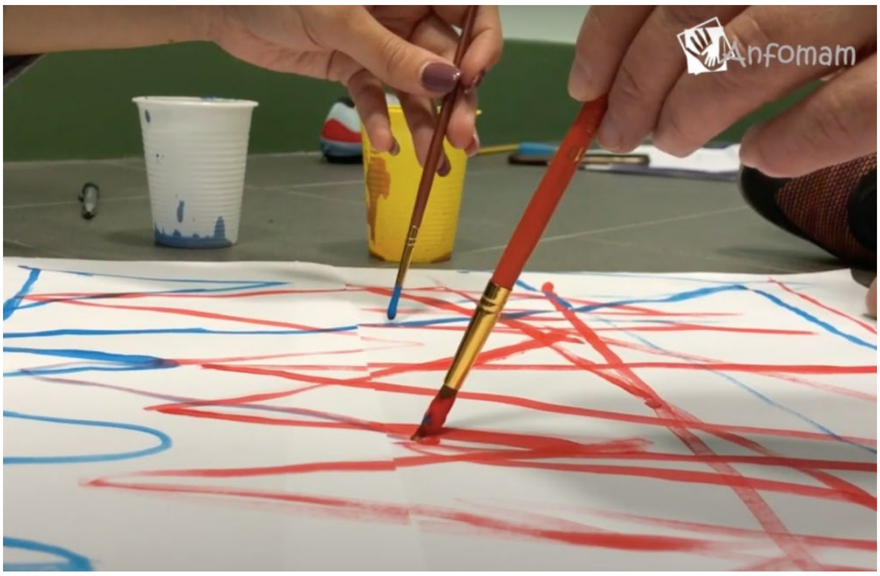
PERCHÉ LA MATEMATICA NELLA SCUOLA DELL'INFANZIA E NELLA SCUOLA PRIMARIA

INSEGNANTI IN FORMAZIONE INIZIALE E IN SERVIZIO DI FRONTE ALL'UNIVERSO MATEMATICO

Gruppo europeo ANFoMAM

Anfomam



Roma 2021

Cofinanziato dall'Unione europea

Questo rapporto è stato prodotto nell'ambito del progetto Erasmus + 2018
n° 2018-1-ES01-KA203-050986 ANFoMAM *Aprender de los niños para formar a los maestros en el área de Matemáticas*, cofinanziato dalla Unione Europea.
Il contenuto del rapporto è di esclusiva responsabilità degli autori delle istituzioni partner sotto elencate e né la Commissione Europea, né SEPIE (Servicio Español para la Internacionalización de la Educación) sono responsabili dell'uso che possa essere fatto delle informazioni presenti in esso.

Gruppo europeo ANFoMAM
Coordinatrice Inmaculada Lizasoain
https://www.unavarra.es/anfomam

Ana Millán Gasca (responsable)
Paola Magrone
Federica Arlotti
Gaia C. M. Naponiello
Gilberto Scaramuzzo

Valentina Celi

José Ignacio Cogolludo (responsable)
Elena Gil Clemente
Chaime Marcuello Servós

Con la collaborazione di:

Luigi Regoliosi (responsable)
Ana Mazzitelli
Maria Cristina Migliucci
Francesca Neri Macchiaverna
Emanuela Spagnoletti Zeuli

Inmaculada Lizasoain (responsable)
Raquel García Catalán
José Antonio Moler
María Jesús Campión
Alicia Peñalva
Jaione Abaurrea

Impaginazione: Jaione Abaurrea Larrayoz

In copertina: Attività dal laboratorio "Geometria, scrittura, espressione" svoltosi presso il Dipartimento di Scienze della Formazione dell'Università Roma Tre, nei mesi di novembre e dicembre 2018 (fermo immagine di Fulvia Subania).

Indice generale

Introduzione

Per esplorare le convinzioni e gli atteggiamenti nei confronti della matematica degli insegnanti in formazione iniziale e continua in Spagna, Francia e Italia, nell'ambito del progetto ANFoMAM, sono stati progettati sette questionari (Qi): sei di questi sono relativi alle sei aree della matematica esplorate nelle officine ideate nel progetto; un altro, dedicato agli aspetti generali della matematica e del suo insegnamento:

Q0.- Questionario generale sulla matematica
Q1.- Comprensione degli algoritmi aritmetici
Q2.- Risoluzione e rappresentazione di problemi aritmetici
Q3.- Relazione tra aritmetica e geometria
Q4.- Calcolo mentale e uso della calcolatrice
Q5.- Storia della matematica e il suo insegnamento
Q6.- Costruzioni geometriche e risoluzione di problemi geometrici

Ogni questionario è stato consegnato a vari gruppi di docenti in formazione iniziale che studiano presso le università associate al progetto, l'Università di Bordeaux in Francia, l'Università Roma Tre in Italia, l'Università di Saragozza e l'Università Pubblica di Navarra, in Spagna, e anche a diversi gruppi di insegnanti in servizio durante i loro corsi di formazione presso l'Associazione Tokalon, in Italia.

I dati raccolti verranno analizzati per studiare:

- Il modo in cui i partecipanti hanno vissuto ciascuna area della matematica, e la matematica in generale, durante le fasi degli studi scolastici e universitari
- Le loro convinzioni sulla natura di ciascuna area della matematica, e della matematica in generale, e se dovrebbero o meno essere affrontate in qualche modo specifico a scuola
- Il loro atteggiamento nei confronti dell'insegnamento di ciascuna area della matematica e della matematica in generale.

Oltre all'analisi di queste domande, ci sono altri possibili usi dei questionari. Ad esempio, qualsiasi insegnante che desideri implementare una delle officine presenti nel progetto (prodotto intellettuale O2) potrebbe essere interessato a fornire ai partecipanti il questionario corrispondente o quello generale al fine di:

- Aiutare i futuri insegnanti o gli insegnanti in servizio a:
    - Ricordare e rivivere in qualche modo le loro precedenti esperienze intorno a quell'area della matematica.
    - Prendere consapevolezza delle loro convinzioni su quell'area della matematica e sul suo insegnamento.
    - Riflettere sul proprio atteggiamento nei confronti dell'insegnamento della matematica come futuri o attuali insegnanti della scuola.

- Ottenere una panoramica delle esperienze, delle convinzioni e degli atteggiamenti dei partecipanti sugli argomenti trattati nell'officina. In questo modo, l'analisi delle risposte raccolte durante il progetto, fornite in questo documento, darà al docente un'idea dei profili dei partecipanti che potrebbe trovare durante le officine.

- Essere consapevoli, alla fine dell'officina, di eventuali cambiamenti avvenuti nelle convinzioni e negli atteggiamenti dei partecipanti.

Per quest'ultimo obiettivo non è necessario ridistribuire il questionario alla fine dell'officina. Il docente può selezionare alcune delle domande dal questionario iniziale o, se preferisce, porre le seguenti domande alternative per valutare sia la qualità delle officine sia i risultati:

- Cosa ti ha portato questa officina?
- Le tue convinzioni sulla natura di quest'area della matematica o sul suo insegnamento sono cambiate? Descrivi questi cambiamenti
- Avete suggerimenti che potrebbero migliorare l'officina?
- Assegna un valore (da 1, deludente, a 5, eccellente) alla tua esperienza nell'officina.

Va da sé che uno qualsiasi dei questionari progettati può essere utilizzato indipendentemente dal workshop corrispondente per conoscere un gruppo di studenti in un dato momento.

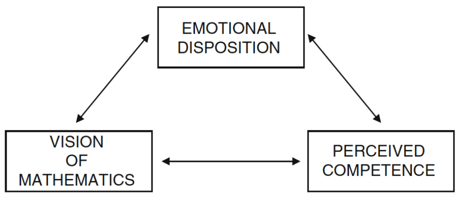
Inizialmente avevamo previsto di includere un'analisi delle conoscenze dei partecipanti sui contenuti matematici e didattici, ma la reazione che abbiamo osservato in alcuni partecipanti ci ha scoraggiato dal farlo in tutti i questionari. Ad esempio, nel questionario sulla risoluzione dei problemi aritmetici, abbiamo pensato che l'inclusione di alcuni problemi particolari potesse intimidire alcuni dei partecipanti. Questi sentimenti non li aiuterebbero a riflettere sulle loro convinzioni ed esperienze vissute. Come spiegato nella descrizione delle officine, un fattore chiave è la creazione di un'atmosfera rilassata, che possa favorire un'esperienza piacevole per i partecipanti. Chiaramente, iniziare l'officina con delle domande, che potrebbero essere viste come una prova delle loro conoscenze matematiche, potrebbe metterli a disagio e, come tale, creare un'atmosfera tesa.

Cornice teorica

Nel nostro progetto, quando parliamo di **convinzioni**, seguiamo la definizione di Vause (2011). L'autore (p. 22) definisce le convinzioni come una riserva di valori e idee su cui si basano gli insegnanti per agire in situazioni e giustificare le proprie azioni. Le convinzioni possono essere *personali* (dipendenti in gran parte dalla storia dell'argomento; integrate nel tempo, attraverso diverse esperienze educative) o *condivise* (collegate a idee condivise all'interno di un'istituzione). Queste convinzioni si distinguono quindi dalla conoscenza, che, secondo Vause (p. 26), è un insieme di contenuti e abilità relativi a un campo che può essere convalidato empiricamente. Nonostante questa distinzione, ci sono sincretismi tra conoscenza e convinzioni nelle pratiche dell'insegnante, che portano Vause (pp. 27-28) a parlare di conoscenza operativa, che è una miscela di convinzioni, conoscenza proveniente dalla pratica e conoscenza più teorica.

Siamo inoltre d'accordo con la definizione di **atteggiamenti** stabilita da Zan e Di Martino (2014):

> When students describe their own relationship to mathematics, nearly all of them refer to one or more of these three dimensions: emotions, vision of mathematics and perceived competence[1]. These dimensions and their mutual relationships therefore characterize students' relationship with mathematics, suggesting a three-dimensional model for **attitude** (TMA) (Fig. 1):



Students' Attitude in Mathematics Education,
Fig. 1 The TMA model for attitude (Di Martino and Zan 2010)

> The multidimensionality highlighted in the model suggests the inadequacy of the positive/negative dichotomy for attitude, which referred only to the emotional dimension. In particular the model suggests considering an attitude as negative when at least one of the three dimensions is negative. In this way, it is possible to outline different profiles of negative attitude towards mathematics. Moreover, in the study a number of profiles characterized by failure and unease emerge. A recurrent element is a low perceived competence, perhaps reinforced by repeated school experience perceived as failures, often accompanied by an instrumental vision of mathematics.

Nei nostri questionari, molti elementi sono espressi come convinzioni (nel senso di Vause, 2011). Per l'analisi dei risultati raccolti, abbiamo utilizzato le tre dimensioni definite da Green (1971) per caratterizzare le convinzioni: *struttura quasi logica*, *centralità psicologica* (il grado di convinzione) e *struttura a grappolo*.

Ogni individuo organizza le sue convinzioni con la propria logica, che può essere descritta come una struttura quasi logica. Unica per ogni persona, questa dimensione riflette il pensiero e la prospettiva della persona in questione. Le convinzioni possono contraddirsi a vicenda anche se sono dello stesso soggetto, mentre il sistema della conoscenza di solito non contiene contraddizioni.

[1] Perception that we have of ourselves knowing that we are able to do, feel, express, be or become something.

La dimensione della centralità psicologica delle convinzioni implica che ci siano convinzioni che sono più importanti, per un individuo, rispetto ad altre. Potremmo dire che le più importanti siano psicologicamente più centrali e che le altre siano periferiche nel sistema di convinzioni dell'individuo. Pertanto, le convinzioni hanno una loro forza psicologica, cioè si distinguono per il grado di certezza con cui sono mantenute dall'individuo. Il grado di certezza può variare da una convinzione all'altra. Le convinzioni più centrali sono le più forti. Sono generalmente considerate sicure al 100%, mentre le periferiche possono essere sostituite più facilmente.

L'ultima dimensione, la struttura a grappolo, si basa sul fatto che le convinzioni sono raggruppate. Come afferma Green (p. 41): "Nessuno sostiene una convinzione completamente indipendente dalle altre. Le convinzioni appaiono sempre raggruppate in insiemi o gruppi". Questa struttura di gruppo consente anche a convinzioni contraddittorie di apparire all'interno del sistema di convinzioni dello stesso individuo. Questa proprietà di raggruppamento può aiutare a spiegare alcune delle incongruenze riscontrate nel sistema di convinzioni dello stesso individuo.

Relazione su Q0, questionario generale sulla matemática

Indice

1. Riepilogo

Questo rapporto contiene il processo di progettazione che è stato seguito per il questionario generale (allegato P0) sulle convinzioni e gli atteggiamenti riguardo alla natura della matematica e al suo insegnamento nell'istruzione primaria, un questionario che è già stato consegnato sia agli insegnanti in servizio sia agli studenti dei corsi di Formazione Primaria delle istituzioni associate al progetto ANFoMAM. L'analisi dei dati raccolti fornisce diversi profili di futuri e attuali insegnanti basati sull'esperienza che hanno avuto con la matematica durante la loro infanzia. Come immaginavamo, le risposte sono legate alla provenienza dei partecipanti, nonché alla loro situazione personale o professionale. Alla fine del rapporto, vengono proposte alcune modifiche del questionario per il futuro (allegato Q0[2]), incluse alcune domande sull'autopercezione dei partecipanti della propria competenza matematica.

2. Progettazione del questionario: punto di partenza, finalità e obiettivi

Il questionario generale (Allegato P0) è stato ideato da ricercatori di tutte le istituzioni partecipanti al progetto durante il nostro primo incontro internazionale a Roma (settembre 2018). Il nostro intento era quello di formulare un questionario per raccogliere informazioni sulle convinzioni e gli atteggiamenti nei confronti della matematica degli insegnanti in formazione iniziale e continua che studiano nelle nostre istituzioni. Il punto di partenza sono state le idee che abbiamo condiviso nel Simposio Numeracy and beyond del V Congresso Internazionale di Scienze dell'Educazione e dello Sviluppo (Santander, maggio 2017), dove abbiamo scambiato diverse esperienze realizzate per migliorare la formazione degli insegnanti di matematica in Francia, Italia , Norvegia e Spagna (Celi & De Simone, 2018; Campión Arrastia et al, 2017; Lekaus et al., 2015).

Come docenti universitari responsabili dei corsi di formazione degli insegnanti, abbiamo constatato che molti dei nostri studenti hanno avuto una brutta esperienza con la matematica durante gli anni scolastici (Gil Clemente, Millán Gasca, 2016). Allo stesso tempo, condividiamo la convinzione che sentimenti come frustrazione e rifiuto siano spesso associati a una visione rigida della matematica elementare, limitata all'apprendimento meccanico di procedure e calcoli, che fa perdere agli insegnanti la fiducia nelle proprie capacità di insegnare con entusiasmo la matematica (Celi et al., 2020). A priori, ci aspettavamo che il questionario potesse distinguere tra due profili diversi: quello appena descritto, e un altro contrapposto,

[2] Questionario Q0: https://docs.google.com/forms/d/1k92bWqpHigYjHQ2RhoqrbByYwEGFTr9X-bbgdYOHzVk/copy

di un insegnante per il quale la matematica appare come una materia attraente e dinamica, fortemente legata all'esperienza umana. Ci auguravamo che, per i partecipanti con questo secondo profilo, l'insegnamento della matematica a scuola non avesse solo un mero obiettivo utilitaristico, ma anche lo scopo educativo di contribuire alla crescita dei bambini.

Tuttavia, non si trattava solo di avere una panoramica del rapporto dei nostri studenti con la matematica. Volevamo anche che, durante la compilazione del questionario (allegato P0), i partecipanti prendessero coscienza di tre aspetti correlati: le loro "esperienze di vita" (Van Manen, 2016), le loro convinzioni sulla natura della matematica e le loro convinzioni sugli obiettivi dell'insegnamento della matematica nella scuola primaria. Senza dubbio, essere più consapevoli di questi fattori li potrebbe aiutare ad adottare il miglior approccio possibile per vivere esperienze proficue nelle officine di matematica del progetto. Per questo motivo, abbiamo evitato di includere in questo questionario problemi di aritmetica o qualsiasi altra domanda che avrebbe potuto mettere in imbarazzo i partecipanti per la loro mancanza di conoscenze matematiche. Abbiamo preferito includere domande che li portassero a scrivere parole legate alle loro esperienze con la matematica (numeri 1 e 3) o domande in cui hanno dovuto attribuire un peso maggiore o minore ad alcuni aspetti legati all'attività matematica (numero 2). Inoltre, attraverso alcune domande a risposta multipla (numeri 4 e 5), hanno potuto esprimersi su chi o cosa li ha aiutati o ostacolati nell'apprendimento della matematica durante l'infanzia. La sesta domanda (numero 6) presenta un elenco di convinzioni generali sulla natura della matematica e sullo scopo di apprenderla fin dalla tenera età a scuola, con le quali i partecipanti hanno dovuto esprimere il loro grado di accordo. Le ultime due domande (numeri 7 e 8) si riferiscono agli studi matematici più recenti e all'attuale stato professionale.

3. Raccolta dati

A fronte dell'analisi preliminare condotta, il questionario Q0 è stato somministrato ai seguenti partecipanti:

- Due gruppi di studenti del secondo anno del Corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria presso l'Università Pubblica di Navarra (Upna), in Spagna.
- Due gruppi di studenti del secondo anno del Corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria presso l'Università di Saragozza (Unizar), in Spagna.
- Due gruppi di studenti del quarto anno del Corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria presso l'Università di Bordeaux (UB), in Francia.
- Un gruppo di studenti dell'Università Roma Tre (URT), in Italia.
- Un gruppo di insegnanti in servizio che hanno partecipato ai corsi di formazione continua dell'Associazione Tokalon (TOK) di Roma, in Italia.

La distribuzione dei partecipanti è riportata nella tabella seguente:

Tabella 1: Distribuzione dei partecipanti

	Numero dei futuri docenti	Numero dei docenti in servizio	Totale dei partecipanti	In servizio/ futuri
Upna	83	1	84	0 appross.
Unizar	87	4	91	0 appross.
UB	37	24	61	2/3 appross
URT-TOK	44	86	130	2 appross.
	251	115	366	

Il grafico seguente mostra le differenze nel rapporto tra il numero dei futuri docenti (*estudiantes*) e il numero dei docenti in servizio (*maestro*) che hanno compilato il questionario, tenendo conto della loro provenienza.

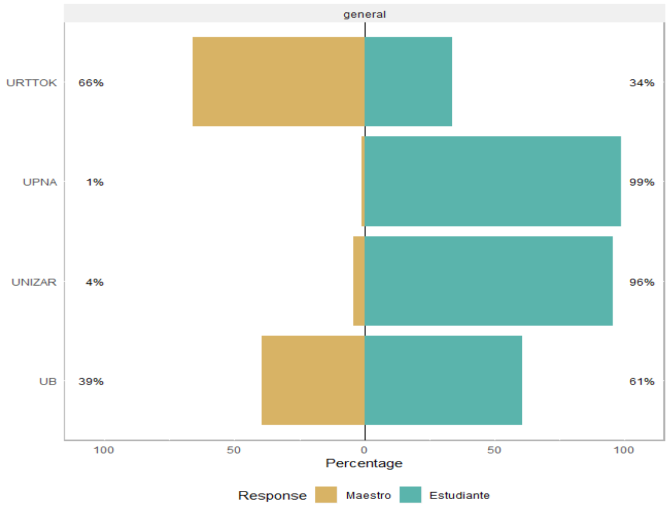


Figura 1

4. Analisi dei dati

La parte principale di questo questionario consta di sei domande:

1) Parole che associ alla matematica (risposta aperta)
2) Pesi che assegni a 14 aspetti della matematica sulla scala *Likert* (da 1, il peso più basso, a 4, il più alto)
3) I tre argomenti di matematica più difficili per te (risposta aperta)
4) Persone o cose che ti hanno aiutato a imparare la matematica
5) Persone o cose che sono state un ostacolo per te nell'apprendimento della matematica
6) Grado di accordo con 12 affermazioni sulla matematica

Analizziamo prima le risposte alle domande 2 e 6:

Domanda 2: Come si può vedere nella Figura 2, l'esperienza matematica dei partecipanti è principalmente associata a *ragionamento*, *attenzione* e *perseveranza*, seguite da *sperimentazione* e *costruzione*, mentre *fantasia* e *velocità* occupano le ultime posizioni della classifica. Se l'analisi tiene conto dell'istituzione di appartenenza dei partecipanti, le principali differenze si riscontrano nelle risposte che contengono le parole *creatività* e *dialogo*, che hanno un peso molto elevato solo per il gruppo italiano (vedi Figura 3). Tutte le altre università danno alla creatività un peso molto basso, ma soprattutto nel caso del dialogo, la risposta di Upna contrasta nettamente con quella di Roma.

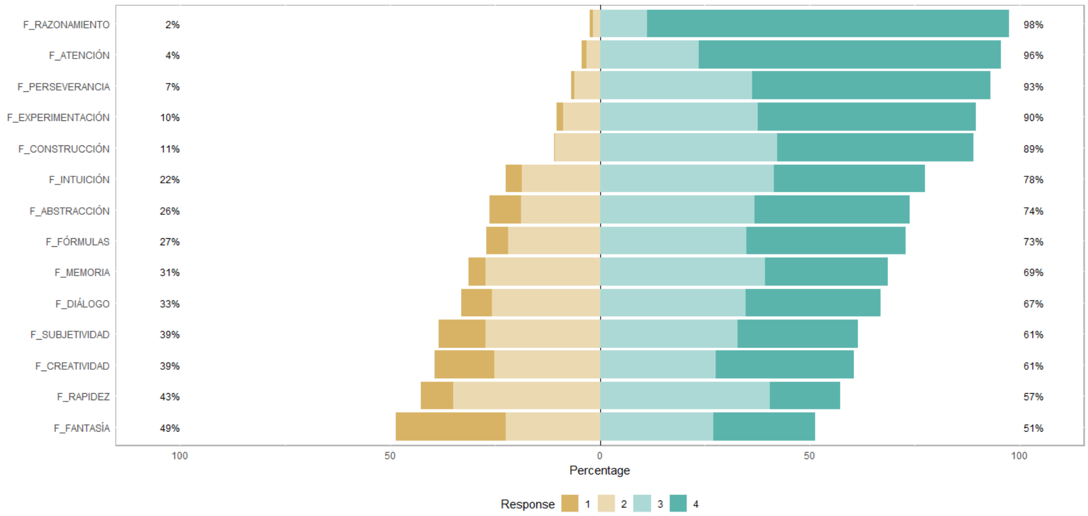


Figura 2

Legenda

F_razonamiento: ragionamento F_atención: attenzione F_perseverancia: perseveranza F_experimentación: sperimentazione F_construcción: costruzione	F_intuición: intuizione F_abstracción: astractione F_fórmulas: formule F_memoria: memoria F_diálogo: dialogo	F_subjetividad: soggettività F_creatividad: creatività F_rapidez: velocità F_fantasía: fantasia

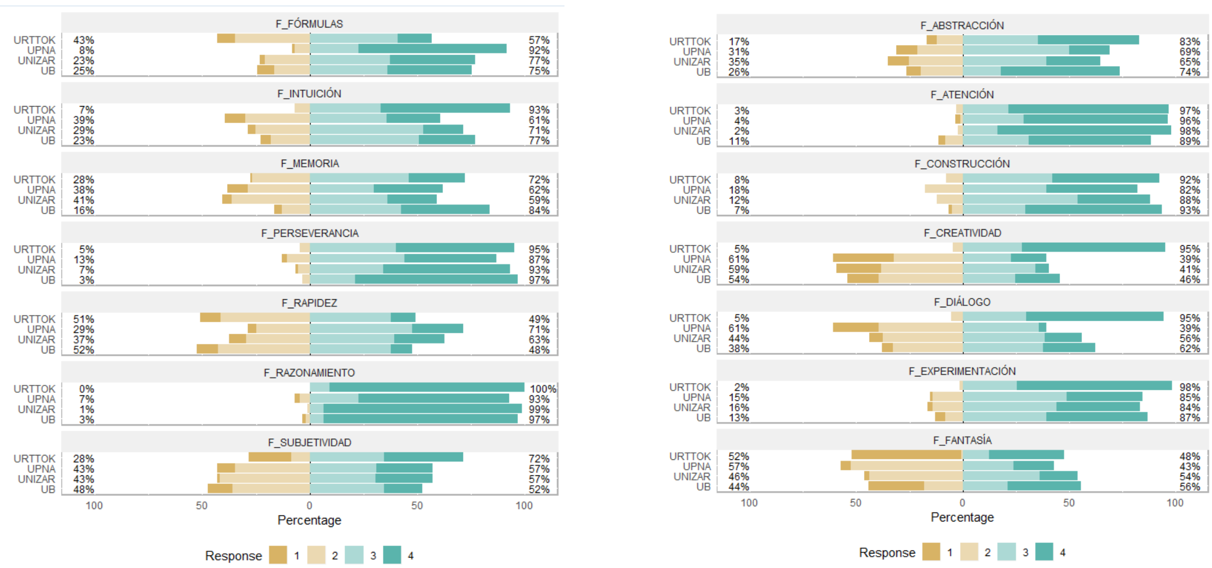


Figura 3

Domanda 6: Il più alto grado di accordo riguarda la convinzione che *le abilità matematiche possano migliorare nel tempo* e che la matematica *strutturi la mente*, sebbene questa convinzione abbia meno peso nell'Upna. C'è anche un consenso generale sul fatto che *la matematica non è sempre la stessa storia*. Se l'analisi tiene conto della provenienza dei partecipanti, le maggiori discrepanze si ripresentano nel gruppo italiano, che considera *la matematica divertente, bella e non difficile*, mentre il resto dei partecipanti la pensa diversamente.

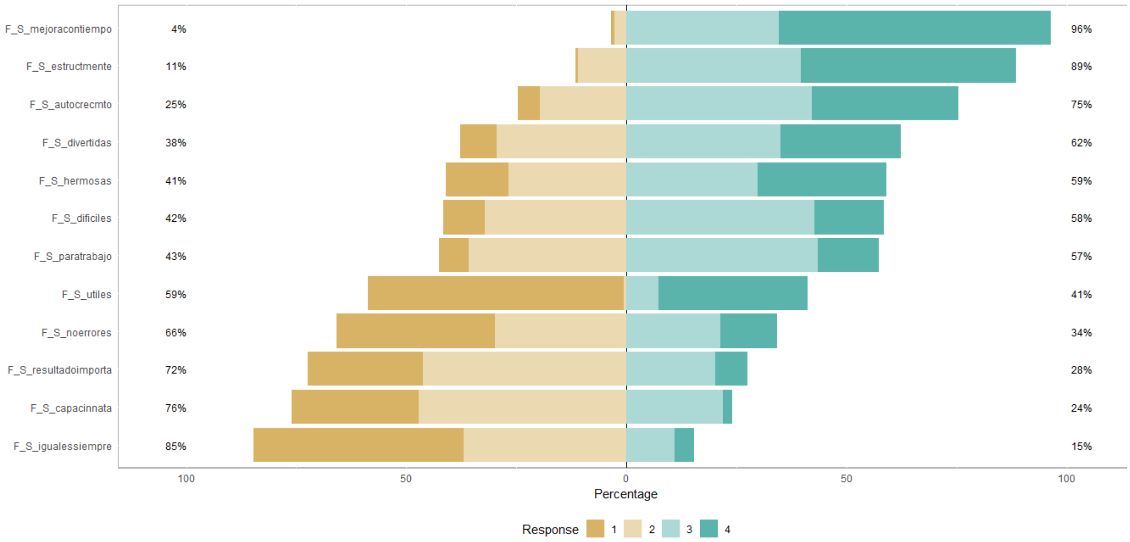


Figura 4

Legenda:

F_S_mejoracontiempo: l'abilità può migliorare con il tempo	F_S_paratrabajo: è essenziale per trovare lavoro
F_S_estructmente: la matematica struttura la mente	F_S_utiles: è utile per la vita di tutti i giorni
F_S_autocrecimiento: contribuisce alla crescita personale	F_S_noerrores: gli errori devono essere evitati
F_S_divertidas: la matematica è un divertimento	F_S_resultadoimporta: il risultato è quello che importa
F_S_hermosas: è bella	F_S_capacinnata: è necessario essere portati
F_S_dificiles: è difficile	F_S_igualessiempre: è sempre la stessa storia

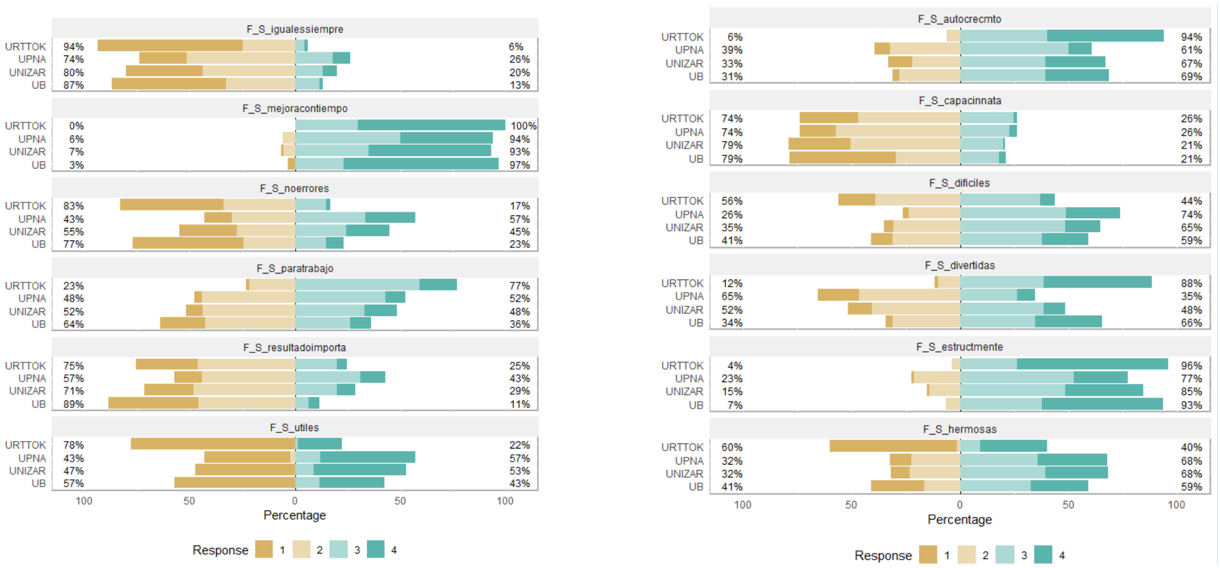


Figura 5

Analisi dei gruppi di variabili

Seguendo la teoria dei Cluster di Green, cerchiamo insiemi di variabili che appaiono raggruppate nei dati utilizzando una tecnica di analisi multivariata, chiamata analisi delle componenti principali.

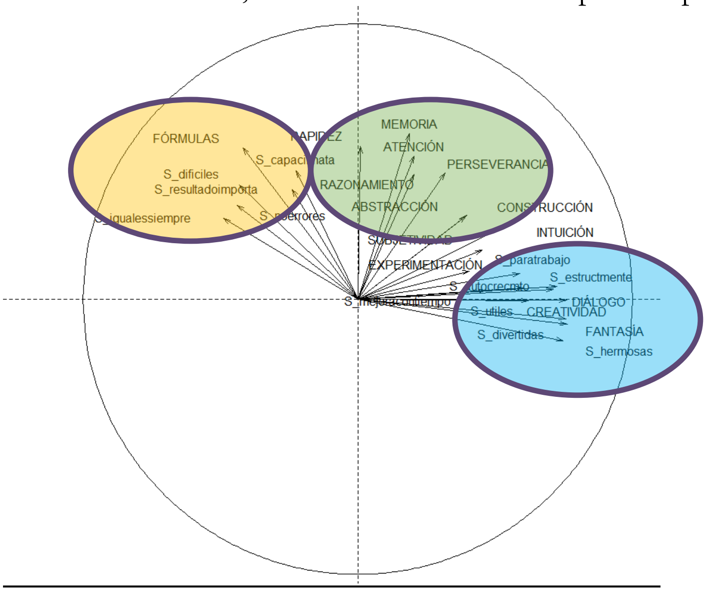


Figura 6

Possiamo distinguere tre gruppi di variabili:

Gruppo 1) Il primo gruppo è formato da variabili legate a una visione **tecnica** e **statica** della matematica: affermazioni come *la matematica è sempre la stessa storia* oppure *il risultato è quello che conta* insieme a parole come *formule* denotano che la matematica è intesa come qualcosa di statico, qualcosa di "dato" che non è suscettibile di modifica. La matematica è considerata *difficile* e una materia per la quale *è necessario avere un dono*. Ciò significa che la matematica non è vista come qualcosa di naturale e legato all'esperienza umana, ma piuttosto come una competenza tecnica, una mera abilità (Peters, 1966), che non è facile per alcuni studenti, quindi devono esercitarsi per acquisire *velocità* e *precisione* (*evitando errori*).

L'atteggiamento nei confronti dell'insegnamento della matematica che ci si può aspettare dai partecipanti che hanno dato un peso elevato a questo gruppo di variabili è:

- Tendenza a fornire agli studenti compiti chiusi e procedure meccaniche che consentano loro di acquisire velocità e precisione.
- Dare agli studenti attività ripetitive per evitare che commettano errori.
- Basta controllare i risultati dei compiti, piuttosto che valutare i processi seguiti dagli studenti
- Una mentalità fissa (Dweck, 2006) rispetto ai propri studenti, che li porta a pensare che l'abilità di ogni studente per la matematica sia fissata in anticipo.

Gruppo 2) Il secondo gruppo è composto da variabili legate a una visione **dinamica** e meno tecnica della matematica. Parole come *dialogo* e *creatività* indicano che la matematica è intesa come qualcosa di cui gli studenti possono discutere, qualcosa che essi stessi possono "fare" piuttosto che qualcosa che viene loro "data" e che può aiutare le persone a comunicare tra loro. Il riferimento alla *fantasia* collega la matematica al mondo dei bambini, mentre affermazioni come *la matematica è divertente* o *la matematica è bella* mostrano che la matematica offre divertimento e allo stesso tempo *contribuisce alla crescita personale*. I partecipanti con questa visione della matematica pensano anche che la matematica sia *utile nel quotidiano* ed *essenziale per trovare un lavoro*, che rafforza la visione della matematica come qualcosa legato alla vita personale (Orón Semper & Blasco, 2019) e non solo tecnica. L'idea che la matematica sia una competenza che *può migliorare nel tempo* ci permette di pensare che la matematica sia vista come qualcosa legato alla natura umana, non come qualcosa di riservato a una minoranza di persone con un dono speciale.

L'atteggiamento nei confronti dell'insegnamento della matematica che ci si può aspettare dai partecipanti che hanno dato un peso elevato a questo gruppo di variabili è:

- Tendenza a offrire agli studenti compiti aperti che incoraggiano la creatività
- Cercare attività legate alla vita quotidiana degli studenti
- Cercare compiti che abbiano un senso umano per i bambini, lasciando spazio alla fantasia e all'immaginazione
- Promuovere lo scambio di strategie in classe attraverso il dialogo
- Una mentalità incrementale (Dweck, 2006) rispetto ai propri studenti, ovvero la convinzione che le prestazioni dei propri studenti riguardo alle attività matematiche possano essere migliorate

Gruppo 3) Il terzo gruppo è composto da variabili associate a parole come *memoria*, *attenzione* e *perseveranza*, che si riferiscono ad aspetti dell'apprendimento matematico che possono essere migliorati attraverso il **lavoro** e lo **sforzo**. Insieme a questa enfasi sul lavoro, compaiono anche parole come *astrazione* e *ragionamento*. L'atteggiamento nei confronti dell'insegnamento della matematica dei partecipanti che hanno dato un peso elevato a queste variabili è difficile da prevedere. Il fatto che queste variabili non siano correlate con le variabili appartenenti agli altri due gruppi significa che i partecipanti che hanno dato loro un peso elevato potrebbero avere sia una visione dinamica e personale della matematica sia una visione una statica e tecnica.

i) Se le variabili di questo terzo gruppo compaiono insieme a quelle del primo gruppo, ci si aspetta che corrispondano a partecipanti con una visione tecnica e statica della matematica, che attribuiscono la *difficoltà* della materia alla sua natura *astratta* e alla necessità di *ragionamento* per eseguire i compiti. Sebbene questi partecipanti pensino che sia *necessario essere portati* per fare matematica, gli studenti possono superare le difficoltà eseguendo attività di allenamento, cioè procedure meccaniche e ripetitive.

ii) Se questo terzo gruppo di variabili compare insieme a quelli del secondo gruppo, ci si aspetta che corrispondano a partecipanti con una visione dinamica della matematica, i quali pensano che aspetti come l'*astrazione* e il *ragionamento* possano essere promossi fornendo agli studenti una grande varietà di compiti concreti. Se gli studenti lavorano con *attenzione* e *costanza* su una serie di diverse rappresentazioni concrete dello stesso concetto matematico, saranno in grado di comprendere il concetto astratto.

Analisi del profilo dei partecipanti delle diverse istituzioni

Se rappresentiamo ogni partecipante al nostro studio mediante il valore che ha assegnato alle 26 variabili che compaiono nelle Figure 2 e 4, cioè come un punto in uno spazio di dimensione 26, la tecnica statistica del Discriminante rappresenta la proiezione di questi punti su un piano determinato da due assi, LD1 e LD2, ciascuno dei quali è ottenuto come combinazione lineare delle 26 variabili considerate nel nostro studio. Tra tutte le possibili proiezioni, l'analisi cerca quella che allontani il più possibile gli individui delle diverse istituzioni, lasciando il più possibile vicini gli individui della stessa istituzione. Il grafico 7 mostra il numero di partecipanti di ciascuna istituzione che appartengono al *gruppo previsto* dopo questa proiezione.

In particolare, l'asse LD1, descritto in Figura 9 come una specifica combinazione lineare di tutte le variabili, separa i partecipanti spagnoli (localizzati nel primo e quarto quadrante) dagli italiani (principalmente nel secondo quadrante), come si vede in Figura 7. Inoltre, l'asse LD2, descritto anche in Figura 9, separa i partecipanti francesi (nel terzo e quarto quadrante) dalla maggioranza dei partecipanti italiani. La figura 7 mostra che gli studenti universitari spagnoli sono divisi tra il semipiano positivo (superiore) e negativo (inferiore).

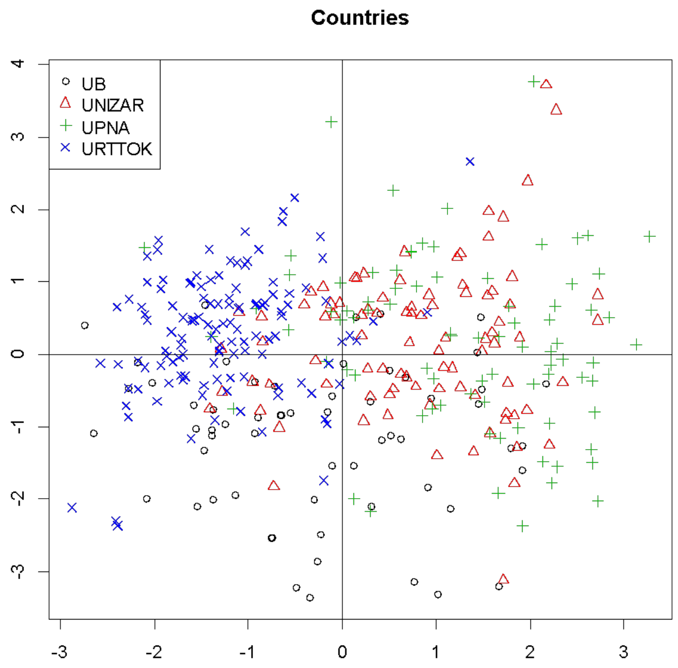
	Attenzione - creatività - bella - utile per trovare lavoro intuizione - velocità – necessario essere portati - evitare di sbagliare **LD2 Positivo**	
LD1 Negativo Fantasia Dialogo Necessario essere portati Divertimento Memoria Struttura la mente		**LD1 Positivo** Velocità Attenzione Costruzione Sempre la stessa storia Formule Evitare di fare errori
	LD2 Negativo Divertimento- Memoria - Perseveranza - Fantasia – Struttura la mente Costruzione - Astrazione	

Figura 7

grupo	Grupo UB	UNIZAR	UPNA	URTTOK
UB	32	7	0	4
UNIZAR	11	56	20	3
UPNA	2	16	55	1
URTTOK	16	12	9	122

Figura 8

	LD1	LD2	
EXP	0.18446838	0.1154512065	EXP: Sperimentazione
FAN	-0.66173517	-0.4861270180	FAN: Fantasia
CR	0.01887751	0.7015117094	CR: Creatività
RZ	-0.17584850	-0.1433206847	RZ: Ragionamento
DG	-0.45664316	0.1945463710	DG: Dialogo
INT	-0.08010382	0.2672226298	INT: Intuizione
MEM	-0.27182067	-0.5029879218	MEM: Memoria
ABS	0.01170164	-0.2076723301	ABS: Astrazione
ATE	0.30061440	0.7115421464	ATE: Attenzione
RP	0.33813858	0.2181119463	RP: Velocità
PER	-0.16349755	-0.4947876642	PER: Perseveranza
CONS	0.21003362	-0.2481014539	CONS: Costruzione
SUJ	0.03286280	0.1750934522	SUJ: Soggettività
FOR	0.18033813	-0.0007551256	FOR: Formule
cap	-0.36467392	0.2266053515	cap: è necessario essere portati per conseguire buoni risultati
mej	0.09732893	-0.0189619859	mej: le capacità in matematica possono migliorare con il tempo
uti	0.04126504	0.1093907104	uti: utile per la vita di tutti i giorni
trb	0.08359742	0.4772304996	trb: essenziale per trovare lavoro
her	-0.09411722	0.4986212727	her: bella
res	0.02131315	0.1034917194	res: il risultato è quello che conta
dif	0.04262010	-0.1073154688	dif: difficile
div	-0.31081988	-0.5952555457	div: divertimento
ig	0.27222073	0.0110757583	ig: è sempre la stessa storia
aut	0.02148864	0.0134595290	aut: contribuisce alla crescita personale
noer	0.17627339	0.2180931591	noer: si deve evitare di commettere errori
estr	-0.23063977	-0.3697926939	estr: struttura la mente

Figura 9

Osservando le variabili che compaiono con i coefficienti positivi più alti sull'asse LD1, possiamo dire che ciò che distingue i partecipanti spagnoli è che danno molto peso all'*attenzione*, alla *velocità*, alla *costruzione* e alle *formule* insieme al considerare che la matematica è *sempre la solita storia*. Queste caratteristiche li separano dai partecipanti italiani, che danno un peso elevato alle variabili che appaiono con i coefficienti negativi più alti sull'asse LD1, nello specifico, *fantasia* e *dialogo*, nonché *memoria*, anche se in misura minore, mentre credono che la matematica sia *divertente* e *strutturi la mente*. Allo stesso tempo, pensano che sia necessario *essere portati* per fare bene in matematica.

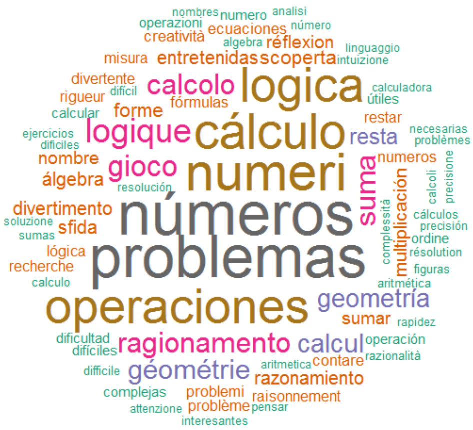
L'analisi precedente mostra un profilo dei partecipanti di ciascuna istituzione, tenendo in conto solo la loro posizione nel diagramma (figura 7). Inoltre, vi sono quelle che potrebbero essere considerate incongruenze nei gruppi, dovute alla sovrapposizione delle convinzioni individuali con quelle sociali (Green, 1971). Ad esempio, il profilo dei partecipanti spagnoli corrisponde chiaramente a una visione statica e tecnica della matematica (Gruppo 1 dell'analisi delle variabili), insieme a un'enfasi sulla *velocità* e sull'*attenzione* (Gruppo 3), che ci porta ad aspettarci l'atteggiamento descritto nel Gruppo 3 (i) dell'analisi delle variabili. Ciò è coerente con l'alto peso che questi partecipanti hanno dato alla *difficoltà*, al *ragionamento* e alla *perseveranza* nelle domande 2 e 6. Tuttavia, il riferimento alla *costruzione* può essere considerato inconsistente, così come l'alto peso dato alla *bellezza* nella domanda 6. Questa apparente incoerenza ci porta a supporre che questi partecipanti tenderebbero a fornire ai loro studenti attività creative che potrebbero non aver sperimentato nella loro infanzia.

Sulla stessa falsariga, può sembrare strano trovare la necessità di *essere portati* come parte delle convinzioni italiane, in contrasto con altre caratteristiche più tipiche di una visione dinamica della matematica come la *fantasia*, il *dialogo* e il *divertimento* (tutti nel Gruppo 2 dell'analisi delle variabili). Questo fatto, insieme al peso che questi partecipanti hanno dato ad aspetti come l'*intuizione*, la *creatività*, la *capacità*, il *poter migliorare nel tempo*, *il contributo alla crescita personale*, *la strutturazione della mente* e *l'essere essenziale per trovare un lavoro* nelle domande 2 e 6, ci fanno sperare che l'atteggiamento di questi partecipanti sarà quello descritto nel Gruppo 2 dell'analisi delle variabili. Questo atteggiamento è associato a una mentalità incrementale, sebbene il peso dato alla necessità di *essere portati* sia difficile da spiegare. La maggior parte dei partecipanti italiani si caratterizza anche per le variabili che hanno un valore positivo più alto in LD2, come la *creatività*, l'*attenzione*, la *bellezza* e *l'essere essenziale per trovare un lavoro.*

Al contrario, i partecipanti francesi danno un peso elevato alle variabili con coefficienti negativi in LD2, come il *divertimento*, la *memoria*, la *perseveranza* e la *fantasia*, insieme all'*astrazione* e alla *costruzione,* in misura minore. Il profilo dei partecipanti francesi è un misto di una visione dinamica della matematica con un'enfasi sul lavoro in attività legate alla perseveranza e alla memoria. Pertanto, per questi partecipanti è previsto un atteggiamento descritto nel Gruppo 3 (ii) dell'analisi delle variabili. È sorprendente che i partecipanti francesi diano così poco peso alla variabile *essenziale per trovare un lavoro*, data l'importanza che le istituzioni educative attribuiscono alla matematica nel processo di assunzione degli insegnanti nel loro paese.

Domanda 1: Riguardo alle parole che la matematica suggerisce ai partecipanti in base alla loro esperienza scolastica, la Figura 10 mostra che la maggior parte di essi associa la matematica all'*aritmetica*, al *calcolo* e ai *problemi*. Il fatto che anche le *operazioni* compaiano tra le parole più ripetute rafforza l'idea che la maggior parte dei partecipanti identifichi la matematica con l'aritmetica. Questa idea si ripete con la parola *problemi*, che compare principalmente nelle risposte spagnole, il cui curriculum nell'istruzione primaria include solo problemi di natura aritmetica, a volte contestualizzati in situazioni di misurazione.

La parola spagnola *geometria* appare meno frequentemente della parola *aritmetica*. Tra le risposte italiane, *numer*i e *logica* sono le più frequenti, seguite da *gioco* (juego), *calcolo* e *ragionamento*. La parola *forma* appare meno frequentemente, così come *scoperta*. I partecipanti francesi associano principalmente la matematica con *logique, géométrie* y *calcul* (logica, geometria, calcolo). Questo è legato al curriculum francese, che dà uguale valore al contenuto aritmetico e a quello geometrico.



	palabra	frec
números	números	43
problemas	problemas	42
numeri	numeri	37
cálculo	cálculo	35
operaciones	operaciones	34
logica	logica	33
logique	logique	21
gioco	gioco	18
suma	suma	17
calcolo	calcolo	17
ragionamento	ragionamento	17
géométrie	géométrie	16
calcul	calcul	15
geometría	geometría	14
resta	resta	11
forme	forme	10
scoperta	scoperta	10
entretenidas	entretenidas	9

Figura 10: le parole scelte dai partecipanti nella domanda 1

Domanda 3: I partecipanti italiani sono gli unici che nominano un argomento corrispondente alla scuola primaria come uno delle più difficili che hanno studiato in matematica. Al contrario, gli spagnoli ritengono che gli argomenti più difficili siano *integrales*, *derivadas*, *ecuaciones*, seguiti da *funciones* e *trigonometría* nessuno dei quali è incluso nel curriculum dell'istruzione primaria. Quanto ai francesi, considerano il tema delle *fonctions* come il più difficile, seguito dalle *matrices*, parola che non si distingue da quella spagnola. I partecipanti italiani evidenziano argomenti come *integrali*, *trigonometria* e *funzioni,* ma aggiungono *problemi*, l'unico argomento corrispondente alla scuola primaria (figura 11).

	palabra	freq
integrales	integrales	55
derivadas	derivadas	48
ecuaciones	ecuaciones	39
funciones	funciones	34
trigonometría	trigonometría	32
integrali	integrali	32
trigonometria	trigonometria	29
problemi	problemi	28
funzioni	funzioni	27
fonctions	fonctions	26
logaritmos	logaritmos	25
problemas	problemas	25
geometría	geometría	23
derivate	derivate	20
matrices	matrices	19
geometria	geometria	19
probabilidad	probabilidad	18
equazioni	equazioni	18

Figura 11: argomenti scelti relativamente alla domanda 3

Domanda 4: Questa domanda consente ai partecipanti di selezionare più di un'opzione. Le risposte (figura 12) mostrano che la figura dell'*insegnante*, sia nella Primaria che nella Secondaria, è stato il fattore più importante che li ha aiutati ad apprendere. Tra i più citati c'è anche un *familiare* o un *compagno di classe*, seguito a una certa distanza da un *libro*, un *gioco* o un *film*.

	palabra	freq
profesor	profesor	368
insegnante	insegnante	138
primaria	primaria	134
scuola	scuola	123
enseñanza	enseñanza	93
obligatoria	obligatoria	93
secundaria	secundaria	93
educación	educación	88
professeur·	professeur·	81
particular	particular	79
bachillerato	bachillerato	79
grado	grado	77
secondaria	secondaria	77
familiar	familiar	70
compañero	compañero	56
libro	libro	50
elementare	elementare	46
universitario	universitario	41

Figura 12: parole scelte relativamente alla domanda 4

Domanda 5: Può sorprendere che, quando nella domanda 5 i partecipanti devono scegliere qualcosa o qualcuno che ha ostacolato il loro apprendimento della matematica (figura 13), l'*insegnante* è di nuovo l'opzione più nominata, come nel caso del fattore che li ha maggiormente aiutati, della domanda 4.

Tuttavia la frequenza con cui viene nominato l'*insegnante* è minore nel caso della domanda 5 rispetto alla domanda 4. Si conclude così che l'esperienza degli studenti, sia negativa che positiva, con la matematica è chiaramente legata al loro insegnante, o in altre parole, la figura dell'insegnante gioca un ruolo centrale nell'insegnamento della matematica. Pertanto, l'insegnamento della matematica non può essere considerato una mera questione di trasmissione tecnica di un sapere che funziona o non funziona indipendentemente da ciò che fa o pensa l'insegnante. È evidente che la dimensione interpersonale dell'apprendimento è un fattore importante nell'educazione (Orón Semper & Blasco, 2019).

Va anche osservato che un *libro* è raramente visto come un ostacolo.

	palabra	frec
profesor	profesor	173
insegnante	insegnante	108
scuola	scuola	105
secundaria	secundaria	89
enseñanza	enseñanza	88
obligatoria	obligatoria	88
grado	grado	77
secondaria	secondaria	77
professeur·	professeur·	54
primaria	primaria	52
bachillerato	bachillerato	48
secondo	secondo	42
superiore	superiore	42
media	media	35
primo	primo	35
libro	libro	32
elementare	elementare	27
universitario	universitario	26

Figura 13: parole scelte relativamente alla domanda 5

5. Conclusioni: osservazioni, riflessioni e proposte di miglioramento

I dati raccolti ci danno un'idea delle convinzioni e degli atteggiamenti dei partecipanti riguardo alla natura della matematica e al suo insegnamento nell'istruzione primaria. Come previsto, le risposte sono legate all'origine dei partecipanti, nonché alla loro situazione personale o professionale. In questo senso è importante ricordare che il rapporto tra docenti in servizio e futuri docenti è quasi 2: 1 a Roma, circa 2: 3 a Bordeaux e 0: 200 nelle università spagnole.

Le risposte alla domanda 1 mostrano che i partecipanti associano principalmente la matematica all'aritmetica, soprattutto in Spagna, dove le parole relative ad altre aree della matematica compaiono nella tabella delle frequenze a una certa distanza da quelle che hanno a che fare con l'aritmetica. Al contrario, sia in Italia che in Francia, parole come logica e geometria appaiono essere associate anche alla matematica.

Un'analisi combinata delle variabili che compaiono nelle domande 2 e 6 raggruppa le variabili in tre gruppi, che disegnano due diversi profili di partecipanti: quelli che hanno una visione statica e tecnica della matematica e quelli che presentano una visione dinamica e più personale della matematica. Ci si aspetta che gli atteggiamenti dei partecipanti che hanno attribuito un valore alto alle variabili del primo gruppo dovrebbero essere molto diversi da quelli dei partecipanti che hanno assegnato un valore alto alle variabili del secondo gruppo. Se all'equazione si aggiungono i pesi assegnati alle variabili del terzo gruppo, si possono meglio delineare gli atteggiamenti nei confronti dell'insegnamento dei diversi gruppi di partecipanti.

Inoltre, la tecnica dell'analisi discriminante consente di ricercare le caratteristiche che meglio separano i partecipanti dalle diverse istituzioni. Il profilo dei partecipanti spagnoli corrisponde chiaramente a una visione statica e tecnica della matematica combinata con una fiducia nell'impegno degli studenti per migliorare le loro prestazioni in matematica. Ciò è coerente con le risposte date dai partecipanti spagnoli alla domanda 1, in cui tendono ad associare la matematica a compiti aritmetici, spesso compiti chiusi con poco spazio per la creatività e la sperimentazione.

