un problème qui lui a été présenté pour la première fois.
m) Pour que les enfants apprennent à résoudre des problèmes, plus on en fait en classe, mieux c'est.
n) Dans l'enseignement primaire, l'apprentissage des techniques opératoires devrait avoir la priorité sur la résolution des problèmes, afin que les élèves acquièrent confiance dans l'exécution de calculs.
o) La bonne réponse est l'élément plus important à évaluer lors de la résolution d'un problème arithmétique.
p) En général, les enfants n'essaient pas d'avoir une idée globale de l'histoire présentée par l'énoncé.
q) Les élèves croient que seules les opérations sont permises et ne recourent pas à d'autres types de stratégies (simuler l'histoire, faire un croquis ou un dessin, etc.).
r) Il est possible aider les élèves à changer d'attitude face aux problèmes arithmétiques, au moyen d'une proposition pédagogique appropriée.

8.- Avant d'entreprendre des études pour devenir professeur·e des écoles, quand et où avez-vous suivi un cours de mathématiques pour la dernière fois ?

9.- Qui suis-je ?
- Étudiant·e 1e année du MEEF
- Étudiant·e 2e année du MEEF (admis·e au CRPE)
- Étudiant·e 2e année du MEEF (non admis·e au CRPE)
- Professeur·e des écoles
- Formateur·rice (Universitaire, IEN, CP, PEMF, ...)

Annexe Q3: Questionnaire relatif à las rapports entre arithmétique et géométrie

https://docs.google.com/forms/d/12xYBjpJJabNzAfs4js-UuNwuIzTTmwOTyLmiftY5-30/copy

1. Problème.

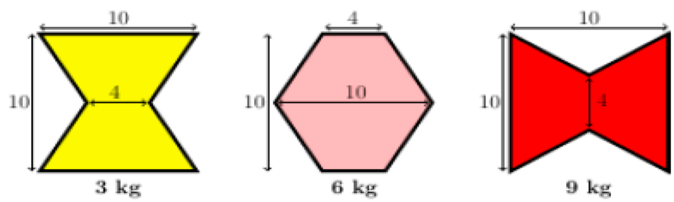
1.1. Rédigez un énoncé de problème mathématique que vous aimeriez qu'un enfant de huit ans soit capable de résoudre d'ici la fin du cours lorsque vous êtes enseignant.

... sur le problème précédent :

1.2. Le problème que vous avez choisi appartient ...
...au domaine numérique
...lau domaine géométrique
...aux deux domaines
...à aucun des deux domaines

2. Propriétés.

2.1. Écrivez quatre propriétés qui sont communes aux trois figures colorées.



Quand vous avez terminé, passez à la section suivante.

... sur les propriétés :

2.2. Combien de propriétés avez-vous écrites ?
aucune, une, deux, trois ou quatre.
2.3. Les propriétés que vous avez trouvées sont en relation ......
...seulement avec des propriétés numériques
...seulement avec des propriétés géométriques
...avec des propriétés numériques et géométriques
...avec des propriétés relevant d'autres domaines

3. Concepts : segments et nombres rationnels.
(Comment visualiser les nombres rationnels à l'aide de segments.)

3.1. Dessinez deux segments sur la feuille-réponse pour que la longueur de l'un soit deux fois plus grande que la longueur de l'autre.
3.2. Dessinez sur la feuille-réponse deux segments de sorte que la longueur de l'un soit 1/3 plus grande que la longueur de l'autre.
3.3. Dessinez sur la feuille-réponse deux segments de sorte que la longueur de l'un soit les 4/3 de la longueur de l'autre.

Quand vous avez terminé, passez à la section suivante.

... sur les longueurs rationnelles :

3.4. Décrivez comment vous avez essayé de résoudre les problèmes précédents:
...en utilisant la règle et le compas, sans avoir recours aux nombres.

…perceptivement et sans avoir recours aux nombres.
...en utilisant des nombres qui indiquent les mesures exactes.
...en utilisant des nombres qui indiquent les mesures approximatives.
...je n'ai pas su faire.