La maggior parte dei partecipanti italiani è descritta dalle variabili associate a una visione dinamica e più personale della matematica, insieme a una mentalità incrementale nei confronti dei propri studenti. Ciò concorda con le risposte date dal gruppo italiano alla domanda 1, in cui associano termini come *gioco* o *scoperta* alla matematica. Si segnala che i due terzi dei partecipanti italiani sono docenti in servizio che frequentano i corsi di aggiornamento organizzati dall'Associazione ToKalon. Questi corsi mirano a trasmettere l'idea della matematica come materia dinamica e divertente, strettamente legata alla natura umana.

Infine, il profilo dei partecipanti francesi è un misto di una visione dinamica della matematica con un'enfasi sui compiti legati alla perseveranza e alla memoria. Le risposte che questo gruppo dà alla domanda 1 mostrano che la geometria appare allo stesso livello dell'aritmetica nella raccolta di parole che associano alla matematica.

Tuttavia, i profili descritti non sono totalmente consistenti. Sorprende che i partecipanti spagnoli diano un peso elevato alla *costruzione* e all'idea che la matematica sia *bella*, mentre gli italiani pensano che sia necessario *essere portati* per essere bravi in matematica. Allo stesso modo, colpisce che i partecipanti francesi diano poco peso alla variabile *essenziale per trovare un lavoro* quando la matematica è molto apprezzata dalle istituzioni educative per lavorare come insegnante in Francia.

Le risposte alla domanda 3, per lo più argomenti corrispondenti all'istruzione secondaria, non forniscono alcuna informazione sulle difficoltà nella scuola primaria (a parte il fatto che il gruppo italiano indica i problemi come uno degli argomenti più difficili che hanno studiato a scuola). Questa mancanza di informazioni ha portato a pensare che questa domanda potrebbe essere leggermente modificata, nella forma in cui appare nell'allegato Q0.

Le risposte alle domande 4 e 5 mostrano che l'esperienza con la matematica non è solamente tecnica. Soprattutto nell' Educazione Primaria, le relazioni interpersonali costituiscono una parte fondamentale di questa esperienza. A scuola, i bambini non solo imparano concetti, ma sperimentano eventi (Orón, 2019). Questo fatto può spiegare perché le esperienze dei partecipanti con la matematica appaiano fortemente legate al rapporto che hanno avuto con il loro insegnante. Gli insegnanti hanno costituito un aiuto ma anche un ostacolo nel loro percorso di apprendimento.

Relazione su Q1, questionario sulla comprensione degli algoritmi aritmetici

Indice

1. Riepilogo

Nell'ambito del progetto Eramus + ANFoMAM, *Imparare dai bambini per formare insegnanti nell'area della matematica* (Catalán et al., 2019), è stato progettato un questionario sulla comprensione degli algoritmi aritmetici nella scuola primaria. L'obiettivo è conoscere l'esperienza che insegnanti in formazione e in servizio hanno avuto con gli algoritmi aritmetici durante i loro anni scolastici. Attraverso il questionario indagheremo anche sulle loro convinzioni rispetto agli obiettivi dell'insegnamento degli algoritmi aritmetici tradizionali nella scuola primaria e alle difficoltà che spesso i bambini incontrano con essi.

Dopo aver somministrato il questionario (allegato P1) a partecipanti spagnoli, francesi e italiani, è emerso un atteggiamento diffusamente favorevole all'insegnamento degli algoritmi aritmetici nella scuola primaria. Inoltre, i risultati mostrano una relazione tra l'esperienza dei partecipanti con gli algoritmi nei loro anni scolastici, e l'approccio a loro avviso più appropriato da adottare per il loro insegnamento durante l'istruzione primaria.

Infine, l'analisi dei risultati ottenuti nella prima implementazione del questionario ha portato a modificarlo leggermente per indagini future (allegato Q1[3]).

2. Progettazione del questionario: punto di partenza, finalità e obiettivi

L'insegnamento di algoritmi aritmetici occupa da secoli ore e ore del tempo scolastico dei bambini. Questo apprendimento è stato ritenuto utile per affrontare la quotidianità, al fine di risolvere problemi legati al denaro o alle misure, sia a casa sia al lavoro. Infatti, sebbene i curricula di matematica della scuola elementare includano altri argomenti come la geometria o la statistica di base, sarebbe difficile immaginare uno studente che finisca la scuola elementare senza aver appreso gli algoritmi delle quattro operazioni aritmetiche di base.

Tuttavia, l'apprendimento degli algoritmi classici delle operazioni aritmetiche è spesso considerato l'esempio paradigmatico di un compito di routine in matematica. D'altra parte, oggi questo apprendimento viene messo in discussione dal momento che tutti portiamo una calcolatrice in tasca.

---

[3] Cuestionario Q1: https://docs.google.com/forms/d/1vHtH-nRdI4O6g8ceV-t4oCeQfiNc9og1wP-KNsTTiRg/copy

Tuttavia, dal nostro punto di vista, l'insegnamento degli algoritmi aritmetici classici continua a costituire un elemento necessario nel curriculum di matematica della scuola primaria (Millan Gasca, 2018). Gli algoritmi aritmetici sono il frutto di secoli di sforzi dell'uomo per ottenere il risultato di determinate operazioni quantitative con velocità e precisione. Inoltre, ognuno di essi è un'opportunità per i bambini di conoscere un processo iterativo che funziona sempre, come nel caso dei processi coinvolti nei programmi per computer. Inoltre, esercitarsi con gli algoritmi è un modo efficace per approfondire il sistema dei numeri decimali, nonché un modo per familiarizzare con le proprietà dei numeri e la loro scomposizione.

Queste sono le ragioni per cui, nel progetto ANFoMAM, sarà progettata un'officina sulla comprensione degli algoritmi aritmetici. Comprenderà alcune attività per lavorare sulle quattro operazioni di base con supporti materiali e grafici al fine di facilitare la comprensione degli algoritmi e delle proprietà dei numeri allo stesso tempo. Inoltre, l'officina mira a incoraggiare i bambini a prendere le proprie decisioni su quale strategia utilizzare per eseguire gli algoritmi, per evitare che li vedano come un semplice compito chiuso. Il nostro approccio consiste nel dedicare meno tempo alla memorizzazione delle procedure di routine e più tempo alla comprensione delle dinamiche sottostanti. Cercheremo di concentrarci sul "perché" piuttosto che sul "come".

Come per tutte le altre officine, i ricercatori della Università Pubblica di Navarra (UPNA) hanno progettato un questionario sulla comprensione degli algoritmi aritmetici. Questo questionario cerca di indagare su questioni rilevanti sia per gli insegnanti in formazione sia per quelli in servizio in relazione all'insegnamento e all'apprendimento di algoritmi aritmetici, come ad esempio:

- L'esperienza dei partecipanti con gli algoritmi aritmetici durante gli anni scolastici: le difficoltà incontrate, le strategie utilizzate e così via.
- Le convinzioni dei partecipanti sugli obiettivi dell'insegnamento degli algoritmi aritmetici tradizionali nella scuola primaria e sulle difficoltà che i bambini incontrano con gli algoritmi.
- Alcune considerazioni sul modo in cui si lavora a scuola con gli algoritmi aritmetici.

A priori, ci aspettavamo di trovare modi diversi di lavorare con gli algoritmi aritmetici a scuola, legati alle convinzioni dei partecipanti sugli obiettivi in questione:

- Insegnare ai bambini gli algoritmi classici meccanicamente, come procedure iterative che funzionano sempre. L'obiettivo principale sarebbe che i bambini acquisissero efficienza e velocità il prima possibile.
- Considerare gli algoritmi come un modo per i bambini di comprendere e mettere in pratica meglio le proprietà dei numeri e le loro scomposizioni, comprese quelle relative al modo in cui sono espressi nel sistema numerico decimale.

3. Raccolta dati

La prima versione del questionario (allegato P1) è stata testata con 185 partecipanti dell'Université Bordeaux (UB), dell'Università Pubblica di Navarra (Upna), dell'Università Roma Tre (URT) e di ToKalon (TK):

Tabella 2: Distribuzione dei partecipanti

	UB	UPNA	URT-TKL
Studenti universitari	22	60	67
Docenti in servizio	16	4	12
Non sa/Non risponde		4	

4. Elaborazione e analisi dei dati

La parte centrale del questionario è composta da sei domande (allegato P1):

1) Grado di identificazione con cinque affermazioni sull'esperienza dei partecipanti con gli algoritmi (scala Likert da 1, la più bassa, a 4, la più alta).
2) Pesi assegnati a 5 obiettivi dell'insegnamento degli algoritmi aritmetici nell'istruzione primaria (scala Likert da 1, il più basso, a 4, il più alto).
3) Pesi assegnati a quattro affermazioni su come far comprendere gli algoritmi agli studenti (scala Likert da 1 più basso a 4 più alto).
4) Valori assegnati all'opportunità di utilizzare algoritmi aritmetici tradizionali per determinate classi di operazioni aritmetiche (scala Likert da 1, la più bassa, a 4, la più alta).
5) Ragioni per cui i bambini incontrano difficoltà nell'applicare algoritmi aritmetici (risposta a scelta multipla).
6) Grado di accordo con alcune domande sull'insegnamento e la pratica degli algoritmi aritmetici nell'istruzione primaria (scala Likert da 1, la più bassa, a 4, la più alta).

Inoltre, compaiono due domande di contesto, pensate per ottenere informazioni sulla situazione personale o professionale dei partecipanti.

Domanda 1

Alla domanda sulla loro esperienza personale con gli algoritmi aritmetici, i partecipanti francesi assegnano un grado di accordo inferiore agli altri con le affermazioni *Li ho sempre trovati noiosi e ripetitivi* e *Non mi è mai interessato sapere perché sono progettati nel modo in cui sono.*

I partecipanti dell'Università Pubblica di Navarra sono quelli che attribuiscono il più alto valore di accordo con queste affermazioni.

D'altra parte, i partecipanti italiani insieme ai francesi si identificano chiaramente con l'affermazione *Capisco abbastanza bene il motivo di ogni passo che viene fatto quando si applica un algoritmo aritmetico* e, in particolare, i francesi trovano che *gli algoritmi sono facili da imparare.* Tutti i partecipanti, soprattutto i francesi, raccontano di aver *utilizzato la calcolatrice per evitare di dover applicare gli algoritmi, non appena gli era stato consentito.*

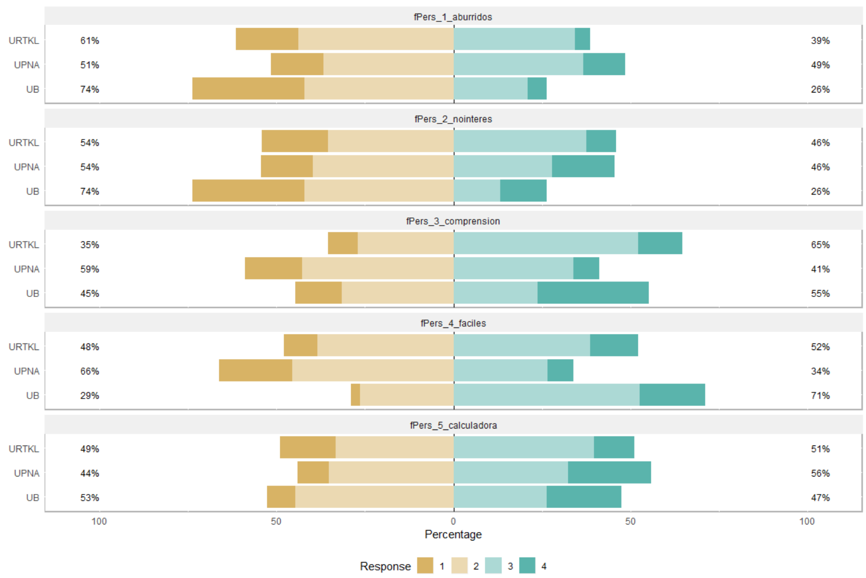


Figura 14

Legenda

fPers_1_aburridos	Li ho sempre trovati noiosi e ripetitivi
fPers_2_nointeres	Non mi è mai interessato sapere perché sono progettati nel modo in cui sono.
fPers_3_comprension	Capisco abbastanza bene il motivo di ogni passo
fPers_4_faciles	Trovo che gli algoritmi siano facili da imparare
fPers_5_calculadora	Non appena mi è stato consentito ho utilizzato la calcolatrice per non doverli applicare

Domanda 2

Si vede chiaramente un atteggiamento favorevole dei partecipanti verso l'insegnamento degli algoritmi aritmetici nella scuola primaria. Per quanto riguarda gli obiettivi dell'insegnare gli algoritmi aritmetici, i partecipanti danno il massimo valore alla *Possibilità di concentrarsi sulla strategia di risoluzione di un problema, se si padroneggiano già i calcoli,* quindi *Aiutare i bambini a comprendere meglio le proprietà dei numeri e delle operazioni,* il che amplia il focus al di là del considerare gli algoritmi come un mero strumento, verso una moderna comprensione dell'aritmetica come studio non solo dei numeri ma di questi ultimi integrati in una ricca struttura dotata di una serie di operazioni. Gli obiettivi più tradizionali dell'insegnamento degli algoritmi, come *la loro utilità per il futuro accademico e professionale degli studenti* o che *offrono allo studente la certezza che i calcoli che esegue siano corretti*, sono molto apprezzati da tutti i partecipanti, allo stesso livello della ragione più tipica del nostro tempo, e cioè che *aiutano gli studenti a comprendere i processi iterativi della programmazione informatica.*

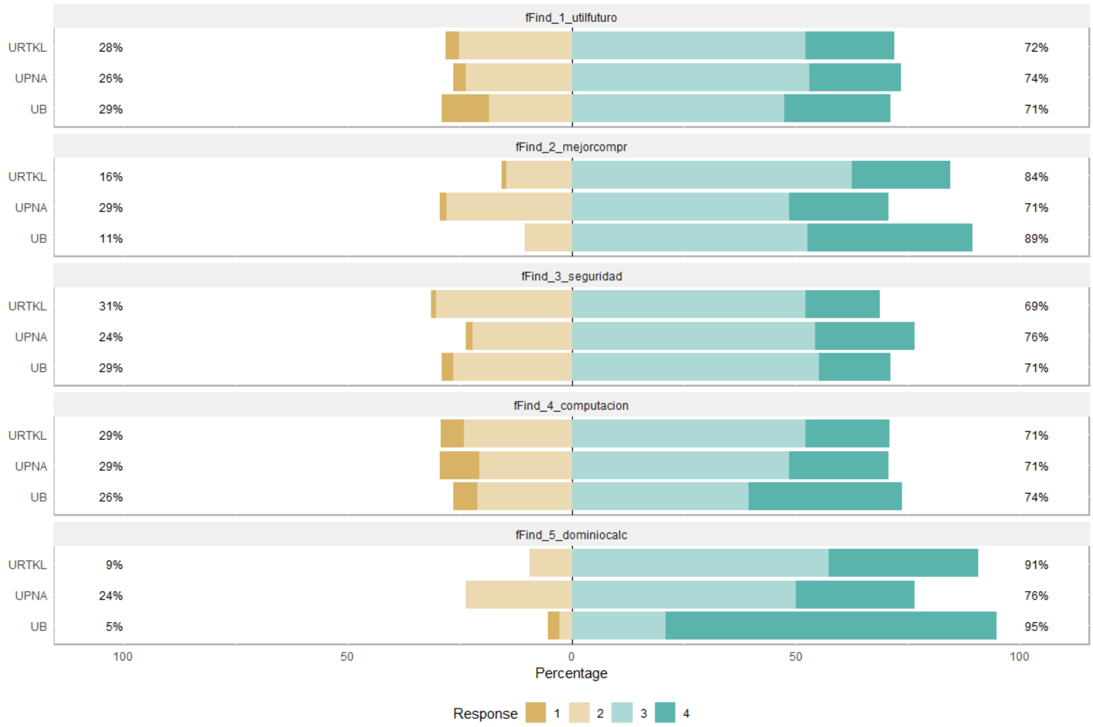


Figura 15

Legenda

fFind_1_utilfuturo	Utile per il futuro accademico e professionale degli studenti
fFind_2_mejorcompr	Aiutare i bambini a comprendere meglio le proprietà dei numeri e delle operazioni
fFind_3_seguridad	Offrire allo studente la certezza che i calcoli che esegue siano corretti,
fFind_4_computacion	Aiutare gli studenti a comprendere i processi iterativi della programmazione informatica
fFind_5_dominiocalc	Possibilità di concentrarsi sulla strategia di risoluzione di un problema, se si padroneggiano già i calcoli

Domanda 3

I partecipanti hanno valutato positivamente tutti gli aspetti e le risorse che si possono mettere in atto per far capire agli alunni come e perché funzionano gli algoritmi, in particolare il materiale manipolativo e l'uso di grafici, diagrammi e schemi appropriati. I partecipanti dell'Università Pubblica di Navarra danno meno valore degli altri *all'incoraggiare l'uso di un linguaggio preciso per denominare le diverse unità coinvolte.*

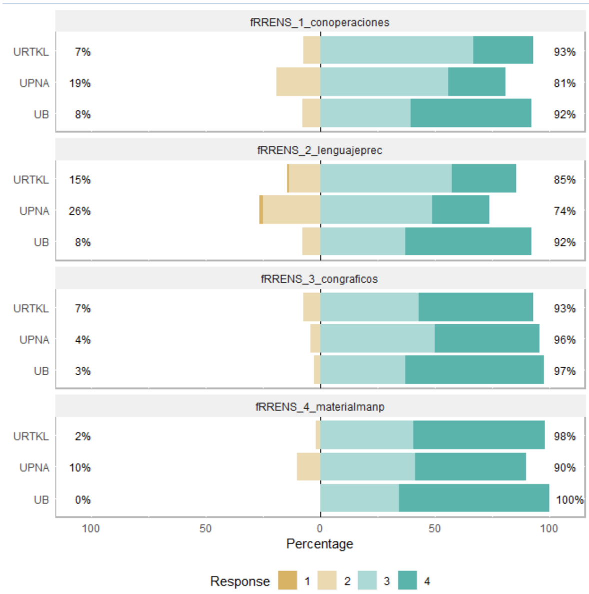


Figura 16

Legenda

fRRENS_1_conoperaciones	Combinarne l'insegnamento con quello delle proprietà dei numeri e delle operazioni aritmetiche
fRRENS_2_lenguajeprec	Incoraggiare l'uso di un linguaggio preciso per denominare le diverse unità coinvolte
fRRENS_3_congraficos	Accompagnarne l'insegnamento con grafici, diagrammi o schemi appropriati
fRRENS_4_materialmanp	Accompagnarne l'insegnamento con un materiale manipolativo adatto

Domanda 4

In questa domanda, i partecipanti hanno dovuto valutare la convenienza di utilizzare algoritmi aritmetici tradizionali per eseguire alcuni tipi di operazioni aritmetiche. Le risposte riflettono chiaramente che l'uso di algoritmi è considerato più necessario quando l'attività coinvolge numeri con più cifre (il caso di 234 x 346). Sorprendentemente alcuni partecipanti, quelli dell'Università Pubblica di Navarra, ritengono necessario utilizzare gli algoritmi per risolvere l'operazione indicata dalla prima risposta, una semplice somma senza raggruppamenti, che può essere facilmente eseguita mediante calcolo mentale.

Può darsi che i partecipanti pensassero che l'alternativa all'utilizzo degli algoritmi fosse la calcolatrice e, di conseguenza, sarebbe stato più naturale utilizzare gli algoritmi rispetto a questo dispositivo, per una semplice addizione. Questo potrebbe anche spiegare il fatto che non tutti i partecipanti considerano appropriato l'uso di algoritmi per risolvere le operazioni indicate nella terza e nella quarta risposta proposte per la domanda 4.

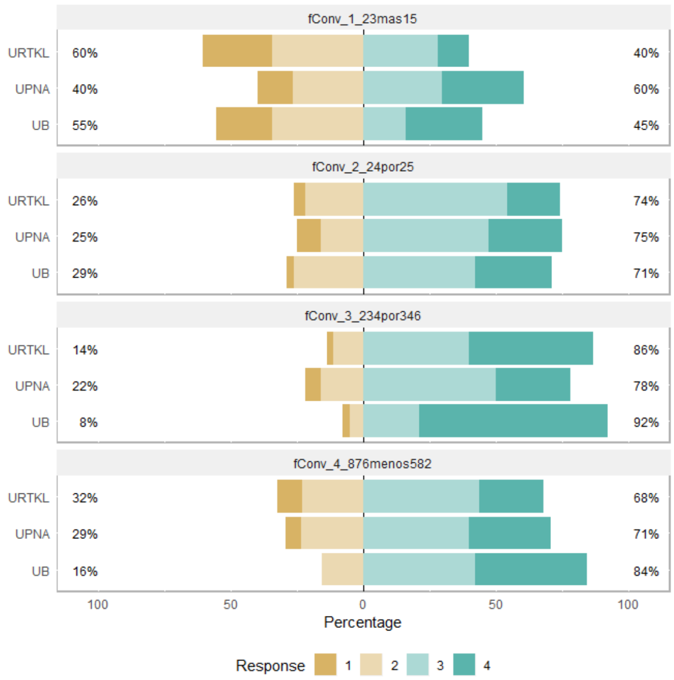


Figura 17

Legenda

fConv_1_23mas15	Operazioni del tipo 23+14
fConv_2_24por25	Operazioni del tipo 24x25
fConv_3_234por346	Operazioni del tipo 234x346
fConv_4_876menos582	Operazioni del tipo 876-582

L'ambiguità delle risposte ci ha portato a modificare la domanda come segue:

Scegli il modo più appropriato per eseguire ciascuno dei seguenti tipi di operazioni:
a) 23 + 15 calcolo mentale - algoritmi classici - calcolatrice
b) 24x25 calcolo mentale - algoritmi classici - calcolatrice
c) 234 x 346 calcolo mentale - algoritmi classici - calcolatrice
d) 876 – 582 calcolo mentale - algoritmi classici - calcolatrice

Domanda 5

Per quanto riguarda i motivi per cui i bambini incontrano difficoltà nell'applicare algoritmi aritmetici, il fatto che *Le regole di applicazione sono state apprese senza conoscerne il significato* è considerato il più importante. Inoltre, questo motivo è strettamente correlato ad altri che i partecipanti considerano importanti. Ad esempio, che gli studenti *Non sono in grado di crearsi una rappresentazione mentale che sia di supporto al calcolo* o *non sanno come utilizzare un diagramma, un grafico o un materiale manipolativo come supporto.* Tutti questi modi di insegnamento avrebbero anche potuto *aiutare gli studenti a non sentirsi bloccati.*

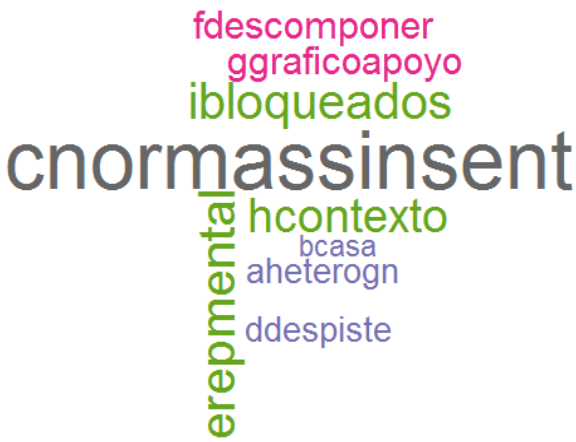


Figura 18

Legenda

Aheterogn	Ogni esempio concreto differisce in qualche modo dagli altri
Bcasa	Non fanno abbastanza pratica a casa
Cnormassinsent	Le regole di applicazione sono state apprese senza conoscerne il significato
Ddespiste	Si distraggono mentre li stanno applicando
Erepmental	Non sono in grado di crearsi una rappresentazione mentale che sia di supporto al calcolo
Fdescomponer	Non sono abituati a scomporre numeri
Ggraficoapoyo	Non sanno come usare un diagramma, un grafico o materiale manipolativo come supporto
Hcontexto	Non trovano senso nell’applicarli per eseguire operazioni, senza una situazione di contesto
Ibloqueados	Si sentono bloccati dalla paura di commettere errori

Domanda 6

In questa domanda i partecipanti hanno dovuto esprimere il loro grado di accordo con le seguenti affermazioni sull'insegnamento e la pratica degli algoritmi aritmetici nell'istruzione primaria.

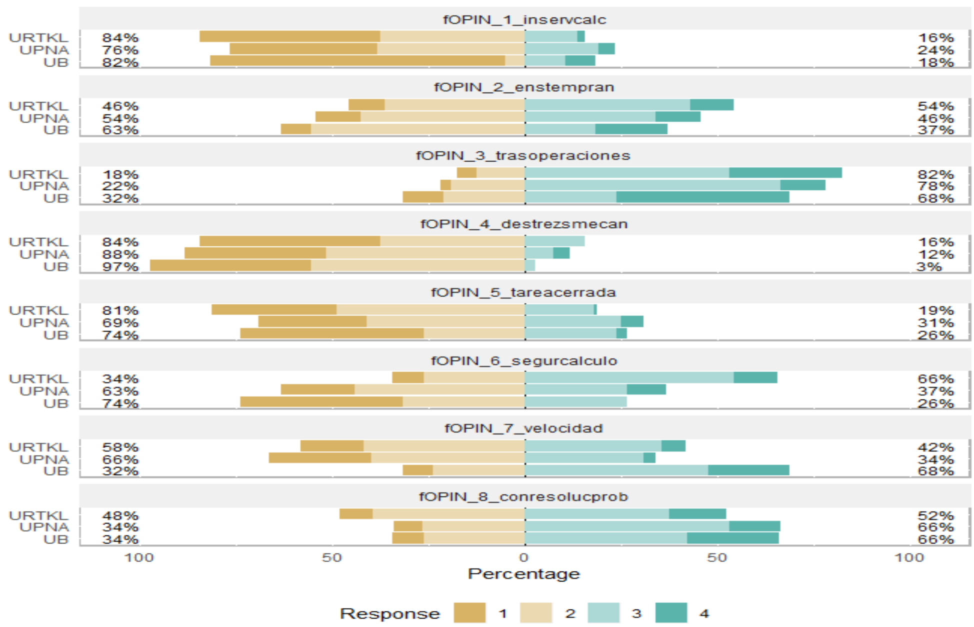


Figura 19

Legenda

fOPIN_1_inservcalc	Oggigiorno è inutile conoscere gli algoritmi aritmetici dal momento che è possibile utilizzare la calcolatrice
fOPIN_2_enstempran	Dobbiamo cercare di insegnarli il prima possibile
fOPIN_3_trasoperaciones	Devono essere insegnati dopo aver compreso il significato delle operazioni aritmetiche
fOPIN_4_destrezsmecan	Non è consigliabile dedicare del tempo ai bambini affinché comprendano appieno gli algoritmi aritmetici, in quanto ciò ritarda la loro acquisizione di abilità meccaniche
fOPIN_5_tareacerrada	Praticare gli algoritmi aritmetici è un compito che non lascia spazio all'iniziativa dello studente
fOPIN_6_segurcalculo	Nell'istruzione primaria, l'apprendimento degli algoritmi aritmetici deve essere prioritario, oltre alla risoluzione dei problemi
fOPIN_7_velocidad	Nell'insegnamento degli algoritmi, l'accento dovrebbe essere posto sul fatto che i bambini acquisiscano velocità quando li applicano
fOPIN_8_conresolucprob	Se non si collega alla risoluzione dei problemi, la pratica degli algoritmi aritmetici può far perdere agli studenti l'interesse per la matematica

Sembra esserci un forte consenso *sull'utilità dell'apprendimento di algoritmi aritmetici nonostante l'uso diffuso della calcolatrice*, ma solo se l'apprendimento mira a una *comprensione approfondita delle dinamiche coinvolte* piuttosto che una *semplice acquisizione di compiti meccanici.* In relazione a questo modo di vedere l'insegnamento degli algoritmi, c'è l'opinione dei partecipanti che *questo tipo di esercizi sia un compito chiuso.* Solo i partecipanti francesi *sottolineano che i bambini acquisiscono velocità nell'applicazione degli algoritmi*, mentre gli insegnanti in servizio italiani *danno priorità all'apprendimento degli algoritmi aritmetici, rispetto alla risoluzione dei problemi, in modo che gli studenti acquisiscano confidenza con i calcoli.*

Tuttavia, quest'ultima affermazione del questionario include due proposizioni, quindi non è chiaro se i partecipanti siano d'accordo con una, con l'altra o con entrambe le proposizioni.

I partecipanti italiani attribuiscono anche un valore leggermente inferiore rispetto agli altri all'affermazione che, *se svincolata dai problemi di aritmetica, la pratica degli algoritmi può far perdere agli studenti l'interesse per la matematica.* Ciò è coerente con l'enfasi dei partecipanti italiani *sull'insegnamento degli algoritmi alla minore età possibile.* Il resto dei partecipanti non considera conveniente questa pratica. Tutti concordano con l'opportunità *di insegnare gli algoritmi dopo che è stato compreso il significato delle operazioni aritmetiche.* È chiaro che sia i docenti in formazione continua sia gli studenti delle lauree in Formazione Primaria ritengono che comprendere il significato di ogni operazione darà senso ai calcoli, come accade quando vengono eseguiti in modo contestualizzato, legato a problemi di aritmetica.

Analisi dei gruppi di variabili a partire dalle risposte alle domande 1 e 6

Seguendo la teoria dei cluster di Green, cerchiamo gruppi di variabili che compaiono insieme nei dati raccolti, seguendo una tecnica di analisi dei dati multivariata chiamata analisi delle componenti principali.

Utilizzando questa tecnica, i dati verranno proiettati su un piano generato da due assi, ognuno dei quali sarà un'opportuna combinazione lineare delle variabili che compaiono nelle domande 1 e 6:

1) La prima delle componenti principali (rappresentata sull'asse OX di Figura 20) raccoglie le seguenti variabili sul semiasse positivo:
   - *Li ho sempre trovati noiosi e ripetitivi* (fPers_1)
   - *Non mi è mai interessato sapere perché sono progettati nel modo in cui sono* (fPers_2)
   - *Non appena mi è stato consentito ho utilizzato la calcolatrice per non doverli applicare* (fPers_5)
   - *Oggigiorno è inutile conoscere gli algoritmi aritmetici dal momento che è possibile utilizzare la calcolatrice* (fOPIN_1)

- *Non è consigliabile dedicare del tempo ai bambini affinché comprendano appieno gli algoritmi aritmetici, in quanto ciò ritarda la loro acquisizione di abilità meccaniche* (fOPIN_4)
- *Praticare gli algoritmi aritmetici è un compito che non lascia spazio all'iniziativa dello studente* (fOPIN_5)

2) Le variabili raccolte nel semiasse negativo OX riflettono convinzioni opposte:
   - *Capisco abbastanza bene il motivo di ogni passo* (fPers_3)
   - *Trovo che algoritmi sono facili da imparare* (fPers_4)

3) Il semiasse positivo OY è definito dalle variabili della Domanda 6 che mostrano gli algoritmi come un'abilità che deve essere appresa e padroneggiata praticandola:
   - *Dobbiamo cercare di insegnarli il prima possibile* (fOPIN_2)
   - *Nell'istruzione primaria, l'apprendimento degli algoritmi aritmetici deve essere prioritario, oltre alla risoluzione dei problemi* (fOPIN_6)
   - *Nell'insegnamento degli algoritmi, l'accento dovrebbe essere posto sul fatto che i bambini acquisiscano velocità quando li applicano* (fOPIN_7)

4) Il semiasse negativo OY è determinato dalla seguente affermazione:
   - *Devono essere insegnati dopo aver compreso il significato delle operazioni* aritmetiche (fOPIN_3)

Figura 20

Analizzando le variabili che determinano il semiasse OX positivo, è chiaro che l'esperienza personale dei partecipanti con gli algoritmi durante i loro anni scolastici è legata alle opinioni che esprimono sull'insegnamento e la pratica degli algoritmi aritmetici nell'istruzione primaria.

L'analisi non mostra quasi nessuna differenza tra i partecipanti delle diverse istituzioni, che appaiono sparsi in tutta la mappa, ad eccezione di quelli dell'Università di Bordeaux (in rosso nella Figura 7), per lo più situati nel terzo quadrante. Ciò significa che *trovano gli algoritmi facili da imparare*, *capiscono il motivo di ogni passaggio* e che, a loro avviso, *gli algoritmi dovrebbero essere insegnati una volta compreso il significato delle operazioni aritmetiche.*

Questo atteggiamento è coerente con le altre risposte fornite da questi partecipanti. Un possibile punto di incoerenza nelle loro risposte potrebbe essere l'enfasi sul fatto che i bambini acquisiscono velocità quando applicano gli algoritmi.

Analisi del profilo dei partecipanti delle diverse istituzioni

Per tenere conto dell'istituzione/paese dei partecipanti nell'analisi delle risposte alle domande da 1 a 4, creeremo delle variabili virtuali:

1) Una variabile virtuale, detta *comprensione*, ottenuta come risultato sommando i valori assegnati alle variabili della Domanda 1 che definiscono il semiasse negativo OX in Figura 20 e poi sottraendo i valori assegnati alle variabili che determinano il semiasse positivo OX:

(+) *Capisco abbastanza bene le motivazioni di ogni passaggio* (fPers_3)
(+) *Li ho trovati facili da imparare* (fPers_4)
(+) *Li ho sempre trovati noiosi e ripetitivi* (fPers_1)

(-) *Non mi è mai interessato sapere perché sono stati progettati così* (fPers_2)
(-) *Non appena mi è stato permesso, ho usato la calcolatrice per evitare di doverli applicare* (fPers_5)

Il diagramma sottostante mostra che questa variabile assume un valore positivo sia per i partecipanti francesi sia per quelli italiani, mentre assume un valore negativo per i partecipanti spagnoli.

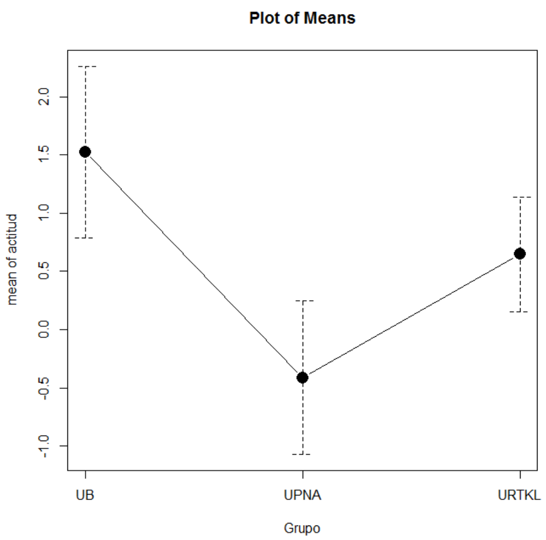


Figura 21

2) Un'altra variabile virtuale, la *competenza*, ottenuta come risultato della somma di tutte le variabili che definiscono il semiasse positivo OX:

(+) Li ho sempre trovati noiosi e ripetitivi (fPers_1)
(+) Non mi è mai interessato sapere perché sono stati progettati così (fPers_2)
(+) Non appena mi è stato permesso, ho usato la calcolatrice per evitare di doverli applicare (fPers_5)

Osserviamo che gli studenti dell'Università Pubblica di Navarra sono chiaramente definiti da questa variabile, mentre i francesi mostrano un profilo marcatamente diverso. Questa variabile non è la più appropriata per descrivere i partecipanti italiani.

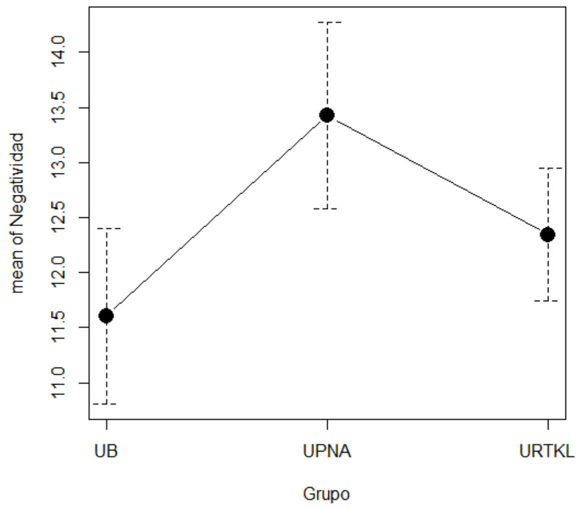


Figura 22

5. Conclusioni: osservazioni, riflessioni e proposte di miglioramento

Nonostante l'attuale accessibilità alle calcolatrici in qualsiasi momento, sembra esserci un grande consenso tra i partecipanti sull'utilità di lavorare con algoritmi aritmetici nella scuola primaria, anche se con diverse sfumature. Il lavoro con gli algoritmi non è inteso come un compito meccanico chiuso, ma piuttosto come una ricerca da cui i bambini possano comprendere le dinamiche sottostanti e allo stesso tempo acquisire familiarità con i numeri e le loro proprietà.

L'analisi dei risultati del questionario chiarisce che i partecipanti considerano importante il lavoro sugli algoritmi aritmetici nell'istruzione primaria anche per fare acquisire una sensazione di sicurezza nei calcoli durante la risoluzione dei problemi. Inoltre, vedono gli algoritmi come un'opportunità, per i bambini, di incontrare per la prima volta processi iterativi, dello stesso tipo di quelli che appaiono nella programmazione informatica.

Nonostante questa opinione generale, i partecipanti riconoscono che i bambini incontrano spesso difficoltà con gli algoritmi, che attribuiscono al modo in cui di solito vengono insegnati, come regole senza senso che non aiutano i bambini a farsi immagini mentali della scomposizione dei numeri coinvolti nel calcolo. La maggior parte dei partecipanti ritiene che la pratica di algoritmi slegati dai problemi aritmetici possa portare i bambini a perdere interesse per la matematica.

Inoltre, l'analisi chiarisce che l'esperienza che i partecipanti hanno avuto con gli algoritmi durante i loro anni scolastici è correlata alle opinioni che esprimono sull'insegnamento e la pratica degli algoritmi aritmetici nell'istruzione primaria. Ad esempio, un'esperienza noiosa con gli algoritmi è correlata all'opinione che non sia consigliabile che i bambini dedichino del tempo per capirli in profondità.

Per quanto riguarda l'origine dei partecipanti, sembra esserci un interesse maggiore riguardo la comprensione delle dinamiche degli algoritmi nel caso dei futuri insegnanti francesi e italiani, rispetto a quelli spagnoli. Questa visione degli algoritmi non sembra coincidere con le loro opinioni sull'insegnamento della materia, alla prima età possibile nel caso dei partecipanti italiani e volto alla ricerca della velocità nel caso dei francesi.

I risultati ottenuti dall'esperienza pilota con il questionario hanno portato a modificare leggermente alcune delle domande. In particolare, abbiamo riformulato le domande 4 e 6, che ora sono come si può vedere nell'Allegato Q1, per permetterci di interpretare meglio le risposte nelle ricerche future.

D'altra parte, i risultati ottenuti ci hanno aperto la strada per progettare un'officina che fornisca agli insegnanti attuali e futuri nuove esperienze con gli algoritmi. Cercheremo modalità dinamiche di lavorare in quest'area dell'insegnamento della matematica che permettano ai partecipanti di scoprire le relazioni tra gli algoritmi e le ricche proprietà dei numeri e le loro operazioni. Allo stesso tempo, collegheremo la pratica degli algoritmi alla comprensione delle operazioni sottostanti, attraverso l'uso di materiali manipolativi e schemi grafici.

Relazione su Q2, questionario sulla risoluzione e rappresentazione di problemi aritmetici

Indice

1. Riepilogo

Nell'ambito del progetto ANFoMAM, *Imparare dai bambini per formare insegnanti nell'area della matematica*, sovvenzionato dal programma Erasmus +, è stato progettato un questionario sulla risoluzione e la rappresentazione dei problemi aritmetici nell'istruzione primaria. L'obiettivo è conoscere l'esperienza che gli insegnanti in formazione iniziale e continua hanno avuto con i problemi di aritmetica durante gli anni scolastici. Il questionario permette di indagare anche su quali siano le loro convinzioni sugli obiettivi del lavorare con i problemi di calcolo nella scuola elementare e le difficoltà che i bambini riscontrano più spesso.

La prima esperienza pilota del questionario (allegato P2) con partecipanti spagnoli, francesi e italiani mostra chiaramente che la maggior parte di loro apprezza il valore della risoluzione dei problemi nell'ambito dell'istruzione primaria per molte ragioni, sebbene ammettano che i bambini tendono a trovare difficoltà con questa attività. L'analisi dei dati raccolti fornisce diversi profili di insegnanti, sia in formazione iniziale sia in servizio, in base al modo con cui si avvicinano all'insegnamento dei problemi di aritmetica in classe, che è correlato alle motivazioni che i medesimi adducono in merito al lavorare su questa area della matematica. Dopo aver analizzato i risultati ottenuti nella prima implementazione del questionario, si propongono alcune modifiche per utilizzi futuri (allegato Q2[4]).

2. Progettazione del questionario: background e obiettivi

I problemi sono il cuore della matematica (Millán Gasca, 2018). La matematica è nata, è cresciuta e si è evoluta attorno ai problemi che diverse civiltà hanno incontrato nel corso della storia dell'umanità, o problemi che hanno semplicemente suscitato la curiosità delle persone. Nonostante questo, i problemi sono spesso la principale fonte di scoraggiamento nei bambini di fronte all'apprendimento della matematica. Il motivo principale potrebbe essere il modo in cui vengono solitamente affrontati i problemi a scuola, circostanza che non si limita all'insegnamento della matematica.

Dal nostro punto di vista, il modo di lavorare con i problemi di matematica riflette chiaramente un modo particolare di intendere l'insegnamento: se il risultato è l'unica cosa che deve essere valutata o, al contrario, il processo di risoluzione deve essere preso in considerazione anche nella valutazione; se l'obiettivo sia formare gli alunni nell'esecuzione di compiti meccanici o, al contrario, se essi vadano aiutati a trovare le proprie strategie per risolvere i compiti, incoraggiandoli a condividerli tra loro; se gli insegnanti

[4] Cuestionario Q2: https://docs.google.com/forms/d/17olzdm7iSf_2m5gesjeZcX3_weSxCgn2In7-idKYbec/copy

promuovono la fiducia negli alunni o se, invece, li fanno sentire limitati, eccetera. Il modo di affrontare la risoluzione dei problemi potrebbe essere usato come paradigma per analizzare i diversi modi di intendere l'insegnamento in generale.

Nel progetto ANFoMAM (Catalán et al., 2019), è stata progettata un'officina sulla risoluzione e rappresentazione di problemi aritmetici, focalizzata sulla scoperta delle relazioni implicite che esistono tra le grandezze che compaiono nei problemi, sotto forma di dati noti e di incognite. Esistono molti tipi di problemi di matematica per l'istruzione primaria, oltre a quelli di aritmetica, ma questi ultimi sono i più usati in classe. Per questo motivo i ricercatori dell'Università Pubblica di Navarra legati al progetto hanno ideato un questionario, denominato Q2, sulla risoluzione e rappresentazione di problemi aritmetici. Il questionario si propone di scoprire le convinzioni che sia gli studenti universitari che i docenti in servizio hanno sugli aspetti legati alla risoluzione di questi problemi:

- L'esperienza che i partecipanti hanno avuto durante la loro propria fase scolastica con problemi di aritmetica: le difficoltà che hanno avuto, i tipi di problemi che sono loro piaciuti di più, le strategie che hanno usato e così via.
- Le convinzioni che i partecipanti hanno riguardo allo scopo di insegnare problemi di aritmetica nell'istruzione primaria e sulle difficoltà degli studenti nel risolverli.
- Come lavorare sui problemi in classe e come valutarne la risoluzione.

A priori ci aspettavamo di trovare modi diversi di lavorare sui problemi di aritmetica a scuola, legati alle convinzioni degli insegnanti sugli scopi di detto lavoro:

- L' applicazione delle conoscenze matematiche, appena apprese in classe a situazioni diverse, non necessariamente legate alla vita quotidiana degli studenti. L'atteggiamento che ci si potrebbe aspettare dalle persone che la pensano così è che lavoreranno su problemi standard, problemi che possono essere risolti con procedure ripetitive che portano al risultato corretto nel più breve tempo possibile.
- Mostrare le relazioni tra diversi concetti matematici. Ci si aspetta che i futuri insegnanti con queste convinzioni sui problemi aritmetici forniscano ai bambini situazioni matematiche diverse in cui queste relazioni appaiono naturalmente. È il caso, ad esempio, dei problemi di misurazione, in cui si vedono chiaramente le relazioni tra aspetti geometrici e aspetti aritmetici.
- Offrire agli studenti l'opportunità di implementare strategie conosciute, o anche di inventare nuove strategie, in situazioni diverse da quelle che hanno incontrato in precedenza. I partecipanti con queste convinzioni dovrebbero proporre ai loro futuri studenti problemi che rappresentino una vera sfida per loro.

Nella versione iniziale del questionario (allegato P2) avevamo incluso, come domande, due problemi aritmetici da risolvere, insieme ad altre due domande riguardo quali strategie i partecipanti avessero adottato nella loro risoluzione. Ma, dopo la fase pilota di applicazione del questionario, abbiamo visto che proporre problemi ai partecipanti non era il modo migliore per creare un'atmosfera rilassata che li aiutasse a riflettere sulle proprie esperienze con la matematica.

Per questo motivo le prime quattro domande della versione iniziale del questionario sono state sostituite dalle domande 1, 2, 3 e 4 della versione più recente (llegato Q2).

3. Raccolta dei dati

La prima versione del questionario (allegato P2) è stata somministrata a un totale di 97 partecipanti:

- Università di Saragozza (27 studenti universitari e 5 docenti in servizio)
- Università Pubblica di Navarra (62 studenti universitari e 3 docenti in servizio)

La versione più recente (allegato Q2) è stata consegnata a 104 partecipanti, tutti di Roma (Università Roma Tre e ToKalon), la maggior parte docenti in servizio.

4. Elaborazione e analisi dei dati

La parte principale della versione più recente del questionario è costituita da sette domande relative a:

1) Strategie che i bambini usano spesso per risolvere i problemi (scelta multipla)
2) Difficoltà che i bambini incontrano quando risolvono problemi di aritmetica (scelta multipla)
3) Strategie utilizzate più frequentemente dai partecipanti intervistati per risolvere i problemi (scelta multipla)
4) Difficoltà incontrate dai partecipanti intervistati nella risoluzione di problemi aritmetici (scelta multipla)
5) Pesi assegnati alle preferenze dei partecipanti rispetto a 8 tipi di problemi di aritmetica nell'istruzione primaria sulla scala Likert (da 1, peso più basso, a 4, più alto)
6) Pesi assegnati a 7 obiettivi riguardanti il lavorare con i problemi di aritmetica nell'istruzione primaria sulla scala Likert (da 1, il peso più basso, a 4, il più alto)
7) Pesi assegnati a 5 affermazioni sulla risoluzione di problemi di aritmetica nell'istruzione primaria sulla scala Likert (da 1, il peso più basso, a 4, il più alto)

Queste sette domande sono seguite da altre due, volte a ottenere informazioni sulla situazione personale o professionale dei partecipanti.

La nostra analisi dei dati inizia con le domande che compaiono sia nella versione iniziale sia in quella più recente del questionario (domande 5, 6, 7 e 8).

Domanda 5

Il 76% dei partecipanti non è d'accordo con l'affermazione *Non mi piace risolvere i problemi*. Per quanto riguarda il tipo di problemi che si preferisce risolvere, il 79% preferisce risolvere i *problemi con più operazioni*. Va inoltre notato che la maggior parte dei partecipanti (71%) non ama risolvere *problemi di tipo combinatorio*. Ciò può essere correlato al fatto che il 60% dei partecipanti non ama *risolvere problemi aritmetici non standard*, una categoria in cui vengono spesso inseriti i problemi combinatori.

Può sorprendere che i problemi sulle frazioni siano stati molto apprezzati (66%), mentre i problemi sulla proporzionalità e sulle percentuali, molto simili a quelli sulle frazioni, siano stati indicati come graditi solo dal 45% dei partecipanti (figura 23). Una possibile spiegazione potrebbe essere che i problemi di proporzionalità e percentuali non vengono solitamente spiegati in relazione alle frazioni, ma come se fossero qualcosa di diverso, il che rende difficile la loro comprensione.

In sintesi, i dati sembrano indicare che i partecipanti preferiscono risolvere problemi di aritmetica standard, anche se richiedono più operazioni, piuttosto che problemi in cui devono trovare le proprie strategie di risoluzione, come nel caso dei problemi di tipo combinatorio.

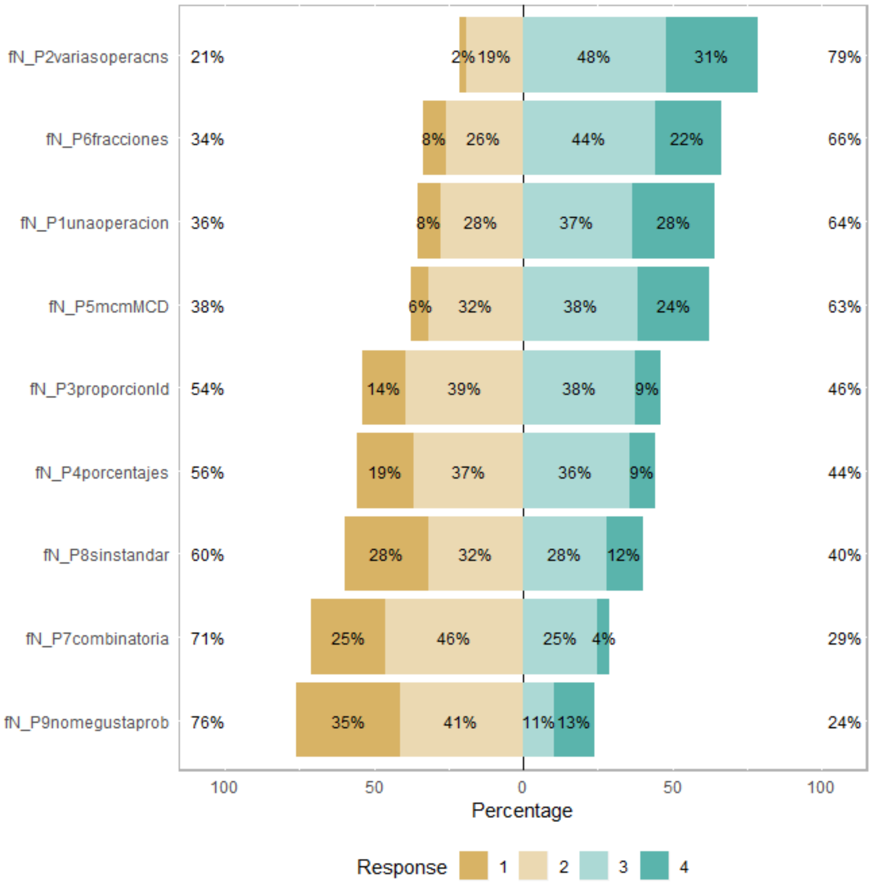


Figura 23

Legenda

fN_P1unaoperacion: mi piacciono i problemi che possono essere risolti con una sola operazione fN_P2variasoperacns: mi piacciono i problemi che richiedono più operazioni fN_P3proporcionld: mi piacciono i problemi di proporzionalità diretta e inversa fN_P4percentajes: mi piacciono i problemi sulle percentuali fN_P5mcmMCD: mi piacciono i problemi con il massimo comun divisore e il minimo comune multiplo	fN_P6fractions: mi piacciono i problemi con le frazioni fN_P8sinstandar: mi piacciono i problemi che non possono essere classificati come standard fN_P7 combinatoria: mi piacciono i problemi combinatori fN_P9nomegustaprob: Non mi piace risolvere i problemi

Domanda 6

Per quanto riguarda gli obiettivi del lavorare sulla risoluzione dei problemi di aritmetica nell'istruzione primaria, non ci sono chiare differenze tra i partecipanti. C'è un forte accordo sull'obiettivo principale, che è, per la maggior parte di loro, che *i bambini sviluppino fiducia nelle proprie capacità*.

Risulta ampiamente accettato anche il fatto che si debba lavorare sui problemi di aritmetica *per mostrare le relazioni tra concetti matematici diversi*, così come l'obiettivo di *mostrare ai bambini che la matematica può aiutarli nella loro vita quotidiana* e quello di permettere loro di dialogare usando il linguaggio matematico e l'argomentazione.

Il grado di accordo decresce progressivamente nel grafico fino a raggiungere l'obiettivo di *preparare i bambini a situazioni che incontreranno in un futuro accademico o professionale*, anche se pure in questo caso il grado di accordo è superiore all'85%.

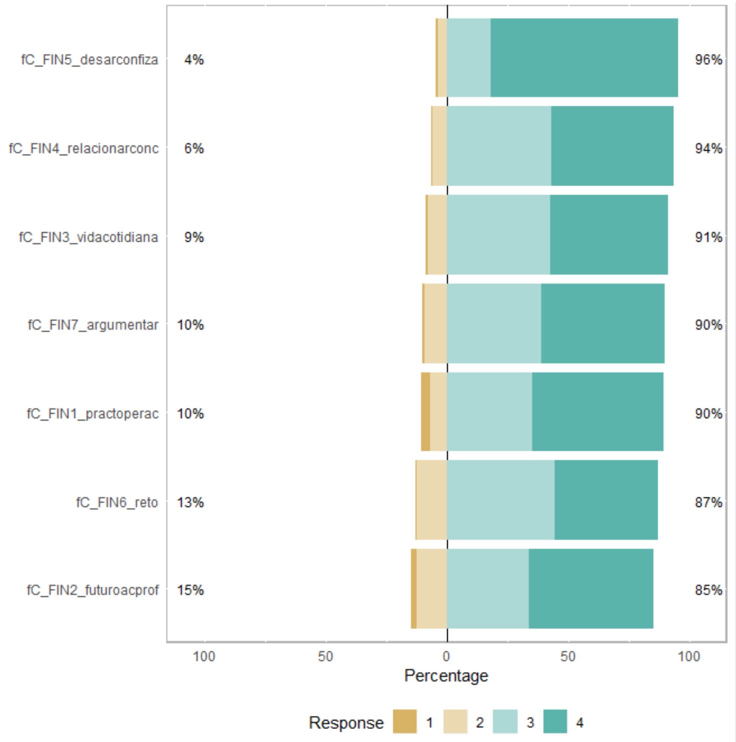


Figura 24

Legenda

fC_FIN1_practoperac: esercitarsi con l'operazione appena appresa in classe fC_FIN2_futuroacprof: preparare i bambini al futuro accademico e professionale fC_FIN3_vidacotidiana: mostrare che la conoscenza dell'aritmetica li potrà aiutare nella tua vita quotidiana fC_FIN4_relacionarconc: mostra la relazione tra diversi concetti matematici	fC_FIN5_deconfiza: aiutare il bambino a sviluppare un atteggiamento di fiducia nelle proprie capacità fC_FIN6_reto: portare il bambino ad affrontare una sfida pratica fC_FIN7_argumentar: proporre situazioni in cui i bambini possono dialogare utilizzando il linguaggio e l'argomentazione matematici

Se si tiene conto dell'origine dei partecipanti, emergono lievi differenze tra le istituzioni. Ad esempio, l'obiettivo di *proporre situazioni concrete affinché i bambini possano dialogare utilizzando il linguaggio e l'argomentazione matematici* appare più apprezzato dai partecipanti italiani che dagli spagnoli, mentre questi ultimi danno maggior peso al ruolo dei problemi come *preparazione al futuro percorso accademico e professionale degli alunni*. I partecipanti dell'Università Pubblica di Navarra danno meno peso degli altri all'obiettivo *di mostrare ai bambini che le conoscenze aritmetiche possono aiutarli nella loro vita quotidiana* e di *mostrare le relazioni che esistono tra i diversi concetti matematici*. Invece, danno molto peso al fatto di *far affrontare agli alunni una sfida che li incoraggi a mettere in pratica le loro conoscenze e abilità matematiche*.

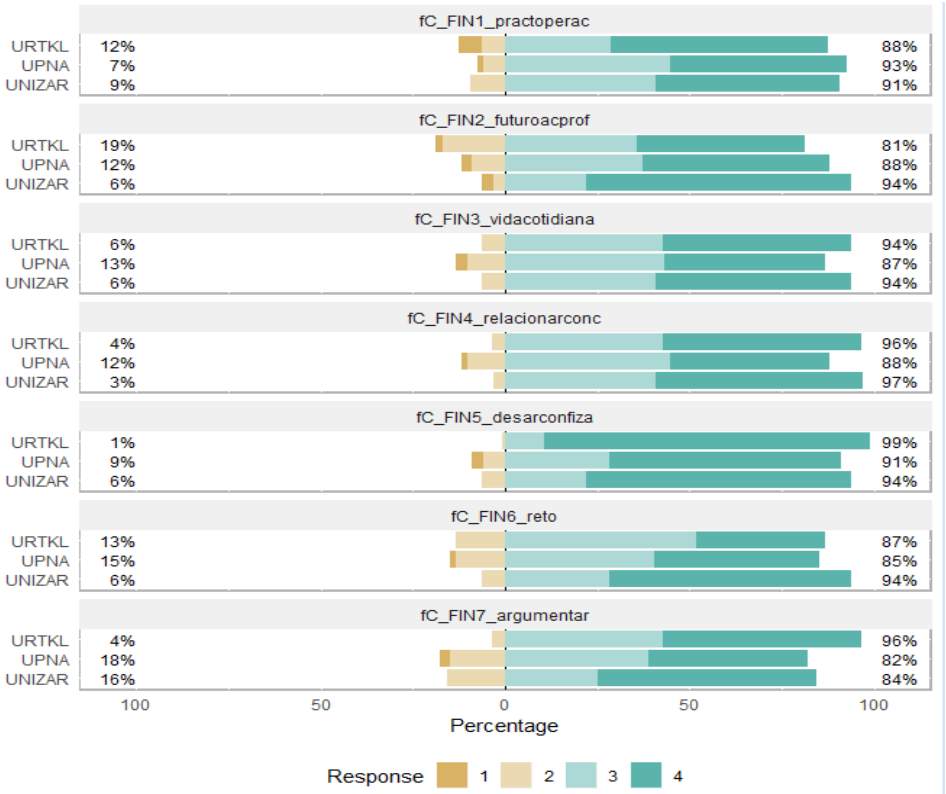


Figura 25

Legenda

fC_FIN1_practoperac: esercitarsi con l'operazione appena appresa in classe fC_FIN2_futuroacprof: preparare i bambini al loro futuro accademico e professionale fC_FIN3_vidacotidiana: mostra al bambino che le conoscenze matematiche possono aiutarlo a comprendere meglio la vita quotidiana fC_FIN4_relacionarconc: mostrare la relazione tra diversi concetti matematici	fC_FIN5_desarconfiza: aiutare i bambini a sviluppare un atteggiamento di fiducia nelle proprie capacità fC_FIN6_reto: portare l'alunno ad affrontare una sfida fC_FIN7_argumentar: proporre situazioni in cui i bambini possono dialogare utilizzando il linguaggio e l'argomentazione matematici

Domanda 7

Vale la pena osservare quello che mostra la Figura 26, e cioè che il più alto grado di accordo appare intorno alle seguenti affermazioni: *l'atteggiamento degli studenti nei confronti dei problemi di aritmetica può cambiare in modo positivo attraverso un'adeguata proposta didattica*; *ottenere il risultato corretto non è la cosa più importante nella valutazione*; *è quasi impossibile per un bambino di scuola elementare progettare la propria strategia se deve risolvere un problema nuovo.*

Se si tiene conto dell'origine dei partecipanti, le maggiori discrepanze emergono intorno alla *preferenza delle tecniche per svolgere le operazioni rispetto alla risoluzione dei problemi, al fine di garantire che i bambini acquisiscano fiducia nei calcoli*. Mentre i partecipanti italiani mostrano un alto grado di accordo con questa affermazione, gli spagnoli non sono d'accordo con essa, in particolare quelli dell'Università di Saragozza.

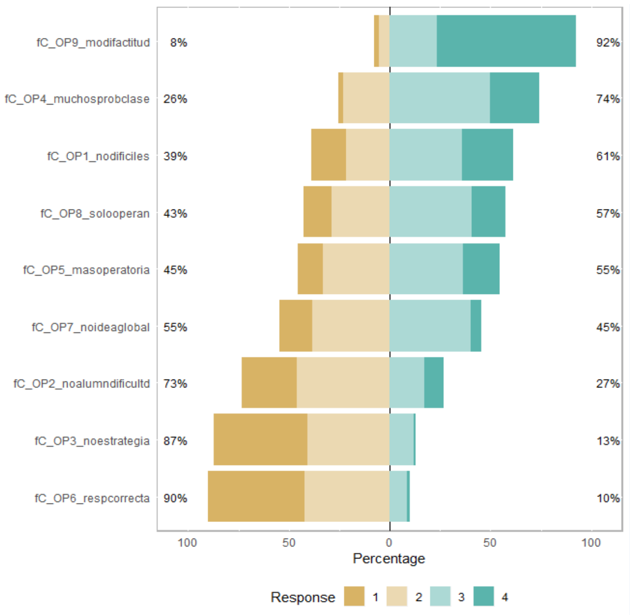


Figura 26

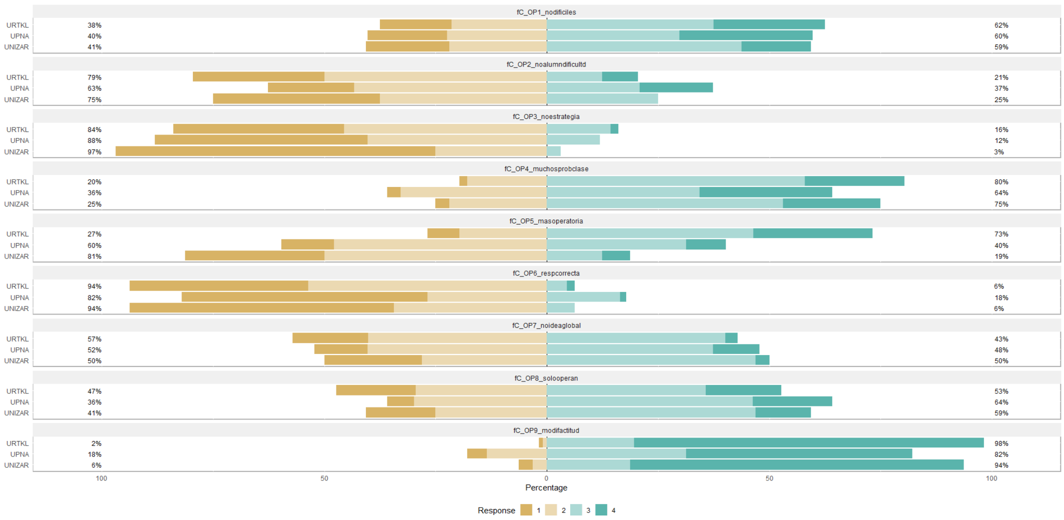


Figura 27

Legenda

fC_OP1nodificiles: proporre problemi difficili ai bambini può far perdere loro interesse per la matematica fC_OP2noalumndifficultd: non è conveniente proporre problemi a studenti con difficoltà di apprendimento. fC_OP3noestrategia: è quasi impossibile per un bambino progettare la propria strategia. fC_OP4muchosprobclase: più problemi vengono fatti in classe, meglio è fC_OP5masoperative: le tecniche per fare le operazioni dovrebbero essere prioritarie rispetto alla risoluzione dei problemi.	fC_OP6respcorrecta: Ottenere la soluzione corretta non è la cosa più importante nella valutazione. fC_OP7noideaglobal: i bambini non cercano di farsi un'idea globale della situazione problematica fC_OP8solooperan: gli alunni ritengono che sia loro consentito solamente svolgere le operazioni fC_OP9modifactitud: l'atteggiamento degli studenti può cambiare attraverso un'adeguata proposta didattica

Analisi dei gruppi di variabili della domande 6 e 7

Seguendo la teoria dei Cluster di Green, cerchiamo le variabili che compaiono nei dati in modo raggruppato, e lo facciamo mediante una tecnica di analisi multivariata, chiamata analisi delle componenti principali.

Figura 28

In figura 28 si possono distinguere tre gruppi di variabili:

Gruppo 1: Questo gruppo (nella parte sinistra della figura 28) è formato dalle seguenti variabili:

- *È quasi impossibile per un bambino progettare la propria strategia*
- *Non è consigliabile proporre problemi a bambini con difficoltà di apprendimento*
- *I bambini non cercano di farsi un'idea globale della situazione che presenta il problema*
- *La cosa più importante quando si valuta un problema di aritmetica è che sia stata data la risposta corretta*

Le prime tre frasi possono essere facilmente associate a una **visione pessimistica** della capacità dei bambini di risolvere problemi aritmetici. La terza affermazione potrebbe ammettere diverse interpretazioni. I partecipanti potrebbero attribuire il fatto che i bambini non cerchino di farsi un'idea globale del problema alle consuete forme di insegnamento a scuola, che non sono orientate allo sviluppo di queste abilità, ma, se consideriamo anche le prime due frasi, sembra più che i partecipanti ritengano che tale comprensione sia lontana dalle possibilità dei bambini. Per quanto riguarda la valutazione della risoluzione di un problema, si preferisce valutare di *aver ottenuto la risposta corretta.* In questo gruppo, non ci sono variabili che si riferiscono agli obiettivi del lavoro sulla risoluzione dei problemi nell'istruzione primaria.

L'atteggiamento che ci si aspetterebbe da questi partecipanti nel loro futuro come insegnanti sarebbe:

- Dare agli studenti problemi di aritmetica standard che possano essere risolti senza grandi difficoltà.
- Chiedere semplicemente loro di verificare se il risultato che hanno ottenuto è corretto o errato, invece di incoraggiarli ad analizzare strategie diverse per risolvere il compito.
- Formare i bambini a risolvere problemi di ogni tipo utilizzando strategie predefinite, piuttosto che incoraggiarli a essere creativi.

È difficile immaginare che questi insegnanti portino i propri studenti ad avere fiducia nelle proprie capacità di risolvere i problemi poiché concentrarsi sul risultato rende gli studenti più interessati a non commettere errori che a esplorare nuove strategie.

Gruppo 2: Intorno all'asse di risolvere problemi allo scopo di *praticare le operazioni appena apprese in classe,* compaiono alcune variabili (nell'area centrale della figura 6) il cui denominatore comune sembra essere l'associazione della matematica nella scuola primaria con l'apprendimento e la pratica di tecniche operative, invece di risolvere problemi che potrebbero essere considerati "difficili":

- *Nell'istruzione primaria, l'apprendimento delle tecniche operative dovrebbe essere prioritario rispetto alla risoluzione dei problemi, affinché gli studenti acquisiscano fiducia nei calcoli.*
- *Proporre bambini con problemi aritmetici per loro difficili può far perdere loro interesse per la matematica.*
- *Gli alunni ritengono che siano consentite solo le operazioni e non ricorrono ad altri tipi di strategie.*
- *Affinché i bambini imparino a risolvere i problemi, più ne fanno in classe, meglio è*

Queste affermazioni mostrano una visione della capacità di risoluzione dei problemi come una semplice competenza che deve essere acquisita (Peters, 1967). Queste variabili, insieme alla convinzione che più problemi si fanno in classe, meglio è, ci porta a pensare che i partecipanti che hanno dato un peso elevato a queste variabili adotteranno a scuola il seguente atteggiamento:

- Forniranno ai propri alunni problemi standardizzati, la cui risoluzione può essere appresa attraverso procedure ripetitive.
- Useranno i problemi di matematica come scusa per fare pratica con le operazioni piuttosto che concentrarsi sulla comprensione.
- Eviteranno di proporre ai bambini problemi diversi da quelli su cui si è lavorato in precedenza in classe.
- Si eserciteranno sui problemi in un solo modo, per farne il più possibile, senza fermarsi a riflettere su altre strategie di risoluzione o su applicare ad altri problemi la strategia che è stata utilizzata.

Gruppo 3: In questo gruppo (a destra nella figura 28) compaiono le affermazioni che hanno ottenuto il maggior consenso. Questi sono gli obiettivi restanti tra quelli espressi sul lavorare sui problemi di aritmetica (salvo *esercitarsi nelle operazioni appena apprese in classe*), nonché l'affermazione che *è possibile che l'atteggiamento degli studenti nei confronti dei problemi di aritmetica cambi positivamente attraverso un'adeguata proposta didattica*.

Questo insieme di variabili offre una visione della attività di risoluzione dei problemi non solo legata all'acquisizione di competenze. La risoluzione dei problemi è intesa come un'opportunità per i bambini di sviluppare una serie di abilità (*comprendere le relazioni tra concetti matematici diversi* e *tra matematica e vita reale*; *utilizzare il linguaggio matematico per comunicare*) nonché alcune disposizioni personali (*fiducia nelle capacità di ciascuno*, *atteggiamento aperto di fronte alle sfide, saper utilizzare nella vita le conoscenze che acquisiamo a scuola*, *dialogare con altre persone per contrapporre punti di vista o opinioni differenti*). Questo modo di guardare ai problemi aritmetici si inserisce in un modo di intendere l'educazione dei bambini, ben oltre l'acquisizione di alcune abilità tecniche.

È facile immaginare che gli insegnanti con queste convinzioni avranno un atteggiamento di fiducia nei confronti dei propri studenti (Celi et al., 2019), che li porterà a:

- Proporre ai loro alunni compiti matematici che richiedono un certo sforzo.
- Incoraggiare attività che lascino spazio alla creatività.
- Consentire agli alunni di rilevare i propri errori e di imparare da essi.

Questo atteggiamento, insieme a una risposta sensibile e appropriata da parte dell'insegnante agli errori dei bambini, aiuterà gli studenti ad acquisire fiducia ed energia (Donaldson, 1987).

Analisi del profilo dei partecipanti delle diverse istituzioni

Per analizzare le risposte alle domande 6 e 7 tenendo conto delle differenze tra i tre gruppi di partecipanti (Roma, Pamplona e Saragozza), abbiamo creato tre variabili virtuali:

1) Una variabile virtuale chiamata *pessimismo* come risultato della somma delle quattro variabili del Gruppo 1:
   - o *È quasi impossibile per un bambino progettare la propria strategia.*
   - o *I bambini non cercano di farsi un'idea globale del problema.*
   - o *Non è consigliabile proporre problemi a bambini con difficoltà di apprendimento.*
   - o *La cosa più importante quando si valuta un problema di aritmetica è che sia stata data la risposta corretta.*

   L'analisi ANOVA rifiuta il fatto che i tre gruppi di partecipanti abbiano un comportamento simile rispetto a questa variabile, con un p-valore vicino a 0,05. In particolare, le principali differenze appaiono tra Navarra e Saragozza. È nella prima che la variabile del *pessimismo* assume il valore più alto, mentre nella seconda la variabile assume un valore molto vicino a quello dell'Italia.
   Pertanto, i partecipanti dell'Università Pubblica di Navarra mostrerebbero un profilo simile a quello descritto per il Gruppo 1, che può essere considerato incoerente con l'alto valore che questi partecipanti danno alla domanda 6 ovvero al *far affrontare agli alunni una sfida che li incoraggi a mettere in pratica le loro conoscenze e abilità matematiche.*

2) Una variabile virtuale chiamata *competenza operativa*, ottenuta sommando i valori associati alle seguenti variabili, tutte del Gruppo 2:
   - o *Nell'istruzione primaria, l'apprendimento delle tecniche operative dovrebbe essere prioritario rispetto alla risoluzione dei problemi, in modo che gli studenti acquisiscano fiducia nei calcoli.*
   - o *Affinché i bambini imparino a risolvere i problemi, più ne fanno in classe, meglio è*
   - o *L'obiettivo nel proporre problemi di aritmetica è di mettere in pratica l'operazione appena appresa in classe.*

   La maggiore differenza rispetto a questa variabile si osserva tra le istituzioni spagnole e italiane, in cui la variabile *competenza operativa* assume il valore più alto.
   In conclusione, il profilo dei partecipanti italiani sarebbe vicino a quello descritto nel Gruppo 2. Tuttavia, tra questi partecipanti emergono alcune incongruenze, tra la loro enfasi sulle competenze e l'alto valore che hanno dato all'obiettivo di *proporre situazioni concrete affinché i bambini possano dialogare utilizzando il linguaggio e l'argomentazione matematica* (Domanda 6).

3) Una variabile virtuale chiamata *opportunità* come risultato della somma dei valori assunti da tutti gli obiettivi che compaiono nel Gruppo 3:

   - o *Preparare gli studenti alle situazioni che troveranno nel loro futuro accademico o professionale.*
   - o *Mostrare al bambino che le conoscenze aritmetiche lo aiutano a comprendere meglio la vita quotidiana.*
   - o *Mostrare la relazione tra i diversi concetti matematici su cui si è lavorato in classe.*
   - o *Aiutare il bambino a sviluppare un atteggiamento di fiducia nelle proprie capacità.*
   - o *Far affrontare agli alunni una sfida che li incoraggi a mettere in pratica le loro conoscenze e abilità matematiche*
   - o *Proporre situazioni concrete affinchè i bambini possano dialogare utilizzando il linguaggio e l'argomentazione matematici.*

L'analisi ANOVA non rifiuta l'ipotesi che ci siano differenze tra i tre gruppi di partecipanti riguardo a questa variabile. In questo caso, le maggiori differenze appaiono tra l'Università di Saragozza, in cui la variabile *opportunità* assume il valore più alto, e quella di Navarra.

Successivamente vengono analizzate le prime quattro domande del questionario, che sono diverse nella versione iniziale rispetto a quella finale.

La prima versione del questionario (allegato P2)

La prima versione del questionario è stata somministrata a 97 partecipanti:

- Università di Saragozza (27 studenti universitari e 5 docenti in servizio)
- Università Pubblica di Navarra (62 studenti universitari e 3 docenti in servizio)

Domanda 1

Consisteva in un problema aritmetico che i partecipanti avrebbero dovuto risolvere:

> *David è andato da casa a scuola e dopo la lezione è andato a casa dei nonni. Ha percorso 525 metri in totale. Se la distanza da casa a scuola è quattro volte maggiore della distanza tra la scuola e la casa dei nonni, quanti metri ha percorso da casa a scuola?*

Nel questionario c'era solo lo spazio per scrivere il risultato numerico, che non permetteva ai partecipanti di spiegare il processo risolutivo che avevano seguito per risolvere il problema. Il 79% dei partecipanti ha dato la risposta corretta.

Domanda 2

A questo punto, i partecipanti dovevano spiegare come avevano risolto il problema nella Domanda 1. La tabella seguente raccoglie le risposte, che potrebbero essere più di una per partecipante:

Tabella 3: Procedimento seguito per risolvere il problema della Domanda 1

RISPOSTE	
Ho fatto un disegno, uno schema o un grafico	69%
Mi sono sentito a mio agio nel risolvere questo problema	60%
Ho cercato di farmi un'idea globale della situazione presentata nel problema	55%
Ho cercato di scoprire quali erano le operazioni necessarie per ottenere la soluzione dai dati	46%
Ho cercato di ricordare un problema simile che avevo precedentemente risolto	27%
Mi sono sentito bloccato, non sapevo da dove cominciare	9%
Nessuna delle precedenti	2%

La maggior parte dei partecipanti (69%) ha utilizzato la strategia di *fare un disegno, uno schema o un grafico*, probabilmente per la natura del problema, un problema di misurazione della lunghezza. Un semplice disegno di una linea retta rende le cose più facili in questo caso. Forse per questo motivo, il 60% dei partecipanti potrebbe essersi *sentito a proprio agio* nel risolvere il problema. La strategia di *farsi un'idea globale della situazione presentata nel problema* avrebbe potuto essere portata avanti proprio con l'ausilio di un disegno e, per questo motivo, entrambe le strategie avrebbero potuto essere utilizzate contemporaneamente.

Una delle due tecniche più utilizzate, sia quella di *fare un disegno, uno schema o un grafico*, sia quella di *farsi un'idea globale della situazione che è stata presentata nel problema*, avrebbe potuto essere combinata con la strategia di cercare di *scoprire quali erano le operazioni necessarie per ottenere la soluzione dai dati*. Durante l'analisi ci siamo resi conto che l'intenzione per cui hanno scelto quest'ultima risposta non è facile da capire. Potrebbe essere stata scelta come passaggio necessario per risolvere un problema, combinato con altre tecniche, o come prima cosa da fare per risolvere il problema.

Poiché questa domanda è stata infine rimossa dal questionario, non è necessario rivedere le opzioni, ma è vero che l'intenzione dei partecipanti non è sufficientemente chiara dalle risposte.

Domanda 3

Questa domanda consisteva in un secondo problema aritmetico che doveva essere risolto dai partecipanti:

> *Se il prezzo di un prodotto diminuisce del 50% e poi questo secondo prezzo aumenta del 50%, allora il terzo prezzo del prodotto è inferiore, uguale o maggiore del primo*?

Più del 65% dei partecipanti ha risposto correttamente *(il terzo prezzo è inferiore al primo*), ma va notato che circa un terzo dei partecipanti ha ritenuto che il prezzo del prodotto fosse stabile:

	palabra	frec
inferior	inferior	64
igual	igual	34
precio	precio	18
primero	primero	9
inferiore	inferiore	6
inicial	inicial	5
primer	primer	4
descuento	descuento	3
hace	hace	3
segundo	segundo	3
serã¡	serã¡	3
â,¬	â,¬	3
primo	primo	3
tercer	tercer	2
coste	coste	2
incrementamos	incrementamos	2
nuevo	nuevo	2
prenda	prenda	2

Figura 29

Domanda 4

In questa domanda è stato chiesto ai partecipanti come avevano risolto il problema nella Domanda 3 e le difficoltà che avevano incontrato nel farlo. Le risposte sono riportate nella tabella seguente:

Tabella 4: Procedimento seguito per risolvere il problema della Domanda 3

RISPOSTE	
Ho risolto il problema pensando a un esempio concreto	69%
Sono certo di avere dato la risposta giusta	51%
Ho risposto per pura intuizione	23%
Ho risolto il problema facendo un disegno, uno schema o un grafico	10%
Credo di conoscere la risposta corretta ma non so come dimostrarlo	6%
Questo non è un problema aritmetico	4%
L'ho trovato troppo difficile da risolvere	1%
Non è possibile risolvere questo problema perché mancano dei dati	1%
Non credo che questo sia un problema adeguato per la Scuola Primaria	1%
Nessuna delle precedenti	1%

Come si può vedere dalla tabella, la maggior parte dei partecipanti si è affidata a un caso particolare per risolvere il problema, forse perché il problema non aveva altri dati oltre alle percentuali. Si evidenzia il fatto che i partecipanti che si sono concentrati su un caso particolare, hanno automaticamente generalizzato la loro risposta alla situazione generale. Forse il modo in cui è stata formulata la domanda li ha invitati a pensare così: "Se mi chiedi di un problema senza dati numerici, è probabile che tutti gli esempi possibili diano la stessa risposta perché, altrimenti, sarebbe impossibile dare una risposta".

L'ultima versione del questionario (allegato Q2)

Questa versione del questionario è stata somministrata a 104 persone, tutti partecipanti italiani (dell'Università Roma Tre e ToKalon), la maggior parte docenti in servizio.

Domande 1 e 2

La prima domanda riguarda le strategie che i bambini usano comunemente nella risoluzione dei problemi. Le risposte, tenendo conto che ogni partecipante ha potuto darne più di una, sono raccolte nella tabella seguente.

Tabella 5: Risposte sulle strategie che di solito usano i bambini e le bambine

RISPOSTE	
Fanno un disegno, uno schema o un grafico	63%
Testano le possibili opzioni	50%
Usano materiali concreti	49%
Scoprono dai dati quali sono le operazioni necessarie per trovare la soluzione	42%
Cercano nel quaderno o nel libro un problema simile già risolto	34%
Chiedono subito all'insegnante o a un compagno di classe	31%
Trovano la soluzione senza capire come hanno fatto	10%
Rimangono bloccati di fronte ai problemi e non sanno da dove cominciare	7%
Si aspettano un'ispirazione improvvisa	2%

La seconda domanda riguarda le difficoltà che i bambini incontrano quando risolvono problemi di aritmetica. Le risposte sono raccolte nella tabella seguente (anche in questo caso, ogni partecipante ha potuto scegliere più di un'opzione):

Tabella 6: Risposte dei partecipanti sui motivi che possono portare i bambini ad avere difficoltà nella risoluzione di problemi di aritmetica

RISPOSTE	
Sono abituati a risolvere esercizi in modo meccanico e ripetitivo	79%
Sono bloccati dalla paura di sbagliare	42%
Non capiscono il testo	39%
Si perdono perché il problema dà troppe informazioni o troppe condizioni di cui tener conto	25%
Cercano di indovinare quali sono le operazioni necessarie	22%
Non si esercitano abbastanza a casa	16%

Vale la pena analizzare le differenze tra le risposte date alle domande 1 e 2. Quando i partecipanti pensano alle strategie che i bambini usano frequentemente, nella domanda 1, l'opzione *che si sentono bloccati e non* *sanno come iniziare* è scelta raramente. Durante l'analisi ci siamo resi conto che questa non è in realtà una strategia in sé, ma piuttosto un modo di rispondere a un problema. Quando riflettono (nella domanda 2) sulle difficoltà che i bambini incontrano, l'opzione di *sentirsi bloccati* viene scelta da un numero significativo di partecipanti. Allo stesso modo, nella domanda 2 viene preso in considerazione il fattore di *essere abituati a risolvere esercizi in modo meccanico e ripetitivo* come la difficoltà più importante. È interessante che il tipo di strategie che compaiono più frequentemente nelle risposte alla domanda 1 non siano affatto meccaniche: *fare un disegno, uno schema o un grafico*; *testare le possibili opzioni*; *utilizzare materiali concreti*, ecc.

La ragione di queste differenze tra le risposte potrebbe essere che, nella domanda 1, i partecipanti stanno inconsciamente considerando le strategie più utilizzate che portano i bambini a risolvere i problemi con successo, mentre nella domanda 2 si stanno concentrando sui casi di fallimento. Ad esempio, *scoprire dai dati quale operazione eseguire* è un'opzione molto tenuta in considerazione nel caso delle tecniche più utilizzate dai bambini, mentre questa opzione è poco considerata quando i partecipanti pensano alle difficoltà degli studenti.

Domande 3 e 4

La domanda 3 si riferisce alle strategie che i partecipanti stessi hanno usato durante i loro anni scolastici per risolvere problemi di aritmetica. Le risposte sono raccolte nella tabella seguente. Come nelle domande precedenti, ogni partecipante ha potuto scegliere più di una opzione.

Tabella 7: Risposte sulle strategie dei partecipanti per risolvere i problemi

RISPOSTE	
Fare un disegno, uno schema o un grafico	74%
Indovinare dai dati quali operazioni fare per trovare la soluzione	51%
Cercare nel quaderno o nel libro un problema simile già risolto	46%
Provare opzioni possibili	38%
Usare materiali concreti	25%
Sentirsi bloccati e non sapere da dove cominciare	8%
Chiedere alla maestra o a un compagno come cominciare	7%
Trovare la soluzione senza poter spiegare perché	6%
Sperare in una ispirazione improvvisa	2%

La domanda 4 si riferisce alle difficoltà che i partecipanti di solito incontravano quando dovevano risolvere problemi di aritmetica nella loro fase scolastica:

Tabella 8: Risposte dei partecipanti sui motivi per cui hanno trovato difficoltà nel risolvere i problemi

RISPOSTE	
Ero abituato a risolvere esercizi in modo meccanico e ripetitivo	39%
Ero bloccato dalla paura di sbagliare	29%
Mi sono perso perché nel problema c'erano troppe informazioni o troppe condizioni da tenere in considerazione	27%
Non capivo il testo	22%
Avevo colleghi che erano migliori di me e questo mi demoralizzava	20%
Cercavo di indovinare dai dati quali fossero le operazioni necessarie	15%
Ogni problema era diverso dagli altri	15%
Non ho mai avuto difficoltà a risolvere i problemi	14%
Non mi esercitavo abbastanza a casa	12%
Era colpa degli insegnanti	7%

Confrontando le risposte date alle domande 3 e 4, abbiamo osservato lo stesso tipo di differenze che abbiamo visto tra le domande 1 e 2. *Mentre fare un disegno, uno schema o un grafico* è considerata la tecnica più utilizzata, e consiste in una modalità non meccanica per risolvere i problemi, la difficoltà che ha ricevuto più risposte è che *erano abituati a risolvere gli esercizi in modo meccanico.* Tuttavia, la seconda e la terza risposta più apprezzate alla domanda 3*, capire dai dati quale operazione fare* o *cercare nel quaderno o nel libro un problema simile precedentemente risolto*, possono essere considerate modi meccanici per risolvere i problemi.

Allo stesso modo, se confrontiamo le risposte alle domande 4 e 2, è chiaro che le difficoltà che i partecipanti (la maggior parte dei quali insegnanti italiani in servizio) incontrano nei loro studenti sono le stesse che loro stessi hanno avuto a scuola. Tuttavia, alla domanda sui bambini (Domanda 2), alcune delle opzioni ricevono un punteggio molto alto rispetto al resto, mentre quando pensano a se stessi (Domanda 4), tutte le opzioni sono apprezzate in maniera molto simile. Anche così, le risposte sulle difficoltà di *comprensione del testo del problema*, che è legato allo smarrimento perché *il problema ha troppe informazioni o troppe condizioni da tenere in considerazione*, sono valutate in modo simile sia quando i partecipanti pensano a sé stessi sia quando pensano ai loro studenti.

Infine, nella Domanda 4, ci sono risposte personali che non erano a disposizione quando si chiedevano le difficoltà che incontravano i bambini. Ad esempio, *avevo compagni che erano migliori di me e questo mi demoralizzava*. Questa risposta, scelta dal 20% dei partecipanti, non è stata inclusa tra le opzioni della domanda 2 perché il sentimento in questione può essere osservato solo introspettivamente.

5. Conclusioni: osservazioni, riflessioni e proposte di miglioramento

L'analisi dei risultati mostra chiaramente che i partecipanti apprezzano il valore del lavoro sulla risoluzione dei problemi nell'istruzione primaria per un'ampia varietà di obiettivi e traguardi, sebbene riconoscano che i bambini spesso incontrano difficoltà in questa attività. Allo stesso modo, c'è un consenso significativo intorno all'affermazione che *l'atteggiamento degli studenti nei confronti dei problemi di aritmetica può cambiare positivamente attraverso un'adeguata proposta didattica*. Le principali differenze tra i partecipanti appaiono quando devono parlare di quale approccio sia quello giusto per ottenere quel cambiamento positivo.

Da un lato, ci sono partecipanti che vedono i problemi di aritmetica come un modo per praticare ancora e ancora tecniche operative, perché pensano che questa prestazione sia più importante in matematica di quella di risolvere problemi oppure perché sono pessimisti nei confronti delle capacità dei bambini di scoprire le proprie strategie per risolverli; pessimismo che aumenta quando pensano a bambini con qualche tipo di difficoltà di apprendimento. D'altra parte, ci sono altri partecipanti che considerano l'insegnamento della risoluzione dei problemi come un'opportunità per sviluppare disposizioni personali, come acquisire fiducia, avere un atteggiamento aperto di fronte alle sfide, acquisire una capacità di comunicare con gli altri, nonché una migliore comprensione di se stessi e del mondo in cui vivono.

Quest'ultimo gruppo di partecipanti ritiene che i bambini siano in grado di scoprire da soli le relazioni tra diversi concetti matematici e di creare e condividere le proprie strategie. Degno di nota è anche il fatto che tutti i partecipanti ritengono necessario valutare i processi che gli studenti seguono quando cercano di risolvere un problema, invece di concentrarsi, per la loro valutazione, sui risultati finali che ottengono.

Questa analisi ci ha portato a progettare una officina per studenti della Laurea in Formazione Primaria e docenti in servizio, specificamente dedicata alla risoluzione di problemi di aritmetica. Questa officina è progettata per mostrare ai partecipanti nuovi modi di avvicinarsi a questo aspetto dell'insegnamento della matematica, una vera sfida per loro. Durante l'officina, eviteremo di introdurre tecniche e procedure meccaniche ripetitive per risolvere i problemi. Al contrario, porremo l'accento sulla scoperta delle relazioni implicite che esistono in qualsiasi problema di aritmetica, lavorando sui modi per rappresentare queste relazioni, sia con materiale manipolativo che attraverso grafici o disegni.

Per quanto riguarda il questionario stesso, nell'ultima versione (allegato Q2), la domanda 5 è stata leggermente modificata per maggiore chiarezza. Inoltre, le frasi iniziali delle domande 1 e 3 sono state riformulate per includere casi in cui le persone rimangono bloccate di fronte a un problema di aritmetica.

Relazione su Q3, questionario sul rapporto tra aritmetica e geometria

Indice

1. Riepilogo

Nell'ambito del progetto ANFoMAM, *Imparare dai bambini per formare insegnanti nell'area della matematica*, è stato progettato un questionario sul rapporto tra aritmetica e geometria. Il questionario si propone di analizzare le conoscenze, le convinzioni e gli atteggiamenti degli insegnanti in formazione, sia iniziale sia continua, su questo aspetto della matematica e del suo insegnamento nella fase dell'istruzione primaria.

Questo rapporto analizza le risposte fornite da un campione di studenti delle Lauree Triennali in Formazione Primaria e dell'Infanzia in una prima esperienza di indagine con il questionario (allegato Q3[5]). I risultati indicano che, da un punto di vista teorico, circa la metà degli intervistati concorda con la rilevanza della geometria rispetto all'aritmetica. Raccogliamo anche le loro risposte sull'importanza che attribuiscono alla necessità per gli studenti di conoscere le tecniche aritmetiche prima di studiare le relazioni geometriche o all'opportunità di combinare entrambe le forme di insegnamento della matematica in questa fase.

Questi dati teorici sono integrati dai risultati che i partecipanti danno alle domande o agli esercizi del questionario in cui devono mettere in pratica entrambi i tipi di tecniche.

2. Progettazione del questionario: background e obiettivi

L'obiettivo di questo studio è analizzare la rilevanza delle discipline dell'aritmetica e della geometria nell'insegnamento della matematica al livello della prima infanzia e dell'istruzione primaria dal punto di vista dell'insegnante, in particolare dell'insegnante in formazione. In particolare, questo questionario ha cercato di analizzare il punto di vista pratico dell'insegnante in modo che le risposte riflettano la visione della sua esperienza personale. Il lavoro si completa con un giro di domande teoriche sul ruolo della geometria nell'insegnamento della matematica.

[5] Cuestionario Q3 : https://docs.google.com/forms/d/1dhTQ1iZBosRDR4Yr22SUO9JRte2ApzIokrMOsQ4PLTY/copy

Partiamo dal fatto che l'aritmetica è prevalente nei curricula di matematica in generale, e nella prima infanzia e nell'istruzione primaria in particolare (Millán Gasca 2012, Monari 1998, Monari-Benedetti 2011). Questa prevalenza negli obiettivi ci fa porre due domande rilevanti per il progetto:

- La prevalenza dell'aritmetica è dovuta alla convinzione del sistema educativo che i suoi metodi basati sui numeri (conteggio, calcolo, concetto di operazione binaria, addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione, raggruppamento) siano i più appropriati per l'introduzione della matematica o siano i più elementari ed essenziali.
- L'insegnante è più incline o più familiare con i metodi dell'aritmetica a causa della sua formazione precedente e dell'esperienza personale.

I risultati di questo studio serviranno come base per verificare fino a che punto le convinzioni e la visione dei metodi aritmetici e/o geometrici siano suscettibili di cambiamento a seguito delle sessioni di formazione previste all'interno del progetto.

3. Raccolta dati

Al fine di individuare il motivo di tale prevalenza e il grado di affinità pratica del docente con i metodi dell'aritmetica e della geometria, si effettuerà uno studio qualitativo/quantitativo del Questionario Q3 (vedi Allegato Q3). Questo questionario è stato studiato nell'ambito del progetto ANFoMAM cofinanziato dal programma Erasmus+ dell'Unione Europea, attraverso il quale sono state raccolte 122 risposte da studenti del corso di laurea magistrale in Formazione Primaria.

La rilevazione è stata effettuata nel primo semestre dell'a.a. 2018/19. Il sondaggio è stato condotto in spagnolo e in inglese attraverso un modulo Google Forms e ha raccolto le risposte su piattaforme Android o computer desktop. Per la compilazione del questionario è stato richiesto di avere a disposizione carta e matita per poter disegnare se necessario, un righello, un compasso e una calcolatrice. Il materiale prodotto è stato raccolto alla fine di ogni questionario ed è disponibile.

In questo contesto di istruzione elementare intendiamo per tecniche o metodi geometrici quei rudimenti di matematica che sono specifici della geometria e si riferiscono ai modelli e alle forme nella retta, nel piano e nello spazio, le loro proprietà, la scomposizione, i loro movimenti e le loro rappresentazioni in riconoscibili oggetti del nostro ambiente. In qualche modo distinguiamo queste tecniche dalle tecniche o metodi aritmetici, che sono quelli che hanno una relazione diretta con il numero intero, cardinale o ordinale, razionale o irrazionale, la loro rappresentazione, le operazioni e le relazioni tra di essi e la loro interpretazione e applicazione in attività nel nostro ambiente. Naturalmente si può sostenere che il conteggio dei lati di un poligono, la misura di questi o la loro area fanno parte del territorio comune. Quindi, vogliamo evidenziare come tecnica o metodo geometrico non ciò che è estraneo al numero, ma ciò che non si basa su di esso. Ad esempio, considereremo l'attività di contare il numero di lati di un poligono come una tecnica aritmetica (poiché potremmo contare le mele e non parleremmo di un'attività di biologia), mentre qui si considererà il riconoscimento dei pentagoni in una serie di figure come tecnica geometrica, poiché non è necessario saper contare fino a cinque per riconoscere un pentagono. Così, i cinque lati potrebbero essere riconosciuti da un processo di subitizing o dall'identificazione con qualche esperienza associata al cinque[6].

Il questionario si concentra sul chiedere all'insegnante di risolvere determinati problemi, analizzare proprietà o applicare concetti generali di matematica e, in base alle risposte, analizzare i metodi utilizzati per risolverli. Nel nostro studio del questionario distingueremo tra le tecniche aritmetiche e geometriche utilizzate per le attività proposte.

4. Elaborazione dei dati e analisi

Come risultato generale possiamo osservare i seguenti punti:

1) Sebbene in teoria si ritenga che entrambe le discipline (aritmetica e geometria) siano di base nella formazione matematica nella prima infanzia e nella scuola primaria, il 66% degli intervistati sceglie un problema di tipo aritmetico come rappresentativo delle conoscenze che deve acquisire un alunno di scuola primaria e il 78% è più a suo agio a lavorare con i numeri che con le forme geometriche.
2) Ciò è supportato dalle risposte alle domande pratiche in cui la tendenza alla preferenza e all'uso primario dell'aritmetica rispetto ai metodi geometrici si trova in un rapporto di 3 a 1.
3) L'uso di tecniche e metodi geometrici di base è più impreciso e persino errato in una percentuale elevata (tra il 20% e il 25%). Questa percentuale aumenta per problemi in qualche modo più complicati.

Ora mostriamo in dettaglio i risultati ottenuti nelle domande.

4.1. Problema (domande 1.1 e 1.2)

a) il 66% degli intervistati dichiara di avere enunciato un problema di aritmetica, mentre il 24% riconosce che l'enunciato è di tipo geometrico. Il resto è diviso in parti uguali tra *entrambi* e *nessuno dei due*.

b) Un gran numero dei problemi considerati di carattere puramente geometrico sono classificati, dal soggetto che risponde, in modo dubbio, in quanto si riferiscono a tecniche aritmetiche, anche se viene utilizzata la terminologia geometrica.

- *Trova quanti lati ha questo triangolo.*
- *Calcolare il numero di lati che hanno determinate figure geometriche.* (3 risposte)
- *Disegna 2 forme che hanno quattro lati.* (4 risposte)
- *Se sappiamo che il lato di un quadrato è di 2 cm, quale sarà il perimetro di quel quadrato*?

c) La precisione nella formulazione di problemi di natura geometrica è inferiore. Ad esempio:

- *Differenziare e classificare corpi rotondi, prismi e piramidi.*
- *Calcolare l'area di diversi poliedri con materiali riutilizzabili.* (è probabile che in questo contesto l'intervistato si riferisca a poligoni invece che a poliedri che sono oggetti tridimensionali e la cui area non è oggetto di studio alla scuola primaria).

---

[6] Ad esempio, la canzone di"Incontro ravvicinati del terzo tipo" che ha cinque note (Re-Mi_Do_do-Sol)

d) Gli unici concetti puramente geometrici utilizzati si riferiscono alla classificazione di poligoni (2 risposte) e parallelismo (1 risposta). Non vi è alcun riferimento ad altri concetti o tecniche come simmetrie, regioni separate da linee o curve, scomposizione di una figura in parti, forme irregolari (pezzi che si incastrano, caleidoscopi), direzioni (per descrivere movimenti o spostamenti), tratti (uso della riga, del compasso).

4.2. Proprietà (domande 2.1, 2.2, 2.3)

a) Il 30% degli intervistati non riesce a ricavare le quattro proprietà richieste e delle risposte fornite, il 9% delle risposte sono sbagliate e il 6% sono imprecise.
b) Come nella domanda 1.2 si osserva una certa discrepanza tra la classificazione come proprietà geometrica e la natura geometrica di questa proprietà. Ad esempio:

- *I pesi sono tutti multipli di 3.* (Tecnica aritmetica poiché l'accento è posto sulla proprietà dei numeri)
- *Le dimensioni sono multipli di 3 e 2.* (Uso ambiguo del concetto dimensione e riferimento alla proprietà dei numeri)
- *Il peso delle figure raddoppia in successione.*
- *Le altezze sono 10.*

c) Si osserva un uso impreciso e persino erroneo dei concetti geometrici, e un totale del 15% delle risposte sono di questo tipo. Ad esempio:

- *Stesso perimetro* (12 risposte). (Questo è sbagliato).
- *È la stessa figura posizionata diversamente* (7 risposte) ... *sono simili* (3 risposte). (Entrambi sono imprecisi o decisamente scorretti, a seconda della definizione di simile).
- *(Stessa) distanza dal centro.*
- *Hanno angoli retti* (3 risposte). (Questo è sbagliato)
- *(Stesse) figure estraibili da ciascuna.* (Probabilmente tentano di descrivere il fatto che tutti e tre sono composti da due trapezi uguali).
- *Apotemi uguali.* (Non essendo figure regolari, il concetto di apotema non è adeguato).
- *Uguale a due a due.* (3 risposte) (Concetto impreciso o errato).
- *Se dividiamo la figura a metà, vediamo che è la stessa figura ma come posta allo specchio.* (Questa è probabilmente una descrizione un po' imprecisa di simmetria).

4.3. Concetti: lunghezze e numeri razionali (domande 3.1-3.4)

a) Il 20% degli intervistati non utilizza alcun metodo matematico (per stima visiva). Il 4% non sa come eseguire la costruzione richiesta. Del resto, il 75% usa metodi aritmetici (misurazione, utilizzo di numeri che indicano misurazioni esatte, utilizzo di numeri che indicano misure approssimative). Il resto usa metodi geometrici (usando riga e compasso, senza usare i numeri).

4.4. Concetti: superfici e numeri razionali (domande 4.1-4.4)

a) Similmente alla domanda 3, circa il 75% degli intervistati che ha risposto usa adeguatamente metodi che dipendono dalla misurazione con il righello. Poniamo l'attenzione sul fatto che tra il 20% e il 21% delle risposte sono sbagliate, e sono tutte del tipo:

• [Per disegnare due superfici in modo una misuri il doppio dell'altra...] Disegno un quadrato che misuri 1 cm x 1 cm e un altro che misuri 2 cm x 2 cm.

4.5. Concetti: lunghezze e numeri irrazionali (domande 5.1-5.3)

a) Questo è un problema geometrico un po' più elaborato. I dati delle precedenti risposte 3 e 4 risultano esacerbati, con il risultato che il 90% delle risposte sono sbagliate e nel restante 10% delle risposte tutti usano metodi aritmetici.
b) Nonostante ciò, il 46% degli intervistati ha l'impressione di aver risolto il problema correttamente e solo il 35% afferma di non saperlo fare.

4.6. Concetti: aree e lunghezze (domande 6.1 e 6.2)

a) Il 25% degli intervistati ha risposto a questa domanda in modo impreciso o sbagliato. Dei restanti, il 15% riconosce di aver utilizzato tecniche geometriche che implicano la visualizzazione della figura. Il 66% usa la formula dell'area o dei numeri come esempio. Il resto non riconosce di avere utilizzato nessuna di queste due tecniche.

4.7. Aree e lunghezze (domande 7.1 e 7.2)

a) Come nel caso della domanda 5, si tratta di un problema simile al precedente, ma un po' più elaborato rispetto alla domanda 6. In questo caso, il 65% delle risposte sono errate. Delle risposte corrette, il 50% afferma di aver utilizzato la formula dell'area mentre l'altro 50% afferma di aver utilizzato altri ragionamenti.

Le risposte alle domande pratiche da 3 a 7 possono essere riassunte nella seguente tabella che raccoglie una valutazione delle risposte che utilizzano metodi aritmetici, di quelle che utilizzano metodi geometrici (vedi sezione 3) e di quelle che sono imprecise o sbagliate. Le domande 3, 4 e 6 corrispondono a problemi geometrici di base, mentre le domande 5 e 7 corrispondono a problemi geometrici un po' più elaborati.

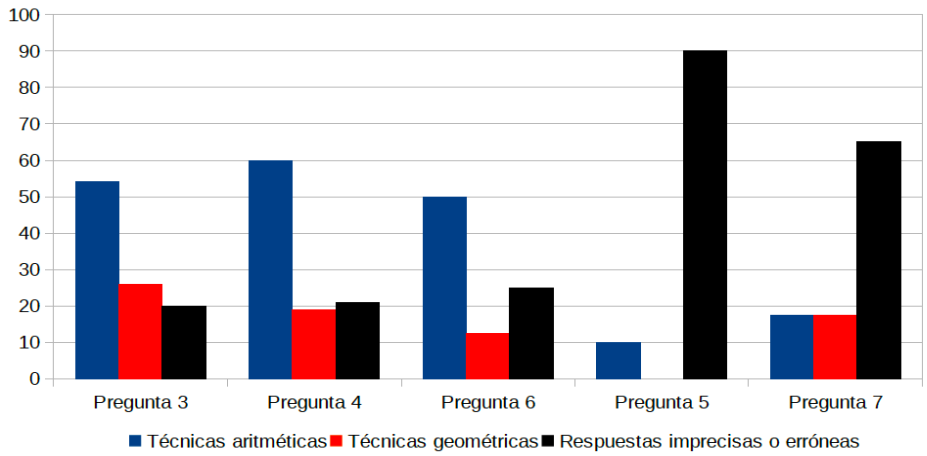


Figura 30

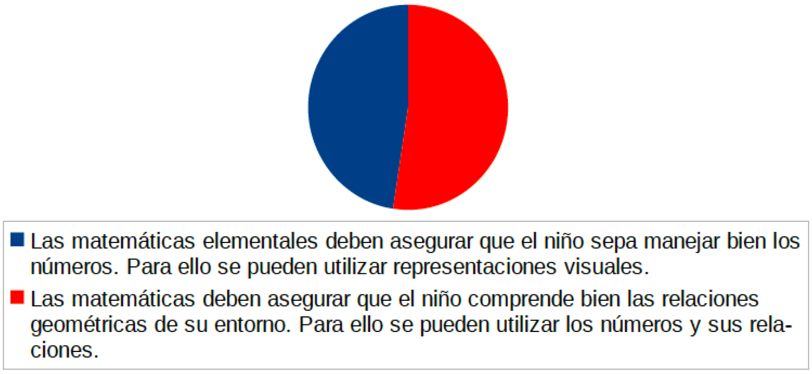
4.8. Mappa del tesoro. Domanda pratica (domande 8.1 e 8.2)

a) Questa è un'attività in cui si devono descrivere le istruzioni per muoversi da un punto all'altro, in cui sono forniti un diagramma cartesiano e le coordinate Nord, Sud, Est, Ovest. La domanda richiedeva di

fornire istruzioni precise da dare a qualcuno che non può vedere la mappa. Il 21% degli intervistati non risponde adeguatamente alla domanda, o perché le sue indicazioni sono errate o perché non sono sufficientemente precise, ad esempio:
• *Camminare in diagonale per 10 passi* (2 risposte). (Per chi non vede la mappa, la diagonale non ha senso).
• *10 passi a destra e 10 passi in basso* (22 risposte). (Non è chiaro cosa sia destra e cosa sia in basso).

4.9. Insegnamento della matematica (domande 9.1.a- 9.4.b)

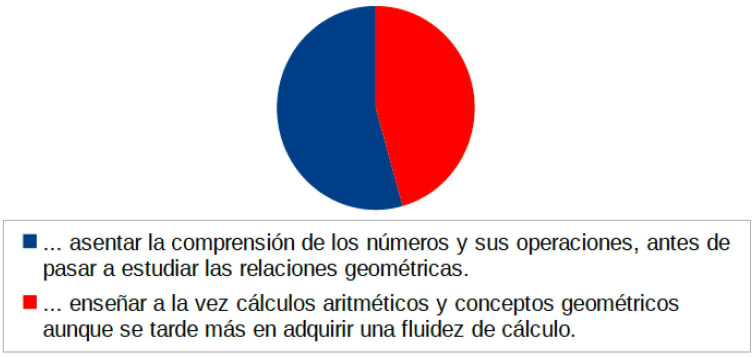
a) Il 52,4% degli intervistati è abbastanza d'accordo sul fatto che la matematica dovrebbe garantire che il bambino comprenda bene le relazioni geometriche del suo ambiente, per le quali si possono utilizzare i numeri e le loro relazioni. D'altra parte, il 47,6% degli intervistati pensa che la matematica elementare dovrebbe garantire che il bambino sappia gestire bene i numeri e per questo si possono utilizzare rappresentazioni visuali.



Legenda. Blu: la matematica elementare dovrebbe garantire che il bambino sappia gestire bene i numeri e per questo si possono utilizzare rappresentazioni visuali. Rosso: la matematica dovrebbe garantire che il bambino comprenda bene le relazioni geometriche del suo ambiente, per le quali si possono utilizzare i numeri e le loro relazioni

Figura 31

b) Per quanto riguarda l'insegnamento, la maggioranza (54,4%) ritiene che sia preferibile stabilire le tecniche aritmetiche prima di studiare le relazioni geometriche.



Legenda. Blu: stabilire le tecniche aritmetiche prima di studiare le relazioni geometriche. Rosso: insegnare sia concetti aritmetici sia geometrici, anche se ci vuole più tempo per diventare fluidi nel calcolo.

Figura 32

c) La stragrande maggioranza (92,6%) ritiene che i bambini comprendano in modi diversi la matematica ed è per questo che i diversi metodi (aritmetica e geometrica) aiutano in tutte le età. Il 7,4% pensa invece che le rappresentazioni visive rendano difficile il passaggio verso l'astrazione e quindi è meglio farne a meno progressivamente.

d) Un'ampia maggioranza degli intervistati (78,2%) si sente più a suo agio a lavorare con i numeri che con le forme geometriche (21,8%).

Legenda. Blu: mi sento più a mio agio a lavorare con i numeri. Rosso: mi sento più a mio agio a lavorare con le forme geometriche.

Figura 33

5. Conclusioni: osservazioni, riflessioni e proposte di miglioramento

L'analisi dei risultati mostra l'importanza che i partecipanti attribuiscono all'apprendimento delle tecniche geometriche, insieme all'aritmetica, a scuola. Da un lato, da un punto di vista teorico, circa la metà degli intervistati (52,4% contro 47,6%) concorda con la rilevanza della geometria rispetto a coloro che considerano più rilevante l'aritmetica. Analogamente, esiste una distribuzione sui metodi didattici (54,4% contro 45,6%) che ritengono preferibile stabilire tecniche aritmetiche prima di studiare le relazioni geometriche.

C'è quasi l'unanimità (92,6%) sull'idea che la matematica sia intesa in modi diversi dai bambini ed è per questo che i diversi metodi (aritmetica e geometrica) sono utili a tutte le età. Nonostante ciò, la stragrande maggioranza degli intervistati (78,2%) si sente più a suo agio lavorare con i numeri che con le forme geometriche (21,8%).

Questi dati teorici sono integrati dai risultati delle risposte alle domande pratiche, che mostrano che tra il 20% e il 25% delle risposte ai problemi geometrici di base sono imprecise o errate. Del resto, circa il 75% delle tecniche utilizzate per risolvere questi problemi è di tipo aritmetico rispetto al 25% di tecniche puramente geometriche. Quando il problema è leggermente più complicato, le risposte sbagliate sono la maggioranza, possono arrivare fino al 90% delle risposte.