4. Concepts : surfaces et nombres rationnels
(Comment visualiser les nombres rationnels à l'aide de surfaces)

4.1. Dessinez sur la feuille-réponse deux surfaces dont l'aire de l'une est deux fois plus grande que l'aire de l'autre.
4.2. Dessinez sur la feuille-réponse deux surfaces dont l'aire de l'une soit 1/3 de plus que l'aire de l'autre.
4.3. Dessinez sur la feuille-réponse deux surfaces dont l'aire de l'une soit 5/4 de plus que l'aire de l'autre.

Quand vous avez terminé, passez à la section suivante.

…sur les aires rationnelles :

4.4. Décrivez comment vous avez essayé de résoudre les problèmes précédents :
...perceptivement et sans avoir recours aux nombres
...en utilisant des nombres qui indiquent les mesures exactes
...en utilisant des nombres qui indiquent les mesures approximatives
...je n'ai pas su faire

5. Concepts : segments et nombres irrationnels.
(Comment visualiser les nombres irrationnels à l'aide de segments.)

5.1. Dessinez sur la feuille-réponse deux segments dont la longueur de l'un soit deux fois la racine carrée de la longueur de l'autre.

Quand vous avez terminé, passez à la section suivante.

... sur les longueurs irrationnelles (I):

5.2. Avez-vous résolu le problème précédent ?
Oui, non, ou Je ne suis pas certain.

... sur les longueurs irrationnelles (II):

5.3.Décrivez comment vous avez traité le problème précédent.
...à l'aide du compas, sans recours aux nombres.
...perceptivement, sans recours aux nombres.
...en utilisant des nombres qui indiquent les mesures exactes.
...en utilisant des nombres qui indiquent les mesures approximatives.

6. Concepts : aires et longueurs (I)

6.1. Si la longueur des côtés d'un carré est multiplié par 3, son aire…
... est multipliée par 3
... est multipliée par 6
... est multipliée par 9
... je ne sais pas

... sur aires et longueurs (I)

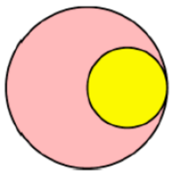
Décrivez comment vous avez traité le problème précédent.

6.2. Décrivez comment vous avez traité le problème précédent.
...en dessinant les deux carrés et en utilisant la formule de l'aire du carré avec les longueurs des côtés.

...en dessinant les deux carrés et en utilisant la formule de l'aire du carré sans les longueurs des côtés.
...en dessinant les deux carrés et en raisonnant à l'aide de la figure.
...d'aucune de ces procédures..

7.. Aires et longueurs (II)

7.1. Quelle est la relation entre l'aire du disque jaune et l'aire du disque rose ?



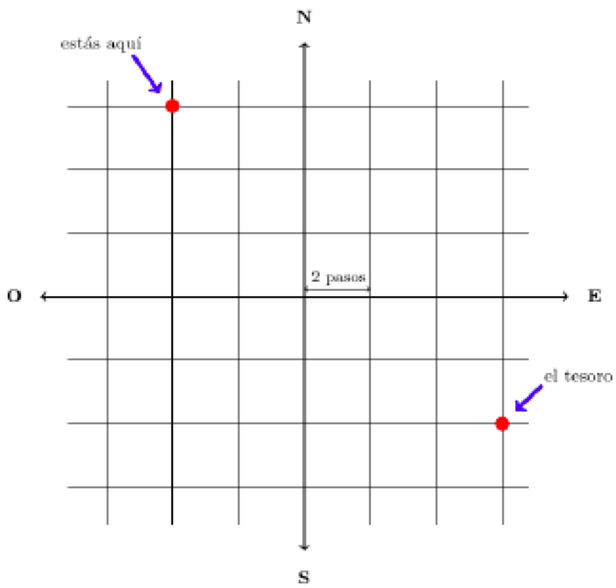
...c'est la moitié.
...c'est un tiers.
… c'est un quart.
...Je ne sais pas.

... sur aires et longueurs (II)

7.2. Décrivez comment vous avez traité le problème précédent :
...en raisonnant à l'aide la la figure.
...en raisonnant à l'aide la la figure et en utilisant la formule de l'aire du disque avec la longueur du rayon..
...en raisonnant à l'aide la la figure et en utilisant la formule de l'aire du disque sans la longueur du rayon.
...aucune des procédures précédentes.