I risultati ottenuti ribadiscono la necessità di progettare un laboratorio, finalizzato alla formazione degli insegnanti, in cui si lavori sul rapporto tra aritmetica e geometria nell'insegnamento della matematica nella scuola primaria. Piuttosto che sottolineare l'importanza teorica di lavorare su questa relazione, saranno sviluppate attività pratiche che forniscano ai partecipanti risorse concrete che essi stessi possano facilmente trasferire in una classe di istruzione primaria.

Relazione su Q4, questionario sul calcolo mentale e sull'uso della calcolatrice

Indice

1. Riepilogo

Nell'ambito del programma "Eramus+ ANFoMAM, Imparare dai bambini per formare insegnanti nell'area della matematica ", è stato progettato un questionario sul calcolo mentale e sull'uso della calcolatrice. Uno degli obiettivi della somministrazione e dell'implementazione del questionario è quello di esplorare le relazioni tra le esperienze dei futuri insegnanti e degli insegnanti in servizio con il calcolo mentale e la calcolatrice, e le loro convinzioni sull'opportunità di combinare questi due tipi di calcolo alla scuola primaria. Per la progettazione del questionario (allegato Q4[7]), sono stati presi in considerazione alcuni studi pertinenti sull'utilità della calcolatrice nelle scuole primarie e sul momento migliore per introdurla. Sono prese in considerazione sia la visione classica, che considera la calcolatrice come un mero strumento che può ostacolare l'apprendimento degli algoritmi, sia la visione moderna della calcolatrice come fonte di esercizi interessanti.

L'analisi delle risposte al questionario mostra la diversità di idee tra i partecipanti delle diverse istituzioni per quanto riguarda gli obiettivi del lavoro sul calcolo mentale a scuola e come dovrebbe essere combinato con l'uso della calcolatrice.

2. Progettazione del questionario: background e obiettivi

Per costruire questo questionario (domande da 1 a 6), ci siamo basati su diversi documenti sul calcolo nella scuola primaria (vedi bibliografia), tratti in particolare dalla letteratura francofona sull'educazione matematica; abbiamo anche attinto alle nostre esperienze nella formazione iniziale e continua degli insegnanti.

Questo questionario consiste in sette domande ed è composto da tre parti:

- tre domande sul calcolo mentale;
- tre domande sulla calcolatrice;
- un'ultima domanda propone dei calcoli e chiede di indicare il modo di eseguirli tra i tre suggeriti (calcolo mentale, calcolo in colonna o calcolatrice).

[7] Cuestionario Q4: https://docs.google.com/forms/d/1jbnUDDRvyil6Bw9LtD-KhLenr_wiEGyMNg6Y3RKs8wE/copy

In Celi (2017) forniamo i risultati di un'indagine volta a identificare le conoscenze e le convinzioni (nel senso di Vause, 2011) dei futuri insegnanti sull'insegnamento e l'apprendimento del calcolo mentale nella scuola primaria. Nella prima fase del sondaggio, ai futuri insegnanti intervistati è stato chiesto di completare la seguente frase: "Per me, il calcolo mentale è ...". I termini che compaiono nella domanda 1 del questionario che qui presentiamo sono derivati dall'analisi delle frasi raccolte in seguito. Qui, troviamo interessante incrociare i risultati di alcune voci, per analogia o contrasto:

- strategia, iniziativa, ragionamento;
- automatismo e rapidità;
- automatismo e formazione;
- ragionamento e automatismo;
- disgusto e gioco.

Introdotto diversi decenni fa nel programma di matematica della scuola primaria francese, l'insegnamento del calcolo mentale ha perseguito diversi obiettivi nel tempo. Fino agli anni '70, la memorizzazione e la rapidità erano favorite, considerando il calcolo mentale come educativo e necessario nella vita quotidiana. Più tardi, e ancora oggi, il termine "calcolo mentale" incorpora molti aspetti del calcolo e il suo ruolo è cambiato, probabilmente a causa dell'evoluzione del modo di insegnare la matematica e del progresso tecnologico: calcolo ragionato, calcolo memorizzato, calcolo orale e/o scritto, in tempo limitato o meno. Il calcolo mentale diventa quindi importante per esplorare i numeri, le operazioni e le loro proprietà e per promuovere il ragionamento (Butlen, 2007). Acquisisce così un ruolo importante in relazione ad altri tipi di calcolo, specialmente al calcolo in colonna. È necessario per rafforzare l'apprendimento degli algoritmi delle operazioni e, per alcuni, dovrebbe occupare un posto privilegiato rispetto al calcolo scritto in colonna (CNESCO, 2015).

L'apprendimento del calcolo mentale può anche essere utile per identificare i vari modi di eseguire lo stesso calcolo, per controllare un risultato trovato in un altro modo (in colonna o con la calcolatrice), per valutare un ordine di grandezza (Assude, 2007; Charnay, 1993-1994). È anche importante in relazione al problem solving. Questi aspetti, in relazione con la visione più recente del calcolo mentale, sono stati presi in considerazione negli item delle prime tre domande di questo questionario perché sono presenti nella cultura scolastica sia francese che spagnola[8], in relazione alla scuola primaria.

Ma altri elementi ci sono sembrati importanti da prendere in considerazione nel questionario sul calcolo mentale, in particolare:

- comportamenti degli alunni: usare "a mente" le tecniche di calcolo in colonna; usare le dita per dare il risultato di un calcolo additivo;
- credenze degli insegnanti: usare le dita per eseguire calcoli additivi non va bene; l'apprendimento delle tabelline di addizione e moltiplicazione è favorito dalla loro ripetizione verbale rituale, in ordine crescente (predominanza del calcolo memorizzato sul calcolo ragionato).

Ora che la calcolatrice è diventata un oggetto di consumo quotidiano, si pone la questione se, nell'apprendimento della scuola primaria, il suo uso possa essere pensato come complementare al calcolo aritmetico mentale e al calcolo in colonna.

Quanto può essere utile la calcolatrice nelle classi della scuola primaria?

I curricula italiani, francesi e spagnoli menzionano questo strumento. Ma, se il curriculum italiano la cita semplicemente come alternativa al calcolo mentale e in colonna, nei curricula degli altri due paesi, diversi dettagli permettono di riconoscere una possibile visione della calcolatrice: è uno strumento per calcolare

[8] Poiché i contenuti matematici sono simili nei testi delle diverse regioni spagnole, usiamo qui i testi ufficiali dei *curricoli* attualmente in vigore nella scuola primaria in Navarra.

(con numeri più o meno importanti), per controllare il risultato di un calcolo fatto in altro modo, per risolvere problemi in cui l'alunno si concentra più sulla procedura che sui calcoli o che richiedono molti calcoli. Oltre a questi aspetti, però, nella domanda 4 abbiamo preso in considerazione aspetti in cui la calcolatrice è vista anche come uno strumento che si articola bene col calcolo mentale: serve per esplorare i numeri ed è una fonte di problemi (MEN, 2003). Questo permetterà di identificare se coloro che rispondono al questionario hanno una visione più o meno tradizionale dell'uso di questo strumento.

In Brouillard (1994), l'autore riporta un'indagine sugli insegnanti di scuola. All'epoca del sondaggio, la calcolatrice era uno strumento socialmente integrato e il suo uso era piuttosto occasionale. Quasi tre quarti degli intervistati pensano che le calcolatrici dovrebbero essere usate a scuola ma la maggioranza pensa che non dovrebbero essere usate prima degli 8-9 anni.

Durante il processo di apprendimento, quando dovrebbe essere permessa la calcolatrice? Dopo l'introduzione agli algoritmi? Durante?[9] Dopo averli padroneggiati? O la conoscenza (o anche la padronanza) delle tecniche di calcolo e l'uso della calcolatrice rimangono indipendenti?

Abbiamo incluso queste domande nel nostro questionario (domanda 5): le prime due domande ci informano così su una visione meno favorevole rispetto alle altre due domande dell'uso della calcolatrice a scuola.

Esiste un certo numero di credenze sull'uso delle calcolatrici da parte dei bambini (a scuola o fuori dalla scuola), e queste sono per lo più sfavorevoli a questo uso: sono prese in considerazione nella domanda 6. Per compilare questa domanda, oltre all'indagine di Bruillard (*ibidem*, 1994), abbiamo utilizzato il lavoro di Schaub (2009) dove l'autore si interroga sull'utilità della calcolatrice nella scuola primaria e sul momento più favorevole alla sua introduzione, nonché sugli argomenti che sarebbero a favore o meno della sua introduzione nella scuola primaria.

I vari item selezionati nelle prime sei domande di questo questionario sono stati sviluppati anche a sostegno del lavoro di Assude (2007), che studia il tipo di cambiamenti e resistenze indotte dall'integrazione di questo strumento nelle scuole primarie.

Per quanto riguarda le prime tre domande, ci sembra interessante incrociare alcune voci. In particolare, potrebbe essere fruttuoso collegare le parole "iniziativa", "ragionamento" e "strategia" (domanda 1) con le frasi "sviluppare le capacità di ragionamento e di argomentazione", "costruire e rafforzare la conoscenza delle proprietà dei numeri e delle operazioni", "identificare i vari modi possibili di eseguire lo stesso calcolo" (domanda 2) e "quando si propone agli alunni un'attività complessa di calcolo mentale, si privilegia la procedura piuttosto che la rapidità di esecuzione". Questa connessione potrebbe permetterci di evidenziare (o meno) la visione attuale dell'aritmetica mentale, in opposizione alla sua visione classica.

Per quanto riguarda le domande da 4 a 6, al fine di evidenziare una visione favorevole all'uso della calcolatrice nella scuola primaria e a un uso concepito nella sua complementarità con il calcolo mentale, ci sembra a priori interessante incrociare alcune voci, in particolare : la calcolatrice è utile per "esplorare i numeri" ed è "una fonte di problemi" (domanda 4); può essere ammessa insieme all'apprendimento degli algoritmi o senza necessariamente conoscerli (domanda 5); "la calcolatrice può essere usata per offrire agli alunni situazioni di apprendimento interessanti" (domanda 6g).

La domanda 7 riguarda le conoscenze matematiche e mira ad analizzare il modo in cui gli intervistati (studenti o insegnanti) usano la loro conoscenza dei numeri e delle operazioni per affrontare i calcoli sui

[9] Nel sondaggio in questione, il 54% degli intervistati pensava che non fosse necessario!

numeri naturali e come affrontano questi calcoli: con il calcolo mentale? usando algoritmi (calcolo in colonna)? o usano una calcolatrice?

Di seguito, realizziamo un' analisi matematica a priori dei compiti proposti, al fine di evidenziare la loro ricchezza quando si utilizza il calcolo mentale. Va notato che qui l'uso della calcolatrice sarebbe visto come un'alternativa agli altri calcoli proposti (in una visione classica di uno strumento per eseguire calcoli, in opposizione al calcolo mentale).

Addizione di tre numeri: 657 + 95 + 48
La presenza di tre termini, uno dei quali ha tre cifre, potrebbe suggerire l'uso del calcolo in colonna o della calcolatrice. Tuttavia, per mezzo di decomposizioni opportunamente scelte, il risultato può essere trovato tramite calcolo mentale (ragionato e memorizzato), cioè:
(650 + 5 + 2) + 95 + 48 = 650 + (95 + 5) + (48 + 2) = 650 + 100 + 50 = (650 + 50) + 100 = 800

Sottrazione di due numeri: 3456 - 897
Usando la proprietà invariantiva della sottrazione, potremmo eseguire la seguente trasformazione:
(3456 + 3) - (897 + 3) = (3459 - 900); ora sottrarre 9 centinaia da 34 centinaia, quindi 25 centinaia che, sommate a 59 unità, danno 2559.

Moltiplicazione di due numeri: 12 x 19
Qui sono possibili due procedure di calcolo mentale:
1) 12 x (20 – 1) = 240 – 12 = (240 – 2) – (12 – 2) = 238 – 10 = 228.
2) (10 + 2) x 19 = 190 + 38 = 190 + 10 + 28 = 228.

Divisione tra numeri interi: 10008 : 9
10008 è uguale a 10000 + 8 = 9999 + 9. Ora, 9999 : 9 = 1111 e 9 : 9 = 1 da cui 10008 : 9 = 1111 + 1 = 1112.

È vero che le risposte non permettono di sapere quale procedura verrebbe utilizzata nel caso della scelta del calcolo mentale, ma ci sembra più interessante qui vedere quale sarebbe spontaneamente il mezzo preferito dall'intervistato.

3. Raccolta di dati

Il questionario in oggetto è stato proposto nelle università di Bordeaux (UB), Pamplona (UPNA), Roma (UR) e dall'associazione ToKalon (TOK o TKL).

All'Università di Bordeaux, è stato offerto a distanza (il link per accedere al questionario è stato inviato via e-mail): è stato inviato agli studenti del Master MEEF, primo anno, così come ad alcuni insegnanti e formatori. Nell'Università di Pamplona, il questionario è stato offerto agli studenti del 'grado de maestro en educación primaria', appena prima di una lezione di matematica. All'Università di Roma, è stato dato agli studenti del Dipartimento di Scienze della Formazione, in un tempo limitato, prima di una lezione sul calcolo nella scuola primaria (tenuta da Valentina Celi); agli insegnanti della formazione continua, nell'ambito delle iniziative promosse dall'associazione ToKalon.

4. Elaborazione e analisi dei dati

In questo questionario, in relazione al tipo di analisi dei dati raccolti, le domande possono essere raggruppate secondo la natura della risposta associata. In particolare,

1. Gruppo 1 T[10], domanda 1: grado di associazione delle parole con "Calcolo mentale" (scala Likert da 1 a 4)
2. Gruppo 2 CM[11], domanda 3: grado di accordo con le frasi sul calcolo mentale (scala Likert da 1 a 4).
3. Gruppo 3 CA, domanda 6: grado di accordo con le frasi sull'uso della calcolatrice (scala Likert da 1 a 4).
4. Gruppo 4, domande 2, 4 e 5: domande a scelta multipla sull'apprendimento del calcolo mentale nella scuola elementare, sull'utilità della calcolatrice nella scuola elementare e, a che punto del processo di apprendimento, il suo uso potrebbe essere permesso.
5. Gruppo 5, domanda 7: come fare un calcolo, si può scegliere solo una casella.

Gruppo 1 T, domanda 1

Nell'analisi generale, in tutti i gruppi presi insieme, le parole più associate al calcolo mentale sono "attenzione" e "utilità". Con percentuali molto alte troviamo anche le altre parole, escludendo "iniziativa", una parola associata a questo tipo di calcolo solo per il 62%; e "disgusto", associata solo al 29%.

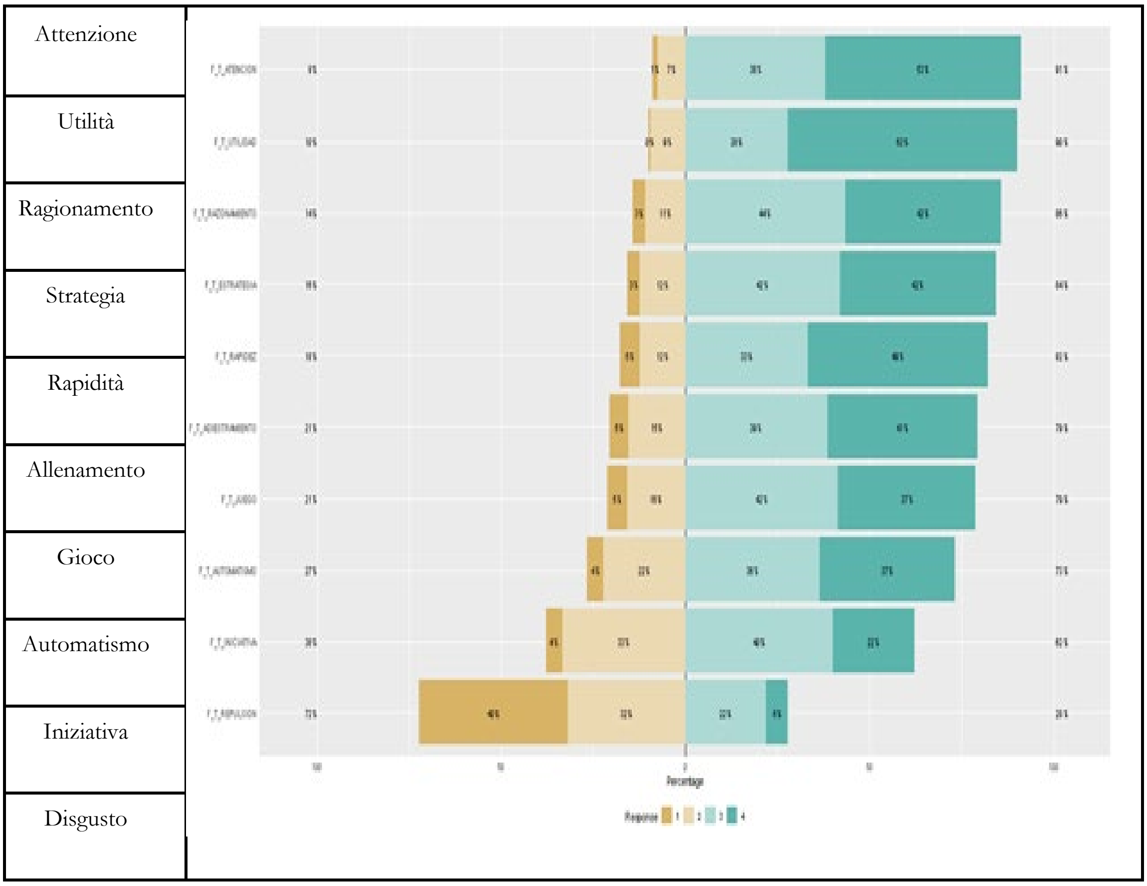


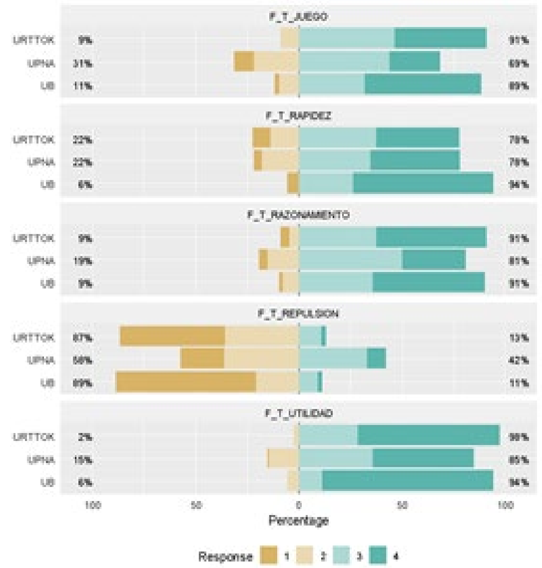
Figura 34: Grafico dell'analisi generale delle risposte date alla Domanda 1

Nell'analisi per gruppi, il divario maggiore si trova con la parola "disgusto" poiché, nel gruppo UPNA, c'è un quarto degli intervistati che è d'accordo con questa parola. C'è un divario tra i gruppi anche con la parola "utilità" che è scelta maggiormente dal gruppo UPNA. Il gruppo UB si identifica maggiormente con la parola "automatismo".

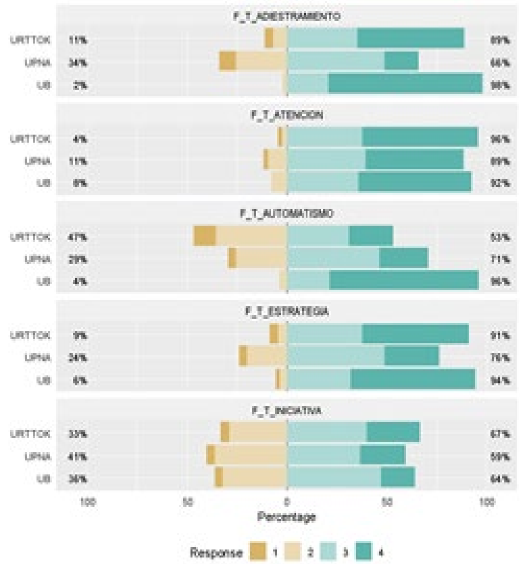
[10] Ci sono alcune parole che non sono comuni a tutti, quelle prima della lettera T sono comuni a tutti i questionari.

[11] Alcune espressioni non sono comuni a tutti i questionari. Analizziamo globalmente solo quelli che sono comuni a tutti i questionari e nell'analisi di gruppo li prendiamo tutti in considerazione.

Con la parola "allenamento", il disaccordo che appare tra il gruppo UPNA e gli altri è probabilmente dovuto al modo in cui questo termine è stato tradotto in spagnolo, cioè "adestramiento", che sembra acquisire una connotazione più negativa rispetto alle traduzioni italiana ("allenamento") e francese ("entraînement").



Dall'alto in basso: Gioco – Rapidità – Ragionamento – Disgusto – Utilità



Dall'alto in basso: Allenamento - Attenzione – Automatismo – Strategia – Iniziativa

Figura 35. Grafico dell'analisi per gruppi delle risposte date alla Domanda 1

Qui, ci sembra interessante incrociare i risultati di alcune voci, per analogia o per contrasto:

- Strategia, iniziativa, ragionamento

```
                  F_T_ESTRATEGIA
F_T_RAZONAMIENTO     1    2    3    4 Total Count
               1 28.6 28.6 14.3 28.6 100.1     7
               2  4.5 45.5 36.4 13.6 100.0    22
               3  2.2 11.2 55.1 31.5 100.0    89
               4  2.3  3.5 32.6 61.6 100.0    86
           Total  3.4 12.3 42.2 42.2 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 61.977, df = 9, p-value = 5.566e-10
```

Asse verticale: Ragionamento. Asse orizzontale: Strategia

```
                  F_T_INICIATIVA
F_T_RAZONAMIENTO     1    2    3    4 Total Count
               1 28.6 42.9 28.6  0.0 100.1     7
               2  9.1 68.2 13.6  9.1 100.0    22
               3  3.4 37.1 48.3 11.2 100.0    89
               4  2.3 19.8 39.5 38.4 100.0    86
           Total  4.4 33.3 40.2 22.1 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 48.636, df = 9, p-value = 0.0000001942
```

Asse verticale: Ragionamento. Asse orizzontale: Iniziativa

```
              F_T_INICIATIVA
F_T_ESTRATEGIA    1    2    3    4 Total Count
             1 14.3 42.9 28.6 14.3 100.1     7
             2  8.0 68.0 16.0  8.0 100.0    25
             3  3.5 29.1 47.7 19.8 100.1    86
             4  3.5 26.7 40.7 29.1 100.0    86
         Total 4.4 33.3 40.2 22.1 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 23.033, df = 9, p-value = 0.006122
```

Asse verticale: Strategia. Asse orizzontale: Iniziativa

Figura 36: Relazione tra le risposte riferite a “strategia”, “iniziativa” e “ragionamento”

Le tabelle a doppia entrata di cui sopra sono per le variabili, prese a coppie. Se il p-value è inferiore a 0,05, significa che le due variabili sono dipendenti, cioè che c'è una relazione tra la scelta che gli intervistati fanno sulle due variabili.

Le righe mostrano la proporzione di individui in ogni categoria indicata dalla prima colonna che ha selezionato ogni categoria della variabile nella colonna, ad esempio, il 28,6% di coloro che hanno ottenuto 1 in "ragionamento" ha ottenuto 1 in "strategia". Questo valore viene confrontato con l'ultima riga che mostra il 3,4% del numero totale di individui che hanno ottenuto 1 in "strategia". Questa discrepanza indica che c'è una tendenza a non essere d'accordo sulla "strategia" se non si è d'accordo sul "ragionamento". Si noti anche che il 61,6% di coloro che hanno valutato 4 su "ragionamento" ha valutato 4 su "strategia", mentre solo il 42,2% del totale ha valutato 4 su "strategia", quindi concludiamo che c'è una tendenza a essere d'accordo con "strategia" se si è d'accordo con "ragionamento". In conclusione, c'è una relazione tra "ragionamento" e "strategia", più si valorizza il "ragionamento", più si valorizza la "strategia".

In tutte e tre le tabelle, la dipendenza tra le variabili è evidente.

È importante notare che la maggior parte degli intervistati è d'accordo con il "ragionamento", così che i disaccordi riguardano solo 29 persone. È chiaro che coloro che non sono d'accordo con il "ragionamento" tendono a non essere d'accordo con la "iniziativa" e questa coincidenza è ancora maggiore con la "strategia". Tra "strategia" e "iniziativa", coloro che sono contro la "strategia" sono anche contro la "iniziativa". Tuttavia, i sostenitori della "strategia" non si comportano più a favore o contro la "iniziativa" che nel profilo generale.

- **Automatismo e rapidità**

```
Row percentages:
               F_T_RAPIDEZ
F_T_AUTOMATISMO    1    2    3    4 Total Count
              1 22.2 22.2 44.4 11.1  99.9     9
              2  8.9 22.2 35.6 33.3 100.0    45
              3  4.1 16.2 36.5 43.2 100.0    74
              4  2.7  1.3 28.0 68.0 100.0    75
          Total 5.4 12.3 33.5 48.8 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 31.774, df = 9, p-value = 0.0002178
```

Asse verticale: Automatismo. Asse orizzontale: rapidità

Figura 37: Relación entre las respuestas referidas a “rapidez” y “automatismo”

C'è una dipendenza tra gli elementi. La tabella ci dice che coloro che non sono d'accordo con "automatismo" sono anche in disaccordo con "rapidità", e viceversa, quando sono d'accordo con "automatismo", c'è anche una percentuale più alta del previsto che è d'accordo con "rapidità"

- Automatismo e allenamento

F_T_AUTOMATISMO \ F_T_ADIESTRAMIENTO	1	2	3	4	Total	Count
1	0.0	22.2	55.6	22.2	100	9
2	13.3	22.2	37.8	26.7	100	45
3	5.4	17.6	45.9	31.1	100	74
4	1.3	8.0	30.7	60.0	100	75
Total	5.4	15.3	38.9	40.4	100.0	

```
        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 27.028, df = 9, p-value = 0.001384
```

Asse verticale: Automatismo. Asse orizzontale: Allenamento

Figura 38: Relazione tra le risposte riferite a "automatismo" e "allenamento"

In questo caso, c'è una dipendenza, ma non è così chiara come nel caso precedente: coloro che sono molto a favore dell'"automatismo" sono anche molto a favore dell'"allenamento"; coloro che non sono d'accordo con l'"automatismo", non sono d'accordo nemmeno con l'"allenamento". Tuttavia, coloro che sono fortemente in disaccordo con l'"automatismo" tendono ad essere d'accordo con la "formazione".

- Ragionamento e automatismo

Row percentages:

F_T_AUTOMATISMO \ F_T_RAZONAMIENTO	1	2	3	4	Total	Count
1	0.0	11.1	22.2	66.7	100.0	9
2	4.4	20.0	51.1	24.4	99.9	45
3	2.7	8.1	45.9	43.2	99.9	74
4	4.0	8.0	40.0	48.0	100.0	75
Total	3.4	10.8	43.8	41.9	100.0	

```
        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 12.298, df = 9, p-value = 0.197
```

Asse verticale: Automatismo. Asse orizzontale: Ragionamento

Figura 39: Relazione tra le risposte riferite a "ragionamento" e "automatismo"

In questa tabella, c'è un'indipendenza tra le due parole, cioè essere a favore o contro "automatismo" non dà alcuna informazione sul fatto che la persona tenderà ad essere più o meno a favore del "ragionamento". In generale, qualunque sia la posizione sull'"automatismo", l'intervistato è sempre a favore del "ragionamento".

- Disgusto e gioco

```
            F_T_JUEGO
F_T_REPULSION    1    2    3    4 Total Count
            1  0.0  4.9 46.3 48.8 100.0    82
            2  6.2 18.5 36.9 38.5 100.1    65
            3  8.9 20.0 48.9 22.2 100.0    45
            4 25.0 58.3  8.3  8.3  99.9    12
        Total  5.4 15.7 41.7 37.3 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 47.859, df = 9, p-value = 0.0000002714
```

Asse verticale: Disgusto. Asse orizzontale: Gioco

Figura 40: Relazione tra le risposte riferite a “disgusto” e “gioco”

C'è una chiara dipendenza tra i due elementi. Infatti, coloro che sono fortemente in disaccordo con il termine "disgusto" tendono a essere fortemente d'accordo con il termine "gioco", mentre coloro che sono fortemente d'accordo con il termine "disgusto" tendono a essere fortemente in disaccordo con il termine "gioco".

Gruppo 2 CM, domanda 3

Il disaccordo della maggioranza con il divieto di usare le dita nei calcoli additivi è abbastanza evidente (92%) e c'è anche un rifiuto, anche se meno marcato (65%), del non uso di un supporto scritto.

D'altra parte, il grado di accordo per le altre voci è intorno al 50%: questo indica che i temi qui trattati sono molto dibattuti e con qualche controversia.

La mancanza di padronanza dell'aritmetica mentale rende difficile l'apprendimento degli algoritmi
Gli studenti tendono a fare calcoli mentali mettendo i numeri in colonne nella loro testa
La costruzione e la memorizzazione delle tabelle di addizione e moltiplicazione è facilitata dalla loro ripetizione verbale rituale, in ordine crescente
L'aritmetica mentale dovrebbe avere la priorità sull'aritmetica colonnare
L'enfasi dovrebbe essere sulla procedura piuttosto che sulla velocità
Non si deve fornire alcun supporto scritto
L'uso delle dita dovrebbe essere proibito per fornire il risultato di un calcolo additivo

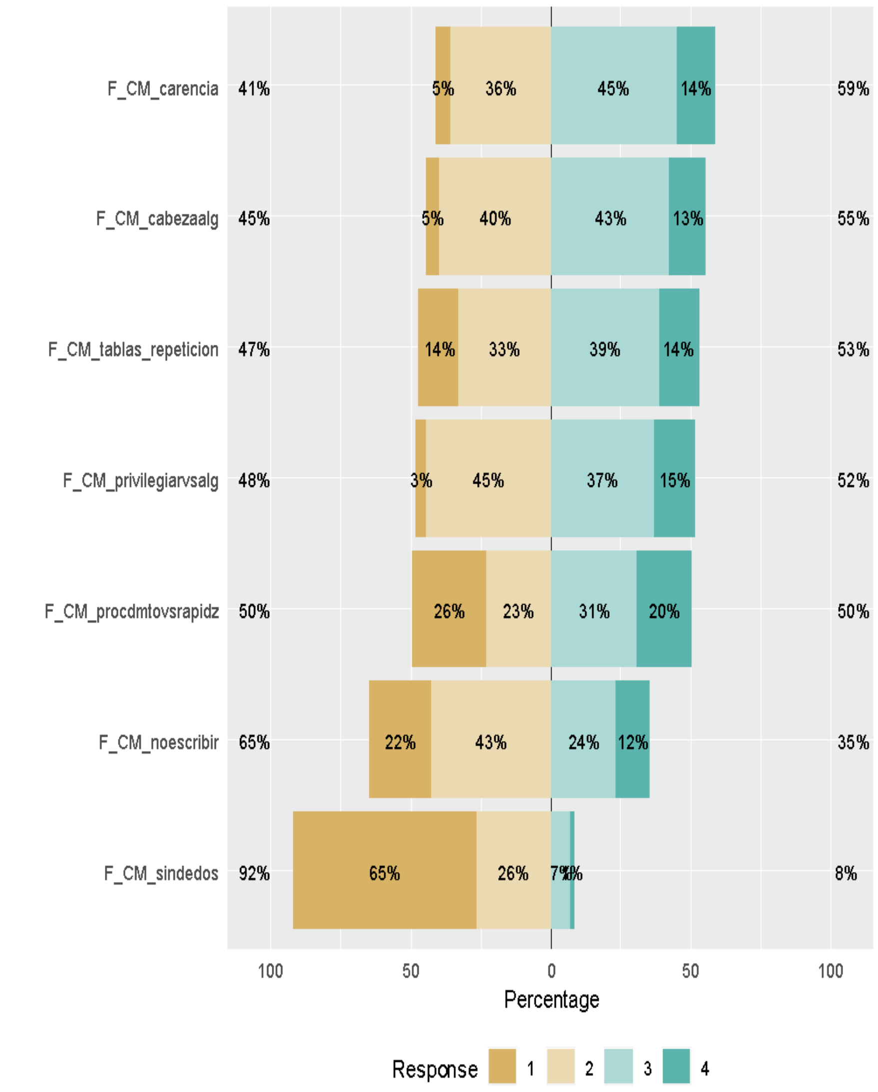


Figura 41: Analisi generale delle risposte date alla Domanda 3

Nell'analisi per gruppi, c'è stata una divergenza nelle risposte riguardanti la mancanza di padronanza del calcolo mentale, che renderebbe difficile l'apprendimento delle operazioni: mentre per i gruppi UPNA e URT-TKL l'argomento era controverso, il gruppo UB (70%) era in maggioranza d'accordo sulla verità della frase in questione.

C'è anche una divergenza nella priorità data alla procedura piuttosto che alla rapidità nell'esecuzione di un calcolo: il gruppo UB favorisce la procedura (81%), mentre il gruppo UPNA no; per il gruppo URT-TKL, la questione è controversa perché le percentuali mostrano una minore predilezione per la procedura.

I gruppi UPNA e UB erano rispettivamente a favore e contro la ripetizione rituale verbale delle tabelle di addizione e moltiplicazione, in ordine crescente (62%); per il gruppo URT-TKL, invece, la questione era controversa (circa il 50%).

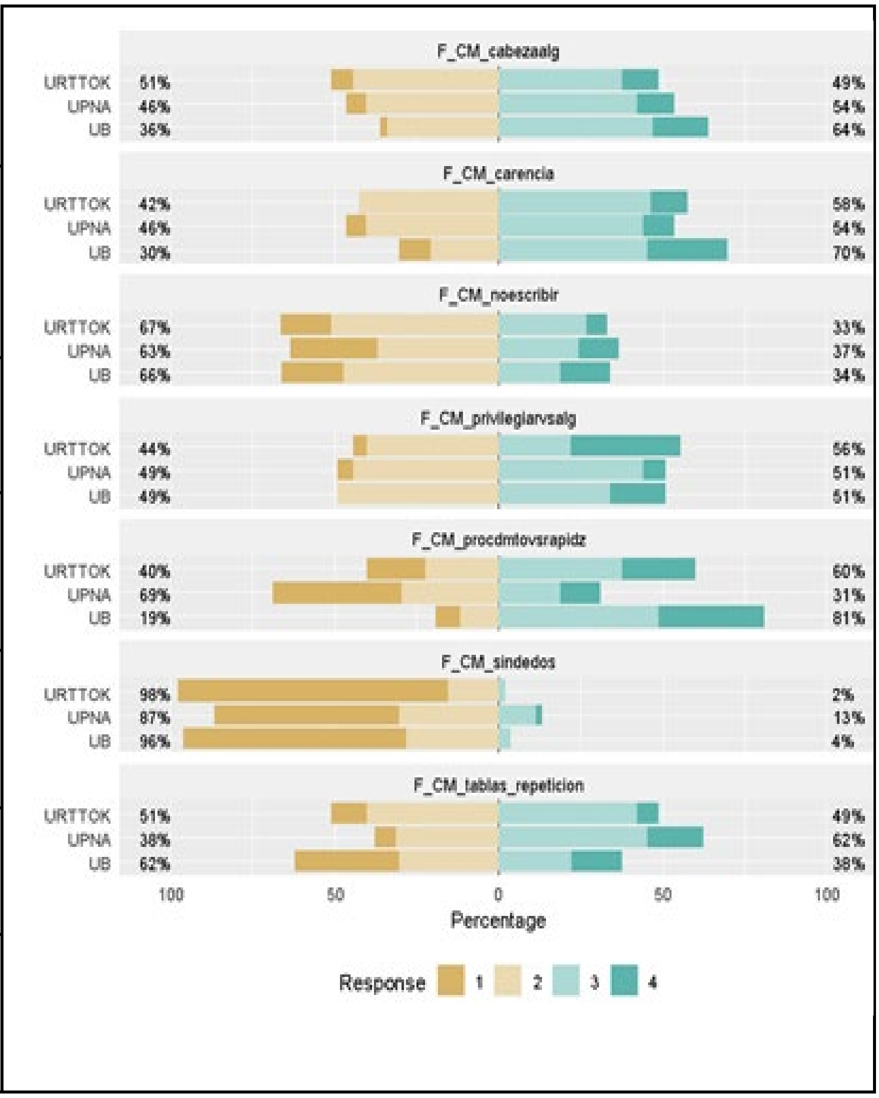
Gli studenti tendono a fare calcoli mentali mettendo i numeri in colonne nella loro testa	
La mancanza di padronanza dell'aritmetica mentale rende difficile l'apprendimento degli algoritmi	
Non si deve fornire alcun supporto scritto	
L'aritmetica mentale dovrebbe avere la priorità sull'aritmetica colonnare	
L'enfasi dovrebbe essere sulla procedura piuttosto che sulla velocità	
L'uso delle dita dovrebbe essere proibito per fornire il risultato di un calcolo additivo	
La costruzione e la memorizzazione delle tabelle di addizione e moltiplicazione è facilitata dalla loro ripetizione verbale rituale, in ordine crescente	

Figura 42: Analisi per gruppi delle risposte date alla Domanda 3

Gruppo 3 CA, domanda 6

Nell'uso della calcolatrice, c'era una tendenza a concordare nelle frasi proposte, eccetto sul fatto che la calcolatrice ostacola il pensiero, dove c'era un accordo solo del 44%; c'era anche un accordo complessivo solo del 50% sul fatto che la calcolatrice è un grande ostacolo per il calcolo mentale, che è quindi una questione controversa. Quasi controversa è la risposta che un grande affidamento alla calcolatrice è indicativo di carenze nella conoscenza matematica.

Nel resto delle frasi, c'è un accordo maggioritario, che raggiunge tra il 68% e l'81% nelle prime cinque, che lo associa al suo uso a casa più che a scuola e anche come fonte di situazioni di apprendimento interessanti, sebbene ci sia anche un accordo sul fatto che il suo uso frequente sia negativo e che non incoraggi l’apprendimento del calcolo.

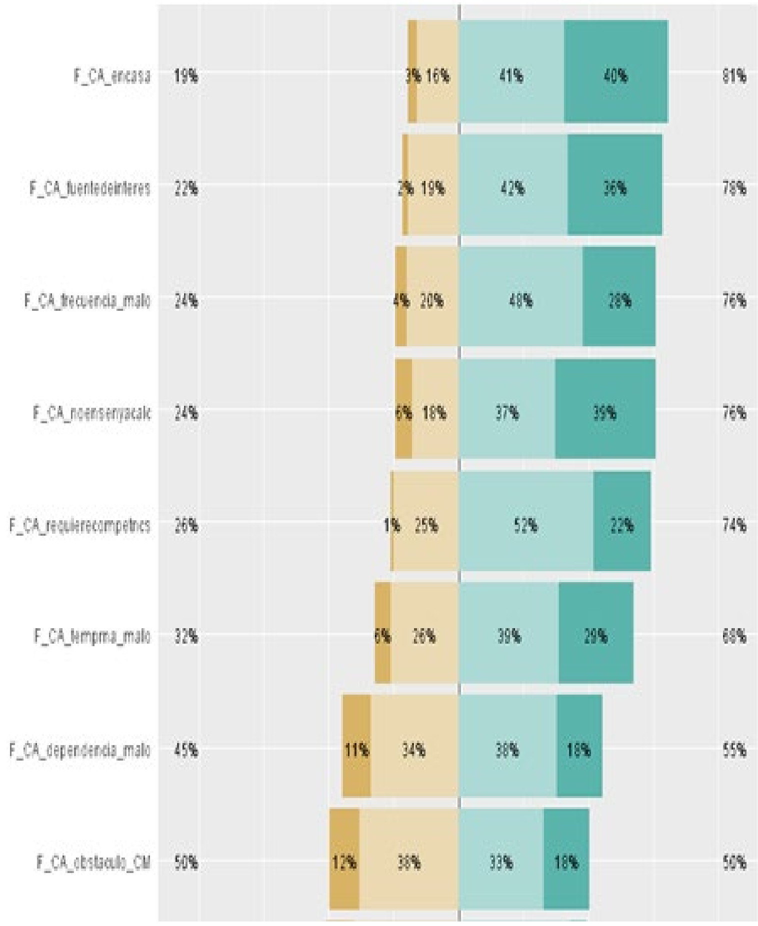
Sulla calcolatrice	
Lei è usata più spesso a casa che a scuola	
Lei può essere usata per fornire situazioni di apprendimento interessanti agli studenti	
Le abilità matematiche di base si deteriorano se lei viene usata indiscriminatamente	
La calcolatrice non insegnerà come calcolare	
Sono necessarie diverse abilità numeriche per usare lei efficacemente	
Introdurre lei troppo presto è dannoso per lo sviluppo delle competenze matematiche degli studenti	
L'eccessivo affidamento a lei è un segno di scarsa conoscenza matematica	
Lei inibisce il pensiero degli studenti	

Figura 43: Analisi generale delle risposte date alla Domanda 6

Nell'analisi per gruppi, la divergenza maggiore tra i gruppi si trova nella domanda "la dipendenza dalla calcolatrice è un segno di mancanza di conoscenze matematiche", dove il gruppo URT-TKL è contrario e gli altri due sono d'accordo per circa il 60%; sulla stessa linea, ma meno pronunciata, è la frase che afferma che "le abilità matematiche si deteriorano se si usano troppo frequentemente le calcolatrici". D'altra parte, il gruppo UPNA era l'unico ad essere d'accordo con le espressioni "le calcolatrici impediscono di pensare" e "le calcolatrici sono un ostacolo al calcolo mentale".

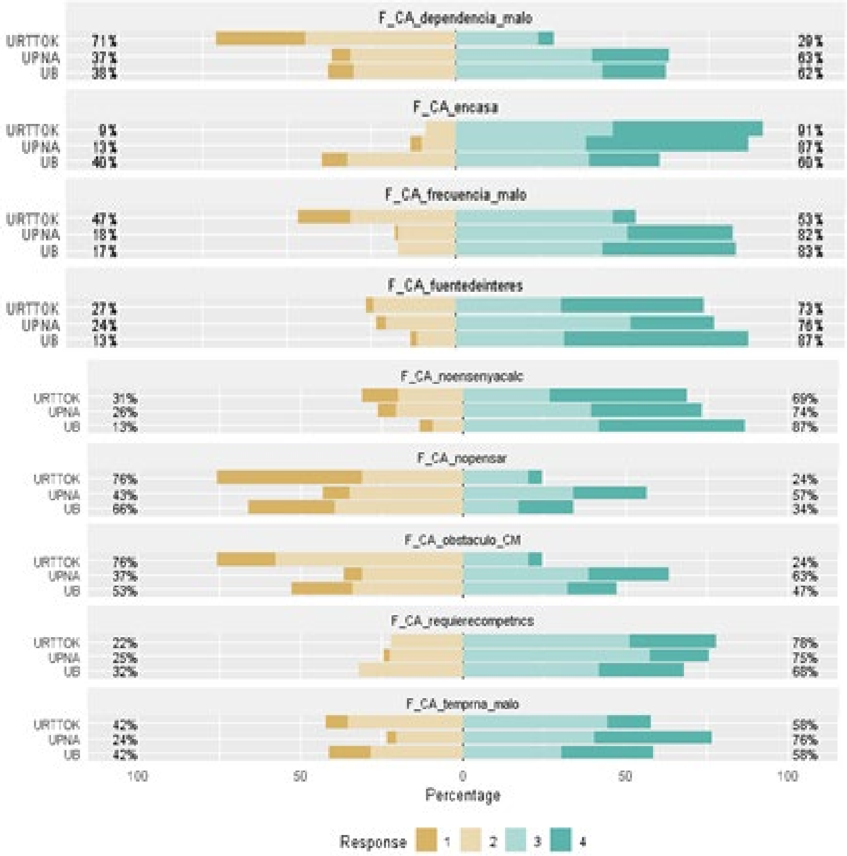
Sulla calcolatrice	
L'eccessivo affidamento a lei è un segno di scarsa conoscenza matematica	
Lei è usata più spesso a casa che a scuola	
Le abilità matematiche di base si deteriorano se lei viene usata indiscriminatamente	
Lei può essere usata per fornire situazioni di apprendimento interessanti agli studenti	
La calcolatrice non insegnerà come calcolare	
Lei inibisce il pensiero degli studenti	
L'uso de lei è una barriera significativa al calcolo mentale	
Sono necessarie diverse abilità numeriche per usare lei efficacemente	
Introdurre lei troppo presto è dannoso per lo sviluppo delle competenze matematiche degli studenti	

Figura 44: Analisi per gruppi delle risposte date alla Domanda 6

Gruppo 4, domande 2 e 4

Domanda 2. Perché imparare il calcolo mentale nella scuola primaria?

Delle 204 risposte alla domanda, circa il 65% sceglie le opzioni C, D, G e B, cioè il calcolo mentale costruisce e rafforza la conoscenza, identifica diversi modi di eseguire lo stesso calcolo, e aiuta nella risoluzione dei problemi e nello sviluppo del ragionamento e dell'argomentazione.

Nei gruppi, coincide con la selezione generale, tranne nella UB, dove si distinguono i vantaggi per il calcolo e l'approssimazione.

Tabella 9: Rispota dei partecipanti alla domanda 2

Globalmente (204)		UB (53)		UPNA (106)		URTKL (45)	
palabra	frec	palabra	frec	palabra	frec	palabra	frec
construiryreforzar	142	construiryreforzar	41	construiryreforzar	71	razonamiento	32
identificarymaneras	130	calculoyaprox	38	resolproblemas	71	construiryreforzar	30
resolproblemas	124	memorizar	33	identificarymaneras	68	identificarymaneras	29
razonamiento	123	identificarymaneras	33	razonamiento	63	resolproblemas	23
memorizar	106	resolproblemas	30	memorizar	59	memorizar	14
calculoyaprox	56	razonamiento	28	entenderynociones	32	calculoyaprox	6
entenderynociones	32	controlycalculadora	15	calculoyaprox	12	controlycalculadora	4
controlycalculadora	31			controlycalculadora	12		

LEGEND	
Construir y reforzar	Costruire e rinforzare la conoscenza delle proprietà dei numeri e delle operazioni
Identificar maneras	Identificare diversi modi di eseguire lo stesso calcolo
Resolproblemas	Per aiutare a risolvere i problemi
Razonamiento	Sviluppare le capacità di ragionamento e di argomentazione
Memorizar	Sviluppare le capacità di memoria
Calculo aproximaciones	Valutare l'ordine di grandezza di un risultato
Entender nociones	Comprendere concetti aritmetici
Control calculadora	Controllare il risultato visualizzato da una calcolatrice

Domanda 4. Secondo lei, a cosa serve una calcolatrice nella scuola elementare?

Viene scelto per lo più come strumento per controllare il risultato e per risolvere problemi che richiedono molte operazioni. Tutti e tre i gruppi sono allineati con le risposte generali, anche se il gruppo URT-TKL incorpora la parola "esplorare".

Tabella 10: Rispota dei partecipanti alla domanda 4

Globalmente (204)		UB (53)		UPNA (106)		URTKL (45)	
palabra	frec	palabra	frec	palabra	frec	palabra	frec
verificar	130	verificar	48	verificar	71	verificar	29
grandesoperaciones	116	grandesoperaciones	40	grandesoperaciones	70	explorar	24
calcular	66	resolverprob	28	calcular	45	grandesoperaciones	16
resolverprob	66	despreocupar	21	explorar	36	despreocupar	15
explorar	62			aprfuncionesupna	36	resolverprob	11
despreocupar	45			resolverprob	35	fuente	10
aprfuncionesupna	36						
reducirmemorizcn	32						

LEGEND	
Verificar	È uno strumento per controllare il risultato di un calcolo
Grandes operaciones	È uno strumento per eseguire calcoli con grandi numeri o con molti numeri, altrimenti difficili da eseguire con calcoli mentali o a tavolino
Calcular	È uno strumento di calcolo
Resolver problemas	È uno strumento per risolvere problemi che richiedono molte prove
Explorar	È un supporto per esplorare i numeri
Despreocupar	È uno strumento che permette agli studenti di risolvere un problema senza preoccuparsi di possibili errori nel processo di calcolo
Fuente	È una fonte di problemi ed esercizi
Reducir memorización	È uno strumento per ridurre la memorizzazione

Domanda 5: Si presume che gli studenti possano usare la calcolatrice. Si può permettere loro di usarla ...

Troviamo che, in tutti i gruppi, la maggior parte preferisce usare la calcolatrice dopo aver imparato gli algoritmi. L'opzione "in concomitanza con l'apprendimento degli algoritmi" è, tuttavia, una questione controversa, e le altre due opzioni sono molto più in minoranza, anche se l'opzione "dopo aver imparato gli algoritmi" non è insignificante.

Tabella 11: Rispota dei partecipanti alla domanda 5

Globalmente (204)	UB (53)	UPNA (106)	URTKL (45)
palabra frec despues 90 mientras 71 trasfaseinicial 33 sinconocer 10	palabra frec despues 22 mientras 18 sinconocer 8 rasfaseinicial 5	palabra frec despues 42 mientras 39 trasfaseinicial 24 sinconocer 1	palabra frec despues 26 mientras 14 trasfaseinicial 4 sinconocer 1

LEGENDA	
Después	dopo che gli studenti hanno imparato gli algoritmi dei calcoli di base
Mientras	contemporaneamente, mentre gli studenti imparano gli algoritmi dei calcoli di base
Tras fase inicial	dopo che gli studenti sono stati introdotti agli algoritmi dei calcoli di base
Sin conocer	senza che gli studenti conoscano necessariamente gli algoritmi di calcolo di base

Gruppo 5. Domanda 7

Per calcolare la divisione, tutti i gruppi preferiscono la calcolatrice. Per calcolare la sottrazione, l'algoritmo è preferito. Per calcolare l'addizione e la moltiplicazione si preferisce il calcolo mentale. È notevole che la calcolatrice occupi un posto preponderante tra gli studenti dell'UPNA, al contrario di quelli dell'UB per i quali si trova all'ultimo posto, tranne che per il calcolo della divisione.

Tabella 12: Rispota dei partecipanti alla domanda 7

Addizione: 657+95+48

Globalmente	UB	UPNA	URTKL
palabra frec calculomental 64 algrtm 57 calculadora 21	calculomental 51 algrtm 40 calculadora 20	calculomental 25 algrtm 24 calculadora 4	palabra frec calculomental 21 algrtm 21 calculadora 3

Sotrazzione: 3456-897

Globalmente	UB	UPNA	URTKL
palabra frec algrtm 77 calculadora 34 calculomental 32	algrtm 31 calculomental 14 calculadora 8	algrtm 20 calculadora 14 calculomental 11	palabra frec algrtm 26 calculadora 12 calculomental 7

Moltiplicazione:12*19

Globalmente	UB	UPNA	URTKL
palabra frec calculomental 72 algrtm 37 calculadora 33	calculomental 39 algrtm 8 calculadora 6	calculadora 17 algrtm 16 calculomental 11	palabra frec calculomental 22 algrtm 13 calculadora 10

Divisione: 10008/9

Globalmente	UB	UPNA	URTKL
palabra frec calculadora 79 algrtm 40 calculomental 23	calculadora 29 algrtm 16 calculomental 8	calculadora 28 algrtm 13 calculomental 3	palabra frec calculadora 22 calculomental 12 algrtm 11

LEGEND	
Calculadora	Calcolatrice
Algoritmos	In colonna (algoritmo)
Cálculo mental	Calcolo mentale

Analisi complementare

Per le prime tre domande, abbiamo incrociato alcune voci. In particolare, abbiamo collegato le parole "iniziativa", "ragionamento" e "strategia" (domanda 1) con le frasi "sviluppare le capacità di ragionamento e di argomentazione", "costruire e rafforzare la conoscenza delle proprietà dei numeri e delle operazioni", "identificare i vari modi possibili di eseguire lo stesso calcolo" (domanda 2) e "quando si propone agli alunni un'attività complessa di calcolo mentale, si privilegia la procedura piuttosto che la rapidità di esecuzione".

<table>
<tr>
<td>fconstruirYreforzar
F_T_INICIATIVA 0 1 Total Count
1 22.2 77.8 100 9
2 36.8 63.2 100 68
3 20.7 79.3 100 82
4 40.0 60.0 100 45
Total 30.4 69.6 100.0

Pearson's Chi-squared test

data: .Table
X-squared = 7.1702, df = 3, p-value = 0.06667</td>
<td>fidentificarYmanera
F_T_INICIATIVA 0 1 Total Count
1 44.4 55.6 100 9
2 48.5 51.5 100 68
3 32.9 67.1 100 82
4 22.2 77.8 100 45
Total 36.3 63.7 100.0

Pearson's Chi-squared test

data: .Table
X-squared = 8.9194, df = 3, p-value = 0.03038</td>
</tr>
<tr>
<td>Iniziativa & costruire e rinforzare la conoscenza delle proprietà dei numeri e delle operazioni</td>
<td>Iniziativa & identificare i vari modi possibili di eseguire lo stesso calcolo</td>
</tr>
<tr>
<td>fdesarr_raznto
F_T_INICIATIVA 0 1 Total Count
1 55.6 44.4 100 9
2 41.2 58.8 100 68
3 45.1 54.9 100 82
4 24.4 75.6 100 45
Total 39.7 60.3 100.0

Pearson's Chi-squared test

data: .Table
X-squared = 6.3885, df = 3, p-value = 0.09416</td>
<td>F_CM_procdmtovsrapidz
F_T_INICIATIVA 1 2 3 4 Total Count
1 33.3 22.2 22.2 22.2 99.9 9
2 39.7 20.6 29.4 10.3 100.0 68
3 17.1 26.8 36.6 19.5 100.0 82
4 22.2 20.0 24.4 33.3 99.9 45
Total 26.5 23.0 30.9 19.6 100.0

Pearson's Chi-squared test

data: .Table
X-squared = 17.672, df = 9, p-value = 0.03918</td>
</tr>
<tr>
<td>Iniziativa & sviluppare le capacità di ragionamento e argomentazione</td>
<td>Iniziativa & la procedura dovrebbe essere privilegiata piuttosto che la rapidità di esecuzione</td>
</tr>
</table>

Figura 45: Rapporto tra iniziativa e alcune affermazioni (Domande 2 e 3)

C'è indipendenza tra l'accordo con "iniziativa" e la scelta di "costruire e rafforzare le proprietà" e "sviluppare il ragionamento" tanto che, qualunque sia l'accordo con "iniziativa", non c'è una scelta maggiore o minore di questa frase.