8. Plan du trésor. Question pratique

8.1. Rédigez des instructions précises pour trouver un trésor caché pour quelqu'un qui ne peut pas voir le plan.



... sur les instruction du plan du trésor.

8.2. Décrivez comment vous avez traité le problème précédent :
...en utilisant les points cardinaux.
...en utilisant les coordonnées cartesiennes.

...à l'aide de termes de latéralisation (droite, gauche, ...).
...aucune de ces procédures..

9. Enseignement des mathématiques

(De chaire pair, choisissez l'information avec laquelle vous êtes le plus d'accord.)

9.1.a. Les mathématiques à l'école élémentaire devraient permettre à l'enfant de savoir comment bien gérer les nombres. Des représentations visuelles peuvent être utilisées.

9.1.b. Les mathématiques doivent permettre à l'enfant de bien comprendre les relations géométriques de son environnement. Les nombres et leurs relations peuvent être utilisés à cette fin.

9.2.a. Pour enseigner les mathématiques à l'école élémentaire, il est bon d'enseigner les nombres, le calcul et les concepts géométriques en même temps, même s'il faut plus de temps pour maîtriser le calcul.

9.2.b. Pour enseigner les mathématiques à l'école élémentaire, il est bon de travailler d'abord la compréhension des nombres et des opérations, avant de passer à l'étude des relations géométriques.

9.3.a. Les enfants comprennent les mathématiques de différentes façons : à l'aide de nombres, de représentations géométriques,.... Nous devons faciliter ces approches pour tous, quel que soit son âge.

9.3.b. L'utilisation de représentations visuelles et géométriques rend difficile le passage à l'abstraction et il est donc préférable de s'en passer progressivement.

9.4.a. Je suis plus à l'aise en travaillant avec les nombres.

9.4.b. Je suis plus à l'aise en travaillant avec les figures géométriques..

10. Deux questions pour définir votre profil.

10.1.- Avant d'entreprendre des études pour devenir professeur·e des écoles, quand et où avez-vous suivi un cours de mathématiques pour la dernière fois ?

10.2.- Qui suis-je ?

- Étudiant·e 1e année du MEEF
- Étudiant·e 2e année du MEEF (admis·e au CRPE)
- Étudiant·e 2e année du MEEF (non admis·e au CRPE)
- Professeur·e des écoles
- Formateur·rice (Universitaire, IEN, CP, PEMF, ...)

Annexe Q4: Questionnaire sur le calcul mental et l'utilisation de la calculatrice

https://docs.google.com/forms/d/1NgzCPVdBw4bQHKB0J2TAhoddBydzrEwuEGBYGjHNsrI/copy

1. En ce qui concerne le calcul mental, attribuez une valeur entre 1 et 4 aux concepts suivants.
(1. fortement en désaccord - 4. fortement d'accord)
N'aime pas
Initiative
Raisonnement
Rapidité
Jeu
Formation
Stratégie
Automatisme
Utilité
Attention

2. A votre avis, pourquoi apprendre le calcul mental à l'école primaire ? (Il est possible de cocher plusieurs cases)
a. Pour développer les capacités de mémorisation
b. Pour développer les capacités de raisonnement et d'argumentation
c. Construire et renforcer la connaissance des propriétés des nombres et des opérations
d. Identifier différentes manières d'effectuer un même calcul
e. Vérifier le résultat affiché par une calculatrice
f. Évaluer l'ordre de grandeur d'un résultat
g. Pour aider à la résolution de problèmes

3. Attribuez une valeur entre 1 et 4 à votre degré d'accord avec les phrases suivantes.
(1. fortement en désaccord - 4. fortement d'accord)
a) Pour faire du calcul mental, il ne faut pas fournir de support écrit.
b) Les élèves ont tendance à faire des calculs mentaux en mettant les nombres en colonnes dans leur tête.
c) Lorsque l'on propose aux élèves une activité de calcul mental complexe, l'accent doit être mis sur la procédure plutôt que sur la rapidité.
d) A l'école élémentaire, le calcul mental doit occuper une place privilégiée par rapport au calcul en colonnes.
e) Dès le début de l'école élémentaire, pour fournir le résultat d'un calcul additif, l'utilisation des doigts devrait être interdite.
f) L'absence de maîtrise du calcul mental rend difficile l'apprentissage des algorithmes arithmétiques.
g) La construction et la mémorisation des tables d'addition et de multiplication sont facilitées par leur répétition verbale rituelle, dans l'ordre croissant.