C'è anche una certa dipendenza (anche se molto giusta) con "identificare i vari modi possibili di eseguire lo stesso calcolo" e "privilegiare la procedura" con "rapidità".

```
                 fconstruirYreforzar
F_T_RAZONAMIENTO     0     1 Total Count
               1 71.4 28.6   100     7
               2 36.4 63.6   100    22
               3 28.1 71.9   100    89
               4 27.9 72.1   100    86
           Total 30.4 69.6 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 6.417, df = 3, p-value = 0.093
```

Ragionamento & costruire e rinforzare la conoscenza delle proprietà dei numeri e delle operazioni

```
                 fdesarr_raznto
F_T_RAZONAMIENTO     0     1 Total Count
               1 42.9 57.1   100     7
               2 63.6 36.4   100    22
               3 39.3 60.7   100    89
               4 33.7 66.3   100    86
           Total 39.7 60.3 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 6.5837, df = 3, p-value = 0.08642
```

Ragionamento & sviluppare le capacità di ragionamento e argomentazione

```
                 fidentificarYmanera
F_T_RAZONAMIENTO     0     1 Total Count
               1 71.4 28.6   100     7
               2 31.8 68.2   100    22
               3 38.2 61.8   100    89
               4 32.6 67.4   100    86
           Total 36.3 63.7 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 4.5882, df = 3, p-value = 0.2046
```

Ragionamento & identificare i vari modi possibili di eseguire lo stesso calcolo

```
                 F_CM_procdmtovsrapidz
F_T_RAZONAMIENTO    1    2    3    4 Total Count
               1 42.9 28.6 28.6  0.0 100.1     7
               2 45.5 27.3 13.6 13.6 100.0    22
               3 28.1 27.0 33.7 11.2 100.0    89
               4 18.6 17.4 32.6 31.4 100.0    86
           Total 26.5 23.0 30.9 19.6 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 21.32, df = 9, p-value = 0.0113
```

Ragionamento & la procedura dovrebbe essere privilegiata piuttosto che la rapidità di esecuzione

Figura 46: Rapporto tra ragionamento e alcune affermazioni (Domande 2 e 3)

Tra "ragionamento" e le tre opzioni sul calcolo mentale, c'è un'indipendenza, anche se è vero che le poche persone che sono contro il "ragionamento" tendono a non scegliere "sviluppare il ragionamento". D'altra parte, più si è d'accordo con il "ragionamento", più si è d'accordo nel preferire la "procedura" alla "rapidità".

Essere a favore o contro la "strategia" è indipendente dalla scelta dell'opzione di costruzione e rinforzo e dalla preferenza per la "procedura" rispetto alla "rapidità". Ma essere contro la "strategia" porta a scegliere meno spesso di favorire lo sviluppo del ragionamento e dell'espressione "per identificare i vari modi possibili di eseguire lo stesso calcolo".

```
              fconstruirYreforzar
F_T_ESTRATEGIA    0    1 Total Count
             1 42.9 57.1   100     7
             2 36.0 64.0   100    25
             3 36.0 64.0   100    86
             4 22.1 77.9   100    86
         Total 30.4 69.6 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 4.9854, df = 3, p-value = 0.1729
```

Strategia & costruire e rinforzare la conoscenza delle proprietà dei numeri e delle operazioni

```
              fdesarr_raznto
F_T_ESTRATEGIA    0    1 Total Count
             1 57.1 42.9   100     7
             2 68.0 32.0   100    25
             3 32.6 67.4   100    86
             4 37.2 62.8   100    86
         Total 39.7 60.3 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 11.308, df = 3, p-value = 0.01017
```

Strategia & sviluppare le capacità di ragionamento e argomentazione

```
              fidentificarYmanera
F_T_ESTRATEGIA    0    1 Total Count
             1 71.4 28.6   100     7
             2 48.0 52.0   100    25
             3 38.4 61.6   100    86
             4 27.9 72.1   100    86
         Total 36.3 63.7 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 7.9977, df = 3, p-value = 0.04606
```

Strategia & identificare i vari modi possibili di eseguire lo stesso calcolo

```
              F_CM_procdmtovsrapidz
F_T_ESTRATEGIA    1    2    3    4 Total Count
             1 42.9 28.6 28.6  0.0 100.1     7
             2 44.0 24.0 12.0 20.0 100.0    25
             3 25.6 27.9 30.2 16.3 100.0    86
             4 20.9 17.4 37.2 24.4  99.9    86
         Total 26.5 23.0 30.9 19.6 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 13.693, df = 9, p-value = 0.1337
```

Strategia & la procedura dovrebbe essere privilegiata piuttosto che la rapidità di esecuzione

Figura 47: Rapporto tra strategia e alcune affermazioni (Domande 2 e 3)

La figura 48 raggruppa le risposte. Vediamo che coloro che sono molto contrari al ragionamento/strategia/iniziativa/procedura (valori 1-2) sono raggruppati insieme (cerchio rosso), e coloro che sono molto favorevoli (valore 4) sono anche raggruppati insieme (cerchio beige). Quelli che non scelgono le frasi (cerchi blu) sono vicini al cerchio rosso, ma quelli che scelgono le frasi (cerchio giallo) sono collocati nei cerchi con valori favorevoli.

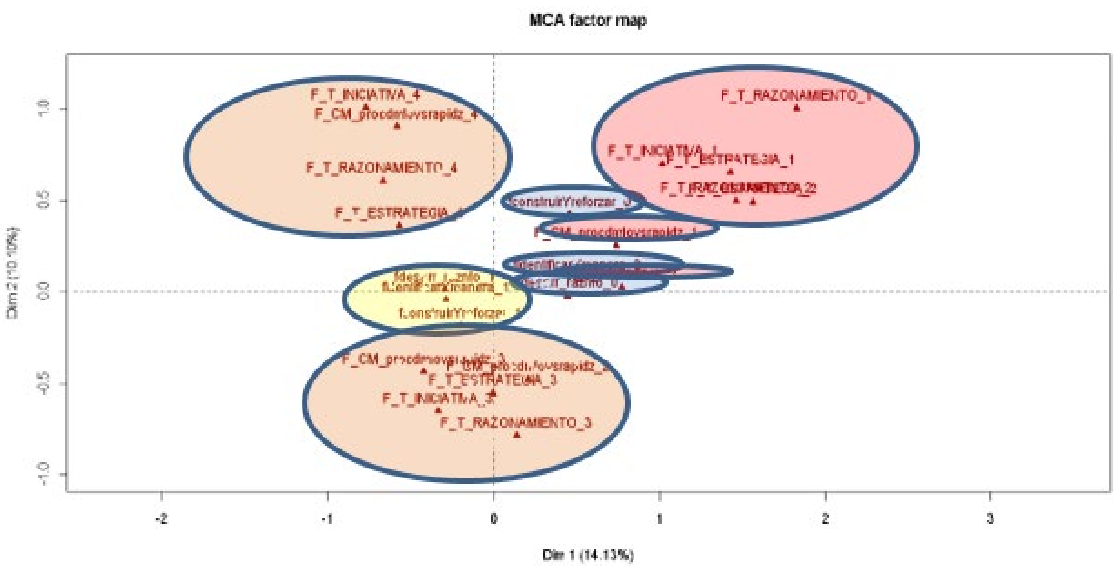


Figura 48: Analisi delle corrispondenze multiple delle risposte

Per quanto riguarda le domande da 4 a 6, al fine di evidenziare una visione favorevole all'uso della calcolatrice nella scuola primaria e al suo utilizzo nella sua complementarietà con il calcolo mentale, abbiamo incrociato alcuni elementi, in particolare: la calcolatrice è utile per "esplorare i numeri" ed è "una fonte di problemi" (domanda 4); può essere utilizzata insieme all'apprendimento degli algoritmi o senza necessariamente conoscerli (domanda 5); "la calcolatrice può essere utilizzata per proporre agli alunni situazioni di apprendimento interessanti" (domanda 6g).

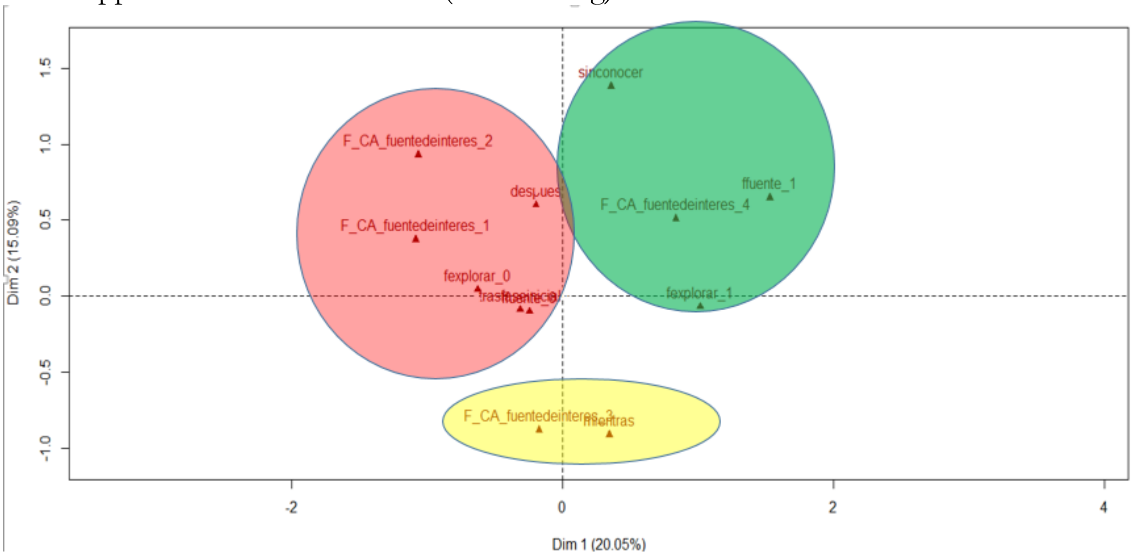


Figura 49: Analisi delle corrispondenze multiple delle risposte (domande 4, 5 e 6)

Vediamo che ci sono tre gruppi: quelli che considerano l’uso della calcolatrice "una fonte di problemi" tendono anche a pensare che dovrebbe essere usata senza conoscere gli algoritmi e scelgono anche l’opzione "esplorare i numeri". Il gruppo opposto si oppone al fatto che sia una "fonte di problemi" e pensa che dovrebbe essere usata dopo aver imparato gli algoritmi. Infine, un terzo gruppo è in qualche modo d'accordo sul fatto che sia una "fonte di problemi", ma ritiene che dovrebbe essere usata principalmente durante l'apprendimento degli algoritmi.

Facciamo le analisi prendendo gli elementi a due a due per vedere cosa succede (domande 4, 5 e 6):

<table>
<tr>
<td><pre>
                    ffuente
F_CA_fuentedeinteres   0   1 Total Count
                   1 100.0 0.0   100   5
                   2 92.3 7.7   100   39
                   3 90.7 9.3   100   86
                   4 77.0 23.0   100   74
               Total 86.3 13.7 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data: .Table
X-squared = 8.7591, df = 3, p-value = 0.03267
</pre></td>
<td><pre>
                    fexplorar
F_CA_fuentedeinteres   0   1 Total Count
                   1 80.0 20.0   100   5
                   2 89.7 10.3   100   39
                   3 65.1 34.9   100   86
                   4 41.9 58.1   100   74
               Total 61.8 38.2 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data: .Table
X-squared = 26.416, df = 3, p-value = 0.000007805
</pre></td>
</tr>
<tr>
<td>La calcolatrice può essere usata per fornire situazioni di apprendimento interessanti agli studenti & fonte di esercizi</td>
<td>La calcolatrice può essere usata per fornire situazioni di apprendimento interessanti agli studenti & supporto per esplorare le proprietà dei numeri e delle operazioni</td>
</tr>
</table>

```
        fexplorar
ffuente     0     1 Total Count
      0 67.6 32.4   100   176
      1 25.0 75.0   100    28
  Total 61.8 38.2 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 18.575, df = 1, p-value = 0.00001633
```

fonte di esercizi & supporto per esplorare le proprietà dei numeri e delle operazioni

```
                    cal_cuando
F_CA_fuentedeinteres despues mientras sinconocer trasfaseinicial Total Count
                   1    60.0     20.0       0.0            20.0 100.0     5
                   2    56.4     20.5       5.1            17.9  99.9    39
                   3    37.2     43.0       2.3            17.4  99.9    86
                   4    44.6     33.8       8.1            13.5 100.0    74
               Total     44.1     34.8       4.9            16.2 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 10.347, df = 9, p-value = 0.3232
```

La calcolatrice può essere usata per fornire situazioni di apprendimento interessanti agli studenti & quando usare la calcolatrice a scuola

Figura 50: Relazioni tra alcune variabili in merito all'uso della calcolatrice

C'è una chiara indipendenza tra l'accettare o non accettare che sia una "fonte di problemi" e scegliere quando usarla. Tuttavia, come ci si potrebbe aspettare, coloro che scelgono l'opzione "fonte di problemi" accettano di selezionare più volte che si tratta di uno strumento per "esplorare i numeri". È anche chiaro che coloro che selezionano la calcolatrice come "fonte di problemi" selezionano anche "per esplorare i numeri" e viceversa.

Ripetiamo l'analisi solo con i dati raccolti nel gruppo UB.

```
                            F_T_ESTRATEGIA[Grupo == "UB"]
F_T_RAZONAMIENTO[Grupo == "UB"]   1    2    3     4 Total Coun
                              1 0.0  0.0  0.0 100.0 100.0
                              2 0.0 25.0 50.0  25.0 100.0
                              3 0.0  0.0 57.9  42.1 100.0
                              4 3.4  3.4 13.8  79.3  99.9
                          Total 1.9 3.8 32.1 62.3 100.0

        Pearson's  Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 17.773, df = 9, p-value = 0.0379
```

```
                            F_T_INICIATIVA[Grupo == "UB"]
F_T_RAZONAMIENTO[Grupo == "UB"]   1    2     3    4 Total Cou
                              1 0.0  0.0 100.0  0.0   100
                              2 0.0 50.0  25.0 25.0   100
                              3 5.3 36.8  47.4 10.5   100
                              4 3.4 27.6  48.3 20.7   100
                          Total 3.8 32.1 47.2 17.0 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 3.3853, df = 9, p-value = 0.947
```

```
                            F_T_RAPIDEZ[Grupo == "UB"
F_T_AUTOMATISMO[Grupo == "UB"]   1   2    3    4 Total
                             1 NaN NaN  NaN  NaN   NaN
                             2 0.0   0 50.0 50.0   100
                             3 9.1   0 36.4 54.5   100
                             4 5.1   0 23.1 71.8   100
                         Total 5.8 0 26.9 67.3 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = NaN, df = 9, p-value = NA
```

```
                            F_T_ADIESTRAMIENTO[Grupo ==
F_T_AUTOMATISMO[Grupo == "UB"]   1   2    3    4 Total Cou
                             1 NaN NaN  NaN  NaN   NaN
                             2   0 0.0 50.0 50.0   100
                             3   0 9.1 27.3 63.6   100
                             4   0 0.0 17.9 82.1   100
                         Total 0 1.9 21.2 76.9 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = NaN, df = 9, p-value = NA
```

```
                        fconstruirYreforzar[Grupo ==
F_T_INICIATIVA[Grupo == "UB"]    0      1 Total Count
                             1  0.0 100.0   100     2
                             2 23.5  76.5   100    17
                             3 20.0  80.0   100    25
                             4 33.3  66.7   100     9
                         Total 22.6 77.4 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 1.28, df = 3, p-value = 0.7339
```

```
                          F_T_JUEGO[Grupo == "UB"]
F_T_REPULSION[Grupo == "UB"]  1     2    3    4 Total Cou
                            1  0   5.6 30.6 63.9 100.1
                            2  0   9.1 36.4 54.5 100.0
                            3 20  20.0 40.0 20.0 100.0
                            4  0 100.0  0.0  0.0 100.0
                        Total 1.9 9.4 32.1 56.6 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 22.064, df = 9, p-value = 0.008677
```

```
                          F_T_RAZONAMIENTO[Grupo == "UB"]
F_T_AUTOMATISMO[Grupo == "UB"]   1   2     3    4 Total Count
                             1 NaN NaN   NaN  NaN   NaN     0
                             2 0.0 0.0 100.0  0.0   100     2
                             3 0.0 9.1  27.3 63.6   100    11
                             4 2.6 7.7  35.9 53.8   100    39
                         Total 1.9 7.7 36.5 53.8 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = NaN, df = 9, p-value = NA
```

```
                          fdesarr_raznto[Grupo == "UB"]
F_T_INICIATIVA[Grupo == "UB"]    0    1 Total Count
                           1 50.0 50.0   100     2
                           2 47.1 52.9   100    17
                           3 52.0 48.0   100    25
                           4 33.3 66.7   100     9
                       Total 47.2 52.8 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 0.932, df = 3, p-value = 0.8177
```

```
                        fidentificarYmanera[Grupo == "UB"]
F_T_INICIATIVA[Grupo == "UB"]     0    1 Total Count
                            1 100.0  0.0   100     2
                            2  52.9 47.1   100    17
                            3  28.0 72.0   100    25
                            4  22.2 77.8   100     9
                        Total 37.7 62.3 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 6.9032, df = 3, p-value = 0.07505
```

```
                           F_CM_procdmtovsrapidz[Grupo =
F_T_INICIATIVA[Grupo == "UB"]    1    2    3    4 Total Co
                             1  0.0  0.0 50.0 50.0   100
                             2  5.9  5.9 64.7 23.5   100
                             3 12.0 16.0 52.0 20.0   100
                             4  0.0 11.1 11.1 77.8   100

Total 7.5 11.3 49.1 32.1 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 13.823, df = 9, p-value = 0.1288
```

```
                          fconstruirYreforzar[Grupo == "UB"
F_T_RAZONAMIENTO[Grupo == "UB"]    0     1 Total Count
                             1  0.0 100.0   100     1
                             2 25.0  75.0   100     4
                             3 21.1  78.9   100    19
                             4 24.1  75.9   100    29
                         Total 22.6 77.4 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 0.36985, df = 3, p-value = 0.9464
```

```
                           fdesarr_raznto[Grupo == "UB"]
F_T_RAZONAMIENTO[Grupo == "UB"]     0    1 Total Count
                              1 100.0  0.0   100     1
                              2  75.0 25.0   100     4
                              3  42.1 57.9   100    19
                              4  44.8 55.2   100    29
                          Total 47.2 52.8 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 2.6226, df = 3, p-value = 0.4535
```

```
                          fidentificarYmanera[Grupo == "UB"
F_T_RAZONAMIENTO[Grupo == "UB"]     0     1 Total Count
                              1 100.0   0.0   100     1
                              2   0.0 100.0   100     4
                              3  36.8  63.2   100    19
                              4  41.4  58.6   100    29
                            Total 37.7 62.3 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 4.2445, df = 3, p-value = 0.2362
```

```
                            F_CM_procdmtovsrapidz[Grupo =
F_T_RAZONAMIENTO[Grupo == "UB"]    1    2     3    4 Total C
                              1  0.0  0.0 100.0  0.0 100.0
                              2  0.0  0.0  25.0 75.0 100.0
                              3 10.5 10.5  68.4 10.5  99.9
                              4  6.9 13.8  37.9 41.4 100.0
                              Total 7.5 11.3 49.1 32.1 100

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 10.687, df = 9, p-value = 0.2978
```

```
          fconstruirYreforzar[Grupo == "UB"]
F_T_ESTRATEGIA[Grupo == "UB"]    0     1 Total Count
                            1  0.0 100.0   100     1
                            2 50.0  50.0   100     2
                            3 35.3  64.7   100    17
                            4 15.2  84.8   100    33
                        Total 22.6 77.4 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 3.7581, df = 3, p-value = 0.2888
```

```
                   fdesarr_raznto[Grupo == "UB"]
F_T_ESTRATEGIA[Grupo == "UB"]     0    1 Total Co
                            1 100.0  0.0   100
                            2 100.0  0.0   100
                            3  35.3 64.7   100
                            4  48.5 51.5   100
                        Total 47.2 52.8 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 4.345, df = 3, p-value = 0.2265
```

```
                        fidentificarYmanera[Grupo == "UB"]
F_T_ESTRATEGIA[Grupo == "UB"]     0    1 Total Count
                            1 100.0  0.0   100     1
                            2  50.0 50.0   100     2
                            3  41.2 58.8   100    17
                            4  33.3 66.7   100    33
                        Total 37.7 62.3 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 2.1359, df = 3, p-value = 0.5447
```

```
                           F_CM_procdmtovsrapidz[Grupo ==
F_T_ESTRATEGIA[Grupo == "UB"]    1     2    3     4 Total Co
                            1  0.0 100.0  0.0   0.0 100.0
                            2  0.0   0.0  0.0 100.0 100.0
                            3 11.8  11.8 47.1  29.4 100.1
                            4  6.1   9.1 54.5  30.3 100.0
                        Total  7.5  11.3 49.1  32.1 100.0

        Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 13, df = 9, p-value = 0.1626
```

Figura 51: Relazioni tra i dati raccolti nel gruppo UB riguardo all’uso della calcolatrice

Nel complesso, nell'UB, si può dire che più "ragionamento", più "strategia"; più "automatismo", più "allenamento"; più "disgusto" meno "gioco". In altri casi, c'è l'indipendenza.

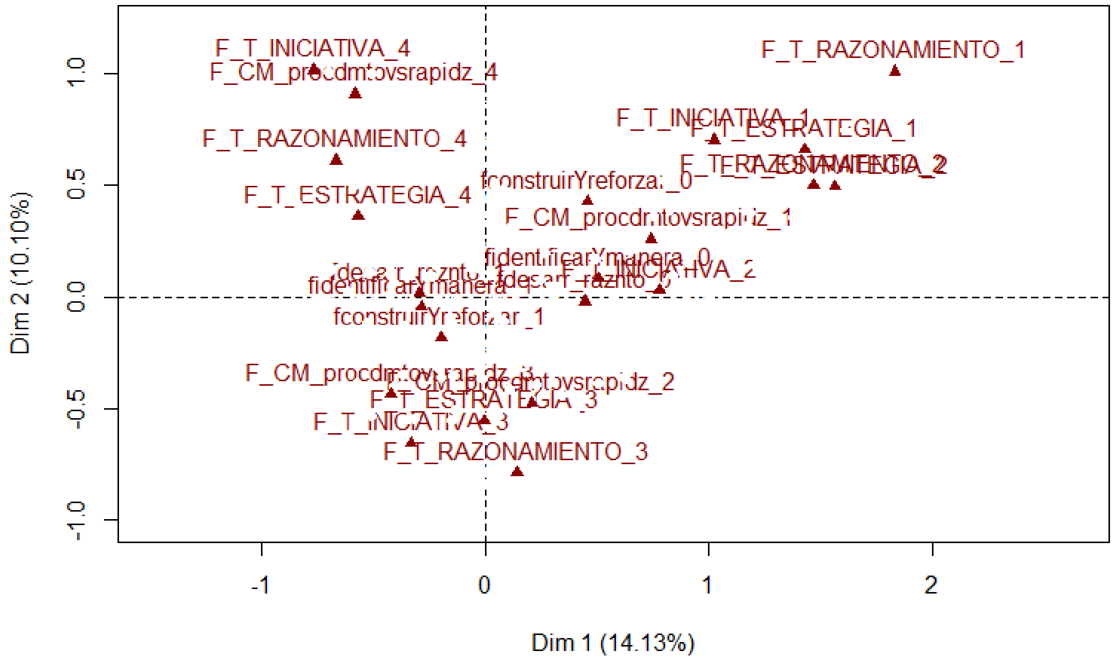


Figura 52: Relazioni tra alcune risposte dei partecipanti dalla UB riguardo all'uso della calcolatrice

5. Conclusioni: osservazioni, riflessioni e proposte di miglioramento

La visione classica del calcolo mentale, che si concentra sulla rapidità e la memorizzazione, sembra riflettersi nelle risposte di alcuni partecipanti. Questo è particolarmente evidente nel caso degli intervistati spagnoli, che sono a favore della rapidità piuttosto che della procedura quando lavorano sul calcolo mentale a scuola e che approvano anche la rituale ripetizione verbale delle tabelline dell'addizione e della moltiplicazione in ordine crescente. Questi partecipanti mostrano anche una marcata «antipatia » per il calcolo mentale.

Una visione più moderna del calcolo mentale si riflette in un insieme di variabili che sono fortemente correlate, vale a dire i termini « ragionamento », « strategia » e « iniziativa », e la convinzione che la procedura dovrebbe essere prioritaria rispetto alla rapidità quando i bambini lavorano sul calcolo mentale. Sia i partecipanti francesi sia quelli italiani mostrano questa mentalità, ma ci sono differenze tra loro. Le risposte francesi riflettono questa mentalità insieme a una preferenza per la rapidità e l'automatismo, mentre i partecipanti italiani mostrano questa visione moderna del calcolo mentale insieme alla nozione di calcolo mentale come gioco.

Queste visioni del calcolo mentale sono coerenti con le preferenze che i partecipanti esprimono quando si devono effettuare determinate operazioni. I partecipanti spagnoli tendono a preferire la calcolatrice al calcolo mentale, mentre gli altri gruppi indicano una preferenza per il calcolo mentale.

Mentre tutti i partecipanti considerano il calcolo mentale utile, hanno prospettive diverse sugli obiettivi del suo insegnamento nella scuola primaria. I partecipanti spagnoli considerano il calcolo mentale come un aiuto per risolvere i problemi, sebbene considerino anche alcuni obiettivi moderni del calcolo mentale, come conoscere meglio le proprietà dei numeri e delle operazioni o sviluppare le capacità di ragionamento e argomentazione. Da parte loro, i partecipanti francesi danno importanza ai benefici del calcolo mentale per valutare l'ordine di grandezza di un risultato, mentre le risposte dei partecipanti italiani riguardo agli scopi del calcolo mentale sono più varie.

Nonostante queste differenze tra i partecipanti, c'è un forte consenso contro il divieto dell'uso delle dita e anche l'uso di un mezzo scritto nei calcoli, che riflette una visione moderna dell'insegnamento del calcolo mentale.

Per quanto riguarda l'uso della calcolatrice nella scuola primaria, il curriculum italiano menziona semplicemente la calcolatrice come alternativa al calcolo mentale, il che riflette una visione classica del suo uso. I curricula spagnolo e francese, invece, considerano la calcolatrice anche come uno strumento per esplorare i numeri e le loro proprietà, riflettendo una prospettiva più moderna che prevede l'uso della calcolatrice in combinazione con il calcolo mentale.

Analizzando le risposte che i partecipanti hanno dato al questionario, la visione che ricorre più frequentemente è quella che vede la calcolatrice come uno strumento per controllare il risultato e risolvere problemi in cui è coinvolta una grande quantità di operazioni. Una visione della calcolatrice come fonte di problemi ed esercizi matematici o come supporto per esplorare i numeri è molto meno comune.
C'è un forte consenso sulla convinzione che i bambini usino la calcolatrice a casa piuttosto che a scuola. Inoltre, la maggior parte degli intervistati ritiene che la calcolatrice non insegnerà ai bambini a calcolare. Con l'eccezione dei partecipanti italiani, si ritiene anche che un eccessivo affidamento alla calcolatrice indichi una mancanza di conoscenza matematica e ostacoli sia il pensiero sia l'acquisizione di competenze matematiche. Le differenze curricolari sopra menzionate riguardo all'uso della calcolatrice a scuola non sembrano riflettersi nelle convinzioni dei partecipanti.

Per quanto riguarda il momento in cui la calcolatrice dovrebbe essere introdotta, ci sono tre punti di vista distinti. In primo luogo, ci sono coloro che vedono la calcolatrice come una fonte di esercizi e tendono a essere d'accordo con il suo utilizzo come un aiuto per esplorare i numeri senza aver necessariamente imparato gli algoritmi. Un secondo gruppo vede la calcolatrice come una fonte di esercizi, ma tende a pensare che dovrebbe essere usata mentre si imparano gli algoritmi. Infine, un terzo gruppo non considera la calcolatrice come una fonte di esercizi e quindi pensa che non dovrebbe essere usata fino a quando non si padroneggiano gli algoritmi. Questo potrebbe significare che, mentre alcuni partecipanti possono immaginare un uso più creativo della calcolatrice a scuola, altri considerano la calcolatrice come qualcosa di usato in modo pigro, per evitare di pensare o eseguire gli algoritmi.

Questa analisi ci ha portato a progettare una unica officina dedicata al calcolo mentale e all'uso della calcolatrice. Le attività proposte permetteranno ai partecipanti di scoprire come utilizzare i due tipi di calcolo nella scuola primaria per esplorare i numeri e le loro proprietà. Inoltre, dovrebbe aiutare a riflettere su come coinvolgere i bambini in attività creative che permettono l'uso della calcolatrice in combinazione con compiti di calcolo mentale.

Relazione su Q5, questionario sulla storia della matematica e il suo insegnamento

Indice

1. Riepilogo

Questo rapporto include il processo di progettazione che è stato seguito per il questionario sulla Storia della Matematica e il suo Insegnamento, che è già stato sottoposto sia agli insegnanti in servizio sia agli studenti dei corsi di laurea delle istituzioni associate al progetto ANFoMAM. L'analisi dei dati raccolti mostra chiare differenze tra i partecipanti delle istituzioni spagnole e i partecipanti di quelle italiane, sia nella conoscenza della Storia della Matematica che nelle loro convinzioni riguardo la natura della disciplina matematica stessa. Alla fine della relazione, vengono proposte alcune modifiche al questionario per futuri utilizzi (anexo Q5[12]).

2. Progettazione del questionario: background e obiettivi

La matematica è diventata una materia puramente tecnica a scuola: i suoi contenuti sono esposti come un insieme di procedure automatiche (scrivere e leggere numeri, eseguire operazioni in colonna, ecc…); il suo linguaggio è ridotto ad alcuni termini tecnici che servono essenzialmente a classificare, non a facilitare il pensiero astratto-quantitativo tipico della matematica. Si impara anche a risolvere i problemi in modo procedurale, utilizzando metodi che ci permettono sempre di ottenere la soluzione giusta, senza fermarci ad analizzare troppo perché quei metodi "funzionano" sempre o perché abbiamo bisogno di impararli, senza risvegliare il "desiderio" di reagire alla sfida che pongono.

Gli aspetti di cui sopra sono identificati o giustificati con il requisito del "rigore", e il significato è completamente trascurato, vale a dire l'ancoraggio di concetti e relazioni matematiche nella percezione, nel movimento, nelle intenzioni e nelle azioni umane (umanizzare la matematica). Inoltre, insegnare la matematica in modo tecnico implica trasmettere l'idea che la matematica formi un corpo chiuso di conoscenze, già finito, esistente in sé e senza origine ed evoluzione, che dobbiamo solo imparare e applicare in diversi esercizi e problemi. Rendere presente nell'insegnamento che la matematica si è evoluta nel corso della storia, che non è sempre stata come la conosciamo ora, è un ottimo modo per dare significato con una visione umana sia alla materia sia al suo insegnamento. La matematica acquisirà un

[12] Cuestionario Q5: https://docs.google.com/forms/d/1W-EYeOvmi3-O6Zp-dZJMchcbbd2eG1MTEqkfcjoAZ5E/copy

significato maggiore per i bambini quanto più chiaramente mostreremo la sua relazione con le preoccupazioni che l'essere umano ha avuto nel corso della storia.

Nel progetto ANFoMAM è stato progettato un workshop sulla Storia della Matematica e il suo Insegnamento per gli insegnanti in formazione iniziale e continua. Come passo precedente alla realizzazione delle attività, i partecipanti possono essere invitati a compilare un questionario che consente loro di riflettere sulle loro convinzioni e conoscenze sull'evoluzione della matematica attraverso la storia, nonché sull'importanza di rendere la storia della matematica presente nel processo di insegnamento.

A priori ci aspettiamo di trovare diversi profili di partecipanti:

- Studenti universitari e insegnanti attivi che vedono la matematica come un corpo chiuso e finito, che l'insegnante trasmette nello stesso modo in cui l'ha ricevuta, senza che ci sia molto spazio per la personalizzazione dell'insegnamento. Per questi partecipanti, la Storia della Matematica sarà, in ogni caso, un'altra competenza da acquisire, un mero resoconto di personaggi e scoperte riuscite.

- Partecipanti con un'idea dinamica della matematica, che vedono la disciplina come una materia che si è evoluta nel corso della storia, legata ai modi di intendere la vita e alle preoccupazioni delle diverse civiltà. Questa visione potrebbe andare di pari passo con una maggiore conoscenza della storia della matematica e potrebbe portare anche a un modo più attivo di insegnare la disciplina, che coinvolgerebbe gli studenti nelle attività in modo che siano loro a fare, con l'aiuto dell'insegnante, le proprie "scoperte matematiche".

3. Raccolta dei dati

Il questionario è stato sottoposto ai seguenti partecipanti:

- 38 studenti delle lauree in Scienze della Formazione (Primaria e Infanzia) dell'Università Pubblica di Navarra.
- 21 studenti del corso di laurea in Scienze della Formazione Primaria dell' Universitá Roma Tre, iscritti tra il terzo e il quinto anno, che frequentavano il corso di "Matematica e didattica della matematica". Questi studenti seguono un corso in cui è presente la storia della matematica, così come la storia dell'educazione matematica elementare e in particolare dei bambini.
- 19 insegnanti italiani della scuola dell'infanzia o dell'istruzione primaria, che sono entrati in contatto con il progetto attraverso il sito web e i canali social dell'Associazione ToKalon.

4. Analisi dei dati

I dati sono stati analizzati come segue:

1. Per tutte le domande in cui era richiesto indicare due o tre parole, sono state apportate le seguenti semplificazioni:
   – Parole presenti al plurale e al singolare: è stata scelta una delle due forme (ad esempio, invece di distinguere *calcolo* e *calcoli,* sono state unificate sotto la forma *calcolo* o *cálculo* in spagnolo).

- Parole presenti come sostantivo o come verbo: è stata scelta una delle due forme (ad esempio, le parole *conteggio* e *contare* sono state unificate sotto la forma *contare,* o *contar* in spagnolo).

- Parole presenti come sostantivo o come aggettivo: è stata scelta una delle due forme (ad esempio, nel caso di *creativo* e *creatività,* è stata scelta *creatività,* o *creatividad* in spagnolo).

- Alcuni gruppi di parole che si riferivano a un concetto unico riconoscibile sono stati unificati sotto un'unica forma, con preferenza per il più citato (ad esempio, per *trigonometria, seno* e *coseno* e *funzioni trigonometriche,* è stata scelta la parola *trigonometria).*

2. I numeri da 1 a 4 riflettono le seguenti espressioni qualitative:
   1 = per niente; 2 = poco; 3 = abbastanza; 4 = molto

3. L'analisi raggruppa i dati separando i questionari provenienti dall'Italia (distinguendo a loro volta tra studenti e insegnanti) da quelli spagnoli, che vengono confrontati con i precedenti.

4. In alcuni casi i grafici dei dati per l'Italia raggruppano studenti e insegnanti; in altri, si è preferito distinguerli.

5. I dati sono stati elaborati in forma grafica, e poi è stata effettuata un'analisi qualitativa, che ha incluso un incontro dei ricercatori per discutere collettivamente le diverse prospettive.

Analizziamo le risposte ottenute per ciascuna delle domande:

4.1. Domanda 1: Libro di storia della matematica

Hai mai letto o visto qualcosa sulla storia della matematica? Se sì, scegli un titolo e scrivilo

Nel caso degli insegnanti italiani, il 32% dei partecipanti afferma di non aver mai letto nulla relativo alla Storia della Matematica. Insieme a questi dati, i libri menzionati dal resto degli insegnanti sono raccolti nel grafico seguente. Alcuni di essi sono libri rivolti a un pubblico giovane, come quelli di Anna Cerasoli o Alex Bellos. Altri sono trattati più sistematici, come il libro History of Mathematics di Carl B. Boyer o History of Philosophy di Bertrand Russell.

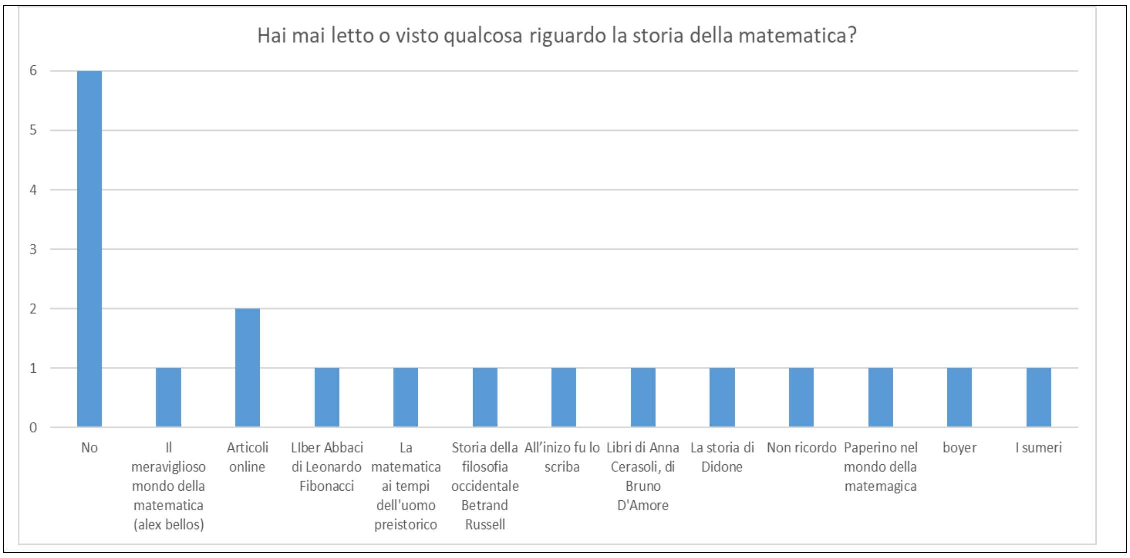


Figura 53: Libri letti da insegnanti italiani

Nel caso degli studenti italiani, la percentuale di partecipanti che hanno affermato di non aver avuto alcun contatto con la Storia della Matematica è stata del 43%, leggermente superiore a quella degli insegnanti. Tra i libri citati ce ne sono diversi della Prof. Ana María Millán Gasca, *Pensare in matematica, Numeri e forme* e *All'inizio fu lo scriba,* insieme a romanzi legati in qualche modo alla matematica.

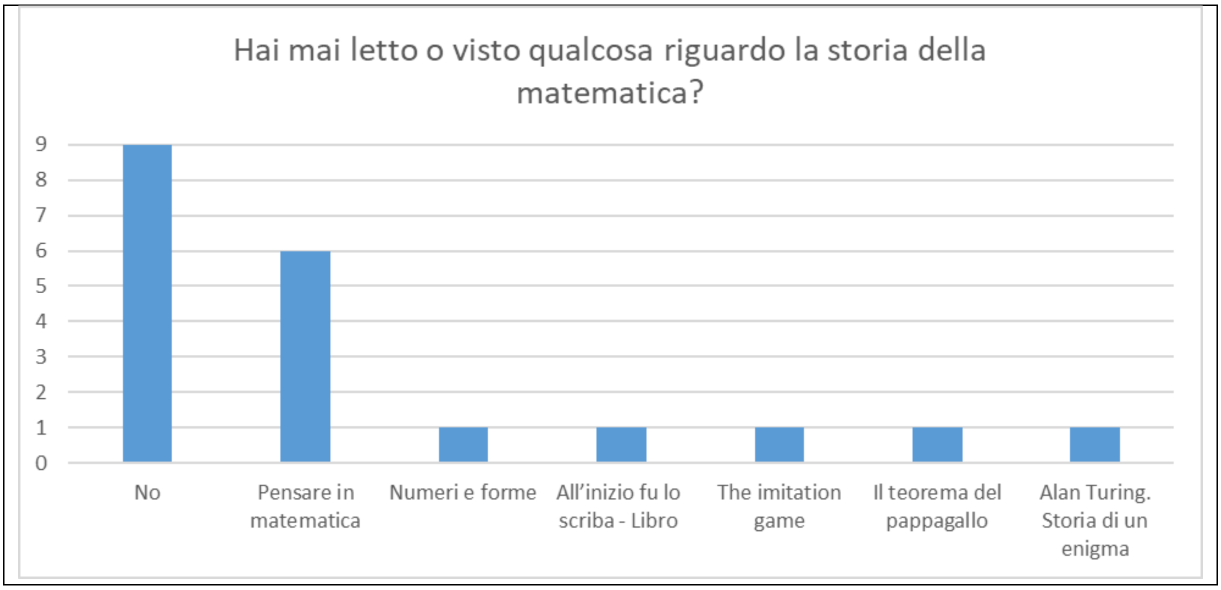


Figura 54: Libri letti da studenti universitari italiani

La figura 55 mostra il netto contrasto tra le risposte date dagli studenti spagnoli e italiani a questa domanda. Solo uno degli studenti ha letto un libro relativo alla Storia della Matematica, *Mr. Cuadrado*, dell'autrice italiana Anna Cerasoli.

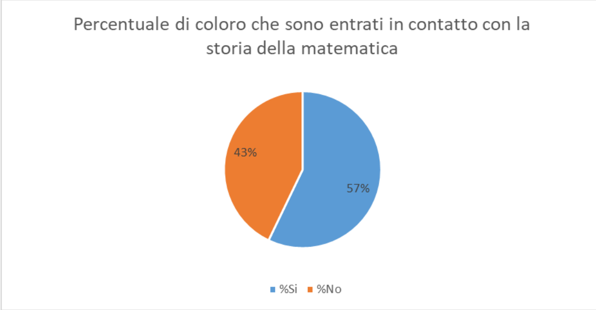
	
Percentuale di studenti italiani che sono entrati in contatto con la storia della matematica (57%)	Percentuale di studenti spagnoli che sono entrati in contatto con la storia della matematica (2,6%)

Figura 55: Risposte alla domanda 1 (studenti italiani vs. studenti spagnoli))

4.2. Domanda 2:

Indica con un valore da 1 a 4 quanto sei d'accordo con la seguente frase:

La matematica ha raggiunto un insieme di conoscenze ormai completo e ben articolato.

Come si può vedere nei grafici sottostanti, una grande maggioranza di partecipanti spagnoli (84,2%) ha assegnato un grado alto o molto alto di accordo con questa affermazione, mentre, nel caso dei partecipanti italiani, questa percentuale è ridotta al 57,5%. Mettendo in relazione queste risposte con quelle contenute nella domanda 1, si può dire che esiste una stretta relazione tra la mancanza di conoscenza della storia della matematica e una concezione più rigida della disciplina matematica.

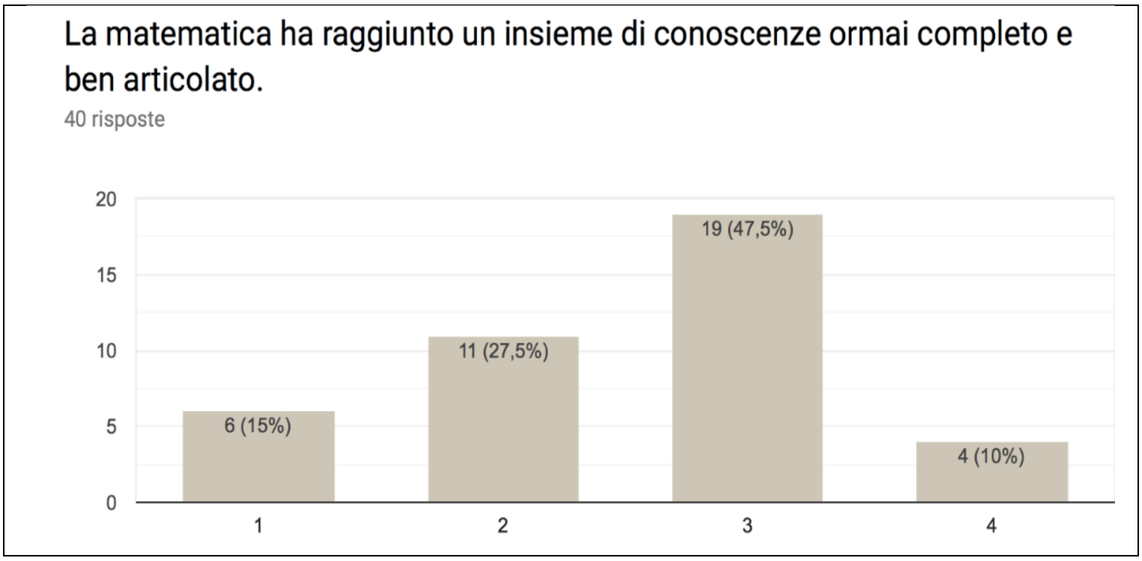


Figura 56: Risposte di insegnanti e studenti italiani alla domanda 2

Figura 57: Risposte degli studenti spagnoli alla domanda 2

4.3. Domanda 3: Dalla storia...

Pensi che sia interessante trasmettere agli studenti contenuti matematici a partire dalla storia e dalla narrazione?

Nonostante la risposta sia sembrata scontata studiando i dati forniti dai partecipanti italiani (il 97,5% ha risposto sì), per gli spagnoli la risposta non è così chiara. Il 23,7% degli studenti universitari spagnoli non ritiene interessante trasmettere agli alunni contenuti matematici basati sulla storia e sulla narrazione.

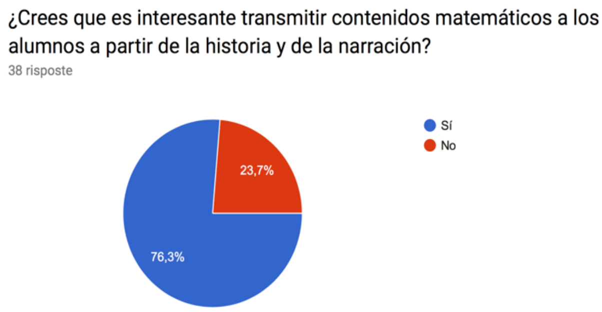
	
Risposte affermative dei partecipanti italiani alla domanda 3 (97,5%)	Le risposte affermative dei partecipanti spagnoli alla domanda 3 (76,3%)

Figura 58: Risposte alla domanda 3 dei partecipanti italiani vs. partecipanti spagnoli

4.4. Domanda 4: Sistemi di numerazione diversi dai nostri

Esistono sistemi di numerazione diversi dal nostro sistema decimale e posizionale?

L'unanimità che esiste nelle risposte, sia tra i partecipanti italiani (97,5%) che tra i partecipanti spagnoli (97,4%) ci fa riconsiderare l'opportunità che questa domanda continui a essere inserita nel questionario, almeno nel modo in cui è formulata.

4.5. Domanda 5:

Cita un esempio di un sistema di numerazione additivo diverso da quello romano, se lo conosci.

Colpisce che un'alta percentuale di insegnanti, il 58%, non conosca alcun sistema di numerazione additivo diverso da quello romano. I partecipanti che ne nominano alcuni si riferiscono principalmente al sistema egizio, sebbene vengano citati anche quelli Maya e sumero. Nel caso degli studenti universitari italiani, gli esempi si ripetono, anche se in questo caso ci sono quasi il 40% dei partecipanti che non conoscono un sistema additivo diverso da quello romano. Questa percentuale è più alta se analizziamo le risposte dei partecipanti spagnoli, in cui troviamo l'80% dei partecipanti che affermano di non conoscere un sistema additivo diverso da quello romano. Inoltre, i sistemi nominati da questi studenti, a eccezione di quello egizio, non sono additivi.

.

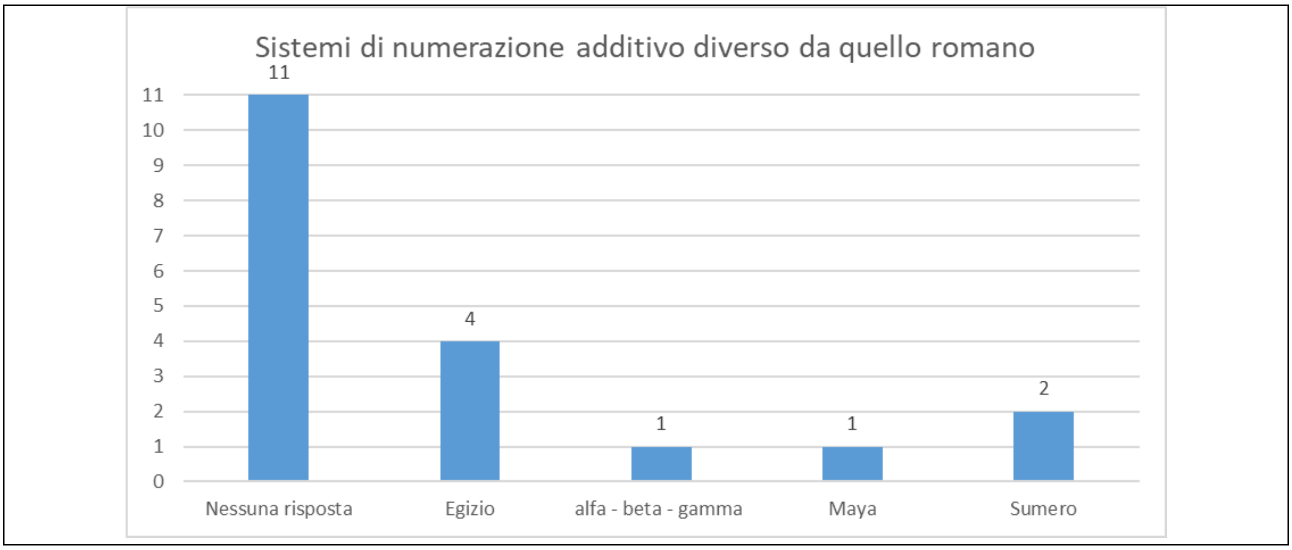


Figura 59: Risposte alla domanda 5 degli insegnanti italiani

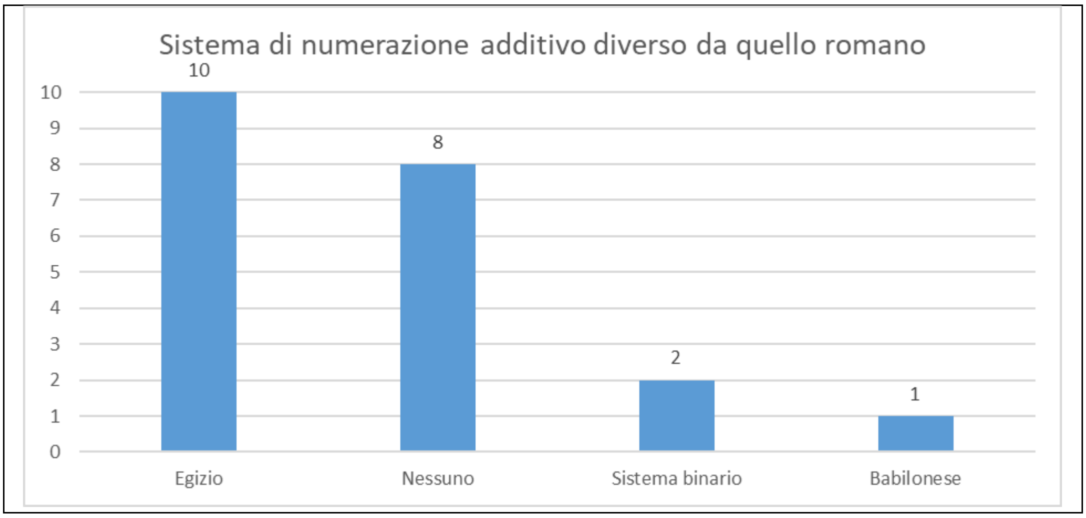


Figura 60: Risposte alla domanda 5 degli studenti italiani

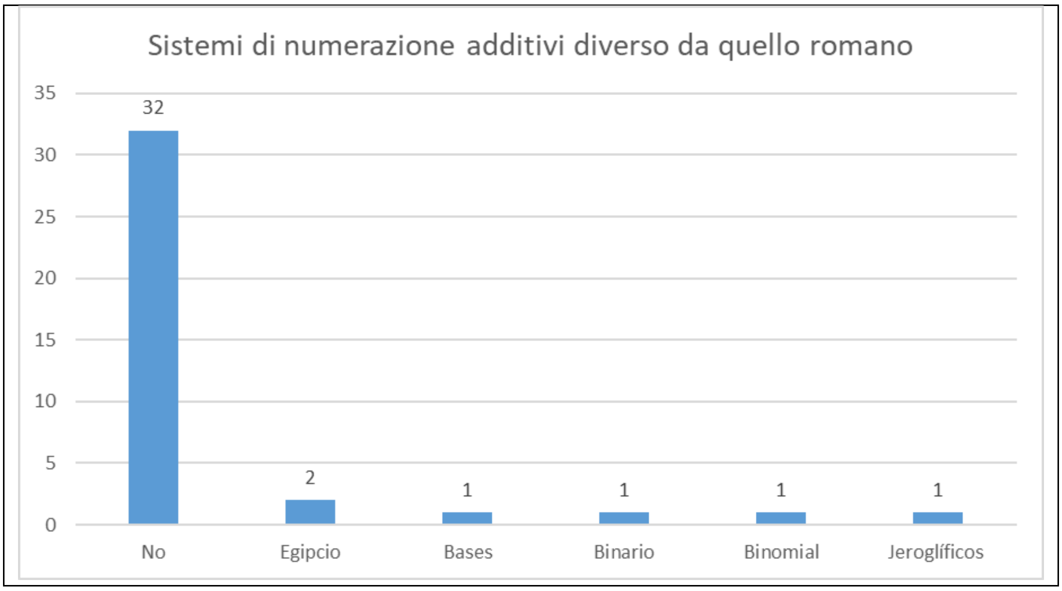


Figura 61: Risposte degli studenti spagnoli alla domanda 5

4.6. Domanda 6: *Conosciamo tutti famosi matematici greci, Pitagora, Euclide, Archimede e Talete. Conosci altri matematici antichi? Se sì, scrivili qui sotto*

Poiché ogni partecipante poteva scrivere tre nomi, il numero totale di matematici che avrebbero potuto apparire era alto. Tuttavia, diversi partecipanti hanno lasciato la risposta in bianco o hanno indicato meno di tre nomi di matematici. Pertanto, abbiamo deciso di eseguire un istogramma per indicare quanti hanno dimostrato di conoscere tre nomi di matematici antichi, quanti due, quanti uno e quanti nessuno.