A PROPOS DE LA CALCULATRICE (La calculatrice est aujourd'hui devenue un objet de consommation courante. À l'école élémentaire, peut-on l'utiliser en combinaison avec le calcul mental et le calcul en colonnes).

4. A votre avis, quelle est l'utilité de la calculatrice à l'école élémentaire ?
(Il est possible de cocher plusieurs cases)

- C'est un outil de calcul
- C'est un outil pour vérifier le résultat d'un calcul
- C'est un support pour explorer les nombres
- C'est une source de problèmes et d'exercices
- C'est un outil pour réduire la mémorisation
- C'est un outil pour effectuer des calculs avec de grands nombres ou avec beaucoup de nombres, autrement difficiles à effectuer par des calculs mentaux ou posés.
- Il s'agit d'un outil pour résoudre des problèmes qui nécessitent beaucoup d'essais.
- C'est un outil qui permet aux étudiants de résoudre un problème sans se soucier des erreurs possibles dans le processus de calcul.

5. On suppose que les élèves sont autorisés à utiliser la calculatrice. Nous devrions les autoriser à l'utiliser (il est possible de ne cocher qu'une seule case)
- après que les élèves aient maîtrisé les algorithmes des calculs de base.
- après que les algorithmes des calculs de base aient été présentés aux élèves.
- simultanément pendant que les élèves apprennent les algorithmes des calculs de base.
- sans que les élèves connaissent nécessairement les algorithmes des calculs de base.

6. Attribuez une valeur entre 1 et 4 aux phrases suivantes.
(1. pas du tout d'accord - 4. tout à fait d'accord) :

a) La calculatrice est plus souvent utilisée à la maison qu'à l'école.
b) Introduire la calculatrice trop tôt nuit au développement des compétences mathématiques des élèves.
c) Les compétences mathématiques de base se détériorent si la calculatrice est utilisée sans discernement.
d) La calculatrice empêche l'élève de réfléchir.
e) Une dépendance excessive à l'égard de la calculatrice est un signe de connaissances mathématiques déficientes.
f) Si l'élève ne sait pas calculer, la calculatrice ne lui apprendra pas à le faire.
g) La calculatrice peut être utilisée pour offrir aux élèves des situations d'apprentissage intéressantes.
h) Une variété de compétences numériques est nécessaire pour utiliser efficacement la calculatrice.
i) L'utilisation de la calculatrice est un obstacle important au calcul mental.

7. Comment feriez-vous les calculs suivants ?
(On ne cocher qu'une seule case pour chaque calcul)

Calcul mental

En colonne (algorithme)

Calculatrice

- 657 + 95 + 48
- 3456 - 897
- 12 x 19
- 10008 : 9

Annexe P5: Questionnaire sur l'histoire des mathématiques et de l'enseignement des mathématiques (phase pilote)

1. Connaissances d'histoire des mathématiques

Avez-vous déjà lu à propos de l'histoire des mathématiques ? Si oui, indiquez ci-après un titre (d'un article, d'un ouvrage, d'une vidéo, d'un film).

2. Attribuez une valeur entre 1 et 4 à la phrase suivante :

Les mathématiques ont atteint un ensemble de connaissances désormais complet et bien structuré.

3. En partant de l'histoire

Pensez-vous qu'il est intéressant de transmettre aux élèves des contenus mathématiques en partant de l'histoire ?

4. Systèmes de numération différents du nôtre :

Existe-t-il des systèmes de numération qui diffèrent de notre système décimal et positionnel ?

5. Si vous le connaissez, indiquez un exemple de système de numération additif, autre que le système romain.

6. On connaît tous les célèbres mathématiciens grecs Pythagore, Euclide, Archimède et Thalès. Connaissez-vous d'autres anciens mathématiciens ? Si oui, écrivez leurs noms ci-dessous.

7. Connaissez-vous des mathématiciens non italiens ayant vécu après le Moyen-Âge ? Si oui, écrivez leurs noms ci-dessous.

8. Connaissez-vous le titre d'un ouvrage célèbre de mathématiques ? Si oui, écrivez-le ci-dessous.

9. Le manuel de mathématiques à l'école est : (au plus deux choix)
   - Une idée
   - Tout ce dont vous avez besoin
   - Un guide
   - Un poids

Anexo Q5: Questionnaire sur l'histoire des mathématiques et de l'enseignement des mathématiques (version finale)

https://docs.google.com/forms/d/1zAmJmqIEi27gC9GBBSa86GZf6xwPeGnOIz37CUP4q24/copy

1. Connaissances d'histoire des mathématiques

Avez-vous déjà lu à propos de l'histoire des mathématiques ? Si oui, indiquez ci-après un titre (d'un article, d'un ouvrage, d'une vidéo, d'un film).

2. Attribuez une valeur entre 1 et 4 à la phrase suivante :

Les mathématiques ont atteint un ensemble de connaissances désormais complet et bien structuré.

3. En partant de l'histoire

- Pensez-vous qu'il est intéressant de transmettre aux élèves des contenus mathématiques en partant de l'histoire ?

4. Systèmes de numération différents du nôtre :

Donnez un exemple de système de numération positionnelle non décimale si vous le connaissez.

5. Si vous le connaissez, indiquez un exemple de système de numération additif, autre que le système romain.

6. On connaît tous les célèbres mathématiciens grecs Pythagore, Euclide, Archimède et Thalès. Connaissez-vous d'autres anciens mathématiciens ? Si oui, écrivez leurs noms ci-dessous.

7. Connaissez-vous des mathématiciens non italiens ayant vécu après le Moyen-Âge ? Si oui, écrivez leurs noms ci-dessous.

8. Connaissez-vous le titre d'un ouvrage célèbre de mathématiques ? Si oui, écrivez-le ci-dessous.

9. Le manuel de mathématiques à l'école est : (au plus deux choix)
   - Une idée
   - Tout ce dont vous avez besoin
   - Un guide
   - Un poids

Annexe Q6: Questionnaire relatif à Geometría

https://docs.google.com/forms/d/18hPVlROiKc2ojo3eAinvWWnzqRveOU-QVbfnYeEm-Zo/copy

1. Quels mots te viennent à l'esprit en pensant à la géométrie ?
2. Que préfères-tu ? Géométrie ou arithmétique ?
3. Par quelle géométrie démarrer ? D'abord les solides ou les figures planes ?
4. Attribuez une valeur entre 1 et 4 aux activités géométriques suivantes.
(1 = pas du tout important; 4 = très important)

- Travailler avec les mains
- Dessiner
- Observer
- Comparer
- Généraliser
- Mesurer
- Catégoriser
- Calculer
- Connaître des formules
- Mémoriser
- Distinguer
- Bouger (soi-même)

5. Attribuez une valeur entre 1 et 4 aux sujets suivants.
(1 = pas du tout important; 4 = très important)

- Figures de même aire.
- Figures planes de même périmètre.
- Constructions à la règle et au compas.
- Symétries et isométries
- Droites et positions réciproques de droites
- Angles
- Polyèdres
- Cercle, disque et le nombre Pi grec
- Segmentés
- Repère cartésien

6. Attribuez une valeur entre 1 et 4 aux phrases suivantes (1 = pas du tout d'accord; 4 =tout à fait d'accord :

a) Avec les enfants d'école maternelle, il faut s'attarder sur la distinction entre carré, triangle et disque.
b) On peut enseigner à l'école élémentaire des concepts tel que la tangente à une courbe.

7. Papier, stylo, crayon, règle non graduée ou règle graduée sont des outils essentiels pour faire de la géométrie avec des enfants. Indiquez au moins deux autres outils qui seraient aussi nécessaires.