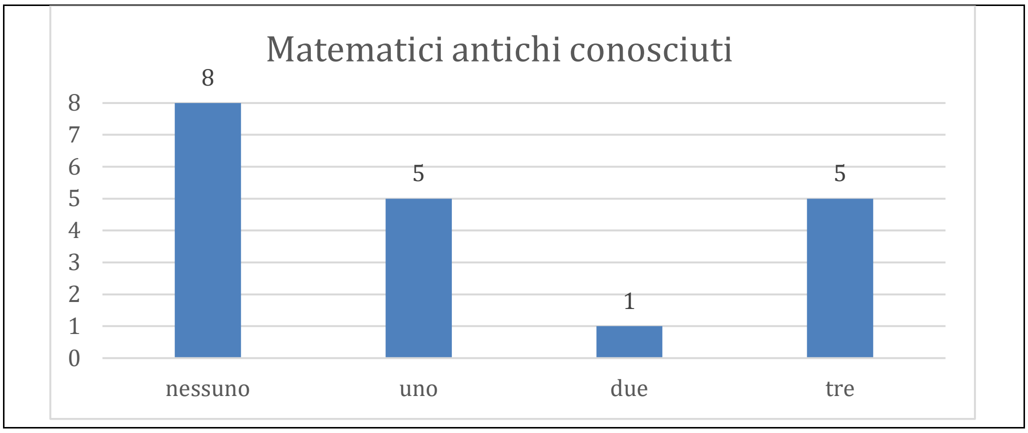


Figura 62: Numero di nomi dati dagli insegnanti italiani in risposta alla domanda 6

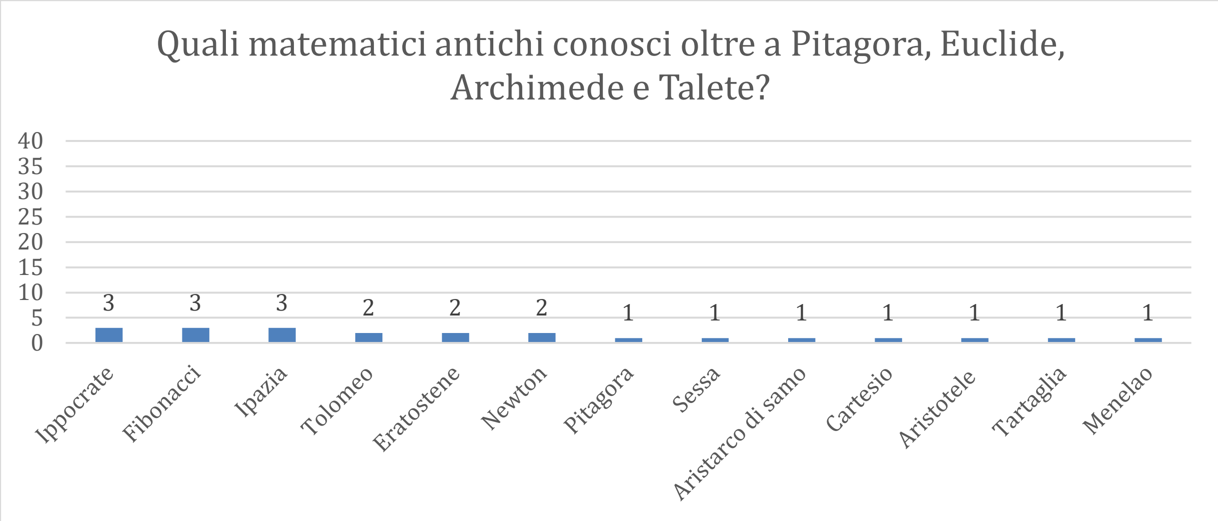


Figura 63: Risposte alla domanda 6 degli insegnanti italiani

È sorprendente che 8 dei 19 maestri attivi non siano stati in grado di indicare il nome di un antico matematico diverso da Pitagora, Euclide, Archimede o Talete.

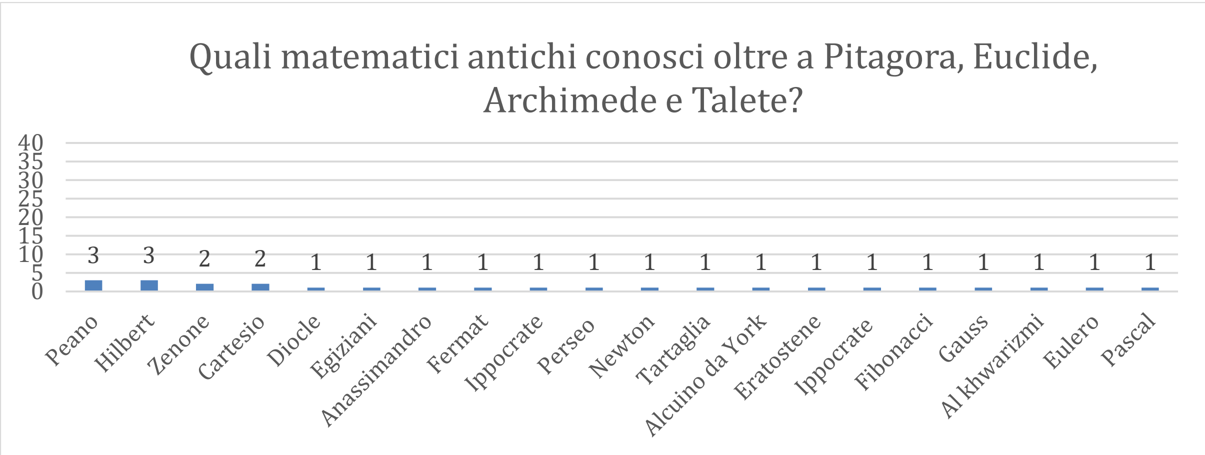


Figura 64: Risposte alla domanda 6 degli studenti italiani

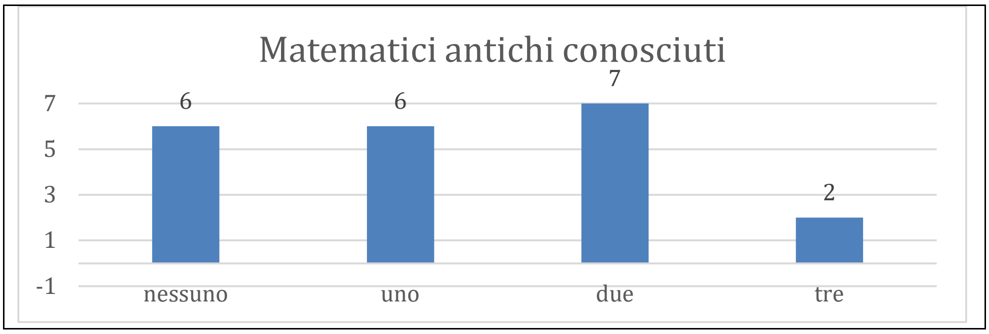


Figura 65: Risposte alla domanda 6 degli studenti italiani

Quasi un terzo dei 21 studenti italiani non è stato in grado di indicare il nome di nessun matematico antico diverso da quelli forniti loro. E dei nomi che hanno dato, come si vede nella Figura 13, alcuni sono ripetuti e alcuni non appartengono a matematici antichi.

Nel questionario in spagnolo, non è stato specificato che i matematici fossero diversi da Pitagora, Euclide, Talete o Archimede. Per questo motivo, tutti i partecipanti spagnoli hanno dato almeno due nomi. Pitagora e Talete erano i più menzionati, insieme ad altri "intrusi" che non vivevano nell'antichità.

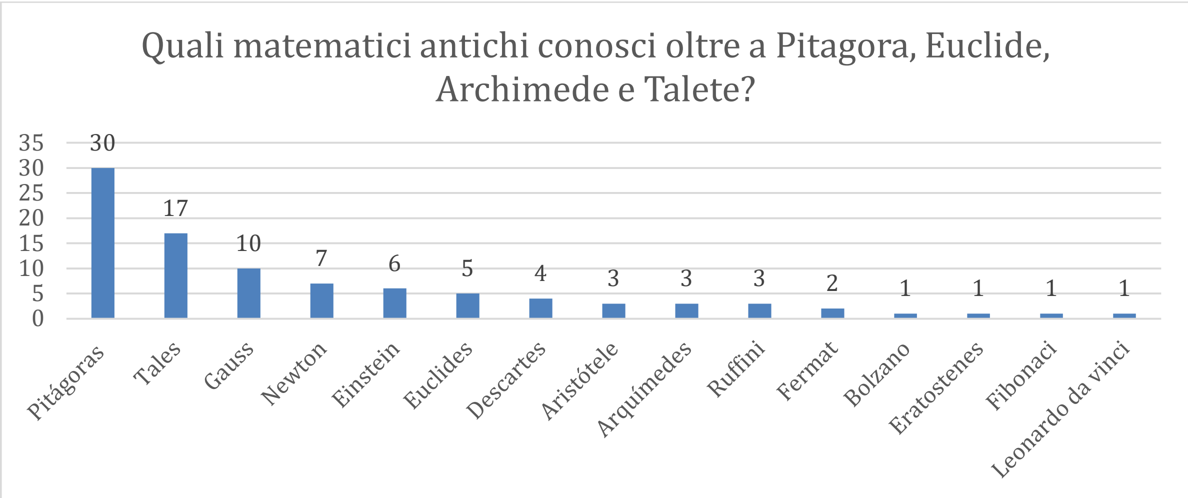


Figura 66: Risposte alla domanda 6 degli studenti spagnoli

4.7. Domanda 7: *Conosci matematici non italiani che sono vissuti dopo il Medioevo? Se sì, scrivili qui sotto*

Quasi la metà degli insegnanti non è stata in grado di indicare il nome di un singolo matematico non italiano vissuto dopo il Medioevo.

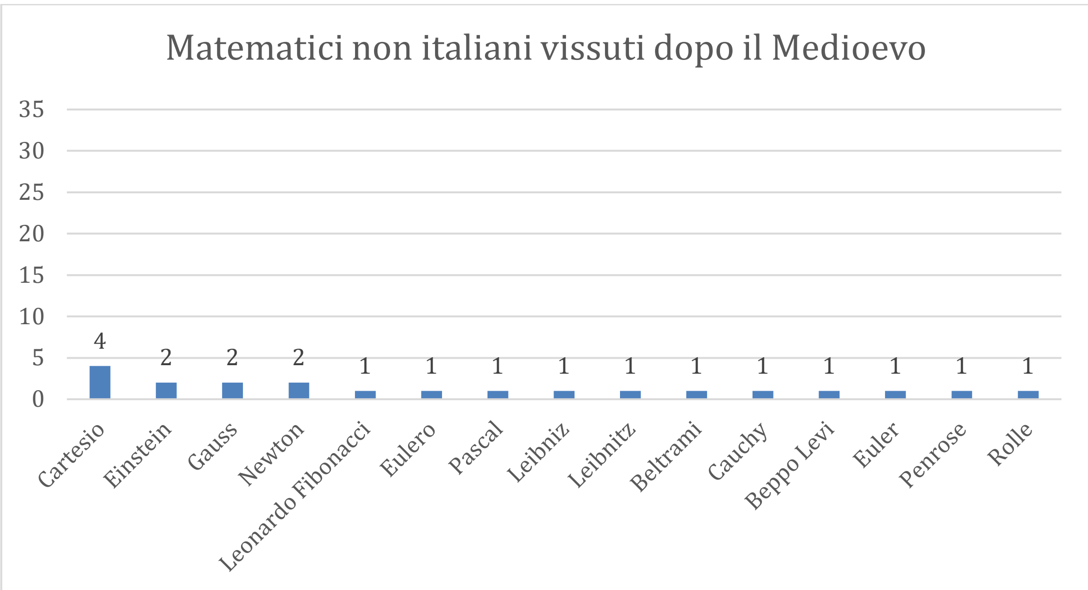


Figura 67: Risposte alla domanda 7 degli insegnanti italiani

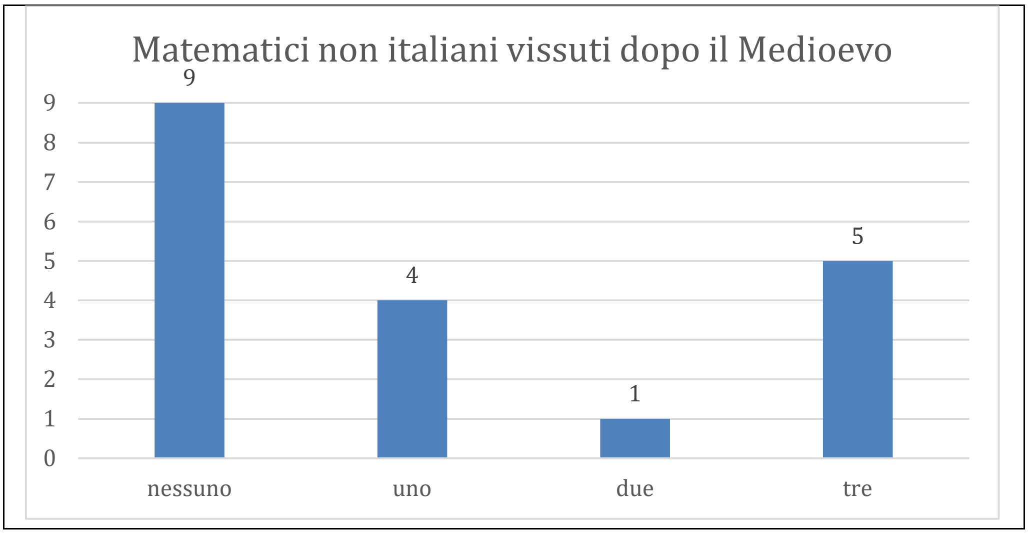


Figura 68: Risposte alla domanda 7 degli insegnanti italiani

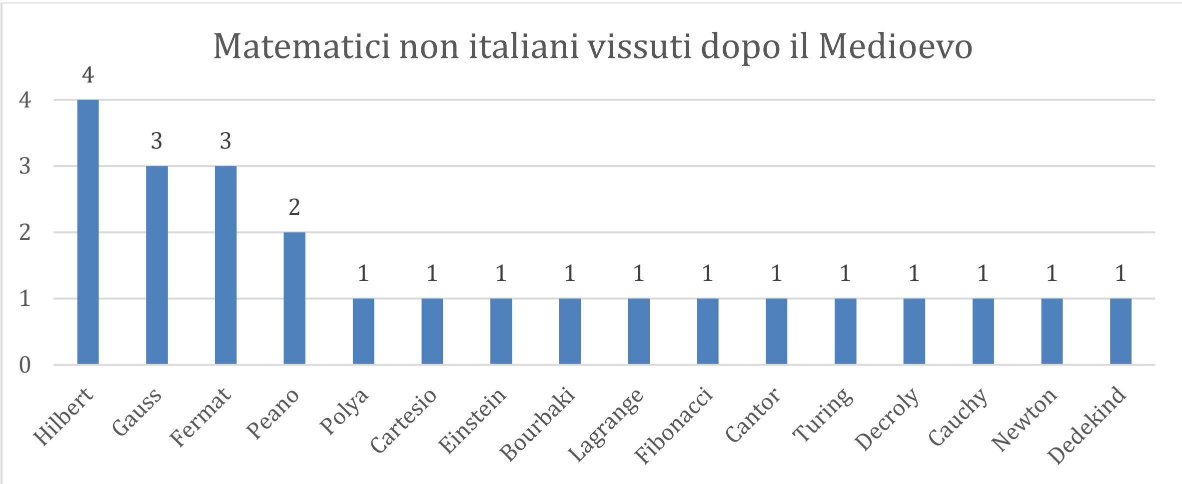


Figura 69: Risposte alla domanda 7 degli studenti italiani

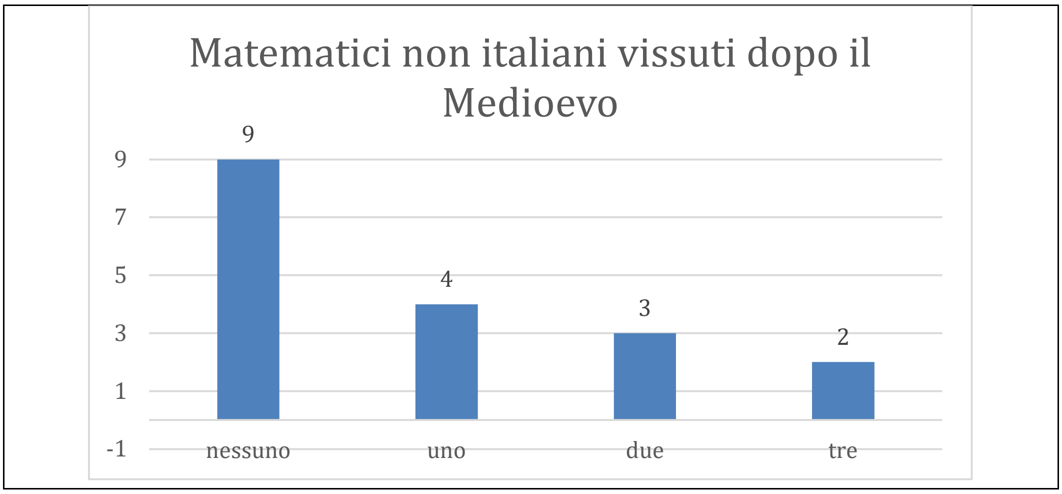


Figura 70: Risposta degli studenti italiani alla domanda 7

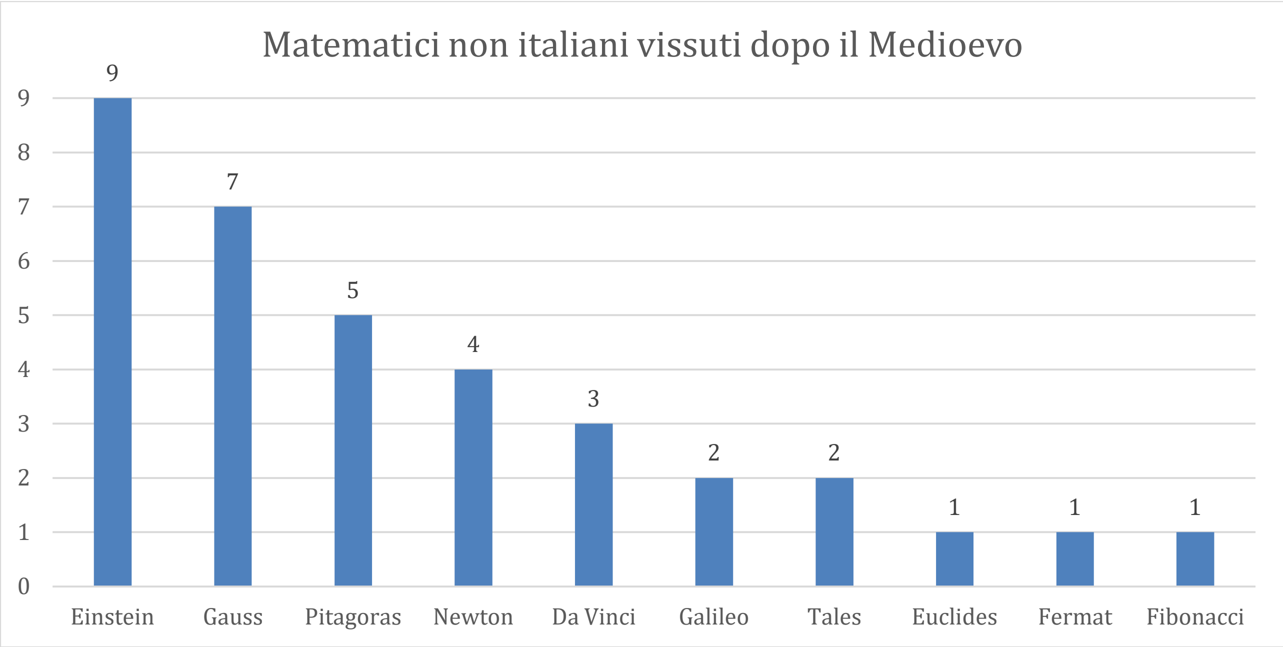


Figura 71: Risposte alla domanda 7 degli studenti spagnoli

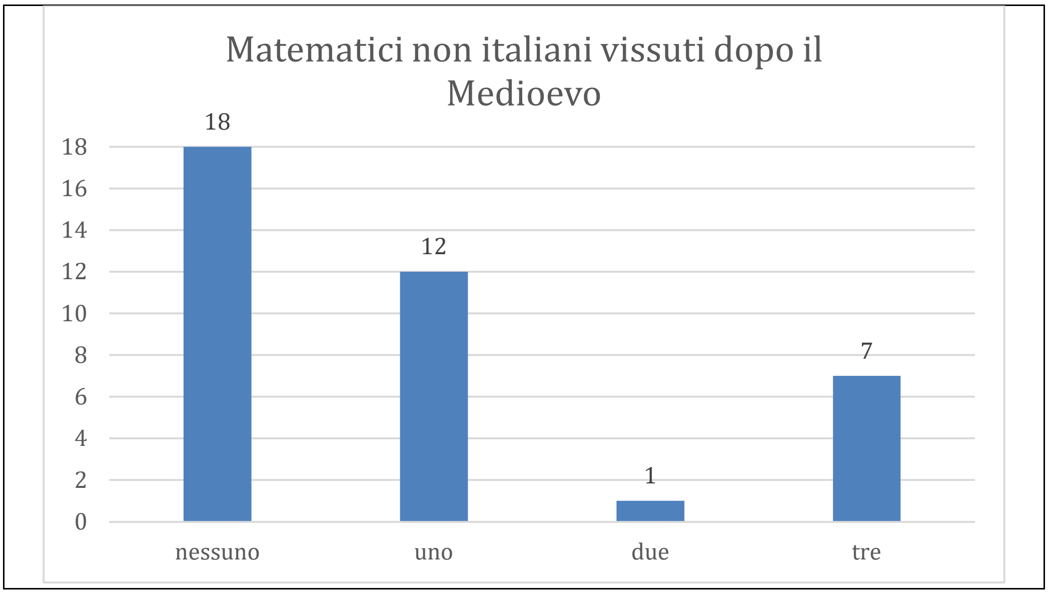


Figura 72: Risposte alla domanda 7 degli studenti spagnoli

4.8. Domanda 8: *Se conosci un famoso libro di matematica, scrivilo qui*

Solo il 47% degli insegnanti afferma di conoscere un famoso libro di matematica. Alcuni dei libri citati coincidono con quelli che erano stati riportati nella domanda 1 come libri di storia della matematica, quelli di Anna Cerasoli o Bruno D'Amore. È interessante notare che in questa sezione citano il libro di Chiara Valerio, *Storia umana della matematica,* il libro di *Didattica della matematica* di Emma Castelnuovo, il famoso libro di Fibonacci, *Liber Abaci* e un classico testo sul problem solving, *How to solve it,* di George Polya.

La percentuale di chi afferma di conoscere un famoso libro di matematica scende al 33% se guardiamo agli studenti italiani, che citano gli *Elementi,* oltre ad altri libri molto più leggeri come *Il mago dei numeri* o *Il teorema del pappagallo.* Il libro *Pensare in matematica,* di Giorgio Israel e Ana Millán Gasca, riappare in questa lista.

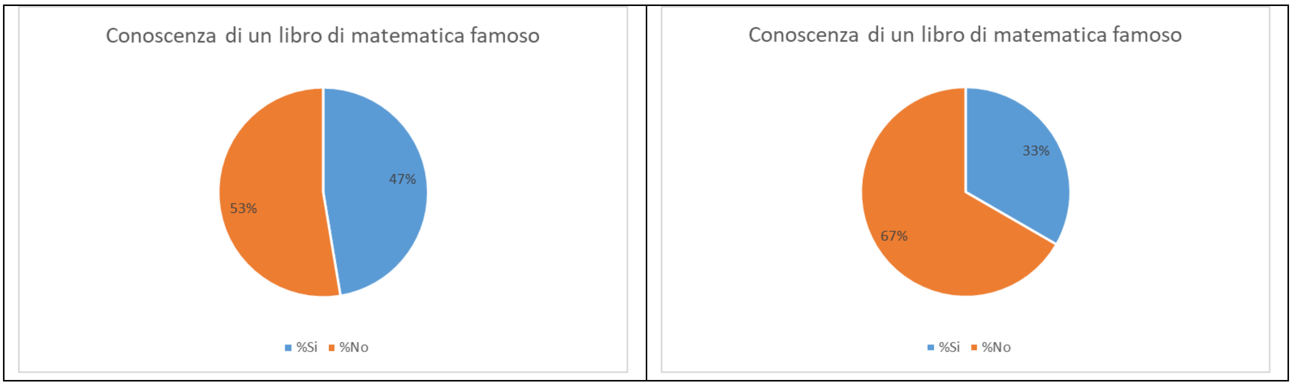


Figura 73: Risposte alla domanda 8 degli insegnanti italiani vs studenti italiani

Nel caso degli studenti spagnoli, la mancanza di conoscenza è più che sorprendente, come mostrato nella figura 74. Nessun libro di matematica famoso è noto se non per i tre titoli citati (sicuramente il nome "Álgebra albador" si riferisce allo stesso libro di Baldor), più di quanto, nel campione italiano, quasi la metà degli insegnanti e un terzo degli studenti avesse potuto citare qualche famoso libro di matematica.

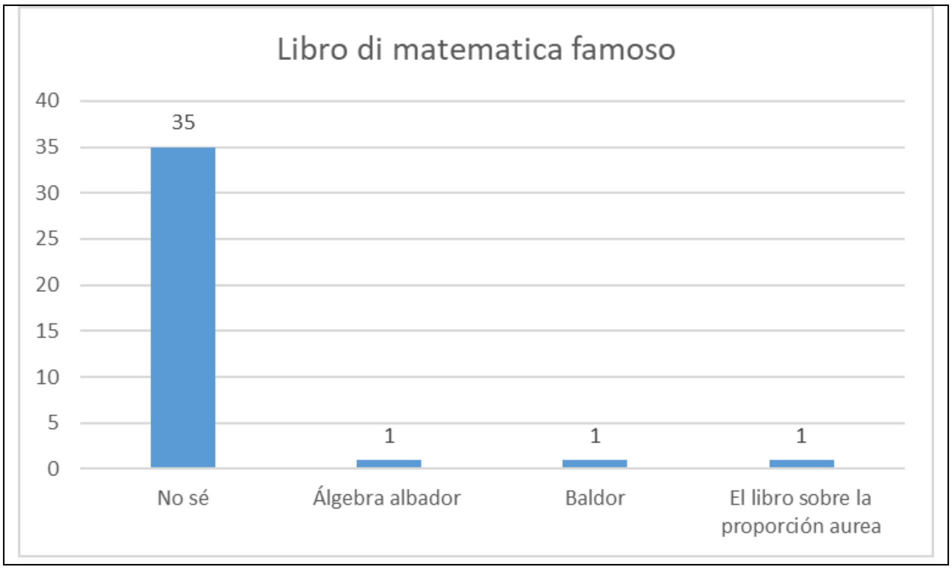


Figura 74: isposte alla domanda 8 degli studenti spagnoli

4.9. Domanda 9: *In matematica a scuola, il libro di testo è: (massimo due risposte)*

- *Un punto di partenza*
- *Tutto ciò di cui hai bisogno*
- *Un supporto*
- *Un fardello*

	No. Risposte
Uno spunto	10
Una guida	4
Uno spunto e una guida	2
Un fardello	4

Risposte degli insegnanti italiani alla domanda 9

	No. Risposte
Uno spunto	5
Una guida	12
Uno spunto e una guida	2
Un fardello	2

Risposte degli studenti italiani alla domanda 9

	No. Risposte
Uno spunto	2
Una guida	17
Uno spunto e una guida	13
Un fardello	1
Tutto quello che ti serve	2
Tutto quello che ti serve e una guida	1
Tutto quello che ti serve e un fardello	2

Risposte degli studenti spagnoli alla domanda 9

Figura 75: Risposte alla domanda 9

La differenza tra le risposte degli insegnanti italiani e quelle degli studenti dello stesso paese è impressionante. Mentre i primi considerano (principalmente) il libro come uno spunto, i secondi lo valutano più come una guida per l'insegnamento della matematica a scuola. Quest'ultimo è ciò che accade anche con i partecipanti spagnoli, anche se un terzo dei partecipanti aggiunge, all'idea di guida, quella dello spunto.

5. Conclusioni: osservazioni, riflessioni e proposte di miglioramento

Quando si analizzano le risposte date al questionario, si può vedere una chiara differenza tra i partecipanti spagnoli e italiani. Questi ultimi mostrano un maggiore apprezzamento per l'uso della storia della matematica e della narrazione per la trasmissione di contenuti matematici, il che significa che alcuni di loro sono arrivati a leggere un libro di matematica e conoscono un po' meglio la storia della matematica e dei suoi protagonisti.

Nel caso dei partecipanti spagnoli, l'uso della storia della matematica e della narrazione nell'insegnamento è meno apprezzato, probabilmente perché queste risorse non sono state utilizzate nella loro formazione. Questa potrebbe anche essere la causa del fatto che gli studenti spagnoli mostrano una visione più rigida della matematica, come un corpo completo e ben articolato di conoscenze, che non è condiviso così ampiamente dai partecipanti italiani.

L'analisi dei risultati ci porta a considerare importante la progettazione di un workshop sulla Storia della Matematica e il suo Insegnamento all'interno del nostro progetto che, piuttosto che fornire contenuti specifici su questo argomento, aiuti i futuri insegnanti ad acquisire una visione dinamica della matematica, che possano trasmettere nelle scuole.

Proponiamo inoltre alcune modifiche alla formulazione del questionario stesso. In questo senso, sebbene la domanda 3 *sull'interesse di trasmettere contenuti matematici agli studenti a partire dalla storia e dalla narrazione,* risulti avere una risposta ovvia per i partecipanti italiani, il fatto che quasi un quarto degli spagnoli non consideri interessante questo approccio, ci convince a mantenere la domanda così come è formulata. Quella che trova una risposta unanime è la domanda 4*,* sul fatto che esistano o meno sistemi di *numerazione diversi dal nostro sistema decimale e posizionale.* La risposta è ovvia per tutti i partecipanti perché questo argomento è affrontato nei programmi di formazione degli insegnanti sia in Italia sia in Spagna. Pertanto, nella nuova versione del questionario, si propone di sostituirlo con quello di cui all'allegato Q5, che recita:

4. Sistemi di numerazione diversi dai nostri:
Scrivi un esempio di un sistema di numerazione posizionale che non sia decimale, se lo conosci

D'altra parte, la domanda 6 è stata formulata in modo diverso rispetto al caso italiano nel questionario trasmesso ai partecipanti spagnoli. Per tutti loro viene proposta la seguente formulazione:

Conosciamo tutti famosi matematici greci, Pitagora, Euclide, Archimede e Talete. Conosci altri matematici antichi? Se è così, scrivi chi sono.

Relazione su Q6, questionario sulle costruzioni geometriche e risoluzione di problemi geometrici

Indice

1. Riepilogo

Questo rapporto include il processo di progettazione seguito per il questionario di geometria, che è già stato sottoposto sia agli insegnanti attivi sia agli studenti dei corsi di laurea delle istituzioni associate al progetto ANFoMAM. L'analisi dei dati raccolti mostra chiare differenze tra i partecipanti delle istituzioni spagnole e i partecipanti di quelle italiane, principalmente nella concezione che hanno della natura della geometria, molto più legata agli aspetti tecnici nel caso spagnolo e più legata all'attività umana, nel caso italiano. Alla fine della relazione, vengono proposte alcune modifiche al questionario per futuri utilizzi (allegato Q6[13]).

2. Progettazione del questionario: background e obiettivi

In molti casi, la matematica scolastica è stata ridotta all'aritmetica. Sebbene in tutti i curricula che conosciamo ci siano diversi blocchi tematici dedicati ad aspetti come la geometria o la statistica, le difficoltà che molti bambini hanno con gli algoritmi e i problemi aritmetici fanno sì che argomenti come la geometria rimangano sullo sfondo dell'insegnamento matematico nella fase di istruzione primaria. Le questioni geometriche sono spesso ridotte ad argomenti superficiali, come il riconoscimento o la classificazione delle figure, o il calcolo delle misurazioni attraverso formule. A questo si aggiunge l'ignoranza della disciplina da parte degli insegnanti e della società in generale, per i quali la matematica si riduce a una serie di procedure operative che consentono di eseguire una serie di calcoli, sia con quantità discrete che con denaro espresso in valuta o con misure di grandezze.

Nel progetto ANFoMAM, verrà progettata un'officina sulla geometria per gli insegnanti in formazione iniziale e continua. Lavoreremo sul valore dei concetti primordiali, che si riferiscono alla connessione, all'ordine, alla congruenza, al confronto, alla costruzione, alla decomposizione. Questi concetti esprimono una visione astratto-quantitativa del mondo che ci circonda (in contrasto con una visione sintetico-qualitativa). La geometria consente di progettare attività intorno a problemi che assomigliano a

13 Cuestionario Q6: https://docs.google.com/forms/d/1wYyIotbq9nPT6GOoZa87so1vIjUQcTlObH4wHpY22Hw/copy

quelli della ricerca matematica, in contrasto con i tradizionali problemi aritmetici, che tendono a essere simulazioni della vita quotidiana (e derivano dalla formazione per il commercio). La geometria è fondamentale per trasmettere agli insegnanti il ruolo formativo della matematica, come disciplina che aiuta a comprendere il mondo e noi stessi e a sviluppare il pensiero concettuale e l'immaginazione. Come passo precedente alla realizzazione delle attività, i partecipanti possono essere invitati a compilare un questionario che consente loro di riflettere sulle loro convinzioni e conoscenze sulla geometria, nonché sul modo di affrontare questa parte della matematica a scuola.

A priori pensiamo di trovare diversi profili di partecipanti:

- Studenti universitari e insegnanti in servizio che vedono la matematica come una disciplina già costruita e finita. Per questi partecipanti, l'insegnamento della geometria consisterebbe nel trasmettere una serie di concetti precedentemente determinati, quindi ci si aspetta che, quando si trovano nelle aule scolastiche, svolgeranno principalmente attività di riconoscimento e classificazione di figure geometriche. Allo stesso modo, lavoreranno su questioni come la misura di lunghezze e aree in modo meccanico, fornendo agli studenti metodi o formule per il calcolo di aree o cambiamenti di unità di misura.

- Partecipanti con un'idea dinamica della matematica, per i quali l'insegnamento della geometria sarà l'occasione per comunicare il modo in cui la disciplina si è sviluppata, un modo per rappresentare lo spazio reale in cui ci muoviamo e per rispondere ai problemi che diverse civiltà hanno affrontato nel corso della storia dell'umanità. Questa visione porterebbe con sé un modo più attivo di lavorare con la geometria in classe, in cui gli studenti potrebbero svolgere attività di costruzione e scoperta matematica attraverso la sperimentazione e l'osservazione.

3. Raccolta dei dati

Il questionario è stato sottoposto ai seguenti partecipanti:

- Studenti universitari del corso di laurea in Formazione Primaria dell'Università Pubblica di Navarra (38)
- Studenti del laboratorio di Matematica e Didattica della Matematica canale B, (Geometria, Scrittura, Espressione) dell'URT, dove avevano sviluppato una riflessione sulla geometria elementare e il suo insegnamento (32)
- Studenti del corso di Matematica e Didattica della Matematica, che avevano precedentemente riflettuto sul lavoro con la geometria con i bambini (16)
- Studenti universitari del corso di laurea in Formazione Primaria presso l'Università di Saragozza (89)
- Insegnanti in servizio che partecipano alle attività di ToKalon Matematica (43)

4. Analiisi dei dati

I prerequisiti per il trattamento di tutti i dati raccolti sono:

1. Per tutte le domande in cui era richiesto indicare due o tre parole, sono state apportate le seguenti semplificazioni:
   – Parole presenti al plurale e al singolare: è stata scelta una delle due forme (ad esempio, invece di *distinguere calcolo* e *calcoli,* sono state unificate sotto la forma *calcolo* o *calculus* in spagnolo).

   – Parole presenti come sostantivo e come verbo: è stata scelta una delle due forme (ad esempio, le parole *conteggio* e *contare* sono state unificate sotto la forma *contare,* o *contar* in spagnolo).

   – Parole presenti come sostantivo e come aggettivo: è stata scelta una delle due forme (ad esempio, nel caso di *creativo* e *creatività, creatività* o *creatividad* in spagnolo).

   – Alcuni gruppi di parole che si riferivano a un concetto unico riconoscibile sono stati unificati sotto un'unica forma, con preferenza per il più citato (ad esempio, per *trigonometria, seno e coseno* e *funzioni goniometriche,* è stata scelta la parola *trigonometria).*

2. I numeri da 1 a 4 riflettono le seguenti espressioni qualitative:
   1 = niente; 2 = poco; 3 = abbastanza; 4 = molto

3. L'analisi raggruppa i dati separando i questionari dall'Italia (distinguendo a loro volta tra studenti e insegnanti) da quelli spagnoli, che vengono confrontati con i precedenti.

4. In alcuni casi, i grafici dei dati italiani riuniscono studenti e insegnanti; in altri, è stato preferito distinguerli.

5. I dati sono stati elaborati in forma grafica, e poi è stata effettuata un'analisi qualitativa, che ha incluso un incontro dei ricercatori per discutere collettivamente le diverse prospettive.

Analizziamo le risposte ottenute per ciascuna delle domande:

4.1. Domanda 1:

Quando pensi alla Geometria, quali sono le tre parole che ti vengono in mente?

Tra gli insegnanti italiani, queste sono le parole che compaiono una sola volta:

> *Armonia, arte, cerchio, colori, concreto, ambienti, scoperta, sfida, Egizi, entità geometriche, evoluzione, affascinante, figure geometriche, figure piatte, strumenti, giardino con fontana, gioco con poligoni, grattacieli, impronte, matita, linea retta, mappe, mondo in cui viviamo, oggetti, osservazione, pavimentazione, percezione, perfezione, mappa, piano cartesiano, Pitagora, poligoni, ragionamento, regole, relazione, simmetria, terra*

Questi, quelli che appaiono due volte:

> *Astrazione, centimetri, costruzione, creatività, difficoltà, edifici, intuizione, punto, teoremi, triangoli*

Le parole che appaiono più volte vengono raccolte nel grafico seguente, insieme al numero di volte in cui ciascuna di esse viene visualizzata:

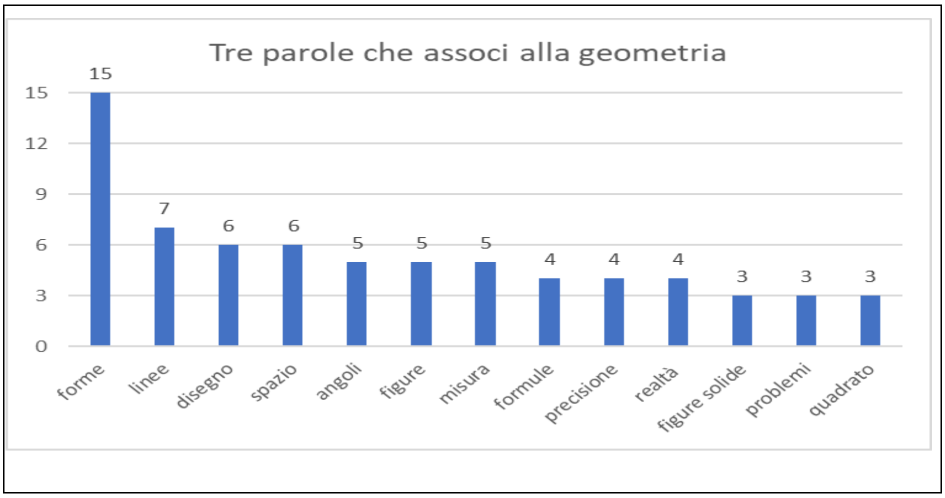


Figura 76: Risposte alla domanda 1 degli insegnanti italiani

Nel caso degli studenti italiani, le parole che compaiono una sola volta sono le seguenti:

> *Noioso, angoli, aree, complessità, continuità, corollario, difficile, design, affascinante, immaginazione, interessante, intuizione, misterioso, natura, piano cartesiano, rappresentazione, similitudine, soluzione, teorema, teorema di Pitagora, vita quotidiana*

C'è stata solo una parola che è apparsa due volte: *Segmenti*

Le parole che sono apparse più di due volte, insieme al numero di volte in cui ciascuna di esse è apparsa, sono mostrate nel grafico seguente,

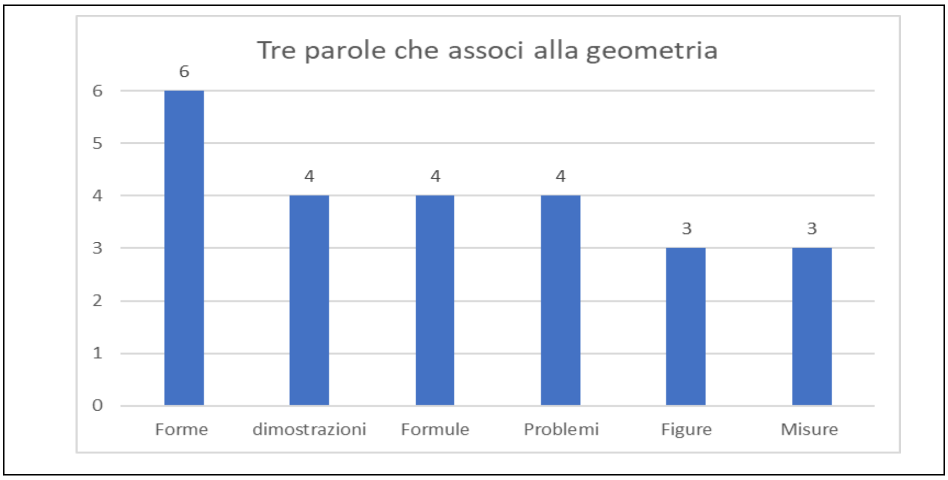


Figura 77: Risposte alla domanda 1 degli studenti italiani

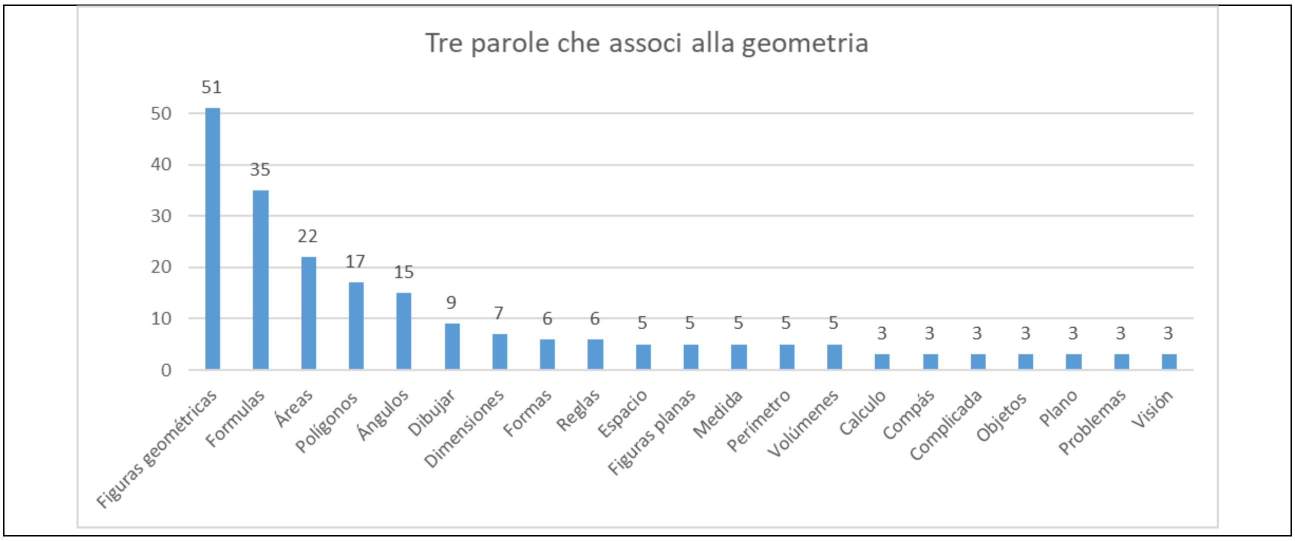
Tra gli studenti spagnoli, le parole che appaiono solo una volta nella domanda 1 sono:

che altro meccanici, figure tridimensionali, Geogebra, abilità, abilità mentale, interessante, lunghezza, manipolativo, non è così semplice come sembra, orientamento e prospettiva spaziale, poliedri, precisione, profondità, proprietà, proiezioni/prospettive, raggio, relazioni tra figure, rappresentazione, segmento, simmetria, goniometro

Quelli che appaiono due volte sono i seguenti:

Astrazione, aree, quadrato, squadre, lati, numeri, prospettiva, Pitagora, policubi, prismi, linee

Quelli che appaiono più volte sono mostrati nel seguente grafico:



Legenda

Parola spagnola	Traduzione	Parola spagnola	Traduzione
Figuras geométricas	Figure geometriche	Medidas	Misure
Fórmulas	Formule	Perimetro	Perimetro
Áreas	Aree	Volúmenes	Volumi
Polígonos	Poligoni	Cálculo	Calculo
Ángulos	Angoli	Compás	Compasso
Dibujar	Disegnare	Complicada	Complicato
Dimensiones	Dimensioni	Objetos	Oggetti
Formas	Forme	Plano	Piano
Reglas	Righelli	Problemas	Problemi
Espacio	Spazio	Visión	Visione
Figuras planas	Figure piane		

Figura 78: Parole che appaiono più di due volte tra i partecipanti spagnoli (Domanda 1)

Abbiamo stabilito alcuni confronti tra le risposte fornite nei questionari italiani e spagnoli dopo un'analisi qualitativa di questi dati. È ovvio che l'aspetto umano legato alla matematica, evidenziato, anche se parzialmente, dai questionari italiani, è quasi totalmente assente in quelli spagnoli.

4.2. Domanda 2:

Tra aritmetica e geometria, cosa preferisci?

In questo caso, abbiamo voluto creare tre grafici: uno per i partecipanti italiani in generale, un altro solo per gli insegnanti italiani e un terzo solo per gli studenti italiani. È interessante vedere come il risultato del primo grafico non dia nessuna indicazione su cosa apparirà negli altri due.

Per gli studenti italiani la risposta è principalmente *aritmetica,* in proporzione ancora maggiore (75%) rispetto agli studenti spagnoli (60,7%).

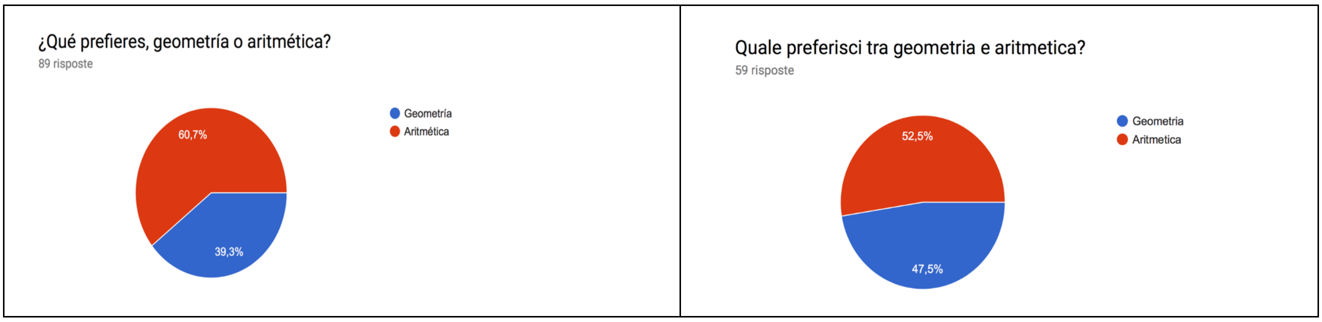


Figura 79: Risposte alla domanda 2 dei partecipanti spagnoli rispetto ai partecipanti italiani in generale

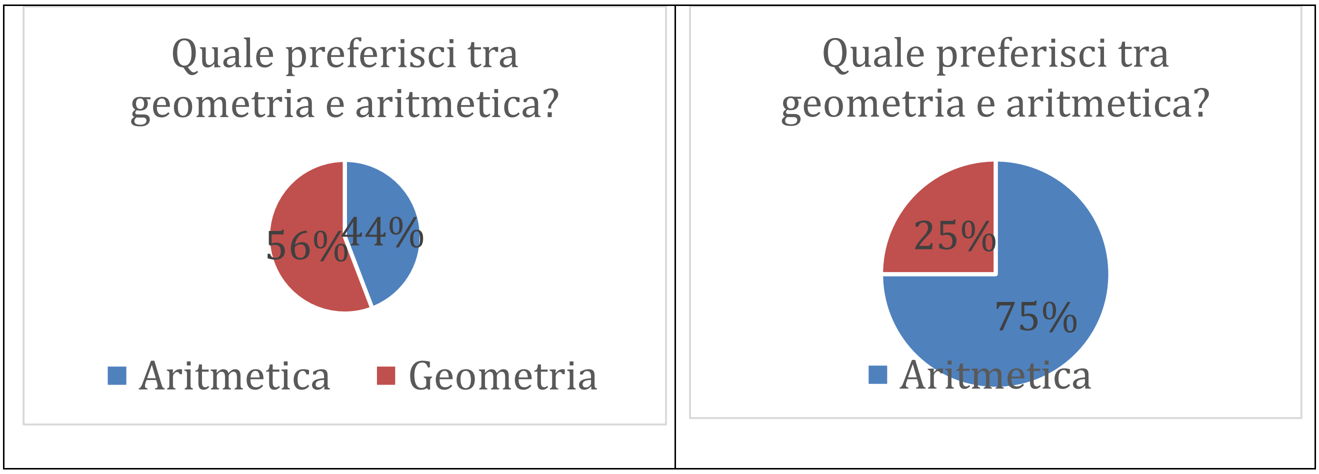


Figura 80: Risposte alla domanda 2 degli insegnanti italiani rispetto a quelle degli studenti italiani

4.3. Domanda 3:

Da quale geometria cominciare? Prima la geometria solida o quella piana?

In questo caso, non c'è differenza tra i dati analizzati separatamente (insegnanti da un lato e studenti dall'altro) e i dati aggregati dei partecipanti italiani. Inoltre, come si può vedere, praticamente la metà dei partecipanti pensa in un modo e l'altra metà nel modo opposto. Il contrasto tra queste risposte e quelle degli studenti spagnoli, che per lo più scelgono di iniziare con la geometria piana, è sorprendente.

Figura 81: Risposte alla domanda 3 dei partecipanti italiani vs spagnoli

Domanda 4:

Indica con un valore da 1 a 4 quanto ritieni importanti le seguenti attività in geometria

Nel caso dei partecipanti italiani, come si può vedere nei grafici seguenti, le attività più apprezzate, con un valore del 4% su 80% del campione, sono state: *lavorare con le mani, disegnare, osservare* e *confrontare,* mentre quelle che sono state meno valutate sono state quelle di *memorizzare* e conoscere *le formule,* a cui solo il 23,7% e il 27,1% rispettivamente dei partecipanti ha attribuito il valore 4.

Presentiamo il grafico relativo a ciascun termine nel caso italiano prima, e poi nel caso spagnolo, in cui è sorprendente che il punteggio di 4 abbia superato solo il 50% dei casi nel *lavorare con le mani* e nel *confronto.*

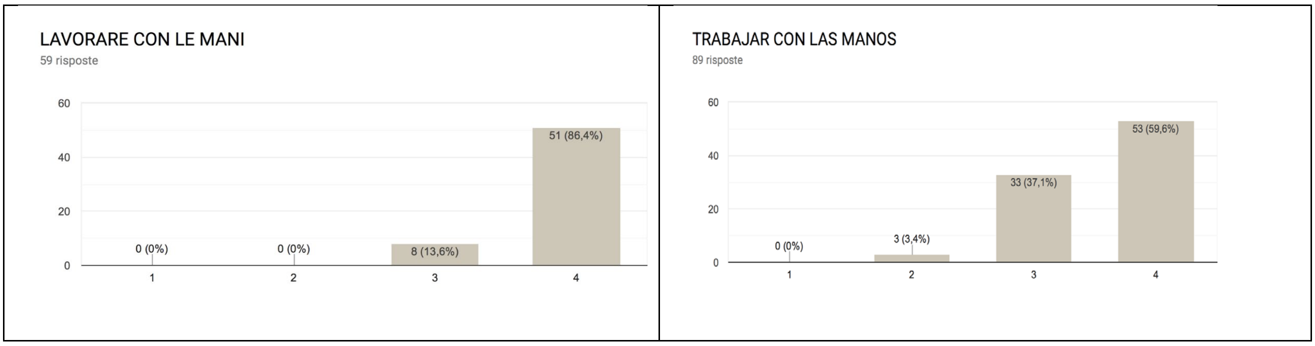


Figura 82: Risposte alla domanda 4a da parte di partecipanti italiani e spagnoli

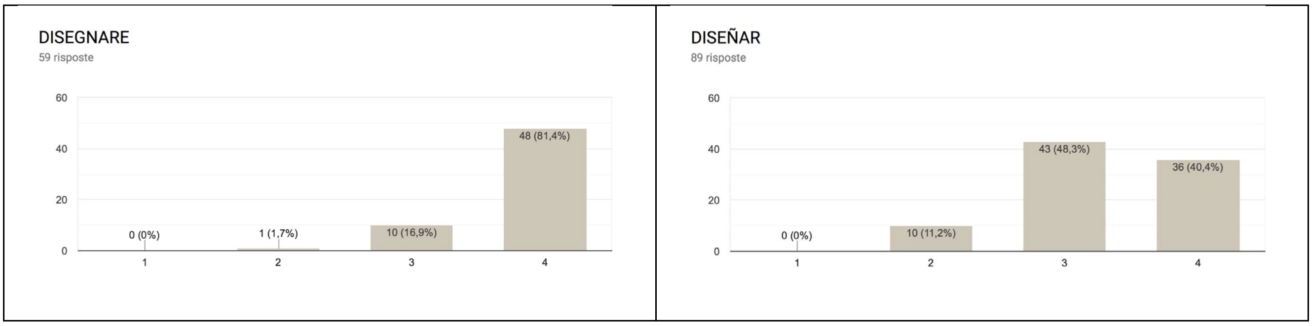


Figura 83: Risposte alla domanda 4b da parte di partecipanti italiani e spagnoli

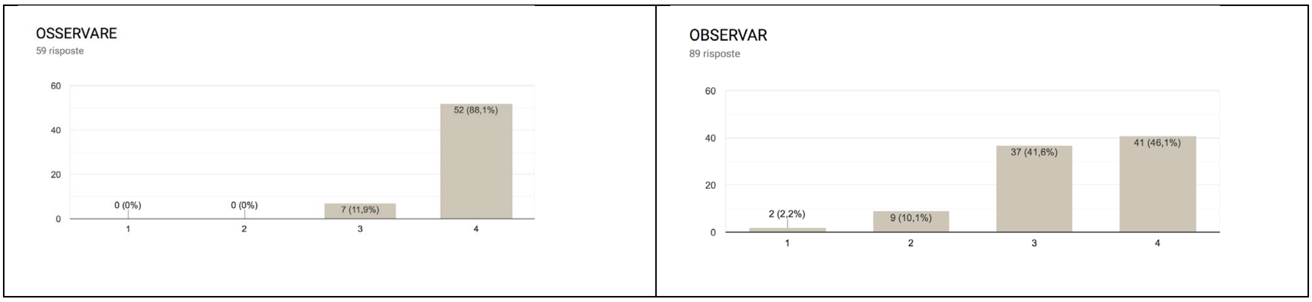


Figura 84: Risposte alla domanda 4c da parte di partecipanti italiani e spagnoli

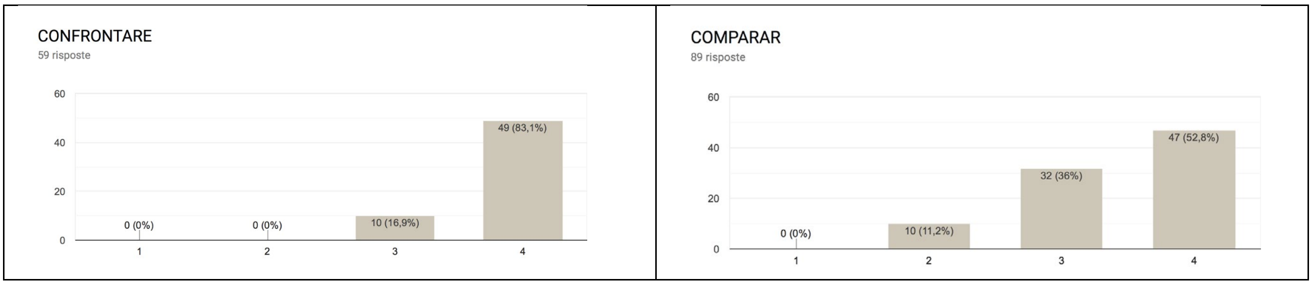


Figura 85: Risposte alla domanda 4d da parte di partecipanti italiani e spagnoli

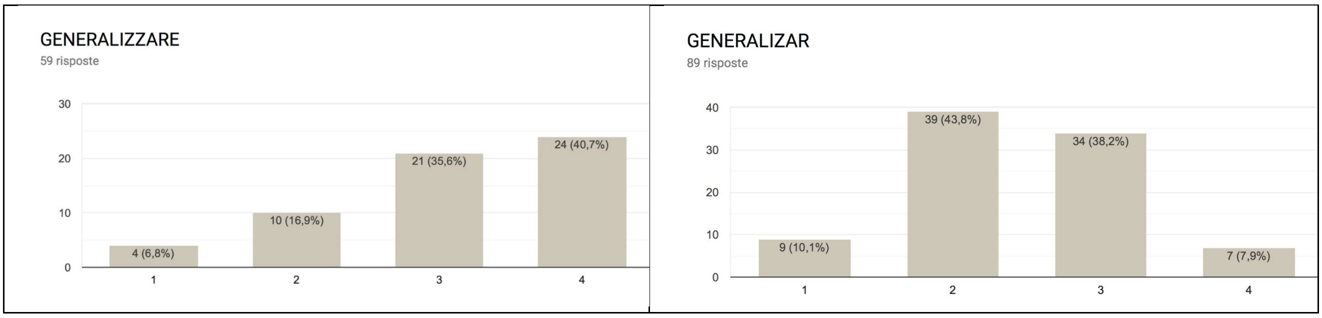


Figura 86: Risposte alla domanda 4e da parte di partecipanti italiani e spagnoli

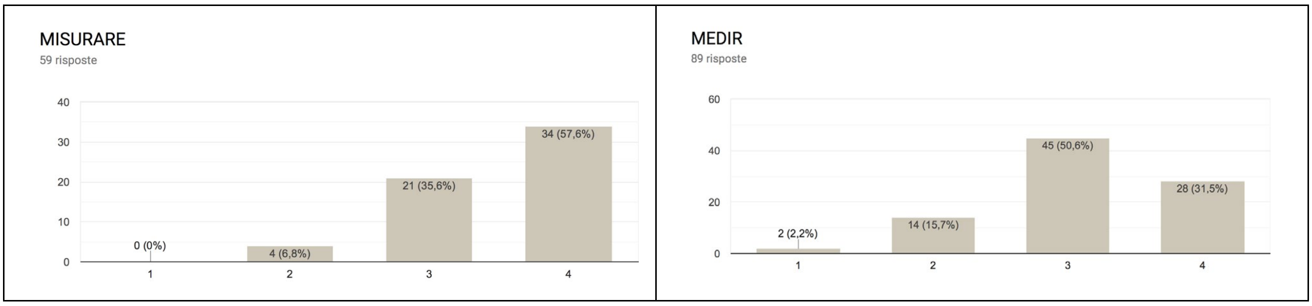


Figura 87: Risposte alla domanda 4f da parte partecipanti italiani e spagnoli

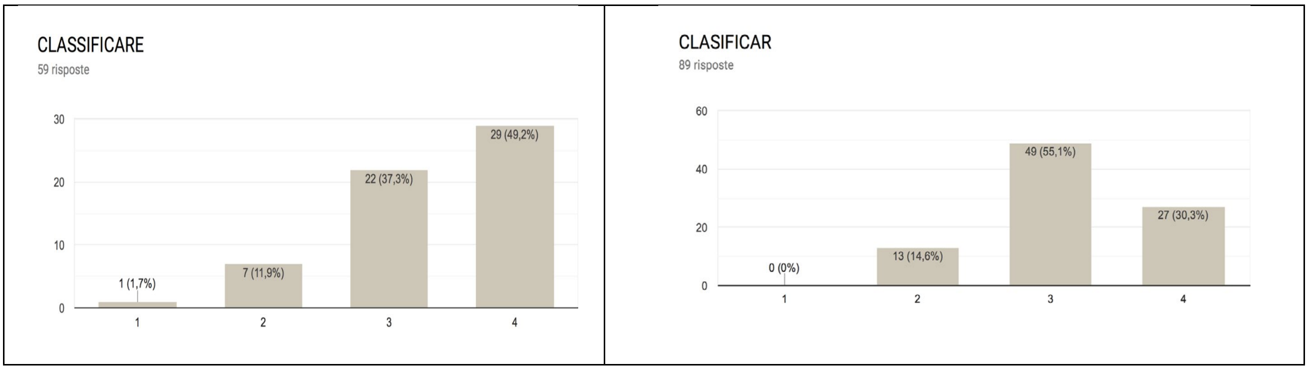


Figura 88: Risposte alla domanda 4g da parte di partecipanti italiani e spagnoli

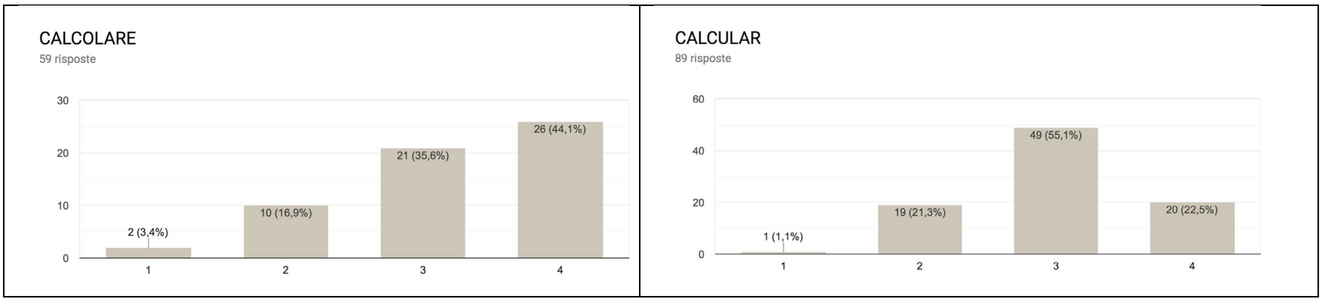


Figura 89: Risposte alla domanda 4h da parte di partecipanti italiani e spagnoli

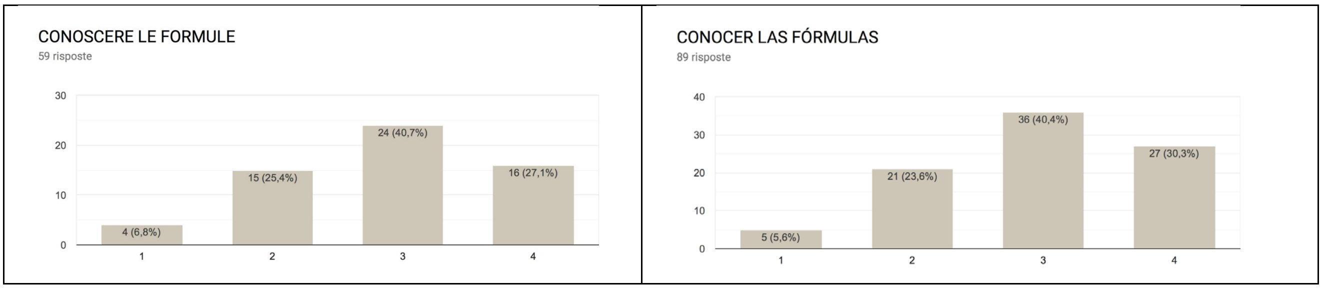


Figura 90: Risposte alla domanda 4i da parte di partecipanti italiani e spagnoli

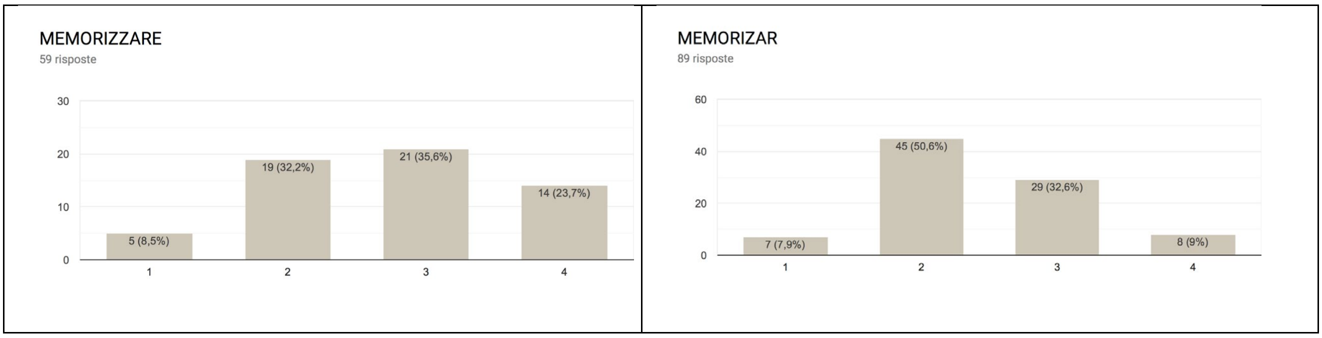


Figura 91: Risposte alla domanda 4j da parte di partecipanti italiani e spagnoli

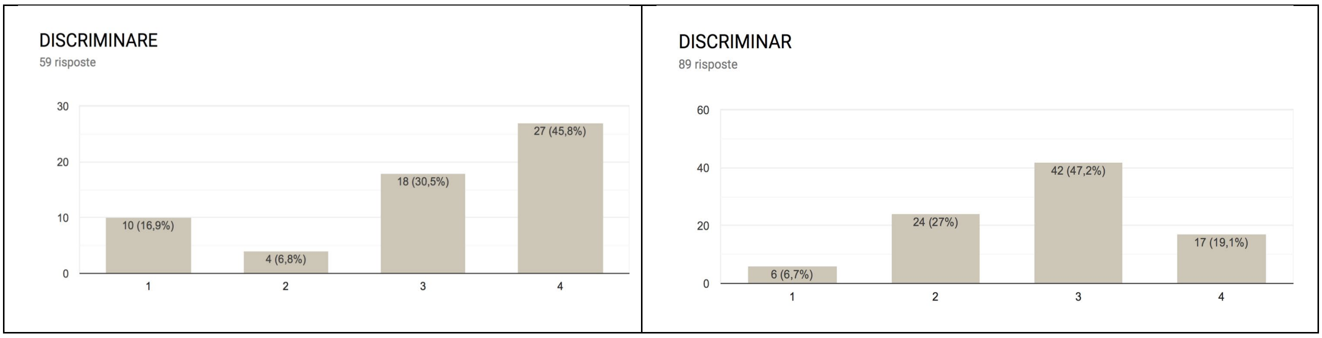


Figura 92: Risposte alla domanda 4k da parte di partecipanti italiani e dei partecipanti spagnoli

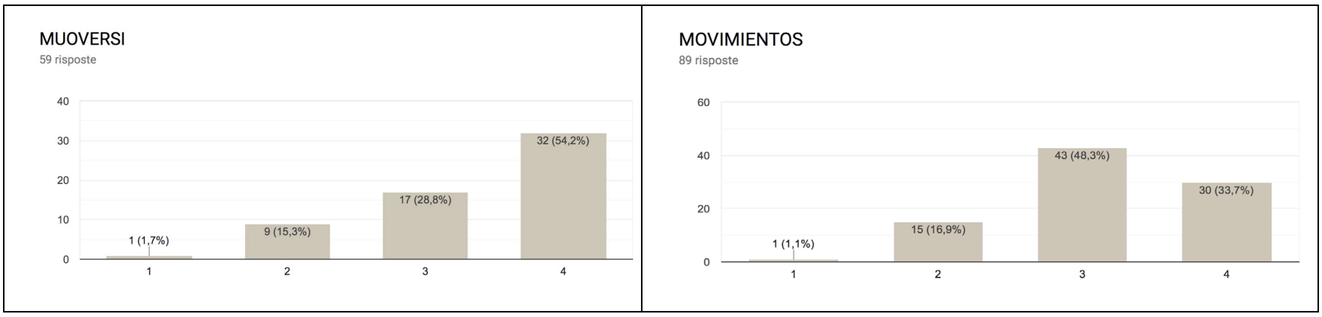


Figura 93: Risposte alla domanda 4l da parte di partecipanti italiani e spagnoli

Domanda 5:

Indicare con un numero da 1 a 4 l'importanza dei seguenti argomenti in Geometria.

Raccogliamo, argomento per argomento, l'opinione dei partecipanti italiani, insegnanti e studenti insieme, prima di tutto e, in seguito, quella dei partecipanti spagnoli.

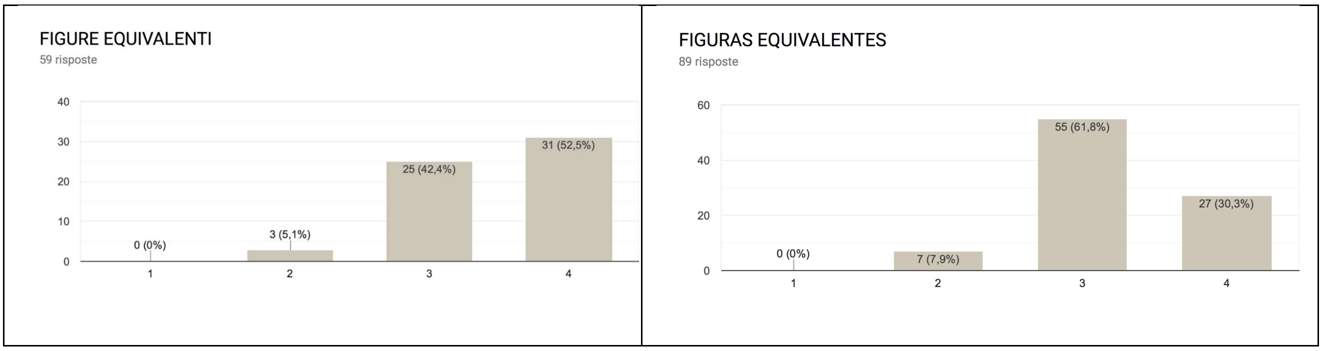


Figura 94: Risposte alla domanda 5a da parte di partecipanti italiani e spagnoli

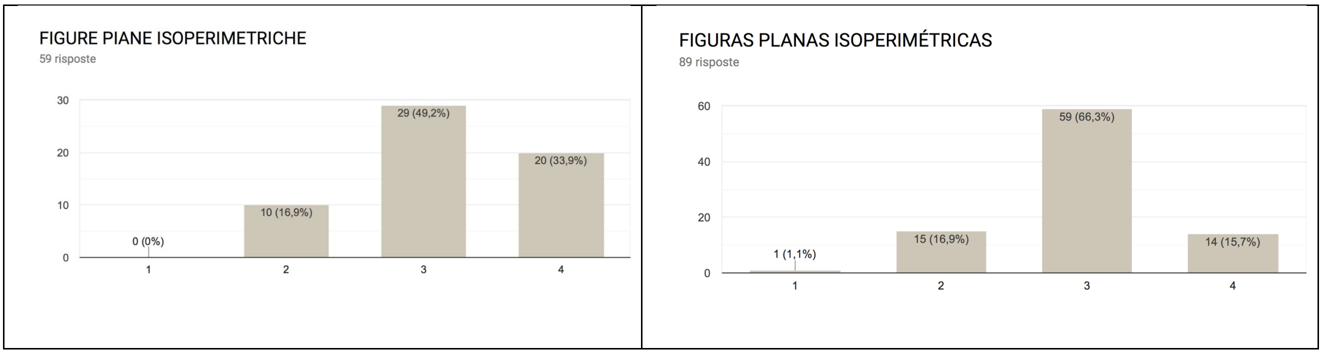


Figura 95: Risposte alla domanda 5b da parte di partecipanti italiani e spagnoli

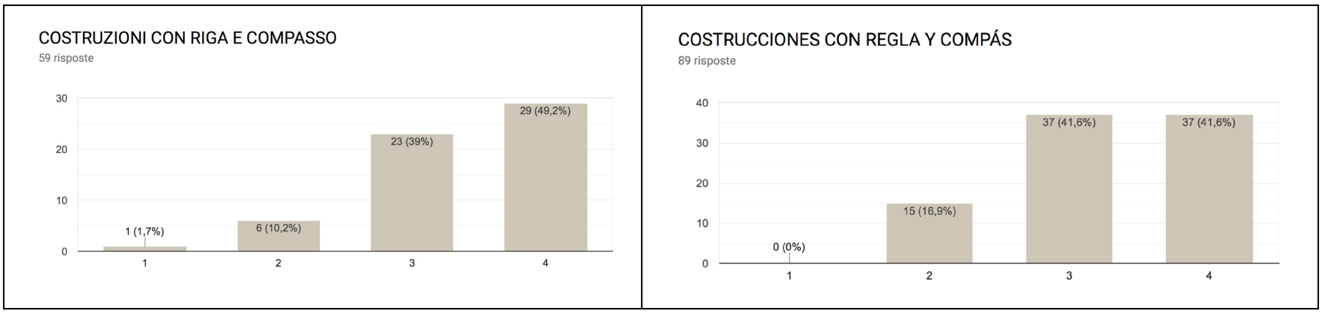


Figura 96: Risposte alla domanda 5c da parte di partecipanti italiani e spagnoli

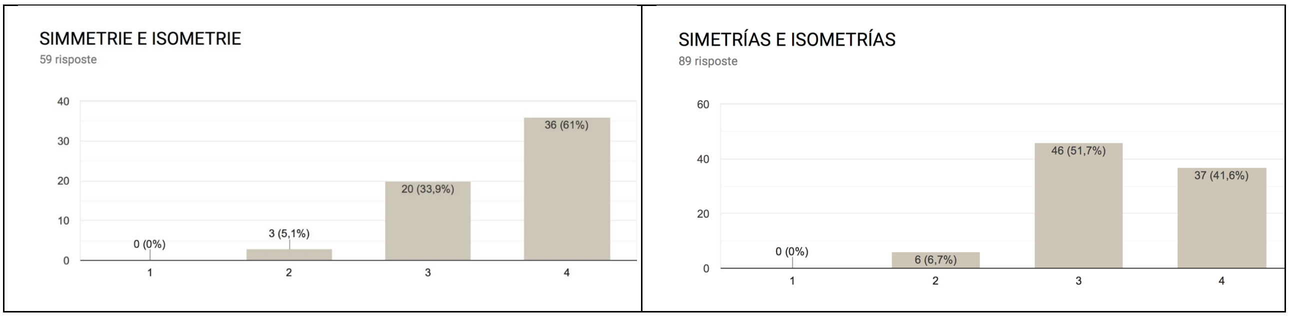


Figura 97: Risposte alla domanda 5d da parte di partecipanti italiani e spagnoli

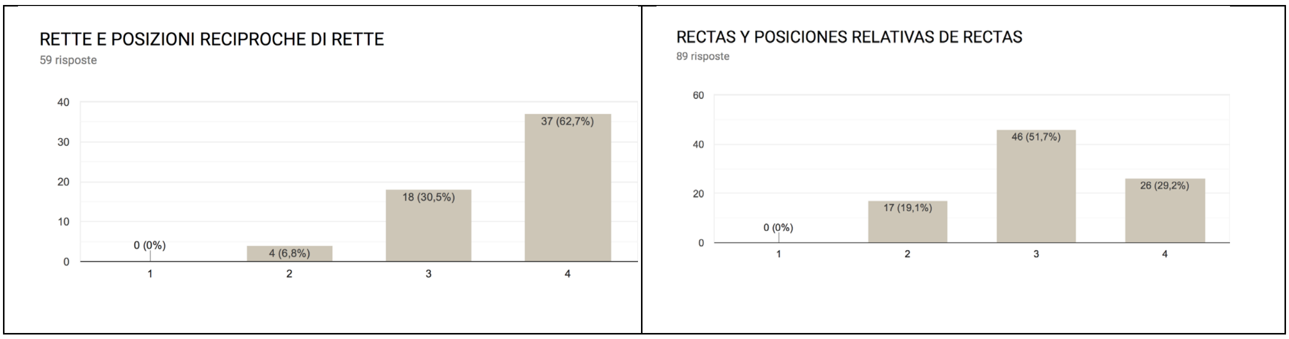


Figura 98: Risposte alla domanda 5e da parte di partecipanti italiani e spagnoli

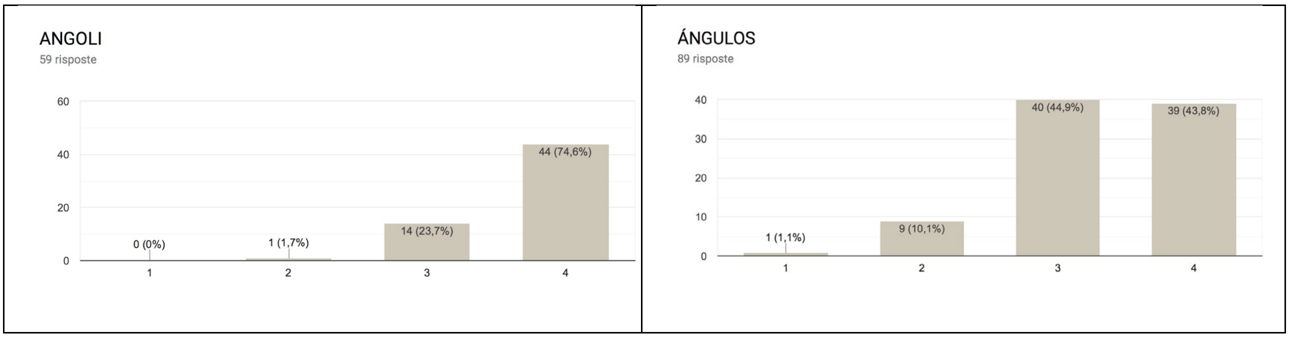


Figura 99: Risposte alla domanda 5f da parte di partecipanti italiani e spagnoli

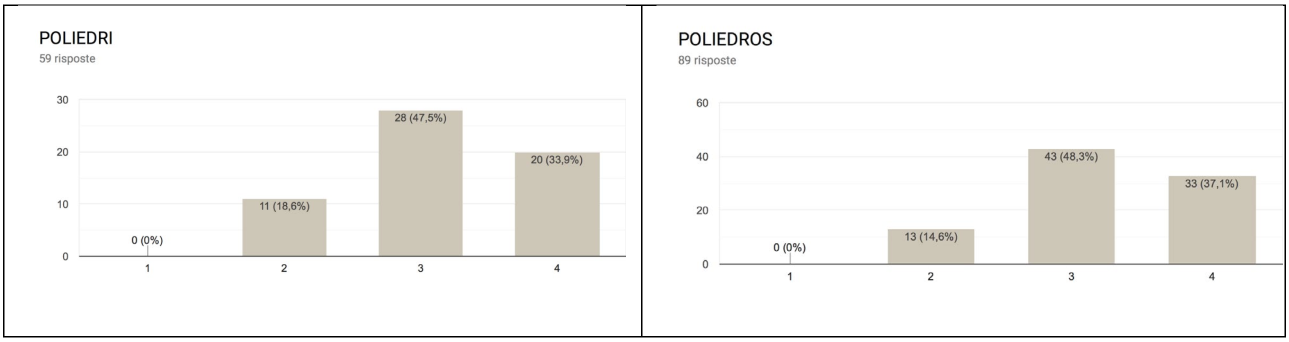


Figura 100: Risposte alla domanda 5g da parte di partecipanti italiani e spagnoli

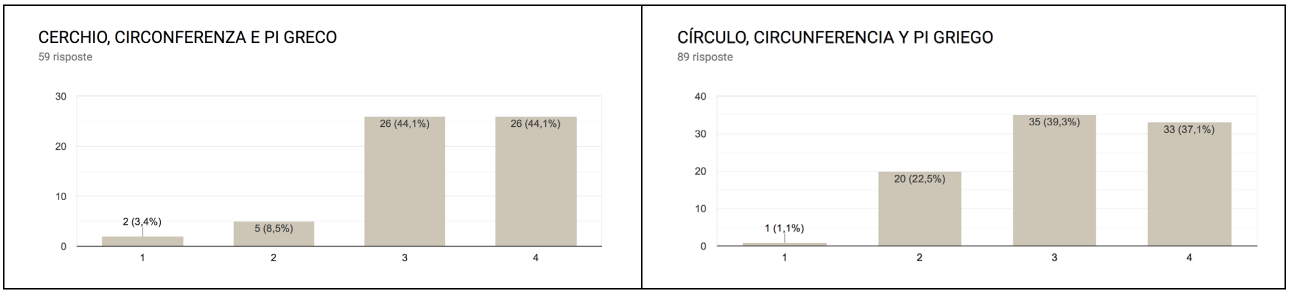


Figura 101: Risposte alla domanda 5h da parte di partecipanti italiani e spagnoli

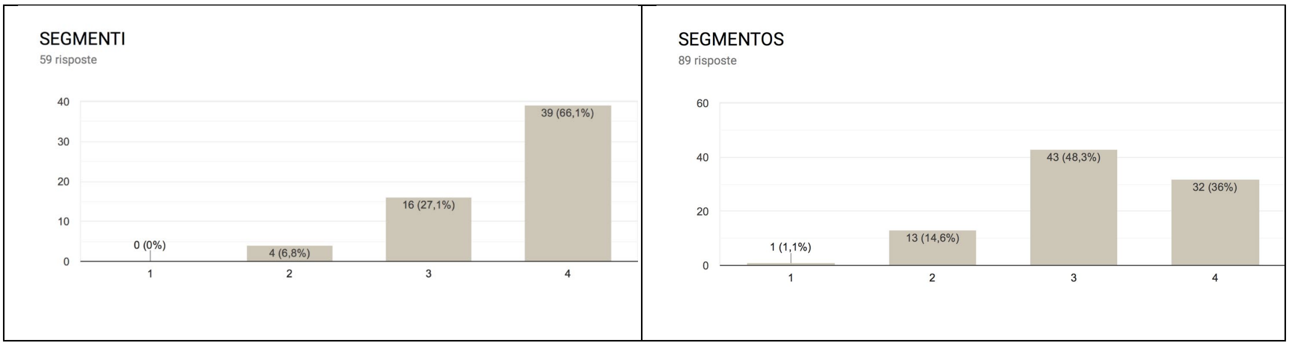


Figura 102: Risposte alla domanda 5i da parte di partecipanti italiani e spagnoli

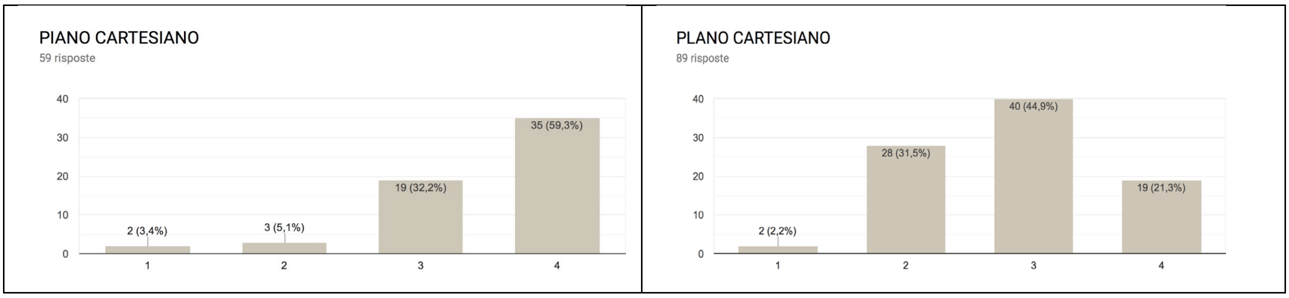


Figura 103: Risposte alla domanda 5j da parte di partecipanti italiani e spagnoli

Gli argomenti più considerati, con un valore di 4 attribuito da oltre il 60% del campione italiano, sono stati: *simmetrie e isometrie, rette e posizioni reciproche di rette, angoli e segmenti.*

Gli unici argomenti che hanno coinciso tra i partecipanti spagnoli con oltre il 40% (ma meno del 50%) sono stati: *costruzioni con righello e compasso, angoli, simmetrie e isometrie.* I segmenti (36%) rispetto al caso italiano (66%), le linee rette e le reciproche posizioni delle rette (anche il 29% contro il 63% in Italia) non sono state molto apprezzate.

4.6. Domanda 6:

Esprimere con un numero da 1 a 4 il grado di accordo con le seguenti affermazioni:

a) Con i bambini piccoli bisogna soffermarsi sulla distinzione tra quadrato, triangolo e cerchio.

b) È possibile insegnare in una classe elementare un concetto come la retta tangente a una curva

Per quanto riguarda la prima delle due affermazioni, è interessante esaminare separatamente i dati corrispondenti a insegnanti e studenti italiani. Si vede, ad esempio, che gli studenti hanno una chiara comprensione dell'irrilevanza didattica della distinzione tra quadrato, triangolo e cerchio, mentre gli insegnanti sembrano molto più confusi al riguardo. Nel caso della Spagna, quasi il 90% dei partecipanti è d'accordo (grado 3 o 4) con questa affermazione. Per quanto riguarda la seconda affermazione, oltre il 56% dei partecipanti spagnoli è d'accordo, molto simile a quanto accade nel caso italiano, dove non ci sono differenze tra le risposte date da insegnanti e studenti.

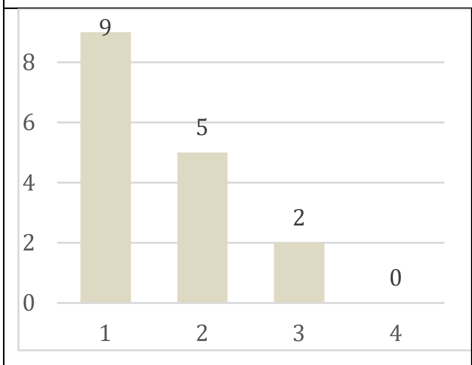
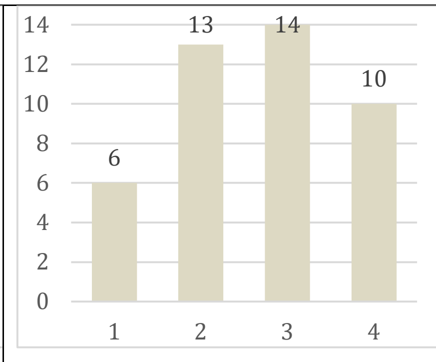
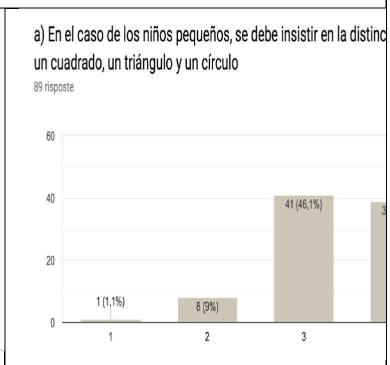
Con i bambini piccoli, è necessario sforzarsi nella distinzione tra il quadrato, il triangolo e il cerchio		
		
Studenti italiani	Insegnanti italiani	Partecipanti spagnoli

Figura 104: Risposte alla domanda 6a dei partecipanti italiani e spagnoli

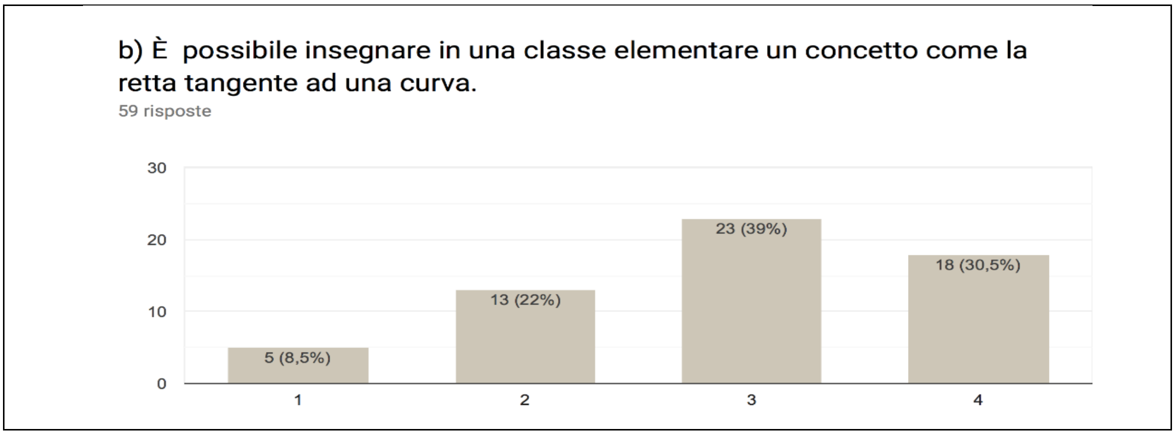


Figura 105: Risposte alla domanda 6(b) da parte dei partecipanti italiani

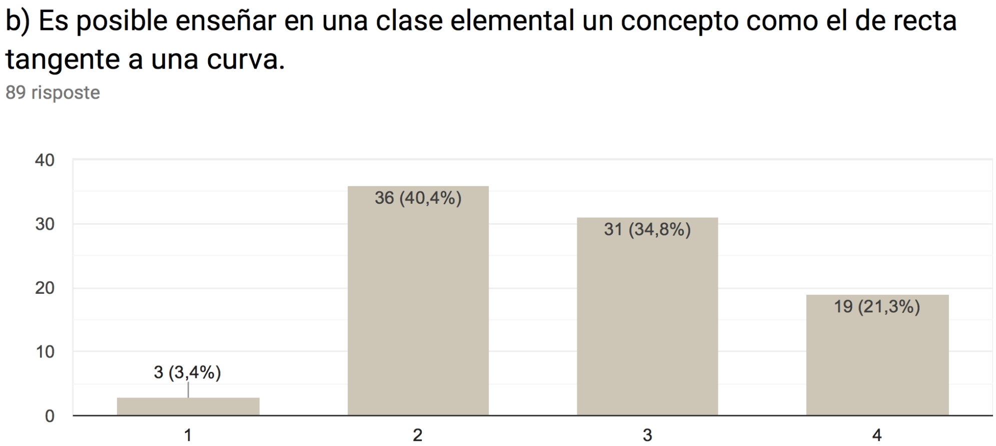


Figura 106: Risposte alla domanda 6(b) da parte dei partecipanti spagnoli

4.7 Domanda 7:

Carta, penna, matita, riga o righello sono essenziali per fare geometria con i bambini. Indica almeno altri due materiali utili al medesimo scopo.

In questo caso, come per le parole di geometria, preferiamo considerare separatamente le risposte date dagli insegnanti e quelle date dagli studenti. Il 42% degli insegnanti italiani nomina solo due oggetti, rispetto agli studenti che ne nominano tre (58%). Il seguente grafico mostra i materiali che appaiono più di due volte, insieme al numero di volte in cui vengono nominati dai partecipanti italiani:

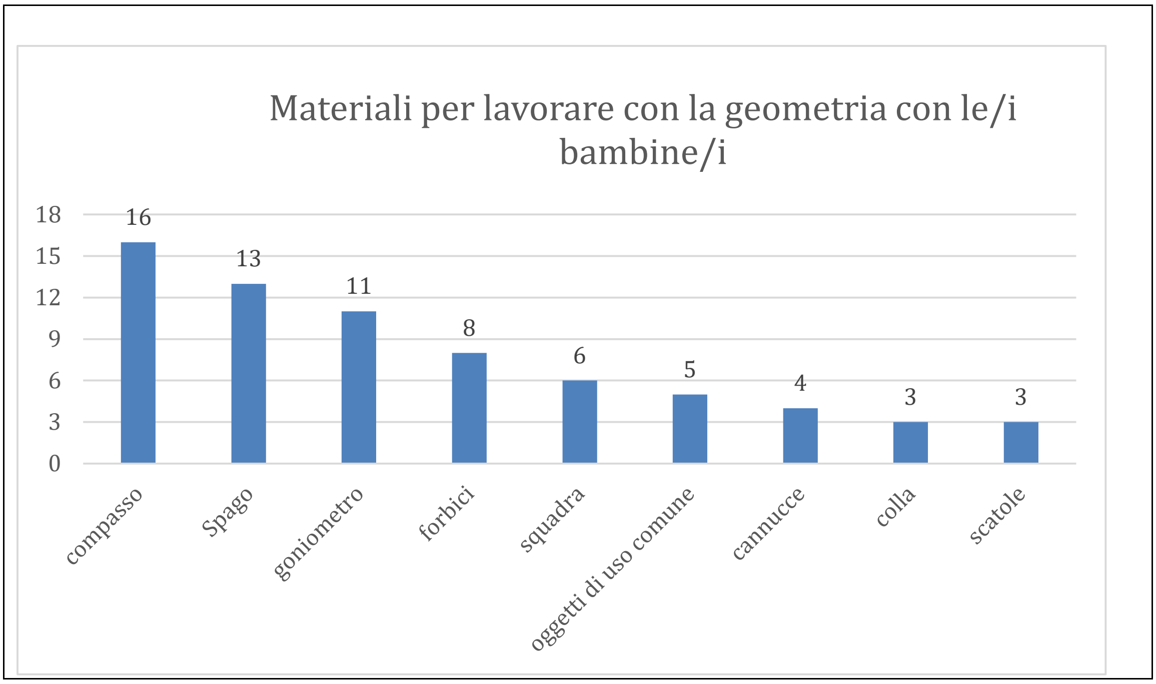


Figura 107: Risposte alla domanda 8 da parte degli insegnanti italiani

Le parole che sono state nominate solo una volta sono:

> *blocchi logici, chiodi, pezzi del Lego, argilla, cubi di legno, filo di metallo, fili, fogli di carta, forme geometriche, corde e altri oggetti da palestra, tavola geometrica, gesso, materiali per tassellare, nastro adesivo, pavimento, solidi, stuzzicadenti.*

Le parole che sono state nominate due volte sono: *cartone, corpo, elastico, libro, mani, origami, taccuino, Tangram*

Il 63% degli studenti italiani nomina tre oggetti, mentre il 37% ne nomina solo due. Gli oggetti che appaiono nominati una sola volta sono: *barre, carta velina, pianta di una città, elementi della vita quotidiana, libri, qualsiasi oggetto geometrico, regole, racconti o storie sulla geometria.*

Quelli che appaiono due volte sono: *forme geometriche e goniometro.*

E quelli che appaiono più volte tra gli studenti italiani sono raccolti nella seguente tabella: *compasso, forbici, colori, corda, cartone, solidi.*

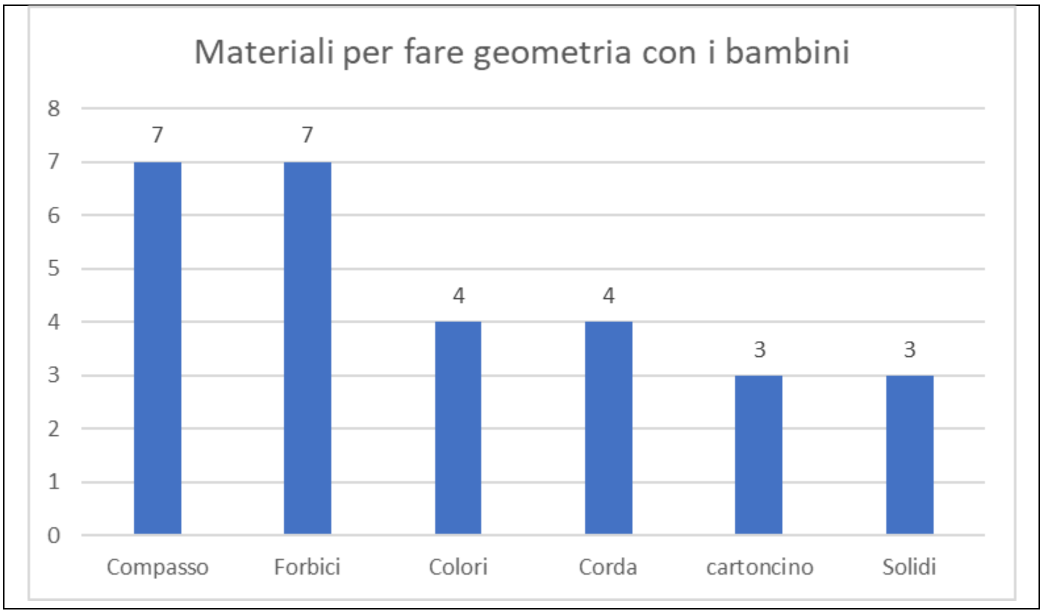


Figura 108: Risposte alla domanda 8 degli studenti italiani

Nel caso degli studenti spagnoli, gli oggetti che sono nominati più di due volte sono mostrati nella seguente figura:

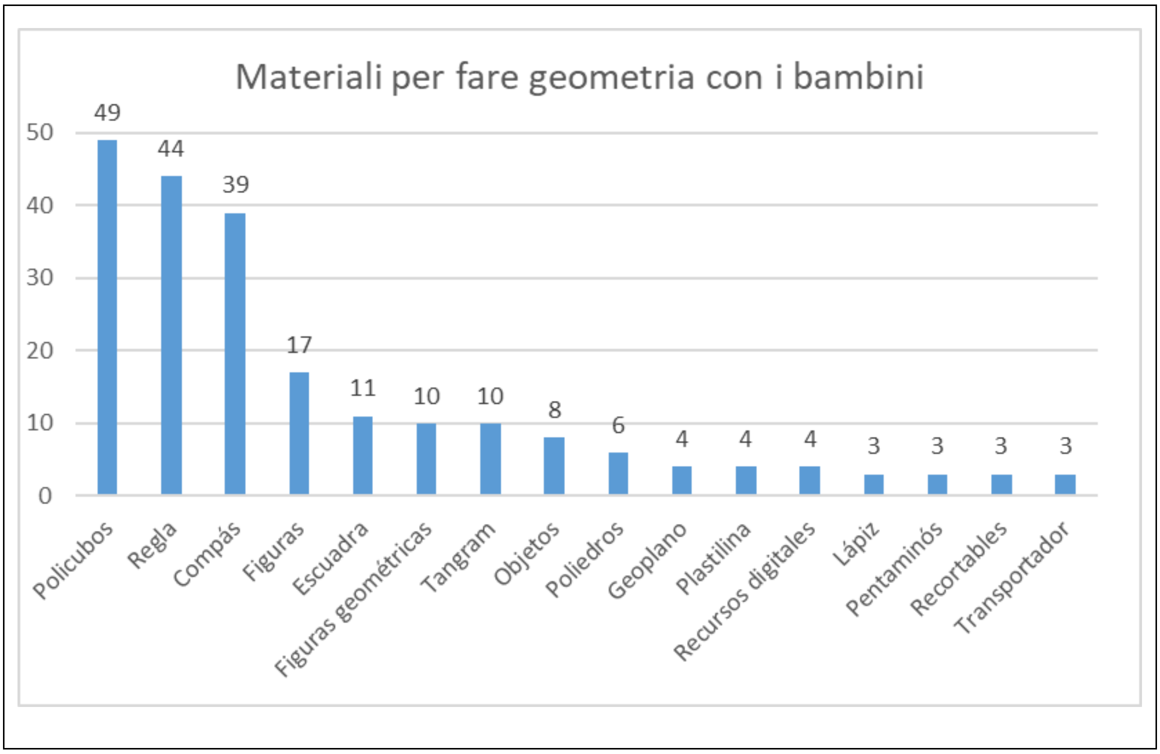


Figura 109: Risposte alla domanda 8 dei partecipanti spagnoli

Legenda

Parola spagnola	Traduzione	Parola spagnola	Traduzione
Policubos	Policubi	Poliedros	Poliedri
Regla	Righello	Geoplano	Geoplano
Compás	Compasso	Plastilina	Plastilina
Figuras	Figure	Recursos digitales	Risorse digitali
Escuadras	Squadre	Lápiz	Matite
Figuras geométricas	Figure geometriche	Pentaminos	Pentamini
Tangram	Tangram	Recortables	Ritagli
Objetos	Oggetti	Transportador	Goniometro

I materiali che sono stati nominati una sola volta sono:

> *Argilla, blocchi di plastica (probabilmente riferendosi a blocchi logici), scatole, calcolatrice, policubi, ambiente visivo, fogli di rinforzo, fogli, fogli grigliati, fogli di diversi materiali mobili e modificabili, matita, linee e angoli, materiale manipolativo, materiali con forme, materiali da disegno, stampi e plastilina, organicubi, bacchette, pentamini, pezzi, vernici per differenziare le parti, modelli di carta con disegni, prismi di legno, puzzle, strisce, scheda di calcolo, diverse dimensioni, tetris, trame diverse, trama isometrica, aste pieghevoli, video interattivi.*

E quelli che sono stati nominati due volte sono:

> *Cubi, corpi geometrici, giochi, materiali manipolativi, lavagna e goniometria*

5. Conclusioni: osservazioni, riflessioni e proposte di miglioramento

Da un'analisi qualitativa delle risposte, possiamo dire che la matematica in generale e la geometria in particolare, per alcuni insegnanti e studenti, entrano in relazione con le proprie esperienze di vita, evocando una memoria "positiva" del passato. Per altri, al contrario, la loro esperienza in matematica costituisce un'occasione mancata in questo senso.

In particolare, dalle risposte relative alla prima domanda, è chiaro che i termini che suppongono una maggiore relazione personale con la geometria (affascinante, impegnativo, scoperta, difficile, noioso) sono nominati una sola volta, il che suggerisce che l'esperienza con la matematica di ogni persona è unica.

L'aspetto umano legato alla matematica, evidenziato, seppur parzialmente, dai partecipanti italiani, è quasi totalmente assente negli spagnoli (si vedano in particolare le risposte alle domande n. 1 e 4). Attività come lavorare con le mani, disegnare e muoversi, a cui gli studenti e gli insegnanti italiani del campione esaminato danno particolare rilevanza, non sono valutate in questo modo nel caso spagnolo. È curioso, tuttavia, che la valutazione di aspetti come la memorizzazione e la discriminazione sia più alta tra i partecipanti italiani che tra gli spagnoli.

L'analisi dei risultati mostra la necessità per gli insegnanti di offrire una visione più umana della matematica, al di là della conoscenza delle definizioni e delle procedure. Ad esempio, nella domanda 4, i partecipanti indicano le formule e la memorizzazione come aspetti importanti nelle attività legate alla geometria, che mostrerebbero una visione statica e nozionistica della disciplina. Tuttavia, il peso attribuito al movimento nella domanda n. 4, molto apprezzato dai partecipanti italiani, rappresenta un'apertura a un altro modo di approcciarsi alla matematica.

I risultati dell'analisi effettuata ci spingono a progettare una officina di matematica per insegnanti in formazione iniziale e continua che fornisca una visione della geometria dinamica e umana, con attività in cui trovano posto l'osservazione, la sperimentazione e la costruzione.

Conclusioni

Come abbiamo verificato durante l'analisi dei dati raccolti nei questionari, l'esperienza dei partecipanti riguardante la matematica nella loro fase scolastica è strettamente correlata alle loro convinzioni sulla natura della matematica e su come si potrebbe lavorare con questa disciplina a scuola.

Da questo studio si conclude che, quando gli insegnanti futuri o attuali si trovano ad aver appreso la matematica come un corpo rigido di concetti e procedure già pienamente elaborati, si sentono incapaci di modificarla, di adattarla agli studenti a scuola e, molte volte, di renderla comprensibile. Questa visione si riscontra in gran parte degli studenti universitari spagnoli, che associano la matematica principalmente a compiti e problemi di aritmetica. Sebbene tengano in considerazione la necessità di insegnare geometria a scuola, non sono molto a loro agio a lavorare con le tecniche geometriche, probabilmente perché la loro formazione è stata ridotta alla classificazione delle figure piane e all'uso di formule per il calcolo di aree e volumi.

In queste condizioni, è naturale che questi partecipanti non diano un valore eccessivo all'uso della storia della matematica e della narrazione nell'insegnamento di questa disciplina, poiché a scuola hanno vissuto una matematica totalmente distaccata sia dal contesto umano in cui sono inseriti sia dall'evoluzione che essa ha subito nel corso della storia. Questo potrebbe anche essere il motivo per cui gli studenti spagnoli mostrano una visione della matematica più rigida rispetto a quella del resto dei partecipanti, una visione che considera che lo scopo principale dell'apprendimento della matematica sia anche la sua utilità, sia per il futuro studioso accademico che per chi sceglierà la professione con gli studenti.

I partecipanti italiani presentano un profilo diverso. In questo caso, la proporzione di insegnanti in servizio è superiore a quella dei partecipanti spagnoli e francesi. In parte sono insegnanti che partecipano regolarmente ai corsi di formazione permanente offerti dall'associazione ToKalon, nei quali viene trasmessa una visione più dinamica della matematica. All'interno di questa visione, la geometria raggiunge un grande risalto, una geometria in cui sono particolarmente apprezzate attività come lavorare con le mani, disegnare o muoversi. I partecipanti italiani possiedono una certa conoscenza della storia della disciplina, che consente loro di mettere in relazione i contenuti matematici con il loro processo di comparsa ed evoluzione storica, compreso il modo in cui lo sviluppo della disciplina è legato alle attività umane delle diverse civiltà. Puntano su attività che consentano l'indagine e la scoperta, anche quando propongono l'utilizzo della calcolatrice a scuola, sebbene valutino anche aspetti dell'apprendimento come la memorizzazione o l'introduzione precoce di algoritmi a scuola.

Infine, il profilo dei partecipanti francesi è un misto di una visione dinamica della matematica con un'enfasi sui compiti legati alla perseveranza e alla memoria. Quando parlano di geometria, includono aspetti come la logica deduttiva e, quando si riferiscono agli algoritmi delle operazioni elementari, danno importanza allo sforzo e alla ripetizione per impararle, insieme alla pratica del calcolo mentale. In questo caso, più che la velocità nel calcolo che questa pratica può fornire, i partecipanti considerano importante la formazione fornita dalla procedura stessa per i compiti di calcolo e stima.

Sembra ragionevole pensare che queste differenze di profilo tra i partecipanti siano dovute ai diversi stili di formazione ricevuti. Tuttavia, nonostante le loro diverse esperienze di studenti, l'analisi delle risposte dei partecipanti rivela il desiderio comune di tutti di trovare nuovi modi di lavorare con la matematica a scuola. Esprimono, ad esempio, l'opportunità che i bambini comprendano le dinamiche alla base degli algoritmi e acquisiscano familiarità con i numeri e le loro proprietà, e allo stesso tempo che considerino i problemi di aritmetica come un'opportunità per gli studenti di acquisire fiducia nelle proprie capacità e imparare a dialogare usando il linguaggio e l'argomentazione matematici. Puntano su forme di insegnamento che diano un senso alla materia, che mettano insieme diverse aree della matematica e che leghino anche gli aspetti tecnici con gli aspetti più umani e personali della disciplina.

Allo stesso tempo, l'analisi delle risposte ai questionari conferma la mancanza di conoscenze e risorse di gran parte dei partecipanti per rendere efficace questa forma di insegnamento nelle aule. Riteniamo quindi pertinenti e necessari i temi scelti per la progettazione delle officine nel progetto ANFoMAM, così come gli obiettivi che con esso si perseguono. Nello specifico:

- Promuovere una visione degli algoritmi aritmetici focalizzata sulla comprensione di operazioni e strutture numeriche.
- Sviluppare tecniche di risoluzione dei problemi di aritmetica focalizzate sulla comprensione e la rappresentazione delle situazioni in cui si generano.
- Proporre attività in cui si riveli l'intreccio di aritmetica e geometria, sia nella loro natura vera e propria, che nelle modalità di insegnamento a scuola.
- Progettare attività per lavorare sul calcolo mentale insieme a un uso adeguato della calcolatrice.
- Promuovere una visione dinamica della matematica attraverso la conoscenza della sua evoluzione storica.
- Lavorare sugli aspetti della geometria più vicini all'attività umana, come l'osservazione, la costruzione e il movimento.

Allo stesso tempo, si rileva la necessità di definire e specificare il "formato officina (taller)" in cui si svolgeranno le attività che intendiamo progettare. Questo formato dovrebbe consentire ai partecipanti di fare nuove esperienze con la matematica. Non si tratta solo di acquisire una nuova visione della natura della disciplina, approfondire aspetti diversi della materia o conoscere risorse per insegnarla. Il nostro obiettivo, molto più ambizioso, è che i partecipanti all'officina siano in grado di relazionarsi con l'argomento in un modo nuovo, che dia loro fiducia nella pratica della professione e che consenta loro di avere fiducia nel fatto che i bambini saranno in grado di crescere e svilupparsi come persone, utilizzando la matematica. Queste sono le nostre sfide nell'approcciare la progettazione e l'implementazione delle officine di matematica ANFoMAM.

Referenze

Assude T. (2007). Changements et résistances à propos de l'intégration des nouvelles technologies dans l'enseignement mathématique au primaire. Informations, Savoirs, Décisions et Médiations, 29, isdm.univ-tln.fr/articles /num_encours.htm

Butlen D. (2007). *Le calcul mental entre sens et technique*, Besançon : Presses universitaires de Franche-Comté.

Bruillard E. (1994). Quelques obstacles à l'usage des calculettes à l'école : une analyse, *Grand N*, 53, pp. 67-78.

Campión Arrastia, M. J., García Catalán, R., Lizasoain, I. Experto Universitario en Matemáticas: Una experiencia de formación del profesorado, in the Simposium Más allá de la alfabetización numérica: Una matemática formativa para la educación primaria. Avances en Ciencias de la Educación y del Desarrollo (Santander, 2017) ISBN 978-84-09-02097-3, 2017, pp. 642-647.

Catalán, R. G., Celi, V., Cogolludo, J. I., Gil Clemente, E., Lizasoain, I., Millán Gasca, A., Regoliosi, L., Learning from children to improve primary school teachers' math-specific education, in Dagmar Szarková, Daniela Richtáriková, Peter Letavaj (eds.), *Proceedings, 18th Conference on Applied Mathematics Aplimat 2019,* Bratislava, Slovak University of Technology in Bratislava, Publishing house Spektrum SPEKTRUM STU, 2019, pp. 190-193.

Celi V. (2017). Intending teachers' beliefs and knowledges on mental computation in French primary school: which perspectives for the learning? which needs for the teaching?, dans le Simposium Más allá de la alfabetización numérica: una matemática formativa para la Educación Primaria, 5° Congreso Internacional Educational Sciences and Development - Santander, 25-27 mai 2017.

Celi, V., De Simone, M. (2018). Le rôle des croyances dans les pratiques d'une professeure des 'ecoles à propos du calcul mental, 45e Colloque de la COPIRELEM, Blois, 12-14 juin 2018.

Celi, V., Cogolludo, J. I., García Catalán, R., Gil Clemente, E., Lizasoain, I., Millán Gasca, A., Regoliosi, L.(2020), Mathematics workshops: changing the perceptions of both in-service and prospective teachers with regard to mathematics *ICME Shangai*, 2020.

Celi, V., Cogolludo, J. I., Gil Clemente, E., Lizasoain, I., Millán Gasca, A., Moler, J. A., & Regoliosi, L. (2019). Addressing the issue of trust in elementary teachers' maths-specific education: Anfomam project. In Jarmila Novotná e Hana Moraová (Ed.), *Opportunities in Learning and Teaching Elementary Mathematics, Proceedings, International Symposium Elementary Mathematics Teaching, Prague, August 18-22, 2019 (*pp. 113–121). Prague, Czech Republic: Charles University Faculty of Education, 2019, ISBN 978-80-7603-069-5.

Charnay, R. (1993-1994). Une calculatrice pour tous dès l'école primaire … ou quelles compétences en calcul aujourd'hui ? *Grand N*, 53, pp. 59-61.

Charnay, R. (2004). Des calculatrices à l'école primaire ? Oui ? Non ? Pourquoi ? Comment ?, *Grand N*, 74, pp. 67-75.

Cnesco (2015). *Conférence de consensus "Nombres et opérations : premiers apprentissages à l'école primaire »*, Recommandations du jury.
http://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2015/11/Recommandations-du-jury.pdf

Esta conferencia tiene como objetivo vincular las preocupaciones y cuestiones de los profesionales y el público en general con las producciones científicas sobre el aprendizaje y los números y cálculos de enseñanza, por un lado. Las recomendaciones fueron redactadas por un jurado al final de la conferencia.

Donaldson, M. (1987). *Children's minds*, Glasgow, Fontana Press.

Dweck, C. S. (2006). *Mindset: The new psychology of success*. New York: Random House.

Gil Clemente, E., Millán Gasca, A. (2016). Integrating history of mathematics with foundational contents in the education of prospective elementary teachers, in L. Radford, F. Furinghetti, T. Hausberger (eds.), *Proceedings of the 2016 ICME Satellite Meeting of the International Study Group on the Relations Between the History and Pedagogy of Mathematics*, Montpellier, IREM de Montpellier, pp. 427-440.

Green T. F. (1971). *The activities of teaching*. New York: McGraw-Hill.

Guillermard R. (1995-1996). La calculatrice, quel usage « pertinent » ?, *Grand N*, 57, pp. 55-57.

Lekaus, S. (2015) Dialogues as an instrument in mathematical reasoning, in Proceedings CIAEM 67 (Aosta, Italy, July 20-24 2015) Teaching and learning mathematics. Resources and obstacles, C. Sabena, B. Di Paola eds., Quaderni di ricerca in didattica della matematica, 25, supplemento no. 2, 2015, pp. 399-404.

Lundie, D. (2016) -Authority, autonomy and automation: The irreducibility of pedagogy to information transactions. Studies in Philosophy and Education 35(3): 279-291

Margolinas, C., What mathematical knowledge does the teacher need? *La matematica e la sua didattica*, 21 (1), 2007, pp. 21-28.

MEN (2003). *Le calcul mental à l'école primaire, Documents d'accompagnement des programmes, Mathématiques, école primaire*, Scérén, CNDP, pp. 32-49.
El propósito de este texto es aclarar el lugar y el papel del cálculo mental en el aprendizaje del cálculo en la escuela primaria y proporcionar orientación sobre su enseñanza.

MEN (2003). *Utiliser la calculatrice en classe, Documents d'accompagnement des programmes, Mathématiques, école primaire*, Scérén, CNDP, pp. 55-65.
El propósito de este documento es proporcionar algunas pistas para el uso de la calculadora en la escuela primaria.

Millán Gasca, A. M. (2016) *Numeri e forme. Didattica della matematica con i bambini*. Bologne: Zanichelli.

Orón Semper, J. V. (2019) Neuropsicología de las emociones: Un estudio actualizado y transversal. Biblioteca universitaria. Editorial Pirámide

Orón Semper, J. V., Blasco, M. Revealing the hidden curriculum in higher education. Studies in Philosophy and Education, 37 (5), 2019, pp. 481-498.

Peters, R. S. (1966). *Ethics and education*. New York: Routledge

Peters, R. S. (1967). What is an educational process. In R. S. Peters (Ed.), *The concept of education* (pp. 1–23). London: Routledge & Kegan Pau.

Peters, R. S. (1970). Education and the educated man - Some further reflections. *Journal of Philosophy of Education* 4 (1) 5-20

Schaub, B. (2009). Utilisation de la calculatrice dans l'enseignement des mathématiques du primaire, *Bulletin de la Société de Enseignants Neuchâtelois des Sciences*, 38.

Van Manen, M. (2016). *Researching lived experience*. New York: Routledge.

Vause I. (2011). *Des pratiques aux connaissances pédagogiques des enseignants : les sources et les modes de construction de la connaissance ouvragée*. Thèse de doctorat en éducation, Université catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve.

Allegato P0: Questionario generale (fase pilota)

In base alla tua esperienza:

1.- Associa tre parole alla matematica
1)
2)
3)

2.- Indica con un valore da 1 a 4 quanto ritieni importanti i seguenti concetti nell'attività matematica:

- Sperimentazione
- Fantasia
- Creatività
- Ragionamento
- Dialogo
- Intuizione
- Memoria
- Astrazione
- Attenzione
- Rapidità
- Perseveranza
- Costruzione
- Soggettività
- Formule

3.- Enuncia i tre argomenti di matematica più difficili tra quelli che hai studiato
1)
2)
3)

4.- Aiuto per imparare la matematica
Chi/che cosa ti ha aiutato a imparare la matematica?

- Un insegnante di scuola primaria (elementare)
- Un insegnante di scuola secondaria di primo grado (media)
- Un insegnante di scuola secondaria di secondo grado (superiore)
- Un docente universitario
- Un insegnante privato (ripetizioni)
- Un familiare
- Un libro
- Un gioco
- Un compagno
- Un video / un film
- Altro

5.- Ostacoli per imparare la matematica
Chi/che cosa ti ha ostacolato ad imparare la matematica?

- Un insegnante di scuola primaria (elementare)
- Un insegnante di scuola secondaria di primo grado (media)
- Un insegnante di scuola secondaria di secondo grado (superiore)
- Un docente universitario

- Un insegnante privato (ripetizioni)
- Un familiare
- Un libro
- Un gioco
- Un compagno
- Un video / un film
- Altro

6.- Indica con un valore de 1 a 4 quanto sei d’accordo con le seguenti frasi:
(1 = per niente 2 = poco, 3 = abbastanza, 4 = molto)

a) Per ottenere un buon rendimento in matematica è necessario “essere portati”.
b) L’abilità in matematica di una persona può migliorare nel corso del tempo.
c) La matematica è utile nella vita quotidiana.
d) La matematica è fondamentale per trovare lavoro.
e) La matematica è bella.
f) In matematica è il risultato che conta.
g) La matematica è difficile.
h) La matematica è divertente.
i) La matematica è “sempre la stessa storia”.
j) La matematica contribuisce alla crescita della persona.
k) In matematica si deve evitare di commettere errori.
l) La matematica struttura la mente.

Profilo personale

7.- Indica l'ultimo livello formativo nel quale hai seguito un corso di matematica

- Liceo classico
- Liceo scientifico
- Altro liceo
- Istituto magistrale (entro l'a.s. 2001/2002)
- Istituto tecnico
- Istituto professionale
- Università (indicala solo se non sei tuttora studente)
- Altro

8.- Quali frasi descrivono la tua situazione attuale? (puoi selezionarne più di una):

- Lavoro come docente nella scuola primaria
- Ho lavorato come docente nella scuola primaria, ma non al momento attuale
- Lavoro come docente nelle scuole secondarie di primo o secondo grado
- Lavoro a scuola ma non come docente
- Sono un docente di sostegno
- Sono iscritto al corso di laurea di Scienze della Formazione Primaria
- Altro

Allegato Q0: Questionario generale (versione finale)

https://docs.google.com/forms/d/1k92bWqpHigYjHQ2RhoqrbByYwEGFTr9X-bbgdYOHzVk/copy

In base alla tua esperienza:

1.- Associa tre parole alla matematica
1)
2)
3)

2.- Indica con un valore da 1 a 4 quanto ritieni importanti i seguenti concetti nell'attività matematica:

- Sperimentazione
- Fantasia
- Creatività
- Ragionamento
- Dialogo
- Intuizione
- Memoria
- Astrazione
- Attenzione
- Rapidità
- Perseveranza
- Costruzione
- Soggettività
- Formule

3.- Nella tua esperienza, assegna un valore da 1 a 4 alla difficoltà che trovi alle seguenti attività matematiche:

(1 = molto facile, 2 = accessibile, 3 = difficile, 4 = molto difficile)

a) Applicazione degli algoritmi delle operazioni di base
b) Risolvere problemi di aritmetica
c) Calcolo mentale
d) Misura e cambio di unità
e) Risoluzione di problemi geometrici
f) Fare ragionamento deduttivo

4.- Aiuto per imparare la matemática. Chi/che cosa ti ha aiutato a imparare la matematica?

- Un insegnante di scuola primaria (elementare)
- Un insegnante di scuola secondaria di primo grado (media)
- Un insegnante di scuola secondaria di secondo grado (superiore)
- Un docente universitario
- Un insegnante privato (ripetizioni)
- Un familiare
- Un libro
- Un gioco
- Un compagno
- Un video / un film
- Altro

5.- Ostacolo per imparare la matematica
Chi/che cosa ti ha ostacolato ad imparare la matematica?

- Un insegnante di scuola primaria (elementare)
- Un insegnante di scuola secondaria di primo grado (media)
- Un insegnante di scuola secondaria di secondo grado (superiore)
- Un docente universitario
- Un insegnante privato (ripetizioni)
- Un familiare
- Un libro
- Un gioco
- Un compagno
- Un video / un film
- Altro

6.- Indica con un valore de 1 a 4 quanto sei d'accordo con le seguenti frasi:
(1 = per niente 2 = poco, 3 = abbastanza, 4 = molto)

a) Per ottenere un buon rendimento in matematica è necessario "essere portati".
b) L'abilità in matematica di una persona può migliorare nel corso del tempo.
c) La matematica è utile nella vita quotidiana.
d) La matematica è fondamentale per trovare lavoro.
e) La matematica è bella.
f) In matematica è il risultato che conta.
g) La matematica è difficile.
h) La matematica è divertente.
i) La matematica è "sempre la stessa storia".
j) La matematica contribuisce alla crescita della persona.
k) In matematica si deve evitare di commettere errori.
l) La matematica struttura la mente.

Profilo personale
7.- Indica l'ultimo livello formativo nel quale hai seguito un corso di matematica

- Liceo classico
- Liceo scientifico
- Altro liceo
- Istituto magistrale (entro l'a.s. 2001/2002)
- Istituto tecnico
- Istituto professionale
- Università (indicala solo se non sei tuttora studente)
- Altro

8.- Quali frasi descrivono la tua situazione attuale? (puoi selezionarne più di una):

- Lavoro come docente nella scuola primaria
- Ho lavorato come docente nella scuola primaria, ma non al momento attuale
- Lavoro come docente nelle scuole secondarie di primo o secondo grado
- Lavoro a scuola ma non come docente
- Sono un docente di sostegno
- Sono iscritto al corso di laurea di Scienze della Formazione Primaria
- Altro

Allegato P1: Testo pilota del questionario sulla comprensione degli algoritmi aritmetici

1- Attribuisci un valore da 1 a 4 nella misura in cui ti senti identificato con le seguenti frasi riguardo alla tua esperienza con gli algoritmi aritmetici:
(1 = per nulla identificato, 4 = completamente identificato)
   a) Li ho sempre trovati noiosi e ripetitivi
   b) Non mi è mai interessato sapere perché sono stati progettati così
   c) Capisco abbastanza bene le motivazioni di ogni passaggio quando si applica un algoritmo aritmético
   d) Li ho trovati facili da imparare
   e) Non appena mi è stato permesso, ho usato la calcolatrice per evitare di doverli applicare

2- Assegna un valore compreso tra 1 e 4 in base a quanto sei d'accordo con le seguenti affermazioni sul perché si insegnano gli algoritmi aritmetici nella scuola primaria
(1 = per nulla identificato, 4 = completamente identificato)

   a) È utile per il futuro accademico e professionale degli studenti
   b) Aiuta i bambini a capire meglio le proprietà dei numeri e le operazioni aritmetiche
   c) Offre allo studente la certezza che i calcoli che esegue siano corretti
   d) Aiuta lo studente a comprendere in un secondo momento i processi di iterazione della programmazione al computer
   e) Di fronte a un problema aritmetico, lo studente può concentrarsi sulla strategia di risoluzione, se padroneggia già i calcoli

3- Quale grado di importanza attribuisci ai seguenti aspetti dell'insegnamento degli algoritmi aritmetici al fine di garantire che gli studenti ne comprendano bene i passi
   (1 = non importante, 4 = molto importante)
   a) Combinarne l'insegnamento con le proprietà dei numeri e delle operazioni aritmetiche
   b) Incoraggiare l'uso di un linguaggio preciso per denominare le diverse unità coinvolte
   c) Accompagnarne l'insegnamento con grafici, diagrammi o schemi appropriati
   d) Accompagnarne l'insegnamento con un materiale manipolativo adatto

4- Assegna un valore da 1 a 4 a seconda di quanto sia conveniente ricorrere agli algoritmi aritmetici tradizionali per eseguire i seguenti tipi di operazioni
(1 = per niente conveniente, 4 = molto conveniente)

- Operazioni del tipo 23 + 15
- Operazioni di tipo 24 x 25
- Operazioni di tipo 234 x 346
- Operazioni di tipo 876 - 582

5- Indica i motivi (potrebbero essere più di uno) per cui pensi che i bambini incontrino spesso difficoltà nell'applicare algoritmi aritmetici

- Ogni esempio concreto differisce in qualche modo dagli altri
- Non fanno abbastanza pratica a casa

- Le regole di applicazione sono state apprese senza conoscerne il significato
- Si distraggono mentre li stanno applicando
- Non sono in grado di crearsi una rappresentazione mentale che sia di supporto al calcolo
- Non sono abituati a scomporre numeri
- Non sanno come usare un diagramma, un grafico o materiale manipolativo come supporto
- Non trovano alcun senso nell'applicarli per eseguire operazioni senza una situazione di contesto
- Si sentono bloccati dalla paura di commettere errori
- Nessuna delle precedenti

6- Assegna un valore da 1 a 4 a seconda di quanto sei d'accordo con le seguenti affermazioni sull'insegnamento e la pratica degli algoritmi aritmetici nella scuola primaria:
(1: per nulla d'accordo 4: totalmente d'accordo)
  a) Oggigiorno è inutile conoscere gli algoritmi aritmetici dal momento che è possibile utilizzare la calcolatrice
  b) Dobbiamo cercare di insegnarli il prima possibile
  c) Devono essere insegnati dopo aver compreso il significato delle operazioni aritmetiche
  d) Non è consigliabile dedicare del tempo affinché i bambini comprendano appieno gli algoritmi aritmetici, in quanto ciò ritarda la loro acquisizione di abilità meccaniche
  e) Praticare algoritmi aritmetici è un compito che non lascia spazio all'iniziativa dello studente
  f) Nell'istruzione primaria, l'apprendimento degli algoritmi aritmetici deve essere prioritario, oltre alla risoluzione dei problemi, in modo che gli studenti acquisiscano sicurezza con i calcoli
  g) Nell'insegnamento degli algoritmi, l'accento dovrebbe essere posto sul fatto che i bambini acquisiscano velocità quando li applicano
  h) Se non si collega alla risoluzione dei problemi, la pratica degli algoritmi aritmetici può far perdere interesse per la matematica agli studenti

Allegato Q1: Testo modificato del questionario sulla comprensione degli algoritmi aritmetici (versione finale)

https://docs.google.com/forms/d/1vHtH-nRdI4O6g8ceV-t4oCeQfiNc9og1wP-KNsTTiRg/copy

1- Attribuisci un valore da 1 a 4 nella misura in cui ti senti identificato con le seguenti frasi riguardo alla tua esperienza con gli algoritmi aritmetici:
(1 = per niente, 2= poco, 3= abbastanza, 4 = molto)
a) Li ho sempre trovati noiosi e ripetitivi
b) Non mi è mai interessato sapere perché sono stati progettati così
c) Capisco abbastanza bene le motivazioni di ogni passaggio quando si applica un algoritmo aritmetico
d) Li ho trovati facili da imparare
e) Non appena mi è stato permesso, ho usato la calcolatrice per evitare di doverli applicare

2- Assegna un valore compreso tra 1 e 4 in base a quanto sei d'accordo con le seguenti affermazioni sul perché si insegnano gli algoritmi aritmetici nella scuola primaria
(1 = per niente, 2= poco, 3= abbastanza, 4 = molto)

a) È utile per il futuro accademico e professionale degli studenti
b) Aiuta i bambini a capire meglio le proprietà dei numeri e le operazioni aritmetiche
c) Offre allo studente la certezza che i calcoli che esegue siano corretti
d) Aiuta lo studente a comprendere in un secondo momento i processi di iterazione della programmazione al computer
e) Di fronte a un problema aritmetico, lo studente può concentrarsi sulla strategia di risoluzione, se padroneggia già i calcoli

3- Quale grado di importanza attribuisci ai seguenti aspetti dell'insegnamento degli algoritmi aritmetici al fine di garantire che gli studenti ne comprendano bene i passi
(1 = non importante, 4 = molto importante)
a) Combinarne l'insegnamento con le proprietà dei numeri e delle operazioni aritmetiche
b) Incoraggiare l'uso di un linguaggio preciso per denominare le diverse unità coinvolte
c) Accompagnarne l'insegnamento con grafici, diagrammi o schemi appropriati
d) Accompagnarne l'insegnamento con un materiale manipolativo adatto

4- Scegli il modo più appropriato per eseguire ciascuno dei seguenti tipi di operazioni

- Operazioni del tipo 23 + 15: calcolo mentale - algoritmi classici - calcolatrice
- Operazioni di tipo 24 x 25: calcolo mentale - algoritmi classici - calcolatrice
- Operazioni di tipo 234 x 346: calcolo mentale - algoritmi classici - calcolatrice
- Operazioni di tipo 876 – 582: calcolo mentale - algoritmi classici - calcolatrice

5- Indica i motivi (potrebbero essere più di uno) per cui pensi che i bambini incontrino spesso difficoltà nell'applicare algoritmi aritmetici

- Ogni esempio concreto differisce in qualche modo dagli altri
- Non fanno abbastanza pratica a casa

- Le regole di applicazione sono state apprese senza conoscerne il significato
- Si distraggono mentre li stanno applicando
- Non sono in grado di crearsi una rappresentazione mentale che sia di supporto al calcolo
- Non sono abituati a scomporre numeri
- Non sanno come usare un diagramma, un grafico o materiale manipolativo come supporto
- Non trovano alcun senso nell'applicarli per eseguire operazioni senza una situazione di contesto
- Si sentono bloccati dalla paura di commettere errori
- Nessuna delle precedenti

6- Assegna un valore da 1 a 4 a seconda di quanto sei d'accordo con le seguenti affermazioni sull'insegnamento e la pratica degli algoritmi aritmetici nella scuola primaria:
(1: per nulla d'accordo 4: totalmente d'accordo)
   a) Oggigiorno è inutile conoscere gli algoritmi aritmetici dal momento che è possibile utilizzare la calcolatrice
   b) Dobbiamo cercare di insegnarli il prima possibile
   c) Devono essere insegnati dopo aver compreso il significato delle operazioni aritmetiche
   d) Non è consigliabile dedicare del tempo affinché i bambini comprendano appieno gli algoritmi aritmetici, in quanto ciò ritarda la loro acquisizione di abilità meccaniche
   e) Praticare algoritmi aritmetici è un compito che non lascia spazio all'iniziativa dello studente
   f) Nell'istruzione primaria, l'apprendimento degli algoritmi aritmetici deve essere prioritario, oltre alla risoluzione dei problemi, in modo che gli studenti acquisiscano sicurezza con i calcoli
   g) Nell'insegnamento degli algoritmi, l'accento dovrebbe essere posto sul fatto che i bambini acquisiscano velocità quando li applicano
   h) Se non si collega alla risoluzione dei problemi, la pratica degli algoritmi aritmetici può far perdere interesse per la matematica agli studenti

7- Indica l'ultimo livello formativo nel quale hai seguito un corso di matematica (seleziona tutte le voci applicabili)
   - Liceo Classico
   - Liceo Scientifico
   - Altro liceo
   - Istituto magistrale (entro l'a.s. 2001/2002)
   - Istituto tecnico
   - Istituto professionale
   - Università (indicala solo se non sei tutt'ora studente)
   -

8- Quali frasi descrivono la tua situazione attuale? (puoi selezionarne più d'una)
   - Lavoro come docente nella scuola primaria
   - Ho lavorato come docente nella scuola primaria, ma non al momento attuale
   - Lavoro come docente nelle scuole secondarie di primo o secondo grado
   - Lavoro a scuola ma non come docente
   - Sono un docente di sostegno
   - Sono iscritto al corso di laurea di Scienze della Formazione Primaria
   - Altro

Allegato P2: Testo della versione inziale del questionario sulla risoluzione dei problemi

1. Prova a risolvere il seguente problema e annota la tua risposta o il commento che ritieni appropriato prima di continuare

    David è andato da casa a scuola e, dopo le lezioni, è arrivato a casa dei nonni. Ha camminato per 525 metri in totale. Se la distanza da casa a scuola è quattro volte maggiore della distanza dalla scuola alla casa dei nonni, quanti metri ha percorso da casa sua a scuola?

Alla fine del problema, rispondi alla seguente domanda:

2. Scegli le dichiarazioni (possono essere più di una) con le quali ti identifichi di più
    a) Mi sono sentito a mio agio nel risolvere il problema
    b) Sono rimasto bloccato, non sapendo da dove cominciare
    c) Ho cercato di ricordare qualche altro problema simile che avevo risolto in precedenza
    d) Ho cercato di farmi un'idea globale della situazione presentata nell'enunciato
    e) Ho cercato di scoprire quali erano le operazioni necessarie per trovare la soluzione a partire dai dati
    f) Ho fatto uno schema, un grafico o un disegno della situazione che era proposta nell'enunciato
    g) Nessuna delle precedenti

3. Prova a risolvere il seguente problema e annota la tua risposta o il commento che ritieni appropriato prima di continuare

    Se il prezzo di un prodotto viene ridotto del 50% e, successivamente, questo secondo prezzo aumenta del 50%, il terzo prezzo del prodotto è inferiore, uguale o superiore al primo?

Alla fine del problema, rispondi alla seguente domanda:

4. Scegli le dichiarazioni (possono essere più di una) con le quali ti identifichi di più dopo aver risposto alla domanda precedente
    a) Il problema non può essere risolto perché i dati sono insufficienti
    b) Questo non è un problema aritmetico
    c) Sono sicuro di aver trovato la risposta giusta
    d) Penso di conoscere la risposta, anche se non so come dimostrare perché è corretta
    e) L'ho risolto pensando ad un esempio concreto
    f) L'ho risolto per mezzo di un disegno, schema o grafico
    g) È stato molto difficile per me risolverlo
    h) Penso che non sia un problema appropriato per la fase di istruzione primaria
    i) Ho risposto del tutto intuitivamente
    j) Nessuna delle precedenti

5. Assegna un valore compreso tra 1 e 4 al tuo voto in base alle seguenti affermazioni sulle tue preferenze riguardo a diversi tipi di problemi.

(1 = per niente; 2 = poco; 3 = molto; 4 = molto)

   a) Mi piacciono i problemi che si risolvono con una sola operazione
   b) Mi piacciono i problemi che richiedono l'uso di operazioni diverse

c) Mi piacciono i problemi di proporzionalità diretta o inversa
d) Mi piacciono i problemi di percentuale
e) Mi piacciono i problemi di massimo comun divisore e minimo comun multiplo
f) Mi piacciono i problemi con le frazioni
g) Mi piacciono i problemi combinatori
h) Mi piacciono i problemi che non rispondono a nessun tipo "standard"
i) Non mi piace risolvere i problemi

6. Assegna un valore compreso tra 1 e 4 in base a quanto sei d'accordo con i seguenti obiettivi che vengono perseguiti quando si propongono problemi aritmetici ai bambini della scuola primaria (1: per nulla; 2: poco; 3: abbastanza; 4: molto)

a) L'alunno deve fare pratica con le operazioni che ha appena imparato in classe
b) Preparare gli alunni ad affrontare situazioni che si troveranno in un futuro accademico o professionale
c) Mostrare al bambino che la conoscenza aritmetica lo aiuta a comprendere meglio la vita quotidiana
d) Mostrare la relazione tra diversi concetti matematici che sono stati elaborati in classe
e) Sviluppare nel bambino un atteggiamento di fiducia nelle proprie capacità
f) Mettere l'alunno davanti ad una sfida che lo costringa a mettere in pratica le sue conoscenze e abilità matematiche
g) Proporre situazioni concrete in cui i bambini possano dialogare usando il linguaggio matematico e l'argomentazione

7. Assegna un valore da 1 a 4 in base a quanto sei d'accordo con le seguenti affermazioni sulla risoluzione dei problemi aritmetici nella scuola primaria:
(1 = per niente; 2 = poco; 3 = molto; 4 = molto)
a) Fornire ai bambini problemi aritmetici che risultino difficili per loro può far perdere loro interesse nella matematica
b) Non è conveniente proporre problemi aritmetici a studenti con difficoltà di apprendimento, potrebbero sentirsi frustrati
c) È quasi impossibile per un bambino della scuola elementare progettare una propria strategia per risolvere un problema che gli viene presentato per la prima volta
d) Perché i bambini imparino a risolvere i problemi, più fanno in classe, meglio è
e) Nell'istruzione primaria, deve prevalere l'apprendimento delle tecniche operative, oltre alla risoluzione dei problemi, affinché gli studenti acquisiscano sicurezza nei calcoli
f) La cosa più importante quando si valuta un problema aritmetico è che sia stata data la risposta corretta
g) In generale, i bambini non cercano di avere un'idea generale della situazione presentata nel problema
h) Gli studenti ritengono che sia consentito solo eseguire le operazioni e non ricorrere ad altre strategie (immaginare la scena, fare uno schizzo o disegno, ecc)
i) È possibile modificare l'atteggiamento degli studenti nei confronti dei problemi aritmetici attraverso una proposta didattica appropriata

8. Indica il tipo di studi in cui hai seguito un corso di matematica per l'ultima volta:

- Secondario obbligatorio
- Liceo di area scientifica
- Liceo di area umanistica e/o sociale
- Formazione professionale

- Studi universitari diversi dalla formazione degli insegnanti
- Altro

9. Quale delle seguenti frasi descrive meglio la tua situazione attuale:

- Sto lavorando come insegnante
- Ho lavorato come insegnante, anche se ora non lo faccio
- Non ho mai lavorato come insegnante, anche se mi piacerebbe farlo in futuro
- Non ho intenzione di lavorare come insegnante
- Nessuna delle precedenti

Allegato Q2: Testo del questionario sulla risoluzione dei problemi di aritmetica (versione finale)

https://docs.google.com/forms/d/17olzdm7iSf_2m5gesjeZcX3_weSxCgn2In7-idKYbec/copy

1. Le strategie dei bambini
Quali sono le strategie più utilizzate dai bambini per risolvere i problemi?
- Aspettare una folgorazione
- Usare materiali concreti
- Fare un disegno, uno schema o un grafico.
- Scoprire quali operazioni sono necessarie per trovare la soluzione a partire dai dati
- Procedere per tentativi
- I bambini rimangono bloccati di fronte ai problemi e non sanno da dove cominciare
- I bambini trovano la soluzione senza capire come hanno fatto
- Cercare sul quaderno o sul libro un problema simile già risolto
- Chiedere subito alla maestra o a un compagno di classe
- Altro

2. Le difficoltà dei bambini

Perché i bambini hanno difficoltà a risolvere i problemi? (puoi indicare più di una scelta)
- Sono abituati a risolvere esercizi in modo meccanico e ripetitivo
- Ogni problema è diverso dall'altro
- Non si esercitano abbastanza a casa
- Sono bloccati dalla paura di sbagliare
- Cercano di indovinare quali operazioni sono necessarie per trovare la soluzione a partire dai dati
- Non capiscono il testo
- Si perdono a cause delle troppe informazioni o troppe condizioni da prendere in considerazione
- È colpa degli insegnanti
- È colpa degli apparecchi digitali
- Altro

3. Le TUE strategie preferite
Quali sono le strategie che hai usato per risolvere i problemi?
- Aspettare una folgorazione
- Usare materiali concreti
- Creare un disegno, uno schema o un grafico.
- Scoprire quali operazioni sono state necessarie per trovare la soluzione a partire dai dati
- Procedere per tentativi
- Rimanevo bloccato davanti ai problemi e non sapevo da dove cominciare
- Trovavo la soluzione senza essere in grado di spiegare come avevo fatto
- Cercare sul quaderno o sul libro un problema simile già risolto
- Chiedere immediatamente all'insegnante o a un compagno di classe

4. Le TUE principali difficoltà

Quando hai incontrato difficoltà nella risoluzione dei problemi, qual è stata la ragione? (puoi indicare più di una scelta)

- Era abituato a risolvere gli esercizi in modo meccanico e ripetitivo
- Ogni problema era diverso dall'altro
- Non mi esercitavo abbastanza a casa
- Ero bloccato dalla paura di sbagliare
- Cercavo di indovinare quali operazioni erano necessarie per trovare la soluzione a partire dai dati
- Non comprendevo il testo
- Mi perdevo perché c'erano troppe informazioni o troppe condizioni da prendere in considerazione
- È stata colpa degli insegnanti
- Avevo colleghi che erano migliori e più veloci nella risoluzione e questo mi demoralizzava
- Non ho mai incontrato difficoltà a risolvere i problemi
- Altri

5. Assegna un valore compreso tra 1 e 4 per indicare quanto ti piacciono o non ti piacciono i seguenti tipi di problemi
(1 = per niente; 2 = poco; 3 = molto; 4 = molto)

a) Mi piacciono i problemi che si risolvono con una sola operazione
b) Mi piacciono i problemi che richiedono l'uso di operazioni diverse
c) Mi piacciono i problemi sulla proporzionalità diretta o inversa
d) Mi piacciono i problemi con le percentuali
e) Mi piacciono i problemi con massimo comun divisore e minimo comun multiplo
f) Mi piacciono i problemi con le frazioni
g) Mi piacciono i problemi di calcolo combinatorio
h) Mi piacciono i problemi che non rispondono a nessun tipo "standard"
i) Non mi piace risolvere i problemi

6. Indica con un valore da 1 a 4 quanto sei d'accordo con i seguenti obiettivi che vengono perseguiti quando si propongono problemi aritmetici ai bambini della scuola primaria
(1 = per niente; 2 = poco; 3 = molto; 4 = molto)

a) L'alunno deve fare pratica con le operazioni che ha appena imparato in classe
b) Preparare gli alunni ad affrontare situazioni che si troveranno in un futuro accademico o professionale
c) Mostrare al bambino che la conoscenza dell'aritmetica lo aiuta a comprendere meglio la vita quotidiana
d) Mostrare la relazione tra i diversi concetti matematici su cui si è lavorato in classe
e) Sviluppare nel bambino un atteggiamento di fiducia nelle proprie capacità
f) Mettere l'alunno di fronte ad una sfida che lo costringa a mettere in pratica le sue conoscenze e abilità matematiche
g) Proporre situazioni concrete in cui i bambini possano dialogare utilizzando il linguaggio e l'argomentazione matematici.

7. Assegna un valore compreso tra 1 e 4 al tuo voto in base alle seguenti affermazioni sulla risoluzione di problemi di aritmetica nell'istruzione primaria.
(1 = per niente; 2 = poco; 3 = molto; 4 = molto)

a) Fornire ai bambini problemi aritmetici che risultino difficili per loro può far perdere loro interesse nella matematica
b) Non è conveniente proporre problemi di aritmetica a studenti con difficoltà di apprendimento in modo che non si sentano frustrati
c) È quasi impossibile per un bambino della scuola primaria progettare la propria strategia per risolvere un problema che gli viene presentato per la prima volta
d) Perché i bambini imparino a risolvere i problemi, più ne fanno in classe meglio è
e) Nella scuola primaria deve prevalere l'apprendimento delle tecniche operative, oltre alla risoluzione dei problemi, affinché gli studenti acquisiscano sicurezza nei calcoli
f) La cosa più importante quando si valuta un problema di aritmetica è che sia stata data la risposta corretta
g) In generale, i bambini non cercano di farsi un'idea globale della situazione che presenta il problema
h) Gli studenti ritengono sia consentito solo eseguire le operazioni e non ricorrere ad altri tipi di strategie (immaginare la scena, fare uno schizzo o un disegno, ecc.)
i) È possibile modificare l'atteggiamento degli studenti nei confronti dei problemi di aritmetica mediante un'adeguata proposta didattica

8. Indica l'ultimo livello formativo nel quale hai seguito un corso di matematica

- Liceo classico
- Liceo scientifico
- Altro liceo
- Istituto magistrale (entro l'a.s. 2001/2002)
- Istituto tecnico
- Istituto professionale
- Università (indicala solo se non sei tuttora studente)
- Altro

9. Quale delle seguenti frasi descrive meglio la tua situazione attuale (puoi indicarne più d'una)

- Lavoro come docente nella scuola primaria
- Ho lavorato come docente nella scuola primaria, ma non al momento attuale
- Lavoro come docente nelle scuole secondarie di primo o secondo grado
- Lavoro a scuola ma non come docente
- Sono un docente di sostegno
- Sono iscritto al corso di laurea di Scienze della Formazione Primaria
- Altro

Allegato Q3: Testo del questionario sulla relazioni tra aritmetica e geometria

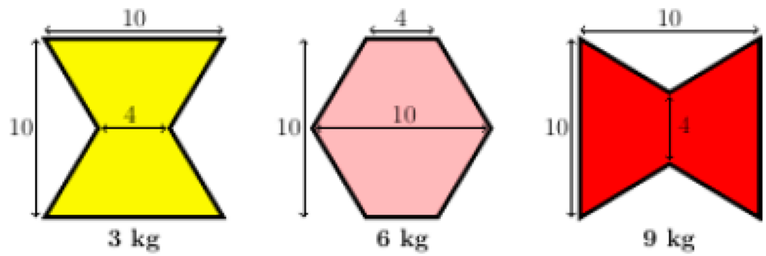
https://docs.google.com/forms/d/1dhTQ1iZBosRDR4Yr22SUO9JRte2ApzIokrMOsQ4PLTY/copy

1. Problema.
1.1. Enuncia un problema matematico che vorresti che un bambino di otto anni risolvesse alla fine del corso che farai quando sarai un insegnante.

In merito a tale risposta, si chiede al rispondente di analizzare se:
1.2. …. Riguardo al problema precedente
Il problema che hai scelto appartiene al campo….

…dell'aritmetica
…della geometria
…di entrambe
…di nessuna dei due

2. Proprietà
2.1- Scrivi quattro proprietà che queste tre figure colorate hanno in comune



In merito a tale risposta, si chiede al rispondente di analizzare se:
2.2- Quante proprietà hai elencato?
Nessuna, una, due, tre o quattro
2.3- Le proprietà che hai trovato hanno a che vedere….
... solo con proprietà numeriche
... solo con proprietà geometriche
... con proprietà numeriche e geometriche
... con altri tipi di proprietà

3. Concetti: lunghezze e numeri razionali
(Come visualizzare i numeri razionali con l'aiuto delle lunghezze)
3.1. Sul foglio delle risposte, disegna due lunghezze in modo che una sia il doppio dell'altra.
3.2. Sul foglio delle risposte, disegna due lunghezze in modo che una sia un terzo dell'altra.
3.3. Sul foglio delle risposte, disegna due lunghezze in modo che una sia 4/3 dell'altra.

In merito a tale risposta, si chiede al rispondente di analizzare se:
3.4. Descrivi come hai cercato di risolvere i problemi di cui sopra:
... usando riga e compasso, senza usare i numeri
... stimando visivamente le lunghezze senza usare i numeri

... utilizzando numeri che indicano misure esatte
... utilizzando numeri che indicano misurazioni approssimative
... non sono riuscito

4. Concetti: superfici e numeri razionali.
(Come visualizzare i numeri razionali con l'aiuto delle superfici)
4.1. Sul foglio delle risposte, disegna due superfici in modo che una misuri il doppio dell'altra.
4.2. Sul foglio delle risposte, disegna due superfici in modo che una misuri un terzo dell'altra.
4.3. Sul foglio delle risposte, disegna due superfici in modo che una sia 5/4 rispetto all'altra.

Riguardo a queste risposte, si chiede al rispondente di analizzare:
4.4. Descrivi come hai cercato di risolvere i problemi di cui sopra:
... stima visiva (nessun numero)
... utilizzando numeri che indicano misure esatte
... utilizzando numeri che indicano misure approssimative
... non sono riuscito

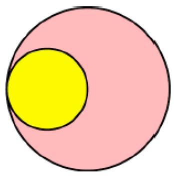
5. Concetti: lunghezze e numeri irrazionali
(Come visualizzare i numeri irrazionali con l'aiuto delle lunghezze)
5.1. Sul foglio delle risposte, disegna due lunghezze in modo che una misuri radice di due volte l'altra.

Riguardo a queste risposte, si chiede al rispondente di analizzare:
5.2. Hai risolto il problema di cui sopra?
Sì, no, o non sono sicuro.
5.3. Descrivi come hai cercato di risolvere i problemi di cui sopra:
... usando il compasso (senza numeri)
... stima visiva (senza numero)
... utilizzando numeri che indicano misure esatte
... utilizzando numeri che indicano misure approssimative

6. Concetti: aree e lunghezze
6.1. Se tutti i lati di un quadrato vengono triplicati, la sua area risulta...
... moltiplicata per 3
... moltiplicata per 6
... moltiplicata per 9
... Non ne sono sicuro

Riguardo a queste risposte, si chiede al rispondente di analizzare:
6.2. Descrivi come hai cercato di risolvere il problema di cui sopra:
... disegnando i due quadrati e usando la formula dell'area con le misure dei lati.
... disegnando i due quadrati e usando la formula dell'area senza le misure dei lati.
... disegnando i due quadrati e ragionando sulla figura.
... in nessuno dei modi sopra indicati.

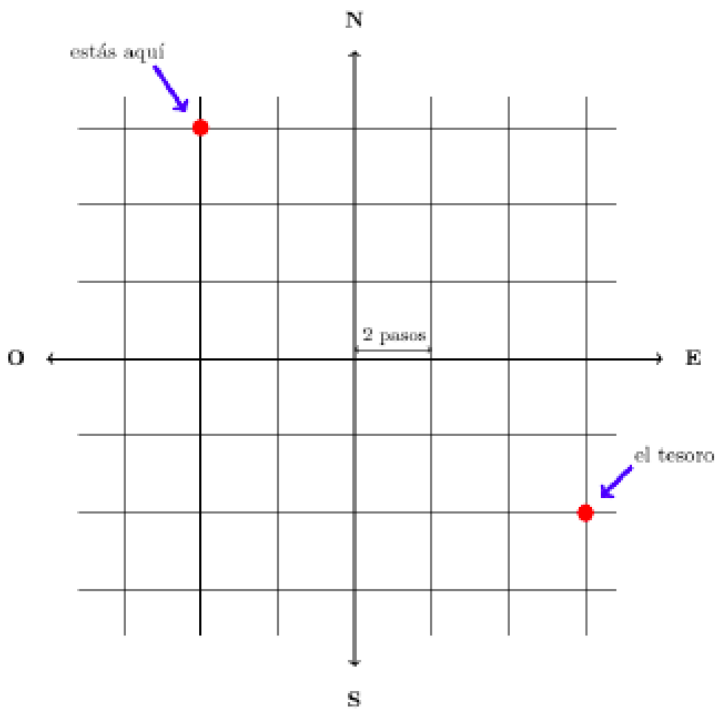
7. Aree e lunghezze
7.1. Qual è la relazione tra l'area del cerchio giallo e quella del cerchio grande?



... è la metà
... è la terza parte
... è la quarta parte
... Non sono sicuro

Riguardo a questa risposta, si chiede al rispondente di analizzare:
7.2. Descrivi come hai provato a risolvere il problema precedente:
... Ragionando solo sulla figura.
... Ragionando sulla figura e usando la formula dell'area con la misura dei raggi
... Ragionando sulla figura e usando la formula dell'area senza la misura dei raggi.
... In nessuno dei modi sopra descritti.

8. Mappa del tesoro. Domanda pratica
8.1. Scrivi delle istruzioni precise per far trovare il tesoro nascosto a qualcuno che non può vedere la mappa.



Riguardo a questa risposta, si chiede al rispondente di analizzare:
8.2. Descrivi come hai provato a risolvere il problema precedente:
... Utilizzando i riferimenti N, S, E, O.
... Usando le coordinate cartesiane.
... Usando riferimenti corporei (destra, sinistra).
... Nessuna delle modalità precedenti.

9. Insegnamento della matematica

(Da ogni coppia di affermazioni, scegli quella con cui sei più d'accordo)

9.1.a. La matematica elementare dovrebbe garantire che il bambino sappia come gestire bene i numeri. Per questo si possono usare le rappresentazioni visive.

9.1.b. La matematica dovrebbe garantire che il bambino abbia una buona comprensione delle relazioni geometriche del suo ambiente. Per questo puoi usare i numeri e le loro relazioni.

9.2. a. Per insegnare la matematica elementare, è bene insegnare allo stesso tempo sia concetti aritmetici che geometrici, anche se così ci vorrà più tempo per acquisire una fluidità del calcolo.

9.2.b. Per insegnare la matematica elementare, è bene stabilire la comprensione dei numeri e delle loro operazioni, prima di passare allo studio delle relazioni geometriche.

9.3.a. I bambini capiscono la matematica in modi diversi: usando i numeri, usando rappresentazioni geometriche... Dobbiamo fornire a ciascuno queste possibilità a tutte le età.

9.3.b. L'uso di rappresentazioni visive e geometriche rende difficile il passaggio all'astrazione e quindi è meglio farne a meno progressivamente.

9.4.a. Mi sento più a mio agio a lavorare con i numeri.

9.4.b. Mi sento più a mio agio a lavorare con le forme geometriche.

10. Profilo personale

10.1 Indica l'ultimo livello formativo nel quale hai seguito un corso di matematica

- Liceo classico
- Liceo scientifico
- Altro liceo
- Istituto magistrale (entro l'a.s. 2001/2002)
- Istituto tecnico
- Istituto professionale
- Università (indicala solo se non sei tuttora studente)
- Altro

10.2. Quali frasi descrivono la tua situazione attuale? (puoi selezionarne più di una)

- Lavoro come docente nella scuola primaria
- Ho lavorato come docente nella scuola primaria, ma non al momento attuale
- Lavoro come docente nelle scuole secondarie di primo o secondo grado
- Lavoro a scuola ma non come docente
- Sono un docente di sostegno
- Sono iscritto al corso di laurea di Scienze della Formazione Primaria
- Altro

Allegato Q4: Testo del questionario sull'aritmetica mentale e l'uso della calcolatrice

https://docs.google.com/forms/d/1jbnUDDRvyil6Bw9LtD-KhLenr_wiEGyMNg6Y3RKs8wE/copy

1. Per quanto riguarda il calcolo mentale, dai un valore tra 1 e 4 ai seguenti concetti.
(1. fortemente in disaccordo - 4. fortemente d'accordo)
Disgusto
Iniziativa
Ragionamento
Rapidità
Gioco
Formazione
Strategia
Automatismo
Utilità
Attenzione

2. Secondo te, perché imparare il calcolo mentale nella scuola primaria? (È possibile barrare più di una casella)
a. Sviluppare le capacità di memoria
b. Sviluppare le capacità di ragionamento e di argomentazione
c. Costruire e rinforzare la conoscenza delle proprietà dei numeri e delle operazioni.
d. Identificare diversi modi di eseguire lo stesso calcolo.
e. Controllare il risultato visualizzato da una calcolatrice
f. Valutare l'ordine di grandezza di un risultato.
g. Per aiutare a risolvere i problemi

3. Assegna un valore tra 1 e 4 al tuo grado di accordo con le seguenti frasi.
(1. fortemente in disaccordo - 4. fortemente d'accordo)
a) Quando si fa calcolo mentale, non si deve fornire alcun supporto scritto.
b) Gli studenti tendono a fare calcoli mentali mettendo i numeri in colonna nella loro testa.
c) Quando agli studenti viene data un'attività di calcolo mentale complessa, l'enfasi dovrebbe essere sulla procedura piuttosto che sulla velocità.
d) Nelle scuole elementari, il calcolo mentale dovrebbe avere la priorità sulle procedure in colonna.
e) Dall'inizio delle scuole elementari, l'uso delle dita dovrebbe essere proibito per fornire il risultato di un calcolo additivo.
f) La mancanza di padronanza del calcolo mentale rende difficile l'apprendimento degli algoritmi aritmetici.
g) La costruzione e la memorizzazione delle tabelle di addizione e moltiplicazione è facilitata dalla loro ripetizione verbale rituale, in ordine crescente.

SULLA CALCOLATRICE (La calcolatrice è ormai diventata un oggetto di consumo quotidiano. Nelle scuole elementari, può essere usato in combinazione con il calcolo mentale e le operazioni in colonna)?

4. Secondo lei qual è l'uso della calcolatrice nelle scuole elementari?
(È possibile barrare più di una casella)
- È uno strumento di calcolo
- È uno strumento per controllare il risultato di un calcolo

- È un supporto per esplorare i numeri
- È una fonte di problemi ed esercizi
- È uno strumento per ridurre la memorizzazione
- È uno strumento per eseguire calcoli con grandi numeri o con molti numeri, altrimenti difficili da eseguire con calcoli mentali o a tavolino.
- È uno strumento per risolvere problemi che richiedono molte operazioni.
- È uno strumento che permette agli studenti di risolvere un problema senza preoccuparsi di possibili errori nel processo di calcolo.

5. Si presume che gli studenti abbiano il permesso di usare la calcolatrice. Dovremmo permettere loro di usarla (è possibile barrare solo una casella)
- dopo che gli studenti hanno imparato gli algoritmi dei calcoli di base.
- dopo che gli studenti sono stati introdotti agli algoritmi dei calcoli di base.
- contemporaneamente all'apprendimento degli algoritmi dei calcoli di base.
- senza che gli studenti conoscano necessariamente gli algoritmi di calcolo di base.

6. Assegna un valore tra 1 e 4 alle seguenti frasi.
(1. fortemente in disaccordo - 4. fortemente d'accordo) :

a) La calcolatrice è usata più spesso a casa che a scuola.
b) Introdurre la calcolatrice troppo presto è dannoso per lo sviluppo delle competenze matematiche degli studenti.
c) Le abilità matematiche di base si deteriorano se la calcolatrice viene usata indiscriminatamente.
d) La calcolatrice inibisce il pensiero degli studenti.
e) L'eccessivo affidamento alla calcolatrice è un segno di scarsa conoscenza matematica.
f) Se lo studente non sa calcolare, la calcolatrice non gli insegnerà a farlo.
g) La calcolatrice può essere usata per fornire situazioni di apprendimento interessanti agli studenti.
h) Sono necessarie diverse abilità numeriche per usare efficacemente la calcolatrice.
i) L'uso della calcolatrice è una barriera significativa al calcolo mentale.

7. Come faresti i seguenti calcoli?
(Solo una casella deve essere spuntata per ogni calcolo)

Calcolo mentale

In colonna (algoritmo)

Calcolatrice

- 657 + 95 + 48
- 3456 - 897
- 12 x 19
- 10008 : 9

Allegato P5: Testo pilota del questionario sulla Storia della Matematica e il suo insegnamento

1. Libri di Storia della Matematica
   Hai mai letto qualcosa sulla Storia della Matematica? Se sì, scegli un titolo e scrivilo.

2. Indica con un valore compreso tra 1 e 4 quanto sei d'accordo con la seguente frase:
   La matematica ha raggiunto un insieme di conoscenze ormai completo e ben articolato.

3. A partire dalla Storia...
   Pensi che sia interessante trasmettere agli studenti contenuti matematici basati sulla storia e sulla narrazione?

4. Sistemi di numerazione diversi dai nostri:
   Esistono sistemi di numerazione diversi dal nostro sistema decimale e posizionale?

5. Cita un esempio di un sistema di numerazione additivo diverso da quello romano, se lo conosci.

6. Tutti conosciamo i famosi matematici greci, Pitagora, Euclide, Archimede e Talete. Conosci altri matematici antichi? Se è così, scrivili qui sotto.

7. Conosci matematici non italiani vissuti dopo il Medioevo? Se sì, scrivili qui sotto.

8. Se conosci un libro di matematica famoso, scrivilo qui.

9. In matematica a scuola, il libro di testo è: (massimo due risposte)
   - Uno spunto
   - Tutto quello che ti serve
   - Una guida
   - Un fardello

Anexo Q5: Testo modificato del questionario sulla storia della matematica e il suo insegnamento (versione finale)

https://docs.google.com/forms/d/1W-EYeOvmi3-O6Zp-dZJMchcbbd2eG1MTEqkfcjoAZ5E/copy

1. Libro di Storia della Matematica:
   Hai mai letto qualcosa sulla Storia della Matematica? In caso affermativo, scegli un titolo e scrivilo:

2. Indica con un valore compreso tra 1 e 4 quanto sei d'accordo con la seguente frase:
   La matematica ha raggiunto un insieme di conoscenze ormai completo e ben articolato

3. Partire dalla Storia...
   Pensi che sia interessante trasmettere agli studenti contenuti matematici a partire dalla storia e dalla narrazione?

4. Sistemi di numerazione diversi dal nostro:
   Scrivi un esempio di un sistema di numerazione posizionale che non sia decimale, se lo conosci.

5. Cita un esempio di un sistema di numerazione additivo diverso da quello romano, se lo conosci.

6. Tutti conosciamo i famosi matematici greci, Pitagora, Euclide, Archimede e Talete. Conosci altri matematici antichi? Se è così, scrivi chi è.

7. Conosci matematici non italiani vissuti dopo il Medioevo? Se sì, scrivili qui sotto.

8. Libri di matematica famosi
   Se conosci un famoso libro di matematica, scrivilo qui:

9. In matematica a scuola, il libro di testo è: (due risposte al massimo)
   - Uno spunto
   - Tutto quello che ti serve
   - Una guida
   - Un fardello

Allegato Q6: Testo del questionario sulla geometria

https://docs.google.com/forms/d/1wYyIotbq9nPT6GOoZa87so1vIjUQcTlObH4wHpY22Hw/copy

1. Quando pensi alla Geometria, quali sono le tre parole che ti vengono in mente?

2. Tra Aritmetica e Geometria, cosa preferisci?

3. Da quale geometria iniziamo? Prima la geometria solida o piana?

4. Indica con un valore da 1 a 4 quanto ritieni importanti le seguenti attività in geometria:
   - Lavorare con le mani
   - Disegnare
   - Osservare
   - Confrontare
   - Generalizzare
   - Misurare
   - Classificare
   - Calcolare
   - Conoscere le formule
   - Memorizzare
   - Discriminare
   - Muoversi

5. Indica con un valore da 1 a 4 quanto ritieni importanti i seguenti argomenti in geometria.
   - Figure equivalenti
   - Figure piane isoperimetriche
   - Costruzioni con riga e compasso
   - Simmetrie e isometrie
   - Rette e posizioni reciproche di rette
   - Angoli
   - Poliedri
   - Cerchio, circonferenza e Pi greco
   - Segmenti
   - Piano cartesiano

6. Indica con un valore da 1 a 4 quanto sei d'accordo con le seguenti frasi:
a) Con i bambini piccoli bisogna necessario soffermarsi sulla distinzione tra quadrato, triangolo e cerchio.
b) È possibile insegnare in una classe elementare un concetto come la retta tangente a una curva.

7. Carta, penna, matita, riga o righello sono essenziali per fare geometria con i bambini. Indica almeno altri due materiali utili al medesimo scopo.